

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE**  
**SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU**  
**FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE**  
**DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE**



## **MEMOIRE DE MAGISTER**

**EN ELECTROTECHNIQUE**  
**OPTION : Entraînement Electrique**

Présenté par

M<sup>elle</sup> Souhila ABDOUN

## **THEME**

**Etude de l'Influence du Noyau sur les Surtensions**  
**Impulsionnelles dans les Enroulements**  
**du Transformateur**

Devant la commission d'examen :

<b>M. Nacereddine BENAMROUCHE</b>	Professeur	UMMTO	Président
<b>M. Nahid MUFIDZADA</b>	Professeur	UMMTO	Rapporteur
<b>M. Ahmed BOUBAKEUR</b>	Professeur	ENP d'Alger	Examineur
<b>M. Salah HADDAD</b>	Professeur	UMMTO	Examineur
<b>M. Mohand Amokrane HANDALA</b>	Maître de conférences	UMMTO	Examineur

## **REMERCIEMENTS**

*Je tiens à adresser à Monsieur Nahid MUFIDZADA, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, mes plus vifs remerciements pour m'avoir accordé sa confiance, je tiens à lui témoigner ma profonde gratitude pour son aide précieuse, pour ses conseils et ses suggestions qui ont fait avancer ce travail.*

*Je remercie Monsieur Nacereddine BENAMROUCHE, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'il m'a fait de présider le jury.*

*Je remercie Monsieur Ahmed BOUBAKEUR, Professeur à l'ENP d'Alger, Monsieur Salah HADDAD, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, Monsieur Mohand Amokrane HANDALA, Maître de conférences à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté de juger ce travail.*

*Qu'il me soit permis d'exprimer mes remerciements à Monsieur Hamza HOUASSINE, Maître assistant, chargé de cours à l'université de Médéa, qu'il soit assuré ici de ma reconnaissance pour ses précieux conseils, son intérêt permanent et ses grandes qualités humaines.*

*Un grand merci à toute ma famille et plus particulièrement ma mère de m'avoir soutenue et aidée tout au long de mes études.*

# *Sommaire*

# Sommaire

<i>Introduction générale</i> .....	1
------------------------------------	---

## *Chapitre I Constitution générale et types de transformateurs de puissance*

Introduction.....	3
I.1 Constitution générale d'un transformateur.....	4
I.1.1 Le noyau du transformateur.....	4
I.1.1.1 Préparation des tôles qui constituent le noyau du transformateur.....	4
I.1.2 L'enroulement primaire et l'enroulement secondaire.....	4
I.1.3 La cuve du transformateur.....	7
I.1.4 Le couvercle de cuve et sorties.....	7
I.2 Types de transformateurs.....	7
I.2.1 Transformateur à colonnes.....	7
I.2.1.1 Les bobinages.....	9
I.2.1.2 Le circuit magnétique.....	9
I.2.1.3 Le couplage.....	9
I.2.2 Transformateur cuirassé.....	10
I.2.2.1 Les bobinages.....	10
I.2.2.2 La cuve.....	11
I.2.2.3 Les écrans électrostatiques.....	11
Conclusion.....	11

## *Chapitre II Phénomènes transitoires dans les enroulements du transformateur en cas de surtensions.*

Introduction.....	12
II.1 Définition : Répartition des surtensions le long d'un enroulement du transformateur.....	13
II.2 Schéma équivalent.....	13

II.3 Equations du circuit.....	14
II.4 Répartition initiale de la tension sur un enroulement du transformateur.....	16
II.4.1 Répartition initiale de la tension sur un enroulement dont le neutre est mis à la terre	16
II.4.2 Répartition initiale de la tension sur un enroulement dont le neutre est isolé de la terre	19
II.5 Répartition finale de la tension sur un enroulement du transformateur.....	19
Conclusion.....	20

### ***Chapitre III Modélisation des enroulements du transformateur***

Introduction.....	21
III.1 Modélisation du transformateur de puissance.....	21
III.1.1 Modèle détaillé.....	21
III.1.2 Modèle entrée-sortie.....	21
III.2 Modélisation par les inductances propres et mutuelles .....	22
III.3 Schéma équivalent et Caractéristiques du transformateur .....	23
III.3.1 Schéma équivalent traditionnel du transformateur .....	23
III.3.2 Caractéristiques électriques du transformateur.....	24
III.3.3 Caractéristiques géométriques du transformateur .....	24
III.3.4 Caractéristiques géométriques du noyau du transformateur .....	24
.....	
III.4 Relations pour le calcul des paramètres des enroulements HT et BT.....	25
III.4.1 La résistance $R$ ( $\Omega$ ) .....	25
III.4.2 L'inductance propre $L$ (H).....	26
III.4.3 La capacité transversale $C$ .....	28
III.4.3.1 La capacité transversale entre l'enroulement HT et la cuve .....	29
III.4.3.2 La capacité transversale entre l'enroulement BT et le noyau.....	29
III.4.3.3 La capacité transversale entre l'enroulement HT et l'enroulement BT.....	29
III.4.4 La capacité longitudinale pour l'enroulement HT et l'enroulement BT .....	29
III.5 Modélisation des enroulements du transformateur.....	33

III.5.1 Equations électriques des enroulements du transformateur.....	33
III.5.2 Equations des tensions.....	34
III.5.2.1 Equations des tensions pour l'enroulement HT.....	34
III.5.2.2 Equations des tensions pour l'enroulement BT.....	35
III.5.3 Equations des courants.....	36
III.5.3.1 Equations des courants pour l'enroulement HT .....	36
III.5.3.2 Equations des courants pour l'enroulement BT.....	37
Conclusion.....	38

### ***Chapitre IV Influence du noyau sur le régime transitoire dans les enroulements du transformateur***

Introduction.....	39
IV.1.Première approche.....	39
IV.1.1 Schéma équivalent proposé .....	39
IV.1.2 Calcul de la composante (Ln) correspondante au flux magnétique du noyau ...	40
IV.1.3 Etude du régime transitoire.....	41
IV.1.4 Résultats.....	41
IV.2 Deuxième approche.....	48
IV.2.1 Modélisation du noyau.....	48
IV.2.2 Calcul de l'impédance d'une tôle magnétique .....	48
IV.2.2.1 Equations de Maxwell .....	48
IV.2.2.2 Relations du milieu.....	49
IV.2.2.3 La loi d'Ohm .....	49
IV.2.3 Schéma équivalent proposé .....	52
IV.2.4 Validation du modèle.....	52
IV.2.4.1 Injection d'une tension sinusoïdale .....	52
IV.2.4.2 Etude du régime transitoire .....	54
IV.2.5 Résultats.....	55
IV.3 Discussion des résultats.....	60

<b><i>Conclusion générale</i></b> .....	62
---	----

# *Introduction générale*

## Introduction générale

Le transformateur est l'un des plus importants éléments constituant les réseaux électriques. Pour assurer la fiabilité de son bon fonctionnement, il doit être bien protégé contre tous types de contraintes à savoir : Les surintensités et les surtensions internes et externes.

Les surtensions, sont à l'origine de la création des problèmes transitoires à front très raide qui peuvent engendrer des contraintes gênantes sur le fonctionnement des différents dispositifs des réseaux en particulier le transformateur. La considération des problèmes liés à la propagation des surtensions le long des enroulements du transformateur a fait l'objet de plusieurs investigations.

La connaissance et la maîtrise des régimes transitoires qui se propagent sur les réseaux et dans les matériels qui y sont connectés (transformateur.....) est un problème d'actualité. En effet, un transformateur relié à une ligne THT est soumis à différents types de surtensions dont la connaissance est très importante. Elle permet une meilleure conception du transformateur en vue d'une meilleure protection. Ces recherches nécessitent fréquemment des modèles de transformateur vu que l'étude directe est impossible à réaliser.

Le présent travail est consacré à l'étude des surtensions dans les enroulements du transformateur en tenant compte de l'influence du noyau. Le problème considéré est étudié par deux approches différentes. D'abord en considérant l'inductance de l'enroulement par la somme des inductances correspondantes au flux de fuites et au flux du noyau, ensuite par la proposition d'un schéma équivalent, dans lequel le schéma équivalent traditionnel du transformateur (sans tenir compte du noyau) est combiné avec le schéma équivalent du noyau.

L'étude est faite à partir des caractéristiques du transformateur proposé, du type TDU – 40 000 / 121 / 10,5 (Produit russe). La surtension considérée est de type Impulsionnelles d'origine atmosphérique.

Afin de bien mener cette étude, nous avons subdivisé notre travail en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous aborderons des généralités sur les transformateurs de puissance, entre autre leur constitution générale et leurs différents types.

Une étude théorique sur les phénomènes transitoires, apparaissant dans les enroulements du transformateur suite à une surtension de type impulsionnel, fera l'objet du second chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à l'élaboration d'un schéma équivalent traditionnel du transformateur (sans tenir compte du noyau), permettant ainsi d'obtenir les équations des tensions et les équations des courants en régime transitoire.

Enfin, le quatrième chapitre portera une étude sur l'influence du noyau sur la répartition des surtensions le long des enroulements HT et BT du transformateur. Cette étude est réalisée en utilisant le logiciel Orcad\_10 .5.

# *Chapitre I*

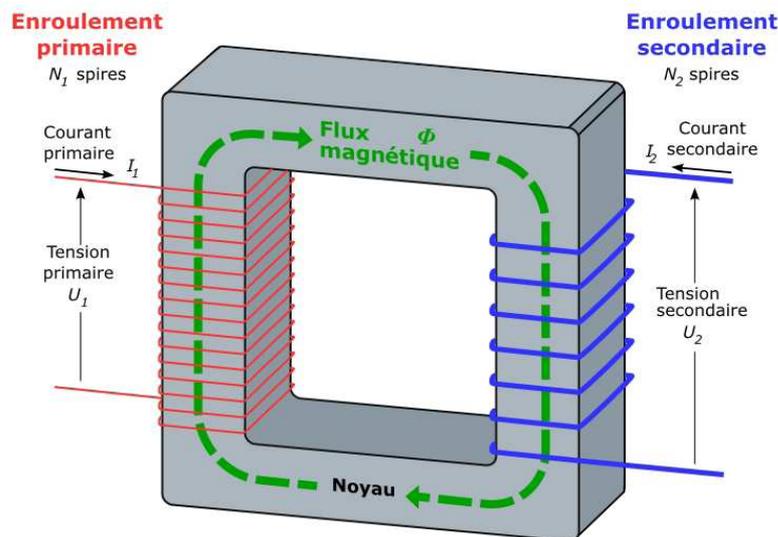
## *Constitution générale et types de transformateurs de puissance*

## Introduction

Le transformateur est une machine électrique statique destinée à transformer une tension (courant) alternative en une autre tension (courant) alternative de même fréquence, et d'amplitudes généralement différentes afin de l'adapter aux différents besoins d'utilisation [BOU 07].

Un transformateur se compose d'un noyau, de deux ou plusieurs enroulements à couplage électromagnétique et dans le cas particulier, d'un autotransformateur à couplage électrique.

Selon le nombre d'enroulements le transformateur est dit à deux, trois ou à plusieurs enroulements. Conformément au genre du courant on distingue les transformateurs monophasés, triphasés et polyphasés. L'enroulement du transformateur qui est alimenté s'appelle « enroulement primaire », l'autre enroulement est appelé « enroulement secondaire ». Fig.I.1.



**Fig.I.1 Schéma de principe d'un transformateur monophasé.**

Conformément aux appellations des enroulements toutes les grandeurs qui se rapportent à l'enroulement primaire, la puissance, le courant, etc..., sont appelées primaires et celles qui se rapportent à l'enroulement secondaire sont dites secondaires. On appelle l'enroulement connecté au réseau à tension plus élevée « enroulement haute tension », l'enroulement connecté au réseau de tension inférieure est appelé « enroulement basse tension ». Si la tension secondaire est inférieure à celle du primaire, le transformateur est appelé « transformateur abaisseur », dans le cas contraire, le transformateur est appelé « transformateur élévateur ».

## **I.1 Constitution générale d'un transformateur**

Un transformateur comprend les parties principales suivantes :

Le noyau, les enroulements, la cuve et les isolateurs de sortie.

### **I.1.1 Le noyau du transformateur**

Le noyau du transformateur est l'ensemble formant le circuit magnétique. Il est en tôles d'aciers minces assemblées de telle sorte que les entrefers soient réduits au minimum. Leurs épaisseurs varient de 0,35 à 0,5 mm selon la destination et l'importance du transformateur [MER 69]. Actuellement on emploie deux sortes d'acier à transformateurs [KOS 79] : a) Acier laminé à chaud, b) Acier laminé à froid.

#### **I.1.1.1 Préparation des tôles qui constituent le noyau du transformateur**

Deux techniques [MER 69] sont utilisées pour la constitution des circuits magnétiques :

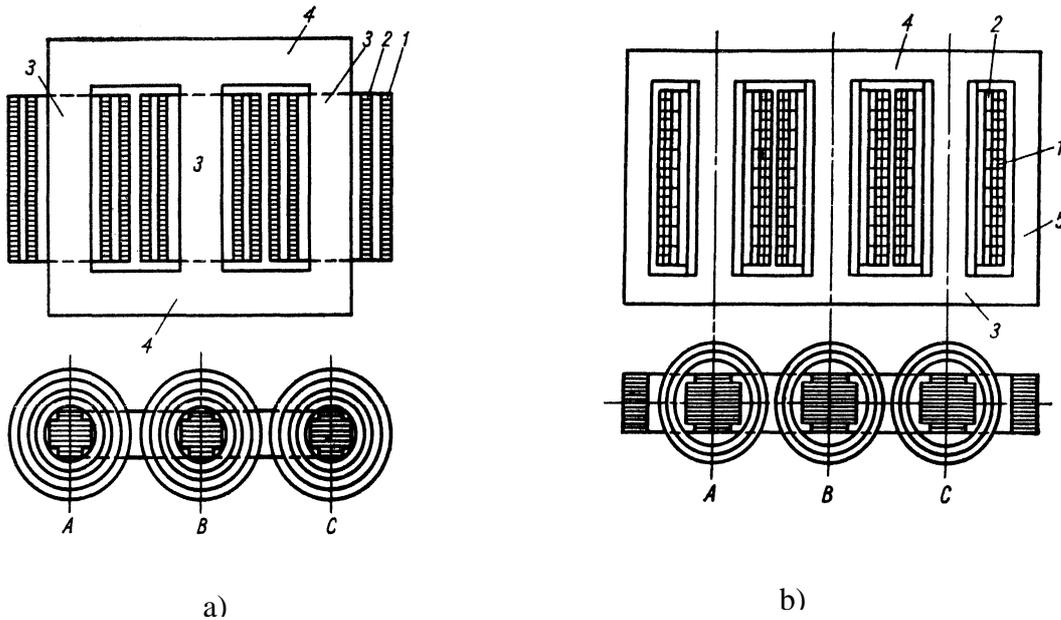
1) La première technique consiste à découper et poinçonner les tôles, puis éliminer les bavures par meulage, en faisant passer les tôles entre deux rouleaux, les tôles sont ensuite vernies et passées au four pour polymériser le vernis. Pour ces tôles laminées à chaud, les pertes par kilogramme de tôles varient de 1,3 à 1,1 watt pour une induction de 1 tesla à 50 hertz.

2) La deuxième technique consiste à laminier les tôles à froid, pour obtenir des cristaux orientés, de façon que le flux circule dans le sens du laminage. Pour cela, on tient compte lors du découpage et de l'assemblage des tôles, de l'orientation des cristaux. Les pertes par kilogramme de tôles sont de l'ordre de 0,6 à 0,5 watt, pour une induction de 1 tesla à 50 hertz.

Notons que les tôles laminées à froid possèdent de meilleures caractéristiques magnétiques par rapport à celles laminées à chaud. Elles sont utilisées pour obtenir de faibles pertes Joule et une grande perméabilité.

### **I.1.2 L'enroulement primaire et l'enroulement secondaire**

Ces deux enroulements, toujours avec un nombre de spires différent, sont répartis sur le noyau du circuit magnétique de façon que le flux qui traverse un enroulement traverse l'autre. Le sens du bobinage de l'enroulement doit être le même pour toutes les bobines afin d'avoir un flux additif dans le noyau [IVA 80].



**Fig.I.2 transformateurs triphasés à enroulements concentriques**

1-L'enroulement haute tension ;

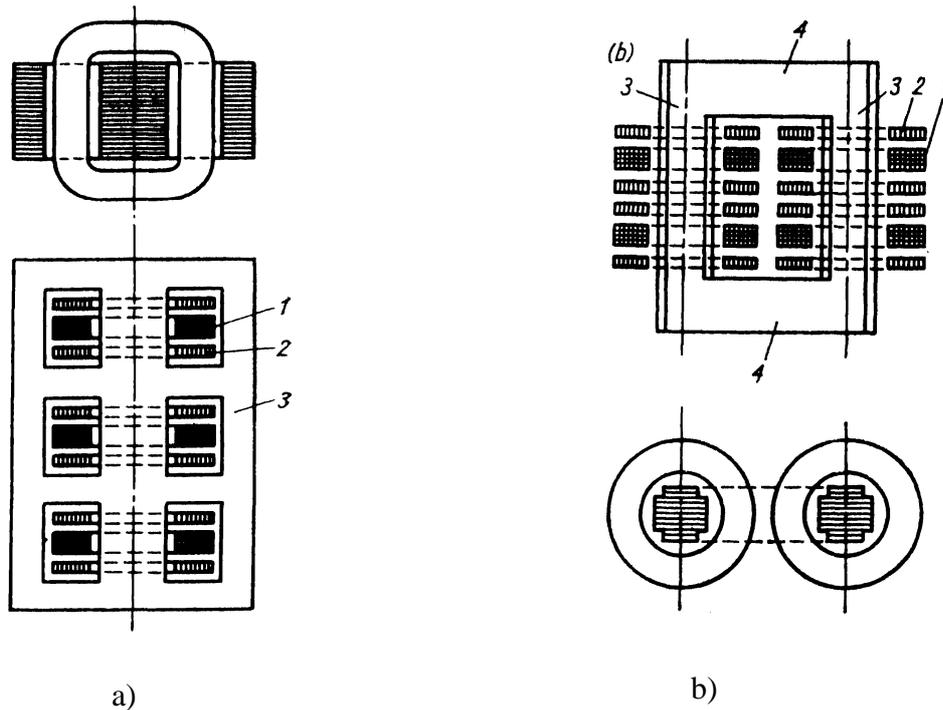
2-L'enroulement basse tension ;

3-La colonne ;

4 ,5-La culasse.

Selon la disposition des enroulements l'un par rapport à l'autre on distingue :

- a) Les enroulements concentriques : Ils représentent des cercles avec centre commun. Un transformateur à enroulement concentrique est représenté par les figs.I.2a et I.2b. On place l'enroulement BT plus près de la colonne car il est plus facile à isoler.
- b) Les enroulements alternés : Dans lesquels les parties des enroulements primaire et secondaire se suivent alternativement suivant la hauteur de la colonne. Un transformateur à enroulement alterné est représenté par les figures.I.3a et I.3b, les parties des enroulements HT et BT sont disposées de façon que les bobines de l'enroulement BT se trouvent plus près de la culasse. Une telle disposition des enroulements présente certains inconvénients, ils sont difficiles à fabriquer, résistent moins aux courts-circuits et sont plus difficile à isoler l'un de l'autre et de la culasse. Pour cette raison le transformateur le plus utilisé est celui à colonne et à enroulements concentriques.



**Fig.I.3 Transformateurs à enroulements alternés.**

*a) Transformateur triphasé cuirassé.*

*1-L'enroulement haute tension ;*

*2-L'enroulement basse tension ;*

*3-La culasse.*

*b) Transformateur monophasé à colonnes.*

*1-L'enroulement haute tension ;*

*2-L'enroulement basse tension ;*

*3-La colonne ;*

Les enroulements des transformateurs doivent satisfaire à plusieurs exigences dont les plus importantes sont :

- ✓ L'enroulement doit être économique en tenant compte du prix du cuivre et du rendement du transformateur.
- ✓ Le régime thermique de l'enroulement doit répondre aux exigences des normes, car une température trop élevée réduit la vie du transformateur.
- ✓ L'enroulement doit résister aux contraintes brusques.
- ✓ L'enroulement doit présenter une rigidité diélectrique telle qu'il peut supporter les surtensions

### **I.1.3 La cuve du transformateur**

La constitution de la cuve du transformateur est liée aux calculs thermiques du transformateur. A l'heure actuelle les transformateurs les plus répandus sont les transformateurs dans lesquels le noyau et les enroulements sont placés dans une cuve remplie d'huile. Il existe différentes formes de cuves selon la puissance du transformateur.

### **I.1.4 Le couvercle de cuve et sorties**

Le couvercle de la cuve est un élément important, on y place plusieurs pièces à savoir :

- Les isolateurs de sortie des enroulements HT et BT.
- Le conservateur d'huile dans les transformateurs.
- Le tube d'évacuation des gaz.

## **I.2 Types de transformateurs**

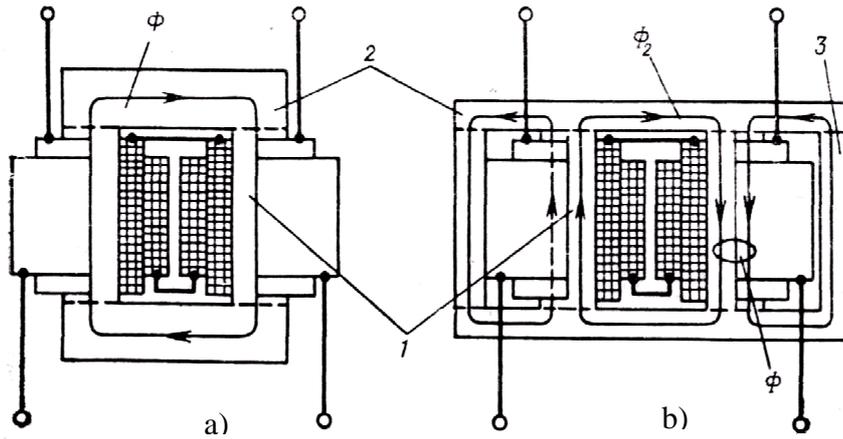
Suivant le type du noyau qui constitue le transformateur on distingue :

- Le transformateur à colonnes ;
- Le transformateur cuirassé.

### **I.2.1 Transformateur à colonnes**

Le transformateur à colonnes est constitué de deux enroulements concentriques par phase. Ces enroulements sont montés sur le noyau ferromagnétique qui se referme à ses extrémités via des culasses afin d'assurer une bonne canalisation du flux magnétique.

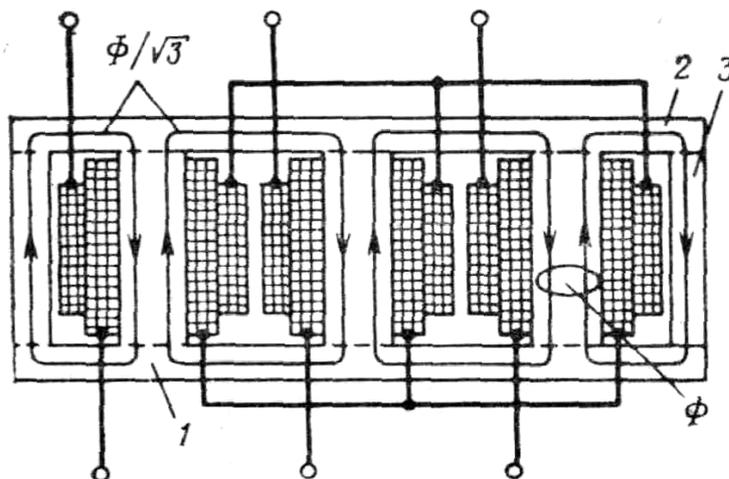
Dans cette technologie, ce sont les enroulements qui entourent le circuit magnétique de manière à maximiser le couplage tout en minimisant le volume des conducteurs [MAR 98] [LEF 06]. Les conducteurs sont de dimensions variables et de topologies multiples, selon les puissances mises en jeux. Dans un transformateur monophasé à colonnes, les enroulements primaire et secondaire sont constitués par deux paires de bobines reliées entre elles en série ou en parallèle et placées sur les deux colonnes réunies par des culasses ayant la forme d'un O fig.I.4.



**Fig.I.4 Transformateur monophasé à deux colonnes (a) et à trois colonnes (b)**

- 1- Colonne principale;
- 2- Culasse;
- 3- Colonne extrême.

Dans un transformateur triphasé à colonnes, l'enroulement de chacune des phases est placé sur sa propre colonne (fig.I.5). Le transformateur ainsi constitué est alors composé de trois paires de bobinages indépendantes connectées selon différents schémas de connections. On retrouve ainsi des couplages dits en étoile et en triangle, voir d'autres dérivés permettant la compensation de certains courants harmoniques.



