

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE**

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou**



**Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique**

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

D'INGENIEUR D'ETAT EN AUTOMATIQUE

Thème

**Synthèse d'un correcteur robuste H_{∞}
application pour la commande en vitesse
d'un moteur asynchrone**

Proposé par :

M^{elle}. L.AIT MESSAOUD

Présenté par :

Dirigé Par :

M^{elle}.L. AIT MESSAOUD

M^{elle}. O.CHILALI

M^{elle} . SMADI Ouiza

M^{elle} .OUDIAI Fatiha

M^{elle} . ARAB Lynda

Promotion 2009

REMERCIEMENTS

Nous remercions en premier lieu DIEU le tout puissant qui nous a donné la bonne foi et le courage pour accomplir ce modeste travail ainsi que nos parents.

L'aboutissement à la réalisation d'un travail est le fruit de toutes les années de formation, c'est donc à tous mes enseignants que nous voudrions d'abord exprimer nos respect et gratitude.

Nos sincères remerciements d'abord nous deux promotrices « L.AIT MESSAOUD » et « O.CHILALI » qui ont suivi l'évolution de notre projet, surtout, pout leurs aides précieuses, nous tenons à leurs exprimé nos gratitude.

Nous tenons à remercier également les membres de jury pour avoir accepter de jury ce mémoire.

Nous adressons nos vifs remerciements, à nos amies et à tous ceux qui nous ont aidés et pour leurs encouragements, chacun de son nom.



dédicaces

Je dédie ce modeste travail à:

- **Ma très chère mère.**
- **La mémoire de mon père.**
- **Mes chers frères : RAMDANE, RABAH ET AREZKI**
- **mes chères sœurs : KARIMA, NAIMA, TASSADIT, DYHIA.**
- **mes neveux : THIZIRI, TELLELI, SABRINA, SARAH, MOUMOUH, ANIA.**

- **Ma grande mère**
- **Ma tante : OURIDA ET SES ENFANTS**
- **Mes amies : NADIA, LINDA, OUARDIA, RAHIMA, FATIHA.**
- **Ma belle famille**
- **Mon fiancé : RABAH**
- **Toute la promotion 2008/2009**

OUIZA





dédicaces

Je dédie ce modeste travail à:

- Mes très chers parents.
- Mes chers frères : **AREZKI, SAMIR, KAMAL.**
- mes chères sœurs : **RAZIKA, MALIKA**
- Mes grands parents.
- Mes tentes : **FATIHA, YAMINA, OUIZA, ZOHRA.**
- Mes amies : **LILA, KAHINA, LAMIA, CHAHIRA, KARIMA, NABILA, SALIHA**
- Mes cousins : **MASSI, AZDINE, AMINE, YANIS**
- **Toute la promotion 2008/2009**



FATIHA



dédicaces

Je dédie ce modeste travail à:

- **Mes chers parents.**
- **Mon très cher mari.**
- **Mon cher frère : MOUSSA ET SA FEMME**
- **mes chères sœurs : GHANIA, FERROUDJA, SAIDA, FATMA.ZAHRA, OUARDIA**
- **mes neveux : OMAR, SOFIA**

- **Mes grandes mères.**
- **Ma tante : OUANISSA ET SES ENFANTS**
- **Mes amies : FERROUDJA, KAHINA, NACERA**
- **Ma belle famille**
- **Toute la promotion 2008/2009**

LYNDA



Sommaire

Introduction générale	01
Chapitre I : Généralité sur la commande fréquentielle	
I.1. Introduction.....	03
I.2. Définitions.....	03
I.2.1. Le système.....	03
I.2.2. La commande.....	04
I.2.3. L'intérêt de bouclage.....	04
I.3. Généralités.....	04
I.3.1.a. Critère de Nyquist.....	06
I.3.1.b. Critère de revers.....	07
I.3.2. Les marges de stabilité.....	07
I.3.2.a. Marge de gain.....	08
I.3.2.b. Marge de phase.....	08
I.3.2.c. Marge de module.....	08
I.4. Spécification de performance en domaine fréquentiel	09
I.4.1 Suivi de référence.....	10
I.4.2 Rejet de perturbation.....	10
I.4.3 Réduction du bruit de mesure.....	10
I.4.4 Modération de la commande.....	10
I.4.5 Introduction des fonctions de pondération.....	10
Conclusion.....	11
Chapitre II : Différentes méthodes de synthèse de correcteur H_∞	
II.1. Introduction.....	12
II.2. Formalisation des incertitudes et théorème du petit gain.....	12

II.2.1. Les incertitudes non structurées.....	13
II.2.1.a. Théorème du petit gain.....	15
II.2.1.b. Théorème du petit gain avec pondérations.....	15
II.2.2. Les incertitudes structurées.....	15
II.3. Mise œuvre du critère H_∞	16
II.4. Solution du problème H_∞ standard	18
II.4.1. La forme standard de H_∞	18
II.4.2. Problème H_∞ standard.....	19
II.4.3. Méthodes de synthèse (résolution du problème H_∞ standard par équation de Riccati...)	19
Conclusion.....	25
 Chapitre III : Application à la machine asynchrone triphasé	
III.1. Introduction	27
III.2. Description de la machine asynchrone.....	27
III.3 Equations de la machine asynchrone.....	27
III.3.1. Transformation de park.....	29
III.3.2. Choix du repère dq.....	29
III.4. Equation de la machine dans le repère dq lié au champ tournant.....	29
III.4.1. Mise sous forme d'état	30
III.5. La commande vectorielle directe par orientation du flux rotorique.....	31
III.6. Application à la machine asynchrone	36
III.7. Variations des paramètres du modèle nominal.....	37
III.8. Synthèse du correcteur	40
III.8.1 Synthèse du correcteur PI.....	40
III.8.2. Synthèse du correcteur robuste H_∞	44
III.8.3. Robustesse vis-à-vis des variations des paramètres du modèle.....	53
Conclusion.....	56
Conclusion générale.....	57

Annexes

Notations

R_s, R_r	Résistances statorique et rotorique ;
L_s, L_r	Inductances statorique et rotorique ;
L_m	Inductance mutuelle entre stator et rotor ;
$T_s = \frac{L_s}{R_s}$	Constante de temps statorique ;
$T_r = \frac{L_r}{R_r}$	Constante temps rotorique ;
$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$	Coefficient de fuite total ;
P	Nombre de paire de pôles ;
J	moment d'inertie du système ;
f	coefficient de frottement visqueux ;
V_{ds}, V_{qs}	Tension statorique selon l'axe d et l'axe q ;
i_{ds}, i_{qs}	Courant statorique selon l'axe d et l'axe q ;
$\varphi_{dr}, \varphi_{qr}$	Flux rotorique selon l'axe d et l'axe q ;
C_{em}, C_r	Couple électromagnétique et couple de perturbation de charge ;
ω_s, ω_r	Pulsations électriques des courants statoriques et rotoriques ;
ω, Ω	Vitesses électrique et mécanique ($\omega = P\Omega$) ;
ω_h	Pulsation en haute fréquences ;
ω_b	Pulsation en basse fréquences ;
$\ \cdot \ _\infty$	La norme infini ;

INTRODUCTION GENERALE

Asservir un système réel veut dire synthétiser, à partir d'un modèle de ce système, un correcteur de sorte à ce que la boucle fermée puisse satisfaire aux exigences du cahier des charges, essentiellement en stabilité, précision et rapidité.

En tenant compte du fait qu'il est impossible de représenter parfaitement un procédé physique par un modèle, il est légitime de se demander si le correcteur, calculé sur la base de ce même modèle, est apte à effectuer convenablement sa tâche une fois associé au procédé réel. D'où la notion de « robustesse » qui signifie l'insensibilité ou à défaut la quasi insensibilité des performances vis-à-vis des incertitudes du procédé à commander. Ces incertitudes peuvent être « dynamiques » et portent sur la structure même du procédé, ou « paramétriques » et portent alors sur ses paramètres.

La commande robuste répond à cette problématique, et particulièrement la commande H_∞ . Il existe différentes approches pour le calcul du correcteur robuste H_∞ , seule l'approche basée sur la résolution des équations de Riccati, qui se ramène à une contrainte sur la norme H_∞ , est exposée dans ce mémoire.

Le calcul du correcteur robuste H_∞ avec la méthode choisie est déjà programmé par les concepteurs du logiciel MATLAB, c'est ce qu'on appelle le Conception Assistée par Ordinateur (CAO), la tâche de l'automaticien sera donc de choisir le critère mathématique qui reflète le mieux le cahier des charges et d'en régler les différents paramètres, et enfin élaborer les programmes utilisant les outils de MATLAB.

Le correcteur robuste H_∞ sera appliquée pour la commande en vitesse du moteur asynchrone, la robustesse des performances imposées à la vitesse sera vérifiée vis-à-vis des variations des paramètres mécaniques du moteur, les résultats seront comparés à ceux obtenus au moyen d'un correcteur proportionnel intégral.

Ce mémoire est organisé comme suit :

Le premier chapitre exposera les principes de base de la synthèse dans le domaine fréquentiel des correcteurs pour les systèmes linéaires monovariables invariants dans le temps.

Le deuxième chapitre sera consacré à la méthode de résolution du problème H_∞ standard par la résolution des équations de Ricatti.

Le troisième chapitre contiendra l'essentiel du travail effectué dans ce mémoire. Il s'agit essentiellement du choix approprié des fonctions de pondération selon le cahier des charges, puis de l'élaboration des différents programmes de calcul du correcteur robuste H_∞ en utilisant toutes les fonctionnalités disponibles du toolbox "Robust Control" du logiciel MATLAB. Puis enfin, l'application du correcteur H_∞ pour la commande en vitesse du moteur asynchrone.

Pour terminer, une conclusion générale permettra de synthétiser tout le travail effectué.

CHAPITRE I

I.1 Introduction

Asservir un système réel veut dire synthétiser, à partir d'un modèle de ce système, un correcteur de sorte à ce que la boucle fermée puisse satisfaire aux exigences du cahier des charges, essentiellement en stabilité, précision et rapidité.

Ce premier chapitre exposera les principes de base de la synthèse des correcteurs dans le domaine fréquentiel, pour les systèmes linéaires monovariants invariants dans le temps. Il s'agit de modéliser la réponse en fréquences de la boucle ouverte, suivant des spécifications propres à chaque plage fréquentielle.

Définitions

Avant de présenter la formalisation des performances des systèmes dans le domaine fréquentiel, il convient de rappeler les quelques définitions suivantes.

Le système

Un système peut être défini comme un ensemble d'éléments exerçant collectivement une fonction déterminée, sous l'effet de divers signaux internes et externes, on distingue sur le système des signaux d'entrées, de sorties et de perturbations, comme cela est illustré par la figure I.1.

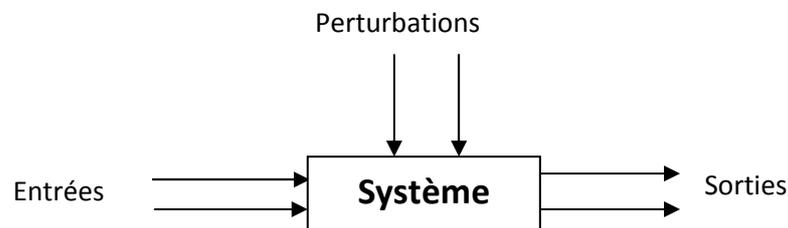


Figure I.1 : Représentation générale d'un système.

lorsqu'un tel système est dit asservi, il est souvent représenté par le schéma fonctionnel de la figure I.2.

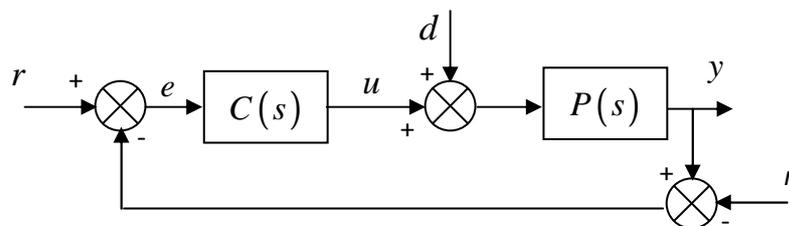


Figure I.2: Schéma fonctionnel d'une commande automatique standard.

La commande

Commander un processus veut dire lui imposer un comportement souhaité conduisant à un asservissement de ce processus.

L'intérêt de bouclage

En général le système en boucle fermée (bouclé) doit répondre à un certains nombre d'objectifs:

- Stabiliser un système instable.
- Améliorer les performances d'un système.
- Assurer le rejet des perturbations.
- Désensibiliser un système vis-à-vis des bruits de mesure ainsi que d'éventuelles variations paramétriques.

I.3. Généralités

Considérons le schéma fonctionnel de la figure I.2, où $C(s)$ et $P(s)$ représentent respectivement la fonction de transfert du correcteur et la fonction de transfert du procédé à commander. Les signaux d'entrées qui agissent sur le système en boucle fermée sont :

- la consigne $r(t)$;
- la perturbation en entrée du système $b(t)$;
- le bruit de mesure $n(t)$;

ainsi que les signaux de sortie :

- la grandeur à commander $y(t)$;
- l'erreur de suivi de référence $e(t)$;
- le signal de commande $u(t)$ délivrée par le correcteur.

Soient $R(s)$, $B(s)$, $N(s)$, $Y(s)$, $E(s)$ et $U(s)$ les transformées de Laplace respectives des signaux $r(t)$, $b(t)$, $n(t)$, $y(t)$, $e(t)$ et $u(t)$. On donne également la fonction de transfert en boucle ouverte du système :

$$L(s) = C(s) P(s) \quad (I.1)$$

Les relations suivantes peuvent être obtenues à partir du schéma de la figure (I.2) :

$$Y(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}R(s) + \frac{P(s)}{1+L(s)}B(s) + \frac{L(s)}{1+L(s)}N(s)$$

$$E(s) = \frac{1}{1+L(s)}R(s) + \frac{P(s)}{1+L(s)}B(s) + \frac{1}{1+L(s)}N(s) \tag{I.2}$$

$$U(s) = \frac{C(s)}{1+L(s)}R(s) + \frac{L(s)}{1+L(s)}B(s) + \frac{C(s)}{1+L(s)}N(s)$$

Nous remarquons que plusieurs fonctions de transfert intervenant dans les équations (I.2) sont identiques, on définit alors $T(s)$ et $S(s)$ telles que :

$$T(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)} \tag{I.3}$$

dite la fonction de sensibilité complémentaire ou la fonction de transfert en boucle fermée.

$$S(s) = \frac{1}{1+L(s)} \tag{I.4}$$

dite la fonction de sensibilité.

Avec $T(s) + S(s) = 1$

Ces deux fonctions caractérisent le fonctionnement du système bouclé, en effet $S(s)$ représente :

- l'influence des perturbations sur la sortie et l'erreur.
- La fonction de transfert entre la consigne et l'erreur.

De même, $T(s)$ représente :

- l'influence des bruits de mesure sur la sortie et l'erreur.
- la fonction de transfert entre la consigne et la sortie.

Les différentes fonctions en boucle fermée sont reliées par des relations algébriques

($S(s) + T(s) = 1$, $T(s) = P(s)C(s)S(s)$), ce qui implique que les différentes spécifications du cahier des charges ne sont pas indépendantes les une des autres, il sera donc nécessaire de faire des compromis entre les différentes spécifications de performances :

- **Suivi de référence** : il s'agit d'étudier l'influence du signal de référence $r(t)$ sur le signal $e(t)$.
- **Rejet de perturbation** : il s'agit d'étudier l'influence du signal de perturbation $b(t)$ sur le signal d'erreur $e(t)$.
- **Réduction du bruit de mesure** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de bruits $n(t)$ sur le signal de commande $u(t)$ et sur le signal de sortie $y(t)$.
- **Commande modérée** : il s'agit d'étudier l'influence des signaux de référence $r(t)$ et du signal de perturbation $b(t)$ sur le signal de commande $u(t)$.

Une autre spécification qu'il faut absolument assurer est la stabilité du système en boucle fermée.

Le système étant linéaire stationnaire, il est possible d'appliquer le théorème de superposition et étudier individuellement l'influence de chaque signal d'entrée (en considérant les autres entrées nulles).

I.3.1. La stabilité

Une notion très importante est la stabilité interne, sa perte peut mettre en péril le système physique. Une boucle fermée est dite stable de façon interne si toutes les fonctions de transfert du système en boucle fermée produisent des sorties bornées à partir d'entrées d'amplitude bornée. Aussi pour qu'il y ait stabilité interne, il faut que les fonctions de transfert $S(s)$, $T(s)$, $P(s)S(s)$, $C(s)S(s)$ soient simultanément stables (pôles à partie réelle strictement négative) [1].

Pour étudier la stabilité, différentes approches sont utilisées, nous nous limitons dans notre étude au critère de Nyquist applicable dans le domaine fréquentiel.

a. Critère de Nyquist [1]

Dans le cas où la fonction de transfert $L(j\omega)$ ne possède pas de pôles imaginaires purs, le système bouclé monovariante représenté figure I.2 est stable si et seulement si le tracé de la fonction de transfert $L(j\omega)$ dans le plan complexe quand ω va de $-\infty$ à $+\infty$ ne passe pas par le point $(-1, 0)$ et l'encercle (dans le sens inverse des aiguilles d'une montre) un nombre de fois égal au nombre de pôles instables de $L(j\omega)$.

b. Critère du revert [1]

Si la fonction de transfert en boucle ouverte $L(s)$ est stable, le critère de Nyquist se simplifie, on parle alors du critère du revert. Il suffit alors de vérifier que le tracé de $L(j\omega)$, quand ω croît, laisse le point $(-1,0)$ sur sa gauche pour assurer la stabilité du système bouclé. Si, en plus, l'argument de la

fonction de transfert $L(j\omega)$ est égale à -180° que pour une seule pulsation ω_{180° , la stabilité du système bouclée est assurée par le fait que $|L(j\omega_{180^\circ})| < 1$.

La figure I.3 représente un exemple d'application du critère du revert.

