

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou**



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

*de MASTER PROFESSIONNEL EN AUTOMATIQUE
OPTION : Automatique et Informatique Industrielles*

Thème

La reconstruction tridimensionnelle à
partir des ombrages

Proposé et dirigé par :

Mme O.ADJEMOUNT

Présenté par :

Zahia LOUNAS

Hassiba KEBAILI

Soutenu le : 02 / 07 /2013

Promotion 2013

Dédicaces

A mes très chers parents pour tout ce qu'ils m'ont offert et leurs précieux soutient tout au long de mes études,

A mes chers frères et sœurs,

A mon très cher Aziz,

A ma tante paternelle Fatima que Dieu nous la garde,

A ma très chère amie et binôme Zahra et sa famille,

A tous ceux qui reconnaissent le mot amitié,

A tous ceux qui ont participé de près ou de loin dans la réalisation de ce travail,

Je dédie ce modeste travail.

Hassiba

Dédicaces

*A mes très chers parents pour tout ce qu'ils m'ont offert et
leurs précieux soutient tout au long de mes études,*

A mes chers frères et sœurs,

A mon très cher Mch,

A ma très chère amie et binôme Hassiba et sa famille,

A tous ceux qui reconnaissent le mot amitié,

*A tous ceux qui ont participé de près ou de loin dans la
réalisation de ce travail,*

Je dédie ce modeste travail.

Zahra

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre 1 : Généralités sur la reconstruction tridimensionnelle	3
1. Introduction	3
2. Les Techniques de reconstruction 3D.....	3
2.1 Reconstruction à partir de plusieurs images (<i>stéréophotométrie</i>).....	3
2.2 Reconstruction à partir de deux images (Stéréovision).....	4
2.3 Reconstruction à partir d'une seule vue (Photoclinométrie).....	5
3. Processus de formation d'une image.....	6
4. Définitions photométriques	7
4.1 Grandeurs indépendantes de la scène.....	7
4.1.1 le flux lumineux.....	7
4.1.2 Angle solide (Ω).....	8
4.1.3 Densité du flux lumineux.....	8
4.1.4 Intensité d'une source lumineuse ponctuelle.....	9
4.2 Grandeurs relatives à une surface d'écran.....	10
4.2.1 Eclairement (irradiance).....	10
4.2.2 Luminance (radiance).....	11
4.2.3 L'émittance (ou exitance).....	11
4.2.4. Relation entre luminance et l'éclairement.....	11
4.3 Grandeurs relatives aux matériaux.....	13

Sommaire

4.3.1 L'albédo.....	13
4.3.2 La réflectance.....	14
5. Les modèles de réflexions.....	14
5.1 Modèle spéculaire.....	14
5.2 Modèle lambertien.....	15
5.3 La fonction de distribution de réflectance bidirectionnelle.....	16
5.4 Définitions des angles (azimutal et élévation).....	17
5.5 La carte de réflectance.....	18
Conclusion.....	18
Chapitre 2 : Modélisation du shape from shading	20
1. Introduction.....	20
2. Shape From Shading.....	20
2.1 Formulation du problème.....	20
2.2 Les hypothèses usuelles du shape from shading.....	21
3. Modélisation photométrique du shape from shading.....	21
3.1 Modélisation orthographique du SFS.....	23
3.2 Modélisation perspective du SFS.....	27
Conclusion.....	29
Chapitre 3 : les méthodes de résolution du SFS	31
1. Introduction.....	31
2. Aperçu des différentes méthodes de résolution SFS.....	31
2.1 Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles.....	31

Sommaire

2.1.1 Lignes caractéristiques et courbes de niveau.....	31
2.1.2 Approximation des solutions de viscosité.....	31
2.2 Méthodes de résolution par optimisation.....	32
2.2.1 Choix des inconnues.....	32
2.2.2 Choix d'une fonctionnelle.....	33
2.2.3 Choix d'une énergie.....	33
2.2.4 Choix d'une méthode d'optimisation.....	34
2.3 Méthodes de résolution par approximation de l'équation de luminance.....	34
2.3.1 Méthodes locales.....	34
2.3.2 Méthodes linéaires.....	34
4. Application des deux méthodes linéaire Pentland et Tsai-Shah à la résolution du SFS.....	35
4.1 Les conditions aux limites.....	35
4.2 Approche linéaire de Pentland.....	35
4.3 Approche linéaire de Tsai et Shah (TS).....	37
Conclusion.....	40
Chapitre 4 : Tests et résultats	41
1. Introduction.....	41
2. Application de la méthode de Tsai et Shah (TS).....	41
3. Implémentation de l'algorithme de Tsai et Shah.....	42
4. Tests et résultats.....	43
4.1 Résultats de la méthode TS sur les images de synthèse.....	43
4.2 Résultats de la méthode TS sur l'image réelle de Lena.....	47

Sommaire

5. Interprétation des résultats.....	50
5.1 Sur les images de synthèse.....	50
5.2 Sur l'image réelle de Lena.....	50
Conclusion.....	51
<i>Conclusion générale</i>	53
<i>Bibliographie</i>	53

Résumé

La reconstruction tridimensionnelle à partir de l'analyse des ombrages semble être une bonne alternative pour la reconstruction de ce type de scènes puisque le manque de texture constitue précisément une situation favorable pour ce type de reconstruction. Ce problème est plus connu sous le terme « Shape From Shading » (SFS).

La reconnaissance du relief d'une surface éclairée à partir d'une seule image est aisément effectuée par l'œil humain. Néanmoins, la réalisation de cette reconnaissance de manière automatique pose de sérieux problèmes. Les méthodes de Shape From Shading s'inspirent en quelque sorte de ce que fait notre cerveau quand on observe une image en deux dimensions

Ce sujet est l'un des sujets de recherche en vision par ordinateur et a plusieurs applications pratiques. A titre d'exemple, en astronomie, cette technique est utilisée pour reconstruire le terrain sur une planète à partir d'une photographie spatiale. Un autre exemple peut être trouvé dans l'endoscopie, où cette méthode est utile pour récupérer la surface des organes internes de l'homme, pour diverses raisons médicales.

Mots clés : la vision par ordinateur, la stéréovision, la stréophotométrie, shape from shading

Introduction générale

La problématique générale de cette étude se situe dans le cadre de la vision par ordinateur, et plus particulièrement celui de la reconstruction tridimensionnelle d'une scène à partir d'une ou de plusieurs images de cette scène.

Le type de méthodes le plus répandu est sans conteste la stéréovision multioculaire, qui consiste à appairer plusieurs images d'une même scène pour reconstruire le relief. Ce processus de résolution procure les meilleurs résultats, car il utilise un grand nombre d'informations relatives à la scène.

Néanmoins, une des clés de la réussite de ce type de méthodes est la mise en correspondance des images, ce qui n'est réalisable qu'avec des images suffisamment texturées. Il est donc nécessaire de trouver d'autres méthodologies capables de reconstruire en 3D des scènes constituées d'objets peu ou pas texturés.

La reconstruction tridimensionnelle à partir de l'analyse des ombrages semble être une bonne alternative pour la reconstruction de ce type de scènes puisque le manque de texture constitue précisément une situation favorable pour ce type de reconstruction. Ce problème est plus connu sous le terme « Shape From Shading » (SFS).

La première mise en œuvre de ce principe remonte aux années 60 pour l'exploration de la lune. Pour préparer l'arrivée de l'homme sur la lune, les chercheurs Russes ont exploité les propriétés de réflexion de la matière lunaire pour analyser sa surface. La surface de la lune peut en effet être modélisée de façon très simple. Horn, dans les années 70, a été l'un des premiers à exploiter ces informations sur d'autres surfaces que la surface lunaire. C'est à partir de ces travaux qu'ont pu naître les premières techniques dites de Shape From Shading, et par la suite d'autres techniques ont été développées.

La reconnaissance du relief d'une surface éclairée à partir d'une seule image est aisément effectuée par l'œil humain. Néanmoins, la réalisation de cette reconnaissance de manière automatique pose de sérieux problèmes. Les méthodes de Shape From Shading s'inspirent en quelque sorte de ce que fait notre cerveau quand on observe une image en deux dimensions. Les nuances d'intensité produites par la réflexion de la lumière sur la surface donnent des informations sur la forme de la surface. La plupart des techniques de SFS supposent que la

surface est Lambertienne ce qui limite son utilisation et ne permet pas la reconstruction de n'importe quelle surface.

En effet, cette technique qui ne fait intervenir qu'une seule image est basée sur l'analyse de l'éclairage. Cependant, l'information étant bien moins importante que dans le cas de la stéréovision par exemple ou d'autres méthodes de reconstruction tridimensionnelle. Ainsi, un certain nombre d'hypothèses sur la scène, sur la caméra et sur les sources lumineuses sont nécessaires pour rendre possible la résolution du problème.

Ce nombre important d'hypothèses rend très difficile (voir impossible) une mise en œuvre du shape from shading sur des images réelles. Il est donc primordial de trouver de nouvelles modélisations et de nouvelles techniques de résolution, pour permettre à terme d'élargir le champ d'applications potentielles du shape from shading.

Ce problème inverse est l'un des sujets de recherche en vision par ordinateur et a plusieurs applications pratiques. A titre d'exemple, en astronomie, cette technique est utilisée pour reconstruire le terrain sur une planète à partir d'une photographie spatiale. Un autre exemple peut être trouvé dans l'endoscopie, où cette méthode est utile pour récupérer la surface des organes internes de l'homme, pour diverses raisons médicales.

Ce mémoire se structure en quatre chapitres. Le premier chapitre présente les différentes techniques de la reconstruction tridimensionnelle d'une manière générale et le SFS en particulier. Ainsi qu'un aperçu sur les définitions photométriques ainsi que le processus de formation des images. Le deuxième chapitre abordera la modélisation mathématiques et la mise en équation du SFS. La modélisation orthographique du problème SFS est la plus utilisée dans la littérature de part la simplicité des équations obtenue, mais beaucoup de travaux utilisent aussi la modélisation perspective. Dans le troisième chapitre nous allons essayer de passer brièvement en revue des différentes méthodes qui permettent de résoudre le problème du shape from shading. Enfin le dernier chapitre est consacré aux tests de l'approche adoptée dans le cadre de ce travail et l'évaluation des résultats seront effectués sur des images réelles et images de synthèses.

1. Introduction

La reconstruction tridimensionnelle est un domaine de l'analyse d'images qui consiste à extraire l'information de profondeur (ou relief) d'une scène à partir d'une ou de plusieurs images de cette scène. Alors que cette tâche est effectuée avec une grande efficacité par le système visuel humain (hormis dans les cas "d'illusions optiques"), c'est encore loin d'être vrai pour les systèmes de vision par ordinateur.

2. Les Techniques de reconstruction 3D

Il existe plusieurs techniques de reconstruction tridimensionnelle, parmi ces techniques on trouve : celle qui se base sur la reconstruction à partir de plusieurs images (Stéréophotométrie), la reconstruction à partir d'une paire d'images (Stéréovision) et la reconstruction à partir d'une seule image en exploitant les ombrages (Shape From Shading), cette dernière approche qui fait l'objet de ce travail, sera présentée en détail dans les chapitres suivants.

2.1 Reconstruction à partir de plusieurs images (*stéréophotométrie*)

En stéréophotométrie, la scène et le capteur sont fixes, seule la source lumineuse se déplace. Woodham [1] a été l'un des premiers à introduire cette technique, elle consiste à utiliser plusieurs photographies où la même scène est vue sous le même angle, mais éclairée dans différentes directions. La résolution peut se faire graphiquement, en traçant dans le plan p - q (les plans des gradients), les courbes correspondant aux niveaux de gris lus en un même point des différentes photographies.

La stéréophotométrie permet de rajouter aux inconnues p et q d'autres inconnues, comme par exemple des paramètres relatifs aux propriétés photométriques de la scène ou aux caractéristiques des sources lumineuses, pour peu qu'un nombre suffisant de photographies soient utilisées ainsi la prise en compte de la perspective [2], donc toutes ces améliorations font de la stéréophotométrie une technique plus performante que la stéréovision. Néanmoins cette technique ne fonctionne correctement qu'à deux conditions. Primo, les caractéristiques géométriques des appareils photographiques et leurs positions relatives doivent être connues (problème de l'étalonnage des caméras). Secundo, il faut apparier les points des différentes photographies (problème de la mise en correspondance).

2.2 Reconstruction à partir de deux images (Stéréovision)

La stéréovision est un problème important en vision par ordinateur qui a été abordé de plusieurs façons et qui consiste à imiter la vision humaine. Elle permet d'obtenir l'information de relief d'une scène à partir de deux projections bidimensionnelles de la même scène (figure 1.1). La position tridimensionnelle des points objet est déduite à partir de deux images d'une même scène prises de deux points de vue légèrement différents. Les deux images stéréoscopiques doivent être prises en même temps dans le cas où la scène observée est dynamique. Calculer la position 3D d'un point réel à partir d'un capteur stéréoscopique consiste à passer par les étapes suivantes :

- Définition de l'architecture géométrique du capteur stéréoscopique (calibrage).
- Appariement des primitives des images stéréoscopiques.
- Reconstruction tridimensionnelle par triangulation géométrique.

L'objectif essentiel de la stéréovision consiste donc à "mettre en correspondance", dans une paire d'images de la même scène prises sous deux angles d'observation différents, les couples de points qui correspondent à un même point de la scène, afin de pouvoir déduire la profondeur de ce point par un procédé géométrique appelé "triangulation".

Le "calibrage" des caméras permet de connaître le modèle de projection des caméras ainsi que le déplacement relatif (appelé "transformation rigide") permettant de passer du repère d'une des caméras à l'autre. Les informations de calibrage peuvent aussi être utiles pour effectuer avec plus d'efficacité la phase de mise en correspondance. En effet, la connaissance de la "géométrie épipolaire" du montage stéréoscopique permet de déterminer la région à laquelle on peut se limiter pour rechercher un correspondant. On établit ainsi la "contrainte épipolaire", qui associe à un point d'une image une ligne dans l'autre image, le long de laquelle doit se trouver le point à apparier.

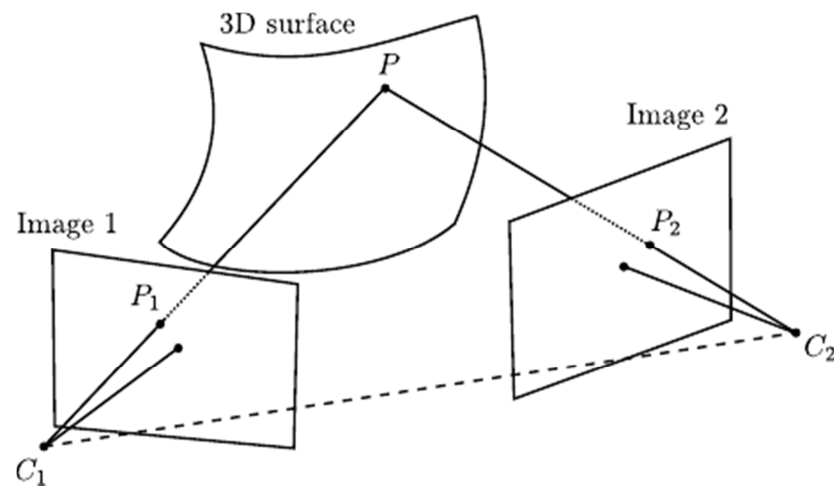


Figure 1.1: Principe d'un système de vision stéréoscopique.

La correspondance du point P_1 dans la caméra gauche est contrainte par la ligne épipolaire dans la caméra droite. On évolue le long de la ligne épipolaire en déprojectant le point P_1 avec différentes valeurs de profondeurs (P_1, P_2, \dots).

2.3 Reconstruction à partir d'une seule image (Photoclinométrie)

Cette technique est plus connue sous le terme *Shape From Shading* (SFS), elle consiste à calculer la forme 3D d'une surface à partir d'une image d'intensité en tons de gris de cette surface. Le problème est purement monoculaire et se base sur les équations de réflectance telles que formulées par Horn [3].

Cette technique est basée sur l'analyse de l'éclairage et ne fait intervenir qu'une seule image. Cependant, l'information étant bien moins importante que dans le cas de la stéréovision, un certain nombre d'hypothèses sur la scène, sur la caméra et sur les sources lumineuses sont nécessaires pour rendre possible la résolution du problème.

Le niveau de gris lu sur l'image constitue la seule donnée, ce qui est très peu par rapport aux autres méthodes de reconstruction 3D, C'est pourquoi le *Shape From Shading* nécessite en général la connaissance de données supplémentaires, comme l'altitude de certains points, les caractéristiques photométriques de la surface analysée ou encore les caractéristiques des sources lumineuses. Cette méthode semble relativement naturelle pour l'être humain puisqu'elle fait partie du processus d'interprétation du relief des objets [4]. L'hypothèse de base du *shape from shading* est que "l'intensité lumineuse" perçue sur la surface d'un objet dépend

de l'orientation de cette surface par rapport à la source lumineuse éclairant la scène et de son orientation par rapport à la direction d'observation.

Nous proposons à présent de décrire le processus de formation d'une image, ainsi que la formulation mathématique permettant d'associer une image à un relief, avant de décrire le problème qui nous intéresse et qui constitue le problème inverse associé.

3. Processus de formation d'une image

Dans tout processus de formation d'une image, il y a trois éléments en présence : une scène, un ensemble de sources lumineuses et un "observateur" (œil, appareil photographique ou caméra).

