



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Mouloud MAMMERY de Tizi-Ouzou

Faculté du Génie de la Construction

Département de Génie Mécanique

Mémoire de fin d'études

Présenté pour l'obtention du diplôme de MASTER Académique en Génie Mécanique

Spécialité : Fabrication mécanique et productive

Thème :

Analyse comparative des méthodes d'optimisation pour la détection d'endommagements dans des structures mécaniques en utilisant la méthode de transmissibilité.

Encadré par : Mr TIACHACHT SAMIR

Réalisé par : MANSOURI LYES

TEKKAL CELIA

Soutenues publiquement le 03-07-2024 devant le jury composé de :

M. SLIMANI MOHAND MCA.UMMTO Président

M. TIACHACHT SAMIR MCA. UMMTO Promoteur

M. BAHTANI AMAR MCA.UMMTO Examineur

Remerciements

Avant de présenter ce travail, nous tenons à remercier dieu le tout puissant qui nous a offert la sagesse et la santé afin de réaliser ce modeste travail.

*Nous exprimons notre gratitude et nos remerciements en premier lieu à nos parents qui ont **sacrifié** toute leur vie pour nous rendre heureux,*

*Nous tenons à exprimer nos vifs remerciements à notre promoteur **Mr TIACHAÏT SAMIR**, au niveau de l'université Mouloud Mammeri, tout d'abord pour avoir proposé ce thème, pour son temps précieux qu'il a consacré pour nous accompagner dans la réalisation de ce mémoire et sa disponibilité avec beaucoup de patience et de pédagogie tout au long de notre parcours. IL a été d'un grand apport via ses conseils et ses critiques constructives. Ses capacités scientifiques étaient notre grand support, faire notre mémoire sous sa direction est un grand honneur et un immense bonheur.*

*Un remerciement partagé avec tous les membres de jury, le président de jury **Mr SLIMANI MOHAND** et l'examineur **Mr BEHTANI AMAR**, qui nous ont fait un grand honneur d'accepter de rapporter et examiner notre mémoire de fin d'étude.*

*Je remercie ma chère copine **INES** et mes camarades de promo **MENAD** et **IZMIR** et tous ce qui ont contribué à la réussite de ce modeste travail.*

Dédicace



Je dédie ce travail :

Aux nuits blanches et ces insomnies, ces sommeilles écourtés et à toutes ces inspirations qui naissent quand il fait noir.

A mes chers parents,

Que nulle dédicace ne peut exprimer mes sincères sentiments, pour leur patience illimitée, leur amour. Ils n'ont jamais cessé de formuler des prières à mon égard, de me soutenir et de m'épauler pour que je puisse atteindre mes objectifs.

A mes chères sœurs, *Nabila et Kheloudja*

Pour leur soutien moral et leurs conseils précieux tout au long de mes études.

A mon binôme, *Lyes*

Pour son entente et sa sympathie.

A mes chères copines, *Ines et SARA*

Qui m'ont toujours encouragé et soutenue et aidé durant notre travail.

A mes chers camarades, *Izmir et Menad*

Pour leur aides et support dans les moments difficiles.

CELIA



Dédicace

Je dédie ce travail :

Aux nuits blanches et ces insomnies, ces sommeilles écourtés et à toutes ces inspirations qui naissent quand il fait noir.

A mes chers parents,

Pour votre amour inconditionnel, votre soutien sans faille et vos précieux conseils tout au long de cette aventure académique. Vous avez toujours cru en moi et m'avez inspiré à donner le meilleur de moi-même. Merci pour tout.

A mes chères sœurs Hassiba, Katia, Lyliya, Fatiha et Miassa

Pour votre présence réconfortante, vos encouragements et vos sourires qui illuminent mes journées. Vous avez été une source de motivation constante et je suis reconnaissant de vous avoir à mes côtés.

A mon binôme, Celia

A ma chère tante Ouardia

Pour votre bienveillance, vos encouragements et votre soutien indéfectible. Votre présence a été d'un grand réconfort tout au long de ce parcours. Merci pour votre générosité et votre amour.

A mes chers camarades, Izmir et Menad

Pour leur aides et support dans les moments difficiles.

Lyes

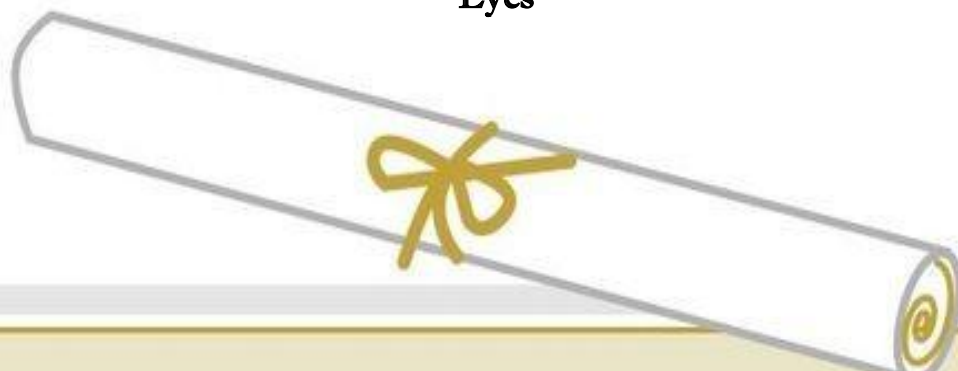


Table des matières

Chapitre I. Méthode des éléments finis et dynamique des structures	4
I.1 Introduction :	5
I.2 Généralités sur les éléments finis :	5
I.3 Définitions des éléments finis :	5
I.4 Historique des éléments finis :	6
I.5 La discrétisation en élément finis :	6
I.6 Rappels sur L'énergie de déformations :	6
I.6.1 Rappel sur l'énergie cinétique :	7
I.6.2 L'approximation NODAL de chaque élément :	8
I.7 Etudes des barres :	9
I.7.1 Démarche éléments finis :	9
I.7.2 Discrétisation géométrique :	9
I.7.3 Etablissement de la relation entre déformations et déplacements :	10
I.7.4 Etablissement de la relation entre contraintes et déformations :	11
I.7.5 Calcul des matrices élémentaires :	11
I.7.6 Assemblage des matrices élémentaires :	12
I.8 Élément fini barre :	12
I.8.1 Matrice de rigidité de l'élément barre :	13
I.8.2 Transformation dans le repère global :	14
I.9 Élément de barre :	15
I.9.1 Matrice de rigidité élémentaires :	15
I.10 Élément fini de barre unidimensionnel :	17
I.11 Hypothèses :	17
I.12 Approximation des déformations :	19
I.13 Approximation des contraintes :	20
I.14 Matrice élémentaire de raideur et de masse	20

I.15	Elément fini de barre bidimensionnel :	21
I.16	Elément fini de barre tridimensionnel :	25
I.17	Elément barre tridimensionnelle :	27
I.18	Introduction des conditions d'appuis :	28
I.19	Les typologies des éléments finis :	30
I.19.1	Les éléments barres :	30
I.20	Elément fini de barre tridimensionnel :	33
I.21	Dynamique des structures :	35
I.21.1	Equation différentielle du mouvement :	36
I.21.2	Méthode des éléments finis en dynamique :	37
I.21.3	Principe de la méthode des éléments finis en dynamique :	37
I.21.4	Détermination des fréquences propres de vibration :	38
I.21.5	Détermination des modes propres de vibration :	40
I.21.6	La méthode basée sur la fonction de réponses fréquentielles :	41
I.21.7	Formulation des équations de mouvement :	41
Chapitre II.	Recherche Bibliographique	43
II.1	Introduction :	44
II.2	L'endommagement des structures :	44
II.3	Détection d'endommagement par méthodes basées sur des données vibratoires :	44
II.3.1	Modal Assurance Criterion –MAC :	44
II.3.2	Coordinate modal assurance Criterion – COMAC :	45
II.3.3	Méthode de la courbure de la forme du mode :	45
II.3.4	Méthode par changement de fréquence :	46
II.3.5	Fonctions de réponse fréquentielle (FRF) :	47
II.3.6	Méthodes à base de la Transformation en Ondelettes :	47
II.3.7	Méthode par l'amortissement :	48
II.3.8	Méthode par flexibilité modale :	49

II.3.9	Méthodes de recalage de la matrice :.....	49
II.3.10	Méthode de Rapport des changements des fréquences locales ou LFCR :..	50
Chapitre III.	Transmissibilité.....	52
III.1	La méthode de transmissibilité :.....	53
III.1.1	Estimation de transmissibilité :.....	53
III.1.2	Méthode d'estimation de transmissibilité I :.....	54
III.1.3	Méthode d'estimation de transmissibilité II :	54
III.1.4	Procédé d'estimation de transmissibilité :	54
III.2	Introduction :.....	55
III.2.1	Objectif :	55
III.2.2	Méthode de recherche :.....	56
III.2.3	Concept de la transmissibilité :.....	56
III.2.4	Etude de simulation :	56
III.2.5	Conclusion :	59
III.3	Introduction :.....	59
Chapitre IV.	Méthode de Rapport des changements des fréquences locales ou LFCR...	64
IV.1	Introduction :.....	65
IV.2	Présentation de la méthode :.....	65
IV.3	Application numérique (LFCR) :.....	67
IV.3.1	Treillis 2D :.....	67
IV.3.2	Treillis 3D :.....	70
Chapitre V.	Méthodes d'optimisation et quantification	73
V.1	Introduction :.....	74
V.2	Généralités sur l'algorithme d'optimisation :	75
V.3	Variable du problème :.....	75
V.4	Contraintes :.....	76
V.4.1	Contrainte de type inégalité :.....	76

V.4.2	Contraintes de type égalité :	76
V.5	Fonctions objectives :	77
V.6	Méthode ALO :	77
V.6.1	Introduction :	77
V.6.2	Optimiseur de fourmi-lion :	78
V.6.3	Inspiration :	78
V.6.4	Opérateurs de l'algorithme ALO :	78
V.7	Méthode LCA :	82
V.7.1	Introduction :	82
V.7.2	Classification des méthodes d'optimisation :	82
V.7.3	Algorithme du Cancer du Foie (LCA) :	83
V.7.4	Modèle mathématique de l'algorithme du cancer du foie (LCA) :	83
V.7.5	Complexité temporelle de l'algorithme du cancer du foie (LCA) :	83
V.7.6	Expériences pour évaluer les performances de l'algorithme LCA :	84
V.8	Méthode OOBO :	86
V.8.1	Introduction :	86
V.8.2	Revue de la littérature :	86
V.8.3	Optimiseur basé sur le principe de l'Un-à-Un :	87
V.8.4	Fondements de l'algorithme OOBO :	87
V.8.5	Initialisation de l'algorithme OOBO :	87
V.8.6	Modélisation mathématique de OOBO :	88
V.8.7	Processus de répétition, pseudocode et diagramme de flux de OOBO :	88
V.8.8	Études de simulation et résultats :	89
V.8.9	OOBO pour les Applications dans le Monde Réel :	89
V.9	Résultats et tests :	89
V.9.1	Barre 2D 9 éléments :	89
V.9.2	Barre 3 D 28 éléments :	100

V.9.3	Conclusion.....	109
-------	-----------------	-----

Liste des Figures

Figure 1 : Modèle d'un élément barre	17
Figure 2 : Fonction de forme linéaire	19
Figure 3 : Elément fini de barre bidimensionnelle dans les systèmes de coordonnées locales et globales.....	22
Figure 4 :Elément fini de barre bidimensionnelle dans les systèmes de coordonnées locales et globales.....	25
Figure 5 :Elément barre tridimensionnelle	27
Figure 6 : Barre en traction.....	29
Figure 7 : Elément fini de barre dans l'espace	33
Figure 8 : Système à 6 degrés de liberté.....	57
Figure 9 : Les mesures de transmissibilité (T21) à tous les degrés de liberté.....	60
Figure 10 : Les mesures de transmissibilité (T31) à tous les degrés de liberté.....	60
Figure 11 : Les mesures de transmissibilité (T41) à tous les degrés de liberté.....	61
Figure 12 : Les mesures de transmissibilité (T51) à tous les degrés de liberté.....	61
Figure 13 : Identification de la fréquence de résonance par la moyenne de SVD	62
Figure 14 : Illustration des modes propres mesurés et calculés	62
Figure 15 : Les quatre premières formes de modes systèmes	63
Figure 16 : treillis 2D 9 éléments	68
Figure 17 : Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 3,7.....	69
Figure 18 : Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 17.....	71
Figure 19 : Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 3,26... 71	
Figure 20 :Processus de l'algorithme de l'optimisation	75
Figure 21 : Pièges en forme de cône et comportement de chasse des fourmilions	79
Figure 22 : Classification des algorithmes d'optimisation.....	83
Figure 23 : Organigramme de l'algorithme LCA.	85
Figure 24 :Résultats treillis 2D 200 itération 50 population 2Endommagements.....	90

Figure 25: Résultats treillis 2D 200 itération100 population 2Endommagements.....	90
Figure 26: Résultats treillis 2D 200 itération 500 population2Endommagements.....	90
Figure 27: Résultats treillis2D 1000 itération 30 population 2Endommagements.....	91
Figure 28: Résultats treillis 2D 500 itération30population 2Endommagements.....	91
Figure 29: Résultats treillis2D 200 itération 30 population2Endommagements.....	92
Figure 30: Résultats treillis 2D 200 itération 30 population 1Endommagement	92
Figure 31: Résultats treillis 2D 500 itération 30population 1Endommagement	93
Figure 32: Résultats treillis 2D 1000 itération 30population 1Endommagement	93
Figure 33: Résultats treillis 2D 200itération 500poulation 1Endommagement	94
Figure 34: Résultats treillis 2D 200 itération 100 population 1Endommagement	94
Figure 35: Résultats treillis 2D 200 itération 50 population 1Endommagement	95
Figure 36: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre2d-Population 30	96
Figure 37: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre2d-Iteration 200.....	97
Figure 38: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre2d-Iteration 200.....	98
Figure 39: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre2d-Population 30	99
Figure 40: Treillis3D 200 itération 100 population 1Endommagement	100
Figure 41: Treillis 3D 200itération 500 population 1Endommagement	100
Figure 42: Treillis3D 200 itération 50 population 1Endommagement	101
Figure 43: Treillis3D 1000 itération 30 population 1Endommagement	101
Figure 44: Treillis3D 500 itération 30 population 1Endommagement	102
Figure 45: Treillis3D 200 itération 30 population 1Endommagement	102
Figure 46: Treillis3D 200 itération 500 population 2Endommagements.....	103
Figure 47: Treillis3D 200 itération 50 population 2Endommagements.....	103
Figure 48: Treillis3D 200 itération 100 population 2Endommagements.....	103
Figure 49: Treillis3D 200 itération 30 population 2Endommagements.....	104
Figure 50: Treillis3D 500 itération 30 population 2Endommagements.....	104
Figure 51: Treillis3D 1000 itération 30 population 2Endommagements.....	105

Figure 52: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre3d-Population 30	106
Figure 53: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre3d-Itérations 200	107
Figure 54: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre3d-Population 30	108
Figure 55: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre3d-Itérations 200	109

Liste des Tableaux

Tableau 1 : <i>Pourcentage des éléments endommagés barre 2D</i>	68
Tableau 2 : <i>Comparaison des fréquences saines et endommagées barre 2D</i>	69
Tableau 3 : <i>Pourcentage des éléments endommagés barre 3D</i>	70
Tableau 4 : <i>Comparaison des fréquences saines et endommagées barre 3D</i>	71

Nomenclature

Liste des symboles

\ddot{v}_e	Vecteur accélération
x	Déplacement
ν	Coefficient de Poisson
ρ	Densité volumique
I	Le moment d'inertie
w, m	Fréquence naturelle
[B]	Dérivée de la fonction de forme
L, l	Longueur de la poutre
[M]	Matrice de masse
[K]	Matrice de raideur
$[K_e]$	Matrice de rigidité élémentaire
$[M_e]$	Matrice élémentaire de la masse
$[Kg]$	La matrice globale
E	Module de Young
N	Matrice de la fonction de forme
I_{cj}	Moment quadratique au niveau de la $j^{\text{ème}}$ fissure
I_z, I	Moment d'inertie de la section droite
X_i, X_p, X_j	Position de $j^{\text{ème}}$ fissure
$\alpha, d_{ci}, d_{cj}, d_{cp}$	Profondeur de la fissure
k_{ij}	Raideur du ressort
$[K_{cj}]$	Réduction de la matrice de rigidité due à la $j^{\text{ème}}$ fissure
EI	rigidité de flexion
M	Le moment
$\{\delta\}$	Déplacement nodal

$\{p\}$	Vecteur de chaque nœud
$\{\alpha\}$	Le vecteur des coefficients
ε	La déformation
δ	La contrainte
Q_i	Le travail externe
Q_e	Le travail interne
Q, v_e	Vecteur de déplacement
F, F_e	Vecteur force associée
R	Vecteur réaction
l_c	Longueur effective
v_e	Vecteur de déplacement
k_t	La constante de torsion de la section endommagée
\bar{a}	La profondeur normalisée de la fissure
$[K_e^f]_j$	Matrice élémentaire de la partie saine
$MSEBI$	Indicateur d'endommagement
P_j	La fonction quadratique d'interpolation
n_1	La distribution normale standard
t	le nombre d'itérations
T	le nombre maximum d'itérations
p_1, p_2	Le nombre aléatoire
$fit(x_i)$	L'amplitude de la position candidate de la $i^{ème}$ anguille électrique.
x_j	La position d'une anguille
n	la taille de la population
r	Le nombre aléatoire compris entre 0 et 1
Low, Up	Les limites inférieures et supérieures, respectivement.
$x_{rand\{d\}}$ $x_{rand\{n\}}$	La position aléatoire de l'individu

a	L'échelle de l'aire de repos
r	Le nombre aléatoire compris entre 0 et 1
β	L'échelle de la zone de chasse.
η	Le facteur d'enroulement.
f_i^*	La fréquence de la structure fissurée mesurée expérimentalement
f_i	La fréquence calculée

Introduction générale

La résistance des structures aux forces environnementales telles que les séismes, les vents, les vagues et les chocs reste une préoccupation majeure pour la sécurité des personnes ainsi que pour la durabilité des infrastructures. Avec le temps, toutes les structures comme les ponts et les bâtiments subissent une détérioration due à ces effets environnementaux. Actuellement, l'inspection visuelle est la méthode principale pour assurer la sécurité de ces structures, impliquant des inspections planifiées sur site toutes les quelques années. Cependant, cette méthode présente des limites en termes de précision et d'efficacité, laissant la possibilité de graves dommages non détectés entre les inspections, notamment après des événements majeurs.

Par conséquent, une approche complémentaire cruciale est l'analyse numérique. Grâce à la puissance de calcul actuelle, il est possible de modéliser et simuler des structures complexes à grande échelle. Les méthodes d'analyse numérique des structures sont diverses, incluant les éléments finis, les volumes finis et les éléments discrets. La formation d'un ingénieur vise à développer les compétences nécessaires pour analyser et prévoir le comportement des systèmes d'ingénierie sous différentes charges, étant donné que seule une fraction des problèmes d'ingénierie peut être résolue de manière analytique.

La surveillance de l'état des structures (SHM) offre des outils précieux qui peuvent fournir un contenu plus quantitatif que l'inspection visuelle. Une avancée récente dans la gestion des SHM est l'identification des dommages basée sur les vibrations (VBDI), qui utilise les caractéristiques physiques de la structure telles que la masse, la rigidité et les conditions aux limites pour analyser les vibrations, incluant les changements dans les paramètres modaux comme les fréquences et les formes de mode.

L'utilisation de ces méthodes de détection permet de détecter les dommages, mais cela nécessite plus de temps. L'optimisation des techniques de calcul, à travers des algorithmes d'optimisation visant à minimiser ou maximiser certaines quantités objectives, est cruciale pour identifier la présence, l'emplacement et l'étendue des dommages dans une structure donnée.

Ce mémoire vise spécifiquement à détecter, localiser et quantifier les dommages dans deux structures treillis en 2D et 3D en utilisant la méthode des éléments finis via Matlab. Cette approche permet de calculer les paramètres physiques comme la masse et la rigidité, ainsi que les paramètres modaux tels que les fréquences, les vecteurs propres et les valeurs propres. Ensuite, nous utiliserons ces paramètres pour détecter les dommages dans les

structures, en optimisant cette détection à travers l'utilisation de trois algorithmes d'optimisation que nous comparerons. Le plan du mémoire se compose de cinq chapitres :

Débutant par une introduction générale sur la méthode des éléments finis suivie de son application spécifique aux treillis. Nous examinons ensuite les méthodes de détection des endommagements basées sur les mesures vibratoires. Puis, avant de présenter et d'analyser les résultats obtenus par l'application de notre méthode aux structures treillis, on a étudié la transmissibilité à partir d'une méthode appelée OMA. Enfin, nous identifions et quantifier les endommagements détectés et présentons les résultats de nos algorithmes d'optimisation appliqués aux deux structures.

Le mémoire se conclura par un résumé des remarques et des résultats obtenus au cours de cette étude approfondie sur la détection et l'analyse des endommagements structuraux.

Chapitre I. Méthode des éléments finis et dynamique des structures

I.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous explorerons la méthode des éléments finis (MEF) et son application en dynamique des structures, ainsi que le concept de transmissibilité.

La MEF est une technique de modélisation numérique essentielle qui permet de résoudre des problèmes complexes en décomposant les structures en éléments plus petits et plus faciles à analyser. En dynamique des structures, cette méthode est particulièrement précieuse pour étudier les comportements vibratoires et les réponses aux diverses sollicitations.

Comprendre la transmissibilité est crucial pour concevoir des systèmes qui minimisent les effets néfastes des vibrations assurant ainsi la fiabilité et la longévité des structures mécaniques.

A travers ce chapitre, nous illustrons comment ces méthodes et concepts interagissent et s'appliquent dans le domaine du génie mécanique, fournissant des outils indispensables pour l'analyse et l'optimisation des systèmes mécaniques complexes.

