

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté de Génie Electrique Et D'informatique

Département d'Electrotechnique



MEMOIRE DE MAGISTER

En **Electrotechnique**
Option : **Machines Electriques**

Présenté par

M^{elle} DAFFEUR Nouara

Thème

***MODELISATION THERMIQUE PAR ELEMENTS FINIS
D'UN MOTEUR ASYNCHRONE A CAGE***

Devant le jury d'examen composé de :

M ^r BENAMROUCHE Nacerddine	Professeur	UMMTO	Président
M ^r HADDAD Salah	Professeur	UMMTO	Rapporteur
M ^{me} BITAM-MEGHERBI Ferroudja	Maître de conférences A	UMMTO	Examinatrice
M ^r BELASSEL Mohand Tahar	Maître de conférences A	UMMTO	Examineur
M ^r BOUTORA Youcef	Maître de conférences B	UMMTO	Examineur

Soutenu le :

Remerciement

J'adresse mes sincères remerciements à mon directeur de mémoire, Monsieur S.HADDAD Professeur à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour la confiance qu'il m'a accordée, pour ses précieux conseils et ses encouragements ainsi pour avoir soutenu sans réserve ce travail du commencement jusque à la fin.

Que Monsieur N.BENAMROUCHE, Professeur à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, trouve ici l'assurance de mon respect pour l'honneur qu'il me fait en acceptant la présidence du jury de mon travail.

Je tiens également à témoigner de la reconnaissance que je porte à Monsieur Y.BOUTORA, Maître de conférence à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'aide très importante qu'il m'a apportée, les précieux conseils qu'il m'a prodigué le long de ce travail et pour toutes les connaissances qu'il a su me transmettre, ainsi de faire partie du jury.

J'adresse également mes profonds remerciements à Madame F.BITAM-MEGHARBI, Maître de conférences à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir voulu examiner mon travail et me faire l'honneur de participer au jury.

Mes remerciements à Monsieur M.BELASSEL , Maître de conférences à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté d'examiner ce travail et de faire l'honneur de participer au jury.

Mes remerciements vont également aux enseignants du département d'Electrotechnique, option Machines Electriques de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, qui m'ont permis de mener à terme mon travail, pour leurs conseils et leur disponibilité.

Que mes parents trouvent ici l'expression de mes remerciements, qui vont également à ceux qui m'ont aidé et soutenu de près ou de loin, d'une façon ou d'une autre tout au long de mes études.

Nomenclature des symboles utilisés

Nomenclature des symboles utilisés

Symboles	Désignations	Unités
α	Diffusivité thermique	m^2/s
β	Coefficient de dilatation volumique du fluide	$^{\circ}C^{-1}$
λ	Conductivité thermique	$W/m^{\circ}C$
λ_{eq}	Conductivité thermique équivalente	$W/m^{\circ}C$
λ_{isol}	Conductivité thermique de l'isolant	$W/m^{\circ}C$
λ_v	Conductivité thermique du vernis	$W/m^{\circ}C$
λ_{tol}	Conductivité thermique de la tôle	$W/m^{\circ}C$
μ	Viscosité dynamique du fluide	$kg/m.s$
ν	Viscosité cinématique du fluide ($\nu = \mu/\rho$)	m^2/s
ε	Emissivité	-
σ	Constante de Stéphan-Boltzmann, ($5.67032 \cdot 10^{-8}$)	$W/m^2 \cdot ^{\circ}C^4$
ρ	Masse volumique	kg/m^3
ω	Vitesse de rotation du rotor	rad/s
d_h	Diamètre hydraulique d'écoulement	m
e	Epaisseur	m
e_{isol}	Epaisseur de l'isolant	m
e_{tol}	Epaisseur de la tôle	m
g	Accélération de la pesanteur	m/s^2
h_c	Coefficient d'échange par convection	$W/m^2 \cdot ^{\circ}C$
h_{cond}	Conductance thermique de contact	$W/m^2 \cdot ^{\circ}C$
h_r	Coefficient d'échange par rayonnement	$W/m^2 \cdot ^{\circ}C$
q	Densité de flux de chaleur	W/m^2
$r_{ext,r}$	Le rayon extérieur du rotor	m
u	Vitesse d'écoulement du fluide	m/s
C_p	Chaleur spécifique	$J/kg \cdot ^{\circ}C$
C_{th}	Capacité thermique	$J/^{\circ}C$
R_{ct}	Résistance thermique de contact	$W/^{\circ}C$
S	Surface de contact	m^2
S_{moy}	Section moyenne	m^2
T	Température	$^{\circ}C$
T_s	Température de surface	$^{\circ}C$
T_{moy}	Température moyenne du fluide	$^{\circ}C$
Nu	Nombre de Nusselt	-
Pr	Nombre de Prandtl	-
Re	Nombre de Reynolds	-
Gr	Nombre de Grashof	-
Ra	Nombre de Rayleigh	-
Q	Chaleur générée dans un corps	J
Q_c	Chaleur cédée par conduction	J
Q_v	Accroissement d'énergie interne	J

P	Densité volumique de pertes	W/m ³
λ_{visol}	Conductivité thermique du vernis isolant	W/m°C
$\lambda_{\text{eq-carc}}$	Conductivité thermique équivalente de la carcasse	W/m°C
λ_{carc}	Conductivité thermique de la carcasse	W/m°C
r_{carc}	Le rayon extérieur de la carcasse	m
λ_{air}	Conductivité thermique de l'air	W/m°C
$r_{\text{int.e}}$	Le rayon intérieur de l'entrefer	m
$r_{\text{ext.e}}$	Le rayon extérieur de l'entrefer	m
P_{tot}	Pertes totales	W
P_{cal}	Puissance calorifique	W
D	Débit massique	kg/s
P_0	Puissance absorbée	W
P_{fs}	Pertes fer statoriques	W
P_{fr}	Pertes fer rotoriques	W
P_{mec}	Pertes mécaniques	W
P_{Js}	Pertes Joule statoriques	W
P_{Jr}	Pertes Joule rotoriques	W
P_{supp}	Pertes supplémentaires	W
R_1, R_2	Résistance électrique du stator, résistance du rotor	Ω
I	Courant	A
$F_{1 \rightarrow 2}, F_{2 \rightarrow 1}$	Facteurs d'angle	–
Ψ	Fonction de pondération	–
$N_i(x,y)$	Fonctions d'interpolation	–
$[K^e]$	Matrice de rigidité élémentaire	–
[K]	Matrice de rigidité globale	–
$[C^e]$	Matrice capacité élémentaire	–
[C]	Matrice capacité globale	–
$\{F_i\}^e$	Vecteur sollicitation élémentaire	–
{F}	Vecteur sollicitation global	–
$\{T_i\}^e$	Vecteur élémentaire des variables inconnues	–
{T}	Vecteur global des variables inconnues	–
ne	Nombre d'éléments	–
nn	Nombre de nœuds	–
Lb	Largeur de bande	–
Δt	Pas de temps	s

Sommaire

Sommaire

Introduction Générale.....	1
<i>Chapitre I : transmission de chaleur dans les machines électriques tournantes</i>	
I-1- Introduction.....	3
I-2-lois régissant les transferts thermiques	3
I-2-1-transfert de chaleur par conduction.....	3
I-2-1-1-conductivité thermique.....	4
I-2-1-2-conductivité thermique équivalente – notion de résistance thermique.....	4
I-2-1-3-Résistance thermique de contact.....	6
I-2-2-transfert de chaleur par convection.....	8
I-2-2-1-Calcul du coefficient h	9
I-2-2-2- Les principaux paramètres caractéristiques du transfert convectif.....	9
I-2-3-transfert de chaleur par rayonnement.....	11
I-3-Equation thermique et ses paramètres	12
I-3-1-Equation de transfert par conduction	12
I-3-2- Conditions aux limites et conditions initiales	14
I-4-Evaluation des propriétés thermiques.....	15
I-4-1- Sources de puissance (répartition des pertes)	15
I-4-2-évaluation des paramètres thermiques de l'équation de chaleur.....	15
I-4-2-1-détermination des conductivités thermiques	15
I-4-2-1-1 conductivité équivalente des parties ferromagnétiques	16
I-4-2-1-2- conductivité équivalente des enroulements.....	16
I-4-2-2-Evaluation des coefficients ρ et C_p	17
I-4-2-2-1-Evaluation de ρC_p de la culasse	18
I-4-2-2-2-Evaluation de ρC_p du bobinage	18
I-4-3-Résistance thermique de contact.....	18
I-4-3-1-Techniques de modélisation des contacts.....	18
I-4-3-2-Modélisation de la zone de contact (carcasse/tôles du stator).....	20
I-4-4-Modélisation de différents modes d'écoulement relatifs aux machines électriques tournantes	20
I-4-4-1-Simulation de l'écoulement du fluide	20
I-4-4-1-1- Echange dans l'entrefer	20
I-4-4-1-2- Traitement de l'entrefer.....	22
I-4-4-1-3- Notes concernant la détermination de coefficients d'échange convectif pour l'air interne	22
I-5-Refroidissement externe par la carcasse	23
I-5-1- Détermination du coefficient d'échange convectif h_a entre carcasse et air ambiant	23
I-5-2-Traitement de la carcasse dans un modèle thermique	26
I-6- Conclusion.....	26

Chapitre II -Méthodes d'étude du comportement thermique et des pertes des machines électriques

II-I- Introduction.....	27
II-2-Méthodes théoriques.....	27
II-2-1-Méthodes empiriques.....	27
II-2-2-Méthodes nodales.....	27
II-2-3-Méthodes numériques	31
II-3-Méthodes expérimentales	33
II-3-1 Identification des paramètres.....	33
II-3-2 Détermination des pertes par les méthodes thermiques.....	33
II-4- Différentes pertes dans le moteur asynchrone.....	34
II-4-1-Pertes à vide et en charge.....	35
II-4-1-1- Pertes fer.....	35
II-4-1-2- Pertes mécaniques.....	35
II-4-1-3- Pertes dans le cuivre.....	36
II-4-1-4- Pertes supplémentaires.....	36
II-5-conclusion.....	37

Chapitre III : Modélisation thermique par éléments finis des machines électriques tournantes

III-1-Introduction.....	38
III-2-Modèles thermiques éléments finis	38
III-2-1-Etude du régime permanent.....	39
III-2-1-1-formulation des équations en permanent.....	39
III-2-1-2-formulation intégrale du problème.....	39
III-2-1-3-discrétisation spatiale du domaine d'étude.....	41
III-2-1-4-approximation par éléments finis de la température T	41
III-2-1-4-1-approximation nodale.....	41
III-2-1-4-2-construction du système d'équations algébriques.....	43
III-2-1-5- Stockage et résolution.....	45
III-2-1-5-1-extension et assemblage des matrices et vecteurs Elémentaires.....	45
III-2-1-5-2- introduction des conditions aux limites	47
III-2-1-5-3- résolution des systèmes linéaires découlant des problèmes MEF.....	47
III -2-1-5-3-1- Méthodes de résolution.....	47
III-2-1-5-3-2- Méthodes de stockage.....	48
III-2-2-Etude du régime transitoire – intégration pas à pas dans le temps.....	48
III-2-2-1-équation de transfert en transitoire et formulation éléments finis	49
III-2-2-2- Intégration (discrétisation) dans le temps.....	51

III-3-Notes sur la renumérotation des graphes et des maillages.....	53
III-3-1- graphes associés aux matrices.....	53
III-3-2- Renumérotation des graphes et des maillages.....	54
III-4- Conclusion.....	55

Chapitre IV : application à la machine asynchrone et analyse des résultats

IV-1-Introduction.....	56
IV-2-Structure étudiée et hypothèses de travail	56
IV-2-1-Caractéristiques du dispositif étudié	56
IV-2-2- hypothèses.....	57
IV-2-1 discrétisation en éléments finis.....	58
IV-3-détermination des paramètres du modèle.....	58
IV-3-1-Détermination des conductivités thermiques et des ρC_p	58
IV-3-2-Détermination du coefficient d'échange carcasse/air ambiant (h_a).....	59
IV-3-3-Détermination des densités volumiques de pertes.....	59
IV-4-Stratégie de résolution.....	61
IV-5-résultats et discussion.....	64
IV-5-1- Résultats du régime permanent.....	65
IV-5-2- Effet de variation des pertes fer sur l'échauffement de la machine en régime Permanent.....	69
IV-5-3- Résultats du régime transitoire.....	70
IV-6- Effet des pertes supplémentaires en charge sur l'échauffement de la machine.....	74
IV-7-Sensibilité aux variations des pertes.....	78
IV-8-Conclusion.....	80
Conclusion Générale.....	81

Références bibliographiques

Annexe A : Propriétés physiques des principaux matériaux utilisés en construction électriques

Annexe B : caractéristiques de la machine étudiée

Annexe C : Séparation des pertes dans la machine étudiée

Introduction Générale

Les moteurs asynchrones sont les plus utilisés dans le domaine industriel. Le fonctionnement à vitesse variable est de plus en plus demandé, avec des performances de plus en plus sévères. Ceci est rendu possible grâce à l'avènement des composants électroniques de puissance et au développement de la micro-informatique.

La vitesse variable est obtenue par l'association de convertisseurs statiques et de machines électriques. Cette association s'accompagne d'une baisse du rendement provenant des contenus harmoniques générés par les convertisseurs statiques.

Cet accroissement des pertes se traduit par des échauffements supplémentaires des machines électriques les faisant travailler parfois dans des limites de températures pouvant être préjudiciables. Le problème de refroidissement ou de déclassement des machines est ainsi posé. C'est dans ce contexte que la modélisation thermique des machines électriques prend toute son importance, en particulier les machines asynchrones.

Les modèles thermiques analytiques ont été longtemps utilisés et continuent de l'être grâce surtout à leurs faible temps de calcul, mais ceci moyennant des hypothèses simplificatrices importantes. Celles-ci ne sont plus acceptables quand de plus grandes précisions sont demandées.

La modélisation par éléments finis est un outil de modélisation d'une plus grande précision. C'est dans ce cadre que s'inscrit le travail que nous nous sommes proposé d'effectuer. Il s'agit de développer un modèle thermique par éléments finis de la machine asynchrone valable en régime thermique permanent et transitoire où un intérêt particulier doit être accordé au temps de calcul.

Nous avons structuré ce mémoire en quatre chapitres.

Le premier chapitre présente les divers modes de transmission de la chaleur et les lois et équations les régissant. Nous y montrons comment appliquer ces lois aux configurations des machines fermées et auto ventilées, objet de notre étude, où la connaissance des paramètres thermo-physiques est nécessaire. Nous avons dégagé à travers notre étude bibliographique quelques réflexions sur les techniques de modélisation (traitement de la carcasse, de l'entrefer et des contacts thermiques).

Nous donnons dans le second chapitre un bref aperçu des différentes méthodes d'étude du comportement thermique des machines électriques. Il s'agit essentiellement des méthodes nodales et numériques. Les pertes étant les sources de chaleur, occupent une place importante dans la modélisation thermique des machines électriques. C'est ainsi que nous avons choisi d'incorporer dans ce chapitre, un bref rappel des différentes pertes existant dans une machine asynchrone.

Le troisième chapitre traite de la modélisation thermique par éléments finis de la machine asynchrone fermée et auto ventilée, TEFC « Totally Enclosed Fan Cooled ».

La formulation éléments finis que nous présentons est valable aussi bien en régime permanent qu'en transitoire et prend en compte la convection entre carcasse et air ambiant, moyennant quelques hypothèses. Le modèle transitoire thermique est réalisé par la méthode pas à pas dans le temps. Celle-ci est connue pour sa gourmandise en temps de calcul.

Nous montrons dans ce chapitre, après présentation de quelques notions sur les méthodes de renumérotations des nœuds, comment réduire considérablement le temps de calcul en faisant appel à la méthode que nous avons choisie.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à l'application à une machine asynchrone de faible puissance (2,2 kW). Nous procédons dans un premier temps à la résolution du problème de Dirichlet posé dans le plan pour le régime permanent. Nous traitons ensuite le problème en régime transitoire avec prise en compte des conditions de convection.

Les résultats obtenus sous différentes charges sont présentés et comparés aux autres résultats théoriques et expérimentaux existant dans la littérature technique.

Une étude de l'influence des pertes supplémentaires et de la sensibilité du modèle aux variations de certains paramètres est effectuée.

Nous clôturons ce mémoire par une conclusion générale où nous regroupons les principaux résultats obtenus et les principaux enseignements à tirer de notre étude. Nous avons aussi engagé une réflexion sur certains travaux qui méritent d'être développés dans un futur immédiat.

Chapitre I

Transmission de chaleur dans les machines électriques tournantes

I-1 Introduction

L'échauffement des machines électriques met à contribution des phénomènes électromagnétiques, mécaniques et thermiques. Pour chaque phénomène, il existe de nombreux points de vue et donc autant de modèles à appliquer, chacun a une utilité particulière.

Une machine asynchrone et son environnement définissent un système constitué d'un fluide et de corps solides, dans lequel le passage de courants électriques et le mouvement de rotation (conversion de l'énergie électromécanique) s'accompagnent de pertes d'énergie (qui se transforme en énergie calorifique). Ceci se traduit par des élévations des températures.

Le transfert de chaleur se fait essentiellement par conduction thermique des parties actives internes vers le milieu ambiant, où la chaleur est cédée à l'extérieur par convection et rayonnement. Les systèmes de refroidissement sont diversifiés et dépendent de la machine considérée, de sa puissance et des prix de revient souhaités [1]. A partir d'une certaine taille et d'une certaine puissance [5], les machines sont pourvues d'échangeurs extérieurs utilisant des fluides réfrigérants efficaces et adaptés (utilisation de circuits de refroidissement spécialement conçus).

Il n'en est cependant pas de même pour les machines de faibles puissances, catégorie à laquelle appartient la machine que nous avons à étudier.

En effet, dans le cas des machines fermées à autoventilation extérieure, la détermination des échanges thermiques est beaucoup plus difficile, vu le refroidissement qui s'effectue directement sur la surface de la carcasse par ventilation sans artifice spécial qu'une simple adjonction d'ailettes sur celle-ci, qui est une surface d'échange essentielle avec l'environnement.

Dans ce chapitre, nous présentons une brève description des divers modes de transmission de la chaleur (conduction, convection et rayonnement) ainsi que les lois qui les régissent. Puis nous montrons comment appliquer ces lois aux configurations rencontrées dans les machines tournantes, fermées et auto-ventilées, objet de notre étude.

I-2-Lois régissant les transferts thermiques

Un résumé des théories sur les échanges de chaleur est brièvement présenté. Le rayonnement thermique étant un mode de transfert peu influant dans le cas des machines étudiées, nous nous limitons aux transferts de chaleur par conduction et par convection. Nous nous sommes inspirés, entre autres, des travaux de l'auteur de la référence [1].

I-2-1-Transfert de chaleur par conduction

La conduction thermique est un transfert de chaleur à travers un milieu matériel sans déplacement de matière. Ce processus de conduction résulte d'un transfert de chaleur des parties les plus chaudes d'un corps vers les parties les plus froides. La chaleur se propage suivant des lignes de flux orthogonales à des surfaces isothermes (dans le cas des matériaux isotropes). Il concerne surtout la transmission de la chaleur à l'intérieur des corps solides (cuivre, fer et isolant).

Le principe de la conduction repose sur la loi de Fourier qui stipule que le vecteur densité de flux thermique est proportionnel à l'opposé du gradient (local) de la température T suivant la normale aux surfaces isothermes. Cette loi s'écrit à l'équilibre thermique comme suit :

$$\vec{q} = -\lambda \operatorname{grad} T \quad (I-1)$$

I-2-1-1-Conductivité thermique

La conductivité thermique est une propriété liée à la structure physico-chimique de la matière et donc suivant les valeurs de son coefficient, les corps sont classés comme conducteurs ou isolants thermiques (solide, liquide ou gaz). Son ordre de grandeur diffère selon l'état de la matière et dépend fortement de la température (cas des corps gazeux), Cette dépendance est généralement linéaire pour les corps solides aux températures ordinaires. On peut même considérer que cette conductivité est constante dans des gammes de températures relativement réduites. Ce qui est le cas pour les machines électriques. Sur les plages de températures usuelles propres aux machines, cette dépendance peut être négligée pour les tôles magnétiques, les alliages d'aluminium ou pour le cuivre comme le montre la figure (I-1). Dans le cas d'un matériau anisotrope, le tenseur est constitué des trois valeurs de conductivité λ_x , λ_y et λ_z .

Notons par ailleurs que la conductivité thermique des alliages est généralement plus faible que celle des composants principaux et que la présence d'impuretés dans le corps peut considérablement modifier la conductivité thermique de celui-ci, surtout lorsqu'il est très conducteur.

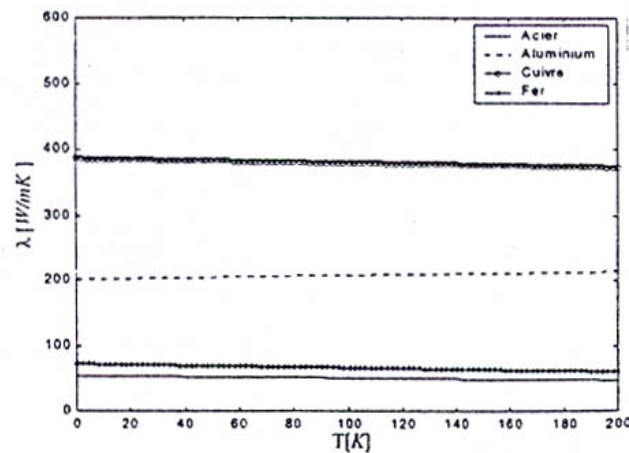


Figure (I-1) : Variation de la conductivité thermique des matériaux propres aux machines par rapport à la température [13]

I-2-1-2-Conductivité thermique équivalente – notion de résistance thermique

Dans le cas des matériaux solides composés hétérogènes, très répandus dans la construction des machines électriques, contrairement au cas de solides purs, une conductivité thermique équivalente peut être définie lorsque leur structure est régulière (paquets de tôles isolées, faisceaux de conducteurs noyés dans un milieu homogène ...etc.). Pour cela on utilise la notion de résistance thermique qui est analogue en électrocinétique à la résistance électrique [1,5]

La loi de Fourier ($\vec{q} = -\lambda \text{grad } T$) est analogue à la loi ($\vec{j} = -\sigma \text{grad } V$) de l'électrocinétique, d'où l'idée d'appeler résistance thermique le rapport : $R = e / \lambda S$ Avec e la longueur du trajet du flux de chaleur et S la section traversée par ce flux.

Pour traiter des problèmes largement hétérogènes et pour des formes géométriques simples, on peut associer des résistances thermiques en série et/ou en parallèle, dans la mesure où les trajets des flux thermiques sont identifiés. Pour illustration, nous considérons les figures (I-2-1, I-2-2-a et I-2-2-b).

Nous considérons un matériau de conductivité λ d'épaisseur e et de section S dans la direction de la conduction. Les faces externes sont respectivement aux températures T_1 et T_2 . P est la puissance reçue par la face de température T_1 .

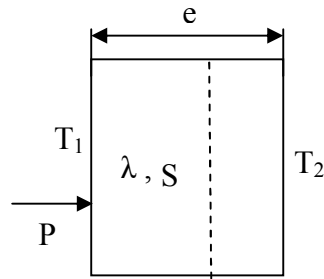


Figure (I-2-1) : Elément simple d'un circuit thermique

La loi de Fourier appliquée à ce problème permet d'écrire :

$$\frac{P}{S} = \lambda \frac{T_1 - T_2}{e}, \quad \text{Qu'on peut réécrire ainsi : } T_1 - T_2 = \frac{e}{\lambda \cdot S} \cdot P \quad (I-2)$$

Qui est l'analogie de la loi d'Ohm en électrocinétique ($V_1 - V_2 = \frac{l}{\sigma \cdot S} \cdot I$)

On en déduit ainsi l'expression de la résistance thermique :

$$R = \frac{e}{\lambda \cdot S} \quad (I-3)$$

Pour différentes géométries, on considère une section moyenne. Dans ce cas, la résistance thermique s'écrit ainsi :

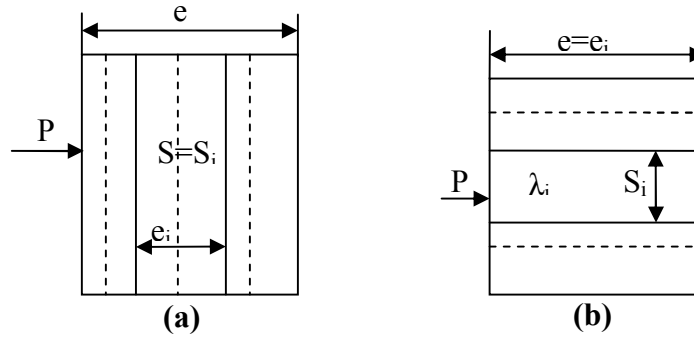
$$R = \frac{e}{\lambda \cdot S_{\text{moy}}} \quad (I-4)$$

Pour un cylindre : $S_{\text{moy}} = \frac{S_2 - S_1}{\log(S_2 / S_1)}$ est la moyenne logarithmique des deux surfaces interne et externe.

Pour une sphère : $S_{\text{moy}} = \sqrt{S_1 \cdot S_2}$ est la moyenne géométrique des deux surfaces interne et externe.

Pour un élément composé de plusieurs couches (i) de milieux différents, nous considérons le cas de la figure (I-2-a), où nous retrouvons une association en série des résistances thermiques. Dans ce cas, les différentes couches sont traversées successivement par le flux de chaleur. La conductivité équivalente est déduite de la relation suivante :

$$\frac{e}{\lambda_{\text{eq}} \cdot S} = \sum_i \frac{e_i}{\lambda_i \cdot S_i}, \quad (e = \sum_i e_i) \quad (I-5)$$



(Figure I-2-2): Conduction à travers un élément composé
 a- Association série b- Association parallèle

Dans le cas de la figure (I-2-2-b), nous retrouvons une association en parallèle des résistances thermiques. Dans ce cas, le flux de chaleur circule parallèlement aux différentes couches (i). La conductivité équivalente est donnée par la relation suivante :

$$\lambda_{eq} \cdot \frac{S}{e} = \sum_i \frac{\lambda_i \cdot S_i}{e_i}, \quad (e = e_i) \quad (I-6)$$

Pour des géométries différentes, S est remplacée par S_{moy} .

I-2-1-3-Résistance thermique de contact

Le comportement thermique à l'interface entre deux éléments différents est complexe. Lorsque deux solides sont en contact, du fait de leurs rugosités, le contact ne s'effectue jamais sur toute la surface apparente (environ 10% pour les solides). [13]

Pour illustrer l'effet de contacts imparfaits entre deux solides, nous considérons le schéma de la figure (I-2-3). Entre les zones de contact subsiste un espace interstitiel, en général mauvais conducteur, qui constitue un frein au transfert de chaleur [10]. Le champ de température se trouve donc considérablement perturbé dans la région localisée. Il en résulte une constriction des lignes de flux dont dépend la résistance thermique de contact. Celle-ci dépend des propriétés physiques des solides en contact, de l'état des surfaces et de la pression de contact.

Donc tout se passe comme s'il y avait une conductance thermique de contact introduisant une brusque discontinuité de température sur une très faible distance au passage de l'interface.

Pour les machines électriques, des techniques de modélisation qui tiennent compte de contacts imparfaits sont présentées dans la littérature [5,11,13]. Une brève représentation de ces méthodes est décrite par la suite, car nous serons amenés à choisir l'une d'entre elles.

La liaison thermique à l'interface s'exprime par les équations suivantes:

$$\Phi = q \cdot S = \frac{\lambda \cdot S}{e} \cdot \Delta T = \frac{\Delta T}{(e / \lambda S)} \quad (I-7)$$

$$\Phi = h_{cond} \cdot S \cdot \Delta T \quad (I-8)$$

Avec $h_{cond} = \lambda/e$ est le coefficient de contact (conductance thermique) en $[W/m^2 \text{ } ^\circ C]$
 S est la surface de contact en $[m^2]$ et e est une très faible épaisseur de contact en $[m]$.

La résistance de contact :

$$R_{ct} = e / \lambda S = 1/h_{cond} \cdot S \quad (I-9)$$

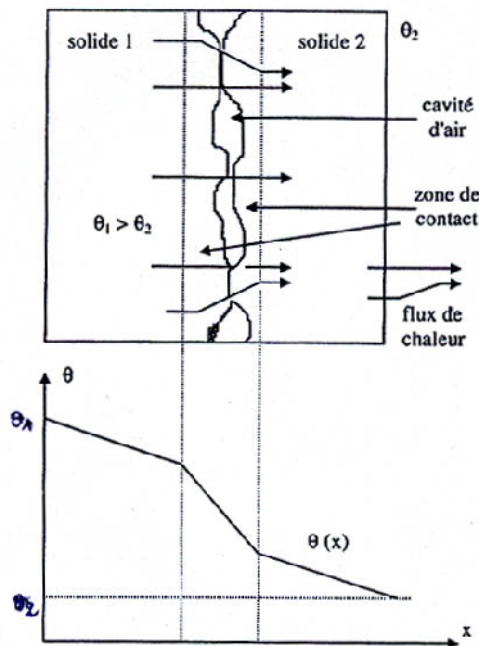
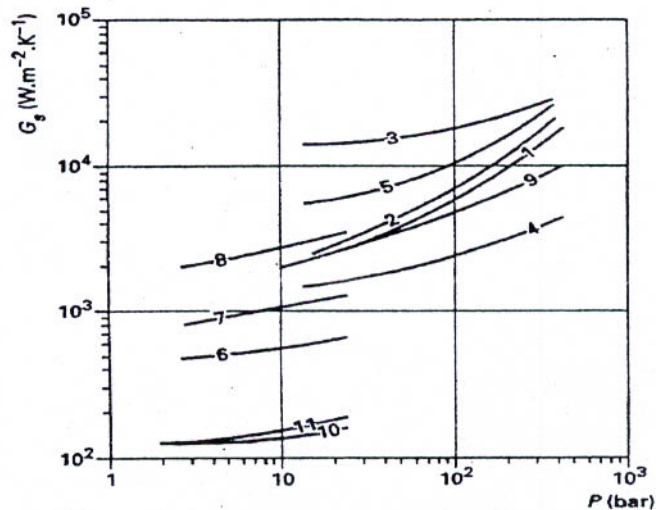


Figure (I-2-3) : Schématisation de contact imparfait entre deux solides [11]



Couple de matériaux	Rugosité [μm]
1. Aluminium/aluminium fraisé	4,5
2. Aluminium/aluminium fraisé	3
3. Aluminium/aluminium fraisé	1,5
4. Acier/acier fraisé	7
5. Acier/acier	5,5
6. Acier/acier rouillé	2,5
7. Acier/acier rouillé	3
8. Acier/acier propre	3
9. Acier/aluminium	7,5 à 4,5
10. Tôles/tôles parallèles	...
11. Tôles/tôles perpendiculaires	...

Figure (I-2-4) : Conductance thermique de contact de différents couples de matériaux en fonction de la pression de contact

Les valeurs dispersées du coefficient de contact h_{cond} (noté G sur la figure (I-2-4)) témoignent de l'influence importante de la pression et la rugosité des surfaces avant assemblage, de la nature des matériaux mis en jeu et également du procédé d'assemblage, d'où la présence des cavités interstitielles qui rend très difficile d'apprécier l'épaisseur et la nature exacte. Il vaut mieux dans tous les cas se reporter aux fiches techniques des fabricants.

I-2-2-Transfert de chaleur par convection

Il s'agit d'un transport de chaleur dû au mouvement d'un fluide de température moyenne T_m au contact d'un solide de température T_s . En effet le mouvement des particules transfère l'énergie par mélange. Il n'a lieu que dans les fluides, où l'existence d'une répartition de température non uniforme modifie localement la masse volumique et entraîne des écoulements de fluides sous l'action du champ des forces de pesanteur.

Des observations expérimentales ont déduit à distinguer deux modes principaux d'écoulements [1] : l'écoulement laminaire et l'écoulement turbulent.

Le transfert thermique s'effectue par conduction lorsqu'il n'y a pas de mélange de matière (cas de l'entrefer en direction radiale), il en est ainsi dans un fluide immobile (emprisonné dans un petit espace) ou dans un fluide en *écoulement laminaire*, où les filets de fluide se meuvent parallèlement entre eux. La chaleur est ainsi transférée de la paroi aux filets immédiatement voisins et ensuite d'un filet à l'autre.

En revanche dans un *écoulement turbulent*, en contact avec une paroi solide, la chaleur se transmet par mélange des particules du fluide, les parties les plus chaudes se mêlant mécaniquement aux parties les plus froides, provoquant ainsi une égalisation rapide de la température (on parle alors de la température moyenne du mélange.)

La convection peut être de deux natures :

Elle est dite *forcée*, lorsque le mouvement du fluide est obtenu volontairement au moyen d'une source de pression ou de débit (on impose une vitesse de déplacement à ce fluide).

Elle est dite *libre* ou naturelle lorsque c'est la variation de la masse volumique du fluide par élévation de sa température qui produit le mouvement, donc l'échange de chaleur.

En convection forcée, le régime turbulent apparaît dès que la vitesse d'écoulement imposée au fluide atteint une valeur suffisante, et en convection naturelle, le régime turbulent n'apparaît que pour de forts écarts de température entre la paroi et le fluide.

Cependant même si le mouvement du fluide est important (forcé), sa vitesse au voisinage de la paroi ne peut passer brutalement d'une valeur nulle à la valeur moyenne de l'écoulement et la couche limite joue toujours un rôle important [22]. Bien que cette couche soit mince, elle oppose une résistance importante au passage de la chaleur, il en résulte dans cette région une variation rapide de la température [9].

Si on applique la loi de Fourier (aux flux thermique à travers cette couche d'épaisseur e) on aura :

$$q = - \lambda \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (I-10)$$

$$\Phi = - \lambda S \overrightarrow{\text{grad}} T \quad (I-11)$$

$$\Phi = - \lambda S (dT/dx) = - (\lambda/e) S(T_m - T_s) \quad (I-12)$$

Cette relation n'est pas utilisable en pratique car on ne connaît généralement pas l'épaisseur e de la couche limite d'une part, et d'autre part, l'importance des courants de convection dans l'air rend très difficile la détermination expérimentale de leur coefficient de conductivité thermique [9]. D'où la loi de Newton, qui nous permet de relier la densité de flux de chaleur q à la différence de température entre les deux milieux (fluide et solide) par la relation suivante en posant

$$q = -h(T_m - T_s) \quad (I-13)$$

$h = \lambda/e$ qu'on appelle coefficient d'échange par convection en $[W/m^2 \cdot ^\circ C]$

La convection est un aspect particulier de la mécanique des fluides ; il y a interaction mutuelle entre le transfert de chaleur et le mouvement du fluide. La simplicité de la relation (I-13) ne reflète guère les difficultés inhérentes au calcul du coefficient h .

I-2-2-1-Calcul du coefficient h

La difficulté majeure de la convection réside dans la détermination du coefficient d'échange h qui contient des informations condensées sur la frontière considérée et donc dépend des variables qui décrivent la nature de l'écoulement du fluide et des conditions géométriques et physiques d'échange. Ces variables sont nombreuses. Les relations mathématiques qui traduisent leurs influences sont le plus souvent complexes. De ce fait on a recours à une analyse introduisant des nombres sans dimensions (méthode empirique basée sur l'expérimental) [1].

Par la suite nous nous limitons de donner les résultats des nombres sans dimensions créés et la démarche utilisée pour le calcul du coefficient h en considérant les trois types de circulation de fluide : en convection naturelle, convection forcée en système ouvert et convection forcée en système clos.

I-2-2-2- Les principaux paramètres caractéristiques du transfert convectif

On distingue les paramètres qui traduisent les échanges convectifs en convection forcée (système clos et système ouvert) et en convection naturelle.