**Fig.I.5 Transformateur triphasé à cinq colonnes**

- 1- Colonne principale ;
- 2- Culasse ;
- 3- Colonne extrême.

### **I.2.1.1 Les bobinages**

Les enroulements sont conçus par une juxtaposition de couches successives, composées elles même de multiples spires jointives. Pour des contraintes électriques et économiques, les couches extérieures et intérieures sont généralement et respectivement associées aux bobinages haute et basse tension. Le nombre de spires primaires et secondaires est imposé, par la tension utilisée, en corrélation avec la valeur d'induction dans le circuit magnétique, la section de celui-ci, la fréquence et le rapport de transformation.

Les conducteurs sont en cuivre ou en aluminium pour des puissances importantes, ces matériaux sont préférés à d'autres pour leurs bonnes propriétés conductive, thermique, mécanique, massique et économique. Ils se présentent sous différents aspects, on les retrouve sous la forme de fils massifs, de section circulaire, carrée ou de type méplat, ou encore laminés en fines feuilles.

### **I.2.1.2 Le circuit magnétique**

Le noyau est composé d'un empilage de tôles ferromagnétiques, à haute perméabilité et à cristaux orientés, isolées électriquement entre elles. Il doit être conçu de façon à réduire les pertes par courant de Foucault et par hystérésis qui se produisent lors de la variation périodique du flux magnétique. On parvient à résoudre ce problème en prenant des mesures à savoir

[IVA 80] [MER 69]:

- Emploi d'acier magnétiquement doux ayant une petite surface du cycle d'hystérésis et de faibles pertes par hystérésis ;
- Emploi d'aciers spéciaux présentant, grâce à des additifs, une résistivité élevée ;
- Emploi de tôles dont l'épaisseur est choisie telle que les courants de Foucault soient pratiquement sans effet.

### **I.2.1.3 Le couplage**

Le triangle et l'étoile, sont les connexions couramment utilisées dans les réseaux électriques de hautes et très hautes tensions. Plusieurs combinaisons distinctes de ces couplages sont disponibles pour les enroulements primaire et secondaire.

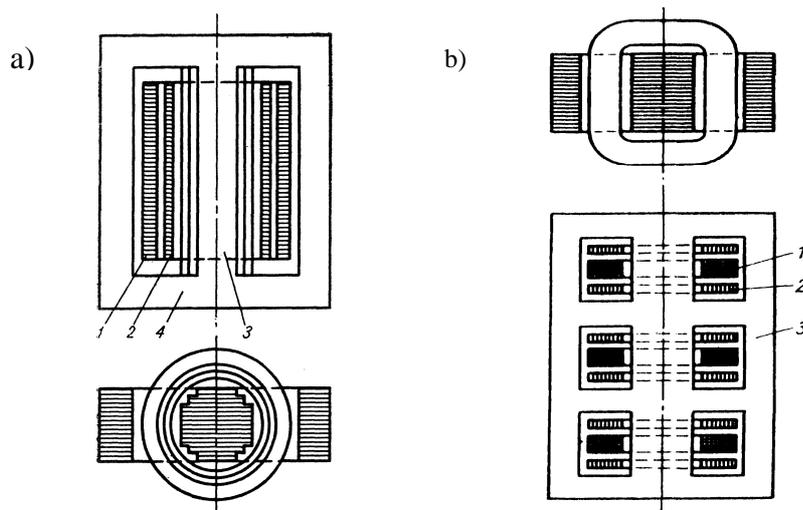
Le couplage triangle offre l'intérêt de piéger des harmoniques de séquence homopolaire et ainsi d'empêcher leur propagation sur le réseau électrique. De plus, en cas de détérioration d'un enroulement, le transformateur reste opérationnel. Son fonctionnement, dénommé en « triangle ouvert », ne dispose plus de toute la puissance nominale.

Le couplage étoile permet, quant a lui, de disposer d'un conducteur de neutre. Lorsqu'il est utilisé au primaire et sans conducteur de neutre distribué, celui-ci peut créer des problèmes lors de l'alimentation de charges déséquilibrées. Dans ce cas le point neutre peut se déplacer en entraînant alors des surtensions modérées aux bornes des enroulements.

Les différents types de couplage exposés sont aussi applicables à des transformateurs triphasés cuirassés.

### I.2.2 Transformateur cuirassé

Pour ce type de transformateur, le circuit magnétique entoure complètement l'enroulement des deux cotés (fig.I.6). La cuve assure le serrage de l'ensemble et le transformateur ainsi constitué est alors assuré d'une excellente rigidité mécanique associée à une grande compacité. Ces transformateurs sont utilisés principalement au sein des réseaux de transport et de répartition, ou les surtensions transitoires sont fréquentes. Pour cela des écrans sont utilisés afin de réduire les contraintes liées aux champs électriques dans les bobinages.



**Fig.I.6 Transformateur cuirassé.**

- a) Transformateur triphasé.      b) Transformateur monophasé.
- 1-L'enroulement haute tension;      1-L'enroulement haute tension;
- 2-L'enroulement basse tension;      2-L'enroulement basse tension;
- 3-La culasse.      3- La colonne ;
- 4-La colonne.

#### I.2.2.1 Les bobinages

Les enroulements sont répartis en plusieurs sous groupes de bobines. Ces bobines sont appelées galettes ou disques à cause de leur géométrie cylindrique de faible hauteur.

Ces galettes sont alternées entre la haute et la basse tension afin de diminuer les fuites magnétiques et le gradient de tension. Dans ce cas, les enroulements sont dits alternés ou en galettes (figI.3.a et figI.3.b).

### **I.2.2.2 La cuve**

La cuve assure le maintien mécanique du circuit magnétique et des enroulements, elle épouse naturellement le contour de la partie active et minimise ainsi le volume d'huile donc également le coût et la masse du transformateur.

### **I.2.2.3 Les écrans électrostatiques**

Des feuilles métalliques à haute résistivité et de faible épaisseur sont employées pour réduire les contraintes entre les spires. Celles-ci sont insérées entre les feuilles isolantes des bobines haute tension. L'effet capacitif distribué de cette manière, permet alors de mieux répartir la tension uniformément sur toute la longueur de la bobine lors d'une onde de choc.

## **Conclusion**

L'industrie utilise les transformateurs des deux types décrits précédemment, à qui on associe des avantages et des inconvénients à savoir :

- ✓ La réluctance du circuit magnétique d'un transformateur à colonnes est plus grande que celle d'un type cuirassé, par conséquent, le nombre de spires et le rapport volumique entre les matériaux conducteurs et ferromagnétiques sont plus importants [LEF 06 ]. De plus, dans ces transformateurs l'organisation géométrique employée pour les enroulements provoque un gradient de tension important entre les couches successives. Les sollicitations diélectriques résultantes sont donc importantes et justifient alors l'utilisation d'une topologie d'enroulement différente pour des niveaux de tension importants.
- ✓ Le transformateur cuirassé présente quant à lui l'avantage de posséder un circuit magnétique plus court, et ses enroulements sont plus simples puisque le nombre de spires est moins grand vu que la section du noyau dans un transformateur cuirassé peut être plus grande que dans un transformateur à colonnes. Mais il présente certains inconvénients, du fait que ses enroulements sont moins accessibles à l'agent réfrigérant, leurs examens et leurs réparations sont plus difficiles. Et il demande davantage de matériaux isolants pour la haute tension que le transformateur à colonnes.

## *Chapitre II*

*Phénomènes transitoires dans  
les enroulements du  
transformateur en cas de  
surtensions*

## Introduction

Les transformateurs utilisés dans les réseaux électriques peuvent être soumis à l'action des surtensions [AFF 00]. Ces surtensions peuvent être d'origine interne ou externe.

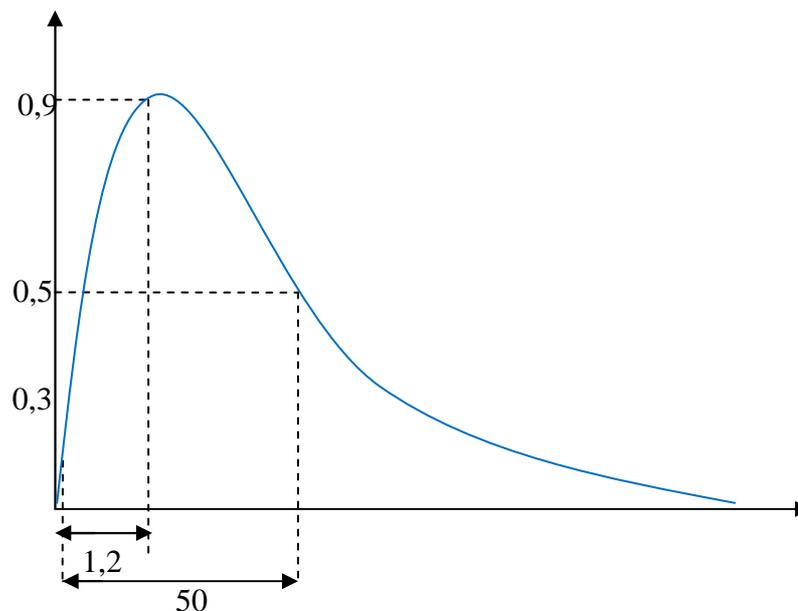
La norme CEI 71-1 [SCH] donne la classification des surtensions selon leurs durées et leurs formes. Selon la durée, on distingue les surtensions temporaires et les surtensions transitoires :

- Surtension temporaire : surtension à fréquence industrielle de durée relativement longue (De quelques périodes à quelques secondes).

- Surtension transitoire: surtension de courte durée ne dépassant pas quelques millisecondes, oscillatoire ou non, généralement fortement amortie.

Les surtensions transitoires sont divisées en :

- ✓ Surtension à front lent ;
- ✓ Surtension à front rapide ;
- ✓ Surtension à front très rapide.



**FigII.1** Caractéristique de l'onde normalisée.

Les plus dangereuses des surtensions pour les isolants utilisés dans les transformateurs sont les surtensions d'origine atmosphérique telle que les coups de foudre, ainsi que les surtensions dues aux décharges orageuses qui induisent dans les lignes de transport d'énergie des ondes de haute tension. L'onde de surtension induite se propage à partir de l'endroit où elle se manifeste avec une vitesse proche de celle de la lumière, elle se présente sous forme d'une impulsion apériodique à front raide (FigII.1)

Les formes d'ondes normalisées données par la norme CEI 71-1 utilisées pour effectuer les essais des matériels sont:

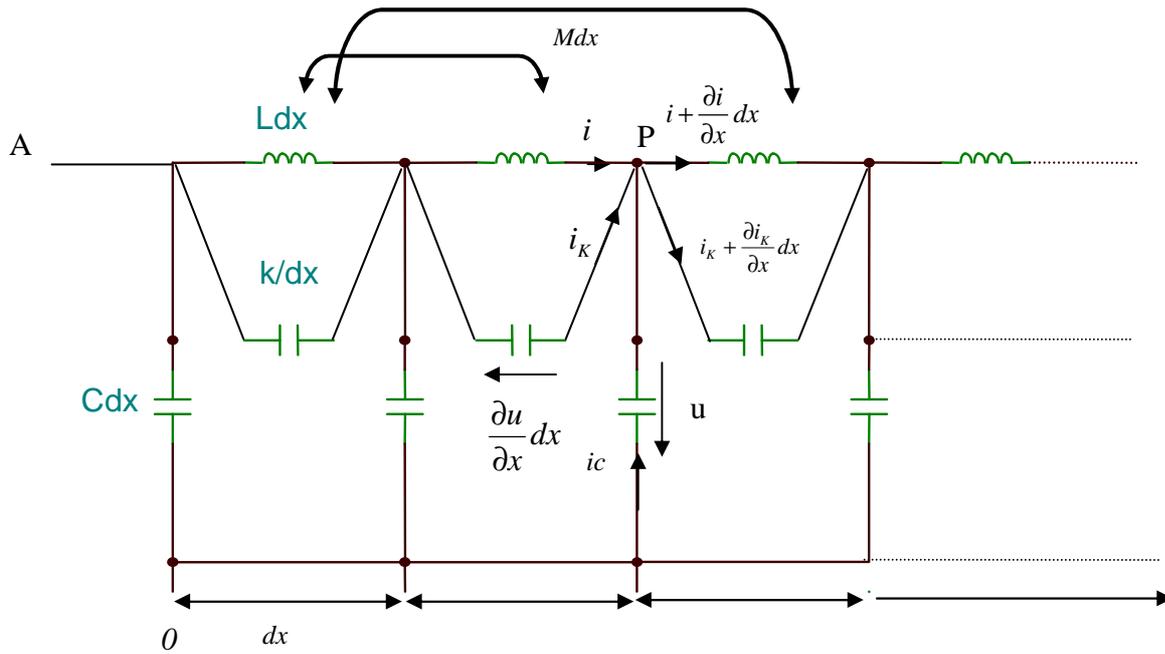
- Tension de courte durée à fréquence industrielle : c'est une tension sinusoïdale de fréquence comprise entre 48 Hz et 62 Hz et de durée égale à 60 s ;
- Tension de choc de manoeuvre : c'est une tension de choc ayant une durée jusqu'à la crête de 250  $\mu$ s et une durée de descente jusqu'à la mi-valeur de 2500  $\mu$ s ;
- Tension de choc de foudre : c'est une tension de choc ayant une durée de front montant de 1,2  $\mu$ s et une durée de descente jusqu'à la mi-valeur de 50  $\mu$ s. (Fig.II.1).

### **II.1 Définition : Répartition des surtensions le long d'un enroulement du transformateur**

Lorsqu'une surtension transitoire parvient à l'entrée d'un bobinage de transformateur, elle se propage le long de celui-ci, la répartition de la tension qui en résulte est un phénomène très complexe [AGU 90] durant lequel les tensions entre les différentes bobines et même entre les différentes spires de l'enroulement peuvent dépasser de plusieurs fois les tensions normales en régime permanent de fonctionnement du transformateur. Nous allons étudier dans ce qui suit le cas le plus simple des surtensions dans un transformateur lorsqu'un seul enroulement est soumis à une onde de surtension venant du côté de la borne A(Fig.II2), l'autre borne peut être mise ou isolée de la terre.

### **II.2 Schéma équivalent**

Pour l'étude de ce phénomène [MAN 05] on se limite à un schéma équivalent d'un enroulement du coté haute tension du transformateur [SIR 59] [RAZ 76][GUE 73][LOK 67] (FigII.2), en négligeant les résistances des enroulements et la transmission des phénomènes transitoires d'un enroulement à un autre .



**Fig.II.2 Schéma équivalent de l'enroulement haute tension du transformateur**

$L$ (H/m) Inductance linéique propre des spires.

$M$ (H/m) Inductance linéique mutuelle entre spires.

$C$ (F/m) Capacité linéique transversale entre les spires, la cuve et le noyau du transformateur.

$K$ (F.m) Capacité linéique longitudinale entres spires.

### II.3 Equations du circuit

L'application de l'équation de Kirchhoff au nœud P sur la figure II.2 donne :

$$ic + i_K - \frac{\partial i}{\partial x} dx - (i_K + \frac{\partial i_K}{\partial x} dx) = 0 \quad \text{II.1}$$

D'où :

$$ic = \frac{\partial(i + i_K)}{\partial x} dx \quad \text{II.2}$$

Comme :

$$ic = -C \frac{\partial u}{\partial t} dx \quad \text{II.3}$$

En égalant (II.2) et (II.3) on a :

$$\frac{\partial(i + i_k)}{\partial x} = -C \frac{\partial u}{\partial t} \quad \text{II.4}$$

Sur la capacité  $\frac{K}{dx}$  on a la relation :

$$i_k = -\frac{K}{dx} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} dx \quad \text{II.5}$$

D'où

$$i_k = -K \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} \quad \text{II.6}$$

$$\frac{\partial i_k}{\partial x} = -K \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \quad \text{II.7}$$

Sur l'inductance  $L$  on a la relation :

$$\frac{\partial u}{\partial x} dx = -L dx \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{II.8}$$

D'où :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -L \frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{II.9}$$

Et :

$$\frac{\partial i}{\partial t} = -\frac{1}{L} \frac{\partial u}{\partial x} \quad \text{II.10}$$

En multipliant les deux membres de l'équation II.10 par  $\frac{\partial t}{\partial x}$  :

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{1}{L} \frac{\partial u \partial t}{\partial x^2} \quad \text{II.11}$$

En sommant II.11 et II.7 on obtient :

$$\frac{\partial(i + i_k)}{\partial x} = -\frac{1}{L} \frac{\partial u \partial t}{\partial x^2} - K \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial t} \quad \text{II.12}$$

En égalant II.4 et II.12 puis en multipliant membre à membre l'équation obtenue par  $L \frac{\partial u}{\partial t}$  on

aura :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - LC \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + LK \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad \text{II.13}$$

La solution de l'équation (II.13) est de la forme  $u = U_0 \cos \omega t \sin \beta t$ . Elle représente une onde stationnaire.

$\omega$  est la pulsation,  $\omega = 2\pi f$

$\beta$  est la constante de propagation,  $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  est la longueur d'onde.

En basses fréquences, les réactances capacitives ( $\frac{1}{\frac{K}{dx}\omega}$  et  $\frac{1}{Cdx\omega}$ ) sont négligeables, et le schéma

équivalent ordinaire du transformateur ne tient compte que des réactances inductives ( $Ldx\omega$ ). A hautes fréquences, les phénomènes capacitifs deviennent prépondérants. Par conséquent le schéma équivalent du transformateur doit comprendre non seulement les inductances  $L$  des éléments de l'enroulement mais aussi les capacités  $K$  entre les éléments et les capacités  $C$  de ces éléments par rapport à la masse (Fig.II.2) [MIK 07].

## II.4 Répartition initiale de la tension sur un enroulement du transformateur :

Lorsqu'on étudie la répartition initiale de la tension en régime transitoire, sur un bobinage, la contribution des inductances est nulle car le courant ne parcourt plus les spires à cause de leur forte réactance d'induction ( $L\omega$ ) et ne circule qu'à travers les capacités transversales ( $C$ ) et les capacités longitudinales ( $K$ ) [KOS 76]. C'est donc uniquement la répartition due à la présence des capacités que l'on prend en compte.

### II.4.1 Répartition initiale de la tension sur un enroulement dont le neutre est mis à la terre

Pour calculer la distribution initiale de la tension, on admet que les réactances ( $\omega L$ ) égale à l'infinie, et on considère que la répartition de la tension ne dépend que des capacités (Fig.II.3).

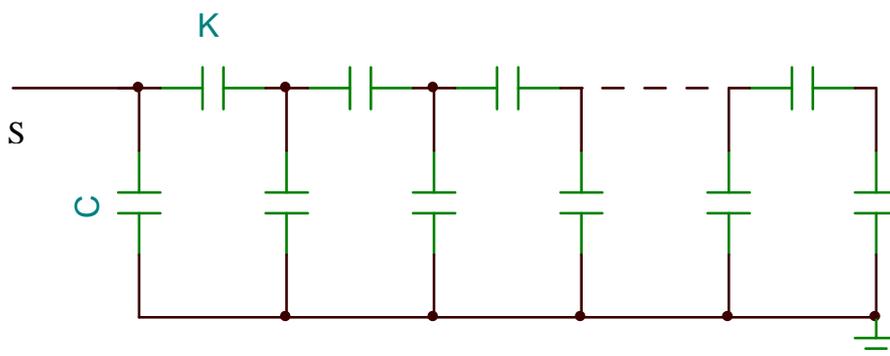


Fig.II.3 Schéma équivalent simplifié de l'enroulement HT lors de la répartition initiale de la tension

Dans l'hypothèse où  $L \rightarrow \infty$  l'équation II.13 devient :

$$-C \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + K \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \quad \text{II.14}$$

Au temps  $t=0$  on pose  $u(x,0) = u_x$

L'équation II.14 devient

$$\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} - \frac{C}{K} u_x = 0 \quad \text{II.15}$$

La solution de l'équation II.15 est de type :

$$u_x = A \exp(\alpha x) + B \exp(-\alpha x) \quad \text{II.16}$$

$$\text{Où } \alpha = \sqrt{\frac{C}{K}} \quad \text{II.17}$$

Les paramètres A et B de l'équation (II.16), sont déterminés par les conditions initiales et aux limites.

### Conditions initiales et aux limites :

Pour  $x = 0$

$$u_x = 1 \text{ pu} \quad \text{II.18}$$

Pour  $x = l$  (point mis à la terre)

$$u_x = 0 \quad \text{II.19}$$

En introduisant II.18 et II.19 dans II.16 on aura :

$$\text{Pour } x = 0, 1 = A + B \text{ d'où } B = 1 - A \quad \text{II.20}$$

$$\text{Pour } x = l, 0 = A \exp(\alpha l) + B \exp(-\alpha l) \quad \text{II.21}$$

En combinant II.20 et I.21 on a :

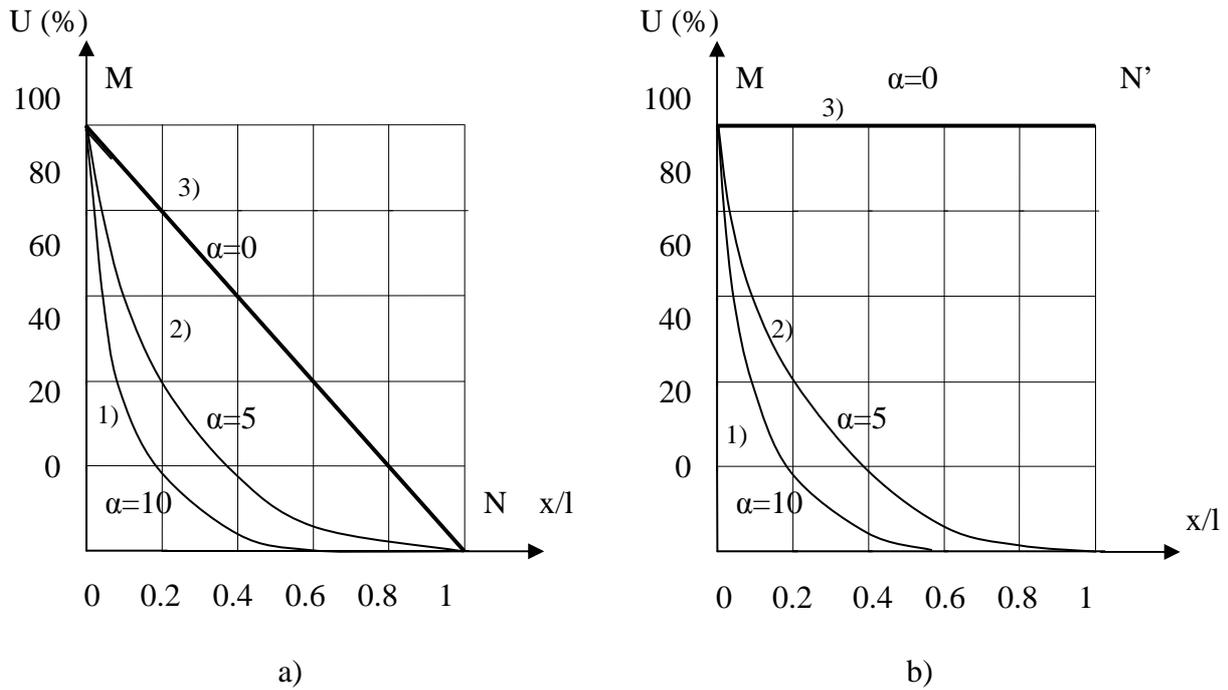
$$A = \frac{\exp(-\alpha l)}{\exp(\alpha l) - \exp(-\alpha l)} \quad \text{II.22}$$

En introduisant II.22 dans II.16 on obtient :

$$u_x = \frac{\exp[\alpha(l-x)] - \exp[-\alpha(l-x)]}{\exp(\alpha l) - \exp(-\alpha l)} \quad \text{II.23}$$

Qui peut s'écrire sous la forme hyperbolique suivante :

$$u_x = \frac{\text{sh}[\alpha(l-x)]}{\text{sh}(\alpha l)} \quad \text{II.24}$$



**FigII.4 Répartition de la tension le long d'un enroulement**

a) Enroulement mis à la terre.

b) Enroulement isolé de la terre.

1- Répartition initiale de la tension pour  $\alpha = 10$  ;

2- Répartition initiale de la tension pour  $\alpha = 5$  ;

3- Répartition initiale de la tension pour  $\alpha = 0$

On voit sur la figure.II.4 que la répartition initiale de la tension avec les différents rapports de transformation est irrégulière, cette irrégularité s'accroît lorsque  $\alpha$  augmente d'une autre manière lorsque la capacité transversale augmente ou la capacité longitudinale diminue. On constate dans ce cas que l'isolation des spires situées du côté haute tension sera très sollicitée en cas de surtension. Pour  $\alpha \approx 0$  on voit que la répartition est parfaitement uniforme (Courbe 3 des figures II.4a et II.4b).