I.2 Généralités sur les éléments finis :

A travers cette section, nous allons présenter les éléments poutres en touchant à sa définition et son historique. [1]

I.3 Définitions des éléments finis :

Selon Frey et Jerousek : « la méthode des éléments finis est une méthode de résolution approchée des équations différentielles décrivant les phénomènes physiques et l'ingénierie. Elle connaît, depuis 1970 environ, une extension fantastique qui va de pair avec le développement et l'accroissement de puissance des ordinateurs. Elle est devenue un outil de travail, calcul et conception quotidien, voire familier, de l'ingénieur dans des domaines aussi variés que l'analyse des structures, le transfert de chaleur, la mécanique des fluides, l'électromagnétisme, les écoulements souterrains, la combustion ou encore la diffusion des polluants. »[2]

Selon KEBDANI, Les éléments finis est une méthode qui sert à résoudre les problèmes statique et dynamique existants dans un système linéaire. En effet, la résolution de ces problèmes nécessite la connaissance des équations de base de la théorie de l'élasticité linéaire.[3]

Pour se faire, il est envisageable d'exprimer les nombreuses valeurs numériques sous forme d'une matrice. En regroupant des termes de même nature au sein d'une seule et même

I.4 Historique des éléments finis :

La méthode des éléments finis (MEF) est mise en place en 1953 chez boeing (Seattle, USA, calcul des structures d'aile d'avion) ; on y développe le premier élément finis, sa matrice de rigidité, l'assemblage et la résolution par la méthode des déplacements (publiée par Turner, Clough, Martin et Topp en 1956 seulement).[4]

Quant aux bases théoriques générales, mariant l'analyse des structures en barres et poutres avec celle des solides, elles sont données de 1954 à 1960 (Argyris, Kelsey). Certaines idées apparurent auparavant, en particulier chez les mathématiciens pour résoudre divers problèmes aux limites, par exemple celui de la torsion de saint-venant en divisant la section en triangle (courant, 1943) ; mais elles restèrent sans suite.

L'expression éléments finis date de 1960 (Clough) les années soixante ont vu la méthode des éléments finis s'attaquer à tous les domaines du calcul des solides et structure, avant de déborder dans d'autres domaines : écoulement sous-terrain, transfert de chaleur, fluide, etc.

I.5 La discrétisation en élément finis :

On prend une structure, on la divise en plusieurs éléments pour qu'on puisse faire une étude approfondie pour chaque élément sous forme géométrique simple à s'approcher le mieux possible à sa forme géométrique.[5]

I.6 Rappels sur L'énergie de déformations :

La forme générale de l'énergie de déformation d'un élément s'écrit comme suite :

$$U = \frac{1}{2} \int \varepsilon \cdot \sigma \cdot d\sigma \quad (\text{I.1})$$

Par dérivation de la formule (1) devient :

$$\{\varepsilon\} = [B] \cdot \{U\} \quad (\text{I.2})$$

Dans le cas de présence d'une contrainte initiales, les contraintes et les déformations son réaliser par la formule suivante : w

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (\text{I.3})$$

Avec :

ε : La déformation

D : une matrice carrée symétrique dont les termes dépendent des caractéristiques mécaniques des matériaux. En général le module de Young E, et le coefficient de poisson ν ;

En substituent l'équation (3) et (4) dans (2) on obtient :

$$U = \frac{1}{2} \cdot \int (B \cdot U^e)(B \cdot U^e)^t \cdot D \cdot B \cdot U^e d\tau \quad (\text{I.4})$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot \{U^e\}^t \cdot \left[\int B^t D \cdot B \cdot d\tau \right] \cdot \{U^e\} \quad (\text{I.5})$$

$$U = \frac{1}{2} \{U^e\}^t \cdot K^e \{U^e\}. \quad (\text{I.6})$$

Avec :

K^e : la matrice de raideur de l'élément considéré ;

I.6.1 Rappel sur l'énergie cinétique :

Nous avons :

$$T = \frac{1}{2} \int \rho V d\tau \quad (\text{I.7})$$

Avec ; ρ : La masse volumique du matériau

$$V = N \cdot U^e \quad (I.8)$$

$$T = \frac{1}{2} \int N \cdot U^e \cdot \rho \cdot (N \cdot U^e)^t \quad (I.9)$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot U^e \left[\int N^t \cdot \rho \cdot N \cdot d\tau \right] \quad (I.10)$$

D'où :

$$M^e = \int N^t \cdot \rho \cdot N \cdot d\tau \quad (I.11)$$

U^e : La matrice de masse de l'élément considéré

I.6.2 L'approximation NODAL de chaque élément :

Pour chaque élément de la subdivision, on choisit une fonction d'interpolation qui va représenter la variation des déplacements au sein de chaque élément $U(x, y, z)$ cette expression représente le déplacement nodale de chaque élément U^e .

Se modèle peut être représenté avec une expression polynomiale suivante :

$$U(x, y, z) = U^e \cdot N^t \quad (I.12)$$

Avec :

N : fonction de forme.

U : Le déplacement de chaque point (il peut comporter jusqu'à trois : u, v, w selon les axes x, y, z) sachant que :

$$U = a_1 + a_2 \cdot x = \langle 1 \ x \rangle \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} \quad (I.13)$$

$$V = a_3 + a_4 \cdot y = \langle 1 \ y \rangle \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \end{pmatrix} \quad (I.14)$$

$$w = a_5 + a_6 \cdot z = \langle 1 \ z \rangle \begin{pmatrix} a_5 \\ a_6 \end{pmatrix} \quad (I.15)$$

I.7 Etudes des barres :

I.7.1 Démarche éléments finis :

- Identification de problème : définir le problème physique à résoudre, y compris les conditions aux limites, les propriétés des matériaux et les charges appliquées
- Discrétisation du domaine : diviser le domaine physique en petits éléments finis de forme simple, tels que des triangles, des quadrilatères, des tétraèdres ou des hexaèdres.
- Formation des équations : établir les équations régissant le comportement du système en fonction des variables inconnues associée à chaque élément fini.
- Sélection des fonctions d'interpolation : choisir des fonctions d'interpolation polynomiales pour approximer les solutions dans chaque élément fini.
- Assemblage de la matrice globale : combiner les équations des éléments finis pour créer une matrice globale représentant l'ensemble du système.
- Application des conditions aux limites : intégrer les conditions aux limites en ajustant la matrice globale et le vecteur des charges.
- Résolution numérique : Résoudre la matrice globale pour obtenir les valeurs des variables nodales inconnues.
- Validation et analyse des résultats : Valider les résultats numériques en les comparant avec des données expérimentales ou des solutions analytiques, et réaliser une analyse de sensibilité pour évaluer l'influence des paramètres.
- Optimisation : optimiser le modèle ajustant les paramètres pour améliorer les performances si nécessaires
- Interprétation et rédaction du rapport : interpréter les résultats et rédiger un rapport pour communiquer les conclusions et les recommandations aux parties prenantes.

I.7.2 Discrétisation géométrique :

La discrétisation géométrique est une étape cruciale dans la résolution numérique de problème physique continu par la méthode des éléments finis. Elle consiste à transformer un domaine géométrique continu en un ensemble d'éléments finis plus petits et gérables. Voici les étapes principales :

- A. Division du domaine
- B. Nœuds et maillage
- C. Fonctions d'interpolation

$$D_m = \sum_{e=1}^{n_e} D_e \quad \text{Tel que } \lim_{e \rightarrow 0} (UDe) = D_m \quad (\text{I.16})$$

I.7.3 Etablissement de la relation entre déformations et déplacements :

La relation entre les déformations et les déplacements est un concept important en mécanique des matériaux. En effet, lorsqu'un matériau subit une contrainte, il se déforme. Cette déformation peut être mesurée en termes de changement de longueur, d'angle ou de volume du matériau.

Les déplacements, quant à eux, sont mesurés en termes de la position de points spécifiques dans le matériau. Les déplacements sont généralement exprimés en termes de déplacement linéaire ou angulaire.

La relation entre les déformations et les déplacements peut être élaborée en utilisant des équations mathématiques. Par exemple, la déformation longitudinale d'un matériau peut être définie comme la variation relative de la longueur du matériau par unité de longueur.

Cette déformation peut être exprimée en termes de déplacement longitudinal en utilisant l'équation suivante :

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} = \frac{u}{L} \quad (\text{I.17})$$

Où ε représente la déformation longitudinale, ΔL représente la variation de la longueur, L représente la longueur initiale du matériau, et u représente le déplacement longitudinal.

De manière générale, la relation entre les déformations et les déplacements dépend du type appliqué de contrainte au matériau et des propriétés élastiques du matériau lui-même. En utilisant des techniques mathématiques appropriées, les ingénieurs peuvent calculer la relation entre les déformations et les déplacements pour différents types de matériaux et de contraintes, ce qui leur permet de concevoir des structures résistantes et durables.

I.7.4 Etablissement de la relation entre contraintes et déformations :

La relation entre les contraintes et les déformations est décrite par la loi de Hooke, qui stipule que la déformation d'un matériau est directement proportionnelle à la contrainte appliquée, tant que le matériau reste dans sa plage élastique. Mathématiquement, cette relation peut être exprimée par la formule :

$$\sigma = E \varepsilon \quad (\text{I.18})$$

Où σ représente la contrainte, ε représente la déformation appliquée subie par le matériau, et E est le module d'élasticité du matériau (également appelé module de Young).

Cette formule indique que plus la contrainte appliquée n'est grande, plus la déformation du matériau ne sera importante. Elle montre également que le module d'élasticité est une mesure de la rigidité du matériau : plus il est élevé, moins le matériau sera déformé pour une même contrainte appliquée.

Il convient de noter que cette relation ne s'applique que dans la plage élastique du matériau. Au-delà de cette plage, le matériau commencera à se déformer de manière permanente (c'est-à-dire à subir une déformation plastique), et la relation entre contraintes et déformations ne sera plus linéaire.

I.7.5 Calcul des matrices élémentaires :

Cette étape constitue la partie la plus importante du problème. Les déplacements U^e aux nœuds sont déterminés de telle façon que les contraintes engendrées dans l'élément équilibrent le chargement extérieur F^e . C'est-à-dire que :

$$K^e U^e = F^e \quad (\text{I.19})$$

K^e Est la matrice de rigidité de l'élément exprimée dans le repère local. Elle est

Déduite de l'énergie de déformation de l'élément (ROCKY, 1979) et exprimée par :

$$K^e = \int_0^v B^T D B \, dv \quad (\text{I.20})$$

Il faut aussi calculer la matrice de masse M^e de chaque élément. Cette matrice est déduite de l'énergie cinétique de l'élément (ROCKY, 1979). Dans le repère local de l'élément, cette matrice est donnée par l'expression :

$$M^e = \int_0^v \rho N^T N dv \quad (I.21)$$

Où ρ est la masse volumique du matériau constituant l'élément.

Finalement, on exprime les matrices K^e , M^e , U^e et F^e dans le repère global défini pour toute la structure.

I.7.6 Assemblage des matrices élémentaires :

L'assemblage consiste à construire les matrices K, M et F de la structure complète à partir des matrices élémentaires (K^e), (M^e), (U^e) et (F^e), exprimées dans le repère global, pour chaque élément. Cela se fait en sommant les énergies de déformation et cinétique de chaque élément.

Pour une structure composée de poutres, il n'est pas possible de sommer les matrices directement. Pour chaque élément, il faut localiser la position des variables nodales dans le vecteur des déplacements de l'ensemble des nœuds de la structure.

I.8 Élément fini barre :

Géométriquement, une barre est définie par ses deux extrémités, appelées nœuds, au nombre de deux. Chaque nœud possède trois degrés de liberté (d.d.l), représentant les composantes de son déplacement dans l'espace. Dans le repère local, la barre est orientée dans la direction x, ses dimensions dans le plan (yz) étant relativement petites par rapport à sa dimension longitudinale. Un élément fini barre modélise travaillant uniquement en traction ou en compression.

L'élément de force uni axial bidimensionnelle est un élément de traction-compression à deux nœuds. Chaque nœud à deux degrés de liberté de translation, dans les directions globales X et Y. l'élément ne peut prendre que des forces nodales et la flexion n'est pas autorisée. Cet élément est utilisé pour modéliser les membres de poutrelles à deux dimensions.

Les hypothèses principales pour un élément barre qui travaille qu'en traction compression sont :

*Petit déplacement :

$$U_{(M.T)} = U_{(M.T)} X \quad (I.22)$$

*Petit déplacement :

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial X} \quad (I.23)$$

Loi de Hooke dans un milieu isotrope homogène et statique.

$$\sigma = E\varepsilon \quad (I.24)$$

σ = est la contrainte dans la barre

E = est le module de young de matériau de barre

En intégrant les contraintes sur la section A, on obtient la loi de comportement intégrée des barres :

$$n(x) = EA.\varepsilon \quad (I.25)$$

Où $n(x)$ est l'effort normal dans la barre dû à la force nodale F.

I.8.1 Matrice de rigidité de l'élément barre :

Un élément barre est un élément unidimensionnel qui est sollicité à la traction compression. Une barre est définie par :

Sa section A, sa longueur L et son module d'élasticité E.

La matrice de rigidité de l'élément barre dans le repère local est donné par l'équation, après intégration on aura matrice sous forme :

$$K^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.26)$$

La matrice de masse de l'élément barre dans le repère local est donnée par l'équation après intégration on aura la matrice de masse sous forme

$$M^e = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (I.27)$$

I.8.2 Transformation dans le repère global :

Les barres constituant un treillis ou un portique plan sont positionnées arbitrairement dans l'espace et formant divers angles avec le repère global de la structure.

On note l'angle entre l'axe X du repère global et l'axe X du repère local de la barre.

Soit u_{xi} , y_i , u_{xj} et u_{yj} les déplacements en nœud i et j exprimés dans le repère global, la relation entre les déplacements exprimés dans le repère local et ceux exprimés dans le repère global est donné par :

$$U_{xi} = U_{xi}C + U_{yi}S \quad (\text{I.28})$$

$$U_{yi} = U_{xj}C + U_{yj}S \quad (\text{I.29})$$

Où : C et S sont des cosinus directeurs : $C = \cos \theta$ et $S = \sin \theta$

$$C = \frac{1}{L}(x_j - x_i) \quad (\text{I.30})$$

$$S = \frac{1}{L}(y_j - y_i) \quad (\text{I.31})$$

L est la distance entre les nœuds i et j, (longueur de l'élément) :

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (\text{I.32})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} U_{xi} \\ U_{xj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CS & OS \\ OS & CS \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{xi} \\ U_{yi} \\ U_{xj} \\ U_{yj} \end{bmatrix} \quad (\text{I.33})$$

Où T est la matrice de transformation de repère local au repère globale.

$$T = \begin{bmatrix} C & S0 & 0 \\ 0 & 0C & S \end{bmatrix} \quad (I.34)$$

La matrice de rigidité exprimée dans le repère global sera dérivée de la matrice de rigidité exprimée dans le repère local par la relation :

$$K^e = T^T K^e T \quad (I.35)$$

De même, pour la matrice de masse de l'élément barre dans le plan exprimé dans le repère global est :

$$M^e = T^T M^e T \quad (I.36)$$

I.9 Élément de barre :

L'élément de barre est un élément à 2 nœuds composant un seul degré de liberté dans son repère local et deux (2D) ou trois (3D) dans le repère global. Ses caractéristiques géométriques et matérielles se résument à une section constante S et un module d'élasticité longitudinale E .

Fonctionnant en traction ou compression uniquement, l'hypothèse généralement retenue dans les logiciels du marché et d'associer un effort normal N positif à une traction. De plus et afin de simplifier les développements, seul le cas plan sera traité.

I.9.1 Matrice de rigidité élémentaires :

L'élément barre possédant un seul degré de liberté en repère local et deux dans le repère global, il est nécessaire, pour envisager ce changement de base, d'exprimer $[K_e]$ sous la forme d'une matrice de dimension 4×4 . Pour se faire on reprend l'expression $[K_e]$ établie comme suit :

$$[K_e] = \int [B]^T \cdot [H] \cdot [B] \cdot dV_e = \int_0^L \int_S^{dS_e} \begin{Bmatrix} \frac{-1}{L} \\ 1 \\ \frac{1}{L} \end{Bmatrix} \cdot E \cdot \left\{ -\frac{1}{L} \quad 1 \right\} \cdot dx \quad (I.37)$$

$$[K_e] = ES \cdot \int_0^L \begin{bmatrix} \frac{1}{L^2} & -\frac{1}{L^2} \\ -\frac{1}{L^2} & \frac{1}{L^2} \end{bmatrix} dx = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.38})$$

$$W_e = \frac{1}{2} \{Q_e\} \cdot [K_e] \cdot \{Q_e\} \quad (\text{I.39})$$

D'où l'expression de la rigidité élémentaire en repère global :

$$[K_e] = [K_e] \cdot [k_e] \cdot [R_e] \quad (\text{I.40})$$

Soit pour l'élément barre :

$$[K_e] = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta \sin\theta & -\cos^2\theta & -\cos\theta \sin\theta \\ \cos\theta \sin\theta & \sin^2\theta & -\cos\theta \sin\theta & -\sin^2\theta \\ -\cos^2\theta & -\cos\theta \sin\theta & \cos^2\theta & \cos\theta \sin\theta \\ -\cos\theta \sin\theta & -\sin^2\theta & \cos\theta \sin\theta & \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.41})$$

Avec

$$[K_e] = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ U_j \end{pmatrix} = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ U_i \\ V_i \end{pmatrix} \quad (\text{I.42})$$

$$[R_e] = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta & 0 & 0 \\ -\sin\theta & \cos\theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta \\ 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.43})$$

Ce qui donne pour le barreau du titre pour (nœud 1 vers 2 $\rightarrow \theta = -90^\circ$)

$$[R_e] = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } [K_1] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{pmatrix} \quad (\text{I.44})$$

I.10 Élément fini de barre unidimensionnel :

Considérons un élément de barre soumis uniquement à la traction-compression c'est à dire transmettant uniquement l'effort normal (figure I-1-a). Les nœuds généralement notés i et j

sont situés aux extrémités de l'élément la longueur de l'élément est (l_e) est alignée avec la direction axiale de l'élément, son centre est au nœud (i)

Dans le système de coordonnées locale le nœud de l'élément ne possède qu'un seul degré de liberté (ddl), à savoir le déplacement axial. Par conséquent l'élément possède au total deux degrés de liberté soit (ddl=2) (figure 1) À noter que dans ce cas l'axe local x est confondu avec l'axe global X .

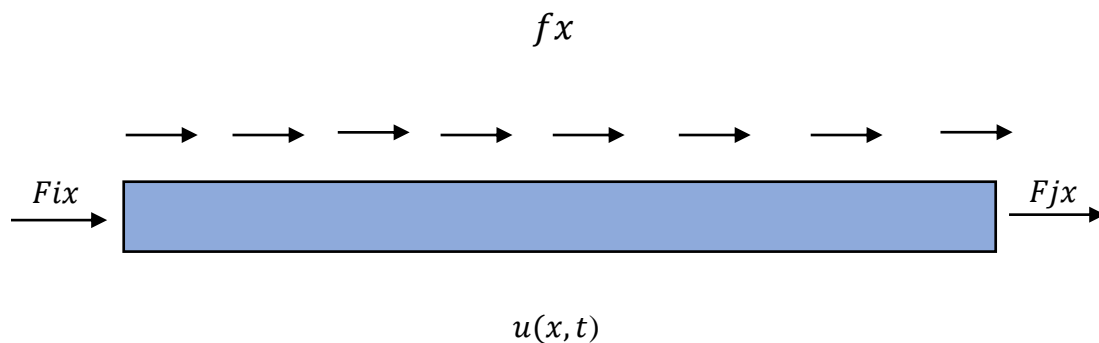


Figure 1 : Modèle d'un élément barre

Cet élément de barre unidimensionnel, l'axe local (x) est confondu avec l'axe global (X)

I.11 Hypothèses :

On considère l'hypothèse suivante :

- Petits déplacements
- Petites déformations
- Section droite avant déformation reste droite après déformation
- Milieu isotrope homogène élastique

D'après les modules MMC (Mécanique des milieux continus)

RDM (Résistance des Matériaux)

•Relation déplacement déformation :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} = u_x$$

•Comportement :

$$\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}$$

Mettons dans l'équation (X) sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} U_i(t) \\ U_j(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & Le \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{I.45})$$

Inversons l'équation précédente

$$\begin{Bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & Le \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} U_i(t) \\ U_j(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{I.46})$$

Reportons l'équation précédente dans l'approximation générale des déplacements :

Approximation du champ de déformation

$$\{\varepsilon_{(M)}\} = [L_{(M)}][N_{(M)}]\{U_e\} = [B_{(M)}]\{U_e\} \quad (\text{I.47})$$

$$U(x, t) = \langle 1 \ x \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & Le \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} U_i(t) \\ U_j(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{I.48})$$

$$U(x, t) = \left[1 - \frac{x}{le} \ \frac{x}{le} \right] \begin{Bmatrix} U_i(t) \\ U_j(t) \end{Bmatrix} = [N_{(x)}]\{U_{e(t)}\} \quad (\text{I.49})$$

La matrice des fonctions de forme est alors obtenue sous la forme :

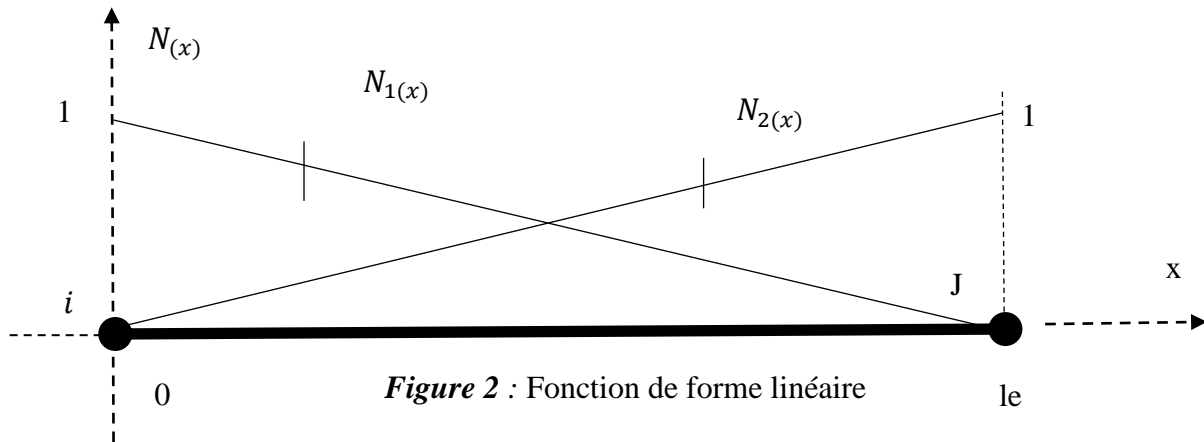
$$[N_{(M)}] = [N_{1(x)} N_{2(x)}] \quad (\text{I.50})$$

Ou les fonctions de forme pour un élément barre être comme suit :

$$N_{1(x)} = 1 - \frac{x}{le} \text{ avec } N_{1(0)} = 1 \text{ et } N_{1(le)} = 0 \quad (\text{I.51})$$

$$N_{2(x)} = \frac{x}{le} \text{ avec } N_{2(0)} = 0 \text{ et } N_{2(le)} = 1 \quad (\text{I.52})$$

La représentation de ces fonctions de forme linéaire est illustrée dans la figure suivante :



Nous avons obtenu deux fonctions de forme, car nous avons deux degrés de liberté dans l'élément barre.

