

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE

DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie Electrique

**Spécialité : ENTRAINEMENTS ELECTRIQUES**

*Présenté par*

**KESSI Safia**

**SALAH Djamila**

Thème

# DETERMINATION DE LA TEMPERATURE DE SOUDAGE DES COURONNES DE COURT CIRCUIT PAR LE PROCEDE DE CHAUFFAGE PAR INDUCTION

*Mémoire soutenu publiquement le 07 JUILLET 2014 devant le jury composé de :*

<b>M<sup>r</sup> Arezki Ben Fdila</b>	Professeur,	UMMTO, Président
<b>M<sup>me</sup> Zehor OUDNI</b>	Maitre assistant classe A,	UMMTO, Promotrice
<b>M<sup>r</sup> Hassane MOHELLEBI</b>	Professeur,	UMMTO, Co-promoteur
<b>M<sup>r</sup> Ahmed Nait- Ouslimane</b>	Maitre assistant classe B,	UMMTO Examineur
<b>M<sup>me</sup> Yousfi Ghania</b>	Doctorante,	UMMTO, Examineur



A decorative border with a repeating geometric pattern of small triangles and lines in shades of brown and gold, framing the entire page.

# Remerciement



## *Remerciements*

*Nous tenons à remercier :*

- *En premier lieu le bon dieu de nous avoir aidés à terminer ce travail.*
  
  - *Mr H. MOHELLEBI Professeur à l'université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou (UMMTO) et Président du conseil scientifique de la Faculté du Génie Electrique et Informatique (FGEI), pour nous avoir guidés, soutenu et pour ses précieux conseils, tout au long de ce travail.*
  
  - *Notre promotrice M<sup>me</sup> Oudni de nous avoir encadré suivi et orienté tout au long de notre travail.*
  
  - *Un remerciement particulier à Mr Nait-Ouslimane, Mr Hocini et Mr Hamel pour leurs générosité et leurs soutient inconditionnel.*
  
  - *Enfin, nous remercions les membres du jury qui ont accepté d'examiner et de juger notre travail, sans oublier nos respects les plus distingués à tous les enseignants qui ont contribués à notre formation durant notre cursus universitaire.*
- 
- 



# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à mes très chère parents pour leurs aide et leurs soutien tout au long de mes études, et qui ont fait de moi ce que je suis aujourd'hui et j'espère qu'un jour je serai capable de leurs donner au moins le minimum car quoiqu'on face on arrivera jamais à leurs rendre tout.*

*A mes très chères sœurs :*

*Fatiha, Farida, Nadia, Wahiba, Samia et leurs maris*

*A mes très chers Frères: Dada Moh et sa femme Samia et ses adorables enfants ; Kamilia ; Yacine ; Lina et Hayete, Rachid, Kamel et Hamid.*

*A tout mes tantes et oncles et leurs enfants*

*A tous mes amis (es) de près et de loin*

*Et surtout a mon amie et binôme : Fazia*

*Et enfin a une personne qui m'est très chère qui serra se reconnaitre Arezki.*

# Dédicaces

*En guise de reconnaissances et de respect je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chère parents pour leurs grand et interminables sacrifice et leurs précieux encouragements, j'espère qu'un jour je serai capable de leurs donner au moins le minimum car quoiqu'on face on arrivera jamais à leurs rendre tout ;*

*A la mémoire de mes grands parents paternels ;*

*A la mémoire de ma tante Nadia ;*

*A mes grands parents maternels ;*

*A ma très chère sœur Fatma ;*

*A mes Frères Karim et Smail et leurs petites familles ;*

*A mon frère Dahmane ;*

*A mon frère Mohamed et sa petite famille ;*

*A toutes mes tantes et leurs familles ;*

*A tous mes oncles et leurs familles ;*

*A toutes les personnes qui me sont chères ;*

*A tous mes amis et leurs familles ;*

*A mon binôme : Djamila et sa famille ;*





# Sommaire

# Sommaire

Introduction générale .....	1
<b>Chapitre I : Chauffage par induction</b>	
I. Introduction .....	3
I-1. Le chauffage par induction .....	3
I-1-1. Principes général de fonctionnement du chauffage par induction .....	4
I-1-1-a. Induction électromagnétique .....	5
I-1-1-b. Effet Joule .....	5
I-1-2. Les avantages du chauffage par induction .....	6
I-1-3. Les inconvénients du chauffage par induction .....	6
<b>Chapitre II : Phénomènes magnétothermiques et équations fondamentales</b>	
II. Introduction .....	7
II-1. Phénomène électromagnétique .....	7
II-1-1. Equations de Maxwell.....	9
II-1-2. Relation du milieu .....	12
II-1-3. La loi d'ohm.....	12
II-2. Phénomènes magnétiques, thermiques et équations fondamentales .....	13
II-2-1. Phénomènes magnétiques .....	13
II-2-2. Phénomène thermique .....	15
II-2-2-1- Les modes de transfert de chaleur .....	15
II-2-2-2. Equation de la chaleur .....	17
II-3. Couplage magnétothermique .....	17

II-4. Les différents modes de couplage .....	18
II-4-1. Mode de couplage faible ou indirecte .....	18
II-4-2. Mode de couplage fort ou directe .....	19

### **Chapitre III : Méthodes numériques de résolution des phénomènes électromagnétiques et thermiques**

III. Introduction .....	20
III-1. Méthode des différences finis .....	20
III-2. Méthode d'intégrale de frontières .....	20
III-3. Méthode des éléments finis .....	21
III-3-1. Formulation variationnelle .....	21
III-3-2. Formulation résidus pondérés .....	22
III-3-3. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis .....	23
III-4. Les méthodes mixtes .....	24
III-4-1. Eléments finis / éléments frontières.....	24
III-4-2. Eléments finis / Equations intégrales.....	24
III-5. Formulations éléments finis des modèles d'équations électromagnétiques et thermiques	25
III-5-1. Les étapes de déroulement de la méthode des éléments finis .....	25
III-5-1-1. L'équation aux dérivées partielles .....	25
III-5-1-2. Equation aux dérivées partielles à une intégrale .....	26
III-5-1-3. Discrétisation du domaine .....	26
III-5-1-4. Ecriture matricielle .....	26
III-5-1-5. Résolution du système matriciel .....	26

III-5-1-6. Utilisation du vecteur solution [A] .....	27
III-5-2. Implémentation informatique de la méthode des éléments finis .....	27
III-5-3. Formulation éléments finis de l'équation magnétodynamique en terme de potentiel vecteur A en coordonnées cartésiennes 2D .....	27
III-5-4. Formulation éléments finis de l'équation de conduction de chaleur en coordonnées cartésiennes 2D .....	29
III-5-5. Formulation éléments finis de l'équation du couplage magnétothermique.....	30
III-5-6. Méthode de résolution des systèmes matriciels .....	32
 <b>Chapitre IV : Application et Résultats</b>	
IV. Introduction .....	34
IV-1. Description du dispositif a étudier .....	34
IV-2. Les caractéristiques électromagnétiques et thermiques .....	34
IV-3. Les résultats obtenus .....	36
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>48</b>

# Introduction générale

## *Introduction générale*

---

Les premières observations connues des phénomènes électriques et magnétiques datent de l'antiquité grecque. On avait en effet observé qu'en frottant un morceau d'ambre, il acquérait la faculté d'attirer des substances, légères, telle qu'une paille ou une plume. Le mot électron tire d'ailleurs son origine de cette expérience puisque en grec, ce mot désigne l'ambre.

Mais ce n'est qu'à partir du dix-neuvième siècle que l'on commença à établir le lien entre les phénomènes électriques et magnétiques. Les travaux d'Oersted, de Faraday, puis finalement de Maxwell permettent d'établir les fondements de l'électromagnétisme. Les lois de Maxwell, qui se résument sous la forme de quatre équations, permettent d'expliquer tout phénomène électromagnétique.

Il est très difficile d'établir une classification de ces phénomènes électromagnétiques. En effet, le seul élément commun est l'énergie source, l'électricité. Mais cette énergie peut être utilisée sous de multiples formes, depuis une alimentation continue jusqu'à des fréquences d'ordre de  $10^{12}$  Hz, avec des niveaux de puissance allant de quelques kilowatts à plusieurs centaines de mégawatts.

De plus, les mécanismes de transformation de cette énergie en énergie thermique, ou plus rarement, en travail mécanique, sont très variables. Ils dépendent des caractéristiques de l'alimentation, mais surtout de celles du matériau récepteur : matériau conducteur, ou diélectrique, gaz ou solution ionique, etc.

Le point commun des techniques présentées est le phénomène des courants de conduction dans les milieux conducteurs. Il en résulte un échauffement de la matière par effet Joule, d'où le nom de ce procédé est le chauffage par induction électromagnétique, son intérêt est de chauffer des matériaux sans contact avec la source d'énergie, ce mode de chauffage a trouvé aujourd'hui sa place dans l'industrie tel que le brasage, le soudage,..... et dans la cuisine domestique.

On se propose dans ce présent travail, l'étude du couplage des deux phénomènes principaux impliqués dans le déroulement de ce procédé, et qui sont : le phénomène magnétique et le phénomène thermique, on se fixe alors l'objectif de modéliser le couplage magnétothermique par la méthode des éléments finis dans le but de déterminer la température de soudage des couronnes de court circuit par le procédé de chauffage par induction [1].

## *Introduction générale*

---

Pour atteindre l'objectif fixé nous organisons cette étude en quatre chapitres:

Le premier chapitre comporte les généralités sur le chauffage par induction.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation des phénomènes électromagnétiques, thermiques et au couplage magnétothermique ainsi qu'aux équations mathématiques qui les modélisent.

Le troisième chapitre s'intéresse à la formulation éléments finis du problème couplé magnétothermique en hypothèse 2D.

Le quatrième chapitre constitue la partie application du modèle magnétothermique mis en œuvre à la simulation du chauffage par induction.

La présente étude se termine par une conclusion générale.

# Chapitre I

## **Le chauffage par induction**

## **I. Introduction**

Différentes techniques existent pour assembler deux éléments de forme quelconque. Elles peuvent être classées d'une manière assez générale suivant le mode de liaison.

Suivant les qualités recherchées pour l'assemblage, on peut ensuite choisir différents modes de mise en œuvre de la technique. On peut réaliser l'assemblage par la seule intervention d'efforts mécaniques, ou en s'aidant d'un apport thermique. Cet apport thermique, quelle que soit la façon dont il est transmis, peut avoir plusieurs rôles :

- Déformation plastique des éléments mécaniques, réversible, comme le frettage ou irréversible, comme pour le rivetage à chaud.
- Apport calorifique pour amorcer ou pour accélérer une réaction chimique.
- Apport calorifique pour amener certains des matériaux constituant la liaison à leur température de fusion, comme pour le soudage ou le brasage.

La température à atteindre dépend ainsi du procédé choisi et de la nature des matériaux.

La technique de l'induction s'adapte bien à tous les procédés d'assemblage, puisqu'elle permet une bonne localisation du chauffage tout en respectant un contrôle précis de la température.

Le brasage met en œuvre un métal d'apport porté à fusion afin d'assurer la liaison entre les éléments à assembler.

Dans le soudage, la liaison est assurée sans métal d'apport, par diffusion assistée par l'exercice d'une pression appropriée au niveau des constituants.

Le brasage et le soudage, dans le cas d'assemblage localisé d'objets ou de constituants métalliques, sont deux procédés qui font largement appel au chauffage par induction [1]

### **I-1. Le chauffage par induction**

Les principes de base du chauffage par induction ont été compris et appliqués dans les processus industriels depuis les années 1920.

Le chauffage par induction est un processus utilisé pour souder, tremper ou revenir des métaux ou d'autres matériaux conducteurs. Pour les processus de fabrication modernes, le

chauffage par induction offre une combinaison intéressante de vitesse, consistance, contrôle et efficacité énergétique.

Le chauffage, qu'il soit par conduction électrique ou par induction, est toujours fondé sur les pertes par effet Joule, dues à la circulation de courants dans la pièce traitée.

La pièce à chauffer doit être constituée d'un matériau conducteur d'électricité et soumise à une différence de potentiel ou un champ magnétique variable.

En induction le champ magnétique est créé par un bobinage approprié, appelé inducteur, et parcouru par un courant alternatif.

Une installation de chauffage par induction est composée de trois éléments principaux:

- La pièce à chauffer est son applicateur, qui est un inducteur, l'applicateur est soumis à des pertes importantes et il est généralement refroidi par une circulation d'eau.
- L'adaptation, qui est un dispositif intermédiaire permettant d'adapter les caractéristiques d'entrée de l'applicateur aux caractéristiques de sortie du générateur.
- Le générateur, composé de l'alimentation électrique et d'un convertisseur [1]

### **I-1-1. Principes de fonctionnement du chauffage par induction**

Le chauffage par induction est une application directe de deux lois physiques, la loi de Lenz et l'effet Joule. Toute substance conductrice de l'électricité plongée dans un champ magnétique variable (créée par une bobine inductrice ou inducteur) est le siège de courants électriques induits ou courant de Foucault. Ces courants dissipent de la chaleur par effet Joule dans la substance où ils ont pris naissance.

Afin de transmettre la plus grande partie de l'énergie à la pièce à traiter, plusieurs paramètres sont à prendre en considération : la disposition respective des inducteurs et des pièces (couplage, longueurs respectives), la fréquence d'alimentation et l'effet de peau qui caractérisent la répartition des courants induits dans la pièce [2].

#### **I-1-1-a. Induction électromagnétique**

L'induction électromagnétique est le vecteur de transfert de chaleur depuis la source vers l'objet à chauffer.

Quand une boucle d'un matériau conducteur est placée dans un champ magnétique, on voit apparaître aux bords de la boucle une tension induite :

$$e_i = \frac{d\phi}{dt}$$

$e_i$  : tension induite [V].

$\phi$  : flux magnétique [Wb].

t : temps [s].

Quand la boucle est mise en court circuit, la tension induite  $e_i$  va entraîner l'apparition d'un courant de court circuit circulant dont le sens opposé au phénomène qui le génère.

