

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DÉPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Études de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Électrotechnique

Spécialité : Électrotechnique Industrielle

*Présenté par*

**Amel CHADLI**

Thème

## Simulation d'une Sonde à Courants de Foucault à Transmission de Force Magnétique pour le Contrôle Non Destructif

*Mémoire soutenu le 02 / 07 / 2024 devant le jury composé de :*

**M Hassane MOHELLEBI**

Professeur, Université de Tizi-Ouzou, Président

**M Hamid MEHADDENE**

MCB, Université de Tizi-Ouzou, Encadrant

**Mlle Cylia AMRANE**

MAB, Université de Béjaia, Examinatrice

# Remerciements

Je remercie en premier lieu Dieu le tout puissant pour m'avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce travail.

Je remercie vivement mon promoteur monsieur Hamid MEHADDENE maitre de conférences à l'université MOULOUD MAMMARI de Tizi-Ouzou, pour m'avoir encadré et m'avoir proposé ce sujet, et d'être toujours disponible, et ses précieux conseils. Qu'il trouve ici ma profonde reconnaissance.

Mes remerciements vont aussi aux membres du jury pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce travail.

# Dédicaces

Je dédie ce travail à :  
Mes très chers parents  
Tous mes frères Rabah, Farid, Yacine, Sofiane  
Ma meilleure sœur Nadia  
Ma petite princesse Maissa  
Toute ma famille  
Tous mes ami(e)s

## Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre 1: Etat de l'art .....	3
I.1.Introduction:.....	4
I.2. Principales méthodes du CND:.....	4
I.3. Différentes méthodes de CND:.....	4
I.3.1 Contrôle visuel:.....	5
I.3.2 Contrôle par ressuage:.....	5
I.3.3 Contrôle par magnétoscopie: .....	6
I.3.4 Contrôle par Ultrasons: .....	7
I.3.5 Contrôle par thermographie infrarouge: .....	7
I.3.6 Contrôle par Emission acoustique: .....	8
I.3.7 Contrôle par Radiographie:.....	9
I.3.8 Contrôle par courant de Foucault (CF): .....	9
I.3.8.1 Principe du contrôle par CF: .....	9
I.3.8.2 Avantages et limites du CND par courants de Foucault: .....	10
I.4 Capteurs à courant de Foucault:.....	10
I.4.1 Classification des capteurs:.....	11
I.4.1.1 Classification selon la fonction:.....	11
a. Capteur à double fonction:.....	12
b. Capteur à fonctions séparées:.....	12
I.4.1.2 Classification selon le mode de contrôle: .....	12
a) Mode absolu:.....	12
b) Mode compensé .....	13
c) Mode différentiel.....	13
I.4.2 Différents types des capteurs: .....	13
I.4.2.1 Les capteurs inductifs: .....	13
I.4.2.2 Les capteurs de courant Fluxgate:.....	15
I.4.2.3 Les capteurs à Effet Hall:.....	15
I.4.2.4 Les magnéto-impédances géantes:.....	16
I.4.2.5 Les magnéto-résistances (MR):.....	17
A. Magnéto-résistance Anisotrope: .....	17
B. Magnéto-résistance à effet Tunnel:.....	19
C. Magnéto-résistance Géante:.....	20
I.4.3 Domaines d'applications des capteurs à CF en CND:.....	20
I.4.4 Transmission de force magnétique: .....	21

I.5.1 L'impédance: .....	22
I.5.2 La tension induite:.....	23
I.6 Effet de peau: .....	23
I.7 Conclusion: .....	25
Chapitre 2: Méthodes de résolution des équations électromagnétiques.....	27
II.1 Introduction: .....	28
II.2 Modélisation du dispositif de CND par CF .....	28
II.3 Mise en équations: .....	29
II.3.1 Equations de Maxwell: .....	29
II.3.2 Les conditions aux limites: .....	30
• Condition de Neumann:.....	30
• Condition de Dirichlet: .....	30
• Condition de symétrie:.....	30
II.3.3 Conditions de continuité:.....	31
II.3.4 Conditions de Jauge:.....	32
II.3.5 Hypothèses simplificatrices: .....	32
II.3.6 Champs et potentiels:.....	33
II.4 Méthodes des résolutions: .....	34
II.4.1 Méthodes analytiques: .....	34
II.4.1.1 Méthode de séparation des variables: .....	34
II.4.2 Méthodes numériques:.....	34
II.4.2.1 Méthode des différences finis (MDF): .....	35
II.4.2.2 Méthode des intégrales de frontières(MIF) .....	35
II.4.2.3 Méthode des volumes finies (MVF):.....	36
II.4.2.4 Méthode des éléments finis (MEF).....	36
II.4.2.4.1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique: .....	36
II.4.2.4.2 Eléments de base: .....	37
II.4.2.4.3 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis .....	37
II.4.2.4.3 Potentiel vecteur magnétique:.....	38
II.5 Formulation éléments finis des équations du modèle:.....	38
II.5.1 Équation magnétodynamique: .....	38
II.5.1.1 Cas de système de coordonnées cartésien: .....	38
II.5.1.2 Cas de système de coordonnées cylindriques (axisymétriques) : .....	40
II.6 Calcul de l'impédance: .....	41
II.6.1 Méthode 1: par calcul de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule: 41	
II.6.2 Méthode 2: par calcul l'induction ou le flux magnétique.....	42
II.7 Calcul de la tension induite: .....	43

II.8 Conclusion .....	43
Chapitre 3: Application et résultats .....	45
III.1 Introduction: .....	46
III.2 Application I: Capteur absolu: .....	46
III.2.1 Paramètres géométriques:.....	47
III.2.2 Paramètres physiques: .....	47
III.2.3 Résultats de simulations: .....	48
III.2.3.1 Potentiel vecteur magnétique: .....	48
III.2.3.2 Variation de la tension induite en fonction de la profondeur du défaut: .....	49
III.2.3.3 Variation de La tension induite en fonction du déplacement du défaut:.....	51
III.3 Application II: capteur différentielle .....	52
III.3.1 Paramètres géométriques:.....	52
III.3.2 Paramètres physiques: .....	53
III.3.3 Résultats de simulations: .....	53
III.3.3.1 Potentiel vecteur magnétique: .....	53
III.3.3.2 Variation de la tension induite en fonction de la profondeur du défaut: .....	55
III.3.3.3 Variation de La tension induite en fonction du déplacement du défaut:.....	56
III.4 Application III: transmission de force magnétique: .....	57
III.4.1 Paramètres géométriques:.....	58
III.4.2 Paramètres physiques: .....	58
III.4.3 Résultats de simulation: .....	59
III.4.3.1 Variation de la tension induite en fonction des bobines de detection: .....	59
III.4.3.2 Conclusion:.....	60
Conclusion générale .....	61
Références bibliographiques: .....	63

## Liste des figures :

Figure I.1: outils éventuels (non automatique) -----	5
Figure I.2 : Méthode de ressuage par liquide pénétrant préémulsifié. -----	6
Figure I.3: Procédé à flux de fuite magnétique. -----	6
Figure I.4: principe de la méthode UT -----	7
Figure I.5 : principe de la méthode TT. -----	8
Figure I.6 : principe de contrôle par l'émission acoustique. -----	9
Figure I.7: Principe de contrôle par Radiographie. -----	9
Figure I.8: Principe de contrôle par CF. -----	10
Figure I.9: Critères de Classification des capteurs-----	11
Figure I.10: Fonctions d'un capteur -----	12
Figure I.11: capteur inductif -----	14
Figure I.12formes des bobines des capteurs inductifs -----	14
Figure I.13 : Principe du capteur Fluxgate -----	15
Figure I.14Principe de fonctionnement des capteurs à effet Hall. -----	16
Figure I.15: Différentes configurations des capteurs GMI-----	17
Figure I.16: les magnétorésistances dans divers domaines -----	18
Figure I.17: Principe de l'AMR -----	19
Figure I.18: Allure de la résistance d'un matériau AMR -----	19
Figure I.19: Diagramme schématique de la magnétorésistance à effet tunnel -----	20
Figure I.20: Principe de l'effet GMR -----	21
Figure I.21 : variation d'impédance d'une bobine en présence de courants de Foucault -----	23
Figure I.22: Principe de la variation de la tension en présence de courants de Foucault-----	24
Figure II.1: Schéma descriptif d'un problème type de CND par CF -----	28
Figure II.2: Interface entre deux milieux différents -----	31
Figure II.3: Les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis-----	37
Figure II.4: Eléments de base-----	37
Figure III.1: Modèle géométrique de Dispositif étudié-----	47
Figure III.2: Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique-----	48
Figure III.3 : Zoom de la figure III.2-----	49
Figure III.4: Tension normalisée en fonction de la profondeur du défaut [mm]-----	50
Figure III.5 : Tension normalisée en fonction du déplacement du capteur -----	51
Figure III.6: Dispositif étudié-----	52
Figure III.7 : Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique-----	54
Figure III.8 : Zoom de figure III.9 -----	54
Figure III.9 : Tension NOR en fonction de la profondeur du défaut -----	56
Figure III.10: Tension induite en fonction du déplacement-----	57
Figure III.11: Structure de la sonde de réseau de CF de transmission de force magnétique --	58
Figure III.12: modèle géométrique du dispositif étudié -----	58
Figure III.13: Tension normalisée en fonction des trois bobines de détection. -----	60

## Liste des tableaux :

Tableau 1 : Paramètres géométriques -----	46
Tableau 2 Paramètres physiques Tableau -----	47
Tableau 3: Tension induite en fonction de la profondeur du défaut [mm]-----	49
Tableau 4 :Tension induite en fonction du déplacement du défaut [m] -----	51
Tableau 5paramètres géométriques-----	52
Tableau 6 : paramètres physiques-----	53
Tableau 7Tension induite en fonction de la profondeur du défaut [mm] -----	54
Tableau 8: Tension induite au borne b2 en fonction du déplacement du défaut [m] -----	55
Tableau 9 : Paramètres géométriques -----	58
Tableau 10: Paramètres physiques-----	58
Tableau 11: tension induite en fonction des trois bobines de détection -----	59

**Notation :**

CND : Contrôle Non Destructif

CND-CF : Contrôle Non Destructif par courant de Foucault

EDP : Equations aux dérivées partielles

GMI : Magnéto-Impédances géantes

MEF : Méthode des éléments finis

MR : Magnéto-résistances

**Résumé :**

Le contrôle non destructif est devenu un outil indispensable en contrôle de la qualité des produits. Ces techniques permettent de détecter les hétérogénéités et anomalies d'une pièce, sans altérer leur utilisation future. Ce travail reprend tout d'abord les différentes méthodes de CND pour la détection des défauts. Il présente ensuite le principe de CND par courant de Foucault,

Il présente aussi les équations de Maxwell, les méthodes de résolution des EDP. Pour finir avec des applications de CND-CF dans une structure pipeline dans le but de détecter les défauts. Le logiciel COMSOL Multiphysics a été utilisé.

Mots-clés :

CND, CND-CF, Élément finis 2D, Capteur.

## Introduction générale

Depuis les démineurs durant et après les guerres, jusqu'à l'identification des caractéristiques géométriques et physiques d'une pièce et son inspection (pendant sa mise en œuvre et au cours de son utilisation), les moyens de mesure et de contrôle suivent toutes les découvertes des lois physiques et les technologies apparentées [1]. L'automatisation actuelle des processus industriels et l'innovation technologique présentent des dangers inhérents pour les biens et les personnes devant être sécurisés ; cela nécessite une parfaite connaissance et une vérification continue des caractéristiques des constituants des installations industrielles tant bien au moment de leurs élaborations qu'après leurs mises en service. De telles opérations ne seraient rentables que si l'intégrité des éléments contrôlés est sauvegardée. [2]

Les techniques modernes permettent l'extraction des informations dans une structure sans porter atteinte à son intégrité, sont appelées méthodes de Contrôle Non Destructif « CND ». [1]

On regroupe sous le vocable essais non destructifs ou encore contrôles non destructifs (ce dernier évoquant mieux l'aspect qualité industrielle que le premier qui évoque plutôt les examens en laboratoire) l'ensemble des techniques et procédés aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure sans qu'il en résulte des altérations préjudiciables à leur utilisation ultérieure. Le terme de santé, s'il souligne une certaine parenté avec le domaine des examens d'aide au diagnostic médical, comme la radiologie ou l'échographie, délimite bien l'objectif des contrôles non destructifs qui est la mise en évidence de toutes les défauts susceptibles d'altérer la disponibilité, la sécurité d'emploi et/ou, plus généralement, la conformité d'un produit à l'usage auquel il est destiné.

En ce sens, le contrôle non destructif apparaît comme un élément majeur du contrôle de la qualité des produits. Il se différencie de l'instrumentation de laboratoire et industrielle puisque l'objet est de détecter des hétérogénéités et anomalies plutôt que de mesurer des paramètres physiques tels que le poids ou les cotes d'une pièce. [3]

Les méthodes de CND sont utilisées soit pour évaluer des grandeurs caractéristiques du produit (épaisseur, conductivité . . .), soit pour déceler la présence de défauts et les caractériser. Parmi les méthodes les plus utilisées, on peut citer les ultrasons, les méthodes utilisant des rayonnements ionisants (radioscopie) et les méthodes électromagnétiques (magnétoscopie, courants de Foucault . . .). Le choix d'une méthode dépend d'un grand nombre de facteurs tels que la nature des matériaux constituant les pièces à contrôler, la nature de l'information recherchée (défaut débouchant ou enfoui . . .), les conditions de mise en œuvre . . .

Les méthodes électromagnétiques sont fréquemment utilisées pour le contrôle des pièces électriquement conductrices et/ou magnétiques. Par exemple, le contrôle de pièces de fonderie (industrie automobile, industrie pétrolière) peut se faire par magnétoscopie. Les tubes (nucléaire, industrie pétrolière . . .) peuvent être testés par courants de Foucault (CF), soit en cours de fabrication, soit lors des phases de maintenance. [1]

Le CND-CF consiste à évaluer l'état d'intégrité d'une pièce par la mesure de la variation de l'impédance ou du courant issue du couplage électromagnétique entre le capteur et la pièce à tester. La circulation des courants induits dans la pièce est modifiée par l'existence de défauts ou la variation des caractéristiques électromagnétiques et géométriques. Cette technique est très répandue dans une multitude de domaines comme l'aéronautique, l'aérospatiale, le nucléaire et le ferroviaire [2]

Le contrôle non destructif par courants de Foucault est modélisé par l'ensemble des équations de Maxwell. La stratégie poursuivie consiste dans le choix d'une méthode de résolution numérique (éléments finis, différences finies, etc...).

Les structures de pipeline sont largement utilisées dans l'énergie, l'industrie chimique, l'ingénierie océanique et autres domaines industriels, en particulier dans les industries pétrolières et nucléaires. Lors d'une utilisation à long terme, des dommages ou des défauts se produisent inévitablement à l'intérieur et à l'extérieur des structures de pipeline [4]. Comme les dommages ou défauts peuvent entraîner de graves conséquences pour la sécurité, il est nécessaire d'effectuer régulièrement des essais non destructifs pour l'évaluation des structures pipelines [5]. Dans ce mémoire nous avons traité une structure pipeline en utilisant la technique du CND par courant de Foucault.

### Structure du mémoire

La présentation de ce travail de mémoire est structurée en trois chapitres :  
Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art sur le contrôle non destructif à partir des différentes techniques, avec une intention particulière accordée au contrôle non destructif par courant de Foucault.

Le second chapitre traite des équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault et les méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles, avec un intérêt particulier à la méthode des éléments finis qui sera utilisée dans ce mémoire pour résoudre l'équation de la magnétodynamique.

Le dernier chapitre est consacré à l'application et la simulation du modèle proposé.  
On terminera ce travail par une conclusion générale.

# **Chapitre 1: Etat de l'art**

## I.1.Introduction:

Les enjeux de sûreté, les contrôles qualité et de santé des pièces deviennent un impératif incontournable. Le contrôle non destructif (CND) a comme objectif de vérifier le fonctionnement correct des parties critiques d'un système sans en altérer les propriétés physiques. L'histoire du CND commence à la fin du XIX siècle, avec la physique moderne [3], mais c'est à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques de CND ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie. Vers les années 1960-1970, le développement des centrales nucléaires et de l'aéronautique a engendré une forte accélération du progrès du CND, et différentes méthodes ont été mises au point afin de pouvoir remplir les contraintes dues à la nature du défaut recherché, de la pièce à contrôler (rivetée, soudée, laminée, de forme complexe, . . .) et des conditions dans lesquelles le contrôle doit être effectué (en cours de fabrication, en service, ...). Les défauts recherchés peuvent être classés en deux grandes familles : les défauts surfaciques et les défauts internes (DUMONT-FILLON 1996 [3]).

Les défauts **surfaciques** sont les plus problématiques sur le plan technologique. Ils incluent les criques, les fissures, les piqures, les craquelures pouvant provoquer à terme la rupture de la pièce, ou d'aspect, c'est à-dire la variation de paramètres géométriques et/ou physiques de la pièce tels que sa rugosité, son épaisseur, l'homogénéité de la surface, qui rendent la pièce inutilisable.

Les défauts **internes** sont des hétérogénéités de nature, forme et dimensions variées, localisées dans le volume du corps à contrôler. Ils sont susceptibles d'affecter la santé de la pièce et peuvent se présenter sous la forme d'une crique interne, des porosités, des soufflures, d'inclusions diverses [7].

## I.2. Principales méthodes du CND:

Le CND comprend diverses méthodes, chacune basée sur un principe physique ou chimique particulier. La dénomination de ces différentes méthodes est incohérente et fait référence à différents aspects tels que l'équipement utilisé, le support de processus impliqué ou la nature physique de l'énergie émise (par exemple acoustique ou électromagnétique) à tester en combinaison avec sa plage caractéristique de longueurs d'onde (par exemple ultrason, infrarouge ou rayons X) [7]. Les méthodes de contrôle les plus couramment employées peuvent être classées en deux familles principales en fonction du type d'anomalie recherchée dans la pièce [8].

## I.3. Différentes méthodes de CND:

- **Les méthodes de surface** (anomalies en surface extérieure) sont les suivantes :

Examen visuel (VT). Ressuage (PT). Magnétoscopie (MPT). Courants de Foucault (ECT).

- **Les méthodes volumétriques** (anomalies au sein de la pièce) sont les suivantes

Ultrasons (UT). Rayonnements ionisants.

- D'autres méthodes existent et ont l'avantage d'être globales et en temps réel.

Il s'agit en particulier de : La thermographie (TT). L'émission acoustique. [9]

### I.3.1 Contrôle visuel:

Le contrôle visuel (Visual Testing en anglais) (VT) regroupe l'ensemble des techniques d'examens non destructifs qui utilisent le rayonnement électromagnétique dans le domaine de la lumière visible, c'est-à-dire dans la bande des longueurs d'onde comprises environ entre 400 à 700 nm. Il consiste à l'analyse, par un contrôleur, des variations de réflectivité relative d'une pièce soumise à un éclairage dont la géométrie et la puissance lui permettent de mettre en évidence les défauts recherchés. [10]

L'examen visuel peut être aidé, par un éclairage laser ou classique, une loupe binoculaire, ou un système de télévision c'est le contrôle optique non automatique (figure I.1). De façon automatique, sont réalisées en général des acquisitions d'images par balayage laser ou par utilisation de barrettes de capteurs optiques suivies de traitement d'images tels que le seuillage ou la reconnaissance de formes. [11]



A : loupe



B : miroir

Figure I.1: outils éventuels (non automatique)

### I.3.2 Contrôle par ressuage:

Le ressuage (Penetrant Testing "PT") consiste à appliquer sur la surface de la pièce à contrôler, préalablement nettoyée et séchée, un liquide d'imprégnation coloré ou fluorescent. Ce liquide pénètre, par capillarité, dans les ouvertures des défauts. Après un certain temps correspondant à la pénétration du liquide d'imprégnation dans les défauts, l'excès de liquide présent à la surface de la pièce est éliminé par lavage. La surface est ensuite recouverte d'un révélateur qui attire le liquide d'imprégnation retenu dans les défauts comme le montre la figure I.2. [12]



A) Etapes de PT [13]



B) Visualisation de défaut sur cylindre par PT

Figure I.2 : Méthode de ressuage par liquide pénétrant préémulsifié.