Convection forcée en système clos et en système ouvert

- **Nombre de Nusselt (Nu)** : il caractérise l'échange thermique entre le fluide et la paroi. Il traduit la comparaison entre échange par convection et par conduction

$$Nu = \frac{h \cdot d}{\lambda} \quad (I-14)$$

d représente une longueur caractéristique en $[m]$: par exemple la longueur de contact avec le solide dans le cas d'espaces ouverts (carcasse et l'air ambiant) ou le diamètre de la conduite circulaire dans le cas d'espace clos (entrefer dans la direction axiale).

Si la conduite est de section quelconque, d est donc le diamètre hydraulique calculé par la relation : $d = \frac{4 \cdot \text{section de la conduite}}{\text{perimetre de la conduite}}$

- **Nombre de Reynolds (Re)** : Il traduit la comparaison entre la viscosité cinématique et la vitesse d'écoulement du fluide. Il caractérise le rapport des forces d'inertie sur les forces

de la viscosité utilisée pour indiquer la transmission de l'écoulement laminaire vers un écoulement turbulent à la vitesse u .

$$Re = \frac{u.d}{\nu} \quad (I-15)$$

Par suite de multiples expériences, le régime d'écoulement du fluide est caractérisé par les valeurs de Re suivante [1,13] :

Si $Re < Rec = 2000$, le régime d'écoulement est laminaire (Rec est une valeur critique de Re)

Si $2000 < Re < 3000$, le régime d'écoulement est intermédiaire

Si $Re > 3000$, le régime d'écoulement est turbulent

$Re = \frac{\rho.u.d}{\mu} < Rec$. Cela veut dire ρ est faible, la vitesse u faible, d faible ou μ élevée. C'est le

cas des fluides visqueux ou des fluides circulant dans des espaces très réduites. Dans ce cas, la chaleur se transmet par conduction entre les filets parallèles [9].

- **Nombre de Prandtl (Pr)** : il caractérise globalement les propriétés thermiques du fluide lui-même indépendamment de son utilisation :

$$Pr = \frac{\nu.\rho.C_p}{\lambda} = \frac{\mu.C_p}{\lambda} \quad (I-16)$$

Les nombres sans dimensions calculés précédemment concernent le cas de la convection forcée en système clos.

Dans le cas de la convection forcée en système ouvert (cas de la carcasse dont un ventilateur soufflant sur ses ailettes par exemple), la démarche reste la même que pour le cas des systèmes clos en adaptant les formules (I-14, I-15, I-16) à ce système (le diamètre d sera remplacé par la longueur de contact avec le solide L_c en [m]).

Convection naturelle

Nombre de Grashof (Gr) : Ce nombre est utilisé en convection libre ou naturelle tout en considérant les nombres de Nusselt et de Prandtl. Il représente la comparaison entre les forces dues à la dilatation et les forces dues à la viscosité [10].

$$Gr = \frac{g.\beta.(T_s - T_m).L^3}{\nu^2} \quad (I-17)$$

Avec β le coefficient de dilatation volumique du fluide à pression constante, L est la longueur chauffée et $(T_s - T_m)$ est la différence de température entre la paroi chauffante et le fluide.

Donc ce qui caractérise le type d'écoulement laminaire ou turbulent (dans la zone perturbée) en convection naturelle est le nombre de Rayleigh (Ra) à la place de (Re) défini par :

$$Ra = Gr.Pr \quad (I-18)$$

Comme le montre la relation (I-14), la détermination du coefficient h est directement liée au calcul du nombre de Nusselt. Il existe pour cela des corrélations reliant les nombres Nu , Pr , Re et Gr par des relations [1] de la forme :

- *En convection libre*

$$Nu = a (Gr.Pr)^b \quad (I-19)$$

Les coefficients a et b dépendent des conditions physiques et géométriques d'échange.

L'exposant b , a les valeurs suivantes : $b=1/4$ lorsque la convection est laminaire
 $b=1/3$ lorsque la convection est turbulente

- En convection forcée

$$Nu = a_1 \cdot Re^{a_2} \cdot Pr^{a_3} \cdot Fg \quad (I-20)$$

Les coefficients a_1 , a_2 et a_3 dépendent du type d'écoulement, de la géométrie et des conditions physiques d'échange. Fg est un facteur géométrique [1].

Nombre de Taylor (Ta): il représente le rapport des forces centrifuges sur les forces de viscosité. Il caractérise l'écoulement induit par la rotation du rotor dans les machines tournantes.

$$Ta = \frac{r_{ext.r} \cdot \omega^2 \cdot e^3}{\nu^2} \quad (I-21)$$

ν la viscosité cinématique de l'air, e l'épaisseur de l'entrefer et $r_{ext.r}$ le rayon extérieur du rotor. L'approche théorique du coefficient h est très difficile, on se contentera de l'estimer en recherchant dans la littérature les corrélations expérimentales correspondant le mieux possible au problème qui nous intéresse.

I-2-3-Transfert de chaleur par rayonnement

Tout corps qu'il soit liquide, solide ou gazeux, émet et reçoit un rayonnement électromagnétique à sa surface, entraînant une variation de son énergie interne. Il en découle une élévation ou une diminution de sa température interne.

Le rayonnement thermique est constitué d'ondes électromagnétiques qui transportent l'énergie émise à la surface d'une substance sans nécessité de support matériel.

Une partie de l'énergie reçue est réfléchi de manière diffuse (dans toutes les directions). La fraction d'énergie en provenance d'une surface (1) atteignant une surface (2) dépend alors de leurs orientations géométriques réciproques traduites par les facteurs d'angle $F_{1 \rightarrow 2}$ et $F_{2 \rightarrow 1}$.

Dans le cas où l'échange ne se fait qu'entre deux surfaces S_1 et S_2 grises, mates et isothermes, la loi de Stefan-Boltzmann permet d'écrire :

$$q = \frac{\sigma \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot (T_2^4 - T_1^4)}{1 + \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} F_{1 \rightarrow 2} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} F_{2 \rightarrow 1}} \quad \text{Avec} \quad F_{2 \rightarrow 1} = \frac{S_1}{S_2} F_{1 \rightarrow 2} \quad (I-22)$$

$F_{1 \rightarrow 2}$, $F_{2 \rightarrow 1}$ sont des facteurs d'angles traduisant l'orientation géométrique des surfaces S_1 et S_2 l'une par rapport à l'autre.

ε_1 et ε_2 : émissivité moyenne des surfaces S_1 et S_2 respectivement (sans dimension)

T_1 et T_2 : températures des surfaces S_1 et S_2 respectivement

σ est la constante de Stefan-Boltzmann ($\sigma = 5.67032 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}^4$). Il est possible de définir comme pour la convection, un coefficient équivalent qui linéarise l'équation (I-22). Ceci est possible lorsque les températures mises en jeu ne sont pas très importantes et lorsque l'effet du rayonnement n'est pas un mode de transfert prépondérant, comme c'est le cas des machines électriques classiques [2]. Dans ce cas la relation (I-22) devient :

$$q = h_r (T_2 - T_1) \quad (I-23)$$

Où:

$$h_r = \frac{\sigma \cdot F_{1 \rightarrow 2} \cdot (T_1 + T_2) \cdot (T_1^2 + T_2^2)}{1 + \frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} F_{1 \rightarrow 2} + \frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2} F_{2 \rightarrow 1}}$$
 est le coefficient d'échange par rayonnement en $[W/m^2 \text{ } ^\circ C]$

La relation (I-23) peut être écrite pour un échange de quantité de chaleur d'un corps avec un milieu ambiant par unité de surface sous la forme suivante :

$$q = \sigma \varepsilon (T_s^4 - T_f^4) \quad (I-24)$$

ε : émissivité (coefficient mutuel de rayonnement, sans dimension)

T_s : température de la surface émettrice

T_f : température de la surface réceptrice (du milieu ambiant)

Le transfert par rayonnement est très important à haute température car le flux de chaleur varie en fonction de la température à la puissance quatre.

Ce mode de transfert induit le plus souvent des conséquences mineures voir négligeables à l'intérieur des machines électriques, par ailleurs, les parois externes du système peuvent contribuer au refroidissement de la machine par voie radiative (dans les machines électriques l'effet du rayonnement ne peut exister que vers le milieu extérieur où, au vu des températures mises en jeu, c'est l'effet de la convection qui est prépondérant) [5].

Cependant, nous négligeons, dans le cadre de notre travail tout effet du transfert de chaleur par rayonnement. Cela peut être relativement admissible en raison de basse température de surface et le fait que le moteur est à refroidissement externe (ventilateur).

Dans la suite de notre exposé, nous nous intéressons aux spécificités du transfert de chaleur dans une machine asynchrone fermée. Nous présentons également les corrélations permettant de déterminer les différents paramètres caractérisant le transfert thermique dans les machines considérées (conductivité thermique et coefficient d'échange convectif). Nous ne considérons que le cas des machines tournantes de faible puissance, totalement fermée et autoventilées (Totally Enclosed Fan Cooled (T.E.F.C.)).

I-3-Equation thermique et ses paramètres

Nous présentons dans ce qui suit la forme différentielle de l'équation de transfert par conduction. Ce mode de transfert assure l'essentiel de l'échange de chaleur dans les éléments solides à l'intérieur des machines électriques tournantes.

Nous donnerons également les conditions aux limites associées à l'équation de la conduction où les transferts convectifs apparaissent comme des solutions de continuité du flux de chaleur sur les surfaces délimitant les éléments solides, ainsi que les techniques d'évaluation de ses différents paramètres.

I-3-1-Equation de transfert par conduction :

On considère un élément de matière de volume δV dans lequel se produit un dégagement de chaleur Q pendant l'intervalle de temps δt , le bilan énergétique total pendant cet intervalle s'écrit :

$$Q_v = Q - Q_c \quad (I-25)$$

Q_v représente l'accroissement de l'énergie interne, Q la chaleur produite et Q_c la chaleur cédée par conduction

Si la chaleur massique de l'élément considéré est C_p et sa masse volumique ρ , l'accroissement de l'énergie interne s'écrit, pour un échauffement δT :

$$Q_v = \rho \cdot C_p \cdot \delta V \cdot \delta T \quad (I-26)$$

On rappelle que la loi de Fourier (équation (I-1)) s'écrit :

$$\vec{q} = -\lambda \vec{grad} T \quad (I-27)$$

On détermine ainsi la chaleur massique Q_c cédée par conduction à l'aide de :

$$\frac{Q_c}{\delta t} = \iint_{\delta s} \vec{q} \cdot dS \quad (I-28)$$

La formule d'ostrogradsky, appliquée au second membre de l'équation (I-28), permet d'écrire :

$$\frac{Q_c}{\delta t} = \iiint_{\delta v} \text{div}(\vec{q}) dV \quad (I-29)$$

Des équations (I-27) et (I-29) nous aboutissons à :

$$\frac{Q_c}{\delta t} = -\iiint_{\delta v} \text{div}(\lambda \vec{grad} T) dV \quad (I-30)$$

Dans le cas linéaire où λ est indépendante de la température, cette dernière équation s'écrit :

$$Q_c = -\lambda \Delta T \delta V \cdot \delta t \quad , \Delta T \text{ est le Laplacien de la température} \quad (I-31)$$

En remplaçant les équations (I-26) et (I-31) dans l'équation (I-25), le bilan énergétique s'écrit donc :

$$\rho \cdot C_p \cdot \delta V \cdot \delta T = Q + \lambda \Delta T \delta V \cdot \delta t \quad (I-32)$$

Que l'on pourra réécrire ainsi :

$$\rho C_p \frac{\delta T}{\delta t} = \frac{Q / \delta V}{\delta t} + \lambda \Delta T \quad (I-33)$$

Le terme $\frac{Q / \delta V}{\delta t}$ représente la densité volumique de pertes que l'on désigne par P . Nous obtenons ainsi l'équation locale de diffusion de la chaleur exprimée par :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = P + \lambda \Delta T \quad (I-34)$$

Que l'on peut écrire :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = P + \left(\lambda_x \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (I-35)$$

A l'équilibre thermique, l'équation (I-35) se réduit à l'équation de poisson

$$-\lambda \Delta T = P \quad (I-36)$$

Dans le cas des milieux isotropes, λ est un scalaire. L'équation de transfert peut se mettre sous la forme suivante :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{P}{\rho C_p} + \alpha \cdot \Delta T \quad (I-37)$$

Où $\alpha = \frac{\lambda}{\rho C_p}$ représente la diffusivité thermique ou constante de Fourier en $[m^2/s]$.

I-3-2- Conditions aux limites et conditions initiales

L'équation de la chaleur (I-34) doit satisfaire aux conditions sur les frontières du domaine considéré. Ces conditions (conditions de surfaces) sont liées aux caractéristiques de la liaison au milieu environnant (contact avec un solide, fluide en présence, échange radiatif...)

En outre, sa résolution nécessite la connaissance de la répartition des températures dans l'ensemble du système étudié au moment initial de l'analyse (Conditions initiales).

a- Conditions initiales : La répartition du champ thermique à l'origine des temps (t_0) est supposée connue à l'intérieur du solide et à sa surface.

$$T(0) = T_0 \quad (I-38)$$

b- Conditions de surfaces : Si l'on considère un domaine bien défini, la résolution de l'équation de la chaleur (I-34) requiert la connaissance des conditions sur la frontière de ce domaine qui est adjacente avec les frontières d'autres domaines. Ces conditions de surface impliquent la continuité du flux de chaleur dans tous les cas et elles impliquent la continuité de la température dans le cas où le milieu adjacent est de même nature. Nous retrouvons ainsi dans le cas d'un milieu solide (1) en contact avec un milieu (2) les conditions suivantes :

- Le milieu (2) est un solide, le seul mode de transfert intervenant est la conduction et on aura la continuité du flux de chaleur :

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = \lambda_2 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_2 \quad (I-39)$$

Où n est le vecteur normal à la surface d'échange et $\partial T / \partial n$ est la dérivée de la température suivant la normale à la surface de contact.

On a également la continuité de la température : $T_1 = T_2$

- Le milieu (2) est un fluide, les modes de transfert intervenant sont la conduction et la convection (le rayonnement est négligeable) et nous aurons la continuité du flux de chaleur :

$$-\lambda_1 \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right)_1 = h(T_1 - T_2) \quad (I-40)$$

Où h est le coefficient d'échange par convection.

- Si le milieu (2) est l'enveloppe du système considéré, on retrouve des conditions aux limites de ce système qui sont :
- **Condition de Dirichlet** lorsque la température T est connue sur la frontière (condition isotherme) :

$$T = T_0 \quad (I-41)$$

- **Condition de Neumann** (imposition du flux de chaleur et isolation idéale) lorsque le flux de chaleur est imposé sur la frontière en question et où l'on retrouve :

La condition de Neumann non homogène : Cette condition permet de représenter les échanges convectif et radiatif à condition de connaître les coefficients d'échange.

Dans le cas où seule la convection existe :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h_c (T - T_f) \quad (I-42)$$

T_f est la température moyenne du fluide et h_c est le coefficient d'échange convectif.

En cas de présence de radiation, l'expression est donnée par [13] :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \varepsilon \sigma (T^4 - T_{ref}^4) \quad (I-43)$$

Après linéarisation, l'équation (I-43) devient :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = h_r(T)(T - T_{ref}) \quad (I-44)$$

Avec : $h_r(T) = \varepsilon \sigma \frac{T^4 - T_{ref}^4}{T - T_{ref}}$ coefficient d'échange radiatif.

Pour les limites qui sont sujets des deux types d'échange convectif et radiatif, les coefficients h_c et h_r peuvent être additionnés d'où :

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = (h_r + h_c)(T - T_{ref}) \quad (I-45)$$

La condition de Neumann homogène si le système étudié comporte des symétries géométriques :

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad (I-46)$$

I-4-Evaluation des propriétés thermiques

La résolution de l'équation de diffusion de la chaleur (I-34) avec prise en compte des conditions aux limites, nécessite la détermination au préalable de ses paramètres (densité volumique de pertes, conductivité thermique et chaleur massique).

I-4-1- Sources de chaleur (densité volumique de pertes)

Les pertes dans la machine constituent les sources de chaleur du problème thermique. Lorsque le service de fonctionnement est continu (service S1) avec une charge constante, on peut se contenter durant tout le transitoire thermique d'une densité de pertes constante, ce qui est notre cas.

Dans le cas contraire, lors d'un fonctionnement en régime à charge variable, les pertes varient en fonction de la charge et de la température. Dans ce cas, il faut envisager un couplage entre les modèles électromagnétique et thermique.

I-4-2-Evaluation des paramètres thermiques de l'équation de chaleur

Dans la construction des machines électriques, on rencontre souvent des matériaux qui ont un caractère non homogène et anisotrope. Leurs propriétés électriques et thermiques ne sont pas connues, ce qui nous oblige à introduire des propriétés équivalentes par homogénéisation de ces matériaux.

I-4-2-1-Détermination des conductivités thermiques

Sur la partie de la machine constituée de matériaux homogènes (carcasse, barres du rotor, arbre), la conductivité se trouve dans les bases de données des matériaux concernés, par contre pour les matériaux hétérogènes, (les parties ferromagnétiques, les faisceaux de conducteur, les zones de contact et les roulements) composés d'au moins deux matériaux différents, il faut utiliser les caractéristiques d'un matériau homogène équivalent.

En effet, les parties ferromagnétiques sont feuilletées et donc composées de tôles empilées. Les faisceaux de conducteurs sont noyés dans le vernis. La détermination d'une conductivité équivalente (ou d'une résistance thermique équivalente) reste extrêmement délicate et les

informations disponibles sont généralement insuffisantes [10]. Nous avons regroupé en annexe A (tableau 1) les différentes valeurs des conductivités thermiques des principaux matériaux utilisés en construction électrique.

I-4-2-1-1 Conductivité équivalente des parties ferromagnétiques

Le circuit magnétique des machines électriques est constitué d'un empilement axial de tôles magnétiques isolées entre elles. Il est caractérisé par deux conductivités de valeurs différentes. L'une dans la direction axiale et l'autre dans la direction radiale.

Dans la direction axiale, le vecteur de flux de chaleur suit la géométrie des constituants du matériau composés et ne quitte pas l'un ou l'autre composant. C'est le cas du flux radial pour les tôles du stator et du rotor. La conductivité thermique équivalente dans le sens du flux peut être alors calculée par une pondération volumique sur celle des constituants du matériau composé. La conductivité radiale équivalente des tôles est donnée par [11] :

$$\lambda_{eq} = \beta \cdot \lambda_{tol} + (1-\beta) \lambda_{isol} \quad (I-47)$$

λ_{tol} est la conductivité de la tôle, λ_{isol} est la conductivité de l'isolant et β représente le taux de remplissage du fer dans les tôles du stator et du rotor.

Dans la direction radiale, c'est une association en parallèle des résistances thermiques que l'on retrouve. Dans ce cas, le flux traverse alternativement les constituants du matériau composé. C'est le cas d'un flux axial dans les tôles, le problème est alors monodimensionnel. On peut alors utiliser la forme suivante [11] :

$$\frac{e_{tol} + e_{isol}}{\lambda_{equ}} = \frac{e_{tol}}{\lambda_{tol}} + \frac{e_{isol}}{\lambda_{isol}} \quad (I-48)$$

e_{tol} et e_{isol} sont difficilement déterminés. Cependant, on prend généralement pour conductivité équivalente celle de l'acier car celui-ci est meilleur conducteur thermique que l'isolant. Pour tenir compte de l'empilement, on introduit quelque fois un coefficient correctif qui est de l'ordre de 0.95 pour la conductivité [5].

I-4-2-1-2- Conductivité équivalente des enroulements

Le bobinage des machines électriques est constitué de conducteurs en cuivre recouverts d'une couche d'émail isolant et logés dans les encoches (une feuille d'isolant en papier en fond d'encoche et une cale de fermeture assurent protection et isolation). Ce bobinage est la partie la plus importante dans une machine, car elle est la plus sensible aux contraintes thermiques. Il devient alors primordial de limiter les erreurs de modélisation de cette partie.

Plusieurs manières sont proposées par la littérature spécialisée pour modéliser l'encoche. La majorité de ces méthodes simplifient la forme de l'encoche en considérant séparément le faisceau de conducteur et le caniveau d'encoche, permettant ainsi la possibilité de prise en compte des entrefers parasites entre conducteurs et encoches. Comme dans le cas des parties ferromagnétiques, on distingue deux cas :

Dans la direction axiale du flux de chaleur, c'est le cas du flux axial pour le bobinage. On parle alors de la conductivité thermique équivalente axiale, elle est donnée par la formule suivante :

$$\lambda_{equ} = \alpha \lambda_{cuiv} + (1-\alpha) \lambda_{iso} \quad (I-49)$$

Où α est le taux de remplissage du cuivre dans l'encoche du stator.

Dans la direction radiale (transversale), c'est le cas d'un flux radial dans le bobinage. La conductivité transversale équivalente d'un faisceau de conducteurs noyés dans du vernis peut être déterminée en utilisant la relation suivante [1-10].

$$\lambda_{equ} = F \cdot \lambda_{visol} \quad (I-50)$$

F est le facteur multiplicatif qui dépend du taux volumique du cuivre dans l'encoche. Ce facteur peut être déterminé à partir de la figure (I-3).

λ_{equ} et λ_{visol} sont les conductivités thermiques équivalentes transversales du faisceau de conducteurs et du vernis isolant respectivement.

Cette formule est à l'origine de la formule dite de Gotter pour calculer une conductivité équivalente propre au bobinage [13].

$$\lambda_{eq.c} = \lambda_{iso} \left[\frac{d_{tot.c}}{d_{iso}} + \frac{d_{iso}}{d_c} \right]$$

Où : $d_{tot.c}$ est le diamètre total du conducteur (cuivre +isolant), d_c est le diamètre du conducteur (sans isolant) et d_{iso} est l'épaisseur de l'isolant.

Une autre approche de la conductivité thermique de l'encoche consiste à calculer d'abord la conductivité thermique équivalente des spires (fil émaillé) puis introduire la conductivité thermique de l'air :

$$\lambda_{enc-eq} = \alpha \cdot \lambda_{c-i} + (1 - \sqrt{\alpha}) \lambda_a \quad (I-51)$$

Où :

$$\lambda_{c-i} = \frac{\lambda_c \cdot \lambda_i}{\lambda_i \sqrt{\alpha} + (1 - \sqrt{\alpha}) \lambda_c}$$

A cause de la dominance des conductivités thermiques du cuivre et de l'air dans l'encoche, quelques auteurs caractérisent la conductivité équivalente de l'encoche par la formule suivante :

$$\lambda_{enc-eq} = \frac{\lambda_c \cdot \lambda_a}{\lambda_a \sqrt{\alpha} + (1 - \sqrt{\alpha}) \lambda_c} \quad (I-52)$$

Une autre approche pour déterminer la conductivité thermique du bobinage dans le sens du flux radial est présentée par l'auteur de la référence [11]. Puisque la distribution des fils dans les encoches est aléatoire et irrégulière, un modèle pour les enroulements a été développé à partir de la méthode de Monté Carlo associé au problème inverse, ce qui permet de donner une conductivité thermique réelle pour les différentes encoches [11].

I-4-2-2-Evaluation des coefficients ρ et Cp

Pour les parties homogènes de la machine (carcasse, barres du rotor, entrefer et arbre de rotation), les valeurs de ρ et Cp sont données soit par le constructeur, soit par les bases de données concernant les matériaux. Les différentes valeurs de ρ et Cp des matériaux utilisés dans la construction de la machine sont illustrées dans l'annexe A (Tableau A-1). Il faut néanmoins tenir compte de la variation de ces paramètres pour les études d'échauffement [11]. La figure (I-4) représente les variations de Cp en fonction de la température T des principaux matériaux utilisés dans la construction de la machine. Pour les matériaux composés, comme l'enroulement, la tôle du stator et du rotor ou les têtes de bobines, il faut calculer les propriétés d'un matériau homogène équivalent.

Pour un matériau composé de deux éléments A et B avec les taux de remplissage respectifs α et $(1-\alpha)$, le coefficient ρCp équivalent est donné par :

$$(\rho Cp)_{equ} = \alpha (\rho Cp)_A + (1-\alpha) (\rho Cp)_B \quad (I-53)$$

I-4-2-2-1-Evaluation de ρCp de la culasse

Pour le calcul de la chaleur massique de la culasse, on utilise l'expression suivante :

$$(\rho Cp)_{cul-equ} = \beta \cdot \rho_t Cp_t + (1-\beta) \rho_v Cp_v \quad (I-54)$$

Avec : ρ_t, ρ_v les masses volumiques de la tôle et du vernis respectivement
 Cp_t, Cp_v : les capacités calorifiques de la tôle et du vernis respectivement
 $(\rho Cp)_{cul-equ}$: ρCp équivalent de la culasse

I-4-2-2-2-Evaluation de ρCp du bobinage

La chaleur spécifique de l'encoche tient compte du taux de remplissage du faisceau des conducteurs et de l'air. Sa forme est la suivante :

$$(\rho Cp)_{ench-equ} = \alpha (\rho Cp)_{c-a} + (1-\alpha) \rho_i Cp_i \quad (I-55)$$

Où : $(\rho Cp)_{c-a} = \alpha \cdot \rho_c Cp_c + (1-\alpha) \rho_a Cp_a$

ρ_c, ρ_a, ρ_i sont respectivement la masse volumique du cuivre, de l'air et de l'isolant.
 Cp_c, Cp_a, Cp_i sont respectivement la capacité calorifique du cuivre, de l'air et de l'isolant.
 $(\rho Cp)_{c-a}$ est la chaleur massique équivalente du cuivre et de l'air.

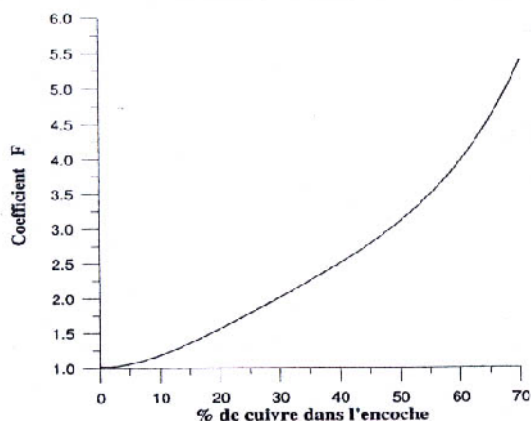


Figure (I-3) : Conductivité transversale d'un faisceau de conducteurs noyés dans du vernis [10]

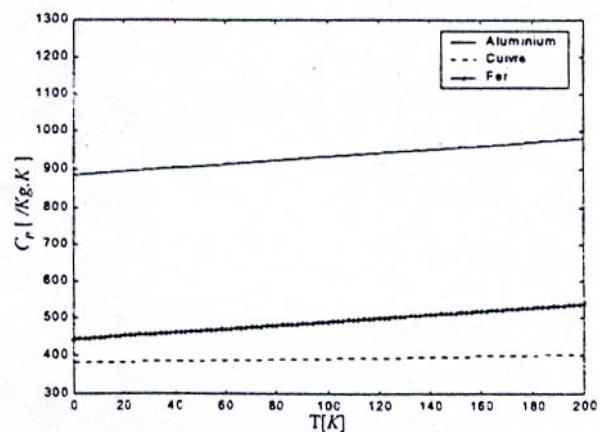


Figure (I-4) : Variation de la chaleur massique par rapport à la température [13]

I-4-3- Les contacts thermiques

Dans les machines électriques, il existe plusieurs couches de transition (contacts imparfaits dû à l'assemblage) qui induisent des résistances de contact. Elles peuvent être localisées dans différents endroits : carcasse/tôles du stator, barres / tôles rotoriques et arbre / rotor, entre les bobines et les tôles du stator, et entre l'arbre et les roulements à billes.

I-4-3-1-Techniques de modélisation des contacts thermiques

Pour la modélisation des contacts thermiques, plusieurs approches peuvent être appliquées. Les plus utilisées particulièrement en modélisation par éléments finis sont : la modélisation par utilisation des domaines élargis et celle utilisant un matériau équivalent.

Modélisation par utilisation des domaines élargis

La modélisation de la mince couche isolante ou contact ligne (résistance thermique de contact) en gardant ses dimensions réelles, mène des fois à des éléments mal conditionnés posant ainsi un sérieux problème lors de la résolution du système final (éléments finis). Pour surmonter ce problème, on caractérise ces régions par une dimension d_{eq} plus grande que la dimension réelle, améliorant ainsi la qualité des éléments de ces régions [13].

En utilisant l'expression de la résistance thermique de contact (I-9), la conductivité thermique équivalente est calculée par :

$$\frac{d_{eq}}{\lambda_{eq}} = \frac{d_{réelle}}{\lambda_{réelle}} \quad (I-56)$$

Souvent on fixe d_{eq} à $1mm$ pour avoir la conductivité thermique λ_{eq} des régions considérées [13].

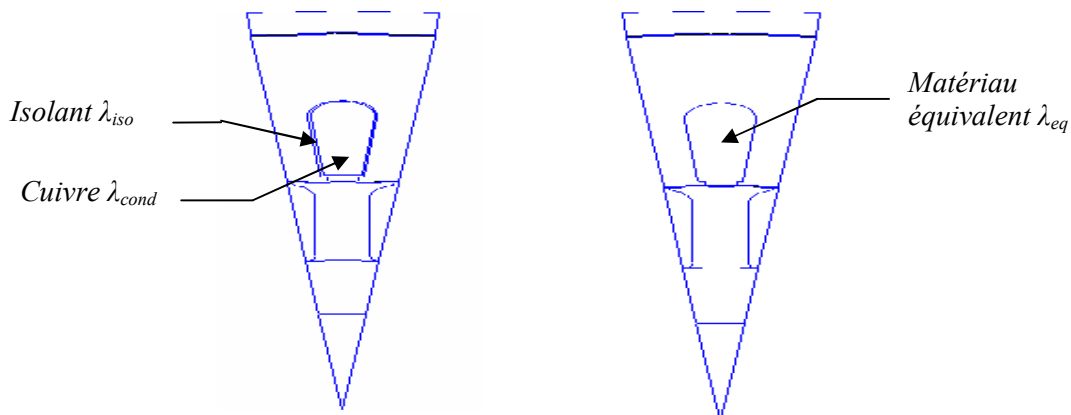
Modélisation dans le cas de l'utilisation d'un matériau équivalent

L'idée de cette approche est d'appliquer une correction sur la conductivité thermique des régions enveloppées par des couches thermiques de transition (isolant, résistance thermique de contact), afin de tenir compte de leur présence et par conséquent de leurs effets. En utilisant cette méthode, on obtient une distribution de température exacte au niveau des surfaces de ces régions. Car le changement de leurs propriétés provoque une légère erreur sur le calcul de la température interne.

La conductivité thermique équivalente λ_{eq} se déduit en égalisant la combinaison de la résistance thermique de contact (isolant) et la résistance thermique de la région enveloppée par cette couche, caractérisée par un rayon r et une conductivité thermique λ , à une équivalente de même dimensions caractérisée par une conductivité λ_{eq} telle que (Figure I-5)

$$\frac{1}{4\pi\lambda} + \frac{1}{h_{cond} \cdot 2\pi r} = \frac{1}{4\pi \cdot \lambda_{eq}} \quad (I-57)$$

$$\lambda_{eq} = \frac{1}{(1/\lambda) + (2/h_{cond} \cdot r)} \quad (I-58)$$



(Figure I-5): Prise en compte des contacts par un matériau équivalent

I-4-3-2-Modélisation de la zone de contact (carcasse/tôles du stator)

Le fer du stator et la carcasse sont assemblés sous pression mécanique, ce qui produit un contact imparfait introduisant une résistance de contact non négligeable. Pour cela, on peut adopter la méthode utilisant des matériaux équivalents. Donc la conductivité thermique équivalente de la carcasse est [11,29] :

$$\lambda_{eq-carc} = \frac{1}{\frac{1}{\lambda_{carc}} + \frac{2}{h_{cond} \cdot r_{carc}}} \quad (I-59)$$

Avec : λ_{carc} conductivité thermique de la carcasse, h_{cond} conductance thermique de contact et r_{carc} rayon extérieur de la carcasse.

I-4-4-Modélisation de différents modes d'écoulement relatifs aux machines électriques tournantes

La modélisation des écoulements des fluides à l'extérieur et à l'intérieur des machines électriques (l'entrefer, refroidissement externe par la carcasse, canal rotorique axial, l'air interne) est une tâche très compliquée. Il existe deux approches pour caractériser les écoulements des fluides ; mesure directe et mesure indirecte.

Mesure indirecte : à partir des résultats disponibles dans la littérature, on adopte une géométrie similaire à celle étudiée et soumise aux mêmes conditions, puis on exploite ses paramètres sans procéder à des mesures.

Mesure directe : Cette approche consiste à réaliser un prototype pour le dispositif étudié et à effectuer de nombreuses mesures afin de pouvoir caractériser correctement l'écoulement. Un nombre important de mesures est exigé car les conditions de l'écoulement des fluides dépendent de plusieurs variables. Cette approche est mise au point lors de la réalisation d'un nouveau modèle ou bien lors de l'amélioration d'un modèle déjà existant.

I-4-4-1-Simulation de l'écoulement du fluide

L'approche la plus prometteuse et la plus exacte est la simulation de l'écoulement du fluide. C'est une tâche très compliquée à cause de la complexité de la géométrie des organes de la machine comme, les têtes de bobines et les entrefers qui sont des espaces étroits et qui sont le siège de modes d'écoulements très difficile à simuler.

Dans notre cas on ne considère que la convection entre carcasse et air ambiant, en outre nous avons jugé fort intéressant de rappeler les lois régissant la modélisation de l'écoulement du fluide à l'intérieur de la machine.

1-4-4-1-1- Echange dans l'entrefer (l'entrefer siège d'un écoulement de rotation) :

Il est difficile de remonter précisément aux coefficients d'échange par convection dans les espaces confinés entre flasques et têtes de bobines. L'approche actuelle consiste surtout à estimer d'une façon générale ces coefficients d'échange.

Dans l'entrefer, l'écoulement et les transferts de chaleur sont gouvernés par le nombre de Taylor (Ta) donné par l'expression (I-21). Cet écoulement peut être modélisé comme une lame d'air de l'espace confiné entre deux cylindres coaxiaux figure (I-6). Le cylindre interne est en rotation et en l'absence d'écoulement axial de l'air, le coefficient d'échange est obtenu à partir de la relation introduisant le nombre de Taylor. Afin de tenir compte de l'effet de

dentures, une augmentation de 10% du transfert de chaleur peut être prise en compte. Nous avons ainsi [1] :

$$Nu=2.2 \quad \text{pour } Ta \leq 41 \quad (I-60)$$

$$Nu=0.23.Ta^{0.63}.Pr^{0.27} \quad \text{pour } 41 \leq Ta \leq 100 \quad (I-61)$$

Au niveau de ces relations,

$$Ta = Re \left[\frac{2e}{d_1} \right]^{1/2} \quad \text{représente le nombre de Taylor} \quad (I-62)$$

$$Re = \frac{\omega \cdot d_1 \cdot e}{2\nu} \quad \text{représente le nombre de Reynolds} \quad (I-63)$$

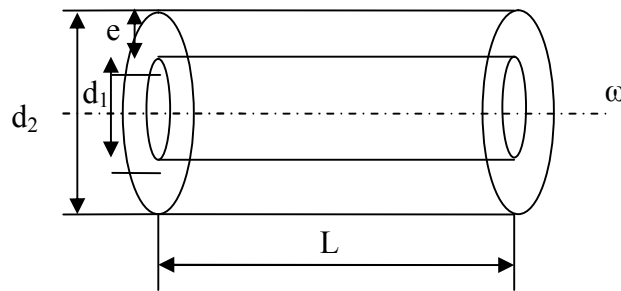
$$Pr = \frac{\mu_d \cdot C_p}{\lambda_{air}} \quad \text{représente le nombre de Prandtl} \quad (I-64)$$

Avec C_p chaleur spécifique de l'air [$J/kg^\circ C$] et μ_d viscosité dynamique de l'air [$Pa.s$].