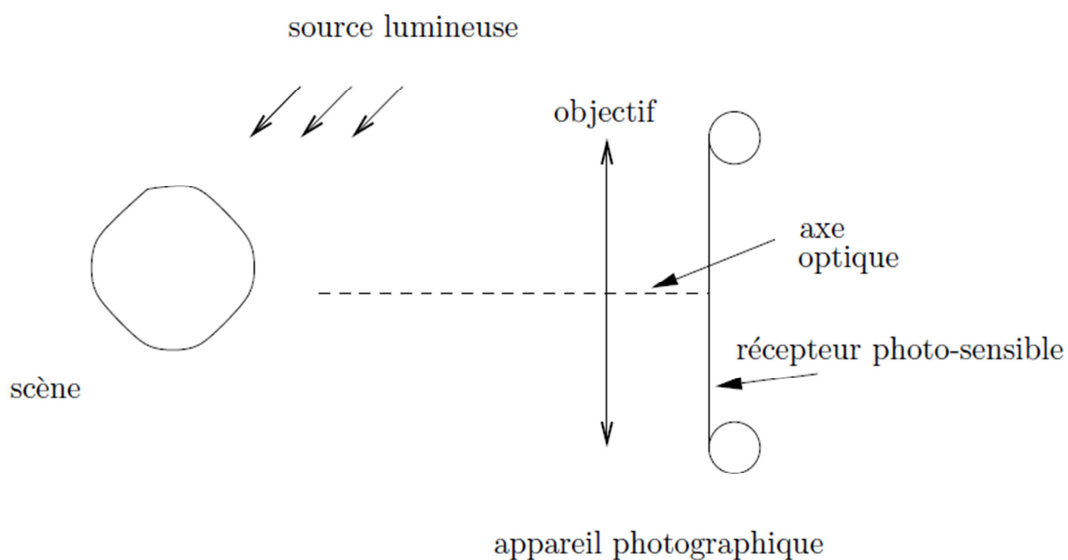


Figure 1.2 : Description des éléments permettant une prise de vue

Les rayons lumineux, issus de la source lumineuse, se réfléchissent sur la scène, et certains d'entre eux, après un parcours plus ou moins tourmenté, vont finir leur vie sur le récepteur photosensible de l'appareil photographique. L'énergie d'une source lumineuse primaire est émise sous forme de photons qui vont ricocher sur la scène. Certains pourront être absorbés par celle-ci, tandis que d'autres seront réémis, faisant de la scène une source lumineuse secondaire. La vie d'un photon peut donc être décrite par trois phases essentielles :

- 1) Emission du photon par une source lumineuse primaire.
- 2) Réémission du photon par la scène.
- 3) Absorption du photon par le récepteur photosensible.

4. Définitions photométriques

La photométrie désigne les techniques de mesure de la lumière considérée comme porteuse de l'excitation visuelle. A cause de la complexité du rayonnement lumineux et surtout de sa propagation, les métrologues ont dû introduire un nombre relativement important de définitions et de grandeurs photométriques que l'on va tâcher de définir le plus clairement possible.

Les différentes grandeurs essentielles de la photométrie peuvent se scinder en deux groupes distincts : celles qui sont indépendantes du matériau des objets composant la scène, et au contraire, celles qui sont relatives à un écran élémentaire de surface matérielle.

4.1 Grandeurs indépendantes de la scène

4.1.1 le flux lumineux

L'énergie lumineuse, c'est à-dire l'énergie émise sous forme de radiations visibles, dans toutes les directions, par unité de temps, par une source lumineuse, constitue le "flux lumineux" de cette source. On le note ϕ .

Si la source émet un flux élémentaire $d\phi$ dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ autour de la direction définie par le vecteur unitaire \vec{u} , alors l'intensité lumineuse de la source est définie comme suit :

$$I(\vec{u}) = \frac{d\phi}{d\Omega} \quad (1.1)$$

L'unité du flux lumineux est le lumen (lm), la définition précise de lumen découle de celle de candela (unité d'intensité lumineuse).

4.1.2 Angle solide (Ω) :

L'angle solide est une mesure de base en 3D pour les phénomènes rayonnant. C'est une extension du concept d'angle planaire étendu au 3D. C'est le rapport entre l'aire projetée sur une sphère et le carré du rayon, comme l'illustre la figure ci-dessous.

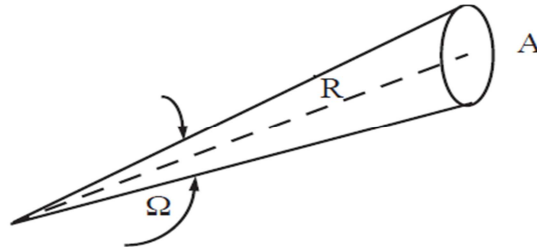


Figure 1.3 : Angle solide

L'angle solide se mesure en stéradians (sr). L'angle solide est donné par : $\Omega = \frac{A}{R^2}$

$$\Omega_{sphere} = 4\pi \text{ stéradians}$$

4.1.3 Densité du flux lumineux

Soient \vec{u} un vecteur unitaire caractéristique d'un rayon lumineux, et P un point quelconque de l'espace. On appelle « densité de flux », le flux lumineux par unité de surface orthogonale à \vec{u} , par unité de temps (unité : lumen par m^2). Cette grandeur sera notée, $\varphi(\vec{u}, P)$.

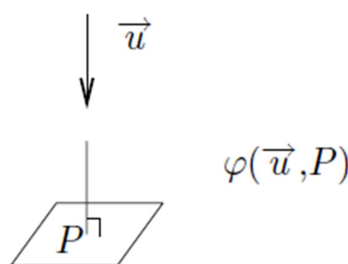


Figure 1.4 : Densité du flux lumineux

Remarquons que φ ne dépend que de la direction du rayon lumineux \vec{u} et d'une position dans l'espace P. On peut donc considérer la densité de flux lumineux de n'importe quel faisceau, qu'il soit incident, (\vec{u}_i, P) , ou réémis, (\vec{u}_e, P) , Nous pouvons également remarquer

que pour le cas d'un faisceau réémis, tous les rayons lumineux réémis sont concourants en un point P.

4.1.4 Intensité d'une source lumineuse ponctuelle

Les rayons lumineux issus d'une source ponctuelle sont concourants. Caractérisons cette énergie par unité d'angle solide. L'intensité d'une source lumineuse ponctuelle O est le nombre de photons par unité de temps et par unité d'angle solide autour d'une direction \vec{u} (unité : candela). Cette grandeur sera notée $I(\vec{u})$.

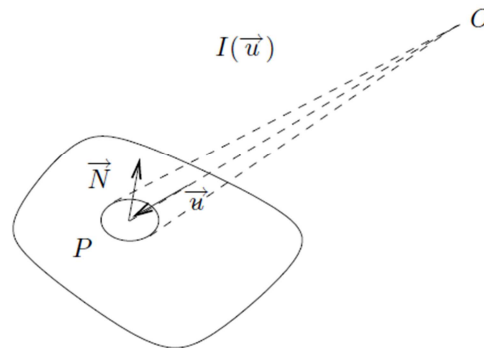


Figure 1.5 : Intensité d'une source lumineuse

Il en résulte donc que, quelque soit un point P de la scène :

$$I(\vec{u}) = \varphi(\vec{u}, P) d^2 \quad (1.2)$$

d étant la distance de la source au point P et \vec{u} un vecteur unitaire de direction \vec{OP} . Rappelons

que :

$$d\Omega = \frac{\cos(\vec{u}, \vec{N})}{d^2} d\Sigma \quad (1.3)$$

Les équations (1.2) et (1.3) permettent d'obtenir :

$$\varphi(\vec{u}, P) \cos(\vec{u}, \vec{N}) d\Sigma = I(\vec{u}) d\Omega \quad (1.4)$$

Ou:

O: point d'émission d'une source lumineuse ponctuelle

P : point de la scène

\vec{N} : vecteur unitaire normal à la surface, au point P.

$d\Sigma$: élément de surface

4.2 Grandeurs relatives à une surface d'écran

4.2.1 Eclairage (irradiance)

Un flux lumineux qui tombe sur une surface provoque l'éclairage de cette surface. Si le flux $d\phi$ tombe sur la surface $d\Sigma$ entourant le point P, on définit l'éclairage E en P par :

$$E(P) = \frac{d\phi}{d\Sigma} \quad (1.5)$$

Quelque soit la direction du flux incident par rapport à la normale \vec{N} à $d\Sigma$ en P.

Cas particuliers :

- La source de lumière est un faisceau parallèle. Donc l'énergie du faisceau peut être décrite par un unique vecteur \vec{S} , et on a donc : $\|\vec{S}\| = \varphi$ et ceci quelque soit la position ou l'on désire prendre la mesure. Il en résulte donc que $E = \|\vec{S}\| \cos(\vec{u}, \vec{N})$, ou autrement dit, $E = \vec{S} \cdot \vec{N}$.
- La source ponctuelle est unique et à une distance d , finie de la scène.

Les équations (1.1),(1.3) et (1.5) permettent d'obtenir :

$$E = \frac{I \cos \theta}{d^2} \quad (1.6)$$

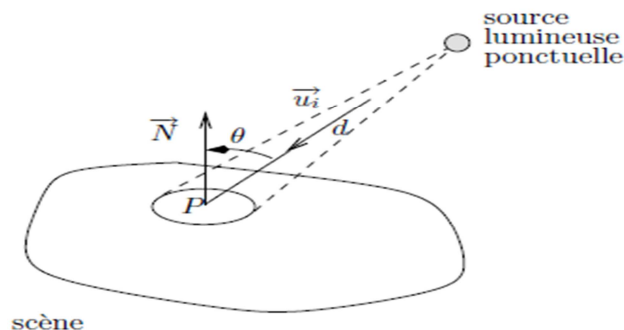


Figure 1.6 : Eclairage d'une surface matérielle par une source ponctuelle

4.2.2 Luminance (radiance)

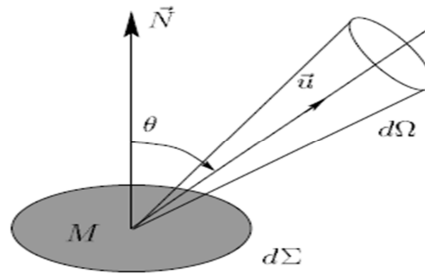


Figure 1.7 : luminance d'une surface matérielle

Soit un élément de surface $d\Sigma$ d'une source lumineuse étendue. Soit \vec{N} le vecteur unitaire normal à $d\Sigma$ en M , dirigé vers l'extérieur. Soit l'angle solide $d\Omega$ autour de la direction définie par le vecteur unitaire \vec{u}

Par :

$$L(\vec{u}) = \frac{d^2 \phi}{d\Omega d\Sigma \cos\theta} \quad (1.7)$$

$d^2 \phi$ étant le flux émis par $d\Sigma$ dans l'angle solide $d\Omega$ autour de \vec{u} , et θ étant l'angle entre les vecteurs \vec{N} et \vec{u} .

4.2.3 L'émittance (ou exitance)

C'est le nombre de photons émis par unité de temps et par unité de surface d'écran cette grandeur sera notée M . Par définition l'exitance du point (x, y) de la source est la quantité $M(x, y)$ définie par :

$$M(x, y) = \frac{d\phi}{dS} \quad (1.8)$$

4.2.4 Relation entre la luminance et l'éclairement

Conformément à la Figure 1.8, nous allons donner la relation entre l'éclairement d'une surface élémentaire $d\sigma_{IM}$ de l'image et la luminance émise par surface élémentaire $d\sigma_{sc}$ de la scène. Cette relation qui donne l'équation de formation des images.

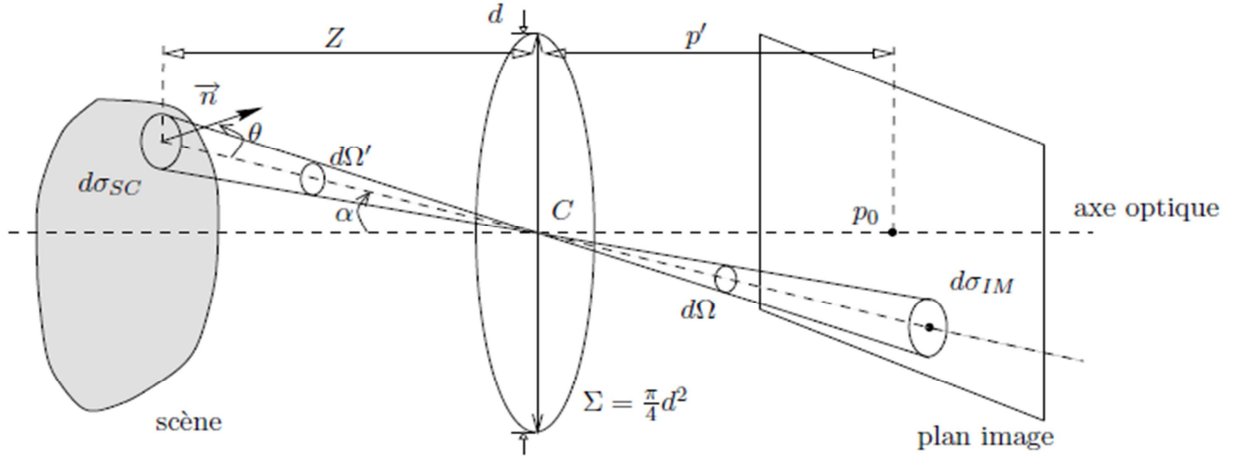


Figure 1.8 : Relation entre l'éclairement et luminance.

Nous avons vu précédemment la définition de l'éclairement comme étant :

$$E = \frac{d\phi}{d\sigma_{IM}} \quad (1.9)$$

Or $d\Omega'$ est l'angle solide élémentaire sous lequel on voit la surface élémentaire $d\sigma_{IM}$, on trouve

$$d\sigma_{IM} = \frac{\left(\frac{p'}{\cos \alpha}\right)^2}{\cos \alpha} d\Omega' \quad (1.10)$$

D'où

$$E = \frac{\cos^3 \alpha}{p'^2} \frac{d\phi}{d\Omega'} \quad (1.11)$$

De plus, le flux envoyé par $d\sigma_{sc}$ à travers l'ouverture Σ s'écrit :

$$d\phi = L \frac{\pi}{4} d^2 \cos \alpha d\Omega \quad (1.12)$$

On a donc :

$$E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{p'}\right)^2 \cos^4 \alpha L \left(\frac{d\Omega}{d\Omega'}\right) \quad (1.13)$$

Tel que : p' est la distance focale, la distance entre le centre optique et le plan image et d le diamètre de la lentille.

Or, l'angle solide $d\Omega'$ sous lequel on voit $d\sigma_{IM}$ du centre de la lentille est égal à $d\Omega$, l'angle solide sous lequel on voit $d\sigma_{sc}$ du centre de la lentille, c'est-à-dire :

$$d\Omega = d\Omega' \quad (1.14)$$

On obtient donc la relation entre la luminance de la scène et l'éclairement du récepteur :

$$E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{p'}\right)^2 \cos^4 \alpha L \quad (1.15)$$

L'équation (1.15) est l'équation de formation de l'image. Elle est aussi l'équation fondamentale du SFS (Shape From Shading), qui va permettre d'obtenir l'orientation de la scène en fonction de l'intensité de l'image.

Plusieurs observations peuvent être tirées de cette équation :

- E est proportionnel à L , l'éclairement d'un pixel est directement proportionnel à l'amplitude du rayon lumineux réfléchi par l'élément de surface imagé.
- E dépend fortement de l'angle α . Ce n'est donc que le centre de la lentille qui est utilisé afin d'assurer un éclairement sans atténuation du plan image.
- E ne dépend pas de z . L'éclairement d'un pixel sera le même et ne dépend que de l'orientation de la surface imagée par rapport à la source d'éclairage.
- Le paramètre $\frac{d}{p'}$ est appelé l'ouverture du diaphragme et s'exprime par un chiffre qui indique le rapport entre la distance focale de l'objectif et l'ouverture de l'iris de la caméra.

4.3 Grandeurs relatives aux matériaux

Prenons le cas d'une source lumineuse ponctuelle qui éclaire une scène. Les photons arrivent sur la scène, puis certains sont réémis.

Il est évident que la quantité de photons absorbés par la scène est directement liée aux spécificités du matériau.

4.3.1 L'albédo

L'albédo est le rapport entre l'émittance et l'éclairement. Cette grandeur est sans unité :

$$\rho(P) = \frac{M(P)}{E(P)} \quad (1.16)$$

L'albédo caractérise donc la capacité du matériau à réémettre les photons reçus. Soit le matériau réémet tout ce qu'il reçoit, auquel cas $\rho = 1$, soit il absorbe une partie des photons, et dans ce cas $0 < \rho < 1$, soit il absorbe tous les photons, et donc $\rho = 0$.

4.3.2 La réflectance

La réflectance est une grandeur qui caractérise la capacité du matériau à réémettre la lumière dans toutes les directions, et pour n'importe quel rayon incident. Elle représente le rapport entre la luminance élémentaire émise selon une direction (θ_e, ψ_e) , et l'éclairement élémentaire reçu dans la direction (θ_i, ψ_i) , c'est-à-dire que :

$$R(\theta_i, \psi_i, \theta_e, \psi_e) = \frac{dL_e(\theta_e, \psi_e)}{dE(\theta_i, \psi_i)} \quad (1.17)$$

Avec : (θ_e, ψ_e) : coordonnées sphériques du vecteur \vec{u}_e .

(θ_i, ψ_i) : coordonnées sphériques du vecteur \vec{u}_i .

5. Les modèles de réflexions

On se basant sur les propriétés physique de surfaces, on peut les subdiviser en surfaces lambertiennes, spéculaires, hybrides ou autres modèles de surfaces plus complexes. Pour mieux comprendre le problème SFS nous allons décrire dans la suite les modèles de réflectance ainsi que les propriétés de ce type de surfaces.