### I.3.3 Contrôle par magnétoscopie:

On a recours à la magnétoscopie (magnetic particle testing en anglais) (MPT) lorsque le ressuage est insuffisant (les imperfections de surface restent peu visibles malgré tout le soin apporté). La pièce est aimantée localement ou totalement à une valeur proche de la saturation magnétique. En l'absence de défaut, les fuites dans l'air sont insignifiantes (la perméabilité du matériau étant beaucoup plus grande que celle de l'air). Toute discontinuité du matériau provoquera une diminution de la section de passage et donc une augmentation du champ d'induction magnétique (conservation du flux). Cette augmentation provoquera une fuite magnétique à la surface de la pièce. Des particules ferromagnétiques contenues dans un révélateur s'accroissent au droit du défaut comme le montre la figure I.3. [14]

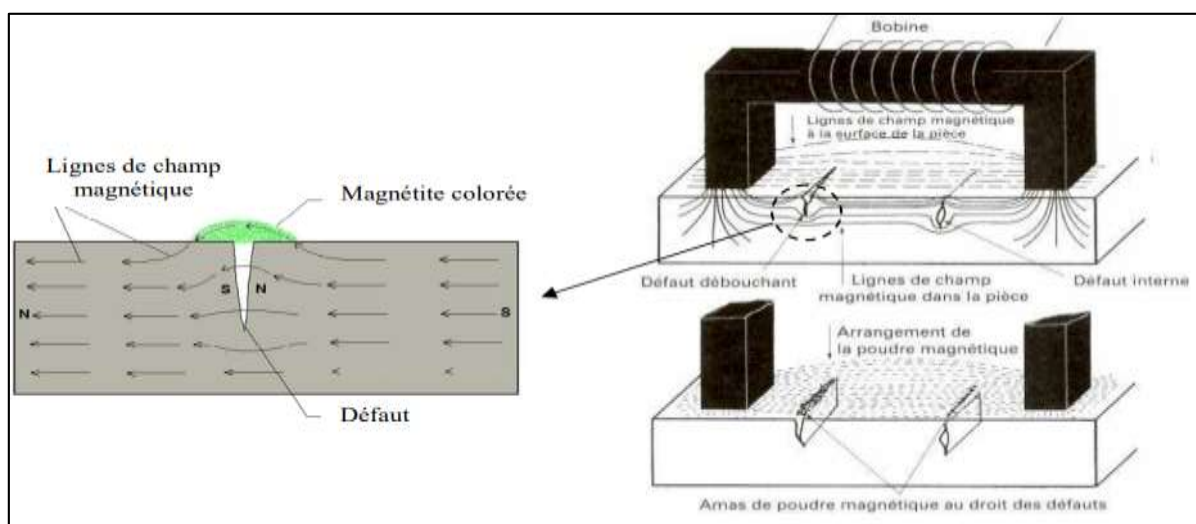


Figure I.3 : Procédé à flux de fuite magnétique. [15]

Cette méthode est utilisée dans divers domaines tels que : transport (aéronautique, automobile, remontées mécaniques...), énergie (pétrole, thermique, hydraulique, nucléaire), chaudronnerie, métallurgie (fonderie, forge), mécanique, agro-alimentaire, complexes chimiques, défense, manèges à sensations, etc. [16]

### I.3.4 Contrôle par Ultrasons:

Le contrôle par ultrasons (ultrasonic testing en anglais) (UT), réside dans l'analyse de l'influence des défauts, de type localisés ou inhomogénéités, sur la propagation des ondes vibratoires dans le matériau : réflexion, réfraction et diffraction sur les interfaces, atténuation dans la matrice liée aux phénomènes d'absorption et de diffusion (figure I.4). [17] [18]

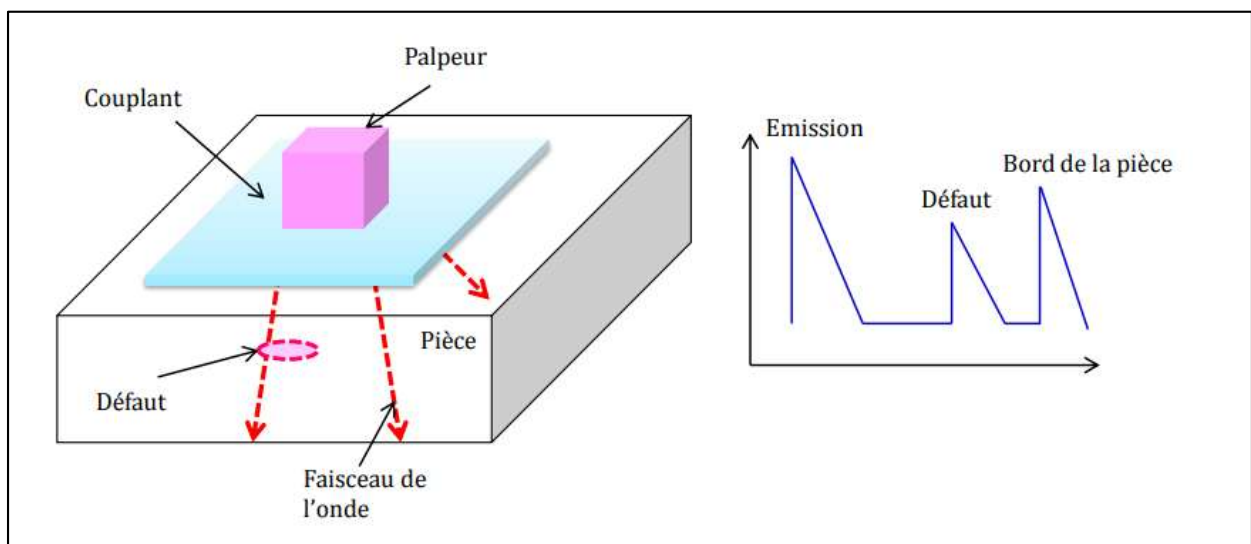


Figure I.4 : principe de la méthode UT [19]

Elle peut être utilisée pour la détection de tout défaut se traduisant par une discontinuité des propriétés mécaniques (fissure, inclusion, porosité, etc.). Parmi les très nombreuses applications, citons la recherche de fissures dans les matériaux métalliques, le contrôle des soudures, le contrôle des matériaux composites, en particulier pour l'aéronautique, la recherche de porosités, etc. A côté de la détection de défauts, les ultrasons sont également utilisés pour de l'analyse dimensionnelle (mesure d'épaisseur), le tri et la caractérisation de matériaux (identification de nuances d'acier) ou la caractérisation de traitements de surface (traitements thermiques par exemple). [16]

### I.3.5 Contrôle par thermographie infrarouge:

Le contrôle par thermographie infrarouge (TT – infrared/ thermal testing en anglais) est une méthode basée sur la mesure des températures de surface qui met essentiellement en œuvre les transferts de chaleur par conduction et rayonnement thermiques. [16]

Elle est utilisée pour mesurer ou cartographier les températures de surface en fonction du rayonnement infrarouge émis par un objet lorsque la chaleur circule à travers, vers ou depuis cet objet. La majorité du rayonnement infrarouge a une longueur d'onde supérieure à celle de

la lumière visible, mais peut être détecté à l'aide de dispositifs d'imagerie thermique, communément appelés "caméras infrarouges" (figure I.5). Utilisée correctement, l'imagerie thermique peut être utilisée pour détecter les dommages dus à la corrosion, les délaminages, les décollements, les vides, les inclusions ainsi que de nombreuses autres conditions néfastes. [20]

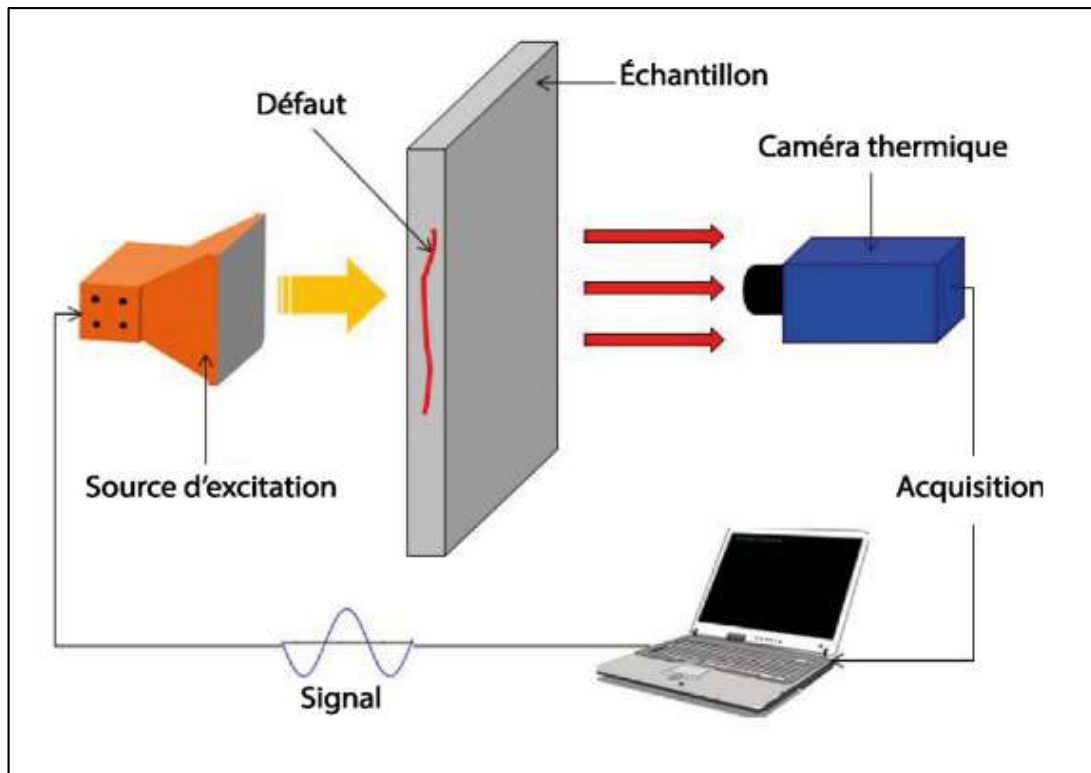


Figure I.5 : principe de la méthode TT.

### I.3.6 Contrôle par Emission acoustique:

C'est une technique expérimentale permettant de détecter en temps réel l'amorçage ou la propagation d'un défaut dans un matériau sous sollicitation mécanique. Selon AFNOR† « le phénomène d'émission acoustique correspond à un phénomène de libération d'énergie élastique sous forme d'ondes élastiques transitoires au sein d'un matériau ayant des processus dynamiques de déformation » (Vocabulaire utilisé en émission acoustique). Cette libération d'énergie sous forme acoustique sera détectée par des capteurs résonnants ou large bande disposés à la surface de la structure et permettent d'enregistrer le signal émis. [21]

Le signal d'émission acoustique est la manifestation mécanique ou ultrasonore de micro-déplacements internes liés à une source élémentaire de la mécanique de la rupture ou à un changement de dimension du réseau cristallin comme montré la figure I.6. [22]

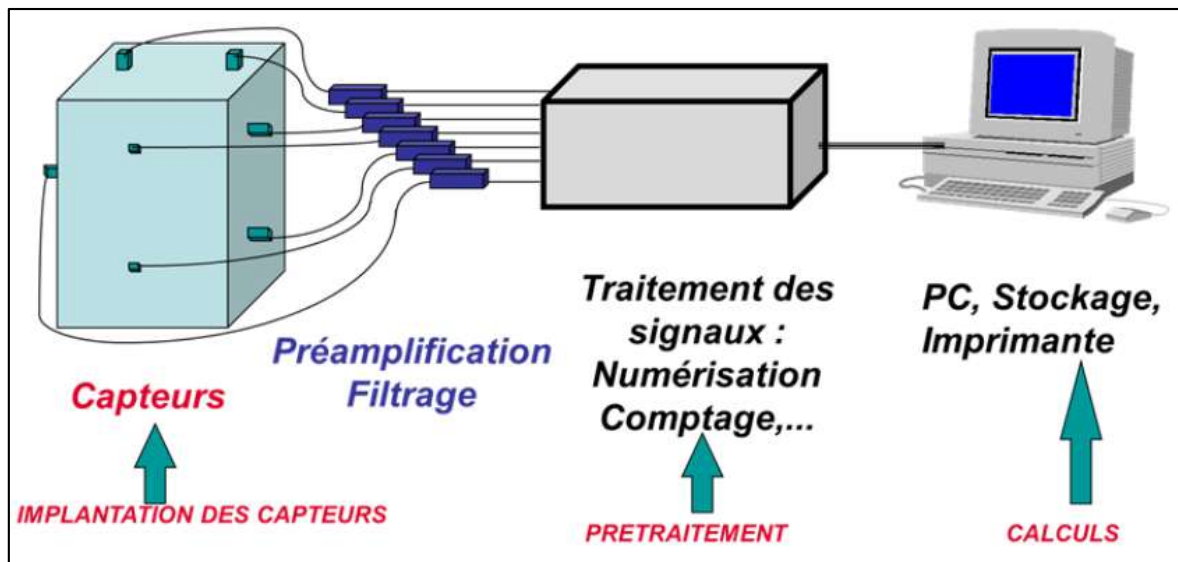


Figure I.6 : principe de contrôle par l'émission acoustique.

### I.3.7 Contrôle par Radiographie:

Le contrôle par radiographie (radiographic testing en anglais) (RT), est une méthode employée pour contrôler l'intégrité d'un matériau ou sonder le cœur d'une pièce, et qui ne cesse d'évoluer. Elle est utilisée industriellement pour contrôler la santé interne d'une pièce. Elle permet de détecter tout type de cavité ou de matériaux étrangers inclus dans la pièce. La radiographie est consistée à obtenir une image de la densité de matière d'un objet traversé par un rayonnement électromagnétique X ou gamma (figure I.7).

L'image est obtenue grâce à un détecteur qui est soit un film argentique, un écran photo stimuable à mémoire réutilisable ou un ensemble de détecteurs numériques. [16]

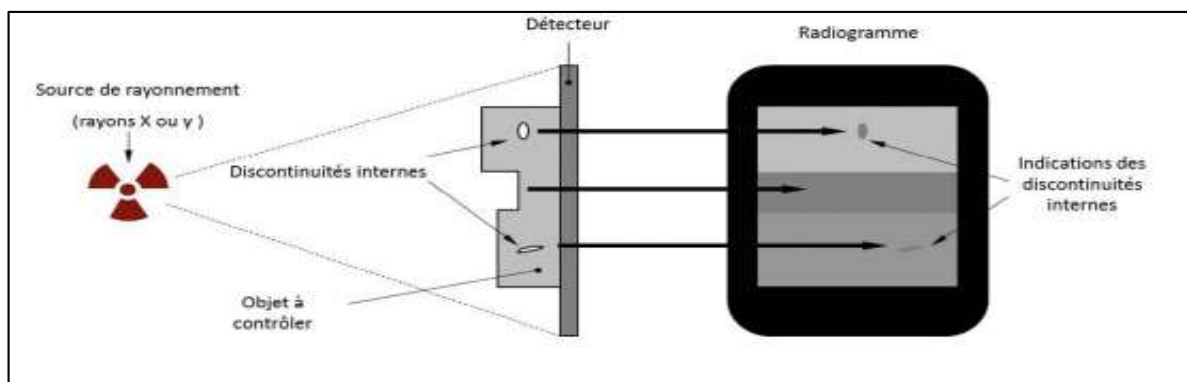


Figure I.7 : Principe de contrôle par Radiographie.

### I.3.8 Contrôle par courant de Foucault (CF):

#### I.3.8.1 Principe du contrôle par CF:

Le phénomène des courants induits dits courants de Foucault (Eddy current en anglais) est découvert par le physicien français Léon Foucault en 1855 [23].

Le principe du contrôle non destructif par courant de Foucault (CND-CF) consiste à induire des courants de Foucault dans un matériau conducteur d'électricité (pièce à contrôler) et à

enregistrer les perturbations qu'ils subissent lors du déplacement relatif du champ ou de la pièce. Le flux inducteur peut être fourni par un aimant ou plus généralement par des bobines. Cependant, les courants de Foucault n'existent que si le flux inducteur varie. Il faut donc, soit déplacer l'aimant, soit utiliser un courant alternatif pour exciter les bobines. Le principe physique des courants de Foucault est basé sur l'interaction entre un champ magnétique (secondaire) du aux courants induits dans un matériau suivant la loi de Faraday et le champ magnétique (primaire) source due au courant parcourant la/ou les bobines (capteur/sonde) inductrices (figure I.8). [24]

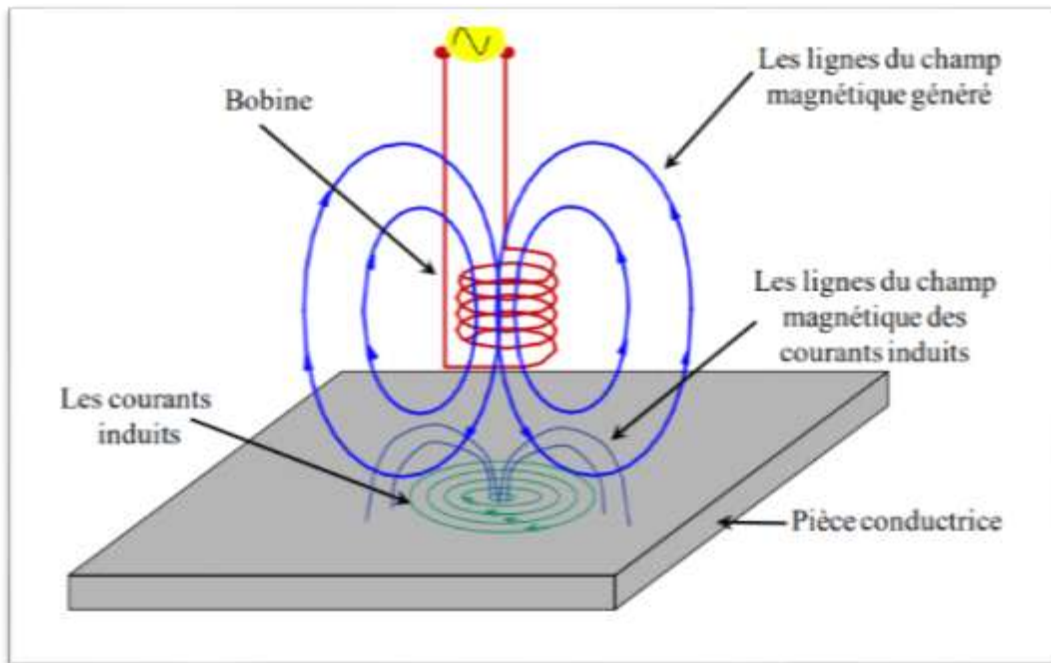


Figure I.8 : Principe de contrôle par CF.

### I.3.8.2 Avantages et limites du CND par courants de Foucault:

Les avantages de cette technique, par rapport aux autres procédés résident surtout dans sa simplicité de mise en œuvre, son coût réduit et la possibilité d'utiliser des appareils de contrôle à la fois petits, légers et rapides. Cette technique offre une sensibilité de détection importante avec une possibilité d'automatisation, ce qui la rend très appréciée sur le plan industriel.

Cependant, elle ne s'applique qu'à des matériaux électriquement conducteurs et n'est pas bien adaptée à la détection des défauts profonds. Le CND par CF est également très coûteuse et très sensible au lift-off (décollement entre bobine et pièce inspectée). Une bonne performance de contrôle implique notamment d'avoir un lift-off de faible valeur. [19]

### I.4 Capteurs à courant de Foucault:

La technique du contrôle non destructif par courants de Foucault nécessite la mise en place d'un système permettant l'émission et la réception d'un champ magnétique alternatif. Ces deux fonctions peuvent être réalisées par un seul élément (bobine) ou par plusieurs éléments

distincts. Les capteurs magnétiques transforment les variations du champ magnétique en une variation de tension mesurable et/ou une variation d'impédance. L'intensité des courants de Foucault dépendent des caractéristiques physiques et géométriques du corps considéré, ainsi bien entendu que des conditions d'excitation (paramètres électriques et géométriques du bobinage) [1] [25].

### I.4.1 Classification des capteurs:

Le capteur est une bobine ou un ensemble des bobines, il sert à générer les courants de Foucault ainsi qu'à capter leurs effets. La grandeur mesurée est l'impédance ou une différence de potentiel représentant l'image des courants de Foucault. La forme du capteur, sa position relative au matériau, sa fonction et sa conception varient en fonction de son utilisation.

Il peut être classé en fonction de trois caractéristiques : sa géométrie, sa fonction et sa mode de contrôle figure I.9 [22].

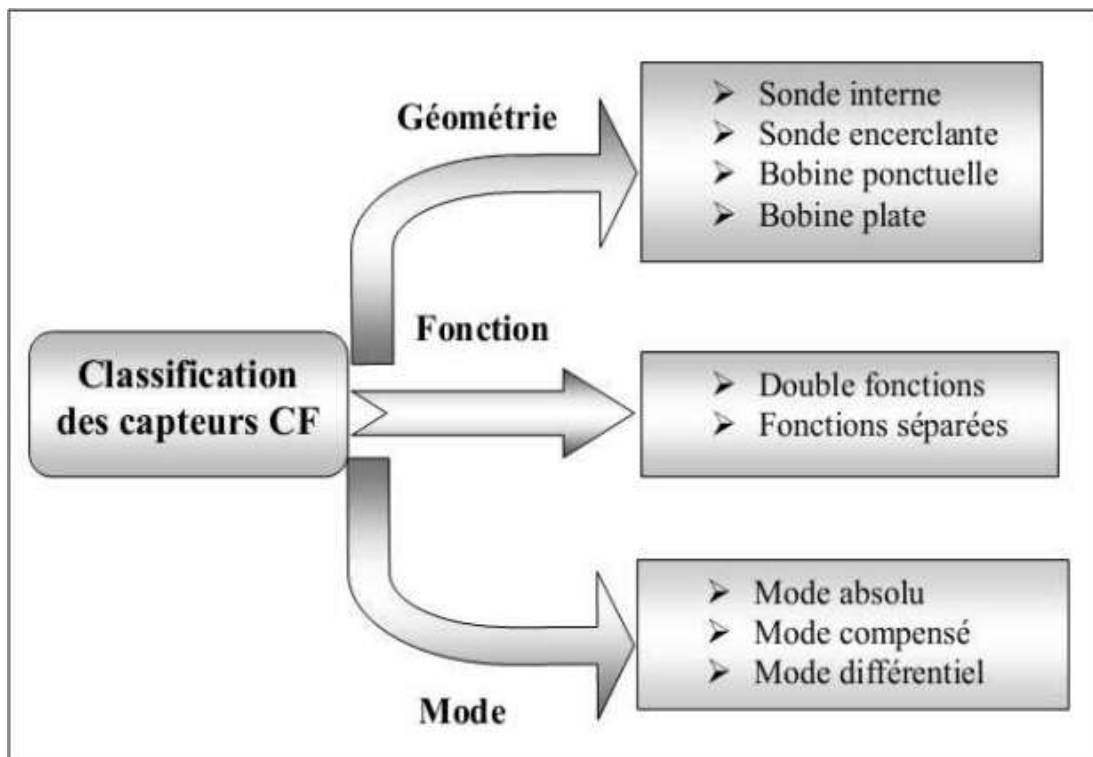


Figure I.9 : Critères de Classification des capteurs [24]

#### I.4.1.1 Classification selon la fonction:

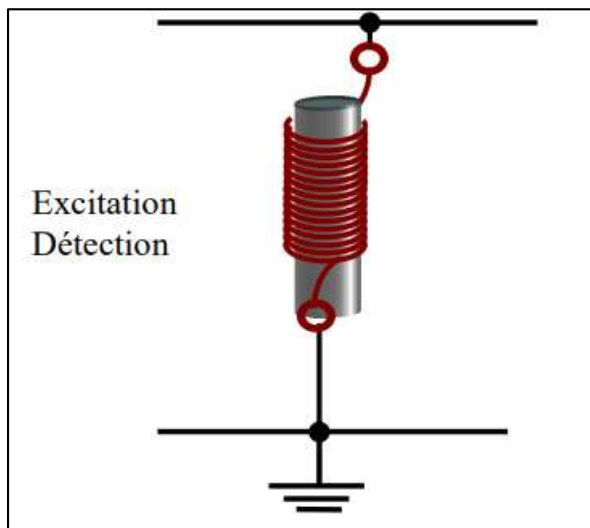
Principalement, tous les capteurs assurent les deux fonctions suivantes : La fonction d'alimentation et celle de mesure. Si ces fonctions sont assurées par un seul enroulement, on parle alors de capteurs à double fonction, sinon on parle de capteur à fonction séparée.

### a. Capteur à double fonction:

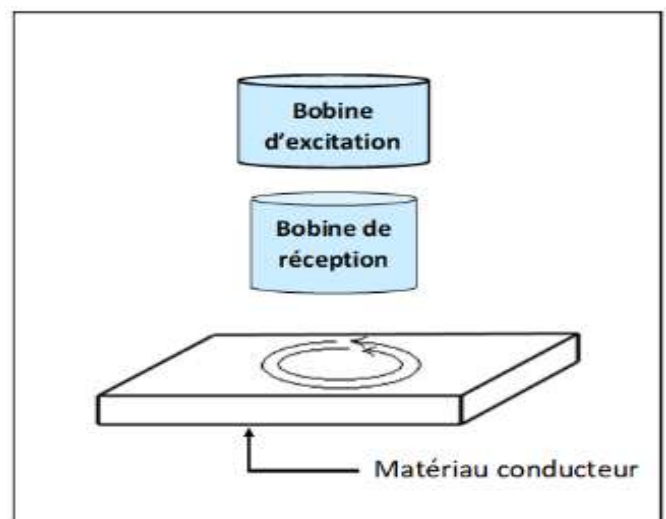
Les capteurs à double fonction connu aussi sous le nom de systèmes à bobinage simple, est dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par le ou les mêmes enroulements. C'est le montage le plus simple, il est constitué d'une seule bobine émettrice réceptrice qui crée le flux alternatif grâce au courant qui la parcourt et subit des variations d'impédance que l'on peut détecter en mesurant très finement sa tension complexe figure I.10.a.

### b. Capteur à fonctions séparées:

Connu aussi sous le nom de systèmes à bobinage double, dans lequel les fonctions d'excitation et de réception sont assurées par des enroulements distincts. A l'inverse du premier, il est constitué de deux bobines comme le montre la figure I.10-b, une pour créer le flux, l'autre pour recueillir les variations de couplage liées aux modifications dues au matériau, c'est-à-dire qu'elle servira uniquement pour la mesure, on parle alors de mesure par trans-impédance, (Oukhellou, 1997). Ces bobinages sont moulés dans un même boîtier pour éviter toute modification fortuite de leur mutuelle induction. Ce montage est très utilisé pour les contrôles à basses fréquences.



a) Capteur à double fonction



b) Capteur à fonctions séparées

Figure I.10: Fonctions d'un capteur. [25]

### I.4.1.2 Classification selon le mode de contrôle:

#### a) Mode absolu:

Ce type de capteur est sensible à tous les paramètres géométriques et électromagnétiques de l'environnement. Typiquement le récepteur est constitué d'un seul élément (bobine). Avant le contrôle d'une pièce un étalonnage peut être effectué sur une pièce de référence (maquette) (figure I.10-a) [19].