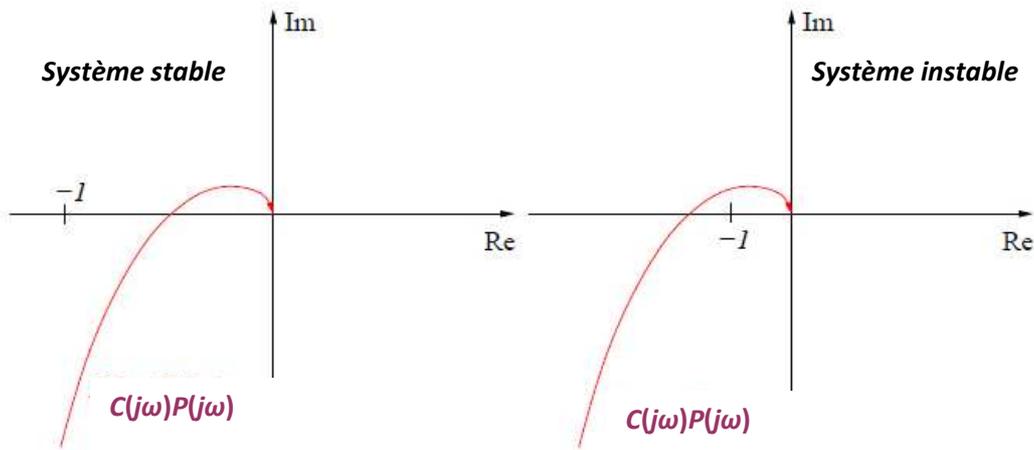


Figure I.3 : Application du critère du revert.

I.3.2 Les marges de stabilité [3]

Si la stabilité d'un système en boucle fermée se vérifie par la position du tracé de sa fonction de transfert en boucle ouverte par rapport au point critique $(-1,0)$, il est évident que la distance minimale par rapport à ce point va caractériser la "réserve de stabilité" du système, c'est-à-dire à quel point est il stable.

On définit ω_c la pulsation de croisement à laquelle le gain de la fonction de transfert en boucle ouverte égale à 1

$$|L(j\omega_c)| = 1 \quad (I.5)$$

Les éléments suivants servent à caractériser l'éloignement par rapport au point critique $(-1, 0)$ (voir figure I.4):

a. La marge de gain

La marge de gain ΔG est égale à l'inverse du gain de $L(j\omega)$ pour la pulsation à laquelle le déphasage est de $\angle\Phi = -180^\circ$:

$$\Delta G = \frac{1}{|L(j\omega_{-180^\circ})|} \tag{I.6}$$

La marge de gain s'exprime souvent en dB, elle donne l'accroissement maximum admis du gain à la fréquence où $\angle\Phi = -180^\circ$.

b. La marge de phase

C'est la phase additionnelle qu'il faut rajouter à la pulsation à laquelle le gain du système en boucle ouverte est unitaire, pour obtenir un déphasage total de $\angle\Phi = -180^\circ$:

$$\Delta\Phi = 180^\circ - \angle\Phi(\omega_c) \tag{I.7}$$

c. La marge de module

C'est la plus petite distance entre le point critique (-1, 0) et le tracé de la fonction de transfert en boucle ouverte $L(s)$. la marge de module ΔM est définie comme le rayon du cercle centré en (-1, 0) et tangent au tracé de $L(j\omega)$:

$$\Delta M = \inf_{\omega} |1 + L(j\omega)| = \frac{1}{\sup_{\omega} \left(\frac{1}{|1 + L(j\omega)|} \right)} = \frac{1}{\sup_{\omega} (|S(j\omega)|)} \tag{I.8}$$

La figure I.4 illustre les différentes marges de stabilité.

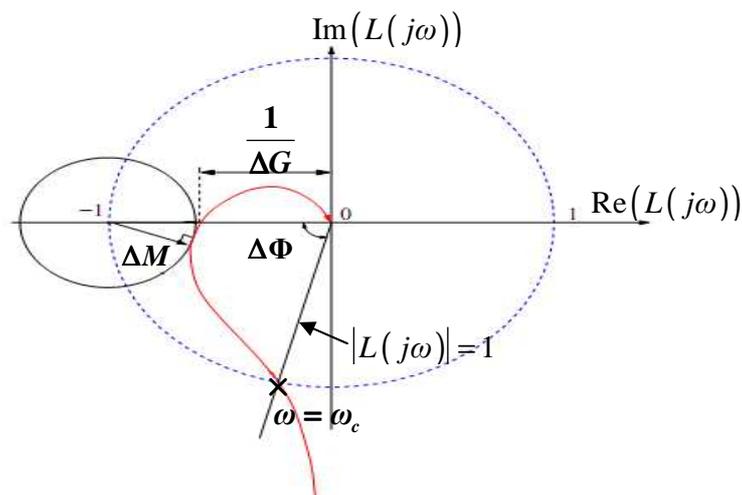


Figure I.4 : Représentation des différentes marges de stabilité.

I.4. La spécifications des performances dans le domaine fréquentiel [7]

Il s'agit de mettre en forme (modeler) la réponse en fréquences en boucle ouverte $L(j\omega)$ de façon à satisfaire aux exigences du cahier des charges. Sachant que la perturbation de charge agit en basses fréquences et que les bruits de mesure agissent en hautes fréquences, il est possible de les traiter simultanément dans leur région fréquentielles respectives. De plus, la spécification d'une fréquence de croisement ω_c et d'une marge de phase $\Delta\Phi$ permet d'imposer les performances temporelles usuelles que sont le temps de réponse et le coefficient d'amortissement.

La figure I.5 la forme adéquate de la réponse fréquentielle en boucle ouverte.

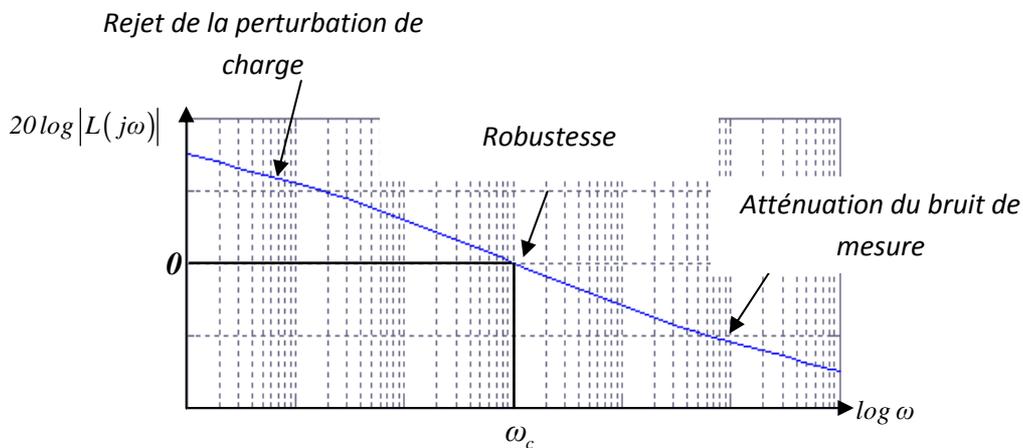


Figure I.5 : Les différentes spécifications sur la réponse fréquentielle en boucle ouverte.

Le gain $|L(j\omega)|$ doit être infini en basses fréquences pour rejeter efficacement la perturbation de charge, ceci peut être déduit de la relation (I.3) sachant que le gain en boucle fermée doit être unitaire ($|T(j\omega)|=1$). Le gain $|L(j\omega)|$ doit être nul en hautes fréquences pour atténuer efficacement le bruit de mesure, ceci peut être également déduit de la relation (I.3) sachant que le gain en boucle fermée doit être nul ($|T(j\omega)|=0$).

Dans la description des différentes relations entre les entrées et les sorties du système en boucle fermée (relations (I.2), nous avons mis en évidence l'importance des fonctions de sensibilité $S(s)$ et de sensibilité complémentaire $T(s)$. Il serait donc intéressant d'exprimer les différentes spécifications au moyen de ces deux fonctions. La modification du tracé fréquentiel des gains des différentes fonctions se fera par la multiplication de ces dernières par ce qu'on appelle des "fonctions de pondérations", stables et à inverses stables, adéquatement calculée. Pour cela on définit les fonctions de transferts $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$.

I.4.1 Suivi de référence

Le suivi de la consigne $r(t)$ est d'autant mieux assuré que l'erreur $e(t)$ est proche de zéro. Sachant que $E(s) = S(s)R(s)$ (relation I.2), le gain de $S(s)$ peut être rendu très faible en basses fréquences ($t \rightarrow \infty$) par la définition de $W_1(s)$ telle que :

$$\|W_1(s)S(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{I.9})$$

I.4.2 Rejet de perturbation

On suppose que signal de référence est nul, sachant que $E(s) = P(s)S(s)B(s)$ (relation I.2), l'effet de la perturbation $b(t)$ sur l'erreur $e(t)$ peut être affaibli en basses fréquences par la définition de $W_2(s)$ telle que :

$$\|W_2(s)P(s)S(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{I.10})$$

I.4.3 Réduction du bruit de mesure

Sachant que $Y(s) = T(s)N(s)$, l'effet du bruit de mesure $n(t)$ sur la sortie $y(t)$ peut être affaibli en hautes fréquences par la définition de $W_3(s)$ telle que :

$$\|W_3(s)T(s)\|_{\infty} \leq 1 \quad (\text{I.11})$$

Les relations (I.9), (I.10) et (I.11) reposent sur la définition de la norme H^{∞} d'une fonction de transfert stable $P(s)$ qui est donnée par :

$$\|P(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega \in [0, \infty]} |P(j\omega)| \quad (\text{I.12})$$

1.5 Conclusion

Dans ce premier chapitre nous avons présenté brièvement la spécification, dans le domaine fréquentiel, des performances les plus usuelles. La dynamique en boucle fermée peut être définie par le choix d'une fréquence de croisement et d'une marge de phase. Les autres spécifications telles que la précision, le rejet de perturbation et l'atténuation des bruits de mesure peuvent être assurées par le modelage des réponses en fréquences de fonctions de transferts adéquates, notamment par leur multiplication par des fonctions de pondérations appropriées.

CHAPITRE II

II.1. Introduction

En tenant compte du fait qu'il est impossible de représenter parfaitement un procédé physique par un modèle, il est légitime de se demander si le correcteur, calculé sur la base de ce même modèle, est apte à effectuer convenablement sa tâche une fois associé au procédé réel : d'où la notion de « robustesse », qui signifie l'insensibilité ou à défaut la quasi insensibilité, des performances vis-à-vis des incertitudes du procédé à commander. Ces incertitudes peuvent être « dynamiques », portant sur la structure même du procédé, ou « paramétriques » portant alors sur ses paramètres. La commande robuste répond à cette problématique, et particulièrement, la commande H_∞ . Il existe différentes approches pour le calcul du correcteur robuste H_∞ [4], [5], [6], [7]. Seule l'approche basée sur la résolution des équations de *Riccati* [4], qui se ramène à une contrainte sur la norme H_∞ , sera exposée dans ce chapitre. Ceci est précédé par une brève présentation des différents types d'incertitudes qui peuvent modéliser les erreurs pouvant entacher un modèle.

II.2. Formalisation des incertitudes et théorème du petit gain

Soit $P_{reel}(s)$ la fonction de transfert décrivant exactement le système à commander et $P_{mod}(s)$ son modèle, qui sera forcément entaché d'incertitudes. Une façon d'évaluer la différence entre le système réel et son modèle est d'introduire un transfert stable $\Delta(j\omega)$, tel que représente dans la figure II.1.

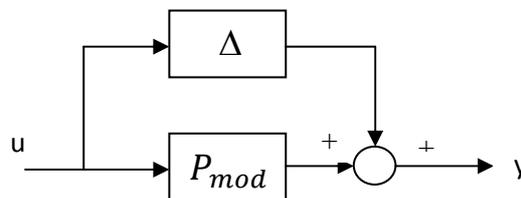


Figure II.1 : incertitude additive.

Cette méthode permet de représenter des incertitudes sur le système nominal de deux types : les incertitudes non structurées et les incertitudes structurées.

II.2.1 Les incertitudes non structurées

Ce type d'incertitudes correspond de manière générale aux dynamiques non modélisées ou négligées, typiquement des dynamiques hautes fréquences. La seule information dont on dispose, pour caractériser ce type d'incertitudes, est une borne sur la norme de sa réponse fréquentielle. Donc, si on note $\Delta(s)$ la matrice de transfert qui vérifie l'inégalité de norme H_∞ :

$$\|\Delta(s)\|_\infty \leq 1 \quad (\text{II.1})$$

La représentation de ces incertitudes peut se faire de différentes manières selon la façon dont elles interviennent dans le système. Elles peuvent être modélisées sous forme :

- Additive (direct et inverse): $G(s) = G_{reel}(j\omega) + \Delta_{add}(s)$
- Multiplicative direct : $G(s) = G_{reel}(s)(1 + \Delta_{mult}(s))$
- Multiplicative inverse : $G(s) = G_{reel}(s)(1 + \Delta_{mult}(s))^{-1}$

Ces formes sont représentées sur le tableau suivant:

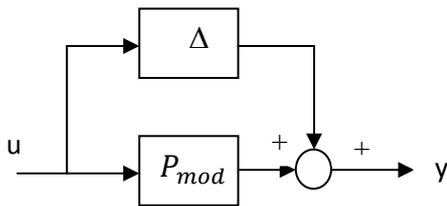
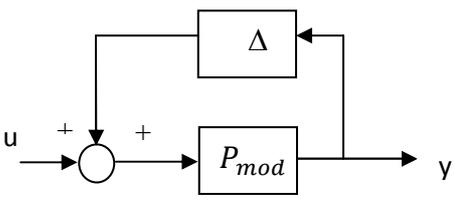
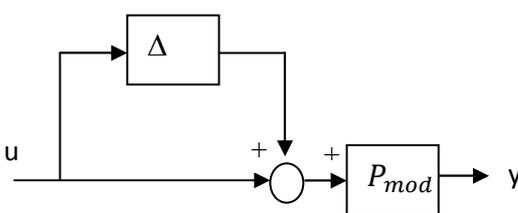
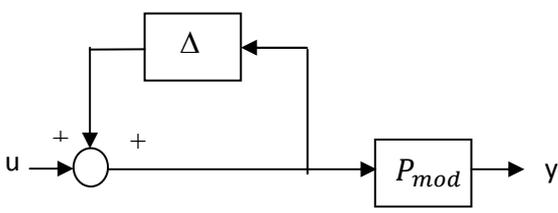
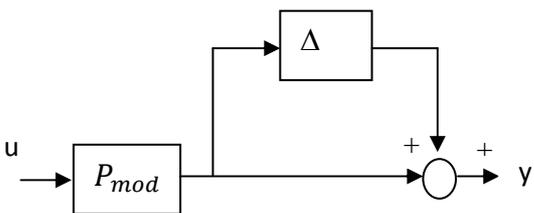
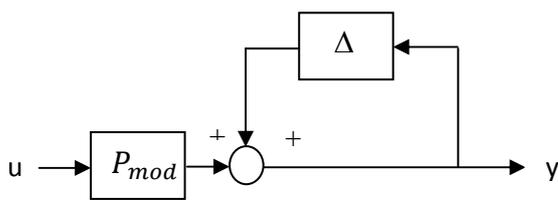
Type	Système incertain	Incertitude modélisée	M
Additif direct		Incertitude paramétriques Modes souples	C(s) S(s)
Additif inverse		Incertitudes paramétriques Système instable	P(s) S(s)
Multiplicatif direct en entrée		Marges d'entrée Actionneurs incertains	T(s)
Multiplicatif inverse en entrée		Marges en entrée Actionneurs incertains système instable	S(s)
Multiplicatif direct en sortie		Marges de sortie Capteurs incertains	T(s)
Multiplicatif inverse en sortie		Marges en sortie Capteurs incertains système instable	S(s)

Tableau II.1 : différents types d'incertitudes non structurées.

Pour assurer la stabilité d'un système soumis à des incertitudes non structurée, on utilise le théorème du petit gain.

II.2.1.a Théorème du petit gain [1]

Le système (M, Δ) représenté dans la figure II.2, est stable pour toutes les fonctions de transfert stables Δ telles que $\|\Delta\|_\infty \leq \beta$ (respectivement $\|\Delta\|_\infty < \beta$) si et seulement si $\|M\|_\infty < \frac{1}{\beta}$ (respectivement $\|M\|_\infty \leq \frac{1}{\beta}$). Avec β est un paramètre réel $\beta > 0$.

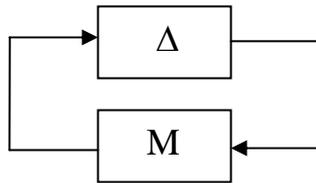


Figure II.2 : connexion de M avec Δ .

II.2.1.b Théorème du petit gain avec pondérations

Etant donnée une fonction de transfert stable et inversible $W^i(j\omega)$, le système bouclé, décrit en figure II.2, est stable pour toutes fonction de transfert stables Δ telle que $|\Delta(j\omega)| \leq |W^i(j\omega)|$ avec $W^i(j\omega) = W_1^i(j\omega)W_1^i(j\omega)$.

On a :

$$|W^i(j\omega)| < \frac{1}{|M(j\omega)|} \tag{II.2}$$

$$\Rightarrow |\Delta(j\omega)| < \frac{1}{|M(j\omega)|} \tag{II.3}$$

Il suffit, donc, que pour chaque pulsation ω le module de $M(j\omega)$ soit inférieur au module de l'inverse de $\Delta(j\omega)$.

Cette condition garantie que $|M(j\omega)\Delta(j\omega)| < 1$, se qui implique que $M(j\omega)\Delta(j\omega) \neq -1$.

II.2.2 Les incertitudes structurées

Les incertitudes non structurées permettent, d'exprimer les dynamiques non modélisé. En revanche, elles sont inaptes à modéliser d'autres incertitudes, telles les incertitudes paramétriques. Ces dernières sont des incertitudes sur les paramètres du modèle. Pour représenter ces incertitudes, ainsi que pour représenter une combinaison d'incertitudes non structurées, ou une combinaison d'incertitudes non structurées et paramétriques, on utilise les incertitudes structurées. La relation (II.1) doit être toujours assurée.

II.3 Mise en œuvre du critère H_∞

Nous avons vu au premier chapitre que les spécifications fréquentielles peuvent s'exprimer par des contraintes sur les fonctions de sensibilités. Il a été vu que l'inverse de la marge de module est donné par $\|S\|_\infty \leq \frac{1}{\Delta M_{\min}}$, donc de limiter le module de la fonction de sensibilité. Ensuite, nous étions amenés à contraindre le module de la fonction de sensibilité $S(s)$ par une pondération $W_1(s)$ qui reflète, à la fois, la spécification de performance et la spécification de robustesse. Alors, la forme de $W_1(s)$ est choisie comme suit [1]:

$$W_1(s) = \frac{G_\infty \sqrt{|G_0^2 - 1|} s + G_0 \omega_{w_1}^c \sqrt{|G_\infty^2 - 1|}}{\sqrt{|G_0^2 - 1|} s + \omega_{w_1}^c \sqrt{|G_\infty^2 - 1|}} \tag{II.4}$$

Où $G_0 = |W_1(0)|$, $G_\infty = \lim_{\omega \rightarrow \infty} |W_1(j\omega)|$ avec $(G_\infty - 1)(G_0 - 1) < 0$ et $\omega_{w_1}^c > 0$ tel que $|W_1(j\omega_{w_1}^c)| = 1$.