Il est clairement montré que N_i donne la forme de la contribution du déplacement nodal au nœud i et c'est pour qu'elle est appelée une fonction de forme. Dans ce cas les fonctions de forme varient linéairement à travers l'élément et on les appelle des fonctions de forme linéaire.

Enfin, nous obtenons l'approximation nodale de la fonction de déplacement axiaux $U_{(x,t)}$

Suivante :

$$U_{(x,t)} = \left[1 - \frac{x}{le} \quad \frac{x}{le} \right] \begin{Bmatrix} U_{i(t)} \\ U_{j(t)} \end{Bmatrix} = U_{i(t)} + \frac{U_{j(t)} - U_{i(t)}}{le} x \quad (\text{I.53})$$

Le fait que le déplacement dans l'élément varie linéairement indique clairement que l'élément est appelé un élément linéaire.

I.12 Approximation des déformations :

Il n'y a qu'une seule composante de contrainte σ_x dans un élément fini de barre et la déformation correspondante peut être obtenue par

$$\varepsilon(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{U_{j(t)} - U_{i(t)}}{le} \quad (\text{I.54})$$

Qui est un résultat direct de la différenciation de l'équation

$$U(x, t) = \left[1 - \frac{x}{le} \quad \frac{x}{le} \right] \begin{Bmatrix} U_i(t) \\ U_j(t) \end{Bmatrix} = U_i(t) + \frac{U_j(t) - U_i(t)}{le} x \quad (I.55)$$

Par rapport à x . Noter que la déformation dans l'équation :

$$\varepsilon_{(x,t)} = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \frac{U_j(t) - U_i(t)}{le} \quad (I.56)$$

Est une valeur constante dans l'élément.

L'équation (I.57) peut être aussi obtenue comme suit :

$$\varepsilon_x = [B_{(x)}] \{U_e\} \quad (I.58)$$

Avec $[B_{(x)}]$ est la matrice des opérateurs différents appliqués aux fonctions de forme qui est donnée comme suivant :

$$[B_{(x)}] = [L_{(x)}] [N_{(x)}] = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{x}{le} & \frac{x}{le} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{le} & \frac{1}{le} \end{bmatrix} \quad (I.59)$$

I.13 Approximation des contraintes :

En remplaçant l'équation (I.60) dans l'équation $(\sigma_{xx} = E\varepsilon_{xx})$ nous obtenons l'approximation des contraintes comme suit :

$$\sigma_x = E [B_{(x)}] \{U_e\} = E \frac{U_j(t) - U_i(t)}{le} \quad (I.61)$$

I.14 Matrice élémentaire de raideur et de masse

La matrice élémentaire de raideur pour les éléments de barre unidimensionnels peut être obtenue une fois on a la matrice $[B_{(x)}]$

$$[Ke] = \int_0^{le} U_e [B_{(x)}]^T [D_{(x)}] [B_{(x)}] dV_c = \int_0^{le} \left(\begin{bmatrix} -\frac{1}{le} \\ \frac{1}{le} \end{bmatrix} EA \begin{bmatrix} -\frac{1}{le} & \frac{1}{le} \end{bmatrix} \right) dx \quad (I.62)$$

Après les calculs, la M.E de raideur pour un élément barre unidimensionnel et donne comme suit :

$$[Ke] = \frac{EA}{le} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (I.63)$$

Où (A) et le représente la section droite et la longueur de l'élément de barre. Il est noté que la matrice constante des coefficients élastique $[D_{(M)}]$ se réduit au module de Young E. De plus, la matrice de rigidité des éléments de barre telle que présentée dans équation Et symétrique.

La matrice élémentaire de masse peut également être déterminée à partir de la formulation suivante

$$[Me] = \int V_c [N_{(x)}]^T \delta [N_{(x)}] dV_c = \int_0^{le} \left(\begin{bmatrix} 1 - \frac{u}{le} \\ \frac{u}{le} \end{bmatrix} \delta A \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ le & le \end{bmatrix} \right) Dx \quad (I.64)$$

Après le calcul de la M.E. de masse pour l'élément de barre unidimensionnels est donne comme suite :

$$[Me] = \frac{\delta Ale}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (I.65)$$

I.15 Élément fini de barre bidimensionnel :

Dans le cadre de l'élément fini de barre bi dimensionnel, les déplacement axiaux U_i et U_j des nœuds i et j sont évalués dans le système de coordonnées locales (x,y,z)

Les matrices élémentaires de raideurs et de masse $[Ke]$ et $[Me]$, de taille 2x2 sont exprimées dans cette base locale selon les équations (I.66)(I.4) respectivement.

Les déplacements modaux ainsi que les matrices de raideur et de masse dans le système de coordonnées globales XY peuvent être construits de la manière suivante : [1]

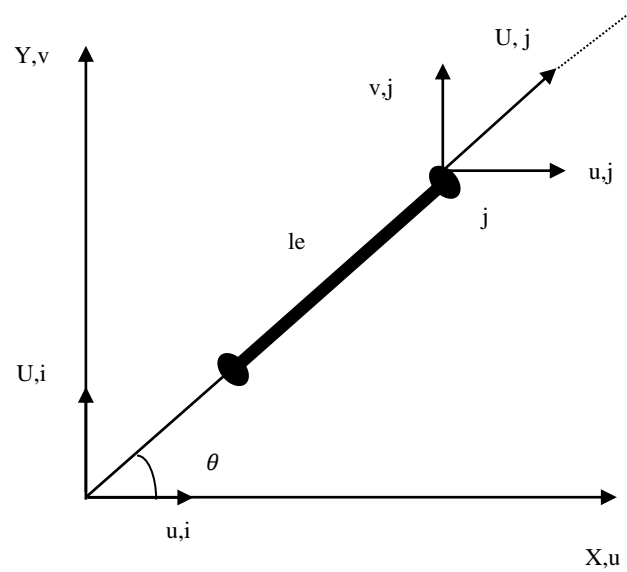


Figure 3 : Elément fini de barre bidimensionnelle dans les systèmes de coordonnées locales et globales.

$$U_i = u_i \cos \theta + v_i \sin \theta \quad (I.67)$$

$$U_j = u_j \cos \theta + v_j \sin \theta \quad (I.68)$$

L'équation :

$$[N(x)] = [N_1(x) \ N_2(x)] \quad (I.69)$$

Peut se mettre sous forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \end{Bmatrix} \quad (I.70)$$

Ou sous forme plus compacte :

$$\{U_e\} = [T]\{U_e\} \quad (I.71)$$

Où $[T]$ est la matrice de passage du système de coordonnées locales ou système de coordonnées globales donnée par :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \quad (I.72)$$

Dans lequel on pose :

$$l_{ij} = \cos \theta = \cos(u, x) = \frac{X_j - X_i}{l_e} \quad (I.73)$$

$$m_{ij} = \sin \theta = \cos(u, y) = \frac{Y_j - Y_i}{l_e} \quad (I.74)$$

$$m_{ij} = \sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(x, y) = \frac{Y_j - Y_i}{l_e} \quad (I.75)$$

$$l_e = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2} \quad (I.76)$$

l_{ij} désigne le cosinus directeur entre la ligne ij et la direction globale X

m_{ij} désigne le cosinus directeur entre la ligne ij et la direction globale Y

(X_j, X_i) et $(Y_j - Y_i)$ sont respectivement les coordonnées globales des nœuds i et j .
 l_e est la longueur de l'élément ij .

La matrice élémentaire de raideur $[K_e]$ dans le système de coordonnées globales est donnée comme suit :

$$[K_e] = [K_e]^T [K_e] [T] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} \\ l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} \\ -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (I.77)$$

Et pour la matrice de masse est donnée comme suit :

$$[M_e] = [T]^T [M_e] [T] = \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} \\ 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 \\ l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (I.78)$$

Pour obtenir la matrice élémentaire $[K_e]$ d'un élément de barre bidimensionnelle qui a un seul degré de liberté dans le repère local et deux dans le repère global, nous devons transformer la matrice élémentaire de raideur $[K_e]$ exprimé déjà (I.79) en une matrice 4*4 pour ce faire nous prenons l'expression de $[K_e]$ définie en (I.62) et ajoutons deux lignes et deux colonnes remplies de zéro pour les déplacements (V_i et V_j)

$$[K_e] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ U_j \end{pmatrix} = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{pmatrix} \quad (I.80)$$

Le changement de barre est alors possible en posant :

$$[K_e] = [T]^T [K_e] [T] \text{ avec } [T] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} \end{bmatrix} \quad (I.81)$$

On retrouve alors la forme générique de la matrice de rigidité $[K_e]$ en repère global :

$$[K_e] = \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (I.82)$$

Certains chercheurs optent souvent par une autre matrice élémentaire de masse lors de l'analyse dynamique de structure plane, plutôt que celle établie dans l'équation (L)

$$[M_e] = \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (I.83)$$

I.16 Élément fini de barre tridimensionnel :

Dans un contexte tridimensionnel chaque nœud local est associé à trois composantes distinctes présentant ses déplacements dans les directions X, Y et Z d'une manière spécifique. Par exemple pour le nœud i ses déplacements locaux sont identifiés respectivement par U_i, V_i et w_i comme indiqué dans la figure. De manière précise le vecteur de coordonnées globales est défini de la manière suivante : $\{U_e\} = [T]\{U_e\}$ (I.84)

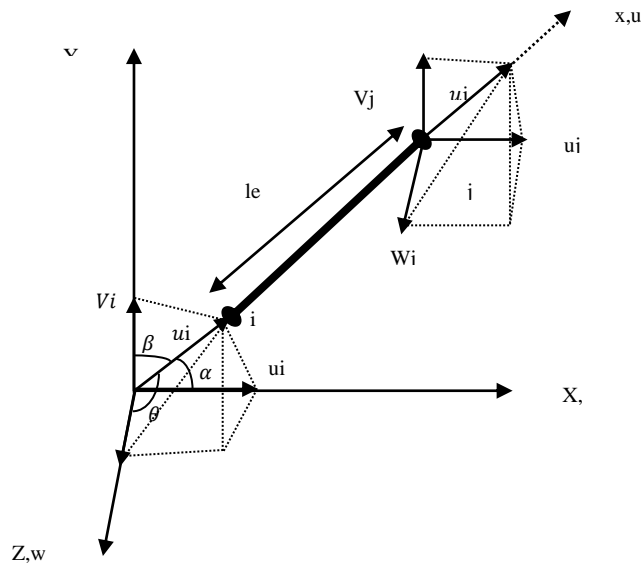


Figure 4: Élément fini de barre bidimensionnelle dans les systèmes de coordonnées locales et globales.

$$\text{Ou } \{U_e\}^T = \{U_i, V_i, w_i, U_j, V_j, W_j, \}$$

Et $[T]$ est la matrice de transformation pour l'élément de treillis donné comme suit :

$$[T] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & m_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & m_{ij} \end{bmatrix} \quad (I.85)$$

Dans lequel :

$$l_{ij} = \cos \alpha = \cos(u, x) = \frac{X_j - X_i}{l_e} \quad (I.86)$$

$$m_{ij} = \cos \beta = \cos(u, y) = \frac{Y_j - Y_i}{l_e} \quad (\text{I.87})$$

$$n_{ij} = \cos \theta = \cos(u, z) = \frac{Z_j - Z_i}{l_e} \quad (\text{I.88})$$

$$l_e = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (\text{I.89})$$

La matrice élémentaire de raideur dans le système de coordonnées globales pour les éléments de barres tridimensionnelles est donnée comme suit :

$$[K_e] = [T]^T [K_e] [T] = \frac{EA}{l_e} \quad (\text{I.90})$$

$$[K_e] = [T]^T [K_e] [T] = \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 & -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 & l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.91})$$

Et celle de la masse est donnée comme suit :

$$[M_e] = [T]^T [M_e] [T] = \frac{\rho A l_e}{6} \quad (\text{I.92})$$

$$[M_e] = [T]^T [M_e][T] = \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & 2l_{ij}n_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 & 2m_{ij}n_{ij} & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} \\ 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}n_{ij} & 2n_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 \\ l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} & 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} & 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 & 2l_{ij}n_{ij} & 2m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (I.93)$$

Sache que les matrices $[K_e]$ et $[M_e]$ ont la dimension 6×6

La plupart des chercheurs ne travaillent pas avec ce genre de matrice élémentaire de masse établie, adopte le plus souvent celle qui est donnée comme suit :

$$[M_e] = \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (I.94)$$

I.17 Élément barre tridimensionnelle :

L'élément barre tridimensionnelle est représenté dans la figure ci-dessus le vecteur force associé à cet élément, qui est relatif à l'élément e , est spécifié ci-dessous :

$$\overline{F^e} = [f_{xi} f_{yi} f_{zi} f_{yj} f_{zj}]^T \quad (I.95)$$

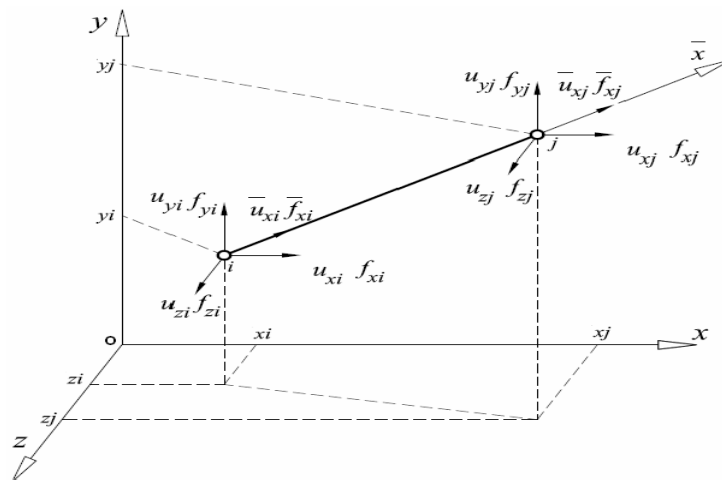


Figure 5: Élément barre tridimensionnelle

La spécification du vecteur déplacement est suivant :

$$\overline{U}^e = [\overline{U}_{xi} \overline{U}_{yi} \overline{U}_{zi} \overline{U}_{yj} \overline{U}_{zj}]^T \quad (I.96)$$

Les relations entre les grandeurs mesurées dans le repère local et celles mesurées dans le repère global pour un élément barre tridimensionnelle sont donnée la même manière que pour un élément barre dans le plan :

$$\overline{U}_{xi} = C U_{xi} + S U_{yi} + Z U_{zi} \quad (I.97)$$

$$\overline{U}_{xj} = C U_{xj} + S U_{yj} + Z U_{zj} \quad (I.98)$$

Avec

$$C = \frac{1}{L} (x_j - x_i) ; S = \frac{1}{L} (y_j - y_i) , Z = \frac{1}{L} (z_j - z_i) \quad (I.99)$$

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (I.100)$$

On aura alors la matrice de transformation suivante :

$$T = \begin{bmatrix} C & S & Z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C & S & Z \end{bmatrix} \quad (I.101)$$

La spécification de la matrice de rigidité d'une barre tridimensionnelle dans le repère global est la suivante :

$$K^e = T^T \overline{K}^e T \quad (I.102)$$

La matrice de masse de l'élément barre tridimensionnelle dans le repère global est spécifique de la manière suivante :

$$M^e = T^T \overline{M}^e T \quad (I.103)$$

I.18 Introduction des conditions d'appuis :

Pour ancrer la structure au sol et garantir sa stabilité globale des conditions d'appuis sont définis selon les degré de liberté restreinte, ces supports peuvent reproduire des appuis

punctuels, des appuis rotules ou des encastremets. Ils peuvent également correspondre à des déplacements nuls ou imposés.

En regroupant les déplacements connus associés aux appuis dans un vecteurs $\{Q_B\}$ et ceux inconnus dans $\{Q_L\}$, le système $[Ke] \cdot \{Q\} = \{F\}$ peut-être modifié à fin distinguer les degrés de liberté libre et bloqués soit :

$$[Ke] \cdot \{Q\} = \{F\} = \begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LB}] \\ [K_{BL}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q_L\} \\ \{Q_B\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_{ext}\} \\ \{R\} \end{Bmatrix} \quad (I.104)$$

$\{R\}$: vecteur des réactions d'appuis

$\{F_{ext}\}$: vecteur des charges associées aux degrés de liberté des déplacements inconnus $\{Q_L\}$

Peuvent donc être déterminés en résolvant le système linéaire :

$$[K_{LL}] \cdot \{Q_L\} = \{F_{ext}\} - \{Q_B\} = \{Q_L\} \quad (I.105)$$

Pour être inversible et donc ne pas être singulière, $[K_u]$ (ne pouvant pas non plus être négatifs du fait de son caractère défini positif

$$\{Q_L\}^T \cdot [K_{LL}] \cdot \{Q_L\} > 0 \quad (I.106)$$

Dans le cas contraire, on parlera de « pivot négatif ou nul » terme qui d'ailleurs est largement repris par les logiciels lorsque le calcul est interrompu pour ces raisons.

Une fois $\{Q_L\}$ déterminé les réactions d'appuis peuvent être calculées à partir de :

$$\{R\} = [K_{BL}] \cdot \{Q_L\} + \{Q_B\} \quad (I.107)$$

Ce qui donne pour le calcul du barreau de la figure :

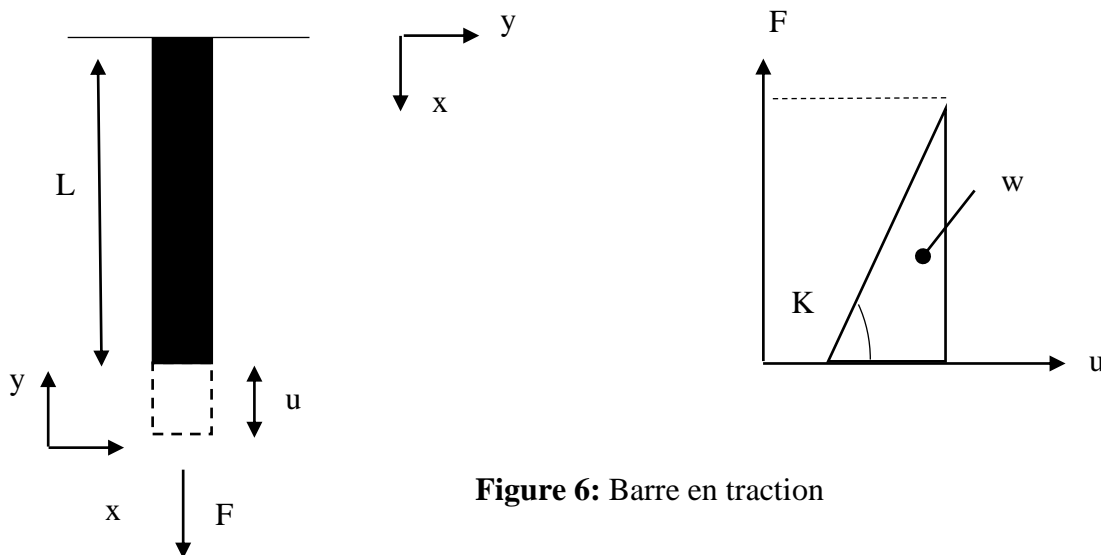


Figure 6: Barre en traction

$$[K] \cdot \{Q\} = [K_1] \cdot \{Q\} = \frac{ES}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_{H1} \\ R_{V1} \\ 0 \\ -F \end{Bmatrix} \quad (\text{I.108})$$

$$\text{D'où : } U_2 = 0 \quad V_2 = -\frac{FL}{ES}$$

Et

$$R_{H1} = 0 \quad R_{V1} = \frac{ES}{L} V_2 = F$$

On notera par ailleurs que la force F est une force nodale et que le déplacement V_2 est négatif car exprimé dans le repère global

De plus est comme

$$\{q_1\} = \{R_1\} \cdot \{Q_1\} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ U_2 \\ V_2 \end{Bmatrix} \quad (\text{I.109})$$

$$\text{Dédit } U_2 = \frac{FL}{ES} \text{ puisque } U_2 = V_2$$

I.19 Les typologies des éléments finis :

Il existe une diversité de type faisant référence aux éléments finis, notamment, éléments barre, éléments portique et enfin les éléments poutres auquel on va mettre accent puisqu'il est lié à notre thématique. Tandis que les autres typologies on va se contenter de les définir.

I.19.1 Les éléments barres :

L'élément de force uni axial bidimensionnelle est un élément de traction-compression à deux nœuds. Chaque nœud à deux degrés de liberté de translation, dans les directions globales X et Y . l'élément ne peut prendre que des forces nodales et la flexion n'est pas autorisée. Cet élément est utilisé pour modéliser les membres de poutrelles à deux dimensions.