**b) Mode compensé:**

Dans ce mode de contrôle, on utilise deux capteurs absolus dont l'un sert de référence. Le premier est positionné à proximité d'une surface de la pièce à contrôler. Il capte les grandeurs utiles et perturbatrices. Le deuxième est placé à proximité d'une autre surface saine du même matériau, il ne capte donc que les signaux perturbateurs. Une mesure comparative permet d'extraire seulement les signaux utiles donc d'éliminer les grandeurs d'influences [12].

**c) Mode différentiel:**

Cette technique utilise deux capteurs rigidement liés, parcourus par le même courant mais de signes opposés. La mesure différentielle consiste à comparer deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins. Cette méthode est essentiellement utilisée en contrôle de santé et particulièrement pour détecter des discontinuités lors d'un déplacement du capteur le long d'une pièce (figure I.10-b) [23].

**I.4.2 Différents types des capteurs:**

**I.4.2.1 Les capteurs inductifs:**

Historiquement, les capteurs inductifs ont été les premiers éléments sensibles au champ magnétique connus. Les capteurs inductifs sont des bobines, qui peuvent être de différentes géométries, plates ou solénoïdes, et éventuellement contenir un noyau ferromagnétique afin de concentrer le champ magnétique et augmenter la sensibilité [26].

Un capteur inductif transforme un champ magnétique qui le traverse en tension grâce au phénomène d'induction par la loi de Lenz-Faraday (équation I.1).

$$e = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (I.1)$$

Avec :

e: la force électromotrice (fem) [V]

Φ: le flux magnétique [Wb]

Cette loi montre que la force électromotrice créée est proportionnelle à la dérivée temporelle de l'induction : la composante continue du champ magnétique est rejetée. Pour la même raison, la sensibilité en hautes fréquences est relativement grande.

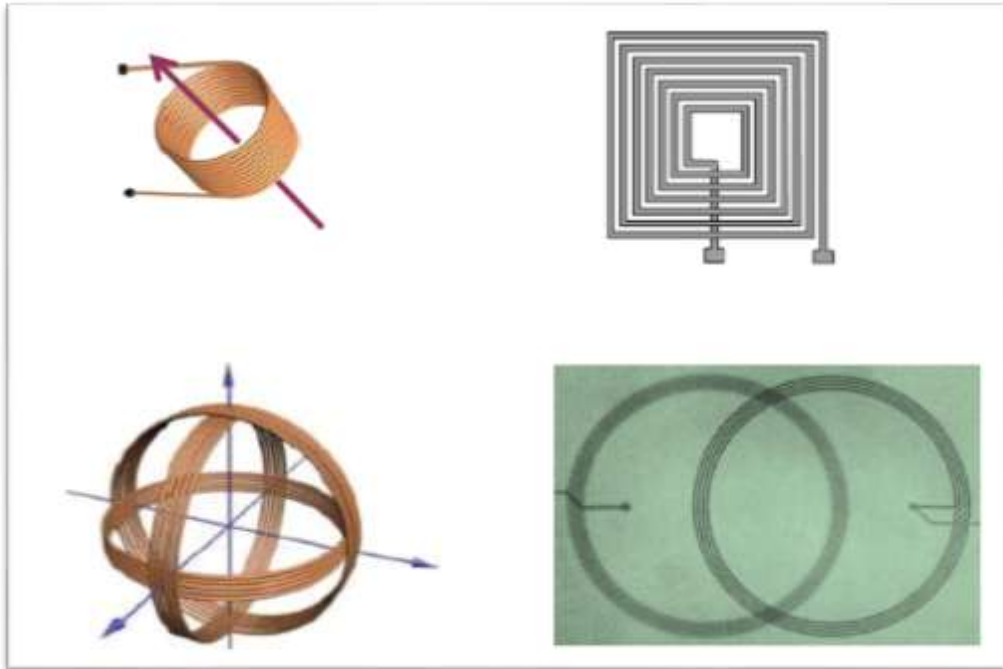
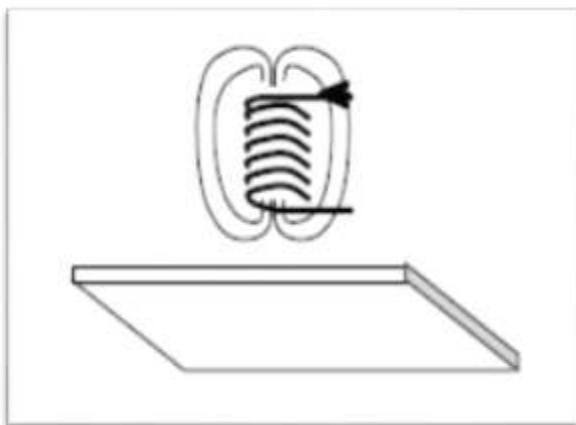


Figure I.11 : capteur inductif

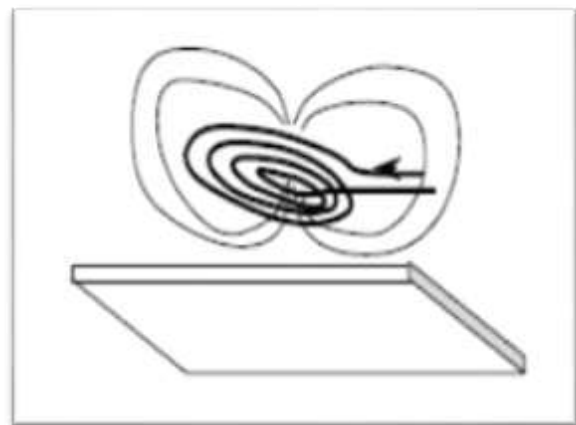
- **Les formes d'enroulements des capteurs inductifs :**

Selon la nature du produit à contrôler, il existe deux façons de mettre en œuvre le bobinage des capteurs inductifs

- a. Bobine cylindrique (peut être utilisée, avec ou sans noyau) Figure I.13.A
- b. Bobine plate (spirale) Figure I.13.B



A. Bobine cylindrique.



B. Bobine plate.

Figure I.12 : formes des bobines des capteurs inductifs [27]

### I.4.2.2 Les capteurs de courant Fluxgate:

Les fluxgates ont été développés vers 1928, initialement pour la fabrication des compas de divers systèmes de navigation. Ils sont composés d'au moins un noyau magnétique de très haute perméabilité. [28]

L'élément magnétique sensible d'un capteur Fluxgate est généralement un noyau magnétique doux qui va être saturé périodiquement, à quelques centaines de Hz, par un signal fourni par une bobine d'excitation. Cette saturation périodique apporte une forme de « porte » à l'induction magnétique en fonction du temps, ce qui donne le nom de ces capteurs (« Fluxgate» signifie littéralement en français « vanne de flux ») [29].

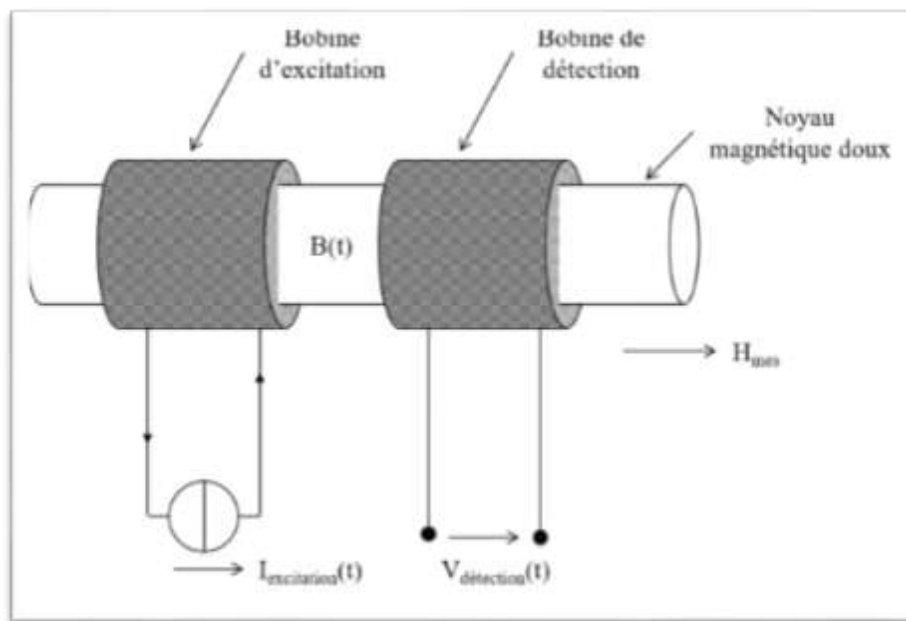


Figure I.13 : Principe du capteur Fluxgate [29]

### I.4.2.3 Les capteurs à Effet Hall:

Le principe de fonctionnement de ces capteurs magnétiques est basé sur l'effet Hall. Il est plus important dans des matériaux semi-conducteurs mais afin d'illustrer le principe, on considère des matériaux conducteurs par simplicité. Quand une piste conductrice (l'épaisseur est généralement comprise entre 0.4 et 100 $\mu$ m) est parcourue par un courant continu  $I$ , appliqué selon l'axe  $y$ , et soumise à une induction magnétique  $B$ , appliqué dans cet exemple selon l'axe  $z$ , il apparaît une différence de potentiel  $V_H$  dans la direction perpendiculaire à celle de l'induction et à celle du courant, c'est à dire l'axe  $x$ . Cette tension, dite de Hall, est due à la force de Lorentz est donnée par [6]:

$$F = qV \wedge B \quad (I.2)$$

Où

$q$  : est la charge des électrons

$V$  : leur vitesse [m/s].

$B$  : c'est l'induction magnétique [T]

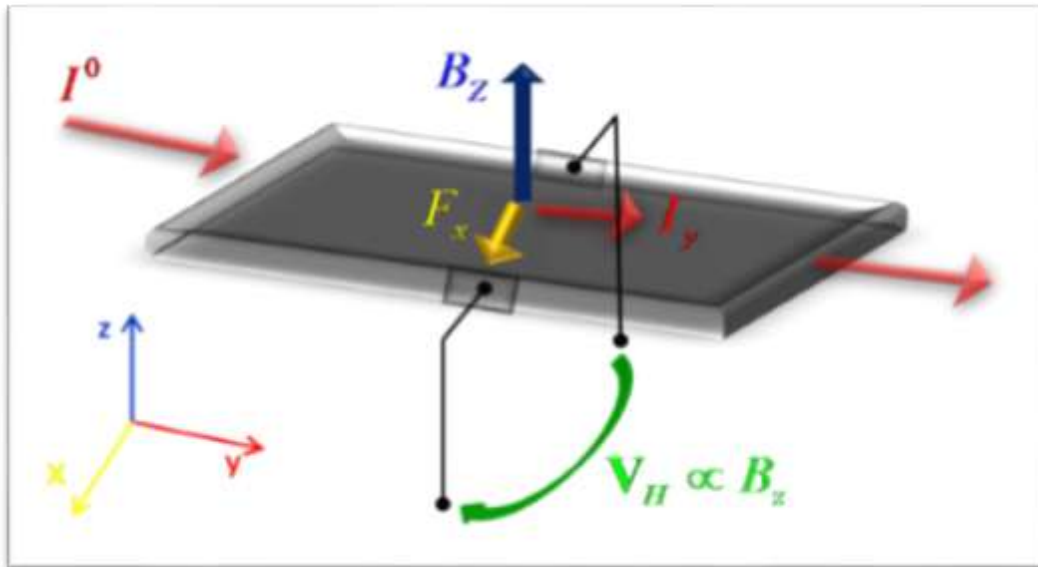


Figure I.14: Principe de fonctionnement des capteurs à effet Hall. [6]

#### I.4.2.4 Les magnéto-impédances géantes:

L'effet GMI (Giant Magneto-Impedances effect, GMI) désigne la variation importante des parties réelle et imaginaire de l'impédance d'un matériau ferromagnétique quand il est soumis à un champ magnétique extérieur. Ce phénomène a été rapporté pour la première fois en 1936 par E. P. Harrison et al. Dans les fils en alliage fer-nickel à haute perméabilité [30]. Les capteurs basés sur l'effet GMI peuvent se présenter sous différentes formes : les micro-fils, les rubans et les films minces. Les structures de type micro-fils peuvent être placées au milieu d'une bobine. La figure I.16 présente des schémas de différentes configurations des capteurs GMI.

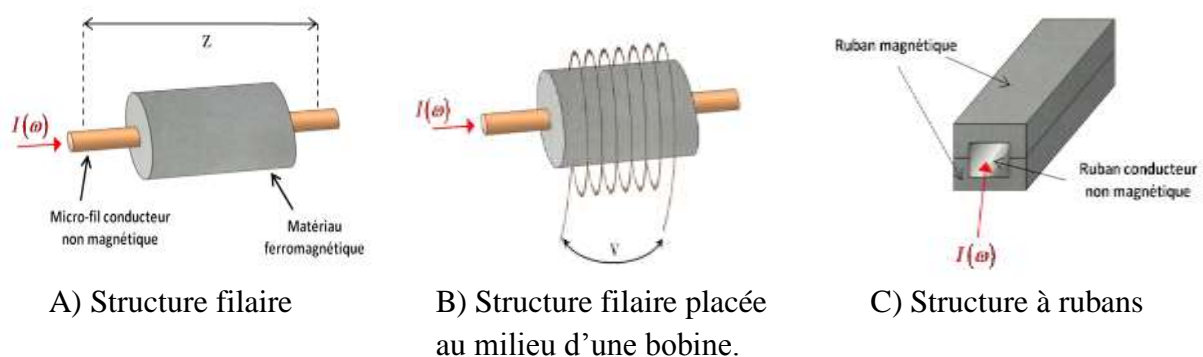


Figure I.15: Différentes configurations des capteurs GMI [6]

Ces capteurs montrent des bonnes performances en CND par courants de Foucault pour la détection de défauts profonds (ALVES et BENSALAH 2007 ; VACHER, ALVES et GILLES-PASCAUD 2007).

### I.4.2.5 Les magnétorésistances (MR):

Une magnétorésistance est un capteur magnétique qui transforme une variation de champ magnétique externe  $B$  en variation de résistance  $R$ . Les têtes de lecture dans les disques durs (HDD) sont les applications les plus courantes des capteurs MR. Depuis la découverte de la magnétorésistance géante (GMR) dans les années 1980 et l'application des têtes de lecture GMR dans les années 1990, les capteurs MR ont conduit à l'évolution rapide de la capacité de stockage des disques durs. De nos jours, les capteurs MR sont utilisés dans le stockage magnétique, la détection de position, la détection de courant, la surveillance non destructive et les systèmes de détection biomédicaux comme le montre la figure I.17.

Les capteurs MR sont utilisés pour transférer la variation des champs magnétiques cibles à d'autres signaux tels que le changement de résistance [31]. On distingue plusieurs types de magnétorésistances selon le principe physique qui engendre la variation de résistance. On distingue ainsi les magnétorésistances anisotropes (AMR), les magnétorésistances à effet tunnel (TMR), les magnétorésistances à effet géant (GMR).

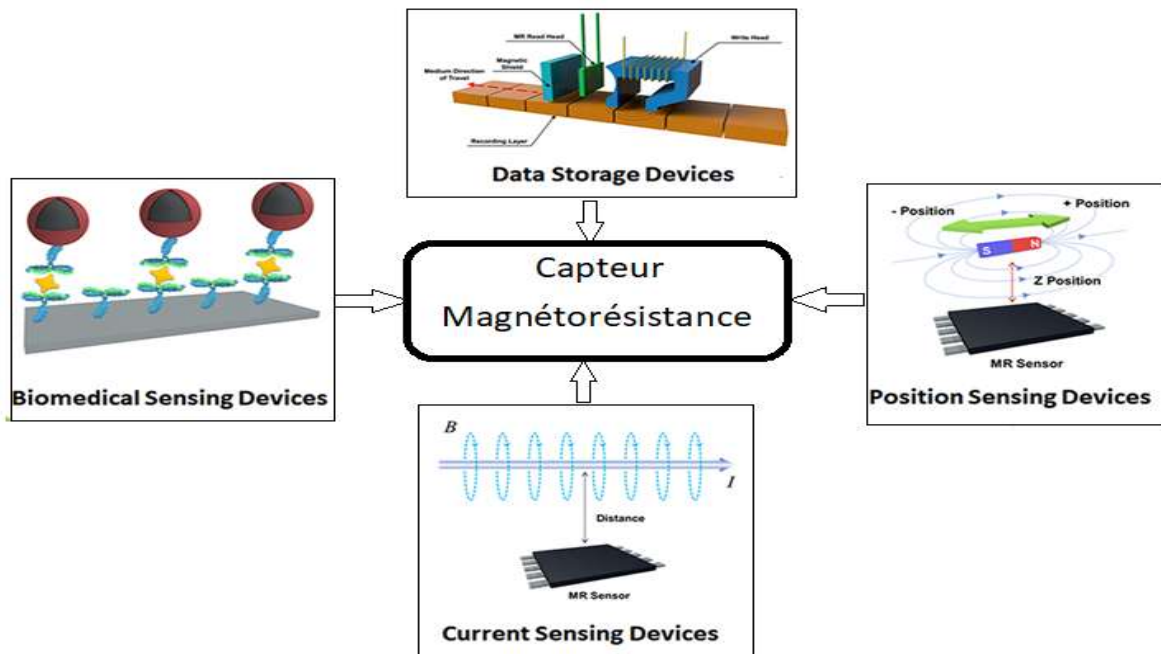


Figure I.16: les magnétorésistances dans divers domaines [31]

#### A. Magnétorésistance Anisotrope:

L'effet (Anisotropic Magneto-Resistance) AMR ; le changement de résistance ( $\Delta R$ ) dépend de l'angle ( $\theta$ ) entre le courant électrique  $I_{AMR}$  et l'aimantation du métal [32]. Nous avons représenté le champ appliqué sur la Figure I.18.

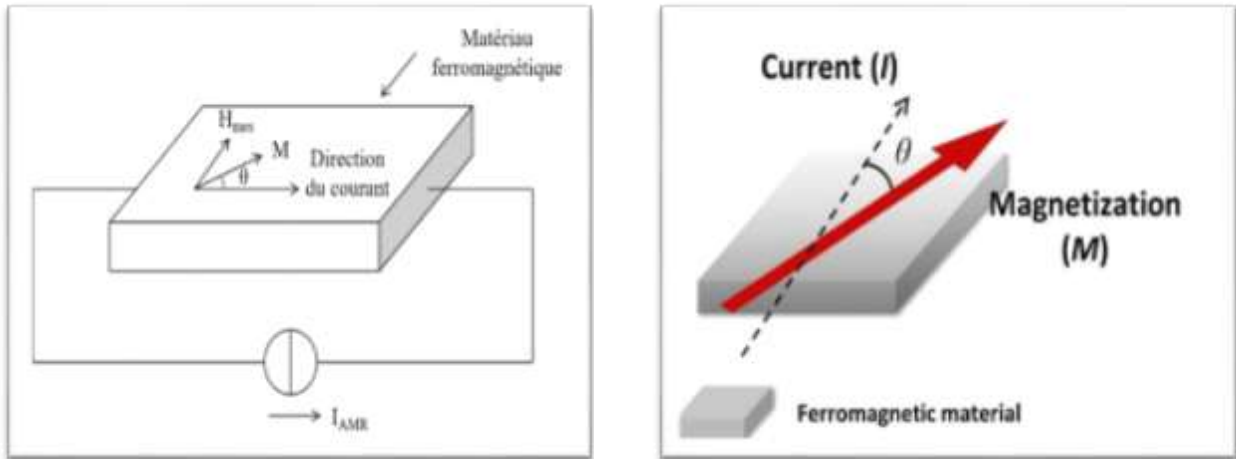


Figure I.17 : Principe de l'AMR [31] [33]

Suite à cette sollicitation magnétique, la direction de l'aimantation dans le matériau change de parallèle au courant d'excitation quand le champ est nul (cette direction correspond à la direction de facile aimantation du matériau), elle s'oriente lentement en fonction de l'intensité du champ vers la direction perpendiculaire, ce qui se traduit par une diminution de la résistance du matériau, dans la grande majorité des cas [33].

L'allure de la réponse de l'effet magnétorésistif anisotrope n'est pas idéale pour l'exploitation d'un capteur car il s'agit d'une réponse paire, qui ne permet pas de discriminer les champs positifs des champs négatifs, avec une sensibilité faible à champ faible. Nous avons représenté une allure de la réponse du matériau sur la figure I.18.

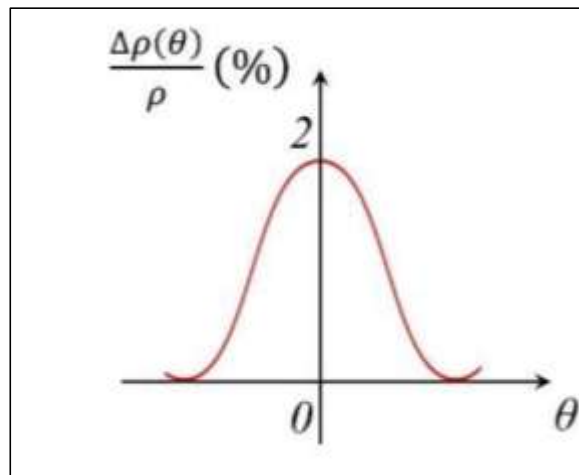


Figure I.18: Allure de la résistance d'un matériau AMR [33]

Plusieurs techniques de détection permettent de contourner ce problème, en utilisant par exemple deux éléments sensibles AMR avec une direction de facile aimantation en sens inverse pour linéariser la réponse. Une autre technique, dite de « Barber Pole », permet de linéariser la réponse du capteur, sans toutefois supprimer l'offset (nécessite toujours l'utilisation d'une configuration différentielle). La configuration la plus classique consiste à utiliser quatre AMR

montés en pont de Wheatstone, avec un bobinage de contre-réaction et une bobine supplémentaire pour éviter le retournement de l'aimantation [33].

## B. Magnétorésistance à effet Tunnel:

Tunneling Magneto-Resistance (TMR) Le développement des couches minces s'accompagne de nouvelles manières d'exploiter les magnétorésistances, comme la découverte de l'effet TMR, qui est un phénomène qui dérive directement de la mécanique quantique. L'effet TMR se produit dans un empilement de couches minces : deux couches ferromagnétiques sont disposées de part et d'autre d'une couche isolante, alimentées en courant par des contacts électriques. Nous avons représenté un schéma de principe sur la Figure I.19.

