MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

MEMOIRE DE MAGISTER

En Electrotechnique

Option : Machines Electriques

Présenté par

KECILI Nadia

Thème

ETUDE DES PERTES ET COUPLES PULSATOIRES DANS LES MACHINES ASYNCHRONES ALIMENTEES PAR DES CONVERTISSEURS

Devant le jury d'examen composé de :

M ^r HADDAD	Salah	Professeur, l'UMMTO	Président
M ^r BENAMROUCHE	Nacereddine	Professeur, l'UMMTO	Rapporteur
M ^r HANDALA	Mohand Amokrane	Maître de conférences (A), l'UMMTO	Examinateur
M ^{me} BITAM-MEGHERB	I Ferroudja	Maître de conférences (A), l'UMMTO	Examinateur
M ^r RACHEK	M'hemed	Maître de conférences (A), l'UMMTO	Examinateur

Soutenu le : 03.12.2009

REMERCIETMENTS

Je tiens à remercier tout d'abord Monsieur Nacereddine BENAMROUCHE, Professeur au Département d'Electrotechnique de l'Université de Tizi-Ouzou, de m'avoir fait le grand honneur d'être mon encadreur.

Je remercie de même Monsieur Salah HADDAD, Professeur au Département d'Electrotechnique de l'Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou qui me fait l'honneur de présider le jury de soutenance de ce mémoire.

Je voudrais exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur Mohand Amokrane HANDALA, Maître de conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Tizi-Ouzou pour m'avoir fait l'honneur d'être examinateur et membre du jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur M'hemed RACHEK, Maître de conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Tizi-Ouzou, pour m'avoir fait l'honneur en acceptant d'être examinateur et membre du jury.

J'adresse mes remerciements à M^{me} F. BITAM-MEGHERBI, Maître de conférences au Département d'Electrotechnique de l'Université de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté de faire partie du jury en tant qu'examinateur.

Je remercie Monsieur Rabah. KHALDI, Maître-assistant chargé de Cours au Département d'Electrotechnique de l'Université de Tizi-Ouzou, pour m'avoir aidé à réaliser des essais expérimentaux, au laboratoire de machine électrique.

Je tiens à remercier aussi mes parents, mes frères et sœurs qui ont toujours été à coté de moi au besoin.

Je voudrais remercier aussi tous mes collègues de l'UMMTO.

SOMMAIRE

CHAPITRE I : ETUDE DES PERTES DANS LE MOTEUR ASYNCHRONE

1.1- Introduction	5
1.2- Les pertes dans le moteur alimenté en tension sinusoïdale	6
1.2.1-Pertes à vide	6
1.2.1.1-Pertes fer	6
1.2.1.2 -Pertes mécaniques	6
1.2.2- Pertes en charge	7
1.2.2.1-Pertes joule.	7
1.2.2.2-Pertes supplémentaires de charge	8
1 -Pertes dues aux flux de fuite d'encoche	9
2-Pertes dues aux flux de fuite d'extrémité	9
3-Pertes superficielles à haute fréquence	10
4-Pertes dues aux flux de fuite de répartition d'enroulement	10
5-Pertes dues à l'inclinaison des encoches	10
1.3Pertes dans le moteur alimenté par une tension non sinusoïdale	10
1.4-Conclusion	11

CHAPITRE II : COUPLE ELECTROMAGNETIQUE ET COUPLES DUS AUX HARMNIQUES D'ESPACE

2.1-Introduction	12
2.2-Couple électromagnétique	12
2.3-Couples parasites d'un moteur asynchrone	14
2.3.1-Couples parasites asynchrones	14
2.3.2-Harmoniques de denture	17
2.2.3-Couples parasites synchrones	17
2.4Elimination des couples parasites	19
2.5 Conclusion	19

CHAPITRE III : CALCUL DES PERTES EN UTILISANT DES MODELES A PARAMETRES LOCALISES

3.1- Introduction	20
3.2- Etude des performances avec influence des harmoniques d'espace	21
3.2.1-Réactance de magnétisation	21
3.2.2- Résistance et réactance de fuites secondaires de h ^{ième} harmonique	23
3.3-Analyse des pertes	24
3.3.1 - Pertes Joule.	24
3.3.2 - Pertes fer principales	24
3.3.3 - Pertes mécaniques	24
3.3.4 - Pertes dues aux flux de fuite d'extrémités	26
3.3.5 - Pertes de fuite d'inclinaison	26
3.3.6- Pertes d'harmoniques d'espaces	27
3.4- Le modèle conventionnel	28
3.4.1- Analyse des pertes en considérant l'harmonique fondamental	28
3.4.2 - Pertes supplémentaires	29
A. Pertes par effets d'extrémités	29
B Pertes par effet d'inclinaison	30
3.4.3-Analyse des pertes en considérant les harmoniques d'ordre supérieur	31

3.4.3.1Pertes dans le cuivre	32
3.4.3.2 -Pertes fer	32
A. Pertes dues au flux de fuite d'extrémités	32
B. Pertes par effet d'inclinaison	33
3.4.4-Superposition des performances	33
3.4.4.1- Courant total dans le stator et le rotor	33
3.4.4.2- Pertes totales dans le cuivre	33
3.4.4.3- Pertes fer normales totales	33
3.4.4.4- Pertes supplémentaires totales	33
3.5-Modèle modifié du circuit équivalent	34
3.5.1-Estimation des valeurs des résistances	35
3.5.2- Analyse des pertes en considérant l'harmonique fondamental	36
3.5.2.1- Pertes fer principales	37
3.5.2.2- Les pertes additionnelles	38
3.5.2.3- Pertes totales	37
3.5.3- Analyse des pertes en considérant les harmoniques d'ordre supérieur	37
3.5.3.1- Pertes fer principales	37
3.5.3.2- Pertes additionnelles	38
3.5.3.3- Superposition des pertes	38
3.6-Description du programme de calcul	38
3.7- Interprétation des résultats	42
3.8- Conclusion.	44

CHAPITRE IV : MODELISATION DE L'ENSEMBLE CONVERTISSEUR MACHINE ASYNCHRONE EN VUE D'ETUDIER LES COUPLES PULSATOIRES

4.1-Introduction	52
4.2- Modélisation de la machine asynchrone triphasée	
4.2.1-Hypothèses	52
4.2.2- Equations générales de la machine	
4.2.3- Transformation de Park	
4.3- Expression de la puissance et du couple électromagnétique	
4.4- modèle de la machine par la représentation d'état :	
4.5- Modélisation de l'alimentation	60
4.5.1.Modélisation de l'onduleur de tension	60
4.6-Modelisation de la commande	62
4.6.1-Commande pleine onde	62
4.6.2-Commande à MLI	62
4.7- Comportement des moteurs asynchrones en régime non sinusoïdal	63
4.7.1- Expression du couple	64
4.8-Résultat de simulation et interprétation	
4.9-Conclusion	72
CONCLUSION GENERALE	82
Bibliographie	
Annexe A. Caractéristiques nominales du moteur	
Annexe B. Détermination des paramètres par les méthodes expérimentales	
Annexe C. Estimation de l'effet de peau dans les barres rotoriques	
Annexe D. Determinition de l'induction due à l'ouverture d'encoche	

INTRODUCTION GENERALE

Depuis que les moteurs électriques existent, ils n'ont cessé de voir leur domaine d'application s'élargir. Près de deux tiers de l'énergie électrique dans l'industrie est consommée par des moteurs électriques. Les applications industrielles ont toujours fait appel, pour la variation de la vitesse, aux machines à courant continu. Elles sont faciles à commander mais elles sont fragiles et coûteuses. Cependant l'apparition des semi-conducteurs de puissance et la réalisation des alimentations à fréquences variables ont ouvert des possibilités plus larges pour la commande des machines avec de meilleures performances dynamiques. Le moteur asynchrone se caractérise, en particulier, par sa grande robustesse et son faible coût. Son association avec un convertisseur permet de l'employer dans des applications jusqu'alors réservées aux machines à courant continu.

Plusieurs auteurs ont étudié des modèles des machines à induction alimentées par des convertisseurs. Par exemple, Jain [1] a considéré l'effet de la forme d'onde de la tension d'alimentation d'un moteur à induction à cage triphasé principalement par analyse théorique. Le circuit équivalent utilisé pour l'analyse tient compte des inductances de fuite du stator et du rotor, de l'inductance magnétisante et de la résistance du rotor. La résistance du stator a été omise puisqu'elle est petite devant les autres réactances du moteur. Les pertes fer et les pertes mécaniques sont, elles aussi considérées faibles. En outre, l'effet de la fréquence sur les paramètres du rotor n'a pas été pris en considération. En faisant ces hypothèses, l'auteur a considéré le circuit équivalent aux paramètres constants avec la fréquence.

L'effet de l'alimentation en tension non sinusoïdale sur les performances du moteur à induction a été étudié par Klingshir et Jordan [2]. Le but principal de leur recherche était d'examiner les pertes supplémentaires dans le moteur résultant de la présence des harmoniques dans la tension d'alimentation. Dans leur analyse théorique le circuit équivalent standard a été utilisé, mais les auteurs ont négligé la branche des pertes fer. D'ailleurs, pour des fréquences harmoniques, les réactances magnétisantes ont été négligées dans les circuits équivalents harmoniques.

Une étude expérimentale et analytique plus rigoureuse des pertes dans un moteur à induction alimenté à partir d'une source non sinusoïdale de tension a été entreprise par Chalmers et Sarkar [3]. L'attention a été donnée principalement aux flux de fuites d'extrémité et aux flux de fuite d'inclinaison dans le moteur à cage. Dans cette analyse les auteurs ont utilisé le circuit équivalent standard de Steinmetz. Chalmers et Sarkar [3] ont présenté une étude analytique et

expérimentale des pertes additionnelles produites dans des moteurs alimentés par des onduleurs, en prenant en considération les pertes fer dues aux flux d'inclinaison et aux flux de fuites d'extrémité.

En 1982, Hosinger [4] a développé un nouveau modèle pour prévoir les performances en régime permanent d'un système d'entraînement moteur onduleur. Dans ce nouveau modèle, on a proposé des modifications au circuit équivalent classique, où les pertes par courant de Foucault liées au flux principal et aux flux de fuites sont représentées par des résistances. Ces dernières sont placées en parallèle avec la réactance magnétisante X_m, et les réactances de fuites du stator et du rotor. Des pertes parasites fondamentales de charge dues aux flux de fuites sont déterminées par l'énergie dissipée dans des résistances placées en parallèle avec les réactances de fuites. De même, les pertes fer dues au flux principal sont déterminées par les pertes dans la résistance de magnétisation. Pour les circuits équivalents harmoniques, la résistance et les valeurs de la réactance sont modifiées pour prendre en considération les fréquences harmoniques. Cette approche a permis d'identifier l'importance des pertes supplémentaires en charge qui étaient sous estimées par les autres chercheurs.

Dans une étude comparative des pertes dans un moteur à cage alimenté par un onduleur de tension et par un onduleur de courant, Venkatesan et Lindsay [5] ont reconsidéré le même circuit équivalent proposé par Hosinger [4], en employant le circuit équivalent développé par Alger [6] qui estime les harmoniques d'espace de force magnétomotrice F.M.M présents dans le moteur alimenté par une tension sinusoïdale. Une comparaison des résultats a prouvé que dans la méthode de Hosinger [4], les pertes additionnelles sont plus élevées comparées à celles données par la méthode d'Alger [6]. La revue de la littérature précédente a montré que trois principaux modèles de schéma équivalent sont utilisés pour estimer les performances d'un moteur asynchrone alimenté par une tension non sinusoïdale. Le premier est le circuit équivalent du modèle d'Alger, le second est le circuit équivalent conventionnel de Steinmetz, enfin le troisième est basé sur le circuit équivalent modifié qui tient compte des pertes supplémentaires en charge.

La répartition non sinusoïdale du flux magnétique résultant dans les machines électriques est due à l'interaction entre les forces magnétomotrices des enroulements au rotor et au stator, et aux variations spatiales de la perméance d'entrefer. Le travail de recherche de Breahna Stincescu [7] consiste à développer une approche généralisée pour l'étude des performances des machines électriques à courant alternatif tenant compte du spectre des harmoniques d'espace du flux magnétique résultant au niveau de l'entrefer. Son étude met en évidence les effets négatifs des composantes d'espace des harmoniques du flux total sur les performances des machines asynchrones au niveau de la caractéristique couple vitesse (l'interaction entre les différentes composantes harmoniques développe deux types de couples parasites : couples asynchrones parasites et couples synchrones parasites), des vibrations des bruits, des pertes supplémentaires et des ondulations de tensions statoriques.

L'étude statique à basse vitesse des machines à induction alimentées par des convertisseurs en général et par des onduleurs de tension en particulier, est caractérisée par la présence des pulsations de couple, leurs effets sont potentiellement nocifs au niveau de l'arbre du rotor, en produisant des résonances mécaniques et des oscillations de vitesse. Selon Abdulrahman et al [8] la prévision rapide et fiable de ces pulsations est clairement importante avec le développement de nouvelles stratégies de commutation des MLI. L'alternative du modèle fréquentiel basé sur un circuit équivalent harmonique du moteur, donne des résultats approximatifs mais des prévisions rapides en utilisant des algorithmes analytiques.

Plusieurs publications [9, 35, 39, 48, 50, 51,52] décrivent des méthodes pour le calcul des pulsations de couple et oscillations de vitesse en utilisant des onduleurs de tension et des onduleurs de courant. Ces études ont été conduites en décomposant les signaux en séries de Fourier, dans le but de chercher les modifications à apporter sur les commandes des convertisseurs pour réduire les couples pulsatoires.

Lipo et al [9] présentent une méthode de calcul du 6^{ieme} harmonique du couple électromagnétique d'un moteur à induction résultant d'une source d'alimentation redresseur onduleur. Cette étude inclut les effets de variation de la vitesse du rotor et de la tension harmonique d'onduleur. Cette recherche indique que le 6^{ieme} harmonique du couple électromagnétique peut, à basses fréquences, être de manière significative plus grand que celui prévu par une vitesse constante.

L'objectif assigné à ce mémoire, est de mieux cerner et comprendre les problèmes liés aux pertes supplémentaires et aux couples pulsatoires dus aux alimentations non sinusoïdales des onduleurs de tension alimentant les machines asynchrones.

Pour ce faire nous avons organisé ce mémoire en quatre chapitres :

3

Le premier chapitre est consacré à l'étude des pertes dans les machines asynchrones triphasées alimentées par des convertisseurs statiques.

Le second chapitre met en évidence les effets néfastes des harmoniques d'espace sur les performances des machines asynchrones en ce qui concerne les caractéristiques couple vitesse

Le troisième chapitre est consacré à l'étude de trois modèles de schéma équivalent du moteur asynchrone en régime permanent. L'étude est réalisée en évaluant les capacités de chacun pour prévoir les performances d'un moteur à cage d'écureuil de 2.2 Kilowatts alimenté par un onduleur de tension.

Au quatrième chapitre, nous présentons un modèle mathématique de l'ensemble convertisseur machine asynchrone en vue d'étudier les couples pulsatoires en utilisant deux types de stratégies de commande.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale.

CHAPITRE 1

Les pertes dans la machine asynchrone

1.1. Introduction :

Pendant le processus de transfert d'énergie des moteurs et des générateurs électriques, une partie de cette énergie est perdue sous forme de pertes. Durant longtemps, le but des concepteurs et des fabricants des machines était de réaliser des machines ayant un bon rendement sans augmenter le prix de revient ces machines. Le concepteur explore continuellement les méthodes permettant de réduire au minimum les pertes. Pour cela, il doit comprendre les causes et la distribution de ces pertes dans les machines électriques en général et dans les moteurs à induction en particulier. Ces pertes sont complexes et représentent une portée abondante pour la recherche.

Pour étudier ces pertes, diverses classifications ont été adoptées par les chercheurs. Elles peuvent être classées comme suit :

- La norme Britannique [10] les subdivise en trois catégories :

- Pertes fixes ou constantes (pertes fer, pertes par frottement et ventilation).

- Pertes en charge (pertes de cuivre dans les enroulements primaire et secondaire)

- Pertes supplémentaires en charge (pertes en présence de la charge dans le fer et les parties métalliques autres que les conducteurs, et les pertes par courants de Foucault dans des enroulements primaire et secondaire).

- Une deuxième classification se base sur des phénomènes physiques [11] où les pertes sont de nouveau subdivisées en trois groupes :

- pertes mécaniques (pertes par frottement et ventilation) ;

- pertes fer (principales pertes fer dues au flux principal et pertes fer additionnelles

dues aux harmoniques d'encoches et aux forces magnétomotrices F.M.M) ;

-pertes dans le cuivre (pertes cuivre dans les enroulements statoriques et rotoriques et les pertes cuivre additionnelles dues à l'effet de peau).

- Une troisième classification énoncée dans la référence [12] subdivise les pertes en deux groupes :

- pertes à vide (pertes par frottement et ventilation et pertes fer dues au flux principal) ;

- pertes en charge (pertes dans le cuivre des enroulements primaires et secondaires et les pertes supplémentaires) ;

Dans la suite de notre travail, la troisième classification est adoptée pour décrire les différentes pertes dans les moteurs asynchrones alimentés par des tensions sinusoïdales et non sinusoïdales.

1.2. Les pertes dans le moteur alimenté en tension sinusoïdale

1.2.1. Pertes à vide

1.2.1.1. Pertes fer:

Ce sont principalement les pertes qui se produisent, en raison des pulsations des fréquences d'alimentation du flux principal dans le fer du stator induisant l'hystérésis et les pertes par courants de Foucault. On suppose que les pertes fer au rotor sont négligeables parce qu'aux vitesses de fonctionnement normales la fréquence de glissement du rotor est si faible que les pertes par hystérésis et par courants de Foucault peuvent être négligées. Les pertes dans le fer sont calculées par des formules empiriques. Des travaux considérables ont été menés pour trouver des méthodes plus précises permettant de prédéterminer ces pertes [13, 14, 15, 16].

1.2.1.2. Pertes mécaniques

Dans les machines à ventilateur de refroidissement, la puissance nécessaire pour entraîner le ventilateur et vaincre la résistance de l'air qui se présente aux autres parties en rotation de la machine, représente les pertes par ventilation. Les pertes causées par la résistance au mouvement dans les roulements sont classées comme pertes par frottement.

En réalité, il n'est pas possible de séparer les pertes par ventilation et par frottement dans une machine car elles sont toutes les deux associés à la rotation. En général, les pertes de frottement et ventilation sont proportionnelles au carré de la vitesse. Elles peuvent être déterminées expérimentalement, en faisant fonctionner la machine en moteur à vide à sa fréquence nominale mais à des tensions différentes [13,14].

1.2.2. Pertes en charge

1.2.2.1. Pertes Joule

Dans les moteurs à induction, ces pertes sont considérées séparément pour les enroulements du stator et du rotor. Elles sont calculées à partir de l'équation RI², où R est la valeur de la résistance du circuit qui varie avec la température et la fréquence. Il est relativement facile de calculer les pertes joule de l'enroulement du stator car il se compose de

conducteurs ayant un petit diamètre, l'effet de peau peut donc être négligé et seulement l'effet de la température doit être pris en considération. Selon [17] la résistance R, à une température donnée " θ ", est la suivante:

$$R = R_t \frac{\theta + K}{\theta_t + K} \tag{1.1}$$

Où, R_t est la valeur de la résistance d'enroulement déterminée par essai à froid, θ_t est la température de l'enroulement en degrés Celsius et K est une constante qui dépend de la matière de l'enroulement utilisé. Si les conducteurs sont de grande section, comme dans le cas des moteurs à cage d'écureuil, la résistance apparente est différente de la résistance en courant continu aux glissements élevés. Liwschitz Garik [18] a développé des équations analytiques détaillant le calcul de la profondeur de peau pour une barre droite. Dans une autre contribution [19] il a prouvé que la profondeur de peau est approximativement indépendante de la forme de la barre. Les facteurs d'effet de peau, développés par Liwschitz Garik, sont donnés dans l'annexe C. La résistance du rotor mesurée en courant continu doit être multipliée par ces facteurs et corrigée par la température, pour avoir la résistance réelle et qui servira dans les calculs. Les pertes Joule du stator sont directement déterminées en mesurant la résistance en courant continu de l'enroulement du moteur à une température de fonctionnement connue, et en multipliant par le carré du courant primaire mesuré ou calculé. Cependant, les pertes cuivre du rotor sont déterminées indirectement en mesurant le glissement et la puissance d'entrée à charge nominale. L'équation (Puissance absorbée- perte cuivre au stator - perte fer) multipliée par le glissement, donne les pertes cuivre au rotor. Il convient de noter que l'ajustement approprié pour la température est nécessaire dans ces calculs. Quand la température de fonctionnement n'a pas été mesurée, la résistance devrait être corrigée comme indiqué dans la référence [17] aux valeurs suivantes :

 $\theta = \frac{75^{\circ}\text{C pour l'isolation de classe A}}{115^{\circ}\text{C pour l'isolation de classe B}}$ $130^{\circ}\text{C pour l'isolation de classe H}$

1.2.2.2. Pertes supplémentaires en charge

En dépit d'un grand nombre de publications au sujet des pertes parasites de charge [20-25] il reste un désaccord considérable sur la définition [21-24] et sur la manière par laquelle leurs composantes sont classifiées.