### **I-1-1-b. Effet Joule**

Lorsqu'un courant I parcourt un conducteur électrique de résistance R, la puissance dissipée dans le conducteur est exprimée :

$$P = R \cdot I^2 \text{ [W].}$$

### **I-1-2. Les avantages du chauffage par induction**

Quelle que soit la nature des applications industrielles, le chauffage par induction présente un certain nombre d'avantages intrinsèques qui expliquent son développement croissant :

- Rapidité de chauffage liée à la possibilité d'obtenir des densités de puissance très élevées.
- Localisation précise de l'effet thermique grâce à une conception d'inducteur et une fréquence de fonctionnement adaptée à la pièce à chauffer.
- Précision de la quantité d'énergie induite à l'intérieur de la pièce à chauffer
- Possibilité de chauffer à des températures très élevées avec un rendement pratiquement indépendant de la température.
- Facilité d'automatisation des équipements
- Absence d'inertie thermique (démarrage rapide)
- Reproduction des opérations effectuées.

- Absence de pollution par la source de chaleur (source froide),
- L'inexistence pratique de rejet de fabrication.
- Bonnes conditions de travail.

**I-1-3. Les inconvénients du chauffage par induction**

- Lors de mauvaises manipulations, d'autres objets peuvent être involontairement chauffés. Pour y remédier, on utilise le procédé d'émulsion ou le refroidissement par eau.
- des coûts d'acquisition élevés pour les fortes puissances.
- des champs électromagnétiques peuvent apparaître ce qui peut alors perturber l'environnement, lorsque les isolations sont mauvaises ou bien lorsqu'il y a une protection HF [2].

# Chapitre II

***PHENOMENES MAGNETOTHERMIQUES  
ET EQUATIONS FONDAMENTALES***

## II. Introduction

Pour réaliser un couplage magnétothermiques, on va étudier les phénomènes magnétiques et thermiques indépendamment et déduire la relation entre ces deux phénomènes.

### II-1. Phénomène électromagnétique

Les équations qui gouvernent le phénomène électromagnétique sont les équations de Maxwell, les lois constitutives des milieux et la loi d'Ohm.

Les équations de Maxwell permettent de traduire le comportement de la plupart des phénomènes de l'électromagnétisme. Ces équations sont en nombre de quatre, elles permettent de déterminer le champ électrique, champ magnétique, induction électrique et induction magnétique, en fonction de la densité du courant  $\vec{J}$  et des caractéristiques des milieux, ces quatre champs sont des fonctions à valeurs vectorielles réelles de la position et du temps.

Le champ électrique  $\vec{E}$  est dû à la présence de charge électrique dans un matériau, tandis que le champ magnétique  $\vec{H}$  est dû au déplacement de ces charges mobiles, ou à la présence d'un moment magnétique, tel que celui qui peut être créé par un aimant. La dérivée temporelle de l'induction électrique  $\vec{D}$ , qui décrit en particulier les déplacements des dipôles électriques dans les matériaux diélectriques, s'appelle aussi courants de déplacement [1].

#### II-1-1. Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell peuvent s'écrire sous une forme locales (ou différentielles) ou sous une forme globale (ou intégrales).

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \quad \quad \quad (\text{II.1})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \quad \quad (\text{II.2})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad \quad \quad (\text{II.3})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \quad \quad (\text{II.4})$$

$\vec{E}$  : vecteur champ électrique [V/m].

$\vec{H}$  : vecteur champ magnétique [A/m].

$\vec{D}$  : vecteur courant déplacement [C/ m<sup>2</sup>].

$\vec{B}$  : vecteur induction magnétique [T].

$\vec{J}$  : vecteur densité de courant de conduction [A/m<sup>2</sup>].

$\rho$  : densité de la charge électrique [C/m<sup>3</sup>].

### ❖ Première équation de Maxwell

La première équation de Maxwell est établie à partir du théorème de Gauss.

$$\phi = \sum \frac{Q_i}{\epsilon} = \oint_S \vec{E} \cdot \vec{d} \quad (\text{II.5})$$

$$Q_i = \sum_{i=1}^n Q_i = \iiint \rho \, d \quad (\text{II.6})$$

En appliquant le théorème de la divergence :

$$\oint_S \vec{E} \cdot \vec{d} = \iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cdot d \quad (\text{II.7})$$

De (5,6,7) on aura :

$$\iiint_V (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) \cdot d = \frac{1}{\epsilon} \iiint_V \rho \, d \quad (\text{II.8})$$

Donc

$$d \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (\text{II.9})$$

D'après la relation du milieu :  $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

On aura :

$$d \vec{D} = \rho \quad (\text{II.10})$$

Cette relation relie le champ électrique  $\vec{E}$  en un point de l'espace à sa densité de charge volumique  $\rho$ . Ainsi nous pouvons dire que les charges électriques sont les sources du champ électrique et que leur grandeur et leur distribution déterminent le champ électrique en chaque point d'espace [3].

$\phi$  : le flux électrique à travers une surface fermée entourant un volume v [w].

$Q_i$  : la charge totale contenue dans le volume v [C].

$\epsilon$  : permittivité électrique du milieu [F/m].

$\vec{D}$  : vecteur déplacement électrique [C/ m<sup>2</sup>].

## ❖ Deuxième équation de Maxwell

La deuxième équation de Maxwell est établie d'après la lois de Faraday.

$$\begin{aligned} \phi &= \oint_S \vec{B} \cdot \vec{d} \\ e &= -\frac{\partial \phi}{\partial t} \quad \Longrightarrow \quad \oint_l \vec{E} \cdot \vec{d} = -\frac{d}{dt} \oint_S \vec{B} \cdot \vec{d} \\ e &= \oint_l \vec{E} \cdot \vec{d} \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

D'après le théorème de Stokes on a :

$$\oint_l \vec{E} \cdot \vec{d} = \iint \vec{\nabla} \wedge \vec{E} \cdot \vec{d} = -\iint \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{d}$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.12})$$

Cette relation exprime la dépendance mutuelle entre le champ électrique et magnétique. Toute circulation de champ électrique le long d'un contour, fait naître une induction magnétique variable dans le temps [4] [5].

## ❖ Troisième équation de Maxwell

Si on applique la divergence aux deux termes de l'équation (II.12), on aura :

$$\text{div} (\text{rot} \vec{E}) = -\text{div} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.13})$$

En utilisant l'identité suivante

$$\text{div} (\text{rot} \vec{E}) = 0 \quad (\text{II.14})$$

L'équation (13) devient :

$$\text{div} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.15})$$

A partir de l'équation (II.15) on peut écrire :

$$\text{div} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \quad \Longrightarrow \quad \text{div} \vec{B} = f(r)$$

Si  $f(r)$  n'est pas identiquement nulle, cette relation implique l'existence de charges magnétiques, mais cette idée est incohérente car jusqu'à présent l'existence de charges magnétiques libre n'a jamais été mise en évidence, d'où la troisième équation de Maxwell :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.16})$$

Cette équation traduit le principe de conservation du flux magnétique.

#### ❖ Quatrième équation de Maxwell

Afin de décrire certains phénomènes physiques tels que la variation de champ électrique par rapport au temps, Maxwell a introduit un terme  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , qui régit le phénomène de déplacement électrique [5].

D'après le théorème d'Ampère :

$$\oint_1 \vec{H} \cdot \vec{d} = \sum I_k = I \quad (\text{II.17})$$

Or:

$$I = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{d} \quad (\text{II.18})$$

En appliquant le théorème de Stokes :

$$\oint_1 \vec{H} \cdot \vec{d} = \iint \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \cdot \vec{d} \quad (\text{II.19})$$

Donc :

$$\iint \vec{\nabla} \wedge \vec{H} \cdot \vec{d} = \oint_S \vec{j} \cdot \vec{d} \quad (\text{II.20})$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j} \quad (\text{II.21})$$

$$\text{Avec : } \vec{j} = \vec{j}_c + \vec{j}_v \quad (\text{II.22})$$

$$\vec{j}_v = \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II.23})$$

D'où on aura la quatrième équation de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{j}_c + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II.24})$$

Cette équation nous permet de déduire que le champ magnétique est produit par un courant de conduction ou/et un courant de déplacement, et inversement le rotationnel du

champ magnétique donne naissance à des densités de courant de conduction et des densités de courant de déplacement.

$\vec{J}_c$  : vecteur densité de courant de conduction [A/m<sup>2</sup>].

$\vec{J}_D$  : vecteur densité de courant de déplacement [A/m<sup>2</sup>].

❖ Les équations de Maxwell sous leurs formes différentielles et intégrales seront résumées dans le tableau suivant:

	Forme différentielle	Forme intégrale
<b>Théorème de Maxwell Gauss</b>	$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} =$	$\oint_S \vec{D} \cdot \vec{d} = \iiint_V \rho \cdot d$
<b>Théorème de Maxwell Faraday</b>	$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{E} \cdot \vec{d} = -\frac{d}{dt} \iint_S (\vec{B} \cdot \vec{d})$
<b>Conservation du flux magnétique</b>	$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$	$\oint_S \vec{B} \cdot \vec{d} = 0$
<b>Théorème de Maxwell Ampère</b>	$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_L \vec{H} \cdot \vec{d} = \iint_S (\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) \cdot \vec{d}$

**Tableau (II.1):** Forme différentielle et intégrale des équations de Maxwell.

### II-1-2. Relation du milieu

Les relations du milieu expriment le lien entre le champ électrique et le déplacement électrique à travers la permittivité électrique, et la relation qui existe entre le champ magnétique et l'induction magnétique à travers la perméabilité magnétique.

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.25})$$

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (\text{II.26})$$

Sachant que :

$$\mu = \mu_r \cdot \mu_0$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$$

Avec :

$\mu_0$  : perméabilité magnétique du vide.

$\mu_r$  : perméabilité magnétique relative.

$\varepsilon_0$  : permittivité électrique du vide.

$\varepsilon_r$  : permittivité électrique relative.

Et :

$$\mu_0 = 4 \cdot 10^{-7} \text{ [H/m]}.$$

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{3 \pi} \cdot 10^{-9} \text{ [F/m]}.$$

### II-1-3. La loi d'ohm

La loi d'ohm exprime la relation entre le champ électrique et la densité de courant électrique à travers la conductivité électrique. la relation est donnée par :

$$\vec{J}_i = \sigma_i \cdot \vec{E}_i \quad (\text{II.27})$$

➤ Généralement la densité de courant J est donnée sous la forme suivante :

$$\vec{J}_i = \sigma_i \cdot \vec{E}_i + \vec{J}_s \quad (\text{II.28})$$

$\vec{J}_s$  : densité de courant de source.

➤ Dans le cas d'un milieu en mouvement, la loi d'ohm s'écrit :

$$\vec{J}_i = \sigma_i \cdot (\vec{E}_i + \vec{V}_i \wedge \vec{B}_i) + \vec{J}_s \quad (\text{II.29})$$

Avec :

$\vec{J}_s$  : vecteur densité du courant de source [A/m<sup>2</sup>].

$\vec{J}_i$  : vecteur densité électrique du milieu i [A/m<sup>2</sup>].

$\sigma_i$  : conductivité électrique du milieu i [m<sup>-1</sup>].

$\vec{E}_i$  : vecteur champ électrique du milieu i [V/m].

$\vec{V}_i$  : la vitesse de déplacement du milieu i [m/s].

$\vec{B}_i$  : vecteur induction magnétique du milieu i [T].

## II-2. Phénomènes magnétiques, thermiques et équations fondamentales :

### II-2-1. Phénomènes magnétiques

Les lois de l'électromagnétisme qui permettent de calculer les courants induits sont relatives à la magnétodynamique et sont obtenues à partir des équations de Maxwell (théorème d'Ampère, loi de Faraday, etc.) et des relations constitutives du milieu (caractéristique d'aimantation, loi d'ohm, etc.) [6].

Dans notre étude en intéresse à deux équations magnétodynamique et thermique.

#### ➤ Equation magnétodynamique

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{1}{\mu} \cdot \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{II.30})$$

### 1. Régime transitoire

#### • Modèle linéaire

Si la réluctivité magnétique ( $\vartheta = \frac{1}{\mu}$ ) et la conductivité électrique  $\sigma$  ne dépendent pas du champ magnétique et de la température, le modèle ainsi défini est linéaire et l'équation magnétodynamique peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu \vec{J}_s \quad (\text{II.31})$$

- **Modèle non linéaire**

Dans le cas où la réductivité magnétique  $\mathfrak{V}$  dépend de l'induction magnétique  $\vec{B}$ , et la conductivité  $\dagger$  dépend de la température alors l'équation magnétodynamique (II.30) est non linéaire et l'équation à résoudre sera :

$$\vec{\nabla} \Lambda \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \Lambda \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{II.32})$$

## 2. Régime harmonique

L'équation magnétodynamique en régime harmonique s'écrit sous la forme :

$$\vec{\nabla} \Lambda \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \Lambda \vec{A} \right) + j\sigma\omega\vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{II.33})$$

- **Modèle linéaire**

Si la réductivité magnétique  $\mathfrak{V}$  et la conductivité électrique  $\sigma$  ne dépendent pas du champ magnétique et la température, le modèle ainsi défini est linéaire et l'équation magnétodynamique en régime harmonique peut s'écrit :

$$\vec{\nabla} \Lambda (\vec{\nabla} \Lambda \vec{A}) + j\sigma\omega\mu\vec{A} = \mu\vec{J}_s \quad (\text{II.34})$$

- **Modèle non linéaire**

Dans le cas où la réductivité magnétique  $\mathfrak{V}$  dépend de l'induction magnétique  $\vec{B}$ , et la conductivité  $\dagger$  dépend de la température alors l'équation magnétodynamique est non linéaire et l'équation à résoudre sera [7] :

$$\vec{\nabla} \Lambda \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \Lambda \vec{A} \right) + j\sigma\omega\vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{II.35})$$

## II-2-2. Phénomène thermique

La non linéarité des équations aux dérivées partielles (EDP) est due au fait que les propriétés physiques (chaleur spécifique, conductivité thermique) dépendent de la température. Ces phénomènes thermiques sont couplés à l'électromagnétisme par les sources d'échauffement qui sont constituées de puissances électromagnétiques.

La température est une grandeur physique scalaire qui mesure le degré de la chaleur d'un corps ou d'un milieu, elle mesure l'agitation thermique microscopique de la matière [6].

### II-2-2-1- Les modes de transfert de chaleur

Le transfert de chaleur l'un des modes les plus connus d'échange d'énergie, il intervient naturellement à chaque fois qu'un gradient de température existe à l'intérieur d'un système ou lorsque deux systèmes à températures différentes sont mis en contact.

Les transferts thermiques se font selon trois moyens : la conduction thermique, la convection et le rayonnement [8].

#### ➤ Transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique est la propagation de la chaleur des parties les plus chaudes vers les parties les plus froides.

La conduction thermique intervient essentiellement dans les transferts de chaleur dans les solides, dans les liquides et les gaz, les transferts par conduction sont généralement marginaux par rapport aux transferts par convection.