Avec ce choix de pondération, on a :

1. $|S(0)| \leq \frac{1}{G_0}$: G_0 permet donc de contraindre $|S(0)|$, soit l'erreur statique.
2. $\omega_{w_1}^c \leq \omega_s^c$ où ω_s^c est la pulsation de coupure de S. Le choix de $\omega_{w_1}^c$ impose une borne inférieure sur ω_s^c donc une rapidité minimale.
3. $\|S\|_\infty \leq \frac{1}{G_\infty}$: G_∞ est une borne supérieure sur la marge de module.
4. Il est, aussi, nécessaire de contraindre le module de $C(s)S(s)$ pour limiter l'énergie de commande et l'amplification des bruits de mesure. Pour ces deux exigences, $C(s)S(s)$

doit être une fonction de transfert passe bas, avec la pulsation de coupure la plus basse possible. Nous choisissons alors une fonction de pondération $W_2(s)$ qui va contraindre (via son inverse) $C(s)S(s)$. $\frac{1}{W_2(s)}$ est une fonction de transfert passe bas.

Donc, pour chercher un correcteur $C(s)$ qui satisfait le cahier des charges il faut rechercher une fonction de transfert $C(s)$ telle que :

$$\|W_1S\|_\infty \leq 1 \tag{II.5}$$

$$\|W_2CS\|_\infty \leq 1 \tag{II.6}$$

Avec W_1 et W_2 des fonctions de pondérations ;

Pour chercher un correcteur qui satisfait le cahier de charges on doit assurer les conditions (II.5) et (II.6). Il n'existe pas d'algorithme qui résolve de façon satisfaisante ce problème. Par contre, un algorithme simple peut résoudre le problème suivant :

$$\left\| \begin{matrix} W_1S \\ W_2CS \end{matrix} \right\|_\infty \leq 1 \tag{II.7}$$

D'après les propriétés de la norme H_∞ (Annexe A), si la condition (II.7) est vérifiée alors les conditions (II.5) et (II.6) sont vérifiées.

La recherche du correcteur revient, donc, à rechercher le transfert $C(s)$ telle que la norme H_∞ de la matrice de fonction de transfert définie par :

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1S \\ W_2CS \end{bmatrix} r \tag{II.8}$$

et représentée dans le schéma de la figure II.3, soit inférieure ou égale à 1.

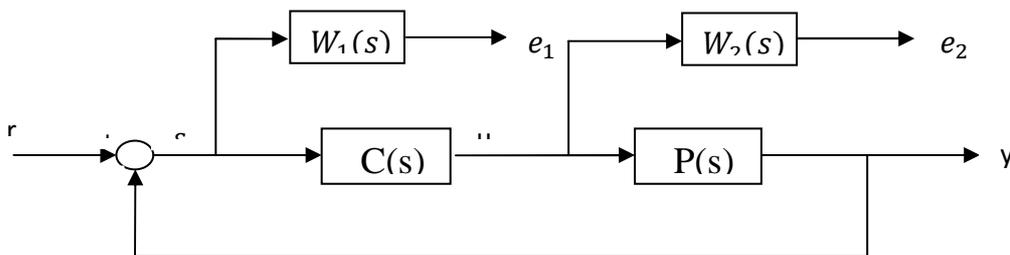


Figure II.3 : schéma synoptique de la mise en place des fonctions pondérations.

Le problème (II.7) est un cas particulier du problème H_∞ standard que nous introduisons dans ce qui suit.

II.4 Solution du problème H_∞ standard

II.4.1 La forme standard de H_∞

Afin d'apporter une facilité méthodologique à la résolution des problèmes de type H_∞ , une représentation connue sous la dénomination «forme standard» à été introduite. Elle apporte une certaine clarté de formulation puisqu'elle contient à la fois le système à commander et le cahier des charges associé caractérisé par des filtres de pondération. La représentation est donnée à la figure suivante :

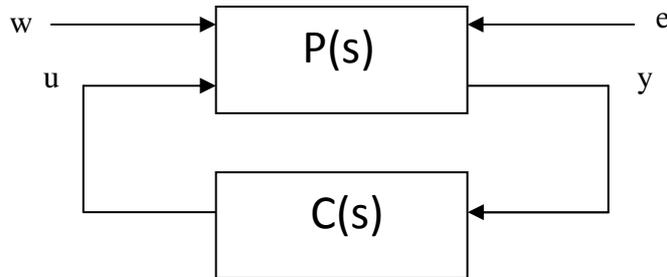


Figure II.4: schéma synoptique de la forme standard.

Dans cette figure, $P(s)$ représente le « modèle augmenté », et $C(s)$ le correcteur. Le système $P(s)$ est formé des quatre transferts existant entre les entrées u (commande du système) et w (entrées exogènes : consignes, perturbations, etc.) et les sorties y (mesures) et e (sorties régulées, ou grandeurs à surveiller) [8].

En effectuant une partition de la matrice (II .9) de façon cohérente avec les dimensions de w, u, e, y . on aura (II.10).

$$P(s) = \begin{pmatrix} P_{ew}(s) & P_{eu}(s) \\ P_{yw}(s) & P_{yu}(s) \end{pmatrix} \quad (II.9)$$

On calcule la fonction de transfert entre w et e du système boucle. Cette fonction $F_1(P(s), C(s))$ est appelée transformation fractionnaire linéaire (LFT) inférieure.

$$F_1(P(s), C(s)) = \frac{W(s)}{E(s)} \quad (II.10)$$

$$F_l(P(s), C(s)) = P_{ew}(s) + P_{eu}(s)C(s)(I_d - P_{yu}(s)C(s))^{-1}$$

II.4.2 Problème H_∞ standard

Le problème H_∞ standard consiste à faire la synthèse d'un correcteur $C(s)$ étant donnée la valeur $\gamma > 0$ et $P(s)$, telle que :

- Le système en boucle fermée $F_l(P(s), C(s))$ est asymptotiquement stable.
- $\|F_l(P(s), C(s))\|_\infty < \gamma$. (II.11)

II.4.3 Méthode de synthèse (Résolution du problème H_∞ standard par équations de Riccati [8])

Il existe plusieurs méthodes de résolution du problème H_∞ standard, nous présentons dans ce chapitre l'approche par équations de *Riccati*, dans laquelle la valeur optimale de γ est recherchée par dichotomie.

Cette méthodes conduit à des correcteurs d'ordre égal à celui de la matrice $P(s)$ et utilise une représentation d'état de la matrice d'interconnexion $P(s)$, qui s'écrit sous la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ e(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & | & Bw & Bu \\ \hline Ce & | & Dew & Deu \\ Cy & | & Dyw & Dyu \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ e(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \tag{II.12}$$

Cette méthode, aussi connu sous le nom d'algorithme de *Glover-Doyle*, est apparue à la fin des années 80.

Soient $P=P^T, Q=Q^T$ des matrices de mêmes dimensions que A . On note :

$$X = Ric \begin{pmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{pmatrix} \tag{II.13}$$

quand elle existe, la solution symétrique de l'équation de *Riccati* :

$$XA + A^T X + XPX + Q = 0 \quad (II.14)$$

Telle que toutes les valeurs propres de $A - PX$ ont une partie réelle strictement négative.

Pour résoudre le problème H_∞ standard, les hypothèses suivantes doivent être satisfaites :

1. (A, B_u) est stabilisable et (C_y, A) est détectable : elle est nécessaire pour obtenir la stabilité du système bouclé.
2. $\text{rang}(D_{eu}) = n_u$ et $\text{rang}(D_{yw}) = n_y$: elle est suffisante pour que la matrice de transfert du correcteur soit propre.
3. $\forall \omega \in R \text{ rang} \begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_u \\ C_e & D_{eu} \end{pmatrix} = n + n_u$: entraîne que $P_{eu}(s)$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.
4. $\forall \omega \in R \text{ rang} \begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{pmatrix} = n + n_y$: entraîne que $P_{yw}(s)$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

En appliquant une série de transformations au système de l'équation (II.12), on se ramène au cas où les conditions suivantes sont vérifiées :

$$D_{eu} = 0 \quad D_{eu}^T (C_e D_{eu}) = (0 \ I_{n_u}) \quad (II.15)$$

$$D_{yu} = 0 \quad \begin{pmatrix} B_w \\ D_{yw} \end{pmatrix} D_{yw}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n_y} \end{pmatrix}$$

Théorème1

Sous les hypothèses (1 à 4) et les conditions (II.15) le problème H_∞ standard a une solution si et seulement si les 5 conditions suivantes sont remplies :

- i. La matrice $H_\infty = \begin{pmatrix} A & \gamma^{-2} B_w B_w^T - B_u B_u^T \\ -C_e^T C_e & -A^T \end{pmatrix}$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.

- ii. il existe une matrice $X_\infty = Ric(H_\infty) \geq 0$
- iii. la matrice $J_\infty = \begin{pmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_e^T C_e - C_y^T C_y \\ -B_w B_w^T & -A \end{pmatrix}$ n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire.
- iv. il existe une matrice $Y_\infty = Ric(J_\infty) \geq 0$
- v. $\rho(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ Où $\rho(\cdot)$ désigne le module de la plus grande valeur propre.

Théorème 2

Sous les conditions du théorème 1, les correcteurs $K(s)$ stabilisant le système et satisfaisant $\|F_l(P(s), C(s))\|_\infty < \gamma$ sont décrits par la LFT :

$$K(s) = F_l(C_a(s), \phi(s)) \tag{II.16}$$

Où $\phi(s)$ est une fonction de transfert arbitraire satisfaisant avec $\|\phi\|_\infty < \gamma$; $C_a(s)$ est décrit par la représentation d'état :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_a(t) \\ u(t) \\ u_a(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_y^T & Z_\infty B_u \\ -B_u^T X_\infty & 0 & I_{n_u} \\ -C_y & I_{n_y} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a(t) \\ y(t) \\ y_a(t) \end{pmatrix} \tag{II.17}$$

Avec :

$$\begin{aligned} \hat{A}_\infty &= A + \gamma^{-2} B_w B_w^T X_\infty - B_u B_u^T X_\infty - Z_\infty Y_\infty C_y^T C_y \\ Z_\infty &= (I_n - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \end{aligned} \tag{II.18}$$

Le schéma de principe du problème est donné à la figure II.5.

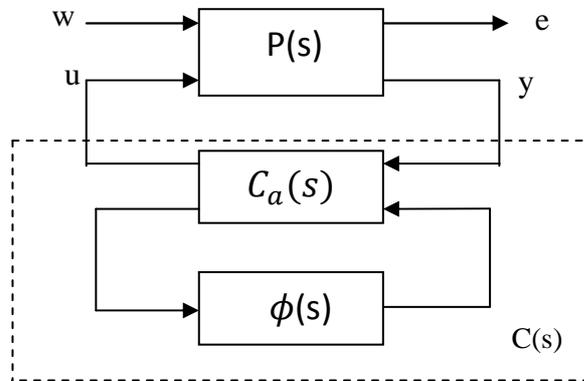


Figure II.5 : schéma synoptique de la paramétrisation de la solution du problème standard.

En particulier, on a le correcteur central $C_0(s)$ qui correspond à $\phi = 0$ et admet la représentation d'état

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_c(t) \\ u(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_y^T \\ -B_u^T X_\infty & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c(t) \\ y(t) \end{pmatrix} \tag{II.19}$$

La mise en œuvre de cette solution consiste à utiliser, tout d'abord, les résultats du théorème 1 pour approcher la valeur optimale de γ par dichotomie (procédure appelée "gamma-itération"). On calcule, ensuite, le correcteur central en appliquant le théorème 2

• **Exemple [8]**

Considérons le système de la figure II.6, dans lequel on considère un vecteur d'entrées $w = (b \ v)^T$ composé de 2 perturbations, et un vecteur de signaux à contrôler $e = (z \ u)^T$ comprenant la sortie à asservir et la commande.

La représentation de la matrice $P(s)$ du problème standard correspondant s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x} = (0)x + (1 \ 0) \begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + (1)u \\ \begin{pmatrix} z \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u \\ y = (1)x + (0 \ 1) \begin{pmatrix} b \\ v \end{pmatrix} + (0)u \end{cases} \tag{II.20}$$

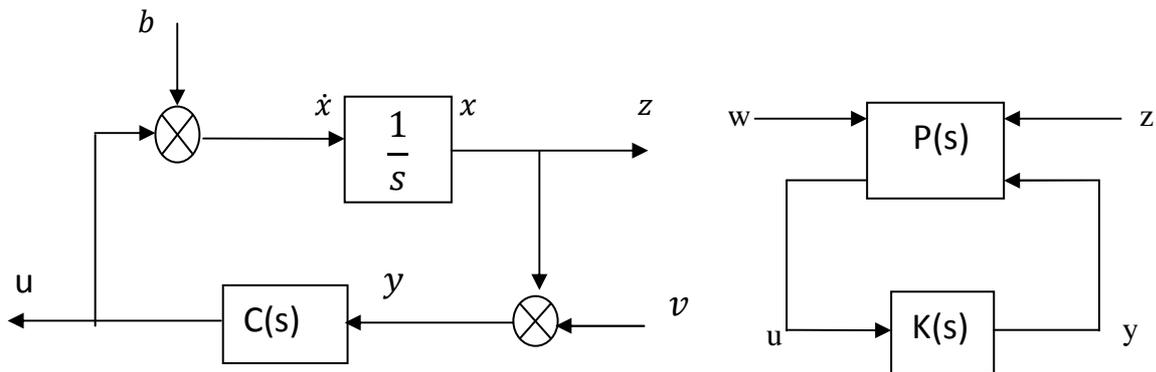


Figure II.6 : schéma fonctionnel de l'exemple et sa forme standard correspondante.

Vérification des hypothèses (1 à 4) :

1. $\text{rang}(B_u) = \text{rang}(1) = 1$ donc $(A \ B_u)$ commandable

$\text{rang}(C_y) = \text{rang}(1) = 1$ donc $(C_y \ A)$ observable

2. $\text{rang}(D_{eu}) = \text{rang}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 1 = n_u$ et $\text{rang}(D_{yw}) = \text{rang}\begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} = 1 = n_y$

3. $\forall \omega \in \mathbb{R} \text{ rang}\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_u \\ C_e & D_{eu} \end{pmatrix} = \text{rang}\begin{pmatrix} -j\omega & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 = n + n_u$

4. $\forall \omega \in \mathbb{R} \text{ rang}\begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_w \\ C_y & D_{yw} \end{pmatrix} = \text{rang}\begin{pmatrix} -j\omega & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} = 2 = n + n_y$

Par ailleurs ce problème vérifie directement les conditions de normalisation :

$$\begin{aligned} D_{ew} &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & D_{yu} &= 0 \\ D_{eu}^T(C_e \ D_e) &= (0 \ 1) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = (0 \ 1) \\ \begin{pmatrix} B_w \\ D_{yw} \end{pmatrix} (D_{yw}^T) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (II.21)$$

Testons les conditions du théorème 1. On a pour les conditions i et ii :

$$\begin{aligned} H_\infty &= \begin{pmatrix} 0 & \gamma^{-2} - 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} = J_\infty \\ \det(\lambda I - J_\infty) &= \det(\lambda I - H_\infty) = \lambda^2 + (\gamma^{-2} - 1) \end{aligned}$$

Ces deux conditions sont vérifiées pour $\gamma > 1$.

Les équations de Riccati des conditions ii et iv s'écrivent :

$$\begin{aligned} X_\infty(0) + (0)X_\infty + X_\infty(\gamma^{-2} - 1)X_\infty + 1 &= 0 \\ Y_\infty(0) + (0)Y_\infty + Y_\infty(\gamma^{-2} - 1)Y_\infty + 1 &= 0 \end{aligned} \quad (II.22)$$

Ces 2 conditions sont vérifiées pour $\gamma > 1$, et fournissent :

$$X_\infty = Y_\infty = \frac{\gamma}{\sqrt{\gamma^2-1}} > 0 \text{ et } X_\infty Y_\infty = \frac{\gamma^2}{\gamma^2-1} \quad (II.23)$$

La condition v est vérifiée pour $\gamma > \sqrt{2}$. Cette dernière valeur constitue donc la valeur minimale.

Les résultats du théorème 2 permettent de calculer le correcteur central pour $\gamma > \sqrt{2}$. Ainsi la représentation d'état s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = -\frac{2(\gamma^2-1)\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma(\gamma^2-2)}x_c(t) + \frac{\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma^2-2}y(t) \\ u(t) = -\frac{\gamma\sqrt{\gamma^2-1}}{\gamma^2-1}x_c(t) \end{cases} \quad (II.24)$$

Qui correspond à la fonction de transfert :

$$K(s) = \frac{U(s)}{Y(s)} = -\frac{\gamma^2}{(\gamma^2-2)s + 2\frac{\gamma^2-1}{\gamma}\sqrt{\gamma^2-1}} \quad (II.25)$$

On voit que lorsque γ tend vers sa valeur optimale $\sqrt{2}$, le pole du correcteur $K(s)$ tend vers $-\infty$; lorsque $\gamma = \sqrt{2}$ le terme en s du dénominateur disparaît, et l'ordre du système passe de 1 à 0.

La valeur minimale de γ noté γ_o peut être approchée par dichotomie, on suit le processus suivant [1] :

- a) Choix d'un niveau de tolérance η sur le calcul de la valeur γ_o et de deux valeurs γ_{inf} et γ_{sup} telle que, pour $\gamma = \gamma_{sup}$, le problème H_∞ standard admet une solution et que pour $\gamma = \gamma_{inf}$, le problème H_∞ standard n'admet pas de solution ;
- b) On teste si pour $\gamma = \frac{\gamma_{sup} + \gamma_{inf}}{2}$, le problème H_∞ standard admet une solution. Si oui alors $\gamma_{sup} = \gamma$ sinon $\gamma_{inf} = \gamma$;
- c) Si $\gamma_{sup} - \gamma_{inf} > \eta$ alors retourner en b) si non continuer ;
- d) Calcul de la représentation d'état de la loi de commande permettant d'obtenir une norme H_∞ proche de γ_{sup} .