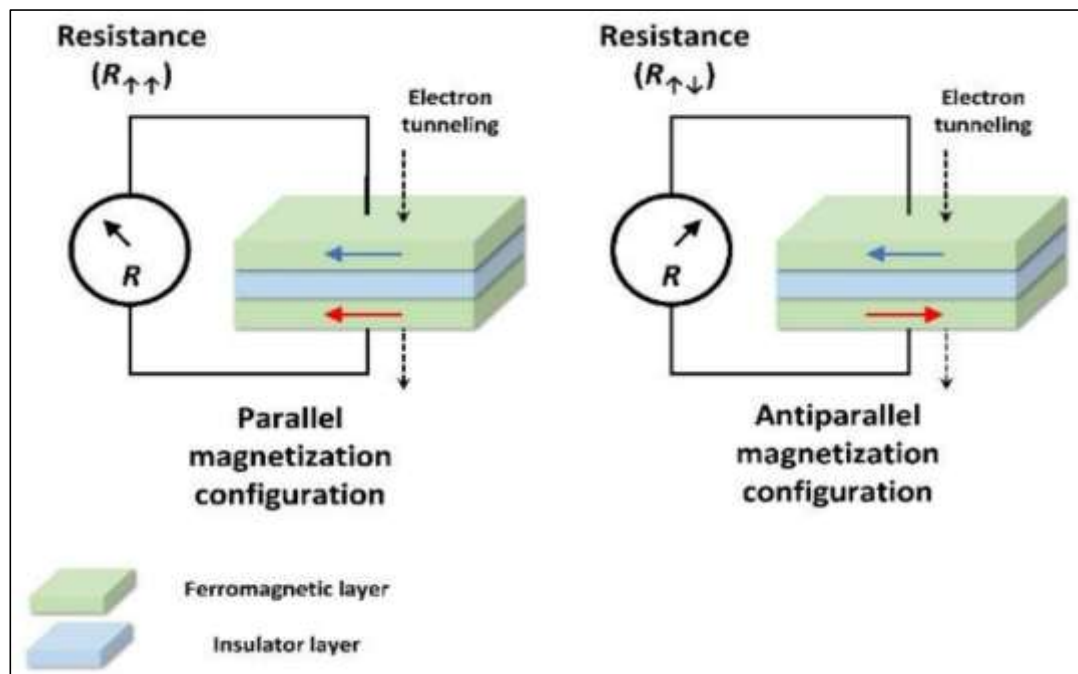


Figure I.19 : Diagramme schématique de la magnétorésistance à effet tunnel [31]

En fonction de l'orientation des spins des électrons dans les couches ferromagnétiques de part et d'autre de la couche isolante, la probabilité qu'un électron traverse cette couche est différente (forte quand les spins sont alignés, faibles quand ils sont de sens opposé). Cette orientation des spins dépend de l'aimantation dans les couches ferromagnétiques. L'aimantation d'une des deux couches est généralement « fixée », tandis que l'autre peut varier en fonction du champ magnétique. La résistance est plus faible quand l'aimantation dans les deux couches est parallèle. L'ordre de grandeur de la sensibilité des capteurs TMR les rend très prometteurs. Ces capteurs ne sont cependant pas encore utilisés pour la réalisation de capteurs de courant [30].

### C. Magnétorésistance Géante:

L'effet GMR (Giant Magnetoresistive effect) apparaît dans les empilements de couches minces par exemple, une couche de matériau conducteur (non magnétique) entre deux couches de matériau ferromagnétique. Nous avons représenté un schéma de principe sur la Figure I.20.

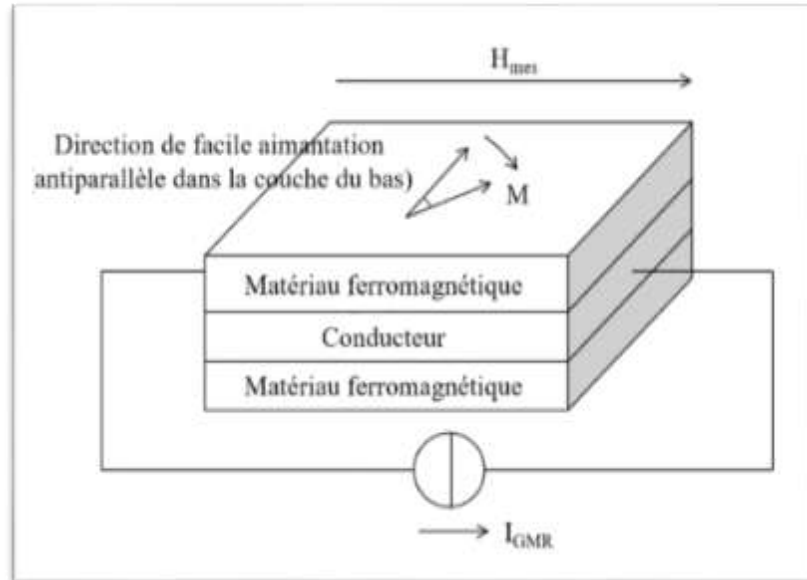


Figure I.20 : Principe de l'effet GMR [34]

En l'absence de champ magnétique appliqué (dans le plan de l'empilement), le couplage entre les deux couches résulte en une orientation antiparallèle de l'aimantation. L'application d'un champ  $H_{mes}$  permet l'alignement de l'aimantation, dans le même sens dans les deux couches (suivant la direction du champ), ce qui favorise la mobilité des électrons à l'intérieur de la structure.

Les phénomènes d'orientation antiparallèle encouragent la diffusion des électrons dont le spin n'est pas parallèle à l'aimantation dans la couche, ce qui augmente la résistivité. La variation de la résistance est donc contrôlée par la variation du champ, ce qui en fait un capteur de champ magnétique. L'allure de la réponse est similaire à ce qu'on obtient avec un AMR, à la différence près que les variations sont beaucoup plus grandes (entre 10 % et 50 % pour un GMR, contre quelques % pour un AMR). De la même manière, la parité de la réponse nécessite la mise en œuvre de techniques de linéarisation et de suppression d'offset. Ce type de cellule peut donc être utilisé exactement de la même manière qu'un AMR dans un capteur de courant, à la différence près qu'elle est de 4 à 5 fois plus sensible [30].

#### I.4.3 Domaines d'applications des capteurs à CF en CND:

Les courants de Foucault constituent un moyen de contrôle particulièrement fidèle, les plus faibles variations du signal étant exactement reproduites lors d'un second contrôle dans les mêmes conditions. Cette caractéristique est particulièrement intéressante en maintenance

des matériels, notamment pour suivre leur évolution lors des contrôles périodiques. L'automatisation des systèmes de contrôle ainsi que l'archivage électronique de "signatures" de défauts et le traitement du signal constituent des voies de développements actuels permettant de simplifier l'exploitation de la technique du CND par courants de Foucault et d'en étendre le champ d'application, on distingue: Mesure de conductivité électrique ; Mesure de l'épaisseur de revêtements isolants ; Détection de fissures ; Contrôle des tubes, barres et fils ; Détection d'objets métalliques dans un environnement isolant.[25]

### **I.4.4 Transmission de force magnétique:**

C'est au XIX<sup>ème</sup> siècle qu'Ampère (1775-1836) propose l'idée que les forces magnétiques peuvent être analysées comme il est fait pour la matière : si on peut la subdiviser en atomes, alors les forces issues d'un morceau de magnétite peuvent être subdivisées en un nombre fini d'aimants élémentaires. Ces aimants élémentaires auraient "une mobilité dépendant du matériau" et "se déplaceraient sous la forme d'un courant moléculaire produisant le champ magnétique". Ampère faisait d'ores et déjà l'analogie avec le déplacement de charges dans un conducteur produisant un courant électrique ; pourtant, la notion même d'électron ne sera découverte que plusieurs décennies plus tard. Il formule alors une équation quantifiant l'interaction entre deux "morceaux" de courant électrique : l'interaction magnétique, (Extrait du Mémoire d'André-Marie Ampère sur les phénomènes électrodynamiques).

Ce n'est qu'au début du siècle suivant, en 1905, que Paul Langevin (1872-1946), remet au goût du jour la théorie d'Ampère sur des aimants "moléculaires" indépendants les uns des autres. Le terme d'électromagnétisme a alors fait son apparition, après la publication des équations de Maxwell (1831- 1879), codifiant par l'algèbre la relation entre électricité et magnétisme (cet algèbre est d'ailleurs précurseur d'une théorie qui sera plus tard développée pour la relativité restreinte). Langevin va introduire la notion de paramagnétisme pour expliquer l'alignement des aimants le long du champ magnétique (para- signifiant : le long de). [5]

De nos jours, il existe plusieurs techniques pour déplacer une sonde, certaines sondes sont connectées mécaniquement pour effectuer un balayage, d'autres sondes se déplacent à l'aide de la pression d'huile à l'intérieur du tube, certaines sondes peuvent se déplacer le long du tube sous l'assistance du moteur assemblé avec la sonde. On peut voir que tout ce qui précède les cas conduiront à une structure complexe ou limiteront la plage de détection. Cependant, la sonde à CF à transmission de force magnétique modélisée dans ce travail peut aider à surmonter les problèmes ci-dessus.

La force magnétique est une composante de la force électromagnétique, une des quatre forces fondamentales de la nature. Cette force est causée par le mouvement de charges. Deux objets chargés se déplaçant dans une même direction vont être attirés l'un vers l'autre par une force magnétique attractive. De même, des objets chargés qui se déplacent dans une direction opposée vont voir apparaître entre eux une force répulsive [35].

### I.5.1 L'impédance:

L'impédance électrique mesure l'opposition d'un circuit électrique au passage d'un courant alternatif sinusoïdale. Elle peut être représentée comme la somme d'une partie réelle (partie résistive, la résistance) plus une partie imaginaire (partie réactive, la réactance). Dans notre dispositif, l'impédance de la source qui est une bobine, est modifiée par la variation du champ magnétique traversant ses spires. C'est la création des courants de Foucault au sein de l'objet métallique qui induit cette variation. L'organigramme de la figure I.21 schématise la variation d'impédance à partir de ces phénomènes.

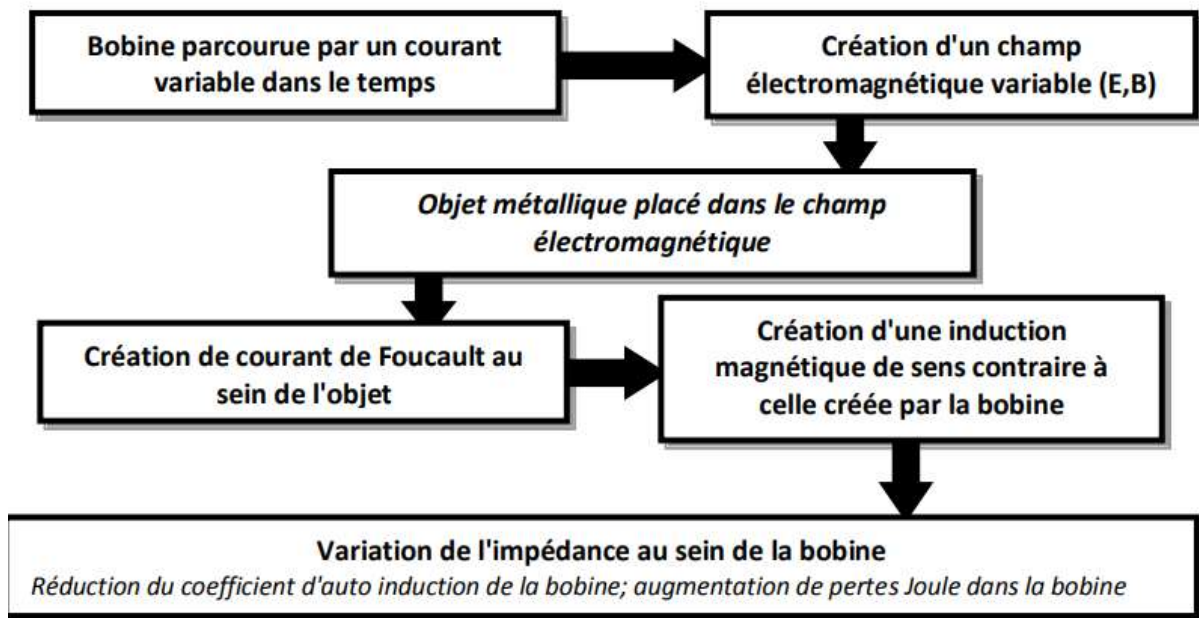


Figure I.21 : variation d'impédance d'une bobine en présence de courants de Foucault

Dans le domaine du contrôle non destructif par courant de Foucault, les valeurs obtenues par la sonde de mesure sont souvent représentées dans le plan d'impédance normalisée. Nous donnons la formulation de la résistance et la réactance normalisées par les équations suivantes.

$$R_N = \frac{R_{charge} - R_{vide}}{X_{vide}} \quad (I.3)$$

$$X_N = \frac{X_{charge}}{X_{vide}} \quad (I.4)$$

$R_{charge}$  est la composante résistive qui représente l'ensemble des pertes Joule causées soit par les courants de conduction dû à l'alimentation soit par les courants de Foucault dans la charge.  $X_{charge}$  est la composante inductive qui représente la réactance du bobinage d'excitation en présence de la pièce à contrôler (charge).  $R_{vide}$  et  $X_{vide}$  sont respectivement la résistance et la réactance du capteur sans la présence de pièces (à vide). Le plan d'impédance normalisé est le tracé de  $X_N$  en fonction de  $R_N$ . Cette représentation permet d'éviter l'influence des caractéristiques propres de la sonde (résistance interne, nombre de spires). [2]

### I.5.2 La tension induite:

La source étant une bobine alimentée soit par un courant ou bien une tension sinusoïdale crée un champ magnétique variable. Lorsqu'une autre bobine est mise au voisinage de la source, elle est sujette à un changement de champ magnétique. La loi de Faraday pour l'induction établit (équation I.1)

Le circuit de cette bobine étant ouvert, la tension induite à ses bornes est donnée par :

$$U = -N \frac{d\Phi}{dt} \quad (I.5)$$

Avec ;

N : le nombre de spires de la bobine ;

$\Phi$  : le flux magnétique [Wb] ;

U : la tension induite en V ;

L'organigramme de la figure I.22 schématise la variation de la tension induite à partir de ces phénomènes.

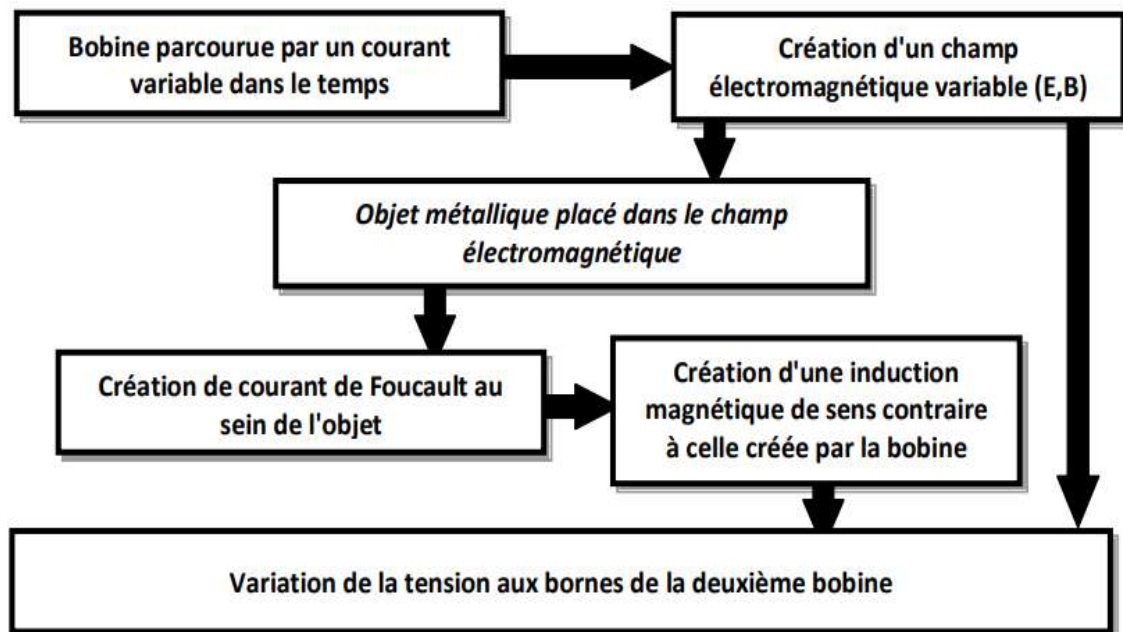


Figure I.22 : Principe de la variation de la tension en présence de courants de Foucault [2]

### I.6 Effet de peau:

Les courants de Foucault se développent principalement sur la surface de la pièce à contrôler. Leur densité décroît rapidement à l'intérieur de la cible (effet de peau). Ce phénomène d'origine électromagnétique apparaît dans tous matériaux conducteurs parcourus par un courant électrique alternatif ou soumis à un champ électromagnétique variable dans le temps. Dans le cas du contrôle non destructif, les courants induits dans la pièce commencent à

décroître d'une manière exponentielle à partir de la surface (équation (I.6)). La grandeur caractéristique de ce phénomène est la profondeur de pénétration donnée par : [36]

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{\pi \cdot f \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \sigma}} \quad (I.6)$$

Avec :

$\delta$  : la profondeur de pénétration ou épaisseur de peau

$f$  : la fréquence d'alimentation en hertz [Hz].

$\mu_r$  : la perméabilité magnétique relative du matériau en [H/m].

$\sigma$  : la conductivité électrique en [S/m].

$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$  : perméabilité magnétique du vide en [H/m].

La profondeur de pénétration est donc inversement proportionnelle à la fréquence du champ et aux propriétés physiques du matériau. Si on considère une cible plane semi infinie excitée par un champ magnétique extérieur et parallèle au plan de la cible, le module de la densité de courant est régi par la relation suivante :

$$J(z) = J_0 \cdot e^{-\frac{z}{\delta}} \quad (I.7)$$

Avec

$z$  : la profondeur considérée à l'intérieur de la cible en mètre [m].

$J(z)$  : le module de la densité de courant en fonction de la profondeur en [A/m<sup>2</sup>].

$J_0$  : densité de courant à la surface en [A/m<sup>2</sup>].

L'épaisseur de peau est en fonction de la fréquence de travail et des caractéristiques électromagnétiques. Par conséquent, les grandeurs ayant une influence sur l'intensité et la répartition des courants de Foucault sont [37] :

### A. Fréquence de travail

C'est le facteur essentiel qui définit la pénétration des courants de Foucault dans le matériau. On utilise les hautes fréquences pour la détection de microfissures, les moyennes fréquences pour les défauts superficiels et les basses fréquences pour la détection des défauts en profondeur.

### B. Conductivité électrique

C'est une caractéristique électrique liée directement aux propriétés électriques du matériau conducteur. Elle influence positivement l'intensité des courants de Foucault dans le matériau et elle contribue avec la fréquence dans la profondeur de pénétration de ces courants dans le matériau.

### **C. Perméabilité magnétique**

Elle concerne les matériaux magnétiques en caractérisant la nature de la pièce-cible du point de vue magnétique ou amagnétique. Elle intervient aussi dans l'épaisseur de peau électromagnétique.

### **D. Caractéristiques géométriques**

On distingue deux paramètres géométriques qui caractérisent le dispositif de contrôle :

- La variation de l'épaisseur de matériau à contrôler provoque la variation de l'impédance.
- L'entrefer entre le capteur et la pièce à contrôler (lift-off) provoque la fluctuation de l'impédance ou de la tension induite.

Les fluctuations provoquées par ces deux paramètres (épaisseur et lift-off) peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront les indications caractéristiques des défauts.

### **E. Défauts**

La présence d'un défaut cause des déviations qualitatives et quantitatives des courants de Foucault, et provoque la même variation de la tension induite qu'une variation de conductivité électrique du matériau. Le défaut est caractérisé du point de vue géométrique, soit par une modification de forme ou une absence de matière. La présence d'anomalies non conductrices ou de matières étrangères caractérisent le défaut sur le plan électromagnétique. Un défaut peut être situé à la surface de la pièce (corrosion), au milieu ou à l'intérieur de la pièce (fissures ...), avec des formes variées [38].

### **F. Température**

Elle est l'élément perturbateur car la perméabilité magnétique et la conductivité électrique varient en fonction de la température.

## **I.7 Conclusion:**

Dans ce chapitre nous avons décrit les principes des techniques de contrôle non destructif les plus utilisées dans le secteur industriel. La première constatation qu'on peut tirer c'est qu'il n'y a pas de technique valable pour tous les matériaux et pour tous les types de défauts, on est souvent amené à combiner deux ou plusieurs méthodes. L'intérêt est de pouvoir vérifier le fonctionnement correct des parties critiques d'un système sans en altérer les propriétés physiques. En particulier, nous avons présenté les courants de Foucault qui sont l'objet d'étude du mémoire.

Notre intérêt à portée sur l'exploitation de la technique des courants de Foucault appliqués au CND, en précisant le principe de CND par CF, les domaines d'applications, les différents

types de capteurs, et les grandeurs qui influent sur le phénomène d'effet de peau en étroite relation avec les CF. Les capteurs à courants de Foucault sont souvent classés selon leurs géométries, fonctions et leurs modes de contrôle. En principe, la technique CND-CF est basée sur l'exploitation de la mesure de la variation de la tension et de l'impédance qui sont fortement corrélées par plusieurs paramètres. En continuité, le prochain chapitre concernera les différentes méthodes de résolution des équations électromagnétiques.

## **Chapitre 2: Méthodes de résolution des équations électromagnétiques**

## II.1 Introduction:

Lors de la mise en œuvre d'un outil de contrôle non destructif par courants de Foucault, l'étude paramétrique expérimentale peut s'avérer difficile pour plusieurs raisons : non disponibilité d'échantillons de matière pour étalons, multiplicité du nombre d'essais et des échantillons ou encore coût de fabrication d'un prototype de test. Depuis l'avènement des ordinateurs et, compte tenu en particulier de l'augmentation de leur puissance de calcul, la simulation numérique commence à remplacer l'expérimentation directe trop coûteuse et longue à mettre en œuvre [39], [40] celle-ci n'est plus, de nos jours, qu'un moyen de vérification et de validation des calculs effectués sur machine [41].

L'Objectif de ce chapitre est de résumer les méthodes et les équations mathématiques de résolution des phénomènes électromagnétiques, représentés par des équations mathématiques dans les dispositifs à courants de Foucault (CF). Tout d'abord, une brève présentation des équations de Maxwell, des lois de comportement des milieux et des conditions du champ appliqué à la frontière du domaine de résolution est donnée. On traitera par la suite, des principales méthodes numériques avec un accent particulier sur la méthode des éléments finis (MEF).

## II.2 Modélisation du dispositif de CND par CF

La géométrie du système de CND-CF, qui est régit par les équations de Maxwell en régime linéaire harmonique, peut être décomposée en trois zones, [42] Figure (II.1) :

Zone 1 : zone inductrice (bobine, fil, ...) dans lesquelles circulent des courants sources  $J_s$ .

Zone 2 : zone conductrice, caractérisée par une perméabilité  $\mu$  et une conductivité  $\delta$ , qui le siège des courants induits.

Zone 3 : zone d'espace environnant où il n'y a ni courant induit ni courant source, c'est de l'air.

La totalité de cette géométrie forme le domaine d'étude  $\Omega$  de frontière  $\Gamma_L$

Zone 4 : zone conductrice magnétique (noyau en ferrite, ...) pour canaliser le flux magnétique.

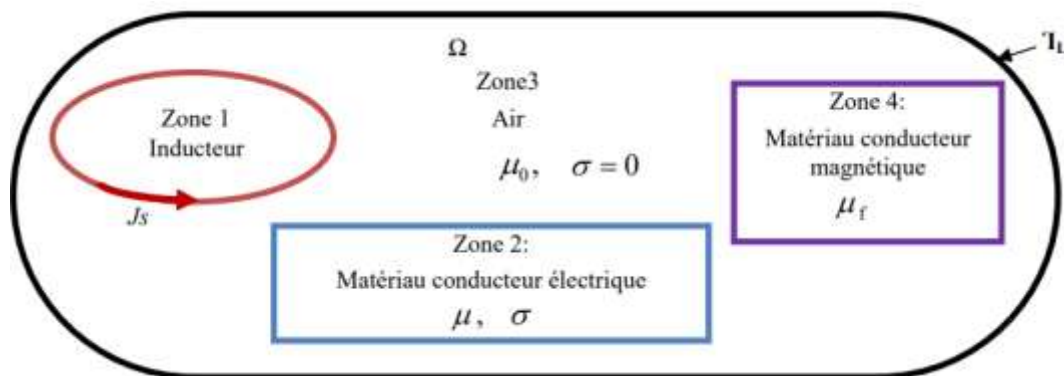


Figure II.1 : Schéma descriptif d'un problème type de CND par CF [25]

## II.3 Mise en équations:

### II.3.1 Equations de Maxwell:

Les équations de Maxwell lient entre eux les champs électrique et magnétique. Ce sont des équations locales qui s'écrivent comme suit : [41]

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \text{Théorème de Gauss} \quad (\text{II.1})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \text{Loi de conservation de flux} \quad (\text{II.2})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{Loi de Faraday} \quad (\text{II.3})$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_s + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{Théorème d'Ampère-Maxwell} \quad (\text{II.4})$$

Où  $\partial t$  symbolise la dérivée partielle par rapport au temps,  $\rho$  qui représente la densité volumique de charges électriques ( $\text{C}/\text{m}^3$ ) et deux types de champs de vecteurs:

- Les champs d'intensité :

$\vec{E}$  : Champ électrique ( $\text{V}/\text{m}$ )

$\vec{H}$  : Champ magnétique ( $\text{A}/\text{m}$ )

- Les densités de flux :

$\vec{D}$  : Induction électrique ( $\text{C}/\text{m}^2$ ),

$\vec{B}$  : Induction magnétique ( $\text{Wb}/\text{m}^2$  ou T),

$\vec{J}_s$  : Densité de courant de conduction ( $\text{A}/\text{m}^2$ ).