La définition la plus objective est celle donnée par Alger et al [23] qui stipule que :" les pertes supplémentaires de charge sont l'excès de toutes les pertes se produisant réellement dans un moteur à un courant de charge donné sur la somme des pertes Joule calculées pour ce courant, les pertes fer à vide, et les pertes par frottement et ventilation''.

Une définition semblable est donnée par Christofides [25] sous une forme mathématique comme,

$$p_{sup} = p_{t} - p_{js} - p_{jr} - p_{fer} - p_{fv}$$

$$(1.2)$$

Où

 p_{sup} , pertes supplémentaires en charge

 $p_{\rm t}$: pertes totales en charge

 p_{js} : pertes joule au stator

p_{jr} : pertes joules au rotor

 p_{fer} : pertes fer calculées de l'essai à vide

 $p_{\rm fv}$: pertes par frottement et ventilation

Il existe aussi d'autres pertes se produisant également en raison des harmoniques de flux connus sous le nom des flux de pulsation des dents dus à l'encochage de l'entrefer. Ces harmoniques sont indépendants des courants. Leurs amplitudes dépendent seulement de la variation de la réluctance d'entrefer, de l'amplitude du flux principal, et des ouvertures d'encoche.

Chalmers et Williamson [26] ont subdivisé les pertes supplémentaires en charge en deux composantes principales : Composante de fréquence fondamentale et composante à haute fréquence. Cette classification diffère de manière significative de celle donnée par Alger et al. [23].

Pour une meilleure compréhension de ces pertes, on peut subdiviser les pertes supplémentaires comme suit:

1. Pertes dues au flux de fuite d'encoche :

Cette partie des pertes supplémentaires apparaît principalement suite à l'augmentation de la résistance des conducteurs due à l'effet de peau, en d'autres termes, elle résulte de la concentration du courant dans les parties superficielles ou périphériques des conducteurs.

2. Pertes dues aux flux de fuite d'extrémité :

Ce sont des pertes dues aux courants de Foucault qui sont induits dans les têtes de bobines de la machine par les flux qui entrent à la direction axiale et pénètrent la région des pièces en métal. Les grandeurs changent non seulement avec la conception des extrémités de l'enroulement mais également avec les distances de boucliers d'aération. Il est extrêmement difficile de les évaluer parce que les têtes de bobines des machines à induction sont différentes dans la conception. Cependant, elles sont évaluées de manière acceptable en utilisant les formules empiriques données par Alger et al [23].

3. Pertes superficielles à haute fréquence :

La distribution non sinusoïdale du flux statorique de l'entrefer due aux ouvertures d'encoches, et aussi la forme en gradins de la FMM (force magnétomotrice) dûe à la concentration du courant dans les conducteurs logés dans des encoches donnent lieu à des pulsations de fréquence dans la densité radiale du flux dans l'entrefer. Ces pulsations produisent des pertes par courants de Foucault dans les lames rotoriques et statoriques, appelées pertes superficielles.

D'après Alger, les harmoniques les plus importants sont ceux d'ordre $\left(\frac{Z_1}{p} \pm 1\right), \left(\frac{Z_2}{p} \pm 1\right)$.

Où Z_1 et Z_2 respectivement le nombre d'encoches au stator et au rotor

p : nombre de paires de pôles.

4. Pertes dues aux flux de fuite de répartition de l'enroulement :

Les bas harmoniques du champ dus aux flux de fuites de répartition de l'enroulement du stator induisent des courants dans le fer du rotor, produisant des pertes supplémentaires. Elles sont négligeables dans les moteurs à bagues, mais doivent être prises en considération dans les moteurs à cage d'écureuil. Alger et al. [23] ont donné une expression à ces pertes en supposant que tout le courant de charge du stator traverse la résistance du rotor ramenée pour les harmoniques de répartition de phase, c'est à dire, le courant magnétisant est négligé.

5. Pertes de fuites d'inclinaison des encoches

L'inclinaison des encoches du rotor a pour effet de déphaser dans l'espace les forces magnétomotrices du stator et du rotor, mais elle introduit en même temps des pertes entre les barres et le fer rotorique.

1.3. Pertes dans le moteur alimenté par une tension non sinusoïdale :

Les formules empiriques évaluant les pertes supplémentaires proposées dans [23] donnent des résultats acceptables pour une alimentation sinusoïdale, en revanche la localisation de ces pertes dans le cas d'une alimentation non sinusoïdale devient beaucoup plus compliquée.

Les Standards des pays comme la Grande Bretagne, ainsi que la commission Electrotechnique Internationale (C.E.I) recommandent de prendre les pertes supplémentaires égales à 0.5% de la puissance absorbée de la machine. Le Standard Américain ANSI suggère 1.2% de la puissance utile pour les petites machines et 0.9% pour toutes les autres. Schwarz [24] lui a proposé de prendre ces pertes égales à 10% des pertes totales de la machine.

Pour minimiser les pertes additionnelles dans les machines électriques, Smolenski [30] a proposé des règles pouvant réduire ces pertes. Ces lois sont les suivantes :

- 1- le nombre d'encoches au rotor doit être inférieur au nombre d'encoches au stator ;
- 2- choisir le nombre d'encoches au stator aussi élevé que possible ;
- 3- éviter l'inclinaison des encoches surtout dans le cas où le nombre d'encoches au rotor est supérieur à celui du stator ;
- 4- choisir un raccourcissement de 5/6 pour l'enroulement statorique ;
- 5- dans le cas d'un enroulement statorique à connexion triangle, prendre le nombre d'encoches au rotor différent de 2p, 4p, et 8p, p étant le nombre de paire de pôles ;
- 6- le rapport d'ouverture d'encoches " b " à hauteur d'encoche " h " doit satisfaire les conditions suivantes :
 - pour le stator $b_1/h_1 \le 3$
 - pour le rotor $b_2/h_2 \le 1$

7- les ouvertures d'encoches statoriques doivent êtres aussi petites que possibles

1.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné les trois classifications des pertes adoptées par les chercheurs. Chaque classification subdivise les pertes en plusieurs catégories. Dans le cas de notre étude nous avons opté pour la troisième classification, où celle-ci décrit les différentes pertes qui existent dans les machines asynchrones alimentées soit en tension sinusoïdale ou non sinusoïdale. A la fin du chapitre, nous avons donné les moyens pouvant réduire les pertes additionnelles dans les machines.

CHAPITRE 2

Couple électromagnétique et couples dus aux harmoniques d'espace

2.1. Introduction

L'énergie mécanique disponible sur l'arbre des machines asynchrones est transmise par le champ magnétique créé le long de l'entrefer. Ce transfert d'énergie est lié aux forces d'origine électromagnétique développées dans le rotor, créant ainsi le couple électromagnétique.

Dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'étude du couple électromagnétique principal créé par les premiers harmoniques du flux et du courant et aux couples électromagnétiques complémentaires générés par les harmoniques d'espace [7,29,30]. Dans de nombreux cas, ces couples peuvent perturber le bon fonctionnement de la machine. Nous terminerons donc ce chapitre par donner quelques règles permettant de réduire l'effet nuisible de ces couples parasites.

2.2 Couple électromagnétique :

Le couple électromagnétique est créé grâce à l'interaction des courants induits dans le rotor avec le champ tournant de l'harmonique fondamental de la machine [29].

Son phénomène de production lié aux forces d'origine électromagnétique peut être mis en évidence de la façon suivante [29] :

En prenant un rotor à cage d'écureuil, l'onde sinusoïdale principale du champ tournant résultant induira dans chaque conducteur rotorique une f.é.m dont la valeur varie sinusoïdalement suivant l'ordonnée spatiale θ .

Dans le cas général, le courant i_2 induit dans chaque conducteur sera en retard d'un angle φ_2 sur la f.é.m E_1 qui l'engendre. L'onde représentant l'induction B_1 est en phase avec celle de la f.é.m E_1 et est donc déphasée d'un angle φ_2 par rapport à i_2 .

L'effort élémentaire créé dans chaque conducteur parcouru par un courant i_2 engendré par la f.é.m sera :

$$\mathbf{f}_2 = \mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{i}_2 \cdot l \tag{2.1}$$

Où B_1 : induction dans l'entrefer au point donné ;

l : longueur active du conducteur.

Le couple créé sera :

$$m_1 = f_2 \cdot \frac{D}{2} = B_1 \cdot i_2 \cdot l \cdot \frac{D}{2}$$
 (2.2)

Où

D : Diamètre du rotor

$$\mathbf{B}_1 = \mathbf{B}_m \sin p \theta \tag{2.3}$$

$$i_2 = I_{2m} \sin\left(p\theta - \varphi_2\right) \tag{2.4}$$

Le couple moteur total dû à tous les conducteurs du rotor situés dans un pas polaire est:

$$m_t = \int_{0}^{\frac{\pi}{p}} \frac{B_m \sin p \theta I_{2m} \sin(p \theta - \varphi_2)}{2} l \cdot \frac{D \cdot n}{2\pi} d\theta$$
(2.5)

Avec $\frac{n}{2\pi}d\theta$: nombre de conducteurs par angle spatial $d\theta$

La valeur moyenne du couple résultant créée par les conducteurs de tous les pôles sera :

$$C_m = 2.p.m_t = \frac{2.p.B_m.I_{2m}.lD.n}{4\pi} \int_0^{\frac{\pi}{p}} \sin p\theta.\sin(p\theta - \varphi_2)d\theta$$

D'où :

$$C_{moy} = p \frac{B_m l.D.I_{2m}.n}{4p} \cos \varphi_2$$
(2.6)

On peut obtenir l'expression du couple électromagnétique $C_{\acute{em}}$ par l'expression de la puissance électromagnétique $P_{\acute{em}}$ transmise du stator au rotor.

$$C_{\acute{e}m} = \frac{P_{\acute{e}m}}{\Omega_s} \tag{2.7}$$

Avec :

$$P_{\acute{e}m} = \frac{pmV_s^2 \cdot \frac{R_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R_2}{s}\right)^2 + (X_1 + X_2)^2}$$
(2.8)

D'où :

$$C_{\acute{em}} = \frac{pm V_s^2 \cdot \frac{R_2}{s}}{2\pi f_1 [(R_1 + \frac{R_2}{s})^2 + (X_1 + X_2)^2]}$$
(2.10)

Avec :

 R_1 et R'_2 : Résistance statorique et rotorique ramenée.

 X_1 et X'_2 : Réactances de fuites statoriques et rotoriques.

2.3. Couples parasites d'un moteur asynchrone

On distingue les couples parasites suivants :

- a) couples asynchrones créés par les harmoniques supérieurs de la force magnétomotrice, y compris les harmoniques de denture ;
- b) les couples synchrones qui prennent naissance à une certaine vitesse et à un rapport déterminé entre le nombre d'encoches Z₁ du stator et le nombre d'encoches Z₂ du rotor ;

2.3.1- Couples parasites asynchrones

Les harmoniques d'espace de la force magnétomotrice F. M.M. en interaction avec la perméance totale, créent des flux magnétiques tournants qui induisent des courants secondaires et produisent des couples additionnels. Ces harmoniques de couples sont similaires au fondamental, mais ils sont développés à des vitesses de synchronisme plus basses que celle du fondamental.

Kostenko [29] généralise la notion d'interaction des forces magnétomotrices du stator et du rotor aux ordres des forces magnétomotrices d'un ordre quelconque. En effet, si le premier harmonique du stator tourne à la vitesse N_1 , l'harmonique du $h^{-i\partial me}$ ordre de force magnétomotrice, du stator tourne à la vitesse $N_{1h} = \pm \frac{N_1}{h}$. Le signe (+) correspond aux forces magnétomotrices qui tournent dans le même sens que l'harmonique principal, elles sont appelées directes. Le signe (-) correspond aux forces magnétomotrices qui tournent dans le sens inverse, appelées inverses.

Le glissement d'ordre h est

$$s_{h} = \frac{\pm N_{1h} - N}{\pm N_{1h}} = 1 \pm \frac{N_{1} - (N_{1} - N)}{N_{1}/h} = 1 \pm (1 - s)h$$
(2.11)

Où

s : est le glissement du rotor par rapport à l'harmonique fondamental

La fréquence du courant induit dans le rotor par le flux du $h^{-i \grave{e}me}$ harmonique de la force magnétomotrice du stator est

$$f_2 = f_1 s_h = f_1 [1 \pm (1 - s)h]$$
(2.12)

Le $h^{-i \hat{e} m e}$ harmonique de la force magnétomotrice du rotor tourne par rapport à celui-ci à la vitesse :

$$N_{2h} = \pm \frac{N_1}{h} - N \tag{2.13}$$

La vitesse de rotation dans l'espace sera :

$$N_2 + N = \pm \frac{N_1}{h} - N + N = \pm \frac{N_1}{h}$$
(2.14)

Et ce résultat n'est que la vitesse de rotation du $h^{-ième}$ harmonique de la force magnétomotrice du stator. L'action des couples parasites asynchrones dépend, selon [29], du sens de rotation de l'harmonique de la force magnétomotrice. Dans la référence [29], Kostenko commence par examiner d'abord l'action du $h^{-ième}$ harmonique direct de la force magnétomotrice. La vitesse de rotation au synchronisme d'un tel harmonique est $N_{1h} = \pm \frac{N_1}{h}$ avec un glissement de :

$$s = \frac{N_1 - \frac{N_1}{h}}{N_1} = 1 - \frac{1}{h}$$
(2.15)

Dans les limites de variation du glissement de s = 1 jusqu'à $s = 1 - \frac{1}{h}$, le rotor tourne à une vitesse inférieure à celle de l'harmonique. Celui-ci crée donc un couple moteur qui s'ajoute au couple principal. Dans les limites comprises entre $s = 1 - \frac{1}{h}$ et s = 0, il tourne à une vitesse supérieure à celle de l'harmonique, le couple créé dans cette zone est un couple générateur, qui se retranche du couple principal.

Ensuite, l'auteur de la référence [29] explique l'action du $h^{-i \partial m}$ harmonique inverse de la force magnétomotrice Lors du fonctionnement en moteur, le rotor tourne dans le sens opposé au sens de l'harmonique considéré. Le moteur représente un frein électromagnétique dans ce cas.

Pour tous les glissements entre s = 1 et s = 0, les harmoniques inverses créent donc des couples résistants. Mais si le rotor tourne dans le sens opposé au sens de rotation à la force magnétomotrice principale, ou dans le même sens que l'harmonique inverse, le glissement

 $s = 1 + \frac{1}{h}$ qui correspond à la rotation synchrone du rotor dans le flux de cet harmonique, son

couple passera par zéro et ensuite pour s >1 + $\frac{1}{h}$ il aura des valeurs positives.

Les déformations les plus importantes s'observent dans la zone de faibles vitesses de rotation où les couples asynchrones complémentaires liés aux harmoniques supérieurs prennent leurs valeurs maximales. L'évaluation quantitative du couple asynchrone complémentaire dû à l'harmonique spatial d'ordre h du champ peut être effectué à l'aide du schéma électrique équivalent de la figure (2.1).

Le schéma équivalent pour l'harmonique spatial d'ordre *h* du champ est construit par analogie avec le schéma équivalent du fondamental.

La vitesse angulaire Ω du rotor et le glissement pour l'harmonique d'ordre *h* sont donnés par :

$$s_h = \frac{\Omega_h - \Omega}{\Omega_h} \tag{2.16}$$

 $O\hat{u}: \Omega_h = \pm \frac{\Omega_1}{h}$



Figure (2.1) Schéma électrique équivalent de la machine asynchrone

Le courant rotorique ramené d'ordre h est calculé à partir du schéma équivalent.

$$\vec{I}_{2h} = \vec{I}_{1} \frac{jX_{mh}}{\frac{R_{2h}}{s_{h}} + j(X_{mh} + X_{2h})}$$
(2.17)

Où :

 X_{2h} : La réactance de fuite du rotor ramenée pour l'harmonique *h* du champ.

 R_{2h} : La résistance du rotor ramenée pour l'harmonique h du champ.

 X_{mh} : est la réactance d'induction mutuelle de l'enroulement statorique liée à l'harmonique h du champ.

Le couple asynchrone complémentaire dû à l'harmonique h du champ du stator peut être calculé en utilisant la relation suivante :

$$C_{h} = \frac{P_{emv}}{\Omega_{h}} = \frac{P_{el.2h}}{s_{h}.\Omega_{h}} = \frac{m_{1}R_{2h}(I_{2h})^{2}}{s_{h}.\Omega_{h}}$$
(2.18)

2.3.2. Harmoniques de denture :

Les harmoniques de denture dans la machine créent eux aussi des couples asynchrones de l'ordre $h_{d1} = k \frac{Z_1}{p} \pm 1$, avec k entier positif. L'harmonique de denture pour k = 1 est considéré comme l'harmonique fondamental et les autres sont considérés comme des harmoniques supérieurs.

2.3.3. Couples parasites synchrones :

Ces couples parasites, selon Smolenski [30], prennent naissance dans des conditions bien déterminées, par suite de l'interaction de deux harmoniques supérieurs de même ordre h, dont l'un est engendré par le courant statorique i_1 , de fréquence f_1 , et l'autre par le courant rotorique i_2 , de fréquence sf_1 .

En effet, le $h^{-i eme}$ harmonique du stator tourne à la vitesse angulaire :

$$\pm \frac{\Omega_1}{h} \tag{2.19}$$

L'harmonique du rotor de rang h tourne par rapport au rotor à la vitesse angulaire :

$$\pm s \frac{\Omega_1}{h} = \pm (\frac{\Omega_1 - \Omega}{h}) \tag{2.20}$$

L'harmonique du stator de rang h tourne par rapport au h^{-ieme} harmonique du rotor à la vitesse angulaire.

$$\Omega_{12} = \pm \frac{\Omega_1}{h} - \left[\Omega \pm \left(\frac{\Omega_1 - \Omega}{h}\right)\right]$$
(2.21)

Le couple synchrone ne prend naissance que dans le cas où ces harmoniques sont mutuellement immobiles, pour une vitesse du rotor calculée à partir de la condition $\Omega_{12} = 0$.

A ce moment, le couple synchrone C_{sh}, résultant de l'interaction entre les pôles Nord et Sud de l'harmonique statorique et les pôles Nord et Sud de l'harmonique rotorique, dépend de l'angle électrique $\alpha_{12h} = hp\gamma_{12}$ et varie en fonction de cet angle suivant une loi sinusoïdale

$$C_{\rm sh} = C_{\rm shm} \sin \alpha_{12h} \tag{2.22}$$

Le couple synchrone du à l'interaction des harmoniques statorique et rotorique ne prend naissance que dans le cas où ces harmoniques sont mutuellement immobiles. Ceci a lieu pour une vitesse angulaire bien déterminée du rotor

$$\Omega_{sh} = 2\Omega_1 / (h+1) \tag{2.23}$$

Et qui peut être calculée à partir de la condition $\Omega_{12} = 0$. Le couple synchrone agit au cours du démarrage, lors du passage par la vitesse Ω_{sh} pendant un temps très court.

Les couples synchrones les plus forts s'observent dans le cas où les ordres des harmoniques dentaires statorique et rotorique coïncident, pour :

$$h_{d1} = h_{d2} \tag{2.24}$$

Avec :

$$h_{d1} = k \frac{Z_1}{p} \pm 1$$
: Harmoniques de denture statorique
 $h_{d2} = k \frac{Z_2}{p} \pm 1$: Harmoniques de denture rotorique

Dans le cas où k = 1, les couples synchrones existent donc pour $Z_1 = Z_2$, il y a coïncidence des ordres des harmoniques statorique et rotorique qui se déplacent dans le même sens. Pour $Z_1 - Z_2 = \pm 2p$ ce sont les ordres des harmoniques statorique et rotorique se déplaçant dans des sens opposés qui coïncident.

2.4. Élimination des couples parasites :

Pour éliminer les couples parasites asynchrones de la façon la plus simple il faut réduire les harmoniques de force magnétomotrice de l'enroulement statorique. Dans ce cas, il est nécessaire d'utiliser des enroulements à pas raccourci et un nombre entier d'encoches par pôle et par phase. Il faut établir un choix convenable du nombre d'encoches du rotor Z_2 . Une analyse spéciale montre qu'il faut pour cela que [29,30] :

$$Z_2 \le 1,25(\frac{Z_1}{p} \pm 1)p \le 1,25(Z_1 \pm p)$$

Aussi, l'inclinaison des encoches du rotor ou du stator est un moyen très efficace de lutte contre les couples parasites asynchrones. On fait l'inclinaison des encoches du rotor égale au pas dentaire du stator τ_{d1} ou à un pas réduit jusqu'à $\tau_{d1} \frac{Z_1}{Z + p}$.