Les déplacements modaux ainsi que les matrices de raideur et de masse dans le système de coordonnées globales XY peuvent être construits de la manière suivante : [1]

Elément fini de barre bidimensionnelle dans les systèmes de coordonnées locales et globales.

$$U_i = U_i \cos \theta + V_i \sin \theta \quad (\text{I.110})$$

$$U_j = U_j \cos \theta + V_j \sin \theta \quad (\text{I.111})$$

L'équation :

$$[N(x)] = [N_1(x) \ N_2(x)] \quad (\text{I.112})$$

Peut se mettre sous forme matricielle suivante :

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ U_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} \quad (\text{I.113})$$

Ou sous forme plus compacte :

$$\{U_e\} = [T]\{U_e\} \quad (\text{I.114})$$

Ou [T] est la matrice de passage du système de coordonnées locales ou système de coordonnées globales donnée par :

$$[T] = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.115})$$

Dans lequel on pose :

$$l_{ij} = \cos \theta = \cos(u, x) = \frac{x_j - x_i}{l_e} \quad (\text{I.116})$$

$$m_{ij} = \sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin(x, y) = \frac{y_j - y_i}{l_e} \quad (\text{I.117})$$

$$l_e = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \quad (\text{I.118})$$

l_{ij} désigne le cosinus directeur entre la ligne ij et la direction globale X

m_{ij} désigne le cosinus directeur entre la ligne ij et la direction globale Y

(X_j, X_i) et $(X_j - Y_j)$ sont respectivement les coordonnées globales des nœuds i et j . l_e est la longueur de l'élément ij .

La matrice élémentaire de raideur $[K_e]$ dans le système de coordonnées globales est donnée comme suit :

$$[K_e] = [K_e]^T [K_e] [T] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} l^2_{ij} & l_{ij} m_{ij} & -l^2_{ij} & -l_{ij} m_{ij} \\ l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l^2_{ij} & -l_{ij} m_{ij} & l^2_{ij} & l_{ij} m_{ij} \\ -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.119})$$

Et pour la matrice de masse est donnée comme suit :

$$[M_e] = [T]^T [M_e] [T] = \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2l^2_{ij} & 2l_{ij} m_{ij} & -l^2_{ij} & -l_{ij} m_{ij} \\ 2l_{ij} m_{ij} & 2m_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l^2_{ij} & -l_{ij} m_{ij} & 2l^2_{ij} & 2l_{ij} m_{ij} \\ -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 & 2l_{ij} m_{ij} & 2m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.120})$$

Pour obtenir la matrice élémentaire $[K_e]$ d'un élément de barre bidimensionnelle qui a un seul degré de liberté dans le repère local et deux dans le repère global, nous devons transformer la matrice élémentaire de raideur $[K_e]$ exprimé déjà (I.115) en une matrice 4*4 pour ce faire nous prenons l'expression de $[K_e]$ définie en (I.115) et ajoutons deux lignes et deux colonnes remplies de zéro pour les déplacements (V_i et V_j)

$$[K_e] = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} U_i \\ U_j \end{pmatrix} = \frac{EA}{L_e} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} \quad (\text{I.121})$$

Le changement de barre est alors possible en posant :

$$[K_e] = [T]^T [K_e] [T] \text{ avec } [T] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} \end{bmatrix} \quad (\text{I.122})$$

On retrouve alors la forme générique de la matrice de rigidité $[K_e]$ en repère global :

$$[K_e] = \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} \\ l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij} m_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} \\ -l_{ij} m_{ij} & -m_{ij}^2 & l_{ij} m_{ij} & m_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.123})$$

Certains chercheurs optent souvent par une autre matrice élémentaire de masse lors de l'analyse dynamique de structure plane, plutôt que celle établie dans l'équation (L)

$$[M_e] = \frac{\rho A l_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.124})$$

I.20 Élément fini de barre tridimensionnel :

Dans un contexte tridimensionnel chaque nœud local est associé à trois composantes distinctes présentant ses déplacements dans les directions X, Y et Z d'une manière spécifique. Par exemple pour le nœud i ses déplacements locaux sont identifiés respectivement par U_i, V_i et W_i comme indiqué dans la figure. De manière précise le vecteur de coordonnées globales est définie de la manière suivante :

$$\{U_e\} = [T]\{U_e\}$$

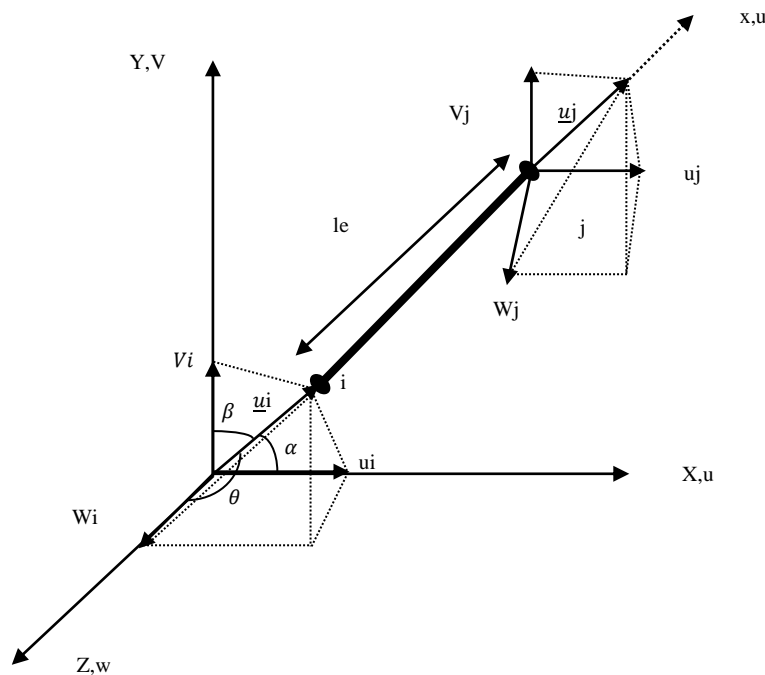


Figure 7: Élément fini de barre dans l'espace

$$\text{Ou } \{U_e\}^T = \{U_i, V_i, w_i, U_j, V_j, W_j, \}$$

Et $[T]$ est la matrice de transformation pour l'élément de treillis donné comme suit :

$$[T] = \begin{bmatrix} l_{ij} & m_{ij} & m_{ij} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & l_{ij} & m_{ij} & m_{ij} \end{bmatrix} \quad (\text{I.125})$$

Dans lequel :

$$l_{ij} = \cos \alpha = \cos(u, x) = \frac{X_j - X_i}{l_e} \quad (\text{I.126})$$

$$m_{ij} = \cos \beta = \cos(u, y) = \frac{Y_j - Y_i}{l_e} \quad (\text{I.127})$$

$$m_{ij} = \cos \theta = \cos(u, z) = \frac{Z_j - Z_i}{l_e} \quad (\text{I.128})$$

$$l_e = \sqrt{(X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 + (Z_j - Z_i)^2} \quad (\text{I.129})$$

La matrice élémentaire de raideur dans le système de coordonnées globales pour les éléments de barres tridimensionnelles est donnée comme suit :

$$[K_e] = [T]^T [K_e] [T]$$

$$= \frac{EA}{l_e} \begin{bmatrix} l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} \\ l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 & -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} & l_{ij}^2 & l_{ij}m_{ij} & l_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} & l_{ij}m_{ij} & m_{ij}^2 & m_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 & l_{ij}n_{ij} & m_{ij}n_{ij} & n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (\text{I.130})$$

Et celle de la masse est donnée comme suit :

$$\begin{aligned}
 [M_e] &= [T]^T [M_e] [T] \\
 &= \frac{\rho A L_e}{6} \begin{bmatrix} 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & 2l_{ij}n_{ij} & -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} \\ 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 & 2m_{ij}n_{ij} & -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} \\ 2l_{ij}n_{ij} & 2m_{ij}n_{ij} & 2n_{ij}^2 & -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 \\ -l_{ij}^2 & -l_{ij}m_{ij} & -l_{ij}n_{ij} & 2l_{ij}^2 & 2l_{ij}m_{ij} & 2l_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}m_{ij} & -m_{ij}^2 & -m_{ij}n_{ij} & 2l_{ij}m_{ij} & 2m_{ij}^2 & 2m_{ij}n_{ij} \\ -l_{ij}n_{ij} & -m_{ij}n_{ij} & -n_{ij}^2 & 2l_{ij}n_{ij} & 2m_{ij}n_{ij} & 2n_{ij}^2 \end{bmatrix} \quad (I.131)
 \end{aligned}$$

I.21 Dynamique des structures :

La dynamique est la science qui étudie comment et pourquoi les choses bougent.

Ses origines remontent à des grands scientifiques et mathématiciens du XVI^e siècle tels que Newton, Hooke et Leibniz.

Il s'intéresse particulièrement à la dynamique des structures, dont les propriétés de leur masse et leur rigidité les rendent sujets à des mouvements oscillatoires souvent appelé vibration.

Tout objet physique sera soumis à des forces qui varient au cours de durée de vie et réagit à ces forces en se déplaçant dans de nombreux cas, les variations de force peuvent être lentes ou faibles en amplitude et le mouvement correspondant est sans importance.

Nous concentrerons sur des systèmes structurels soumis à des forces que leur la réponse dynamique à ces forces qui conçoivent, les entretenir ou les utiliser ce chapitre décrit certaines des fonctionnalités clés des systèmes dynamique. Après avoir présenté la base du mouvement oscillatoire nous passerons en revue les propriétés structurelles qui influencent la dynamique comportement, réfléchissez à la manière d'idéaliser les structures pour l'analyse dynamique et introduisez les caractéristiques de charges dynamiques importantes.

Il nous permet de :

- Maîtriser le vocabulaire de base de la dynamique
- Comprendre la nature de mouvement oscillatoire en particulier le mouvement harmonique et être capable pour le décrire sous forme mathématique

- Apprécier les propriétés d'une structure (masse rigidité et amortissement) qui déterminent la façon. Il se comporte lorsqu'il est soumis à des charges dynamiques et sait calculer ou estimer

- Connaître les principales formes de charge dynamique auxquelles les structures peuvent être soumises.

I.21.1 Equation différentielle du mouvement :

Considérons le cas d'une masse m oscillant horizontalement et reliée à un bâti fixe par un ressort

de raideur K et un amortisseur de coefficient de frottement visqueux α . Repérons par x l'écart de la masse m par rapport à la position d'équilibre.

L'équation de Lagrange s'écrit :

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial D}{\partial \dot{x}} = 0 \quad (\text{I.132})$$

Sachant que :

$$T = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 \quad (\text{I.133})$$

Et :

$$U = \frac{1}{2} k x^2 \quad (\text{I.134})$$

La fonction de Lagrange se met sous forme : $U = \frac{1}{2} k x^2$

$$L = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 - \frac{1}{2} k x^2$$

Tandis que la fonction dissipation s'écrit :

$$D = \frac{1}{2} \alpha \dot{x}^2$$

On obtient alors l'équation différentielle du mouvement

$$m\ddot{x} + \alpha\dot{x} + kx = 0$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme d'une équation différentielle du second ordre à coefficients constants

$$x + 2\delta x + \omega_0 x = 0$$

la pulsation propre ω_0 et la facteur d'amortissement δ sont respectivement donnés par les relations suivantes

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{et} \quad \delta = \frac{\alpha}{2m}$$

I.21.2 Méthode des éléments finis en dynamique :

Les méthodes de détection des endommagement dans la structure mécanique se classent principalement en deux types : celles qui reposent sur un modèle analytique de leur comportement et celles qui n'en dépendent pas.

Pour le premier type, un ensemble de paramètres définissant le modèle de la structure et les mécanismes d'endommagement est ensuite déterminé par les variations de ces paramètres, ces méthodes utilisent des modèles éléments finis, dont le principe est expliqué ci-après :

I.21.3 Principe de la méthode des éléments finis en dynamique :

Le principe fondamental de la méthode des EF consiste à diviser la structure continue en sous-domaines de forme simple, appelés <<E.F>> cela permet de définir une approximation de la solution non pas pour l'ensemble de la structure mais pour chacun de ses éléments constitutifs. En choisissant des coordonnées généralisées de paramètres physiques, on peut exprimer simplement les conditions continuité de la solution entre les éléments adjacents ainsi que les conditions d'équilibre inter-éléments permettant finalement de résoudre de problème à l'aide de la méthode de déplacements,

Il existe plusieurs tapes de formulations d'éléments finis en mécanique des structures formulation en termes vers déplacements des contraintes hybrides et mixtes (là plusieurs champs).

Dans la démarche fondamentale, de la méthode des éléments finis, trois aspects doivent être distingués :

- La discrétisation de la structure en éléments
- le choix d'une approximation pour chaque élément

- le choix des coordonnées généralisées physique) (déplacement nodaux) pour chaque élément.

L'une des méthodes plus couramment utilisées en dynamique.

Basée sur une discrétisation spatiale par éléments finis de type déplacement dynamique d'une structure en comportement dynamique d'une structure en fonction des déplacements aux nœuds en fonction du temps, les différentes étapes de calcul de cette méthode sont les suivantes :

- La discrétisation spatiale du domaine en éléments finis,
- La formulation au niveau de l'élément
- La formulation globale après assemblages

I.21.4 Détermination des fréquences propres de vibration :

Nous savons que sous certaines conditions le mouvement d'un système discret est harmonique le vecteur des déplacements peut alors s'exprimer ainsi :

$$U(t) = \varphi \sin(\omega t - \theta) \quad (\text{I.135})$$

Où (φ) représente les modes de déformation constante dans le temps et θ est un angle de déphasage.

Le vecteur d'accélération pour une vibration libre est donc :

$$\ddot{u}(t) = \omega^2 \varphi \sin(\omega t - \theta) = -\omega^2 u(t) \quad (\text{I.136})$$

En substituant u et \ddot{u} dans l'équation

$$M\ddot{u} + Ku = 0$$

Nous obtenons :

$$-\omega^2 M \varphi \sin(\omega t - \theta) + K \varphi \sin(\omega t - \theta) = 0 \quad (\text{I.137})$$

Pour que cette expression soit vérifiée pour tout (t) le terme en sinus doit être vrai pour toutes les valeurs ainsi nous avons :

$$K \varphi = \omega^2 M \varphi \quad (\text{I.138})$$

Cette équation (II.4) est un problème aux valeurs propre généralise ou ‘‘generalized eigenvalue problem’’. Ce type de problème peut être converti en un problème aux valeurs propres standard ou ‘ standard Eigen value problème’ un problème valeurs propre standard se présente sous la forme :

$$Ax = \lambda x \quad (\text{I.139})$$

En prémultipliant les deux membres de l’équation (II.4) Par M^{-1} nous obtenons

$$M^{-1}K\phi = w^2\phi \quad (\text{I.140})$$

Que nous pouvons réécrire

$$E\phi = w^2\phi \quad (\text{I.141})$$

Où E est une matrice non symétrique appelée matrice de rigidité dynamique définie par

$$E = M^{-1}K \quad (\text{I.142})$$

L’équation (I.138) prend la même forme que l’équation (I.141), la matrice de rigidité dynamique E intègre toutes les informations concernant la caractéristique de système représentée par les matrices de masse et de rigidité K.

Remarquons que dans l’équation (I.140) donne $M^{-1}K = \frac{K}{M} = w^2$

L’équation $K\phi = w^2M\phi$ peut également être écrite sous la forme

$$\det [K - w^2M]\phi = [K - \lambda M]\phi = 0 \quad (\text{I.143})$$

L’équation (II.143) Est appelée équation aux fréquences ou équation caractéristique du système. En développant ce déterminant on obtient une équation polynomiale de degré (n) en $\lambda_j = w_j^2$ pour un système a (n) degré de liberté. Les (n) racines de cette équation $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j, \lambda_{neq})$ sont des pulsations propres plus communément appelées fréquence naturelle du système, chacune de ces fréquences et associer q un vecteur nodal on mode propre de vibration du système d’algèbre linéaire, les paires (λ_j, ϕ_j) sont les valeurs propres et vecteur propres du problème aux valeurs propres généralise

Nous supposons que les matrices de masse (M) et de rigidité (K) sont définies positives on montre que dans ce cas les racines de l'équation aux fréquences sont toutes réelles et positives

I.21.5 Détermination des modes propres de vibration :

Pour résoudre les problèmes des valeurs propres on peut déterminer les modes propres des vibrations des systèmes en substituant les valeurs de w_j dans l'équation $K\phi = w^2 M\phi$ nous obtenons

$$[K - w_j^2 M] \phi_j = 0 \quad (I.144)$$

Où ϕ_j représente le mode de déformation correspondant à la fréquence de vibration w_j comme $\det [K - w_j^2 M] = 0$, les composantes de ϕ_j deviennent indéterminées, cependant, on peut déterminer la solution générale associée à une fréquence donnée en résolvant les déplacements en fonction d'un déplacement de référence. Pour cela on peut supposer que le premier élément ϕ_{1j} (ou le dernier ϕ_{neqj}) a une amplitude de 1, ce qui nous permet de calculer tous les autres éléments ϕ_{ij} , où $i=2,3,\dots,neq$.

Pour assurer la stabilité de la structure au sol des conditions d'appui sont mises en place de manière à garantir sa stabilité globale.

En fonction des degrés de liberté bloqués ces supports peuvent prendre la forme d'appuis ponctuels, d'appuis articulés ou d'encastrement et peuvent impliquer des déplacements nuls ou imposés. En regroupant les déplacements connus dans le vecteur $\{Q_b\}$ et les inconnus dans Q_L le système $[K] \cdot \{Q\} = \{F\}$ peut être transformé pour différencier les degrés de liberté libre et bloqué de la manière suivante :

$$[K] \cdot \{Q\} = \{F\} \leftrightarrow \begin{bmatrix} [K_{LL}] & [K_{LB}] \\ [K_{BL}] & [K_{BB}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{Q_L\} \\ \{Q_B\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{F_{ext}\} \\ \{R\} \end{bmatrix} \quad (I.145)$$

Où

$\{R\}$: vecteur des réactions d'appuis

F : vecteur des charges associées aux degrés de liberté libre

Les déplacements inconnus Q_L peuvent alors être déterminés en résolvant le système linéaire

$$[K_{LL}]\{Q_L\} = \{F_{ext}\} + [K_{LB}]\{Q_B\} \rightarrow \{Q_L\} \quad (\text{I.146})$$

Pour assurer que la matrice $[K]$ est inversible et non singulière il est important qu'elle ne contienne pas de termes diagonaux nuls. De plus ces termes ne doivent pas être négatifs en raison de sa nature définie positive

$\{Q_L\}^T \cdot [K_{LL}] \cdot \{Q_L\} > 0$ Si tel est le cas, on parle de pivot négatif ou nul, un terme souvent utilisé par les logiciels lorsqu'un calcul est interrompu pour cette raison. Une fois que $\{Q\}$ est déterminé. Les réactions d'appuis peuvent ensuite être calculées en utilisant l'expression suivante :

$$\{R\} = [K_{LB}]\{Q_L\} + [K_{BB}]\{Q_B\} \quad (\text{I.147})$$

I.21.6 La méthode basée sur la fonction de réponses fréquentielles :

La méthode basée sur la fonction de réponses fréquentielles (FRF) a attiré l'attention de nombreuses chercheurs pour la détection des endommagements dans les structures à partir de données de tests de vibration au fil de décennies bien que la plupart des méthodes proposées se basent sur des paramètres modaux pour construire des indicateurs, peu de documents abordent spécifiquement l'utilisation des fonctions de réponses fréquentielles (FRT) dans ce contexte. Les approches de base permettent de localiser les endommagements et évaluer l'état de santé des structures.

Nous cherchons à évaluer et localiser les endommagements en minimisant l'écart entre la FRF mesurée et calculée, une méthode d'optimisation du modèle. Nous commençons par présenter la méthode des auteurs [61], puis nous exposons nos améliorations à cette approche.

I.21.7 Formulation des équations de mouvement :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{f(t)\} \quad (\text{I.148})$$

Où $[M]$, $[C]$ et $[K]$ sont respectivement les $n \times n$ matrices de masse, d'amortissement et de rigidité si nous supposons à l'entrée du système une excitation harmonique, la force de l'excitation et le déplacement peut être exprimé respectivement, comme suit :

$$\{f(t)\} = \{F(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (\text{I.149})$$

$$\{x(t)\} = \{X(\omega)\}e^{j\omega t} \quad (\text{I.150})$$

Avec :

ω : est la pulsation d'excitation.

En remplaçant les équations (I.148) et (I.149) dans (I.150) ça devient :

$$([K] - \omega^2 [M] + J\omega[C])\{X_{(\omega)}\}e^{j\omega t} = \{F_{(\omega)}\}e^{j\omega t} \quad (\text{I.151})$$

En exprimant la sortie en fonction de l'entrée, nous obtenons l'expression suivante :

$$\{X_{(\omega)}\} = ([K] - \omega^2 [M] + J\omega[C])^{-1}\{F_{(\omega)}\}e^{j\omega t} \quad (\text{I.152})$$

De l'équation (I.152) la matrice des fonctions de réponse de fréquence (FRF) est définie comme suit :

$$[H_{(\omega)}] = ([K] - \omega^2 [M] + J\omega[C])^{-1} \quad (\text{I.153})$$

D'où l'équation (I.153) peut être réécrite comme suit :

$$\{X_{(\omega)}\} = [H_{(\omega)}]\{F_{(\omega)}\} \quad (\text{I.154})$$

Dans l'équation (I.154) si l'amortissement est négligé, la matrice FRF $[H_{(\omega)}]$ du module élément fini dans la matrice FRF $[H_{(\omega)}]$ du test sont donnés respectivement comme suit :

$$[H_{(\omega)}] = ([K] - \omega^2 [M])^{-1} \quad (\text{I.155})$$

$$[H_{(\omega)}]_t = ([K]_t - \omega^2 [M])^{-1} \quad (\text{I.156})$$

Chapitre II. Recherche Bibliographique

II.1 Introduction :

Le changement global de comportement d'une structure doit être corrélé à des paramètres locaux décrivant l'endommagement. Ainsi, il est crucial de sélectionner des indicateurs d'endommagement sensibles qui peuvent les caractériser. De nombreuses études ont exploré l'utilisation des changements dans les fréquences naturelles pour détecter et localiser les endommagements. Cependant, ces méthodes basées uniquement sur les fréquences propres présentent certaines limitations.