La valeur critique 41 du nombre de Taylor correspond au passage d'un régime d'écoulement laminaire vers le régime turbulent. Notons que dans le cadre de la machine étudiée, appartenant à une gamme de vitesses réduite, le nombre de Taylor est toujours inférieur à 41 de sorte que $Nu=2.2$. De plus, l'entrefer est réduit ($0.25mm$). Dans ce cas, le confinement est important (dans le plan radial), on peut alors supposer que le transfert de chaleur est essentiellement assuré par conduction.

Dans le cas de la considération de la convection, le coefficient d'échange de l'entrefer est alors donné par :

$$he = \frac{2.2 \lambda_{air}}{e} \quad (I-65)$$



Figure(I-6) : Surface cylindrique en rotation dans un

Une autre approche pour modéliser l'écoulement dans l'entrefer consiste à corriger le nombre de Taylor par un facteur F_g produisant le nombre de Taylor modifié T_{am}

$$T_{am} = \frac{Ta}{F_g} = \frac{r_{ext} \cdot \omega^2 \cdot e^3}{\nu_c^2 \cdot F_g} \quad (I-66)$$

Où F_g est le facteur géométrique voisin de 1 ($T_{am} \approx Ta$) pour un entrefer étroit (peu de largeur), calculé sur la base du rayon du rotor r et de largeur d'entrefer e :

$$F_g = \frac{\pi^4}{1697 \left(1 - \frac{e}{2r}\right)^2 \left[\frac{0.00056 + 0.0571 \left(\frac{2r - 2.204e}{2r - e}\right)^2}{\left(\frac{2r - 2.204e}{2r - e}\right)^2} \right]} \quad (I-67)$$

Si les surfaces du stator et du rotor sont lisses, les transferts de chaleur s'effectuent par conduction pure dans le fluide jusqu'à une valeur critique du nombre de Taylor modifié voisin de 1700. Dans ce cas, la vitesse de rotation n'influence pas le coefficient d'échange, d'où :

$$Nu = \frac{he}{\lambda} = 2.2 \quad (I-68)$$

Un nombre important de machines fermées de faible puissance appartient à cette première catégorie $Nu=2.2$. Au-delà de cette valeur critique du nombre de Taylor modifié, le transfert de chaleur croît avec la vitesse de rotation.

Le nombre de Nusselt peut être évalué à l'aide des deux corrélations suivantes :

$$\text{Pour } 1800 < T_{am} < 12000 \quad Nu = 0.128 \cdot T_{am}^{0.367} \quad (I-69)$$

$$\text{Pour } 12000 < T_{am} < 4 \cdot 10^6 \quad Nu = 0.409 \cdot T_{am}^{0.241} \quad (I-70)$$

La détermination de T_{am} permet de remonter au coefficient d'échange h_e par intermédiaire du nombre de Nusselt.

I-4-4-1-2- Traitement de l'entrefer :

Pour traiter l'entrefer dans un modèle éléments finis, plusieurs approches existent :

1-Pour un nombre de Taylor modifié inférieur à 1700 (régime laminaire)

Le mode d'écoulement est laminaire par conséquent le transfert de chaleur s'effectue par conduction. C'est à dire qu'au stade de la modélisation, l'entrefer peut être caractérisé par les propriétés thermiques de l'air.

2- Pour un nombre de Taylor modifié supérieur à 1700 (régime turbulent)

Puisque l'écoulement est turbulent, l'approche utilisée dans ce cas, consiste à remplacer l'air en mouvement dans l'entrefer par de l'air stationnaire caractérisé par une conductivité thermique équivalente λ_{eq} [13].

$$\lambda_{eq} = 0.0019 \eta^{-2.9084} \cdot Re^{0.4614 \ln(3.3361 \eta)} \quad \text{avec } \eta = r_{int.e} / r_{ext.e} \quad (I-71)$$

Dans la géométrie éléments finis, nous avons gardé une région entrefer avec les propriétés thermiques de l'air, dont les valeurs retenues sont celles obtenues expérimentalement [5].

I-4-4-1-3- Notes concernant la détermination du coefficient d'échange convectif pour l'air interne

Le calcul du coefficient d'échange convectif dans les machines se fait au niveau des régions fluides suivantes : air environnant extérieur, entrefer et air interne. Pour ce dernier cas (têtes de bobines et extrémités du rotor) et selon la littérature, on peut définir un seul coefficient d'échange. Ceci représente une simplification car, il faudrait définir autant de coefficients que de surfaces de contacts avec le fluide [10].

Coefficient d'échange pour l'air interne

Les extrémités du rotor sont des surfaces discoïdes en rotation. On peut alors utiliser la corrélation de Kreith donnée par la formule suivante [1], [11] :

$$Nu = 0.82 Re^{0.5} Pr^{0.44} \text{ avec } Re = \frac{\omega R^2}{\nu} \text{ et } Nu = \frac{h_e R}{\lambda} \quad (I-72)$$

L'air brassé par le rotor entre en contact avec les flasques qui sont des surfaces immobiles. Le coefficient d'échange entre l'air interne et les flasques peut être supposé à la moitié de celui de l'extrémité du rotor, (contact entre l'air et les extrémités de l'arbre et contact entre l'air et les flasques). Ces coefficients devront être majorés par le rayonnement (s'il n'est pas négligeable) entre la zone chaude et la surface des flasques.

Les têtes de bobines de machines sont généralement assez proches des anneaux de court circuit du rotor de telle sorte que l'air brassé par le rotor parvient à les refroidir. L'échange de chaleur s'y produit alors en grande partie par convection avec l'air entraîné en rotation de la même manière qu'entre le rotor et les flasques. Le coefficient d'échange des têtes de bobines peut être supposé le même que celui entre les flasques et le rotor.

L'air interne peut être modélisé par le coefficient donné par Mellor et Al et pour des petites vitesses de l'air de refroidissement inférieur à 7m/s [22], tel que :

$$h_i = 15.5 (0.39.u + 1) \quad (I-73)$$

Où u est la vitesse d'écoulement du fluide, qu'on détermine à partir de la relation suivante $u = r_m \cdot \omega \cdot \eta_v = r_m \cdot \omega / 2$

r_m et le rayon moyen de l'anneau de court-circuit et η_v représente le rendement du ventilateur formé par l'anneau de court-circuit dont l'extrémité porte des ailettes. Il est estimé arbitrairement à 50%.

Dans ce cas, la circulation de l'air est due à la rotation de l'anneau de court-circuit, dont l'extrémité porte de petites ailettes (annexe B), afin d'accentuer le brassage de l'air.

I-5-Refroidissement externe par la carcasse

La carcasse représente l'enveloppe externe de la machine et comporte des ailettes pour accentuer le transfert de chaleur, par l'augmentation de la surface d'échange avec l'extérieur. La présence de ces dernières rend le calcul du coefficient d'échange carcasse/air ambiant extrêmement délicat. Plusieurs corrélations sont proposées dans la littérature pour déterminer ce coefficient.

I-5-1- Détermination du coefficient d'échange convectif h_a entre carcasse et air ambiant

D'après la bibliographie consultée, une formule analytique est proposée pour déterminer ce coefficient pour les surfaces lisses et pour des écoulements non turbulents :

$$h_a = \left(\frac{\rho \cdot Cp \cdot u \cdot d_h}{4 l_a} 10^4 \right) (1 - e^{-E}) \quad (I-74)$$

$$E = 0.1448 \left(l_a^{0.946} / d_h^{1.16} \right) \left(\frac{\lambda_a}{\rho \cdot Cp \cdot u} \right)^{0.214} \quad (I-75)$$

Avec : u , λ_a , ρ , et C_p sont respectivement la vitesse d'écoulement, la conductivité thermique, la densité volumique et la chaleur massique de l'air de refroidissement. l_a est la longueur axiale des ailettes de refroidissement en [m], d_h diamètre hydraulique d'écoulement, égal au diamètre des anneaux de section transversale circulaire en [m] et h_a coefficient de transfert de chaleur.

Dans l'expression de E , toutes les dimensions doivent être converties dans le système cgs.

Pour tenir compte des effets de la turbulence due à la surface non lisse de la carcasse [5], le coefficient h_a calculé par la formule (I-74) doit être multiplié par un facteur correctif compris entre 1.7 et 1.9

D'après les auteurs des références [1], [11] et dans le cas des machines à ventilation extérieure ou indépendante, la surface principale d'échange avec l'environnement est celle de la carcasse elle-même, augmentée d'ailettes sur lesquelles circule l'air brassé par le ventilateur.

Si le moteur est monté horizontalement, on peut raisonnablement assimiler cette surface d'échange avec de la convection forcée. Dans le cas de la machine, les pertes sont constantes et on peut supposer que l'échange thermique se fait à flux constant.

On peut alors écrire [1], [11].

$$(Nu)_m = 0.91 (Pr)^{1/3} (Re)^{1/2} \quad \text{pour le régime laminaire} \quad (I-76)$$

$$(Nu)_m = 0.039 (Pr)^{0.6} (Re)^{0.8} \quad \text{pour le régime turbulent} \quad (I-77)$$

$$\text{Avec } Nu = \frac{h l}{\lambda}, \quad Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda} \quad \text{et} \quad Re = \frac{u l}{\nu}$$

l est la longueur de la surface d'échange (elle remplace le diamètre hydraulique dans le cas d'un cylindre en convection forcée)

Les propriétés C_p , λ , μ , ν du fluide seront calculées à la température moyenne de la paroi et de

l'air. $T_{moy} = \frac{T_{surf} + T_{fluid}}{2}$, T_{fluid} est la température du fluide à 20°C, T_{moy} est la température moyenne du fluide (air ambiant), T_{surf} est la température de la (surface) carcasse.

Pour les faibles puissances (ce qui est notre cas), on n'utilise pas la ventilation indépendante, dans ce cas on peut utiliser la corrélation de Churchill et Chu pour les cylindres horizontaux en convection naturelle (pratiquement laminaire). [11]

$$(Nu)^{1/2} = 0.60 + \frac{0.387 (Gr.Pr)^{1/6}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{9/16} \right]^{8/27}} \quad (I-78)$$

En présence des ailettes cette méthode est difficilement justifiable, certains auteurs utilisent les formules de convection naturelle pour un plan horizontal [1], [11] définies par :

$$Nu = 0.54 (Gr.Pr)^{1/4} \quad \text{pour } 5.10^2 < Gr.Pr < 2.10^7 \quad (\text{régime laminaire}) \quad (I-79)$$

$$Nu = 0.13 (Gr.Pr)^{1/3} \quad \text{pour } 2.10^7 < Gr.Pr < 10^{13} \quad (\text{régime turbulent}) \quad (I-80)$$

Avec :
$$Gr = \beta \left(\frac{\rho}{\mu} \right)^2 . g . l^3 . (T_s - T_f)$$

Les propriétés ρ et μ du fluide seront calculées à la température moyenne de la paroi et de l'air, et la longueur l sera remplacée par la distance en espace confiné (en convection naturelle).

A la valeur de h_a calculée, il faut ajouter en cas de la non négligence du rayonnement, la contribution des pertes dues à cet effet (rayonnement) :

$$q = \varepsilon . \sigma . (T^4 - T_{ref}^4) \quad (I-81)$$

En linéarisant cette expression, on obtient :

$$q = h_r . (T - T_{ref}) \quad (I-82)$$

On calcule h_r pour une émissivité ε donnée.

Donc le coefficient d'échange est la somme des coefficients d'échange par convection et par rayonnement.

A cause de la présence des ailettes, cette valeur doit être majorée. Cette majoration m est

égale :
$$m = \xi \frac{S_2}{S_1} \quad (I-83)$$

S_1 est la surface initiale sans les ailettes, S_2 est la surface totale d'échange avec les ailettes. ξ est l'efficacité d'ailettes donnée par la formule suivante [11]

$$\xi = \frac{1}{n d} \frac{\frac{h}{\lambda n} + \tanh(n d)}{1 + \frac{h}{\lambda n} \tanh(n d)} \quad \text{Avec } n = \sqrt{\frac{2 h}{\lambda l}} \quad (I-84)$$

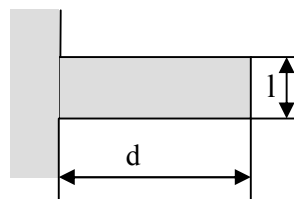


Figure (I-7) : Géométrie de l'ailette

Le coefficient d'échange h obtenu est celui de la carcasse (augmenté d'ailettes) avec le milieu ambiant.

Cependant l'approche courante consiste à déterminer h_a par tests expérimentaux en considérant que toute la chaleur générée dans le moteur est transmise radialement vers l'air ambiant à travers la carcasse. Le moteur tourne à une charge constante jusqu'à ce que l'équilibre thermique soit atteint. En exprimant la résistance thermique Ra en fonction des données du problème puisque les températures T_s et T_a ainsi bien que les pertes totales dans la machine sont accessibles et ainsi que la prise en considération de la surface totale de la carcasse et l'efficacité des ailettes de refroidissement. D'une part, l'expression Ra s'écrit en fonction des températures et des pertes :

$$Ra = \frac{T_s - T_a}{P_{total}} \quad (I-85)$$

Et d'autre part, en introduisant le coefficient d'échange et la géométrie, Ra s'écrit :

$$Ra = \frac{1}{2\pi \cdot R_c \cdot L_c \cdot h_a} \quad (I-86)$$

La combinaison de ces deux relations nous permet de remonter au coefficient h_a

$$h_a = P_{tot} / (T_s - T_a) \cdot 2\pi \cdot R_c \cdot L_c \quad (I-87)$$

Au niveau de ces deux relations : R_a représente la résistance thermique carcasse/air ambiant, P_{tot} sont les pertes totales de la machine T_s est la température moyenne mesurée à la surface de la carcasse et T_a la température de l'air ambiant, L_c et R_c représentent respectivement la longueur axiale et le rayon externe de la carcasse, h_a est le coefficient d'échange air ambiant/carcasse.

I-5-2-Traitement de la carcasse dans un modèle thermique

Une fois caractérisée par un coefficient d'échange h_a , la carcasse peut être intégrée dans la simulation suivant deux approches.

La première approche consiste à introduire cette dernière dans le modèle. De ce fait la taille du système à résoudre et par conséquent le temps de calcul augmentent (dans le cas d'une modélisation électromagnétique- thermique couplée, la carcasse doit être introduite dans les deux modèles électromagnétique et thermique). Avec le développement du matériel informatique et des méthodes de résolution numérique, on peut résoudre le système en temps de calcul réduit tout en introduisant la carcasse avec ses dimensions et ses propriétés (voir par la suite chapitre III).

Dans ce cas, du point de vue thermique, l'introduction de la carcasse de cette manière nous oblige à intégrer la résistance thermique de contact entre la carcasse et la tôle du stator en utilisant une des techniques citée plus haut. Cette première méthode est celle qui a été retenue dans notre modèle thermique.

La deuxième approche consiste à intégrer la carcasse dans le coefficient d'échange avec l'extérieur, ainsi que la résistance de contact entre la carcasse et la tôle du stator.

I-6- Conclusion

Après avoir décrit les particularités de différents modes de transfert de chaleur dans les machines électriques tournantes ainsi que les problèmes qu'elles définissent pour déterminer les paramètres thermophysiques, nous avons énuméré quelques techniques de modélisations utilisées (traitement de l'entrefer, traitement de la carcasse ,les contacts thermiques). Il apparaît alors qu'une diversité de situations sont rencontrées dans une machine électrique, dont on a établi quelques formulations relativement simples, mais intéressantes pour le cas particulier des machines fermées et auto ventilées.

Le chapitre suivant sera consacré à la présentation des différentes méthodes utilisées pour l'étude du comportement thermique des machines électriques tournantes. L'accent sera mis sur les pertes dans la machine qui rendent la détermination de la distribution de température délicate à cause de l'incertitude des pertes allouées dans chaque partie de la machine, ainsi que la détermination des pertes par les méthodes thermiques.

Chapitre II

Méthodes d'étude du comportement thermique et des pertes des machines électriques

II- I- Introduction

La modélisation thermique des machines électriques est un problème crucial, des nombreux travaux y ont été consacrés. Les premiers travaux étaient largement basés sur des formules empiriques issues de l'expérience acquise dans le domaine de la construction des machines électriques (approche dite empirique).

La plus part de ces travaux s'appuient sur des résultats antérieurs, notamment pour la modélisation nodale tout en tirant bénéfice des moyens de calcul modernes. Actuellement on utilise de plus en plus la modélisation numérique basée sur la méthode des éléments finis. En outre, la réalisation expérimentale est nécessaire, voir indispensable pour valider les résultats du modèle théorique et souvent utile pour déterminer ou corriger les paramètres inconnus de ce modèle (coefficient d'échange de chaleur, résistance et capacité thermique). En effet nous constatons que la majorité des travaux publiés dans le domaine, associent modélisation théorique et réalisation expérimentale.

Les principales méthodes utilisées pour traiter et modéliser les phénomènes thermiques dans une machine électrique sont présentées dans ce chapitre. Particulièrement pour le type de machine faisant l'objet de notre travail. L'intérêt des méthodes expérimentales tant au niveau mesure de température qu'au niveau détermination des pertes est mis en relief. Par suite, un bref rappel des diverses pertes qui apparaissent dans un moteur asynchrone à cage est effectué.

II-2-Méthodes théoriques

II-2-1-Méthodes empiriques

Elles consistent en la résolution analytique de l'équation de la chaleur, qui ne peut être effectuée que pour des géométries simples et pour un point de fonctionnement nominal en régime permanent, avec des alimentations classiques (sinusoïdale ou parfaitement continue).

Cette estimation très délicate, au vu du nombre important de paramètres qui intervient, est rendue possible en utilisant des abaques et des formules plus ou moins exactes issues de l'expérience. Les températures estimées en des endroits bien précis de la machine (généralement le cuivre) découlent d'un dimensionnement géométrique et électromagnétique préalablement effectué (nous retrouvons ces méthodes dans des ouvrages de construction de machines électriques destinés à la formation des ingénieurs). Ces méthodes sont de moins en moins utilisées, car les machines conçus actuellement utilisent des technologies et des moyens de calcul plus précis et font appel de moins en moins aux méthodes empiriques.

De plus en plus les actionneurs électromagnétiques ne se conçoivent plus sans leur alimentation et les harmoniques de courant et de la tension introduits par celle-ci, ont poussé les utilisateurs et les constructeurs à développer de nouvelles méthodes de calcul rigoureuses.

II-2-2-Méthodes nodales

La méthode de modélisation nodale très ancienne, mais toujours utilisée, consiste à ramener l'étude du comportement thermique à un schéma équivalent électrique en utilisant des résistances et des capacités thermiques. Les pertes constituent alors la source de courant et le potentiel aux nœuds donne la température. La machine est considérée comme un assemblage de pièces homogènes dans sa construction et son fonctionnement.

L'étude du comportement thermique se ramène donc à un schéma équivalent électrique, résolu en utilisant une méthode classique de résolution des circuits électriques. Nous rappelons sur le tableau (II-1) l'analogie thermoélectrique et sur le tableau (II-2) les expressions générales des résistances thermiques pour différents modes d'écoulement. Dans le tableau (II-2), S est la surface d'échange et L représente la longueur du corps.

Grandeurs thermiques	Grandeurs électriques
Puissance calorifique	Courant électrique
Température	Tension
Conductance thermique	Conductance électrique
Capacité calorifique	Capacité électrique

Table (II-1) : Analogie thermoélectrique

Mode de transfert	Expression de la résistance
Conduction	$R_{cond} = \frac{L}{\lambda S}$
Convection	$R_{conv} = \frac{1}{h S}$
Rayonnement	$R_r = \frac{1}{\epsilon_e \sigma S(T^4 - T_{ref}^4)}$

Table (II-2): Résistances thermiques pour différents modes de transfert

En toute première approximation, la machine peut être schématisée en utilisant des modèles à 3 corps (bobinage statorique, fer statorique et fer rotorique), ou mieux encore des modèles à 5 corps, (figure II-1), où l'on tien compte des têtes de bobinage [5]. La température ambiante sert de référence.

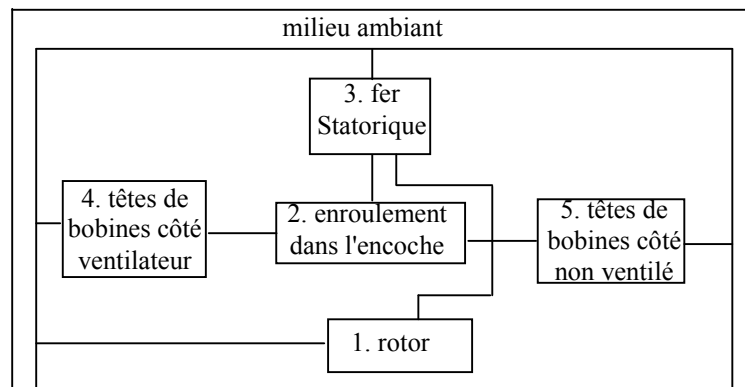


Figure (II-1) : Découpage en 5 corps du moteur à induction

La difficulté majeure pour la mise en œuvre d'un modèle thermique nodal réside dans la détermination des conductances et des capacités thermiques qui dépendent de la géométrie, des propriétés thermiques des matériaux et des échanges de chaleur, ainsi que de la localisation des sources de chaleur qui dépend elle-même directement de la séparation des pertes dans la machine et de la prise en compte de la ventilation ou de la source de refroidissement.

Dans la référence [5] une modélisation par réseau thermique équivalent; basée sur la méthode d'analyse nodale d'un moteur asynchrone à cage de 2,2 KW (qui fait l'objet de notre étude) basée sur le modèle de la figure (II-1) est réalisée. La détermination expérimentale des conductances thermiques est bien explicitée. En dépit de la simplicité du modèle présenté, les résultats de la simulation sont satisfaisants, et les erreurs de modélisation par rapport aux mesures, sont en effet inférieures à 9°C [5].

Une autre alternative à la modélisation nodale consiste à introduire la notion de "bloc". Ces blocs doivent tous présenter une unité suffisante, tant du point de vue géométrique que du point de vue physique et thermique [1].

- L'unité géométrique se traduit par une forme se ramenant à un volume simple (cylindre, sphère, parallélépipède).
- L'unité thermique se traduit par l'uniformité de la production de chaleur, quand elle existe.

Un bloc représente une partie homogène de la machine (unité physique) et peut être uni, bi, ou tri directionnel. Dans chaque direction un nombre bien défini de nœuds et de résistances thermiques est issu de la résolution analytique de l'équation de la chaleur en régime permanent. Ces nœuds sont ensuite raccordés à un nœud central représentant la température moyenne d'un bloc, ce qui suppose que le transfert de chaleur est indépendant dans chaque direction. Les pertes et les capacités thermiques (pour l'étude des régimes transitoires) sont injectées en ce nœud, ce qui permettra d'écrire l'équation différentielle qui y correspond. En procédant ainsi pour chaque bloc, on obtient un système global d'équations qui traduit le comportement thermique de la machine.

La machine électrique constitue un système thermique complexe, mais elle présente plusieurs symétries, ainsi les diverses parties solides actives (blocs) peuvent s'inscrire dans une géométrie de résolution cylindrique.

La subdivision de cette géométrie en composants élémentaires est généralement basée sur la carte des échanges thermiques dans la machine (*Figure (II-2)*), selon le compromis entre la simplicité du modèle et la qualité de l'information recherchée.

Le modèle thermique qui sera mis en place doit représenter aussi fidèlement et simplement que possible les parties actives de la machine (enroulement statorique et rotorique) et les liaisons entre elles et avec l'extérieur.

La capacité thermique est introduite lors d'une étude transitoire afin de représenter la variation de l'énergie interne, elle est donnée par :

$$C_{th} = \rho C_p V \quad (II-1)$$

Les éléments minces seront représentés par de simples résistances thermiques de contact:

$$R_{thcon} = \frac{d}{\lambda.S} \quad (II-2)$$

Où: C_{th} capacité thermique en [J/°C], V représente le volume et d est l'épaisseur de contact.

La résolution du système d'équations issu d'un schéma équivalent basé sur les réseaux thermiques nous permet d'évaluer la température T au niveau des n nœuds du réseau thermique. La qualité de la résolution dans ce cas, dépend fortement du découpage réalisé avant la résolution, ce qui a poussé les chercheurs à développer d'autres méthodes pour la résolution de l'équation de la chaleur en donnant une représentation plus détaillée du comportement des machines surtout pour ses parties sensibles localisées au niveau du bobinage. La *Figure (II-3)* représente un schéma équivalent basé sur les réseaux thermiques dont les parties de la machine sont :

- | | |
|--------------------------------|------------------|
| 1- Carcasse (carter +flasques) | 7- Fer rotorique |
| 2- Culasse Statorique | 8- Arbre |
| 3- Dent Statorique | 9- Roulement |
| 4- Encoche Statorique | 10- Antrefer |
| 5- Têtes de bobines | 11- Air interne |
| 6- Cage ratorique | |

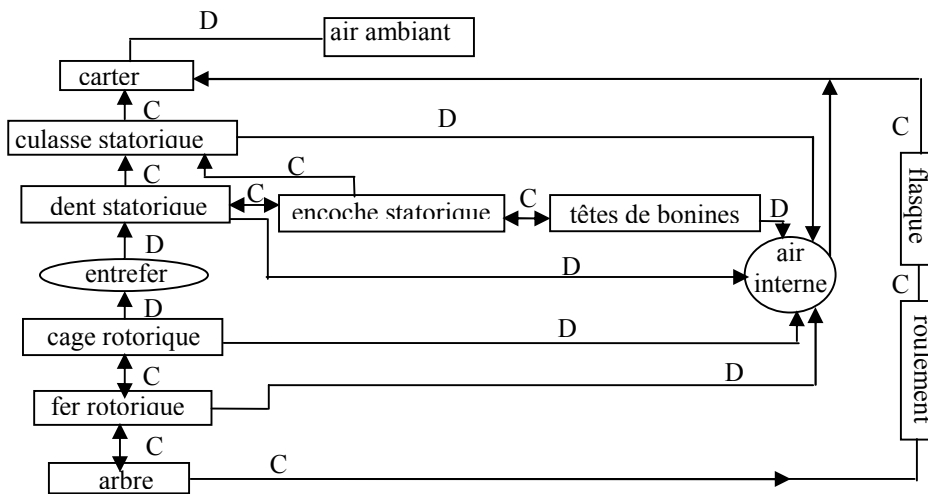


Figure (II-2) : Carte des échanges thermiques dans une machine Asynchrone à cage fermée et autoventilée.
 C: Conduction D: convection

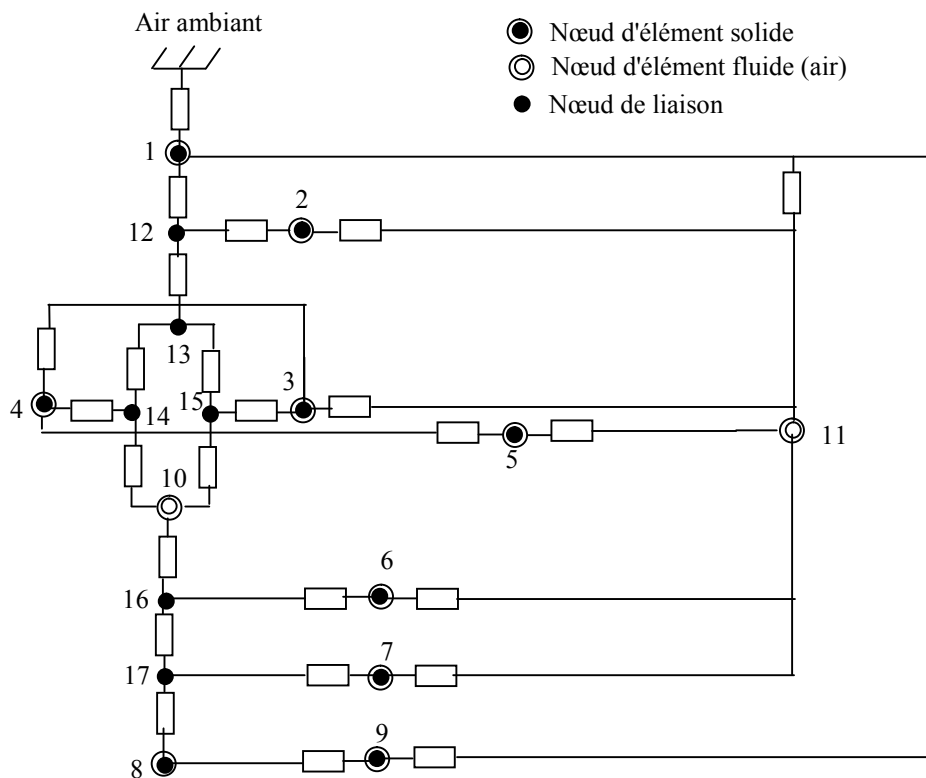


Figure (II-3) : Réseau thermique équivalent d'un moteur asynchrone à cage

II-2-3-Méthodes numériques :

Les méthodes de résolution numériques, présentent de plus grands avantages. Ces méthodes sont basées sur un découpage (discrétisation) plus ou moins fin du système modélisé et permettent de tenir compte de plusieurs paramètres (non linéarité, géométrie complexe...) qu'on ne peut généralement pas considérer avec les méthodes analytiques.

Les plus utilisées de ces méthodes dans le domaine de la thermique sont la méthode des différences finies et la méthode des éléments finis. La méthode des éléments finis permet la résolution numérique des équations dérivées de forme variationnelle de l'équation de la chaleur. Elle est aussi très intéressante dans le cas où le problème des contraintes thermiques est couplé aux contraintes électromagnétiques. En effet, les sources de chaleur du problème thermique dépendent directement du calcul de pertes. Au lieu de considérer une densité de pertes constante, la connexion avec un programme spécifique de calcul des pertes en tout point, en fonction du champ magnétique et de la répartition réelle des courants, est possible. On calcule ainsi la distribution de pertes en tout point du maillage du problème électromagnétique puis avec ce même maillage, on passe au calcul thermique en gardant cette distribution de pertes.

L'étude du comportement thermique d'une machine électrique est typiquement un problème 3D, d'une grande complexité. Les modèles sont simplifiés et les calculs sont généralement effectués en 2D. Selon qu'il s'agit d'une vue radiale ou axiale de la machine, on ne peut considérer qu'une partie des flux de chaleur mis en jeu.

Sur le plan radial, on ne considère pas les flux de chaleur axiaux. Dans un moteur à induction fermé, l'hypothèse d'un flux radial et souvent adoptée et de nombreuses études ont été effectuées, on cite à titre d'exemple [2]. S'est selon cette hypothèse que nous avons effectué notre étude.

Sur une vue axiale, les modèles permettent de prendre en compte les flux de chaleur des parties frontales de la machine. Néanmoins, le problème réside dans le choix de l'axe du plan ; suivant l'axe de symétrie d'une dent ou d'une encoche, car aucune configuration étudiée ne peut faire apparaître simultanément les encoches et les dents [10].

Une solution est proposée dans la référence [14], elle consiste à raccorder les deux vues axiale et radiale suivant un ou plusieurs axes. Les auteurs de ce travail définissent un anneau homogène à pertes équivalentes qui tient compte des encoches et de la denture. L'étude radiale est effectuée avant l'étude axiale car les paramètres à déterminer sur la vue radiale sont moins nombreux. Les échanges par l'axe de la machine conduisent à introduire un tenseur des coefficients de conductivité sachant que les échanges sont plus réduits dans le sens axial des tôles isolées entre elles que dans le sens radial et que le résultat est inverse pour les enroulements. Les conditions aux limites sont de type Dirichlet obtenues par mesure des températures de surface à l'aide d'une caméra à infrarouges. Cette méthode est appliquée à la modélisation thermique en régime permanent d'un moteur asynchrone à aimant permanent de 200 W. Ainsi l'étude 3D est avantageusement remplacée par deux études 2D dans deux plans perpendiculaires. Les écarts entre les résultats de simulation et de mesures ne dépassent pas les 5% dans les parties actives du moteur.

Une étude du comportement thermique en régime permanent d'un moteur asynchrone de 4 kW à rotor bobiné, est réalisée par l'auteur de la référence [11]. L'étude est effectuée sur une vue radiale dont l'espace angulaire est équivalent à un pas dentaire rotorique. Les échanges thermiques sont assimilés à la pure conduction. En certains endroits du moteur, une attention

est portée aux zones où la notion de résistance thermique de contact est particulièrement importante.

Il s'est avéré nécessaire d'introduire les paramètres thermophysiques, caractérisant cette résistance pour obtenir la convergence expérimentation -simulation. Pour préciser les valeurs des conductivités thermiques du modèle, un essai qui consiste à injecter du courant continu dans les enroulements statorique et rotorique est effectué. Les seules pertes qui s'y produisent alors sont celles par effet joule dont le calcul est assez aisé. Après avoir déterminé tous les paramètres du modèle, une simulation pour un essai sous tension sinusoïdale et pour une charge nominale est menée afin de confirmer les valeurs de ces paramètres. Notons que seules les conditions de Dirichlet sont utilisées pour le calcul. Ces conditions représentent des températures mesurées à la surface externe de la carcasse. D'après les résultats obtenus, la différence entre les températures calculées et mesurées ne dépasse pas les 2°C.

Un calcul thermique doit tenir compte de la répartition des pertes fer statorique entre dents et culasse et les pertes joule rotorique entre barres rotoriques et anneaux de court circuit. Selon la littérature consultée, les sources de chaleur dans le fer statorique sont déterminées expérimentalement (méthode temps- température), et la séparation des pertes joule rotorique peut être effectuée par l'approche de Alger [21].

La modélisation qui rend compte du comportement thermique réel de la machine est celle en 3D et le couplage qui existe entre les phénomènes électromagnétiques et thermiques impose une modélisation fine et simultanée des deux phénomènes et donc la prise en compte de la répartition réelle des sources de chaleur (pertes) à tout instant.

Néanmoins, un tel modèle (3D) est lourd à mettre en œuvre. Les difficultés de ce calcul concernent la prise en compte des écoulements des fluides et des transferts convectifs et rayonnants. Afin de s'affranchir de ces dernières complications, l'approche courante consiste à n'utiliser que l'équation de la chaleur (conduction), aussi bien dans les zones solides que fluides [10]. Il est alors nécessaire de réajuster une conductivité thermique équivalente, dite "artificielle" qui considère les flux radio-convectifs. Les conditions aux limites sont de type de Dirichlet. Une autre approche consiste à étudier la distribution de la température dans le stator d'une machine asynchrone pour ensuite considérer les échanges convectifs vers l'entrefer, l'air interne et l'extérieur. Des conditions aux frontières sont introduites sous forme de flux de chaleur convectifs vers ces zones.

Une combinaison d'un modèle éléments finis 3D au rotor et d'un réseau thermique équivalent au stator permet d'incorporer commodément les effets convectifs dans l'entrefer [10].

L'auteur de la référence [10] a adopté un couplage aux sens faible des phénomènes électromagnétiques et thermiques mais avec limitation du nombre d'itérations dans le temps vu le problème en temps de résolution des phénomènes couplés qui est coûteux. Car en principe, le modèle électromagnétique doit être lancé à chaque pas de temps du modèle thermique, les temps de résolution deviennent alors importants. Afin d'économiser du temps de calcul, il ne résout le modèle électromagnétique que lorsque la variation de résistivité est significative, ce qui lui permet d'obtenir des résultats satisfaisants (cette variation est limitée à 2%). Notons bien qu'il a adapté une modélisation nodale pour le problème thermique et en éléments finis pour le problème électromagnétique. Même avec une telle modélisation "pas tout éléments finis", le problème de temps de résolution persiste toujours. Afin de le réduire d'avantage, il s'est avéré nécessaire de choisir une méthode de stockage et d'optimiser le profil de la matrice rigidité du système par une renumérotation adéquate des nœuds du maillage.

II-3-Méthodes expérimentales

L'expérimentation facilite la modélisation. En effet, l'association de données expérimentales et de modèle thermiques permet de vérifier la validité de ce dernier et de déterminer certains paramètres plus ou moins bien connus du modèle : coefficients d'échange de chaleur, résistances et capacités thermiques, pertes. Une réalisation de maquettes expérimentales est souvent nécessaire.