Néanmoins, l'inclinaison de ces encoches rend les caractéristiques du moteur, en particulier son facteur de puissance, plus mauvais.

Pour éliminer les couples synchrones et les couples de vibration il faut choisir convenablement les nombres d'encoches du stator et du rotor [29]. Les relations indésirables sont :

$$Z_1 - Z_2 = \pm 2p$$
$$Z_1 - Z_2 = \pm 1 \pm 2p$$
$$Z_1 - Z_2 = \pm 2 \pm 4p$$

2.5. Conclusion:

Dans ce chapitre, une étude théorique du couple électromagnétique principal, créé par les premiers harmoniques du flux et du courant est présentée. Nous avons énuméré les couples parasites existants dans les machines. Pour un bon fonctionnement des ces machines, nous avons jugé bon de terminer ce chapitre, avec quelques moyens d'éliminer ou du moins réduire les effets néfastes de ces couples parasites.

CHAPITRE 3

Calcul des pertes en utilisant des modèles à paramètres localisés

3.1 Introduction :

Les procédures d'analyse des performances des machines électriques alimentées par des tensions non sinusoïdales, sont représentées par des circuits électriques équivalents à paramètres localisés. Dans notre travail, nous utiliserons trois modèles de schéma équivalent des moteurs asynchrones. Le premier est le modèle d'Alger, le second est basé sur le circuit équivalent conventionnel de Steinmetz et le troisième est basé sur la forme modifiée du second modèle. En général, les tensions délivrées par des onduleurs alimentant les moteurs électriques sont périodiques et non sinusoïdales. Celles-ci sont décomposables en série de Fourier sous la forme :

$$v(t) = \sum_{k} V_{\max,k} \sin k\omega t$$
(3.1)

Lorsque une machine triphasée est alimentée par des tensions équilibrées, et les enroulements du stator de cette machine couplés en triangle, seuls les harmoniques impairs non multiples de trois existent. Les harmoniques d'ordre k = 6n+1, où n = 0, 1, 2, 3... produisent des harmoniques de courant, qui eux aussi induisent des forces électromotrices dans le même sens que le fondamental, et les harmoniques d'ordre k = 6n - 1, où n = 1, 2, 3... dans le sens contraire.

Pour l'étude du régime permanent, nous supposons négligeable la saturation magnétique, Par conséquent, le circuit équivalent d'harmonique d'ordre k est dérivé simplement en multipliant les réactances du circuit par k. Le glissement d'ordre k est calculé à partir du glissement fondamental en tenant compte du sens de rotation du champ harmonique. Alors :

$$s_k = \frac{k \pm (1+s)}{k} \tag{3.2}$$

L'effet de peau développé est pris en considération en multipliant les paramètres du rotor dans chaque circuit équivalent harmonique par des facteurs de correction développés par Liwschitz-Garik [18], donnés dans l'annexe C. Selon Alger [6], les harmoniques d'espace de force magnétomotrice causés par les courants harmoniques de temps sont négligés car ils auraient peu d'effet sur les performances de la machine en raison de leur faible facteur d'enroulement et de leurs basses amplitudes. Dans ce qui suit, nous présenterons l'étude

théorique des pertes et des performances, dans le détail, d'un moteur à induction à cage d'écureuil. Les caractéristiques du moteur étudié sont données dans l'annexe A

3.2. Etudes des performances avec influence des harmoniques d'espace

Le modèle utilisé était à l'origine développé pour considérer les harmoniques d'espace dans les moteurs asynchrones en alimentation sinusoïdale [Alger] [6]. Ces harmoniques sont représentés par les harmoniques de la force magnétomotrice d'encoches, les harmoniques de la perméance d'encoches et les harmoniques dus aux flux différentiel statorique de phase, voir figure (3.1). Les flux créés par ces harmoniques peuvent être représentés par une chaîne de moteurs de faible puissance reliés électriquement et mécaniquement en série. Les paramètres de ce circuit équivalent sont les suivants :

3.2.1. Réactance de magnétisation :

Pour éviter la confusion, l'indice k des grandeurs harmoniques représente les harmoniques de temps, et h les grandeurs harmoniques d'espace. La réactance de rang h due au flux différentiel de phase est donnée par la formule suivante [6] :

$$X_{mh}(b) = \frac{X_m}{h^2} \left[\frac{K_{Ph}^2 \cdot K_{dh}^2}{K_{P1}^2 \cdot K_{d1}^2} \right]$$
(3.3)

Avec : K_{Ph} et K_{dh} : étant respectivement, le coefficient de raccourcissement et le facteur de distribution, relatifs au rang h de l'harmonique considéré. Ces coefficients se calculent comme suit :

$$K_{Ph} = \sin \frac{hSp\pi}{2} \tag{3.4}$$

$$K_{dh} = \frac{\sin\left(\frac{h.\pi}{2.m}\right)}{q.\sin\left(\frac{h\pi}{2mq}\right)}$$
(3.5)

Avec

Sp : le pas de raccourcissement

m : nombre de phases

q : nombre d'encoche par pole et par phase



Figure (3.1) : Circuit équivalent par phase incluant différents harmoniques d'espace

Le signe positif (+) désigne le champ harmonique qui tourne dans le même sens que le champ fondamental et le signe négatif (-) pour le cas contraire.

La réactance de magnétisation de rang *h* due aux flux différentiels d'encoches, est donnée par :

$$X_{mh}(s) = \frac{X_m}{h^2}$$

$$h = \frac{Z_1}{p} \pm 1$$
(3.6)

Avec :

Les harmoniques de la perméance d'encoches X_{mh} (p) sont la troisième cause principale des pertes additionnelles. De plus, elles sont beaucoup plus grandes que les harmoniques de la force magnétomotrice d'encoches statoriques, dues à la variation de perméance en particulier si le rapport d'ouverture d'encoche statorique sur l'entrefer est grand. Alger [6] a noté que le rapport de l'amplitude des pulsations de flux en raison des ouvertures d'encoches sur l'amplitude du champ fondamental est $\frac{\beta}{2-\beta}$, Où β est l'induction due aux ouvertures d'encoche et son expression analytique selon [6] est donnée dans l'annexe D. La réactance de magnétisation de rang *h* due à la variation de la perméance d'encoche est exprimée par :

$$X_{mh}(P) = \frac{\beta}{2-\beta} \left(\frac{Z_1 \pm p}{2p}\right) \frac{X_m}{h^2}$$
(3.7)

3.2.2. Résistance et réactance de fuites secondaires du h^{ème} harmonique :

Les réactances et résistances secondaires ne dépendent pas uniquement de la fréquence, mais aussi, de l'inclinaison des barres rotoriques. Pour cela, on introduit le facteur d'inclinaison $K_{\sigma h}$ dont l'expression est donnée par [6] :

$$K_{\sigma h} = N_{s} \frac{\sin\left[\left(1 - \sigma \pm \frac{\sigma \cdot p}{N_{s}}\right)\pi\right]}{\pi \sigma (N_{s} \pm p)}$$
(3.8)

Les valeurs de la réactance et résistance secondaires de rang h, données par ALGER [6] sont :

$$X_{2h} = \frac{K_h^2}{K_{\sigma h}^2} X_{mh}$$
(3.9)

$$R_{2h} = \frac{K_{Ph}^2 K_{dh}^2}{K_{\sigma h}^2 K_{P1}^2 K_{d1}^2} R_2$$
(3.10)

 K_h^2 , est donné graphiquement par Alger [6] et formulé analytiquement par Christofides [25] par l'expression suivante :

$$K_{h}^{2} = \left\{ \frac{h \frac{p\pi}{N_{R}}}{\sin\left(hp \frac{\pi}{N_{R}}\right)} \right\}^{2} -1$$
(3.11)

Quand le moteur est soumis à une source sinusoïdale le circuit équivalent de la figure (3.1) est un modèle fournissant une meilleure explication concernant les phénomènes physiques existant dans la machine. La nouvelle représentation du modèle électrique en tenant compte des harmoniques de temps de la source d'alimentation non sinusoïdale du moteur est donnée par la figure (3.2).

3.3. Analyse des pertes :

Après avoir établi le circuit équivalent et ses paramètres, les différentes composantes des pertes sont :

3.3.1. Pertes Joule :

Elles représentent les pertes Joule dans les enroulements du stator et du rotor. Elles sont proportionnelles au carrée du courant qui traverse ces enroulements (effet de peau négligé).

au stator
$$P_{cu1} = 3R_1 I_{11}^2$$
 (3.12)

au rotor
$$P_{cu2} = 3R_{21}I_{21}^2$$
 (3.13)

3.3.2. Pertes fer principales

Ces pertes sont produites dans les armatures magnétiques de la machine suite à la variation périodique dans le temps du champ magnétique principal. Dans les armatures magnétiques du rotor, la fréquence de la variation du flux est faible ($f_2 = s_1 f$). Par conséquent, on peut négliger les pertes fer principales au rotor. Les pertes fer normales correspondent à la puissance dissipée dans la résistance R_m .



Figure (3.2) : Circuit équivalent d'harmonique de temps et d'espace

$$P_{fer} = \frac{3E_{1,1}^2}{R_m} \tag{3.14}$$

Où $E_{1,1}$: est le fondamental de la f.é.m.

3.3.3. Pertes mécaniques :

Elles représentent les pertes par frottement aux paliers et par ventilation et frottement sur l'air. Elles sont indépendantes de la forme de la tension.

Ces pertes peuvent être déterminées expérimentalement, en faisant fonctionner la machine en moteur à vide à sa fréquence nominale mais à des tensions différentes.

La puissance absorbée, diminuée des pertes par effet Joule dans l'enroulement primaire, est reportée sur un diagramme en fonction du carré de la tension. On obtient, aux faibles saturations, une ligne droite qui peut être extrapolée jusqu'à une valeur nulle de la tension de façon à donner la somme de ces pertes [6,14].

3.3.4. Pertes dues aux flux de fuite d'extrémités

La détermination des flux de fuite est très difficile, compte tenu de la géométrie de la machine. Cependant une expression analytique approchée, proposée par ALGER [6] qui a supposé que les pertes correspondantes sont proportionnelles au carré de flux de fuite et donc, proportionnelles à la puissance réactive consommée par les têtes de bobines. Le coefficient de proportionnalité apparaît alors comme un facteur de puissance ; l'expérience montre que sa valeur est voisine de 0.3, selon la formule.

$$P_{ext} = 0.3mI^{2} \left[\frac{1.575 \, fmN^{2} D}{p^{2} 10^{6}} \log_{10} \left(1 + \frac{Y_{3}^{2}}{4Y_{1}Y_{2}} \right) \right]$$
(3.15)

Où

m : nombre de phases

 Y_1 et Y_2 : distance entre les conducteurs périphériques des têtes de bobines statoriques et rotoriques et la tôlerie.

 Y_3 : la distance entre les axes des conducteurs périphériques des têtes de bobines statoriques rotoriques (voir figure (3.3))

D : diamètre de l'entrefer

I : valeur efficace du courant statorique.

N : nombre de spires en série par phase.



Figure (3.3) : Configuration de l'extrémité de la machine

3.3.5. Pertes de fuite d'inclinaison :

Les pertes fer dues aux flux de fuite d'inclinaison sont calculées par la méthode donnée dans [6].

$$P_{ext} = \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{\sigma I}{NSI_0} \right)^* \text{ (Pertes fer au stator + pertes de surface à vide)}$$
(3.13)

À cause de la difficulté dans la ségrégation des pertes fer, l'équation (3.13) a été simplifiée en employant l'expression :

$$P_{ext} = \frac{\pi^2}{12} \left(\frac{\sigma I'}{NSI_0} \right) \cdot P_f$$
(3.14)

Où

I: est la différence entre le courant de charge et le courant de magnétisation

 P_f : sont les pertes fer dues au fondamental

3.3.6. Pertes d'harmoniques d'espace :

Les pertes dues au h^{ième} harmonique d'espace des flux sont calculées à l'aide du circuit équivalent représenté sur la figure (3.4) et en utilisant la formule $R_{2,h}(I_{2,h})^2$. L'harmonique de courant secondaire $I_{2, h}$ est déterminé en supposant que l'harmonique de tension V_h de la figure (3.4) est faible comparé à la tension fondamentale V_I . Les pertes additionnelles dues aux
harmoniques d'espace sont obtenues en ajoutant les pertes individuelles de chaque harmonique d'espace.



Figure (3.4): Circuit équivalent du h^{ième} harmonique d'espace

3.4. Le modèle conventionnel

Ce modèle a été largement utilisé dans la littérature [1, 2] et a été donné dans sa forme complète par Chalmers et Sarkar [3]. Une phase du moteur est modélisée par un circuit équivalent classique représenté par la figure (3.5). Ce schéma équivalent nous permet de déterminer les performances relatives au fondamental.



Figure (3.5) : Schéma Equivalent relatif au fondamental du moteur asynchrone

 R_1 et R'_2 : Résistances statorique et rotorique ramenées.

 $R_{\rm m}$: Résistance représentant les pertes fer dans le circuit magnétique.

 X_1 et X'_2 : Réactances de fuite statorique et rotorique.

X_m : réactance de magnétisation

Pour les harmoniques, nous adoptons la procédure conventionnelle, en utilisant le schéma équivalent de la figure (3.6) et les performances sont calculées en adoptant le principe de superposition.



Figure (3.6) : Schéma équivalent relatif aux harmoniques d'ordre supérieur

3.4.1 Analyse des pertes en considérant l'harmonique fondamental :

Les différentes composantes des pertes sont :

- 1. les pertes joule au stator et au rotor
- 2. les pertes fer dues aux flux principaux
- 3. les pertes par frottement et ventilation.
- 4. les pertes de fuite des extrémités.
- 5. les pertes de fuite d'inclinaison.

Les composantes des pertes (1), (2) et (3) sont calculées comme dans le paragraphe 3.3

3.4.2. Pertes supplémentaires :

L'évaluation précise de ces pertes est difficile et devient plus compliquée quand le moteur est alimenté par une tension non sinusoïdale. Chalmers et Sarkar [3] ont essentiellement mis l'accent sur la détermination des pertes dues aux flux de fuite d'inclinaison et des pertes dues au flux de fuite aux extrémités des bobines du stator et des barres rotoriques.

A. Pertes par effets d'extrémités :

Elles sont créées par induction dans les tôles de capotage, les flasques et autres parties, ainsi que dans le cuivre des conducteurs statoriques et dans les anneaux du rotor [13,14]. Chalmers et Sarkar [3] ont développé une formule semi-empirique qui évalue ces pertes au stator et au rotor. La formule est la suivante :

- au stator
$$P_{ext1,1} = A(I_{1,1}^*)^B . (f_{1,1}^*)^C$$
 (3.15)

- au rotor
$$P_{ext2,1} = A(I_{2,1}^*)^B . (f_{2,1}^*)^C$$
 (3.16)

A: est une constante représentant les pertes par effet des extrémités mesurées à la fréquence et courant nominaux. Elle est déterminée à partir d'un essai à rotor enlevé. Les constantes B et C sont obtenues expérimentalement à partir de deux essais. Le premier est à fréquence nominale et courant variable. Le second est à fréquence variable, de préférence multiple de la fréquence fondamentale, et courant nominal. Pour tous les moteurs testés par Chalmers et Sarkar [3], *B* et *C* sont égales respectivement à 2,22 et 1,37.

Avec :

$$I_{1,1}^* = \frac{I_{1,1}}{I_{no \min al}} : \text{Courant fondamental statorique en unité réduite.}$$
$$f_{1,1}^* = \frac{f_{1,1}}{f_{no \min al}} : \text{Fréquence fondamentale statorique en unité réduite.}$$
$$I_{2,1}^* = \frac{I_{2,1}}{I_{no \min al}} : \text{Courant fondamental rotorique en unité réduite.}$$
$$f_{2,1}^* = \frac{f_{2,1}}{f_{no \min al}} : \text{Fréquence fondamentale rotorique en unité réduite.}$$
$$f_{2,1}^* = \frac{f_{2,1}}{f_{no \min al}} : \text{Fréquence fondamentale rotorique en unité réduite.}$$

B. Pertes par effet d'inclinaison :

Dans le cas des machines ayant des encoches inclinées, le flux de fuite d'inclinaison peut être appréciable. La force magnétomotrice d'inclinaison est nulle au centre du noyau et augmente linéairement le long de celui-ci. Dans l'étude théorique de ces pertes, les auteurs des références [3, 26] se sont basés sur :

- le calcul de la force magnétomotrice (f.m.m) d'inclinaison à une distance y du centre du noyau ;

- le calcul du flux de fuite d'inclinaison par pôle dans une tôle de longueur axiale δy , et à une distance 'y' du centre du noyau.

La f.m.m. d'inclinaison F_{inc} est la différence entre la f.m.m primaire F_1 et la f.m.m secondaire F_2 .

$$F_1 = F_{\max} \sin\left(\frac{2P.x}{D}\right) \tag{3.17}$$

$$F_2 = -F_{\max} \sin\left[\frac{2P}{D}\left(x - x_{in} \frac{y}{2}\right)\right]$$
(3.18)

$$F_{\max} = 1,35K_{b1}.\frac{N}{P}I_1$$
(3.19)

$$x_{in} = \frac{\sigma.\pi.D}{Z_1} \tag{3.20}$$

Avec :

- K_{b1} : coefficient de bobinage du stator pour le fondamental ;
- P: nombre de paires de pôles ;
- N : nombres de spires en série par phase du stator ;
- D : diamètre de l'entrefer (m);
- I_1 : courant statorique (en valeur efficace) (A) ;
- *L* : longueur active de la machine ;
- σ : Coefficient d'inclinaison ;
- Z_1 : nombre d'encoches au stator ;
- *y* : distance par rapport au centre du rayon (m);

La f.m.m. d'inclinaison maximale à une distance 'y' du centre du noyau, est :

$$F_{incmax} = F_1 + F_2 \tag{3.21}$$

$$F_{inc_{\max}} = 2F_{\max} \sin\left[\frac{\pi.p.\sigma.y}{Z_1.L}\right]$$
(3.22)

Le flux de fuites d'inclinaison par pôle dans une tôle de longueur axiale δy et à une distance y du centre du noyau est égal à la f.m.m en ce point divisée par la distance de l'entrefer.

$$\Phi_{inc} = \frac{\mu_0 . D. \delta y}{P.e} . F_{inc \max}$$
(3.23)

$$\Phi_{inc} = \frac{\mu_0 . D. \delta y}{P.e} . 2F_{\text{max}} \sin\left[\frac{\pi. p. \sigma. y}{Z_1 . L}\right]$$
(3.27)

Avec :

e : épaisseur de l'entrefer effectif (m)

 μ_0 : Perméabilité du vide (H/m)

Une fois le flux de fuite d'inclinaison connu, les pertes dues à celui-ci sont calculées en fonction des pertes spécifiques des tôles utilisées dans la construction du moteur.

3.4.3. Analyse des pertes en considérant les harmoniques d'ordre supérieur

Le schéma équivalent relatif aux harmoniques, utilisé par Chalmers et Sarkar [3], est représenté sur la figure (3.6). Les réactances sont fonction de la fréquence harmonique. La résistance rotorique à la fréquence des harmoniques en tenant compte de l'effet de peau, est donnée dans l'annexe C. Quant à la résistance statorique, elle reste constante vu que la section du fil du bobinage est petite. Toutes les pertes dues aux harmoniques peuvent être considérées comme des pertes additionnelles.

3.4.3.1 Pertes dans le cuivre

Au stator
$$P_{cu1k} = 3R_1 I_{1k}^2$$
 (3.24)

Au rotor $P_{cu2k} = 3R'_{2k} I^2_{2k}$ (3.25)

Avec :

 I_{1k} : courant statorique relatif à l'harmonique d'ordre k.

 I_{2k} : courant rotorique relatif à l'harmonique d'ordre k.

 R'_{2k} : résistance rotorique relative à l'harmonique d'ordre k corrigée pour l'effet de peau.

*R*₁: résistance du stator.