Dans ce chapitre, nous allons essayer de présenter quelques méthodes de détection des endommagements et nous nous basons sur une méthode de détection de défauts spécifiquement pour les structures en barres. Cette méthode utilise le concept du rapport des changements des fréquences locales provoqués par des défauts tel que des fissures, des déformations et des ruptures, altérant ainsi les rigidités des structures concernées. Cette approche a été largement appliquée avec succès pour détecter des endommagements isolés ou multiples dans les structures.

II.2 L'endommagement des structures :

Les endommagements structurels sont tout type de détérioration, d'endommagement ou de défaillance qui affecte la qualité, la résistance ou la durabilité des matériaux ou systèmes structurels. Cela peut être causé par divers facteurs tels qu'une charge excessive, des contraintes environnementales, un processus de vieillissement, des défauts de fabrication, des erreurs de conception, des conditions d'utilisation difficiles, des chocs, des vibrations, des températures extrêmes, etc.

Les endommagements des structures peuvent se manifester sous différentes formes, telles que des fissures, des déformations, un délaminage, de la corrosion, des fissures, des fractures, des endommagements superficiels, etc. Ces endommagements peuvent compromettre l'intégrité structurelle, la sécurité, la fonctionnalité et la durabilité des matériaux et des systèmes et conduire à une défaillance partielle ou totale avec des conséquences potentiellement graves.

II.3 Détection d'endommagement par méthodes basées sur des données vibratoires :

II.3.1 Modal Assurance Criterion –MAC :

Des déformations spécifiques des structures sont souvent utilisées pour évaluer les endommagements, par coefficients de corrélation entre modes, par ex coefficient MAC

(Modal Assurance Criterion - MAC) ou coefficient de corrélation points de mesure (Critères d'assurance modale de coordination - COMAC). Ces coefficients représentent la corrélation existante entre les deux déformations propres mesurées. Puisque les coefficients de MAC et COMAC sont liés à des déformations appropriées, nous avons pour améliorer l'efficacité, un nombre suffisant de points de mesure est nécessaire. Supposons que $[\Phi_A]$ et $[\Phi_B]$ soient des matrices composées respectivement de m_a et m_b mode propre mesuré en n points.[5]Voici donc les matrices de dimensions $n \times m_a$ et $n \times m_b$. Définissez ensuite les coefficients MAC pour une déformation propre $i=1, 2,3,\dots,m_a$, et $j=1, 2,3,\dots,m_b$ par :

$$MAC_{ij} = \frac{|\sum_{k=1}^n [\varphi_A]_k^i [\varphi_B]_k^j|^2}{\sum_{k=1}^n ([\varphi_A]_k^i)^2 \sum_{k=1}^n ([\varphi_B]_k^j)^2} \quad (II.1)$$

$[\varphi_A]_k^i$ et $[\varphi_B]_k^j$ sont respectivement les k^{eme} composantes des modes propres $[\varphi_A]^i$ et $[\varphi_B]^j$

Le coefficient MAC_{ij} indique le degré de la corrélation entre la i^{eme} déformée propre de la série A et la j^{eme} déformée propre de la série B. Plage de 0 à 1, 0 signifie aucune corrélation, 1 signifie une corrélation parfaite[6] entre les modèles endommagé et intact. Évaluation MAC des modèles endommagé et non endommagé[7], fournit un moyen quantitatif rapide d'évaluer déviation dans le sens des moindres carrés de corrélation de déformation propre endommagé et sain.

II.3.2 Coordinate modal assurance Criterion – COMAC :

Le coefficient de corrélation COMAC est le même que le MAC qui cherche le vecteur de la corrélation par deux modes, le but est de trouver l'association entre degré de liberté. Ce coefficient est généralement utilisé pour différencier la zone en dehors des variations naturelles d'une série de nombres n'est pas associée à l'autre. En cas de correspondance entre déplacement de coordonnée I le coefficient de COMAC sera 1, une différence significative par rapport a 1 peut être considérée comme un endommagement.[8]

Les déformées propres ont été utilisées pour localiser les endommagements sans recourir à un modèle éléments finis par West (1984). De cette façon, il a employé les coefficients MAC afin d'établir la relation entre les déformations propres avant et après les endommagements aux volets d'une navette numérique.

II.3.3 Méthode de la courbure de la forme du mode :

La méthode des courbures modales est une approche modale populaire introduite par [Pandey et al. 1991][9], qui offre une stabilité accrue aux endommagements par rapport aux

valeurs du MAC et du COMAC. En outre, les formes de mode de courbure expérimentales ont été obtenues en utilisant des déformations plutôt que le déplacement ou l'accélération.

La détection des endommagements basée sur les courbures présente un inconvénient, elle entraîne généralement une courbe avec un pic élevé à l'emplacement de l'endommagement, mais peut également avoir des valeurs plus faibles, ce qui peut poser des problèmes dans des applications pratiques. Selon Ciambella et Vestroni (2015)[10] Ils ont réussi à éviter cet inconvénient en utilisant une solution perturbatrice, ou ils ont démontré que les courbures modales ne permettent pas de déterminer la localisation des endommagements si elles ne sont pas correctement traitées. Ainsi, les écrivains ont développé une nouvelle méthode de filtrage pour les courbures, ce qui permet une localisation efficace des endommagements en ne prenant en compte qu'un seul mode.

II.3.4 Méthode par changement de fréquence :

En raison de leur simplicité d'évaluation, les fréquences naturelles sont parmi les premières méthodes employées dans les applications de suivi de la santé structurelle (SHM). Cependant, de nombreuses recherches ont démontré que les techniques d'identification des endommagements basées exclusivement sur les fréquences naturelles peuvent ne pas être adaptées à des structures complexes ou si l'entité endommagée est de petite taille. [7]

L'utilisation seule des changements de fréquence naturels présente des limites certaines applications. On peut donner un exemple, sur les ponts le changement de fréquence sont plus affectés par la température et l'humidité que par les endommagements(Ferrar et coll.).[11]

Les fréquences naturelles nous informent sur la nature globale de la structure, mais elles ne sont pas très efficaces aux endommagements situés dans des zones de faibles contraintes

Messina et al. [12] ont créé un algorithme nommé « Damage Location Assurance Criterion (DLAC) ». Il est calculé l'indicateur DLAC en utilisant le vecteur de changement de fréquences expérimental et le vecteur de changement de fréquences théorique dans la région correspondante des prétendus d'endommagements. On obtient la localisation de l'endommagement en comparant les modèles de variation de fréquence.

Un autre paramètre sensible à l'endommagement, appelé l'indice du moment modal (Modal Moment Index MMI), a été introduit par Nicholson et Alnefaie[13], qui extrait des paramètres modaux expérimentaux. L'indice subit une modification soudaine à l'endroit d'endommagements et peut être utilisé pour le mesurer.

II.3.5 Fonctions de réponse fréquentielle (FRF) :

Le domaine fréquentiel du système est décrit par les fonctions des réponses fréquentielles, qui sont largement employées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques. Elles permettent d'extraire les fréquences de résonance, d'évaluer les vecteurs propres, les coefficients d'amortissement et de vérifier les matrices de masse, de raideur et d'amortissement. La FRF met en relation, de manière directe ou indirecte, différentes méthodes de détection d'endommagement qui reposent sur l'évaluation des paramètres modaux. Cela implique que les informations présentes dans les données FRF peuvent être utilisées directement.

Selon Wang et al. [14], un algorithme a été développé pour localiser et quantifier l'endommagement en utilisant les données FRF mesurées. Le vecteur d'endommagement, qui représente la position et la magnitude de l'endommagement, est calculé en utilisant les perturbations dans les équations de la FRF.

L'étude de Mottershead et al. [15] a examiné la possibilité de détecter des endommagements en utilisant des équations FRF rationnelles, en se basant sur l'observation qu'un endommagement peut entraîner une augmentation du comportement non-linéaire d'une structure.

On a mis au point des méthodes pour extraire ces distorsions des données FRF, dans le but de repérer et mesurer les endommagements (Vanhoenacker et al.) [16]. Pour repérer et mesurer un défaut dans une structure présentant divers types de dommages, SC Mohan et DK Maiti [17] ont développé un algorithme d'optimisation PSO (Particle swarm optimisation) qui repose sur la FRF.

II.3.6 Méthodes à base de la Transformation en Ondelettes :

Il s'agit d'une méthode récemment employée pour repérer des singularités d'un signal spécifique. Contrairement à la Transformation de Fourier, qui ne fournit que des données sur les amplitudes et les fréquences des composantes sinusoïdales du signal en divisant le dernier en plusieurs parties de longueurs différentes, la Transformation en Ondelettes est particulièrement pratique lorsque la fréquence du signal est également influencée par le temps.

Etant donné un signal $f(x)$ qui est de carré intégrable, la Transformation en Ondelettes Continues est définie par : [53]

$$Wf(u, s) = f(x) * \varphi_s(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \bar{\varphi}\left(\frac{x-u}{s}\right) dx \quad (\text{II.2})$$

ou $\varphi_s(x)$ est la dilatation de $\varphi(x)$ par le facteur d'échelle s , u est le paramètre de translation.

$\bar{\varphi}(x)$ est le complexe conjugué de $\varphi(x)$

Il existe de nombreuses recherches sur la détection et la localisation des endommagements causés par des structures de type pont à poutres dans la littérature. Zhu, Law (2005)[18] et Yu et al. (2015)[19] ont suggéré des méthodes pour détecter les endommagements. En se basant sur l'histoire du mouvement d'un point donné d'une simple poutre soumise à une force mobile. Dans leurs recherches, ils utilisent l'ondelette de type Chapeau Mexicain. C'est la normalisation inverse de la dérivée seconde d'une fonction gaussienne :

$$\varphi(x) = \frac{2}{\sqrt{3}\sigma} \pi^{-\frac{1}{4}} \left(\frac{x^2}{\sigma^2} - 1 \right) e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{II.3})$$

ou σ est la déviation standard.

II.3.7 Méthode par l'amortissement :

Bien que la matrice d'amortissement soit estimée à l'aide des fonctions de réponse. Les études sur les fréquences (Chen et al.)[20] , les données d'entrée/sortie (Fritzen)[21] et d'autres méthodes ont été un sujet de recherche pendant de nombreuses années dans le domaine de l'identification des systèmes mécaniques. Cependant, la détection d'endommagement basée uniquement sur le changement des paramètres d'amortissement n'a pas été approfondie, contrairement aux méthodes basées sur les fréquences naturelles et les vecteurs propres. Cela peut être attribué à la présence de diverses formes d'amortissement et à une certaine incertitude dans son estimation.

Alors que l'augmentation anormale des coefficients d'amortissement, qui indique une plus grande dissipation d'énergie, peut être un signe d'endommagement de la structure, comme cela a été observé expérimentalement dans presque tous les cas (Morgan et Osterle)[22] et (Napolitano et Kosmatka)[23] , l'endommagement peut également être le résultat d'une diminution d'amortissement ou d'une augmentation précédant une diminution (Salane et Baldwin)[24] et (Hearn et Testa)[25] . Selon les recherches menées par Williams et Salawu[26] , il a été constaté que l'amortissement seul ne peut pas donner une signification réelle à la détection des endommagements(localisation et quantification).

Les techniques de détection basées sur la mesure d'amortissement sont capables de nous renseigner seulement sur l'existence de l'endommagement.

II.3.8 Méthode par flexibilité modale :

Li et al. [27] ont exposé une approche innovante qui repose sur la modification de la matrice de flexibilité modale généralisée a été employée afin de repérer et mesurer les endommagements. Par rapport à la matrice de flexibilité modale, la matrice de flexibilité modale généralisée réduit l'effet de troncature des modes d'ordre supérieur.

La variation de la flexibilité modale a été utilisée par Kazemi et al. [28] afin de repérer des imperfections sur des structures en plaques minces. On élabore l'indicateur d'endommagement en utilisant la matrice de flexibilité modale et les équations différentielles de variation des efforts. Reynders et al. [29] ont suggéré une approche qui repose sur la flexibilité presque statique. La combinaison de la matrice de flexibilité modale avec des forces virtuelles entraîne des contraintes non nulles sur de petites parties de la structure, où il est possible de rechercher des changements de raideur. Les chercheurs ont prouvé que lorsque la relation entre les contraintes et les déformations est proportionnelle, le rapport entre certaines combinaisons de déformations avant et après les endommagements entraîne une variation de la raideur, qui est l'inverse de la raideur locale.

II.3.9 Méthodes de recalage de la matrice :

L'enregistrement du modèle de sensibilité des éléments finis (FEMU) est l'une des étapes essentielles couramment utilisées pour repérer les dégâts structurels. On peut définir ce FEMU comme un défi d'optimisation numérique et le résoudre de manière itérative en utilisant des méthodes itératives en réduisant au minimum les éléments inconnus du modèle d'auto-recalibrage. Analyser et évaluer les disparités entre les caractéristiques structurelles.

La méthode proposée par [Min et al. 2014][30] consiste à adapter le modèle FEM en fonction de la sensibilité en utilisant la fréquence naturelle et la fréquence nulle. Ensuite, on utilise la méthode du système simplifié amélioré et itératif (IIRS) afin de diminuer le nombre de degrés de liberté du modèle FEM. Ensuite, on évalue la matrice d'amortissement en utilisant les rapports d'amortissement modaux obtenus grâce à la méthode d'ajustement de courbe, ainsi que la matrice de modification obtenue en mettant à jour le modèle et en réduisant le DOF. La méthode suggérée pour mettre à jour le modèle FEM est utilisée pour une poutre en porte-à-faux réelle qui est fixée sur un côté à un matériau amortissant.

II.3.10 Méthode de Rapport des changements des fréquences locales ou LFCR :

La précision des résultats d'identification est grandement influencée par les données modales utilisées dans l'analyse d'identification des endommagements. Toutefois, la méthode LFCR repose sur le rapport de changement de fréquence local, ce qui signifie qu'elle utilise ces fréquences pour fournir une précision accrue pour localiser les endommagements dans les scénarios d'éléments endommagés simples et multiples.

En tant que méthode rentable pour l'évaluation directe ou globale de l'intégrité structurelle, les méthodes de détections des endommagements structurels basée sur les vibrations ont subi un intérêt croissant pour déverser applications. De nombreux chercheurs ont étudié par l'analyse vibratoire l'effet des chargements de fréquence d'une structure endommager par rapport à son état sain.

Dans leur étude de 2020, Zenzen et al [31] ont proposé une méthode qui combine le réseau neuronal artificiel (ANN) avec un nouvel indicateur de l'endommagement modifié afin de détecter les endommagements dans une poutre et une plaque composite à trois couches laminées croisées[0°/90°/0°] avec des dégâts spécifiques et multiples. La méthode utilisant l'analyse modale et la technique de transmissibilité permet d'améliorer le rapport local de réponse de fréquence (LFCR). L'indicateur de l'endommagement proposé vise principalement à diminuer le nombre de données collectées afin de permettre une détection plus rapide et plus précise, plutôt que de recueillir toutes les données d'analyse modale, telles que les fréquences naturelles, les rapports d'amortissement et les formes de mode, ou d'utiliser l'analyse inverse pour quantifier les endommagements. D'après l'analyse de quatre scénarios d'endommagements, l'application proposée a permis de repérer et de mesurer le taux des endommagements dans les structures composites envisagées.

Une application basée sur le rapport local de changement de fréquence (LFCR) a été suggérée par Khatir et al. en 2019[31] pour évaluer les endommagements causés par trois couches (0o/90o/0o) de plaques composites laminées. C'est pourquoi les écrivains ont employé un indicateur afin de faciliter la détection des éléments endommagés, qu'ils soient uniques ou pluriels. Selon les résultats obtenus, il est démontré que même lorsque plusieurs éléments sont endommagés, l'indicateur LFCR peut identifier ces endommagements avec précision. Afin d'améliorer la précision et de démontrer que le LFCR est nettement supérieur pour localiser les endommagements dans les composites stratifiés, on a introduit un bruit blanc gaussien avec différents niveaux.

Dahak et al [32], ont suggéré une autre approche innovante pour repérer la zone des endommagements dans une poutre divisée en plusieurs zones, chacune avec une classification spécifique des quatre premières fréquences naturelles normalisées. Uniquement la classification des fréquences normalisées de la structure permet de distinguer la zone endommagée. Les auteurs ont utilisé la fréquence naturelle normalisée comme deuxième information lorsque l'endommagement est symétrique au nœud de vibration afin d'obtenir une localisation plus précise. On peut prouver l'efficacité de cette méthode proposée par une simulation numérique réalisée avec le logiciel ANSYS et une étude expérimentale avec divers dégâts.

Chapitre III. Transmissibilité

III.1 La méthode de transmissibilité :

L'analyse modale opérationnelle utilise uniquement des signaux de sortie pour extraire les paramètres dynamiques et structurels et déterminer ainsi la phase structurelle. Dans ce contexte la transmissibilité présente un grand intérêt dans le domaine scientifique au cours de la dernière décennie. Bien que de nombreuses méthodes de surveillance de la santé structurelle (SHM) basées sur la transmissibilité ont été développées pour identifier les endommagements, aucune méthode systématique n'a été établie, la précision dans la détection, la localisation et la quantification des endommagements structurels reste un sujet de recherche ouvert.

Pour éviter la mesure de l'excitation en ingénierie réelle, le concept de la transmissibilité a été introduit il y'a des décennies, mais principalement depuis la fin du siècle XXe que la recherche sur la transmissibilité s'est intensifiée. Différents types de transmissibilités ont été définis et développés tel que :

- La transmissibilité du mouvement
- La transmissibilité de puissance
- La transmissibilité directe
- Le spectre de densité de puissance transmissible

En ce qui concerne l'application de la transmissibilité, la recherche peut être divisée en plusieurs directions : l'analyse modale des vibrations, l'identification des endommagements pour (SHM) et d'autres domaines incluant des recherches multidisciplinaires.

III.1.1 Estimation de transmissibilité :

Si nous prenons notre système lunaire aux plusieurs degrés de liberté, l'équation d'équilibre dynamique s'écrit :

$$M_x + C_x + K_{(t)} \quad (III.1)$$

Où :

x : contient la réponse de chaque ddl

M, C, k : sont les matrices de masse d'amortissement et de rigidité du système.

Pour calculer n'importe quelle transmissibilité plusieurs méthodes d'estimation peuvent être employées, voici quelques-unes de ces méthodes.

III.1.2 Méthode d'estimation de transmissibilité I :

Utilisant FRF :

$$T_{(i,j)}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)} = \frac{X_i(\omega)/F_b(\omega)}{X_\omega(\omega)/F_b(\omega)} = \frac{H_{(j,b)}(\omega)}{H_{(j,b)}(\omega)} \quad (\text{III.2})$$

Où :

B : le nœud d'excitation

H : représente FRF

III.1.3 Méthode d'estimation de transmissibilité II :

Cette autre méthode consiste à utiliser l'auto spectre automatique et croisé

$$H_{(i,j)}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)} = \sqrt{\frac{X_i(\omega) \cdot X_i(\omega)}{X_j(\omega) \cdot X_j(\omega)}} = \sqrt{\frac{G_{i,i}(\omega)}{X_{j,j}(\omega)}} \quad (\text{III.3})$$

Avec :

$$T_{(i,j)}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)} = \frac{X_i(\omega) \cdot X_i(\omega)}{X_j(\omega) \cdot X_i(\omega)} = \frac{G_{i,i}(\omega)}{X_{j,i}(\omega)} \quad (\text{III.4})$$

D'où :

$$T_{(i,j)}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)} = \frac{X_i(\omega) \cdot X_j(\omega)}{X_j(\omega) \cdot X_j(\omega)} = \frac{G_{i,j}(\omega)}{X_{j,j}(\omega)} \quad (\text{III.5})$$

G : désigne le spectre automatique ou croisé

III.1.4 Procédé d'estimation de transmissibilité :

Dans la deuxième méthode d'estimation de la transmissibilité, les équations (III.3), (III.5) calculent le facteur de transmission en utilisant les nœuds (i) ou (j) comme références.

Cependant pour comparer les transmissibilités, il est habituel de choisir un autre nœud de référence, par exemple.

Pour l'estimation de la transmissibilité.

Ensuite, chaque transmissibilité peut être dérivée et notée.

$$T^P_{(ij)}(w) = \frac{X_i(w)}{X_j(w)} = \frac{X_i(w)}{X_j(w)} \frac{X_p(w)}{X_p(w)} = \frac{G_{ip}(w)}{G_{jp}(w)} \quad (\text{III.6})$$

Si nous comparons l'équation (III.6) avec les équations (III.3) et (III.5), nous allons trouver que la seule différence est de savoir si le troisième point de référence appartient ou pas aux deux nœuds connus.

$$\lim_s \lambda T^P_{(ij)} = \frac{\phi_{(i,u)}}{\phi_{(j,v)}} \quad (\text{III.7})$$

$$\lim_s \lambda T^{P1}_{(ij)} - \lim_s \lambda T^{P2}_{(ij)} = \frac{\phi_{(i,u)}}{\phi_{(j,v)}} - \frac{\phi_{(i,u)}}{\phi_{(j,v)}} = 0 \quad (\text{III.8})$$

$$\Delta T^{P1P2}_{(i,j)} = T^{P1}_{(i,j)} - T^{P2}_{(i,j)} \quad (\text{III.9})$$

$$\Delta^{-1} T^{P1P2}_{(i,j)} = \frac{1}{\Delta T^{P1P2}_{(i,j)}} = \frac{1}{T^{P1}_{(i,j)} - T^{P2}_{(i,j)}} = \frac{1}{\frac{G_{(i,P1)}}{G_{(j,P1)}} - \frac{G_{(i,P2)}}{G_{(j,P2)}}} = \frac{G_{(j,P1)}G_{(j,P2)}}{G_{(i,P1)}G_{(j,P2)} - G_{(i,P1)}G_{(j,P2)}} \quad (\text{III.10})$$

III.2 Introduction :

L'analyse modale opérationnelle (OMA) est de plus en plus employée pour identifier les propriétés dynamiques de nombreux types de systèmes à grande échelle. Pour les structures industrielles en état de fonctionnement réel. Il est souvent difficile, voire impossible, de mesurer les forces d'excitation. Par conséquent certaines techniques d'identification ont été développées pour fonctionner uniquement sur des données de réponse.