Tous les transferts de chaleur qui se font à travers une paroi séparant deux corps à des températures différentes se font par conduction thermique [1].

La densité de flux est reliée au gradient de température par l'équation :

$$\varphi = -\lambda \text{ grad } T$$

: conductivité thermique du milieu [ $\text{w.m}^{-1}.\text{k}^{-1}$ ].

: densité de flux thermique [ $\text{w/m}^3$ ].

T : température du milieu [K].

#### ➤ Transfert de chaleur par convection

La convection correspond à un transfert de chaleur entre un solide et un fluide, la convection caractérise la propagation de la chaleur dans un fluide, gaz ou liquide, dont les

molécules sont en mouvement. Le phénomène global résulte de la combinaison de la conduction thermique et du déplacement de ces molécules, on distingue généralement deux types de convection :

- La convection naturelle, dans laquelle le mouvement du fluide résulte de la variation de la masse volumique du fluide avec la température.
- La convection forcée, dans laquelle le mouvement du fluide est provoqué par un procédé mécanique, indépendant des phénomènes thermiques.

Le flux de chaleur transmis par convection entre une surface et un fluide peut être évalué par la loi de Newton [1] :

$$\varphi = h_c \cdot A \cdot (T_s - T_f)$$

$\varphi$  : flux de chaleur par convection [w].

A : l'aire de surface de transmission de chaleur [m<sup>2</sup>].

T<sub>s</sub> : la température de la surface d'échange.

T<sub>f</sub> : température du fluide sur la frontière.

h<sub>c</sub> : coefficient d'échange de chaleur par convection [w/m<sup>2</sup>k].

### ➤ Transfert de chaleur par rayonnement

Dans la transmission de la chaleur par rayonnement thermique, le transfert thermique s'effectue par des vibrations électromagnétiques qui se propagent sans support de matière.

Le rayonnement thermique concerne les ondes électromagnétiques dont la longueur d'onde va du spectre ultraviolet au spectre infrarouge [1].

Les échanges de chaleur surfaciques par rayonnement sont donnés par loi de Boltzmann suivante :

$$\varphi = \sigma_B \cdot \epsilon \cdot (T^4 - T_{\infty}^4)$$

Avec :

$\sigma_B$  : constante de Boltzmann [w/m<sup>2</sup>.k].

$\epsilon$  : coefficient d'émission.

T : température de la surface rayonnante [k].

T<sub>∞</sub> : température du milieu ambiant [k].

### II-2-2-2. Equation de la chaleur

La température étant indépendante de la variable d'espace  $\theta$  autorise une étude plane dans un plan de symétrie du dispositif. L'équation de la chaleur en effectuant un bilan énergétique, est telle que :

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) + \rho c_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = p \quad (\text{II.36})$$

$\rho$  : masse volumique [ $\text{Kg}/\text{m}^3$ ].

$\lambda$  : conductivité thermique [ $\text{w}/\text{m}^\circ\text{C}$ ].

$p$  : source de chaleur [ $\text{w}/\text{m}^3$ ].

$c_p$  : chaleur spécifique [ $\text{J}/\text{Kg}^\circ\text{C}$ ].

### II-3. Couplage magnétothermique

Dans le chauffage par induction trois phénomènes se produisent successivement :

- le transfert d'énergie de l'inducteur à la pièce à chauffer par voie électromagnétique.
- La transformation en chaleur par effet joule dans la pièce.
- La transmission par conduction thermique dans la masse à chauffer.

Précédemment on a exposé séparément les deux phénomènes physiques, électromagnétiques et thermiques, qui sont fortement liés dans les dispositifs électromagnétiques. Les phénomènes thermiques sont couplés à l'électromagnétisme par les sources d'échauffement qui sont constituées de puissances électromagnétiques.

En effet dans une matière magnétique toute variation d'induction provoque à l'intérieure de celle-ci une dissipation d'énergie qui apparait souvent sous forme de chaleur, et n'est généralement pas récupérable, d'où l'expression pertes magnétiques. L'échauffement de cette pièce est donc engendré par des pertes par hystérésis, et/ou par des pertes par courants de Foucault [1] [6] [9].

#### - Pertes par courants de Foucault

Les courants de Foucault sont des courants induits dans les matériaux magnétiques conducteurs, sont le siège d'un flux variable, ils sont à l'origine des pertes joule qui

échauffent le circuit magnétique, la densité de cette puissance est donnée en fonction du potentiel vecteur magnétique  $A$  par l'expression suivante : [9] [6]

$$D_c = \sigma \left( \frac{\partial}{\partial} \right)^2 \quad (\text{II.37})$$

Dans l'hypothèse d'un comportement linéaire en réponse à une excitation sinusoïdale, ce terme représente la valeur moyenne de la densité de puissance électrique, s'écrit :

$$P = \frac{1}{2} \sigma \omega^2 A A^* \quad (\text{II.38})$$

$A^*$  : est le conjugué de  $A$  [T.m]

$\sigma$  : Conductivité électrique [ $\Omega \cdot m^{-1}$ ].

#### - Pertes par hystérésis

Correspond à une dissipation d'énergie dans le circuit magnétique. La densité de cette puissance s'exprime par :

$$D_{ny} = \frac{1}{2} \vartheta B^2 \quad (\text{II.39})$$

#### - L'effet de peau

A haute et moyenne fréquence les courants induits circulent uniquement sur une couche superficielle de la pièce, on appelle ce phénomène effet de peau ou profondeur de pénétration des courants induits, cette profondeur est donnée par :

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\sigma \mu \omega}} \quad (\text{II.40})$$

$\delta$  : épaisseur de peau [m].

$\omega$  : pulsation des courants de source d'alimentation [Hz].

## II-4. Les différents modes de couplage

### II-4-1. Mode de couplage faible ou indirect

Les problèmes électromagnétique et thermique sont résolus séparément et le couplage se fait par le transfert de données de l'un des deux problèmes vers l'autre. Ce calcul nécessite l'intervention de l'utilisateur ou d'un programme superviseur pour le transfert de données par tabulation dans des fichiers. Ceci peut engendrer des erreurs numériques si on ne prend pas la précaution d'utiliser le même maillage pour les deux problèmes et d'éviter l'interpolation des données [1].

**II-4-2. Mode de couplage fort ou direct**

Consiste à résoudre simultanément les deux équations, ce qui permet de réaliser des simulations précises et simples à mettre en œuvre. Ce mode de couplage peut être avantageusement utilisé dans le cas de problèmes fortement couplés.

En effet les propriétés qui dépendent de la température sont réactualisées à chaque itération. Cependant, le nombre d'itérations est plus important que dans le cas d'utilisation de couplage indirecte [1].

# Chapitre III

***METHODE NUMERIQUES  
DE RESOLUTION DES PHENOMENS***

***ELECTOMAGNETIQUES***

### III. Introduction

La modélisation numérique a pour objectif de simuler numériquement le comportement de systèmes physiques, en utilisant l'outil informatique. Les méthodes numériques nous permettent de ramener la résolution d'une équation aux dérivées partielles, avec des conditions aux limites, à un système d'équations algébriques. La démarche est la suivante :

- La discrétisation en langage d'ingénieur du système physique étudié et du problème posé à son sujet (modèle physique).
- La traduction du problème d'ingénieur en écritures mathématiques (modèle mathématique).
- L'écriture d'un logiciel qui simule le comportement du système physique (modèle informatique).
- La construction d'un modèle numérique (ou algébrique) qui peut être résolu sur ordinateur et qui fait appel à des méthodes de discrétisation telle que la méthode des volumes finis, la méthode des différences finis ou la méthode des éléments finis [6]

#### III-1. Méthode des différences finis

La méthode des différences finis est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences ou chaque dérivée est approchée par une différence de valeur de l'inconnu aux nœuds du domaine d'étude.

La méthode des différences finis a été rendue très populaire par l'événement de l'ordinateur et consiste à discrétiser le problème posé et à le résoudre au calculateur numérique. La discrétisation d'une fonction  $U(x,y)$  défini en tout points  $(x,y)$  du domaine , avec des conditions aux limites données sur le contour  $r$  délimitant ce domaine consiste à :

- Remplacer le domaine des variables  $(x,y)$  par un ensemble fini  $S$  de  $N$  éléments.
- Remplacer la fonction  $U(x,y)$  par une fonction  $U(P)$  définie sur  $S$  , l'équation aux dérivées partielles déterminant  $U(x,y)$  donc remplacer par un système fini d'équations simultanées déterminant  $U(P)$  [1] [5].

#### III-2. Méthode d'intégrale de frontières

La méthode d'intégrale de frontières permet la représentation du domaine tout en limitant la discrétisation à la frontière, Elle est souvent utilisée dans l'étude des structures de grande dimension, et elle s'adapte aux problèmes à frontières ouvertes. En revanche elle à

comme inconvenient la difficulté de prendre en considération la structure, et elle nécessite un espace mémoire considérable et un temps de calcul long, car le système algébrique issu de cette méthode est à matrice pleine cette méthode est mise en œuvre par la méthode directe qui est basée sur la loi de Biot et savart ou bien sur la méthode de l'identité de Green [10] [11].

### III-3. Méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées aujourd'hui, elle nécessite l'utilisation intensive de l'ordinateur. C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : problèmes stationnaires ou non stationnaire, linéaire ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions [1].

La méthode des éléments finis consiste à utiliser une approximation simple de la variable inconnue pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Dans le cas de la méthode des éléments finis, on cherche tout d'abord à exprimer, a partir du modèle locale, constitué des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, une formulation intégrale qui porte sur le domaine de résolution. Cette représentation intégrale peut se faire a partir de l'une des deux principales méthodes suivantes, la formulation vibrationnelle (méthode de Ritz) ou la méthode des résidus pondérés (méthode de Galerkin) [12].

#### III-3-1. Formulation variationnelle

Cette formulation nécessite la connaissance au préalable de la fonction d'énergie du système à étudier, car cette méthode est basée sur l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle d'énergie de type intégrale et qui est définie comme suit :

$$F(u) = \int L(u) d \quad (\text{III.1})$$

Sachant que :

$$L(u) = W_C - W_P \quad (\text{III.2})$$

Avec :

$\Omega$  : Domaine d'étude.

$L(u)$  : Operateur différentiel.

$W_C$  : Energie cinétique du système.

$W_P$  : Energie potentielle du système.

### III-3-2. Formulation résidus pondérés

La formulation résidus pondérés appelée aussi la méthode projective est la plus utilisée car elle ne nécessite pas la connaissance préalable d'une expression énergétique du système.

Le principe de cette méthode est basé sur le théorème d'Hilbert qui stipule que seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. Cette méthode consiste à rechercher des fonctions projectives  $\phi_i$  de façon à minimiser l'intégrale du résidu dont l'équation est la suivante :

$$\int_{\Omega} R(A) \phi_i d\Omega = 0 \quad (\text{III.3})$$

Sachant que :

$$R(A) = L(A) - F \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$A$  : L'inconnu du problème.

$L(A)$  : Opérateur différentiel.

$\phi_i$  : Fonction de projection ou de pondération.

$F$  : Fonction définie sur le domaine  $\Omega$ .

$R$  : Représente le résidu de l'approximation.

Les valeurs de  $A$  permettent d'annuler l'intégrale et donc représentent la solution du système algébrique obtenu [6].

La méthode des résidus pondérés fournit, selon le choix des fonctions de pondération, tout un ensemble de formulations intégrales :

- Formulation de type collocation par points ou par sous-domaines.
- Formulation de types moindres carrés.
- Formulation de type équation intégrale de contour.
- La méthode de Galerkin, ou de Ritz si l'on utilise la notion de fonctionnelle, celle-ci est la plus utilisée. La méthode de Galerkin permet d'approcher la solution de problèmes dont la formulation abstraite est la suivante :

$$\begin{cases} \text{Chercher } u \in V \text{ tel que} \\ a(u, w) = f(w), \quad \forall w \in W, \end{cases}$$

- où  $V$  et  $W$  sont des espaces fonctionnels (des espaces vectoriels dont les éléments sont des fonctions),
- $a$  est une forme bilinéaire définie sur  $V \times W$  et  $f$  est une forme linéaire définie sur  $W$ .
- On dit que  $V$  est l'espace solution et que  $W$  est l'espace test. Les éléments de  $W$  sont appelés des fonctions tests [13].

Pour la méthode de résidus pondérés, le choix des fonctions  $\phi_i$  induit une erreur de méthode mais elle présente un avantage par rapport à la formulation variationnelle car elle peut s'appliquer à toutes les équations indépendamment de la connaissance et de l'existence de l'expression énergétique du système [9].

### III-3-3. Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

#### a. Les avantages

- Adaptation aux géométries complexes.
- Prise en compte des non linéarités.
- Temps de calcul relativement avantageux.

#### b. Les inconvénients

- La non-prise en considération des domaines infinis.
- Impuissante en présence de singularités dans le domaine d'étude dont certains points présentent des dérivées infinies.

Et pour résoudre ce problème, on utilise les méthodes mixtes.

### III-4. Les méthodes mixtes

#### III-4-1. Éléments finis / éléments frontières

Cette formulation regroupe une formulation variationnelle sur les domaines fermés, représentant les matériaux métalliques, alliée à une formulation intégrale du champ électromagnétique dans l'air. Ce couplage dépend :

- des conditions de continuité aux interfaces qui doivent être respectées par le champ interne issu d'un calcul éléments finis et par le champ externe issu de la méthode des équations intégrales de frontière,
- de l'ordre de discrétisation de chaque méthode.

Cette méthode possède l'avantage de bien prendre en compte le domaine ouvert, et de réduire considérablement le nombre d'éléments du maillage.

L'inconvénient majeur provient du fait que la matrice du système est pleine ce qui entraîne des besoins en mémoire importants et la résolution du système linéaire peut être coûteuse en temps [13] [12].

#### III-4-2. Éléments finis / Equations intégrales

La méthode des éléments finis est employée dans les milieux conducteurs et nécessite la connaissance du potentiel magnétique sur les contours des pièces et inducteurs. La loi de Biot et Savart peut être utilisée à cette fin.

Néanmoins, étant donné que la répartition de densité de courant dans les conducteurs dépend du champ électromagnétique environnant et donc de ses valeurs sur les contours, une résolution itérative est nécessaire pour réactualiser les conditions aux limites sur les contours après qu'une nouvelle répartition de densité de courant ait été obtenue. Cette méthode est peu performante en termes de rapidité de calcul car elle nécessite de nombreuses itérations pour converger [13] [12].