3.4.3.2. Pertes fer :

Celles-ci englobent les pertes par effet d'inclinaison et les pertes par effet d'extrémités [3]

A .Pertes dues au flux de fuite d'extrémités :

Une autre source de pertes est la présence des courants de Foucault dans les extrémités du moteur dus au flux de fuite aux extrémités. Or ces flux de fuite ont une allure très complexe qui rend difficile un calcul précis [13]. Les méthodes utilisées pour le calcul sont empiriques et peu convaincantes. Chalmers et Sarkar [3] ont développé une formule empirique où ils donnent ces pertes d'extrémités pour le stator et le rotor comme suit :

Au stator
$$P_{ext1,k} = A(I_{1,k}^*)^B . (f_{1,k}^*)^C$$
 (3.26)

Au rotor
$$P_{ext2,k} = A(I_{2,k}^*)^B \cdot (f_{2,k}^*)^C$$
 (3.27)

Où :

$$I_{1k}^* = \frac{I_{1k}}{I_{nominal}}$$
: Courant fondamental statorique en unité réduite.

$$f_{1,k}^* = \frac{f_{1,k}}{f_{nominal}}$$
: Fréquence fondamentale statorique en unité réduite.

$$I_{2,k}^* = \frac{I_{2,k}}{I_{nominal}}$$
: Courant fondamental rotorique en unité réduite.

$$f_{2,k}^* = \frac{f_{2,k}}{f_{nominal}}$$
: Fréquence fondamentale rotorique en unité réduite.
 $f_{2,k} = s_k f_{1,k}$, $f_{1,k} = k.f_1$

B. Pertes par effet d'inclinaison :

Elles sont calculées de la même façon que pour le fondamental, en substituant le courant harmonique dans l'expression :

$$\Phi_{inc} = \frac{\mu_0 \cdot D \cdot \delta y}{P \cdot e} \cdot 2F_{\max} \sin\left[\frac{\pi \cdot p \cdot \sigma \cdot y}{Z_1 \cdot L}\right]$$
(3.28)

où :
$$F_{\text{max}} = 1,35K_{b1}.\frac{N}{P}I_{1k}$$
 (3.29)

Les pertes spécifiques sont corrigées pour les fréquences harmoniques en utilisant l'expression suivante :

$$P(f) = P(50) \left(\frac{f}{50}\right)^{1/2}$$
(3.30)

3.4.4. Superposition des performances

Puisque nous considérons l'hypothèse de non saturation du circuit magnétique de la machine, la réponse du moteur à une tension non sinusoïdale est la somme des réponses individuelles aux différentes tensions harmoniques.

3.4.4.1. Courant total dans le stator et le rotor :

$$I_{1t} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{1k}^2}$$
(3.31)

$$I_{2t} = \sqrt{\sum_{k=1}^{\infty} I_{2k}^2}$$
(3.32)

3.4.4.2. Pertes totales dans le cuivre :

$$P_{cult} = 3r_1 I_{1t}^2 (3.33)$$

$$P_{cu2t} = 3.\sum_{k=1}^{\infty} r_{2k} I_{2k}^2$$
(3.34)

$$P_{cut} = P_{cu1t} + P_{cu2t} \tag{3.35}$$

3.4.4.3. Pertes fer totales normales :

Puisque la résistance R_m est négligée dans le schéma équivalent relatif aux harmoniques, seules les pertes fer dues au fondamental restent.

3.4.4.4. Pertes supplémentaires totales

-Pertes totales par effets d'extrémité :

Au Stator :

$$P_{ext1t} = \sum_{k=1}^{n} P_{ext1k}$$
(3.36)

Au rotor :

$$P_{ext2t} = \sum_{k=1}^{n} P_{ext2k}$$
(3.37)

$$P_{extt} = P_{ext1t} + P_{ext2t} \tag{3.38}$$

- Pertes totales par effet d'inclinaison :

Au stator :

$$P_{inc1t} = \sum_{k=1}^{n} P_{inc1k}$$
(3.39)

Au rotor :

$$P_{inc2t} = \sum_{k=1}^{n} P_{inc2k}$$
(3.40)

$$P_{inctt} = P_{inc1t} + P_{inc2t} \tag{3.41}$$

- Pertes totales dans le moteur :

$$P_{tot} = P_{cut} + P_{fer} + P_{extt} + P_{inct} + P_{rot}$$

$$(3.42)$$

- Couple résultant :

$$C_{opt} = \sum_{k=1}^{N} C_{opk} \tag{3.43}$$

3.5. Modèle modifié du circuit équivalent

V.B. HONSIGER [4] a proposé une méthode incorporant les pertes supplémentaires, dans un modèle statique de la machine, sous forme de résistances en parallèle avec des inductances de fuite. La résistance (R_m) associée à l'inductance magnétisante représente des pertes fer normales dans les tôles de la machine tandis que les résistances ($R_{LI,1}$, $R_{L2,I}$) en parallèles avec les inductances de fuite modélisant des pertes supplémentaires dans le stator et dans le rotor. Les circuits équivalents relatifs respectivement au fondamental et à l'harmonique sont représentés par les figures (3.7) et (3.8).



Figure (3.7) : Schéma équivalent modifié relatif à l'harmonique fondamental



Figure (3.8): Schéma équivalent modifié relatif à harmonique d'ordre k

Avec :

- s_k : Glissement d'harmonique
- *k* : ordre d'harmonique

 $R_{L1, k}$: résistance correspondant aux pertes additionnelles statoriques.

 $R_{L2,k}$: résistance correspondant aux pertes additionnelles rotoriques.

 $R'_{2,k}$: résistance du rotor à la fréquence harmonique (corrigée pour l'effet de peau).

 $R_{m,k}$: résistance correspondant aux pertes fer principales.

3.5.1. Estimation des valeurs des résistances :

Les expressions de $R_{L1,k}$, $R_{L2,k}$ et $R_{m1,k}$ de la figure (3.8) sont données dans la référence [49] ,elles sont fonction du glissement du moteur et de la fréquence d'alimentation .

$$R_{L1,k} = R_{L1,b} \frac{k f_1 (1 + k_e f_b)}{f_b (1 + k_e k f_1)}$$
(3.44)

$$R_{L2,k} = R_{L2,b} \frac{s_k \cdot k \cdot f_1 (1 + k_e s_b f_b)}{s_b f_b \cdot (1 + k_e s_k \cdot k \cdot f_1)}$$
(3.45)

$$R_{m1,k} = R_{m1,b} \cdot \frac{kf_1}{f_b} \cdot \frac{1 + k_e f_b}{1 + k_e \cdot kf_b}$$
(3.46)

 $k_e = k_f / k_h$: est une constante liée aux propriétés du matériau des tôles magnétiques. Elle est indépendante de la fréquence.

 k_f : coefficient des pertes par courants de Foucault.

 k_h : coefficient des pertes par hystérésis.

 f_1 : fréquence fondamentale (nominale).

Les paramètres portant l'indice 'b' sont des valeurs de base, généralement, égales aux valeurs nominales. Selon Honsinger [4], la résistance $R_{L1,b}$ est déterminée à partir de la relation ci-dessous :

$$P_{s} = R_{L1,b} \frac{X_{1}^{2} I_{1}^{2}}{X_{1}^{2} + R_{L1,b}^{2}}$$
(3.47)

où

 I_1 : courant nominal statorique

 P_s : les pertes additionnelles en régime permanent

L'estimation des pertes additionnelles P_s diffère d'un auteur à autre. Selon le 'British Standard' [10], elles sont estimées à 0,5% de la puissance absorbée. Selon Honsiger [4], Chalmers et Sarkar [3], elles varient entre 2.5% à 5% des pertes totales, en régime nominal et en alimentation sinusoïdale. La résolution de l'équation (3.47) donne deux valeurs de $R_{L1, b}$. Pour majorer les pertes, on choisit la valeur maximale.

3.5.2 Analyse des pertes en considérant l'harmonique fondamental :

A l'aide du schéma équivalent du moteur relatif au fondamental (k=1) représenté sur la figure (3.7), nous pouvons déterminer les courants au stator \bar{I}_{11} et au rotor \bar{I}_{21} . Leurs expressions sont les suivantes :

$$\bar{I}_{11} = \frac{\bar{V}_{11}}{\bar{Z}_{e1}}$$
(3.48)

et

$$\overline{I}_{21} = \overline{I}_{11} \cdot \frac{\overline{Z}_{m1}}{\overline{Z}_{21} + \overline{Z}_{m1}}$$
(3.49)

Où

 \overline{Z}_{21} : est l'impédance rotorique

 \overline{Z}_{e1} : est l'impédance d'entrée du moteur.

 \overline{Z}_{m1} : est l'impédance magnétisante

Nous avons énoncé au chapitre précédent que les pertes sont classées en deux catégories :

- pertes principales dites normales ;
- pertes supplémentaires dites additionnelles.

3.5.2.1 Pertes principales :

- les pertes fer principales au stator sont exprimées par la relation suivante :

$$P_{fer} = \frac{3.E_{1,1}^2}{R_m}$$

$$\overline{E}_{1,1} = \overline{V}_{11} - \overline{Z_{11}}.\overline{I}_{11}$$
(3.50)

- Pertes Joule au stator et au rotor sont :

$$P_{cu1} = 3R_1 I_{11}^2 \tag{3.51}$$

$$P_{cu2} = 3R_{21}I_{21}^2 \tag{3.52}$$

3.5.2.2. Les pertes additionnelles :

- au stator :

$$P_{add11} = 3. \frac{R_{L1,1} \cdot X_{11}^2}{R_{L1,1}^2 \cdot X_{11}^2} \cdot I_{11}^2$$
(3.53)

- au rotor :

$$P_{add\,21} = 3. \frac{R_{L2,1} \cdot X_{21}^2}{R_{L2,1}^2 \cdot X_{21}^2} \cdot I_{21}^2 \tag{3.54}$$

3.5.2.3 Pertes totales :

$$P_{tot} = P_{fer} + P_{cu1} + P_{cu2} + P_{add11} + P_{add21} + P_{mec}$$
(3.55)

3.5.3. Analyse des pertes en considérant les harmoniques d'ordre supérieur :

Tous les paramètres sont relatifs à l'harmonique considéré.

3.5.3.1. Pertes principales :

- Pertes fer :

$$P_{ferk} = \frac{3.E_k^2}{R_{m1k}}$$

$$\overline{E}_k = \overline{V}_k - \overline{Z}_{1k}.\overline{I}_{1k}$$
(3.56)

-Pertes Joule

au stator:
$$P_{cu1k} = 3R_1 I_{1k}$$
 (3.57)

au rotor: $P_{cu2k} = 3R'_{2k}I^2_{2k}$ (3.58)

3.5.3.2. Pertes additionnelles

au stator:

$$P_{add1k} = 3 \cdot \frac{I_{1k}^2 \cdot R_{L1,k} \cdot X_{1k}^2}{R_{L1,k}^2 \cdot X_{1k}^2}$$
(3.59)

au rotor

$$P_{add 2k} = 3. \frac{I_{2k}^2 R_{L2Sk} X_{2k}^{\prime 2}}{(R_{2kSk})^2 X_{2k}^{\prime 2}}$$
(3.60)

3.5.3.3. Superposition des pertes :

- Pertes fer totales :

$$P_{fer} = \sum_{k=1}^{\infty} P_{ferk} \tag{3.61}$$

- Les pertes joule totales :

Au stator :
$$P_{cu1} = 3R_1 I_{1k}^2$$
 (3.62)

Au rotor :
$$P_{cu2} = 3\sum_{k=1}^{n} R'_{2k} I_{2k}^{2}$$
 (3.63)

- Les pertes additionnelles totales :

Au stator :
$$P_{add1} = \sum_{k=1}^{n} P_{add1k}$$
 (3.64)

Au rotor :
$$P_{add2} = \sum_{k=1}^{n} P_{add2k}$$
 (3.65)

On ajoute les pertes mécaniques aux composantes précitées, les pertes totales seront donc :

$$P_{tot} = P_{fer} + P_{cu1} + P_{cu2} + P_{add1} + P_{add2} + P_{mec}$$
(3.66)

3.6. Description du programme de calcul

Un programme de calcul en Fortran est élaboré afin de prédéterminer, en régime permanent, les performances et particulièrement les pertes dans un moteur asynchrone alimenté par des tensions non sinusoïdales et cela, en utilisant les trois modèles décrits, notamment :

- le modèle relatif au schéma équivalent d'Alger, illustré par la figure (3.2)
- le modèle relatif au schéma équivalent standard, illustré par la figure (3.6)
- le modèle relatif au schéma équivalent modifié, illustré par la figure (3.8)

Le programme est composé d'un programme principal, où l'on trouve des instructions de lecture des fichiers de données, des instructions de conversions nécessaires en unités (S.I).le programme fait appel aussi à trois sous programmes CHALMER, HOSINGER et ALGER, qui permettent le calcul des pertes et des performances du moteur asynchrone étudié. Trois fonctions interviennent dans le programme INCLINAISON, SPECIFIQUE et RESFREQU. La première fonction calcule les pertes par effet d'inclinaison. Les pertes spécifiques correspondant à l'induction calculée sont données par la fonction SPECIFIQUE, en utilisant la caractéristique des tôles constituant la machine (les pertes spécifiques en fonction de l'induction maximale à 50 Hz), cette dernière est donnée par le constructeur Electro-Industries d'Azazga. La troisième fonction ETRESFREQU est appelée pour une correction de la résistance rotorique, pour l'effet de peau. L'organigramme, explicitant les différentes étapes utilisées dans le calcul, est présenté par la figure (3.9).





Figure (3.9) : Organigramme simplifié pour le calcul des pertes et des performances du moteur

3.7. Interprétation des résultats

Après avoir développé le programme informatique décrit dans ce même chapitre et appliqué aux trois modèles présentés au paravent, nous tenterons de mettre en évidence les effets d'une alimentation non sinusoïdale sur un moteur asynchrone à cage dont les spécifications sont données en annexe A. Ceci peut se faire en faisant une étude comparative des performances du moteur d'abord alimenté par une tension sinusoïdale, puis par une tension générée par l'onduleur en utilisant deux stratégies de commande, la première est la commande en pleine onde, la deuxième est la commande à MLI. L'amplitude du premier harmonique des tensions de la MLI est égale à l'amplitude de la tension sinusoïdale.

Dans le but d'étudier l'effet de ce type de commandes sur les pertes de la machine, nous avons choisi volontairement deux indices de modulation différents, m = 9 et m = 33 et un rapport de réglage en tension r = 0.8.

Les tableaux 3.1 et 3.2 illustrent les différentes composantes des pertes pour une marche à vide et en charge nominale des trois modèles étudiés. Dans un premier cas nous avons considéré une alimentation sinusoïdale de valeur efficace égale à 380 V et un glissement égal à 0.003. Dans le deuxième cas, nous prenons une alimentation en pleine onde au régime nominal de charge, pour un glissement s = 0.0466. Les colonnes 1, 2 et 3 représentent les composantes des pertes dues au fondamental, celles dus aux harmoniques et la différence entre elles respectivement.

Nous avons aussi relevé des courbes représentant les pertes, le couple et le rendement en fonction du glissement, pour les trois modèles électriques étudiés en utilisant les trois modes d'alimentation.

Le premier modèle considéré est le circuit équivalent qui tient comptes des harmoniques d'espace, figure (3.1). Ce modèle est le plus généralement admis quand des machines à induction sont alimentées par des tensions sinusoïdales. Comme il tient compte des harmoniques d'espace, un prolongement à ce modèle a été fait pour inclure les harmoniques de temps, figure (3.2).

Les grandeurs du tableau 3.2 montrent que les pertes cuivre sont très importantes. La courbe des pertes cuivre représentée par la figure (3.10) illustre que, plus l'indice de modulation de la MLI est grand, plus les pertes cuivre se rapprochent des pertes dans le cas d'une alimentation sinusoïdale. Au régime nominal, le calcul des pertes d'extrémité et des pertes d'inclinaison, en utilisant cette approche, s'est avéré faible comparé aux autres modèles (voir figure (3.11).

La figure (3.12) représente l'allure de la courbe des pertes fer en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger. Selon Cester [38], les pertes fer diminuent lorsque la fréquence de hachage augmente et qu'elles se rapprochent des pertes calculées en régime sinusoïdal.

Le programme développé est aussi utilisé pour évaluer l'effet des harmoniques d'espace sur le couple. Cette partie traitant l'influence des harmoniques d'espace est représentée par la caractéristique couple en fonction du glissement (figure (3.13a)). Celle-ci présente des fluctuations au voisinage du démarrage. La comparaison avec le couple fondamental montre que l'effet des harmoniques d'espace est négligeable pour le fonctionnement normal de la machine. Par contre la caractéristique du couple a tendance à diminuer lors du démarrage. Pour une meilleure illustration du phénomène, nous avons tracé sur la figure (3.13b) les courbes représentants les couples harmoniques ainsi que la somme de ces couples harmoniques.

Pour le cas du modèle conventionnel, les résultats obtenus montrent que les pertes cuivre sont aussi les plus importantes. Elles représentent à elles seules plus de 60% de toutes les pertes additionnelles dues aux harmoniques de temps. Cela démontre la nécessité de prendre en considération l'effet de peau dans la modélisation des machines destinées à être alimentées par des tensions non sinusoïdales. Des deux tableaux cités auparavant, nous remarquons que les pertes additionnelles qui représentent, la différence des pertes pour les deux alimentations sont de l'ordre de 17 %. Ceci peut être expliqué par le fait que le flux de fuite du aux harmoniques est appréciable. De plus, nous remarquons que ces pertes additionnelles totales (dues aux harmoniques) à vide et en charge sont identiques. Ce résultat est prévisible, car, selon Chalmers [3], ces pertes sont indépendantes de la charge. Cela peut être expliqué par le fait que le glissement relatif aux harmoniques est proche de l'unité.

En appliquant la même démarche pour le calcul des différentes composantes des pertes obtenues à partir du modèle modifié proposé par Hosinger [4], nous constatons que les pertes cuivre sont encore les plus grandes composantes et dans les mêmes proportions, plus de 60% de toutes les pertes dues aux harmoniques.

Nous avons présenté sur les figures (3.13a), (3.19a), (3.23a) le couple sur l'arbre du moteur et ceci, pour les trois modèles électriques décrits dans ce chapitre. Nous constatons clairement que les couples, se confondent pour tous les trois types d'alimentions utilisés ainsi que pour les deux valeurs de l'indice de modulation choisies dans le cas d'une alimentation à MLI.

L'évolution du rendement en fonction du glissement pour les trois modèles et pour les trois types d'alimentations est représenté par les figures (3.14), (3.19b), (3.23b), ces courbes

44

montrent clairement qu'il y a une diminution appréciable du rendement due aux harmoniques au régime nominal. La diminution est d'environ 2% pour la MLI d'indice de modulation m=33 et environ 3,5 % pour une alimentation en pleine onde. Ce résultat est justifié par l'augmentation des pertes dues aux harmoniques.

3.8. Conclusion

Nous avons présenté trois modèles électriques décrits au début de ce chapitre, notre objectif est de prédéterminer les pertes et les performances du moteur étudié pour trois types d'alimentation en tension suivantes :

- Alimentation sinusoïdale
- Alimentation en onde carrée
- Alimentation en MLI

Le premier modèle est celui proposé par ALGER [6], il nous permet, non seulement de calculer les pertes dues aux harmoniques générées par les alimentations non sinusoïdales, mais aussi, de calculer les pertes dues aux harmoniques d'espace, et de visualiser l'influence de ces harmoniques sur la caractéristique couple vitesse. Les résultats obtenus montrent que dans la zone de fonctionnement normal de la machine l'effet des harmoniques d'espace est faible. Mais lors d'un fonctionnement à faible vitesse, comme dans le cas d'un démarrage, la considération des harmoniques d'espace devient indispensable.

Le second modèle, est celui de Chalmers et Sarkar [3], il nous renseigne sur les origines de deux principales composantes des pertes additionnelles, dues aux effets d'inclinaison et aux effets d'extrémités.

Le circuit équivalent modifié représenté par le schéma de la figure (3.8) est une approche très complète pour expliquer les phénomènes physiques qui se produisent dans la machine. Ce dernier modèle est surtout intéressant pour une alimentation non sinusoïdale [4].

L'analyse des différentes pertes harmoniques obtenues à partir des modèles, indique l'importance de réduire au minimum les pertes cuivre, les pertes dues à l'inclinaison des encoches et de diminuer les pertes dues aux flux de fuites d'extrémités.

Nous constatons aussi que l'influence des harmoniques d'espace apparaît au voisinage du démarrage.

	Modèle d'Alger		Modèle de Chalmers et			Modèle de Honsinger			
	(M ₁)		Sarkar (M ₂)			(M ₃)			
	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart
		+harm			+harm			+harm	
Pertes cuivres (W)	116.92	204.07	87.15	115.49	196.25	80.76	117.45	193.09	77.64
Pertes fer (W)	169.89	173.17	3.28	171	171	0.0	170.99	173	2.01
Pertes d'extrémités	0.579	1.53	0.951	4.59	27.04	22.45			
(W)	00	0.55	0.55	0.615	1607	16.05			
d'inclinaison (W)	00	0.55	0.55	0.615	16.97	16.35			
Pertes additionnelles (W)							4.03	36.63	32.6
Pertes mécaniques (W)	50	50	0.0	50	50	0.0	50	50	0.0
Pertes totales (W)	337.39	429.32	91.93	341.75	461.26	119.56	340	452.93	112.25

 Tableau 3.1 : Différentes composantes des pertes pour une marche à vide du moteur asynchrone pour les trois modèles étudiés.