Remarque

Sous MATLAB, la recherche d'un correcteur tel que le problème H_∞ standard admet une solution pour le plus petit γ compris entre γ_{inf} et γ_{sup} est assurée par la fonction *hinfsyn* de la *mu analysis and synthesis toolbox*.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons introduit en premier lieu, les différents types d'incertitudes, ainsi qu'un critère de stabilité, qu'on appelle le théorème du petit gain, celui-ci, est un outil incontournable pour l'étude de la robustesse. Pour résoudre le problème des incertitudes, le critère H_∞ a été mis en œuvre, nous avons explicité une formulation, basée sur le choix des fonctions de pondération, pour la recherche d'un correcteur robuste. Cette formulation qui se résout par un algorithme très fiable est un cas particulier du problème H_∞ standard, qui consiste à synthétiser un correcteur, assurant la stabilité asymptotique du système, en boucle fermée et minimisant la norme H_∞ de la fonction de transfert entre les entrées et les signaux d'erreurs, une seule méthode a été exposée (la résolution par équations de *Riccati*) qui est la méthode la plus fiable numériquement.

CHAPITRE III

III.1 Introduction

La machine asynchrone (MAS) est actuellement le moteur électrique dont l'usage est le plus répandu dans l'industrie. Ce type de moteur est imposé grâce à sa robustesse et sa simplicité de construction, par contre sa simulation est difficile car le modèle est fortement non linéaire, actuellement la disponibilité de puissants outils informatique de calcul (MATLAB/ SIMULINK par exemple) permet de surmonter cette difficulté.

Dans ce chapitre, nous présenterons le modèle mathématique triphasé de la machine asynchrone et de sa transformation dans le système diphasé. Ensuite, nous donnerons les résultats de simulation de la MAS alimentée directement par le réseau triphasé.

III.2 Description de la machine asynchrone

Une MAS comporte une partie fixe dite «stator », constituée par des empilages de tôles à faible taux de perte, supportant des bobinages symétriques triphasés, alimentés en alternatif triphasé, et une partie dite « rotor » qui n'est pas alimentée, elle est en court-circuit, et on distingue deux types :

- bobinée (à bague), muni d'un enroulement généralement triphasé, connecté à des bagues sur lesquelles frottent des balais.
- à cage d'écureuil : formé d'un ensemble de bagues conductrices reliées entre elles à chaque extrémité par des anneaux (généralement en cuivre).

Hypothèses simplificatrices []

Afin de simplifier la modélisation de la MAS on doit poser quelques hypothèses :

Les armatures magnétiques du stator et du rotor sont séparées par un entrefer constant et munies chacune d'un enroulement triphasé.

La MAS est supposée symétrique, le circuit magnétique non saturé.

La répartition du flux dans l'entrefer est sinusoïdale.

Ces hypothèses permettent de négliger les phénomènes de saturation et de pertes de fer pour obtenir un modèle d'ordre minimum et à paramètre constant.

III.3 Les équations de la machine asynchrone

La machine asynchrone dont nous étudierons est triphasé à rotor bobiné, représenté en figure (III.1)

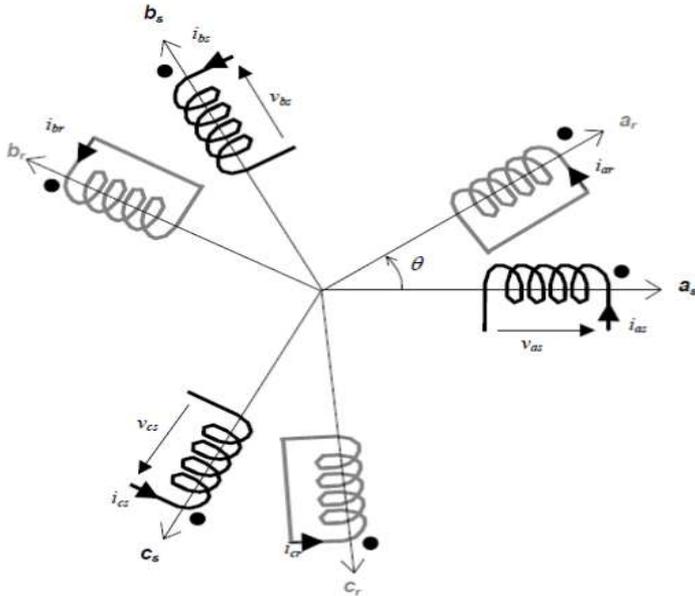


Figure III.1: Représentation schématique d'une machine asynchrone triphasée.

La MAS triphasé est représentée schématiquement par :

- _ Trois enroulements statorique fixes décalés de 120° dans l'espace et traversés par trois courants variables.
- _ Trois enroulements rotorique identiques décalés dans l'espace de 120° . Ces enroulements sont court-circuités donc la tension à leurs bornes est nulle.

θ est l'angle électrique entre l'axe de première phase statorique et la première phase rotorique.

On désigne par $i_s = \begin{bmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{bmatrix}$ et $i_r = \begin{bmatrix} i_{ra} \\ i_{rb} \\ i_{rc} \end{bmatrix}$ les matrices des courants au stator et au rotor

respectivement. De même pour les tensions $V_s = \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix}$ et $V_r = \begin{bmatrix} v_{ra} \\ v_{rb} \\ v_{rc} \end{bmatrix}$

D'après la loi de Faraday nous permet d'écrire :

$$V = RI + \frac{d\phi}{dt} \tag{III.1}$$

On peut l'utiliser pour les trois phases du stator et du rotor :

$$[V_{sabc}] = R_s [i_{sabc}] + \frac{d\varphi_{sabc}}{dt} \quad (III.2)$$

$$[V_{rabc}] = R_r [i_{rabc}] + \frac{d\varphi_{rabc}}{dt} = [0]$$

et les flux magnétiques sont donnés par les équations suivantes :

$$[\varphi_{sabc}] = [L_s][i_{sabc}] + [M_{sr}][i_{rabc}]$$

$$[\varphi_{rabc}] = [L_r][i_{rabc}] + [M_{rs}][i_{sabc}] \quad (III.3)$$

$$\text{Avec: } [L_s] = \begin{bmatrix} L_s & M_s & M_s \\ M_s & L_s & M_s \\ M_s & M_s & L_s \end{bmatrix} \text{ et } [L_r] = \begin{bmatrix} L_r & M_r & M_r \\ M_r & L_r & M_r \\ M_r & M_r & L_r \end{bmatrix}$$

L'inductance mutuelle entre une phase statorique et une phase rotorique :

$$M_{sr} = L_m \cos \left[\theta + (k-1)\frac{2\pi}{3} - (j-1)\frac{4\pi}{3} \right] \quad (III.4)$$

$$\text{Avec: } [M_{rs}] = M_{sr} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

III.3.1. Transformation de park

La transformation de Park consiste à passer du repère abc vers le repère mobile dq. L'étude analytique de la machine à l'aide des composantes de Park nécessite l'utilisation d'un référentiel qui permet de simplifier au maximum les expressions analytiques de la machine. En pratique le choix se fait en fonction du problème étudié.

III.3.2. Choix du repère dq

Il existe 3 choix important de fixer le repère dq soit au stator, ou au rotor ou bien au champ tournant, comme le repère dq est mobile on peut le fixer au champ tournant.

III.4 Equations de la machine dans le repère dq lié au champ tournant

Le modèle mathématique de la machine peut se définir par le système d'équation différentielle suivant :

$$\begin{aligned}
 V_{ds} &= R_s i_{ds} + \omega_s \varphi_{qs} + \frac{d\varphi_{ds}}{dt} \\
 V_{qs} &= R_s i_{qs} - \omega \varphi_{ds} + \frac{d\varphi_{qs}}{dt} \\
 V_{dr} &= R_r i_{dr} - (\omega - \omega_r) \varphi_{qr} + \frac{d\varphi_{dr}}{dt} \\
 V_{qr} &= R_r i_{qr} + (\omega - \omega_r) \varphi_{dr} + \frac{d\varphi_{qr}}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{III.5}$$

Les relations entre les flux et les courants s'écrivent suivant les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 \varphi_{ds} &= L_s i_{ds} + L_m i_{dr} \\
 \varphi_{qs} &= L_s i_{qs} + L_m i_{ds} \\
 \varphi_{dr} &= L_r i_{dr} + L_m i_{ds} \\
 \varphi_{qr} &= L_r i_{qr} + L_m i_{qs}
 \end{aligned}
 \tag{III.6}$$

III.4.1. Mise sous forme d'état

Il existe plusieurs représentations d'état de la MAS . Elles se différencient entre elles par un choix du vecteur définissant les variables d'état du système et par un choix du référentiel dans laquelle la modélisation à été fait. La forme générale de l'équation d'état est uniforme et s'écrit de la forme suivante :

$$\dot{X} = Ax + Bu$$

Pour notre étude le vecteur d'état est constitué des composantes du courant statorique et du flux rotorique

$$X = [i_{ds} \ i_{qs} \ \varphi_{dr} \ \varphi_{qr}]^T$$

et comme vecteur de commande : $U = [V_{ds} \ V_{qs}]^T$

Les variables de sorties sont choisit égales aux courants statorique :

$$Y = [i_{ds} \ i_{qs} \ \omega_r]^T$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\left(\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}\right) & \omega_s & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} & \frac{L_m \omega}{\sigma L_s L_r} \\ -\omega_s & -\left(\frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}\right) & \frac{L_m \omega}{\sigma L_s L_r} & \frac{L_m}{\sigma L_s L_r T_r} \\ \frac{L_m}{T_r} & 0 & -\frac{1}{T_r} & \omega_s - \omega \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} & -(\omega_s - \omega) & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ds} \\ i_{qs} \\ \varphi_{dr} \\ \varphi_{qr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{ds} \\ v_{qs} \end{bmatrix} \quad (\text{III.7})$$

La vitesse mécanique qui est la grandeur à asservir est donnée par l'équation :

$$J \frac{d\Omega(t)}{dt} + f_r \Omega_r = C_{em}(t) - C_r(t) \quad (\text{III.8})$$

Avec : J : représente le moment d'inertie

f_r : le coefficient de frottement visqueux

C_r : le couple résistant appliqué à la machine.

Sachant que le couple électromagnétique a pour expression :

$$C_{em} = P \frac{L_m}{L_r} (\varphi_{dr} i_{qs} - \varphi_{qr} i_{ds}) \quad (\text{III.9})$$

Cette relation montre que le couple électromagnétique est un produit croisé des composantes du courant et du flux, synonyme de présence d'un fort couplage entre ces deux composantes et ça rend sa commande difficile. Le recours à la commande vectorielle permet de résoudre ce problème, permettant alors la commande séparée du couple, donc de la vitesse, par une composante du courant, et le flux par son autre composante [3].

III.5 La commande vectorielle directe par orientation du flux rotorique [10]

En parlant d'orientation du flux c'est plutôt le système d'axe d-q que l'on oriente de manière à ce que l'axe d soit en phase avec le flux, c'est-à-dire

$$\begin{cases} \varphi_{dr}(t) = \varphi_r(t) \\ \varphi_{qr}(t) = 0 \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

D'après les conditions données en (III.10) l'expression du couple devient alors :

$$C_{em} = P \frac{L_m}{L_r} \varphi_{dr} i_{qs} \quad (\text{III.11})$$

Pour régler le couple en agissant sur la composante i_{qs} et le flux sur la composante i_{ds} du courant statorique. Une stratégie de commande consiste à fixer le courant i_{ds} à une valeur de référence i_{ds}^* de manière à avoir un flux nominale dans la machine égale à φ_r^* , ensuite contrôler les variations du couple en moyen de i_{qs} .

Afin d'explicitier les différentes boucles de boucles de régulation des courants i_{ds} et i_{qs} , du flux φ_r et de la vitesse Ω , reprenons le modèle (III.7) et en utilisant les conditions (III.10), on obtient :

$$\begin{aligned} V_{ds} &= \sigma L_s \frac{di_{ds}}{dt} + (R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}) i_{ds} - R_r \frac{L_m}{L_r^2} \varphi_r \\ \text{(III.12)} \quad V_{qs} &= \sigma L_s \frac{di_{qs}}{dt} + (R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2}) i_{qs} + \sigma L_s \omega_s i_{ds} + \omega \frac{L_m}{L_r} \varphi_r \end{aligned} \quad \text{(III.13)}$$

$$T_r \frac{d\varphi_r}{dt} + \varphi_r = L_m i_{ds} \quad \text{(III.14)}$$

$$\omega_r = \omega_s - \omega = \frac{L_m}{T_r \varphi_r} i_{qs} \quad \text{(III.15)}$$

Il est à noter que la dépendance du temps des grandeurs n'a pas été mentionnée pour ne pas encombrer les écritures, la transposition dans le domaine de Laplace nous donne :

$$V_{ds}(s) = \sigma L_s s I_{ds}(s) + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) I_{ds}(s) - \sigma L_s \omega_s I_{qs}(s) - R_r \frac{L_m}{L_r^2} \varphi_r(s) \quad \text{(III.16)}$$

$$V_{qs}(s) = \sigma L_s s I_{qs}(s) + \left(R_s + R_r \frac{L_m^2}{L_r^2} \right) I_{qs}(s) + \sigma L_s \omega_s I_{ds}(s) + \omega \frac{L_m}{L_r} \varphi_r(s) \quad \text{(III.17)}$$

$$\frac{\varphi_r(s)}{I_{ds}(s)} = \frac{L_m}{1 + T_r s} \quad \text{(III.18)}$$

Les expressions (III.16) et (III.17) montrent que les grandeurs de commande V_{ds} et V_{qs} influencent sur I_{ds} et I_{qs} , donc sur le flux et le couple simultanément, ce qui est contraire à la stratégie envisagée. Pour contourner cette difficulté les expressions (III.16) et (III.17) sont réécrites comme suit :

$$V_{ds}(s) = f_d(s) x_d(s) - e_q(s) \quad \text{(III.19)}$$

$$V_{qs}(s) = f_q(s) x_q(s) - e_d(s) \quad \text{(III.20)}$$

Où $x_d(s)$ et $x_q(s)$ sont les grandeurs à contrôler, $e_q(s)$ et $e_d(s)$ sont les f.e.m. de perturbation responsables du découplage non linéaire entre le flux et le couple.

En posant :

$$a = \sigma L_s \text{ et } c = \frac{L_m^2}{L_r^2} \quad (\text{III.21})$$

Les équations (III.19) et (III.20) deviennent alors :

$$V_{ds}(s) = (R_s + cR_r) I_{ds}(s) + a s I_{ds}(s) - e_q(s) \quad (\text{III.22})$$

et

$$V_{qs}(s) = (R_s + cR_r) I_{qs}(s) + a s I_{qs}(s) - e_d(s) \quad (\text{III.23})$$

$$\text{Avec } e_q(s) = a\omega_s I_{qs}(s) + c \frac{R_r}{L_m} \Phi_r(s) \text{ et } e_d(s) = - \left(a\omega_s I_{ds}(s) + \omega \frac{L_m}{L_r} \Phi_r(s) \right) \quad (\text{III.24})$$

et enfin, ajouter de forces électromotrices identiques à $e_q(s)$ et $e_d(s)$ mais de signe opposés à la sortie des régulateurs des courants I_{ds} et I_{qs} respectivement, de manière à séparer les boucles de régulation d'axe d et q, comme le montre la figure (III.2)

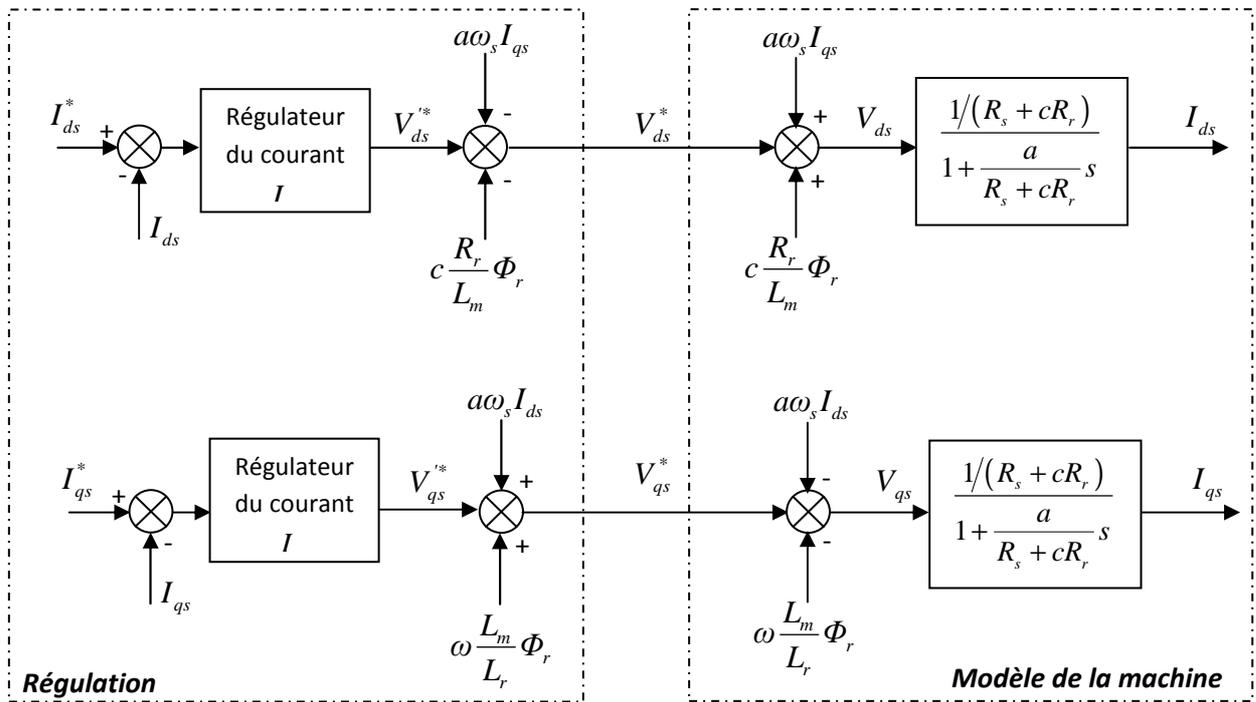


Figure III.2 : Découplage par addition des termes de compensation.