La lumière incidente sur la surface d'un objet donné peut subir différentes interactions avec celle-ci. Dans le cas d'une surface opaque, trois phénomènes entrent en concurrence pour donner à la matière l'apparence qu'on lui connaît : l'absorption, la réflexion - ou réflexion spéculaire - et la diffusion - encore appelée réflexion diffuse. La réflexion spéculaire se produit à la surface de l'objet. Il n'y a peu d'interaction de la lumière avec la matière de l'objet - et notamment ses pigments. La couleur de la lumière réfléchi est donc proche de la couleur de la lumière reçue. Au contraire, la diffusion a lieu plus en profondeur et la lumière émise est teintée de la couleur des pigments.

5.1 Modèle spéculaire

La réflexion est dite spéculaire lorsque le rayonnement réfléchi par la surface l'est dans une seule direction. Ce type de réflexion est régi par les lois Descartes, l'angle du rayonnement

réfléchi θ_r est donc le symétrique de celui du rayonnement incident θ_i par rapport à la normale (Figure 1.9). Une surface parfaitement spéculaire réfléchit les rayons lumineux comme peut le faire un miroir. Un grand nombre de surfaces possèdent à la fois une composante spéculaire et une composante Lambertienne. L'aspect spéculaire d'une surface correspond à une apparence brillante qui est variable selon la position d'observation. Ce type de surface possède une propriété un peu plus complexe à exprimer à partir du moment où elle ne dépend pas uniquement de l'angle entre la normale de la surface mais aussi de la position de l'observateur

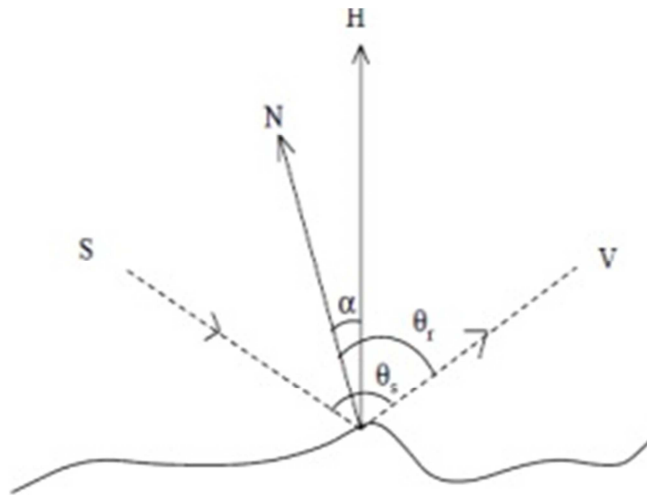


Figure 1.9 : Réflexion spéculaire

Il existe de nombreux modèles pour exprimer l'apparence spéculaire de la surface. Le modèle le plus simple est décrit par la l'équation suivante:

$$I_s = B\delta(\theta_s - 2\theta_r) \quad (1.18)$$

Où I_s est l'intensité de la composante spéculaire, B la longueur de la composante spéculaire, θ_s est l'angle entre la source lumineuse et l'obsetvateur et θ_r l'angle entre la normale à la surface et l'observateur.

5.2 Modèle lambertien

La réflexion diffuse s'applique à la majorité des objets de la vie courante. Ces objets, à l'apparence mate, émettent une luminance indépendante de la direction d'observation. Un exemple de ce type de réflexion est le modèle de Lambert. Une surface Lambertienne, ou

parfaitement diffuse est une surface pour laquelle l'intensité lumineuse perçue par un observateur est indépendante de la position d'observation. Ces surfaces apparaissent alors mates comme par exemple la pierre ou la peau.

La surface lambertienne peut être modélisée par l'équation suivante :

$$I_L = R(\vec{n}) = \rho I_0 \cos \theta_i \quad (1.19)$$

Où R est la fonction de réflectance, θ_i est l'angle entre la normale de la surface $\vec{n} = (n_x, n_y, n_z)$, le vecteur associé à la direction de lumière est noté $\vec{S} = (s_x, s_y, s_z)$, ρ l'albédo de la surface et I_0 l'intensité de la lumière incidente. Figure 1.10.

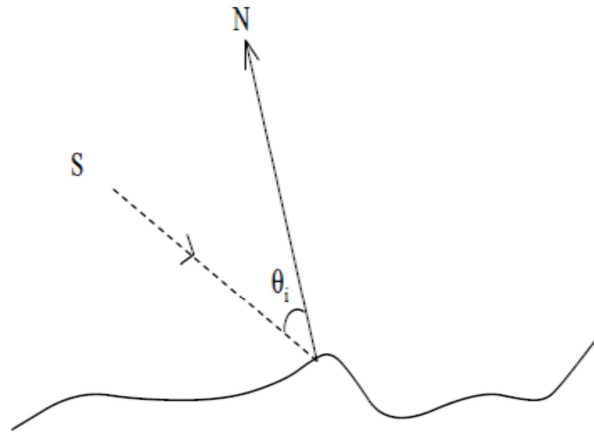


Figure 1.10 : Réflexion lambertienne

Si on prend le vecteur normal à la surface et la direction de la source lumineuse comme étant des vecteurs unitaires alors on peut simplement écrire :

$$I_L = R = \rho I_0 \vec{n} \cdot \vec{S} \quad (1.20)$$

5.3 La fonction de distribution de réflectance bidirectionnelle

Les directions de lumière sont définies dans un système de coordonnées locales à l'aide de deux angles, σ et τ , qui désignent respectivement l'angle polaire et azimutal.

Les quantités de lumière incidentes et réfléchies sont liées par la fonction de réflectance spectrale bidirectionnelle (en anglais : Bidirectional Reflectance Distribution Function : BRDF), introduite en radiométrie par Nicodemus [9] notée $f(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r)$, est utilisée pour modéliser les propriétés réfléchissantes d'un matériau. Cette fonction mesure la répartition de

l'énergie reçue en un point d'une surface en fonction de l'angle d'incidence. Elle est définie comme étant le rapport entre la luminance réfléchie par la surface et l'éclairement de celle-ci et vérifie la relation suivante :

$$f(\theta_i, \phi_i, \theta_r, \phi_r) = \frac{\delta L(\theta_i, \phi_i)}{\delta E(\theta_r, \phi_r)} \quad (1.21)$$

Avec $\delta L(\theta_i, \phi_i)$ la quantité de lumière incidente en direction (θ_r, ϕ_r) et $\delta E(\theta_r, \phi_r)$ est la radiance vue de la direction (θ_r, ϕ_r) .

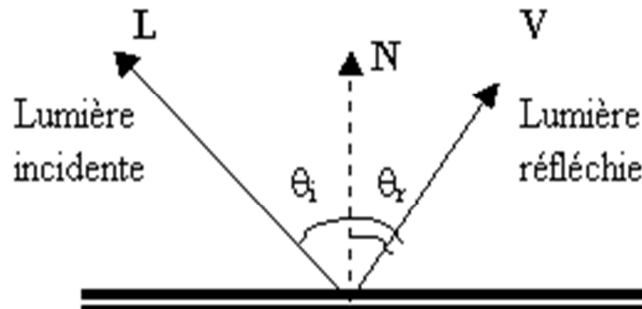


Figure 1.11 : la réflexion sur une surface de normale N

5.4 Définitions des angles (azimutal et élévation) :

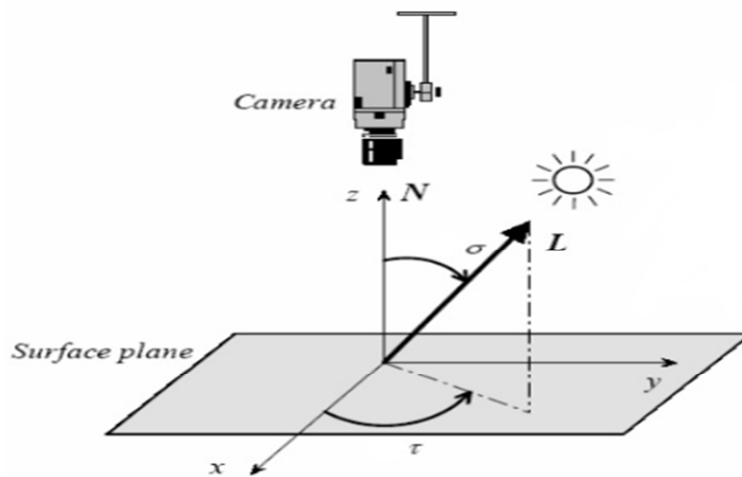


Figure 1.12 : Définitions des angles azimut et l'élévation

En coordonnées locales la direction de la lumière est caractérisée par les variables σ et τ qui désignent respectivement angle polaire σ « l'azimut » et l'angle d'observation τ « l'élévation » de la direction de la lumière incidente.

Quand la source lumineuse se déplace les deux angles varient.

5.5 La carte de réflectance

La carte de réflectance est un outil classique pour représenter la manière dont se reflète la lumière en fonction de la valeur de la normale. Les valeurs en entrée sont donc les deux composantes du vecteur normal. Généralement ces composantes sont exprimées à partir des dérivées partielles p et q de la hauteur $z(x,y)$.

Ainsi pour une direction de la lumière fixée à p_s et q_s , nous pouvons représenter par exemple la carte de réflectance d'une surface Lambertienne donnée par la fonction suivante (Figure 1.13) :

$$R(p, q) = \vec{n} \cdot \vec{l} = \frac{pp_s + qq_s + 1}{\sqrt{1+p^2+q^2} \sqrt{1+p_s^2+q_s^2}} \quad (1.21)$$

La carte de réflectance $R(p, q)$ permet donc de représenter les solutions possibles pour l'orientation de la surface. Elle peut être tracée comme une fonction 2D ou comme une simple fonction d'iso-contour, où chaque contour représente toutes les combinaisons possibles de p et q qui donnent la même intensité observée, comme on peut le voir sur la carte de réflectance présentée sur la figure 1.13. Pour une intensité donnée, la solution pour l'orientation de la surface est loin d'être unique. Le principe de reconstruction de surface de Shape From Shading consiste à trouver une solution parmi l'ensemble des solutions en appliquant des contraintes.

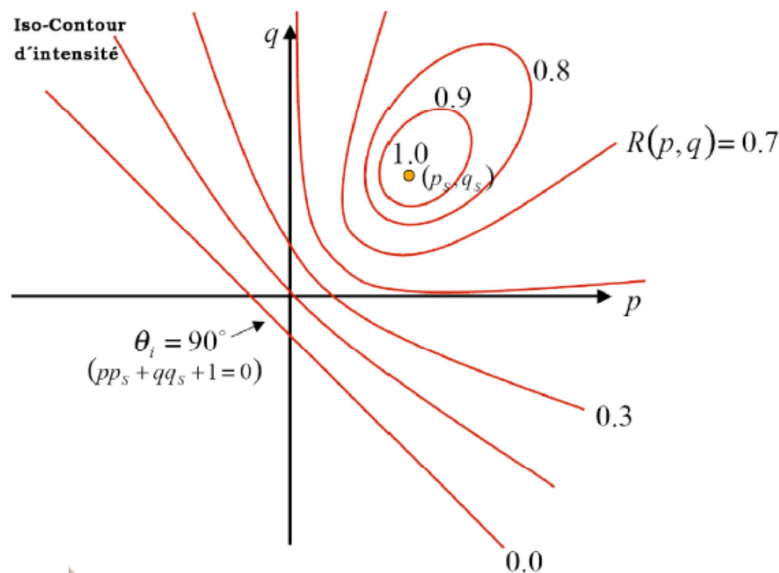


Figure 1.13: Exemple d'une carte de réflectance pour une surface lambertienne

Conclusion

Dans ce chapitre nous avons brièvement passé en revue le sujet de la reconstruction tridimensionnelle. Nous avons exposé les techniques de reconstruction d'une manière générale et le shape from shading en particulier.

Nous avons essayé de définir le processus de formation des images, nous avons commencé par introduire un certain nombre de définitions photométriques qui permettent de trouver la formulation mathématique permettant d'associer une image à un relief, cette formule est l'équation fondamentale du SFS. La modélisation de ce problème ainsi que le principe de calcul de relief d'une scène à partir d'une seule image sera détaillé dans le chapitre suivant.

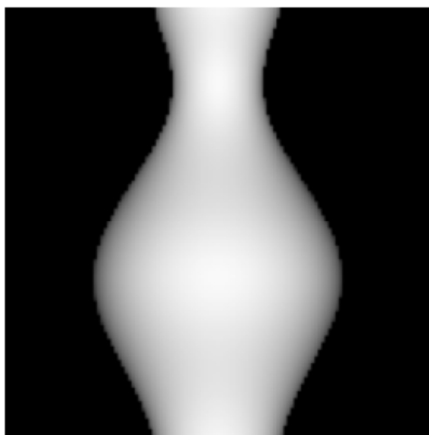
1. Introduction

La reconstruction tridimensionnelle à partir d'une image ou photoclino-métrie, encore connue sous le terme Shape From Shading (SFS) est une technique de reconstruction 3D à partir des ombres dont le principe a été établi par Horn [3]. Cette technique consiste à retrouver le relief d'une scène à partir d'une seule photographie de cette scène, en exploitant les ombres. Le terme ombrage (Shading) désignent l'ensemble des phénomènes à cause desquels un même élément de surface matérielle apparaît plus ou moins clair sur une photographie.

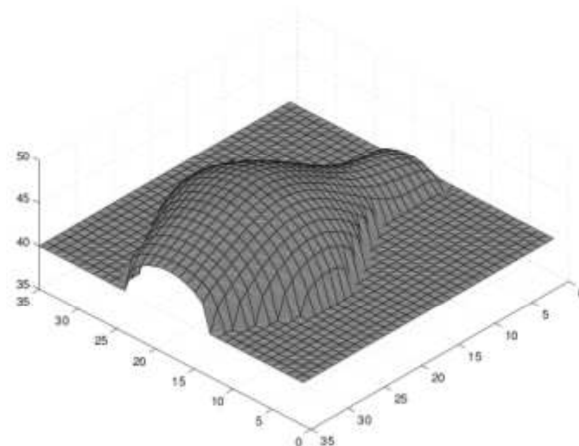
2. Shape From Shading

2.1. Formulation du problème

Le shape from shading (SFS), consiste à reconstruire le relief (shape) d'une scène à partir d'une seule image en niveau de gris, grâce à l'analyse de ses « ombres propres » (shading). Son principe est schématisé sur la *figure II.1*. La donnée est une image en niveaux de gris ; on cherche l'altitude de chaque point de la surface de la scène.



(a)-Image de départ



(b)-Relief reconstruit

Figure 2.1 : Illustration de problème du Shape From Shading

Ce problème a été formulé par Berthold KP Horn en 1970, et ce pour trouver des solutions de l'équation aux dérivées partielles du premier ordre non linéaire appelée équation de luminance sous certaines hypothèses sur les scènes. C'est lui également qui a utilisé le terme "shape from shading". Et à partir des travaux de Horn, beaucoup d'efforts ont été déployés pour résoudre ce problème.

2.2 Les hypothèses du Shape From Shading

Le problème du SFS étant relativement complexe, il est d'usage de le simplifier grâce à un certain nombre d'hypothèses. La plupart des méthodes que nous allons voir par la suite font un grand nombre d'hypothèses pour la reconstruction. Ces hypothèses concernent la scène, la source lumineuse et l'appareil photographique, comme cela est rappelé dans [5].

Hypothèses concernant la scène :

- **H1** - La réflectance, qui décrit la manière dont la scène réémet la lumière, est uniforme. Cette hypothèse sous-entend donc, en particulier, que l'albédo (fraction d'énergie lumineuse réémise) est uniforme.
- **H2** - Le matériau est lambertien

Hypothèses concernant la source lumineuse :

- **H3** - La source lumineuse est unique et son flux est parallèle et uniforme, donc il peut être décrit, en direction et en densité, par un vecteur \vec{S}
- **H4** - Les réflexions multiples sont négligeables.
- **H5** - L'éclairage est « frontal », c'est-à-dire que $\vec{S} = (0, 0, -S)$

Hypothèses concernant l'appareil photographique :

- **H6** - L'image est nette et les aberrations de l'objectif sont négligeables.
- **H7** - La réponse du récepteur photosensible est linéaire.
- **H8** - L'angle de champ α vérifie $\alpha \ll 1$, pour tous les points visibles de la scène.
- **H9** - L'effet de perspective est négligeable.

3. Modélisation photométrique du shape from shading

Une projection décrit la relation entre la surface et l'image de cette surface. Ainsi, l'hypothèse concernant le type de projection est importante pour résoudre le problème SFS.

Dans cette partie, nous allons donner les équations qui permettent la modélisation de problème du shape from shading. Dans un premier temps, nous rappellerons cette mise en équation dans le cas classique du SFS (projection orthogonale), puis nous donnerons la nouvelle modélisation obtenue avec un modèle de prise de vue perspectif.

❖ Notations :

Dans la suite de notre travail, nous allons adopter les notations suivantes, illustrées sur la *figure 2.2*

Notations relatives à la scène :

I : Intensité de la source lumineuse,

\vec{n}_s : vecteur directeur unitaire de la source lumineuse,

M : point à la surface de l'objet de coordonnées (X, Y, Z) dans le repère scène,

\vec{u} : normale à la surface (vecteur unitaire),

ρ : albédo de la surface de la scène.