	Modèle d'Alger			Modèle de Chalmers et			Modèle de Honsinger		
	(M ₁)			Sarkar (M ₂)			(M ₃)		
	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart
		+harm			+harm			+harm	
Pertes cuivres	341.6	422.68	81.08	329.48	408.71	79.23	328.19	404.32	76.13
(W)									
Pertes fer(W)	153.26	153.53	0.27	153.26	153.26	0.0	157.93	161.33	3.4
Pertes	1.2	2.15	0.95	10.47	32.81	22.34			
d'extrémités									
(W)									
Pertes	0.093	0.643	0.55	0.9	17.24	16.34			
d'inclinaison									
(W)									
Pertes							11.21	43.74	32.53
additionnelles									
(W)									
Pertes	44.33	44.33	0.0	44.33	44.33	0.0	44.33	44.33	00
mécaniques									
(W)									
Pertes totales	540.48	626.33	85.85	538.45	656.36	117.91	541.66	653.72	112.06
(W)									

 Tableau 3.2 : Différentes composantes des pertes en charge nominale du moteur asynchrone pour les trois modèles étudiés



Figure (3.10) : Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger



Figure (3.11) : Pertes d'extrémités et pertes d'inclinaison relatif au modèle d'Alger



Figure (3.12) : Pertes fer relatif au modèle d'Alger



Figure (3.13) :Couple fondamental et couples harmonique d'espace en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger pour une inclinaison = au pas d'encoche.



Figure (3.14) Rendement relatif au modèle d'Alger



Figure (3.15) : Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.16) : Pertes fer en fonction du glissement relatif au modèle Chalmers



Figure (3.17) : Pertes d'extrémités et pertes d'inclinaison relatif au modèle Chalmers



Figure (3.18) : Pertes totales en fonction du glissement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.19) : Couple électromagnétique et Rendement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.20) Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle de Honsiger



Figure (3.21) Pertes fer et Pertes supplémentaires relatif au modèle de Honsiger



Figure (3.22) Pertes totales en fonction du glissement relatif au modèle Hosinger



Figure (3.23) : Couple électromagnétique et Rendement relatif au modèle de Hosinger

3.7. Interprétation des résultats

Après avoir développé le programme informatique décrit dans ce même chapitre et appliqué aux trois modèles présentés au paravent, nous tenterons de mettre en évidence les effets d'une alimentation non sinusoïdale sur un moteur asynchrone à cage dont les spécifications sont données en annexe A. Ceci peut se faire en faisant une étude comparative des performances du moteur d'abord alimenté par une tension sinusoïdale, puis par une tension générée par l'onduleur en utilisant deux stratégies de commande, la première est la commande en pleine onde, la deuxième est la commande à MLI. L'amplitude du premier harmonique des tensions de la MLI est égale à l'amplitude de la tension sinusoïdale.

Dans le but d'étudier l'effet de ce type de commandes sur les pertes de la machine, nous avons choisi volontairement deux indices de modulation différents, m = 9 et m = 33 et un rapport de réglage en tension r = 0.8.

Les tableaux 3.1 et 3.2 illustrent les différentes composantes des pertes pour une marche à vide et en charge nominale des trois modèles étudiés. Dans un premier cas nous avons considéré une alimentation sinusoïdale de valeur efficace égale à 380 V et un glissement égal à 0.003. Dans le deuxième cas, nous prenons une alimentation en pleine onde au régime nominal de charge, pour un glissement s = 0.0466. Les colonnes 1, 2 et 3 représentent les composantes des pertes dues au fondamental, celles dus aux harmoniques et la différence entre elles respectivement.

Nous avons aussi relevé des courbes représentant les pertes, le couple et le rendement en fonction du glissement, pour les trois modèles électriques étudiés en utilisant les trois modes d'alimentation.

Le premier modèle considéré est le circuit équivalent qui tient comptes des harmoniques d'espace, figure (3.1). Ce modèle est le plus généralement admis quand des machines à induction sont alimentées par des tensions sinusoïdales. Comme il tient compte des harmoniques d'espace, un prolongement à ce modèle a été fait pour inclure les harmoniques de temps, figure (3.2).

Les grandeurs du tableau 3.2 montrent que les pertes cuivre sont très importantes. La courbe des pertes cuivre représentée par la figure (3.10) illustre que, plus l'indice de modulation de la MLI est grand, plus les pertes cuivre se rapprochent des pertes dans le cas d'une alimentation sinusoïdale. Au régime nominal, le calcul des pertes d'extrémité et des pertes d'inclinaison, en utilisant cette approche, s'est avéré faible comparé aux autres modèles (voir figure (3.11).

43

La figure (3.12) représente l'allure de la courbe des pertes fer en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger. Cester [38] montre que les pertes fer diminuent lorsque la fréquence de hachage augmente et qu'elles se rapprochent des pertes calculées en régime sinusoïdal.

Le programme développé est aussi utilisé pour évaluer l'effet des harmoniques d'espace sur le couple. Cette partie traitant l'influence des harmoniques d'espace est représentée par la caractéristique couple en fonction du glissement (figure (3.13a)). Celle-ci présente des fluctuations au voisinage du démarrage. La comparaison avec le couple fondamental montre que l'effet des harmoniques d'espace est négligeable pour le fonctionnement normal de la machine. Par contre la caractéristique du couple a tendance à diminuer lors du démarrage. Pour une meilleure illustration du phénomène, nous avons tracé sur la figure (3.13b) les courbes représentants les couples harmoniques ainsi que la somme de ces couples harmoniques.

Pour le cas du modèle conventionnel, les résultats obtenus montrent que les pertes cuivre sont aussi les plus importantes. Elles représentent à elles seules plus de 60% de toutes les pertes additionnelles dues aux harmoniques de temps. Cela démontre la nécessité de prendre en considération l'effet de peau dans la modélisation des machines destinées à être alimentées par des tensions non sinusoïdales. Des deux tableaux cités auparavant, nous remarquons que les pertes additionnelles qui représentent, la différence des pertes pour les deux alimentations sont de l'ordre de 17 %. Ceci peut être expliqué par le fait que le flux de fuite du aux harmoniques est appréciable. De plus, nous remarquons que ces pertes additionnelles totales (dues aux harmoniques) à vide et en charge sont identiques. Ce résultat est prévisible, car, selon Chalmers [3], ces pertes sont indépendantes de la charge. Cela peut être expliqué par le fait que le glissement relatif aux harmoniques est proche de l'unité.

En appliquant la même démarche pour le calcul des différentes composantes des pertes obtenues à partir du modèle modifié proposé par Hosinger [4], nous constatons que les pertes cuivre sont encore les plus grandes composantes et dans les mêmes proportions, plus de 60% de toutes les pertes dues aux harmoniques.

Nous avons présenté sur les figures (3.13a), (3.19a), (3.23a) le couple sur l'arbre du moteur et ceci, pour les trois modèles électriques décrits dans ce chapitre. Nous constatons clairement que les couples, se confondent pour tous les trois types d'alimentions utilisés ainsi que pour les deux valeurs de l'indice de modulation choisies dans le cas d'une alimentation à MLI.

L'évolution du rendement en fonction du glissement pour les trois modèles et pour les trois types d'alimentations est représenté par les figures (3.14), (3.19b), (3.23b), ces courbes montrent clairement qu'il y a une diminution appréciable du rendement due aux harmoniques au régime nominal. La diminution est d'environ 2% pour la MLI d'indice de modulation m=33 et environ 3,5 % pour une alimentation en pleine onde. Ce résultat est justifié par l'augmentation des pertes dues aux harmoniques.

3.8. Conclusion

Nous avons présenté trois modèles électriques décrits au début de ce chapitre, notre objectif est de prédéterminer les pertes et les performances du moteur étudié pour trois types d'alimentation en tension suivantes :

- Alimentation sinusoïdale
- Alimentation en onde carrée
- Alimentation en MLI

Le premier modèle est celui proposé par ALGER [6], il nous permet, non seulement de calculer les pertes dues aux harmoniques générées par les alimentations non sinusoïdales, mais aussi, de calculer les pertes dues aux harmoniques d'espace, et de visualiser l'influence de ces harmoniques sur la caractéristique couple vitesse. Les résultats obtenus montrent que dans la zone de fonctionnement normal de la machine l'effet des harmoniques d'espace est faible. Mais lors d'un fonctionnement à faible vitesse, comme dans le cas d'un démarrage, la considération des harmoniques d'espace devient indispensable.

Le second modèle, est celui de Chalmers et Sarkar [3], il nous renseigne sur les origines de deux principales composantes des pertes additionnelles, dues aux effets d'inclinaison et aux effets d'extrémités.

Le circuit équivalent modifié représenté par le schéma de la figure (3.8) est une approche très complète pour expliquer les phénomènes physiques qui se produisent dans la machine. Ce dernier modèle est surtout intéressant pour une alimentation non sinusoïdale [4]. L'analyse des différentes pertes harmoniques obtenues à partir des modèles, indique l'importance de réduire au minimum les pertes cuivre, les pertes dues à l'inclinaison des encoches et de diminuer les pertes dues aux flux de fuites d'extrémités.

Nous constatons aussi que l'influence des harmoniques d'espace apparaît au voisinage du démarrage.

	Modèle d'Alger		Modèle de Chalmers et			Modèle de Honsinger			
	(M ₁)		Sarkar (M ₂)			(M ₃)			
	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart	fond	Fond	écart
		+harm			+harm			+harm	
Pertes cuivres (W)	116.92	204.07	87.15	115.49	196.25	80.76	117.45	193.09	77.64
Pertes fer (W)	169.89	173.17	3.28	171	171	0.0	170.99	173	2.01
Pertes	0.579	1.53	0.951	4.59	27.04	22.45			
d'extrémités									
(W)									
Pertes	00	0.55	0.55	0.615	16.97	16.35			
d'inclinaison									
(W)									
Pertes							4.03	36.63	32.6
additionnelles									
(W)									
Pertes	50	50	0.0	50	50	0.0	50	50	0.0
mécaniques									
(W)									
Pertes totales (W)	337.39	429.32	91.93	341.75	461.26	119.56	340	452.93	112.25

 Tableau 3.1 : Différentes composantes des pertes pour une marche à vide du moteur asynchrone pour les trois modèles étudiés.

	Modèle d'Alger (M ₁)			Modèle de Chalmers et Sarkar (M ₂)			Modèle de Honsinger (M ₃)		
	fond	Fond +harm	écart	fond	Fond +harm	écart	fond	Fond +harm	écart
Pertes cuivres (W)	341.6	422.68	81.08	329.48	408.71	79.23	328.19	404.32	76.13
Pertes fer(W)	153.26	153.53	0.27	153.26	153.26	0.0	157.93	161.33	3.4
Pertes d'extrémités (W)	1.2	2.15	0.95	10.47	32.81	22.34			
Pertes d'inclinaison (W)	0.093	0.643	0.55	0.9	17.24	16.34			
Pertes additionnelles (W)							11.21	43.74	32.53
Pertes mécaniques (W)	44.33	44.33	0.0	44.33	44.33	0.0	44.33	44.33	00
Pertes totales (W)	540.48	626.33	85.85	538.45	656.36	117.91	541.66	653.72	112.06

Tableau 3.2 : Différentes composantes des pertes en charge nominale du moteur asynchrone pour les trois modèles étudiés



Figure (3.10) : Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger



Figure (3.11) : Pertes d'extrémités et pertes d'inclinaison relatif au modèle d'Alger



Figure (3.12) : Pertes fer relatif au modèle d'Alger

Figure (3.16) Pertes joules totales en fonction du glissement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.13) :Couple fondamental et couples harmonique d'espace en fonction du glissement relatif au modèle d'Alger pour une inclinaison = au pas d'encoche.



Figure (3.14) Rendement relatif au modèle d'Alger



Figure (3.15) : Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.16) : Pertes fer en fonction du glissement relatif au modèle Chalmers



Figure (3.17) : Pertes d'extrémités et pertes d'inclinaison relatif au modèle Chalmers



Figure (3.18) : Pertes totales en fonction du glissement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.19) : Couple électromagnétique et Rendement relatif au modèle de Chalmers



Figure (3.20) Pertes joule totales en fonction du glissement relatif au modèle de Honsiger



Figure (3.21) Pertes fer et Pertes supplémentaires relatif au modèle de Honsiger



Figure (3.22) Pertes totales en fonction du glissement relatif au modèle Hosinger



Figure (3.23) : Couple électromagnétique et Rendement relatif au modèle de Hosinger

CHAPITRE 4

Modélisation de l'ensemble convertisseur Machine Asynchrone en vue d'étudier les couples pulsatoires

4.1. Introduction :

L'objectif principal de ce chapitre est l'étude des couples pulsatoires dans les machines asynchrones alimentées par des onduleurs de tension.

Nous présentons dans un premier temps le modèle de Park de la machine asynchrone pour aboutir à un modèle d'état en vue de la simulation.

L'onduleur de tension est modélisé par une matrice de connexion où les composants semi-conducteurs sont considérés comme des interrupteurs parfaits (commutation instantanée, chute de tension nulle).

Un développement analytique nous permettra d'établir l'expression du couple électromagnétique en régime harmonique.

4.2. Modélisation de la machine asynchrone triphasée

4.2.1. Hypothèses :

La modélisation de la machine asynchrone est établie sous les hypothèses simplificatrices suivantes, [41-46].

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme en négligeant l'effet de l'encochage.

- La saturation du circuit magnétique, l'hystérésis et les courants de Foucault peuvent être négligés.

- l'influence de l'échauffement sur les caractéristiques n'est pas prise en compte ;

-On admet de plus que la force magnétomotrice créée par chacune des phases du stator et du rotor est à répartition spatiale sinusoïdale.

4.2.2. Equations générales de la machine :

4.2.2.1 Equations électriques:

Les équations électriques des trois phases statoriques et des trois phases rotoriques s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_s \end{bmatrix}$$
(4.1)

$$[V_r] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt}[\Phi_r]$$
(4.2)

En notant par :

vue d'étudier les couples pulsatoires

$\begin{bmatrix} V_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A & V_B & V_C \end{bmatrix}^T$;	$\begin{bmatrix} V_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a & V_b \end{bmatrix}$	V_c] ^T
$\begin{bmatrix} I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_A & I_B & I_C \end{bmatrix}^T$;	$\begin{bmatrix} I_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_a & I_b \end{bmatrix}$	I_c] ^T
$\begin{bmatrix} \Phi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_A & \Phi_B & \Phi_C \end{bmatrix}^T$;	$\left[\Phi_{r}\right] = \left[\Phi_{a} \Phi_{a}\right]$	$[\Phi_c]^T$

Les résistances statoriques et rotoriques de la machine asynchrone sont données par les matrices suivantes :

$$R_{s} = \begin{bmatrix} R_{s} & 0 & 0 \\ 0 & R_{s} & 0 \\ 0 & 0 & R_{s} \end{bmatrix} \qquad ; \qquad R_{r} = \begin{bmatrix} R_{s} & 0 & 0 \\ 0 & R_{r} & 0 \\ 0 & 0 & R_{r} \end{bmatrix}$$

4.2.2.2. Equations magnétiques:

Les hypothèses que nous avons présentées conduisent à des relations linéaires entre le flux et les courants. Elles sont exprimées sous forme matricielle comme suit:

$$\begin{bmatrix} \Phi_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{sr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_r \end{bmatrix}$$
(4.3)

$$[\Phi_r] = [M_{rs}][I_s] + [L_{rr}][I_r]$$
(4.4)

Les quatre matrices d'inductances s'écrivent alors :

$$\begin{bmatrix} L_{ss} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & M_s & M_s \\ M_s & l_s & M_s \\ M_s & M_s & l_s \end{bmatrix} \qquad ; \qquad \begin{bmatrix} L_{rr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & M_r & M_r \\ M_r & l_r & M_s \\ M_r & M_r & l_r \end{bmatrix}$$

 l_s : Inductance propre d'une phase statorique.

 l_r : Inductance propre d'une phase rotorique.

- M_s : inductance mutuelle entre phases statoriques.
- M_r : inductance mutuelle entre phases rotoriques.
- θ : Angle électrique entre la phase statorique as et la phase ar rotorique.

La matrice des inductances mutuelles entre les phases du stator et du rotor dépend de la position angulaire θ entre l'axe du stator et celui du rotor, elle s'écrit :
$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^{T} = M_{0} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos\theta \end{bmatrix}$$
(4.5)

 M_0 : Mutuelle inductance maximale entre une phase statorique et une phase rotorique.

En introduisant les équations (4.3) et (4.4) dans (4.1) et (4.2) nous obtenons le système d'équation électrique nécessaire à l'étude du fonctionnement de la machine dans tous les régimes.

$$[V_{sabc}] = [R_s][I_s] + \frac{d}{dt} \{ [L_{ss}][I_s] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{sr}][I_r] \}$$
(4.6)

$$[V_{rabc}] = [R_r][I_r] + \frac{d}{dt} \{ [L_{rr}][I_r] \} + \frac{d}{dt} \{ [M_{rs}][I_s] \}$$
(4.7)

Les équations différentielles de la machine asynchrone triphasée sont à coefficients variables. La résolution numérique de ces équations est relativement complexe. On utilise alors des transformations mathématiques qui permettent de décrire le comportement de la machine à l'aide d'équations différentielles à coefficients constants.

Les transformations utilisées doivent concerner la puissance instantanée et la réciprocité des inductances mutuelles. Parmi ces transformations, nous citons celle de Park, de Concordia et de Clarke

4.2.3. Transformation de Park :

La transformation de la machine triphasée en une machine biphasée consiste à remplacer les enroulements triphasés (a, b, c) par deux enroulements l'un sur l'axe direct (d) et l'autre sur l'axe en quadrature (q). La transformation qui traduit ce passage du système triphasé au système (d, q) est dite transformation de Park donnée par l'équation (4.8). Elle consiste à appliquer aux courants, aux tensions et aux flux, un changement de variable faisant intervenir l'angle entre l'axe des enroulements et les axes d et q conformément à la

faisant intervenir l'angle entre l'axe des enroulements et les axes d et q conformément à la figure (4.1).

$$P[\theta] = \left(\frac{2}{3}\right) \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$
(4.8)

La transformée inverse est :

$$[P(\theta)]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 1\\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & 1\\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix}$$
(4.9)

Cette transformation ne permet pas de conserver l'expression de la puissance en passant d'un système réel (a, b, c) à un système fictif (d, q, o). Pour avoir la conservation de l'expression de la puissance dans les deux systèmes, il faut que la matrice dans P (θ) soit orthonormée. Il suffit donc de remplacer les coefficients 2/3 et 1/2 respectivement par $\sqrt{\frac{2}{3}}$ et 1

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$
 [49,50]

$$[P(\theta)] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

(4.10)

Et

$$\begin{bmatrix} P(\theta) \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} P(\theta) \end{bmatrix}^T = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{vmatrix}$$
(4.11)

Dans le cas d'un système de courant, la transformation s'écrit :

$$\left[I_{dq0}\right] = \left[P(\theta)\right] \left[I_s\right] \tag{4.12}$$

$$\left[I_{s}\right] = \left[P(\theta)\right]^{-1} \left[I_{dq0}\right] \tag{4.13}$$

Celle des tensions :

$$\left[V_{dq0}\right] = \left[P(\theta)\right] \left[V_{s}\right] \tag{4.14}$$

$$[V_{s}] = [P(\theta)]^{-1} [V_{dq0}]$$
(4.15)

Celle des flux :

$$\left[\Phi_{dq0}\right] = \left[P(\theta)\right] \left[\Phi_s\right] \tag{4.16}$$

$$\left[\Phi_{s}\right] = \left[P(\theta)\right]^{-1} \left[\Phi_{dq0}\right] \tag{4.17}$$

Deux transformations de Park sont définies à partir de la matrice (4.10) dans laquelle l'angle θ est remplacé par θ_s pour le stator et par θ_r pour le rotor.



Fig. 4.1. : Mode biphasé de Park de la machine asynchrone

On désigne par :

- θ_s : L'angle électrique ($\overrightarrow{as}, \overrightarrow{od}$),
- θ_r : L'angle électrique $(\overrightarrow{ar}, \overrightarrow{od})$.