## II.4.2 Répartition initiale de la tension sur un enroulement dont le neutre est isolé de la terre [AGU 90]

### Conditions initiales et aux limites

Pour  $x = 0$

$$u_x = 1 \text{ pu} \quad \text{II.25}$$

Pour  $x = l$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=l} = 0 \text{ p.u} \quad \text{II.26}$$

En introduisant II.25 et II.26 dans II.16 on obtient :

$$\text{Pour } x = 0, 1 = A + B \text{ d'où } B = 1 - A \quad \text{II.27}$$

$$\text{Pour } x = l, 0 = A \exp(\alpha l) - B \exp(-\alpha l) \quad \text{II.28}$$

En combinant les équations II.27 et II.28 on a :

$$A = \frac{\exp(-\alpha l)}{\exp(\alpha l) + \exp(-\alpha l)} \quad \text{II.29}$$

En introduisant II.29 dans II.16 on obtient :

$$u_x = \frac{\exp[\alpha(l-x)] + \exp[-\alpha(l-x)]}{\exp(\alpha l) + \exp(-\alpha l)} \quad \text{II.30}$$

Qui peut s'écrire sous la forme hyperbolique suivante :

$$u_x = \frac{ch[\alpha(l-x)]}{ch(\alpha l)} \quad \text{II.31}$$

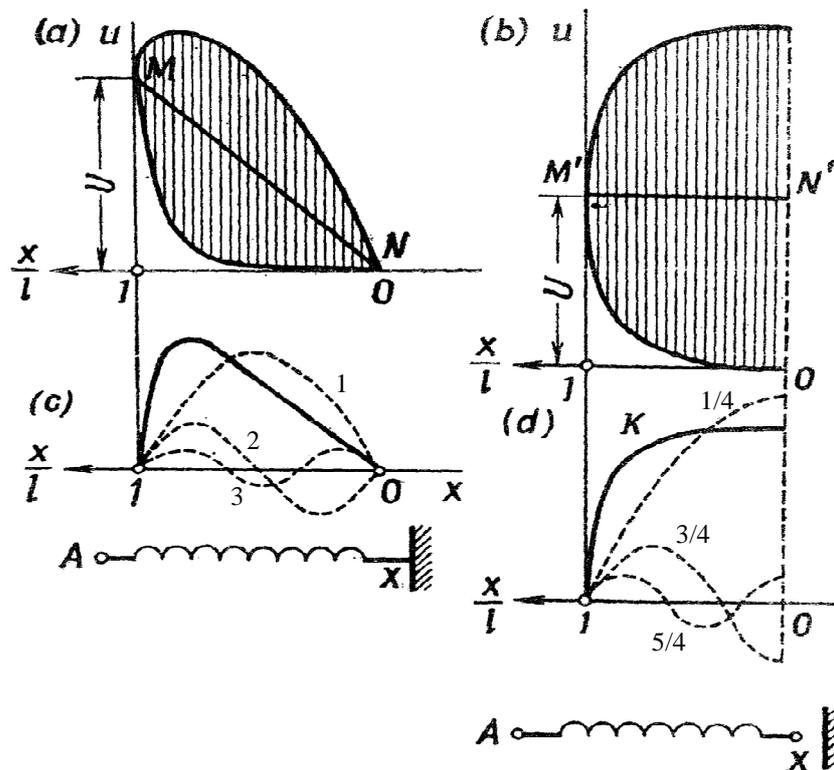
La répartition initiale de la tension le long d'un enroulement isolé de la terre est représentée sur la figure.II.4b.

## II.5 Répartition finale de la tension sur un enroulement du transformateur

Le passage de la tension initiale à la tension finale en chaque point de l'enroulement est un phénomène transitoire [CHA 82]. A la fin de ce phénomène et après un intervalle de temps, l'onde de tension se répartit uniformément le long de l'enroulement. Lorsque le neutre est mis à la terre la répartition finale de la tension est représentée par une droite inclinée  $MN$  sur les

figures II.4a et II.5a. Pour un neutre isolé de la terre l'enroulement acquit le même potentiel, une telle répartition est représentée par une droite  $MN'$  sur la figure II.4b et  $M'N'$  sur la figure II.5b.

Les droites  $MN$ ,  $MN'$  de la figure II.4 représentent la répartition finale de la tension. Elles sont considérées comme des axes autour desquels se produit le phénomène transitoire, si on développe la différence entre la répartition initiale et finale de la tension en séries d'harmoniques, pour un transformateur dont le neutre est mis à la terre on obtient 1, 2, 3, ...etc demis ondes (fig.II.5c) pour un transformateur à neutre isolé de la terre on obtient  $1/4, 3/4, 5/4, \dots$ etc d'onde (fig.II.5d ).



**FigII.5 Phénomène transitoire dans un transformateur**

*a) et c) Neutre mis à la terre.*

*b) et d) Neutre isolé de la terre.*

### Conclusion

D'une manière identique sont analysés tous les phénomènes complexes qui apparaissent dans les transformateurs lors des impulsions apériodiques de formes quelconques. Si l'impulsion est de nature oscillatoire à haute fréquence, il apparaît des grands gradients de tension entre l'enroulement du transformateur en un point donné et la terre, ainsi qu'entre des parties voisines de l'enroulement. Dans chacun de ces cas le transformateur peut subir des avaries qui aura pour résultat sa mise hors service.

## *Chapitre III*

### *Modélisation des enroulements du transformateur*

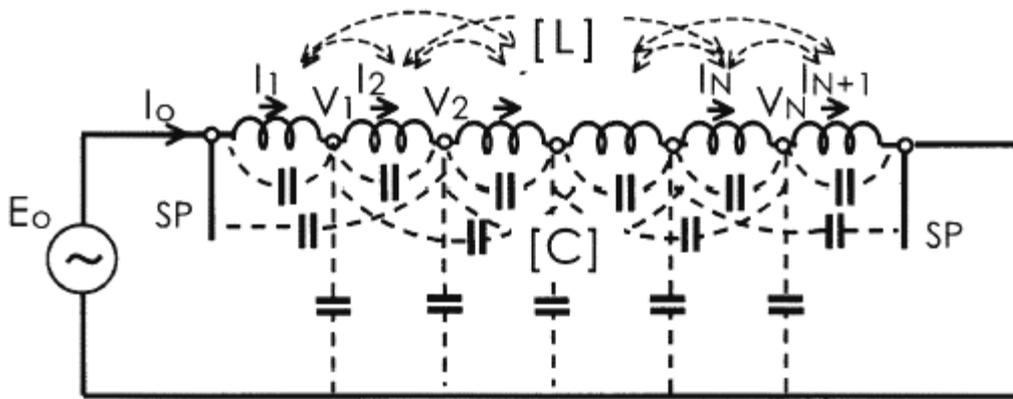
## Introduction

Les transformateurs sont l'objet à la fois de surtensions internes et externes. Ces surtensions sont connues pour générer des transitoires à front très raide dont la connaissance est très importante. Ces recherches nécessitent fréquemment des modèles de transformateurs vu que l'étude directe est impossible à réaliser.

### III.1 Modélisation du transformateur de puissance

La modélisation du transformateur de puissance est basée soit sur l'étude du régime transitoire, soit sur la distribution de tension dans l'enroulement pour dimensionner les isolants contre les surtensions. Les modèles du transformateur peuvent être classés en deux tendances [EBR 03] [TRA 06] :

**III.1.1 Modèle détaillé :** Ce genre de modèle consiste à représenter le transformateur par des capacités et des inductances. Le calcul de ces paramètres nécessite la résolution des équations électromagnétiques complexes et des informations sur les matériaux et la géométrie détaillée du transformateur. Comme chaque spire est modélisée en détail, ce type de modèle est destiné à l'étude de la distribution de tension dans les enroulements.



**III.1.2 Modèle entrée-sortie :** Dans ce type de modèle, le transformateur est considéré comme une boîte noire [POV 07] [WIL 91] [MIR 90] et la modélisation se base sur les caractéristiques en domaine fréquentiel des impédances du transformateur vues de ses bornes. À partir de ces caractéristiques un circuit équivalent sera développé. Ce modèle est convenable pour l'étude de l'interaction entre le transformateur et le réseau.

Parmi ces deux types de modèles, c'est le premier qui est approprié pour notre étude. Nous allons donc étudier un modèle de ce type issu de la littérature.

### III.2 Modélisation par les inductances propres et mutuelles

Heller et Veverka ont assimilé le comportement d'un enroulement soumis à une onde de choc à celui d'un système de condensateurs et d'inductances [GUE 73]. Ces modèles mathématiques utilisent un réseau équivalent de résistances, d'inductances et de capacités. Le coût et la précision des résultats dépendent du degré de raffinement dans la représentation du bobinage et des méthodes numériques de simulation mises en oeuvre.

On discrétise le transformateur par spires ou galettes ou par des bobinages que l'on appellera éléments. Chaque élément est représenté par sa résistance et son inductance propre qui est couplée mutuellement avec les autres inductances. Entre les éléments, il existe des capacités de couplages et pour chaque élément une capacité par rapport à la masse, Fig.III.1.

Quel que soit le type de représentation, les éléments sont calculés en fonction des caractéristiques géométriques et diélectriques du bobinage ainsi que des caractéristiques géométriques du noyau magnétique.

Ce modèle est le plus répandu et utilisé à l'heure actuelle pour modéliser un transformateur. Le nombre de paramètres à calculer est important. Pour  $n$  éléments, il faut calculer  $(n + 1) n/2$  capacités et  $(n + 1) n/2$  inductances. Le schéma est modifié, plus ou moins, selon l'intérêt de chaque étude.

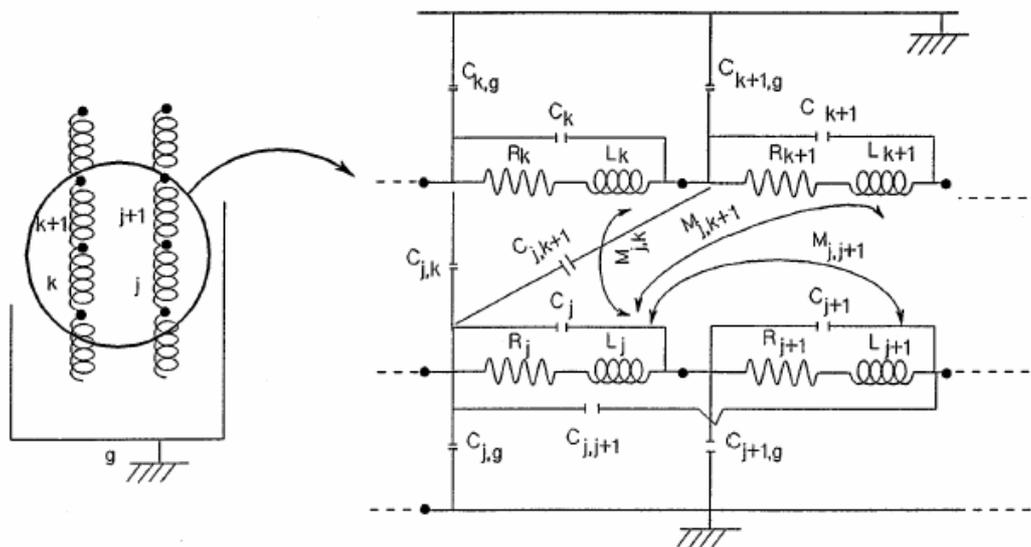


Fig.III.1 Couplage de l'élément J avec les autres éléments

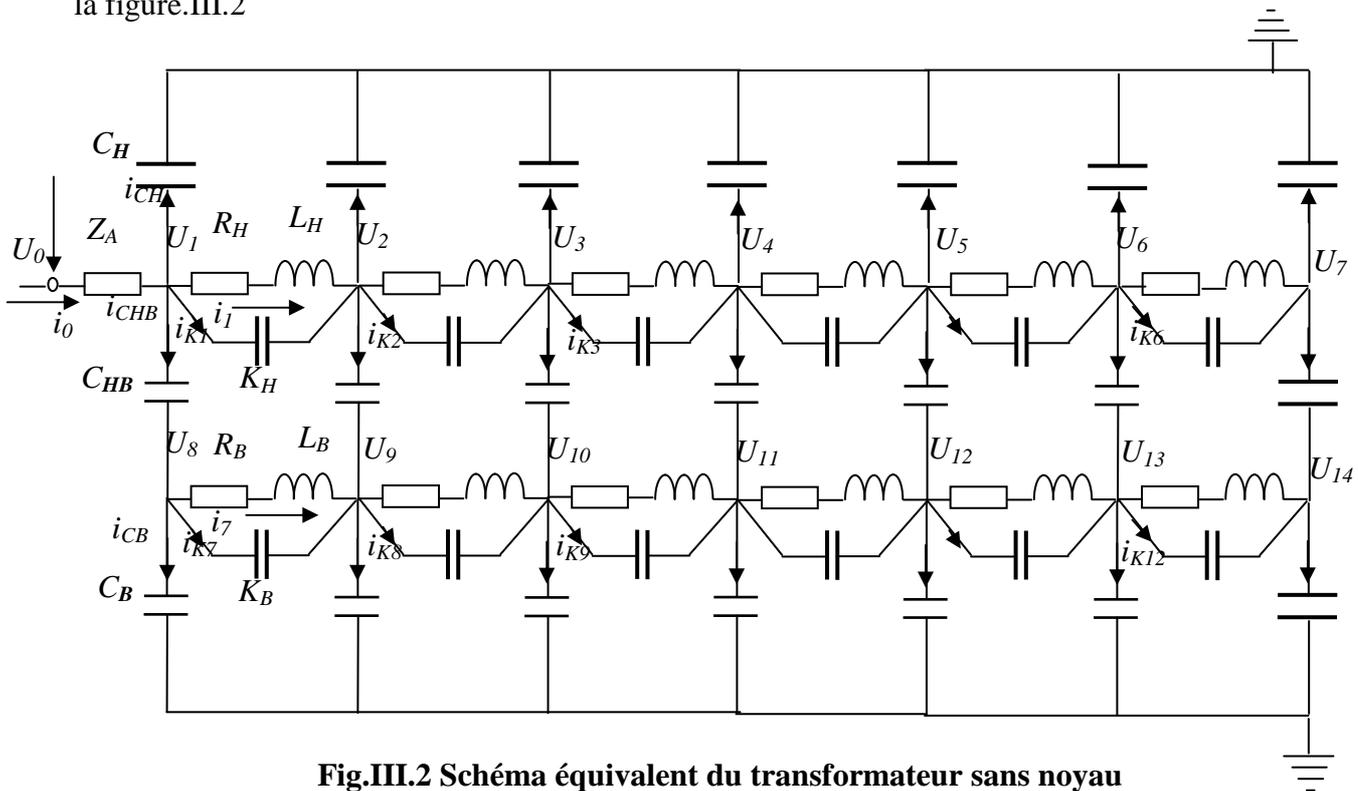
En HF, même si nous négligeons l'effet non linéaire du noyau de fer, la modélisation du transformateur reste plus complexe par rapport à celle de 50 Hz. De nombreux travaux ont été réalisés pour essayer de trouver un modèle unique du transformateur, mais cet objectif est loin d'être atteint en raison de plusieurs phénomènes à savoir :

- ✓ Effets des courants de Foucault dans le noyau de fer et dans les conducteurs de l'enroulement ;
- ✓ Actions des capacités apparaissant entre les spires et entre les spires et la masse ;
- ✓ Possibilités de phénomènes de résonances.

### III.3 Schéma équivalent et Caractéristiques du transformateur

#### III.3.1 Schéma équivalent traditionnel du transformateur

Le schéma équivalent traditionnel du transformateur à deux enroulements est représenté sur la figure.III.2



**Fig.III.2 Schéma équivalent du transformateur sans noyau**

En raisonnant sur le schéma de la figure.III.2, l'impédance caractéristique de la phase A de la ligne côté HT (on a représenté seulement la phase A) est noté  $Z_A$ . Chaque enroulement, est subdivisé en 6 éléments connectés en série [MUF 03]. Les résistances, les inductances propres, les capacités transversales (par rapport au noyau, à la cuve et entre les enroulements) et les capacités longitudinales sont représentés respectivement par R, L, C et K (le schéma équivalent traditionnel ne tient pas compte du noyau). Les paramètres du schéma de calcul du Transformateur (Fig.III.2),

sont calculés directement à partir de la géométrie du transformateur [MAR 05]. On donnera dans ce qui suit les caractéristiques électriques ainsi que les caractéristiques géométriques du transformateur de puissance étudié [NEK 89]

### III.3.2 Caractéristiques électriques du transformateur

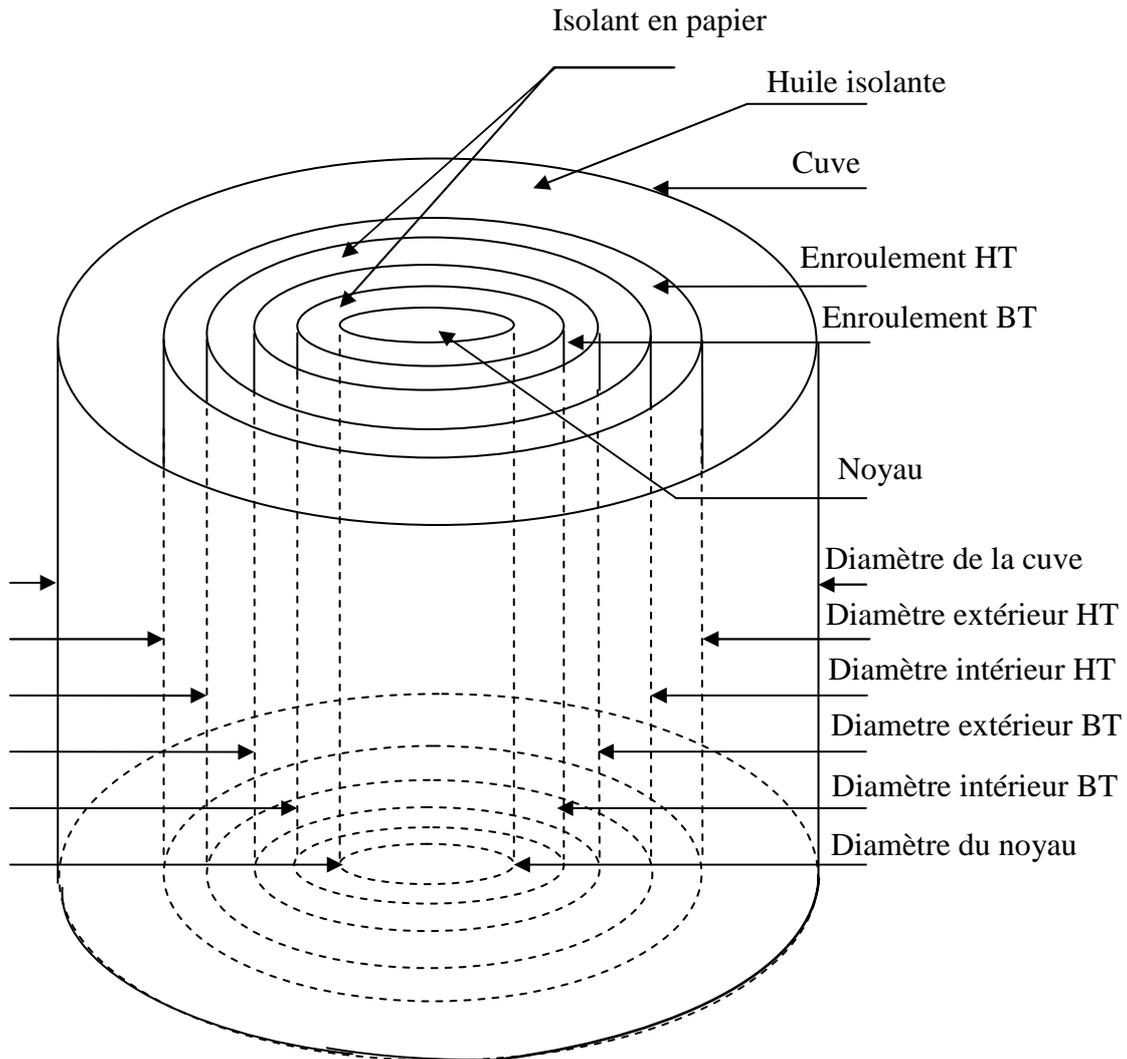
- Puissance apparente nominale :  $S_n = 40$  MVA ;
- Tension de l'enroulement haute tension :  $U_{nHT} = 121$  kV ;
- Tension de l'enroulement basse tension :  $U_{nBT} = 10,5$  kV.
- Tension de court-circuit :  $U_{cc} = 10,5$  %.
- Pertes de puissances en court-circuit :  $\Delta P_{cc} = 170$  kW.
- Pertes de puissances à vide :  $\Delta P_0 = 34$  kW.
- Courant à vide :  $I_0 = 0,55$  %.
- Fréquence de service:  $f = 50$  Hz.

### III.3.3 Caractéristiques géométriques du transformateur

- Nombre de tôles :  $n_1 = 2180$
- Nombre de spires :  $N = 1210$
- Diamètre extérieur de l'enroulement haute tension :  $d_{extHT} = 871$  mm.
- Diamètre intérieur de l'enroulement haute tension :  $d_{intHT} = 777$  mm.
- Diamètre extérieur de l'enroulement basse tension :  $d_{extBT} = 728$  mm.
- Diamètre intérieur de l'enroulement basse tension :  $d_{intBT} = 666$  mm.
- Diamètre du noyau :  $d_n = 654$  mm.
- Diamètre de la cuve :  $d_{cuve} = 1050$  mm.
- Longueur des enroulements (HT et BT) :  $l = 1660$  mm.

### III.3.4 Caractéristiques du noyau

- Perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  [H/m]
- Perméabilité de la tôle :  $\mu_r = 4000$
- La longueur de la tôle :  $l = 1,66$  [m]
- L'épaisseur de la tôle :  $d = 0,3 \cdot 10^{-3}$  [m]
- La conductivité de la tôle :  $\sigma = 2,2 \cdot 10^{+6}$  [1/Ω.m]



**Fig.III.3 Disposition schématique des enroulements du transformateur.**

### III.4 Relations pour le calcul des paramètres des enroulements HT et BT

#### III.4.1 La résistance $R$ [ $\Omega$ ]

La résistance équivalente ( $R$ ) de l'enroulement HT lors d'un courant impulsionnel  $i(t)$  est telle que :

$$R \cdot \int_{-\infty}^{\infty} i^2(t) dt = W_i \tag{III.1}$$

Où  $W_i$  est l'énergie de l'impulsion, qui est déterminée à l'aide du développement en série de Fourier du courant impulsionnel.

$$W_i = \frac{1}{\Pi} \int_0^{\infty} R(\omega) S^2(\omega) d\omega \tag{III.2}$$

$S(\omega)$  Est la densité du courant.

Dans le cas d'une impulsion de forme rectangulaire de durée  $t_r$ ,  $R_{\square}$  égale à :

$$R_{\square} = 1,6 \frac{R_0}{\sqrt{\omega t_r}} \quad \text{III.3}$$

Dans le cas d'une impulsion triangulaire de durée  $2t_r$ , on aura :

$$R_{\Delta} = 1,0575 \frac{R_0}{\sqrt{\omega t_r}} \quad \text{III.4}$$

$R_0$  : est la résistance à la fréquence  $\omega_0$

$$R_0 = \frac{\Delta p_{CC} \cdot U_{nH}^2}{S_n^2}$$

Pour un élément de l'enroulement HT la résistance est donnée par :

$$R_{Hi} = \frac{R_{\Delta}}{\text{nombre d'element}} \quad \text{III.5}$$

Pour l'enroulement BT la résistance est trouvée d'après le facteur de transformation

$$R_{Bi} = \frac{R_{Hi}}{k^2} \quad \text{III.6}$$

Avec :

$k$  : le rapport de transformation.

$$k^2 = \frac{U_{nH}^2}{U_{nB}^2} \quad \text{III.7}$$

### III.4.2 L'inductance propre L (H)

Pour déterminer l'inductance propre de l'enroulement HT, il faut calculer au préalable la valeur de l'inductance de cet enroulement en court-circuit ( $L_{Hcc}$ ) qui est donnée par la relation :

$$L_{Hcc} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f} \frac{U_{cc} \cdot U_{nH}^2}{100 \cdot S_n} \quad \text{III.8}$$

L'inductance totale de l'enroulement est donnée par la relation:

$$L_{Htot} = K_L \cdot L_{Hcc} \quad \text{III.9}$$

$K_L$  : Facteur de précision de l'inductance, qui tient compte de la forme de l'onde.