Avec l'OMA. Il n'est pas nécessaire de faire des hypothèses sur la nature des forces. Permettant ainsi de reconnaître les fréquences de résonance dans ce contexte. Une application de l'OMA. Appelée mesure de transmissibilité, est utilisée pour déterminer ces fréquences, l'OMA est donc une méthode complémentaire aux techniques d'analyse modale traditionnelles.

III.2.1 Objectif :

Dans ce chapitre nous commencerons par discuter du concept de transmissibilité, ensuite nous passerons à la simulation. Nous avons utilisé un système mécanique a deux degrés de

liberté pour étudier l'applicabilité de la méthode suivie par l'analyse d'un système a plusieurs degrés de liberté.

III.2.2 Méthode de recherche :

La technique OMA permet de tester des structures comme les voitures en fonctionnement ou les avions qui sont difficiles à exciter avec des forces extérieures. La méthode employée repose sur la décomposition en valeurs singulières (SVD)

La première étape consiste à estimer la matrice de transmissibilité puis à décomposer cette estimation en utilisant le SVD représenté par

$$TR=U_i S_i V_i \quad (\text{III. 11})$$

III.2.3 Concept de la transmissibilité :

Dans le domaine de l'identification l'attention est portée sur l'utilisation des transmissibilités comme données de base pour déterminer les paramètres nodaux. Aucune hypothèse sur la nature des forces n'est nécessaire, la transmissibilité est obtenue en prenant le rapport entre deux spectres de réponse à savoir

$$T_{ij} = X_i/X_j \quad (\text{III. 12})$$

III.2.4 Etude de simulation :

Une étude de simulation est réalisée en utilisant un système a 6 degrés de liberté ainsi qu'un système de poutre a multiple degré de liberté sous différentes conditions aux limites telles qu'une poutre

Les paramètres nodaux pour les deux systèmes sont déterminés grâce à des techniques d'analyse nodale opérationnelle (OMA), ou la mesure de transmissibilité est les méthodes la plus couramment utilisée pour obtenir ces paramètres nodaux

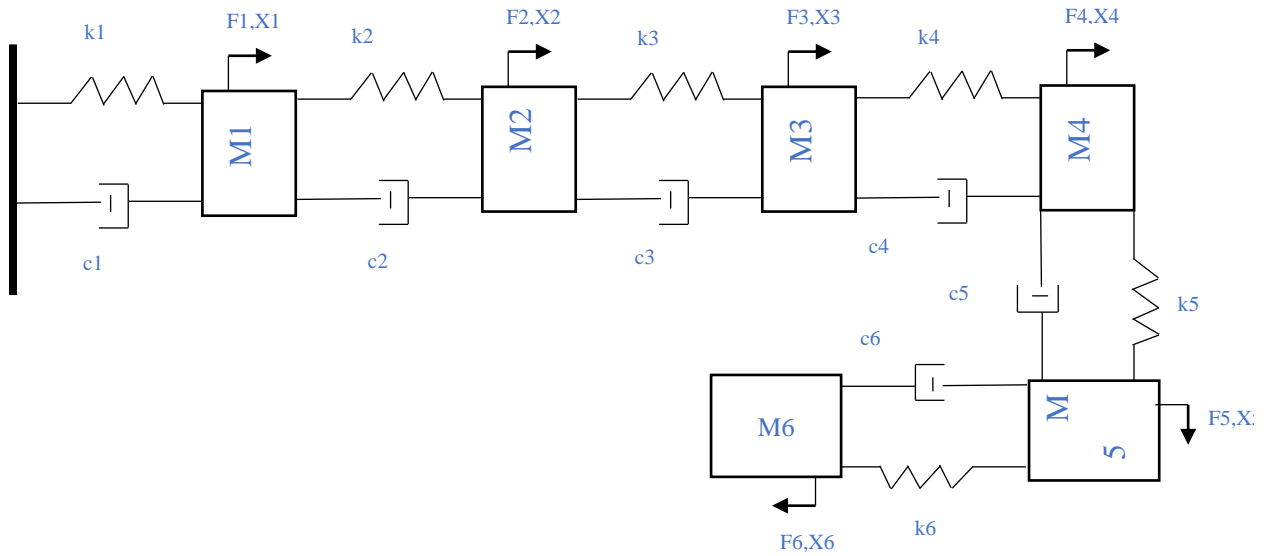


Figure 8: Système à 6 degrés de liberté

Un exemple d'un système à 6ddl, nous partons du principe que $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ sont connus

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \\ \ddot{u}_4 \\ \ddot{u}_5 \\ \ddot{u}_6 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_1 & c_1 + c_2 & -c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 + c_6 & -c_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_6 & c_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \\ \dot{u}_4 \\ \dot{u}_5 \\ \dot{u}_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

$$+ \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -K_4 & K_4 + K_5 & -K_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -K_5 & K_5 + K_6 & -K_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_6 & K_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \\ F_6 \end{Bmatrix}$$

En négligeons l'amortissement on aura :

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (\text{III.14})$$

$$\mathbf{X} = (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})^{-1} \mathbf{F} \quad (\text{III.15})$$

Avec

X= fonction de réponse fréquentielle

$$H=(K-w^2M)^{-1} \quad (III.16)$$

On aura donc :

$$\begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} & H_{14} & H_{15} & H_{16} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & H_{24} & H_{25} & H_{26} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} & H_{34} & H_{35} & H_{36} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} & H_{44} & H_{45} & H_{46} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} & H_{54} & H_{55} & H_{56} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} & H_{64} & H_{65} & H_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F^1_1 \\ F^2_2 \\ F^3_3 \\ F^4_4 \\ F^5_5 \\ F^6_6 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{Bmatrix} \quad (III.17)$$

Nous pouvons maintenant définir les deux fonctions de transmissibilité comme suit :

$$T_{ij} = \frac{X_i}{X_j} = \frac{H_i K}{H_j K} \quad (III.18)$$

$$T^1_{12} = \frac{H_{11}}{H_{21}} \quad (III.19)$$

$$T^1_{12} = \frac{H_{12}}{H_{22}} \quad (III.20)$$

$$T^3_{12} = \frac{H_{13}}{H_{23}} \quad (III.21)$$

$$T^4_{12} = \frac{H_{14}}{H_{24}} \quad (III.22)$$

$$T^5_{12} = \frac{H_{15}}{H_{25}} \quad (III.23)$$

$$T^6_{12} = \frac{H_{16}}{H_{26}} \quad (III.24)$$

La relation entre les transmissibilités et la (FRF) est obtenu directement à partir de l'équation (III.13) et (III.14), (III.15), (III.16), (III.17), (III.18) et les transmissibilités se croisent les unes les autres à des fréquences de résonances comme l'indique (1)

Pour extraire les fréquences de résonance avec une précision accrue nous utilisons la décomposition en valeur singulière (SVD) sur la matrice de transmissibilité, cette décomposition produit trois matrices distincte, la matrice de transmissibilité est constante de la matrice suivante :

$$\begin{bmatrix} T^1_{12} & T^2_{12} & T^3_{12} & T^4_{12} & T^5_{12} & T^6_{12} \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.25})$$

III.2.5 Conclusion :

Ce titre a exposé les principes fondamentaux de la dynamique des structures, qui sont indispensables pour l'ingénierie structurelle contemporaine. Les vibrations libres et forcées, les systèmes à un et plusieurs degrés de liberté, ainsi que l'analyse modale ont été étudiées précédemment. On a souligné l'importance de la méthode des éléments finis pour résoudre des problèmes complexes. En résumé, il est essentiel de bien comprendre ces concepts afin de créer des structures sécurisées et durables, capables de faire face à différentes sollicitations dynamiques. Ainsi, ce titre a posé les fondements indispensables pour aborder des problèmes plus complexes et mettre en pratique ces connaissances dans des situations d'ingénierie concrète.

III.3 Introduction :

Système poutre encastre/libre [33] :

Le procédé de l'OMA applique dans la section précédente et ensuite démontre sur un système de poutre encastre/libre, avec cinq éléments donc six nœuds dont deux degrés de liberté pour chacun.

Les paramètres utilise sont les suivants :

La longueur $L=0.75\text{m}$, La largeur $b=14*10^{-3}$, La hauteur $H=6*10^{-3}$, avec une masse volumique $\rho=7850\text{kg/m}$, et avec un module de Young $E=200\text{Gpa}$

Avec son paramètre la première fréquence est : $f_1 = 8.5841 \text{ Hz}$

On prend les cinq premiers modes en compte

Les fonctions de transmissibilité estimé sont affiche sur les figure (9),(10),(11),(12), suivantes

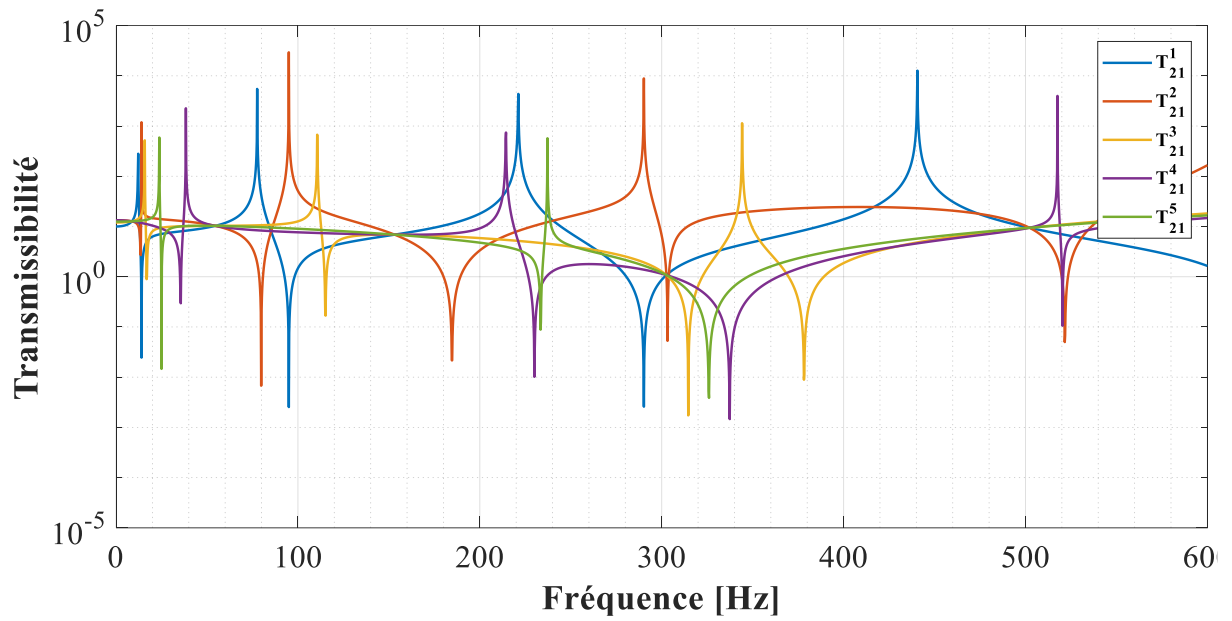


Figure 9: Les mesures de transmissibilité (T_{21}) à tous les degrés de liberté

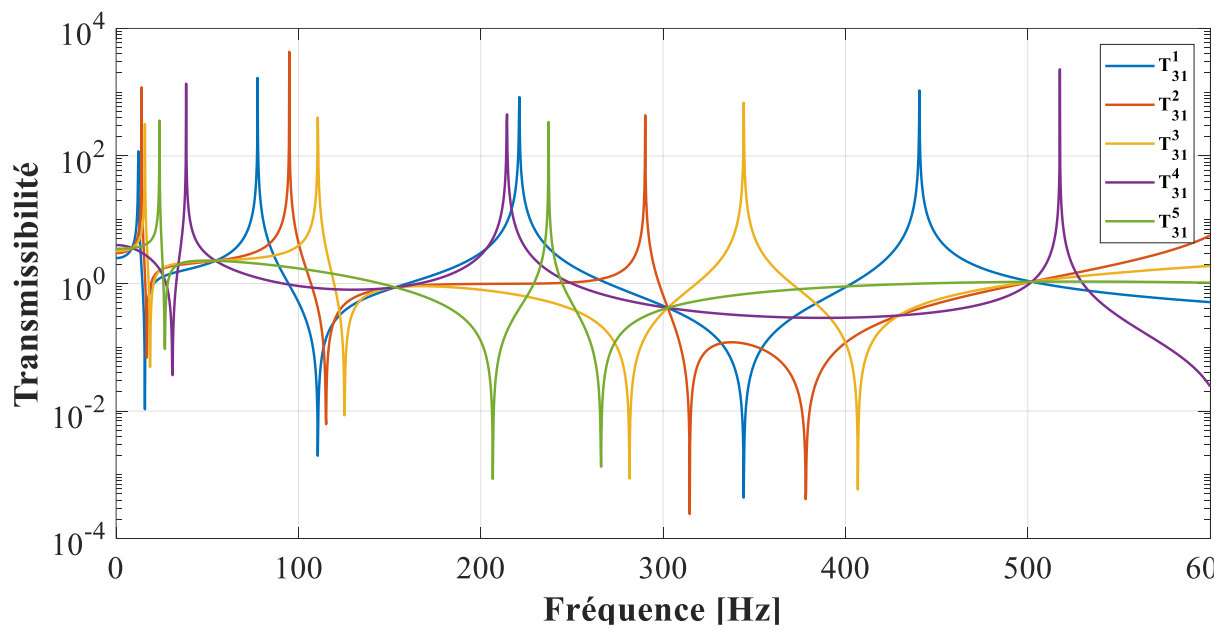


Figure 10: Les mesures de transmissibilité (T_{31}) à tous les degrés de liberté

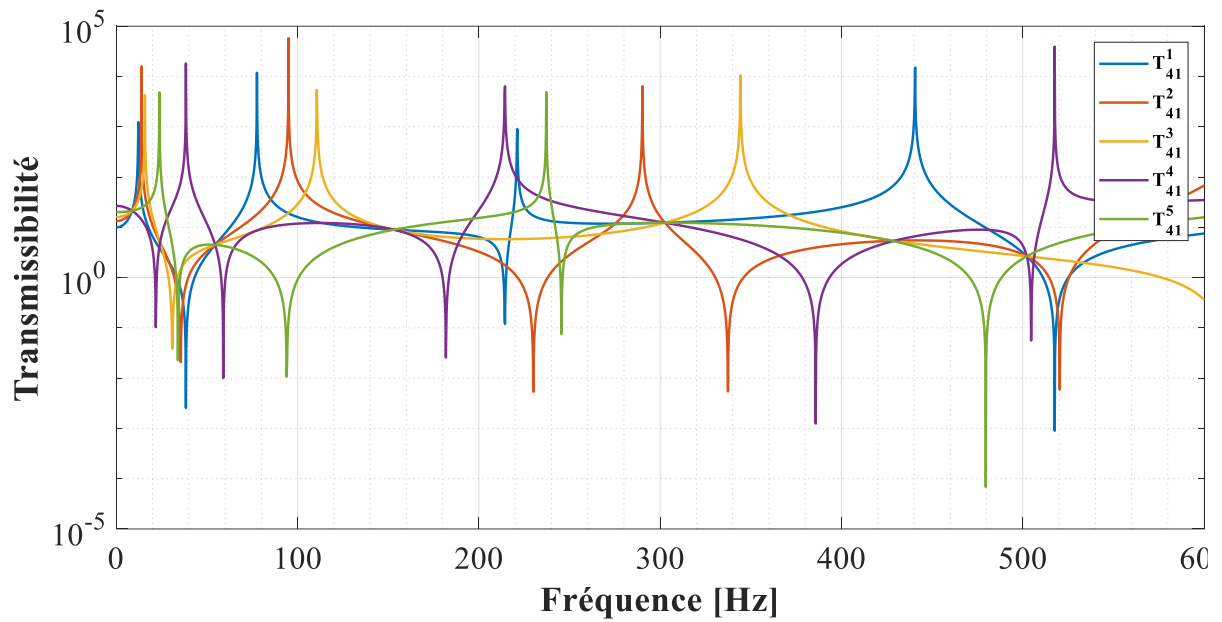


Figure 11: Les mesures de transmissibilité (T41) à tous les degrés de liberté

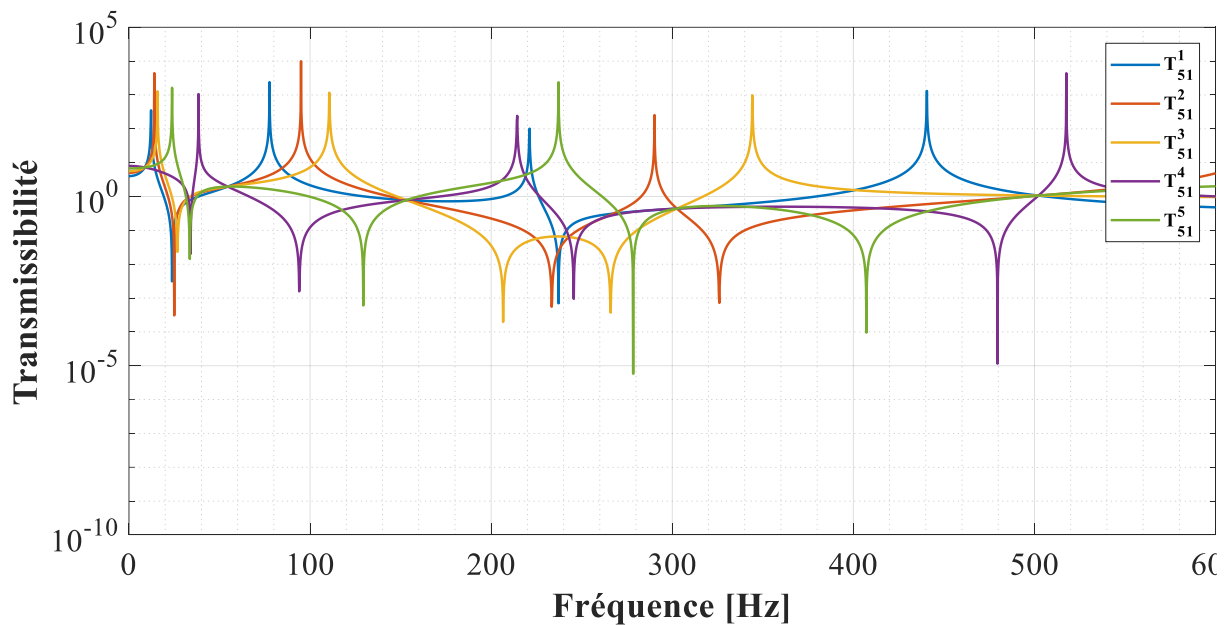


Figure 12: Les mesures de transmissibilité (T51) à tous les degrés de liberté

La matrice proposée est d'ordre 5, mais dans le cas où les fréquences de résonance du débit de transmission sont égales entre elles, donc la matrice proposée est d'ordre 1.

Dans ce cas, la composante S (1,1) donc en étudiant la composante inverse S (2,2) en fonction de la fréquence, la valeur crête révèle la fréquence de résonance. Ceci est affiché à la figure (13).