Nous avons la relation $\theta = \theta_s - \theta_r$, où θ est l'angle entre l'axe de la phase *as* et la phase *ar*.

$$\begin{bmatrix} I_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_d & , i_q & , i_0 \end{bmatrix}^T$$
(4.18)

$$\begin{bmatrix} V_{dq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_d & V_q & V_0 \end{bmatrix}^T$$
(4.19)

Après transformation, les équations deviennent :

Les équations aux tensions :

$$\begin{cases} V_{ds} = R_s I_{ds} + \frac{d\Phi_{ds}}{dt} - \Phi_{qs} \frac{d\theta_s}{dt} \\ V_{qs} = R_s I_{qs} + \frac{d\Phi_{qs}}{dt} + \Phi_{ds} \frac{d\theta_s}{dt} \end{cases}$$
(4.20)

$$\begin{cases} V_{dr} = 0 = R_r I_{dr} + \frac{d\Phi_{dr}}{dt} - \Phi_{qr} \frac{d\theta_r}{dt} \\ V_{qr} = 0 = R_r I_{qr} + \frac{d\Phi_{qr}}{dt} + \Phi_{dr} \frac{d\theta_r}{dt} \end{cases}$$
(4.21)

Pour les flux :

$$\begin{bmatrix} \Phi_{ds} \\ \Phi_{dr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{ds} \\ I_{dr} \end{bmatrix}$$
(4.22)

$$\begin{bmatrix} \Phi_{qs} \\ \Phi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{qr} \end{bmatrix}$$
(4.23)

Avec :

 $L_s = l_s - M_s$: Inductance propre cyclique du stator.

 $L_r = l_r - M_r$: Inductance propre cyclique du rotor.

$$M = \frac{3}{2}M_0$$
: Inductance mutuelle cyclique entre stator et rotor.

4.3. Expression de la puissance et du couple électromagnétique :

La puissance électrique instantanée « P_e » fournie aux enroulements statoriques et rotoriques s'exprime en fonction des grandeurs d'axes (d ; q).

$$P_{e} = V_{ds} \cdot i_{ds} + V_{sq} \cdot i_{sq} + V_{rd} \cdot i_{rd} + V_{rq} \cdot i_{rq}$$
(4.24)

Elle se décompose ainsi en trois séries de termes :

- le premier représente la puissance dissipée en pertes Joule au stator et au rotor:

$$R_{S}(i_{Sd}^{2}+i_{Sq}^{2})+R_{r}(i_{rd}^{2}+i_{rq}^{2})$$

-le second représente la variation par unité de temps de l'énergie magnétique emmagasinée.

$$I_{sd}\left(\frac{d\Phi_{sd}}{dt}\right) + I_{sq}\left(\frac{d\Phi_{sq}}{dt}\right) + I_{rd}\left(\frac{d\Phi_{rd}}{dt}\right) + I_{rq}\left(\frac{d\Phi_{rq}}{dt}\right)$$

-le troisième terme représente la puissance électrique « P_m » transformée en puissance mécanique à l'intérieur de la machine.

$$P_m = \left(\Phi_{Sd}.I_{Sq} - \Phi_{Sq}.I_{Sd}\right) \left(\frac{d\theta_s}{dt}\right) + \left(\Phi_{rd}.I_{rq} - \Phi_{rq}.I_{rd}\right) \left(\frac{d\theta_r}{dt}\right)$$
(4.25)

L'expression du couple électromagnétique est :

$$C_{em} = P\left(\Phi_{Sd} \cdot I_{Sq} - \Phi_{Sq} \cdot I_{Sd}\right) \tag{4.26}$$

On peut aboutir à plusieurs expressions du couple, en faisant appel aux flux ou aux courants :

$$C_{em} = PM(I_{rd}.I_{sq} - I_{rq}.I_{Sd})$$
(4.27)

$$C_{em} = P\left(\Phi_{rq}.I_{rd} - \Phi_{rd}.I_{rq}\right)$$
(4.29)

$$C_{em} = P \frac{M}{L_r} \left(\Phi_{rd} I_{sq} - \Phi_{rq} I_{Sd} \right)$$
(4.30)

Equation du mouvement :

L'expression décrivant la dynamique de la partie mobile de la machine est :

$$C_{em} - C_r - f\Omega = J \frac{d\Omega}{dt}$$
(4.31)

 $\Omega = \frac{\omega_r}{p}$: Vitesse de rotation.

J: Moment d'inertie totale de la partie tournante.

P : Nombre de paires de pôles.

C_{em} : Couple électromagnétique.

C_r : Couple résistant

f: Coefficient de frottement.

4.4. Modèle de la machine par la représentation d'état :

La représentation d'état est un outil utile à la description des systèmes, à leur analyse et à la synthèse des lois de commande.

Les équations du système décrit aux paragraphes précédents, peuvent alors être mises sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \bullet \\ X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \end{bmatrix} + B \begin{bmatrix} U \end{bmatrix}$$
(4.32)

Avec :

- [X] : Vecteur d'état
- [U] : Vecteur de commande
- [A] : Matrice fondamentale qui caractérise le système.
- [*B*] : Matrice d'application de la commande.

Plusieurs façons sont possibles pour le choix du vecteur d'état. Dans notre cas, les variables d'état sont : les flux (Φ_{dr} ; Φ_{qr}), les courants I_{sd} ; I_{sq} et la vitesse Ω . Le système deviendra :

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}I_{sd}\\I_{sq}\\\Phi_{dr}\\\Phi_{qr}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}
-\left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{T_s\sigma}\right) & \omega_s & \left(\frac{1}{T_rM} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) & \left(\frac{1}{M} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\omega_r \\
-\omega_s & \left(\frac{1}{T_s\sigma} + \frac{1-\sigma}{T_s\sigma}\right) & -\left(\frac{1}{M} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma}\right)\omega_r & \left(\frac{1}{T_rM} \cdot \frac{1-\sigma}{\sigma}\right) \\
\frac{M}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_R} & \omega_{sl} \\
0 & \frac{M}{T_r} & \omega_{sl} & -\frac{1}{T_r}\end{bmatrix} \begin{bmatrix}I_{ds}\\I_{qs}\\\Phi_{dr}\\\Phi_{qr}\end{bmatrix} \\
+ \begin{bmatrix}\frac{1}{\sigma L_s} & 0\\0 & \frac{1}{\sigma L_s}\\0 & 0\end{bmatrix} \begin{bmatrix}V_{sd}\\0\\0\end{bmatrix} \qquad (4.33)$$

Où :

$$\omega_r = p\Omega$$

 $\omega_{sl} = \omega_s - \omega_r$
 $T_r = \frac{L_r}{R_r}$: Constante de temps rotorique.
 $T_s = \frac{L_s}{R_s}$: Constante de temps statorique.

De plus, l'équation du couple électromagnétique, fonction du flux rotorique et des courants statoriques est :

$$C_{em} = P \frac{M}{L_r} \left(\Phi_{dr} . I_{qS} - \Phi_{qr} . I_{dS} \right)$$

$$\tag{4.34}$$

L'équation du mouvement du système est:

$$\frac{d}{dt}(\Omega) = \frac{1}{J} \left(C_{em} - Cr - K_f \Omega \right)$$
(4.35)

4.5. Modélisation de l'alimentation

La tension continue de l'onduleur est délivrée par un redresseur à diodes ou à thyristors. Dans notre cas, le bloc source d'alimentation est une tension continue représentée par l'équation mathématique :

$$V = E = constante$$

4.5.1. Modélisation de l'onduleur de tension

Le schéma structurel d'un onduleur triphasé à deux niveaux est illustré par la figure (4.2). Nous supposons dans notre étude que

- La commutation des interrupteurs est instantanée (l'effet de l'empiètement est négligé);
- La chute de tension aux bornes des interrupteurs est négligeable .

Le modèle de l'onduleur a pour rôle de fournir une relation entre les grandeurs électriques des parties alternatives et continues en fonction des grandeurs de commande. L'état d'un interrupteur est représenté par une fonction de connexion. On définit ainsi une fonction de connexion pour chaque interrupteur.

$$F_{ks} = \begin{cases} 1 & \text{si l'interrupteur est fermé} \\ 0 & \text{si l'interrupteur est ouvert} \end{cases}$$

Avec

k: est l'indice qui précise le bras concerné (k = 1, 2, 3).

s : est l'indice qui indique l'emplacement vertical dans un bras (s = 1,2)

$$\Rightarrow \qquad V_{ks} = (1 - F_{ks}) U_f \tag{4.36}$$



Figure (4.2) : Onduleur de tension triphasé

Si l'onduleur est alimenté par une source de tension continue constante d'amplitude *E*, les expressions des tensions composées seront :

$$u_{12} = v_{sa} - v_{sb} = v_{21} - v_{11} \tag{4.37}$$

$$u_{23} = v_{sb} - v_{sc} = v_{31} - v_{21} \tag{4.38}$$

$$u_{31} = v_{sc} - v_{sa} = v_{11} - v_{31} \tag{4.39}$$

En introduisant les fonctions de connexion, ces expressions deviennent :

$$\begin{bmatrix} u_{12} \\ u_{23} \\ u_{31} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{23} \\ m_{31} \end{bmatrix}$$
(4.40)

Où

 m_{12} , m_{23} et m_{31} représentent respectivement les fonctions composées de conversion propres aux grandeurs de sortie u_{12} , u_{23} et u_{31} .

Avec:

$$\begin{bmatrix} m_{12} \\ m_{23} \\ m_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix}$$

Si on admet que les tensions simples du récepteur forment un système triphasé équilibré, il découle que :

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} n_a \\ n_b \\ n_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} E \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix}$$
(4.41)

Où

 n_a , n_b et n_c représentent respectivement les fonctions simples de conversion propre aux grandeurs de sortie v_{sa} v_{sb} et v_{sc} .

Avec:

$$\begin{bmatrix} n_a \\ n_b \\ n_c \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{21} \\ F_{31} \end{bmatrix}$$

4.6. Modélisation de la commande

4.6.1. Commande en pleine onde

La commande pleine onde est une commande qui génère un système triphasé équilibré de signaux. Il faut au moins qu'un des trois interrupteurs qui sont reliés au même point de la source d'alimentation soit fermé pour assurer l'alimentation en permanence de la charge , et que les deux interrupteurs de même bras ne soient jamais fermé au même temps, afin de ne pas court-circuiter la source. Ainsi les interrupteurs sont alternativement ouverts et fermés pendant la moitié de la période [47,49]. Ce type de commande est simple, mais elle génère un très grand nombre d'harmoniques de tension et de courant, ceci nuit au transfert d'énergie de la source à la charge. Par conséquent, on obtient trois ondes carrées de tensions décalées de $2 \pi/3$ aux bras de l'onduleur et dont l'amplitude est égale à la tension continue (E). Notre étude est basée sur la commande à 180°.

4.6.2. Commande à MLI (Modulation de Largeur d'Impulsion)

La modulation de largeur d'impulsions (MLI) consiste à générer par alternance de la tension alternative, une tension composée de plusieurs créneaux de largeurs variables. Contrairement à la stratégie en pleine onde, elle permet un fondamental de tension variable en amplitude et en fréquence.

4.6.2.1 la MLI sinus trianglaire :

La technique la plus courante est la MLI dite naturelle ou en sinus-triangle. Celle-ci utilise le principe d'intersection entre une référence de fréquence fs, appelée modulante, et un signal triangulaire de haute fréquence f_p , appelée la porteuse, pour déterminer les instants de commutation. Le schéma de principe est donné par la figure (4.3) :

La commande MLI est caractérisée par deux paramètres:

- L'indice de modulation *m* qui est égal au rapport de la fréquence de la modulatrice sur la fréquence de la référence.

$$m = f_p / f_{réf}$$

- le coefficient de réglage en tension r est défini comme étant le rapport de l'amplitude de la référence (V_{\max}) à celle de la porteuse $(V_{p\max})$.

Si m est impair, la tension de sortie contient seulement des harmoniques impairs, centrés autour des multiples de la fréquence de commutation. De plus, si m est multiple de 3, les harmoniques multiples de 3 qui sont présents sur les tensions de branche disparaissent de la tension de phase. La modulation est dite synchrone si l'indice m est entier, dans le cas contraire la modulation est dite asynchrone.



Figure (4.3) : Principe de la MLI Sinus-Triangle

4.7. Comportement des moteurs asynchrones en régime non sinusoïdal

Lorsque l'alimentation n'est pas sinusoïdale, elle entraîne des harmoniques de courant et de tension qui vont modifier le comportement de la machine. Des champs tournants harmoniques apparaîtront et donneront naissance à des couples parasites.

Les calculs des harmoniques de courant et les pulsations de couple peuvent être très difficiles dans certains cas et de nombreux auteurs [22, 35,39] préfèrent dans ce cas, les effectuer à l'aide de méthodes numériques. Nous allons utiliser ici, des méthodes analytiques pour mieux comprendre la nature des phénomènes et aboutir à des formules simples.

4.7.1. Expression du couple

Dans ce chapitre nous avons donné plusieurs expressions du couple dans le modèle de Park. En utilisant les grandeurs réelles de la machine, nous établissons l'expression du couple électromagnétique. Pour cela nous utilisons la dérivée de la coénergie par rapport à l'angle θ [8, 51,52].

$$Ce = \frac{\partial W_{cm}}{\partial \theta} = (i_{s1} \cdot i_{s2} \cdot i_{s3}) \frac{\partial (M_{sr})}{\partial \theta} \begin{vmatrix} i_{r1} \\ i_{r2} \\ i_{r3} \end{vmatrix}$$
(4.42)

L'angle θ caractérise la position angulaire du rotor par rapport au stator, M_{sr} est la matrice inductance mutuelle représentée par l'équation (4.5).

$$\frac{\partial(M_{sr})}{\partial\theta} = -M \begin{bmatrix} \sin\theta & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin(\theta) & \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin(\theta) \end{bmatrix}$$
(4.43)

Nous remplaçons l'expression de cette matrice dans l'expression (4.42). Après certaines transformation nous obtenons l'expression du couple comme suit :

$$Ce = -pM \{ (i_{s1}i_{r1} + i_{s2}i_{r2} + i_{s3}i_{r3}) \sin \theta + (i_{s1}i_{r2} + i_{s2}i_{r3} + i_{s3}i_{r1}) \sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) + (i_{s1}i_{r3} + i_{s2}i_{r1} + i_{s3}i_{r2}) \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \}$$

$$(4.44)$$

Avec :

$$\theta = (1-s) \omega t$$

 $M = 2l_m/3$: mutuelle inductance entre le stator et le rotor lorsque leurs axes sont alignés.

 i_{s1} , i_{s2} , i_{s3} : courants équilibrés des trois phases au stator

 i_{r1} , i_{r2} , i_{r3} : courants équilibrés des trois phases au rotor

La décomposition, en série de Fourier des tensions de chaque phase du stator d'une machine asynchrone est :

$$v_{s1}(t) = \sum_{k \in n} V_{s1k} \cdot \sin(\omega_{sk} \cdot t)$$

$$v_{s2}(t) = \sum_{k \in n} V_{s2k} \cdot \sin\left(\omega_{sk} - k\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$v_{s3}(t) = \sum_{k \in n} V_{s3k} \cdot \sin\left(\omega_{sk} \cdot t - k\frac{4\pi}{3}\right)$$
(4.45)

Où :

 $\omega_{sk} = k.\omega_s$: Pulsation des composantes harmoniques des tensions

k :est l'ordre harmonique

 ω_s : est la pulsation des tensions et courants statoriques.

 V_{sk} : est l'amplitude maximale des composantes harmoniques des tensions.

Les courants peuvent aussi être décomposés en série de Fourier, faisant apparaître, lorsque les produits de séries sont effectués, des couples de "nature" différentes.

$$i_{s1}(t) = \sum_{k \in n} I_{sk} \cdot \sin\left(\omega_{sk} \cdot t + \theta_{s(k)}\right)$$

$$i_{s2}(t) = \sum_{k \in n} I_{sk} \cdot \sin\left(\omega_{sk} \cdot t + \theta_{s2(k)} - k\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{s3}(t) = \sum_{k \in n} I_{sk} \cdot \sin\left(\omega_{sk} \cdot t + \theta_{s3(k)} - k\frac{4\pi}{3}\right)$$
(4.46)

Avec

 I_{sk} : est l'amplitude maximale des composantes des courants statoriques d'ordre k $\theta_{s(k)}$: est l'angle de phase des composantes des courants au stator par rapport aux composantes des tensions d'ordre k.

Les harmoniques de courant d'ordre 6k+1 donnent naissance à une répartition de force magnétomotrice tournant dans le même sens que le champ fondamental à la vitesse $n\Omega_s$. Les harmoniques d'ordre 6k-1 donnent naissance à une répartition de force magnétomotrice tournant en sens inverse du champ fondamental la vitesse $-n\Omega_s$.

Le champ tournant d'ordre k induit dans le rotor un courant de pulsation $\omega_{rk} = s_k (k\omega_s)$ Où s_k représente le glissement du rotor par rapport au champ tournant d'ordre k.

$$i_{r1}(t) = \sum_{k \in n} I_{rk} \cdot \sin\left(\omega_{rk} \cdot t + \theta_{r(k)}\right)$$

$$i_{r2}(t) = \sum_{k \in n} I_{rk} \cdot \sin\left(\omega_{rk} \cdot t + \theta_{r2(k)} - k \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$i_{r3}(t) = \sum_{k \in n} I_{rk} \cdot \sin\left(\omega_{rk} \cdot t + \theta_{r3(k)} - k \frac{4\pi}{3}\right)$$
(4.47)

Où :

 I_{rk} : est l'amplitude maximale des composantes des courants rotor d'ordre k;

 $\theta_{r(k)}$: est l'angle de phase des composantes des courants au rotor par rapport aux composantes des tensions d'ordre k.

Nous remplaçons, l'expression de θ et de M et celles des courants donnés par les équations (4.46) et (4.47) dans l'équation (4.44). En effectuant produits et regroupements, le couple s'écrit :

$$Ce=3p.lm \sum_{ks} \sum_{kr} \{I_{s} (ksf).I_{r} (krf).sin ((ksf-krf).\omega_{s}.t+\theta_{s} (ksf) - \theta_{r} (krf)) - I_{s} (ksb).I_{r} (krb).sin ((ksf-krb).\omega_{s}.t+\theta_{s} (ksb) - \theta_{r} (krb)) - I_{s} (ksf).I_{r} (krb).sin ((ksf+krb).\omega_{s}.t+\theta_{s} (ksf) + \theta_{r} (krb)) + I_{s} (ksb).I_{r} (krf).sin ((ksb+krf).\omega_{s}.t+\theta_{s} (ksb) + \theta_{r} (krf))\}$$

$$(4.48)$$

Où

ksf, krf = 6n+1 représentent l'ordre harmonique du stator et du rotor qui induisent des champs tournants directs avec n = 0, 1, 2, ...

ksb, krb = 6n-1 sont les harmoniques du stator et du rotor qui induisent des champs tournants en sens inverse, avec n = 1, 2, 3, ...

L'équation (4.48) représente tous les calculs possibles du couple produit par l'interaction des courants stator avec ceux du rotor.

a) action entre fondamentaux (rotor et stator) :

Quand ksf = krf = l, le premier terme de l'équation (4.48) est le couple permanent en sinusoïdal. On trouvera son expression dans toute la littérature en électrotechnique écrite sous différentes formes.

b) action entre harmoniques de même rang :

Il s'agit des couples entre harmoniques de même rang. Ces couples, engendrés par les harmoniques, se superposent au couple fondamental. En général, lorsque ksf = krf et ksb = krb, les deux premiers termes de l'équation (4.48) représentent les couples constants. Ils sont soit moteurs soit résistants, leurs ordres de grandeur sont très faibles comparés à celui du fondamental.

c) action entre harmoniques stator et rotor de différent ordre :

Si l'ordre des harmoniques du stator et du rotor respectivement est différent (ksf $\neq krf$ et $ksb \neq krb$), tous les quatre termes de l'équation (4.48) représentent des couples pulsatoires, que nous allons étudier plus en détail.

• Cas où ksf = krf = 6n+1

Pour mieux comprendre le phénomène d'interaction des courants harmoniques stator et rotor, nous donnons un exemple entre le fondamental du courant statorique ksf = 1 et le courant rotorique krf = 7.