L'équation (II.4) est une généralisation de la loi d'Ampère,  $\vec{\nabla} * \vec{H} = \vec{J}_s$ . Elle constitue avec (II.3) les équations dites de couplage électromagnétique, alors que les équations (II.1) et (II.2) constituent les équations dites de conservation. L'utilisation directe des équations de Maxwell pour la résolution des problèmes en électromagnétisme est parfois déconseillée, puisque nous devrions prendre en compte ces quatre équations différentielles simultanément [25].

Les deux types de champs de vecteurs sont liés par les relations **constitutives**, dites lois de comportement, décrivant les caractéristiques des matériaux. Sans elles, le système (II.4 à II.1) serait indéterminé. Elles sont données généralement sous les formes suivantes : [25]

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.5})$$

Avec  $\mu = \mu_0 * \mu_r$

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

Où :

$\mu$  : la perméabilité magnétique absolu

$\mu_0=4\pi 10^{-7}$  : Perméabilité magnétique du vide en [H/m].

$\mu_r$  : la perméabilité magnétique relative du matériau considéré.

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} \quad (\text{II.6})$$

$\sigma$  ; Conductivité électrique du matériau [S/m]

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad \text{Avec } \varepsilon = \varepsilon_0 * \varepsilon_r \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{\mu_0 * c^2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36 * \pi} \quad \text{Permittivité électrique du vide. [F/m]}$$

$$C = [3 * 10^8 \text{ m/s}] \quad \text{Vitesse de la lumière.}$$

$\varepsilon_r$  ; Permittivité relative du milieu considéré en [F/m]

La relation entre l'induction magnétique  $B$  et le champ magnétique  $H$  peut être non linéaire. Pour assurer l'unicité de la solution du système d'équations (II.4) à (II.7), il est nécessaire d'ajouter trois types de conditions : les conditions aux limites, les conditions de continuité ainsi que les jauges [43].

### II.3.2 Les conditions aux limites:

Ces conditions aux limites sur le potentiel vecteur magnétique sont en rapport avec les phénomènes physiques que vérifie le champ sur les bords du domaine. Afin de pouvoir résoudre entièrement cette équation, il est nécessaire d'imposer des conditions sur les limites du domaine d'étude. Trois types de conditions existent :

- **Condition de Neumann:**

Condition de Neumann homogène qui impose que la dérivée normale du potentiel vecteur

$A$  est égale à zéro  $\frac{\partial A}{\partial n} = 0$  sur la partie choisie de contour du domaine d'étude;

- **Condition de Dirichlet:**

La condition de Dirichlet qui impose la valeur du potentiel vecteur sur la partie choisie du contour du domaine d'étude ;  $A \cdot \vec{n} = 0$

- **Condition de symétrie:**

C'est la condition de périodicité ou anti-périodicité selon la parité de la partie du système étudié. [34]

### II.3.3 Conditions de continuité:

Lors du passage d'un milieu à un autre, les champs électromagnétiques subissent des discontinuités. Cependant, il est possible de définir des conditions de passage des champs entre deux milieux. Considérons deux milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  ayant des propriétés physiques différentes et séparés par une interface  $\Sigma$  comme le montre la Figure (II.2).

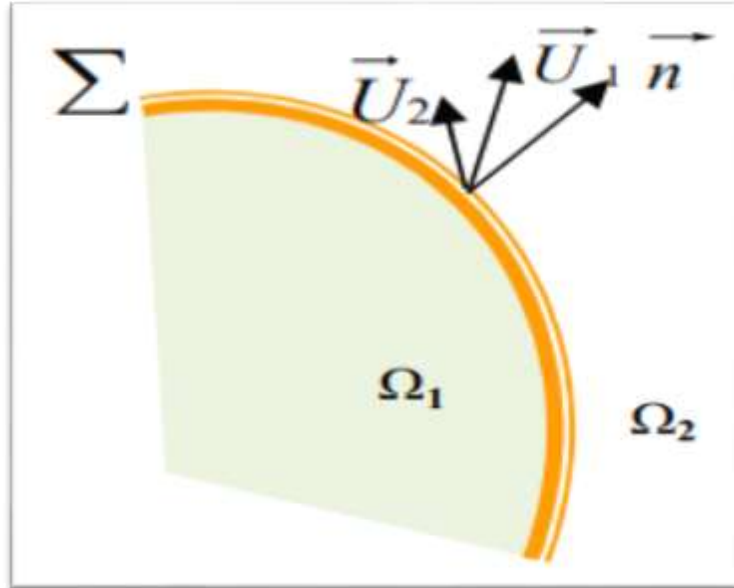


Figure II.2: Interface entre deux milieux différents

Les conditions traduisant la continuité des champs à l'interface  $\Sigma$  sont alors définies par les relations suivantes : [38].

Continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  .

$$\square \quad (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.8})$$

Continuité de la composante normale du vecteur d'induction magnétique  $\vec{B}$  .

$$\square \quad (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.9})$$

Discontinuité de la composante tangentielle du vecteur champ magnétique  $\vec{H}$ .

$$\square \quad (\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = \vec{J}_S \quad (\text{II.10})$$

Discontinuité de la composante normale du vecteur induction électrique  $\vec{D}$  en présence de charges superficielles  $\rho_S$ :

$$\square \quad \vec{n}(\vec{D} - \vec{D}) = \rho_S \quad (\text{II.11})$$

Où :

$\vec{n}$  : Vecteur normal à la surface de séparation entre les deux milieux  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$ ,

$\vec{J}_S$  : Densité surfacique d'une nappe de courant entre les deux milieux.

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

L'ensemble des équations, précédemment présentées, décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques, mais dans la plupart des cas, nous ne pouvons pas les résoudre directement [44].

Suivant la forme des dispositifs, certains phénomènes deviennent négligeables. Par conséquent, les équations se simplifient pour donner lieu à des modèles plus simples.

### II.3.4 Conditions de Jauge:

Dans les équations de Maxwell, les champs s'expriment soit à un gradient près (champ rotationnel), soit au rotationnel près (champ à divergence) ce qui justifie l'utilisation des jauges dans certaines formulations pour assurer l'unicité de la solution.

Soient  $\vec{U}$  et  $\vec{W}$  deux champs de vecteurs, les conditions de jauge s'écrivent de façon générale par : [38]

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (\text{II.12}) \quad \text{Jauge de Coulomb}$$

$$\operatorname{div} \vec{U} + k \frac{\partial u}{\partial t} \quad (\text{II.13}) \quad \text{Jauge de Lorentz}$$

$$\vec{U} \cdot \vec{W} = 0 \quad (\text{II.14}) \quad \text{Jauge adapté pour les éléments d'arêtes}$$

Par exemple, lorsqu'on utilise une formulation en potentiel vecteur, la solution est obtenue à un gradient près. La jauge de Coulomb s'écrit donc :

$$\operatorname{div} \vec{A} = 0$$

### II.3.5 Hypothèses simplificatrices:

La plupart des travaux accomplis jusqu'à présent dans le domaine de calcul des champs et des courants de Foucault pour les systèmes électromagnétiques, sont fondés sur les hypothèses suivantes : [41]

Les applications de CND par CF que nous envisageons de modéliser se placent dans le cadre de la magnétodynamique basse fréquence en régime quasi-stationnaire ou harmonique, et en conséquence le courant de déplacement est négligeable  $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0$

Le courant d'alimentation est souvent supposé produit par un générateur de courant parfait et sa valeur doit être connue. Ainsi la quantité  $\sigma \vec{E}$  peut être décomposée en une partie imposée  $\vec{J}_S$  (densité de courant source) et une partie due au champ électrique induit, pour laquelle on gardera la notion de  $\sigma \vec{E}$  qui exprime uniquement la densité des courants de Foucault,

$$\vec{J} = \vec{J}_S + \sigma \vec{E} \quad (\text{II.15})$$

La densité volumique de charge est considérée comme nulle.

Généralement, le courant n'existe qu'en volume ( $\vec{J}_{sur} = \vec{0}$ ), c'est-à-dire que la conductivité est finie et que la fréquence d'excitation n'excède pas quelques MHz (basses fréquences).

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

Par conséquent, la continuité de la composante tangentielle du champ magnétique aux interfaces où la perméabilité subit une discontinuité est assurée.

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) * \vec{n} = \vec{0} \quad (\text{II.16})$$

L'induction magnétique rémanente, peut être considérée comme nulle ( $\vec{B}_r = \vec{0}$ ) dans le cas où le système ne contient pas d'aimant permanent.

Avec ces hypothèses, les équations à résoudre sont :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.18})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} \quad (\text{II.19})$$

La densité surfacique de courant entre les deux milieux est nulle ( $\vec{J}_s = \vec{0}$ ) ;

La densité volumique de charge est considérée nulle ( $\rho_s = 0$ )

Avec les hypothèses ainsi formulées, les équations de Maxwell à résoudre deviennent :(25)

$$\nabla * \vec{H} = \vec{J}_s \quad (\text{II.20})$$

$$\nabla * \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.21})$$

$$\nabla * \vec{D} = \vec{0} \quad (\text{II.22})$$

$$\nabla * \vec{B} = \vec{0} \quad (\text{II.23})$$

Avec les relations constitutives suivantes :

$$\vec{J} = \vec{J}_s + \sigma \vec{E} \quad (\text{II.24})$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.25})$$

### II.3.6 Champs et potentiels:

Les champs de vecteurs  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{J}$  peuvent eux-mêmes s'écrire en fonction de potentiels vecteurs ou scalaires :(41)

$$\vec{H} = \vec{T} - \overrightarrow{\text{grad}V} \quad (\text{II.26})$$

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.27})$$

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}V} \quad (\text{II.28})$$

$$\vec{J} = \text{rot} \vec{T} \quad (\text{II.29})$$

Avec :

$\vec{T}$ : Potentiel vecteur électrique [A/m]

$\vec{A}$ : Potentiel vecteur magnétique [Wb/m]

$V$  : Potentiel scalaire électrique [V]

$\phi$  : Potentiel scalaire magnétique [A]

Ainsi, pour un problème donné, plusieurs combinaisons sont envisageables (il existe a priori un grand nombre de formulations possibles). De telles combinaisons aboutissent à des formulations électromagnétiques.

### II.4 Méthodes des résolutions:

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles EDPs. En général, la résolution de ces équations se fait à l'aide des méthodes analytiques ou des méthodes numériques. [45]

#### II.4.1 Méthodes analytiques:

Une résolution analytique repose sur le calcul direct d'une solution exacte des équations différentielles. Plusieurs configurations électromagnétiques de CND par CF ont été traitées analytiquement. Par exemple Dodd et Deeds [46] sont arrivés à une solution analytique pour des configurations axisymétriques en utilisant des techniques d'intégration qui reposent sur le principe de séparation des variables [47]. D'autres travaux ont été effectués dans la même direction : une bobine avec noyau magnétique [48] et une bobine inclinée sur une pièce plane [49]. Malgré ces travaux, le calcul d'une solution analytique pour une configuration électromagnétique donnée est souvent compliqué, voire impossible. En effet, pour chaque configuration qu'on désirera traiter (type de défaut, bord de pièce, ...) il faudra repartir des équations de l'électromagnétisme et mettre en œuvre une nouvelle démarche de calcul parfois très complexe ou insolvable. Par conséquent, il y a très souvent besoin de recourir à des méthodes numériques pour arriver à une solution approchée du problème à résoudre.

Les méthodes analytiques sont : la méthode de séparation des variables, la méthode des séries exponentielles, la méthode des transformations conformes.

##### II.4.1.1 Méthode de séparation des variables:

Elle consiste à remplacer une équation aux dérivées partielles par des équations différentielles linéaires à coefficients constants. Elle est introduite pour remplacer un problème à plusieurs dimensions par des problèmes unidimensionnels. Elle est utilisable pour la résolution de l'équation de Laplace dans des systèmes de coordonnées cartésiennes, cylindriques et sphériques, et quelques autres systèmes d'usage moins courant, dont les systèmes elliptique, parabolique et hyperbolique [50].

#### II.4.2 Méthodes numériques:

Les méthodes numériques ont pris un essor considérable avec l'avènement des moyens informatiques, dans les années 50. Pour des géométries plus complexes, on a recours à des méthodes numériques qui font appel à des techniques de discrétisation. En effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations

algébriques compte tenu des conditions aux limites. La solution fournit une approximation de l'inconnue en différents points situés aux nœuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation [45].

Les formulations magnétodynamiques précédemment exposées sont des équations aux dérivées partielles sous forme continue. Elles peuvent être résolues par l'une des méthodes numériques suivantes :

La méthode des différences finies (MDF), la méthode des intégrales de frontières (MIF), la méthode des volumes finis (MVF), et la méthode des éléments finis (MEF)

### II.4.2.1 Méthode des différences finis (MDF):

Historiquement la première, elle consiste à discrétiser le domaine étudié par un réseau de points à mailles rectangulaires et à remplacer les opérateurs différentiels par des opérateurs de différences entre les valeurs de l'inconnue en différents points voisins.

Si  $f(p)$  est une fonction du paramètre scalaire  $p$ , une approximation de sa dérivée première s'obtient par :

$$\frac{df}{dp} \approx \frac{\Delta f}{\Delta p} = \frac{f(p+\Delta p) - f(p)}{\Delta p} \quad (\text{II.30})$$

Cette approximation est simple et générale, cela revient à considérer une combinaison linéaire des valeurs de l'inconnue au point considéré et au point environnant. Ceci mène à un système linéaire ou non linéaire d'équations qui peut être résolu.

Cette méthode est rarement utilisée à cause de son maillage qui s'adapte mal aux géométries à frontières complexes et à cause de l'importance de la taille des systèmes algébriques, ce qui induit un temps de résolution important et une précision des calculs coûteuse [51].

### II.4.2.2 Méthode des intégrales de frontières(MIF)

Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure tridimensionnelle ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude. Elle est utilisée en magnétostatique ou bien elle est couplée avec la MEF pour calculer des champs électromagnétiques dans les milieux linéaires et non conducteurs [43].

Elle repose sur la méthode plus générale des équations intégrales. Les EDPs sont remplacées par des équations intégrales. Les fonctions de Green, noyaux de ces intégrales, représentent la réponse due à une source ponctuelle (réponse impulsionnelle) dans le contexte de la géométrie étudiée [52]. Cette méthode ne peut s'appliquer que si les courants de Foucault se développent sur une profondeur qui peut être considérée comme négligeable devant les autres dimensions (excitation à haute fréquence, profondeur de pénétration nulle [53]).

Cette méthode présente l'avantage de prendre en compte des domaines infinis, une taille de systèmes algébriques réduite et donc un temps de calcul minime. Comme elle présente l'inconvénient de ne résoudre que les problèmes linéaires et une imprécision due à la considération des courants surfaciques [54].

### II.4.2.3 Méthode des volumes finis (MVF):

La méthode des volumes finis, appelée aussi méthode des volumes de contrôles, est une méthode de résidus pondérés où les fonctions de poids sont égales à l'unité dans des volumes finis donnés. Comme pour la MDF, elle propose une partition du domaine d'étude en éléments appelés "Volume de contrôle". Contrairement à la MDF, elle utilise une approximation de la solution en intégrant l'équation sur le volume de contrôle [36].

### II.4.2.4 Méthode des éléments finis (MEF)

La méthode des éléments finis est couramment employée lors de l'étude des systèmes électromagnétiques complexes. Elle permet d'obtenir des résultats de calcul avec une bonne précision et d'étudier de façon précise la répartition interne du flux magnétique, en prenant en compte les phénomènes de saturation et de création de courants de Foucault à l'intérieur des matériaux. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en sous-domaines dit éléments finis, et approcher l'inconnu (les potentiels vecteur magnétique  $\vec{A}$  et scalaire électrique  $V$ ) dans chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de premier ou deuxième degré. L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction de ses valeurs nodales, ce qui impose la continuité de l'inconnu sur les interfaces des éléments. Les grandeurs électromagnétiques (densité des CF, champ magnétique, ...) sont calculées à partir de  $\vec{A}$  et  $V$ .

Le principe de la méthode des éléments finis est la transformation de l'équation aux dérivées partielles (EDP) qui régit le problème traité en un système d'équation algébrique dont la résolution permet de définir l'inconnu à un ensemble de points (nœuds) de la discrétisation. Le passage de l'EDP au système algébrique s'opère à travers une formulation intégrale dans laquelle l'approximation de l'inconnue est introduite. Le critère de minimisation de la forme intégrale est pondéré par une fonction assurant un résidu d'approximation le plus faible possible [37].

#### II.4.2.4.1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique:

- Modélisation de la physique du problème : choix des équations régissant le problème avec conditions limites et initiales, choix du domaine physique, loi de comportement, autres hypothèses ...
- Représentation discrète de la géométrie : génération d'un maillage.
- Obtention de l'équation d'équilibre discrète. Cette étape consiste à remplacer tous les termes de dérivées sous une forme discrète à l'aide d'une technique basée sur les développements limités.
- Assemblage du système discret. Application de l'équation discrète sur l'ensemble des nœuds autorisés pour obtenir le système suivant :

$$[M]. \{A\} = \{K\}$$

- Mise en place des conditions aux limites dans le système d'équations.
- La résolution, pour un problème linéaire, il s'agit de trouver :

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

$$\{A\} = [M]^{-1} \{K\}$$

- Analyse des résultats. Le synoptique des étapes de la MEF est donné par la figure II.2 ci-dessous.

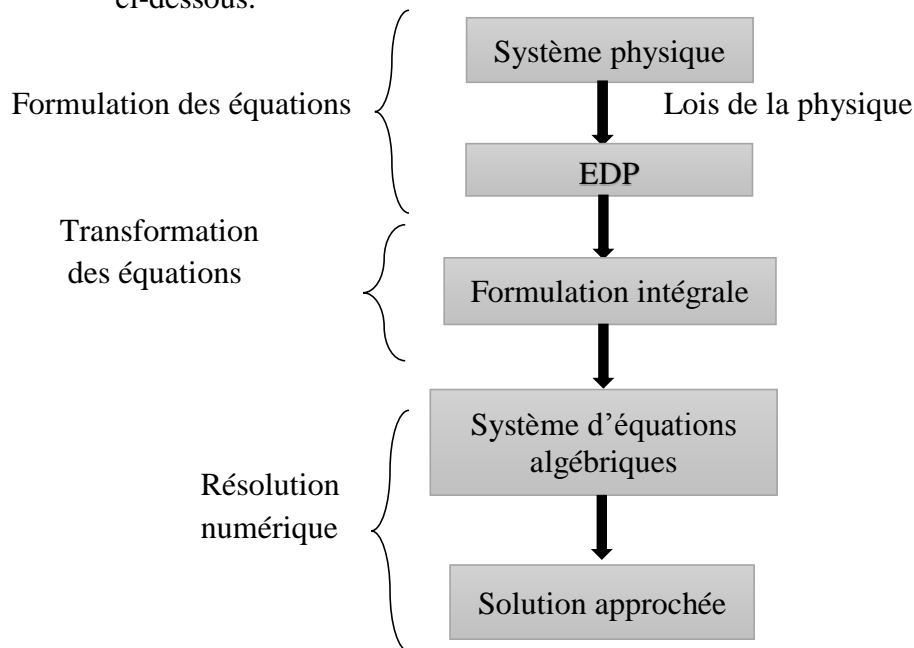


Figure II.3: Les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis [37]

### II.4.2.4.2 Eléments de base:

L'approche de base de la méthode des éléments finis est de subdiviser le domaine d'étude en sous domaines appelés éléments dont on aurait préalablement considéré une forme géométrique de base. Pour des problèmes à une, deux et trois dimensions les éléments de bases sont :

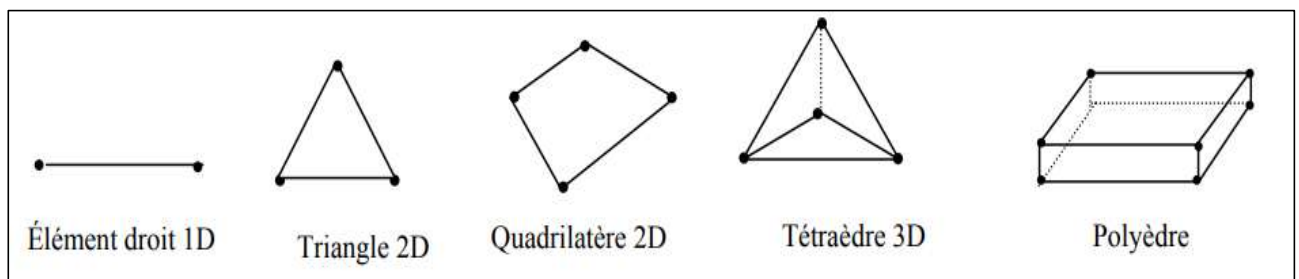


Figure II.4 : Eléments de base [54]

### II.4.2.4.3 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

#### Avantages:

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte de la non linéarité accrue.
- Temps de calcul relativement avantageux.

**Inconvénients :**

- Mise en œuvre relativement difficile.
- Prise en considération de domaine infinie.
- Présence de singularités dans le domaine d'étude [9].

**II.4.2.4.3 Potentiel vecteur magnétique:**

Le potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  dans un élément peut être approchée par des fonctions d'approximations dont l'expression varie d'un type d'élément à un autre. Ces fonctions d'approximations qui sont généralement de type polynomiale doivent assurer la continuité du potentiel aux interfaces des éléments. Pour un élément triangulaire de premier ordre, dans le domaine global contenant N nœuds, l'inconnu s'exprime alors [37] :

$$A = \sum_{j=1}^N N_j A_j$$

N : nombre de nœuds

$A_j$ : valeur de l'inconnue au nœud j

$N_j$  : fonction d'approximation (d'interpolation) au nœud j

**II.5 Formulation éléments finis des équations du modèle:**

**II.5.1 Équation magnétodynamique:**

**II.5.1.1 Cas de système de coordonnées cartésien:**

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source et en régime harmonique est donnée par [37]

$$\overrightarrow{rot} \left( \frac{1}{\mu} \cdot \overrightarrow{rot}(\vec{A}) \right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A}_z = J_{sz} \tag{II.31}$$

L'équation (II.31) peut s'écrire sous la forme :

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial y} \right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z = J_{sz} \tag{II.32}$$

La formulation intégrale de l'équation (II.32) peut être donnée par :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left( -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial y} \right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z - J_z \right) dx \cdot dy = 0 \tag{II.33}$$

L'équation (II.33) peut être réécrite comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\mu \partial y} \right) \right) dx \cdot dy + j \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \cdot dy$$

(II.34)

avec :  $v = \frac{1}{\mu}$  ; La réductivité magnétique

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

L'application de théorème de Green, nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned}
 & \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \cdot dx dy \\
 &= - \iint_{\Omega} v \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y) \right) \quad (\text{II.35}) \\
 &= \iint_{\Omega} v \cdot \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma
 \end{aligned}$$

En remplaçant (II-35) dans l'équation (II-34) on aura :

$$\begin{aligned}
 & - \iint_{\Omega} v \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma + j \cdot w \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \\
 & (\text{II.36})
 \end{aligned}$$

Avec  $\Gamma$  le contour sur le quel repose la surface  $\Omega$  .