L'instrumentation thermique consiste à placer des capteurs de température en différents endroits de la machine. Les capteurs couramment utilisés sont des thermocouples et des thermistances.

La rotation du rotor conduit à des problèmes pour l'acquisition du signal issu des capteurs, lors de l'utilisation de capteurs glissants. Afin de s'affranchir de cette difficulté, des liaisons sans contacts sont proposées par certains auteurs. On peut imaginer des transmetteurs optiques.

II-3-1 Identification des paramètres

Des relations déduites de corrélations de résultats expérimentaux et théoriques sont utilisées pour la détermination des paramètres d'un modèle thermique tout en se basant sur les dimensions et les propriétés physiques des matériaux constitutifs de la machine. Vue la géométrie complexe d'une machine électrique, ces relations ne conduisent qu'à de simples estimations et donc beaucoup d'incertitudes demeurent. Des valeurs plus exactes ou des lois de variation plus justes peuvent être obtenues grâce à des mesures de température. En effet, un simple réajustement des paramètres par comparaison des températures mesurées et calculées pour un point de fonctionnement suffit pour avoir une bonne prédiction de la température sur une large plage de fonctionnement. Néanmoins, pour la validation de ces paramètres il est nécessaire de mener plusieurs campagnes de mesures correspondant à plusieurs dégagements de chaleur.

II-3-2 Détermination des pertes par les méthodes thermiques

Une première approche qui permet de déterminer les pertes dans une machine électrique, dite méthode calorimétrique, consiste à placer cette machine dans une enceinte isolée, et mesurer l'énergie calorifique évacuée par le système de refroidissement. Un schéma d'une telle réalisation est présenté sur la figure (II-4). C'est une méthode très lente et présente des difficultés liées à l'existence de pertes de chaleur aux parois de l'enceinte (qui emmagasine de l'énergie calorifique) et au contact arbre-parois (représentant un défaut d'isolement).

L'expression (II-3) donne la puissance calorifique qui représente les pertes totales de la machine :

$$P_{cal} = C_p \cdot D \cdot \Delta T \quad (II-3)$$

Où : P_{cal} représente la puissance calorifique, C_p la capacité calorifique de l'eau de refroidissement, D le débit massique d'eau et ΔT est la différence de température entre l'entrée et la sortie de l'échangeur.

Les maquettes expérimentales à base de capteurs thermiques (thermocouples : utilisant l'apparition d'une fem dans un circuit comportant deux conducteurs de natures différentes, ou thermistances : utilisant la variation de la résistivité d'un matériau) présentent non seulement l'intérêt pour déterminer la carte des températures dans une machine électrique, mais aussi peuvent servir à déterminer les pertes, aussi bien que pour comparer différents types d'alimentation (sinusoïdale et non sinusoïdale) pour un même dispositif.

La solution consiste à utiliser la pente à l'origine de la caractéristique de la température en fonction du temps lors du refroidissement. Cette méthode "température time technique",

présente certaines difficultés de mesure, car la vitesse de rotation de la machine doit être maintenue après coupure de l'alimentation et ce afin de garder les mêmes conditions de refroidissement. La densité volumique des pertes P_v est déduite de la relation suivante :

$$P_v = -C_p \left(\frac{dT}{dt} \right)_{t \rightarrow 0} \quad (II-4)$$

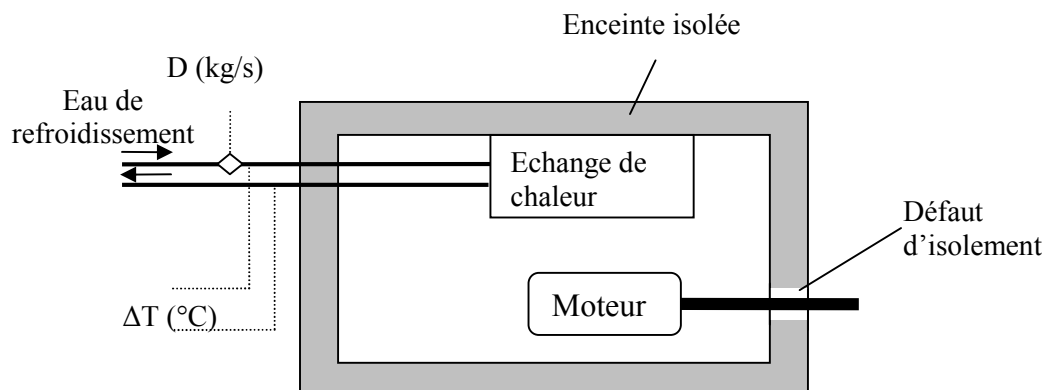


Figure (II-4) : Dispositif de mesure calorimétrique

Cette méthode est basée sur la supposition que la pente à l'origine de la courbe d'évolution de la température en fonction du temps en n'importe quel point de la machine est proportionnelle à la chaleur générée en ce point. Il est nécessaire d'évaluer la pente à l'origine de la courbe de refroidissement juste après une interruption de l'alimentation, pourvu que le refroidissement demeure constant pendant la durée de l'essai (estimé à 30s avec un pas d'échantillonnage très réduit). Il est donc nécessaire de disposer d'un système d'acquisition très rapide.

Cette méthode est appliquée pour déterminer les pertes fer statorique dans le dos et les dents d'un moteur asynchrone à cage pour des alimentations sinusoïdale et non sinusoïdale. Les pertes ainsi obtenues ont été utilisées comme entrée d'un modèle thermique théorique (et les températures obtenues par ce modèle concordent avec celles mesurées par des thermocouples logés dans le moteur). [12]

Cette technique a été utilisée par d'autres auteurs pour comparer les conditions thermiques de fonctionnement d'un moteur asynchrone dans deux cas d'alimentation (sinusoïdale et non sinusoïdale) sans maintenir le moteur en rotation lors de l'interruption de l'alimentation.

Ce qui rend la mesure des températures rotoriques plus aisée.

II-4- Différentes pertes dans le moteur asynchrone

Dans une machine électrique, la transformation de l'énergie est inévitablement accompagnée de pertes dans les différentes parties de celle-ci. Ces pertes sont à l'origine de leur échauffement. Elles mènent à une diminution du rendement de la machine.

Dans ce qui suit, nous rappelons les diverses pertes qui apparaissent dans un moteur asynchrone à cage, que ce soit à vide ou en charge, sans toutefois avoir la prétention de les classer. En effet, diverses classifications de ces pertes ont été adoptées dans la pratique [20].

II-4-1-Pertes à vide et en charge

Les pertes à vide englobent les pertes fer et les pertes mécaniques. les pertes dans le cuivre et les pertes supplémentaires représentent les pertes en charge.

II-4-1-1- Pertes fer

Se sont les pertes engendrées dans les circuits magnétiques. Elles représentent une conséquence d'existence d'un champ magnétique variable.

Bien que la littérature admet que les pertes fer sont constituées des pertes par hystérésis et par courants de Foucault, jusqu'à nos jours, il n'existe pas encore de formules exactes permettant leur détermination. Ces pertes sont de natures différentes mais elles ne sont pas indépendantes du fait qu'il s'agit du même champ appliqué et de la même induction locale à laquelle les deux phénomènes participent, chacun à sa manière.

Une attention particulière doit être donnée aux pertes fer car celles-ci représentent une part non négligeable des pertes totales et leur détermination dépend des méthodes utilisées. En effet, les pertes fer se présentent dans le fer statorique. La fréquence de variation du flux rotorique est faible, ce qui engendre de faibles pertes fer rotoriques (sous les conditions normales de fonctionnement). L'amélioration des pertes fer requiert la connaissance des processus physiques responsables de la magnétisation du matériau.

II-4-1-2- Pertes mécaniques

Elles sont des pertes associées à la rotation, causées par la résistance au mouvement dans les roulements (pertes par frottement) et la puissance requise pour entrainer le ventilateur et vaincre la résistance de l'air qui se présente aux autres parties en rotation de la machine. Elles peuvent être déterminées expérimentalement en utilisant une série de tests à vide à la fréquence nominale et à des tensions différentes.

A vide, la puissance absorbée diminuée des pertes par effet Joule dans l'enroulement statorique donne le total des pertes fer et des pertes mécaniques.

Les pertes fer et les pertes mécaniques sont alors calculées par la méthode de séparation des pertes constantes (variation de la tension d'alimentation et la vitesse de rotation reste constante).

La puissance absorbée à vide P_0 :

$$P_0 = 3 R_l I_0^2 + P_{fs} + P_{fr} + P_{mec} \quad (II-5)$$

Avec :

R_l : résistance au stator (de chaque enroulement);

I_0 : valeur efficace du courant absorbé à vide ;

P_{fs} : Pertes fer au stator, elles sont proportionnelles au carré de la tension d'alimentation;

P_{mec} : Pertes mécaniques au rotor, elles sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation;

Soit l'équation suivante :

$$P_0 - 3 R_l I_0^2 = f(V^2) \quad (II-6)$$

En traçant la courbe de la puissance consommée par la machine diminuée des pertes par effet Joule, en fonction du carré de la tension d'alimentation (équation (II-6)), on obtient en principe une droite. Le prolongement de cette droite jusqu'à la tension ($V=0$) donne les pertes mécaniques constantes par rapport à la tension d'alimentation.

II-4-1-3- Pertes dans le cuivre

Ce sont les pertes par effet joule dans toutes les parties conductrices de la machine traversées par des courants. Elles sont considérées séparément pour les circuits statorique et rotorique. On distingue les pertes joule normales dans les enroulements statoriques et dans la cage rotorique et les pertes joule supplémentaires.

Les pertes joules peuvent être obtenues précisément par des calculs théoriques connaissant la résistance et le courant ou par des essais, tandis que l'évaluation précise des pertes supplémentaires est difficile.

Les pertes Joule statoriques valent :

$$P_{Js} = 3 R_l I_l^2 \tag{II-7}$$

La résistance R_l de l'enroulement statorique est mesurée à une température T_l (température ambiante) prévalant dans l'essai. La nouvelle valeur de cette résistance R correspondant au régime de fonctionnement caractérisé par la température T , R_l est donnée par l'expression :

$$R_l = R \frac{T_l + K_T}{T + K_T} \tag{II-8}$$

Où : $K_T = 1/\alpha$: constante dépendant du matériau utilisé pour le bobinage (pour le cuivre $K_T = 234.5^\circ C$ et pour l'aluminium $K_T = 225^\circ C$)

Quand la température correspondant au régime de fonctionnement de la machine n'est pas connue, la résistance de l'enroulement est corrigée à une température déterminée selon la classe d'isolation de la machine .

Classe d'isolation	Température de correction (°C)
A	75
B	95
F	115
H	130

Tableau (II-3) : Température limites en fonction des classes d'isolation

Sous une charge donnée, les pertes joule rotoriques peuvent être déterminées comme suit :

$$P_{Jr} = (3 R_2 I_2^2) \tag{II-9}$$

II-4-1-4- Pertes supplémentaires en charge

Les pertes supplémentaires sont générées dans le cuivre et dans le fer de la machine asynchrone. Elles sont dues aux phénomènes électromagnétiques secondaires ou phénomènes parasites. En particulier celles qui correspondent aux flux de fuites, aux courants et flux aux fréquences harmoniques, ainsi qu'à la présence de la denture statorique et rotorique. Certains ont lieu à vide, d'autres prennent naissance en charge.

L'évaluation précise des pertes supplémentaires est difficile et devient plus compliquée quand le moteur est alimenté par une tension non sinusoïdale. Il reste encore l'un des problèmes les plus aigus dans la caractérisation des pertes du moteur asynchrone. Plusieurs définitions sont accordées à ce type de pertes du fait que chaque auteur fait la classification selon sa propre contribution ; dont celle qui considère les pertes supplémentaires en charge comme la

différence entre les pertes totale en charge de la machine et les pertes déterminées par la méthode de séparation des pertes.

$$P_{supp} = P_{tot} - (P_f + P_{Js} + P_{Jr} + P_{mec}) \quad (II-10)$$

Toutes ces pertes se traduisent par une élévation de température due à la dissipation de la chaleur et font chuter le rendement de l'ensemble :

$$\eta = \frac{P_{fournie}}{P_{absorbée}} = \frac{P_{fournie}}{P_{fournie} + Pertes} \quad (II-11)$$

La figure suivante donne la répartition des puissances dans une machine tournante

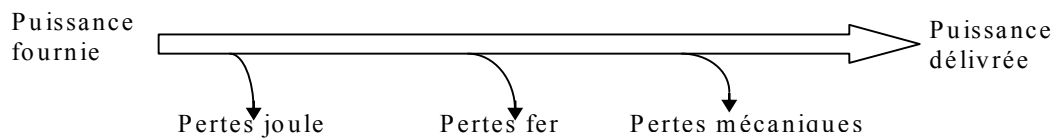


Fig.II-5-Répartition des puissances dans une machine tournante

II-5-conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes utilisées pour la modélisation thermique des moteurs à induction ainsi que les différentes pertes engendrées dans la machine tournante lors de son fonctionnement. Nous avons constaté que l'association de l'expérimentation est nécessaire, voir indispensable pour valider les résultats du modèle théorique que ce soit à paramètres localisés ou numérique. Elle est souvent utile pour déterminer ou corriger les paramètres inconnus des modèles (coefficient d'échange de chaleur, résistance et capacité thermique) ainsi que la détermination des pertes.

La complexité des phénomènes thermiques conduit à des hypothèses simplificatrices nécessaires qui doivent être compatibles avec l'objectif visé. Nous avons néanmoins constaté que pour la plus part des travaux consultés, les résultats obtenus sont souvent satisfaisants, ce qui est probablement dû au fait que les phénomènes négligés sont implicitement intégrés pendant l'identification des modèles.

Si la méthode nodale nous renseigne sur la carte des températures moyennes des parties constituant la machine, l'étude locale de la distribution de la température fait souvent appel à l'utilisation de la méthode des éléments finis. Quoique des difficultés liées à la détermination des paramètres persistent dans les deux méthodes.

La méthode des éléments finis, si elle peut s'adapter pour les différents modes de transfert de chaleurs, présente l'inconvénient de l'exigence d'une taille mémoire assez grande et d'un long temps de calcul pour une résolution avec les méthodes temporelles. Le recours à la diminution de la taille des systèmes à résoudre ainsi que le bon choix de la méthode de résolution peut palier à ces problèmes.

S'inspirant de quelques résultats de cette analyse, nous présentons dans le chapitre suivant un modèle thermique utilisant la méthode des éléments finis appliqué à la machine asynchrone basé sur la résolution par la méthode temporelle.

Chapitre III

Modélisation thermique par éléments finis des machines électriques tournantes

III-1-Introduction

Le développement de toute technologie s'appuie sur, outre l'expérimentation toujours nécessaire, des modèles capables de prédire le fonctionnement des dispositifs en cours de conception. Pour mettre en œuvre ces modèles, il est généralement nécessaire de passer par la résolution d'équations différentielles aux dérivées partielles, qui permettent de décrire des phénomènes physiques et donc d'aboutir à une connaissance des répartitions spatiales et temporelles de grandeurs électromagnétiques et thermiques.

Ces équations sont généralement non linéaires, couplées et évolutives, et leur résolution nécessite l'emploi de méthodes numériques [31].

La modélisation thermique des machines électriques fût au départ exclusivement réalisée avec des méthodes nodales basées sur les réseaux thermiques équivalents, donnant seulement la température moyenne de l'élément. La méthode des éléments finis a connu un développement considérable parce qu'elle est mieux adaptée aux problèmes non linéaires, à géométrie complexe. Le développement de l'outil informatique est également une des raisons qui l'ont projeté au devant de la modélisation. L'efficacité de cette méthode réside dans la précision des résultats. Cette précision dépend elle-même des méthodes de discrétisation (maillage) et des méthodes de résolution adoptées.

Concernant les méthodes de résolution, des méthodes directes (Gauss, Cholesky, méthodes frontales...) [32] peuvent être adoptées. On utilise également des méthodes indirectes (méthodes de relaxation, gradient conjugué, méthodes de projection ...).

La taille des systèmes à résoudre est un critère important dans l'adoption de la méthode à utiliser [33].

Les méthodes directes présentent l'avantage certain de l'exactitude de la solution proposée. De même, les risques de divergence sont complètement éliminés. Cependant, elles présentent l'inconvénient dans la lenteur de résolution des processus et dans la taille des processus de stockage [33]. Nous nous proposons d'explicitier dans ce chapitre le mode d'utilisation de la méthode des éléments finis comme moyen de résolution des équations aux dérivées partielles établies dans le premier chapitre en permanent et en transitoire, tout en adoptant un algorithme de renumérotation récent [34] avec minimisation de la largeur de bande du système à résoudre.

III-2-Modèles thermiques éléments finis

Dans les machines électriques, plusieurs phénomènes thermiques font appel à une approche tridimensionnelle dès qu'il y a présence significative d'un flux axial combiné à un flux radial. (Exemple : l'air évacué dans la direction axiale par le ventilateur combiné à celui circulant dans la direction radiale par les événements de refroidissement à travers les tôles laminées)

Dans un modèle bidimensionnel, on ne peut considérer qu'un seul flux de chaleur. La figure (III-1) montre les deux plans axial et radial. Le plan d'étude axial balaie des régions différentes mais contrairement au premier plan, il ne considère pas les flux de chaleur radiaux.

Notre étude sera menée dans le plan radial. On ne considère donc que les flux de chaleur radiaux. De ce fait, la température ne va dépendre que des deux variables d'espace x et y .

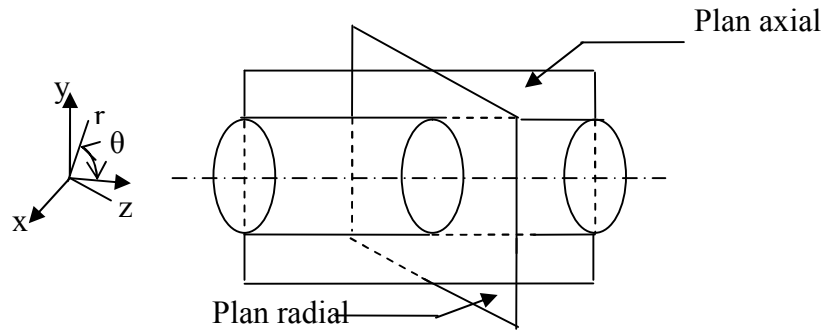


Figure (III-1) : Plans d'étude bidimensionnelle

III-2-1-Etude du régime permanent

III-2-1-1-Formulation des équations en permanent

L'équation aux dérivées partielles décrivant le comportement thermique en régime établi est celle de Poisson. Dans le cas bidimensionnel, linéaire et isotrope et en coordonnées cartésiennes, l'équation de la chaleur se réduit sous ces hypothèses à :

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + P = 0 \quad (III-1)$$

Les conditions aux limites associées à l'équation (III-1) que nous considérons sont (voir la figure (IV-2))

- Condition de Dirichlet : La température T est constante sur une portion de la frontière du domaine étudié.
- Condition de Neumann homogène (symétrie géométrique) : $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ sur le reste de la frontière du domaine étudié.

III-2-1-2-Formulation intégrale du problème

La méthode des éléments finis est basée sur la substitution d'une forme intégrale à l'équation aux dérivées partielles et des conditions aux limites. Cette formulation peut être de type variationnelle ou à résidus pondérés [31].

Formulation variationnelle du problème : son utilisation nécessite la connaissance au préalable d'une fonctionnelle d'énergie. En terme variationnelle, la méthode des éléments finis consiste donc à ramener la résolution des *EDP*, compte tenu des conditions aux limites, à la minimisation d'une fonctionnelle généralement liée à l'énergie du système étudié.

La fonctionnelle associée à l'équation (III-1) s'écrit ainsi :

$$\Pi(T) = \iint_{\Omega} \left\{ \frac{1}{2} \lambda \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 - 2PT \right] \right\} dx dy \quad (III-2)$$

Où Ω représente le domaine d'étude.

Méthode des résidus pondérés : soit un système physique régi par le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\begin{aligned} L(u) + fv &= 0 && \text{sur le domaine } \Omega \\ C(u) &= fs && \text{sur la frontière du domaine} \end{aligned} \quad (III-3)$$

Où :

$L(u)$ et $C(u)$ des opérateurs différentiels (le laplacien)
 fv et fs des fonctions connues ou sollicitations

On appelle résidu, la quantité :

$$R(u) = L(u) + fv \quad (III-4)$$

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher les fonctions (u) qui annulent la forme intégrale pour toute fonction de pondération ψ dans tout le domaine d'étude Ω

$$\int_{\Omega} R(u) \cdot \Psi \cdot d\Omega = 0 \quad (III-5)$$

Nous reproduisons ici la formulation intégrale de l'équation (III-1) :

$$\begin{aligned} R(T) &= \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + P \\ W(T) &= \iint_{\Omega} \Psi R(T) d\Omega = \iint_{\Omega} \Psi(x, y) \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + P \right] d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (III-6)$$

L'équation (III-6) comporte deux termes : un laplacien et un terme source. Le laplacien sera intégré avec une forme faible qui permet d'éliminer la dérivée seconde et de la remplacer par une dérivée première plus simple à développer.

Après intégration sur (Ω), l'équation (III-6) s'écrit :

$$W(T) = -\iint_{\Omega} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \right) d\Omega + \iint_{\Omega} \Psi P d\Omega + \int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial T}{\partial n} d\Gamma = 0 \quad (III-7)$$

Γ : frontière du domaine

Le terme $\frac{\partial T}{\partial n}$ représente les variations de T selon la normale au contour. C'est sur ce terme que s'appliquent les conditions de flux.

Par défaut et de façon implicite, le dernier terme de l'équation (III-7) ($\int_{\Gamma} \Psi \frac{\partial T}{\partial n} d\Gamma$) est annulé.

C'est la condition de Neumann implicite.

Le choix de la fonction de pondération se fait selon plusieurs méthodes [31] dont:

La méthode de *Galerkin*; elle consiste à choisir les fonctions de pondérations identiques aux fonctions d'approximation nodales. Elle propose d'assimiler cette fonction ψ à la fonction d'approximation de T dans l'élément fini.

III-2-1-3-Discretisation spatiale du domaine d'étude

La discrétisation géométrique consiste à subdiviser le domaine d'étude Ω en plusieurs sous domaines Ω^e (passage du milieu continu au modèle discret).

En électromagnétisme, les éléments finis de forme triangulaires (linéaire à 3 nœuds) sont les plus utilisés. Cette subdivision exclusivement triangulaire a l'avantage de s'appliquer à toute configuration géométrique et permet de traiter des expressions simples [33]. Ce type d'élément a été retenu pour notre étude.

III-2-1-4-Approximation par éléments finis de la température T

Chaque triangle Ω^e est repéré par ces trois sommets. Si la taille des éléments est suffisamment réduite (maillage fin), nous pouvons supposer que la fonction inconnue T varie linéairement à l'intérieur de chaque élément. Ainsi, nous pouvons approcher l'inconnue T à l'intérieur de Ω^e par un polynôme de premier degré en x et y tel que :

$$T^e(x, y) = a_1 + a_2 x + a_3 y = \langle 1 \ x \ y \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad (III-8)$$

Où : a_1, a_2, a_3 sont des coefficients (paramètres généraux) qui dépendent des coordonnées des sommets du triangle et des températures correspondantes.

$\langle 1 \ x \ y \rangle$ représente le polynôme de base de l'élément triangulaire.

Cette interpolation est dite polynomiale. La température en tout point de l'élément est parfaitement définie à partir des vecteurs des températures en ces trois sommets, la relation (III-8) peut s'écrire ainsi :

$$\begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} \quad (III-9)$$

III-2-1-4-1-Approximation nodale

La fonction T est interpolée avec des fonctions faisant intervenir directement les vecteurs connus de T aux points donnés (aux noeuds) [35].

De l'équation (III-9) on aura l'équation suivante :

$$\begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} \quad (III-10)$$

En remplaçant l'équation (III-10) dans l'équation (III-8), il vient une interpolation dite nodale (par sous domaine) qui fait intervenir directement les valeurs de T aux nœuds de l'élément triangulaire qu'on peut écrire sous la forme suivante :

$$T^e(x, y) = \langle N_1(x, y) \ N_2(x, y) \ N_3(x, y) \rangle \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix}^e \quad (III-11)$$

Avec : $N_i(x,y)$, ($i=1,2,3$) sont les fonctions d'interpolation(de forme). Elles s'écrivent sous la forme suivante:

$$N(x,y) = \frac{1}{2S_e} (P_i + Q_i x + R_i y) \quad (III-12)$$

Les paramètres P_i , Q_i , R_i et S_e (l'aire de l'élément) intervenant dans l'équation (III-12) sont des fonctions des coordonnées des nœuds telles que :

$$P_i = x_j y_k - x_k y_j \quad (III-13-a)$$

$$Q_i = y_j - y_k \quad (III-13-b)$$

$$R_i = x_k - x_j \quad (III-13-c)$$

$$S_e = \frac{1}{2} (P_i + P_j + P_k) \quad (III-13-d)$$

i, j, k représentent toute permutation circulaire des indices $1,2,3$ assignés dans le sens trigonométrique.

Afin d'assurer la continuité de la variable d'étude (T) entre éléments, les fonctions de forme doivent vérifier les conditions suivantes

$$N_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i=j) \\ 0 & \text{si } (i \neq j) \end{cases} \quad i, j \quad (1,2,3) \quad (III-14)$$

Les $N_i(x, y)$ seront les suivantes :

$$N_1(x,y) = \frac{1}{2S_e} (x_2 y_3 - x_3 y_2) + (y_2 - y_3)x + (x_3 - x_2)y$$

$$N_2(x,y) = \frac{1}{2S_e} (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (y_3 - y_1)x + (x_1 - x_3)y \quad (III-15)$$

$$N_3(x,y) = \frac{1}{2S_e} (x_1 y_2 - x_2 y_1) + (y_1 - y_2)x + (x_2 - x_1)y$$

S_e est la surface de l'élément Ω^e

$$S_e = \frac{1}{2} (P_i + P_j + P_k) = \frac{1}{2} [(x_2 y_3 - x_3 y_2) + (x_3 y_1 - x_1 y_3) + (x_1 y_2 - x_2 y_1)] \quad (III-16)$$

On peut écrire aussi

$$S_e = \frac{1}{2} \det [C] \quad \text{Telle que } [C] = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}$$

$$\text{Donc pour chaque élément, } T^e(x,y) = \sum_{i=1}^3 N_i(x,y) \cdot T_i \quad (III-17)$$

$$T^e(x,y) = N_1(x,y) \cdot T_1 + N_2(x,y) \cdot T_2 + N_3(x,y) \cdot T_3$$

En écriture matricielle, la relation (III-17) peut se mettre sous la forme

$$T^e = \langle N \rangle \cdot \{T\}$$

Où :

$\langle N \rangle$ est un vecteur ligne dont les composantes sont les fonctions d'interpolations

$N_i (i=1, 2, 3)$

$\{T\}$ est un vecteur colonne dont les composantes sont les températures aux nœuds

$T_i (i=1, 2, 3)$

$$T^e(x, y) = \frac{1}{2S_e} \langle 1 \ x \ y \rangle \begin{bmatrix} (x_2y_3 - x_3y_2) & (x_3y_1 - x_1y_3) & (x_1y_2 - x_2y_1) \\ (y_2 - y_3) & (y_3 - y_1) & (y_1 - y_2) \\ (x_3 - x_2) & (x_1 - x_3) & (x_2 - x_1) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} \quad (III-18)$$

L'approximation sur tout le domaine (Ω) sera la somme des approximations élémentaires T^e

$$T(x, y) = \sum_{e=1}^{ne} T^e(x, y) \quad (III-19)$$

(ne) représente le nombre d'éléments triangulaires à l'intérieur de (Ω).

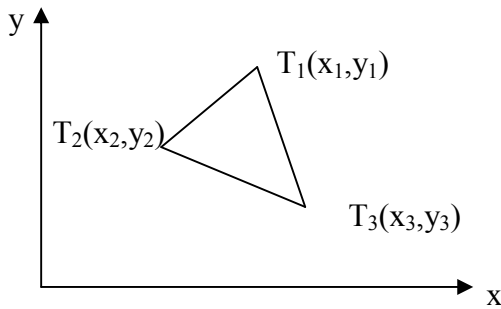


Figure (III-2) : Elément triangulaire linéaire à 3 nœuds (Ω^e)

III-2-1-4-2-Construction du système d'équations algébriques

Considérons l'équation (III-6)

$$W(T) = \iint_{\Omega} \Psi R(T) d\Omega = \iint_{\Omega} \Psi(x, y) \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + P \right] d\Omega = 0 \quad (III-20)$$

La forme intégrale discrétisée est la somme des intégrales en chaque sous domaine Ω^e telle que :

$$W(T) = \sum_{e=1}^{ne} W^e(T) = \sum_{e=1}^{ne} \iint_{\Omega^e} \Psi^e(x, y) \left[\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + P \right] d\Omega^e = 0 \quad (III-21)$$

Pour calculer chaque terme W^e , dit forme intégrale élémentaire, nous utilisons une approximation par éléments finis T de type Galerkin telle que $\Psi^e \equiv \langle N \rangle$

$$W^e(T) = \iint_{\Omega^e} \Psi^e(x, y) \left[\lambda \frac{\partial^2 T^e}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2 T^e}{\partial y^2} \right] d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \Psi^e(x, y) P d\Omega^e \quad (III-22)$$

Après intégration par parties faible, l'équation (III-20) devient :

$$W^e(T) = -\lambda \iint_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \Psi^e}{\partial x} \frac{\partial T^e}{\partial x} + \frac{\partial \Psi^e}{\partial y} \frac{\partial T^e}{\partial y} \right] d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \Psi^e P d\Omega^e \quad (III-23)$$

$$+ \int_{\Gamma_1} \Psi^e \frac{\partial T^e}{\partial n} d\Gamma_1 + \int_{\Gamma_2} \Psi^e \frac{\partial T^e}{\partial n} d\Gamma_2$$

Avec Γ_1 et Γ_2 sont les contours extérieurs du domaine.

Sur Γ_1 s'applique la condition de Dirichlet (T^e constante) et sur Γ_2 s'applique la condition de Neumann implicite.

L'équation (III-23) devient alors :

$$W^e(T) = -\lambda \iint_{\Omega^e} \left[\frac{\partial \Psi^e}{\partial x} \frac{\partial T^e}{\partial x} + \frac{\partial \Psi^e}{\partial y} \frac{\partial T^e}{\partial y} \right] d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \Psi^e P d\Omega^e \quad (III-24)$$

Qu'on peut écrire sous forme :

$$W^e(T) = \lambda \iint_{\Omega^e} \left\langle \frac{\partial \Psi^e}{\partial x} \quad \frac{\partial \Psi^e}{\partial y} \right\rangle \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial T^e}{\partial x} \\ \frac{\partial T^e}{\partial y} \end{array} \right\} d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \Psi^e P d\Omega^e \quad (III-25)$$

Les composantes du gradient de la température sont obtenues comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial T^e}{\partial x} \\ \frac{\partial T^e}{\partial y} \end{array} \right\} = [D] \left\{ \begin{array}{c} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{array} \right\} \quad (III-26)$$

Avec la matrice $[D]$ comme opérateur de dérivation, défini par :

$$[D] = \left[\begin{array}{c} \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial N(x,y)}{\partial y} \end{array} \right] = \frac{1}{2S_e} \begin{bmatrix} y_2 - y_3 & y_3 - y_1 & y_1 - y_2 \\ x_3 - x_2 & x_1 - x_3 & x_2 - x_1 \end{bmatrix} \quad (III-27)$$

$$\text{Et } [D]^t = \left\langle \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad \frac{\partial N(x,y)}{\partial y} \right\rangle \quad (III-28)$$

Pour $\Psi^e = \langle N \rangle$, l'équation (III-25) devient

$$W^e(T) = \lambda \iint_{\Omega^e} \left\langle \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad \frac{\partial N(x,y)}{\partial y} \right\rangle \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial T^e}{\partial x} \\ \frac{\partial T^e}{\partial y} \end{array} \right\} d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \langle N \rangle P d\Omega^e \quad (III-29)$$

En remplaçant (III-26) et (III-27) dans l'équation (III-29) on aura :

$$W^e(T) = \lambda \iint_{\Omega^e} \left\langle \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \quad \frac{\partial N(x,y)}{\partial y} \right\rangle \begin{Bmatrix} \frac{\partial N(x,y)}{\partial x} \\ \frac{\partial N(x,y)}{\partial y} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{Bmatrix} d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \langle N \rangle P d\Omega^e \quad (III-30)$$

Qu'on peut écrire sous forme :

$$W^e(T) = \lambda \iint_{\Omega^e} [D]^t \cdot [D] \{T_i\} d\Omega^e + \iint_{\Omega^e} \langle N \rangle P d\Omega^e \quad (i=1,2,3) \quad (III-31)$$

Après intégration on aura :

$$W^e(T) = \lambda \cdot S_e [D]^t \cdot [D] \cdot \{T_i\} - \frac{P}{3} S_e \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (III-32)$$

Cette formule peut être réorganisée comme suit :

$$W^e(T) = [k_e] \{T_i\}^e - \{F_i\}^e \quad (i=1,2,3) \quad (III-33)$$

$$\text{Avec } [k_e] = \lambda S_e [D]^t \cdot [D] \quad (III-34)$$

Où : $[k_e]$ est la matrice de rigidité élémentaire de dimension 3×3

$\{T_i\}^e$ est le vecteur élémentaire des variables inconnues de dimension 3×1

$\{F_i\}^e$ est le vecteur sollicitation élémentaire de dimension 3×1

Les expressions suivantes représentent les termes k_{ij}^e de $[k_e]$ et F_i^e de $\{F\}^e$

$$k_{ij}^e = \lambda \frac{Q_i Q_j - R_i R_j}{4 S_e} \quad (III-35)$$

$$F_i^e = \frac{P S_e}{3} \quad (III-36)$$

III-2-1-5- Stockage et résolution

III-2-1-5-1-Extension et assemblage des matrices et vecteurs élémentaires

L'application du critère du résidu pondéré à chaque élément conduit à la construction de (ne) matrices élémentaires $[k_e]$ de dimension 3×3 et (ne) vecteurs élémentaires $\{F_e\}$ de dimension 3×1 . Ce qui nous intéresse cependant, c'est d'obtenir le vecteur solution $\{T\}$ qui annule $W(T)$ dans tout le domaine (Ω) .

La nature de la matrice de rigidité est liée à la numérotation des nœuds du maillage. Chaque matrice élémentaire est stockée dans la matrice globale selon le numéro des nœuds et l'ordre de ces nœuds. On construit alors (ne) matrices élémentaires $[K_e]$ de dimension $n \times n$ et (ne) vecteurs élémentaires $\{F_e\}$ de dimension n , dont les éléments non nuls sont les termes de rang i, j, k . Ainsi on réalise une extension des matrices et vecteurs élémentaires.

Soit l'exemple développé ci-après :

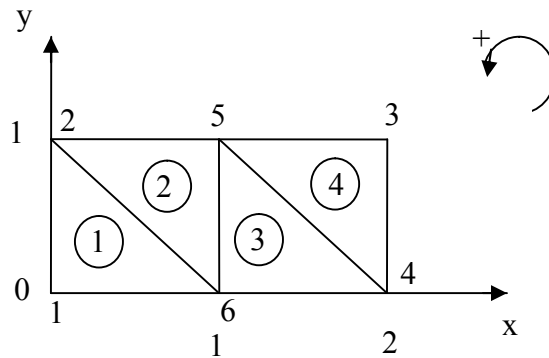


Figure (III-3) : Exemple de maillage

La matrice élémentaire de chaque élément est stockée par ajout à la matrice globale qui est dans ce cas de dimension 6×6 . Définissons la matrice élémentaire liée à l'élément I de la circulation des nœuds (connectivité) : $6-2-I$ (dans le sens trigonométrique)

$$[k_e^I] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (III-37)$$

Le stockage de l'élément 1 dans la matrice globale est donc comme suit :

$$[K^1] = \begin{bmatrix} k_{33} & k_{32} & & k_{31} \\ k_{23} & k_{22} & & k_{21} \\ & & \times & \\ & & & \times \\ & & & & \times \\ k_{13} & k_{12} & & & k_{11} \end{bmatrix} \quad (III-38)$$

De la même manière, on fait le stockage des autres éléments.