### III-5. Formulations éléments finis des modèles d'équations électromagnétiques et thermiques

Dans notre travail on a utilisé la méthode des éléments finis de part sa simplicité et son caractère général.

### III-5-1. Les étapes de déroulement de la méthode des éléments finis

#### III-5-1-1. L'équation aux dérivées partielles

En utilisant les équations de Maxwell, les relations du milieu et la loi d'Ohm on arrive à décrire le comportement d'un phénomène électromagnétique par une équation aux dérivées partielles dans l'espace et/ou dans le temps, et d'après le principe de la conservation de l'énergie interne d'un système on arrive à établir l'équation aux dérivées partielles qui régit la répartition de la température, on associe à ces équations les conditions aux limites conformément à la nature du problème, elles sont de type Dirichlet, Neumann ou mixtes (Dirichlet-Neumann) [5].

a-Condition de Dirichlet : Cette condition nous renseigne sur la valeur exacte de l'inconnu sur la frontière extérieure du domaine de résolution.

$$U = g$$

avec :

g : Constante

U : L'inconnu du problème.

b-Condition de Neuman: Cette condition nous renseigne sur la valeur de la composante normale de l'inconnu sur la limite du domaine étudié et elle s'exprime comme suit :

$$\frac{\partial U}{\partial n} = g$$

c-Condition mixte Dirichlet-Neuman : appelée aussi condition de Cauchy ou Robin, elle s'exprime comme suit :

$$aU + b \frac{\partial U}{\partial n} = g$$

Avec :

g : Valeur de l'inconnu sur la frontière.

a,b : Coefficients.

U : Inconnu du problème.

- Il existe trois types d'équations aux dérivées partielles sont :

-Equations elliptiques : elles traduisent le comportement stationnaire des phénomènes physiques.

-Equations paraboliques : elles traduisent le comportement en régime transitoire.

-Equations hyperboliques : elles traduisent le phénomène de propagation d'ondes.

### III-5-1-2. Equation aux dérivées partielles a une intégrale

La formulation intégrale de l'équation aux dérivées partielles utilise une de ces méthodes :

-Méthode des résidus pondérés.

-méthode de formulation variationnelle.

### III-5-1-3. Discrétisation du domaine

La méthode des éléments finis est basée sur une discrétisation du domaine en un nombre finis de petits sous domaines appelés éléments, dont on aura au préalable choisis la géométrie selon les dimensions du domaine d'étude, en s'appuyant sur les éléments de références, auxquelles on associe un système de coordonnées normées. Les points caractéristiques de ces éléments sont appelés nœuds [5] [13].

### III-5-1-4. Ecriture matricielle

La formulation intégrale suivie de la discrétisation du domaine, nous permet de faire la somme des valeurs obtenues ; la formulation intégrale de l'E.D.P sur chaque élément du domaine, et la discrétisation du domaine suivit d'une approximation de l'inconnu sur chaque élément de celui-ci nous donnent un ensemble de valeurs ; on peut dire alors qu'on est passé d'un intégrale a une somme numérique qui ne peut être qu'une écriture matricielle.

### III-5-1-5. Résolution du système matriciel

Nous avons un système matriciel de la forme suivante :

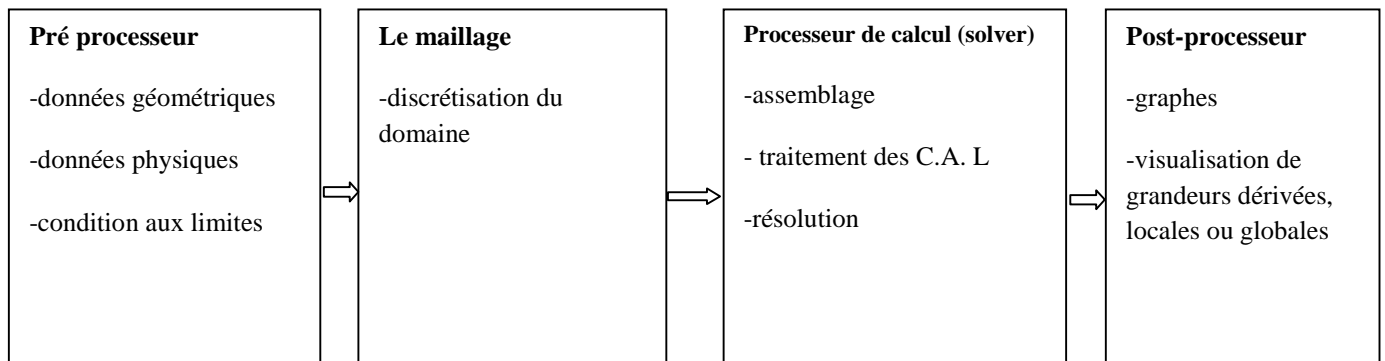
$$[M] [A] = [K]$$

La résolution d'un tel système se fait par des méthodes directes ou itératives, selon la nature de la relation entre la matrice [M] et le vecteur inconnu [A].

### III-5-1-6. Utilisation du vecteur solution [A]

La solution du système matriciel, nous fournis des valeurs aux nœuds par le vecteur solution [A], la fonction d'interpolation nous permet d'avoir la solution de chaque élément du domaine, il est donc possible de calculer les grandeurs physiques de système étudié.

### III-5-2. Implémentation informatique de la méthode des éléments finis :



### III-5-3. Formulation éléments finis de l'équation magnétodynamique en terme de potentiel vecteur A en coordonnées cartésiennes 2D

- **Cas linéaire**

On considère que les propriétés électromagnétiques, la perméabilité magnétique  $\mu$  et la conductivité électrique indépendantes du champ magnétique, de l'induction magnétique et de la température [14] [15].

- **Régime transitoire**

L'équation magnétodynamique en terme de A au régime transitoire est :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) - \epsilon \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{J}_s \quad (\text{III.5})$$

-en coordonnées cartésiennes est :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial A}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial A}{\partial y} \right] - \epsilon \cdot \frac{\partial A}{\partial t} = -\vec{J}_s \quad (\text{III.6})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.6) par la méthode des résidus pondérés, donnée par :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) - \mu \frac{\partial A}{\partial t} \right) \mathbf{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} \mu \mathbf{J}_s \mathbf{E}_i dx dy \quad (\text{III.7})$$

En appliquant le théorème de Green, qui nous permet d'écrire :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A}{\partial y} \right) \right) \mathbf{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} \nabla A \nabla \mathbf{E}_i dx dy + \int_{\Gamma} \frac{\partial A}{\partial n} \mathbf{E}_i d\Gamma \quad (\text{III.8})$$

Avec :

$\mu$  : perméabilité magnétique du milieu [H/m].

$\vec{A}$  : Potentiel vecteur magnétique [T.m].

$\vec{J}_s$  : Vecteur de densité de courant de source [A/m<sup>2</sup>].

Pour simplifier la résolution du problème, on suppose que les conditions aux limites de type Dirichlet ou Neumann homogène et on aura à la fin un système matriciel à résoudre qui s'écrit comme suit :

$$[\mathbf{M}] \cdot [\mathbf{A}] + [\mathbf{C}] \frac{\partial}{\partial t} [\mathbf{A}] = [\mathbf{K}]$$

[M] : matrice de rigidité

[A] : inconnu aux nœuds

[C] : matrice qui représente les constantes physiques

[K] : matrice qui représente le terme source

### ➤ Régime harmonique

L'équation magnétodynamique en régime harmonique s'écrit sous la forme :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) - j\omega\sigma\mu\vec{A} = -\mu\vec{J}_s \quad (\text{III.9})$$

La formulation intégrale de l'équation (III.9) par la méthode des résidus pondérés, donnée par :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j\tilde{S} \dagger - A \right) \mathbb{E}_i dx dy = - \iint_{\Omega} \sim J_s \mathbb{E}_i dx dy \quad (\text{III.10})$$

(9) après transformation et considération des conditions aux limites devient :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \vec{A}}{\partial y} \right) \right) \mathbb{E}_i dx dy - jw \iint_{\Omega} \dagger \sim \vec{A} dx dy = - \iint_{\Omega} \sim J_s \mathbb{E}_i dx dy \quad (\text{III.11})$$

Les grandeurs A et  $J_s$  sont dans ce cas complexes, Le système algébrique à résoudre est de la forme :

$$[M+jwL] [A] = [K]$$

- **Cas non linéaire**

Dans le cas où la réductivité magnétique  $\mathfrak{B}$  dépend de l'induction magnétique  $\vec{B}$ , et la conductivité  $\dagger$  dépend de la température alors l'équation magnétodynamique (III-5) est non linéaire et l'équation à résoudre sera [10].

$$\vec{\nabla} \wedge \left( [\vec{\nabla} \wedge \vec{A}] - \dagger \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = - \vec{J}_s \quad (\text{III.12})$$

Pour résoudre numériquement cette équation non linéaire, il est nécessaire d'utiliser une discrétisation temporelle par la méthode d'Euler implicite.

### III-5-4. Formulation éléments finis de l'équation de conduction de chaleur en coordonnées cartésiennes 2D

- **Cas linéaire**

On considère que les propriétés thermiques ; la capacité calorifique ( $\rho \cdot C_p$ ), la conductivité thermique et la densité de puissance dissipée par effet joule ; indépendantes de la température et des coordonnées de plan d'étude [16] [6].

➤ **Régime transitoire**

L'équation thermique au régime transitoire est

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) + \rho c_p \frac{\partial}{\partial t} = p \quad (\text{III.13})$$

En coordonnées cartésiennes l'équation de conduction est :

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{y^2} - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = -p \quad (\text{III.14})$$

La formulation intégrale de l'équation (11) par la méthode des résidus pondérés, donnée par :

$$\iint \psi_1 \left[ \lambda \frac{\partial^2 T}{x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{y^2} - \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + p \right] d d = 0 \quad (\text{III.15})$$

En utilisant les conditions aux limites de type Dirichlet et Newmen homogène on aura :

$$\iint \lambda \left( \left( \frac{\partial}{\partial x} \right) \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial y} \right) \left( \frac{\partial \psi_1}{\partial y} \right) \right) d d + \rho \frac{\partial}{\partial t} \psi_1 d d = \iint \psi_1 p d d \quad (\text{III.16})$$

on aura a la fin un système matriciel a résoudre qui s'écrit comme suit :

$$[M] [T] + [C] \left[ \frac{\partial T}{\partial t} \right] = [K] \quad (\text{III.17})$$

- **Cas non linéaire**

On considère que les propriétés thermiques ; la capacité calorifique ; la conductivité thermique dépendent de la température.

- **Régime transitoire**

On suit les mêmes étapes que pour le cas linéaire, on aura a la fin la forme matricielle suivante :

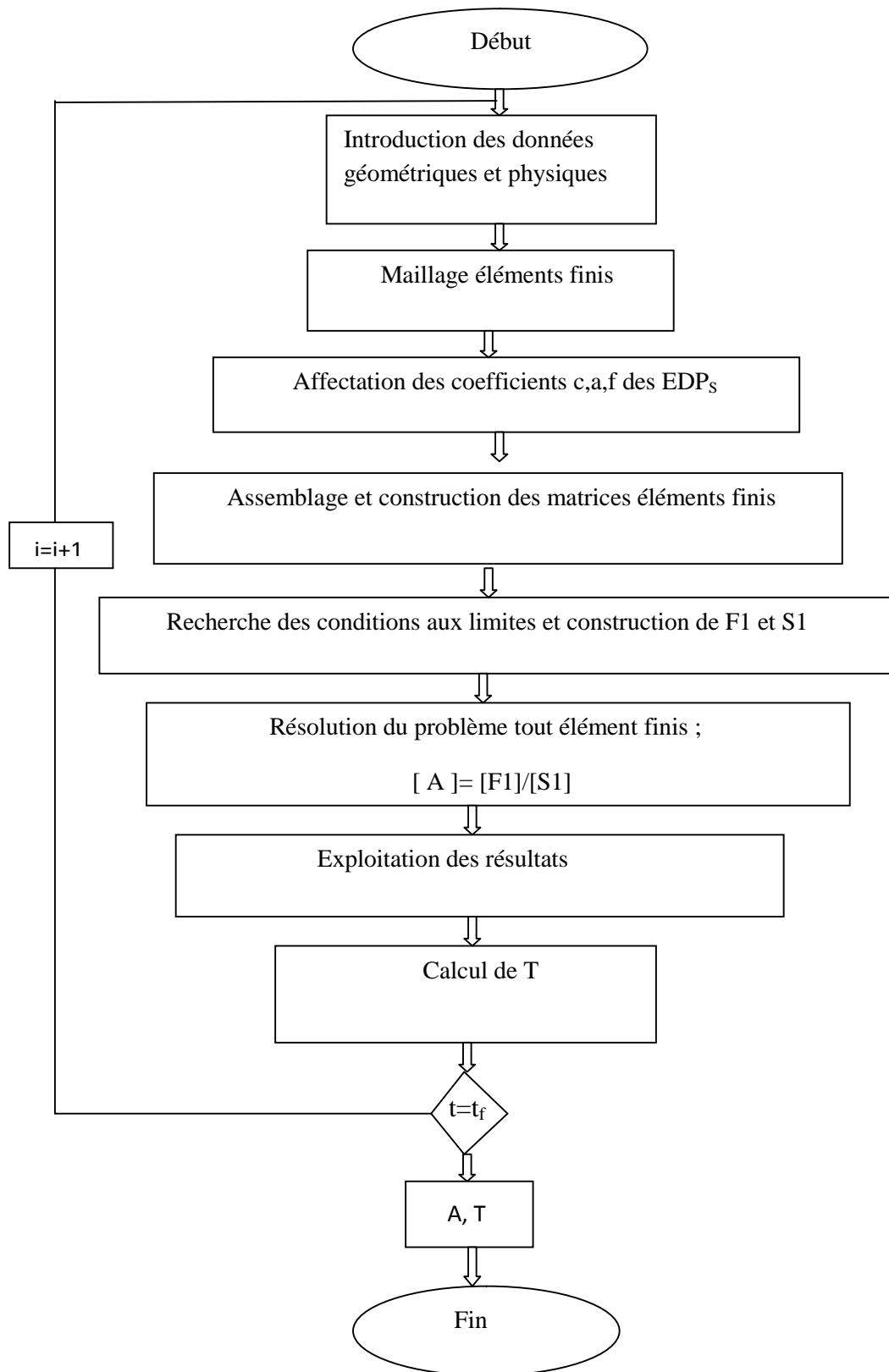
$$[M] [T]^{t+1} + [C] \left[ \frac{T}{\Delta t} \right]^{t+1} = [k] + [C] \left[ \frac{T}{\Delta t} \right]^t$$

### III-5-5. Formulation éléments finis de l'équation du couplage magnétothermique

On associe aux équations (5) et (11) des conditions aux limites de type Dirichlet ( $A=A_0$ ,  $T=T_0$ ) et Newmann homogène ( $\frac{\partial T}{\partial n}$ ). Les systèmes algébriques relatifs a ces deux phénomènes conduisent a deux systèmes algébriques couplés à résoudre [6] [17].

$$\begin{cases} [M+j\omega L] [A] = [K] \\ [M] [T]^{t+1} + [C] \left[ \frac{T}{\Delta t} \right]^{t+1} = [k] + [C] \left[ \frac{T}{\Delta t} \right]^t \end{cases}$$

Le model couplé magnétothermique linéaire est représenté par l'organigramme suivant :



**Organigramme de la solution couplée magnétothermique**

### III-5-6. Méthode de résolution des systèmes matriciels

La recherche de la solution des équations aux dérivées partielles par la méthode des éléments finis, nous a conduits après formulation intégrale, vers une écriture matricielle qui est sous la forme suivante :

$$[M] [A] = [K]$$

Si le problème est linéaire ;  $[M]$  ne dépend pas de l'inconnu  $[A]$ , les méthodes de résolution sont de deux type :

- Les méthodes directes : elle consiste en une solution donnée par un nombre fini d'étapes, c'est une méthodes très précise mais très couteuse en temps de calcul (méthodes de Gauss, Cholesky et Jordan).
- Les méthodes itératives : c'est une succession d'amélioration de l'approximation de la solution atteinte après un certain nombre d'itérations. Le nombre d'itérations est imprévu, il est dépendant de la structure de la matrice  $[M]$ .