Pour une onde impulsionnelle de forme triangulaire  $K_L = 0,65$

L'inductance  $L_{Hi}$  d'un élément  $i$  de l'enroulement HT est donnée par la relation :

$$L_{Hi} = \frac{L_{Htot}}{\text{nombre d'elements}} \quad \text{III.10}$$

L'inductance  $L_{Hi}$  d'un élément i, est la somme de l'inductance propre  $L'_{Hi}$  de l'élément i et des mutuelles ( $M_{Hij} + M_{HBij}$ )

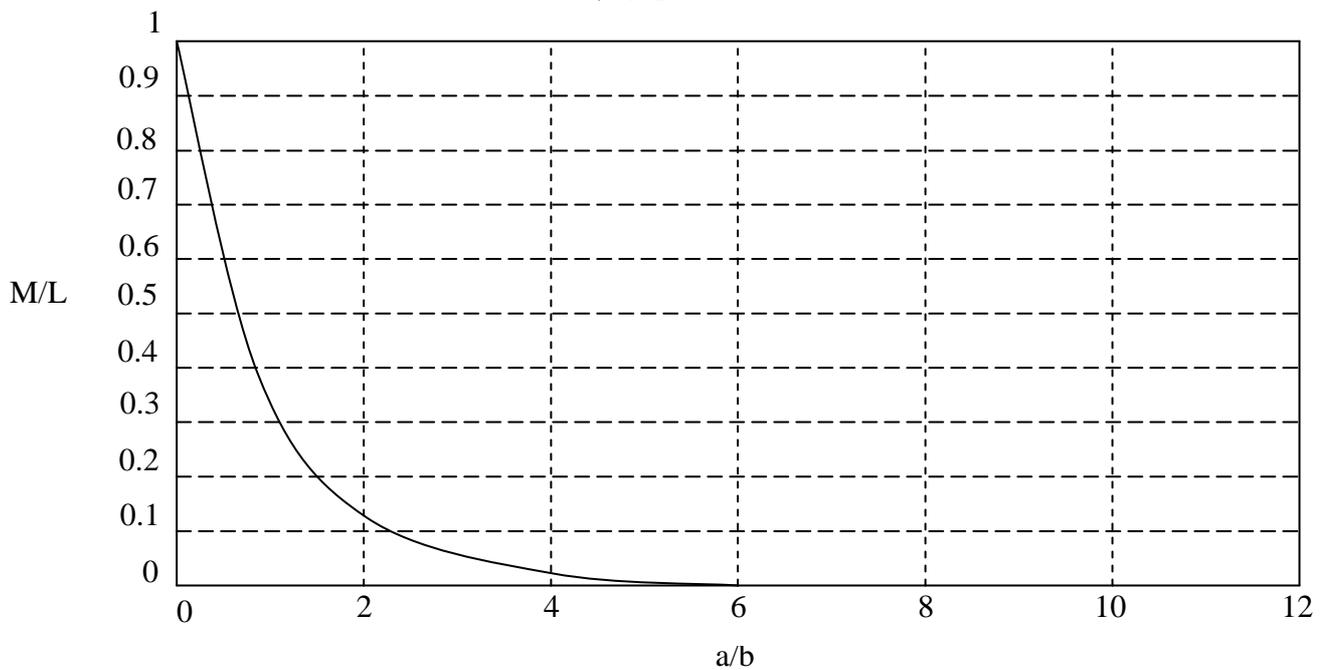
$$L_{Hi} = L'_{Hi} + \sum (M_{Hij} + M_{HBij}) \quad \text{III.11}$$

D'où

$$L'_{Hi} = L_{Hi} - \sum (M_{Hij} + M_{HBij}) \quad \text{III.12}$$

Par ailleurs, les mutuelles sont relevées des courbes III.13 et donnés dans les tableaux 1 et 2

$$\frac{M_{Hij}}{L'_{Hi}} = f\left(\frac{a}{b_1}\right), \frac{M_{Bij}}{L'_{Bi}} = f\left(\frac{a}{b_2}\right) \text{ et } \frac{M_{HBij}}{L'_{HBi}} = f\left(\frac{a}{\sqrt{b_1 b_2}}\right) \quad \text{III.13}$$



**Fig.III.4 Représentation d'une fonction  $f\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{M}{L}$**

$$a = \frac{\text{Longueur de l'enroulement}}{\text{Nombre d'éléments}}$$

$$b_1 = \frac{d_{\text{intHT}} + d_{\text{extHT}}}{4} - \frac{d_{\text{noyau}}}{2}$$

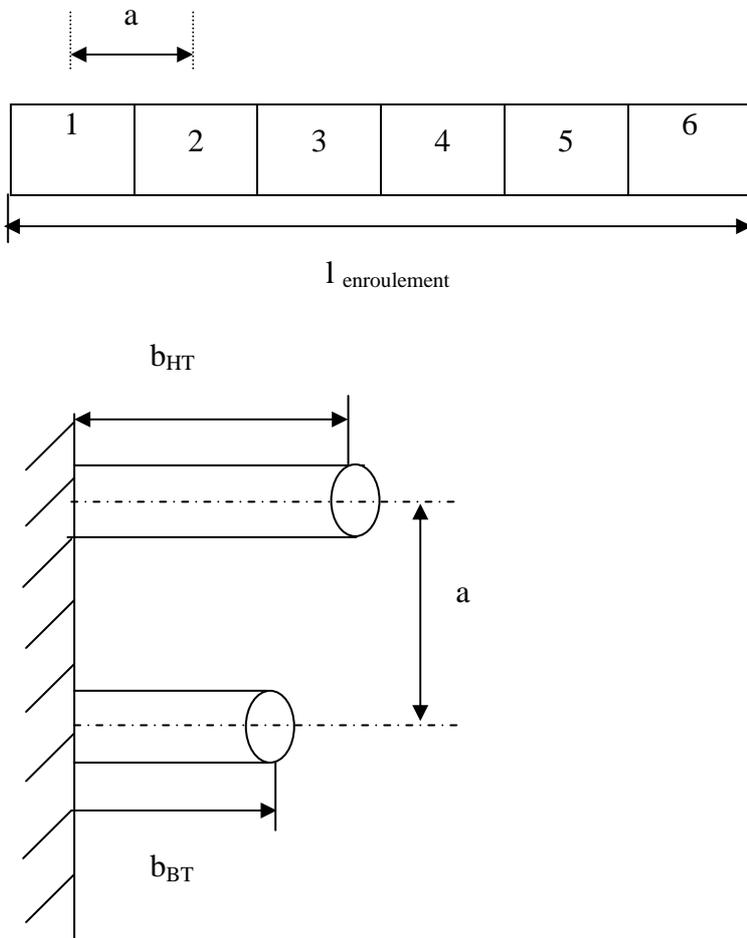
$$b_2 = \frac{d_{\text{intBT}} + d_{\text{extBT}}}{4} - \frac{d_{\text{noyau}}}{2}$$

a : la distance entre les éléments de l'enroulement

$b_1$  : la distance entre l'élément HT et le noyau.

$b_2$  : la distance entre l'élément BT et le noyau.

### Disposition schématique des spires



L'inductance propre d'un élément  $i$  de l'enroulement BT est calculée d'après le facteur de transformation :

$$L'_{Bi} = \frac{L'_{Hi}}{K^2} \quad \text{III.14}$$

### III.4.3 La capacité transversale C

La capacité transversale est donnée par la relation:

$$C_{tot} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot \pi l \frac{d_1 + d_2}{d_1 - d_2} \quad \text{III.15}$$

Avec :

$\epsilon_0$  : permittivité absolue du vide ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m)

$\epsilon_r$  : permittivité relative de l'huile ( $\epsilon_r = 3,9$ )

l : la longueur de l'enroulement.

$d_1$  ;  $d_2$  : les diamètres des enroulements dont on cherche la capacité entre eux ;  $d_1$  et  $d_2$  peuvent être aussi les diamètres du noyau ou de la cuve.

### III.4.3.1 La capacité transversale $C_{Htot}$ entre l'enroulement HT et la cuve

Dans ce cas  $d_1$  est le diamètre de la cuve,  $d_2$  est celui de l'enroulement HT.

Pour un élément i de l'enroulement HT la capacité transversale  $C_{Hi}$  est donnée par :

$$C_{Hi} = \frac{C_{Htot}}{\text{nombre d'élément} + 1} \quad \text{III.16}$$

### III.4.3.2 La capacité transversale $C_{Btot}$ entre l'enroulement BT et Le noyau

Dans ce cas  $d_1$  est le diamètre du noyau,  $d_2$  est celui de l'enroulement BT.

Pour un élément i de l'enroulement BT la capacité transversale  $C_{Bi}$  est donnée par :

$$C_{Bi} = \frac{C_{Btot}}{\text{nombre d'élément} + 1} \quad \text{III.17}$$

### III.4.3.3 La capacité transversale $C_{HBtot}$ entre l'enroulement HT et l'enroulement BT

Dans ce cas  $d_1$  est le diamètre intérieur de l'enroulement HT,  $d_2$  est le diamètre extérieur de l'enroulement BT.

Pour un élément i la capacité transversale  $C_{HBi}$  est donnée par :

$$C_{HBi} = \frac{C_{HBtot}}{\text{nombre d'élément} + 1} \quad \text{III.18}$$

### III.4.4 La capacité longitudinale $K_H$ et $K_B$

La capacité longitudinale  $K$  dépend de la valeur du facteur ( $\alpha$ ) de la répartition initiale de la tension suivant la fonction :  $u(x)=U_0 \exp(-\alpha x)$ . (Annexe 1)

Par ailleurs

$$\alpha = \sqrt{\frac{C_{1tot}}{K_{Htot}}} \quad \text{III.19}$$

$$K_{Htot} = \frac{C_{1tot}}{\alpha^2}$$

Avec:

$$C_{1tot} = C_{BHtot} + C_{Htot} \quad \text{III.20}$$

Pour l'enroulement BT la capacité longitudinale  $K_B$  est donnée par :

$$K_{B_{tot}} = \frac{C_{2_{tot}}}{\alpha^2}$$

$$C_{2_{tot}} = C_{BH_{tot}} + C_{B_{tot}} \quad \text{III.21}$$

Les capacités longitudinales pour un élément de l'enroulement HT et pour un élément de l'enroulement BT sont données respectivement par les relations suivantes:

$$K_{Hi} = K_{H_{tot}} \cdot \text{le nombre d'éléments} \quad \text{III.22}$$

$$K_{Bi} = K_{B_{tot}} \cdot \text{le nombre d'éléments} \quad \text{III.23}$$

Les résultats du calcul des paramètres du transformateur sont donnés dans le tableau 3

$a(mm)$	276,66	553,32	823,98	1106,64	1383,3	1659,96
$b_1(mm)$	85					
$b_2(mm)$	21,5					
$\frac{a}{b_1}$	3,25	6,50	9,76	13,01	16,27	19,52
$\frac{a}{\sqrt{b_1 \cdot b_2}}$	6,47	12,94	19,41	25,88	32,35	38,83
$L_{Hi} (H)$	0,0132595					
$\frac{M_{Hij}}{L'_{Hi}}$	0,045	0,003	0,0002	0,00035	0,0001	0,00005
$\frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}}$	0,003	0,0004	0,00007	0,0000009	0,000003	0,0000008
$\frac{M_{Hij}}{L'_{Hi}} + \frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}}$	0,048	0,0034	0,00027	0,000359	0,000103	0,0000508
$1 + \sum \left( \frac{M_{Hij}}{L'_{Hi}} + \frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}} \right)$	1,052	1,0521	1,052	1,052	1,052	1,052
$L'_{Hi} (H)$	$1,26 \cdot 10^{-2}$					

Tableau 1 : Résultats de calcul des inductances mutuelles pour l'enroulement HT

$a(mm)$	276,66	553,32	823,98	1106,64	1383,3	1659,96
$b_1(mm)$	85					
$b_2(mm)$	21,5					
$a/b_2$	12,86	25,73	38,60	51,47	64,33	77,20
$\frac{a}{\sqrt{b_1 \cdot b_2}}$	6,47	12,94	19,41	25,88	32,35	38,83
$L_{Bi} (H)$	0,0000998					
$\frac{M_{Bij}}{L'_{Bi}}$	003	0,000009	0,0000008	0,0000086	0	0
$\frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}}$	0,003	0,0004	0,00007	0,0000009	0,000003	0,0000008
$\frac{M_{Bij}}{L'_{Bi}} + \frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}}$	0,033	0,000409	0,0000708	0,0000095	0,000003	0,0000008
$1 + \sum \left( \frac{M_{Bij}}{L'_{Bi}} + \frac{M_{HBij}}{L'_{HBij}} \right)$	1,033	1,033	1,033	1,033	1,033	1,033
$L'_{Bi} (H)$	0,0000966					

Tableau 2 : Résultats de calcul des inductances mutuelles pour l'enroulement BT

La résistance $R(\Omega)$	La résistance pour l'enroulement HT $R_{Htot}(\Omega)$	La résistance pour un élément de l'enroulement HT $R_{Hi}(\Omega)$	La résistance pour l'enroulement BT $R_{Btot}(\Omega)$	La résistance pour un élément de l'enroulement BT $R_{Bi}(\Omega)$
	13,13	2,18	0,098	0,016
L'inductance $L(H)$	L'inductance $L_{Hi}'(H)$		L'inductance $L_{Bi}'(H)$	
	1,26. 10 <sup>-2</sup>		9,66. 10 <sup>-5</sup>	
La capacité transversale entre l'enroulement HT et la cuve $C_H(F)$	La capacité $C_{Htot}(F)$		La capacité $C_{Hi}(F)$	
	1,93072. 10 <sup>-9</sup>		2,75. 10 <sup>-10</sup>	
La capacité transversale entre l'enroulement BT et le noyau $C_B(F)$	La capacité $C_{Btot}(F)$		La capacité $C_{Bi}(F)$	
	1,978. 10 <sup>-8</sup>		2,82. 10 <sup>-9</sup>	
La capacité transversale entre l'enroulement HT et l'enroulement BT $C_{HB}(F)$	La capacité $C_{HBtot}(F)$		La capacité $C_{HBi}(F)$	
	5,5257. 10 <sup>-9</sup>		7,89. 10 <sup>-10</sup>	
La capacité longitudinale $K(F)$	La capacité longitudinale $K_{Htot}(F)$	La capacité longitudinale $K_{Hi}(F)$ pour un élément de l'enroulement HT	La capacité longitudinale $K_{Btot}(F)$	La capacité longitudinale $K_{Bi}(F)$ pour un élément de l'enroulement BT
	1,242. 10 <sup>-9</sup>	7,45. 10 <sup>-9</sup>	4,21. 10 <sup>-9</sup>	2,52. 10 <sup>-8</sup>

Tableau 3 : Paramètres des enroulements du transformateur.

D'après le schéma équivalent des enroulements du transformateur (Fig.III.2), on peut établir des équations différentielles, des tensions et des courants pour les deux enroulements HT et BT du transformateur.

### III.5 Modélisation des enroulements du transformateur [DJU 78]

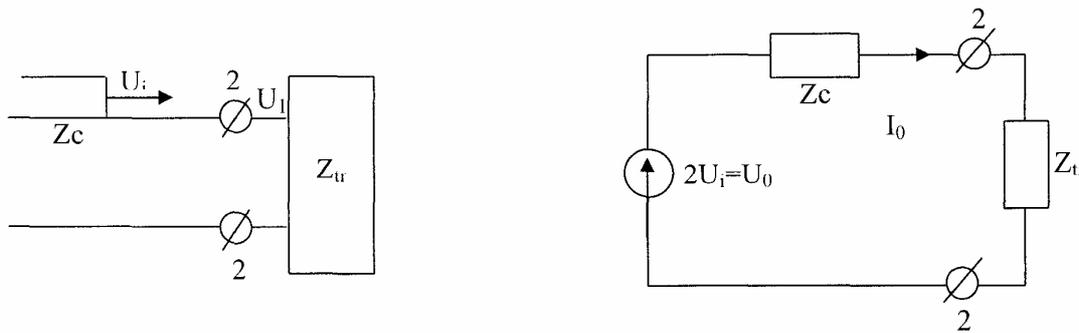
Nous raisonnons sur le schéma de la figure.III.2

$Z_c$  Impédance caractéristique de la ligne.

$U_0$  La tension appliquée.

#### III.5.1 Equations électriques des enroulements du transformateur

Selon Petersen [DOL 68] [ZEV 89], l'impédance caractéristique de la ligne est considérée à éléments localisés et la tension doit être doublée.



**Fig.III.5 Schéma équivalent de la ligne à éléments localisés lors d'une surtension selon Petersen**

Soit :

$U_i$  L'onde de tension incidente.

$U_r$  L'onde de tension réfléchie.

$U_t$  L'onde de tension transmise

$i_i, i_r, i_t$  Leurs courants respectifs.

$$U_t = U_i + U_r \quad \text{III.24}$$

$$i_t = i_i - i_r \quad \text{III.25}$$

Avec

$$i_i = \frac{U_i}{Z_c} \quad \text{III.26}$$

$$i_r = \frac{U_r}{Z_c} \quad \text{III.27}$$

En injectant III.26 et III.27 dans l'équation III.25 on obtient

$$i_t = \frac{1}{Z_c}(U_i - U_r) \quad \text{III.28}$$

En multipliant les deux membres de l'équation III.24 par  $\frac{1}{Z_c}$  et en additionnant l'équation obtenue avec III.28 on obtient

$$\frac{1}{Z_c}U_t + i_t = \frac{2}{Z_c}U_i \quad \text{III.29}$$

$$2U_i = U_t + Z_c i_t \quad \text{III.30}$$

En posant

$$2U_i = U_0$$

On obtient

$$U_0 = U_t + Z_c i_t \quad \text{III.31}$$

L'application des lois de Kirchhoff au circuit représenté sur la figure.III.2 nous permet d'élaborer le système d'équations ci-dessous

### III.5.2 Equations des tensions

$u_0$  et  $i_0$  sont respectivement la tension et le courant de la surtension appliquée.

$$u_0 = U_0(e^{-\alpha t} - e^{-\beta t}) \quad \text{III.32}$$

$$u_0 - u_1 = Z_A i_0 \quad \text{III.33}$$

#### III.5.2.1 Equations des tensions pour l'enroulement HT

Les équations différentielles des tensions pour l'enroulement HT du transformateur, subdivisé en 6 éléments, sont:

$$u_1 - u_2 - R_H i_1 = L_H \frac{di_1}{dt} + M_{H12} \frac{di_2}{dt} + M_{H13} \frac{di_3}{dt} + M_{H14} \frac{di_4}{dt} + M_{H15} \frac{di_5}{dt} + M_{H16} \frac{di_6}{dt} + M_{HB17} \frac{di_7}{dt} +$$

$$M_{HB18} \frac{di_8}{dt} + M_{HB19} \frac{di_9}{dt} + M_{HB110} \frac{di_{10}}{dt} + M_{HB111} \frac{di_{11}}{dt} + M_{HB112} \frac{di_{12}}{dt}$$

$$u_2 - u_3 - R_H i_2 = L_H \frac{di_2}{dt} + M_{H21} \frac{di_1}{dt} + M_{H23} \frac{di_3}{dt} + M_{H24} \frac{di_4}{dt} + M_{H25} \frac{di_5}{dt} + M_{H26} \frac{di_6}{dt} + M_{HB27} \frac{di_7}{dt} +$$

$$M_{HB28} \frac{di_8}{dt} + M_{HB29} \frac{di_9}{dt} + M_{HB210} \frac{di_{10}}{dt} + M_{HB211} \frac{di_{11}}{dt} + M_{HB212} \frac{di_{12}}{dt}$$

-----  
 -----  
 -----  
 -----

Généralisation

Pour  $1 \leq n \leq 6$

$$u_n - u_{n+1} - R_H i_n = L_H \frac{di_n}{dt} + \sum_{\substack{m=1 \\ m \neq n}}^6 M_{nm} \frac{di_m}{dt} + \sum_{m=7}^{12} M_{HBnm} \frac{di_m}{dt}$$

### III.5.2.2 Equations des tensions pour l'enroulement BT

$$u_8 - u_9 - R_B i_7 = L_B \frac{di_7}{dt} + M_{B78} \frac{di_8}{dt} + M_{B79} \frac{di_9}{dt} + M_{B710} \frac{di_{10}}{dt} + M_{B711} \frac{di_{11}}{dt} + M_{B712} \frac{di_{12}}{dt} +$$

$$M_{HB71} \frac{di_1}{dt} + M_{HB72} \frac{di_2}{dt} + M_{HB73} \frac{di_3}{dt} + M_{HB74} \frac{di_4}{dt} + M_{HB75} \frac{di_5}{dt} + M_{HB76} \frac{di_6}{dt}$$

$$u_9 - u_{10} - R_B i_8 = L_B \frac{di_8}{dt} + M_{B87} \frac{di_7}{dt} + M_{B89} \frac{di_9}{dt} + M_{B810} \frac{di_{10}}{dt} + M_{B811} \frac{di_{11}}{dt} + M_{B812} \frac{di_{12}}{dt} +$$

$$M_{HB81} \frac{di_1}{dt} + M_{HB82} \frac{di_2}{dt} + M_{HB83} \frac{di_3}{dt} + M_{HB84} \frac{di_4}{dt} + M_{HB85} \frac{di_5}{dt} + M_{HB86} \frac{di_6}{dt}$$

-----  
 -----  
 -----  
 -----

Généralisation

Pour  $8 \leq n \leq 13$

$$u_n - u_{n+1} - R_B i_{n-1} = L_B \frac{di_{(n-1)}}{dt} + \sum_{\substack{m=8 \\ (n-1) \neq m}}^{12} M_{(n-1)m} \frac{di_m}{dt} + \sum_{m=1}^6 M_{HB(n-1)m} \frac{di_m}{dt}$$

### III.5.3 Equations des courants

#### III.5.3.1 Equations des courants pour l'enroulement HT

Au nœud (1) à l'entrée du transformateur on a

$$i_0 = i_{K1} + i_{CHB} + i_{CH} + i_1 \quad \text{IV.34}$$

$$i_0 - i_1 = i_{K1} + i_{CHB} + i_{CH} \quad \text{IV.35}$$

Avec

$$i_{K1} = K_H \frac{d(u_1 - u_2)}{dt} \quad \text{IV.36}$$

$$i_{CHB} = C_{HB} \frac{d(u_1 - u_8)}{dt} \quad \text{IV.37}$$

$$i_{CH} = C_H \frac{du_1}{dt} \quad \text{IV.38}$$

On introduit IV.36, IV.37 et IV.38 dans IV.34 et on obtient

$$i_0 - i_1 = (K_H + C_H + C_{HB}) \frac{du_1}{dt} - K_H \frac{du_2}{dt} - C_{HB} \frac{du_8}{dt} \quad \text{IV.39}$$

Au nœud (2) correspondant à la tension  $u_2$  on a

$$i_1 + i_{K1} = i_2 + i_{K2} + i_{CH} + i_{CHB} \quad \text{IV.40}$$

$$i_1 - i_2 = i_{K2} + i_{CH} + i_{CHB} - i_{K1} \quad \text{IV.41}$$

Avec

$$i_{K2} = K_H \frac{d(u_2 - u_3)}{dt} \quad \text{IV.42}$$

$$i_{CHB} = C_{HB} \frac{d(u_2 - u_9)}{dt} \quad \text{IV.43}$$

$$i_{CH} = C_H \frac{du_2}{dt} \quad \text{IV.44}$$

On introduit IV.42, IV.43 et IV.44 dans IV.41 et on obtient

$$i_1 - i_2 = -K_H \frac{du_1}{dt} + (2K_H + C_{HB} + C_H) \frac{du_2}{dt} - K_H \frac{du_3}{dt} - C_{HB} \frac{du_9}{dt}$$

$$i_2 - i_3 = -K_H \frac{du_2}{dt} + (2K_H + C_{HB} + C_H) \frac{du_3}{dt} - K_H \frac{du_4}{dt} - C_{HB} \frac{du_{10}}{dt}$$

-----  
 -----  
 -----

-----  
 Généralisation

Pour  $1 \leq n \leq 5$

$$i_n - i_{n+1} = -K_H \frac{du_n}{dt} + (2K_H + C_{HB} + C_H) \frac{du_{n+1}}{dt} - K_H \frac{du_{n+2}}{dt} - C_{HB} \frac{du_{n+8}}{dt}$$

### III.5.3.2 Equations des courants pour l'enroulement BT

Au nœud (9) correspondant à la tension  $u_9$  on

$$i_7 + i_{K7} + i_{CHB} = i_8 + i_{K8} + i_{CB} \quad \text{IV.45}$$

$$i_7 - i_8 = i_{K8} + i_{CB} - i_{K7} - i_{CHB} \quad \text{IV.46}$$

Avec

$$i_{CB} = C_B \frac{d(u_9 - 0)}{dt} \quad \text{IV.47}$$

$$i_{CHB} = C_{HB} \frac{d(u_2 - u_9)}{dt} \quad \text{IV.48}$$

$$i_{K7} = K_B \frac{d(u_8 - u_9)}{dt} \quad \text{IV.49}$$

$$i_{K8} = K_B \frac{d(u_9 - u_{10})}{dt} \quad \text{IV.50}$$

On introduit IV.47, IV.48, IV.49 et IV.50 dans IV.46 on obtient

$$i_7 - i_8 = -i_{CHB} \frac{du_2}{dt} - K_B \frac{du_8}{dt} + (2K_B + C_B + C_{HB}) \frac{du_9}{dt} - K_B \frac{du_{10}}{dt}$$

$$i_8 - i_9 = -i_{CHB} \frac{du_3}{dt} - K_B \frac{du_9}{dt} + (2K_B + C_B + C_{HB}) \frac{du_{10}}{dt} - K_B \frac{du_{11}}{dt}$$

-----  
 -----  
 -----  
 -----

Généralisation

Pour  $7 \leq n \leq 11$

$$i_n - i_{n+1} = -i_{CHB} \frac{du_{n-5}}{dt} - K_B \frac{du_{n+1}}{dt} + (2K_B + C_B + C_{HB}) \frac{du_{n+2}}{dt} - K_B \frac{du_{n+3}}{dt}$$

## Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes particulièrement intéressés au modèle basé sur le principe des inductances propres et mutuelles, nécessitant le calcul des paramètres inductifs, capacitifs et résistifs. Ces calculs sont faits à partir de la géométrie du transformateur, par la méthode définie dans le laboratoire de 'Surtension' de l'institut d'Electrotechnique en Russie (VEI) [LOK 71].