Notations relatives à la caméra :

C : centre optique,

$(\vec{\Omega}; \vec{u}, \vec{v})$: repère image,

$(C; \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$: repère caméra,

p' : distance du centre optique au plan image,

f : distance focale,

d : diamètre de la pupille d'entrée,

p_0 : point principal de coordonnées (u_0, v_0) dans le repère image,

ku : dimension verticale du pixel,

kv : dimension horizontale du pixel,

θ : angle entre les vecteurs \vec{u} , \vec{v} (skew factor),

m : point image projeté du point scène M par la projection centrale de centre C , ayant pour coordonnées (x,y) dans le repère caméra et (u,v) dans le repère image,

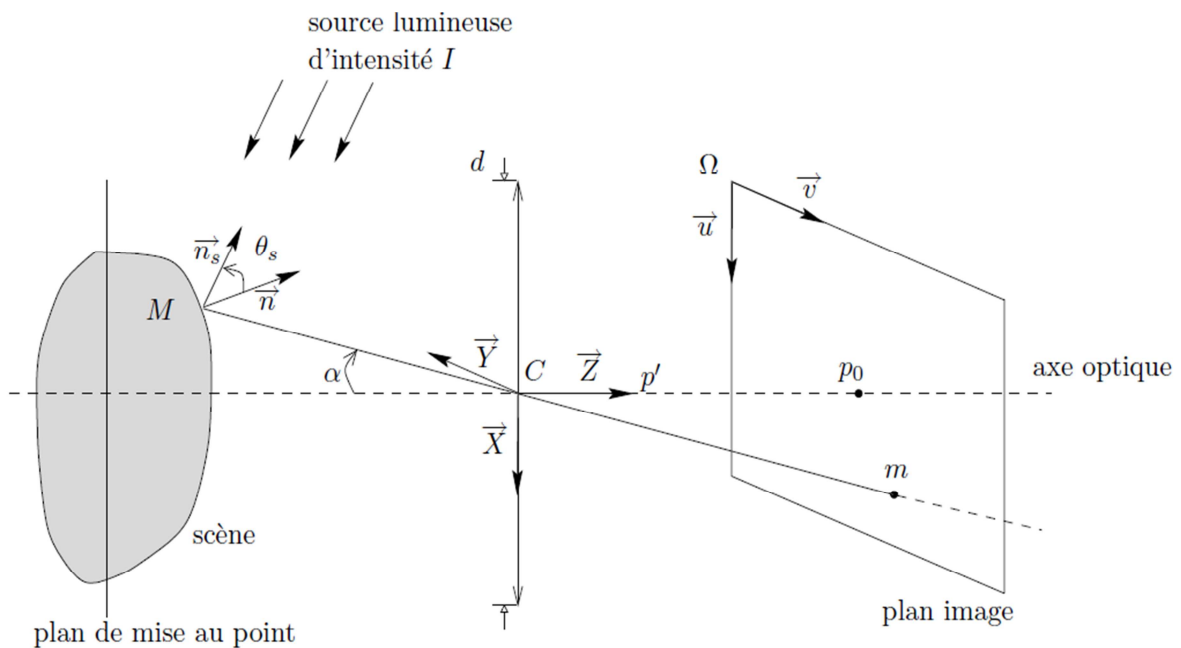
α : angle d'un rayon lumineux par rapport à l'axe optique.

3.1 Modélisation orthographique du SFS

Le modèle de caméra habituellement utilisé est la modèle orthographique. Ce modèle présente l'avantage d'être simple à utiliser, mais dans certain cas ce modèle peut s'avérer mal adapté et peut être à l'origine de certains défauts dans le modèle de reconstruction.

Sous les hypothèses que nous avons énoncées ci-dessus, considérons l'équation fondamentale du SFS, dite « équation d'irradiance » :

$$E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{p'}\right)^2 \cos^4 \alpha L \tag{2.1}$$



Figur2.2 : Schéma d'un montage photographique

Dans la modélisation classique du SFS, le modèle de projection est orthogonal, ce qui signifie que $\alpha = 0$. Donc on peut écrire plus simplement :

$$E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{p'} \right)^2 L \quad (2.2)$$

De plus, comme la surface est lambertienne, et que la source lumineuse ponctuelle est située à l'infini, nous pouvons exprimer la luminance L de la surface, en un point M quelconque de l'objet, et dans une direction quelconque par l'équation :

$$L = \frac{\rho}{\pi} I (\vec{n} \cdot \vec{n}_s) \quad (2.3)$$

En remplaçant cette expression de L dans l'équation (2.2), on obtient immédiatement :

$$E = \frac{\rho}{4} \left(\frac{d}{p'} \right)^2 I (\vec{n} \cdot \vec{n}_s) \quad (2.4)$$

Or, ρ , d , p' et I sont des constantes (ces valeurs ne dépendent pas du point M).

Notons : $k = \frac{\rho}{4} \left(\frac{d}{p'} \right)^2 I$

De plus, Comme \vec{n}_s est unitaire, on a $(\vec{n}, \vec{n}_s) = \cos\theta_s$, on obtient donc :

$$E = K \cos\theta_s \quad (2.5)$$

La façon dont la lumière se réfléchit sur la surface dépend de la normale de la surface. L'orientation de la normale peut être définie de différentes façons. La première représentation la plus habituelle est de définir l'orientation par un vecteur défini par ses trois coordonnées dans l'espace.

Une autre représentation possible est obtenue en considérant la surface comme une fonction d'élévation $z(x,y)$. Dans ce cas, il est possible d'exprimer l'orientation de la surface à partir des dérivées partielles des hauteurs z dans les directions x et y :

Soit x , y les variables d'espace décrivant l'objet et z la profondeur.

$$p = \frac{\partial z(x,y)}{\partial x} \text{ et } q = \frac{\partial z(x,y)}{\partial y} \quad (2.6)$$

Les paramètres p et q décrivent le gradient selon l'horizontale et selon la verticale de la surface externe de l'objet au point (x, y) . Le vecteur normal unitaire de la surface noté \vec{n} (normale sortante de norme 1), est alors défini en chaque point de la surface et a pour coordonnées :

$$\vec{n} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \begin{pmatrix} -p \\ -q \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

Ainsi pour une source lumineuse située à l'infini, l'angle que forme la normale en un point de la surface avec la direction de la lumière incidente $\vec{n}_s(p_s, q_s, 1)$ est donné par :

$$\cos\theta_s = \frac{pp_s+qq_s+1}{\sqrt{1+p^2+q^2} \sqrt{1+p_s^2+q_s^2}} \quad (2.8)$$

Pour une source lumineuse L située à une position dans l'espace (l_x, l_y, l_z) , on obtient l'expression suivante :

$$\cos\theta_s = \frac{(x-l_x)p+(y-l_y)q-(z(x,y)-l_z)}{\sqrt{1+p^2+q^2} \sqrt{1+(x-l_x)^2+(y-l_y)^2+(z(x,y)-l_z)^2}} \quad (2.9)$$

Si le niveau de gris de l'image de la surface observée est représenté par la fonction $E(x, y)$, alors la formulation mathématique de shape from shading est donnée par l'équation d'irradiance [3] :

$$R(\vec{n}) = E(x, y) \quad (2.10)$$

Où R est une fonction appelée fonction de réflectance [3]. Cette fonction est a priori inconnue, sans sa connaissance on ne peut pas aller plus loin dans la résolution de l'équation d'irradiance.

Dans la suite nous allons voir un cas particulier où l'expression de R est précise.

Equation d'eikonale

La fonction de réflectance bidirectionnelle $R(\vec{E}, \vec{O}, \vec{N})$, fonction de l'angle d'éclairage \vec{E} , de l'angle d'observation \vec{O} et de la normale locale \vec{N} à l'objet, s'écrit, dans le cas d'un éclairage et d'une observation frontaux, sous la forme :

$$R(\vec{E}, \vec{O}, \vec{N}) = R(\vec{N}) = R(\vec{S}) \tag{2.11}$$

A ce point, on choisit généralement une loi de réflectance bidirectionnelle particulière, le plus souvent celle d'un matériau parfaitement diffusant (réflexion lambertienne), régie par la formule :

$$R(\vec{n}) = K|\vec{n}_s \cdot \vec{n}| \tag{2.12}$$

Où k est une constante qui dépend des caractéristiques de l'observateur et de « l'albédo » de la surface.

Si la surface est éclairée de face (*hypothèse H2*), alors on a :

$$\vec{S} = S \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Avec cette nouvelle hypothèse (*H2*) surface est éclairée de face, on trouve facilement que le maximum des niveaux de gris E_{max} sur l'image sera atteint pour les points de la scène où la normale \vec{n} est colinéaire au vecteur pointant vers la source lumineuse \vec{n}_s , c'est-à-dire lorsque $\theta_s = 0$. Ces points sont appelés des « points singuliers ».

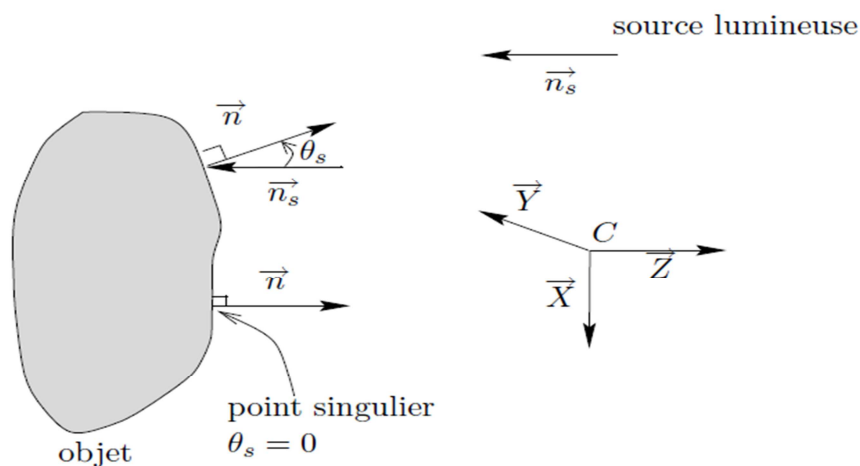


Figure 2.3. : Hypothèses supplémentaire : éclairage de face.

Dans le cas où la scène comporte au moins un point singulier, ce que nous supposons, on trouve, grâce à l'équation (2.5), que $K = E_{max}$ (s'il n'y avait aucun point singulier, alors on aurait seulement $(K > E_{max})$). De plus, \vec{n} a pour coordonnées $\frac{1}{\sqrt{p^2+q^2+1}} (-p - q \ 1)^t$.

dans le repère $(C; \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$, donc on peut écrire :

$$\cos\theta_s = \frac{1}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \quad (2.14)$$

En remplaçant cette valeur de $\cos\theta_s$ dans (2.5), on obtient :

$$R(p, q) = \frac{E_{max}}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = E(x, y) \quad (2.15)$$

Cette équation est appelée équation de luminance, L'objectif est donc de retrouver une surface telle que ces normales vérifient l'équation de luminance. Cette dernière signifie simplement que la luminance calculée à partir des normales de la surface doit être égale à l'intensité de l'image source $E(x, y)$.

La résolution de cette équation dans le domaine continu consiste à trouver en tout point (x, y) d'un domaine $\Omega \subset \mathfrak{R}^2$, les fonctions $z(x, y)$ qui sont solution de l'équation d'Eikonale:

$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{E_{max}}{E(x,y)}\right)^2 - 1 \quad (2.16)$$

La résolution de cette équation dépend essentiellement de :

- 1- L'ensemble fonctions dans lesquelles on cherche la solution
- 2- Des conditions aux limites, parmi ces conditions on peut citer
 - Conditions aux limites de types Dirichlet : l'altitude z est connue sur la frontière du domaine de reconstruction.
 - Conditions aux limites de types Neumann : le gradient d'altitude est connu sur la frontière du domaine de reconstruction.

3.2 Modélisation perspective du SFS

Le SFS classique a été développé sous l'hypothèse d'une projection orthographique, cependant, cette hypothèse n'est pas valide quand l'objet est loin de la camera ce qui cause beaucoup d'erreurs de reconstruction dans des applications réelles. Ainsi pour se rapprocher de la

réalité une autre alternative consiste à modéliser l'appareil photographique par une projection perspective.

Pour trouver une modélisation du SFS qui prenne en compte la perspective, nous allons repartir de l'équation fondamentale de l'irradiance :

$$E = \frac{\pi}{4} \left(\frac{d}{p}\right)^2 \cos^4 \alpha L. \tag{2.17}$$

En remplaçant L par son expression (2.3) dans l'équation (2.17), on obtient immédiatement :

$$E = \frac{\rho}{4} \left(\frac{d}{p}\right)^2 I \cos^4 \alpha (\vec{n} \cdot \vec{n}_s) \tag{2.18}$$

Or ρ, d, p' et I sont des constantes (puisque ces valeurs ne dépendent pas du point M). Notons

$$K' = \frac{\rho}{4} \left(\frac{d}{p}\right)^2 I \tag{2.19}$$

De plus, comme \vec{n}_s est unitaire, on a $(\vec{n} \cdot \vec{n}_s) = \cos \theta_s$, on obtient donc :

$$E = K' \cos^4 \alpha \cos \theta_s \tag{2.20}$$

En raisonnant de la même façon que dans le cas classique, supposons que l'éclairage soit un éclairage de face (figure 2.2), c'est-à-dire que $\vec{n}_s = (0 \ 0 \ -1)^t$. Si on suppose que la scène comporte au

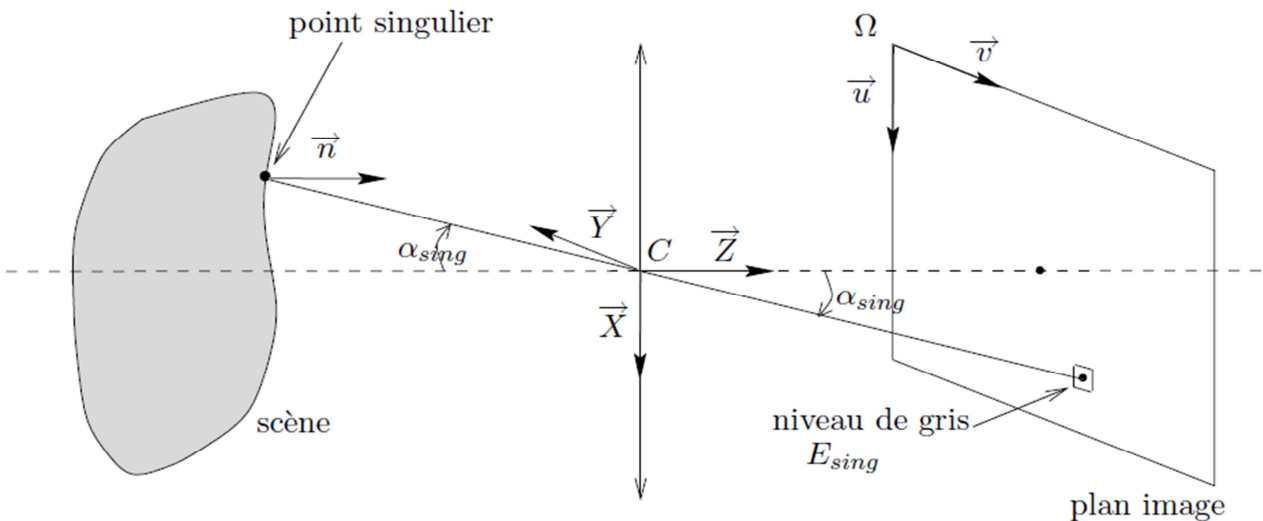


Figure 2.4 : Notations relatives à un point singulier quelconque.

moins un point singulier, et si l'on note, conformément à la figure 2.3, E_{sing} le niveau de gris d'un pixel de l'image correspondant à un point singulier de la scène, et α_{sing} l'angle entre l'axe optique et le rayon optique issu de ce même point singulier, on trouve :

$$K' = \frac{E_{sing}}{\cos^4 \alpha_{sing}} \quad (2.21)$$

Par analogie avec le modèle de projection orthogonale, notons plus simplement $E'_{max} = K'$. Il vient alors grâce à (2.6), l'équation que nous appellerons par la suite « équation de l'eikonale augmentée » :

$$p^2 + q^2 = \left(\frac{E'_{max} \cos^4 \alpha}{E} \right)^2 - 1 \quad (2.22)$$

Cette équation est appelée équation de l'eikonale perspective est c'est une équation d'Hamilton-Jacobi du premier ordre. Cependant, elle fait apparaître les paramètres internes de l'appareil photographique (les paramètres intrinsèques).

Si on fait que le modèle de projection est orthogonal, alors α devient nul, et donc $\cos \alpha$ égal à 1, ce qui donne l'équation de l'eikonale classique. Cette modélisation perspective est donc cohérente avec la modélisation classique du SFS. Cependant la nouvelle équation (2.22), il apparait deux termes supplémentaires : $\cos^4 \alpha$ et E'_{max} .

Malgré sa ressemblance avec l'équation de l'eikonale, on peut s'attendre à ce que l'équation de l'eikonale perspective soit plus compliquée à résoudre. Donc intéressons nous sur le cas classique dans le cadre de ce mémoire « la projection orthographique » en prenant en compte l'hypothèse H9.

Conclusion

Le Shape From Shading est un problème de monovision, dont on cherche le relief de la scène à la fois éclairée par les sources lumineuses et visible par l'appareil photo (ou par l'observateur). Mais, en général, on ne connaît ni la position, ni les caractéristiques photométriques des sources lumineuses. Le problème majeur du SFS est qu'il nécessite beaucoup d'hypothèses ce qui le rend donc peu fiables, ce qui nous éloigne de l'objectif idéal, qui serait de pouvoir reconstruire le relief d'une scène réelle quelconque.

Une autre difficulté du Shape From Shading consiste tout d'abord à s'assurer de l'existence des solutions, puis de leur nombre, enfin de proposer des algorithmes pour les calculer. Malheureusement tous ces problèmes sont aujourd'hui encore mal résolus.

Dans les deux cas de la modélisation du SFS, nous avons obtenu des équations complexes et difficiles à résoudre. La difficulté de ces équations consiste tout d'abord à s'assurer de l'existence des solutions de ce problème, puis de leur nombre, enfin de proposer des algorithmes pour les calculer. Malheureusement tous ces problèmes sont aujourd'hui encore mal résolus.