La résolution de tel système se fait par ordinateur, en implémentant un programme de résolution, qui déroule l'une de ces méthodes.

- Discrétisation temporelles : dans le régime transitoire on remarque que les systèmes matricielles obtenues possèdent un vecteur dont sa composante varie par rapport au temps, la discrétisation de ce terme est de type différence finis implicite. Par exemple dans le cas du système matriciel obtenu suite à la formulation éléments finis de l'équation de transfert de chaleur dans le plan cartésien 2D [6].

Le système peut être décrit comme suite :

$$[M] [T] + [C] \left[ \frac{\partial}{\partial t} \right] = [K]$$

Dans ce cas l'opérateur différentiel est transformé en un opérateur aux différences finis comme suit

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{T^{t+1} - T^t}{\Delta t}$$

Ou  $\Delta T$  représente la différence entre les valeurs  $T^{t+1}$  à l'instant  $t + 1$  et  $T^t$  à l'instant  $t$  par rapport à un pas de temps  $\Delta t$ , et la valeur de la température  $T^t$  sera utilisée pour calculer la

valeur de la température  $T^{t+1}$  ; la résolution à chaque pas de temps nécessite un calcul itératif et on aura le système suivant ;

$$[M] \Delta t + [C] [T]_{t+1} = [C][T]_t + \Delta t [S]$$

On pose

$$[[M] \Delta t + [C]] = [E] ; [C][T]_t + \Delta t [S] = [H]$$

On aura

$$[E] [T]_{t+1} = [H]$$

On peut dire que la méthode des éléments finis est la mieux adaptée à la résolution de ce genre de matrices.

# Chapitre IV

## APPLICATION ET RESULTATS

## IV. Introduction

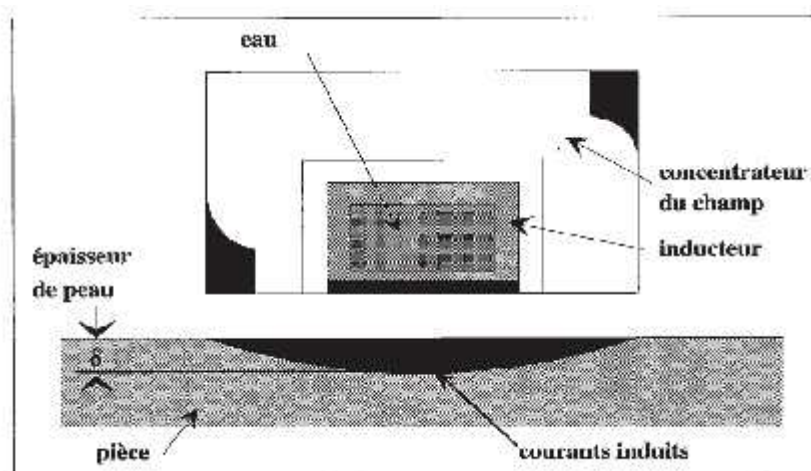
Le présent chapitre sera consacré à la validation du programme de calcul par la méthode éléments finis mis en œuvre sous environnement MATLAB pour la détermination de la température du soudage de couronne de court-circuit.

La modélisation d'un problème magnétothermique nécessite la résolution des équations couplées, avec des conditions aux limites de type Dirichlet imposées sur le vecteur magnétique  $\vec{A}$  et la température  $T$  ( $A=0, T=25$ ).

### IV-1. Description du dispositif à étudier

Notre dispositif se compose d'un :

- Inducteur.
- charge (couronne de court-circuit).



**Figure (I.1) :** principe d'un inducteur avec un concentrateur du champ

## IV- 2. Les caractéristiques électromagnétiques et thermiques

### Inducteur

Cet inducteur est en cuivre entouré d'une tôle magnétique.

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu \vec{J}_s$$

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) = 0$$

- $\mu_0 = 4. \pi. 10^{-7} [\text{H/m}]$ .
- Perméabilité magnétique du cuivre :  $\mu_r = 1$
- Perméabilité magnétique de la tôle magnétique :  $\mu_t = 1200$
- Conductivité thermique du cuivre :  $\lambda = 389 [\text{w/m}^\circ\text{C}]$
- Conductivité thermique de la tôle magnétique :  $\lambda_t = 52 [\text{w/m}^\circ\text{C}]$
- Densité de masse volumique du cuivre :  $\rho = 8900 [\text{kg/m}^3]$ .
- Densité de masse volumique de la tôle magnétique :  $\rho = 7700 [\text{kg/m}^3]$ .
- Chaleur spécifique du cuivre :  $c_p = 385 [\text{J/kg}^\circ\text{C}]$
- Chaleur spécifique de la tôle magnétique :  $c_p = 100 [\text{J/kg}^\circ\text{C}]$
- Densité de courant d'excitation :  $J = 2.2 \cdot 10^7 [\text{A/m}^2]$
- Fréquence :  $f = 10 \text{Khz}$

### Induit

$$\vec{\nabla} \wedge (\vartheta \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + j\sigma\omega \vec{A} = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) + \rho c_p \frac{\partial}{\partial t} = p$$

- Perméabilité magnétique du cuivre:  $\mu_r = 1$
- Conductivité électrique du cuivre:  $\sigma = 5.6 \cdot 10^7 [\Omega. m]^{-1}$

- Chaleur spécifique du cuivre:  $c_p = 385$  [J/kg°C]
- Densité de masse volumique du cuivre :  $\rho = 8900$  [kg/m<sup>3</sup>]
- Conductivité thermique du cuivre:  $\lambda = 389$  [w/m°C]

### L'air

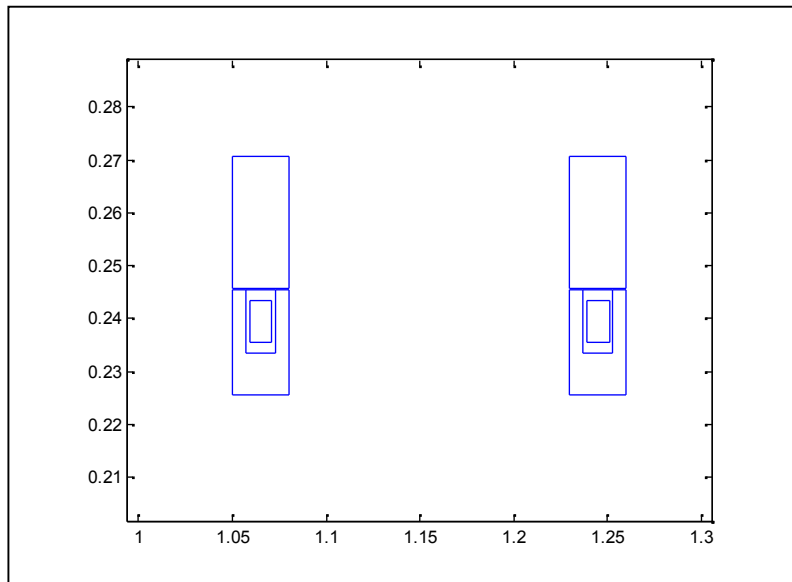
$$\vec{\nabla} \wedge (\vartheta \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot (-\lambda \vec{\nabla} T) = 0$$

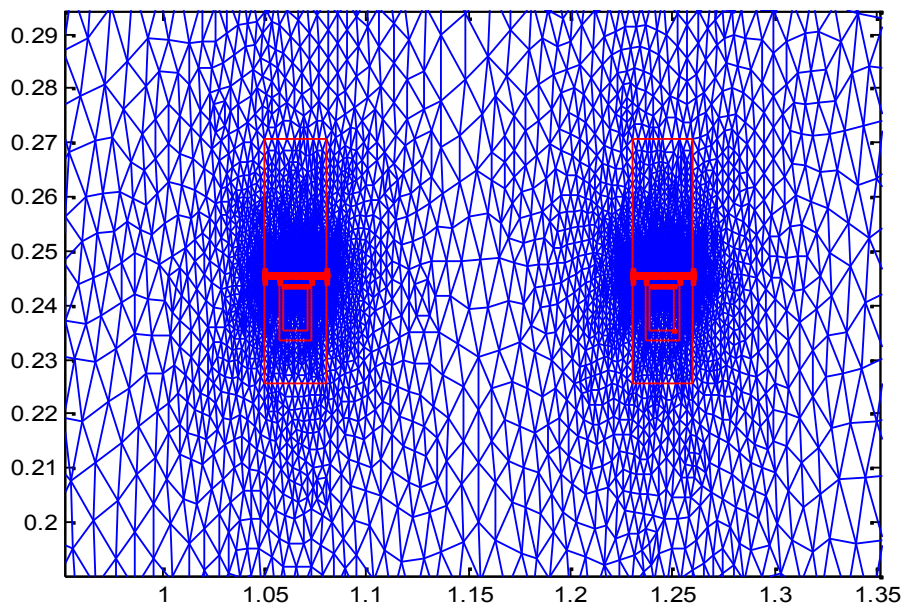
- Perméabilité magnétique :  $\mu_r = 1$
- Conductivité thermique :  $\lambda = 0.023$  [w/m°C]
- Densité de masse volumique :  $\rho = 1.28$  [kg/m<sup>3</sup>].
- Chaleur spécifique :  $c_p = 1000$  [J/kg°C]

**IV- 3. Les résultats obtenus sont représentés sur les figures ci dessous**

- **Test 1 :** l'objectif de ce premier test est de trouver la valeur de la température à la fréquence  $f=10$  [KHz], pour une densité de courant d'excitation  $2.2 \cdot 10^{+7}$  [A/m<sup>2</sup>].



**Figure (IV-3.1) : Modèle géométrique du dispositif**



**Figure (IV-3.2) : Maillage éléments finis du dispositif**

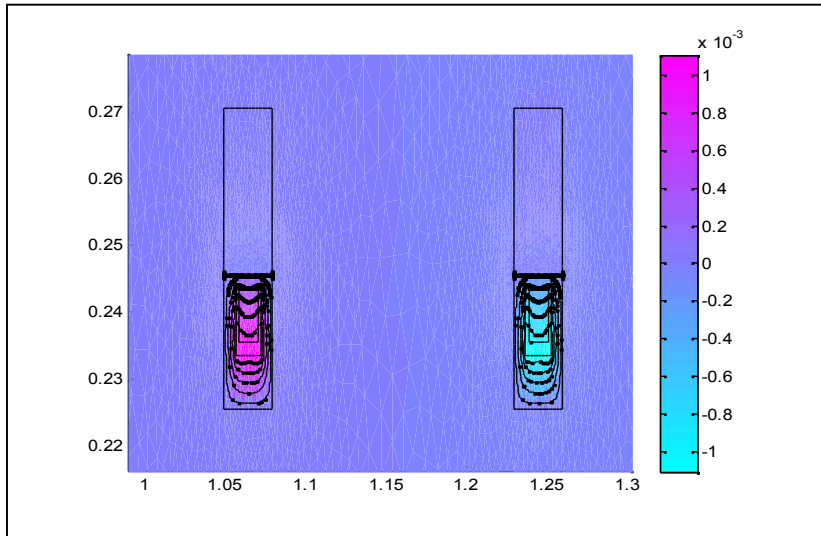


Figure (IV-3.3) : répartition du potentiel vecteur magnétique  $A$  [T.m]

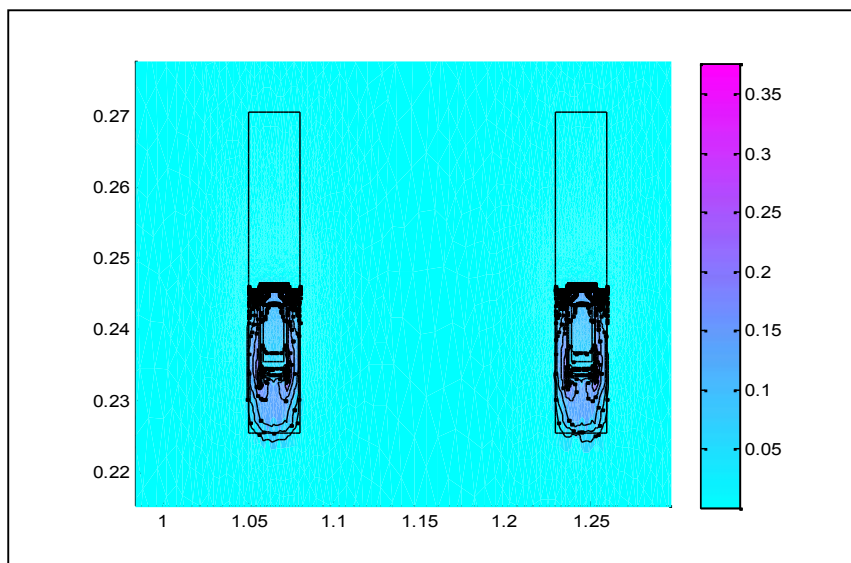


Figure (IV-3.4) : répartition des lignes d'induction magnétique  $B$  [T]