L'assemblage de (ne) matrices $[K_e]$ ainsi obtenues se fait par sommation de celles-ci pour aboutir à la matrice rigidité globale $[K]$ de dimension $n \times n$. Il en est de même pour les (ne) vecteurs $\{F_e\}$ pour aboutir au vecteur global $\{F\}$ des sollicitations de rang (n) .

(n) et (ne) représentent successivement le nombre de nœuds et le nombre d'éléments dans le domaine (Ω) .

Nous obtenons alors le système global suivant :

$$[K] \cdot \{T\} = \{F\} \quad (III-39)$$

La matrice $[K]$ est dite matrice globale de rigidité (stiffness matrix). Elle a la particularité d'être largement creuse, symétrique et définie positive. La résolution des systèmes de ce type est liée à la méthode choisie.

En effet, une particularité intéressante pour l'étude de l'optimisation des temps de résolution. C'est la distance maximale sur une ligne entre un élément diagonal et le dernier élément non

nul (III-38). Elle est donnée par l'écart maximal des numéros des nœuds liés aux éléments (largeur de bande maximale).

III-2-1-5-2- Introduction des conditions aux limites

Après la construction de la matrice $[K]$ et du vecteur $\{F\}$, nous devons introduire les conditions aux limites.

Dans notre cas, deux procédures sont possibles :

- Faire une étude sur la structure complète et appliquer uniquement la condition de Dirichlet (sur le contour extérieur de la machine).
- Faire une étude sur un pas dentaire (dans le cas de symétrie des lignes de champ) et appliquer une condition de Neumann homogène sur les segments de symétrie, associée à une condition de Dirichlet sur le contour extérieur (maillage réduit).

La première structure d'étude présente l'avantage de pouvoir poser des conditions aux limites simples ; Cependant, il faudra un nombre de nœuds plus considérable que pour la deuxième (sur un pas), encombrant ainsi la mémoire du micro-PC.

Notre étude se fera donc sur un pas dentaire rotorique.

La condition de Neumann homogène est implicite dans la formulation du problème.

La condition de Dirichlet peut être introduite dans le système de plusieurs manières [31]: méthode du terme diagonal dominant, méthode du terme unité sur la diagonale et méthode de suppressions des équations.

Dans notre cas, le choix s'est porté sur la méthode du terme diagonal dominant. La matrice $[K]$ est d'abord assemblée sans tenir compte des conditions aux limites, puis pour chaque nœud i dont la valeur T_i (où est appliqué la condition de Dirichlet), on apporte les changements suivants :

- On remplace dans la matrice rigidité globale $[K]$, K_{ii} par $K_{ii} + \alpha$
 - De la même façon pour $\{F\}$, F_i est remplacé par αT_i .
- α étant un nombre très grand devant les termes K_{ij} .

Néanmoins, il est nécessaire d'adapter les algorithmes d'application des conditions aux limites aux algorithmes de résolution en fonction des procédés de stockage mis en œuvre.

III-2-1-5-3- Résolution des systèmes linéaires découlant des problèmes MEF

III-2-1-5-3-1- Méthodes de résolution

Les techniques numériques de modélisation (de résolution des équations dérivant de la méthode des éléments finis) sont de plus en plus en avant avec le développement de l'outil informatique. Cependant, le coût de ces techniques dépend fortement des méthodes de résolution adoptées.

Le système à résoudre dans un problème éléments finis est du type $[K] \cdot \{T\} = \{F\}$

La matrice $[K]$ est dans le cas général, une matrice creuse, symétrique, non singulière (admet une matrice inverse) définie positive et à diagonale dominante. Et quand on applique les conditions aux limites, la matrice $[K]$ sera singulière, elle n'admet pas de $[K]^{-1}$.

La résolution de ce système d'équations peut se faire par les méthodes directes ou par les méthodes indirectes.

Les méthodes directes, dont la solution est exacte et le nombre d'opérations requis est un nombre fini sont très utilisées. Elles représentent les solutions dans beaucoup de logiciels informatiques liés aux éléments finis. En effet, ce sont des méthodes qui sont très robustes et dont le temps de résolution est souvent prévisible. Leur inconvénient réside dans le stockage

de matrices de rigidité de très grande taille, comme dans le cas des problèmes $3D$, où elles sont moins creuses. Contrairement aux problèmes $2D$ qu'il est possible de résoudre avec ces méthodes, même s'ils sont de dimensions relativement importantes, dans le cas des systèmes $3D$ on a souvent recours aux méthodes indirectes.

Les plus utilisées des méthodes directes dans la résolution des systèmes éléments finis, sont les méthodes de *Gauss* et la méthode de *Cholesky*. Elles tirent avantage de la symétrie des matrices, et de leur caractéristique définie positive. Elles se basent sur une décomposition LU de la matrice $[K]$ qui consiste en deux matrices triangulaires ; matrice L pour la triangulaire inférieure et U pour la triangulaire supérieure.

Les méthodes indirectes (itératives) présentent un avantage certain dans le mode de stockage, cependant, leurs temps de résolution est relativement grand [33].

III-2-1-5-3-2- Méthodes de stockage

On cite la méthode enveloppe (ligne de ciel ou en profil) qui est une technique très utilisée pour les résolutions *Cholesky*, et la méthode bande.

La méthode bande : Elle permet d'effectuer un stockage en matrice bande dans le cas des systèmes non symétriques, et en semi bande dans le cas des systèmes symétriques. C'est une méthode très adaptée pour les résolutions avec la méthode de *Gauss*. Elle est également utilisée pour une résolution *Cholesky*.

Largeur de bande : Pour chaque ligne notée β_i de toute matrice A est associée une largeur de bande. Il s'agit de la distance maximale entre l'élément diagonal et le dernier élément non nul de la ligne correspondant à cet élément, telle que :

$$\beta_i(A) = i - \min \{j \mid a_{ij} \neq 0\}$$

La largeur de bande de la matrice A est définie comme suit :

$$\begin{aligned} Lb = \beta(A) &= \max \{ \beta_i(A) \mid 1 \leq i \leq N \} \\ &= \max \{ |i - j|, a_{ij} \neq 0 \} \end{aligned}$$

Stockage semi bande : Le stockage en matrice semi bande permet de réduire le système carré de dimension $(n \times n)$ en un système de dimension $(n \times (Lb + 1))$, ce qui permet de réduire la taille de la matrice .

Résolution en semi bande : La réduction de la largeur de bande de la matrice du système $(Lb < n)$ permet de réduire son coût de factorisation. De même, la résolution par remontée des systèmes d'équations (*Gauss*, *Cholesky*) donne lieu à un nombre d'opérations réduit.

III-2-2-Etude du régime transitoire – intégration pas à pas dans le temps

L'étude du régime transitoire des machines est une tâche qui requiert des méthodes numériques performantes, notamment lorsque l'étude se fait avec la méthode des *EF*. La méthode la plus générale est la méthode d'intégration pas à pas dans le temps, dite aussi méthode temporelle (ou bien transitoire) à pas constant.

Ses avantages sont sa précision, sa robustesse et sa facilité de mise en œuvre. Son inconvénient est le temps de calcul requis pour des analyses portant sur des problèmes de grande taille.

III-2-2-1-Equation de transfert en régime transitoire et formulation éléments finis

Le problème de transfert de chaleur en régime transitoire est régi par l'équation suivante :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda \Delta T) + P \quad (III-40)$$

Dans le cas isotrope 2D l'équation (III-40) s'écrit :

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - P = 0 \quad (III-41)$$

La méthode du résidu pondéré de *Galerkine* appliquée à l'équation (III-41) permet de la transformer en expression intégrale comme suit :

$$W(T) = \iint_{\Omega} \left[\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \right] \psi d\Omega - \iint_{\Omega} P \Psi d\Omega = 0 \quad (III-42)$$

Où : ψ est la fonction de pondération et Ω est le domaine où la température est recherchée. Les conditions aux limites qui peuvent s'ajouter à l'équation (III-42) sur la surface du domaine de résolution sont :

1- Température imposée T_0 : $T = T_0$ (III-43-a)

2- Densité de flux thermique imposée φ_0

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \varphi_0 \text{ (Voir intégration dans le temps)} \quad (III-43-b)$$

3- Transfert de chaleur avec le milieu ambiant par convection et par rayonnement :

- Transfert par convection

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = h_c (T - T_a) \quad (III-43-c)$$

Où h_c est le facteur de convection et T_a la température ambiante.

- Transfert par rayonnement

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (III-43-d)$$

Où ε est le facteur d'émissivité du matériau et σ est la constante de *Boltzmann*.

- Transfert par convection et rayonnement :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = h_c (T - T_a) + \varepsilon \sigma (T^4 - T_a^4) \quad (III-43-e)$$

La relation (III-43-e) est la condition générale de transfert de chaleur avec le milieu ambiant. Dans une modélisation numérique elle s'écrira sous la forme :

$$-\lambda \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = h_e (T - T_a) \quad (III-43-f)$$

$$\text{Avec, } h_e = h_c + \sigma \varepsilon (T + T_a) (T^2 + T_a^2) \quad (III-43-g)$$

D'autre part, l'intégration de l'équation (III-42) par parties fait apparaître le terme $\int_{\Gamma} \Psi \lambda \left(\frac{\partial T}{\partial n} \right) d\Gamma$, qui fait intervenir dans ce cas (contrairement au cas stationnaire) la quantité de chaleur échangée avec l'extérieur à travers la limite du domaine d'étude. L'équation (III-42) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \left\{ \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \Psi d\Omega \right\} + \iint_{\Omega} \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \Psi d\Omega - \int_{\Gamma} \Psi \lambda \frac{\partial T}{\partial n} d\Gamma - \iint_{\Omega} \Psi P d\Omega = 0 \quad (III-44)$$

En cas de présence d'un échange radio-convectif, le terme exprimant l'échange avec l'extérieur devient :

$$-\int_{\Gamma} \Psi \lambda \frac{\partial T}{\partial n} d\Gamma = \int_{\Gamma} \Psi h_c (T - T_a) d\Gamma + \int_{\Gamma} \Psi h_r (T - T_a) d\Gamma \quad (III-45)$$

Avec h_r le facteur d'échange par rayonnement défini dans le premier chapitre.

Durant notre étude l'échange par rayonnement est négligeable. Donc nous ne tiendrons compte que des conditions (III-43-a), (III-43-b) et (III-43-c) et l'équation (III-44) devient :

$$\iint_{\Omega} \left\{ \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \Psi d\Omega \right\} + \iint_{\Omega} \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \Psi d\Omega + \int_{\Gamma} \Psi h_c (T - T_a) d\Gamma - \iint_{\Omega} \Psi P d\Omega = 0 \quad (III-46)$$

L'approximation par éléments finis ne concerne que le domaine spatial. Les dérivés par rapport aux temps des grandeurs sont discrétisés en utilisant une méthode d'intégration dans le temps (méthode d'Euler).

Donc, dans chaque élément Ω^e , l'approximation spatiale de T (formulation en chaleur spécifique) est définie par les mêmes approximations nodales que celles en statique.

En approximant la température par une combinaison linéaire sur chaque élément, et en choisissant les fonctions de pondération identiques aux fonctions de forme ($\psi=N$), nous obtenons la version finale du système à résoudre intégrant les conditions aux limites de transfert avec le milieu ambiant [19] décrit par:

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K] \{T\} = \{F\} \quad (III-47)$$

$$K = K^e + K^L \quad ; \quad F = F^e + F^L$$

Tel que :

$$C^e = [C_{ij}^e]_{i,j=1,2,3} \quad \text{Avec : } C_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \rho C_p N_i^e N_j^e d\Omega^e \quad (III-48)$$

$$K^e = [K_{ij}^e]_{i,j=1,2,3} \quad \text{Avec : } K_{ij}^e = \iint_{\Omega^e} \lambda \left(\frac{\partial N_i^e}{\partial x} \frac{\partial N_j^e}{\partial x} + \frac{\partial N_i^e}{\partial y} \frac{\partial N_j^e}{\partial y} \right) d\Omega^e \quad (III-49)$$

$$K^l = [K_{ij}^l]_{i,j=1,2,3} \quad \text{Avec : } K_{ij}^l = \int_l h_c N_i^e N_j^e dl \quad (III-50)$$

$$F^e = [F_i^e]_{i=1,2,3} \quad \text{Avec : } F^e = \iint_{\Omega^e} P N_i^e d\Omega^e \quad (III-51)$$

$$F^l = [F_i^l]_{i=1,2,3} \quad \text{Avec : } F_i^l = \int_l h_c N_i^e T_a dl \quad (III-52)$$

En se basant sur la fonction d'interpolation on aura :

$$C_{ij} = \begin{cases} \frac{\rho C_p S_e}{6} & \text{si } i = j \\ \frac{\rho C_p S_e}{12} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (III-53)$$

$$k_{ij}^e = \lambda \frac{Q_i Q_j - R_i R_j}{4S_e} \quad \text{et} \quad F_i^e = \frac{P S_e}{3} \quad (\text{définis précédemment, partie régime permanent})$$

$$k_{ij}^l = \begin{cases} \frac{h_c d}{3} & \text{si } i = j \\ \frac{h_c d}{6} & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (III-54)$$

$$F_i^l = \frac{h_c d}{2} T_a \quad (III-55)$$

d est une distance entre deux nœuds consécutifs du contour où s'applique les conditions de convection.

III-2-2-2- Intégration (discrétisation) dans le temps

La recherche d'une approximation par éléments finis du problème (en résidu pondéré) défini par l'équation (III-46) conduit à résoudre un système différentiel du premier ordre en temps de la forme (III-47), où $[C]$, $[K]$ et $\{F\}$ obtenus respectivement par assemblage sur tous les éléments du problème, des matrices et vecteurs élémentaires.

Il faut ensuite numériser le terme de la dérivée du premier ordre par rapport au temps de la température.

L'algorithme temporel utilisé est celui des trapèzes généralisé. La dérivée $\frac{dT}{dt}$ est supposée constante sur chaque intervalle de temps $[t, t + \Delta t]$ et elle est obtenue comme une moyenne pondérée aux temps t et $t + \Delta t$ (Δt étant le pas de temps).

Avec $0 < \beta < 1$, nous obtenons l'équation suivante :

$$\frac{dT}{dt}(t + \beta \Delta t) = \frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} = (1 - \beta) \frac{dT(t)}{dt} + \beta \frac{dT}{dt}(t + \Delta t) \quad (III-56)$$

Pour appliquer le schéma des trapèzes généralisé au problème thermique en régime transitoire, nous reprenons l'équation (III-47) que nous considérons à l'instant $(t + \Delta t)$, nous obtenons (pour le cas linéaire) :

$$[C] \left\{ \frac{dT}{dt}(t + \Delta t) \right\} + [K] \{T(t + \Delta t)\} = \{F(t + \Delta t)\} \quad (III-57)$$

Nous évaluons les quantités aux instants (t) , $(t + \Delta t)$ et à un instant intermédiaire $(t + \beta \Delta t)$. L'équation (III-56) nous permet d'écrire la dérivée par rapport au temps de la température à l'instant $(t + \Delta t)$.

$$\frac{dT}{dt}(t + \Delta t) = \frac{1}{\beta} \left[\frac{T(t + \Delta t) - T(t)}{\Delta t} - (1 - \beta) \frac{dT}{dt}(t) \right] \quad (III-58)$$

Nous déduisons, en reportant cette expression (III-58) dans l'équation différentielle à résoudre (III-57), le système d'équations suivant (sous forme matricielle) :

$$\left(\frac{1}{\Delta t} [C] + \beta [K] \right) \{T(t + \Delta t)\} = \frac{1}{\Delta t} [C] \{T(t)\} - (1 - \beta) [C] \left\{ \frac{dT(t)}{dt} \right\} + \beta \{F(t + \Delta t)\} \quad (III-59)$$

Dans cette expression, le vecteur $\{T(t)\}$ est connu, tandis que le vecteur $\{T(t + \Delta t)\}$ est celui qu'il faut déterminer.

La valeur du paramètre β détermine la nature du schéma de discrétisation temporelle :

$\beta = 0$, le schéma est dit d'*Euler* explicite ou de différences finis décentrées à gauche.

$\beta = 1$, le schéma est dit d'*Euler* implicite ou de différences finis décentrées à droite.

Le schéma d'*Euler* semi- implicite correspond à $0 < \beta < 1$. La valeur de $\beta = 1/2$ correspond au schéma de différences finis centrales (schéma de *Crank -Nicholson*)

Le schéma explicite présente l'inconvénient majeur d'être conditionnement stable [8] autrement dit, que le pas de temps ne doit pas dépasser une certaine valeur.

Au contraire, le schéma implicite présente des conditions de stabilité moins sévères, lui conférant une place de choix pour traiter les problèmes thermiques, il est le plus utilisé (étant celui qui converge le mieux [25]).

D'où : Pour $\beta = 1$ le système (III-59) devient :

$$\frac{[C]}{\Delta t} + [K] \{T(t + \Delta t)\} = \frac{[C]}{\Delta t} \{T(t)\} + \{F(t + \Delta t)\} \quad (III-60)$$

Les sollicitations étant constantes, il vient que : $\{F(t + \Delta t)\} = \{F(t)\}$

Le système final à résoudre s'écrit alors :

$$\frac{[C]}{\Delta t} + [K] \{T(t + \Delta t)\} = \frac{[C]}{\Delta t} \{T(t)\} + \{F(t)\} \quad (III-61)$$

III-3-Notes sur la renumérotation des graphes et des maillages

Durant notre travail, l'étude approfondie de la renumérotation n'est pas menée. Nous nous sommes contentés de présenter un résumé bibliographique portant sur quelques méthodes de renumérotation des maillages et donc de minimisation de largeur de bande et aussi l'optimisation du profil des matrices rigidité découlant de la méthode des éléments finis. Par suite, l'application d'une méthode est effectuée ; ce qui nous a permis de voir son influence sur le coût de la résolution en pas à pas dans le temps.

III-3-1- graphes associés aux matrices

On appelle le graphe noté G associé à la matrice A de dimension $(n \times n)$ symétrique définie positive, une combinaison de nœuds et de segments, tel que les éléments diagonaux représentent les nœuds et les éléments non nuls représentent les segments.

A chaque ligne est associé un élément diagonal non nul. Il représente le nœud, et à tout élément non nul de chaque ligne sera associé un couplet (ligne-colonne) représenté par un segment liant les nœuds de la ligne et de la colonne du couplet.

Le graphe se note comme suit :

$$G^A = (X^A, E^A)$$

Où X^A représente l'ensemble des nœuds de la matrice A , et E^A l'ensemble des segments de la matrice A . Le graphe est valide si et seulement si :

$$\forall \{x_i, x_j\} \in E^A, a_{ij} = a_{ji} \neq 0, i \neq j$$

Où x_i et x_j représentent les nœuds de X^A et les couples $\{x_i, x_j\}$ les segments de E^A .

Soit l'exemple suivant, dont les éléments non nuls de la matrice A sont représentés par le symbole \otimes .

$$A = \begin{bmatrix} 1 & & & & \otimes & \otimes \\ & 2 & & \otimes & & \\ & & 3 & & \otimes & \otimes \\ \oplus & & & 4 & & \oplus \\ & & \otimes & & 5 & \\ \otimes & & \otimes & & & 6 \\ \otimes & & & \otimes & & & 7 \end{bmatrix}$$

Le graphe associé à cette matrice contient donc 7 nœuds et 6 segments. Il est donné par la figure suivante :

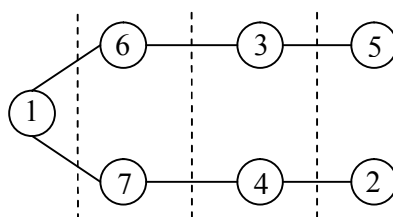


Figure (III-4) : Graphe à niveaux associé à la matrice A

Il s'agit d'un graphe dit à niveaux et en contient 4. Le nombre maximal de niveaux que possède le graphe est appelé le diamètre D du graphe. L'épaisseur d'un niveau se compte en la "distance numérique" maximale entre les numéros des nœuds d'un même niveau. (Le nombre de tests à effectuer pour le choix du nœud de départ dépend de l'épaisseur des graphes).

Un segment du graphe est formé de deux nœuds adjacents tels que :

$$Adj(y) = \{x \in X \mid \{x, y\} \in E, \forall y \in Y\}$$

Le degré d'un nœud est donné par le nombre de nœuds qui lui sont adjacents

$$\deg(y) = \{i \mid x_i = Adj(y), \forall x \in X\}$$

III-3-2- Renumerotation des graphes et des maillages

Afin de tirer un avantage maximal des méthodes profil et semi-bande, il est nécessaire de numéroter les nœuds du maillage obtenu d'une façon adéquate. Les problèmes de minimisation de largeur de bande des matrices (MPBM :Matrix Bandwidth Minimization Problem), également connu sous le nom de minimisation de largeur de bande associé aux graphes(BMPG :Bandwidth Minimization Problem for Graphs), consistent à trouver une renumérotation adéquate du graphe associé à la matrice rigidité afin d'obtenir la largeur de bande minimale, ainsi une réduction du nombre d'opérations par rapport au système ($n \times n$).

En effet, on peut associer des matrices symétriques à ces graphes tels que les éléments diagonaux représente les nœuds du graphe et les segments sont représentés par les éléments non nuls.

Les méthodes de renumérotation des maillages sont soit directes, c'est-à-dire une renumérotation des nœuds du maillage même, soit indirectes c'est-à-dire un passage par le graphe de la matrice à réordonner avec un choix optimal du nœud de départ, à savoir l'épaisseur minimale du graphe (de telle sorte à avoir le graphe le plus étroit) et aussi le nœud de plus faible degré.

Le problème de renumérotation des maillages c'est transformé en une efficacité pour la renumérotation des graphes provenant des maillages $3D$, car selon les auteurs de cette théorie, il s'avère que la taille des matrices semi-bande excède la capacité mémoire des ordinateurs. Des méthodes abordant ce problème sont proposées, du fait de l'existence d'une largeur de bande plus réduite et pratiquement constante. Les algorithmes proposés ne sont cependant performants que pour une certaine classe de problèmes, dont les nœuds ont tous un degré constant [33].

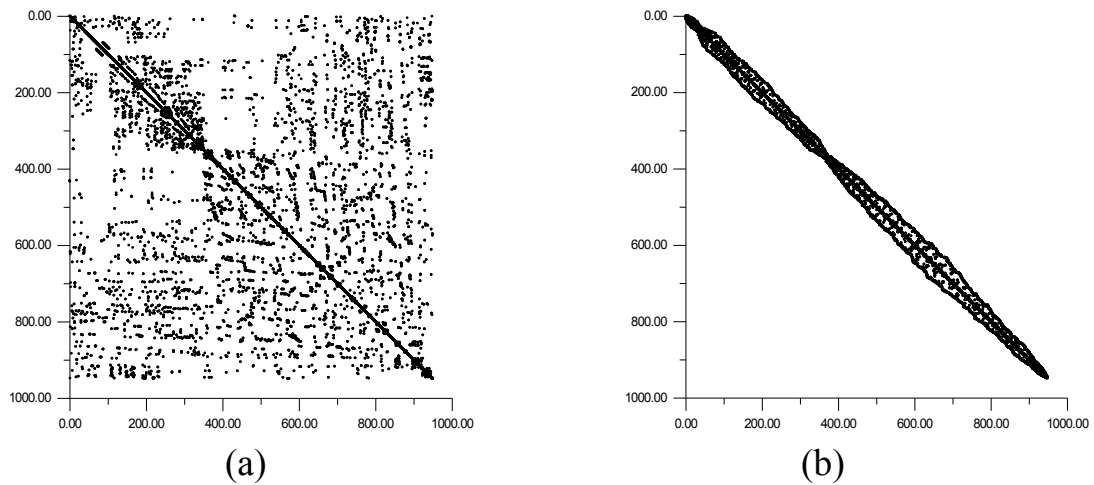
Dans la référence [33], une présentation de deux méthodes de renumérotation des nœuds du maillage des machines synchrones à aimants permanents est effectuée. Selon sont auteur, ces deux méthodes sont extrêmement rapides et plus performantes pour la minimisation de la largeur de bande et du profil pour la première et pour la réduction du profil et aussi de largeur de bande pour la deuxième mais moins que la première. Il a donné également une procédure d'écriture de la matrice dans les vecteurs stockage directement à partir des maillages, ce qui lui permet de dépenaliser les contraintes de restructurer les matrices (dans le cas de la prise en compte du mouvement), ainsi d'optimiser les temps de résolution.

La méthode que nous avons utilisée est celle des connectivités, elle n'utilise que les connectivités du maillage pour être appliquée [34]. Elle consiste à construire des niveaux d'éléments et à renuméroter progressivement les nœuds du maillage puis à effectuer une renumérotation inverse en fin de processus. La procédure de recherche du nœud a été simplifiée. Il est choisi sur la périphérie et représente un nœud de moindre degré.

Après application de cette méthode, une certaine réduction de la largeur de bande est constatée, elle est ramenée de 2064 à 179 pou un maillage de 2079 nœuds et 4021 éléments

(voir *chapitre IV*). La méthode appliquée permet ainsi de réduire de façon rapide la largeur de bande et le profil obtenu.

Dans la figure (III-5) sont données les formes des matrices (éléments non nuls) dans sa forme telle que le maillage initial fourni par *FEMM* et dans sa forme élaborée après application de la méthode des connectivités. Les éléments non nuls se concentrent pratiquement au niveau de la diagonale et les largeurs de bande et le profil sont ainsi visiblement réduit.



(Figure III-5) : Profil des matrices obtenues (éléments non nuls)
a- avant renumérotation b- après renumérotation

III-4-Conclusion

Dans ce chapitre, les grandes lignes de la modélisation du problème thermique en régime permanent et en transitoire destinée à l'étude du comportement thermique des machines électriques de géométrie bidimensionnelle (2D) et sa formulation éléments finis (où la variable inconnue recherchée est la température) ont été rappelées. Quelques méthodes et définitions portant sur la renumérotation des nœuds des maillages l'ont été aussi.

La méthode des éléments finis est très bien adaptée aux problèmes dont la géométrie est complexe. Elle présente néanmoins l'inconvénient de ne s'appliquer qu'à un domaine de dimension finie.

La recherche de la solution du problème de régime transitoire se fait par résolution en pas à pas dans le temps.

Le principal inconvénient de cette méthode est le temps de calcul nécessaire à une simulation. Même si les moyens informatiques progressent sans cesse, le coût numérique de son utilisation peut devenir trop élevé, particulièrement pour des problèmes tridimensionnels. La nouvelle méthode de renumérotation des nœuds que nous allons appliquer nous montrera la possibilité de gain en temps de calcul et donc la diminution du coût numérique de l'utilisation de la méthode des éléments finis.

Chapitre IV

***Application à la machine asynchrone et
analyse des résultats***

IV-1-Introduction

Nous avons donné dans le chapitre précédent les étapes nécessaires qui permettent la résolution d'un problème physique par la méthode des éléments finis. Il reste maintenant à mettre en œuvre cette méthode en élaborant des programmes de calcul qui nous permettront de déterminer la distribution des températures du problème que nous nous proposons d'étudier, pour le régime permanent et pour le régime transitoire (prise en compte de la convection avec l'air ambiant), en adaptant différentes méthodes de résolution.

La précision des résultats obtenus dans une simulation numérique quelconque dépend des outils mis en œuvre ainsi que des hypothèses adoptées. Dans le cas des systèmes d'équations algébriques linéaires, ce qui est notre cas, l'usage des méthodes directes est souvent recommandé pour leur précision. Cependant, elles sont parfois évitées pour leur stockage et elles sont remplacées par des méthodes itératives, rapides mais des fois elles manquent de précision (elles présentent des fois des problèmes de divergences quand la précision exigée est très importante)

Ce chapitre traite donc de l'application de ces méthodes :

Pour le régime permanent, en premier lieu, nous avons utilisé la résolution sous *FEMM* (convertie à la résolution en thermique). Il sert de référence pour la simulation sous fortran, sachant que *FEMM* utilise une méthode indirecte (gradient conjugué). Sous fortran, nous avons utilisé une méthode directe (méthode Gauss avec résolution en remontée) avec la méthode de stockage en semi bande et avec application d'une méthode de minimisation de la largeur de bande (renumérotation des nœuds du maillage de la structure étudiée).

Pour le régime transitoire, nous avons suivi la même procédure que pour le régime permanent sous fortran.

Cependant, l'expérimentation reste indispensable pour la validation des modèles que nous avons développés. Nous nous sommes contentés de comparer nos résultats à des résultats expérimentaux tirés des références [5, 6, 22], (essais expérimentaux effectués sur la même machine).

IV-2-Structure étudiée et hypothèses de travail

Nous ne considérons ici que le cas des machines tournantes de faible puissance, totalement fermées et autoventilées, (Totally Enclosed Fan Cooled "TEFC"). Le schéma d'une machine asynchrone à cage fermée, à auto-ventilation externe, est présenté sur la figure (IV-1). Le rotor entraîne également le ventilateur, monté en bout d'arbre, qui débite un flot d'air sur la surface extérieure du carter. Cette dernière est augmentée d'ailettes pour accentuer le transfert de chaleur avec l'extérieur, qui se fait principalement par convection forcée.

IV-2-1-Caractéristiques du dispositif étudié

Les caractéristiques nominales ainsi que les dimensions du dispositif étudié, qui est un moteur asynchrone à cage de faible puissance (2.2 kW) sont données par l'annexe B. La machine est de la classe d'isolation F (dont la température spécifique des enroulements est 115°C).

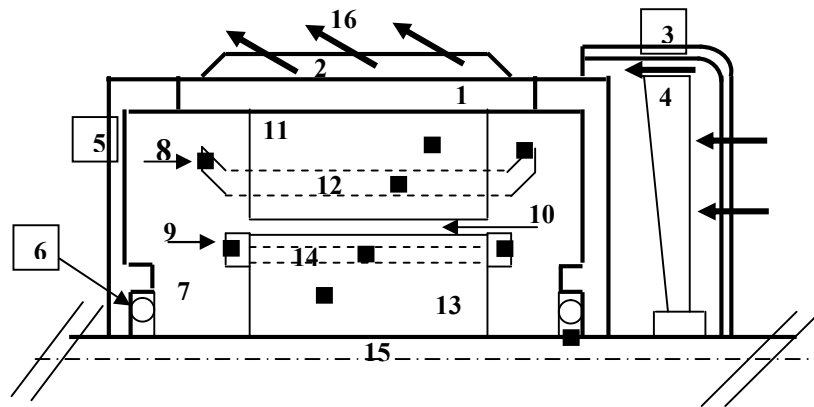


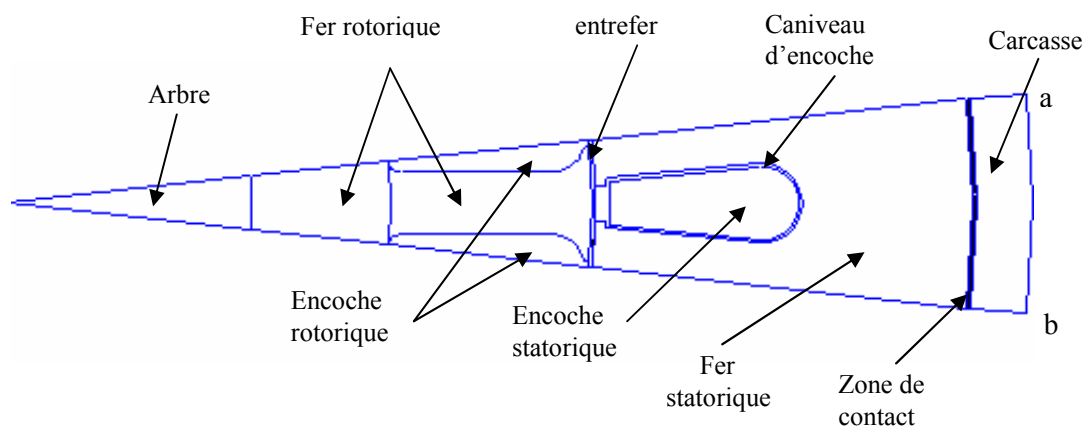
Figure (IV-1) : Machine asynchrone étudiée
 ■ source de chaleur → circulation de l'air

1-carcasse	2-ailettes	3-cache ventilateur	4-ventilateur
5-flasque	6-roulement	7-air emprisonné	8-têtes de bobines
9-anneau de court circuit	10-entrefer	11-fer statorique	14- encoche rotorique
12-encoche statorique	13-fer rotorique		
15-arbre	16-air ambiant		

IV-2-2- Hypothèses

Des hypothèses simplificatrices sont souvent introduites dans la modélisation des machines. Pour notre cas, elles seront comme suit :

- La diffusion de la température dans les machines tournantes est un problème tridimensionnel complexe. Nous admettons dans ce qui suit des hypothèses simplificatrices de façon à se ramener à un problème bidimensionnel selon qu'il s'agit d'une vue radiale ou axiale de la machine (on ne peut considérer qu'une partie de flux de chaleur mise en jeu). Ainsi l'hypothèse d'un flux radial est adoptée. Donc l'étude est effectuée dans un plan perpendiculaire à la direction axiale. Le problème est donc considéré invariant dans toute translation parallèle à l'axe de rotation de la machine.
- L'espace angulaire délimité par un pas dentaire rotorique (12.857°) est supposé suffisant pour obtenir la symétrie des lignes de flux de chaleur. La figure (IV-2) représente la structure étudiée sur un pas dentaire rotorique.

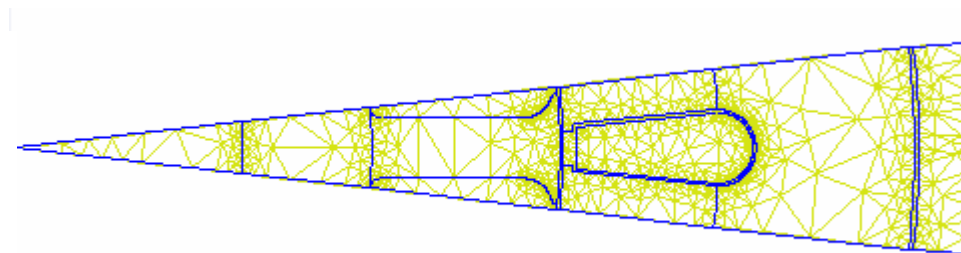


(Figure IV-2) : Structure étudiée sur un pas dentaire rotorique

- Nous rappelons également que nous ne considérons que le cas linéaire et isotrope. Toutes les propriétés thermophysiques des matériaux sont donc indépendantes de la température (d'après les figures I-1 et I-4).
- La répartition des pertes est considérée connue et les pertes dans le fer rotorique sont négligées. Cela est dû à la faible valeur du glissement (4.66%).
- Le mouvement du rotor n'est pas pris en compte. Les positions respectives du rotor et du stator sont donc choisies arbitrairement (en raison de la lenteur des processus thermiques), et le transfert de chaleur dans l'entrefer est supposé purement conductif. Cela est dû à l'absence de circulation axiale d'air d'une part et à la faible épaisseur de l'entrefer (0.25mm) d'autre part, ainsi toutes les pertes générées à la surface du rotor sont transférées radialement vers le stator via l'entrefer principalement par conduction.

IV-2-1 Discrétisation en éléments finis

La figure (IV-3) représente le maillage éléments finis de la structure étudiée. Il est effectué à l'aide du logiciel *FEMM* (Finite Elements Magnetics Methods).