1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les différentes méthodes permettant de résoudre le problème du shape from shading données dans le chapitre précédent. Cependant, nous n'allons pas faire une analyse exhaustive de l'ensemble des techniques de Shape From Shading. Il existe en effet plusieurs travaux qui donnent un bon état de l'art des différentes techniques. Dans deux états de l'art récents [6], [5] ces méthodes sont regroupées en trois classes: méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles, les méthodes de résolution par optimisation et les méthodes de résolution par approximation de l'équation de luminance.

2. Aperçu des différentes méthodes de résolution SFS

2.1 Méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles

La première classe regroupe quelques méthodes classiques de résolution des équations aux dérivées partielles.

2.1.1 Lignes caractéristiques et courbes de niveau

La première mention de reconstruction tridimensionnelle utilisant une information photométrique est due à l'astronome Van Diggelen [7]. La résolution du problème a été suggérée par Rindfleisch [8], à l'aide de la méthode des lignes caractéristiques, qui consiste dans le cas d'une image de la Lune à exprimer le relief par une intégrale le long d'un faisceau de lignes droites convergentes. Plus tard, Horn, à qui l'on doit le terme de « shape from shading », a généralisé cette méthode [6]. Le problème inhérent de toutes ces méthodes de résolution de proche en proche est l'accumulation des erreurs. L'exactitude des conditions aux limites.

Par ailleurs, un certain nombre de problèmes doivent être résolus, comme le croisement des lignes caractéristiques [5] ou la présence de trous dans l'image [6].

Notons que la méthode des lignes caractéristiques a surtout été utilisée à des fins théoriques [9], pour calculer le nombre de solutions de classe C^2 de l'équation de l'eikonale [10], [11], [12], qui évite les problèmes de topologie (croisements des lignes, trous), consiste à calculer des courbes de niveau.

2.1.2 Approximation des solutions de viscosité

La recherche des solutions de viscosité de l'équation de l'eikonale a été effectuée pour la première fois dans [13]. Plusieurs méthodes d'approximation de ces solutions ont été proposées dans le cadre de la résolution du SFS, utilisant des schémas aux différences finies [13], [14], [15], des schémas semi-lagrangiens [16] ou des chaînes de Markov [17]. Le problème de ces méthodes étant l'unicité de la solution, il est de coutume d'ajouter une information a priori sur la scène, comme par exemple la connaissance de l'altitude en chacun des points singuliers de l'image [14].

En l'absence de connaissance a priori sur la scène, la notion de solution de viscosité maximale, introduite dans [16], [18], permet d'assurer l'unicité de la solution.

2.2 Méthodes de résolution par optimisation

La deuxième classe regroupe les méthodes de résolution utilisant le principe général de l'optimisation.

Elles diffèrent par les choix des inconnues, de la fonctionnelle à minimiser et de la méthode d'optimisation.

2.2.1 Choix des inconnues

La première difficulté rencontrée dans le problème SFS est le choix des inconnues. L'inconnu du problème SFS est l'altitude z mais il est rarement utilisé. Les inconnues les plus utilisées dans la littérature sont les dérivées partielles p et q de la fonction d'altitude z [19], [20], [21], [22]. Choisir z comme inconnue peut paraître plus naturel [23]. Cependant, il a été montré que ce choix pose des problèmes de convergence et de lenteur [21]. Si l'on suppose que z est de classe C^2 , le fait de choisir (p, q) comme inconnues permet de rajouter comme contrainte l'égalité de Schwartz $\frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial q}{\partial x}$. D'autres choix d'inconnues ont été proposées, comme par exemple le triplet (z, p, q) [24], [25], les coordonnées stéréographiques de la normale qui présentent l'avantage d'être bornées, contrairement à (p, q) , ou encore la normale.

Remarquons que, même si on ne la choisit pas comme inconnue, le calcul de la fonction z reste l'objectif final.

2.2.2 Choix d'une fonctionnelle

Une fois que les inconnues du problème ont été choisies, il reste à exprimer le problème du SFS sous la forme d'une fonctionnelle à minimiser, qui est souvent une combinaison de trois termes : attache aux données, intégrabilité et lissage. Une bonne étude des différentes combinaisons possibles est menée dans. Plusieurs propositions [19], [20] ont été faites pour discrétiser ces fonctionnelles. Mis à part dans [22], [29] où l'intégrabilité de la solution est imposée à chaque pas, le problème comporte un ou deux paramètres, qui sont le facteur d'intégrabilité et le facteur de lissage.

Dans [23], [24], le terme de lissage est variable, et décroît en même temps que l'erreur, afin de ne pas trop lisser la solution. Dans [21], [25], l'utilisation simultanée de ces deux paramètres permet de rendre le problème bien posé, même en l'absence de condition aux limites [30].

La fonctionnelle doit être contrainte de différentes façons :

La contrainte de luminosité

La contrainte de lissage

2.2.3 Choix de l'énergie

Ce choix est basé sur des méthodes de minimisation d'énergie. Le principe est de minimiser une énergie globale. Cette énergie mesure l'erreur entre l'intensité lumineuse de l'image et celle calculée à partir de la carte de réflectance et des normales de la surface. Par exemple, cette contrainte de luminance peut être exprimée de la façon suivante :

$$\iint (E - R)^2 dx dy \quad (3.1)$$

avec E mesurant l'intensité mesurée sur l'image source et R la réflectance estimée à partir de la fonction de réflectance. D'autres énergies sont fréquemment utilisées afin d'ajouter des contraintes pour la résolution et la convergence de la reconstruction. Par exemple minimiser la quantité suivante :

$$\iint (p_x^2 + p_y^2 + q_x^2 + q_y^2) dx dy \quad (3.2)$$

avec p_x, p_y, q_x, q_y représentant les dérivées partielles de p et q dans les directions x et y . D'autres énergies utilisent aussi l'intégrabilité de la surface en minimisant la quantité :

$$\frac{\partial z(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial z(x,y)}{\partial y} \quad (3.3)$$

2.2.4 Choix d'une méthode d'optimisation

Deux stratégies peuvent être adoptées pour minimiser la fonctionnelle choisie [25] : la première consiste à minimiser directement la fonctionnelle, la seconde à résoudre les équations d'Euler qui lui sont associées. De par sa facilité d'implémentation et sa rapidité, et même si elle peut diverger [35], la deuxième stratégie est la plus souvent utilisée [19], [20], [22], [24], [26]. Deux méthodes de minimisation directes fondées sur l'algorithme du gradient conjugué ont été proposées [23], [25], mais la convergence n'est pas garantie, contrairement à la méthode proposée dans [21], qui utilise un algorithme de descente de gradient classique. L'inconvénient de ce type de méthodes est que, très souvent, le minimum obtenu est un minimum local, ce qui rend l'initialisation primordiale. Afin de pallier ce problème, des algorithmes d'optimisation stochastique ont été utilisés : recuit simulé [31] ou algorithmes génétiques [33].

2.3 Méthodes de résolution par approximation de l'équation de luminance

Il existe une troisième classe de méthodes de résolution du SFS, qui consistent à utiliser une approximation de l'équation de luminance. Ces méthodes ont été classées dans [5] en deux sous-classes : les méthodes locales et les méthodes linéaires.

2.3.1 Méthodes locales

Les méthodes locales consistent à calculer la normale en chaque point de la surface, indépendamment des normales aux points voisins. Par exemple, Lee et Rosenfeld calculent les normales de la surface à partir des dérivées partielles des intensités de l'image [37]. D'autres méthodes supposent que le relief est localement sphérique [36], [38] ou localement cylindrique [39]. Une des conséquences de cette hypothèse très forte est que les normales calculées ne sont généralement pas intégrables. Il en résulte que les reliefs reconstruits sont de qualité moyenne.

2.3.2 Méthodes linéaires

La résolution locale du *shape from shading* par approximation linéaire consiste à transformer le problème non linéaire en un problème linéaire, en linéarisant la fonction de réflectance à l'aide

d'un développement limité du premier ordre. L'idée est bien basée sur l'hypothèse que les termes d'ordres faibles dans le développement limité dominant. Par conséquent, ces méthodes ne peuvent fonctionner correctement que sous cette hypothèse. Deux méthodes de résolution locale par approximation linéaire ont paru dans la littérature : celle de Pentland et celle de Tsai et Shah.

4. Application des méthodes linéaire

4.1 Les conditions aux limites

Les différentes modélisations du SFS sont toutes des équations aux dérivées partielles (équations d'Hamilton-Jacobi) du premier ordre, l'inconnue étant la fonction d'altitude. Mais, même si l'inconnue est supposée parfaitement régulière, la résolution est un problème mal posé en l'absence de condition aux limites. Le plus sûr moyen de le rendre bien posé consiste à rajouter une connaissance a priori sur l'altitude aux bords (condition de Dirichlet) ou sur son gradient (condition de Neumann), mais une telle connaissance n'est généralement pas disponible pour des images réelles. Par ailleurs, les méthodes de résolution par optimisation ou par approximation de l'équation de luminance peuvent se passer de condition aux limites [5].

4.2 Approche linéaire de Pentland

Pentland [4] propose une deuxième approche pour résoudre le problème du *shape from shading*, qui utilise une approximation linéaire de la fonction de réflectance en p et q . Dans le cadre des hypothèses H_1 et H_3 , la fonction de réflectance peut être exprimée de la façon suivante :

$$R(p, q) = KS \frac{-\cos \sigma_s + p \cos \tau_s \sin \sigma_s + q \sin \tau_s \sin \sigma_s}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \quad (3.4)$$

Où τ_s et σ_s désignent respectivement l'azimut et l'élévation de la direction de la lumière incidente. En faisant un développement limité de la fonction de réflectance (3.1) en $p = p_0$ et $q = q_0$, et en négligeant les termes d'ordres strictement supérieurs à 1, on obtient l'approximation suivante :

$$R(p, q) = R(p_0, q_0) + (p - p_0) \frac{\partial R(p_0, q_0)}{\partial p} + (q - q_0) \frac{\partial R(p_0, q_0)}{\partial q} \quad (3.5)$$

On montre assez facilement que l'égalité (3.2) peut être réécrite, en négligeant les termes d'ordres strictement supérieurs à 1 :

$$R(p, q) = E_{max}(-\cos\sigma_s + p \cos\tau_s \sin\sigma_s + q \sin\tau_s \sin\sigma_s) \quad (3.6)$$

L'équation de luminance s'écrit donc :

$$-\cos\sigma_s + p \cos\tau_s \sin\sigma_s + q \sin\tau_s \sin\sigma_s = \frac{E(x,y)}{E_{max}} \quad (3.7)$$

En calculant la transformée de Fourier des deux membres de l'équation (3.4), et en utilisant les identités suivantes :

$$\left(TF \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial x} \right]_{(w_x, w_y)} = (-iw_x) TF[z(x, y)]_{(w_x, w_y)} \right. \quad (3.8)$$

$$\left. TF \left[\frac{\partial z(x,y)}{\partial y} \right]_{(w_x, w_y)} = (-iw_y) TF[z(x, y)]_{(w_x, w_y)} \right) \quad (3.9)$$

On obtient :

$$TF \left[\frac{E(x,y)}{E_{max}} \right]_{(w_x, w_y)} = (-iw_x) TF[z(x, y)]_{(w_x, w_y)} + \cos\tau_s \sin\sigma_s (-iw_y) TF[z(x, y)]_{(w_x, w_y)} \sin\tau_s \sin\sigma_s \quad (3.10)$$

D'où :

$$TF[z(x, y)]_{(w_x, w_y)} = \frac{TF \left[\frac{E(x,y)}{E_{max}} \right]_{(w_x, w_y)}}{(-iw_x) \cos\tau_s \sin\sigma_s + (-iw_y) \sin\tau_s \sin\sigma_s} \quad (3.11)$$

On trouve $z(x, y)$ en calculant la transformée de Fourier inverse des deux membres de l'équation (3.8). Comme cela est signalé par Pentland [36], lorsque la surface est vue et éclairée de face, les termes quadratiques du développement limité de la fonction de réflectance deviennent dominants. Dans ce cas, le relief reconstruit ne sera pas cohérent avec l'image.

4.2 Approche linéaire de Tsai et Shah (TS)

Tsai et Shah [44] proposent une méthode de résolution locale par approximation linéaire. Cette approche emploie une approximation linéaire de la fonction de réflectance, ainsi que des approximations discrètes de p et q par des différences finies, dans le but de linéariser la fonction de réflectance en z . dans notre étude on s'intéresse uniquement sur les surfaces Lambertiennes.

La fonction de réflectance pour la surface lambertienne est modélisée comme suit :

$$E(x, y) = R(p, q) = \frac{1+pp_s+qq_s}{\sqrt{1+p^2+q^2}\sqrt{1+p_s^2+q_s^2}} \quad (3.12)$$

$$= \frac{\cos\sigma+p \cos\tau \sin\sigma+q \sin\tau \sin\sigma}{\sqrt{1+p^2+q^2}} \quad (3.13)$$

Où $E(x, y)$ est le niveau de gris en pixel (x, y) ,

$$P = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad (3.14)$$

$$p_s = \frac{\cos\tau \sin\sigma}{\sin\sigma}, \quad q_s = \frac{\sin\tau \sin\sigma}{\cos\sigma} \quad (3.15)$$

Où τ est l'angle polaire, σ est l'angle azimutal.

L'équation d'irradiance est donnée comme suit :

$$E(x, y) = R(p, q) \quad (3.16)$$

Qui peut être écrite sous forme :

$$E(x, y) - R(p, q) = 0 \quad (3.17)$$

On remplace p et q par leur approximation linéaire en utilisant les différences finies :

Cette approximation ne sera probablement pas très robuste au bruit, mais c'est celle qui a été utilisée par Tsai et Shah pour les images de synthèse non bruitées.

$$P = \frac{\partial z(x,y)}{\partial x} = Z(x, y) - Z(x - 1, y) \quad (3.18)$$

$$q = \frac{\partial z(x,y)}{\partial y} = Z(x, y) - Z(x, y - 1) \quad (3.19)$$

Alors l'équation de la carte de réflectance (équation 3.14), peut être réécrite :

$$f(E(x, y), Z(x, y), Z(x - 1, y), Z(x, y - 1)) = 0$$

$$E(x, y) - R(Z(x, y) - Z(x - 1, y), Z(x, y) - Z(x, y - 1)) = 0 \quad (3.20)$$

En utilisant les séries de Taylor pour une carte de profondeur donnée Z^{n-1} , on obtient les équations suivantes :

$$\begin{aligned} 0 &= f(E(x, y), Z(x, y), Z(x - 1, y), Z(x, y - 1)) \\ &\approx f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) + [(Z(x, y) - Z^{n-1}(x, y))] \\ &\quad * \frac{\partial}{\partial Z(x, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1))] \\ &\quad + [(Z(x - 1, y) - Z^{n-1}(x - 1, y))] \\ &\quad * \frac{\partial}{\partial Z(x-1, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1))] \\ &\quad + [(Z(x, y - 1) - Z^{n-1}(x, y - 1))] \\ &\quad * \frac{\partial}{\partial Z(x, y-1)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1))] \end{aligned} \quad (3.21)$$

L'équation (3.18) peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} &\frac{\partial}{\partial Z(x-1, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) * Z(x - 1, y) \\ &+ \frac{\partial}{\partial Z(x, y-1)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) * Z(x, y - 1) \\ &+ \frac{\partial}{\partial Z(x, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) * Z(x, y) \\ &= -f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) \\ &\quad + (Z^{n-1}(x, y)) * \frac{\partial}{\partial Z(x, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) \\ &\quad + (Z^{n-1}(x - 1, y)) * \frac{\partial}{\partial Z(x-1, y)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) \\ &\quad + (Z^{n-1}(x, y - 1)) * \frac{\partial}{\partial Z(x, y-1)} f(E(x, y), Z^{n-1}(x, y), Z^{n-1}(x - 1, y), Z^{n-1}(x, y - 1)) \end{aligned} \quad (3.22)$$

L'équation (3.19) peut être réécrite sous la forme matricielle comme suit :

$$(0, \dots, a_{x,y,-1}, 0, \dots, a_{x-1,y}, a_{x,y}, 0, \dots) \begin{pmatrix} Z_{1,1} \\ \vdots \\ Z_{x,y} \\ \vdots \\ Z_{n,n} \end{pmatrix} = b_{x,y} \quad (3.23)$$

Où :

$$a_{x,y} = \frac{\partial}{\partial z(x,y)} f(E(x,y), Z^{n-1}(x,y), Z^{n-1}(x-1,y), Z^{n-1}(x,y-1))$$

Et

$$\begin{aligned} b_{x,y} = & -f(E(x,y), Z^{n-1}(x,y), Z^{n-1}(x-1,y), Z^{n-1}(x,y-1)) \\ & + (Z^{n-1}(x,y)) * \frac{\partial}{\partial z(x,y)} f(E(x,y), Z^{n-1}(x,y), Z^{n-1}(x-1,y), Z^{n-1}(x,y-1)) \\ & + (Z^{n-1}(x-1,y)) * \frac{\partial}{\partial z(x-1,y)} f(E(x,y), Z^{n-1}(x,y), Z^{n-1}(x-1,y), Z^{n-1}(x,y-1)) \\ & + (Z^{n-1}(x,y-1)) * \frac{\partial}{\partial z(x-1,y)} f(E(x,y), Z^{n-1}(x,y), Z^{n-1}(x-1,y), Z^{n-1}(x,y-1)) \end{aligned}$$

On a trouvé un système d'équations linéaires qui peut être écrit sous la forme $A \cdot Z = B$, ou A est une matrice carrée de taille $N \times N$, Z et B des vecteurs de taille $N \times 1$.