En considérant des conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule ;

$$\int_{\Gamma} v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{II.37})$$

L'expression (II.36) devient alors

$$- \iint_{\Omega} v \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla A_z} dx dy + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{II.38})$$

Sachant que :

$$A_z^e = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{II.39})$$

En remplaçant (II.39) dans (II.38) nous obtenons

$$\sum_{j=1}^N \left[ - \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} \cdot dx dy + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \sigma \cdot dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx dy \quad (\text{II.40})$$

L'équation (II.40) peut être écrite pour tous les nœuds du domaine sous la forme algébrique, on obtient alors l'expression suivante

$$(j \cdot \omega [\mathbf{K}] + [\mathbf{M}]) \{ \mathbf{A} \} = \{ \mathbf{F} \} \quad (\text{II.41})$$

[M] : matrice de raideur.

[K] : matrice dynamique.

[F] : vecteur source.

[A] : vecteur des inconnues.

Avec :

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} \cdot dx dy$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \sigma \cdot dx dy$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dx \cdot dy$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

Ou  $A_r$  est la partie réel et  $A_i$  est la partie imaginaire.

### II.5.1.2 Cas de système de coordonnées cylindriques (axisymétriques):

En considérant le régime harmonique et en faisant le même raisonnement que le cas des coordonnées cartésiennes on aura : [37]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial r \cdot A_{\phi}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial r \cdot A_{\phi}}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{\partial r \cdot A_{\phi}}{\partial t} = -J_{ex} \quad (\text{II.42})$$

En considérant comme inconnu le potentiel vecteur modifié donné par  $A^* = r \cdot A_{\phi}$  l'équation (II.42) devient ;

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left( \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right) \cdot dr \cdot dz + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma A^* \cdot \frac{dr \cdot dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \cdot dz \quad (\text{II.43})$$

L'application du théorème de green, nous permet d'écrire

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left( \frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \cdot dr \cdot dz + \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A^* \cdot \frac{dr \cdot dz}{r} =$$

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \cdot dz \quad (\text{II.44})$$

En considérant les conditions aux limites type Dirichlet ou Newmann homogène, le terme sur la frontière s'annule. En remplaçant A par sa forme discrétisée :

$$A^* = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{II.45})$$

On aura

$$\sum_{j=1}^N \left[ \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} \cdot dr \cdot dz \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^N \left[ \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A \cdot \frac{dr \cdot dz}{r} \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{\phi} \cdot dr \cdot dz$$

(II.46)

L'équation (II.45) s'écrit sur tous les nœuds du domaine sous la forme matricielle suivante

$$[K] \cdot \{A\} + j\omega \cdot [M] \cdot \{A\} = \{F\} \quad (\text{II.46})$$

[M] : matrice de raideur.

[L] : matrice dynamique.

[K] : vecteur source.

[A] : vecteur des inconnues.

Avec :

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_i} \cdot \overrightarrow{\nabla \alpha_j} \cdot dr \cdot dz$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \sigma \cdot \frac{dr dz}{r}$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dr dz$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

Où  $A_r$  est la partie réel et  $A_i$  est la partie imaginaire

## II.6 Calcul de l'impédance:

Comme le contrôle par courants de Foucault est fonction de la variation de l'impédance d'un capteur la mesure de ces grandeurs doit être faite pour un matériau sain et pour un matériau comportant des défauts. Il est nécessaire de calculer l'impédance de la sonde à partir du potentiel vecteur [55].

Il y a plusieurs manières de calculer cette variation d'impédance. Nous citons les deux méthodes les plus utilisées.

### II.6.1 Méthode 1: par calcul de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule:

La variation d'impédance peut être déterminée en calculant l'énergie magnétique  $W_m$  emmagasinée dans tout l'espace d'étude et les pertes Joule  $P_J$  définies par les relations suivantes:

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_{\text{espace}} \frac{1}{\mu} |\vec{B}|^2 dv \quad (\text{II.47})$$

$$P_J = \frac{1}{2} \iiint_{\text{conducteur}} \frac{1}{\sigma} |\vec{j}|^2 dv \quad (\text{II.48})$$

avec  $\vec{B}$  et  $\mu$  représentent respectivement l'induction magnétique et la perméabilité magnétique, et  $\vec{j}$  et  $\sigma$  représentent respectivement la densité de courants de Foucault et la conductivité électrique. Connaissant  $W_m$  et  $P_J$ , nous pouvons remonter facilement à la résistance  $R$  et la réactance  $X$  équivalentes du capteur. Les expressions reliant la résistance aux pertes Joule, et la réactance à l'énergie magnétique sont données par les relations suivantes [41]:

$$R = \frac{1}{I^2} P_J \quad (\text{II.49})$$

$$X = \frac{2\omega}{I^2} W_m \quad (\text{II.50})$$

Avec  $I$  et  $\omega$  représentant respectivement le courant d'excitation parcourant la bobine et sa pulsation.

## II.6.2 Méthode 2: par calcul l'induction ou le flux magnétique

Considérons une bobine de section  $s$  composée de  $N$  spire et traversée par un courant d'intensité  $I$ . Le flux traversant un tube de courant d'un rayon  $r$  et de section  $s'$ , est donnée par l'équation (II.51) [9]

$$\Phi = k \iint_{s'} \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot ds' \quad (\text{II.51})$$

Avec :

$k$  : nombre de conducteur dans la section  $s'$ .

L'application du théorème de stocks  $\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$  permet d'avoir :

$$\Phi = k \iint_{s'} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \cdot \vec{n} \cdot ds' = \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (\text{II.52})$$

$C$  : contour fermé  $s'$  appuyant sur  $s'$ .

L'intégration de l'équation (II.52) donne :

$$\Phi = k \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot A \quad (\text{II.53})$$

Sachant que le potentiel vecteur magnétique ne représente que la composante ortho-radiale, le flux total traversant la bobine, est alors donnée par :

$$\Phi = \iint_S \Phi \cdot ds = \iint_S k \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot A_z \cdot ds \quad (\text{II.54})$$

En prenant en compte la répartition uniforme des conducteurs dans les bobines on aura

$$k = \frac{N}{S}$$

$$\Phi = \frac{N}{S} \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot A_z \cdot ds \quad (\text{II.55})$$

L'impédance est donnée par :

$$\bar{Z} = \frac{\bar{U}}{\bar{I}} \quad (\text{II.56})$$

$$\bar{e} = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (\text{II.57})$$

$$\bar{I} = J_{sz} \frac{S}{N} \quad (\text{II.58})$$

$e$  : force électromotrice (fem) [V].

$I$  : courant traversant la bobine [A].

En remplaçant (II.55), (II.57) et (II.58) dans (II.56) on obtient :

$$\bar{Z} = \frac{N^2}{J_{sz} S^2} \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\partial A_z}{\partial t} \cdot ds \quad (\text{II.59})$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, le potentiel vecteur magnétique sera de la forme suivante :

$$A_z = A_0 e^{-j\omega t} = \text{Re}(A_z) + j \text{Im}(A_z) \quad (\text{II.60})$$

## Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques

Finalement, l'expression de l'impédance adoptée pour nos calculs sera donnée par :

$$Re(\bar{Z}) = -\frac{N^2}{J_{sz}S^2} \cdot w \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot Im(A_z) ds \quad (\text{II.61})$$

$$Im(\bar{Z}) = \frac{N^2}{J_{sz}S^2} \cdot w \iint_S 2 \cdot \pi \cdot r \cdot Re(A_z) ds \quad (\text{II.62})$$

### II.7 Calcul de la tension induite:

D'après la loi de Faraday Lenz on a :

$$e = -\frac{d\phi}{dt} \quad (\text{II.63})$$

e : fem [V]

Le flux est donné par :

$$\phi = B \cdot ds \quad (\text{II.64})$$

Et l'induction par :

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (\text{II.65})$$

En remplaçant (II.63) et (II.64) dans (II.65) on obtient :

$$e = -\frac{d}{dt} \text{rot} \vec{A} \cdot ds$$

En hypothèse harmonique  $\frac{d}{dt} = j\omega$

$$e = -j\omega \cdot \text{rot} \vec{A} \cdot \vec{ds} \quad (\text{II.66})$$

On aura

$$V = e = -j\omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot A_\phi \cdot k \quad (\text{II.67})$$

Avec

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\text{et } k = \frac{N}{S}$$

Où N et S représentent respectivement le nombre de spires et la section de la bobine.

### II.8 Conclusion

Les phénomènes physiques qui caractérisent les systèmes électrotechniques sont régis par des équations aux dérivées partielles. Parmi les différentes techniques de résolution numérique de ces équations, la méthode des éléments finis présente l'avantage de pouvoir traiter des géométries complexes et de tenir compte des hétérogénéités des matériaux.

## **Chapitre 2 : Méthodes de résolution des équations électromagnétiques**

Ce chapitre a été consacré à la présentation de cette méthode pour la résolution des équations aux dérivées partielles. Ainsi la modélisation des problèmes électromagnétiques liés aux équations de Maxwell dans le domaine CND-CF a été présentée.

Ensuite nous avons présenté les équations magnétodynamiques dans les deux cas (cartésien, cylindrique), et nous avons aussi présenté le calcul de l'impédance par deux méthodes, par calcul de l'énergie magnétique emmagasinée et les pertes Joule, et par l'induction ou le flux magnétique, ensuite le calcul de la tension induite.

Nous avons présenté par la suite une sonde de réseau de courants de Foucault appliquée pour détecter les défauts dans des structures pipelines à travers des simulations.

## **Chapitre 3: Application et résultats**

### **III.1 Introduction:**

Les outils numériques de simulation d'aujourd'hui sont devenus très performants grâce, d'une part aux avancées technologiques des machines (vitesse d'exécution, mémoire allouée), et d'autre part, aux développements de modèles numériques de plus en plus adaptés aux problèmes rencontrés. Ces outils sont généralement intégrés à des plates-formes de simulations, telles que FLUX 2D ou 3D, ANSYS, MATLAB, CIVA ou COMSOL Multiphysics [25].

Ces logiciels, qui sont en évolution permanente, constituent une plateforme pour toute modélisation de CND visant à caractériser des défauts. Pour notre cas nous avons choisi COMSOL Multiphysics vue sa caractéristique principale à savoir qu'il est multidisciplinaire.

Dans ce chapitre, nous présenterons une sonde de réseau de courants de Foucault appliquée pour détecter les défauts dans des structures pipelines à travers des simulations. Nous allons présenter trois applications pour mettre en évidence l'impact du défaut conducteur sur le signal de la tension induite du capteur pour un capteur de champ à double fonction (application I), et un capteur de champ à fonction séparée (application II), elle est basée sur le potentiel vecteur magnétique.

D'autre part nous allons présenter une sonde de réseau de CF à transmission de force magnétique (application III), pour détecter une fissure dans la paroi interne du tube en aluminium.

### **III.2 Application I: Capteur absolu:**

Dans cette partie nous allons présenter un dispositif de CND par CF utilisant un capteur de champ à double fonctions. Le dispositif à modéliser en 2D axisymétrique est représenté sur la Figure (III.1). Ce dernier est développé pour détecter les défauts internes dans des structures pipelines.

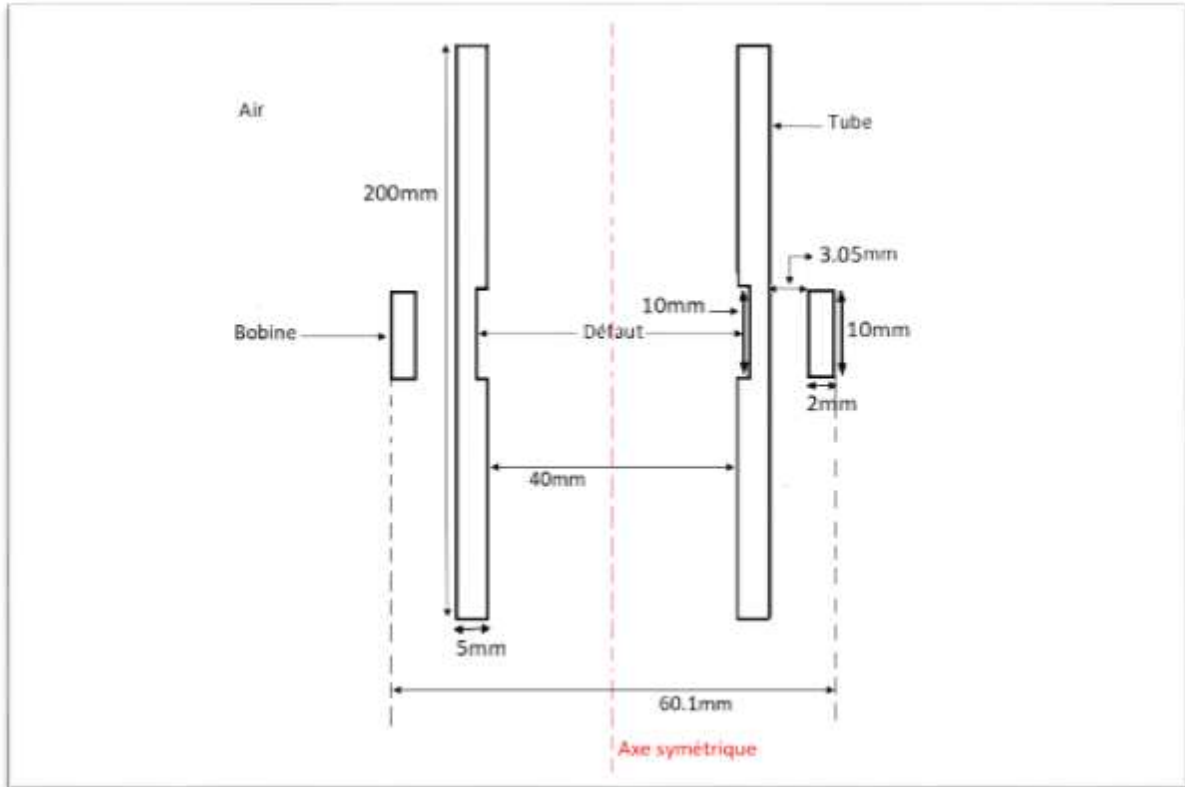


Figure III.1 : Modèle géométrique de dispositif étudié

Le dispositif comprend un tube conducteur (en aluminium), contenant à l'intérieur du tube une fissure de profondeurs de 0,5mm ; 1 mm ; 1,5 mm ; 2 mm ; 2,5 mm ; 3 mm. A l'extérieur du tube une bobine d'excitation de 195 spires représentant le capteur CF en mode absolu alimenté en courant sinusoïdal avec une fréquence de 1[kHz], et une amplitude du signal d'excitation de 2,5 V.

### III.2.1 Paramètres géométriques:

Les paramètres géométriques du dispositif étudié sont présentés dans le tableau III.1

	Diamètre extérieur [mm]	Diamètre intérieur [mm]	Epaisseur [mm]	Hauteur [mm]
Tube	50	40	5	200
Défaut	/	/	0,5;1;1,5;2;2,5;3	10
Bobine	60,1	56,1	2	10

Tableau III.1 : Paramètres géométriques

### III.2.2 Paramètres physiques:

Les paramètres physiques du dispositif étudié sont présentés dans le tableau III.2

	Perméabilité magnétique relative ( $\mu_r$ )	Conductivité électrique ( $\sigma$ ) [S/m]	Tension d'alimentation [V]
Tube	1	$3,774.10^7$	0
Défaut ; Air	1	0	0
Bobine	1	$5,6.10^7$	2,5

Tableau 2 Paramètres physiques Tableau III.2 : Paramètres physiques

### III.2.3 Résultats de simulations:

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats de simulation obtenus sous environnement COMSOL multiphysics. La fréquence du signal de commande d'alimentation est réglée sur  $f = 1$  kHz. Les résultats sont présentés ci-après.

#### III.2.3.1 Potentiel vecteur magnétique:

Après la simulation on a obtenu le comportement des isovaleurs de potentiel vecteur magnétique comme le montre la figure III.2.

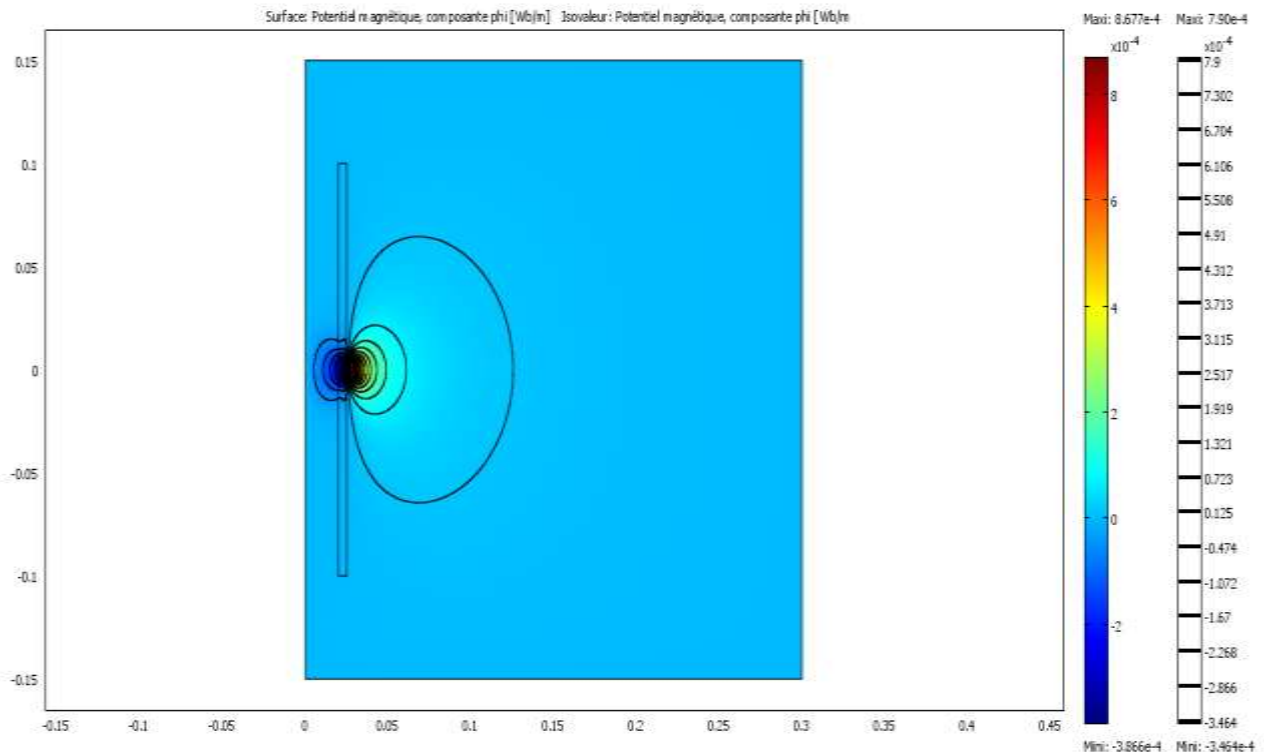


Figure III.2 : Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

Pour une meilleure visibilité, un zoom a été effectué et le résultat est représenté dans la figure III.3.

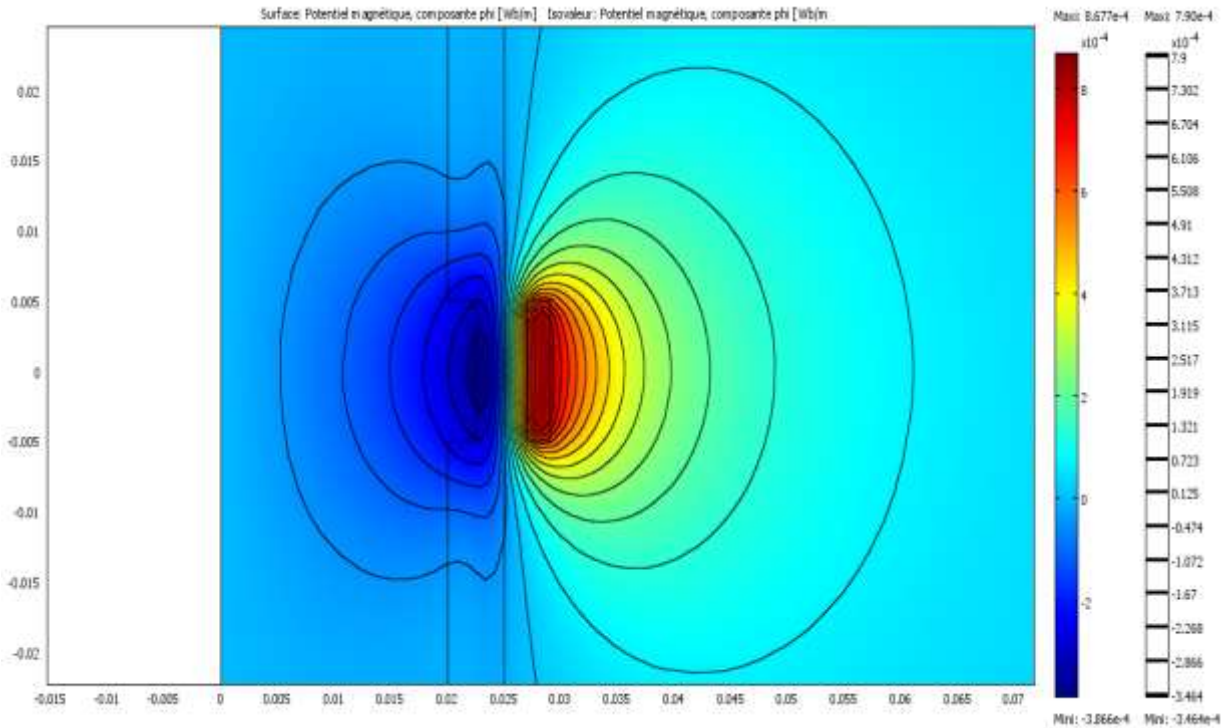


Figure III.3 : Zoom de la figure III.2

Les isovaleurs du potentiel vecteur magnétique sont de forme homogène (uniforme) lorsque le même dispositif étudié est sans fissure. Dans le cas où le défaut est présent avec une certaine profondeur (par exemple 2,5mm) on remarque que les lignes de potentiel vecteur magnétique sont déformées (inhomogène).