Dans le système d'équations établi pour le schéma de calcul, la composante  $-\omega \frac{d\varphi}{dt}$  doit être ajoutée aux équations des tensions des enroulements [ARM 96] dans le cas de la prise en compte du noyau du transformateur. Le calcul des surtensions dans les enroulements du transformateur peut être fait d'après ces équations ou à l'aide d'une simulation. Dans notre travail, nous considérons la méthode de simulation à l'aide du logiciel P-Spice.

## *Chapitre IV*

*Influence du noyau sur le régime  
transitoire dans les enroulements  
du transformateur*

## Introduction

La coordination de l'isolement des transformateurs [SOP 69] [ART 66] est une condition importante pour leurs protections contre les surtensions. A cet effet, l'évaluation correcte des surtensions dans les transformateurs en tenant compte des conditions de leurs exploitations est très importante pour préciser leurs schémas de protection.

L'étude de propagation des surtensions le long des enroulements du transformateur, attire depuis longtemps l'attention des chercheurs. Des travaux concernant cette étude ont été faits, mais dans la plupart le noyau n'était pas pris en considération en admettant l'existence d'un enroulement monté en triangle qui joue le rôle d'un écran magnétique, bien évidemment cette hypothèse peut être appliquée pour les transformateurs dont les enroulements sont montés en étoile-triangle [LOK 67] [MUF 01]. Mais pour l'étude de ce problème relatif aux transformateurs dont les enroulements sont montés en étoile l'influence du noyau doit être prise en compte.

Dans le présent travail consacré à l'étude des surtensions dans les enroulements du transformateur, on tient compte de l'influence du noyau par deux approches différentes. D'abord en considérant l'inductance de l'enroulement par la somme des inductances correspondantes au flux de fuite et au flux du noyau (fig.IV.1) et par la proposition d'un schéma équivalent, dans lequel le schéma équivalent traditionnel de l'enroulement est combiné avec un schéma équivalent du noyau obtenant ainsi un schéma équivalent global tenant compte des phénomènes transitoires permettant d'analyser l'influence du noyau sur la répartition des surtensions le long les enroulements du transformateurs (fig.IV.6.)

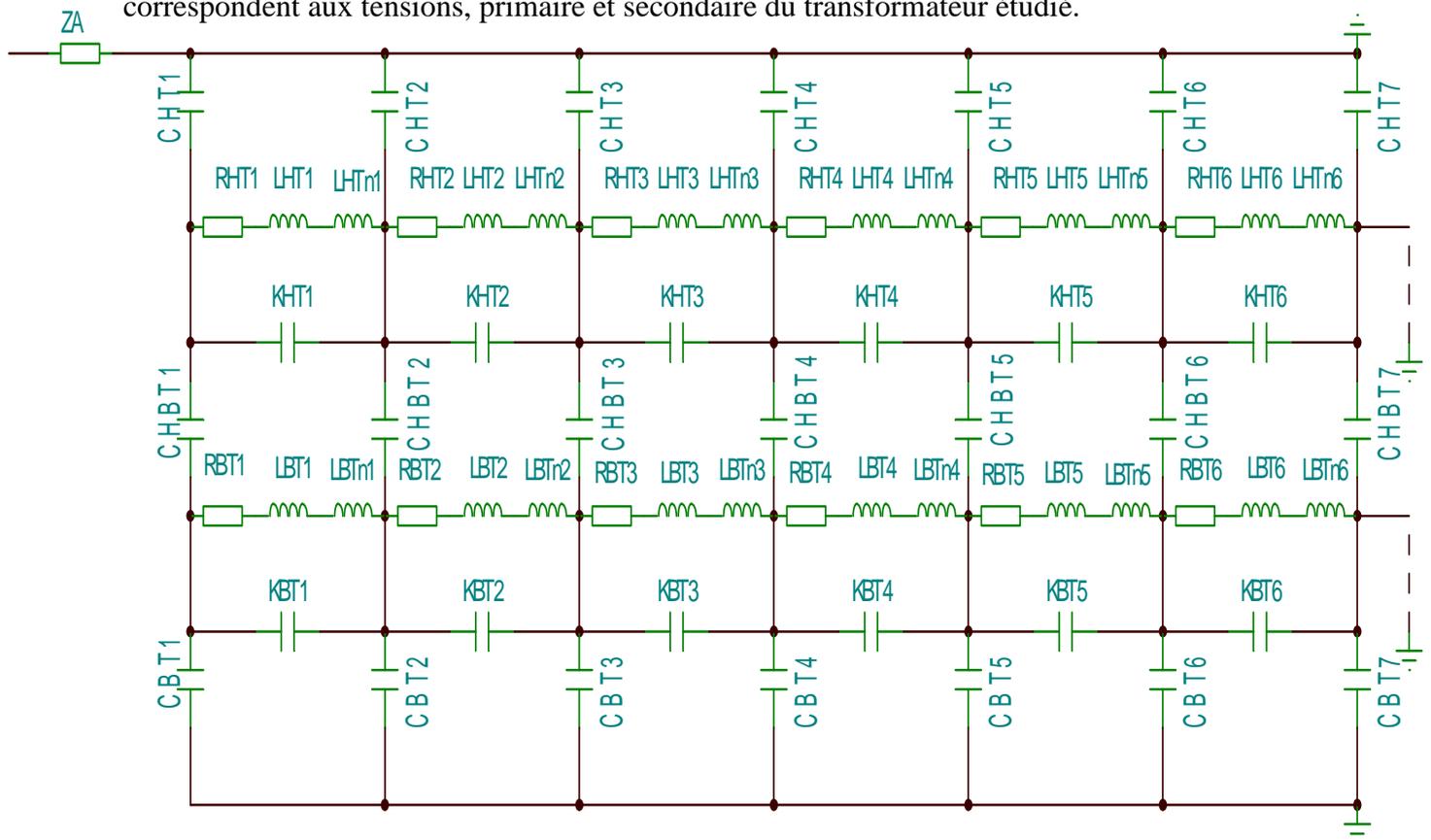
Sur les schémas des figures IV.1 et IV.6,  $R_{HT}$ ,  $R_{BT}$ ,  $L_{HT}$ ,  $L_{BT}$ ,  $C_{HT}$ ,  $C_{BT}$ ,  $K_{HT}$ ,  $K_{BT}$  sont respectivement les résistances, les inductances (correspondantes au flux de fuites), les capacités transversales et les capacités longitudinales des éléments des enroulements HT et BT.  $L_{HTn}$  et  $L_{BTn}$  sont les inductances des enroulements HT et BT correspondantes au flux magnétique du noyau.

## IV.1 Première approche

### IV.1.1 Schéma équivalent proposé

La représentation des inductances, des enroulements HT et BT, correspondantes au flux magnétique du noyau (schéma de la figure IV.1) permet d'utiliser le modèle du transformateur avec noyau, qui existe sous le logiciel P-Spice. La courbe d'aimantation, du noyau constituée de tôles laminées à froid, obtenue lors d'application d'une tension sinusoïdale d'amplitude 98,79kV au primaire à 50Hz, est introduite dans le programme de calcul [ART 65].

Sur la partie du schéma équivalent qui correspond au secondaire du transformateur, on trouve une tension sinusoïdale dont l'amplitude est de 8,57 kV. Les deux valeurs de tension citées correspondent aux tensions, primaire et secondaire du transformateur étudié.



**FigIV.1 Schéma équivalent du transformateur en tenant compte de son circuit magnétique (première approche)**

### IV.1.2 Calcul de la composante ( $L_n$ ) correspondante au flux magnétique du noyau

Dans le régime à vide :

$$U_{ph} = E_{ph} + R_{en}I_{01} + jl_{f1}\omega I_{01} \quad \text{IV.1}$$

$$E_{ph} = jL_n\omega I_{01r} \quad \text{IV.2}$$

Où :

$l_{f1}$  est l'inductance de fuite de l'enroulement.

$L_n$  est son inductance principale.

$$\text{Avec } I_{01} = I_{01a} + I_{01r} \approx I_{01r} \quad \text{IV.3}$$

(IV.1) devient :

$$U_{ph} = jL_n\omega I_{01r} + R_{en}I_{01} + jl_{f1}\omega I_{01}$$

En tenant compte de (IV.3), on peut écrire :

$$U_{ph} = jL_n\omega I_{01} + R_{en}I_{01} + jl_{f1}\omega I_{01} \quad \text{IV.4}$$

$$U_{ph} = R_{en}I_{01} + j(l_{f1} + L_n)\omega I_{01} \quad \text{IV.5}$$

$$\text{Soit } U_{ph} = R_{en}I_{01} + jX_{en}I_{01} \quad \text{IV.6}$$

Comme :

$$R_{en}I_{10} \ll X_{en}I_{10} \quad \text{On peut écrire : } U_{ph} = X_{en}I_{10} \quad \text{IV.7}$$

$$\text{Avec : } X_{en} = L_{en}\omega$$

$$\text{L'inductance de l'enroulement sera : } L_{en} = \frac{X_{en}}{\omega} \quad \text{IV.8}$$

Avec :

$U_{ph}$  : Tension nominale de service d'une phase.

$$U_{ph} = \frac{U_n}{\sqrt{3}}$$

$I_{01}$  : Le courant à vide.

$$I_{01} = \frac{I_{01}\%}{100} \cdot I_n$$

La composante ( $L_{Hn}$ ) de l'enroulement HT qui correspond au flux magnétique du noyau est donnée par :

$$L_{Hn} = L_{en} - L_{fuit} \quad \text{IV.9}$$

Pour l'enroulement BT

$$L_{Bn} = \frac{L_{Hn}}{k^2} \quad \text{IV.10}$$

Les inductances correspondantes au flux magnétique du noyau pour un élément des enroulements primaire et secondaire sont données respectivement par les relations IV.11 et IV.12

$$L_{Hni} = \frac{L_{Hn}}{6} \quad \text{IV.11}$$

$$L_{Bni} = \frac{L_{Bn}}{6} \quad \text{IV.12}$$

### IV.1.3 Etude du régime transitoire

Pour étudier la distribution de la surtension le long des enroulements du transformateur, l'enroulement HT est sollicité par une tension impulsionnelle normalisée (1,2 /50µs) d'amplitude 1380kV. On relève les tensions sur différents points des deux enroulements.

### IV.1.4 Résultats

Les résultats de simulation obtenus d'après la première approche, sont donnés dans les tableaux (4 et 5) et représentés sur les figures (IV.2 et IV.3)

Connexion des enroulements	Passage par voie	U <sub>H1</sub>	U <sub>H2</sub>	U <sub>H3</sub>	U <sub>H4</sub>	U <sub>H5</sub>	U <sub>H6</sub>	U <sub>H7</sub>
		kV						
Y / Y	M	1379	1195	1204	1299	1368	1410	1423
	C	1309	1092	1270	1418	1535	1618	1661
	N	1370	1176	1023	904	820	766	740
	MC	1311	1084	1255	1402	1520	1604	1648
	MCN	1316	1011	790	627	526	469	445
Y / Y <sub>0</sub>	M	1379	1195	1204	1299	1367	1410	1424
	C	1299	1102	1285	1431	1545	1629	1676
	N	1372	1176	1023	904	821	767	740
	MC	1300	1091	1270	1414	1528	1614	1662
	MCN	1306	997	773	602	492	427	401
Y <sub>0</sub> / Y	M	1333	1047	797	575	372	183	0
	C	1304	960	721	572	397	203	0
	N	1340	1051	801	572	370	182	0
	MC	1292	952	725	571	390	192	0
	MCN	1301	952	696	465	293	143	0
Y <sub>0</sub> / Y <sub>0</sub>	M	1334	1049	798	576	373	183	0
	C	1285	941	719	576	404	208	0
	N	1337	1050	800	571	370	182	0
	MC	1286	943	722	575	398	198	0
	MCN	1292	944	678	455	283	136	0

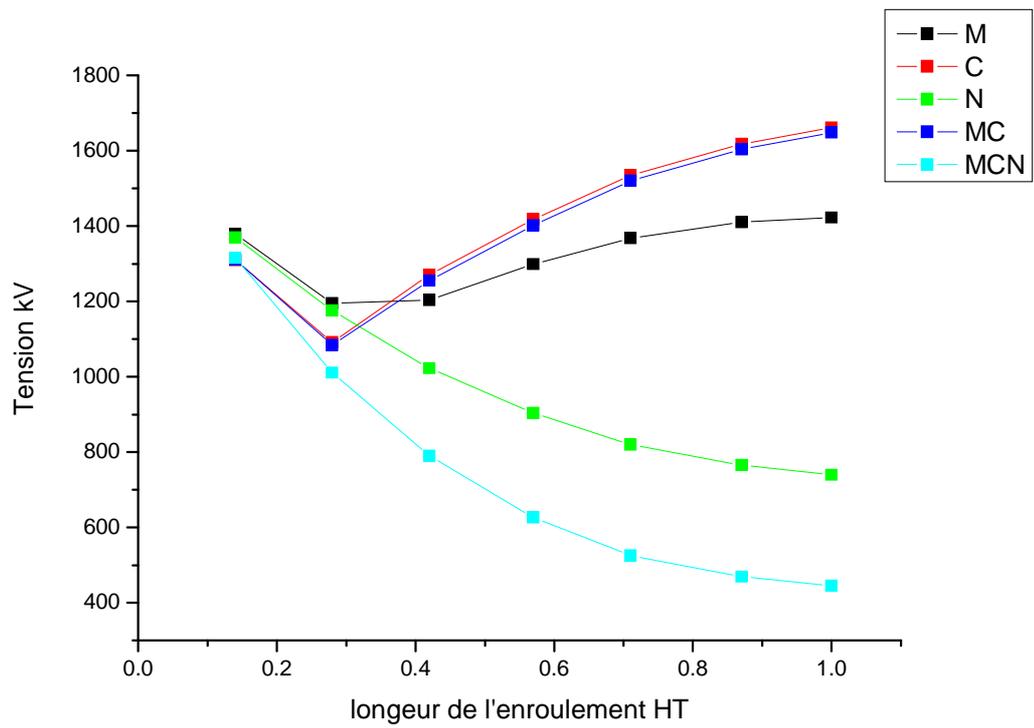
Tableau 4: Répartition de la surtension sur l'enroulement HT du transformateur (Première approche considérée).

- Y0 - Enroulement dont le neutre est mis à la terre.  
 Y - Enroulement dont le neutre est isolé de la terre.  
 M - Passage par voie de flux magnétique de fuites ;  
 C - Passage par voie électrique;  
 N - Passage par voie de flux magnétique du noyau ;  
 MC - Passage combiné par voie de flux magnétique de fuites et par voie électrique;  
 MCN- Passage par voies de flux magnétique de fuites, du noyau et par voie électrique.

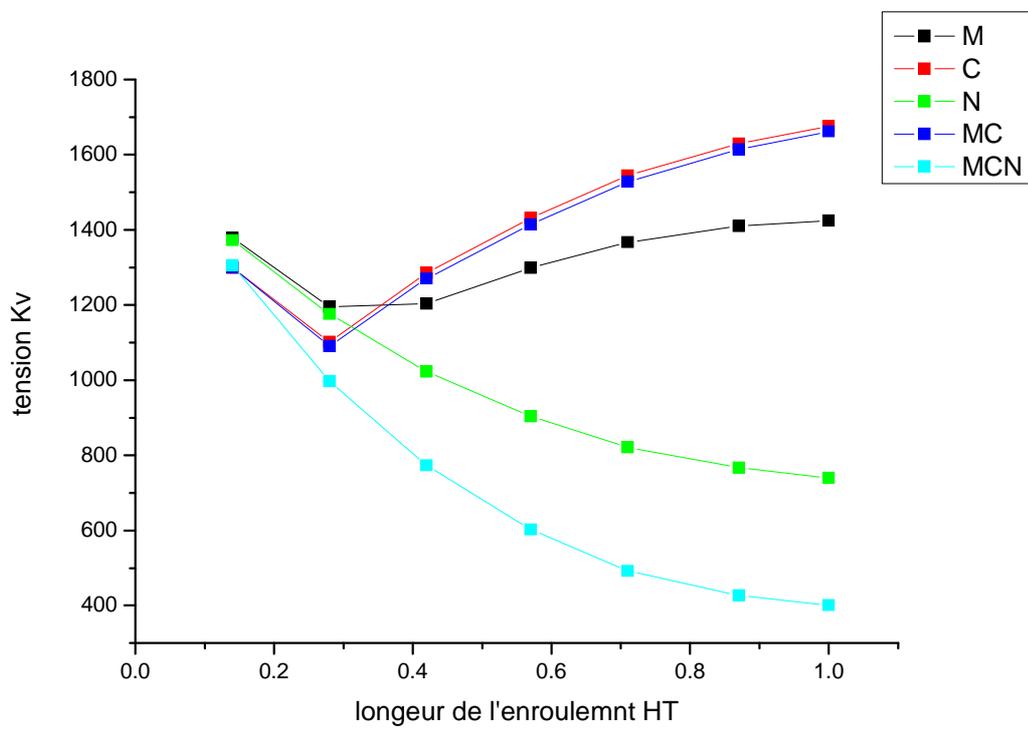
Connexion des enroulements	Passage par voie	U <sub>B1</sub>	U <sub>B2</sub>	U <sub>B3</sub>	U <sub>B4</sub>	U <sub>B5</sub>	U <sub>B6</sub>	U <sub>B7</sub>
		kV						
Y / Y	M	0,159	0,128	0,082	0,036	0,067	0,127	0,209
	C	176	174	170	164	164	169	172
	N	27	22	13	10	9	19	50
	MC	174	172	168	162	163	168	172
	MCN	100	96	92	98	85	92	99
Y / Y <sub>0</sub>	M	0,366	0,349	0,316	0,263	0,190	0,098	0
	C	83	79	71	58	40	20	0
	N	62	57	47	33	30	31	0
	MC	84	80	71	57	39	20	0
	MCN	81	76	67	54	47	25	0
Y <sub>0</sub> / Y	M	0,345	0,250	0,140	0,022	0,130	0,252	0,389
	C	89	83	74	69	78	85	90
	N	79	50	18	19	9	42	89
	MC	88	83	74	68	78	86	90
	MCN	87	81	72	81	61	72	81
Y <sub>0</sub> / Y <sub>0</sub>	M	0,719	0,654	0,557	0,438	0,300	0,150	0
	C	76	71	64	52	38	20	0
	N	138	112	82	79	71	48	0
	MC	78	73	65	53	37	19	0
	MCN	70	68	61	52	44	24	0

Tableau 5: Répartition de surtension sur l'enroulement BT du transformateur (Première approche considérée).

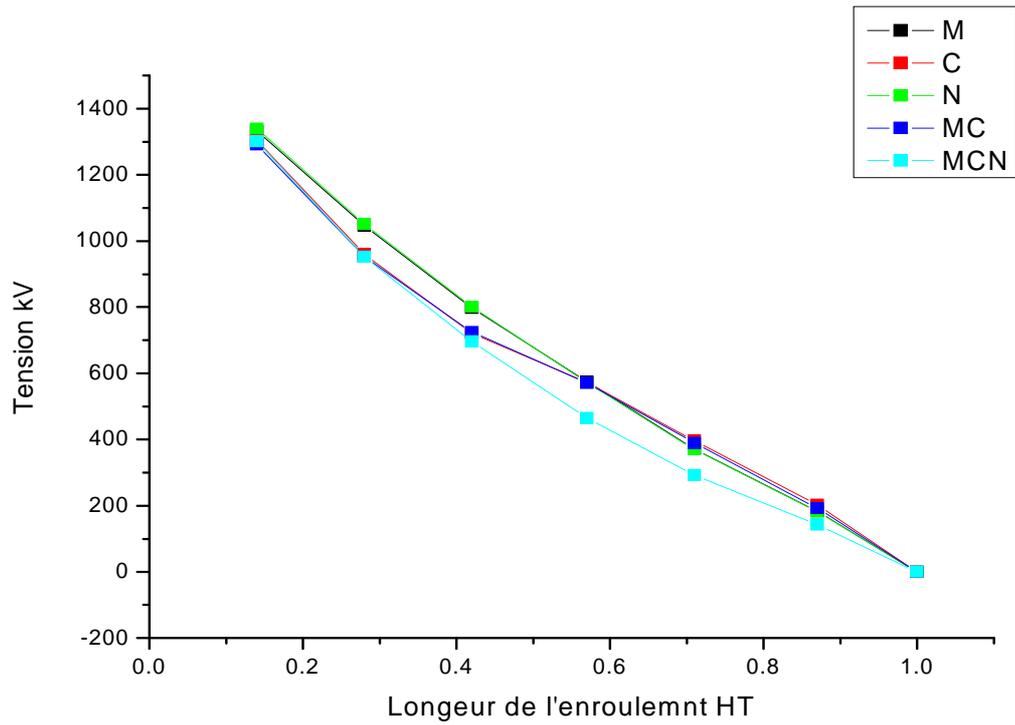
- M - Passage par voie de flux magnétique de fuites ;  
 C - Passage par voie électrique;  
 N - Passage par voie de flux magnétique du noyau ;  
 MC - Passage combiné par voie de flux magnétique de fuites et par voie électrique;  
 MCN - Passage par voies de flux magnétique de fuites, du noyau et par voie électrique.