Sachant que lorsque les forces électromotrices de perturbations sont nulles, les fonctions de transfert en boucle ouverte respectivement par rapport aux axes d et q sont :

$$\frac{I_{ds}(s)}{V_{ds}(s)} = \frac{1}{R_s + cR_r} \frac{1}{1 + \frac{a}{R_s + cR_r}s} \quad \text{et} \quad \frac{I_{qs}(s)}{V_{qs}(s)} = \frac{1}{R_s + cR_r} \frac{1}{1 + \frac{a}{R_s + cR_r}s} \quad (\text{III.25})$$

Avec une même constante de temps :

$$T_i = \frac{a}{R_s + cR_r} \quad (\text{III.26})$$

on aboutit alors au schéma bloc simples et identiques pour les deux axes :

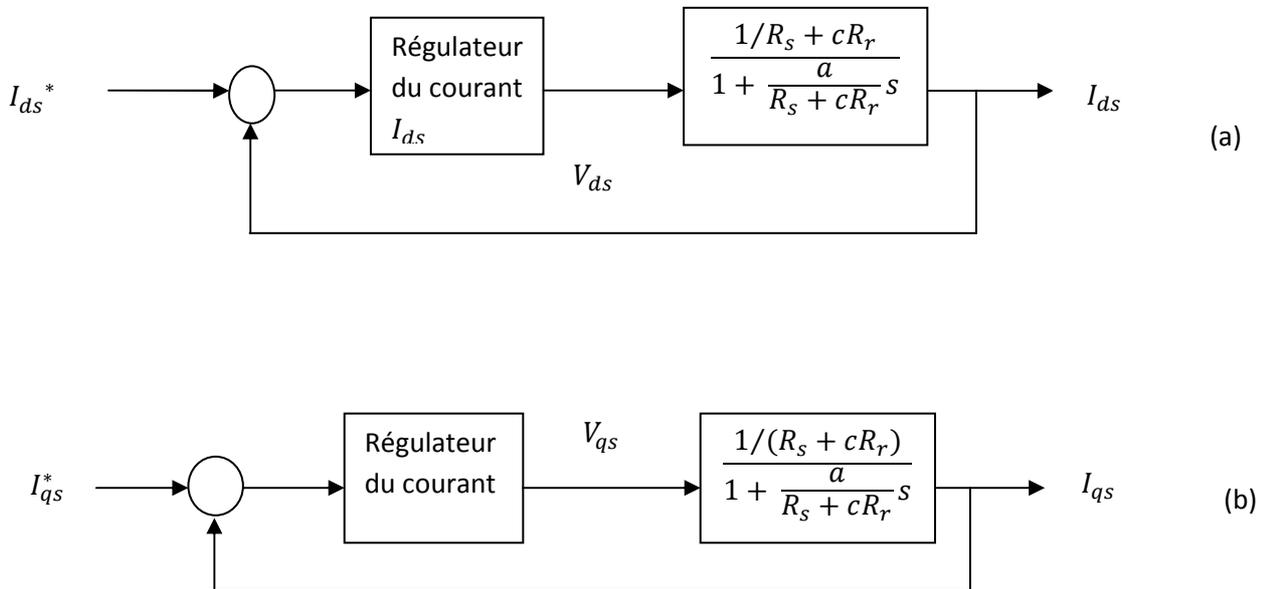


Figure III.4 : Boucles de régulation de I_{ds} (a) et I_{qs} (b) après découplage.

Régulation du flux φ_r

On considère que I_{ds} est parfaitement régulé, selon le transfert (III.18) définissant $\varphi_r(s)$ la boucle de régulation du flux aura la forme suivante :

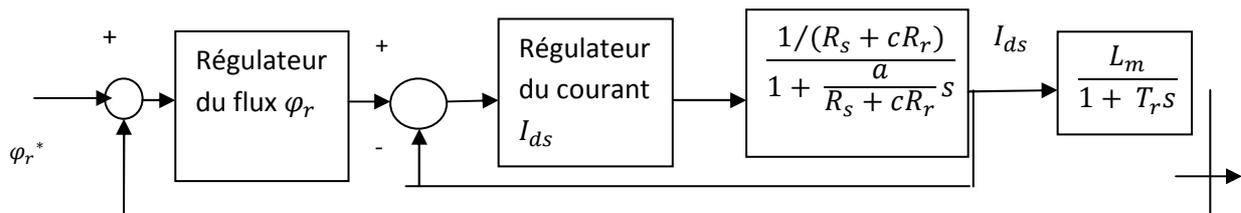


Figure III.5 : Boucle de régulation du flux.

La boucle de régulation du courant I_{ds} , interne à celle du flux φ_r , doit avoir une dynamique plus rapide. Une fois que le courant eut atteint son régime permanent, la régulation du flux peut commencer, la fonction de transfert reliant ces deux grandeurs étant donnée par la relation (III.18) :

$$\frac{\varphi_r(s)}{I_{ds}(s)} = \frac{L_m}{1 + T_r s} \quad (III.27)$$

Régulation de vitesse Ω

La vitesse est régulée à travers la boucle la plus externe du bloc (partie mécanique), la sortie de son régulateur est le courant de référence I_{qs}^* qui servira à son tour pour le calcul du couple électromagnétique. Les courants devant s'établir et la machine se magnétiser, la constante de temps de la boucle de vitesse doit être relativement importante

Le schéma bloc de la régulation de la vitesse est donné par :

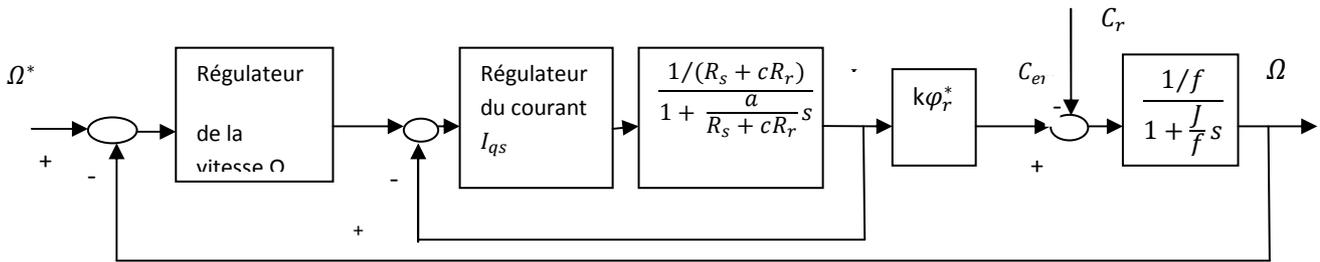


Figure III.6 : Régulation de la vitesse.

Ω

L'expression du couple étant la suivante :

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \varphi_r^* I_{qs} \quad (III.28)$$

En posant $k = p \frac{L_m}{L_r}$ (III.29)

L'expression (III.26) s'écrira alors :

$$C_{em} = k \varphi_r^* I_{qs} \quad (III.30)$$

En remplaçant (III.28) dans l'équation mécanique (III.10) (à couple de perturbation nul) et en se transposant dans le domaine de Laplace , nous obtenons le transfert :

$$\frac{\Omega(s)}{I_{qs}(s)} = \frac{k\varphi_r^*/f}{1 + \frac{J}{f}s} \tag{III.31}$$

La composante de temps de la partie mécanique étant :

$$T = \frac{J}{f} \tag{III.32}$$

C'est le régulateur de vitesse (voir figure(III.7)) qui fait l'objet de notre étude. Il prend d'abord la forme d'un PI classique, puis la commande robuste H_∞ développées dans le chapitre 2. On s'intéresse en particulier à la robustesse de ces régulateurs vis-à-vis des variations des paramètres mécaniques de la machine : le coefficient de frottement visqueux f , et le moment d'inertie J .

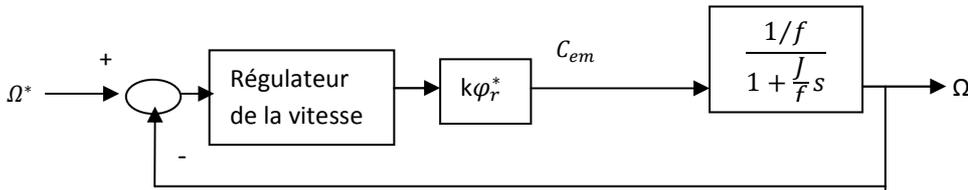


Figure III.7 : Boucle de régulation de la vitesseΩ.

III.6. Application à la machine asynchrone

Le calcul des régulateurs se font toujours selon un cahier de charges donné, qui doit tenir compte de la stabilité du système en boucle fermée, de la durée du régime transitoire, de l'erreur statique de la sortie vis-à-vis de la consigne, ainsi qu'un bon rejet de perturbation. Un objectif supplémentaire, c'est d'assuré la robustesse du système vis-à-vis des variations des paramètres du procédé.

Le cahier de charges imposé comme dans [10] :

- ✓ un flux de référence $\varphi_r^* = 1wb$
- ✓ Erreur statique nulle.
- ✓ Fréquence de croisement (gain unitaire) $\omega_c = 16 \text{ rad/sec}$.

- ✓ Marge de phase $M\varphi = 45^\circ$
- ✓ Robustesse de ces performances vis-à-vis des variations des paramètres mécaniques du moteur.

Le procédé à commander représente la partie mécanique de la machine. Sa fonction de transfert qui correspond à son état paramétrique nominal est donnée :

$$P(s) = \frac{k\varphi_r^*/f}{1+\frac{J}{f}s} = \frac{G}{1+Ts} = \frac{235.4}{1+3.875s}$$

G : gain statique et T : constante de temps

III.7. Variation des paramètres du modèle nominal

Nous supposons que les paramètres du procédé (moment d'inertie J et coefficient de frottement visqueux f) varient sur l'intervalle allant de la moitié au double de leurs valeurs, soit $f \in [\frac{f}{2}, 2f]$ et $J \in [\frac{J}{2}, 2J]$, les figures III.8a et III.8b représente le comportement fréquentiel et le lieu de Nyquist du procédé nominale, et du procédé reparamétrisé par des variations du moment d'inertie pour la première et du coefficient de frottement visqueux pour la seconde. Les figures sont obtenues à partir des programmes sous MATLAB.

Programme de $P(j\omega)$ pour les variations de J

```
clear all
clc
s=tf('s');
Rs=4.850;Rr=3.800;
Ls=0.274;Lr=0.274;M=0.258;
j=0.031;f=0.008;p=2;
for J=0.5*j:0.25*j:2*j,
P=((p/f)*(M/Lr))/(1+(J/f)*s)
figure(1)
bode(P)
grid
hold on
disp('appuyer sur une touche');
pause
end
hold off
```

```
for J=0.5*j:0.25*j:2*j,
P=((p/f)*(M/Lr))/(1+(J/f)*s)
figure(2)
nyquist(P)
hold on
disp('appuer sur une touche');
pause
end
hold off
```

Programme de $P(j\omega)$ pour les variations de f

```
clear all
clc
s=tf('s');
Rs=4.850;Rr=3.800;
Ls=0.274;Lr=0.274;M=0.258;
j=0.031;fr=0.008;p=2;
for f=0.5*fr:0.25*fr:2*fr,
P=((p/f)*(M/Lr))/(1+(j/f)*s)
figure(1)
bode(P)
grid
hold on
disp('appuyer sur une touche');
pause
end
hold off
for f=0.5*fr:0.25*fr:2*fr,
P=((p/f)*(M/Lr))/(1+(j/f)*s)
figure(2)
nyquist(P)
hold on
disp('appuer sur une touche');
pause
```

end
hold off

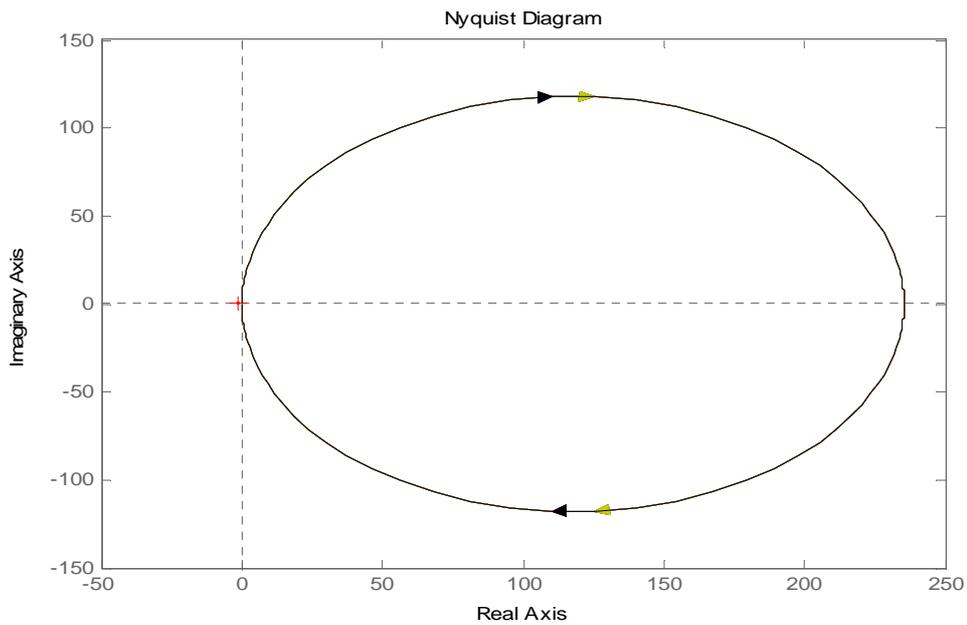
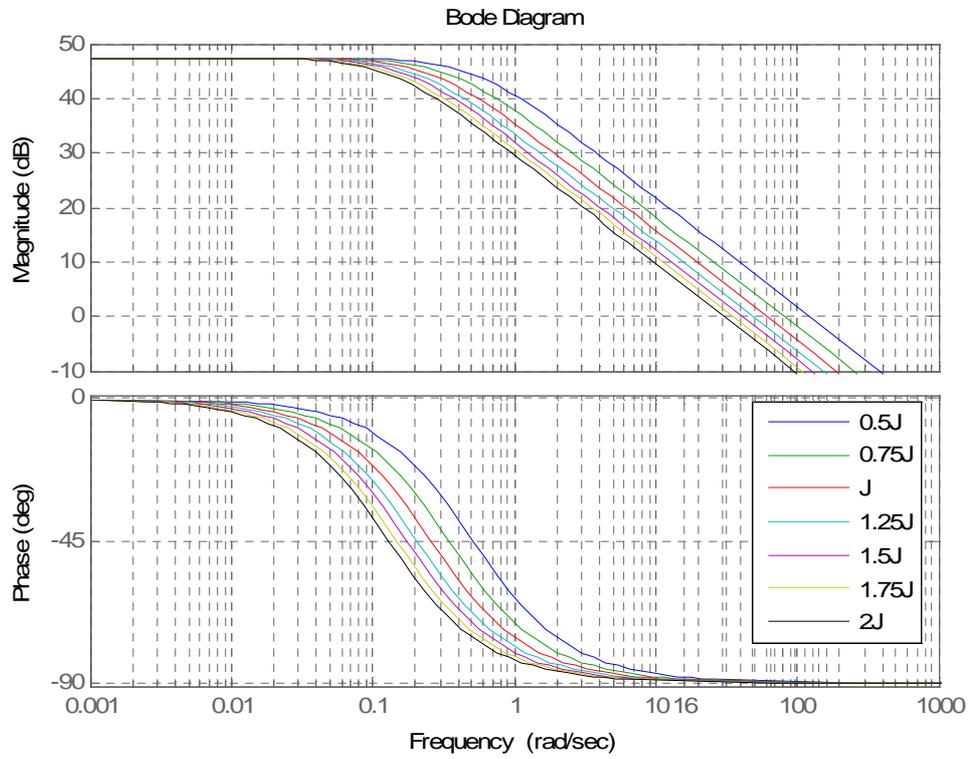


Figure III.8.a : Diagramme de Bode et de Nyquist de $P(j\omega)$ pour différentes valeurs de J.

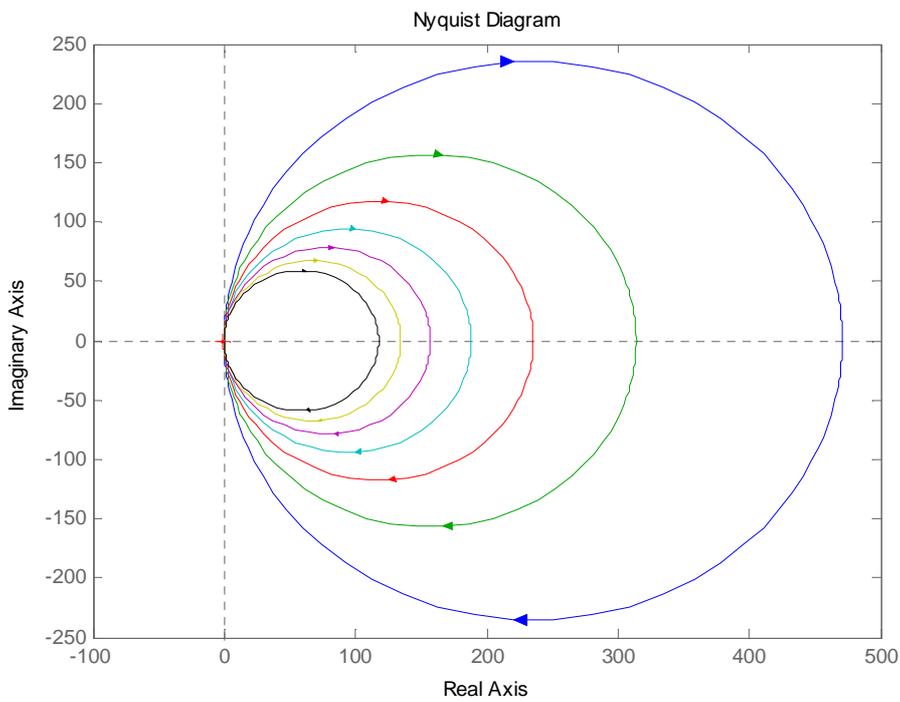
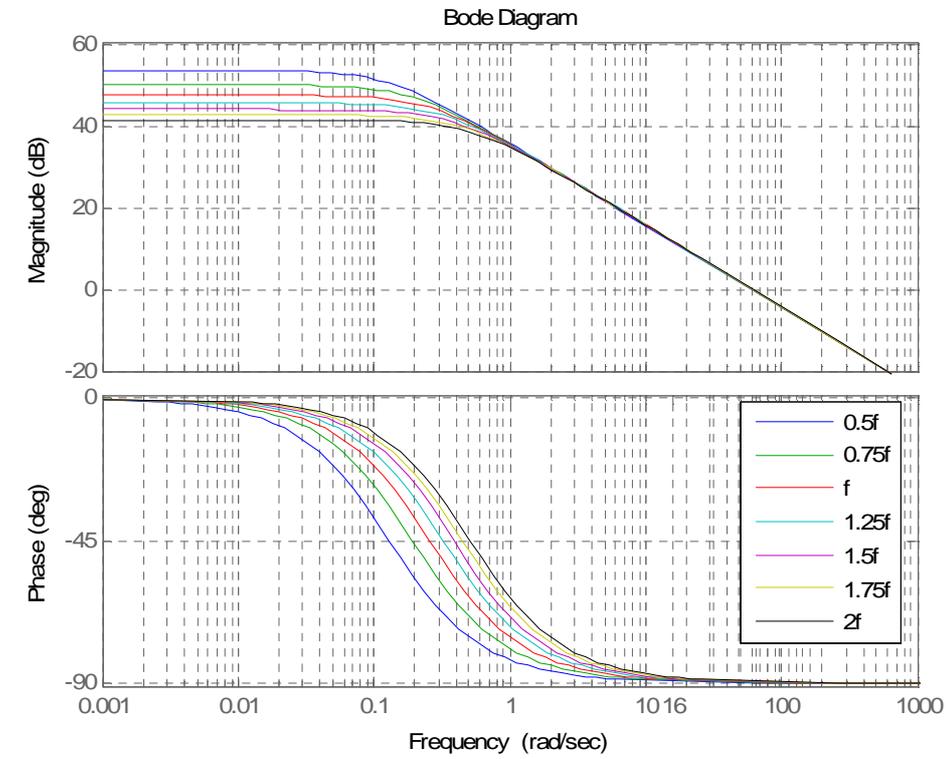


Figure III.8b : Diagramme de Bode et de Nyquist de $P(j\omega)$ pour différentes valeurs de f .