### III.2.3.2 Variation de la tension induite en fonction de la profondeur du défaut:

Dans cette partie, la profondeur du défaut est variée, et pour chaque profondeur on calcule la tension induite vu par le capteur. La tension induite est calculée en utilisant la formule suivante :

$$V = e = -j\omega \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot A_{\phi} \cdot k \quad (\text{III.1})$$

Dans le tableau suivant, les valeurs de la tension induite sont données en fonction de la profondeur du défaut :

Profondeur du défaut [mm]	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Tension complexe	- 352.4146 35- 173.9187 96i	- 351.6506 86- 173.7410 47i	- 350.7141 37- 173.1180 21i	- 349.790847 - 171.815006 i	- 349.231977 - 169.529034 i	- 349.753014 - 166.054534 i
Tension module [V]	392.9934	392.2297	391.1141	389.7102	388.2049	387.1709

Tableau III.3 : Tension induite en fonction de la profondeur du défaut [mm]

La figure ci-après, représente la variation de la tension induite du capteur en fonction de la profondeur du défaut (figure III.4). En utilisant l'équation suivant pour tracés cette figure,

$$\Delta V2 = V2_{ind_{sans\ défaut}} - V2_{ind_{avec\ défaut}} \quad (III.2)$$

Avec :

$V2_{ind_{sans\ défaut}} = -352.965548 - 173.781154i$  : Tension induite sans défaut au niveau de la bobine de détection

$V2_{ind_{avec\ défaut}}$  : Tension induite avec défaut au niveau de la bobine de détection

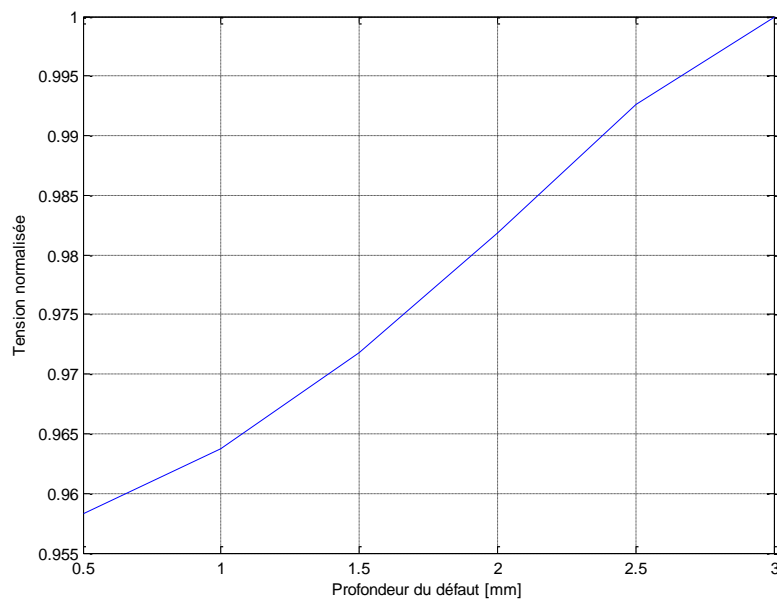


Figure III.4 : Tension normalisée en fonction de la profondeur du défaut [mm]

Nous observons, à partir de la figure précédente, que la tension augmente lorsque la profondeur du défaut augmente.

### III.2.3.3 Variation de la tension induite en fonction du déplacement du capteur:

Dans cette partie, on fait déplacé le capteur le long du défaut et pour chaque position la variation de tension due au défaut est calculée.

Le tableau suivant représente les valeurs de la tension induite en fonction du déplacement du capteur.

Déplacement du capteur (m)	-0.03	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03
Tension complexe	- 352.9639 25- 173.7856 12i	- 352.8937 53- 173.8041 9i	- 351.870058 - 173.448338 i	- 349.231977 - 169.529034 i	- 351.913741 - 173.439165 i	- 352.923745 - 173.798567 i	- 352.96392 5- 173.78561 2i
Tension module [V]	393.4272	393.3725	392.2969	388.2049	392.3320	393.3969	393.4272

Tableau III.4 : Tension induite en fonction du déplacement du capteur [m]

La figure suivante représente la tension normalisée en fonction du déplacement du capteur.

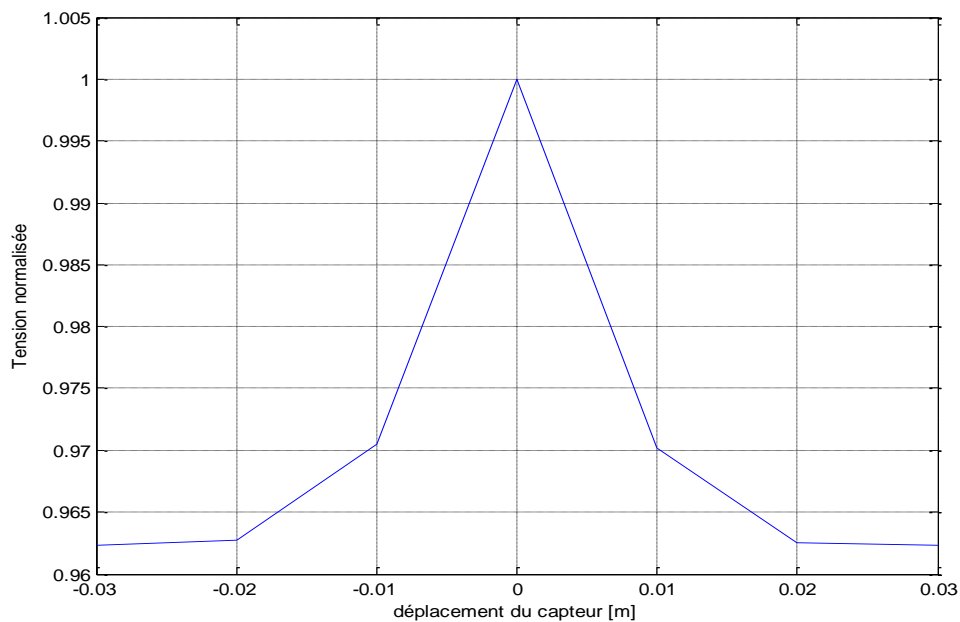


Figure III.6 : Tension normalisée en fonction du déplacement du capteur

Sur la figure, nous remarquons que la valeur de tension est stable de  $-0.03\text{m}$  jusqu'à  $-0.02\text{m}$  et de  $0.02\text{m}$  à  $0.03\text{m}$ , (absence du défaut). Et la tension sa change et augmente lorsque le capteur s'approche du défaut.

### III.3 Application II: capteur différentiel

Dans cette partie nous allons présenter un dispositif de CND par CF utilisant un capteur de champ à fonction séparée de même côté. Cette capteur est constitué de deux bobines : une bobine (émettrice) est utilisée pour créer un champ électromagnétique alternatif, tandis que la seconde bobine (réceptrice) est utilisée pour la réception de la réponse de la pièce testée. Les deux bobines qui constituent ce capteur sont rectangulaires et identiques. Le dispositif à modéliser en 2D axisymétrique est représenté sur la figure (III.8). Ce dernier est développé pour détecter les défauts internes dans des structures pipelines.

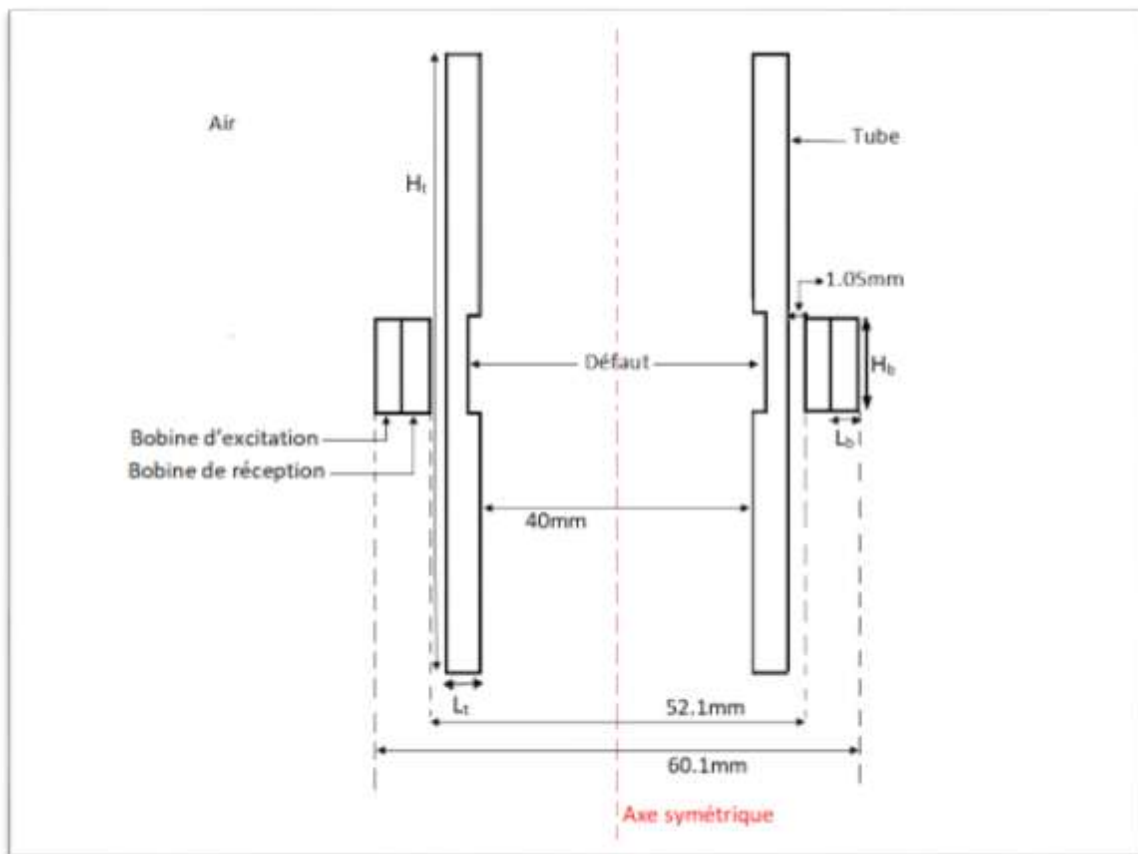


Figure III.8 : modèle géométrique de dispositif étudié

Ce dernier comprend les mêmes propriétés que la première application sauf que on ajoute une bobine de réception de 412 spires à côté de la bobine d'excitation.

#### III.3.1 Paramètres géométriques:

Les paramètres géométriques de dispositif étudié sont présentés dans le tableau III.5

	Diamètre extérieur [mm]	Diamètre intérieur [mm]	Epaisseur [mm]	Hauteur [mm]
Matériau (tube)	50	40	5	200
Défaut	/	/	0.5;1;1.5;2;2.5;3	10
Bobine d'excitation	60,1	56,1	2	10
Bobine de réception	56,1	52,1	2	10

Tableau III.5 : paramètres géométriques

### III.3.2 Paramètres physiques:

Les paramètres physiques de dispositif étudié sont présentés dans le tableau III.6

	Perméabilité magnétique relative ( $\mu_r$ )	Conductivité électrique ( $\sigma$ ) [S/m]	Tension d'alimentation [V]
Matériau (tube)	1	$3,774.10^7$	0
Défaut ; Air	1	0	0
Bobine d'excitation	1	$5,6.10^7$	2,5
Bobine de réception	1	$5,6.10^7$	0

Tableau III.6 : paramètres physiques

### III.3.3 Résultats de simulations:

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats de simulation obtenus sous environnement COMSOL Multiphysics. La fréquence du signal de commande d'alimentation est réglée sur  $f=1\text{kHz}$ . Les résultats sont présentés ci-après.

#### III.3.3.1 Potentiel vecteur magnétique:

Après avoir implémenté notre modèle sous COMSOL-Multiphysics, nous procédons à la visualisation de Potentiel vecteur magnétique de la figure suivant, avec une fissure de profondeur de 2.5[mm].

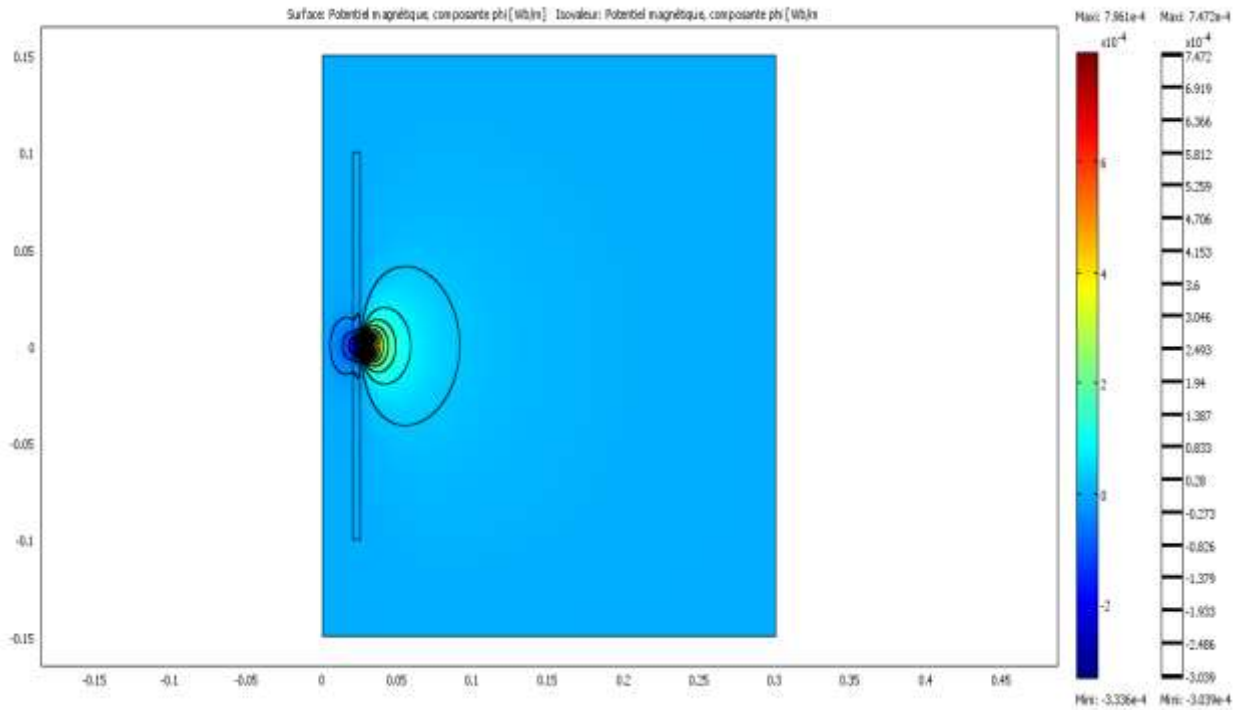


Figure III.9 : Isovaleurs du potentiel vecteur magnétique

Pour une meilleure visibilité, un zoom a été effectué et le résultat est représenté dans la figure III.10.

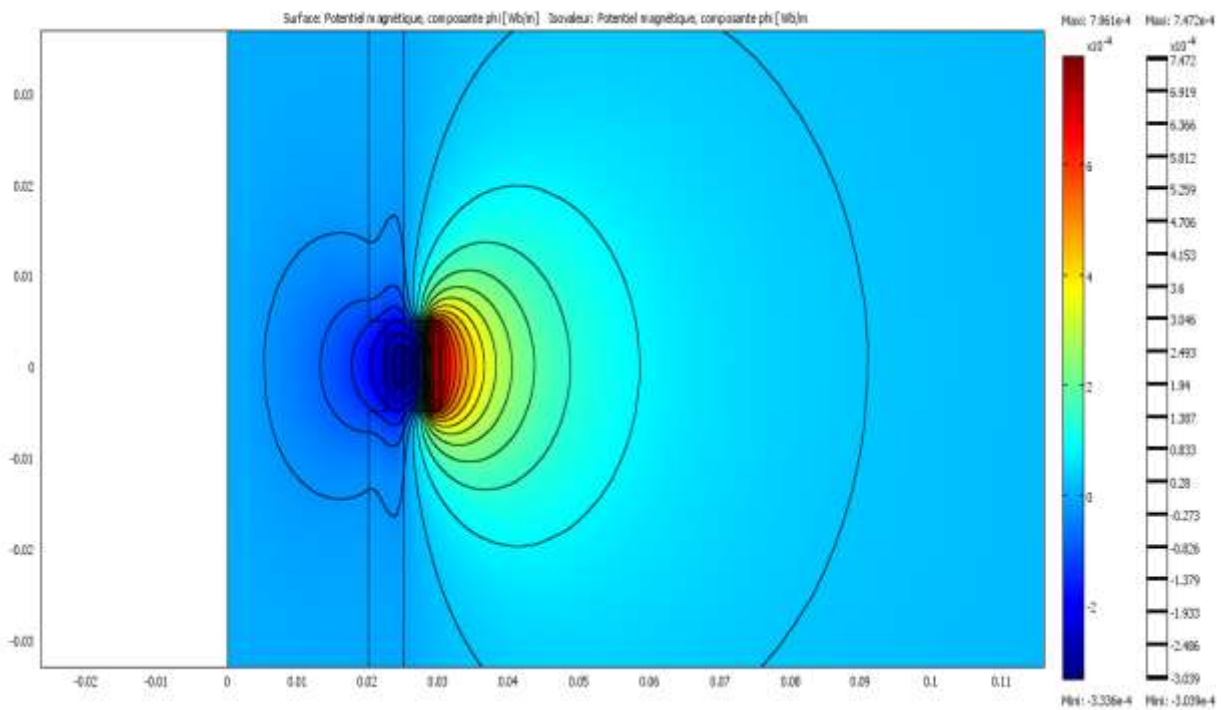


Figure III.10 : Zoom de figure III.9

On remarque que les lignes de champ sont déformées dans ce cas, par contre lorsqu'on modélisé le même dispositif sans fissure les lignes sont d'une forme uniforme.

### III.3.3.2 Variation de la tension induite en fonction de la profondeur du défaut:

Dans cette partie, la profondeur du défaut est variée, et pour chaque profondeur on calcule la tension induite vu par le capteur (bobine de détection). En utilisant la formule de l'équation précédemment définie pour récupérer la tension induite au niveau de la bobine de détection (b2), avec une tension sans défaut est égale  $-343.824646+31.481293i$  ;

Les valeurs de la tension sont présentées dans le tableau suivant.

	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Tension complexe b2	343.391036 + 31.211852i	- 342.67790 5 +31.06262 li	- 341.65727 9 +31.20914 7i	- 340.35093 9 +31.95568 8i	- 338.97158 9 +33.65204 6i	- 338.01531 4 +36.75454 4i
Tension en module b2 [mV]	313.1886	313.2039	313.1085	312.8497	312.3214	311.4299

Tableau III.7: Tension induite en fonction de la profondeur du défaut [mm]

La figure ci-après, représente la variation de la tension induite du capteur en fonction de la profondeur du défaut.

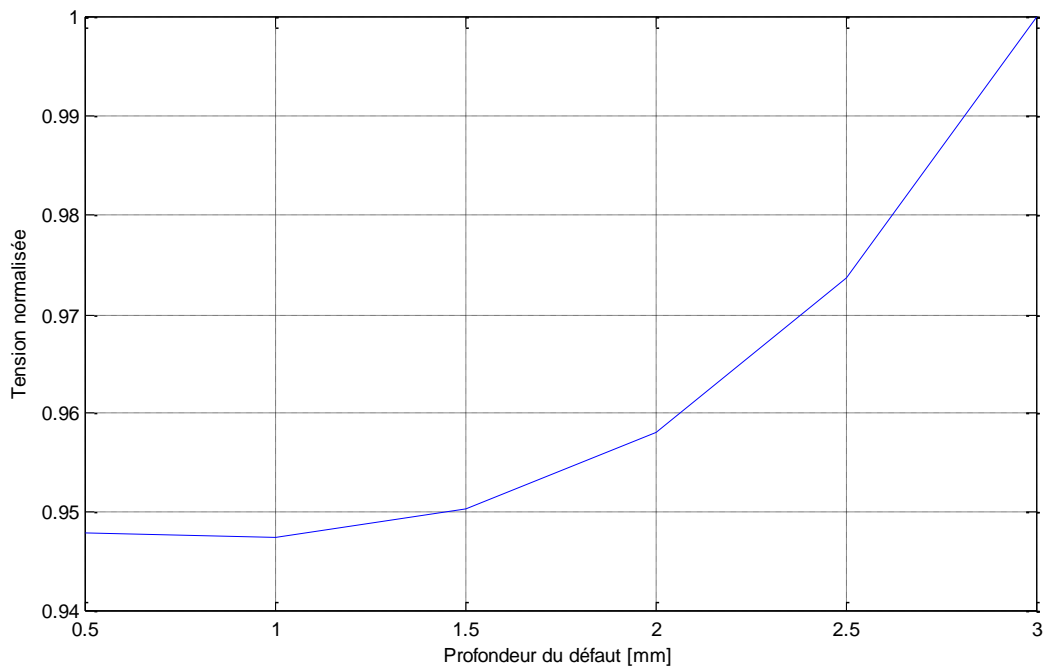


Figure III.11 : Tension NOR en fonction de la profondeur du défaut

La tension induite augmente en fonction de l'augmentation de profondeur du défaut dans la bobine de détection (b2).

### III.3.3.3 Variation de la tension induite en fonction du déplacement du capteur:

Dans cette partie, on fait déplacé les deux capteurs le long du défaut et pour chaque position la variation de tension due au défaut est calculée (équation III.1). Le tableau suivant représente les valeurs de la tension induite en fonction du déplacement du capteur :

	-0.02	-0.015	-0.01	-0.005	0	0.005	0.01	0.015	0.02
Tension complexe b2	- 343.8182 73+31.41 0661i	- 343.61 0868+3 1.4724i	- 342.9053 63+31.48 4161i	- 340.6064 48+32.65 4011i	- 338.97 1589+3 3.6520 46i	- 340.66 1058+3 2.5773 55i	- 342.88 6552+3 1.5128 29i	- 343.570 898+31 .525337 i	- 343.80 0662+3 1.4352 83i
Tension b2 en module	345.2501	345.04 92	344.3477	342.1681	340.63 79	342.21 52	344.33 16	345.014 2	345.23 48

Tableau III.8: Tension induite au borne b2 en fonction du déplacement du capteur [m]

La figure suivante représente la tension normalisée en fonction du déplacement du capteur.

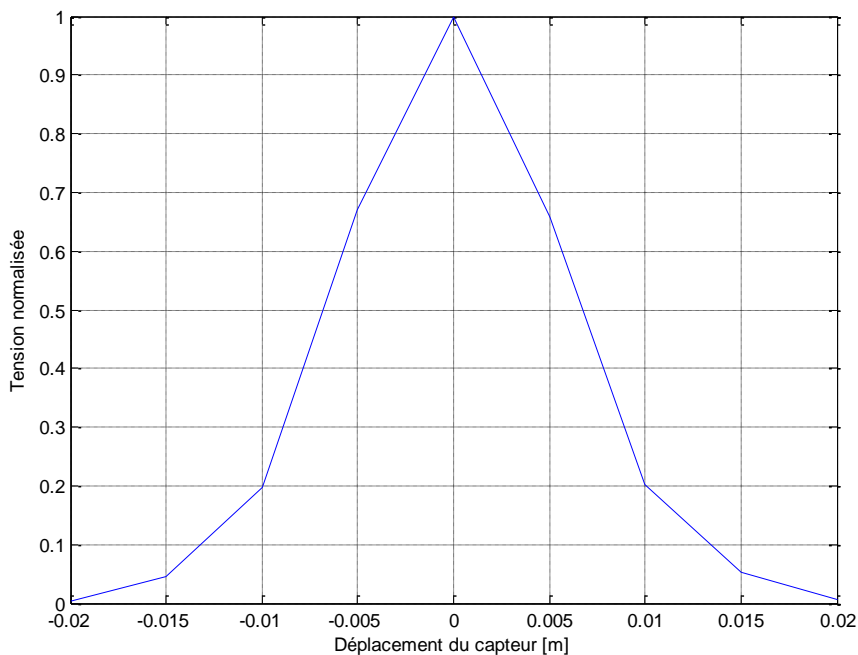


Figure III.12: Tension induite en fonction du déplacement du capteur

On remarque que la tension induite augmente lorsque le capteur se rapproche du zéro et atteindre une valeur maximale de zéro.

D'après ces résultats nous avons confirmé l'exactitude des résultats que nous avons obtenus dans le premier cas.

Lorsque le capteur est loin du défaut la variation de la tension du capteur stable cela s'explique par le fait que la partie de la pièce en face du capteur est saine, et lorsque le capteur se rapproche du défaut la tension augmente jusqu'à une valeur maximale.

Donc la variation de la tension induite est plus importante pour le capteur (bobine) situé au milieu du défaut, et diminue pour la bobine qui s'éloignent du défaut.