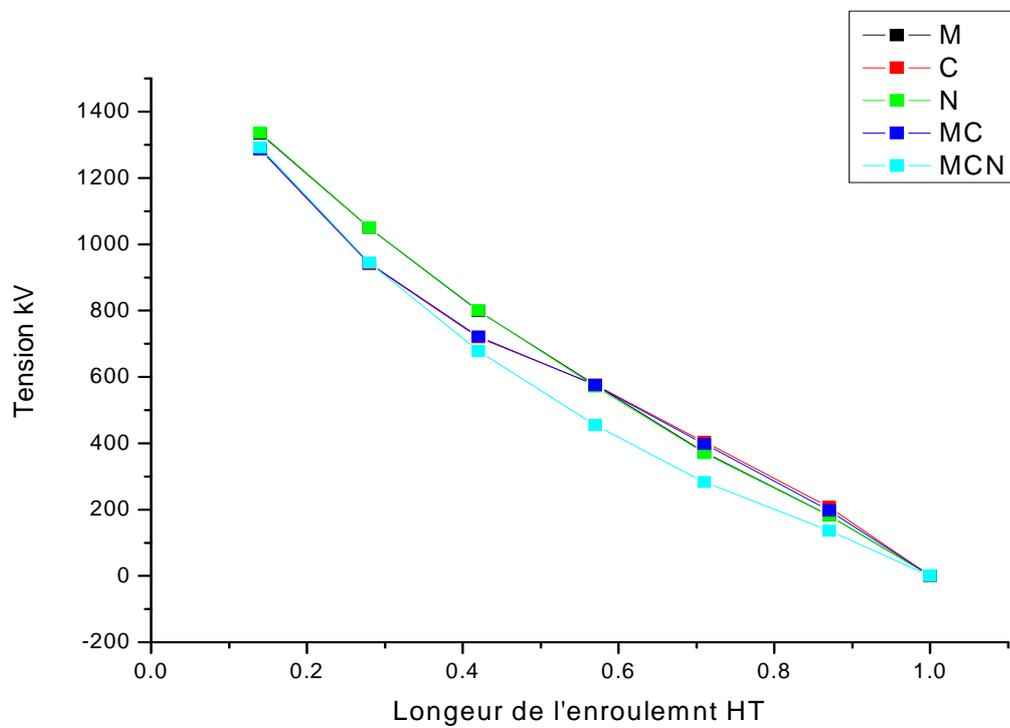
a)



b)

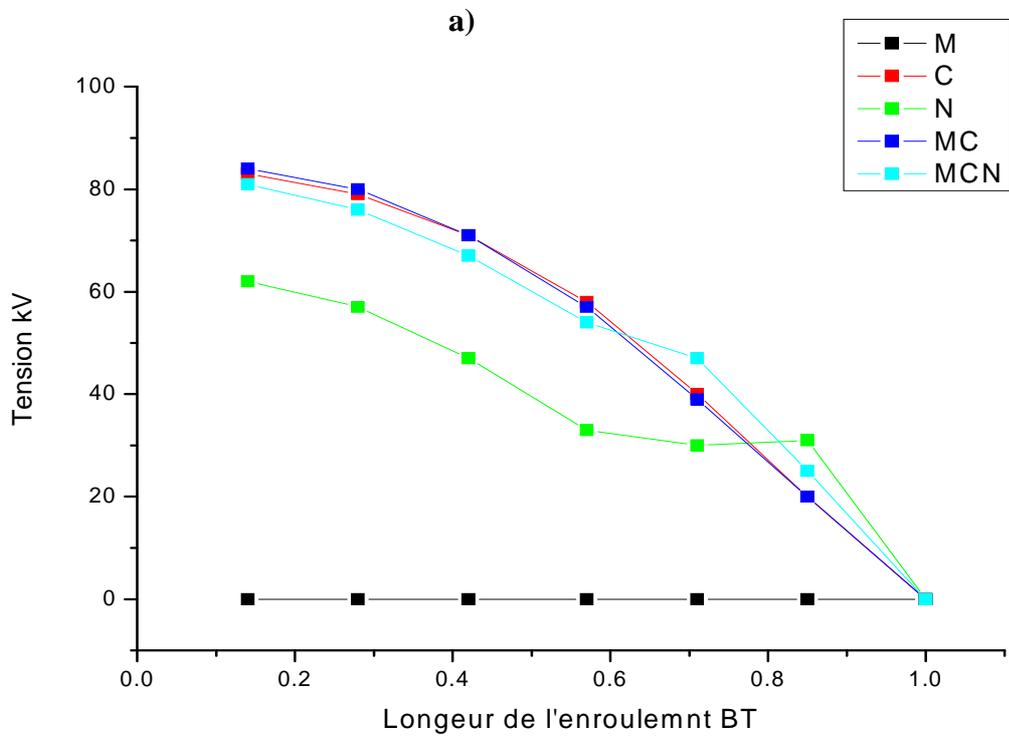
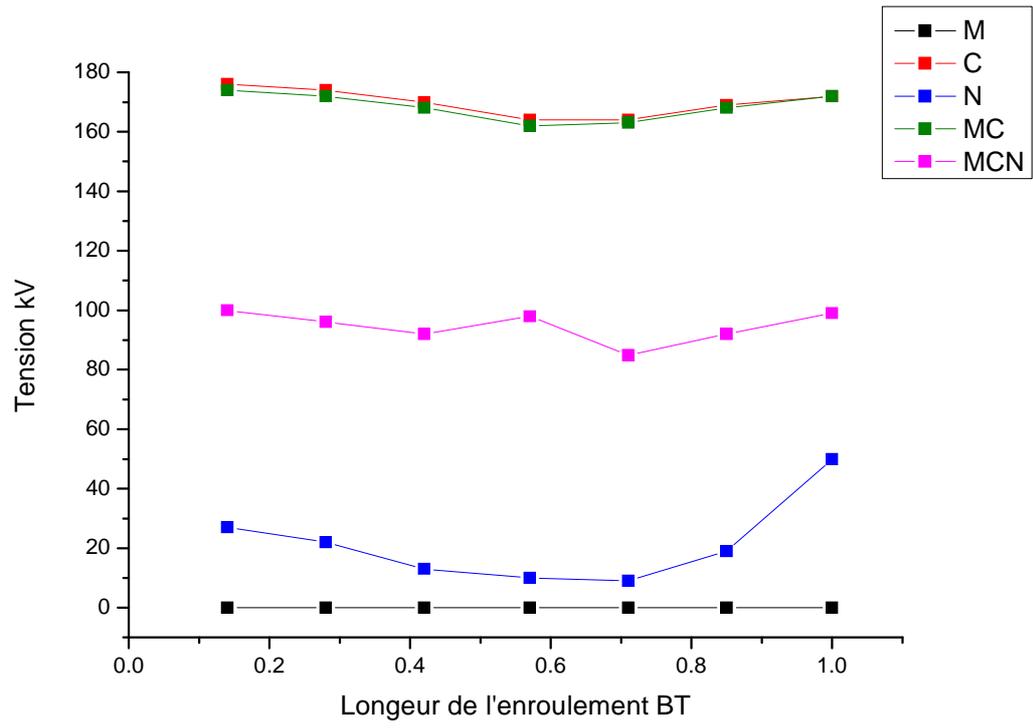


c)

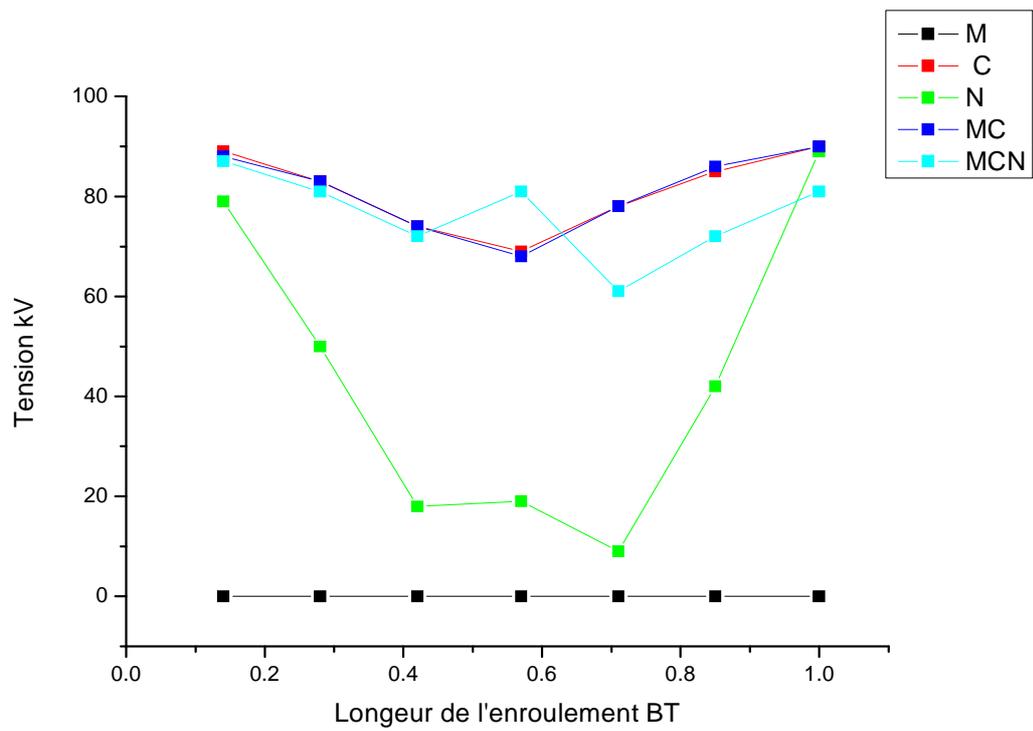


d)

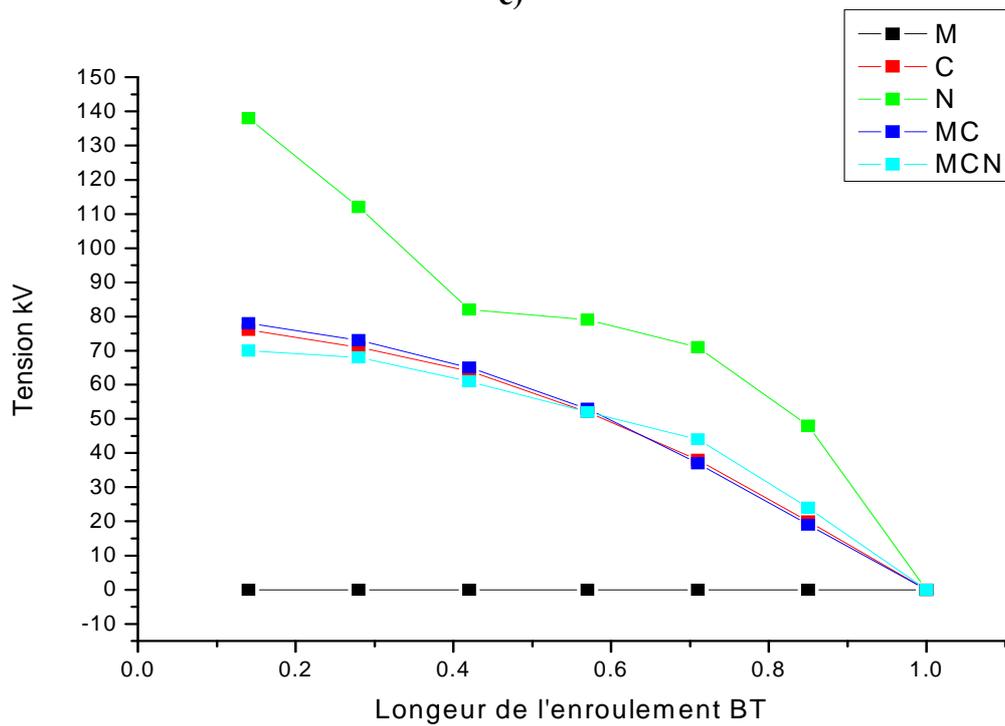
**Fig.IV.2 Répartition de la surtension le long de l'enroulement HT du transformateur (Première approche considérée). (a- Y/Y, b - Y/Y0, c- Y0/Y, d- Y0/Y0).**



**b)**



c)



d)

**Fig.IV.3 Répartition de la surtension le long de l'enroulement BT du transformateur (Première approche considérée). (a- Y/Y, b- Y/Y0, c- Y0/Y, d- Y0/Y0).**

## IV.2 Deuxième approche

### IV.2.1 Modélisation du noyau

L'intérêt de modéliser le noyau du transformateur est de trouver un circuit électrique équivalent qui représentera le comportement de ce dernier en régime transitoire. Le circuit électrique équivalent est déduit du calcul de l'impédance surfacique des tôles du noyau. Pour ce calcul le problème des courants de Foucault est simplifié, c'est-à-dire l'isolation entre les tôles est supposée parfaite. Dans ce cas le calcul est mené sur une seule tôle (fig.IV.4).

### IV.2.2 Calcul de l'impédance d'une tôle magnétique

Nous considérons une tôle magnétique (fig.IV.4) limitée par les surfaces parallèles  $y=d/2$  de largeur  $w$  et de longueur  $l$ , la conductivité et la perméabilité de la tôle sont considérées constantes. La largeur est plus grande que l'épaisseur ( $w \gg d$ ), donc l'effet de bord pourra être négligé, ce qui nous amène à étudier un problème unidimensionnel, en négligeant la saturation et l'hystérésis [NIZ 98][AHM 92].

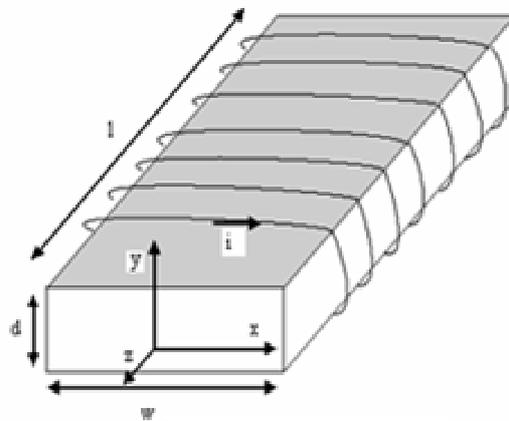


Fig.IV.4 Une tôle magnétique

Les équations du champ magnétique dans la tôle s'écrivent :

#### IV.2.2.1 Equations de Maxwell

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \text{IV.13}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{IV.14}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{IV.15}$$

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{IV.16}$$

#### IV.2.2.2 Relations du milieu

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \text{ , tel que : } \mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad \text{IV.17}$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \text{ , tel que : } \varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \quad \text{IV.18}$$

#### IV.2.2.3 La loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad \text{IV.19}$$

Le terme  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  est négligé,  $J \gg \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$  , ce qui nous amène à résoudre une équation

unidimensionnelle de la forme suivante:

$$\frac{\partial^2 H(y,t)}{\partial y^2} - \sigma \mu_0 \mu_r \frac{\partial H(y,t)}{\partial t} = 0 \text{ Voir la démonstration (Annexe 2)} \quad \text{IV.20}$$

$$H(-d/2, t) = H(d/2, t) = H_0$$

$$H(y, t) \Big|_{t=0} = 0$$

Dans le domaine de Laplace l'équation (IV.20) s'écrit :

$$\frac{\partial^2 H(y, p)}{\partial y^2} = \mu_0 \mu_r p H(y, p) \quad \text{IV.21}$$

La solution de l'équation (IV.21) est la suivante :

$$H(y, p) = H_0(p) \cdot \frac{\text{Ch} \sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p} \cdot y}{\text{Ch} \sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p} \cdot \frac{d}{2}} \quad (\text{Voir Annexe 2}) \quad \text{IV.22}$$

$$\text{Avec : } H_0(p) = \frac{H_0}{p}$$

A partir de l'équation (IV.22), le champ électrique est calculé comme suit :

$$E(y, p) = \frac{1}{\sigma} \frac{\partial H(y, p)}{\partial y}$$

$$E(y, p) = \frac{H_0(p)}{\sigma} \cdot \sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p} \cdot \frac{Sh_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot y}{Ch_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2}} \quad \text{IV.23}$$

Dans le domaine temporel la solution de (IV.22) est donnée par [NIZ 98] :

$$\frac{H(y, t)}{H_0} = 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \cdot \cos(2n-1)\pi \cdot \frac{y}{d} e^{-(2n-1)^2 \frac{t}{\tau}} \quad \text{IV.24}$$

Avec  $\tau$  la constante de diffusion tel que :  $\tau = \frac{\mu_0 \mu_r \sigma d^2}{\pi^2}$

Le flux total est obtenu en considérant l'équation suivante :

$$\phi(t) = w \int_{-d/2}^{d/2} \mu_0 \mu_r H(y, t) dy$$

Donc :

$$\phi(t) = \mu_0 \mu_r w d H_0 \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} e^{-(2n-1)^2 \frac{t}{\tau}} \right] \quad \text{IV.25}$$

Pour :  $y = \frac{d}{2}$

$$E_0(p) = H_0(p) \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r p}{\sigma}} \cdot th_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{IV.26}$$

L'impédance surfacique est définie à partir de l'équation (IV.26) :

$$Z_s(p) = \frac{E_0(p)}{H_0(p)} \quad \text{IV.27}$$

$$Z_s(p) = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r p}{\sigma}} \cdot th_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{IV.28}$$

D'où l'admittance surfacique :

$$Y_s(p) = \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_0 \mu_r p}} \cdot cth_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{IV.29}$$

Pour une bobine à N spires et un empilage de n tôles formant le noyau, les équations (IV.28, IV.29) vont s'écrire [NIZ 98]:

$$Z_s(p) = \frac{2wN^2n}{l} \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r p}{\sigma}} \cdot th_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{IV.30}$$

$$Y_s(p) = \frac{l}{2wN^2n} \sqrt{\frac{\sigma}{\mu_0 \mu_r p}} \cdot cth_{\sqrt{\mu_0 \mu_r \sigma p}} \cdot \frac{d}{2} \quad \text{IV.31}$$

L'impédance  $Z(p)$  et l'admittance  $Y(p)$  peuvent s'écrire sous la forme [ NIZ 98] :

$$Z_s(p) = \frac{2}{\pi^2 \tau} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p L_{dc}}{p + \frac{(2n-1)^2}{4\tau}} \quad \text{IV.32}$$

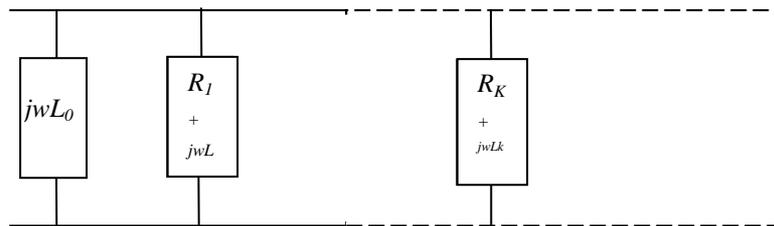
$$Y_s(p) = \frac{1}{p L_{dc}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2/L_{dc}}{(p + (n^2/\tau))} \quad \text{IV.33}$$

Avec :  $L_{dc} = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 n A_{fe}}{l}$  Inductance à basse fréquence.

$A_{fe}$  : Surface du flux

$\tau = \frac{\mu_0 \mu_r \sigma d^2}{4\pi^2}$  : Constante de diffusion.

De l'équation (IV.33) on obtient le circuit de Foster parallèle (Fig.IV.5) [MAR 05]:



**Fig.IV.5** Circuit équivalent à l'impédance surfacique du noyau (circuit de Foster parallèle).

Avec :

$$L_k = \frac{L_{dc}}{2} , \quad R_k = \frac{K^2 L_{dc}}{2\tau}$$

### IV.2.3 Schéma équivalent proposé

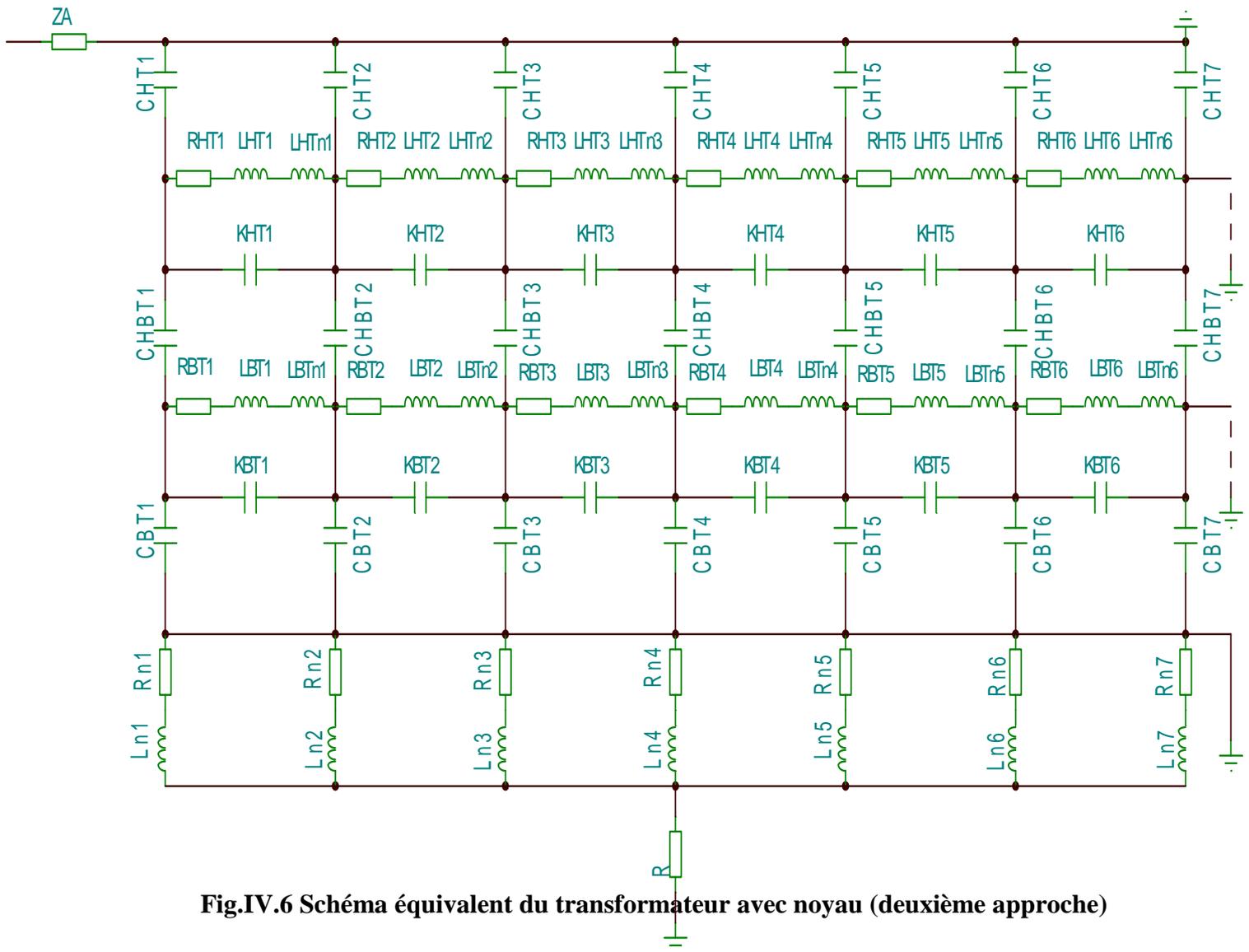


Fig.IV.6 Schéma équivalent du transformateur avec noyau (deuxième approche)

Dans le schéma de la figure.IV.6,  $R_n$  et  $L_n$  sont les résistances et les inductances des éléments du noyau. La résistance  $R = 0,1 \Omega$  est ajoutée à au schéma équivalent pour relever le courant dans le noyau.

### IV.2.4 Validation du modèle

#### IV.2.4.1 Injection d'une tension sinusoïdale

Afin de valider le schéma équivalent de la figure.IV.6, une tension sinusoïdale d'amplitude 98,79 kV est appliquée au primaire (fig.IV.7). On relève une tension de 8,57 kV

sur la partie qui correspond au secondaire, cette valeur est la tension secondaire du transformateur considéré.

Le courant relevé dans la partie du schéma équivalent correspondant au noyau égal au courant du régime à vide du transformateur (fig.IV.9).

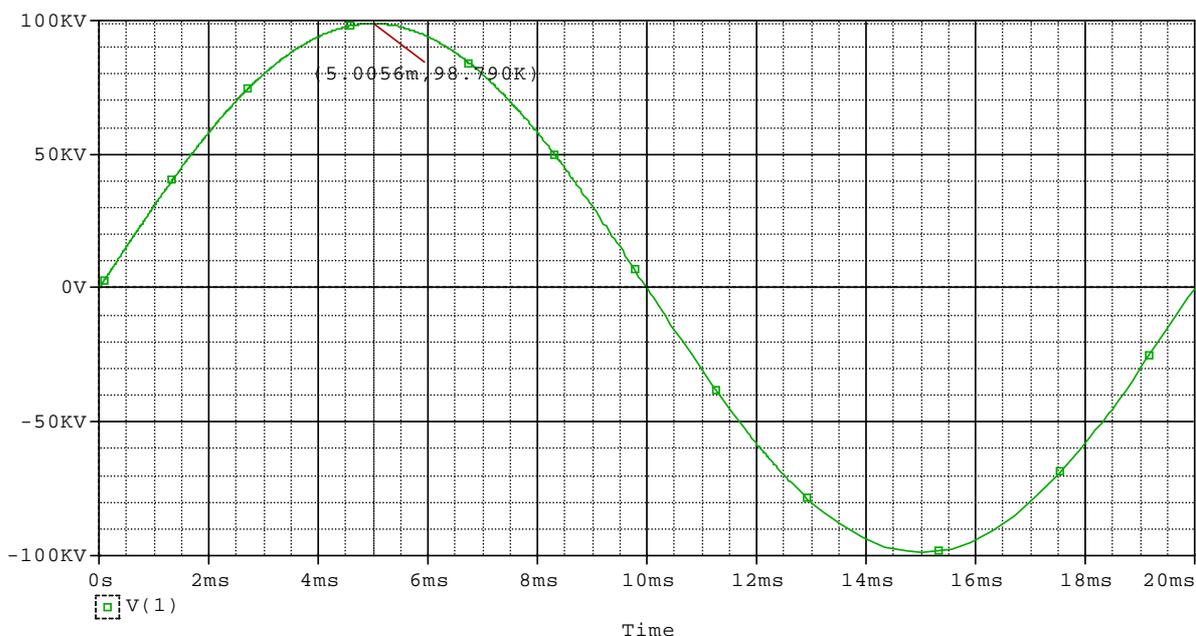


Fig.IV.7 Tension sinusoïdale appliquée au primaire.