Discussion

On voit d'après les figures que lors des variations de J nous observons que à la fréquence de croisement $\omega_c = 16 \text{ rad/sec}$, le gain du système varie, par contre la phase reste constante, et quand on varie f nous observons autour de cette fréquence que le gain et la phase reste tout les deux constants. Le lieu de Nyquist montre que quelque soit les variations de J ou de f la phase ne change pas ainsi le système est toujours stable.

III.8. Synthèse du correcteur

Nous allons dans ce qui suit expliciter la synthèse du correcteur utilisé. À titre de comparaison, nous allons en premier lieu synthétiser un correcteur classique à savoir : le correcteur PI (proportionnel et intégral), ensuite nous synthétisons le correcteur robuste H_∞ .

III.8.1. Synthèse du correcteur PI [10]

On a la fonction de transfert du correcteur PI est donnée par :

$$C_{PI}(s) = k \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right) = k \frac{1 + sT_i}{sT_i} \quad (\text{III.33})$$

k : coefficient proportionnel ;

T_i : Constante de temps du correcteur ;

Le calcul de k et de T_i se sorte à satisfaire le cahier de charges, pour une pulsation de coupure $\omega_c = 16 \text{ rad/sec}$ et une marge de phase $M\varphi = 45^\circ$.

Sachant que $|P(j\omega_c)| = 3.7963$ et $\arg(P(j\omega_c)) = -89.0760^\circ$.

On a l'expression de la marge de phase :

$$M\varphi = \pi + \arg(P(j\omega_c)) + \arg(C_{PI}(j\omega_c)) \Rightarrow M\varphi - \frac{\pi}{2} - \arg(P(j\omega_c)) = \text{atan}(T_i\omega_c)$$

$$\Rightarrow T_i = 0.0605 \text{ sec}$$

k permet d'assurer un gain unitaire à la pulsation de coupure ω_c , soit :

$$|C_{PI}(j\omega_c)P(j\omega_c)| = 1 \Rightarrow k = \frac{T_i\omega_c}{|F(j\omega_c)|\sqrt{1 + (T_i\omega_c)^2}} = 0.1832$$

Nous aurons donc la fonction de transfert du correcteur :

$$C_{PI}(s) = \frac{0.01109s + 0.1832}{0.06052s}$$

Les figures III.9a, III.9b, III.9c et III.9d sont obtenus a partir du programme sous MATLAB suivant :

```
clear all
clc
s=tf('s');
Rs=4.850;Rr=3.800;Ls=0.274;
Lr=0.274;M=0.258;j=0.031;
f=0.008;p=2;k=0.1832;Ti=0.0605;
P=((p/f)*(M/Lr))/(1+(j/f)*s)
Cpi=k*(1+s*Ti)/(s*Ti)
L=P*Cpi
FTBF=feedback(L,1);
figure(1)
bode(Cpi)
grid
figure(2)
bode(L)
grid
figure(3)
bode(FTBF)
grid
figure(4)
step(FTBF)
grid
```

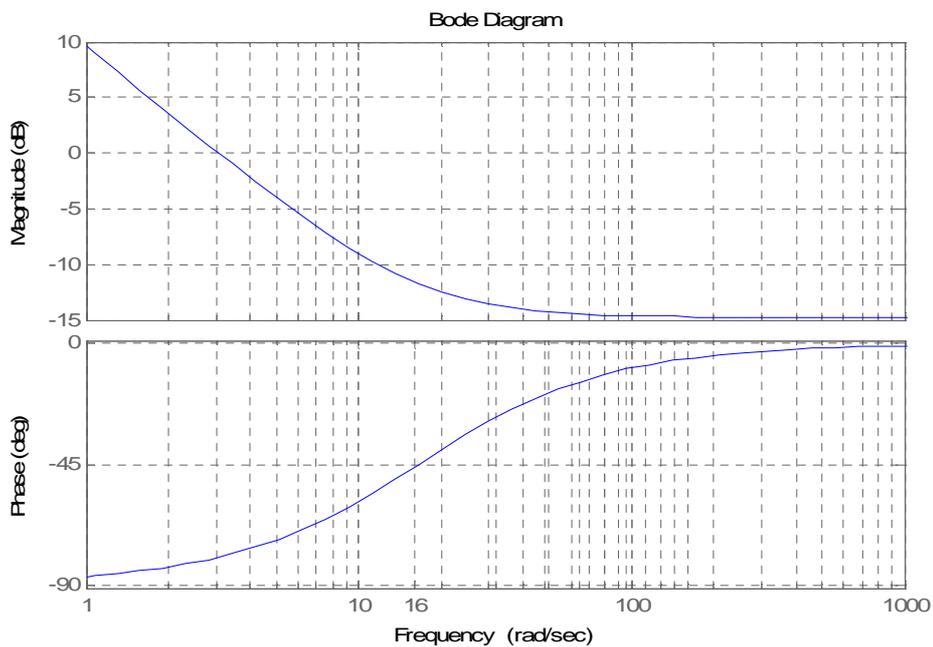


Figure III.9a : Diagramme de Bode du correcteur $C_{PI}(s)$.

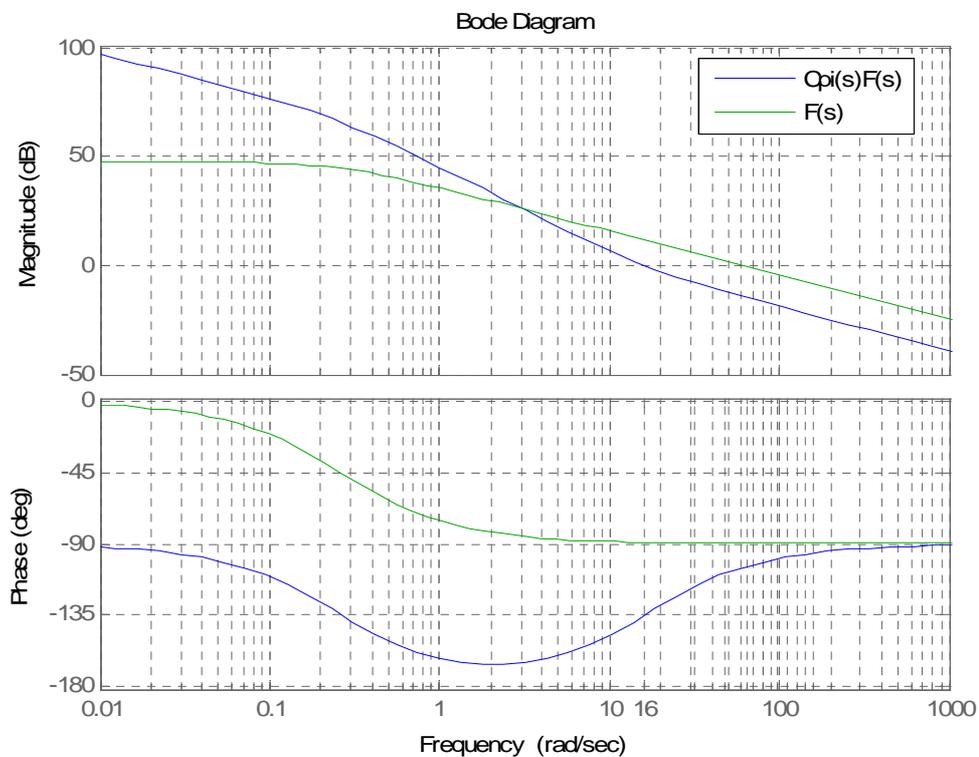


Figure III.9b : Diagramme de Bode de la boucle ouverte $(C_{PI}(s)P(s))$ et du procédé.

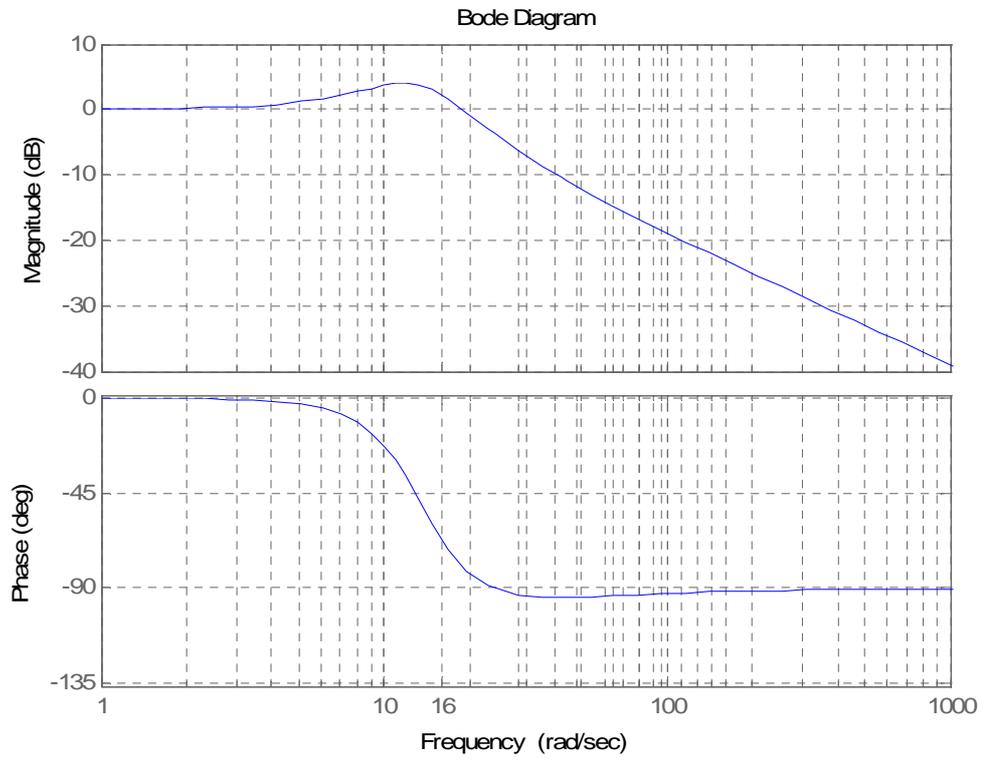


Figure III.9c : Diagramme de Bode du système corrigé en boucle fermée.

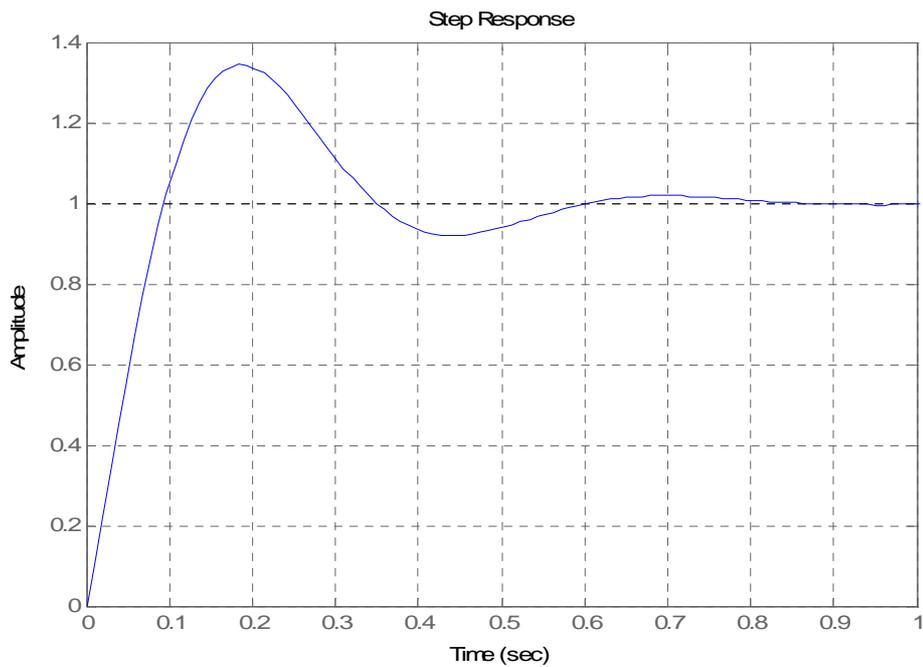


Figure III.9d : La réponse indicielle du système corrigé en boucle fermée.

III.8.2. Synthèse du correcteur robuste H_∞

Pour la synthèse d'un correcteur H_∞ , qui correspond au cahier de charges demandé, il faut mettre le problème sous forme standard figure II.1, en considérant les pondérations fréquentielles. Telle que les fonctions de transfert en boucle fermée $S(j\omega)$ et $T(j\omega)$ soient de modules bornées respectivement par les modules de $\frac{1}{W_1(j\omega)}$ et $\frac{1}{W_2(j\omega)}$ [4]

La figure III.10 représente la structure utilisée pour la synthèse d'un correcteur robuste H_∞ .

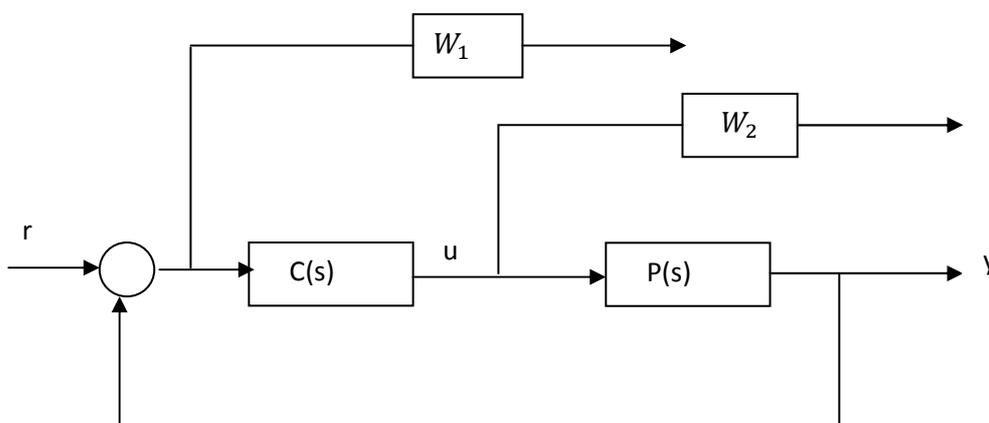


Figure III.10 : Schéma fonctionnel pour la synthèse d'un correcteur robuste H_∞ .

Avec $K(s)$ est le correcteur à déterminer, W_1 et W_2 sont les fonctions de pondérations permettant de définir les performances et la robustesse du système.

On a le système en boucle fermée est caractérisé par la fonction de sensibilité $S(s)$ et la fonction de sensibilité complémentaire $T(s)$.

Nous désirons former la fonction de transfert en boucle fermée, sous la forme d'un système standard du deuxième ordre $T(s)$, et qui correspondant au cahier des charges, soit :

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2h\omega_n s + \omega_n^2} \tag{III.34}$$

sachant que ω_c est la fréquence à gain unitaire de la fonction de transfert en boucle ouverte, et que pour la marge de phase désirée, $\omega_n \gg \omega_c = 16 \text{ rad/sec}$, et la valeur de h calculé avec la formule en annexe A ainsi $h=0.4204$. La fonction $S(s)$ est déduit de $T(s)$ grâce à la relation suivante :

$$S(s) + T(s) = 1, \text{ pour } \omega_n = 16 \text{ rad/sec } T(s) \text{ et } S(s) \text{ sont donnéee :}$$

$$T(s) = \frac{256}{s^2 + 13.45s + 256}$$

$$S(s) = \frac{s^2 + 13.45s}{s^2 + 13.45s + 256}$$

Synthèse des fonctions de pondérations

La fonction de pondération W_1 est utilisée pour imposer des performances au système dans la mesure où il pondère l'effet de l'entrée sur l'écart. Le calcul de W_1 s'effectue avec la relation donnée en [4], sachant que la marge de module est donnée par $\Delta M = \frac{1}{\|S\|_\infty}$ et en utilisant la fonction MATLAB "norm.m". La fréquence $\omega_{W_1}^c$ étant choisie tel que dicté dans [4] en fonction de la fréquence à gain unitaire (à déduire) de $S(s)$, en faisant un zoom sur le diagramme de bode de cette dernière, nous verrons que la fréquence de croisement de $S(s)$ est $\omega_s^c = 11.3180 \text{ rad/sec}$ et on choisi $\omega_s^c = \omega_{W_1}^c$, ainsi :

$$W_1(s) = \frac{621.9s + 8849}{1000s + 8.849}$$

La figure III.11 représente l'inverse de la fonction de pondération W_1 et la fonction de sensibilité $S(s)$:

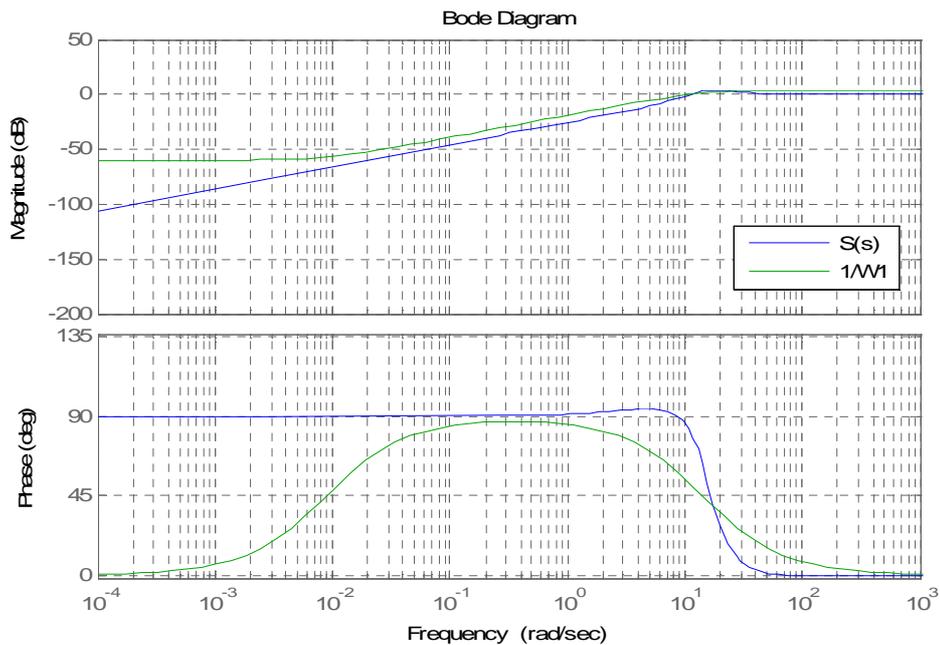


Figure III.11 : Diagramme de Bode de $1/W_1$ et de $S(s)$

La fonction de pondération W_2 permet de limiter la bande passante du correcteur et évite d'avoir des signaux de commande de grande amplitude, vu que la stabilité du système n'est pas menacée par les variations des paramètres mécaniques du moteur (les diagrammes de nyquist selon les variations de J et de f se superposent donc la marge de phase ne change pas \Rightarrow la stabilité et déjà robuste), on se propose uniquement de satisfaire le cahier des charges, soit contraindre la fonction de transfert en boucle fermée de prendre la forme de la $T(s)$ calculée plus haut.