Soient les courants fondamentaux au stator :

$$i_{s1} = I_{1}\sqrt{2}\sin(\omega_{s}t + \theta_{s1})$$

$$i_{s2} = I_{1}\sqrt{2}\sin(\omega_{s}t + \theta_{s1} - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{s3} = I_{1}\sqrt{2}\sin(\omega_{s}t + \theta_{s1} - \frac{4\pi}{3})$$
(4.49)

Les courants au rotor d'ordre 7 :

$$i_{r17} = I_{r(7)} \sqrt{2} \sin(7s_7 \omega_s t + \theta_{r(7)})$$

$$i_{r27} = I_{r(7)} \sqrt{2} \sin(7s_7 \omega_s t + \theta_{r(7)} - \frac{2\pi}{3})$$

$$i_{r37} = I_{r(7)} \sqrt{2} \sin(7s_7 \omega_s t + \theta_{r(7)} - \frac{4\pi}{3})$$

$$(4.50)$$

Si on remplace les expressions des équations (4.49) et (4.50) dans celle du couple donnée par l'équation (4.44), nous aurons :

$$C_{e(1,7)} = -pM (i_{s1}i_{r17} + i_{s2}i_{r27} + i_{s3}i_{r37}) \sin [(1-s) \omega_s t]$$

- pM (i_{s1}i_{r27} + i_{s2}i_{r37} + i_{s3}i_{r17}) \sin [(1-s) \omega_s t + 2\pi/3] (4.51)
-pM (i_{s1}i_{r37} + i_{s2}i_{r17} + i_{s3}i_{r37}) \sin ([(1-s) \omega_s t + 4\pi/3])

Tout calcul fait, sachant que, dans ce cas :

$$7s_7 = 7(1 - \frac{1}{7} + \frac{s}{7})$$
$$7s_7 = (7 - 1) + s_7$$

Alors

$$C_{e(l,7)} = +3p \, l_m \, I_{s1} \, I_{r(7)} \sin \left[-6 \, \omega_s \, t + \theta_{s(1)} - \theta_{r(7)} \right]$$
(4.52)

 I_{sl} étant la valeur efficace du fondamental du courant statorique.

Cette expression met en évidence un couple pulsatoire à la pulsation $(6 \omega_s)$. De même, selon Abdulrahman et al [8] montrent que l'interaction entre i_{s7} et i_{r1} produit un couple harmonique tournant en sens inverse à une pulsation égale à six fois celle du fondamental. Son expression est la suivante :

$$C_{e(7, 1)} = +3p \, l_m \, I_{s(7)} \, I_{r(1)} \sin \left[+6 \, \omega_s \, t + \theta_{s(7)} - \theta_{r(1)} \right]$$
(4.53)

Equations (4.52) et (4.53), peuvent être généralisées pour les couples harmoniques produits par l'interaction entre les harmoniques directs des courants stator $i_{s (ksf)}$ et des courants rotor $i_{r (ksf)}$ respectivement. Le couple sera donc égal à :

$$Ce (ksf, krf) = +3p.lm \{I_{s (ksi)}.I_{r (krf)}.sin ((ksf-krf).\omega_{s}.t+\theta_{s (ksf)}-\theta_{r (krf)})$$
(4.54)

• Cas où ksb = krb = 6n-1

Le calcul est le même que précédemment mais le système de courant est inverse (champ tournant inverse) et de plus :

$$ns_n = n(1 + \frac{1}{n} - \frac{s_1}{n})$$
$$ns_n = (n+1) - s_1$$

Alors

$$Ce (ksb, krb) = -3p.lm \{I_{s (ksb)}.I_{r (krb)}.sin ((ksb-krb).\omega_{s}.t+\theta_{s (ksb)}-\theta_{r (krb)})$$
(4.55)

• Cas où ksf = 6n+1 et krb = 6n-1

Les couples harmoniques produits par l'interaction entre harmoniques directs des courants statoriques et harmoniques inverses des courants rotoriques sont :

$$Ce (ksf, krb) = -3p.lm \{I_{s (ksf)}.I_{r (krb)}.sin ((ksf+krb).\omega_{s}.t+\theta_{s (ksf)}+\theta_{r (krb)})$$
(4.56)

• Cas où ksb = 6n-1 et krf = 6n+1

L'interaction entre les harmoniques inverses des courants statoriques et les harmoniques directs des courants rotoriques forme des couples harmoniques de la forme suivante :

$$Ce (ksb, krf) = -3p.lm \{I_{s (ksb)} I_{r (krf)} sin ((ksb+krf) . \omega_{s} . t + \theta_{s (ksb)} + \theta_{r (krf)})$$
(4.57)

Les résultats précédents montrent que les harmoniques d'ordre $6k \pm 1$ donnent tous les deux, des couples à pulsation $6k \omega_s$.

L'équation (4.44) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$Ce = \sum_{k=ks=kr} \left[C_{e0} \right]_k + \sum_h C_{eh} \sin(h\omega_s t + \delta_h)$$
(4.58)

Où :

 C_{e0} : Est le couple constant produit quand ksf = krf et ksb = krb tournant à la vitesse synchrone.

 C_{eh} : est l'amplitude du couple harmonique de rang h (6^{ième} ou multiple de 6)

 δ_h : L'angle de phase correspondant à la composante harmonique du couple.

4.8. Résultat de simulation et interprétation

Nous effectuons des tests par simulation numérique sous MATLAB Simulink du moteur asynchrone associé aux trois types d'alimentations suivantes:

- alimentation purement sinusoïdale ;
- alimentation par un onduleur à 180° (commande en pleine onde) ;
- alimentation par onduleur à MLI.

Nous comparerons les performances des deux dernières stratégies de commande en termes de TDH (taux de distorsion harmonique) de la tension de sortie de l'onduleur et du taux d'ondulation du couple.

En alimentation sinusoïdale, les formes d'onde en régime transitoire et permanent de tension et courant sont représentées par les figures (4.4) et (4.5). La figure (4,6) illustre l'allure du couple à vide en fonction du temps et celle du couple en fonction de la vitesse. La machine asynchrone étudiée a une inertie très faible. Le moteur dépasse la vitesse de synchronisme et la courbe du couple en fonction de la vitesse s'enroule autour du point de synchronisme. L'inertie « filtre » la courbe mais va évidemment ralentir le démarrage.

La figure (4.7) représente l'allure de la vitesse de rotation de la machine en fonction du temps. Nous remarquons que cette vitesse atteint le régime permanent à Ω_m = 157 rd/s et le couple tend vers le couple à vide. A t = 1s, on charge la machine avec un couple de charge égal à 15 Nm ce qui entraîne un appel de courant, une diminution de la vitesse et une augmentation du couple qui tend vers le couple de charge. Ce résultat est illustré par les figures (4.8), (4.9) (4.10).

Dans le cas d'une alimentation en onduleur commandé en pleine onde, les figures (4.11) (4.12) et (4.13) représentent respectivement la tension composée de la machine, le courant au stator et le couple avec leurs spectres harmoniques en régime permanent. La figure (4.14) illustre les courbes de la vitesse, du courant et du couple à vide et à une charge Cr =15 Nm à t = 1s. Nous remarquons une diminution de la vitesse et une oscillation du couple autour de la charge appliquée sur l'arbre de la machine.

L'analyse spectrale de la tension et du courant montre qu'ils sont riches en harmoniques. La forme de ces harmoniques est d'ordre $6k\pm1$ (avec k entier). Nous remarquons que pour k = 1, l'amplitude de l'harmonique de la tension et du courant d'ordre 5 et 7 sont importants par rapport aux autres harmoniques d'ordre supérieur. Ceci engendre des

harmoniques multiples de six (6k) dans le couple, le plus important en amplitude apparaît pour k = 1.

Enfin, les figures (4.15) et (4.16) montrent la tension et le courant statoriques et leur spectre harmonique de la machine asynchrone commandée en MLI. Pour illustrer l'effet du degré de l'indice de modulation sur les oscillations du couple, nous avons simulé l'ensemble du système machine - convertisseur avec trois valeurs d'indices de modulation. La première valeur est pour m = 9, la seconde m = 75 et la troisième valeur est pour m = 135. Les harmoniques importants de tension et de courant sont ceux de rang m-2, m+2, 2m-1 et 2m+1[47]. En effet si l'indice de modulation est suffisamment élevé les premiers harmoniques importants sont rejetés vers les hautes fréquences.

Nous avons relevé aussi, des courbes représentant la caractéristique du couple et leur analyse spectrale et cela, pour les valeurs de l'indice de modulation évoquées au paragraphe précédent (figures 4.16), (4.17)). Nous remarquons, que les harmoniques importants sont ceux de rang m-3, m+3 et 2m et que l'augmentation de l'indice de modulation diminue le couple pulsatoire.

Les tableaux 4.1 et 4.2, représentent les amplitudes des tensions et courants pour l'alimentation par onduleur commandé en pleine et en MLI pour différentes valeurs de l'indice de modulation. D'après les résultats obtenus, nous remarquons que pour le premier cas, l'amplitude des harmoniques de la tension et du courant diminuent suivant l'augmentation du rang des harmoniques. En revanche, pour le deuxième cas, les amplitudes des harmoniques de tension augmentent aux rangs élevés et celles des courants diminuent.

Concernant les amplitudes des harmoniques de couples donnés dans le tableau 4.3, nous pouvons constater que plus l'indice de modulation est grand plus les harmoniques de couple apparaissent à des fréquences plus élevées. A titre d'exemple, si m = 21, le premier harmonique de couple apparaît à 18 fois fs avec une amplitude de 1.87 Nm alors que pour m = 75, son premier harmonique apparaît pour une fréquence 72 fois la fréquence fs.

Le tableau 4.4 représente le taux relatif et absolu d'ondulation du couple. Les résultats obtenus montrent que dans le cas d'une alimentation en MLI, le taux relatif du couple diminue pour des indices de modulation élevés. Il varie de 143,10% à 11.57%, par contre celui de l'onduleur en pleine onde est de 32,92%.

4.9. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi un modèle de la machine asynchrone triphasée en utilisant un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. L'application de la transformation de Park nous a permis de passer du système triphasé au système biphasé.

Ensuite, nous nous sommes intéressés au modèle de l'onduleur de tension, en choisissant deux stratégies de commande, la commande en pleine onde et celle de la MLI sinus triangle. Par la suite nous avons donné un bref aperçu sur le calcul analytique du couple pulsatoire.



Figure (4,4) : forme d'onde de la tension d'une phase alimentant la machine asynchrone



Figure (4,5) : forme d'onde du courant au stator de la machine asynchrone à vide en régime transitoire et permanent



Figure (4,6) : Couple en fonction du temps et en fonction de vitesse à vide en régime transitoire



Figure (4,7) : vitesse de rotation du moteur en fonction du temps à vide



Figure (4,8) : Courant en régime transitoire et permanent en charge Cr=15 Nm à t =1 s



Figure (4,9) : couple en fonction du temps, couple -vitesse en charge Cr=15 Nm à t = 1s



Figure (4.10) : Vitesse du moteur en régime transitoire pour une charge Cr = 15 Nm à t=1s





Figure (4.11) : Tension au stator et son spectre harmonique



Figure (4.13) : Couple et son spectre harmonique



Commande en pleine onde en régime transitoire

Figure (4.14) : Courant, couple et vitesse avec un couple de charge $C_{r} {=}\ 15 \text{Nm}$ à t =1s



Figure (4.15): Tension statorique et son spectre harmonique pour l'indice de modulation m =9



Figure (4.16) : Courant statorique et son spectre harmonique pour l'indice de modulation m =9



malee de modulation m= 155



			n
75	33	15	1
71 73 77 79 79	29 31 35 37 -	13 17 - - -	h I ^{TT} H
9,41 150,97 151,15 3,80 -	7,42 151,58 151,29 4,23 -	151,57 151,07 - - - - -	Amplit Vh(V)
0,007 0,116 0,110 0,003 - - -	0,011 0,272 0,242 - - - - - -	0,65 0,50 - - - - -	Amplit Ih(A)
145 149 151 155 - - -	61 65 67 71 -	25 29 31 35 -	2 H
9,92 188,61 193,77 10,20 - - -	10,88 189,57 193,27 9,40 - -	9,90 189,58 191,89 9,25 - - -	amille Amplit Vh(V)
0,035 0,071 0,070 0,039 - - -	0.008 0,163 0,160 0,007 - - -	0,021 0,365 0,349 0,016 - -	Amplit Ih(A)
221 223 227 229 - 229 - -	95 97 101 103 - -	41 43 47 49	h 5 F
75,73 104,80 103,28 71,19 -	73,39 103,74 105,09 73,19 - -	73,88 103,18 105,68 73,23 - -	amille Amplit. Vh(V)
	0,044 0,060 0,058 0,039 - - -	0,100 0,134 0,124 0,083 - - -	Ampl. Ih(A)
293 295 299 301 305 307 -	125 127 131 133 133 137 139 -	53 55 61 65 67 -	4 Fa
15,57 60,00 71,66 69,88 60,78 13,20 -	15,24 60,00 70,26 70,95 59,65 12,93 -	14,46 58,80 69,50 71,40 59,34 19,54 -	Ampli. Vh(V)
0,003 0,011 0,013 0,013 0,010 0,002 - -	0,015 0,060 0,066 0,065 0,051 0,051 - -	0,015 0,060 0,066 0,065 0,051 0,017 -	Amplt Ih(A)
515 517 521 523 523 527 529 533 533 535	221 220 227 229 233 235 235 239 241	97 101 107 109 113 117 -	h
16,46 31,81 31,40 18,79 20,00 30,20 34,92 15,49 -	17,72 35,87 31,46 20,22 19,39 32,49 37,75 13,37	56,05 31,36 22,03 20,23 36,38 39,11 -	Amplit Vh(V
587 593 595 601 605 607 611	253 257 263 265 265 265 269 271 271	113 115 119 121 125 127 -	8 - 1 h
6,48 14,73 13,18 28,61 5,54 7,47 12,24 16,00 16,59	15,30 12,76 28,07 6,49 8,058 25,42 13,56 16,78	39,11 30,53 7,56 8,46 37,87 15,67 -	Amplit. Vh(V)

Tableau 4.1 : Amplitude des harmoniques de tension et du courant de la machine asynchrone alimentée en onduleur en MLI

	Rang	Amplit.	Amplit.
	harmonique	Vh (V)	Ih (A)
	5	107,43	1.19
	7	76,80	0.60
	11	48,81	0.25
Commanda à 180°	13	41,37	0.18
Commande a 160	17	31,57	0,10
	19	28,32	0.08
	23	13,32	0.056
	25	21,53	0.048
	29	18,49	0.036
	31	17,37	0.031

Tableau 4.2 : Rang et Amplitude des harmoniques de tension et du courant dela machine alimentée par un onduleur commandé en pleine onde.

	1 ^{ère} Famille		2 ^{ème} Famille		3 ^{ème} Famille		4 ^{ème} Famille		
m	Rang	Amplit.	Rang	Amplit.	Rang	Amplit.	Rang	Amplit.	
	h	C _{eh} (Nm)	h	C _{eh} (Nm)	h	C _{eh} (Nm)	h	C _{eh} (Nm)	
15	12	2,72	24	0.09	48	0,18	72	0,32	
	18	2,09	30	3,09	54	0,20	78	0,29	
			36	0,07	60	0,57	84	0,05	
			42	0,17	66	0,19	90	0,15	
21	18	1.87	24	1.54	48	0,05	72	-	
			30	-	54	-	78	0,14	
			36	0,06	60	0,12	84	0,40	
			42	2,2	66	0,13	90	0,13	
33	30	1.14	60	0.03	96	0.08	126	0.09	
	36	1,01	66	1.40	102 0.08		132	0.26	
							138	0.08	
75	72	0.48	150	0,61					
	78	0.46	156	0,02					
105	102	0,33	204	0,14					
	108	0,35	210	-	Harmoniques de couple nuis				
135	132	0,27	Harmon	niques de					
	138	0,26	couple	nuls					

Tableau 4.3 : Amplitude des harmoniques du couple pour différentes valeurs d'indice de modulation

	Indice m	Cmoy(Nm)	Cmax(Nm)	Cmin(Nm)	ΔC (Nm)	ΔC /Cmoy (%)
MLI						
	m = 9	15,1151	23,5602	1,9312	21,6291	143,10
	m= 15	15,1223	22,7742	8,5296	14,2446	94,2306
	m = 21	15,1207	19,8225	9,5007	10,3218	68,2624
	m= 29	15,1220	19,1241	11,0426	8,0815	53,4420
	m = 33	15.11	18,3742	11,5419	6,8323	45,2163
	m = 75	15,1173	16,6900	13,5613	3,1129	20,7031
	m = 105	15,1158	16,2276	13,9876	2,2400	14,8190
	m = 135	15,1208	15,9963	14,2470	1,7494	11,5792
Comm	ande à 180°	15,1300	17,5258	12,54	4,9813	32,9200

Tableau 4.4 : Taux relatif et absolu d'ondulation du couple électromagnétique

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale :

Le présent travail consiste en l'étude des pertes et des couples pulsatoires dans la machine asynchrone alimentée par des convertisseurs.

Pour aborder notre étude, nous avons identifié les différents phénomènes indésirables possibles et leur impact sur le comportement de la machine asynchrone lorsque elle est alimentée en tension non sinusoïdale. La prise en compte de certains de ces phénomènes, tels que les harmoniques produisant des couples parasites, qui peuvent nuire au fonctionnement de la machine, nous incite à chercher des solutions pour éliminer ou du moins atténuer leurs effets . Ils contribuent aussi à l'augmentation des pertes supplémentaires.

Par la suite, nous avons développé trois modèles électriques en vue de prédire les pertes dans un moteur triphasé à cage de 2.2 kW, 380 V connecté à une source non sinusoïdale. Les trois modèles particuliers font référence au modèle basé sur le schéma équivalent en chaîne [6], le circuit équivalent standard [3] et le modèle du circuit équivalent modifié [4]. Les pertes associées pour chaque modèle ont été calculées en utilisant des données obtenues expérimentalement par les méthodes d'essai standard.

Nous pouvons déduire que le premier modèle a l'avantage de prendre en considération des harmoniques d'espace, où il permet, non seulement de calculer les pertes dues à ces harmoniques, mais aussi, nous renseigne de leur influence sur la caractéristique du couple de la machine. Le second modèle ne prend en considération que deux composantes des pertes additionnelles (pertes par effet d'extrémités et les pertes par effet d'inclinaison), mais celui-ci permet de les localiser. Pour ce qui est du dernier modèle, il donne plus de précision en ce qui concerne les pertes additionnelles, puisque celui-ci tient compte de toutes les pertes supplémentaires.

Nous remarquons aussi que les pertes cuivre dues aux harmoniques en charge sont importantes comparées à celles dues aux harmoniques à vide. Cela montre la nécessité de prendre en considération l'effet de peau dans la modélisation des machines destinées à être alimentées par des tensions non sinusoïdales.

Afin de traiter l'influence des harmoniques de temps générés par les convertisseurs statiques en général et par les onduleurs de tension alimentant la machine asynchrone en particulier. Nous avons tout d'abord élaboré un modèle du moteur en utilisant le modèle de Park lié au champ tournant et l'onduleur de tension. Puis nous avons simulé l'ensemble

82

onduleur machine asynchrone sous environnement MATLAB, en utilisant trois types d'alimentation, une alimentation sinusoïdale, une alimentation en pleine onde et une alimentation en MLI. Nous avons opté pour une MLI sinus triangle.

Les résultas obtenus après simulation sont conformes à ceux observés en théorie. Les performances de la machine s'améliorent en utilisant un indice de modulation élevé. Les harmoniques des tensions de sortie de l'onduleur se rangent en familles centrées autour des fréquences multiples de m.fs.

Le taux de distorsion harmonique n'est pas diminué, bien au contraire, par rapport au signal pleine onde. L'utilisation d'onduleurs MLI permet de régler l'amplitude du fondamental et de déplacer le spectre d'harmoniques vers les hautes fréquences, ce qui en facilite le filtrage.

BIBLIOGRAPHIE

[1] JAIN G.C.

«The effect of voltage wave shape on the performance of a 3-phase induction motor». Trans. IEEE, PAS, Vol. 83, pp.561-566,1974

[2] KLINGSHIRN E.A., JORDANE H.E.

«Polyphase induction motor performance and losses on nonsinusoidal voltage sources ». Trans. IEEE, PAS, Vol. 87, pp.624-631, 1968

[3] CHALMERS B.J., SARKAR B.R

«Induction motor losses due to nonsinusoidal supply waveforms». Proceedings IEE Vol 115, Nº 12, pp.1777-1782. December 1968.

[4] HOSINGER V.B.

«Induction motor operating from inverters». IEEE, IAS, Ann. mtg., part II, Cincinnati, OH, pp.1276-1285, 1980

[5] VENKATESAN K., LINDSAY J. F.L.

«Comparative study of the losses in voltage and current source inverter fed induction motors».Trans. IEEE, IA, Vol. 18, pp.240-246, 1982

[6] ALGER P.L.

«Induction machines». Gordon and Breach Science Publishers, 1970.

[7] R.S.BREAHNA STINCESCU

«Interaction des harmoniques d'espace et de temps dans les machines électriques à courant alternatif Applications à la mesure de vitesse et au diagnostic». Thèse de PhD, Département de Génie Informatique Université LAVAL, Novembre 2002

[8] S.M.ABDUIRAHMAN, J.G.KETTLEBOROUGH, I.R.SMITH

«Fast calculation of harmonic torque pulsations in a VIS/ induction motor drive». Trans. IEEE, Vol. 40, N°6, decembre 1993, pp 579 1961, pp. 234-239

[9] T. LIPO, P.C.KRAUSE., H.E.JORDAN

«Harmonic torque and speed pulsations in a rectifier-inverter induction motor drive». Transactions IEEE, Power Apparatus System, PAS, Vol 88, N°5, pp 579-587, 1969

[10] BRITISH STANDARD

«BS 4999, Part 33».1977

[11] MAJMUDAR H.