### III.4 Application III: transmission de force magnétique:

La sonde de réseau de courants de Foucault de transmission de force magnétique se compose d'un ensemble de dispositif d'excitation et dispositif de détection figure III.13.

Le dispositif d'excitation est situé à l'extérieur du tube, le dispositif de détection est situé à l'intérieur du tube. Un aimant permanent et une bobine d'excitation enroulé autour du squelette en PVC.

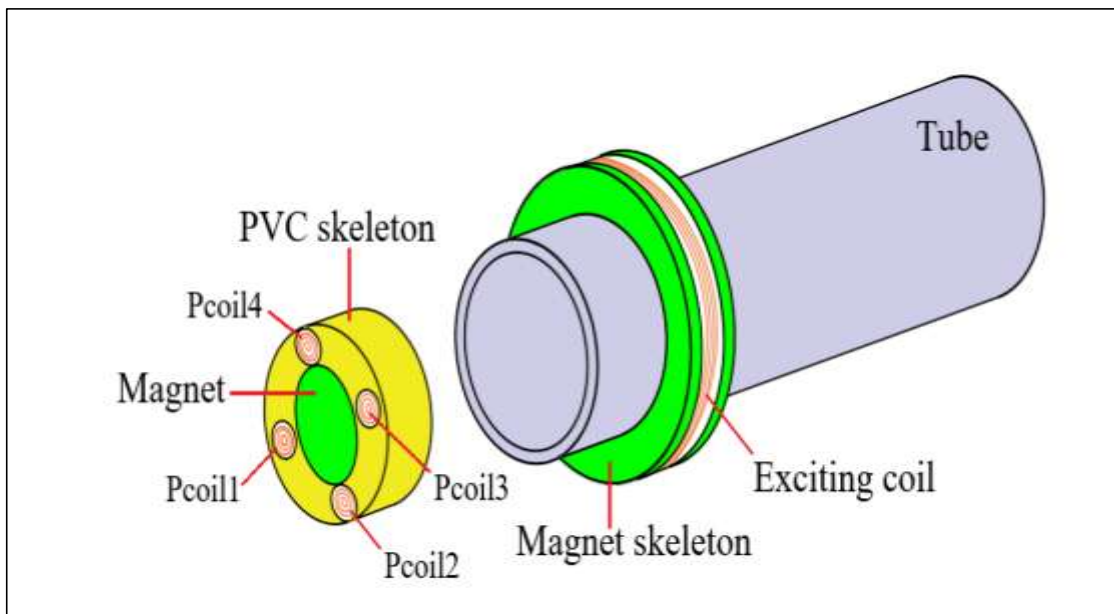


Figure III.13 : Structure de la sonde de réseau de CF de transmission de force magnétique

Le dispositif à modéliser en 2D axisymétrique est représenté sur la Figure (III.14). En fixe la fréquence d'alimentation sur 1000 Hz, avec une amplitude de tension de 2.5V, le nombre de spire de la bobine d'excitation est 195 spires, et pour les bobines de détection est 1060 spires.

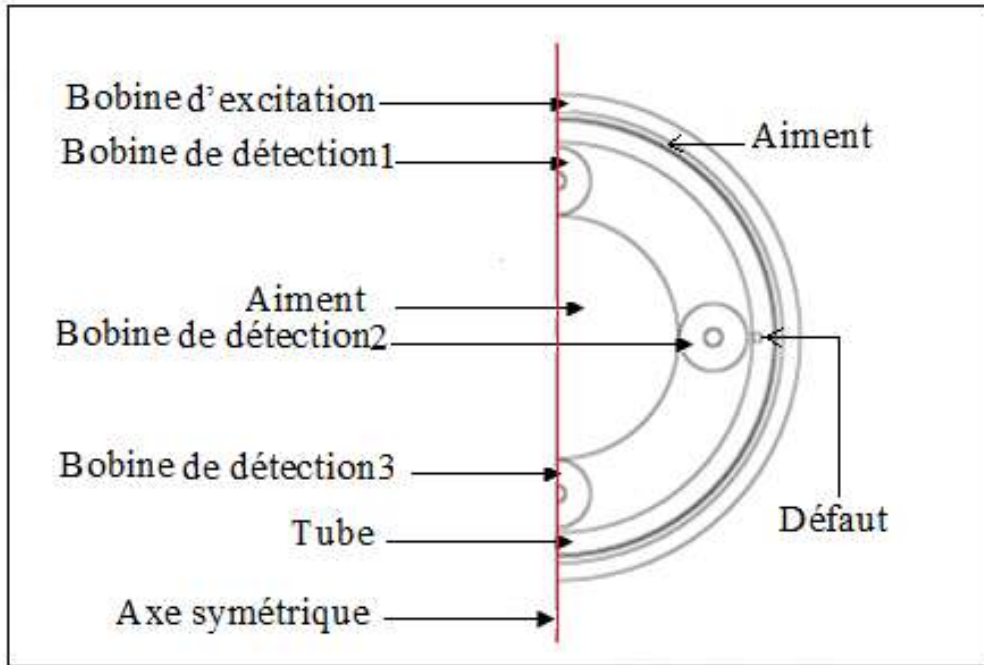


Figure III.14 : modèle géométrique du dispositif étudié

Les paramètres géométriques et physiques sont représentés dans les tableaux III.9, III.10 respectivement

### III.4.1 Paramètres géométriques:

	Diamètre intérieur	Diamètre extérieur	Largeur	Hauteur
Tube	50	40	5	200
Fissure	/	/	2, 3, 4	2
Aiment	61	57	2	20
Bobine	69	61	4	20

Tableau III.9 : Paramètres géométriques

### III.4.2 Paramètres physiques:

	Perméabilité magnétique relative ( $\mu_r$ )	Conductivité électrique ( $\sigma$ ) [S/m]	Tension d'alimentation [V]
Tube	1	$3,774.10^7$	0
Défaut ; Air	1	0	0
Aiment	4000	0	0
Bobine d'excitation	1	$5,6.10^7$	2.5
Les bobines de détection	1	$5,6.10^7$	0

Tableau III.10 : Paramètres physiques

### III.4.3 Résultats de simulation:

#### III.4.3.1 Variation de la tension induite en fonction des bobines de détection:

Dans cette partie, nous avons fixé la profondeur du défaut sur 3mm, et on calcule la tension induite vu par les trois bobines de détection. Pour calculé cette tension toujours nous utilisant la formule de l'équation (II.61), les valeurs de la tension sont présentées dans le tableau suivant.

	B21	B22	B23
Tension complexe	0.011112-0.002034i	0.046391-0.029661i	0.011112-0.002034i
Tension module [V]	0.0113	0.0551	0.0113

Tableau III.10 : tension induite en fonction des trois bobines de détection

La figure ci-après représente la tension en valeur normalisé en fonction des trois bobines de détection.

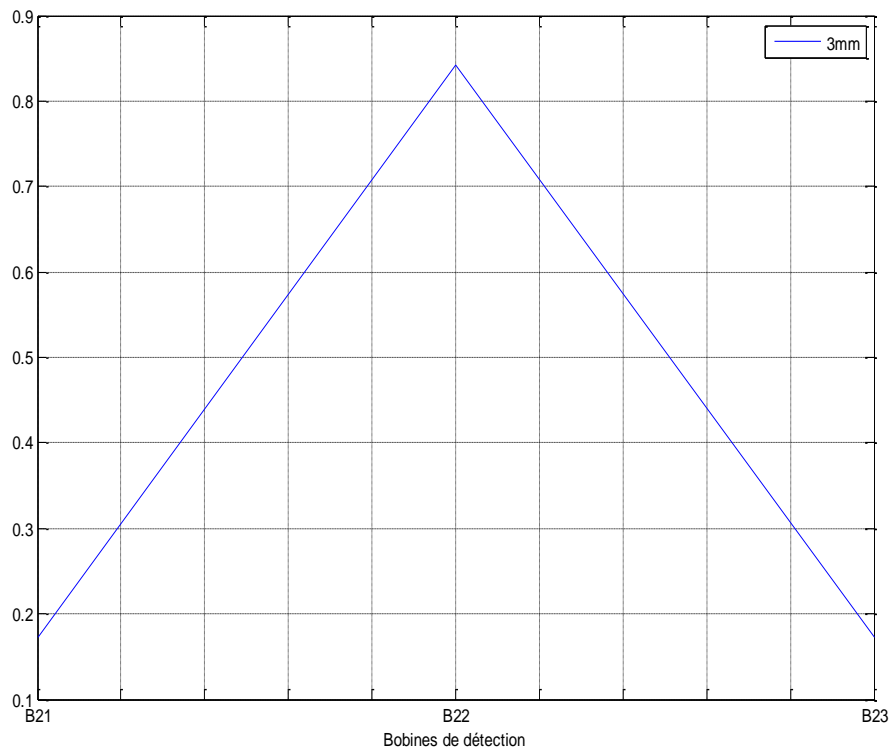


Figure III.14 : Tension normalisée en fonction des trois bobines de détection.

Avec :

B21 : bobine de détection 1

B22 : bobine de détection 2

B23 : bobine de détection 3

On remarque, La tension induite au niveau de la bobine de détection 2 est importante par rapport aux autres bobines de détection (1 et 3), car le défaut est proche de la deuxième bobine.

#### **III.4.3.2 Conclusion:**

Dans ce chapitre, le CND-CF est utilisé dans le but de détecter les défauts dans une structure pipeline, en utilisant un capteur à double fonction et un tube avec fissure comme une première application, une deuxième application pour le même dispositif que la premier saut que dans cette application en utilise un capteur différentiel avec une bobine d'excitation et une bobine de détection, et une dernière application en utilisant un capteur différentielle avec une bobine d'excitation et quatre bobines de détection, la modélisation est réalisé en 2D axisymétrique. On calcul la tension induite dans les 3 cas précédent on trouve que la variation de la tension induite est plus importante pour le capteur (bobine) situé au milieu du défaut, et diminue pour la bobine qui s'éloignent du défaut.

La transmission de force par les courants de Foucault est une technologie prometteuse avec un large éventail d'applications potentielles. Sa capacité à transférer une force magnétique, la rend particulièrement intéressante pour les domaines où la précision, la propreté et la fiabilité sont essentielles.

## Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire rentre dans le cadre du contrôle non destructif par courants de Foucault. En CND par CF, l'utilisation d'outils de modélisation permet d'améliorer les procédés de contrôle et la compréhension des données expérimentales observées. La méthode des éléments finis, grâce à sa souplesse et à sa possibilité de traiter des géométries complexes, occupe une place importante dans le cadre des techniques de modélisation utilisées dans le CND par CF.

L'équation qui régit le fonctionnement de notre dispositif a été formulée à partir des équations de Maxwell pour aboutir à une équation différentielle aux dérivées partielles, le modèle magnétodynamique, qu'on a résolu numériquement par la méthode des éléments finis (MEF).

Les capteurs à courants de Foucault (CF) en contrôle non destructif sont depuis de nombreuses années appréciés pour leurs robustesses et leurs facilités d'implantation l'interprétation des signaux CF reste un problème délicat. Cela vient de l'effet que les signaux obtenus sont fonction de la géométrie locale de la cible, de ses propriétés électriques, du positionnement relatif capteur/cible... etc.

Dans la suite de notre mémoire nous nous sommes intéressés à la modélisation avec le logiciel COMSOL multiphysics. Ce logiciel est un outil de conception et de modélisation dont l'avantage principal est de ne pas être dédié à un domaine d'application particulier. Il rassemble un ensemble d'outils et une bibliothèque de modèles prédéfinis permettant la simulation de tout processus physique pouvant être décrit par des équations différentielles, y compris donc les équations de Maxwell et les problèmes de CND par CF.

Dans ce travail, une méthode pour la détection non destructive des fissures dans les structures pipelines a été modélisée par la méthode des éléments finis pour le cas d'une configuration axisymétrique 2D.

L'objectif de ce mémoire est de détecter les défauts internes dans des structures pipelines. Dans notre étude, la grandeur électromagnétique calculée est la tension induite vue par le capteur. Cette dernière est sensible à toute variation au niveau des paramètres physique et géométriques du dispositif (capteur/ cible). La tension induite est calculée en fonction de déplacement du capteur et en fonction de la profondeur du défaut, on trouve que cette tension

est importante pour le capteur (bobine) situé au milieu du défaut, et aussi la tension augmente lorsqu'on augmente la profondeur du défaut.

**En perspective**, ce modèle peut être amélioré et étendu pour l'étude du même système en 3D dans le but de calculer la force électromagnétique.

## Références bibliographies:

- [1] C. V. Dodd et W. E. Deeds, « Analytical solutions to eddy-current probecoil problems », *Journal of Applied Physics* 39 (1968), 2829–2838
- [2] ZERGUINI Sakina ; « Elaboration de modèles électromagnétiques caractérisant le contrôle non destructif par courant de Foucault », Thèse de doctorat université de Constantine.
- [3] DUMONT-FILLON Jacques ; « Contrôle non destructif » Ingénieur de l'École Centrale de Paris 10 janv. 1996.
- [4] SINNEMA. G « Safety of spaceflight structures-The application of fracture and damage control ». *Acta Astronautica*, 2019 :1-15.
- [5] S. J. Xie, Z. M. Chen, T. Takagi and T. Uchimoto ; « Quantitative non-destructive evaluation of wall thinning defect in double-layer pipe of nuclear power plants using pulsed ECT method ». *NDT&E International*, 75 (2015) 87-95.
- [6] ZORNI, Chiara ; « Contrôle non destructif par courants de Foucault de milieux ferromagnétiques : de l'expérience au modèle d'interaction », Thèse de l'université paris-sud 11 ,2012.
- [7] S. KUMAR and D. MAHTO ; « Recent Trends In Industrial And Other Engineering Applications Of Non Destructive Testing », *Int. J. Sci. Eng. Res.*, vol. 4, no. 9, pp. 183– 195, 2013.
- [8] M. CHERFAOUI, “Essais non destructifs,” *Tech. L'ingénieur*, no. Ref: TIP675WEB- “Contrôle non destructif,” Jul. 2006.
- [9] MEHADDENE Hamid « Étude du Contrôle et de l'Évaluation Non-Destructifs dans les Milieux Magnétiques » ; UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU, 18 Septembre 2019.
- [10] COFREND, “cofrend - Les essais non destructifs.” [Online]. Available: [https://www.cofrend.com/jcms/mdc\\_110743/fr/les-essais-nondestructifs?Cid=mhe\\_5012](https://www.cofrend.com/jcms/mdc_110743/fr/les-essais-nondestructifs?Cid=mhe_5012). [Accessed: 07-Mar-2019].
- [11] I. DERRADJI et A. AZOUZ ; « Étude de la détection des défauts dans les structures aéronautiques par capteur à courants de Foucault rotatif », Université A. MIRA-BEJAIA, 2020.
- [12] H. Berg, K. Alward et K. Lessmann ; « Penetrant testing of standard parts, practical examples of process optimization », In *ECNDT 2006*, novembre 2006.
- [13] Cetim (institut CARNOT) ; « Choix des méthodes de contrôle non destructif applicables aux assemblages soudés » ; Stage : Technologie du soudage 2019, Réf : T46

- [14] Ali RAID ; « Contrôle non destructif ressuage, magnétoscopie, radiographie, courants de foucault et ultrasons », université des sciences et technologie Mohamed Boudiaf ; 2017-2018.
- [15] El Ghouli Islam Nacereddine ; « Réalisation d'un Banc d'essais Pour l'inversion Des Signaux En Contrôle Non Destructif Par Courants De Foucault », Université Mohamed Khider – Biskra.
- [16] COFREND en ISO ; Confédération Française pour les méthodes d'essais non destructifs ; [cofrend@cofrend.com](mailto:cofrend@cofrend.com) ; Maison des END - 64 Rue Ampère - 75017 Paris – France, version 2022.
- [17] J.-E. Holmström, Exposure values for a 300 kv halfwave X-ray unit using three X-ray films of different film classes, NDT & E International, Vol. 31, Issue 1, 1998, pp. 33- 41.
- [18] Franz Mairinger ; « Chapter 2 UV-, IR- and X-ray imaging, Comprehensive Analytical Chemistry », Elsevier, Vol. 42, 2004, pp. 15-71.
- [19] ZAIDI Houda; « Méthodologies pour la modélisation des couches fines et du déplacement en contrôle non destructif par courants de Foucault : application aux capteurs souples », thèse de doctorat université Paris-Sud, 10/12/2012.
- [20] B. B. Lahiri et al ; « Physics & Technology Infrared thermography based defect detection in ferromagnetic specimens using a low frequency alternating magnetic field » INFRARED Phys. Technol., vol. 64, pp. 125–133, 2014.
- [21] AG BEATTIE ; « Acoustic emission, principles and instrumentation ». Journal of acoustic emission, 2(12) :95–128, 1983.
- [22] B. MAOUCHE ; « Elaboration de modèles par les Grandeurs Electromagnétiques Couplées. Application au Contrôle et à l'Evaluation Non Destructif par Courant de Foucault », Thèse de Doctorat, Université De Ferhat Abbass-Setif, Janvier 2007.
- [23] J. García-Martín, J. Gómez-Gil, and E. Vázquez-Sánchez ; « Non-destructive techniques based on eddy current testing » Sensors, vol. 11, no. 3, pp. 2525–2565, 2011.
- [24] RACHEK M'hemed, FELIACHI Mouloud, « modélisation par Eléments Finis Tridimensionnelle des Phénomènes Magnétodynamiques Harmonique avec la Formulation AV-V », Nantes : 2003, Vol. 5.
- [25] Abdelhak ABDOU ; « Contrôle non Destructif (CND) Étude et Modélisation d'un Capteur Inductif à Courants de Foucault », Université de Batna, 08/02/2018.
- [26] T. Chady, M. Enokizono, T. Todaka, Y. Tsuchida et R. Sikora ; « A family of matrix type sensors for detection of slight flaws in conducting plates ». IEEE Transactions on Magnetics, 35(5) :3655–3657, septembre 1999.

- [27] Ala-Eddine LAKHDARI ; « Etude et modelisation de capteurs en cnd par courants de foucault : application a la detection des fissures. », diplôme de Magister, 05 / 2011.
- [28] N.Sergeeva-Chollet, CEA LIST ; « Méthodes électromagnétiques dans CND », Université Paris-Saclay, 6 novembre 2020
- [29] P. Ripka, Magnetic sensors and magnetometers. Artech House, 2001.
- [30] Julie Nabias ; « Capteur de courant à Magnéto-Impédance Géante (GMI) souple et portatif » thèse de doctorat, Université Grenoble Alpes, 2018. Français, 14 février 2018
- [31] Songlin Yang et Jin Zhang, “Current Progress of Magnetoresistance Sensors”, université Western, Canada, 5 Août 2021
- [32] Velev, J. ; Sabirianov, R.F. ; Jaswal, S.S. ; Tsymbal, E.Y. « Ballistic Anisotropic Magnetoresistance ». *Phys. Rev. Lett.* 2005, *94*, 127203. [[Google Scholar](#)] [[CrossRef](#)] [[Green Version](#)]
- [33] P. Ripka, Magnetic sensors and magnetometers. Artech House, 2001.
- [34] F. J. Ahmed, « Modélisation par réseaux de perméances de la désaimantation dans la 29 machine à aimant permanent », Rapport de stage, Laboratoire de recherche en Electronique, Electronique et Systèmes, France, 2003-2004.
- [35] Shejuan Xie<sup>1, 2</sup>, Zhirong Duan<sup>1</sup>, Ji Li<sup>2</sup>, Zongfei Tong<sup>1</sup>, Mingming Tian<sup>1</sup>, Zhenmao Chen<sup>1</sup> ; « A novel magnetic force transmission eddy current array probe and its application for nondestructive testing of defects in pipeline structures » ; 2020
- [36] KHEBBAB Mohamed ; « Contribution à l'étude du CND par Courants de Foucault de matériaux hétérogènes faiblement conducteurs à base d'éléments finis », Thèse de doctorat université de Constantine 1, 2016
- [37] ARDJAL Aghiles ; « Modélisation par éléments finis 2D du contrôle non destructif par courant de Foucault en vue de la caractérisation de défauts complexes », Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou, 03 Juillet 2013.
- [38] Benhadda, N. 2015. « Modélisation et Etude pour la Réalisation d'un Capteur à Courants de Foucault en Mode différentiel pour le Contrôle non Destructif (CND) ». Université Batna 2: Thèse de Doctorat en Sciences, 2015.
- [39] H. Hashizume, Y. Yamada, K. Miya, S. Toda, K. Morimoto, Y. Araki, K. Satake, N. Shimizu, Numerical And Experimental Analysis Of Eddy Current Testing For A Tube With Cracks, *IEEE Transactions On Magnetics*, Vol. 28, N0.2, March 1992, pp. 1469-1472
- [40] B. Helifa, A. Oulhadj, A. Benbelghit, I.K. Lefkaier, F. Boubenider, D. Boutassouna, « Detection and measurement of surface cracks in ferromagnetic materials using eddy current testing », *NDT&E International*, Elsevier, Vol. 39, Issue 1, March 2006, pp. 384-390.

- [41] Bachir HELIFA « Contribution a la simulation du cnd par courants de foucault en vue de la caracterisation des fissures debouchantes » Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 2012.
- [42] Choua Y, L. Santandrea, Y. Le Bihan, and C. Marchand. 2007. « Thin Crack Modeling in ECT with Combined Potential Formulations ». 2007. Vol. 43, N°. 4
- [43] Zaoui, A ; « Contribution à la Modélisation de CND par Matrice à Courants de Foucault ». Ecole Militaire Polytechnique, Alger : Thèse de Doctorat, 2008
- [44] Beltrame, PH. 2002. « Modélisation de la Perturbation Electromagnétique au Voisinage d'une Fissure Mince dans un Matériau Conducteur. Application au Contrôle non Destructif par Courants de Foucault ». Ecole Centrale de Lyon : Thèse de Doctorat, 2002
- [45] BELKHIRI Yamina, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques et mécaniques couples par la méthode des volumes finis (CVM) », mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2003.
- [46] C. V. Dodd et W. E. Deeds, « Analytical solutions to eddy-current probecoil problems », Journal of Applied Physics 39 (1968), 2829–2838.
- [47] J. W. Luquire, W. E. Deeds, and C. V. Dodd, « Alternating current distribution between planar conductors », Journal of Applied Physics 41 (1970), 3981–3991
- [48] T. P. Theodoulidis, Model of ferrite-cored probe for eddy current nondestructive evaluation, Journal of Applied Physics 93 (2003), 3071–30
- [49] Analytical model for tilted coils in eddy-current nondestructive inspection, IEEE Transactions on Magnetics 41 (2005), 2447–2454.
- [50] F. Gardiol, « Traité électricité, Electromagnétisme, Volume III ». Presse Polytechniques et Universitaires Romandes, Suisse, 1996.
- [51] H. Mohellebi, « Model analytico-numérique de calcul de courant de Foucault dans des dispositifs axisymétriques ». Thèse de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 1996.
- [52] F. Bouillault, Z. Ren et A. Razeq, « Modélisation tridimensionnelle des courants de Foucault à l'aide de méthodes mixtes avec différentes formulations », Revue Phys. Appl. 25 (1990) 583-592.
- [53] Frédéric Thollon, « Conception et optimisation de capteurs à courants de Foucault pour la détection de défauts profonds dans des matériaux amagnétiques », Thèse de doctorat, Ecole centrale de Lyon, 1995.
- [54] BOUALI Ferroudja, « Utilisation d'une méthode semi-analytique pour l'étude du contrôle non destructif en régime pulsé » mémoire de magistère Université MMTO, 2010.

[55] V. THOMAS, « Système multi-capteurs et traitement des signaux associés pour l'imagerie par courants de Foucault de pièces aéronautiques », Thèse de Doctorat, à L'Ecole Normale Supérieure De Cachan, 26 Novembre 2010