- Champ magnétique H [A/m]

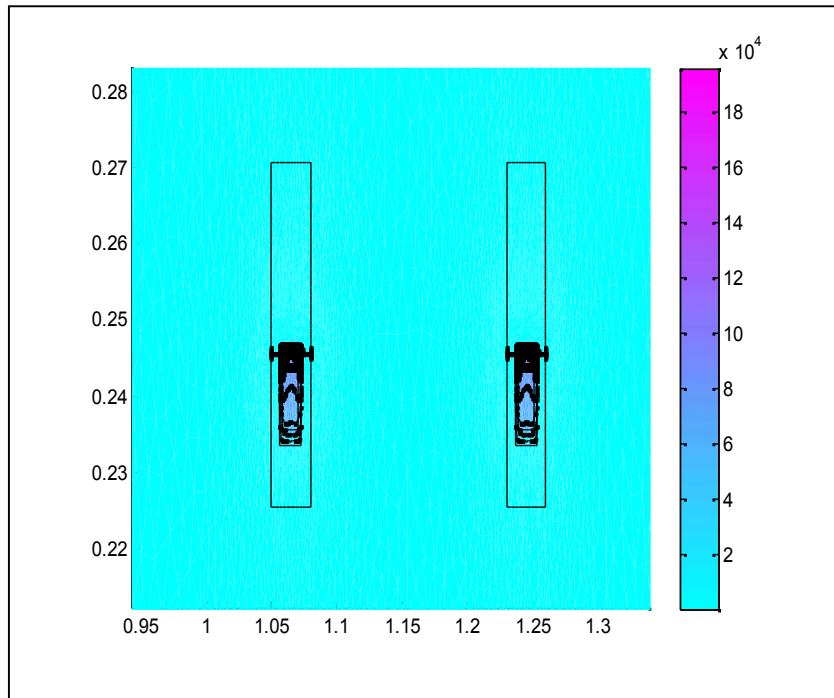


Figure (IV-3.5) : répartition des lignes du champ magnétique H [A/m]

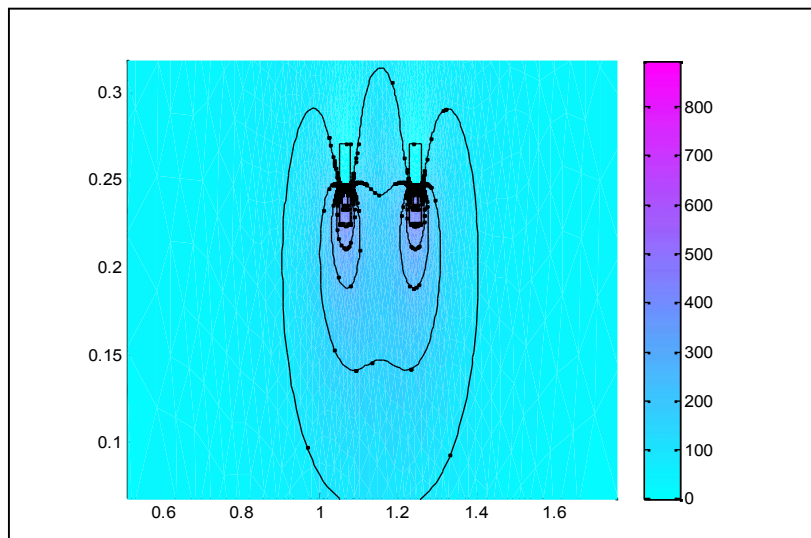
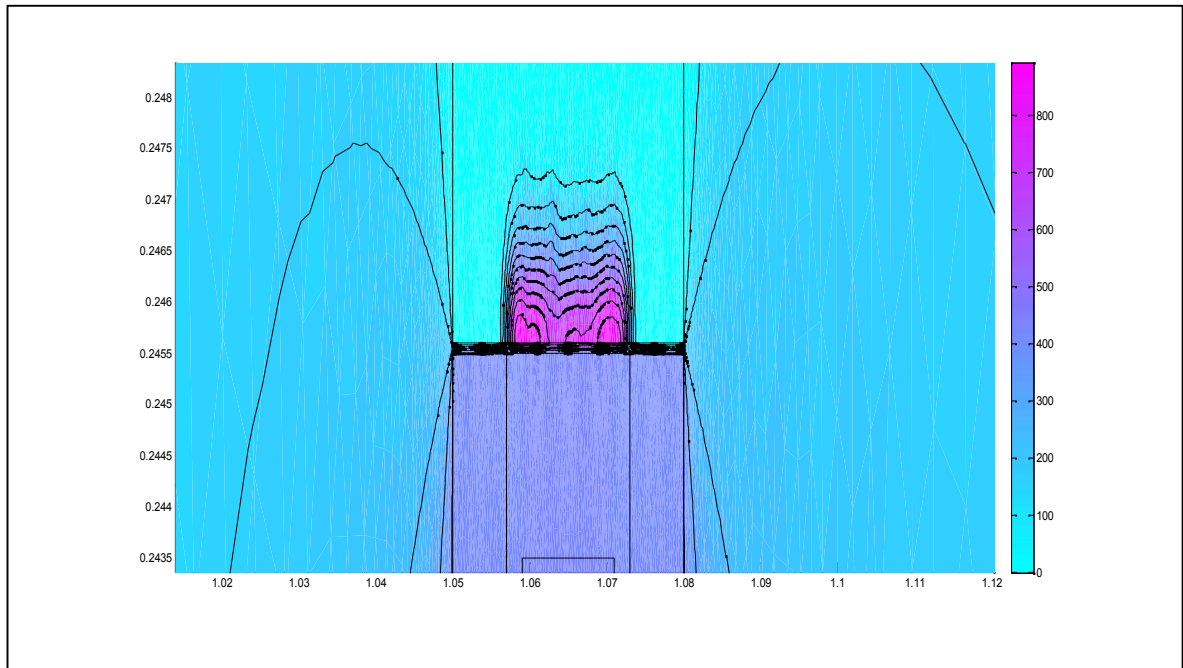


Figure (IV-3.6) : répartition de la température [°C ]



**Figure (IV-3.7) : répartition de la Température [°C ]**

### Interprétation

La figure (IV-3.7) : présente la distribution de la température dans le dispositif du chauffage par induction, on remarque que la température est très élevée à la surface de la charge est cela est dû aux courants de Foucault induits et à l'effet de peau.

- **Test 2 :** l'objectif de ce deuxième test est de voir l'utilité de l'utilisation de la tôle magnétique dans l'inducteur.

❖ **Résultats obtenues**

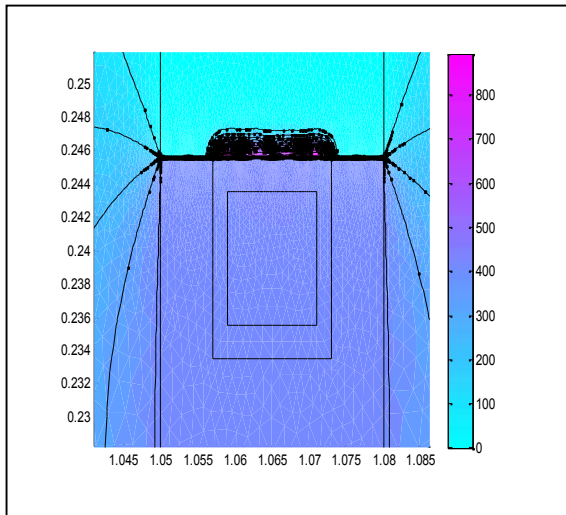


Figure (IV-3.7) : répartition de la Température T [°C]  
avec tôle magnétique

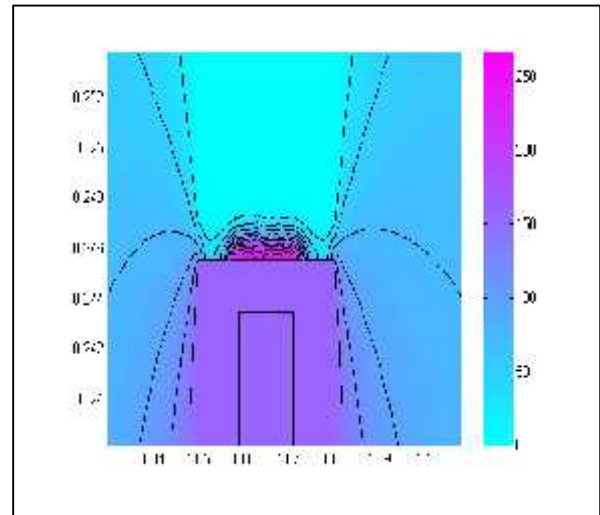


Figure (IV-3.8) : répartition de la Température T [°C]  
sans tôle magnétique

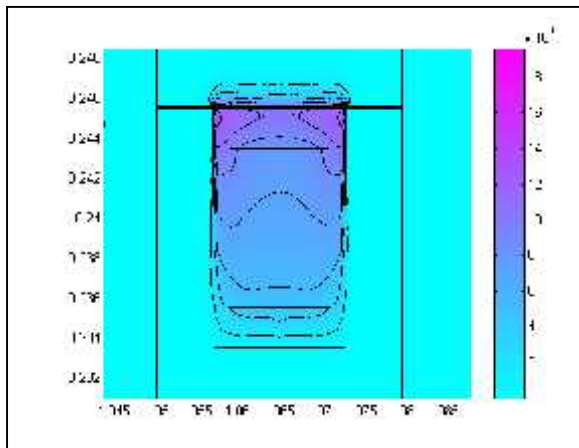


Figure (IV-3.9) : répartition des lignes du Champ  
magnétique H [A/m] Avec tôle magnétique

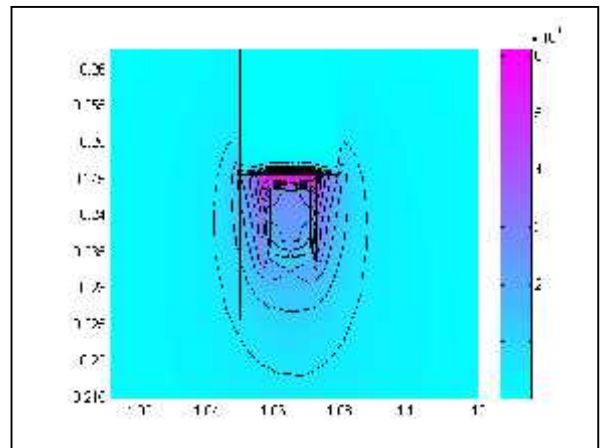


Figure (IV-3.10) : répartition des lignes du Champ  
magnétique H [A/m] sans tôle magnétique

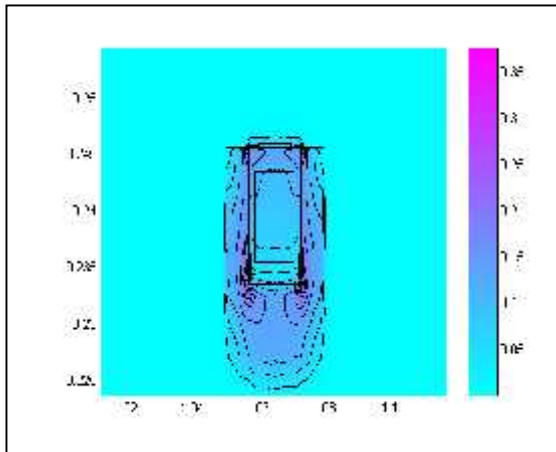


Figure (IV-3.11) : répartition des lignes d'induction magnétique B [T]

Avec tôle magnétique

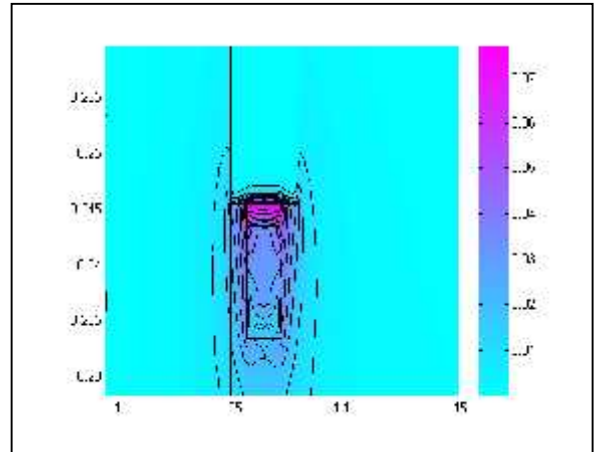


Figure (IV-3.12) : répartition des lignes d'induction

magnétique B [T], sans tôle magnétique

### Interprétation

On remarque que les valeurs du champ, de l'induction et de la température augmentent en utilisant un inducteur avec tôle magnétique, donc on peut dire que la tôle magnétique joue un rôle d'un amplificateur.

La figure (IV-3.9) : les lignes du champ se canalisent dans la partie inducteur, et cela pour mieux adapter le champ magnétique à la forme géométrique de la pièce à traiter.