(Figure IV-3) : Maillage de la structure étudiée

2079 : Nombre de nœuds et 4021 : Nombre d'éléments

IV-3-Détermination des paramètres du modèle

L'outil de simulation développé (le modèle) basé sur la méthode des éléments finis conduit à une connaissance plus précise des températures. Il est par contre impératif de recalibrer les valeurs des conductivités et des ρC_p équivalentes des matériaux composés et celle du fluide (entrefer) pour respecter les valeurs du flux thermique (transitant dans les zones fluides). On opte alors pour des paramètres fictifs qui permettent de retrouver par simulation les valeurs des températures qui convergent vers les valeurs expérimentales et que nous avons déterminé en se basant sur les valeurs qui se trouvent dans les bases de données des matériaux constituant la machine et sur les propriétés physiques de l'air sec en fonction de la température.

Une prédiction exacte de la température dans le modèle dépend aussi de la répartition correcte des pertes (sources de chaleur) dans les éléments de la machine et de l'estimation correcte des coefficients thermiques.

IV-3-1-Détermination des conductivités thermiques et des ρC_p

Nous avons regroupé en annexe (A) les valeurs des conductivités thermiques, de masses volumiques et de chaleurs massiques des principaux matériaux utilisés en construction électrique. Cependant il s'avère difficile d'obtenir les valeurs des conductivités et des ρC_p exactes en certains endroits de la machine comme les enroulements (constitués d'un faisceau

de conducteurs isolés), les paquets de tôles isolées et les zones de contact solide-solide (interface fer statorique-carresse, contact arbre-rotor).

Pour le faisceau de conducteur, une estimation de la conductivité transversale a été rappelée dans le premier chapitre, celle des tôles l'a aussi été rappelée. Ce ne sont que des estimations approximatives (vu le type d'imprégnation et les vides qui peuvent être présents).

La résistance thermique de contact (carresse/fer statorique) est calculée pour une épaisseur de 0.4mm de la zone de contact et pour une pression de 500 kgf/cm^2 .

Un bon contact entre les barres et les tôles rotoriques est considéré. La résistance de contact entre eux est donc négligeable.

Généralement la détermination expérimentale de ces paramètres peut être effectuée à l'aide de deux types d'essais qui induisent des échauffements différents. Le premier sert à prédéterminer les paramètres thermophysiques et le deuxième a pour rôle de validation de ces paramètres [7].

Ainsi le tableau (IV-1) récapitule les paramètres retenues pour l'ensemble des éléments du Moteur.

région	arbre (acier)	tôles	carresse et encoche rotorique (aluminium)	faisceau de conducteurs	caniveau d'encoche	entrefer (air)	contact fer statorique/ carresse
conductivité thermique ($\text{W/m}^\circ\text{C}$)	75	55	204	0.75	0.3	0.03	0.056
Chaleur massique ($\text{J/kg. }^\circ\text{C}$)	486	486	896	383	1760	1011,5	1006

(Tableau IV-1) : Valeurs retenues des conductivités thermiques et des chaleurs massiques du modèle

IV-3-2-Détermination du coefficient d'échange carresse/air ambiant (h_a)

Le calcul exact du coefficient d'échange convectif à partir de la surface de la carresse est essentiel pour permettre la détermination réelle de la distribution de la température.

Le transfert de chaleur vers le milieu ambiant dépend de la surface totale, de l'efficacité des ailettes de refroidissement et du coefficient d'échange convectif du fluide (voir traitement de la carresse chapitre I).

Comme il existe différentes méthodes de traitement de la carresse dans un modèle numérique (chapitre I) on a opté pour la première approche. Un choix de la méthode de résolution peut surmonter l'inconvénient de cette méthode.

La valeur retenue du coefficient d'échange carresse/air ambiant (h_a) est $255.34\text{ W/m}^2\text{ }^\circ\text{C}$, tirée de la référence [22].

IV-3-3-Détermination des densités volumiques de pertes

Toutes les pertes générées dans le moteur étudié ont été retirées des références [22, 5]. Elles leur ont été communiquées par le constructeur *ELECTRO-INDUSTRIES* (ex *ENEL.MEI*,

Azazga). Le tableau suivant présente les différentes valeurs de ces pertes pour le fonctionnement nominal (à pleine charge) et sous une alimentation sinusoïdale (à fréquence nominale 50Hz).

type de pertes	pertes Joule statoriques	pertes Joule rotoriques	pertes fer	pertes mécaniques	pertes totales
grandeur (W)	300	111	122	50	583

(Tableau IV-2): Distribution des pertes dans la machine

Pour la structure étudiée, nous devons préciser les valeurs et les distributions de ces pertes pour les encoches statoriques et rotoriques et pour le circuit magnétique statorique. En effet, les pertes joules au stator sont générées dans les encoches et les têtes de bobines, et les pertes joule rotoriques se divisent entre les barres et les anneaux de court-circuit.

Durant notre étude, la répartition des pertes joule rotoriques est effectuée selon l'approche empirique formulée par *P.L.Alger* (annexe B) qui stipule que 60.5% des pertes Joule rotoriques sont attribuées aux barres du rotor et 39.5% aux anneaux de court circuit.

Les pertes cuivre peuvent être facilement calculées et être allouées entre les encoches et les têtes de bobines. Cette évaluation se fait sur la base de la longueur active du fil de cuivre dans l'enroulement dans l'encoche et les têtes de bobines (annexe B), 50.7% de ces pertes sont attribuées aux encoches statoriques.

Pour les pertes fer qui forment une proportion non négligeable des pertes dans la machine, il n'y a pas d'information fiable pour indiquer précisément leur répartition dans le moteur. *Mellor* et *All* partagent ces pertes en proportion fixées, 50% de celles-ci sont attribuées aux dents statoriques et 50% aux dents rotoriques.

Nous avons considéré les taux de répartition déterminés expérimentalement (méthode temps-température) pour un moteur asynchrone à cage de 4 kW [12], qui stipule que 30% de ces pertes sont attribuées aux dents du stator et 70% restent au dos (statorique), en supposant que les pertes fer rotoriques négligeables. Par suit, en a considéré le deuxième cas avec 50% de ces pertes sont attribuées au dos du stator et 50% aux dents pour voir l'effet de variation de répartition des pertes fer sur l'échauffement de la machine.

A vide, les pertes fer statoriques sont réparties dans les proportions suivantes : 22% dans le dos du stator et 78% dans les dents du stator [37], alors qu'à pleine charge, elles sont respectivement de 70% et 30%.

Les pertes mécaniques générées par le ventilateur et les frottements peuvent être considérées comme une source de chaleur dans l'arbre.

Dans notre cas, les pertes supplémentaires en charge sont négligées. Elles seront injectées aux dents statorique et rotorique dans le cas contraire avec la répartition suivante : 25% de ces pertes sont allouées aux dents statoriques et 75% aux dents rotoriques [37] afin de montrer leur effet.

La densité volumique des pertes est obtenue en divisant simplement la valeur de chacune des pertes par le volume de l'endroit correspondant (les dimensions de la machine sont indiquées en annexe B).

IV-4-Stratégie de résolution

Tout programme basé sur la méthode des éléments finis inclut un certain nombre de blocs fonctionnels caractéristiques et qui sont destinés à :

- 1- la lecture, la vérification et l'organisation des données décrivant le maillage (nœuds et éléments), les paramètres physiques (paramètres thermophysiques), les sollicitations et les conditions aux limites (garnissage)
- 2- la construction des matrices et vecteurs élémentaires, puis l'assemblage pour former la matrice globale et le vecteur global des sollicitations.
- 3- La résolution du système d'équations après la prise en compte des conditions aux limites et des conditions initiales dans le cas d'un problème non stationnaire.
- 4- La visualisation des résultats.

Les algorithmes de la deuxième et de la troisième étape doivent être élaborés avec prise en compte de la méthode de stockage et celle de résolution choisies.

Durant notre travail, deux programmes écrits en fortran 90, sont élaborés pour résoudre par élément finis le problème traité. Ils prennent en considération le maillage réalisé sous un logiciel disponible sur le réseau web développé par David Meeker, du nom de Femm (Figure - IV-3). Le premier concerne le régime permanent et donne également le profil de la température dans une direction radiale, et le deuxième traite du régime transitoire et donne également l'allure des températures de différentes parties de la machine.

Sur les plages de température usuelles propres aux machines, la dépendance des propriétés thermophysiques de la température peut être négligée. Les matrices issues de la discrétisation sont constantes, le système d'équations est donc linéaire.

Le stockage des matrices est effectué en semi bande ; sans et avec minimisation de largeur de bande, pour ensuite comparer le temps de résolution.

Les conditions aux limites de type Dirichlet sont introduites par la méthode du terme diagonal dominant pour le régime permanent qu'on a explicité précédemment. Pour tenir compte de l'échange de chaleur par convection entre la carcasse du moteur et le milieu ambiant, un intégrant linéique est implémenté sous environnement fortran (pour le régime transitoire) (III-54) et (III-55).

On a opté pour une résolution par la méthode directe, dite méthode d'élimination de Gauss. L'algorithme de résolution se présente comme suit :

La matrice $[K]$ et le vecteur $\{F\}$ sont construits à partir des matrices élémentaires tels que (après extension) :

$$[K] = \sum_{e=1}^{ne} [K_e] \quad , \quad \{F\} = \sum_{e=1}^{ne} \{F_e\}$$

Le système à résoudre est le suivant : $[K] \{T\} = \{F\}$

(ne) est le nombre total d'éléments du maillage.

$$\sum_{j=1}^n K_{ij} T_j = F_i \quad , \quad \sum_{j=1}^n \frac{K_{ij}}{K_{ii}} = \frac{F_i}{K_{ii}} \quad (IV-1)$$

$$\sum_{j=1}^n K_{ij}^* \cdot T_j = F_i^* \quad \text{Avec} \quad K_{ij}^* = \frac{K_{ij}}{K_{ii}} \quad , \quad F_i^* = \frac{F_i}{K_{ii}} \quad (IV-2)$$

Et (n) le nombre total des nœuds du maillage.

$$K_{lj}^* = K_{lj} - K_{li} K_{ij}^* \quad \text{et} \quad F_l^* = F_l - K_{li} F_i^* \quad (IV-3)$$

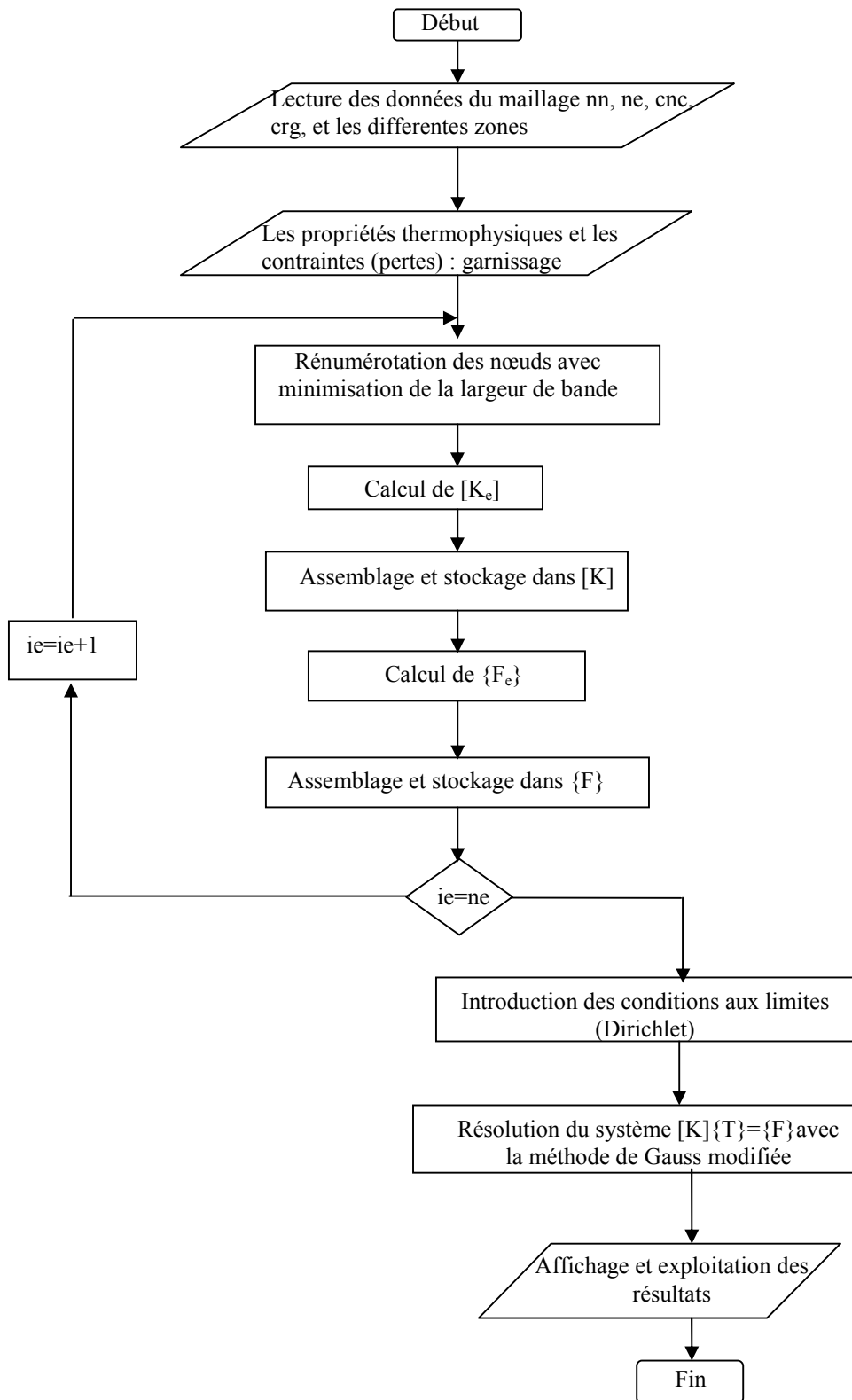
Le système à résoudre sera le suivant :

$$\sum_{j=1}^n K_{lj}^* \cdot T_j = F_l^* \quad \text{et la résolution se fait par remontée.} \quad (IV-4)$$

La méthode pas à pas est d'autant plus coûteuse que l'analyse doit porter sur un certains nombre de périodes afin que la grandeur calculée atteigne le régime stabilisé. Devant l'importance des temps de calcul nécessaires, d'autres méthodes ont été développées [31,32]. A titre d'exemple, on cite les méthodes complexes dont l'application est limitée.

Durant notre étude, pour le régime non stationnaire, on a opté pour la méthode d'intégration pas à pas dans le temps, basée sur l'algorithme d'Euler implicite (voir chapitre III). La méthode de renumérotation qu'on a appliquée, nous permet de palier au problème de temps de résolution.

Nous présentons sur les figures (IV-4 et IV-5) respectivement, les organigrammes de calcul en régime permanent et en régime transitoire.



(Figure IV-4) : Organigramme de calcul en régime permanent

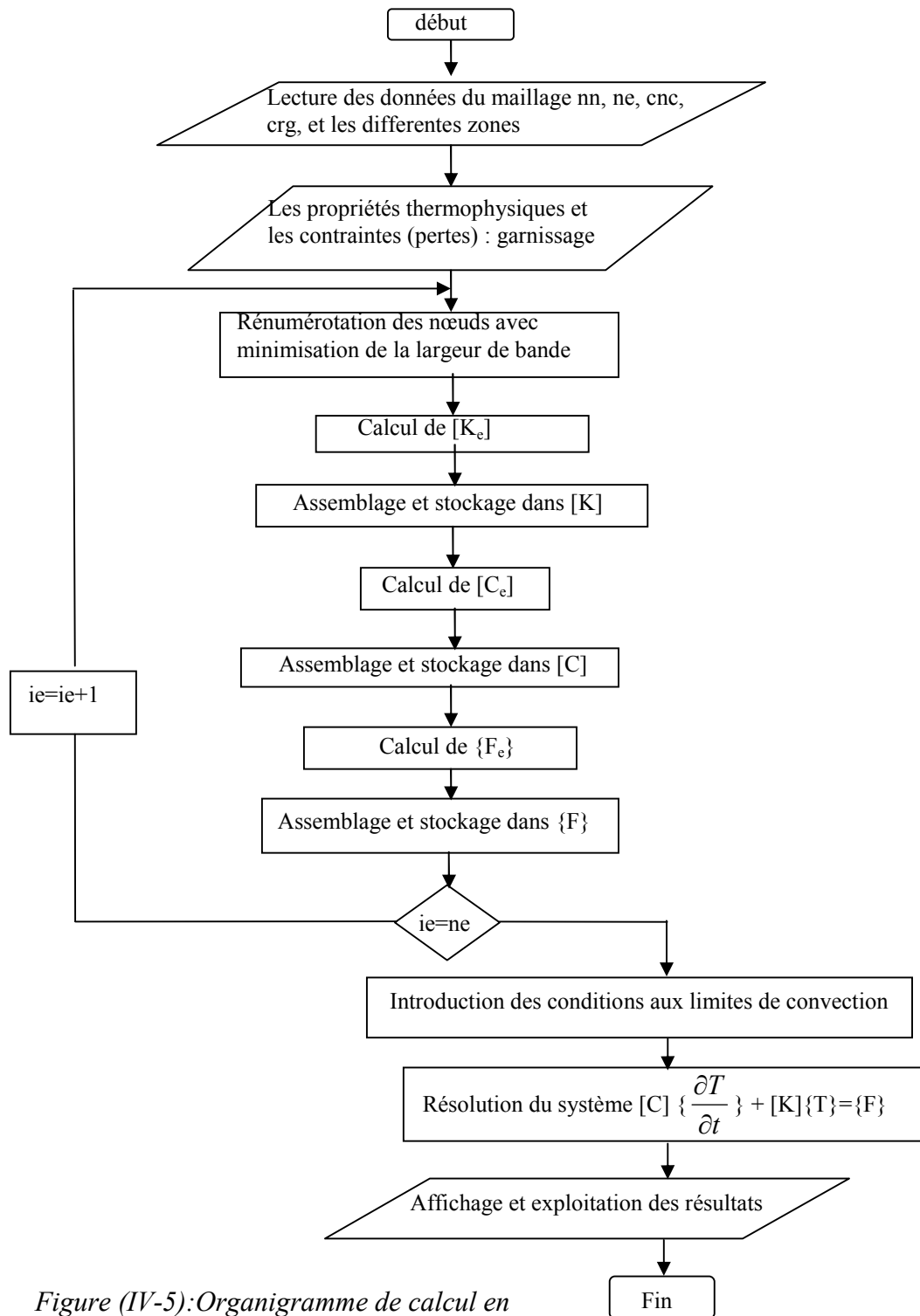


Figure (IV-5): Organigramme de calcul en régime transitoire

IV-5-Résultats et discussion

Pour vérifier la conformité des modèles thermiques qu'on a élaboré en permanent et en transitoire, du point de vu résultats et temps de résolution (tout en adoptant la renumérotation des noeuds), nous avons confronté nos résultats aux résultats expérimentaux de la référence [5]. Et du fait que l'efficacité d'un modèle ne peut être établie pour un seul régime de fonctionnement de la machine, nous avons donc repris le même modèle pour trois régimes de fonctionnement différents. Les figures suivantes représentent respectivement l'emplacement

des capteurs sur la machine et l'emplacement correspondant du curseur sur la structure étudiée. (T1, P1) correspondent au rotor (contact arbre/rotor), (T2, P2) correspondent à l'encoche statorique et T3, P3 correspondent à l'interface dos du stator/carcasse

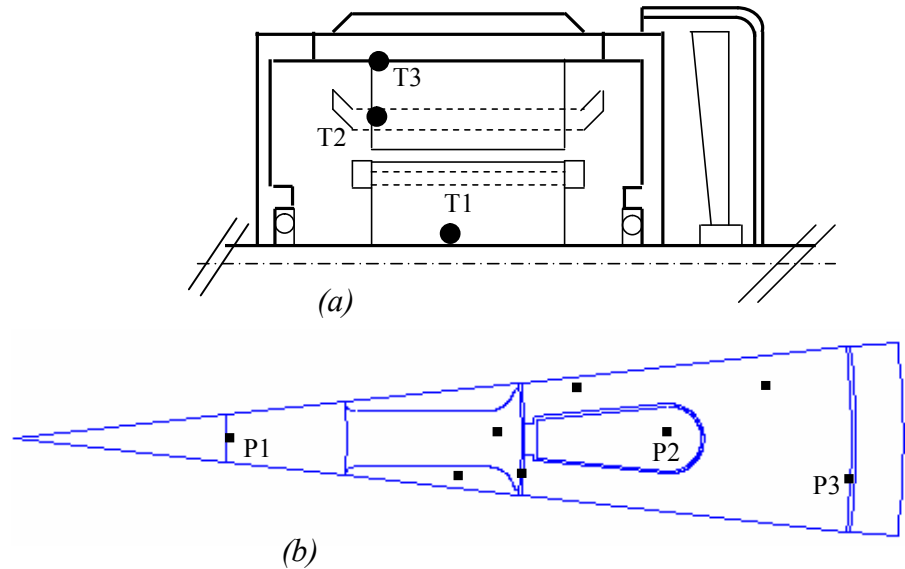


Figure (IV-6): L'emplacement des capteurs

IV-5-1- Résultats du régime permanent

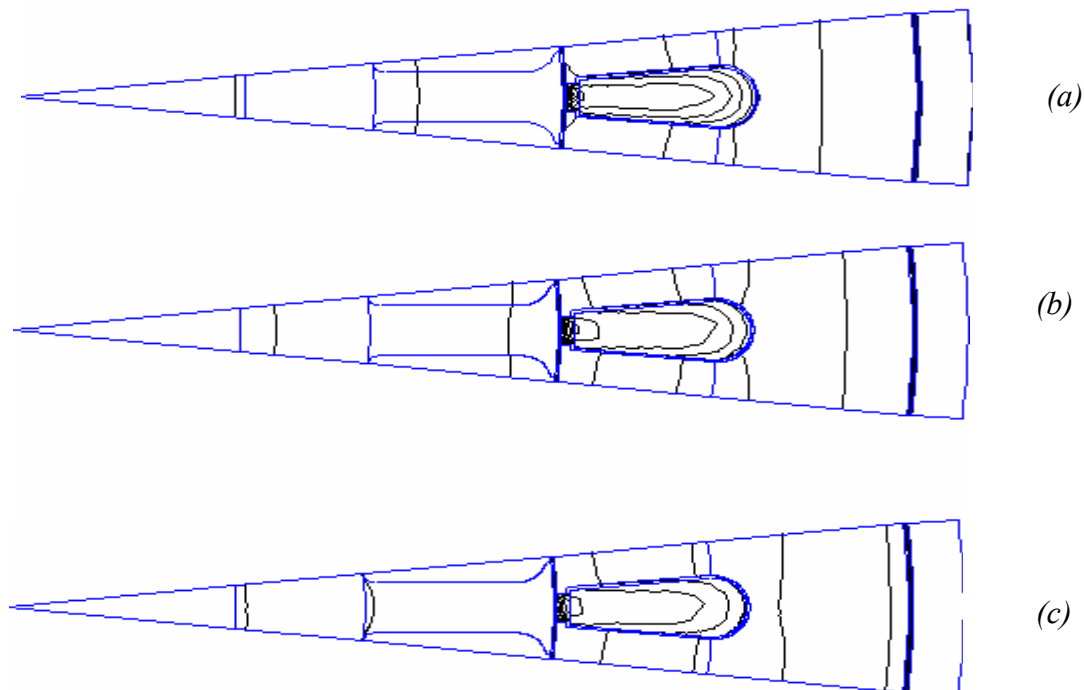


Figure (IV-5): Tracé des lignes isothermes
 a- à pleine charge ($I_n=5.2A$ et $g=4.66\%$)
 b- à 90% de I_n ($I=4.68A$ et $g=3.86\%$)
 c- à vide ($I=3.8A$ et $g=2\%$)

Les conditions de Dirichlet introduites sur la frontière (*ab*) du domaine d'étude, (voir figure IV-2), sont des températures imposées tirées de la référence [5], (sont des températures mesurées par une thermistance placée sur la surface externe de la carcasse). Ces températures valent :

48.76°C pour la charge nominale ($I_n = 5.2A$) et pou $g = 4.66 \%$

38.24 °C à 90 % de I_n ($I=4.68A$) et pou $g = 3.86 \%$

33.78°C à vide ($I=3.8 A$) pour $g=2\%$

Sur les figures (IV-7-*a, b et c*) sont représentées le tracé des lignes isothermes pour le fonctionnement à pleine charge, à 90% de I_n et à vide. Et sur les figures (IV-8-*a, b et c*) le profil des températures radiales le long de l'encoche rotorique et le long d'une encoche statorique à pleine charge, à 90% de I_n et à vide respectivement.

70% des pertes fer sont attribuées au dos et 30% aux dents du stator.

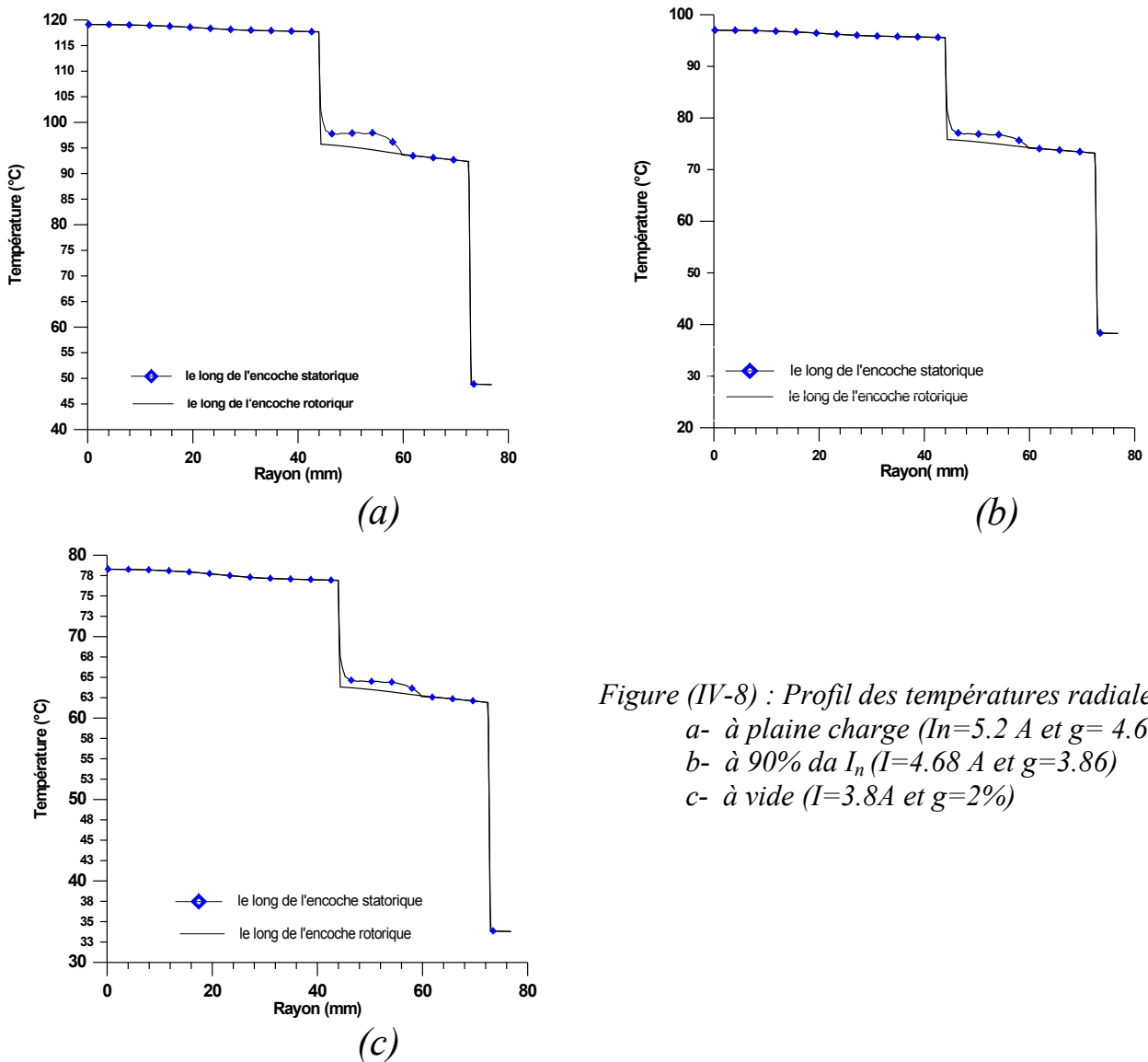


Figure (IV-8) : Profil des températures radiales
a- à pleine charge ($I_n = 5.2 A$ et $g = 4.66\%$)
b- à 90% de I_n ($I = 4.68 A$ et $g = 3.86\%$)
c- à vide ($I = 3.8 A$ et $g = 2\%$)

Sur les tableaux (IV-3, 4, 5), on représente une comparaison entre les résultats de simulation et les résultats de mesures pour les différents régimes de fonctionnement.

composante	température calculée (°C)	température mesurée (°C)	erreur (%)
contact rotor/arbre	114.96	109.65	4.84
encoche rotorique	114.16	-	-
fer rotorique	114.07	-	-
entrefer	100.75	-	-
dent statorique	92.85	-	-
encoche statorique	95.16	94.18	1.04
dos statorique	90.83	-	-
contact stator/carcasse	70.93	70.81	0.16

Tableau (IV-3) : Comparaison des températures mesurées et calculées pour le fonctionnement nominal ($I_n=5.2A$ et $g=4.66\%$)

composante	température calculée (°C)	température mesurée (°C)	erreur (%)
contact rotor/arbre	94.01	87.85	7.01
encoche rotorique	92.74	-	-
fer rotorique	92.66	-	-
entrefer	80.57	-	-
dent statorique	73.40	-	-
encoche statorique	74.56	75.80	1.63
dos statorique	71.96	-	-
contact stator/carcasse	56.98	55.86	2.00

Tableau (IV-4) : Comparaison des températures mesurées et calculées à 90% de charge ($I=4.68A$ et $g=3.86\%$)

composante	température calculée (°C)	température mesurée (°C)	erreur (%)
contact rotor/arbre	75.63	67.87	11.43
encoche rotorique	74.59	-	-
fer rotorique	74.54	-	-
entrefer	66.66	-	-
dent statorique	61.93	-	-
encoche statorique	62.68	60.40	3.77
dos statorique	60.89	-	-
contact stator/carcasse	48.85	47.00	3.93

Tableau (IV-5) : Comparaison des températures mesurées et calculées à vide ($I=3.8A$ et $g=2\%$)

éléments	Températures mesurées (°C)	(pfs 70% au dos et 30% aux dents)		(pfs 50% au dos et 50% aux dents)		(pfs 22% au dos et 78% aux dents)	
		Températures calculées (°C)	Erreur (%)	Températures calculées (°C)	Erreur (%)	Températures calculées (°C)	Erreur (%)
contact rotor/arbre	67.87	75.63	11.43	74.04	9.09	71.82	5.81
encoche rotorique	-	74.59	-	73.00	-	70.77	-
fer rotorique	-	74.54	-	72.94	-	70.71	-
entrefer	-	66.66	-	65.04	-	62.79	-
dent statorique	-	61.93	-	60.27	-	57.95	-
encoche statorique	60.40	62.68	3.77	60.98	0.96	58.61	2.96
dos statorique	-	60.89	-	59.17	-	56.76	-
contact stator/carcasse	47.00	48.85	3.93	47.89	1.89	46.54	0.97

Tableau (IV-6) : Comparaison des températures mesurées et calculées à vide ($I=3.8A$ et $g=2\%$) pour différentes pertes fer statoriques (pfs : pertes fer statoriques)

Ces tableaux et figures montrent que les températures au rotor sont pratiquement identiques, ce qui nous permet de le considérer comme étant homogène. La cage est en effet moulée directement sur les tôles assurant ainsi leur serrage d'une part, d'où un bon contact thermique entre la cage et les tôles, et d'autre part la bonne conductivité thermique de l'aluminium de la cage.

Au stator, la température des enroulements (encoches) est la plus élevée. Une différence allant de 2 à 4 °C existe entre fer statorique (dents et dos) et encoche. On constate aussi que cet écart augmente avec l'augmentation de la charge, d'où une marge de température à respecter par rapport à celle de la classe d'isolation de la machine pour éviter les risques de fonctionnement en surcharge.

D'après la figure (IV-7), de forts gradients de températures sont notés dans la zone de contact tôles statoriques –carcasse (contact imparfait). Il en est de même pour toutes les zones ayant de mauvaises conductivités thermiques comme l'entrefer et l'ouverture de l'encoche.

Pour les trois régimes de fonctionnement, les résultats de simulation sont satisfaisants. Les erreurs de modélisation par rapport aux mesures n'excèdent pas les 10°C dans la plus part des éléments de la machine. Toutefois, les écarts les plus importants se rencontrent au rotor, vu la difficulté de mesure de la température à ce niveau (erreurs de mesure dues au système balais - collecteur). Ces écarts peuvent être dus aussi à la distribution des pertes y compris les pertes supplémentaires. Le tableau (IV-6) nous montre l'effet de la répartition des pertes fer statoriques en fonctionnement à vide sur l'échauffement de la machine. Une réduction de l'erreur est en effet notée au niveau du rotor.

IV-5-2- Effet de variation des pertes fer sur l'échauffement de la machine en régime permanent

Si on considère la répartition des pertes joule statoriques selon Alger, les pertes supplémentaires sont négligeables. On aura la figure suivante qui représente le Profil des températures radiales pour différentes pertes fer statoriques en fonctionnement nominal. Les Pertes fer statoriques sont réparties comme suit : 70% au dos et 30% aux dents dans un premier cas et 50% sont attribuées aux dos et 50% aux dents du stator pour le deuxième cas.

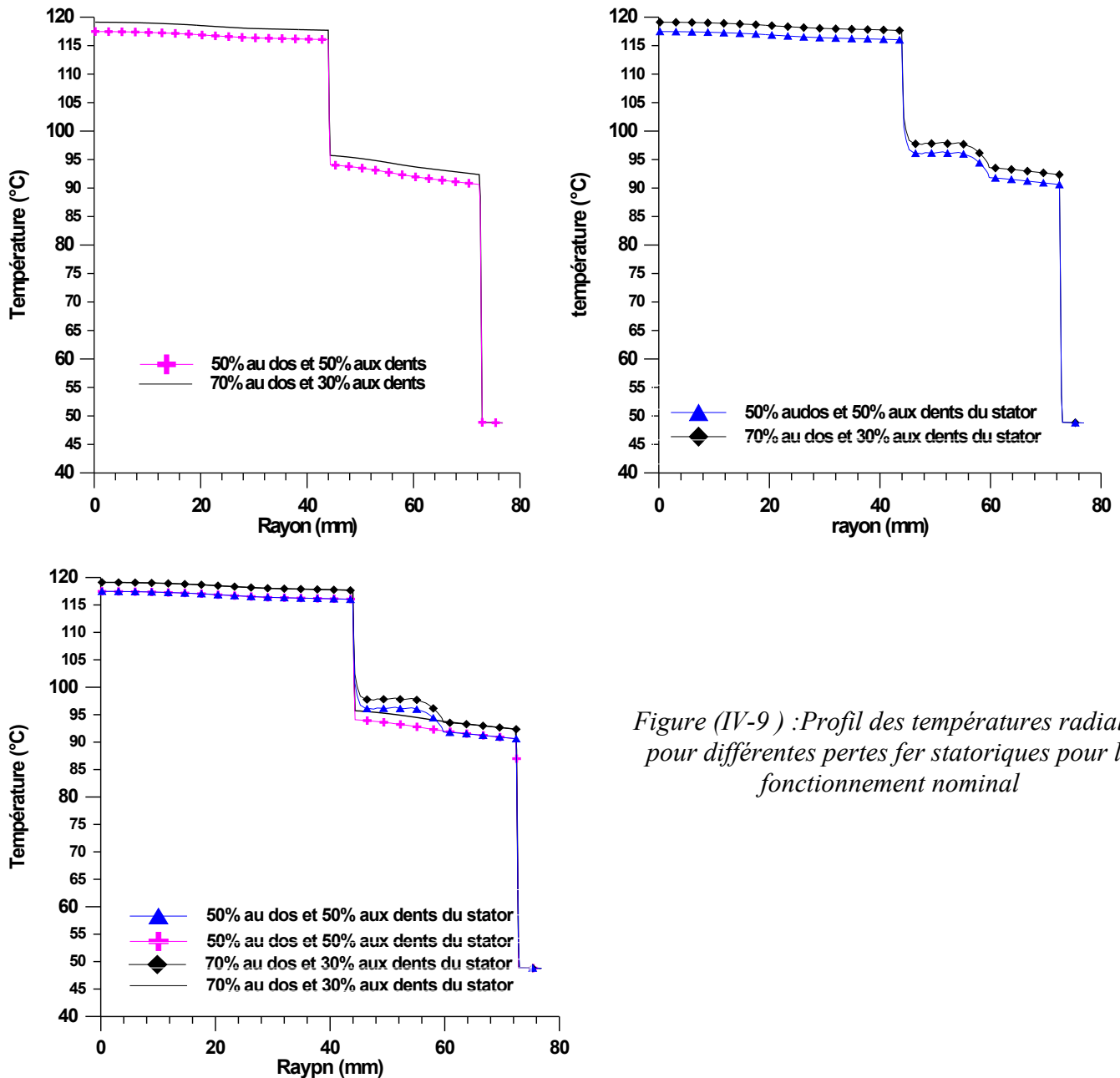


Figure (IV-9) : Profil des températures radiales pour différentes pertes fer statoriques pour le fonctionnement nominal

IV-5-3- Résultats du régime transitoire

En respectant les mêmes répartitions de pertes que le régime stationnaire, la figure suivante représente l'évolution des températures dans différentes parties de la machine en fonctionnement nominal. Pertes joule rotoriques selon Alger. Les pertes fer sont comme suit : 70% au dos et 30% aux dents.