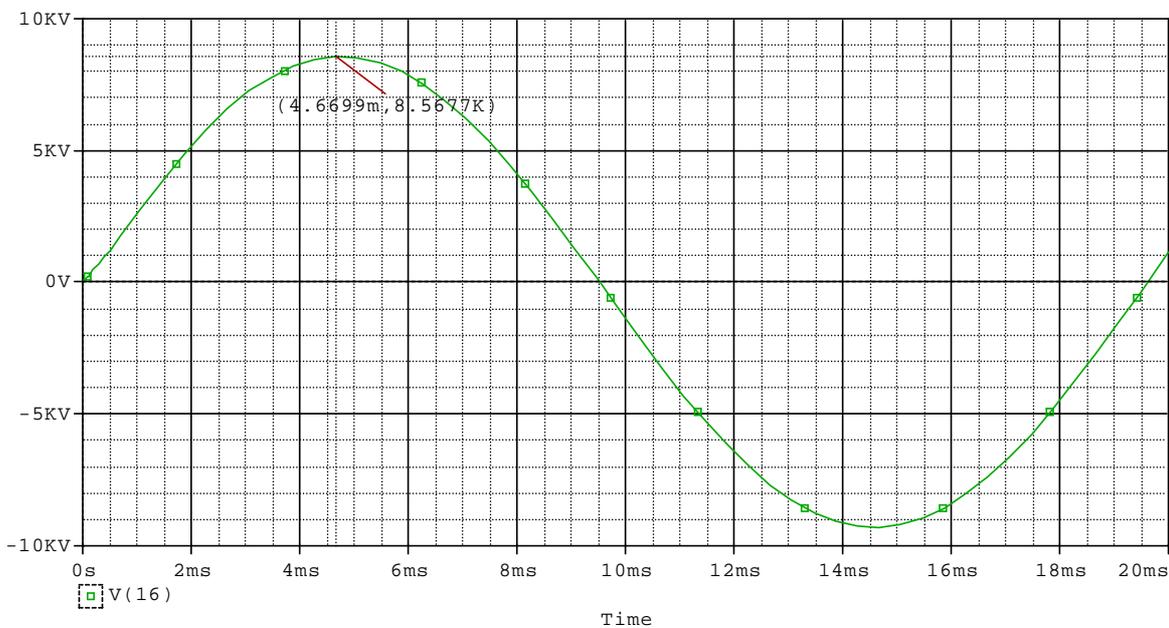
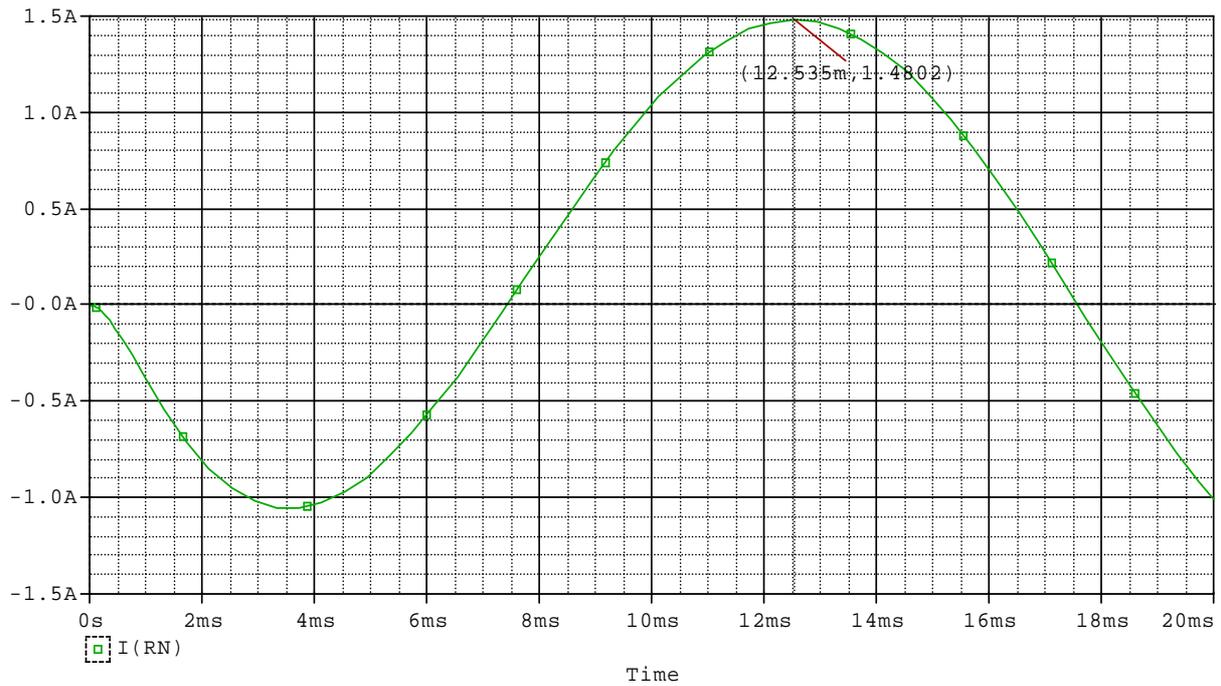


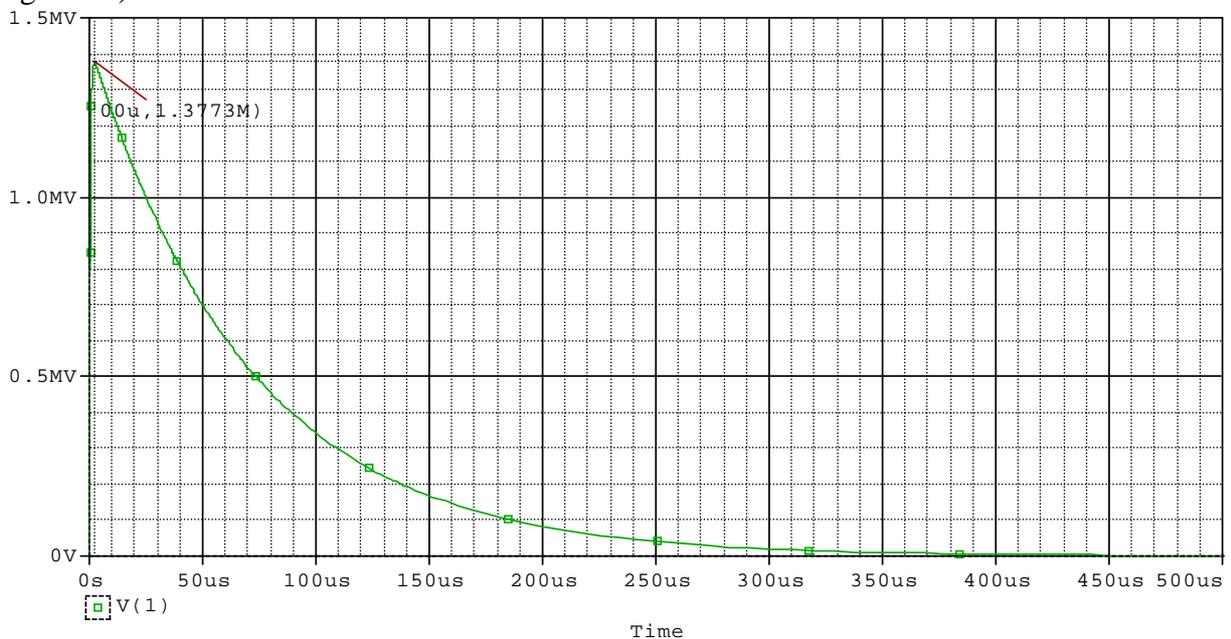
Fig.IV.8 Tension sinusoïdale relevée au secondaire.



**Fig.IV.9** courant relevé dans le noyau du transformateur.

#### IV.2.4.2 Etude du régime transitoire

Après avoir validé le schéma équivalent en régime sinusoïdal, on remplace la sollicitation sinusoïdale appliquée par une tension impulsionnelle de forme (1,2/50  $\mu$ s) et d'amplitude 1380kV (fig.IV.10)



**Fig.IV.10** Tension impulsionnelle appliquée au primaire.

#### IV.2.5 Résultats

On a prélevé les valeurs de la surtension sur tous les éléments de l'enroulement primaire (HT) et l'enroulement secondaire (BT), ceci avec les différents régimes du neutre mis ou isolé de la terre. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau.IV.3 et représentés sur les figures (IV.11, IV.12)

Connexion des enroulements	Passage par voie	$U_{H1}/U_{B1}$	$U_{H2}/U_{B2}$	$U_{H3}/U_{B3}$	$U_{H4}/U_{B4}$	$U_{H5}/U_{B5}$	$U_{H6}/U_{B6}$	$U_{H7}/U_{B7}$
		kV						
Y / Y	N	1401	1199	1040	920	833	777	750
		23	20	15	7	5	20	40
	MCN	1344	1029	798	634	521	450	416
		114	109	102	95	84	74	65
Y / Y <sub>0</sub>	N	1401	1199	1040	920	833	777	750
		53	50	46	39	29	16	0
	MCN	1341	1020	786	618	502	429	393
		95	88	77	62	47	27	0
Y <sub>0</sub> / Y	N	1370	1072	814	586	379	186	0
		63	44	25	5	18	44	74
	MCN	1331	973	697	479	300	145	0
		108	96	85	72	57	45	35
Y <sub>0</sub> / Y <sub>0</sub>	N	1370	1073	815	586	379	186	0
		115	100	84	66	47	25	0
	MCN	1329	970	694	475	296	142	0
		97	86	76	64	50	29	0

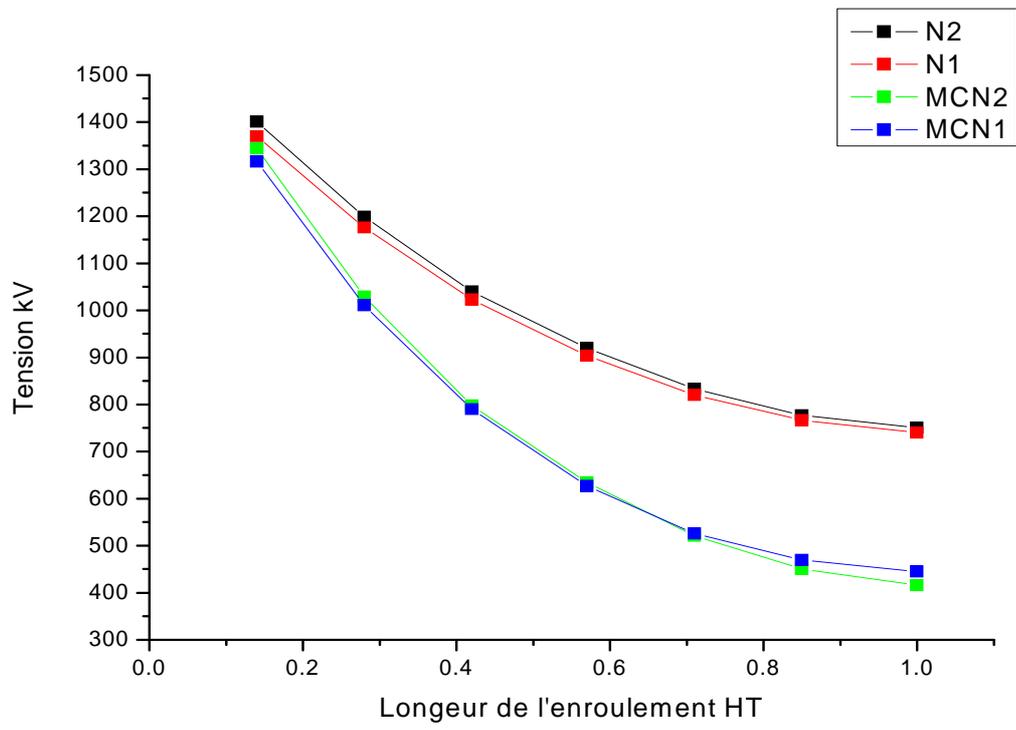
Tableau 6 : Répartition de la surtension sur l'enroulements HT (cases supérieures) et BT (cases inférieures) du transformateur (Deuxième approche considérée).

Y<sub>0</sub> -Enroulement dont le neutre est mis à la terre.

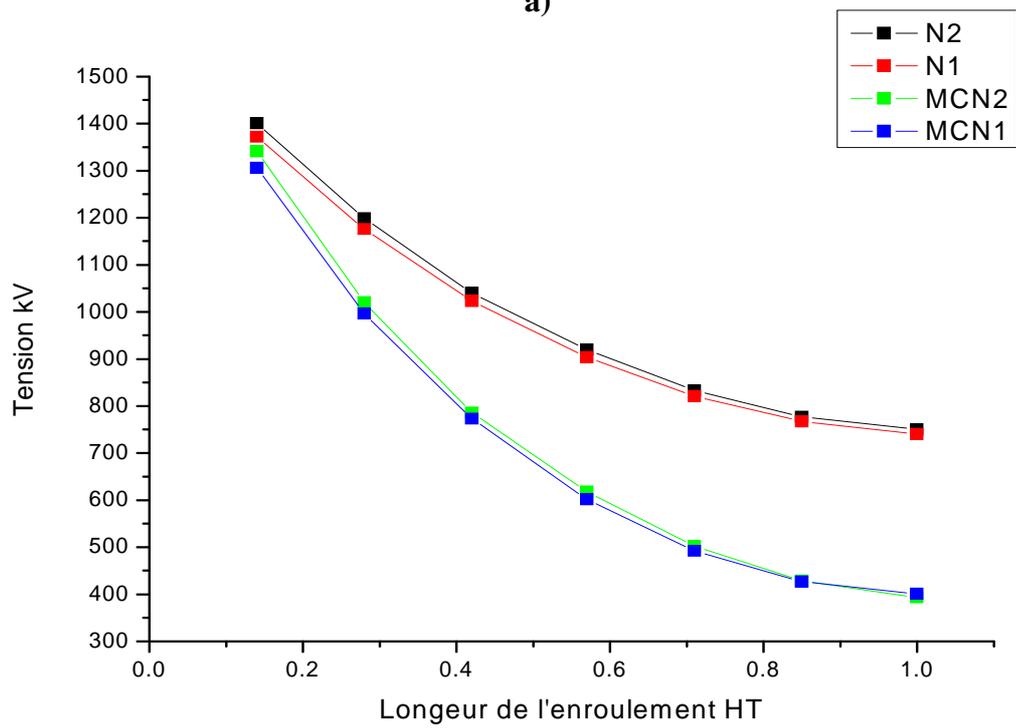
Y -Enroulement dont le neutre est isolé de la terre.

N -Passage par voie de flux magnétique du noyau ;

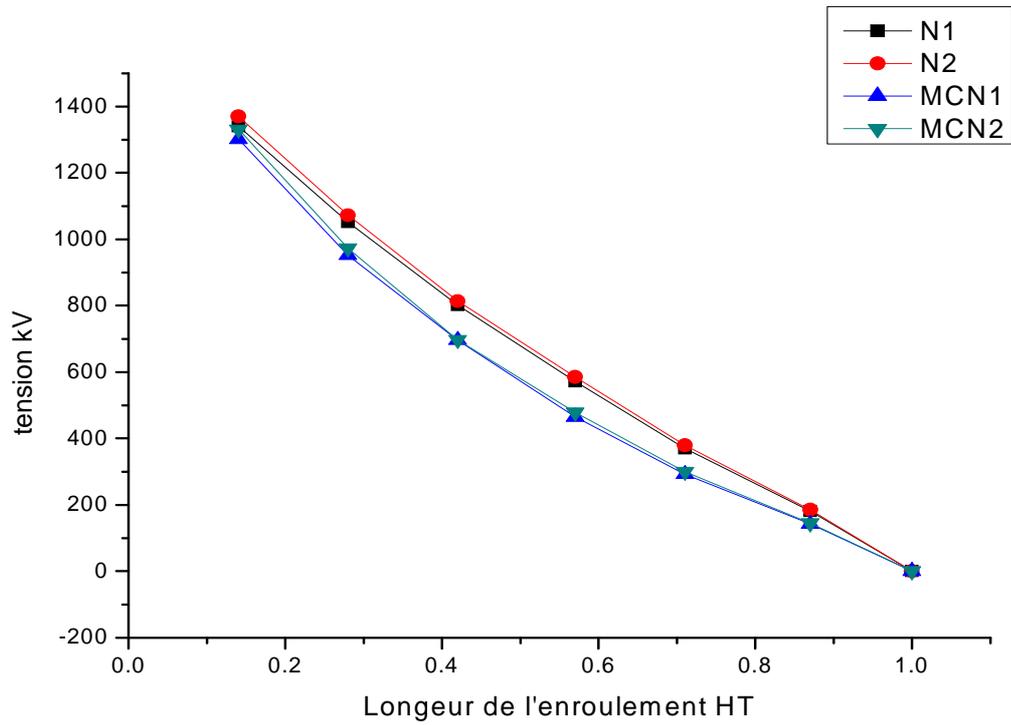
MCN- Passage par les voies de flux magnétique de fuites, du noyau et par voie électrique.



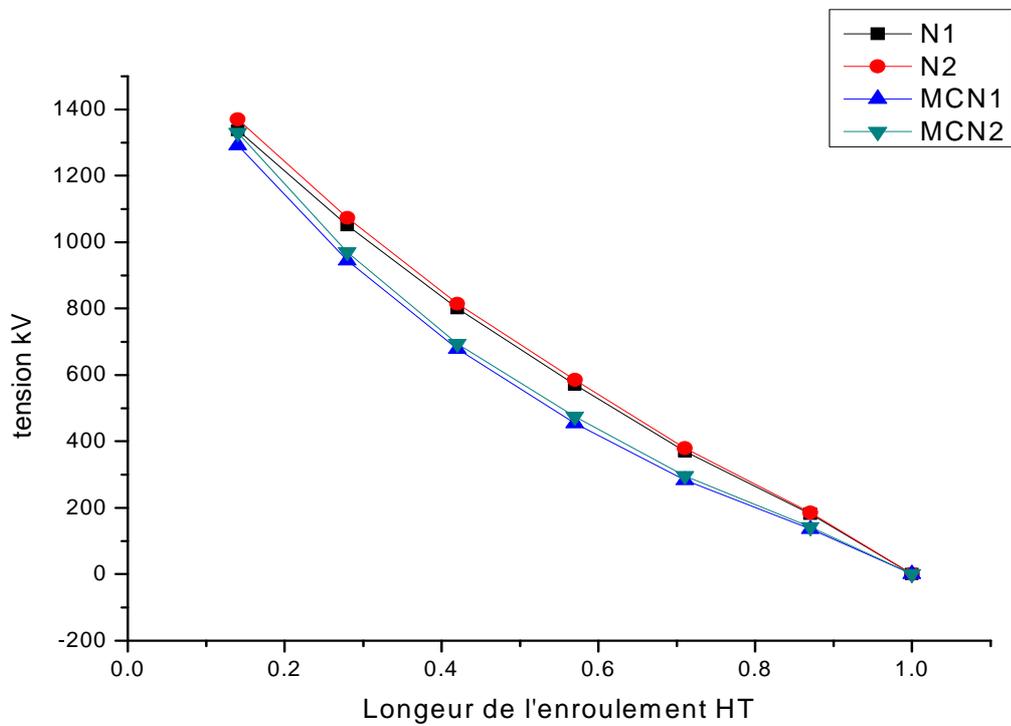
a)



b)



c)

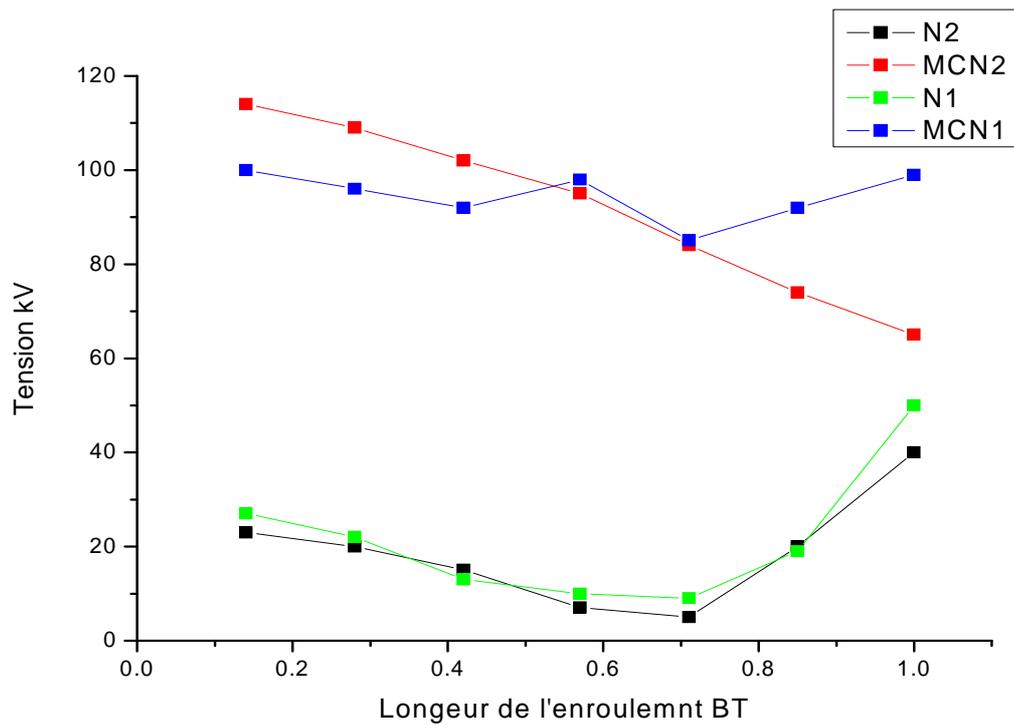


d)

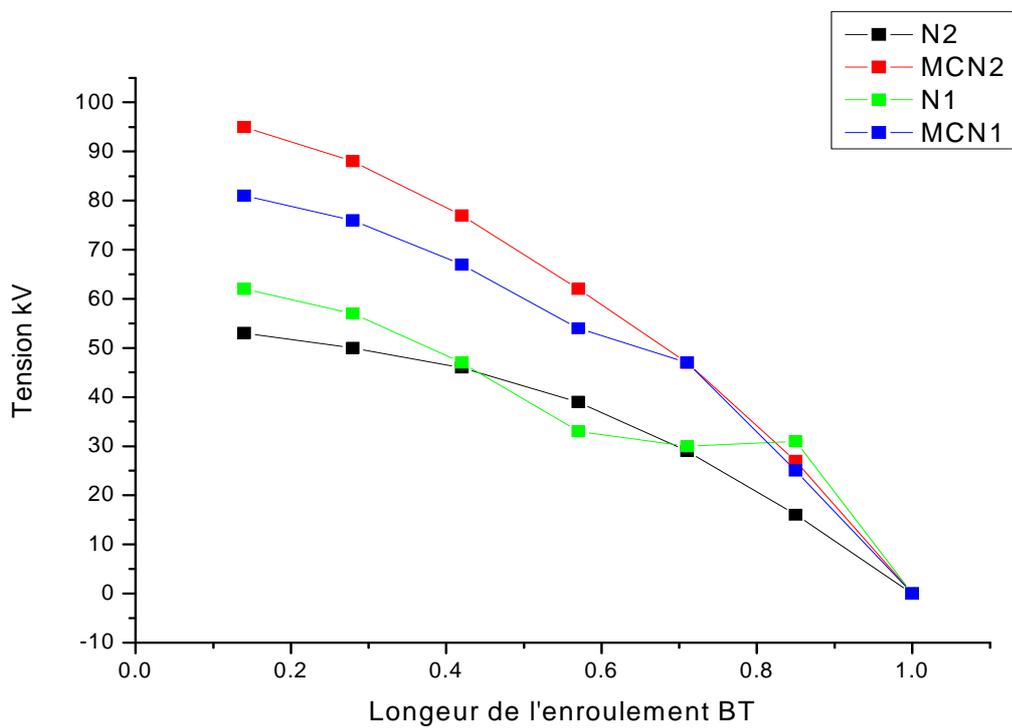
**Fig.IV.11 Répartition de la surtension le long de l'enroulement HT du transformateur. (a-Y/Y, b -Y/Y0, c- Y0/Y, d- Y0/Y0).**