Ce système d'équations linéaires peut être résolu par la méthode itérative de Jacobi, et pour chaque valeur de la carte de profondeur peut être calculée après plusieurs itérations.

Pour : $Z^n(x,y) = Z(x,y)$,

$Z^0(x,y) =$ valeur initiale

On obtient directement la carte de profondeur comme suit :

$$Z^n(x,y) = Z^{n-1}(x,y) + \frac{-f(Z^{n-1}(x,y))}{\frac{d}{dz(x,y)} f(Z^{n-1}(x,y))}, \quad n=1,2,\dots, \quad (3.24)$$

Où :

$$\frac{d}{dz(x,y)} f(Z^{n-1}(x,y)) = -1 \left(\frac{p_s + q_s}{\sqrt{1+p^2+q^2} \sqrt{1+p_s^2+q_s^2}} - \frac{(p+q)(pp_s+qq_s+1)}{\sqrt{(p^2+q^2+1)^3} \sqrt{1+p_s^2+q_s^2}} \right) \quad (3.25)$$

En utilisant la formule (3.21), on obtient l'approximation de la carte de profondeur $Z(x, y)$.

5. Conclusion

Parmi les différentes approches de résolution du problème SFS citées ci-dessous, et dans le but de parvenir à la reconstruction 3D à partir d'une seule image, notre intérêt est porté sur les méthodes linéaires, on rappelle que ces méthodes sont basées sur la linéarisation de la carte de reflectance.

Dans ce chapitre, nous avons présenté dans un premier temps un aperçu global sur les méthodes de résolution du *shape from shading*, nous avons exposé par la suite les méthodes de résolution par approximation de l'équation de luminance appelées aussi méthodes linéaires, dans le cas d'une projection orthographique et on supposant que la surface est lambertienne.

1. Introduction

Dans ce chapitre on se propose de tester une méthode de résolution SFS, parmi celles décrites dans le chapitre précédent. La méthode que nous avons choisie est la méthode de Tsai et Shah. Cette méthode présente l'avantage d'être simple à implémenter et de plus elle semble donner de bons résultats sur des images réelles

Les tests sont premièrement effectués sur des images de synthèse, puis sur des images réelles. Nous allons tester ces images à travers plusieurs itérations en faisant varier la direction de la source de la lumière.

L'évolution du relief se fait en fonction de l'algorithme de TS qui est basé sur la méthode itérative de Jacobi. C'est-à-dire suivant un processus itératif.

2. Application de la méthode de Tsai et Shah (TS)

On rappelle que la méthode TS est une méthode linéaire qui se base sur la linéarisation de la carte de réflectance ainsi que des approximations discrètes de $P_{i,j}$ et $P_{i,j}$ par des différences finies, dont le but de linéariser la fonction de réflectance en z .

A chaque pas d'itération, et pour chaque pixel (i, j) du domaine de reconstruction D , on choisit la nouvelle valeur $Z_{i,j}^k$,

Donc l'équation (3.24), peut être réécrite dans le cas discret comme suit :

$$Z_{i,j}^k = Z_{i,j}^{k-1} - \frac{f(Z_{i,j}^{k-1})}{\frac{d}{dz(i,j)}f(Z_{i,j}^{k-1}(i,j))} \quad (4.1)$$

L'altitude de départ $Z_{i,j}^0$ est choisit à la valeur 0 pour tout les pixels (i, j) de D

Tsai et Shah proposent un algorithme très simple donné comme suit :

L'algorithme de Tsai et shah peut être décrit comme suit :

- Définir les paramètres de la carte de reflectance
- Mettre la valeur initiale $Z^0(i, j) = 0$ (pour tous les pixels de D)

- Calculer la carte de profondeur $Z^k(i, j)$ en utilisant l'équation (4.1).

3. Implémentation de l'algorithme de Tsai et Shah

❖ Algorithme de Tsai et Shah

Algorithm:

Input Z_{min} (mindepthvalue), Z_{max} (maxdepthvalue), (x, y, z) (direction of the light source), $I(i, j)$ (input image)

$Z^0 \leftarrow 0;$

$p^0 \leftarrow q^0 \leftarrow 0;$

$p \leftarrow q \leftarrow p^0 \leftarrow q^0;$

$D \leftarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, s_x \leftarrow x/D, s_y \leftarrow y/D, s_z \leftarrow \frac{z}{D};$

$\sin\sigma \leftarrow \sin(\arccos(lz));$

$\sin\tau \leftarrow \sin(\arctan(sy/sx));$

$\cos\tau \leftarrow \cos(\arctan(sy/sx));$

for $i = 1$ to $\text{width}(I)$ do

 for $j = 1$ to $\text{height}(I)$ do

$dfz \leftarrow -1. \{(\cos\tau \tan\sigma + \sin\tau \tan\sigma) / \sqrt{(p^2 + q^2 + 1)^3 (\tan^2\sigma + 1)}$

$- (p + q)(p \cos\tau \tan\sigma + q \sin\tau \tan\sigma + 1) / \sqrt{(p^2 + q^2 + 1)^3 (\tan^2\sigma + 1)}\}$

$Z(i, j) \leftarrow Z^0(i, j) - f(Z^0(i, j)) / dfz;$

$p \leftarrow Z(i, j) - Z(i, j - 1);$

$q \leftarrow Z(i, j) - Z(i - 1, j);$

 end do

end do

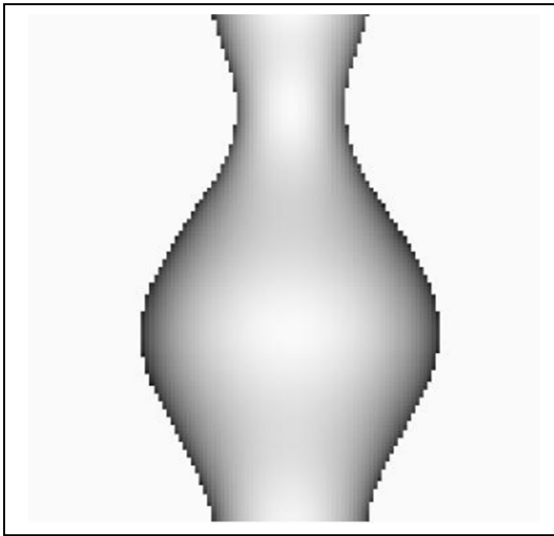
Normalise($Z(i, j), Z_{max}, Z_{min}$)

Output $Z(i, j)$

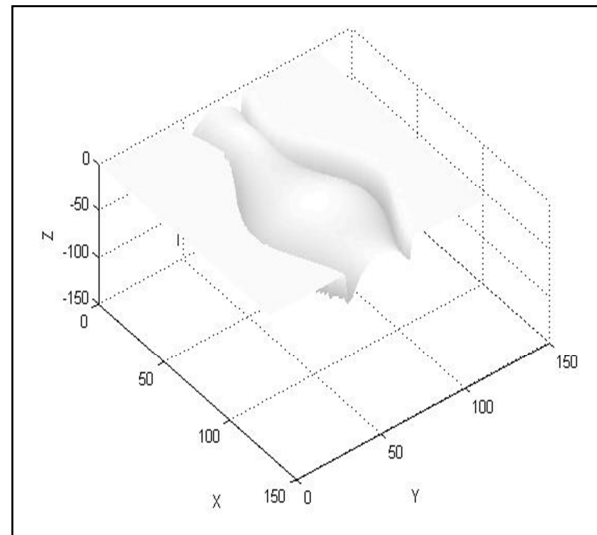
4. Tests et résultats

Dans cette partie, nous allons présenter les résultats obtenus après application de la méthode de Tsai et Shah, trois images ont été choisies pour effectuer nos tests, deux images de synthèse et une image réelle.

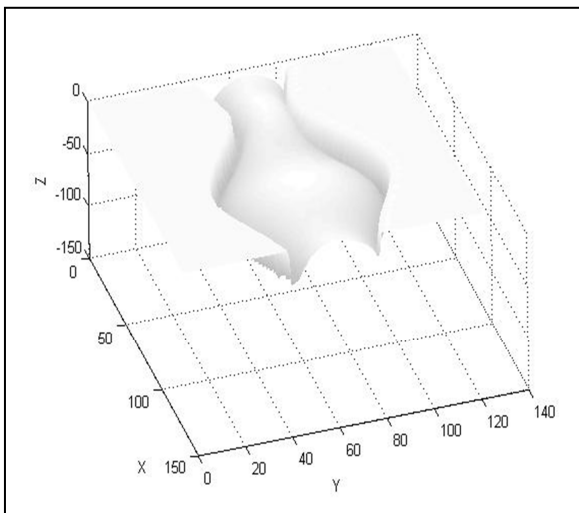
4.1 Résultats de la méthode TS sur les images de synthèse



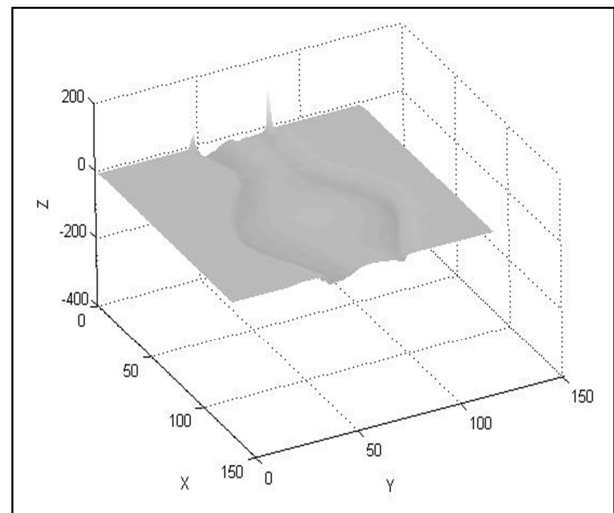
(a) Image d'un vase



(a.1) relief reconstruit après 2 itérations



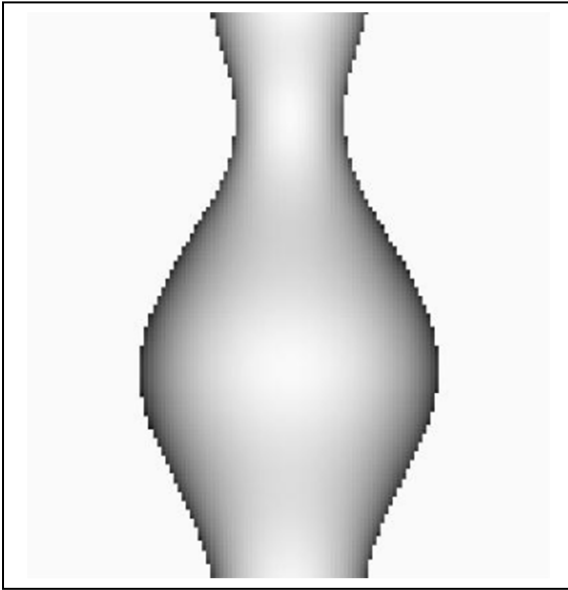
(a.2) après 20 itérations



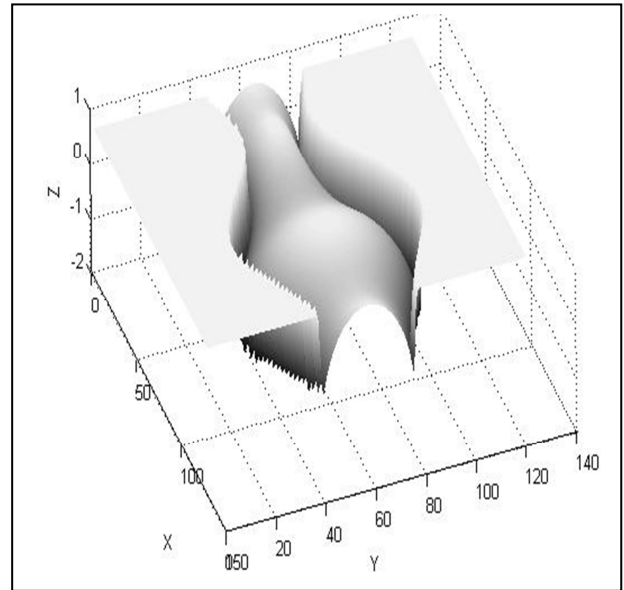
(a.3) après 500 itérations

Figure.1 : Résultats de la méthode TS sur l'image de synthèse d'un vase

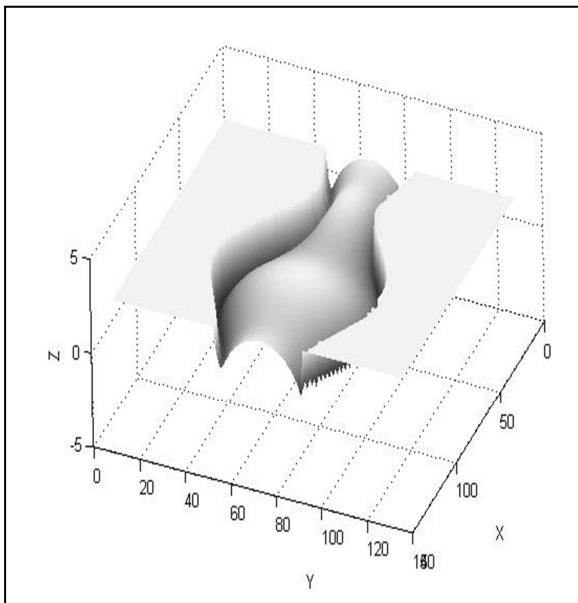
La Figure.1 : montre un exemple du relief reconstruit à partir d'image de synthèse d'un vase. (a) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière S ($S_x=0$, $S_y=0$, $S_z=1$) et. (a.1), (a.2) et (a.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.



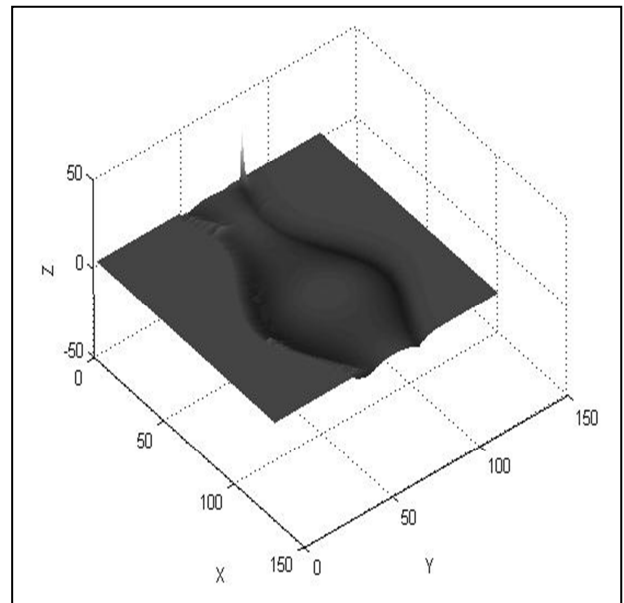
(b) Image d'un vase



(b.1) relief reconstruit après 2 itérations



(b.2) relief reconstruit après 20 itérations



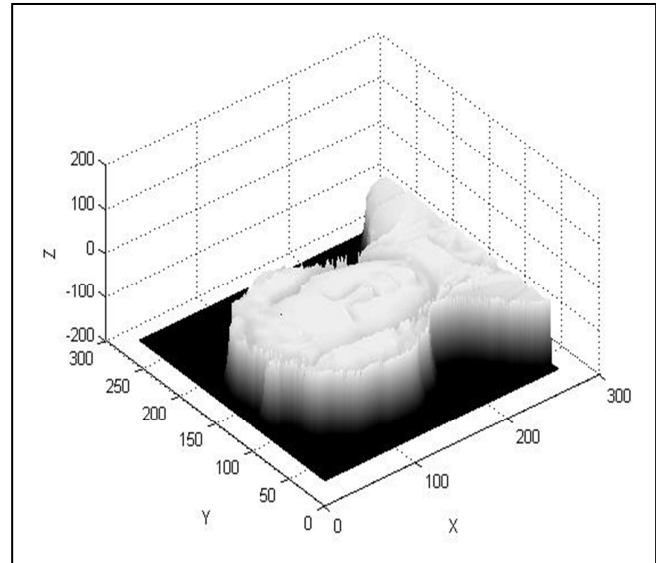
(b.3) relief reconstruit après 500 itérations

Figure.2 : Résultats de la méthode TS sur l'image de synthèse d'un vase

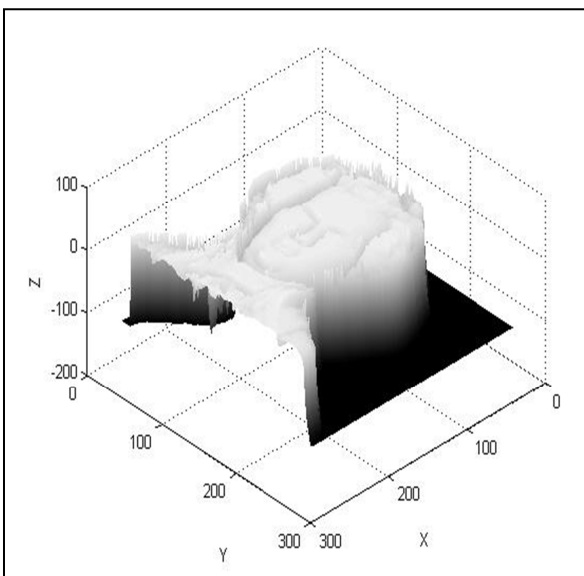
La Figure.2 : montre un exemple du relief reconstruit à partir d'image de synthèse d'un vase. (b) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière S ($S_x=1, S_y=0, S_z=1$) et. (b.1), (b.2) et (b.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.