La définition de W_2 nous donne :

$$\|W_2CS\|_\infty < 1 \Rightarrow \left\| W_2 \frac{P}{P} CS \right\|_\infty < 1$$

alors si nous prenons comme nouvelle fonction de pondération $W'_2 = W_2 \frac{1}{P}$ nous avons

$$\|W'_2PCS\|_\infty < 1 \Rightarrow \|W'_2T\|_\infty < 1 \Rightarrow \|T\|_\infty < \frac{1}{W'_2} = \frac{P}{W_2} \tag{III.35}$$

Procédure de calcul

Il s'agit avant tout du calcul "manuel" du gabarit fréquentiel délimitant la fonction de transfert désirée en boucle fermée $T(s)$, c'est à dire par la méthode essai-erreur en changeant le gain statique et la fréquence de coupure. En partant du fait que le coefficient d'amortissement de $T(s)$ est $h = 0.4204$, la résonance est d'amplitude $m = \frac{1}{2h\sqrt{1-h^2}} = 1.3108$, elle est réalisée à la fréquence de résonance $\omega_r = \omega_n \sqrt{1-2h^2} = 12.8651$ rad/s . Ce gabarit peut être donné par :

$$W(s) = 1.85 \times \frac{1}{(10^{-1.35}s + 1)^2} \times (10^{-3}s + 1)^2 = \frac{1.85 \cdot 10^{-6}s^2 + 0.0037s + 1.85}{0.001995s^2 + 0.08934s + 1}, \quad W_2(s) = \frac{1}{W(s)}$$

Donc :

$$W_2(s) = \frac{0.001995s^2 + 0.08934s + 1}{1.85 \cdot 10^{-6}s^2 + 0.0037s + 1.85}$$

Il s'agit de commencer avec un gain de 1 et une fréquence de coupure égale à ω_r , puis d'augmenter ces derniers jusqu'à obtention d'un résultat satisfaisant (voir figure III.12). Le dénominateur est porté à l'ordre 2 pour assurer une pente de -40dB/dec en hautes fréquences, pour "neutraliser" $W(s)$, c'est-à-dire rendre l'ordre du numérateur égal à l'ordre du dénominateur, nous ajoutons au numérateur un transfert d'ordre 2 localisé en hautes fréquences, en dehors de la régions fréquentielle autour de ω_r .

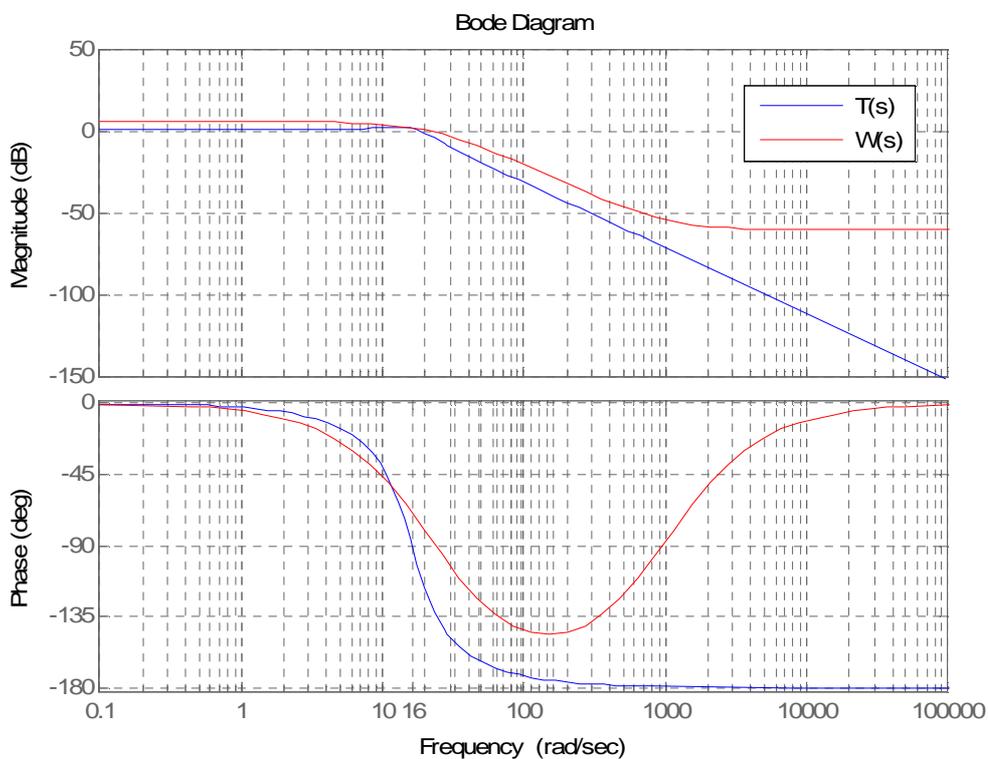


Figure III.12 : Diagramme de bode $W(s)$ et de $T(s)$

La relation (III.35) impose que $W_2'(s) = \frac{W_2(s)}{P(s)}$, l'utilisation directe du transfert $W_2(s)$ pour le

calcul du correcteur H_∞ se justifie, comme le montre la figure III.13, qu'autours de ω_c , le diagramme

d'amplitude de $T(s)$ est sous le diagramme d'amplitude de $W(s) = \frac{1}{W_2(s)}$, qui est de sa part sous

le diagramme d'amplitude du transfert $\frac{P(s)}{W_2(s)} = P(s)W(s)$, donc la relation (III.35) est vérifiée lors

de l'utilisation directe de $W_2(s)$ pour le calcul du correcteur.

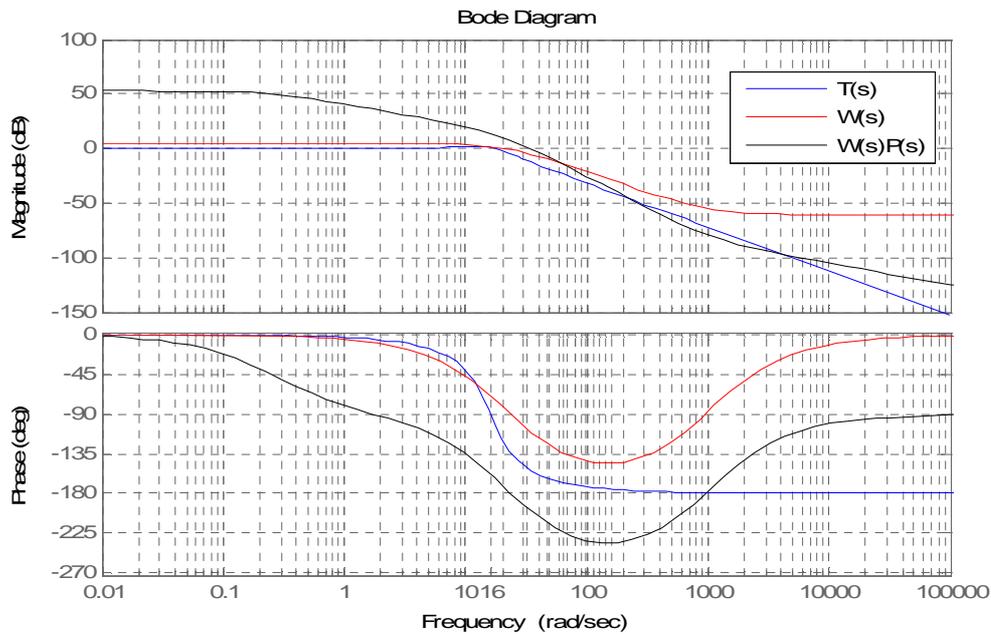


Figure III.13 : Diagramme de Bode de T(s), W(s) et de W(s)P(s)

Les figures III.12 et III.13 sont déterminé par le programme suivant :

```

h=0.4204;wn=16;
T=tf([wn^2],[1 2*h*wn wn^2]);
S=1-T;
bode(T)
hold on
m=1/(2*h*sqrt(1-(h^2)));
wr=wn*sqrt(1-(2*(h^2)));
W=tf([1.85],[1/(10^1.35),1]);
W=series(W,tf([1],[1/(10^1.35),1]));
Wprime=series(W,tf([1/10^3,1],[1]));
Wprime=series(Wprime,tf([1/10^3,1],[1]))
bode(Wprime,'r')
hold on
    
```

```

W2=1/Wprime
P=tf([3.875 1],[235.4])
P=series(P,tf([1],[1/10^10,1])
W22=series(W2,P)
W22prime=1/W22
bode(W22prime,'k')
grid

```

Maintenant que nous avons les fonctions de pondération nous allons calculer le correcteur robuste H_∞ . La synthèse du correcteur a été effectuée à l'aide du logiciel MATLAB et de sa boîte à outils « robuste control toolbox » le correcteur $K(s)$ et la valeur de γ min sont obtenus par le programme suivant :

```

clc
G=nd2sys([235.4],[3.875 1]);
W1=nd2sys([621.9,8849],[1000,8.849]);
W2=nd2sys(15*[0.0016,0.08,1],[1.8e-006,0.0036,1.8]);
%la mise sous forme standart
systemnames = 'G W1 W2';
inputvar = '[ r;u]';
outputvar = '[ W1;W2;r-G]';
input_to_G = '[u]';
input_to_W1 = '[r-G]';
input_to_W2 = '[u]';
sysoutname = 'P';
cleanupsysic = 'yes';
sysic;
%calcul du correcteur et de gamma
[contr,fclp,gamma]=hinfsyn(P,1,1,0,10,1e-6);
% la mise sous forme d'état du correcteur
[ca,cb,cc,cd]=unpck(contr);
[b,a] = ss2tf(ca,cb,cc,cd);

```

```

% la fonction de transfert du correcteur
correcteurHinf=tf(b,a);
% la fonction de transfert du système corriger en boucle ouverte
FTBO=series(tf([235.4],[3.875 1]),correcteurHinf);
[mag,phase] = bode(FTBO,16);
FTBO=(1/mag)*FTBO;
correcteurHinf=correcteurHinf*(1/mag)
figure(1)
bode(FTBO)
S=1/(1+FTBO);
W=tf([1000,8.849],[621.9,8849]);
figure(2)
bode(S,'r',W,'b')
% la fonction de transfert du système corriger en boucle fermée
FTBF=feedback(FTBO,1);
figure(3)
bode(FTBF)
figure(4)
step(FTBF)

```

Nous avons obtenu $\gamma = 1.5647$

et le correcteur robuste :

$$C(s) = \frac{4460s^3 + 8.922 \cdot 10^6 s^2 + 4.46310^9 s + 1.15110^9}{s^4 + 1.283 \cdot 10^7 s^3 + 7.733 \cdot 10^8 s^2 + 1.486 \cdot 10^{10} s + 1.315 \cdot 10^8}$$

les figure III.14a, III.14b, III.14c et III.14d représente les diagrammes de Bode du correcteur, du système corriger en boucle ouverte, du système corriger en boucle fermée et la réponse indicielle du système corriger en boucle fermée.

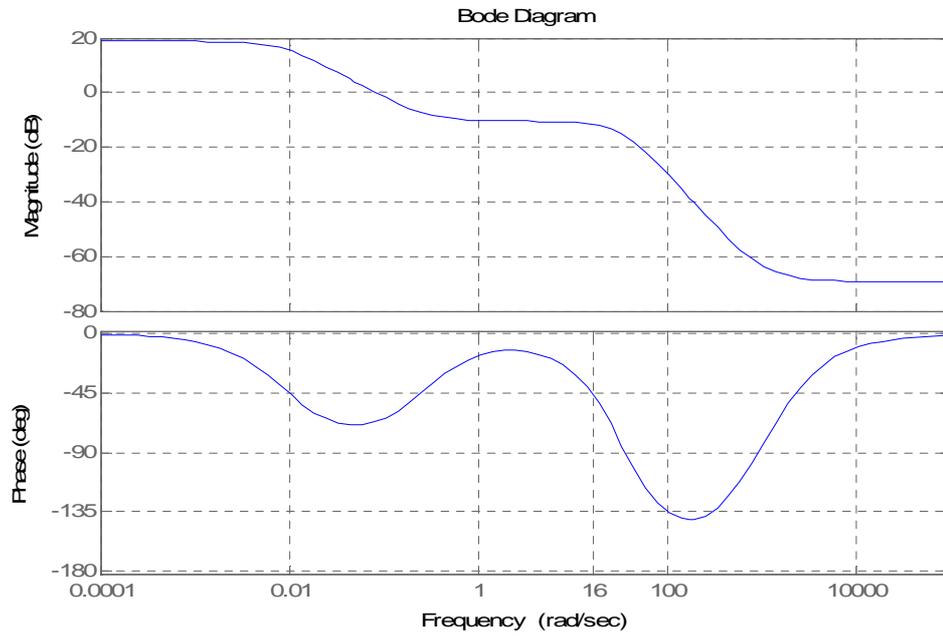


Figure III.14a : Diagramme de Bode du correcteur $C(s)$.

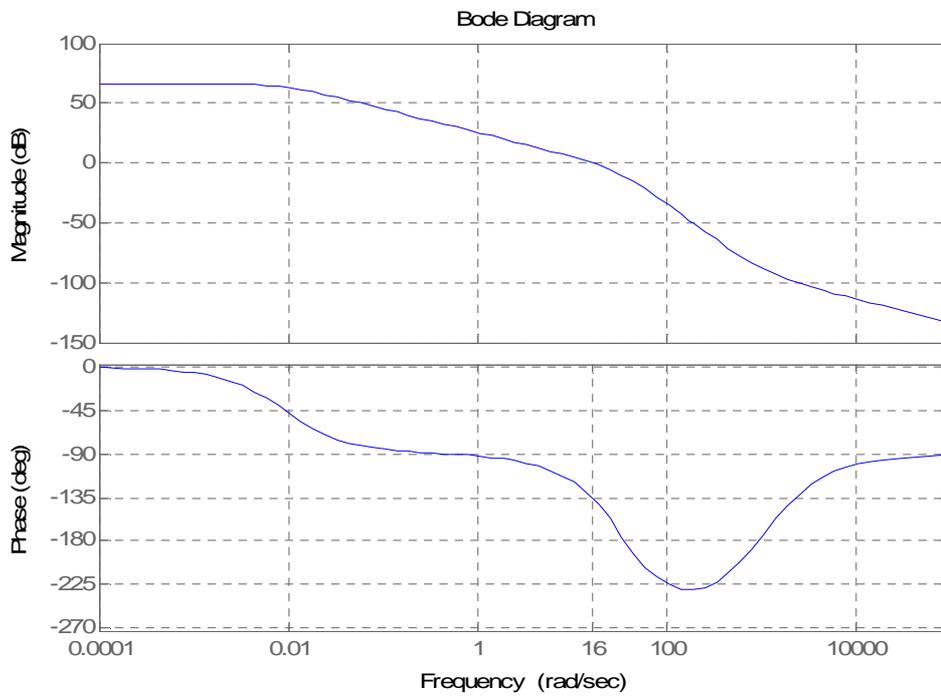


Figure III.14b : Diagramme de Bode de la boucle ouverte $(C(s).P(s))$.

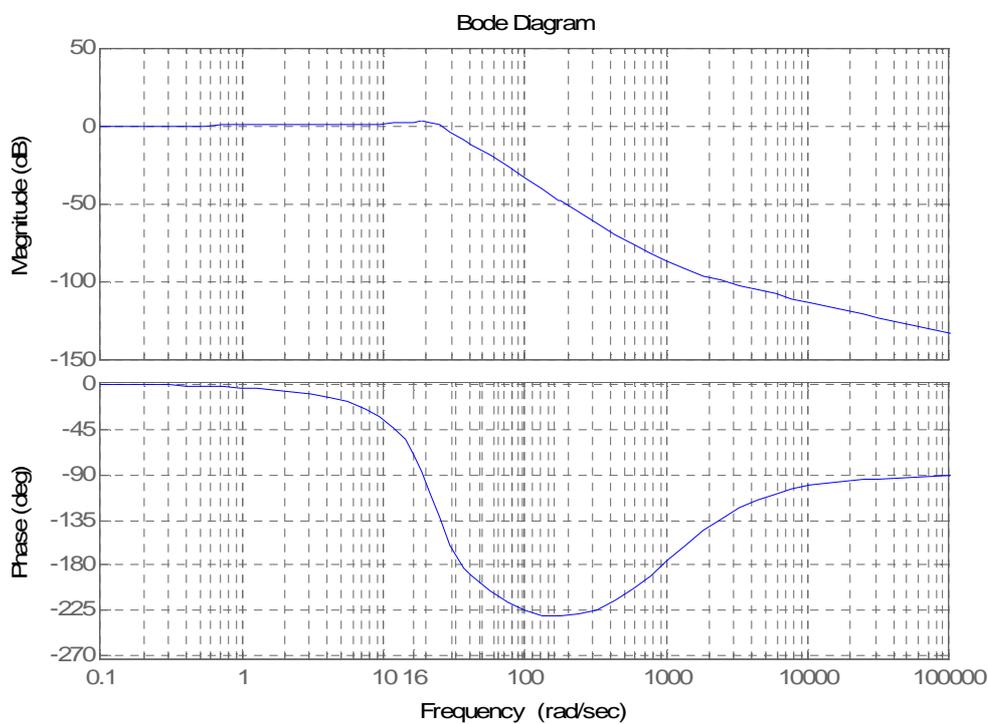


Figure III.14c : Diagramme de Bode du système corrigé en boucle fermée.