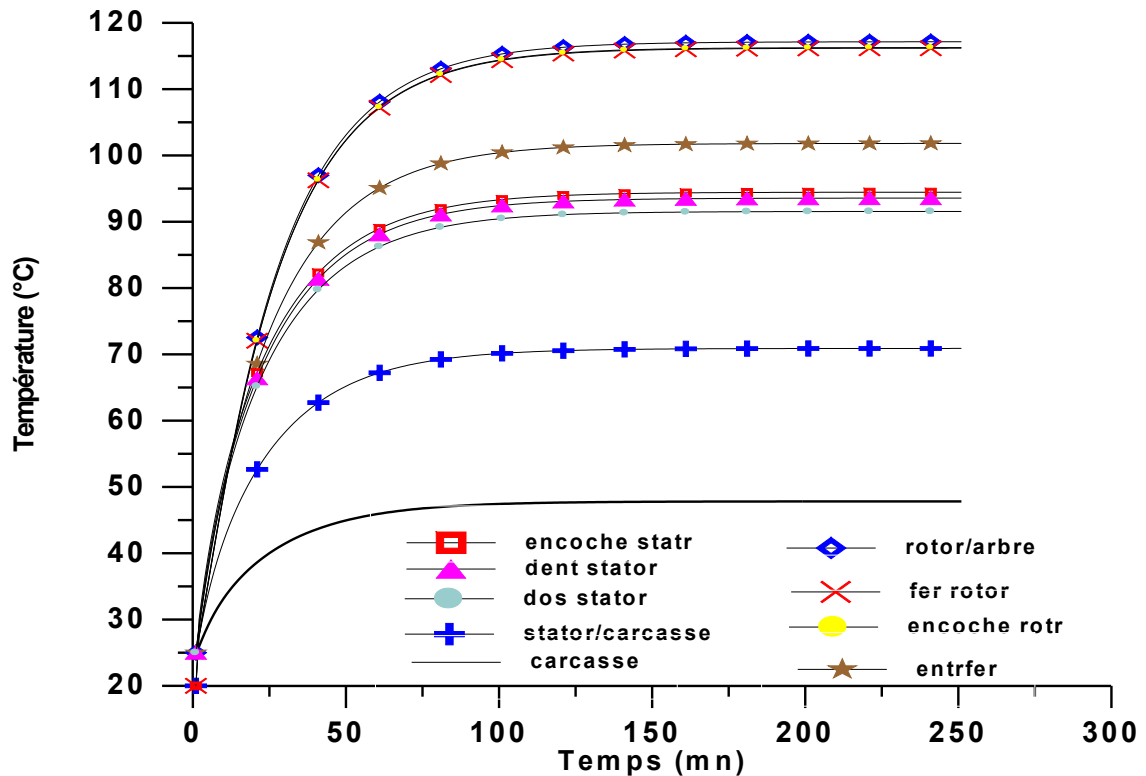
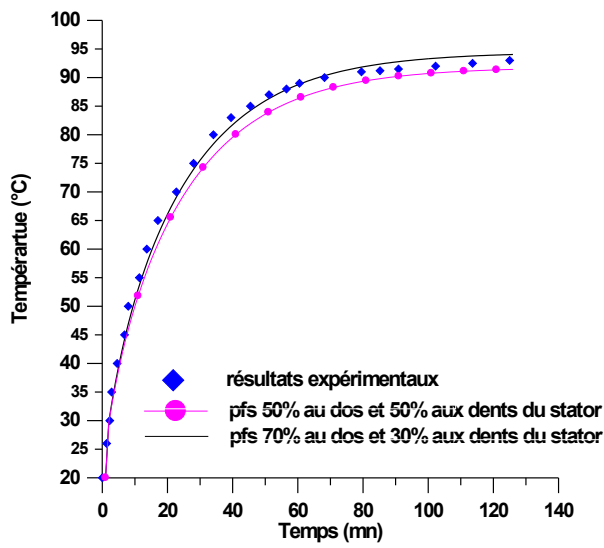


Figure (IV-10) : Evolution de la température en transitoire thermique dans différentes parties de la machine en fonctionnement nominal

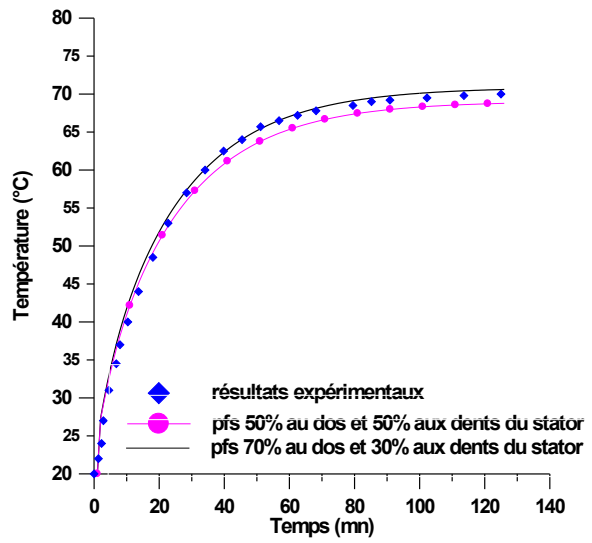
La comparaison des résultats expérimentaux avec ceux obtenus à partir du modèle élaboré, en transitoire thermique pour les trois régimes de fonctionnement, est illustrée par les figures (IV-11, IV-12 et IV-13). Les pertes fer statoriques sont réparties dans les proportions suivantes : 50% dans le dos et 50% dans les dents, dans un premier cas et 70% sont attribuées au dos et 30% aux dents dans le deuxième.

Pour le régime de fonctionnement à vide, on a considéré la répartition suivante : 22% des pertes fer statoriques sont attribuées au dos et 78% aux dents du stator.

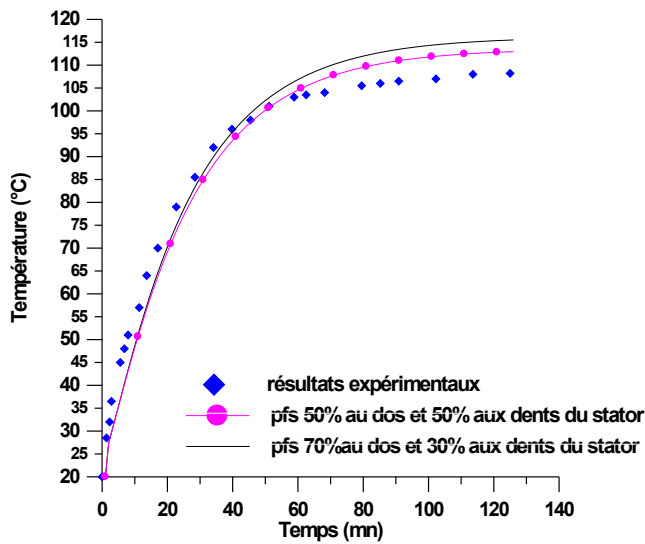
Nous pouvons constater à partir de ces résultats, comme pour le régime permanent et pour les différents régimes de fonctionnement, que le modèle élaboré a tendance à surestimer la température rotorique (en comparant les résultats de simulation avec celles mesurées). Ceci peut être dû aux erreurs de mesure (comme nous l'avons signalé précédemment) ou bien encore à la présence dans le rotor de canaux axiaux de refroidissement (l'existence de deux rainures de centrage qu'on peut considérer comme canaux de ventilation). L'effet de ces canaux n'est pas pris en compte dans le modèle numérique. Et d'après la référence [13] l'addition de ces canaux fait décliner la température sur toute la machine et d'une façon notable sur le rotor.



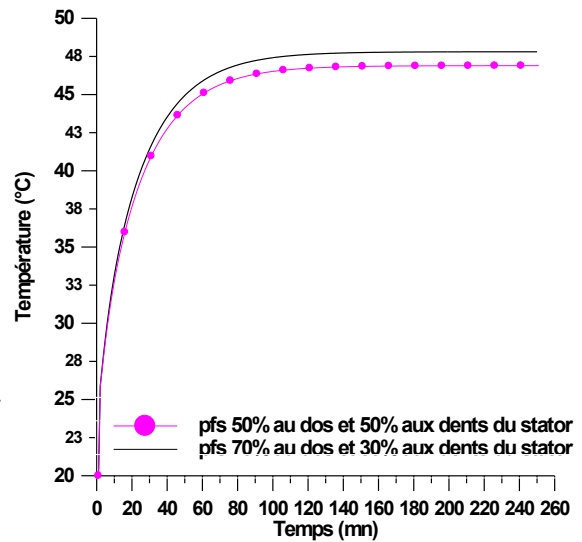
(a1)



(b1)



(c1)



(d1)

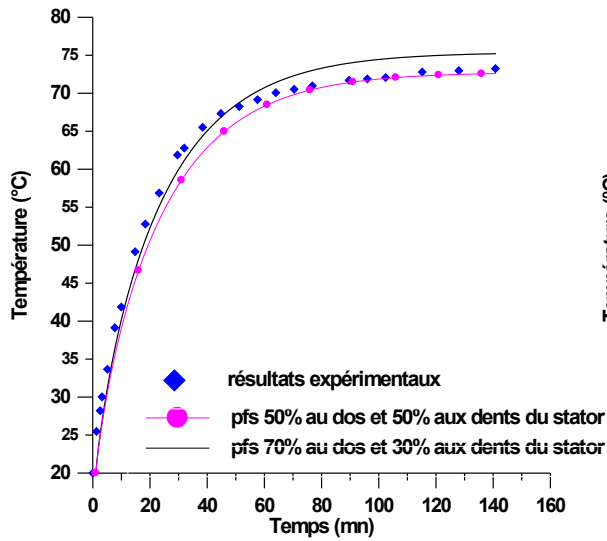
Figure (IV-11) : Evolution de la température en transitoire thermique à pleine charge pour répartitions différentes des pertes fer statoriques ($T_0=48.76^\circ\text{C}$)

a1- encoche statorique

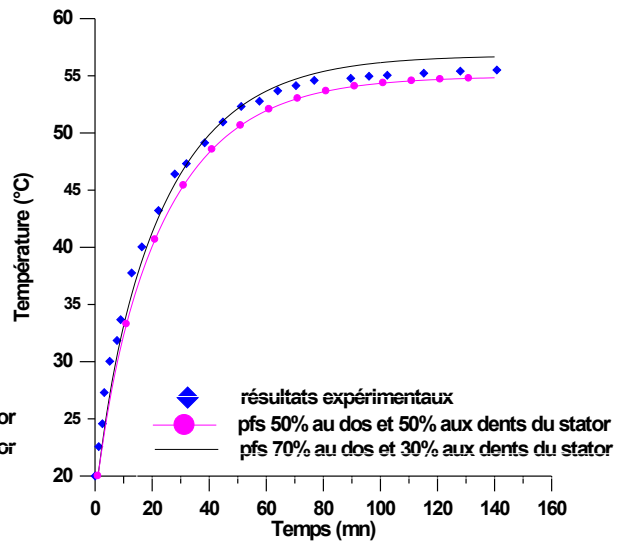
b1- fer statorique (interface stator/carcasse)

c1- rotor (fer rotorique)

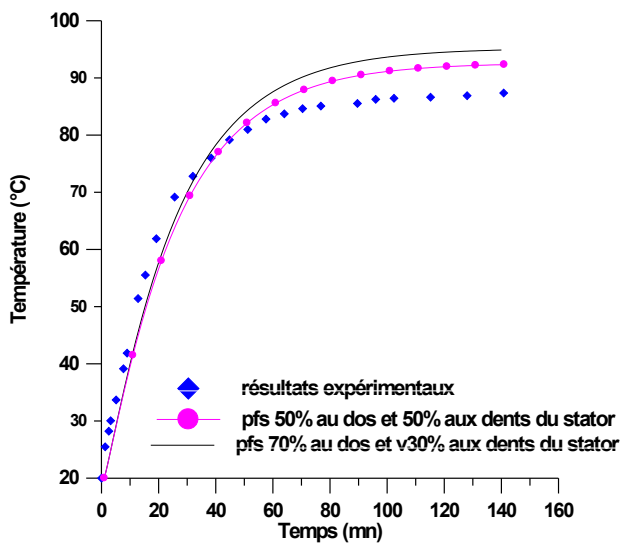
d1- carcasse



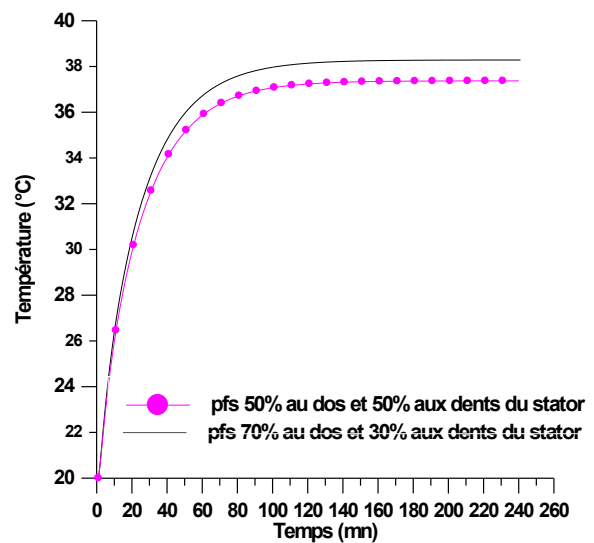
(a2)



(b2)



(c2)



(d2)

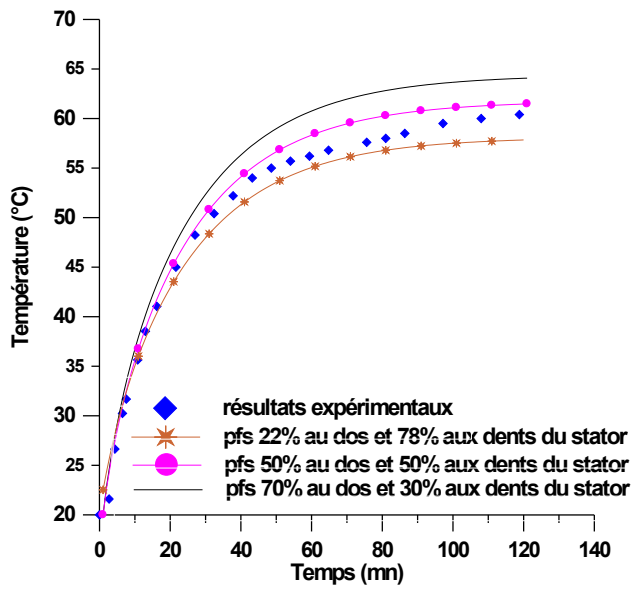
Figure (IV-12) : Evolution de la température en transitoire thermique à 90% de I_n pour répartitions différentes des pertes fer statoriques ($T_0=38.24$ °C)

a2- encoche statorique

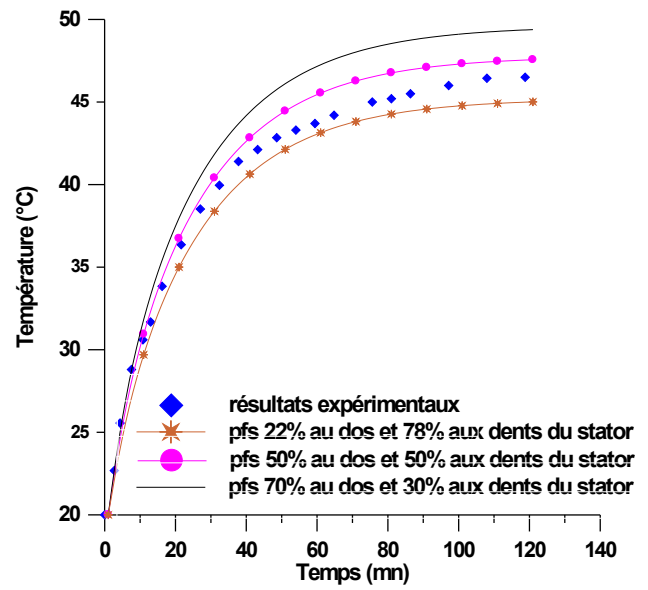
b2- fer statorique (interface stator/carcasse)

c2- rotor (fer rotorique)

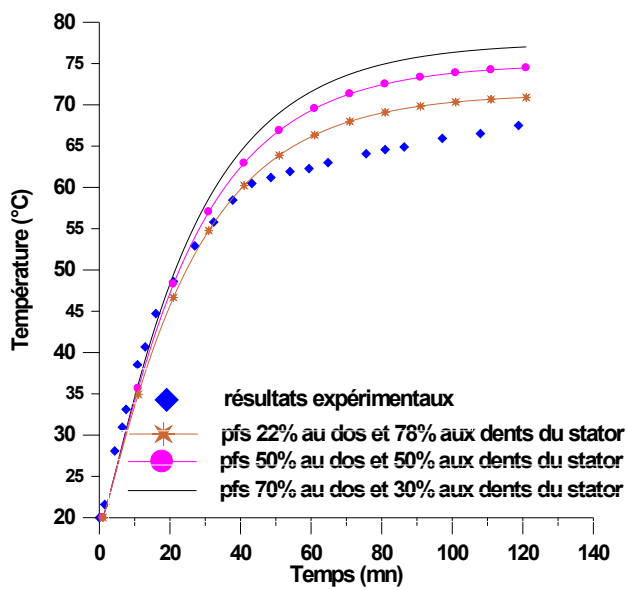
d2- carcasse



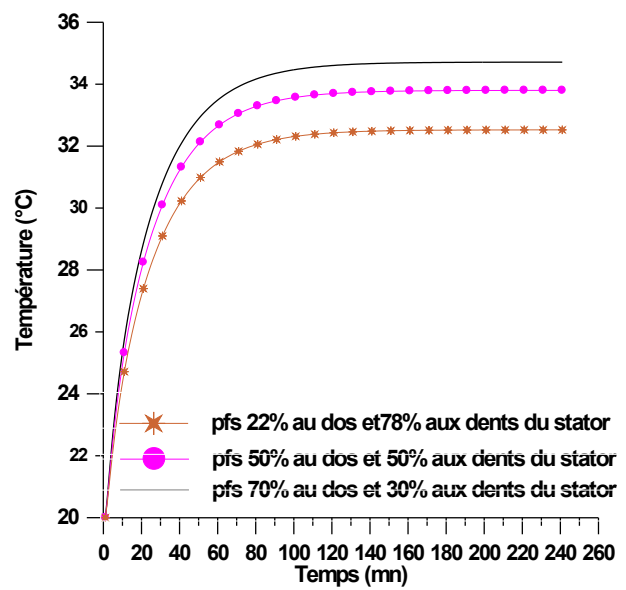
(a4)



(b4)



(c4)



(d4)

Figure (IV-13) : Evolution de la température en transitoire thermique à vide pour répartitions différentes des pertes fer statoriques ($T_0=33.78^{\circ}\text{C}$).

a4- encoche statorique

b4- fer statorique (interface stator/carcasse)

c4- rotor (fer rotorique)

d4-carcasse

IV-6- Effet des pertes supplémentaires en charge sur l'échauffement de la machine

Généralement, les pertes supplémentaires en charge sont négligées dans le cas de petits moteurs. Or, la variation de ces pertes induit une élévation de température et dans ce cas elles sont allouées aux dents statoriques et aux dents rotoriques en proportions suivantes, 25% et 75% respectivement [37].

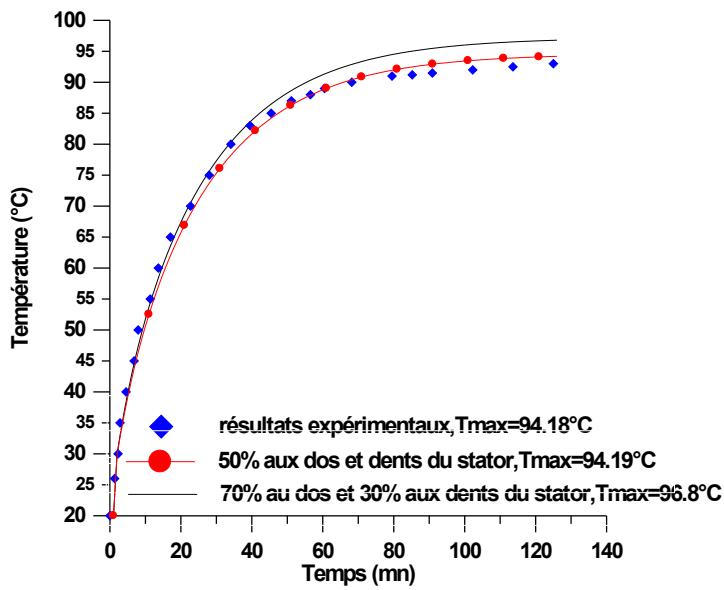
Les tableaux (IV-7 et IV-8) montrent l'effet des pertes supplémentaires sur l'échauffement des différents éléments constituant la machine pour le régime permanent et les figures (IV-14- IV-15 et IV-16) le montrent pour le transitoire.

éléments	Températures calculées (°C)			
	0	14 W 0.5% Pabs	26 W 1.2% Putile	58.3 W 10% Pert tot
contact rotor/arbre	114.96	119.56	123.51	134.15
encoche rotorique	114.16	118.74	122.68	133.28
fer rotorique	114.07	118.65	122.57	133.15
entrefer	100.75	103.56	105.98	112.48
dent statorique	92.85	94.66	96.22	100.41
encoche statorique	95.16	96.93	98.46	102.56
dos statorique	90.83	92.53	93.98	97.91
contact stator/carcasse	70.93	71.83	72.60	74.67

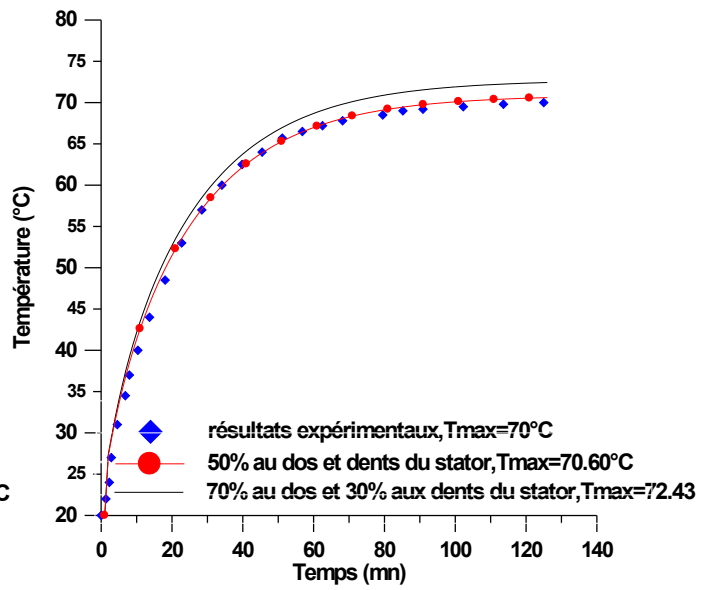
*Tableau (IV-7) : Effet des pertes supplémentaires sur l'élévation de la température dans la machine pour le fonctionnement nominal
70% des pertes fer sont attribuées au dos du stator
30% des pertes fer sont attribuées aux dents du stator*

éléments	Températures calculées (°C)			
	0 W Pas de pertes	14 W 0.5% Pabs	26 W 1.2% Putile	58.3 W 10% Pert tot
contact rotor/arbre	113.37	117.97	121.92	132.55
encoche rotorique	112.56	117.15	121.08	131.68
fer rotorique	112.47	117.05	120.98	131.55
entrefer	99.13	101.95	104.36	110.87
dent statorique	91.19	93.00	94.56	98.74
encoche statorique	93.46	95.24	96.76	100.86
dos statorique	89.10	90.80	92.26	96.19
contact stator/carcasse	70.02	70.92	71.69	73.76

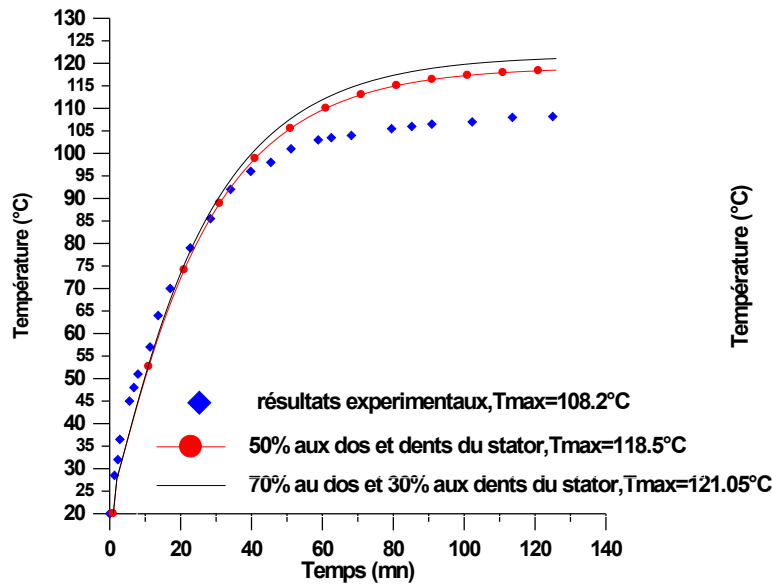
*Tableau (IV-8) : Effet des pertes supplémentaires sur l'élévation de la température dans la machine pour le fonctionnement nominal
50% des pertes fer sont attribuées au dos du stator
50% des pertes fer sont attribuées aux dents du stator*



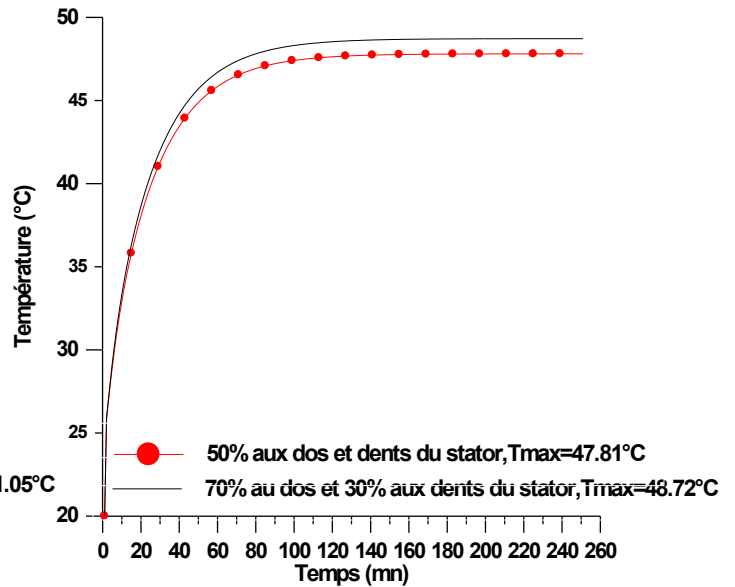
(a1)



(b1)



(c1)



(d1)

Figure (IV-14) : Evolution de la température en transitoire thermique à pleine charge pour répartitions différentes de pertes fer .

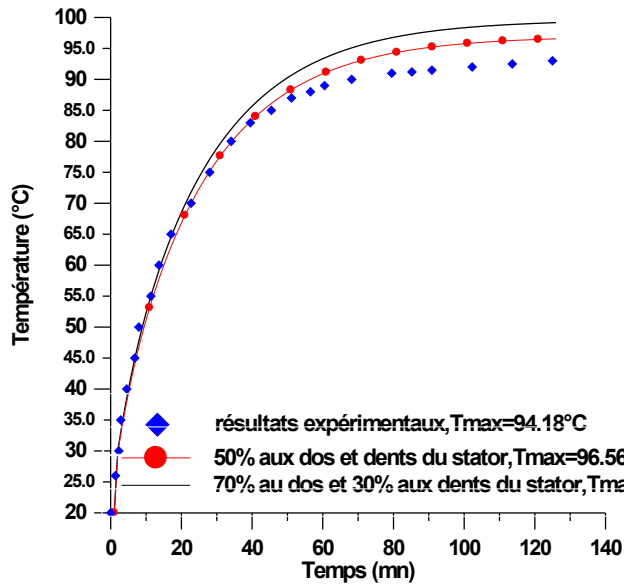
Pertes supplémentaires = 14W (0.5% pabs)

a1 - encoche statorique

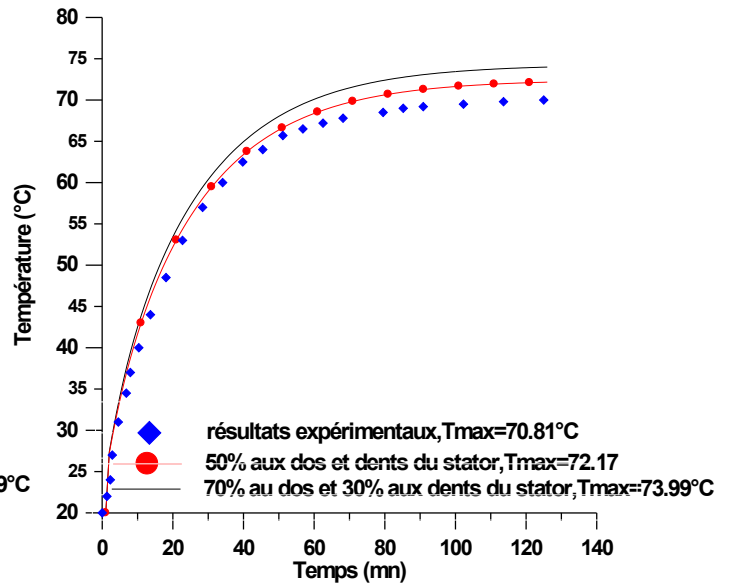
b1 -fer statorique

c1 -fer rotorique

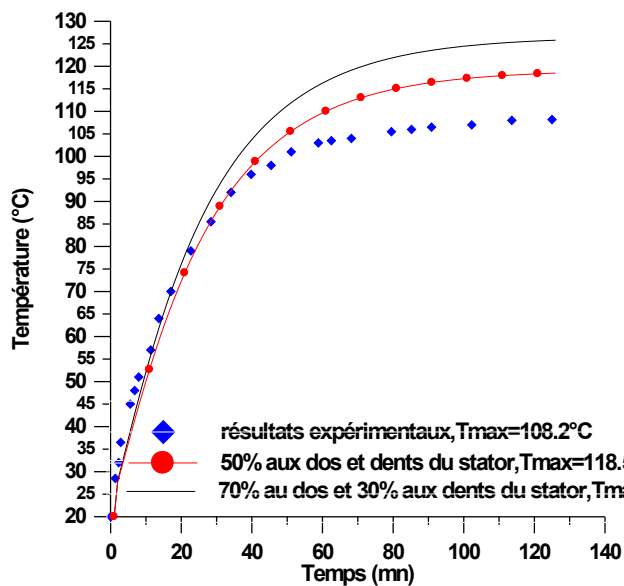
d1 -carcasse



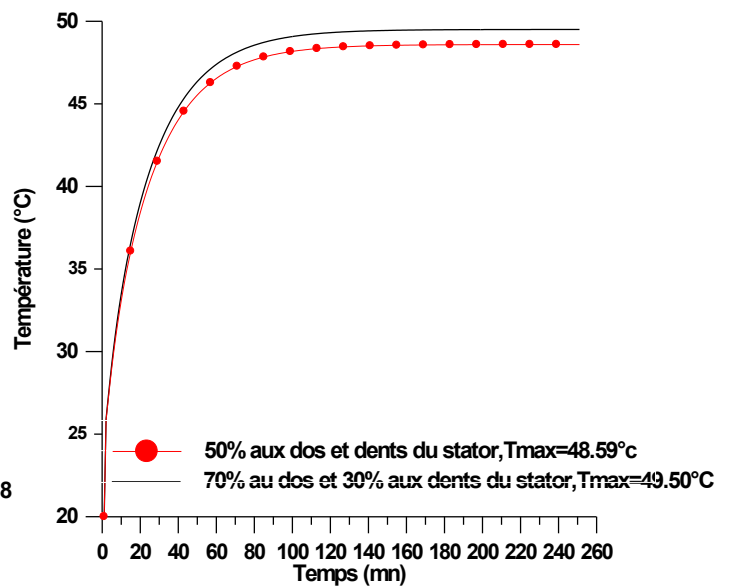
(a2)



(b2)

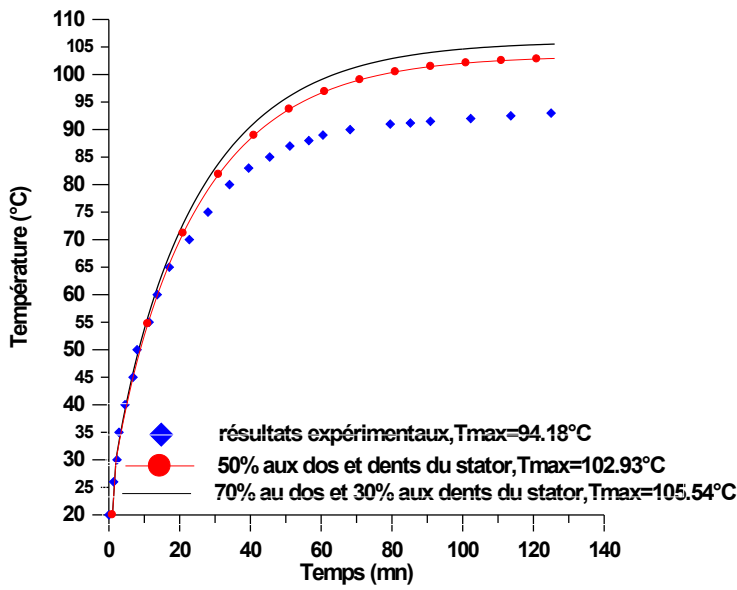


(c2)

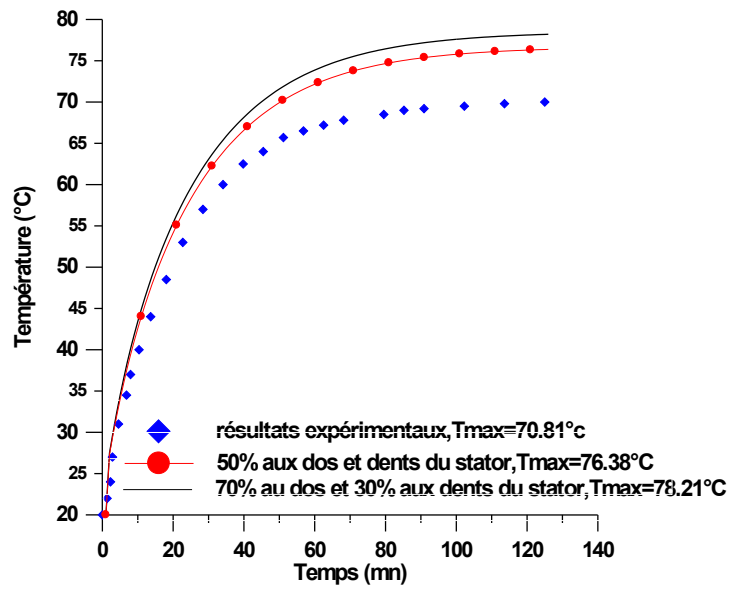


(d2)

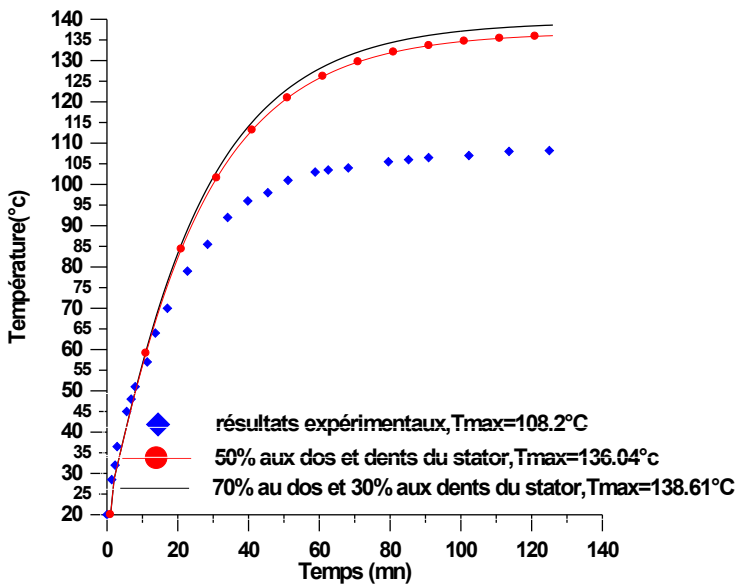
Figure (IV-15) : Evolution de la température en transitoire thermique à pleine charge pour répartitions différentes de pertes fer
 Pertes supplémentaires = 26W (1.2% puis util)
 a2 - encoche statorique
 b2 - fer statorique
 c2 - fer rotorique
 d2 - carcasse



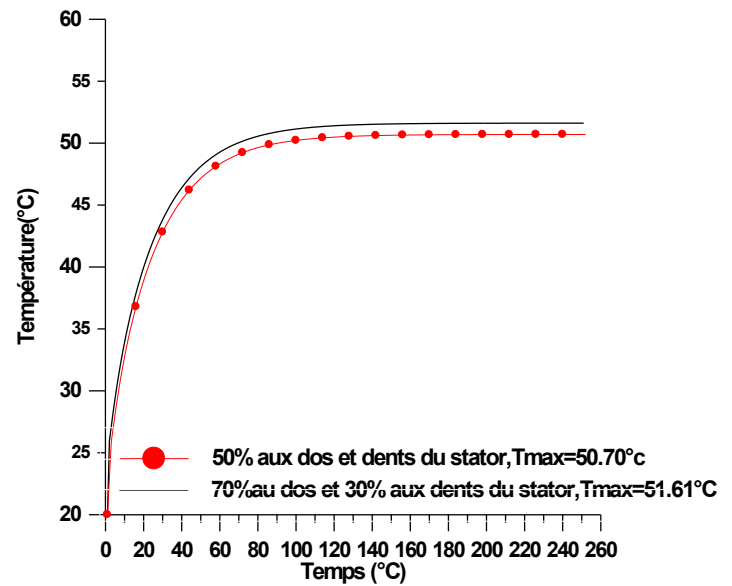
(a3)



(b3)



(c3)



(d3)

Figure (IV-16) : Evolution de la température en transitoire thermique à pleine charge pour répartitions différentes de pertes fer
 Pertes supplémentaires = 58.3W (10% pert tot)
 a3 - encoche statorique
 b3 -fer statorique
 c3 -fer rotorique
 d3 -carcasse

Les résultats de la comparaison sont acceptables, toutes fois, les écarts sont en fonction du taux des pertes supplémentaires allouées.