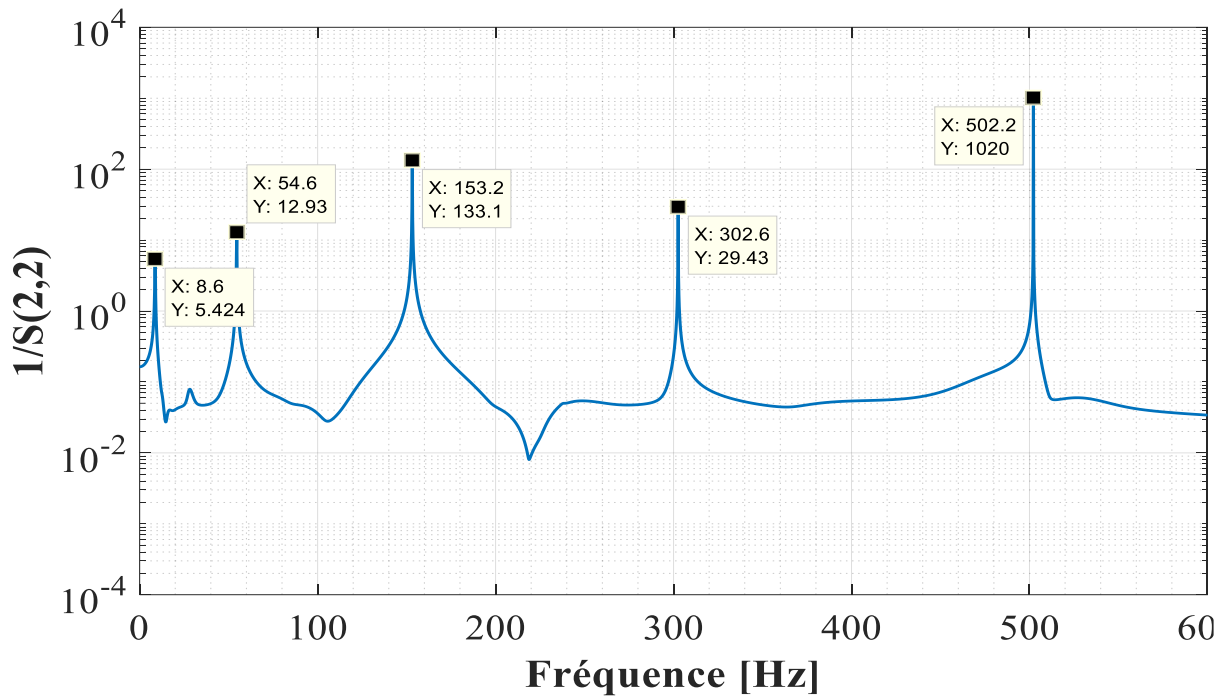


Figure 13: Identification de la fréquence de résonance par la moyenne de SVD

Les fréquences de résonance sont :

$$f1 = 8.6Hz$$

$$f2 = 54.6Hz$$

$$f3 = 153.2Hz$$

$$f4 = 302.6Hz$$

$$f5 = 502.2Hz$$

Les 4 premiers modes pour les 8 premiers ddl :

Modes Propres Mesurer				Mode Propres Calculer			
Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4	Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
1	1	1	1	1	1	1	1
12.6613	10.2929	6.8778	1.0782	12.6579	10.2991	6.8776	1.0782
3.5992	2.2703	0.8707	-0.4148	3.5978	2.2697	0.8710	-0.4148
21.3470	4.4798	-8.9472	-12.3339	21.3326	4.4706	-8.9417	-12.3339
7.2198	1.9581	-0.7830	-0.4389	7.2157	1.9565	-0.7818	-0.4389
26.3604	-8.9433	-8.3676	11.9959	26.3394	-8.9450	-8.3643	11.9958
11.3585	-0.2325	-0.6542	0.8537	11.3510	-0.2335	-0.6536	0.8537

Figure 14: Illustration des modes propres mesurés et calculés

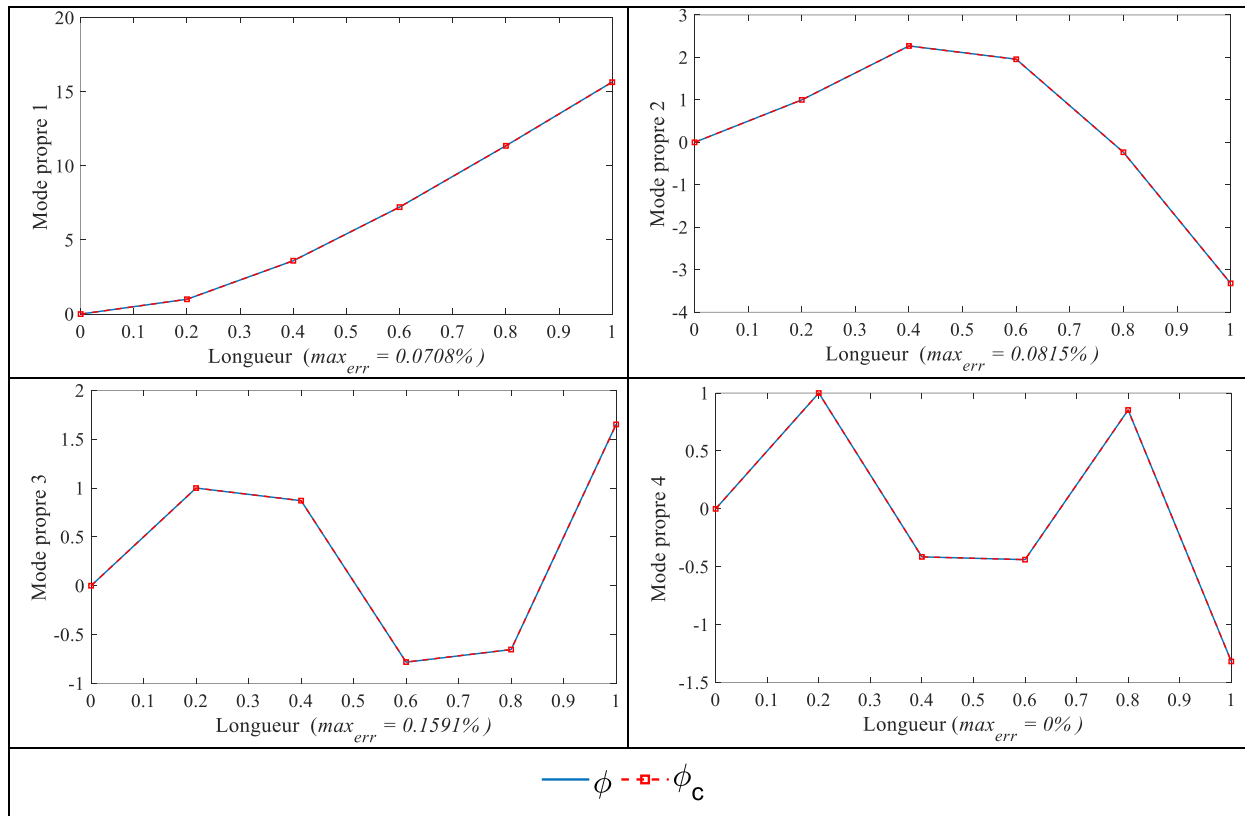


Figure 15: Les quatre premières formes de modes systèmes

Conclusion :

Nous concluons que pour les systèmes à plusieurs degrés de liberté (poutres encastées/libres), la fonction de transfert convient également pour déterminer les paramètres nodaux.

Chapitre IV. Méthode de Rapport des changements des fréquences locales ou LFCR

IV.1 Introduction :

De nos jours, on observe un développement et une utilisation croissante des composants des structures légères, rigides, multi-modes, et multifonctionnels dans les conceptions techniques modernes. Pendant leur période de fonctionnement, les composants d'une structure peuvent subir des endommagements en raison de divers facteurs externes tels que la surcharge accidentelle, le feu, la corrosion, les charges répétitives, les explosions et les catastrophes naturelles comme les tremblements de terre. Si ces endommagements ne sont pas détectés à temps, ils ont tendance à s'aggraver avec le temps et peuvent entraîner une défaillance structurelle. Pour prévenir ce type de défaillance et garantir l'état de santé structurel des composants et des structures, il est essentiel de procéder à une évaluation rapide et précise des endommagements. Cette évolution doit inclure l'identification, la localisation et la quantification des endommagements lorsque les endommagements sont visibles, l'évaluation peut être relativement simple, cependant les endommagements internes à un élément structurel nécessitent des essais non destructifs pour être évalués. Les essais non destructifs peuvent être de deux types locaux et globaux, les méthodes locales utilisent les techniques telles que la vitesse d'impulsion des ultrasons, les essais thermiques, les essais d'émission acoustique, les champs magnétiques et les courants de Foucault, ces tests nécessitent généralement une connaissance préalable et précise de la section endommagée et doivent souvent être répétés sur l'ensemble de structures, ce qui peut être chronophage et coûteux.

IV.2 Présentation de la méthode :

L'équation aux valeurs propres d'une structure à n DDL s'écrit comme suit :

$$K\theta = M\theta A \quad \text{(IV.1)}$$

Lorsque la structure subit des endommagements ses propriétés mécaniques telle que la résistance et la rigidité sont altérées, entraînant une modification de sa matrice de rigidité, cette matrice peut alors être conceptualisée comme la somme de deux éléments distincts : la matrice de rigidité k_s de la structure dans son état intact et la somme pondérée $\sum a_i k_i$ des matrices de rigidités élémentaires k_i chacune multipliée par le facteur de diminution de la rigidité a_i exprimé en pourcentage, Autrement dit cette approche permet de représenter la matrice de rigidité de la structure endommagée comme une composition des caractéristiques de la structure originale et des ajustements dus aux endommagements:

$$K_e = K_s + \sum_{j=1}^{L_e} DK_j = K_s + \sum_{j=1}^L a_j \cdot k_j \quad (\text{IV}.2)$$

En effet, les endommagements ont une importance sur la rigidité de la structure. Il suffit d'un petit changement dans les vecteurs propres pour provoquer un changement dans les vecteurs propres et la valeur propre respectivement notés : θ_i, σ_i

Si la rigidité de la structure est légèrement perturbée nous écrivons :

$$[(k + D_k) - (\sigma_i + D\sigma_i) \cdot M](\theta_i + D\theta_i) = 0 \quad (\text{IV}.3)$$

En développant cette formule nous obtiendrons :

$$K\theta_i + DK\theta_i + KD\theta_i + DKD\theta_i = \sigma_i M\theta_i + D\sigma_i M\theta_i + \sigma_i MD\theta_i + D\sigma_i MD\theta_i \quad (\text{IV}.4)$$

$$\theta_i(K + DK) + D\theta_i(K + DK) = \theta_i(\sigma_i M + D\sigma_i M) + D\theta_i(\sigma_i M + D\sigma_i M) \quad (\text{IV}.5)$$

$$D\theta_i(K + DK) - (\sigma_i M + D\sigma_i M) = \theta_i[(\sigma_i M + D\sigma_i M) - (K + DK)] \quad (\text{IV}.6)$$

Nous mettons :

$$(K + DK) = k \text{ et } (\sigma_i M + D\sigma_i M) = \sigma_i M \quad (\text{IV}.7)$$

$$\text{Avec : } \frac{1}{\theta_i} = \theta_i^T \quad (\text{IV}.8)$$

$$D\theta_i * \theta_i^T * (K - \sigma_i M) = 0 \quad (\text{IV}.9)$$

$$D\theta_i(K\theta_i^T - \sigma_i\theta_i^T M) = 0 \quad (\text{IV}.10)$$

Où

$$D\theta_i^T(K\theta_i - \sigma_i\theta_i M) = 0 \quad (\text{IV}.11)$$

$$D\sigma_i \cdot \theta_i^T \cdot M \cdot \theta_i = DK\theta_i^T \cdot K \cdot \theta_i \quad (\text{IV}.12)$$

Donc :

$$D\sigma_i = \frac{DK.\theta_i^T.K\theta_i}{\theta_i^T.M.\theta_i} = \frac{\sum_{j=1}^L a_j.\theta_i^T.K.\theta_i}{\theta_i^T.M.\theta_i} \quad (IV.13)$$

Cette équation donne la variation de la i^{eme} fréquence naturelle.

Nous définissons la notion de la fréquence locale (FL) comme le rapport de l'énergie potentielle de l'élément par rapport à l'énergie cinétique de l'élément pour différents vecteurs propres.

$$LF_{ij} = \frac{\theta_i^T K . \theta_i}{\theta_i^T M . \theta_i} \quad (IV.14)$$

J=élément i=mode

Nous pouvons alors calculer les fréquences locales de la structure saine LFu_{ij} et ensuite, celles de la structure endommagée LFd_{ij}

$$LFu_{ij} = \frac{\theta_i^T K . \theta_i}{\theta_i^T M . \theta_i}, \quad LFd_{ij} = \frac{\theta_{id}^T K . \theta_{id}}{\theta_{id}^T M . \theta_{id}} \quad (IV.15)$$

Afin de localiser les endommagements, nous utilisons la notion du rapport du changement de fréquence locale(LFCR) comme suit :

$$LFCR_{ij} = \frac{|LFd_{ij} - LFu_{ij}|}{LFu_{ij}} \quad (IV.16)$$

La méthode LFCR peut être appliquée à tous les éléments de la structure en utilisant un nombre spécifique de modes propres. Pour des raisons de précision et d'efficacité les premiers modes propres sont généralement calculés.

En cas d'endommagement dans l'élément $j=p$, la valeur équivalente de LFCR pour cet élément est déterminée comme étant la plus élevée parmi toutes les autres valeurs des éléments j différent de p .

IV.3 Application numérique (LFCR) :

IV.3.1 Treillis 2D :

Dans cette étude, nous avons modélisé la structure en treillis en élément finis, chaque nœud de cet élément fini possède deux degrés de liberté : déplacement normal à la barre selon l'axe

x et un déplacement autour de l'axe y (figure 2D 9élément) le nombre total de degrés de liberté (DDL) de cette structure est 12.

Soit une structure treillis di discrétisée en 9 éléments finis, dont les caractéristiques sont comme suite :

$$L=4m$$

$$E=200Gpa$$

$$\rho=7850kg/m^3$$

$$A=0.0025m^2$$

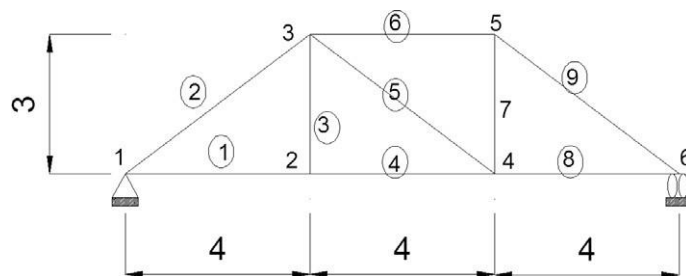


Figure 16: treillis 2D 9 éléments

Chaque élément sélectionné nous l'endommageons d'un certain pourcentage comme le montre le tableau suivant. A chaque cas nous augmentons le nombre d'éléments endommagés.

9 barres-cas1	Taux d'endommagement	15%
	Élément N°	3
9 barres –cas 2	Taux d'endommagement	20%
	Élément N°	7
9 barres –cas 2	Taux d'endommagement	30%
	Élément N°	4

Tableau 1 : Pourcentage des éléments endommagés barre 2D

Nous obtiendrons ensuite les fréquences endommagées que nous allons comparer aux fréquences saines

Fréquences saines		Fréquences endommagées	
Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2
240,870	240,87	240,382	230,135819
467,940	467,94	468,202	455,404879
739,850	739,85	735,247	740,31771
1243,360	1243,36	1217,768	1244,02069
1633,450	1633,45	1626,284	1605,43816

Tableau 2 : Comparaison des fréquences saines et endommagées barre 2D

Pour le premier cas, nous endommageons de 30% **l'élément 4** l'historgramme représentatif des valeurs du LFCR pour chaque élément est donné sur la figure suivante :

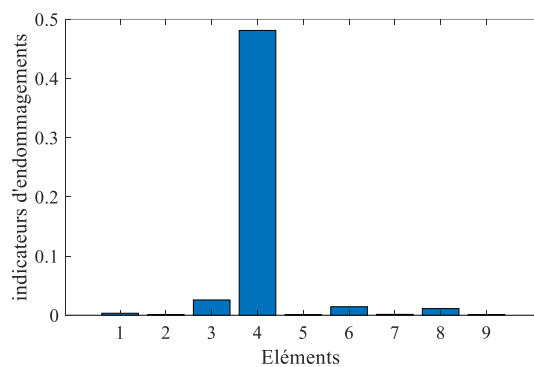


Figure : Histogramme des valeurs LFCR d'endommagement de l'élément 4

Pour le 2ème cas nous endommageons de 15 % **l'élément 3** et de 20% **l'élément 7**. Nous obtiendrons par la suite l'historgramme représentatif des valeurs du LFCR comme suit :

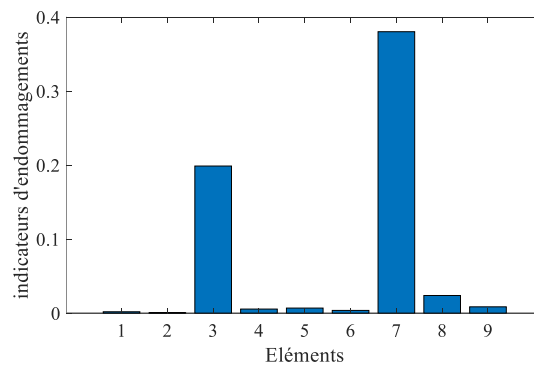


Figure 17: Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 3,7

A partir de ces figures, nous remarquons que la valeur du LFCR de l'élément endommagé est la plus grande des toutes, quel que soit sa position sur le treillis et le pourcentage d'endommagement.

IV.3.2 Treillis 3D :

Dans cette étude, nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour modéliser une structure treillis en 3D chaque nœud de l'élément fini est doté de degrés de liberté : translation le long des axes x, y et z.

Le nombre total de degrés de liberté (DDL) pour cette structure est de 24/24.

La structure treillis discrétisée comprend 28 éléments finis, chacun caractérisé par :

$$A=0.0025m^2$$

$$E=200Gpa$$

$$\rho=7830 Kg/m^3$$

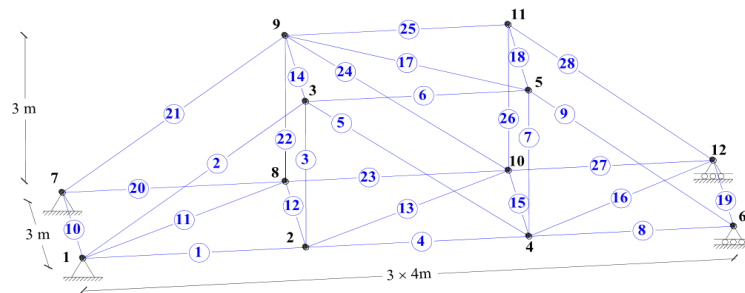


Figure : Treillis 3 D 28 éléments

Nous ferons de la même manière que la structure précédente comme le montre le tableau ci-dessous :

28 barres-cas1	Taux d'endommagement	25%
	Élément N°	3
28 barres –cas 2	Taux d'endommagement	20%
	Élément N°	26
28 barres –cas 2	Taux d'endommagement	25%
	Élément N°	17

Tableau 3 : Pourcentage des éléments endommagés barre 3D

Nous obtiendrons ensuite les fréquences endommagées que nous allons comparer aux fréquences saines

Fréquences saines		Fréquences endommagées	
Cas 1	Cas 2	Cas 1	Cas 2
24.5266	24.5256	24.5258	24.5266
51.7618	51.7579	51.7383	51.7618
65.2664	65.1567	65.1558	65.2664
100.0528	98.5725	100.0025	100.0528
114.2814	112.255	114.1230	114.2814

Tableau 4 : Comparaison des fréquences saines et endommagées barre 3D

Pour le 1^{er} cas, nous endommageons de 25% **l'élément17** l'histogramme représentatif des valeurs du LFCR pour chaque élément est donné sur la figure suivante :

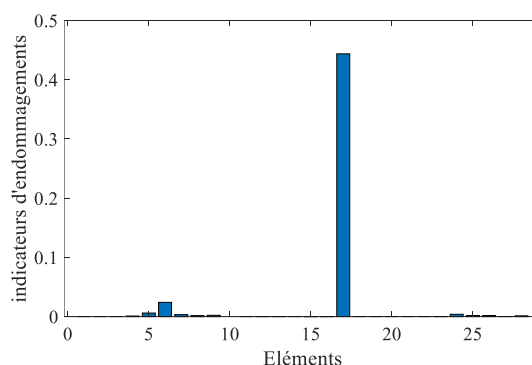


Figure 18: Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 17

Pour le 2^{ème} cas, nous endommageons de 25 % **l'élément 3** et de 20% **l'élément 26**. Nous obtiendrons par la suite l'histogramme représentatif des valeurs du LFCR comme suit :

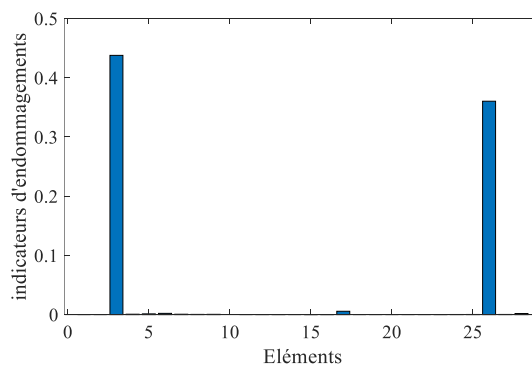


Figure 19: Histogramme des valeurs LFCR pour l'endommagement des éléments 3,26

D'après les illustrations, nous remarquons que la valeur du LFCR de l'élément endommagé est la plus élevée des toutes, peu importe sa position sur le treillis et le taux d'incident. Selon les figures de l'histogramme précédent, montrent que les valeurs de LFCR des éléments endommagés sont toujours plus grandes. Selon les résultats obtenus, il est possible de

conclure que la méthode de variation du rapport des changements des fréquences locales LFCR permet de localiser efficacement les endommagements dans les structures en treillis.

Chapitre V. Méthodes d'optimisation et quantification

V.1 Introduction :

La surveillance de la santé des structures (SHM) représente le meilleur moyen d'identifier et de classer les endommagements pour évaluer les l'intégrité structurelle d'un composite, deux composant principaux sont utilisé : un ensemble d'accéléromètre est des techniques de calcule avance. Bien que ses méthodes permettent de détecter les endommagements, elles requièrent un investissement en temps significatif, pour optimiser se processus il est essentiel d'améliorer la précision et l'efficacité des techniques de calcule.

Les techniques de calcul sont cruciales pour la classification la prédiction et l'optimisation du temps nécessaire à la détection des endommagements. Parmi celles-ci, les plus couramment utilise incluent les réseaux neuronaux, les algorithmes génétiques, l'analyse en composantes principales et les méthodes d'optimisation.

Les méthodes d'estimation des endommagements à partir des données modales reposent souvent sur des approches de quantifications de modèle. Ces méthodes s'appuient sur des modèles paramétriques de la structure et minimisent une fonction objectif basée sur l'erreur entre les données mesurées et les prédictions du modèle, le succès de ces méthodes dépend de la précision du modèle par éléments finis de la qualité des essais modaux de la déformation optimale du problème d'optimisation et de la performance de l'algorithme utilisé.

L'étude des systèmes naturels, perfectionner par des millions d'année évolutions, inspire le développement de nouveaux algorithmes et modèles pour résoudre des problèmes complexes L'optimisation, une branche des mathématiques vise à analyser et résoudre les problèmes cherchant à déterminer le meilleur élément d'un ensemble selon un critère donné

Dans le contexte de la détection des endommagements, le problème inverse consiste à identifier la présence, l'emplacement et la taille des défauts dans une structure, ce problème peut être modélisé en utilisant des techniques d'optimisation et d'identification des paramètres. Il implique la résolution d'un problème inverse sous incertitude ou les problèmes directs et inverses sont traités d'une manière probabiliste.

On conclusion, pour aborder efficacement les problèmes de détection et de caractérisation des endommagements dans les structures, il est crucial d'utiliser des méthodes numériques avancées telles que la méthode des éléments finis, en combinaison avec des techniques inspirées par les systèmes naturels.

V.2 Généralités sur l'algorithme d'optimisation :

Une conception optimale naïve est atteinte en évaluant plusieurs (généralement jusqu'à une dizaine) alternative de solutions créées à partir d'une compréhension préalable du problème. Chaque solution potentielle est d'abord examinée pour sa faisabilité, ensuite une estimation de l'objectif principal (le cout, le profit...) associé à chaque solution réalisée et les résultats sont comparés afin de sélectionner la meilleure option disponible.