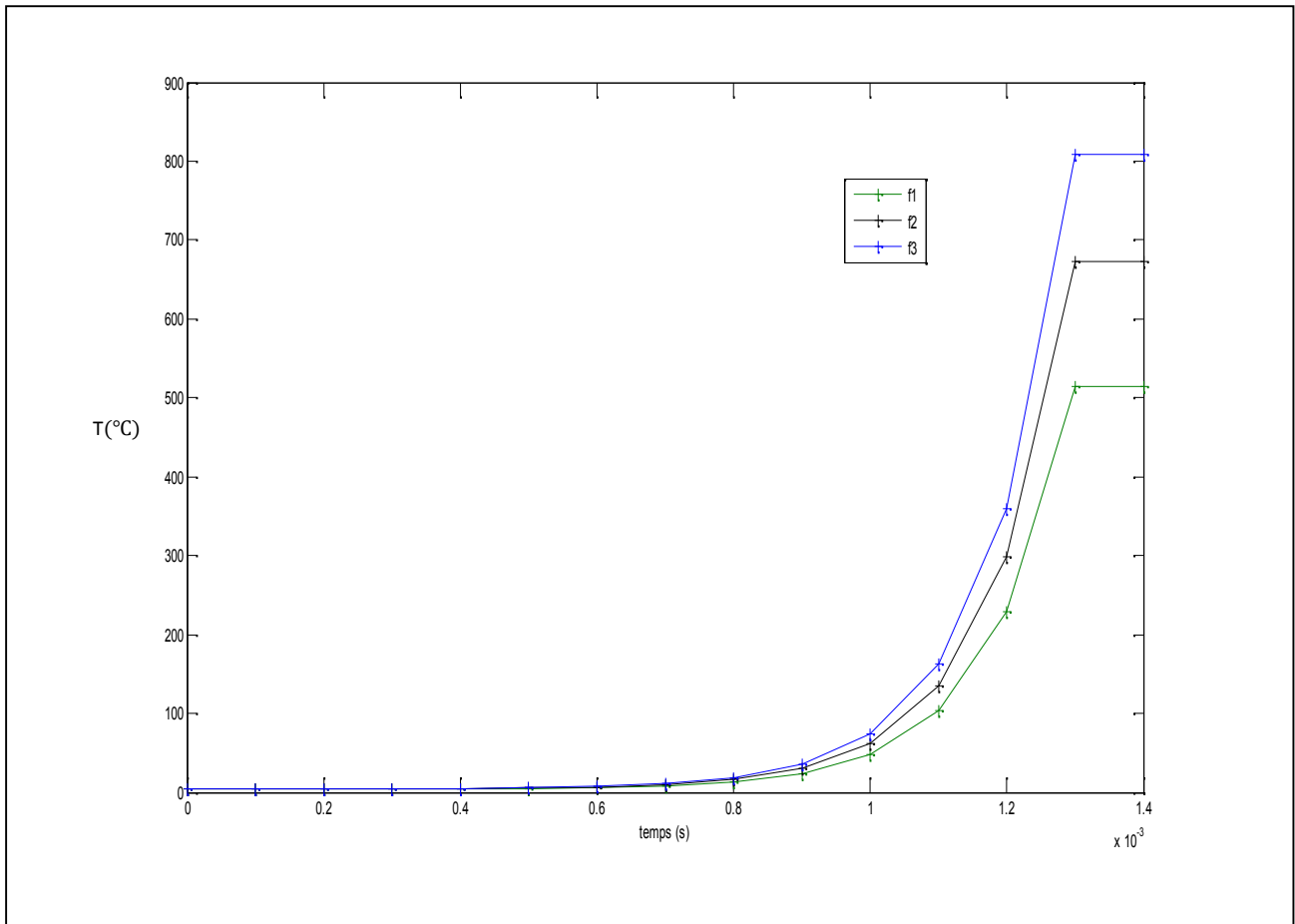
La figure (IV-3.10) : les lignes du champ se dispersent dans l'air, on constate que la tôle magnétique génère les lignes du champ. On peut dire aussi que c'est un concentrateur du champ. L'induction des courants de Foucault dans le concentrateur est faible, elle importante en surface.

L'induction des courants de Foucault dans le concentrateur doit être minimisée. Il est donc construit en feuilles de fer avec une très faible conductivité.

- **Test 3** : L'objectif de ce troisième test est de trouver la variation de la température en fonction du temps dans un point de l'induit.

- Cas 1 :  $\sigma = \text{constante}$  ;  $f = \text{variable}$

$\sigma = 5.6 \cdot 10^{-7} [\Omega \cdot m]^{-1}$  ;  $f = (10, 15, 20) [\text{Khz}]$

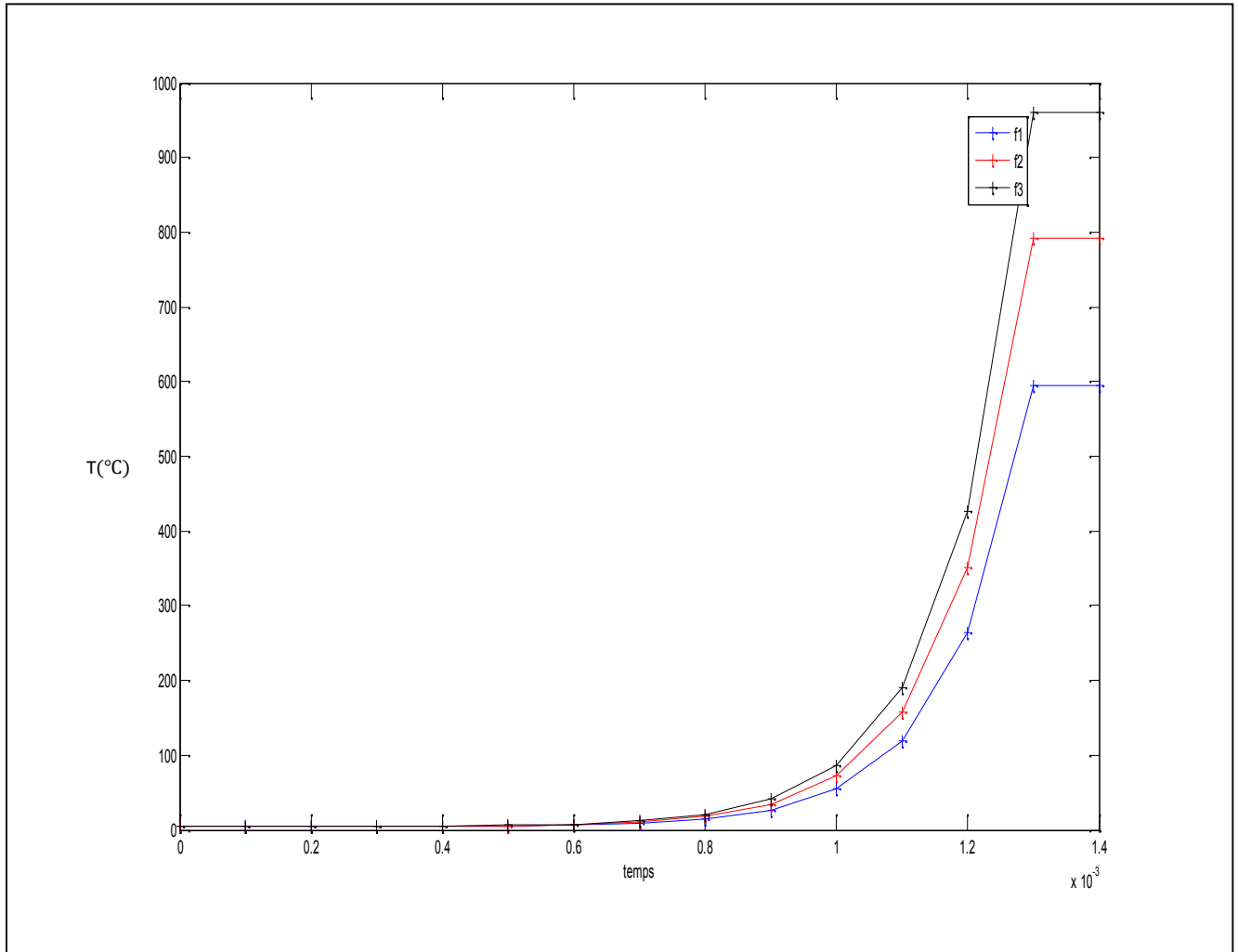


**Figure (IV-3.13) : évaluation de la température T [°C] en fonction du temps dans un point d'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.13) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point à une conductivité de  $5.6 \cdot 10^{-7}$  pour une fréquence variable. On constate que a  $t = 1.25 \cdot 10^{-3}$  (s) on atteint la température du soudage voisine a celle pratiqué.

$\Sigma = 3.4 \cdot 10^{+7} [\Omega \cdot m]^{-1}$ ;  $f = (10, 15, 20) \text{ Khz}$

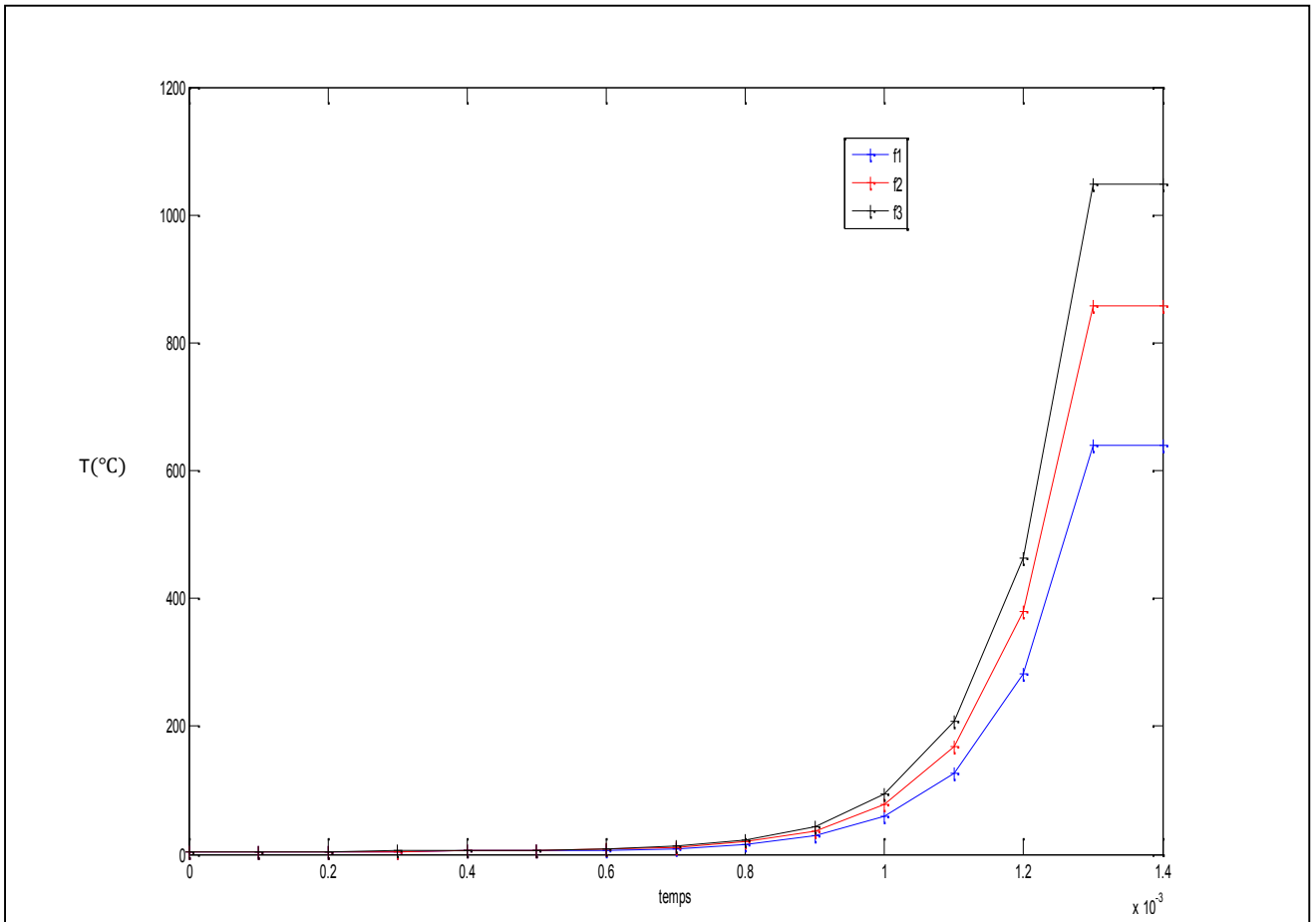


**Figure (IV-3.14) : évaluation de la température T [°C ] en fonction du temps dans un point d'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.14) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point, à une conductivité de  $3.4 \cdot 10^{+7}$  pour une fréquence variable. On remarque qu'en diminuant la valeur de conductivité on atteint la température du soudage plus rapidement que celle de conductivité  $5.6 \cdot 10^{+7}$ .

$$\text{Sigma} = 2.6 \cdot 10^{+7} [\Omega \cdot \text{m}]^{-1} \quad f = (10, 15, 20) \text{ Khz}$$



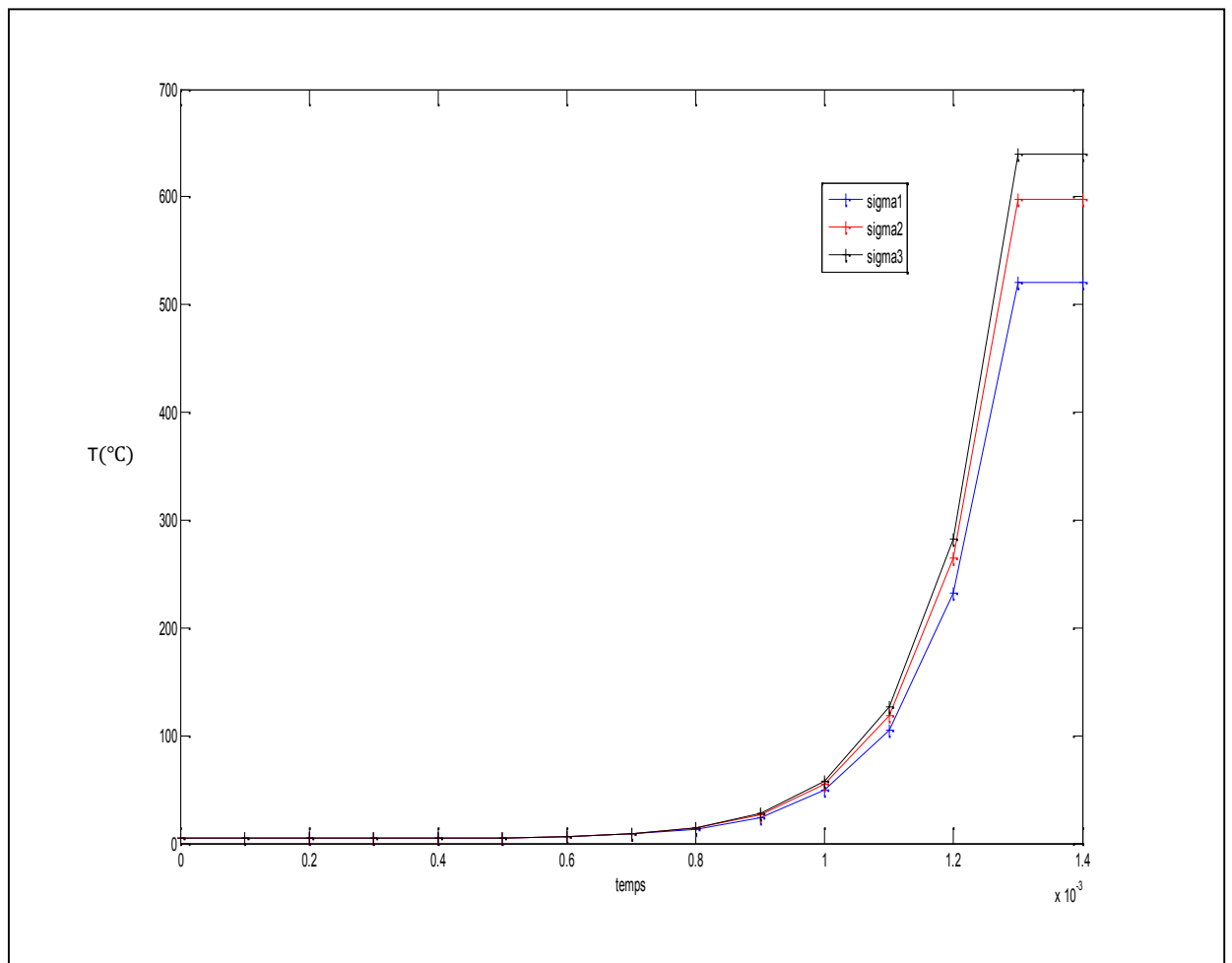
**Figure (IV-3.15) : évaluation de la température T [°C ] en fonction du temps dans un point d'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.15) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point à une conductivité de  $2.6 \cdot 10^{+7}$  pour une fréquence variable. On remarque que plus on diminue la valeur de conductivité plus on atteint la température du soudage avec une rapidité plus importante, ce qui signifie que plus la conductivité diminue, la résistivité augmente, cette notion fondamentale est déterminée par la profondeur de pénétration encore appelée épaisseur de peau.