Au niveau du rotor, on remarque une élévation de température comparativement à d'autres parties constituant le moteur. Un faible effet de ces pertes sur l'enroulement est à signaler. Il est dû au fait que l'enroulement est particulièrement sensible aux variations des pertes dans son environnement proche.

Du point de vu qualitatif, les résultats de la comparaison entre simulation et expérimental sont acceptables aussi bien en régime permanent qu'en régime transitoire.

Du point de vu coût de résolution (temps de résolution), la résolution a durée *5h et 10min* pour une simulation jusqu'à atteindre le régime permanent (environ *3h et 30 minutes*), pour un pas de *60* secondes (*210* itérations), sur un *PC Pentium (R) 4 CPU 2.8GHz, 480 Mo* de mémoire sans renumérotation et environ *5min et 44* secondes avec renumérotation.

Cependant, on précise que la résolution est faite sur un pas dentaire rotorique (*1/28* de la machine) avec *2079* nœuds et *4021* éléments (maillage fin) et la largeur de bande est réduite de *2064* à *180*.

Si on procède à une résolution sur toute la géométrie de la machine, équivalente à *58212* nœuds et *112588* éléments, le temps de résolution sera multiplié par le nombre d'encoche rotoriques, d'où l'efficacité d'application d'une méthode pour réduire la taille du système à résoudre et donc un gain en temps de résolution.

IV-7-Sensibilité aux variations des pertes

Les performances d'un modèle thermique ne dépendent pas seulement de la formulation correcte du modèle, mais aussi de la localisation des pertes et de l'estimation correcte des coefficients thermiques. Dans ce qui suit, nous procédons à l'analyse de la sensibilité du modèle thermique à la variation des pertes. Une petite variation a été faite sur chaque type de pertes et injectée aux éléments appropriés (sous forme de densité de pertes).

Les graphes de la figure (*IV-17*) montrent l'allure de la variation de la température dans les parties actives de la machine en fonction du pourcentage de la variation de chaque type de pertes pour le régime de fonctionnement nominal.

Et d'après cette figure, on remarque que la variation de la température est pratiquement linéaire dans l'intervalle choisis pour la variation des pertes (*de - 40% à + 40%*).

Pour chaque incrément de *10%* de pertes joule rotoriques, on note une variation de *1.39°C* pour la température du rotor, d'environ *0.49°C* pour la température de l'encoche statorique et de *0.46* pour le fer statorique. Ces résultats montrent que le rotor est le plus sensible aux élévations des pertes rotoriques par rapport aux autres parties actives de la machine, qui restent pratiquement insensibles à ces augmentations.

Pour chaque incrément de *10%* de pertes joule statoriques, on note une variation de *1.77°C* pour la température du rotor, d'environ *2.02 °C* pour la température de l'encoche statorique et de *1.66 °C* pour le fer statorique. On remarque alors que le rotor est sensible à tout type de pertes.

Pour chaque incrément de *10%* de pertes fer statoriques, on note une variation de *1.48°C* pour la température du rotor, d'environ *1.49 °C* pour la température de l'encoche statorique et de *1.45°C* environ pour le fer statorique, ce qui montre que les pertes fer statoriques engendrent les mêmes élévations de température sur toute les parties actives de la machine.

Il ressort de cette analyse que la température au niveau du rotor est sensible à tout type de pertes ; joule rotoriques, joule statoriques et fer statorique, par contre le fer et l'encoche statorique sont peu sensibles aux pertes rotoriques (la variation de chaque type de pertes influence sur la température du rotor, tandis que les autres éléments restent relativement insensibles aux pertes rotoriques).

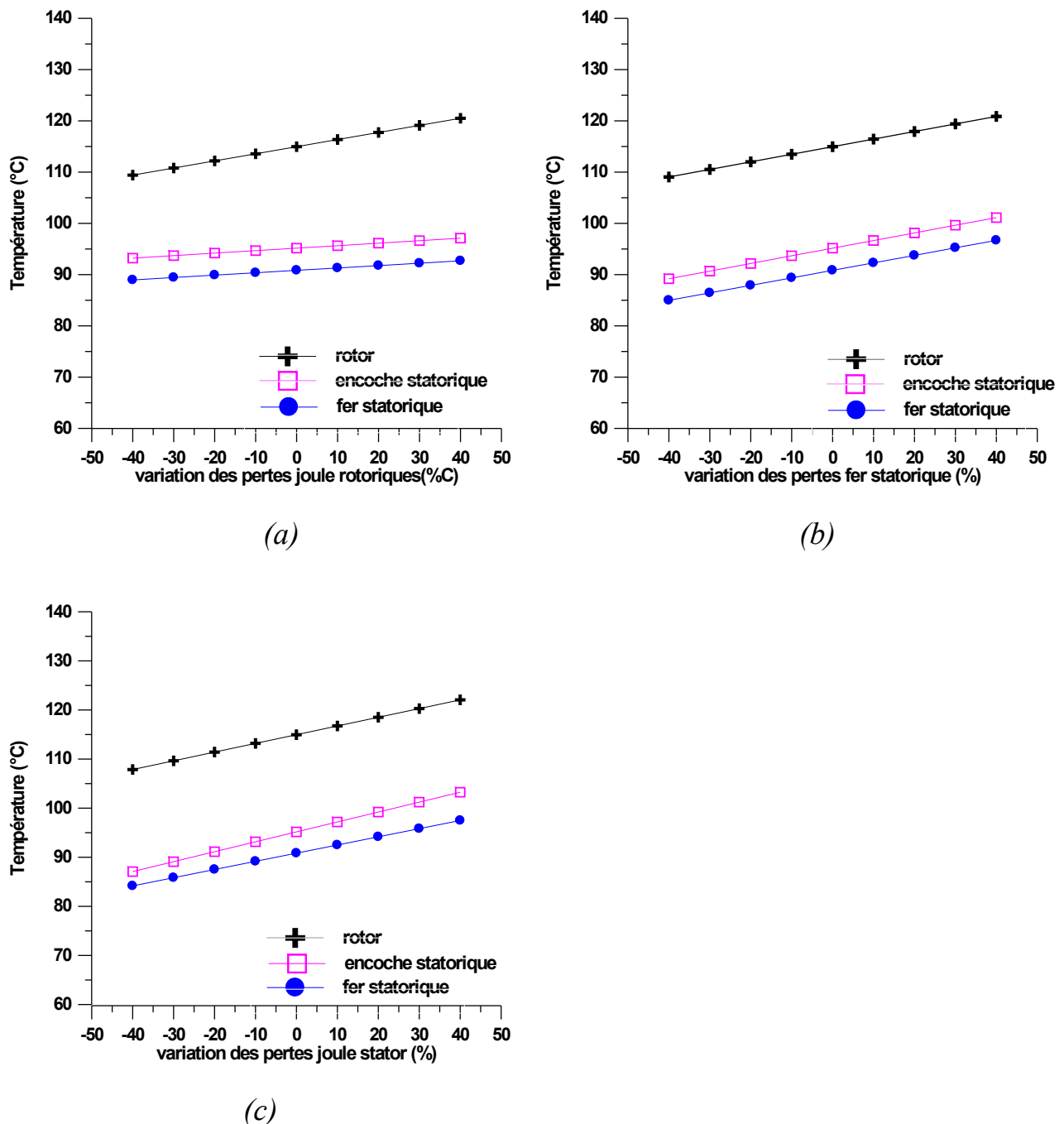


Figure (IV-17) : Variation de la température des parties actives de la machine en fonction du pourcentage de variation de chaque type de pertes.
 a- variation des pertes Joule rotoriques
 b- variation des pertes fer statoriques
 c- variation des pertes Joule statoriques

IV-8-Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre une modélisation thermique numérique basée sur la méthode des éléments finis. La résolution est faite avec la méthode pas à pas dans le temps. Les résultats obtenus sont satisfaisants en les comparant aux résultats de mesure de notre référence [5]. Malgré les hypothèses simplificatrices adoptées, l'étude 2D semble être suffisante pour caractériser l'échauffement permanent et transitoire des parties actives de la machine que nous avons étudiée. Une attention particulière quant à la proportion des pertes à allouer est nécessaire en particulier les pertes fer.

En comparant les temps de calcul des différentes simulations, celle qui met en jeu la renumérotation est plus rapide que la simulation sans réduction de largeur de bande. En conclusion, utiliser des méthodes de minimisations de largeur de bande nous permet de palier aux problèmes de coût de résolution et donc rend la méthode temporelle plus avantageuse.

On a constaté que la distribution de la température est sensible aux variations de pertes. Ces dernières affectent la température d'une manière significative.

Conclusion générale

L'objectif assigné à la présente étude concerne la modélisation thermique en régime permanent et transitoire d'un moteur asynchrone à cage de petite puissance, basée sur la méthode des éléments finis, dans le but de mettre en évidence l'influence des pertes sur l'élévation de la température sur les parties sensible de la machine (sujet principale de toute étude thermique des machines électriques) tout en cherchant à apporter une solution au dilemme précision – temps de calcul.

Nous avons dans un premier temps développé un modèle numérique par éléments finis dédié à l'étude du comportement thermique en régime permanent d'un moteur asynchrone triphasé auto ventilé de puissance 2,2 kW.

Nous avons construit dans un second temps un modèle numérique par éléments finis pour l'étude du comportement thermique en régime transitoire de la machine asynchrone. Ce modèle est basé sur la méthode pas à pas dans le temps, et sa résolution est effectuée en se basant sur la méthode d'Euler implicite.

Dans les deux cas (régime permanent et transitoire), nous avons effectué des tests par simulation numérique pour les trois points de fonctionnement suivants : fonctionnement nominal, fonctionnement à 90 % du courant nominal et fonctionnement à vide.

Nous avons comparé nos résultats de simulation obtenus avec des résultats expérimentaux trouvés dans la bibliographie (essais expérimentaux effectués sur la même machine), une bonne concordance est à relever. La différence ne dépasse pas les 10 %.

Nous avons ensuite traité de l'influence de la répartition des pertes fer statoriques sur les températures obtenues et de la sensibilité des modèles construits par rapport à la variation des pertes fer statoriques.

Les tests effectués par simulation numérique ont montré que dans différents points de la machine, les températures augmentent proportionnellement avec l'augmentation des pertes fer statoriques (excepté le point représentant l'arbre où la variation des pertes fer statoriques à peu d'influence, vue que la chaleur a tendance à se dégager de l'intérieur vers l'extérieur).

Nous avons constaté aussi une influence notable du mode de répartition des pertes fer statoriques sur les températures des différents points.

Nous nous sommes enfin penchés sur l'aspect réduction du temps de calcul, et la méthode de renumérotation des nœuds a été d'un grand apport, puisqu'elle a permis de réduire le temps de calcul de façon considérable (le temps est divisé par 14).

Cette réduction du temps de calcul nous ouvre la possibilité d'effectuer des études futures plus vastes, telles que : le couplage électromagnétique thermique, la prise en compte des non linéarités et du mouvement.

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] D.Roye, "Modélisation thermique des machines électriques tournantes. Application à la machine à induction". Thèse de Docteur d'Etat ès-sciences, U.S.M. et I.N.P. de Grenoble, Paris, Novembre 1983.
- [2] R. Glises, A. Miraoui, J.M. Kauffmann, "Thermal modelling for an induction motor". J. Phys. III France 3, September 1993, pp. 1849-1859.
- [3] M.S.Rajagopal, Dr.K.N.Seetharamu, Dr.P.A.Ashwathnarayana, "Transient thermal analysis of induction motors". IEEE Transactions On Energy Conversion, Vol.13, Nov.1, March 1998, pp.62-69.
- [4] José Américo Dias Pinto, Carlos F. Lemos Antones, A. Paulo Breda Coimbra, "Transient heating and cooling analysis in an electromagnetic device". IEEE Transactions On Magnetics, Vol. 30, Nov.5, September 1994, pp.3339-3342.
- [5] S.Mezani, "Modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage". Mémoire de Magister, U.S.T.H.B., 2000.
- [6] S.Mezani, R. Ibtouen, M. Benhaddadi, "Steady state finite element thermal model for a small cage induction motor". S.E.E.P.C.I.'99, Oudjda (Maroc), 17 et 18 Mai 1999.
- [7] R. Glises, G.Hostache, J. M. Kauffmann, "Simulation du comportement thermique en régime permanent d'un moteur asynchrone à refroidissement extérieur. Etude par élément finis". J. Phys. III France 4, 1994, pp. 1723-1735.
- [8] R. Pascal, "Modélisation du traitement thermique superficiel par induction". Thèse de doctorat, Ecole Doctorale MEGA, Ecole Centrale DE Lyon, Juillet 2003.
- [9] B. Eyglunet, "Manuel de thermique". Edition HERMES, Sciences Publication, 2^{ème} édition revue et augmentée, Paris 1997.
- [10] S. Mezani "Modélisation électromagnétique et thermique des moteurs à induction, en tenant compte des harmoniques d'espace". Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique De Lorraine, Nancy 2004.
- [11] Eric Chauveau, "Contribution au calcul électromagnétique et thermique des machines électriques. Application à l'étude de l'influence des harmoniques sur l'échauffement des moteurs asynchrones". Thèse de doctorat de l'université de Nante, Nov. 2001.
- [12] N. Benamrouche, "An investigation of the loss distribution in induction motors fed from non sinusoidal supplies". Phd Thesis, Departement of electrical and electronic engineering, Univ. of Sheffield, Jan. 1991, 151p.
- [13] S. Laissaoui, "Modélisation dynamique d'une machine électrique tenant compte des contraintes thermiques". Mémoire de Magister, Université de Jijel, 2004.
- [14] R. Bernard, R. Glises, D. Chamagne, J. M. Kauffman, "Steady state thermal modelling for a brushless motor". Proceeding ICEM, Paris (France), September 1994, pp 442-447.
- [15] P.H.Mellor, D. Robert, D.R. Turner, "Lumped parameter thermal model for electrical machines of TEFC design". IEEE proceeding-B, Vol.138, No.5, September (1991), pp.205-218

- [16] R. Glises, "Machines Electriques Tournantes : Simulation du comportement thermique". Technique de l'ingénieur. Vol D3III, N°D3760, pp. 1-8.
- [17] Y. Bertin, "Refroidissement Des Machines Electriques Tournantes". Technique de l'ingénieur. Vol D3III, N°D3460, pp. 1-20.
- [18] A. Belot, "Calcul des machines électriques tournantes". École Supérieure d'électricité. N° 2529. 1976.
- [19] Y. Ould Amor, "Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des chauffages par induction". Thèse de doctorat, Saint-Nazaire, 2000.
- [20] Zhu D. S., "Modélisation des machines asynchrones alimentées par des convertisseurs statiques. Étude des performances électriques et thermiques". Thèse de doctorat, I.N.P. de Grenoble (France), Mai 1990.
- [21] Philip L. Alger, "Induction Machines". Second Edition, 1970 by Gordon and Breach, Science Publishers, Inc. 150 Fith Avenue, New York.
- [22] M. Bouheraoua, "Contribution à la modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage". Mémoire de Magister, U.M.M.T.O. 2001
- [23] S. Laissaoui, D. Sedira, A. Ladjimi, M.R. Mékidèche, "Modélisation magnéto-thermique d'un moteur à induction". Workshop sur la modélisation en électrotechnique et mécanique, AJOT-MEM'05, ISSN 1111-357X, ENP Alger, 13-14 Avril 2005, pp79-83.
- [24] G. Grellet, "Pertes Dans Les Machines Tournantes". Technique de l'ingénieur. Vol D3III, N°D3450, pp. 1-30.
- [25] Hla Nu Phyu, M.A. Jabbar, Liu Zhejie, Bi Chao, "Modeling and simulation of brushless permanent magnet D.C. motor in dynamic conditions by time stepping technique". IEEE Transactions, 2003, pp.376-380.
- [26] J. Crabol, "Transfert de chaleur. Tome1 : les principes". Edition Masson, Paris 1996.
- [27] D. Moulai Zazi, "Contribution à l'étude thermique des machines asynchrones alimentées par des convertisseurs électroniques". Mémoire de Magister, U.M.M.T.O. Juillet 2002
- [28] R. Khaldi, "Etude expérimentale du comportement thermique du moteur asynchrone alimenté par convertisseur". Mémoire de Magister, U.S.T.H.B. 1996.
- [29] S. Laissaoui, D. Sedira, A. Ladjimi, M.R. Mékidèche, "Modélisation dynamique d'une machine électrique tenant compte des contraintes thermiques". 1st international symposium on electromagnetism, satellites and cryptography". Jijel, Alger, Jun 2005.
- [30] M. Féliachi, A. Perronnet, G. Develey, "Modélisation par éléments finis des phénomènes couples électromagnéto-thermique caractérisant le filtrage par induction". J. Phys. III France 2, 1992, pp. 2005-2013.
- [31] G. Dhatt et D. Touzot, "Méthode des éléments finis". Edition LAVOISIER, Paris, 2005.
- [32] M. Boumahrat et A. Gourdin. "Méthodes numériques appliquées avec nombreux problèmes résolut en fortran 77". OPU Edition, Alger, 1993.

- [33] Y. Boutora, "Elaboration de nouvelles méthodes de renumérotation des maillages en vue d'une modélisation électromagnétique de machines synchrones à aimants permanents avec la méthode des éléments finis". Thèse de doctorat, ENP, département de génie électrique (Alger), 2007.
- [34] Y. Boutora, N. Takoradi, R. Ibtouen, S. Mezani. "A new method for minimizing the bandwidth and profile of square matrices for triangular finite elements mesh". IEEE Transactions on magnetics, Vol.43, No.4, April 2007, pp. 1513-1516.
- [35] Y. Boutora, "Calcul d'une BDCM excitée par des aimants à aimantation parallèle". Mémoire de Magister, U.M.M.T.O. 2000.
- [36] J. L. Coulomb, J. C. Sabonnadière, "CAO en électrotechnique". Hermes publishing, 1985, Paris.
- [37] M. Bouheraoua, N. Benamrouche, S. Haddad, "Etude de la sensibilité d'un modèle thermique d'un moteur asynchrone à cage". Workshop sur la modélisation en électrotechnique et mécanique, AJOT-MEM'05, ISSN 1111-357X, ENP Alger, 13-14 Avril 2005, pp 91-96.
- [38] M. Bouheraoua, "Contribution à la modélisation thermique d'un moteur asynchrone à cage". Thèse de Doctorat, U.M.M.T.O. 2008
- [39] G. Grellet, "Pertes dans les machines tournantes". Technique de l'ingénieur, Vol D3II, N°D3450, pp. 1-30.

Annexe A

*Propriétés physiques des principaux
matériaux utilisés en construction électrique*

A-1-Propriétés physiques des matériaux solides intervenant dans la construction des machines électriques

- Résistivité électrique

Fer =	$9.71 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
Cuivre =	$1.724 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$
Aluminium =	$2.655 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot m$

- Coefficient de température

Fer =	$5.2 \text{ à } 6.2 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Cuivre =	$3.93 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$
Aluminium =	$4.46 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

Propriétés physiques corps	masse volumique (kg/m^3)	chaleur massique ($\text{J}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$)	conductivité thermique ($\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$)
acier	7750-7865	460-486	40-75
cuivre	8954	383	386
aluminium	2707	896	204
Tôles	7750-7865	460-486	-
direction radiale	-	-	45-55
direction axiale	-	-	1.97
fonte	7272	420	52
vernis isolant	1200	1250	0.15-0.86
parier isolant	1115	1760	0.17

Tableau (A-1) : propriétés physiques des principaux corps à 20 °C

A-2- Propriétés physiques de l'air sec en fonction de la température

température (°C)	masse volumique (kg/m^3)	chaleur massique ($\text{J}/\text{kg} \cdot ^\circ\text{C}$)	conductivité thermique ($\text{W}/\text{m} \cdot ^\circ\text{C}$)	viscosité dynamique ($\text{kg}/\text{m} \cdot \text{s}$)	viscosité cinématique (m^2/s)	diffusivité thermique (m^2/s)
0	1.2	1004	0.0242	$171 \cdot 10^{-7}$	$13 \cdot 10^{-6}$	$19 \cdot 10^{-6}$
20	1.16	1006	0.0258	$184 \cdot 10^{-7}$	$15.8 \cdot 10^{-6}$	$22 \cdot 10^{-6}$
100	0.9	1011.5	0.0318	$218 \cdot 10^{-7}$	$29 \cdot 10^{-6}$	$34 \cdot 10^{-6}$
200	0.72	1026	0.0387	$260 \cdot 10^{-7}$	$34 \cdot 10^{-6}$	$51 \cdot 10^{-6}$

Tableau (A - 2) : propriétés physiques de l'air sec en fonction de la température

Annexe B

Caractéristiques de la machine étudiée

B-1-Caractéristiques nominales de la machine

Caractéristiques	Valeurs	Unités
Puissance utile	2.2	kW
Nombre de phases	3	-
Fréquence d'alimentation	50	Hz
Vitesse de rotation	1500	Tr/mn
Glissement	4.66	%
Tension d'alimentation	380	V
Connexion des enroulements	Triangle (Δ)	-
Courant absorbé	5.2	A
Facteur de puissance	0.83	-
Rendement	78	%
Résistance d'une phase au stator à 20°C	7.63	Ω
Hauteur d'axe	100	Mm
Couple nominal	15	N.m
Couple démarrage/ Couple nominal	2.3	-
Couple max./ Couple nominal	2.6	-
courant démarrage/ courant nominal	5.9	-

*Tableau(B-1) : caractéristiques nominales de la machine***B-2-Dimensions géométriques de la machine**

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	153	mm
Diamètre intérieur	145	mm
Longueur axiale	192	mm
Nombre d'ailettes	40	
Hauteur de l'ailette	20	mm
Distance entre deux ailettes	10	mm

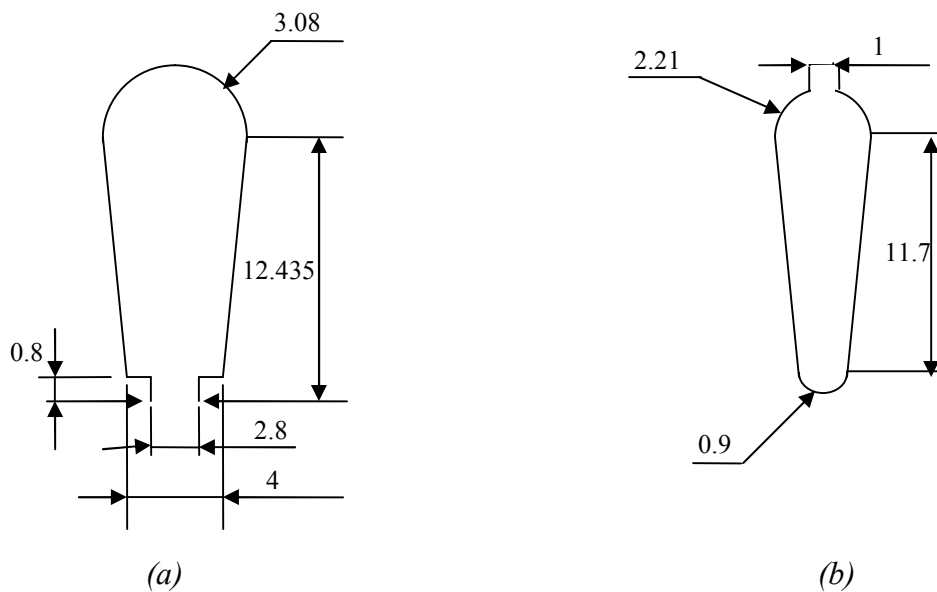
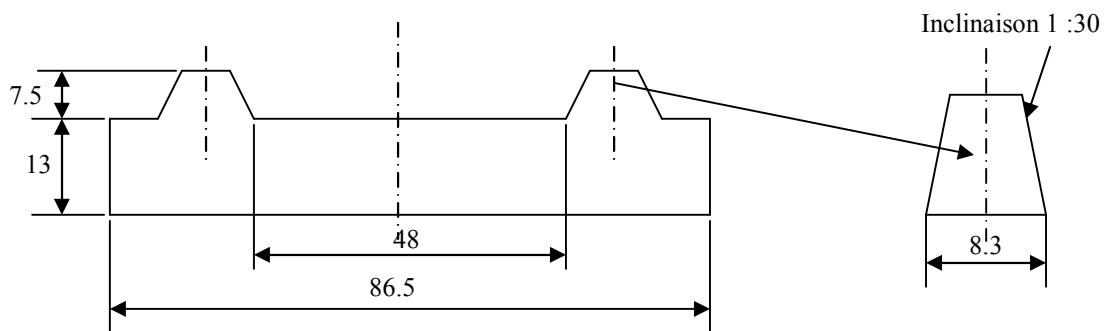
Tableau(B-2) : dimensions de la carcasse

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	145	mm
Diamètre intérieur	88.5	mm
Diamètre intérieur de la culasse	119.53	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	36	-
Section de l'encoche	96.4	mm ²
Epaisseur du caniveau d'encoche	0.225	mm
Nombre de brins actifs par encoche	64	-
Diamètre du conducteur nu	0.71	mm
Diamètre du conducteur isolé	0.753	mm
Section du cuivre dans l'encoche	25.34	mm ²
Epaisseur de l'entrefer	0.25	mm
Classe d'isolation	F	-

Tableau(B-3) : dimensions du stator

Composante	Valeur	Unité
Diamètre extérieur	88	mm
Diamètre extérieur de la culasse	57.75	mm
Diamètre de l'arbre	37	mm
Longueur axiale	110	mm
Nombre d'encoches	28	-
Section de l'encoche	45.33	mm ²
Biais d'encoche	1	-
Diamètre extérieur de l'anneau de court circuit	86.5	mm
Diamètre intérieur de l'anneau de court circuit	48	mm
Nombre d'ailettes à l'extrémité de l'anneau de court circuit	7	-

Tableau (B-4) : dimensions du rotor

Figure (B1) : Forme et dimensions des encoches
a-encoche statorique b-encoche rotorique

Figure(B2) : Forme et dimensions de l'anneau de court

Annexe C

Séparation des pertes dans la machine étudiée

C-1-Séparation des pertes dans le bobinage statorique

Les pertes Joule statoriques se divisent entre têtes de bobines et enroulement dans l'encoche. Nous donnons dans ce qui suit la procédure de séparation de ces pertes. Soit la figure suivante Figure (C-1), qui représente les dimensions des extrémités de la machine.

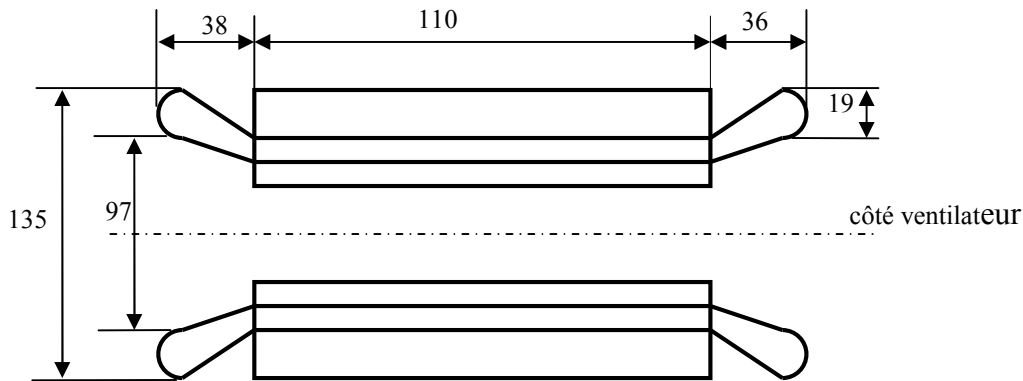


Figure (C-1) : Dimensions des extrémités de la machine

Nous supposons que les têtes de bobines ont une forme toroïdale. La hauteur moyenne d'une tête de bobine (à partir de l'axe de la machine) vaut : $\frac{135 + 97}{4} = 58 \text{ mm}$

Nous supposons également que l'ouverture moyenne d'une tête de bobine correspond à un pas polaire ($\frac{\pi}{2}$ mec). Cette ouverture se calcule donc par : $\frac{\pi}{2} \times 58 = 91.1 \text{ mm}$

La longueur moyenne d'une tête de bobine se calcule donc comme suit, Figure (C-2)

- **Côté non ventilé**

$$L_{tbnv} = 45.553 \times \pi - 2 \times (45.553 - 28.5) = 109 \text{ mm}$$

- **Côté ventilé**

$$l_{tbv} = 45.553 \times \pi - 2 \times (45.553 - 26.5) = 105 \text{ mm}$$

La longueur totale d'un faisceau de conducteurs est donc :

$$L_{\text{tot}} = l_{tbnv} + l_{tbv} + 2 \times 110 = 434 \text{ mm}$$

Les pertes seront calculées comme suit :

1- Dans l'encoche statorique :

$$p_{enc} = p_{Js} \times \frac{2 \times 110}{434} = 0.507 \times p_{Js}$$

2- Dans les têtes de bobines côté non ventilé :

$$p_{tbnv} = p_{Js} \times \frac{109}{434} = 0.251 \times p_{Js}$$

3- Dans les têtes de bobines côté ventilateur :

$$p_{tbv} = p_{Js} \times \frac{105}{434} = 0.242 \times p_{Js}$$

P_{Js} : pertes Joule statorique

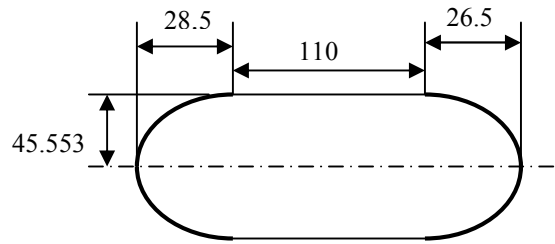


Figure (C-2) : Dimensions des têtes de bobines

C-2-Séparation des pertes dans la cage rotorique

Les pertes Joule rotoriques se divisent entre barres et anneaux de court circuit. Nous pouvons donc écrire :

$$P_{Jr} = P_a + P_b = R_a I_a^2 + R_b I_b^2$$

Avec

P_{Jr} : pertes Joule rotoriques , P_a : pertes dans les anneaux de court circuit

R_a : résistance totale des anneaux de court circuit

I_a : courant dans l'anneau de court circuit

P_b : pertes dans les barres, R_b : résistance totale des barres

I_b : courant dans la barre

Les formules empiriques d'Alger permettent d'écrire :

$$I_a = \frac{I_b}{2 \cdot \sin\left(\frac{p \cdot \pi}{Z_2}\right)} \quad \text{et} \quad \frac{R_a}{R_b} = \frac{S_b \cdot D_a}{2\pi \cdot S_a \cdot l_b \cdot p^2}$$

Où S_b : section totale de toutes les barres

D_a : diamètre moyen de l'anneau de court circuit

S_a : section d'un anneau de court circuit

l_b : longueur d'une barre

P : nombre de paires de pôles (2)

Z_2 : nombre d'encoches rotorique (28)

A partir des dimensions de l'encoche rotorique et de l'anneau de court circuit nous obtenons :

$$S_b = 1269.276 \text{ mm}^2$$

$$D_a = 67.25 \text{ mm}$$

$$S_a = 235 \text{ mm}^2$$

$$I_b = \frac{110}{\cos 10^\circ (\text{biais})} = 111.7 \text{ mm}$$

Ce qui nous permet d'écrire :

$$\frac{P_a}{P_b} = 0.6528 \quad \text{et} \quad \frac{P_b}{P_a} = 1.5318$$

D'où :

$$P_b = 0.605 \times P_{Jr} \quad \text{et} \quad P_a = 0.395 \times P_{Jr}$$