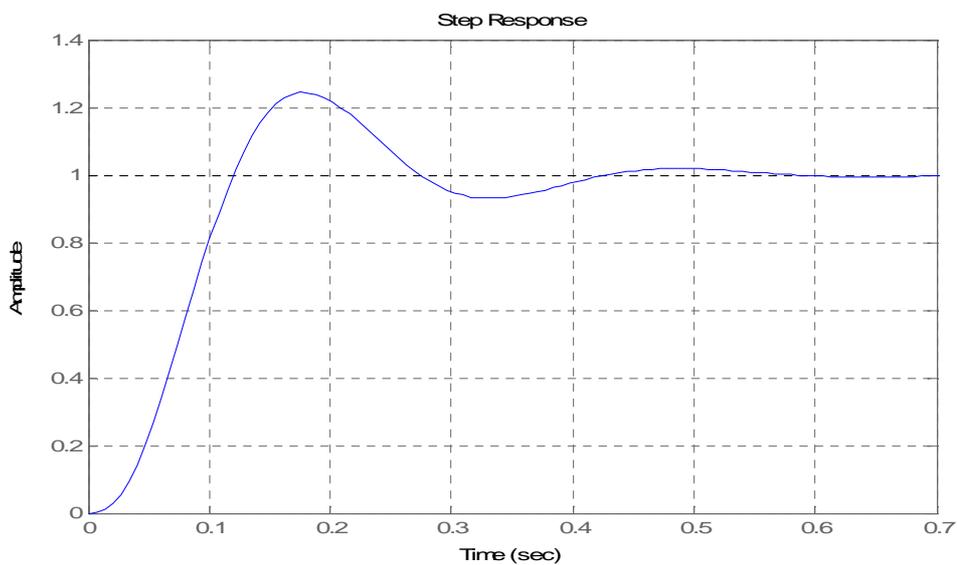


Figure III.14d : La réponse indicielle du système corrigé en boucle fermée.

D'après les figures III.9 et III.14 nous remarquons que pour chaque correcteur nous avons la même allure pour le comportement fréquentiel du système corrigé en boucle fermée. Dans les deux cas à la pulsation de croisement $\omega_c = 16 \text{ rad/sec}$ la marge de phase désiré est assuré, $M\varphi = 45^\circ$. Aussi l'allure de la réponse indicielle sans variation des paramètres est la même, ses caractéristiques sont données dans le tableau qui suit.

III.8.3. Robustesse vis-à-vis des variations des paramètres du modèle

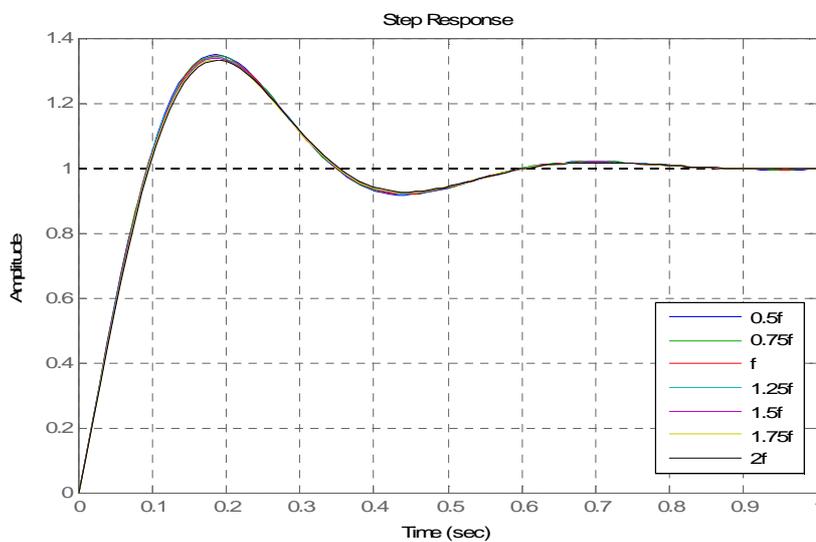


Figure III.15a : la réponse indicielle du système corrigé par le correcteur PI pour les variations de f

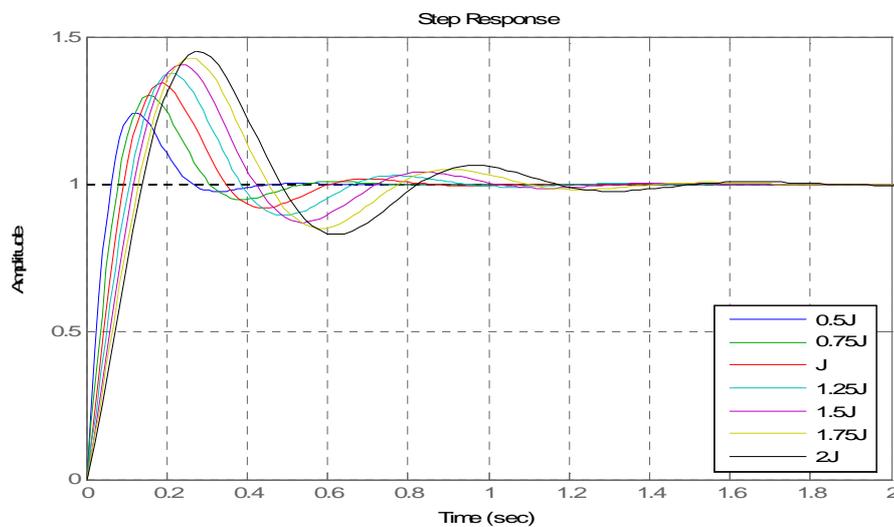


Figure III.15d : la réponse indicielle du système corrigé par le correcteur PI pour les variations de J.

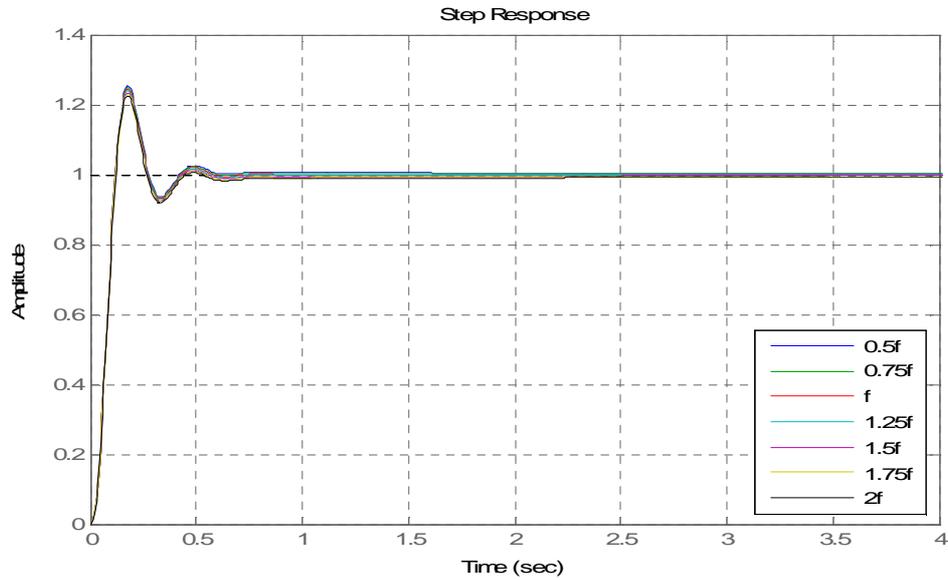


Figure III.15b : La réponse indicielle du système corrigé par le correcteur robuste H_{∞} pour les variations de f

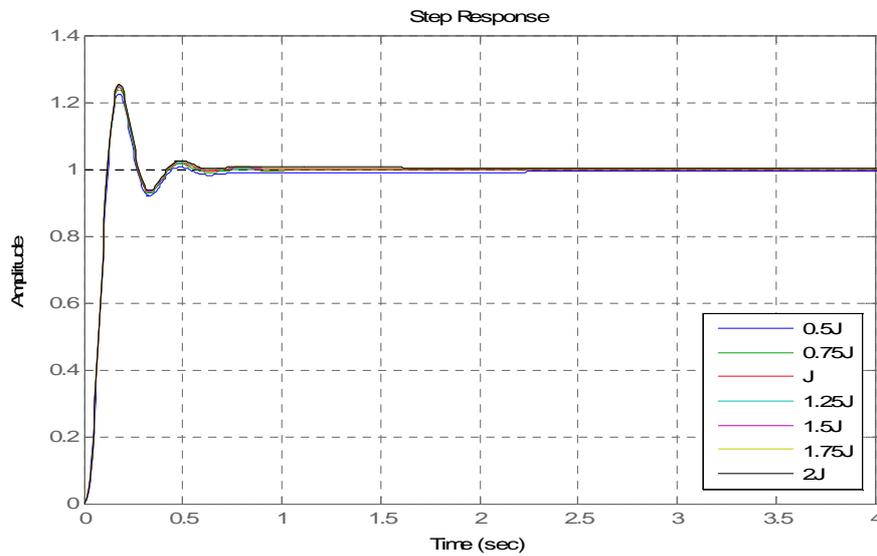


Figure III.15c : La réponse indicielle du système corrigé par le correcteur robuste H_{∞} pour les variations de J

Les figures III.15a, b, c, d représente, pour chaque correcteur, les réponses indicielles du procédé nominal et du procédé reparamétrisé respectivement par les variations du moment d’inertie J et les variations du coefficient de frottement f , les caractéristiques de ces réponses sont données par le tableau suivant :

		0.5J	0.75J	J	1.25J	1.5J	1.75J	2J
Correcteur PI (variation de J)	t_m (sec)	0.0478	0.0569	0.0732	0.0834	0.0926	0.101	0.109
	t_e (sec)	0.361	0.446	0.566	0.848	0.951	1.040	1.370
	D(%)	24.4	28.2	34.3	37.7	40.6	43	45.0
Correcteur robuste H_∞ (variation de J)	t_m (sec)	0.0753	0.0749	0.0747	0.0745	0.0744	0.0744	0.0743
	t_e (sec)	0.415	0.407	0.404	0.509	0.519	0.524	0.529
	D(%)	22.6	23.8	24.5	24.8	25.1	25.3	25.4
		0.5f	0.75f	f	1.25f	1.5f	1.75f	2f
Correcteur PI (variation de f)	t_m (sec)	0.0729	0.0730	0.0732	0.0734	0.0736	0.0738	0.0740
	t_e (sec)	0.566	0.566	0.566	0.566	0.566	0.566	0.566
	D(%)	35.0	34.8	34.3	34.0	33.7	33.4	33.1
Correcteur robuste H_∞ (variation de f)	t_m (sec)	0.0747	0.0745	0.0747	0.0748	0.0754	0.0750	0.0753
	t_e (sec)	0.528	0.513	0.404	0.406	0.410	0.412	0.415
	D(%)	25.4	24.8	24.5	23.9	23.3	23.1	22.6

Tableau III.1: Caractéristiques des différentes réponses indicielles avec variation des paramètres f et J du modèle.

Avec :

t_m : Temps de montée ;

t_e : Temps d'établissement ;

D(%) : premier dépassement ;

Interprétation :

Le tableau précédent montre que pour le correcteur robuste H_∞ , pour les variations des paramètres du modèle J et de f, les caractéristiques du système sont presque les mêmes que le procédé nominal.

Soit :

Le temps de montée $t_m = 0.0747 \text{ sec}$, le temps d'établissement à $\pm 5\%$, $t_e = 0.404 \text{ sec}$ et le dépassement $D(\%) = 24.5\%$.

Pour le correcteur PI ces caractéristiques se différencient, pour les valeurs de l'intervalle [0.5J, J] le temps de montée est inférieur à celui du correcteur H_∞ , donc la réponse est plus rapide pour le PI, à partir de la valeur 1.25J, t_m devient supérieur, ainsi la réponse est plus rapide pour le correcteur H_∞ .

Nous remarquons aussi que pour le correcteur PI, avec les variations de f , t_m augmente et t_e restes constantes, mais toujours aussi lent par rapport au correcteur robuste, alors le système tend à se stabilisé plus rapidement dans le cas de correcteur H_∞ .

Le dépassement dans le cas du correcteur PI est toujours supérieur à celui du correcteur H_∞ , cela implique que le système dans le cas du correcteur H_∞ est plus amorti que dans le cas du correcteur PI.

Conclusion

D'après les résultats précédents, on déduit que le correcteur H_∞ satisfait aux exigences du cahier des charges et robuste vis-à-vis des variations des paramètres de la machine.

Le correcteur PI classique satisfait aux exigences du cahier des charges mais n'est pas robuste vis-à-vis des variations des paramètres de la machine.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire concerne à la commande en vitesse de la machine asynchrone utilisant le correcteur robuste H_∞ . Le dimensionnement des coefficients de ce correcteur et exclusivement effectué dans le domaine fréquentiel.

Pour se faire, nous avons tout d'abord modélisé notre moteur asynchrone. Ensuite, une étude de comportement du modèle trouvé, sans correction, est effectuée en faisant varier ses paramètres mécaniques. Nous avons pu déduire que, dans ce mémoire de variations, n'importe quel correcteur peut être appliqué pour étudier la robustesse. Ainsi, nous avons appliqué un correcteur classique PI et le correcteur H_∞ . Les résultats obtenus montrent que le deuxième correcteur est beaucoup plus intéressant que le correcteur PI, vu que les propriétés de la machine sont maintenues même en présence des variations des paramètres mécaniques de la machine.

Nous avons vu à travers la commande en vitesse du moteur asynchrone que l'efficacité de ce correcteur H_∞ dépend fortement du comportement fréquentiel du procédé lors de sa reparamétrisation, ce dernier, doit se limiter, impérativement, à des variations sur le gain, sans la phase. Notre application a, également révélé que le comportement, en suivi de référence et l'atténuation des bruits de mesure, étaient suffisante en appliquant, en entrée, un échelon. Néanmoins, une autre comparaison de ce même correcteur avec d'autres correcteurs s'avère une perspective pour notre travail.

Toute fois, ce travail nous a permis d'approfondir nos connaissances en asservissement, en particulier en synthèse des correcteurs.

Bibliographie

- [1] SCORLETTI G., FROMION V., *Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthodes de synthèse fréquentielle H^∞* , Polycopié Université/ENSI Caen disponible sur : http://www.greyc.isma.fr/LAP/Gerard_S/ENSI_comrob.html, 2001.

- [2] VINAGRE B. M., MONJE C. A., CALDÉRÓN A. J., CHEN Y. Q., FELIU V., *The fractional integrator as a reference function*, IFAC Workshop on Fractional Differential and its Applications, Bordeaux, France, 2004.

- [3] LANDAU I. D., *Identification et commande des systèmes*, HERMES, 1993.

- [4] DOYLE J. C., GLOVER K., KHARGONEKAR P. P., FRANCIS B. A., *State space solutions to standard H_2 and H^∞ control problems*, IEEE Trans. Aut. Control, 34(8):831-847, august, 1989.

- [5] SAFONOV M. G., *L^∞ optimization vs. stability margin*, Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, San Antonio, TX, December 14-16, 1983.

- [6] DOYLE J. C., *Synthesis of robust controllers and filters*, Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, San Antonio, TX, December 14-16, 1983.

- [7] BOYD S., EL GHAOUI L., FERON E., BALAKRISHNAN V., *Linear Matrix Inequalities in systems and Control Theory*, SIAM books, Philadelphia, 1994.

- [8] Gille Duc et Stéphane Font, *Commande H_∞ et μ -analyse des outils pour la robustesse*, Édition Hermès science paris 1999

[9] Sendrine le Bolois et Pascal codron, *Automatique (système linéaire et continu)*, 2ème édition, Dunod, Paris 2006.

[10] AIT MESSAOUD L., *Contribution à la commande des systèmes par des régulateurs d'ordre non entier Application à la commande de la machine asynchrone*, Mémoire de magister, UMMTO, Algérie, 2007.

[11]: Mémoire de fin d'études, *Etude comparative des commandes robustes LQG (H2) et H_{∞}* , UMMTO, Algérie, 2006.

Propriétés de la norme :

Soient $F(s)$ et $G(s)$ deux fonctions de transfert, on a les propriétés suivantes :

$$\|F(s)G(s)\|_{\infty} \leq \|F(s)\|_{\infty}\|G(s)\|_{\infty} \quad (\text{a})$$

$$\left\| \begin{array}{c} F(s) \\ G(s) \end{array} \right\|_{\infty} \geq \sup(\|F(s)\|_{\infty}, \|G(s)\|_{\infty}) \quad (\text{b})$$

$$\|F(s)G(s)\|_{\infty} \geq \sup(\|F(s)\|_{\infty}, \|G(s)\|_{\infty}) \quad (\text{c})$$

La relation (a) exprime que le gain maximal de la mise de 2 systèmes est inférieur au produit de leurs gains maximaux respectifs. Les inégalités (b), (c), qui correspondent à la mise en parallèle de 2 systèmes avec une entrée ou une sortie commune, identique qu'en ne considérant qu'une partie de cette association, on obtient forcément un gain maximal plus faible.

Paramètres de la machine asynchrone

Puissance nominale : 1.5 kW

Nombre de paires de pôles : $P = 2$

Vitesse nominales : $N = 1420$ tr/mn

Tension : 220/380 V

Intensité nominale : 6.31/3.64 A

Rendement : $\eta = 0.78$

Paramètres Electriques

Résistance statorique : $R_s = 4.85 \Omega$

Résistance rotorique : $R_r = 3.805 \Omega$

Inductance statorique : $L_s = 0.274$ H

Inductance rotorique : $L_r = 0.274$ H

Inductance mutuelle entre stator et rotor : $L_m = 0.258$ H

Paramètres mécaniques

Moment d'inertie : $J = 0.031$ Kg.m²

Coefficient de frottement visqueux :

$K_f = 0.008$ kg.m² / s

Résumé de quelques commandes sous MATLAB utiles

hinsys	% calcule du correcteur H_∞ et gamma minimale pour un système des matrice interconnectées.
nd2sys	% il met une fonction de transfert mono-entrée et mono-sortie, sous forme d'un système de matrice.
ss2tf	% calcule de la fonction de transfert à partir de sa représentation d'état équivalente.
unpck	% met le système à une représentation d'état sous forme (A, B, C, D).
sysic	% fais l'interconnexion entre des variable et un système de matrice.