**1 : Première approche.**

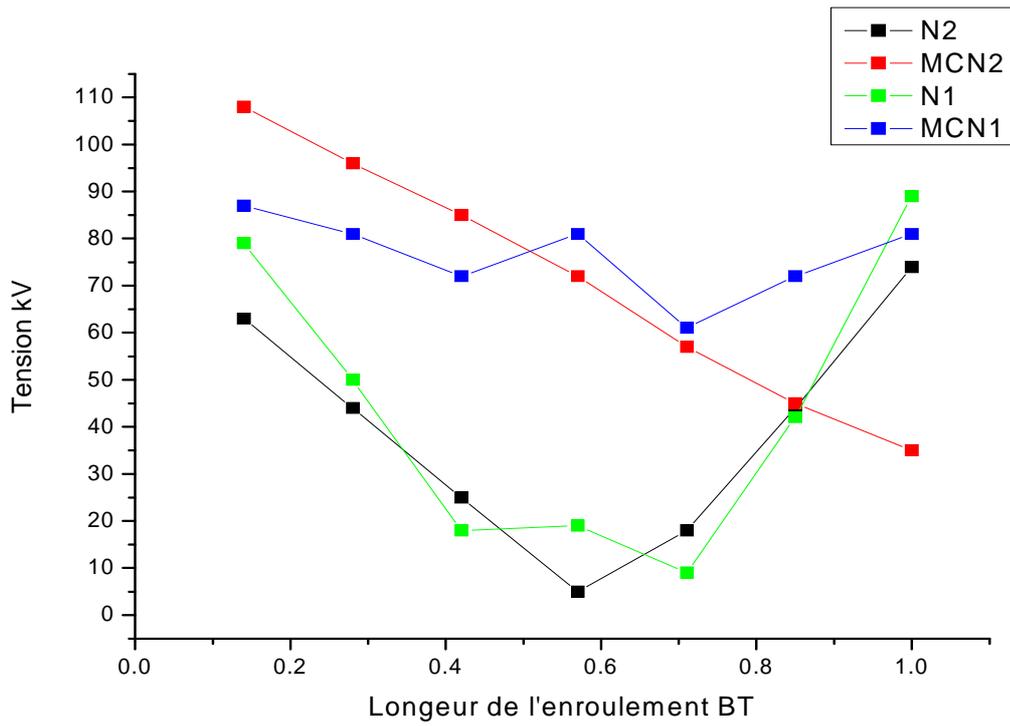
**2 : Deuxième approche.**



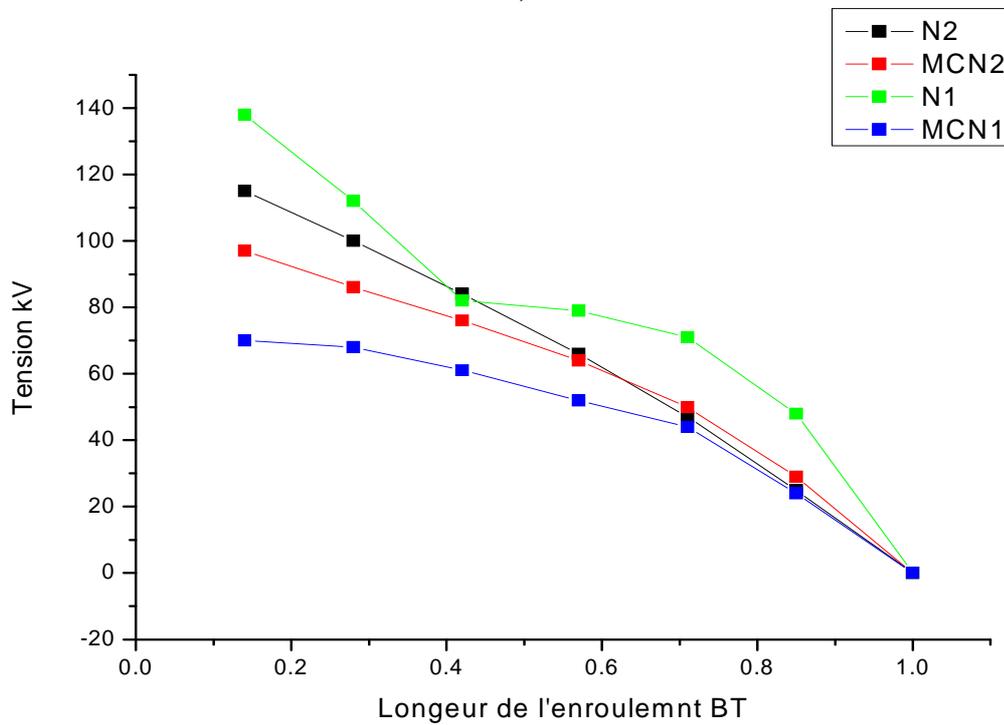
a)



b)



c)



d)

**Fig.IV.12 Réparation de la surtension le long de l'enroulement BT du transformateur). (a-Y/Y, b -Y/Y0, c- Y0/Y, d- Y0/Y0).**

**1 : Première approche.**

**2 : Deuxième approche.**

### IV.3 Discussions des résultats

L'étude du problème considéré est effectuée pour quatre formes de schéma de connexion des enroulements du transformateur -  $Y/Y$ ,  $Y_0/Y$ ,  $Y/Y_0$ ,  $Y_0/Y_0$ . On détermine la répartition de la surtension le long des enroulements HT et BT du transformateur séparément pour les cas d'existence, du flux magnétique de fuites, du flux magnétique du noyau, des capacités, du flux magnétique de fuites et des capacités, du flux magnétique de fuites, du noyau et des capacités.

Les résultats de simulation obtenus d'après les deux approches considérées, sont donnés dans les tableaux (4, 5 et 6) et représentés sur les figures IV.2, 3, 11 et 12.

Les figures IV.2 a, b, c et d, illustrent la répartition de la surtension dans l'enroulement HT du transformateur. A cause de l'augmentation excessive de l'inductance de l'enroulement la forme de la tension appliquée ne change presque pas le long de cet enroulement, mais elle diminue en valeur. Dans le cas, où le neutre de l'enroulement est mis à la terre cette diminution continue jusqu'à zéro, et les répartitions de la surtension dans les cinq cas considérés sont toutes proches les unes des autres (fig.IV.2c, d).

La répartition de la surtension le long de l'enroulement BT est donnée dans le tableau 5 et représentée sur les figures IV.3a, b, c et d. Comme on voit de ces figures le passage de la surtension de l'enroulement HT à l'enroulement BT du transformateur par voie de flux de dispersion dans tous les cas considérés est insignifiant (fig.IV.3 a, b, c et d, les courbes M). Par contre, le passage par voie électrique est important, surtout si, tous les deux neutres sont isolés de la terre (fig.IV.3a, b, c et d, les courbes C), dans ce cas, la répartition de la surtension par voies de flux magnétique du noyau est inférieure par rapport à celle des autres cas (fig.IV.3a, b, c et d, les courbes N), la mise à la terre du neutre du secondaire augmente la composante de la surtension plus de deux fois, la mise à la terre du neutre de primaire augmente cette composante plus de trois fois (fig.IV.3b, c, les courbes N), lors de la mise à la terre des deux neutres cette augmentation atteint cinq fois (fig.IV.3d, courbe N).

Comme on voit de cette analyse, l'influence du noyau sur la répartition de la surtension le long des enroulements du transformateur dépend du régime du neutre de ces enroulements. Si les enroulements sont connectés en étoile – étoile avec les deux neutres isolés de la terre, à cause de l'influence du noyau, les surtensions diminuent dans le secondaire du transformateur (fig.IV.3a,

courbe MC, MCN). Par contre, si l'un des neutres des deux enroulements est mis à la terre, l'influence du noyau est presque insignifiante figures IV.3b, c, d. A cause de l'influence du noyau la surtension dans les enroulements HT et BT du transformateur diminue. Pour l'enroulement HT dont le neutre est mis à la terre cette diminution ne dépasse pas 15 %, si le neutre de cet enroulement est isolé de la terre la diminution est considérable, surtout sur la deuxième moitié de l'enroulement. En ce qui concerne les surtensions dans l'enroulement BT du transformateur, la diminution de la surtension à cause de l'influence du noyau est de 40% ceci pour le cas où les deux enroulements sont isolés de la terre.

Les figures IV.11a, b, c, d et IV.12 a, b, c, d, illustrent la répartition de la surtension dans les enroulements HT et BT du transformateur, correspondantes au cas d'existence seulement de flux magnétique du noyau et au cas général ceci avec les différents régimes des deux neutres, d'après la deuxième approche. Sur ces figures, on représente aussi la répartition de la surtension dans ces enroulements déterminée d'après la première approche.

La comparaison entre les résultats représentés sur les figures IV.11 et IV.12, montre qu'il n'y a pas une grande différence entre les deux approches adoptées.

# *Conclusion générale*

## Conclusion générale

Le problème de l'influence du noyau sur la propagation des surtensions le long des enroulements des transformateurs, relatif aux transformateurs dont les enroulements sont connectés selon le schéma étoile – étoile, doit être considéré. Dans certains travaux, on néglige l'influence du noyau du fait que les transformateurs de puissance ont généralement un enroulement couplé en triangle, jouant le rôle d'un écran magnétique faisant un obstacle à cette influence. Notre travail était consacré à l'étude du problème considéré. Cette étude est réalisée par deux approches différentes, qui nous ont conduits à élaborer deux modèles. Dans la première approche, l'inductance de l'enroulement est prise comme la somme des inductances correspondantes au flux de fuites et au flux du noyau. L'introduction des inductances des enroulements HT et BT correspondantes au flux magnétique du noyau nous a permis d'appliquer le modèle du transformateur avec noyau, existant sous le logiciel *P-Spice* et adapter ce modèle au schéma de simulation. Dans ce cas, la courbe d'aimantation du noyau

(Constitué de tôles laminées à froid) obtenue à la fréquence de 50Hz lors d'application d'une tension sinusoïdale d'amplitude 98,79 kV au primaire, était introduite dans le programme de calcul.

Dans la deuxième approche on a procédé à l'élaboration d'un schéma équivalent, dans lequel le schéma équivalent traditionnel du transformateur est combiné avec un schéma équivalent du noyau donnant ainsi un schéma global qui tient compte des phénomènes transitoires permettant d'analyser l'influence du noyau.

L'étude était faite pour les cas, dont les enroulements du transformateur sont connectés d'après les schémas  $Y / Y$ ,  $Y_0 / Y$ ,  $Y / Y_0$ ,  $Y_0 / Y_0$ .

Les répartitions de surtension le long des enroulements HT et BT étaient déterminées séparément pour les cas d'existence seulement de flux magnétique de dispersion, de flux magnétique du noyau et des capacités entre enroulements, pour le cas dont on néglige le noyau (flux magnétique de dispersion et les capacités entre enroulements) et pour le cas général

(flux magnétique de dispersion, du noyau et des capacités entre enroulements). On a retenue de notre étude les points suivants :

1. Pour étudier l'influence du noyau sur la répartition de surtension dans les enroulements des transformateurs un schéma équivalent qui se compose du schéma équivalent des enroulements et du schéma équivalent du noyau est proposé ;

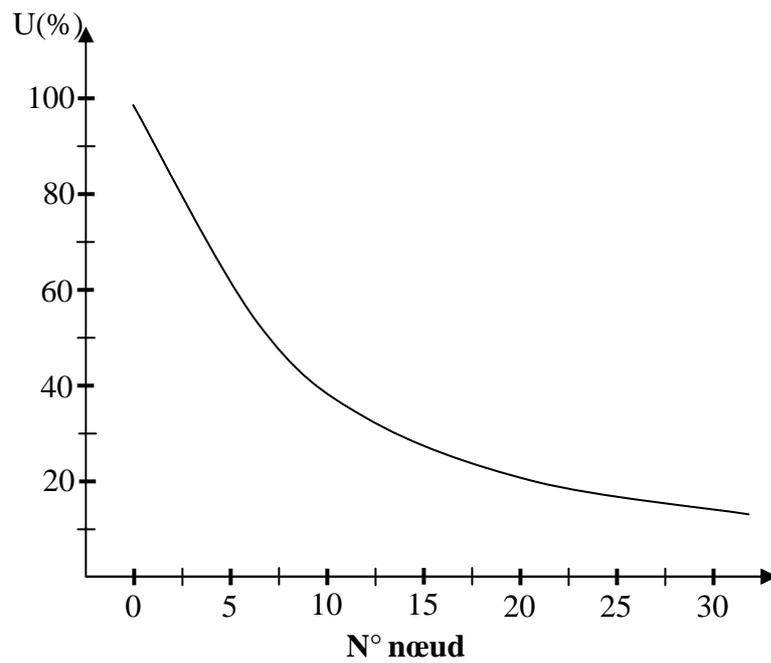
2. Le passage de la tension de l'enroulement HT à l'enroulement BT par voie de flux de dispersion est insignifiant, par contre le passage par voie électrique est très important ;
3. L'influence du noyau sur la répartition de la surtension le long de l'enroulement HT du transformateur dépend essentiellement du régime du neutre de cet enroulement.
4. La diminution des surtensions dans l'enroulement HT dont le neutre est mis à la terre à cause de l'influence du noyau ne dépasse pas 15 %. L'influence du noyau sur la répartition de la surtension dans l'enroulement HT du transformateur dont le neutre est isolé de la terre est considérable et dans l'enroulement BT du transformateur la diminution des surtensions à cause de l'influence du noyau est de 40 % pour le cas où les deux enroulements sont isolés de la terre.

### **Perspectives**

Une modélisation par éléments finis des transformateurs en 2D ou en 3D afin d'évaluer les grandeurs électromagnétiques en régime transitoire, et construire un schéma équivalent assez complet mettant en évidence tous les phénomènes qui se produisent dans un transformateur sous un régime impulsionnel. Une étude expérimentale sur un modèle réduit du transformateur est nécessaire afin de valider les résultats obtenus.

# *Annexe 1*

N° de nœuds	U%
1-0	100
2-0	84
4-0	71
6-0	58
8-0	47
10-0	40
12-0	32.2
14-0	29
16-0	25.3
18-0	23
20-0	19.7
22-0	17.6
24-0	15.8
26-0	15
28-0	13.5
30-0	13.4



**Répartition initiale de la tension suivant la fonction :  $u(x)=U_0\exp(-\alpha x)$**

# *Annexe2*

## Calcul du champ magnétique

De l'équation (IV.4) on a :

$$\text{rot}(H) = J + \frac{\partial D}{\partial t}$$

Comme :

$$J \gg J_D$$

Tel que :

$J$  Est le courant de conduction et  $J_D$  le courant de déplacement

Dans ce cas le terme  $\frac{\partial D}{\partial t}$  qui intervient dans l'équation (IV.4) est négligé et l'équation (IV.4)

s'écrira :

$$\text{rot}(H) = J$$

$$\text{rot rot}(H) = \text{rot}(J) \quad (1)$$

De l'équation (IV.6) on a :

$$J = \sigma E$$

De l'équation (IV.2) on a :

$$\text{rot}(E) = \frac{-\partial B}{\partial t}$$

En remplaçant (IV.2) et (IV.6) dans l'équation (1) on obtient :

$$\text{rot rot}(H) = \sigma \left( \frac{-\partial B}{\partial t} \right) \quad (2)$$

Comme  $\vec{H}$  est dans un plan perpendiculaire on aura :

$$-\Delta H + \text{grad}(\text{div}H) = -\sigma \frac{\partial B}{\partial t} \quad (3)$$

Avec  $B = \mu H$  l'équation (3) devient :

$$-\Delta H + \frac{1}{\mu} \text{grad}(\text{div}B) = -\sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t} \quad (4)$$

$$\Delta H - \sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial z^2} - \sigma \mu \frac{\partial H}{\partial t} = 0$$

La variation de  $\vec{H}$  est seulement suivant l'axe  $y$ , ce qui nous amène à résoudre une équation unidimensionnelle de la forme :

$$\frac{\partial^2 H(y,t)}{\partial y^2} - \sigma\mu_0\mu_r \frac{\partial H(y,t)}{\partial t} = 0 \quad \text{C'est l'équation (IV.8)}$$

L'équation (IV.8) dans le domaine de Laplace s'écrira :

$$\frac{\partial^2 H(y,p)}{\partial y^2} = \mu_0\mu_r \sigma p H(y,p) \quad \text{C'est l'équation (IV.9)}$$

Et la solution de l'équation (IV.9) est de la forme :

$$H(y,p) = Ke^{\alpha y} \quad (6)$$

$$\frac{\partial H(y,p)}{\partial t} = \alpha Ke^{\alpha y} \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 H(y,p)}{\partial y^2} = \alpha^2 Ke^{\alpha y} \quad (8)$$

On remplace les équations (7) et (8) dans l'équation (IV.9) et on obtient :

$$K\alpha^2 e^{\alpha y} - \sigma\mu p (Ke^{\alpha y}) = 0 \quad (9)$$

$$\alpha^2 - \sigma\mu p = 0 \quad (10)$$

On pose le terme  $\sigma\mu p = \beta^2$  et on le remplace dans l'équation (10)

$$\alpha^2 - \beta^2 = 0$$

$$\alpha^2 = \beta^2 \text{ D'où } \begin{cases} \alpha = +\beta \\ \alpha = -\beta \end{cases}$$

Finalement :

$$H(y,p) = K_1 e^{\beta y} + K_2 e^{-\beta y}$$

Les constantes  $K_1$  et  $K_2$  sont déterminés d'après les conditions aux limites tels que :

$$H\left(-\frac{d}{2}, p\right) = K_1 e^{\beta\left(\frac{-d}{2}\right)} + K_2 e^{\beta\left(\frac{d}{2}\right)} = H_0(p) \quad (11)$$

$$H\left(\frac{d}{2}, p\right) = K_1 e^{\beta\left(\frac{d}{2}\right)} + K_2 e^{\beta\left(\frac{-d}{2}\right)} = H_0(p) \quad (12)$$

(11)-(12)

$$K_1 \left( e^{\beta\left(\frac{-d}{2}\right)} - e^{\beta\left(\frac{d}{2}\right)} \right) - K_2 \left( e^{\beta\left(\frac{d}{2}\right)} - e^{\beta\left(\frac{-d}{2}\right)} \right) = 0 \quad (13)$$

D'où :

$$K_1 = K_2$$

De l'équation (11) on a :

$$K_1 = K_2 = \frac{H_0(p)}{e^{\beta\left(\frac{d}{2}\right)} + e^{\beta\left(\frac{-d}{2}\right)}}$$

$$K_1 = K_2 = \frac{H_0(p)}{2ch\left(\beta\frac{d}{2}\right)}$$

D'où :

$$H(y, p) = K_1(e^{\beta y} + e^{-\beta y}) \quad (14)$$

On remplace l'expression de  $K_1$  dans (14) et on obtient :

$$H(y, p) = \frac{H_0(p) \cdot ch(\beta y)}{ch\left(\beta\frac{d}{2}\right)}$$

Et finalement :

$$H(y, p) = H_0(p) \frac{ch\sqrt{\mu_0\mu_r\sigma p}y}{ch\sqrt{\mu_0\mu_r\sigma p}\frac{d}{2}} \text{ C'est l'équation (IV.10)}$$

Avec :

$$H_0(p) = \frac{H_0}{p}$$

# *Bibliographie*

- [AFF 00] AFFOLTER .J, «Haute tension», Ecole D'ingénieurs du Canton de Vaud, Octobre 2000.
- [AGU 90] AGUET.M, LANOZ.M, «Traité d'électricité», Volume XXI, Presse polytechniques et universitaires romandes, 2<sup>ème</sup> Edition, 1990.
- [AHM 92] AHMED.A, «Contribution à la modélisation des transformateurs de puissance et de leur comportement en haute fréquence», Ecole centrale de Lyon, Février 1992.
- [ARM 96] ARMANDO.G, «Transformer modeling as applied to differential protection», Schweitzer Engineering Laboratories, Inc, Pullman, pages 108 – 114, Washington USA, 1996.
- [ART 65] ARTEMEV D.E, TIKHODEYEV N.N, CHOUR S.S, « Les bases statique du choix des isolations des lignes de transport », Energya, Moscou, 1965.
- [ART 66] ARTEMEV D.E, TIKHODEYEV N.N, CHOUR S.S, Coordination des isolations des lignes et des postes électriques, Energya, Moscou, 1966.
- [BOU 07] BOURGEOIS.A, «Etude du phénomène d'électrisation par écoulement sur les cartons des transformateurs de puissance», Institut national polytechnique de Grenoble, Février 2007.
- [CHA 82] CHATELAIN.J, «Traite d'électricité», Volume X, édition Géorgie, 1982.
- [DJU 78] DJUVARLY C.M., BEYDULLAYEV M.A., MUFIDZADA N.A, «Calcul des surtensions dans les autotransformateurs fonctionnant avec un transformateur d'ajustage», "Centrales électriques", n°8, pages 64 – 66, Moscou, 1978.
- [DOL 69] DOLGUINOV A.J, «Technique de haute tension», Energya, Moscou, 1969.
- [EBR 03] EBRAHIM.R, JOCHEN.C, KURT.F ET HOSSEIN.M, «Transfer function method to diagnose axial displacement and radial deformation of transformer windings», IEEE Transaction on power delivery, Volume 18, N<sup>0</sup>2, pages 493 – 505, April 2003.
- [GUE 73] GUELLER.B, VEVERKA.A, «Processus impulsionnelles dans les machines électriques», Energya, Moscou, 1973.
- [HOC 98] HOCHARD.B, «Transformateur de puissance», 2<sup>ème</sup> Edition, 1998.
- [IVA 80] IVANOV.S, «Machines électriques», volume II, Edition Mir Moscou, 1980.
- [KOS 76] KOSTENKO.M et PITROVSKIM, «Machines électriques», Tome I, Edition Mir Moscou, 1976.
- [LEF 06] LEFEVRE .A, «Contribution à la modélisation électrique, électromagnétique et thermique des transformateur», Ecole Polytechnique de Nantes, 2006.

- [LOK 67] LOKHANIN A.K, «Calcul des surtensions dans les enroulements des transformateurs», Electrichestro, N<sup>0</sup> 3, Moscou, 1967.
- [LOK 71] LOKHANIN A.K, POGOSTIN V.V, Bilan de travail scientifique, Série de surtension, 1971.
- [MAN 05] MANYAHI M.J, LEIJON.R, THOTTAPPILLIL.R, «Transit response of transformer with XLPE insulation cable winding design», Electrical power and Energy system, pages 69-80, 2005.
- [MAR 98] MARTIN. J, HEATHCOTE, C ENG, FIEE, «The J and P Transformer book, A Partial Technology of Power transformer», Twelfth edition Newnes, 1998.
- [MAR 05] MARTINEZ J.A, WALLING R, MORK B.A, MARTIN-ARNEDO J, AND DURBAK D, «Parameter Determination For Modeling System Transient»s, Part III: Transformers», IEEE transactions on power delivery, volume 20, N<sup>0</sup>3, pages 2051-2061, July 2005.
- [MER 69] MERLET.R, «Technologie d'électricité générale et professionnelle», édition Dunod paris, 1969.
- [MIK 07] MIKULOVIE.J, SAVIE.M, «Calculation of transients in transformer winding and determination of winding parameters», pages 293-300, Elect Eng 2007.
- [MIR 90] MIRI A.M., SCHWAB A.J., NOTHAFT M., «Behaviour of transformers at high frequencies», 18th EMTP Meeting, May 28-29, 1990, Marseille.
- [MUF 03] MUFIDZADA N.A., OTMAN-CHERIF T., MEGHERBI M, «Précision de calcul des surtensions dans les enroulements des transformateurs», "Electrichestvo" (Electrical Technology Russia), N<sup>o</sup>1, pages 56 – 57, Moscou, 2003.
- [MUF 01] MUFIDZADA N.A, OTMANE-CHRIF, « Surtensions impulsionnelles dans les alternateurs », IEEE Porto Power Tech Proceedings, N<sup>o</sup>4, Potro, Potrugal, 2001.
- [NEK 89] NEKLEPAEV B.N, KRYOUTCHKOV J.P, «Parties électriques des centrales et des postes électriques», Energoatomizdat, Moscou, 1989.
- [NIZ 98] NIZAR D, «Elaboration et mise en œuvre d'un modèle HF du transformateur à trois colonnes en vue de la simulation des surtensions transitoires transmises aux lignes BT», Ecole doctorale de Lyon, 1998.
- [POV 07] POVOV M, VAN DER SLUIS L, SMEETS R.P.P, «Evaluation of surge-transferred overvoltage in distribution transformers», science Direct, Electric power System Research, pages 1-9, 2007
- [RAZ 76] RAZEVIK D.V, «Technique de haute tension», Enegiya, Moscou, 1976.

- [SCH ] Schneider Electric «Les surtensions et coordination de l'isolement», Guide de conception des réseaux électriques industriels T & D 6 883 427/A.
- [SEG 94] SEGUIER.G, «Electrotechnique industrielle», 2<sup>eme</sup> édition, Technique et documentation, 1994.
- [SIR 59] SIROTINSKY A.K, «Technique de haute tension», Gosenergoizdat, Moscou, 1959
- [SOP 69] SOPONNIKOV A.J, «Tenue d'isolation des équipements de haute tension», Energya, Moscou, 1969.
- [TRA 06] TRAN ANH T, «Modélisation de la propagation des signaux HF dans le réseau d'énergie électrique», Ecole doctorale de Lyon, 2006.
- [WIL 91] WILCOX D.J., «Theory of transformer modeling using modal analysis», IEE Proceedings - C, Vol. 138, No.2, pp. 121 -128, March 1991.
- [ZEV 89] ZEVEKE G.V, IONKIN P.A, NETOUCHIL A.V, STRAKHOV S.V, «Théorie D'électrotechnique», Energoatomizdat, Moscou, 1989.