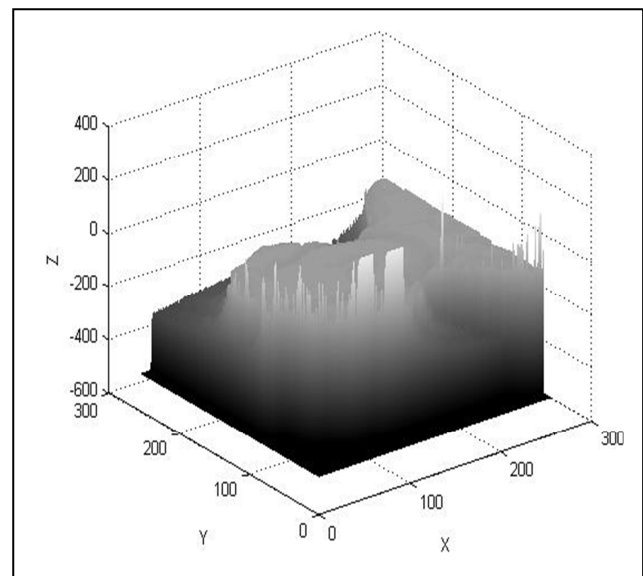
(c) Image de synthèse de Mozart



(c.1) relief reconstruit après 2 itérations



(c.2) relief reconstruit après 20 itérations



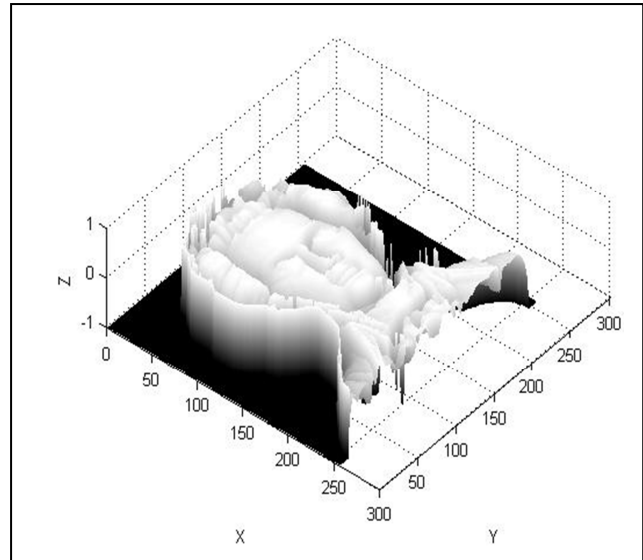
(c.3) relief reconstruit après 500 itérations

Figure.3 : Résultats de la méthode TS sur l'image de synthèse de Mozart

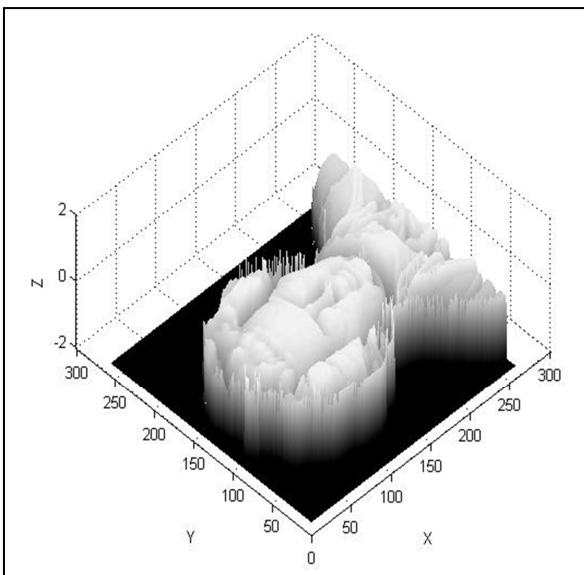
La Figure.3 : montre un exemple du relief reconstruit à partir de l'image de synthèse de Mozart. (c) image originale de taille 256×256 , avec la source de lumière S ($S_x=0$, $S_y=0$, $S_z=1$) et. (c.1), (c.2) et (c.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.



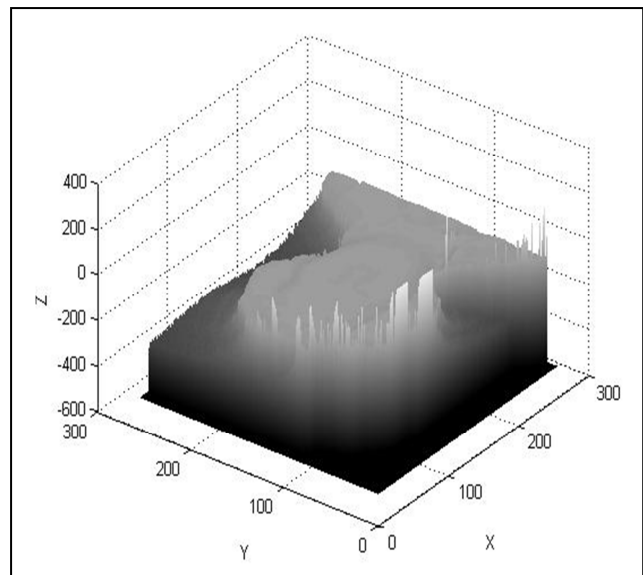
(d) Image de Mozart



(d.1) relief reconstruit après 2 itérations



(d.2) relief reconstruit après 20 itérations



(d.3) relief reconstruit après 500 itérations

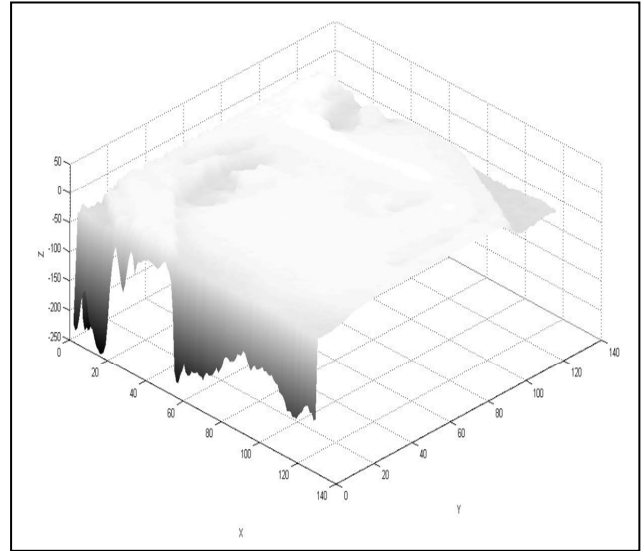
Figure.4 : Résultats de la méthode TS sur l'image de synthèse de Mozart

La Figure.4 : montre un exemple du relief reconstruit à partir d'image de synthèse de Mozart. (d) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière S ($S_x=0.01$, $S_y=0.01$, $S_z=1$) et. (d.1), (d.2) et (d.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.

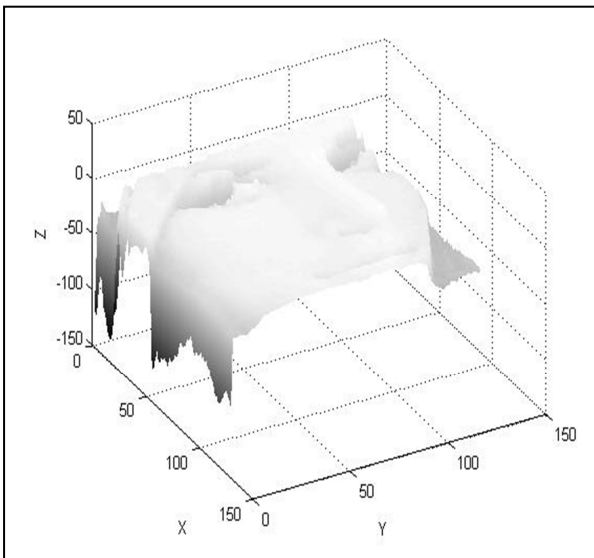
4.2 Résultats de la méthode TS sur l'image réelle de Lena



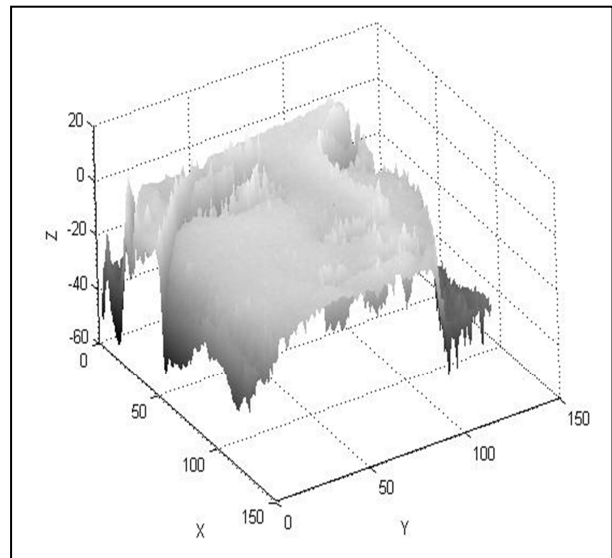
(e) image réelle de Lena



(e.1) relief reconstruit après 2 itérations



(e.2) relief reconstruit après 20 itérations



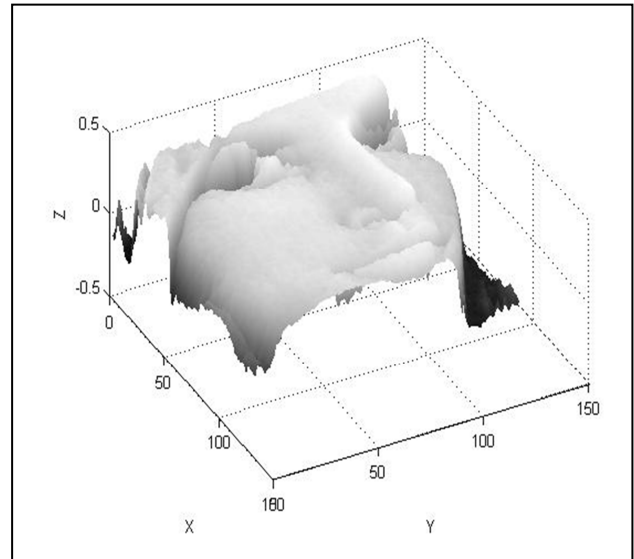
(e.3) relief reconstruit après 500 itérations

Figure.5 : Résultats de la méthode TS sur l'image réelle de Lena

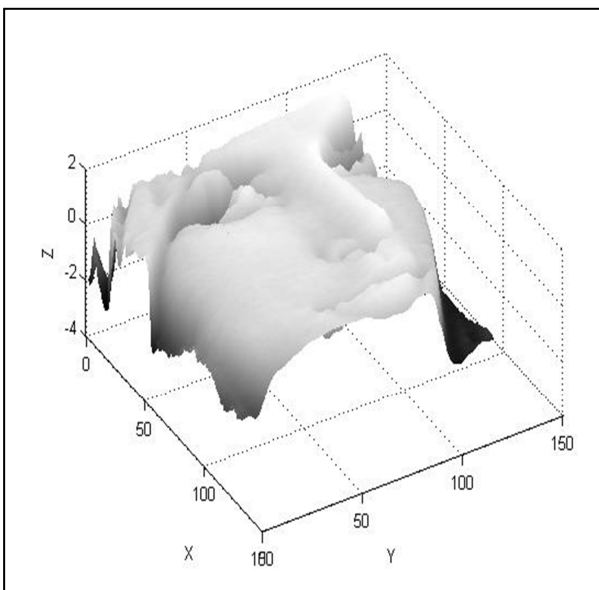
La Figure.5 : montre un exemple du relief reconstruit à partir de l'image réelle de Lena. (d) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière S ($S_x=0$, $S_y=0$, $S_z=1$) et. (e.1), (e.2) et (e.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.



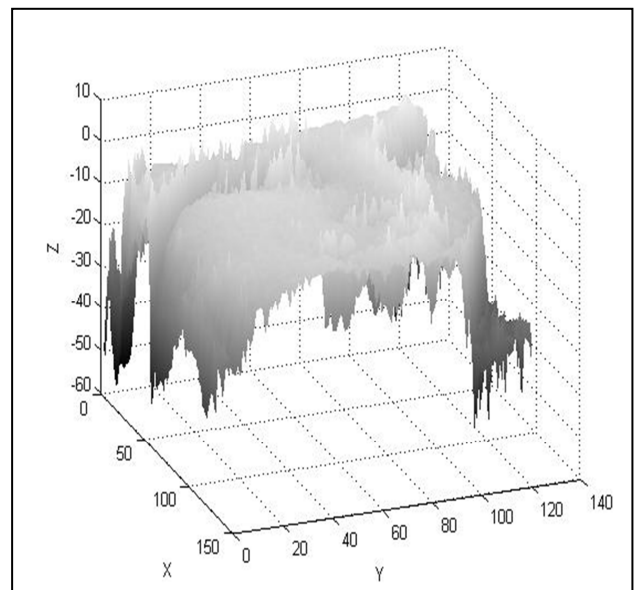
(f) image réelle de Lena



(f.1) relief reconstruit après 2 itérations



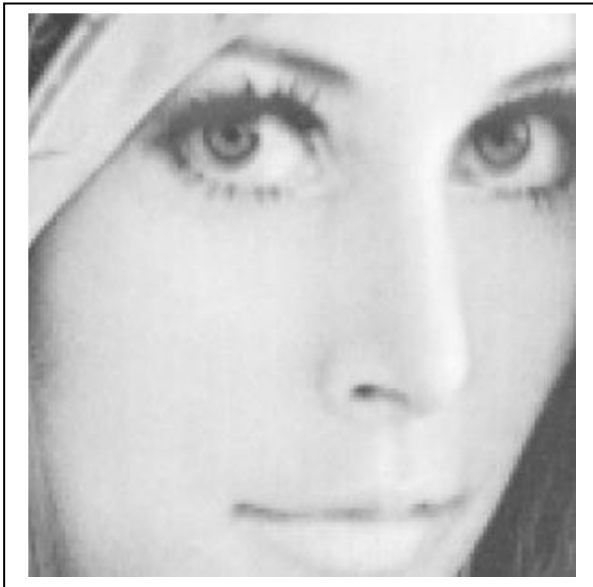
(f.2) relief reconstruit après 20 itérations



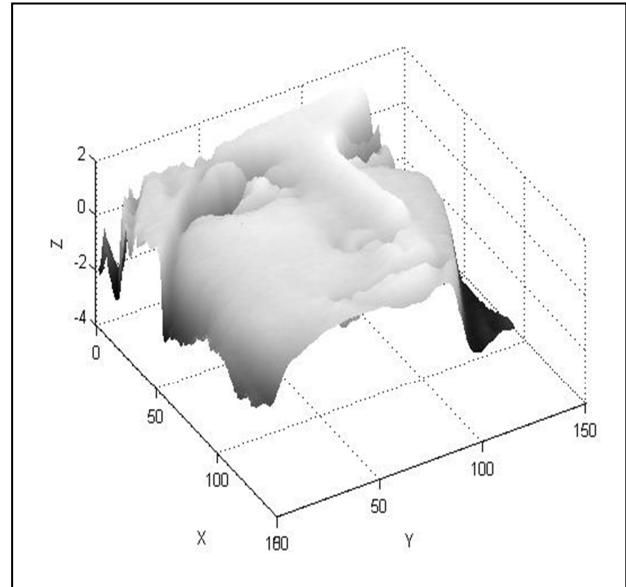
(f.3) relief reconstruit après 500 itérations

Figure.6 : Résultats de la méthode TS sur l'image réelle de Lena

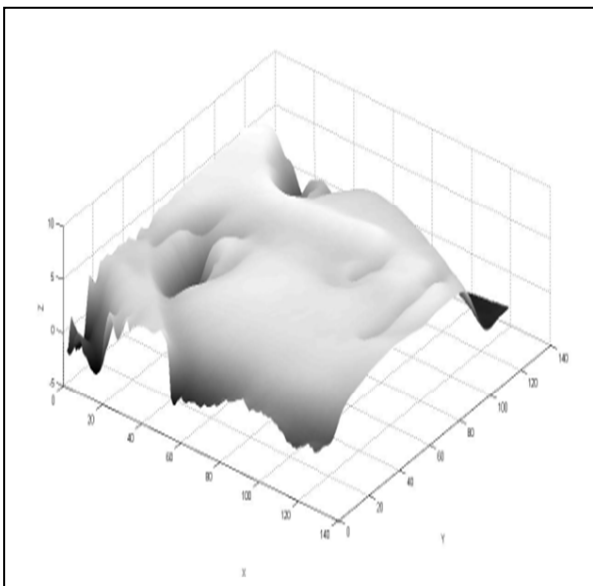
La Figure.6 : montre un exemple du relief reconstruit à partir de l'image réelle de Lena. (f) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière $S(S_x=1, S_y=0, S_z=1)$ et. (f.1), (f.2) et (f.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.