-Cas 2 :  $f = \text{constante}$  ;  $\sigma = \text{variable}$  ;

$f = 10 \text{ KHz}$  ;  $\sigma = (5.6 \cdot 10^7, 3.4 \cdot 10^7, 2.6 \cdot 10^7) [\Omega \cdot m]^{-1}$

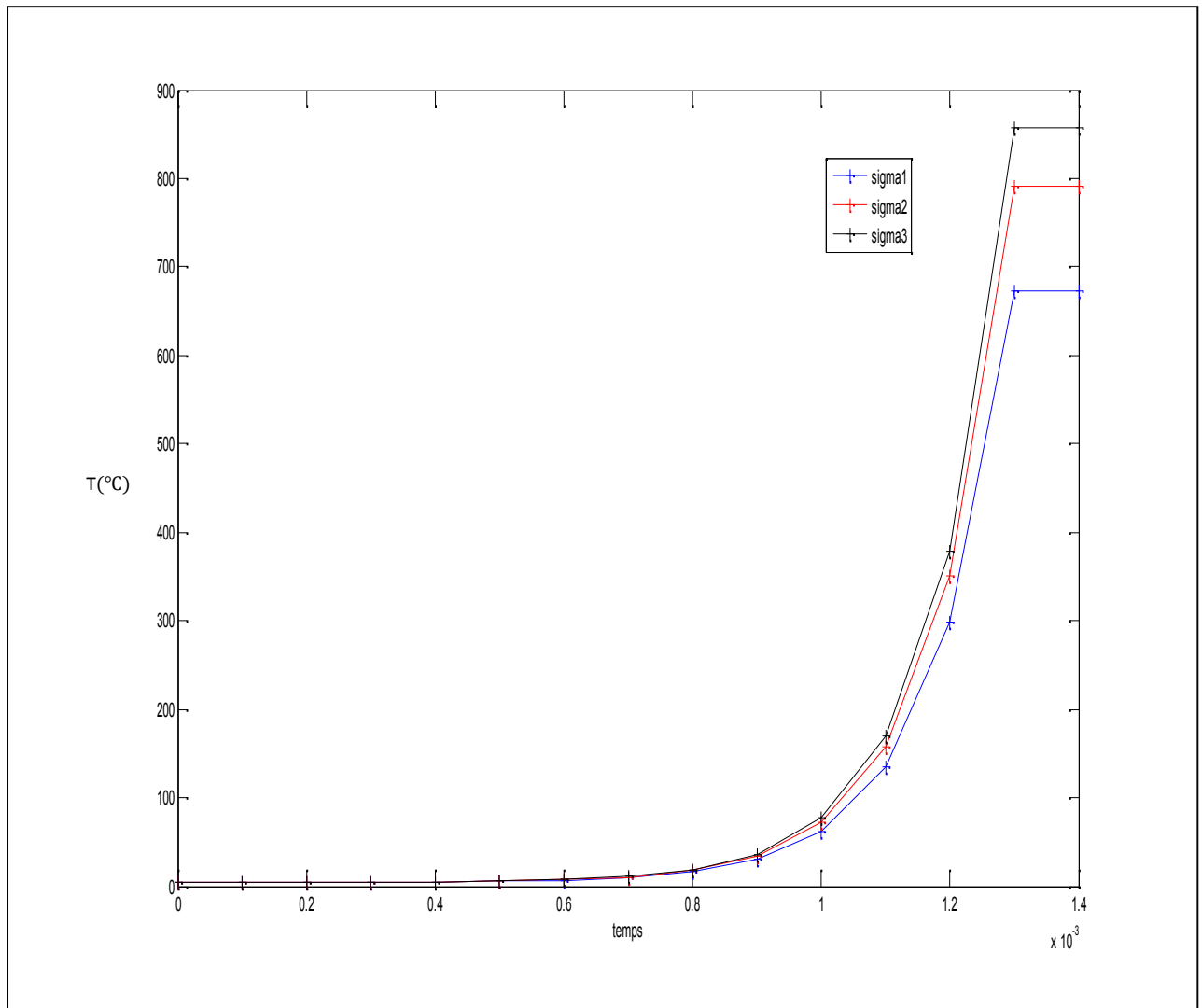


**Figure (IV-3.16) : évaluation de la température  $T$  [°C] en fonction du temps dans un point d'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.16) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point, à une fréquence de 10Khz et conductivité variable. On constate que a  $t = 1.25 \cdot 10^{-3}$  on atteint la température du soudage souhaité.

$f=15 \text{ KHz}$  ;  $\text{Sigma} = (5.6 \cdot 10^7, 3.4 \cdot 10^7, 2.6 \cdot 10^7) [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$

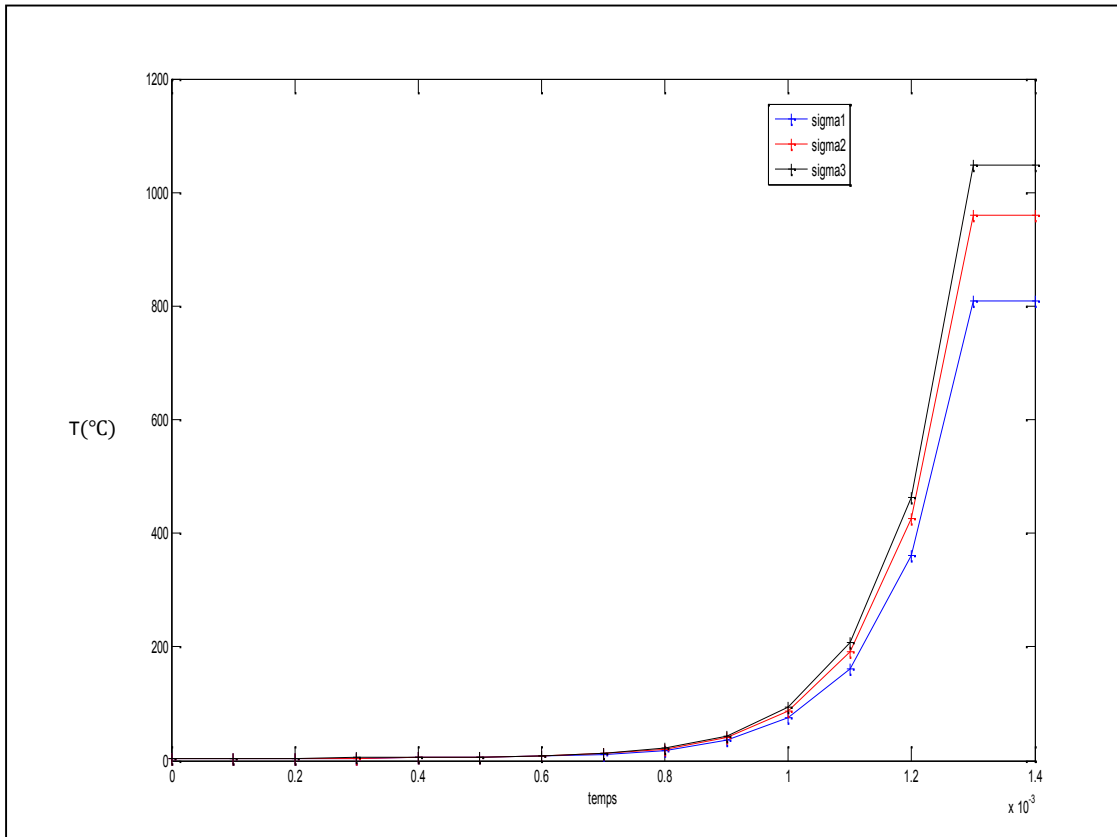


**Figure (IV-3.17) : évaluation de la température T [°C ] en fonction du temps dans un point de l'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.17) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point, à une fréquence de 15Khz et conductivité variable. On remarque qu'en augmentant la valeur de la fréquence on atteint la température du soudage au même temps de celle trouvée avec une fréquence de 10Khz mais avec un temps de réponse plus important.

$f=20 \text{ KHz}$  ;  $\text{Sigma} = (5.6 \cdot 10^7, 3.4 \cdot 10^7, 2.6 \cdot 10^7) [\Omega \cdot \text{m}]^{-1}$



**Figure (IV-3.17) : évaluation de la température T [°C] en fonction du temps dans un point de l'induit**

### Interprétation

La figure (IV-3.17) : représente l'évaluation de la température en fonction du temps dans un point, à une fréquence de 20KHz et conductivité variable. On remarque que plus on augmente la valeur de la fréquence plus on atteint la température du soudage plus rapidement dans un même instant. Ceci est lié à La profondeur de pénétration qui est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence.



# Conclusion générale

### **Conclusion générale :**

Afin d'établir, développer et valider un modèle performant pour la modélisation des différents procédés de chauffage par induction, que ce soit en préchauffe ou pour des traitements thermiques ; ce procédé complexe de par sa nature multi-physique nécessite le couplage entre modèles :

- électromagnétique.
- thermique.

Pour se faire il faut d'abord donner les modèles d'équations aux dérivées partielles qui décrivent le comportement des phénomènes électromagnétiques et thermiques qui régissent le dispositif. Pour le chauffage par induction le phénomène électromagnétique est décrit par l'équation magnétodynamique qui traduit la circulation des courants induits dans la charge, et le phénomène thermique est régi par l'équation générale de conduction qui traduit le transfert de chaleur et la répartition de la température dans la charge.

La méthode numérique employée pour la résolution des deux équations différentielles est de type éléments finis, cette dernière nécessite une bonne compréhension des phénomènes physiques électromagnétiques inhérents au procédé.

En effet, modéliser un espace ouvert par une méthode éléments finis nécessite la fermeture du domaine et l'imposition de conditions aux limites.

La simulation du comportement magnétothermique a été effectuée en procédant à la mise en œuvre d'un programme de calcul par éléments finis écrit sous Matlab qui est un logiciel de calcul numérique et de simulation, permettant la résolution des équations magnétothermique, ce dernier nécessite le couplage de deux phénomènes à cités : magnétiques, thermiques.

Pour avoir la température de soudage voisine à celle de l'entreprise électro-industrie ENEL d'Azazga (Tizi-ouzou), nous avons joué sur la conductivité, la fréquence et leurs impacts sur la température de soudage.

Plus la fréquence augmente, plus les courants induits se concentrent en surface. Cette notion fondamentale est déterminée par la profondeur de pénétration encore appelée épaisseur de peau.

La profondeur de pénétration est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence. Alors que la résistivité et la perméabilité magnétique sont des caractéristiques du corps à chauffer, la fréquence est une grandeur qui peut être choisie par l'utilisateur.

Celui-ci possède ainsi un moyen de contrôler la dissipation à l'intérieur du corps à chauffer et de choisir le chauffage le mieux adapté.



# BIBLIOGRAPHIE

- [1] **J. Lucas.** « Induction, Conduction magnétique ». Coyright © 1996.
- [2] [www.wikipedia.com](http://www.wikipedia.com).
- [3] **A.Tibouche.** « Contribution a la modélisation analytico-numerique de systèmes magnétothermiques axisymétriques ». Thèse de magister, Université de A. MIRA de Bejaia, 1996.
- [4] **G. Aubert.** « Electromagnétisme ». Dunod Université 1971.
- [5] **L. Targua.** «Modélisation par éléments finis des phénomènes couplés magnétothermiques en vue de l'étude des dispositifs de chauffage par induction de pièce au défilée et fixes ». Thèse d'ingénieur, 2005.
- [6] **G. Meunier.** « Électromagnétisme et problème couplés ». Lavoisier, 2002.
- [7] **LOTT. AL.** « Thermal modelling of a surface micro-machined linear thermo mechanical actuator” Int. Conf. on Modelling and Simulation of Microsystems”. Hilton Head, T51.21, 2001.
- [8] **J.F. Sacadura.** « Initiation aux transfert thermiques ». Lavoisier, Paris, 1967.
- [9] **H. Mohellebi.** « Modélisation numérique des systèmes d'entraînement électrique (Cour MEE36),2013/2014
- [10] **A. Nait-Ouslimane.** « Mise en œuvre du couplage magnétothermique pour l'étude de la répartition de la température en utilisant la méthode des éléments finis: application aux dispositifs de chauffage par induction et lanceurs électromagnétiques ». Thèse d'ingénieur, 2002.
- [11] **P. Robert.** « Matériaux de l'électrotechnique ». Dunod 1979.
- [12] **G. Dhatt, G. Tazot, E. Lefrancois.** « Méthodes des éléments finis ». © LAVOISIER, 11, rue Lavoisier, 75008 Paris, 2005.
- [13] **Ern. Alexandre.** « Aide Mémoire; Éléments finis ». Dunod, Paris2005.
- [14] **Z. Oudni.** « Régulation par la température de curie du chauffage par induction d'une plaque ferromagnétique ». Thèse de magister a l'université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2007.
- [15] **G. Meunier.** « Champs et équations en électromagnétisme ». Lavoisier, 2003.
- [16] **Anneuquin; Boutiny.** « Cours de physique : thermodynamique ». Vuibert, 1976.
- [17] **P.Triwong.** « Modélisation numérique 3D des phénomènes couplés dans les procédés d'élaboration par induction : Couplage faible et couplage fort ». Thèse de doctorat a l'institut polytechnique de Grenoble, 2008.