«Electromechanical energy converters». Allyn and Bacon, Inc., 1965.

[12] CUMMINGS P.G.

« Estimating Effect of System Harmonics on Losses and Temperature rise of Squirrel-Cage Motors » IEEE Transactions on Industry Applications, IA, VOL.22, pp1121-1126 1986.

[13] G. GRELLET

«Pertes dans les machines tournantes». Technique d'ingénieur, Traité Génie Electrique, D 3450 pp.1-31.

[14] A.BELOT

« Calcul des machines électriques tournantes », Ecole Supérieure d'Electricité, N°2529 ,1976.

[15] M. LIWSHITZ, L. MARET

« Calcul des machines électriques », Tome I et II, Edition SPES, Lausanne (Suisse), 1967.

[16] N.BENAMROUCHE

« An investigation of the loss distribution in induction motors fed from no sinusoidal Supplies ». PhD Thesis, Department of electrical and electronic engineering, Univ of Sheffield, Janvier1991.

[17] ANSI/IEEE Std 112, 1978

«IEEE standard test procedure for polyphase induction motors and generators».

[18] M. LIWSHITZ-GARIK M.

« Skin effect in bars of squirrel cage rotors», Trans. AIEE, Vol.73, pp.255-258, 1954

[19] M. LIWSHITZ-GARIK M.

«Computation of skin effect in bars of squirrel cage rotors», Trans.AIEE, Vol.74, pp.768-771, 1955

[20] R. BOURNE

«No load method of estimating stray load loss in small cage induction motors »IEE Proceedings, Vol. 136, No. 2, MARCH 1989

[21] C.N.GLEW

« Stray Load Losses in Induction Motors; a challenge to academia ». IEE Conference Publication No. 444 1-3 September 1997

[22] SINGH G.K.

«A research survey of induction motor operation with non sinusoidal supply wave forms».electric power systems research 75, pp 200-213, 2005

[23] ALGER P.L., ANGST G., DAVIES E.J.

«Stray load losses in polyphase induction machines».Transaction AIEE, Vol.77, pp.43-53, 1958

[24] SCHWARTZ K.K.

«Survey of basic stray load losses in squirrel-cage induction motors».Proceeding IEE, Vol.113, pp.1995-2005, 1966.

[25] CHRISTOFIDES N., ADKINS B.

«Origin of load losses in induction motors with cast Aluminium Rotors».Proceeding IEE, Vol.113, pp.1995-2005, 1966

[26] CHALMERS B.J. WILLIAMSON A.

«A.C. Machines: Electromagnetics and Design».Research studies press LTD England 1990

[27] A.C. WILLIAMSON

«The Effects of System Harmonics upon Machines».International Journal Electrical Engineering Education, Vol.19.pp.145-155 Manchester, 1982

[28] ANDRESEN E.C., BIENIEK K.

«On the torques and losses of voltage and current source inverter drives». IEEE Transactions on Industry Applications, IA, Vol. 20, N° 20, pp321-327 1984.

[29] N.KOSTENKO, L. PIOTROVSKI

« Machines électriques » Tome II, Edition Mir, Moscou 1979.

[30] A.I.SMOLENSKI

«Machines électriques». Volume I Edition MIR, MOSKOU, 1983

[31] SCAVENIUS ANDERSEN P., DORRELL D.G

«Modelling of Spilt phase Induction Machine using Rotating Field Theory». International Conference on Electrical Machines ICEM, Grèce, septembre 2006

[32] SCAVENIUS ANDERSEN P., DORRELL D.G., WEIHRAUCH N.C., HANSEN P.E. «Analysis of the Synchronous Torques in a Spilt phase Induction Motor ». International Conference on Electrical Machines ICEM, Grèce, septembre 2006

[33] SCAVENIUS ANDERSEN P.

« Modelling Analysis of the Asynchronous and Synchronous Torques in a Spilt phase Induction Machines ». PhD Thesis, Department of Electrical and Electronic Engineering, Univ. of Glasgow, October 2007.

[34] HELLER B., HAMATA V.

«Harmonic field effects in induction machines». Elsevier Scientific Publishing Company, 1977.

[35] KLIMAN G.B.

«Harmonic effect in pulse width modulated inverter induction motor drives». IEEE, IAS Conference records, 1972, pp. 783-789

[36] DE BUCK F.G.G

«Losses and Parasitic torques in electrical motors subjected to PWM waveforms». Transaction. IEEE, IA, Vol.15, pp.47-53, 1979
[37] FUCHS E. F., CHANG L. B., APPELBUAM J.

«Magnetizing current, Iron losses and Force of three phase induction machines at sinusoidal and nonsinusoidal terminal voltages Part I and II ». IEEE Transaction on Power Apparatus and systems PAS, VOL. -103, N°.11, pp.3303-3325, November 1984

[38] C.CESTER

« Etude des pertes magnétiques supplémentaires dans les machines asynchrones alimentées par onduleur à modulation de largeur d'impulsion ». Thèse de Doctorat, INP de Grenoble (France), Mars 1992.

[39] EKRAM S., SARKAR B.

«Effects of harmonics on PWM inverter fed induction machines». Journal of the institution of engineering, Vol. 85, June 2004

[40] JACOVIDES L. J.

«Analysis of Induction Motor Drives with a Nonsinusoidal Supply Voltage Using Fourier analysis », 1966.

[41] N.KHENFER

« Machine asynchrone : ses modèles, son identification et sa commande », Thèse de Doctorat, I.N.P de Lorraine (France), Octobre 1995.

[42] J.P.HAUTIER, J.P.CARON

« Convertisseurs statiques, méthodologie causale de modélisation et de commande ». Edition Technip, 1999.

[43] : J.CHATELAIN

« Machine électriques », Tome II, Paris, Dunod, 1983.

[44] P.C.KRAUSE, O.WASYNCZUK, S.D.SUDHOFF

« Analysis of electric machinery and drive systems », 2^{eme} edition, IEEE Press, New York, 1995. pp.141-186.

[45] P.BARRET

« Régimes transitoires des machines tournantes électriques ». Edition Eyrolles, Paris, 1987.

[46] D.S.ZHU

« Modélisation des machines asynchrones alimentées par des convertisseurs statiques », Thèse de Doctorat, INP de Grenoble (France), Mai 1990.

[47] F.LABRIQUE, G.SEGUIER, R.BAUSIERE

« La conversion continue –alternative », Paris, Tec& Doc- Lavoisier, 2^{eme} Edition 1995.

[48] REVANKAR G.N., HVANUR S.S.

«Pulsating torque calculations in CSI fed induction motor drive system». Annual paper meeting 1981».

[49] ALECK W. LEEDY

«Analysis of DC power systems containing induction motor drive loads». PhD Thesis, The Graduate Faculty of University of Auburn, May, 2006.

[50] G.A.CHONG

«Modelling of induction motor drive systems for steady state and dynamic performance studies». Master of Science Thesis, in Electrical Engineering, University of Puerto Rico, 2000

[51] J.POLICARPO G.DE ABREU, JOCELIO S. DE SA, CLAUDIO C.PRADO

«Harmonic torques in three phase induction motors supplied by non sinusoidal voltages» .IEEE, 11th international conferences on harmonics and quality of power, pp.652-657, 2004

- [52 CALONNEC P., DERREY T., DESTOBBELEER E., PROTIN L. «Induction motors mechanical failure: influence of the converter on torque pulsation». IEE conference publication N°412, September 1995
- [53] PILLAY P., HARLEY R. G., ODENDAL E. J

«The effect of link current ripple on the torque pulsation in a current source inverter fed Induction motor».electric power systems research, vol. 8, pp 27-40 1985

- [54] NETO L.M., CAMACHO J.R. SALERNO C.H., ALVARENGA B.P.
 «Analysis of three phase induction machine including time and space harmonic effects: the A, B, C reference frame».
 IEEE transactions on energy conversion, Vol.14, N°.1, March 1999
- [55] Y. ANAZWA, KAGA A., AKAGAMI H., WATABE S., MAKINO M. «Prevention of harmonic torque in squirrel cage induction motors by means of soft ferrite magnetic wedges». IEEE Transactions on magnetic, MAG Vol.18, N°6 November1982

ANNEXE A

Caractéristiques du moteur étudié

A.1. Caractéristiques nominales du moteur

Le moteur étudié est de fabrication de l'entreprise ELECTRO-INDUSTRIES d'Azazga

Caractéristiques	Valeurs	Unités
Puissance utile	2,2	kW
Nombre de phases	3	-
Fréquence d'alimentation	50	Hz
Vitesse de rotation	1430	tr/mn
Glissement	4.66	%
Tension d'alimentation	380	V
Connexion des enroulements	Triangle (Δ)	-
Courant absorbé	5.2	Α
Facteur de puissance	0.83	-
Rendement	78	%
Résistance d'une phase au stator à 20°C	7.63	Ω
Hauteur d'axe	100	mm
Couple nominal	15	Nm
Couple démarrage/couple nominal	2.3	-
Couple max/couple nominal	2.6	_
Courant démarrage/courant nominal	5.9	-

Tableau A.1 : Caractéristiques nominales

A.2 Dimensions géométriques de la machine

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	153	mm
Diamètre intérieur	145	mm
Longueur axiale	192	mm
Nombre d'ailettes	40	-
Hauteur de l'ailette	20	mm
Distance entre deux ailettes	10	mm

Tableau A.2 : dimensions de la carcasse

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	145	mm
Diamètre intérieur	88.5	mm
Diamètre intérieur de la culasse	119.53	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	36	-
Section de l'encoche	96.4	mm^2
Epaisseur du caniveau d'encoche	0.225	mm
Nombre de brins actifs par encoche	64	-
Diamètre du conducteur nu	0.71	mm
Diamètre du conducteur isolé	0.753	mm
Section du cuivre dans l'encoche	25.34	mm^2
Epaisseur de l'entrefer	0.25	mm
Classe d'isolation	F	-

 Tableau A.3 dimensions du stator

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	88	mm
Diamètre extérieur de la culasse	57.75	mm
Diamètre de l'arbre	37	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	28	-
Section de l'encoche	45.33	mm^2
Biais d'encoche	1	-
Diamètre extérieur de l'anneau de court circuit	86.5	mm
Diamètre intérieur de l'anneau de court circuit	48	mm
Nombre d'ailettes à l'extrémité de l'anneau de	7	-
court circuit		

Tableau A.4 : Dimensions du rotor



Fig.A2- Forme et dimensions de l'anneau de court circuit

ANNEXE B

Détermination des paramètres du moteur

B1. Détermination des paramètres par les méthodes expérimentales

Les paramètres du schéma équivalent ramené au stator de la machine asynchrone R_s , L_{sf} , L_{rf} , R_r , X_m sont déterminés par les méthodes expérimentales classiques à savoir l'essai à vide et essai à rotor bloqué. Pour cela, on utilise le circuit du schéma équivalent par phase en T dont le stator est connecté en triangle.

La valeur de la résistance statorique d'une phase est obtenue en utilisant l'essai de mesure de résistance en courant continu.

B.2. Essai à vide :

A vide, le glissement est très proche de zéro et le schéma équivalent devient :



Figure B.1 : Schéma équivalent du moteur à vide

Son fonctionnement consiste à l'alimenter à sa tension nominale et sa fréquence nominale.

$$\begin{cases} \overline{V}_{10} = \overline{E}_{10} + \overline{Z}_{1} \overline{I}_{10} \\ \overline{V}_{10} = \overline{Z}_{1} \overline{I}_{10} + \overline{Z}_{m} \overline{I}_{10} \\ \overline{V}_{10} = (\overline{Z}_{1} + \overline{Z}_{m}) \overline{I}_{10} \end{cases}$$
(B.1)

Les pertes fer sont déterminées par la méthode de séparation des pertes constantes. La puissance absorbée à vide est :

$$P_0 = 3R_1 I_{10}^2 + P_{fs} + P_m$$
(B.2)

Avec :

 $P_{\rm fs}\,$ pertes fer au stator

P_m pertes mécaniques

A l'aide de l'essai à vide, nous relevons donc le courant à vide I_{10} , la tension V_{10} et la puissance absorbée à vide P_0 en utilisant la méthode des deux Wattmètres. En faisant varier la tension d'alimentation dans une marge qui préserve la constance de vitesse de rotation, la

courbe f $(V_{10}^2) = (P_0 \cdot 3R_I I_{10}^2)$ qui est une droite, extrapolée à $V_{10} = 0$, donne les pertes mécaniques

$$\begin{cases} \overline{E}_0 = \overline{V}_{10} - \overline{Z}_1 \overline{I}_{10} \\ \overline{Z}_1 = R_1 + jX \end{cases}$$
(B.3)

Le diagramme de Fresnel, la valeur de E_0 est de :

$$\begin{cases} \overline{E}_{0} = (V_{10} - R_{1}I_{10}\cos\varphi_{0} - X_{1}I_{10}\sin\varphi_{0}) + j(-R_{1}I_{10}\sin\varphi_{0} + X_{1}I_{10}\cos\varphi_{0}) \\ E_{0} = \sqrt{(R_{e}(\overline{E}_{0}))^{2} + (\operatorname{Im}g(\overline{E}_{0}))^{2}} \end{cases}$$
(B.4)

- Calcul de la résistance R_f

ſ

$$\begin{cases}
P_{fs} = 3R_f I_f^2 \\
I_m = \frac{E_0}{R_f} \\
R_f = \frac{3E_0^2}{P_{fs}}
\end{cases}$$
(B.5)

- Calcul de la réactance magnétisante X_m

$$Q_0 = Q_{x1} + Q_{xm} \tag{B.6}$$

 Q_0 est la puissance réactive à vide, mesurée à l'aide de la méthode des deux wattmètres.

$$\begin{cases} Q_{X1} = 3X_1 I_{10}^2 \\ Q_{Xm} = 3X_m I_{\mu}^2 \\ I_{\mu} = \frac{E_0}{X_m} \end{cases}$$
(B.7)
$$X_m = \frac{3E_0^2}{Q_{Xm}}$$
(B.8)

De l'essai à vide, on obtient les deux paramètres R_f et X_m à condition de connaître R_1 et X_1 La résistance statorique R_1 est mesurée encourant continu.

B.3. Essai à rotor bloqué :

Cet essai consiste à caler le moteur, en alimentant le moteur sous tension réduite au voisinage du courant nominal. Dans ce cas, le glissement est égal à l'unité. En négligeant la branche de magnétisation, le schéma équivalent devient :



Figure B.2 : Schéma équivalent de la machine asynchrone à rotor bloqué

D'après le schéma simplifié, l'impédance de court-circuit peut s'écrire :

$$\begin{cases} \overline{Z}_{CC} = R_1 + R_2' + j(X_1 + X_2') \\ P_{cc} = 3(R_1 + R_2')I_{cc}^2 \\ R_2' = \frac{P_{cc}}{3I_{cc}^2} - R_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} Z_{CC} = \sqrt{(R_1 + R_2')^2 + (X_1 + X_2')^2} \\ X_1 + X_2' = \sqrt{(Z_{CC})^2 - (R_1 + R_2')^2} \end{cases}$$
(B.10)

Nous déterminons les valeurs de X_1 et X_2 .

٢

Les inductances de fuite de la machine sont :

$$L_{1f} = \frac{X_1}{2\pi f}$$
$$L_{2f} = \frac{X'_2}{2\pi f}$$
$$L_m = \frac{X_m}{2\pi f}$$

Où f est la fréquence de tension statorique

-Les réactances cycliques statoriques sont :

$$L_{Sd} = L_{Sq} = L_{1f} + L_m$$

-Les réactances cycliques rotoriques sont :

$$L_{rd} = L_{rq} = L_{2f} + L_m$$

Ainsi les paramètres de la machine étudiée sont récapitulés dans le tableau B.1

Paramètre	Symbole	Valeurs
Résistance statorique	R ₁	8.9 (Ω)
Résistance rotorique		7.16 (Ω)
Réactance de fuites statorique	X ₁	6.7 (Ω)
Réactance de fuites rotorique	X ₂	10.48 (Ω)
Réactance magnétisante	X _m	193 (Ω)
Réactance des pertes fer	R _f	2287 (Ω)
réactances cycliques statorique	$L_{sd} = L_{sq}$	0.635 (H)
réactances cycliques rotorique	$L_{rd} = L_{rq}$	0.648 (H)

Tableau B.1 : Paramètres du moteur étudié

ANNEXE C

Estimation de l'effet de peau dans les barres rotoriques

C.1 Définition de la profondeur de pénétration pour les barres rectangulaires :

Le rapport $\frac{R_{ac}}{R_{dc}}$ de la résistance en alternatif à celle en continu est donné par [20] :

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \varphi(\xi) \tag{C.1}$$

$$\varphi(\xi) = \frac{sh(2\xi) + \sin(2\xi)}{ch(2\xi) - \cos(2\xi)}$$
(C.2)

$$\xi = 2\pi . h \sqrt{\frac{bb}{bS} \cdot \frac{f}{\rho 105} \cdot s}$$
(C.3)

Où :

h (m) : hauteur de la barre bb (m) : largeur de la barre

bS (m) : largeur de l'encoche

 $f(h_Z)$: fréquence

 ρ (Ohm.cm) : résistivité du matériau constituant la barre (l'Aluminium dans notre cas).

La profondeur de pénétration est donnée par :

$$h_{pr} = \frac{h}{\varphi(\xi)}.$$
(C.4)



Figure (C.1) : Schéma montrant la profondeur de pénétration pour une barre rectangulaire

C.2 Détermination du rapport $\frac{R_{ac}}{R_{dc}}$ pour les barres trapézoïdales :

La profondeur de pénétration étant indépendante de la forme des barres, la formule (C.4) est donc applicable aux barres trapézoïdales. Ce rapport est égal au rapport de l'aire totale de la barre à l'aire hachurée (voir figure C2)

$$\frac{R_{ac}}{R_{dc}} = \frac{\frac{1+\beta_0}{2}b_2.h}{\frac{b_1+b_r}{2}h_{pr}}$$
(C.5)

Avec:
$$b_r = b_1 \cdot \frac{\beta_0 \cdot h + (1 - \beta_0) \cdot h_{pr}}{\beta_0 \cdot h}$$
 (C.6)

$$\beta_0 = \frac{b_1}{b_2} \tag{C.7}$$

La résistance rotorique à la fréquence des harmoniques en tenant compte de l'effet de peau, est exprimée par :

$$R_{2k} = R_2 \cdot \frac{\frac{1+\beta_0}{2} \cdot b_2 \cdot h}{\frac{b_1+b_r}{2} \cdot h_{pr}}$$
(C.8)

 h_{prk} : est déterminée en substituant dans la formule :

$$\xi = 2\pi . h \sqrt{\frac{bb}{bS} \cdot \frac{f}{\rho 10^5} \cdot s} \tag{C.9}$$

s par s_k et f par f_{2k} tout en utilisant la formule : $h_{pr} = \frac{h}{\varphi(\xi)}$.



Figure (C.2) : Schéma montrant la profondeur de pénétration pour une barre trapézoïdale

ANNEXE D

Détermination de l'induction due à l'ouverture d'encoche.

Détermination de l'induction due à l'ouverture d'encoche.

Alger [6] montre que le rapport de l'amplitude de l'induction due à l'ouverture d'encoche sur l'amplitude du champ fondamental est $\frac{\beta}{(2-\beta)}$, où β est l'induction due à l'ouverture

d'encoche, cette valeur est représentée graphiquement sur la figure(C, 1).

Dans le programme la valeur de β est donnée en fonction du rapport de la largeur d'encoche sur l'épaisseur d'entrefer, Γ par :

$\Gamma \leq 1$	$\beta = 0.11.\Gamma$
$1 < \Gamma \le 2$	$\beta = 0.11 + 0.19. (\Gamma - 1)$
$2 < \Gamma \le 3$	$\beta = 0.3 + 0.15. (\Gamma - 2)$
$3 < \Gamma \le 4$	$\beta = 0.45 + 0.11. (\Gamma - 3)$
$4 < \Gamma \le 5$	β =0.56+0.07. (Γ -4)
$5 < \Gamma \le 6$	<i>β</i> =0.63+0.06. (Γ-5)
$6 < \Gamma \le 7$	<i>β</i> =0.69+0.04. (Γ-6)
$7 < \Gamma \le 8$	$\beta = 0.73 + 0.03 (\Gamma - 7)$
$8 < \Gamma \le 11$	$\beta = 0.76 + 0.02. (\Gamma - 8)$
11 <Γ	$\beta = 0.82 + 0.01. (\Gamma - 11)$



Figure D : Pulsation du flux due à l'ouverture d'encoches