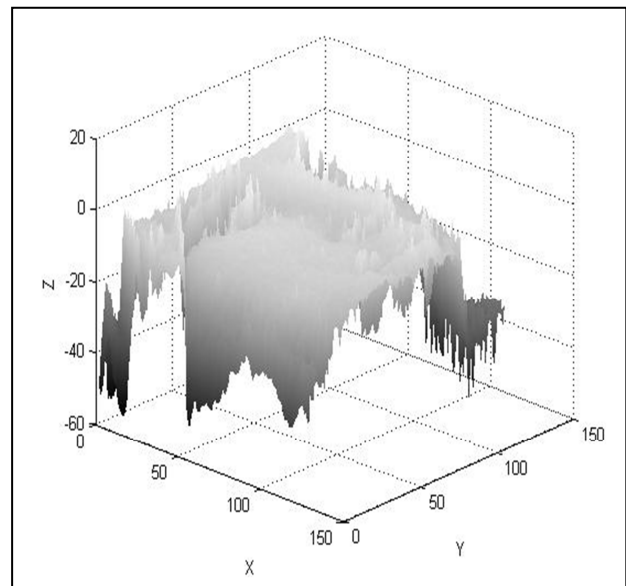
(g) image réelle de Lena



(g.1) relief reconstruit après 2 itérations



(g.2) relief reconstruit après 20 itérations



(g.3) relief reconstruit après 500 itérations

Figure.7 : Résultats de la méthode TS sur l'image réelle de Lena

La Figure.7 : montre un exemple du relief reconstruit à partir de l'image réelle de Lena. (g) image originale de taille 128×128 , avec la source de lumière S ($S_x=1.5$, $S_y=0.866$, $S_z=1.0$) et. (g.1), (g.2) et (g.3) représentent trois reliefs reconstruits après, 2, 20, 500 itérations.

5. Interprétation des résultats

5.1 Sur les images de synthèse (Mozart et Vase)

Les figures 1, 2, 3 et 4 représentent les résultats de l'approche de Tsai et Shah appliquée sur les deux images de synthèse vase et Mozart, à travers plusieurs itérations en faisant varier la direction de la source de lumière. La carte de profondeur pour toutes les figures est reconstruite après deux itérations.

Les résultats illustrés sur les deux figures 1 et 2 montrent les reliefs reconstruits à partir de l'image du vase et qui sont obtenus avec les directions de la source de lumière $S = (1, 0, 1)$ et $S = (0, 0, 1)$. Nous pouvons remarquer que pour 20 itérations la reconstruction est bonne dans les deux figures hors le relief avec $S = (1, 0, 1)$ est bien meilleur et très satisfaisant.

Pour voir la limite de l'évolution du relief, nous avons augmenté le nombre d'itérations jusqu'à 500, nous remarquons que la reconstruction est mauvaise, les reliefs sont déformés.

Les résultats montrés sur les figures 3, et 4, représentent les reliefs reconstruits à partir de l'image de Mozart. Nous remarquons aussi que la reconstruction est bonne pour 20 itérations, nous pouvons voir que les résultats obtenus avec la direction de la source de la lumière $S = (0.01, 0.01, 1)$ qui a été calculée par la méthode de Lee et Rosenfeld dans [37] sont nettement meilleurs que les résultats obtenus avec la source de lumière que nous avons estimé $S = (0, 0, 1)$. Après 500 itérations les reliefs sont complètement déformés cela s'explique que cette méthode ne converge pas vers la solution même si elle donne un bon relief de départ.

Enfin, les résultats de cette méthode sur les images de synthèse sont satisfaisants, et les reliefs sont bien reconstruits en seulement 20 itérations avec le temps de calcul qui est égal à 2s. Mais après 500 itérations les reliefs sont complètement déformés. Donc on peut conclure que cette méthode donne un bon relief de départ mais avec une bonne estimation de la direction de la lumière.

5.2 Sur l'image réelle de Lena

Les figures (5), (6), et (7) illustrent les résultats de l'approche de Tsai et Shah appliquée sur l'image réelle de Lena, à travers plusieurs itérations en faisant varier la direction de la source de lumière. La carte de profondeur pour toutes les figures est reconstruite après deux itérations.

Nous pouvons voir que la reconstruction des reliefs est bonne pour 20 itérations, hors le relief représenté sur la figure.7 est bien meilleur et très encourageant car il a été calculé avec la direction de la lumière $S = (1.5, 0.866, 1)$ qui a été estimée par Lee et Rosenfeld.

Nous avons suivi l'évolution du relief jusqu'à 500 itérations pour voir sa convergence, nous avons obtenus des résultats mauvais. Cela s'explique que cette méthode est divergente.

Les reliefs représentés sur toutes les figures (5), (6) et (7) à partir de l'image de Lena. Tout d'abord, on peut remarquer que l'image de Lena a été "lissée", de manière à rendre les niveaux de gris plus uniformes que sur l'image originale. Le lissage de l'image induit un lissage du relief reconstruit, qui est beaucoup plus plat. En particulier au niveau des yeux, de la bouche et surtout du nez, qui est complètement escamoté.

Il est vrai que le relief obtenu pour 20 itérations permet de comprendre qu'il s'agit d'un visage, mais ce relief est quand même très éloigné du résultat recherché. La majeure partie du relief reconstruit est plane, excepté certaines régions en creux, faisant penser à des yeux, à un nez et à une bouche.

Malheureusement nous ne possédons pas le relief réel de l'image de Lena pour effectuer une comparaison. Une observation à l'œil nu suffit à se rendre compte que les reliefs obtenus sont très éloignés des reliefs attendus.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux tests que nous avons effectués sur deux images de synthèse (Vase et Mozart) ainsi qu'une image réelle de Lena.

Nous avons vu, que du point de vue images synthétiques, la méthode de Tsai et Shah est satisfaisante après 20 itérations, ce qui est prouvé dans les résultats obtenus. Cependant, ces résultats montre aussi la difficulté d'utiliser la méthode TS en particulier et les méthodes de SFS, sur des images réelles. Ceci s'explique par le fait que les images réelles sont loin de vérifier les hypothèses citées dans le chapitre 2.

La méthode de Tsai et Shah est excellente, tant sur le plan de la rapidité et le temps de calcul puisqu'il suffit d'environ 2 secondes pour effectuer la totalité du calcul. L'intérêt de cette méthode

(TS) réside dans le fait qu'elle est simple, facile à implémenter, et surtout, qu'elle donne des résultats satisfaisant.

Pour conclure, il est vrai que les résultats obtenus avec la méthode TS sont loin d'être satisfaisant, mais il est intéressant de noter que le relief reconstruit avec la méthode de Tsai et Shah pourra être parfois utilisé comme un relief de départ.

Conclusion générale

Dans ce présent travail nous avons exposé le problème du shape from shading étant relativement complexe, il est d'usage de le simplifier grâce à un certain nombre d'hypothèses sur la scène, sur la source lumineuse et sur l'appareil photographique.

Cette étude laisse apparaître que la modélisation classique du SFS n'est pas suffisamment réaliste, en particulier vis-à-vis de l'effet de perspective. Nous avons proposé une nouvelle modélisation du SFS prenant en compte la perspective mais cette dernière rend un certain nombre de problèmes de vision très difficiles à résoudre, voir mal posés (cela se traduit généralement par le fait qu'il existe une infinité de solutions)

Pour la résolution du SFS plusieurs méthodes de résolution ont été proposées, parmi ces méthodes notre intérêt est porté sur les méthodes linéaires, ces méthodes sont basées sur la linéarisation de la fonction de réflectance dans le cas d'une surface lambertienne et un appareil photographique modélisé par une projection orthographique (l'effet de perspective est négligeable). Nous avons illustré les deux méthodes existantes, la méthode de pentland et celle de Tsai et Shah.

Pour notre application nous avons testé la méthode de Tsai et Shah qui constitue un algorithme très simple et très rapide pour le calcul de la carte de profondeur. Cette méthode est basée sur la linéarisation de la carte de réflectance en utilisant le développement en série de Taylor pour les approximations linéaires et les différences finies pour la discrétisation, et pour résoudre le système linéaire que nous avons obtenu, on a utilisé la méthode itérative de Jacobi.

Enfin les résultats encourageants de cette méthode, du point de vue images synthétiques, ce qui est prouvé dans les résultats. Il reste du point de vue des images réelles, les résultats restent insuffisants. Ceci s'explique par le fait que les images réelles loin de vérifier les hypothèses du shape from shading. Le problème majeur de cette méthode est sa divergence, mais le relief reconstruit peut être utilisé comme un bon relief de départ.

Conclusion générale

L'application du SFS sur des images réelles reste difficile, et ce pour plusieurs raisons : les surfaces réelles ne sont pas lambertienne. En réalité, les surfaces sont beaucoup plus complexes que les modèles simplifiés utilisés. Une autre difficulté concerne les sources lumineuses, car dans la réalité celles-ci ne sont pas ponctuelle.

La lumière peut être réfléchi sur une surface comme elle peut être réfléchi sur d'autres surfaces avoisinantes. Généralement, ce phénomène n'est pas modélisé, en particulier s'il ya des objets environnants pas présents dans la scène à reconstruire.

Alors que les images de synthèses discutées jusqu'ici sont de taille 128x128, les images prises par les caméras modernes peuvent avoir des tailles de plusieurs megapixels. Tandis qu'avec des images de synthèse, il est possible de contrôler toutes difficultés, et créer un monde qui s'adapte parfaitement à toutes les hypothèses du modèle utilisé. Cependant, la réalité est bien loin de ces hypothèses simplificatrices. La question est seulement de savoir si un modèle est assez proche de la réalité pour produire des résultats probants.

Le shape from shading demeure comme un problème mal posé et très difficile à résoudre, face à ces difficultés donc il ya lieu d'adopter de nouvelles approches plus rigoureuses, ainsi la nécessité d'une étude mathématique plus approfondie pour rendre ce problème bien posé.

- [1] R.J. Woodham. Photometric stereo. Dans *MIT AI Memo*, 1978.
- [2] F.COURTEILLE : Prise en compte du modèle sténopé pour l'extraction du relief en monovision. DEA Informatique de l'Image et du Langage, Responsable : René CAUBET 2002- 2003
- [3] B.K.P. Horn. Shape from Shading: a Method for Obtaining the Shape of a Smooth Opaque Object from One View. PhD thesis, Department of Electrical Engineering and Computer Science, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge ,Massachusetts, Etats Unis, novembre 1970.
- [4] R.Zhang, P.-S. Tsai, J.E. Cryer et M.Shah.Shape from Shading : A Survey.IEEE Transactions on patter Analysis and Machine Intelligence, 21(8):690 706, août 1999
- [5] P. Daniel .Peut-on extraire le relief d' une seule image ? Thèse de doctorat, Université Paul Sabatier, Toulouse, Fance ,janvier 2000.
- [6] J.-D.Durou, M.falcone et M.Sagona. A Survey of Numerical Methods for Shape from Shading. Rapport de Recherche 2004-2-R, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, Toulouse France, janvier 2004.
- [7] J.Diggelen. A photometric Investigation of the Slopes and heights of the ranges of Hills in the Maria of the Moon. Bulletin of the Astronomical Institute of the Netherlands 11(423):283-290, juillet 1951.
- [8] T.Rindfleish. Photometric Method for Lunar Topography .Photometric Engineering, 32(2):262_277, mars 1966.
- [9] NICODEMUS,F.E ,Richmoud, J.C and Hsia,J,Ginsberg,I.W. and Limperis , T.(1977) "Geometrical, Considerations and Nomenclature for reflectance", NBS Monograph 160, National Bureau of standards ,U.S. Departement of commerce ,October 1977.
- [10] M.J. Brooks, W . Chojnacki et R. Kozera. Impossible and Ambiguous Shading Patterns.International Jornal of Computer Vision, 7(2) : 119-126, janvier 1992.
- [11] R. Kozera. Uniqueness in shape from Shading Revisited. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 7(2):123-138, mars 1997.
- [12] J.Oliensis. Uniquement in Shape from Shading. International Journal of Computer Vision, 6(2):75-104, juin 1991.
- [13] E.Rouy et A.Tourin . A Viscosity solutions Approach to Shape-from-shading. SIAM Journal on Numerical Analysis, 29(3):867-884, juin 1992.
- [14] P.-L. Lions, E. Rouy et A. Tourin. Shape-from-shading , viscosity solutions and edges. Numerische Mathematik, 64(3):323-353, mars 1993.

- [15] E. Prados, O.Faugeras et E . Rouy. Shape from Shading ans Viscosity solutions. Dans Proceeding of the 7th European Conference on Computer Vision (volumell) , volume 2351 de Lecture Notes in Computer Science , pages 790-804, Copenhague, Danemark , mai 2002.
- [16] M.Falcone et M.Sagona.An algorithm for the global solution of the Shape-from-Shading model.Dans Proceedings of the 9th International Conference on Image Analysis and Processing (volume I),volume 1310 de Lecture Notes in Computer Science , pages 596-603,Florence, Italie,septembre 1997.
- [17] J.Oliensis et P.Dupuis .A Global A Global Algorithm for Shape from Shading .Dans Proceedings of the 4th IEEE International Conference on Computer Vision, pages 692-701,Berlin, Allemagne,mai 1993
- [18] M.Sagona. Numerical methods for degenerate Eikonal type equations and applications. Tesi di dottorato, Dipartimento di Matematica dell'Université di Napoli "Federico II" Naples,Italie,novembre 2001
- [19] T.M. Strat .A Numerical Method for Shape –From –Shading From a Single Image.Master's thesis, Department of Electrical Engineering and Computer science Massachusetts, Etats-Unis, 1979.
- [20] B.K.P.Horn et M.J.Brooks.The Variational Approach to Shape From Shading . Computer Vision,Graphics,and Image Processing,33(2):174-208,février 1986.
- [21] P.Daniel et J.-D .Durou.From Deterministic to Stochastic Methods for Shape From Shading. Dans Proceedings of the 4th Asian Conference on Computer vision, page 187-192, Taiwan, janvier 2000.
- [22] R.T.Frankot et R. Chellappa.A Method for Enforcing Integrability in Shape from Shading Algorithms .IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(4):439-451, juillet 1988.
- [23] Y.G.Leclerc et A.F.Bobick.The Direct Computation of Height from Shading .Dans Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition pages 552-558,Maui,Hawai, Etats-Unis, juin 1991.
- [24] B.K.P.Horn.Height and Gradient from Shading .International Journal of Computer Vision ,5(1):37_75, août 1990.
- [25] R.Szaliski.Fast Shape from Shading . Computer Vision,Graphics, and Image Processing: Image Understanding,35(2):129-153,mars 1991.

- [26] Ikeuchi et B.K.P. Horn numerical Shape from Shading and Occluding Boundaries. *Artificial Intelligence*, 17(1-3):141-184, août 1981.
- [27] D.Lee .A Provably Convergent Algorithm for Shape from Shading .Dans *Proceedings of the DARPA Image Understanding Workshop*, pages 489-496, Miami Beach, Floride, Etats – Unis, Décembre 1985.
- [28] M.J. Brooks et B. K. P . Horn. Shape and Source from Shading. Dans *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence (Volume II)*, pages 932-936, Los Angeles, Californie, Etats-Unis, août 1985.
- [29] P.L. Worthington et E. R. Hancock. New Constraints on Data-Closeness And Needle Map Consistency for Shape-from-Shading. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21 (12): 1250-1267, décembre 1999.
- [30] A. Crouzil, X. Descombes et J.-D. Durou. A Multiresolution Approach for Shape from Shading Coupling Deterministic and Stochastic Optimization. Rapport de Recherche 2003-19-R, Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, Toulouse France, Septembre 2003.
- [31] A. Crouzil, X. Descombes et J.-D. Durou. Multiresolution Approach for Shape from Shading Coupling Deterministic and Stochastic Optimization. *IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25 (11): 1416-1421 , novembre 2003.
- [32] R. Kimmel et A. M. Bruckstein. Tracking Level Sets by Level Sets : A Method for Solving the Shape from shading Problem. *Computer Vision and Image Understanding*, 62 (1): 47-58, juillet 1995.
- [33] H. Saito et N. Tsunashima. Estimation of 3-D Parametric Models from Shading Image Using Genetic Algorithms. Dans *Proceedings of the 12th International Conference on Pattern Recognition (volume I)*, Pages 668-670, Jérusalem, Israël, Octobre 1994.
- [34] Samaras et D.N.Metaxas. Incorporating Illumination Constraints in Deformable Models. Dans *Proceedings of the IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* , pages 322-329, Santa Barbara, Californie, Etats-Unis, juin 1998.
- [35] J.-D.Durou et H.Maitre. On Convergence in the Methods of Start and of Smith for Shape from Shading . *International Journal of Computer Vision* , 17(3):273-289, mars 1996.
- [36] A.P.Pentland. Local Shading Analysis. *IEEE Transactions on Pattetn Analysis and Machine Intelligence*, 6(2):170_187, mars 1984.
- [37] C.-H.Lee et A.Rosenfeld. Improved Methods of Estimating Shape from shading Using the Light Source Coordinate System. *Artificial Intelligence*, 26(2):125-143, mai 1985.

Bibliographie

- [38] H.Hayakawa,S.Nishida,Y.Wada et M.Kawato .A Computational Model for Shape Estimation by Integration of Shading and Edge Information. Neural Networks,7(8):1193_1209,octobre 1994.
- [39] R.L.Willey.Radarclinometry for the Venus Radar Mapper. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 52(1):41-50,janvier 1986.
- [40] A.P.Pentland .Linear Shape from Shading . International Journal of Computer Vision 4(2):153-162,mars 1990.
- [41] R.Kozera et R.Klette.Finite Difference Based Algorithms for a linear Shape from Shading. Machine Graphics and Vision,6(2):157-201,1997.
- [42] G.Ulich.Provably Convergent Methods for the Linear and Nonlinear Shape from Shading Problem. Journal of Mathematical Imaging and Vision, 9(1):69-82, juillet 1998.
- [43] R.Kozera et R.Klette.Evaluation of Numerical Solution Schemes for Differential Equations.Dans R.Klette , H.S.Stieht, M.A.Viergever et K.L.Vincken,éditeurs, Performance Characterization in Computer Vision,volume 17 de Computational Imaging and Vision, pages 153-166.Kluwer Publishing, 1999.
- [44] P.-S.Tsai et M.Shah.Shape from Shading Using Linear Approximation. Image and Vision Computing ,12(8):487-498,octobre 1994.
- [45] A.P.Pentland.Linear Shape from Shading .International Journal of Computer Vision, 4(2):153- 162,mars 1990.