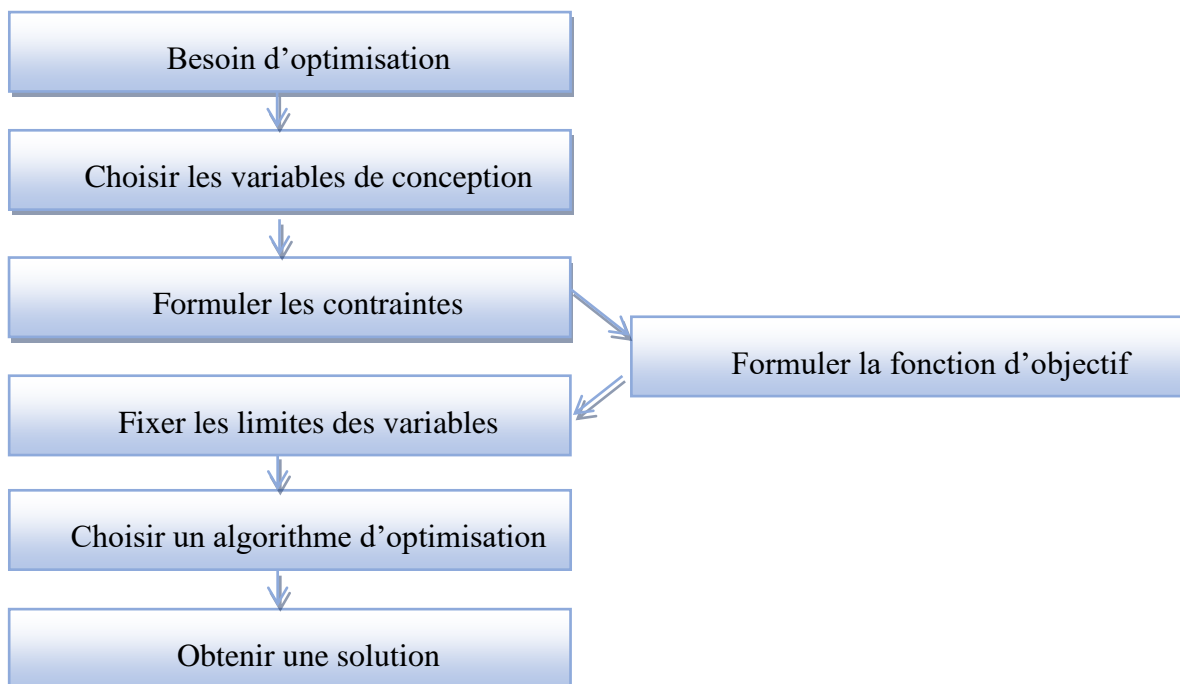


Figure 20:Processus de l'algorithme de l'optimisation

Il n'est pas fiable d'appliquer une seule méthode de formulation optimale pour tous les problèmes de conception technique car les objectifs spécifiques d'un problème de conception et les paramètres associés varient considérablement d'un produit à l'autre. Ainsi différentes techniques sont utilisées en fonction de caractéristiques propres à chaque problème.

L'objectif de la formulation optimale est de créer un modèle mathématique représentant le problème de conception dans sa forme optimale. Ce modèle peut ensuite être résolu à l'aide d'algorithme d'optimisation appropriés, la figure(A) illustre généralement les tapes typiques impliquées dans ce processus de formulation optimale de la conception.

V.3 Variable du problème :

La formulation d'un problème d'optimisation débute par l'identification des variables de conception fondamentales qui évoluent principalement tout au long de processus

d'optimisation. Un problème de conception englobe généralement de nombreux paramètres dont certains sont critiques pour garantir le bon fonctionnement du projet. Ces paramètres nécessaires à l'optimisation sont appelés variables de conception ou variables de problème. Peuvent être représentés par une ou plusieurs variables.

La première dans la formulation d'un problème d'optimisation est de minimiser le nombre de variables de conception. Le résultat de ce processus d'optimisation peut indiquer s'il est nécessaire d'ajouter davantage de variables dans une formulation révisée ou de remplacer certaines variables existant par de nouvelles.

Nous introduisons N variable réel regroupé dans un vecteur $[x_1, x_2 \dots x_n]$. Ces variables ne peuvent pas prendre n'importe quelle valeur mais doivent plutôt satisfaire à des contraintes spécifiques définies par le problème.

V.4 Contraintes :

Les contraintes jouent un rôle essentiel en établissant des relations fonctionnelles entre les variables de conception et d'autres paramètres de conception, assurant ainsi la conformité aux exigences physiques et aux limitations de ressources, leur inclusion et leur nature dans la formulation d'un problème d'optimisation dépend largement des préférences et des spécifications de l'utilisateur. Ces contraintes peuvent de la complexité et de la régularité du système étudier, par exemple, on considère la contrainte maximale appliquée à une structure. Pour une structure de forme régulière une relation mathématique exacte peut être établie entre la contrainte maximale et les dimensions géométrique de la structure, en revanche pour une structure de forme irrégulière ou ces relation directes ne sont pas éléments finis peut être nécessaire pour calculer avec précision la contrainte maximale.

- 1- Les constraints de type inégalité
- 2- Les contraintes de type égalité

V.4.1 Contrainte de type inégalité :

Ces contraintes spécifient des limites ou des seuils que les variables de conception doivent respecter. Elles sont souvent utilisées pour imposer des restrictions sur les performances maximales ou minimales du système.

V.4.2 Contraintes de type égalité :

Ces contraintes définissent des équations précises que les variables de conception doivent satisfaire exactement. Elles sont couramment utilisées pour garantir l'équilibre ou la satisfaction des relations physiques ou géométriques spécifiques.

V.5 Fonctions objectives :

Une technique évolutionnaire de détection d'endommagements utilise généralement la méthode de réduction d'une fonction objective, définie comme la différence entre les paramètres de réponse (fréquence naturelle, etc.). Des essais ou des données calculées d'un scénario de fissure permettent d'identifier ces paramètres de réponse. Les mesures d_{cj} (profondeur de la fissure) et x_j (position de la fissure) sont données. Le total des variables sera deux fois plus grand que le nombre de fissures présentes dans la structure. Ainsi, on suppose le nombre de fissures dans cette formulation. Dans cette étude, tous les cas, y compris la fissure d'un seul élément, sont évalués en établissant trois fissures potentielles. La fonction objective à utiliser se présente de la manière suivante :

$$F(d_{cj}, x_j) = \sqrt{\left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{f_i^*}{f_i} - 1 \right)^2 \right\}}$$

Où

f_i^* La fréquence de la structure fissurée

f_i La fréquence calculée à partir de la simulation du comportement dynamique de la structure

V.6 Méthode ALO :

V.6.1 Introduction :

Ces dernières années, les algorithmes métaheuristiques ont émergé comme des outils prédominants pour résoudre efficacement des problèmes complexes d'optimisation dans le domaine de la conception technique[34][35, 36]. En contrastant avec les approches déterministes qui utilisent des solutions prévisibles à partir de points de départ similaires[37-39] , les métaheuristiques se démarquent par l'utilisation d'opérateurs stochastiques[40] , réduisant ainsi le risque de se retrouver piégé dans des optima locaux, une limitation fréquente des méthodes déterministes[41] .

Les algorithmes d'optimisation stochastique, comme les métaheuristiques[42] incluant les algorithmes évolutifs [10], tirent parti de leur nature aléatoire[43] pour explorer efficacement les espaces de recherche à la recherche de solutions globales optimales. Cette caractéristique aléatoire engendre des résultats différents à chaque exécution pour un même problème[44] , augmentant ainsi la diversité des solutions explorées.

Les algorithmes évolutionnaires, une sous-catégorie des métaheuristiques, visent à optimiser de manière globale un espace de recherche en améliorant itérativement des solutions candidates initialement générées de manière aléatoire[45] . Cette approche permet aux algorithmes évolutionnaires de s'affranchir des spécificités du problème et de se

concentrer sur l'amélioration des solutions candidates, offrant ainsi des avantages intrinsèques tels que la simplicité d'implémentation et la capacité à éviter les optima locaux.

En résumé, les métaheuristiques, en particulier les algorithmes évolutionnaires, représentent une approche flexible et puissante pour résoudre des problèmes d'optimisation complexes. Leur capacité à exploiter la stochasticité pour explorer des solutions optimales globales tout en minimisant les risques d'être piégé dans des optima locaux en fait des outils précieux dans divers domaines de l'ingénierie et de la recherche appliquée.

V.6.2 Optimiseur de fourmi-lion :

Dans cette section, l'inspiration de l'algorithme ALO est d'abord présentée. Le modèle mathématique et l'algorithme ALO sont ensuite discutés en détail.

V.6.3 Inspiration :

Les fourmilions, membres de la famille des Myrmeleontidae et de l'ordre des Neuroptères, suivent un cycle de vie distinctif divisé en deux phases principales : larve et adulte. Les larves de fourmilion, qui peuvent vivre jusqu'à trois ans, consacrent la majeure partie de leur vie à la chasse. Elles creusent des fosses en forme de cône dans le sable en déplaçant circulairement et en projetant le sable avec leur puissante mâchoire, attendant patiemment au fond du piège pour capturer leurs proies, principalement des insectes comme les fourmis. Une fois capturée, la proie est consommée et les restes sont éjectés de la fosse, qui est ensuite réaménagée pour la prochaine chasse.

Un comportement fascinant observé chez les fourmilions est leur capacité à ajuster la taille de leurs pièges en fonction de leur niveau de faim et même de la phase de la lune, creusant des fosses plus grandes lorsqu'ils sont plus affamés ou pendant les nuits de pleine lune. Cette capacité est rendue possible par une horloge lunaire interne plutôt que par une observation directe de la lune.

L'algorithme Ant Lion Optimizer (ALO) s'inspire directement de ces comportements de chasse des larves de fourmilion. Il modélise mathématiquement ces interactions entre les fourmilions et leurs proies pour proposer un algorithme d'optimisation qui simule ce processus naturel. Ce modèle mathématique est ensuite utilisé comme base pour développer une méthode efficace d'optimisation inspirée du comportement naturel des fourmilions.

V.6.4 Opérateurs de l'algorithme ALO :

L'algorithme ALO imite l'interaction entre les fourmis et les fourmis dans le piège. Pour modéliser de telles interactions, les fourmis doivent se déplacer dans l'espace de recherche, et

les fourmilions sont autorisés à les chasser et à devenir plus en forme à l'aide de pièges. Étant donné que les fourmis se déplacent de manière stochastique lorsqu'elles recherchent de la nourriture, une marche aléatoire est choisie pour modéliser le mouvement des fourmis comme suit : $x(t)=[0, \text{cumsum}(2r(t_1)-1), \text{cumsum}(2r(t_2)-1), \dots, \text{cumsum}(2r(t_n)-1)$

Où cumsum calcule la somme cumulée, n est le nombre maximum d'itérations, t montre l'étape de marche aléatoire (itération dans cette étude) et r(t) est une fonction stochastique définie comme suit :

$$r(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } rand > 0.5 \\ 0 & \text{si } rand \leq 0.5 \end{cases} \quad (\text{V. } 2)$$

t montre l'étape de marche aléatoire (itération dans cette étude) et rand est un nombre aléatoire généré avec une distribution uniforme dans l'intervalle de [0,1].

Pour avoir une image de cette marche aléatoire, la figure 2 est fournie, illustrant trois marches aléatoires sur 500 itérations. Cette figure montre que la marche aléatoire utilisée peut fluctuer considérablement autour de l'origine (courbe rouge), avoir une tendance croissante (courbe noire) ou avoir un comportement descendant (courbe bleue). La position des fourmis est enregistrée et utilisée lors de l'optimisation dans la matrice suivante :

$$M_{Ant} = \begin{bmatrix} A_{1,1} & A_{1,2} & \dots & \dots & A_{1,d} \\ A_{2,1} & A_{2,2} & \dots & \dots & A_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{n,1} & A_{n,2} & \dots & \dots & A_{n,d} \end{bmatrix} \quad (\text{V. } 3)$$



Figure 21: Pièges en forme de cône et comportement de chasse des fourmilions

Où M_{Ant} est la matrice permettant de sauvegarder la position de chaque fourmi, $A_{i,j}$ montre la valeur de la j -ème variable (dimension) de la i -ème fourmi, n est le nombre de fourmis et d est le nombre de variables.

Il convient de noter que les fourmis sont similaires aux particules du PSO ou aux individus du GA. La position d'une fourmi fait référence aux paramètres d'une solution particulière. Matrix M_{Ant} a été pensé pour sauvegarder la position de toutes les fourmis (variables de toutes les solutions) lors de l'optimisation.

Pour évaluer chaque fourmi, une fonction de fitness (objectif) est utilisée lors de l'optimisation et la matrice suivante stocke la valeur de fitness de toutes les fourmis :

$$M_{OA} = \begin{bmatrix} f([A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,d}]) \\ f([A_{2,1}, A_{2,2}, \dots, A_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([A_{n,1}, A_{n,2}, \dots, A_{n,d}]) \end{bmatrix} \quad (\text{V. 4})$$

L'aptitude de chaque fourmi, $A_{i,j}$ montre la valeur de la j -ème dimension de la i -ème fourmi, n est le nombre de fourmis et f est la fonction objective. Où M_{OA} est la matrice permettant de sauvegarder

En plus des fourmis, nous supposons que les fourmilions se cachent également quelque part dans l'espace de recherche. Afin de sauvegarder leurs positions et leurs valeurs de fitness, les matrices suivantes sont utilisées :

$$M_{Antilion} = \begin{bmatrix} AL_{1,1} & AL_{1,2} & \dots & \dots & AL_{1,d} \\ AL_{2,1} & AL_{2,2} & \dots & \dots & AL_{2,d} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ AL_{n,1} & AL_{n,2} & \dots & \dots & AL_{n,d} \end{bmatrix} \quad (\text{V. 5})$$

Où $M_{Antlion}$ est la matrice permettant de sauvegarder la position de chaque fourmilion, $AL_{i,j}$ montre la valeur de la j -ème dimension du i -ème fourmilion, n est le nombre de fourmilions et d est le nombre de variables (dimension).

$$M_{ALO} = \begin{bmatrix} f([AL_{1,1}, AL_{1,2}, \dots, AL_{1,d}]) \\ f([AL_{2,1}, AL_{2,2}, \dots, AL_{2,d}]) \\ \vdots \\ f([AL_{n,1}, AL_{n,2}, \dots, AL_{n,d}]) \end{bmatrix} \quad (\text{V. 6})$$

Où MOAL est la matrice permettant de sauvegarder l'aptitude de chaque fourmilion, $AL_{i,j}$ montre la valeur de la j -ème dimension du i -ème fourmilion, n est le nombre de fourmilions et f est la fonction objectif.

Lors de l'optimisation, les conditions suivantes sont appliquées :

Les fourmis se déplacent dans l'espace de recherche en utilisant différentes marches aléatoires

Les marches aléatoires sont appliquées à toute la dimension des fourmis.

Les promenades aléatoires sont affectées par les pièges des fourmilions.

Les fourmis peuvent construire des fosses proportionnelles à leur forme physique (plus la forme physique est élevée, plus la fosse est grande)

Les fourmis avec des fosses plus grandes ont la plus grande probabilité d'attraper fourmis

Chaque fourmi peut être capturée par un fourmilion à chaque itération et par l'élite (fourmilion le plus apte).

Si une fourmi devient plus en forme qu'un fourmilion, cela signifie qu'elle est attrapée et tirée sous le sable par le fourmilion.

Un fourmilion se repositionne face à la dernière proie capturée et construit une fosse pour améliorer sa capacité à attraper une autre proie après chaque chasse.

Pour optimiser les processus, nous utilisons plusieurs matrices pour suivre les positions et les aptitudes des fourmis et des fourmilions dans l'espace de recherche. La matrice $MAnt$ enregistre les positions de chaque fourmi, où $A_{i,j}$ représente la valeur de la j -ème dimension de la i -ème fourmi, avec n comme le nombre de fourmis et d comme le nombre de variables. Chaque fourmi est évaluée par une fonction objectif f pour calculer son aptitude, stockée dans la matrice MOA.

De manière similaire, les fourmilions sont aussi gérés dans l'optimisation. La matrice $MAntlion$ conserve les positions de chaque fourmilion, $AL_{i,j}$ indique la valeur de la j -ème dimension du i -ème fourmilion, avec n comme le nombre de fourmilions et d comme le nombre de variables. Leurs aptitudes sont enregistrées dans la matrice MOAL grâce à la même fonction objectif f .

Pendant l'optimisation, les fourmis se déplacent dans l'espace de recherche en effectuant des marches aléatoires influencées par les pièges des fourmilions. Les fourmis construisent

des fosses proportionnelles à leur forme physique, augmentant ainsi leurs chances de capturer des fourmilions. Chaque itération permet à un fourmilion de capturer une fourmi, tandis que l'élite des fourmilions chasse également les fourmis les plus aptes. Une fois capturée, une fourmi est tirée sous le sable par le fourmilion, qui se réajuste pour attraper une nouvelle proie en améliorant sa fosse après chaque capture.

V.7 Méthode LCA :

V.7.1 Introduction :

L'optimisation est un domaine fondamental dans la mathématique appliquée, l'ingénierie et la licence de la décision. Son objectif est de trouver la meilleure solution possible parmi un ensemble de solutions réalisable, en fonction de certains critères ou objectifs.

Les trois éléments fondamentaux sont tout d'abord, les variables de décision sont les paramètres ou les inconnues que l'on cherche à déterminer pour obtenir la meilleure solution possible. Ensuite, la fonction objective représente la quantité que l'on souhaite optimiser, que ce soit en la minimisant ou en la maximisant, comme le coût, le profit ou l'efficacité

Enfin, les contraintes sont les limites ou les restrictions qui s'appliquent aux variables de décision, définies par des lois physiques.

V.7.2 Classification des méthodes d'optimisation :

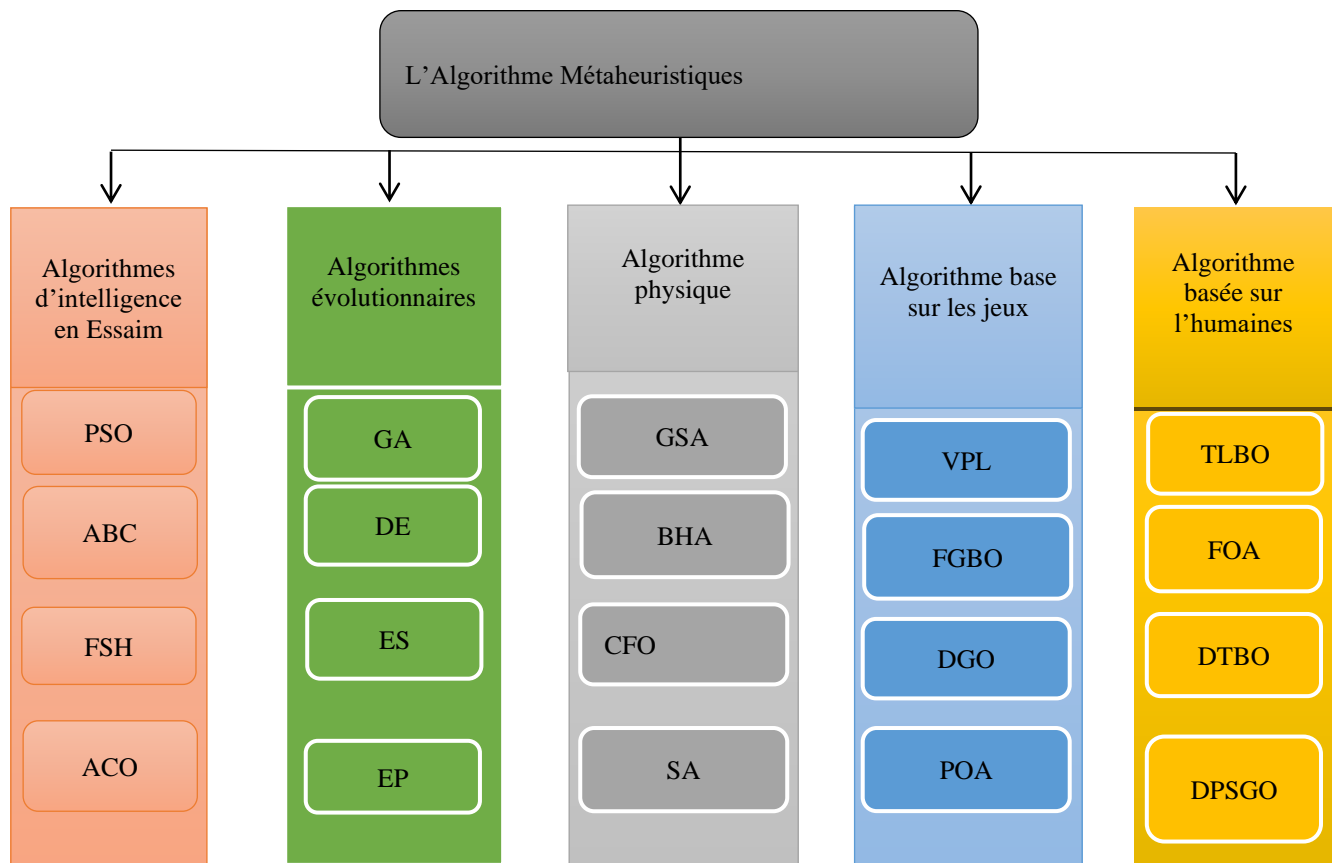


Figure 22: Classification des algorithmes d'optimisation

V.7.3 Algorithme du Cancer du Foie (LCA) :

Cette section décrit l'algorithme LCA et présente une formulation mathématique détaillée de ses différentes étapes. Le comportement des tumeurs hépatiques inspire LCA et intègre des principes biologiques dans son processus d'optimisation, en faisant une approche novatrice et pratique pour la sélection des caractéristiques.

V.7.4 Modèle mathématique de l'algorithme du cancer du foie (LCA) :

L'algorithme LCA est conçu pour imiter le comportement de croissance et de propagation des tumeurs du foie, des croissances malignes dans le foie qui peuvent avoir un impact grave sur la fonctionnalité du corps. Pour reproduire la croissance et le comportement de la tumeur, l'algorithme LCA se compose de plusieurs étapes, chacune impliquant des formulations mathématiques distinctes.

V.7.5 Complexité temporelle de l'algorithme du cancer du foie (LCA) :

La complexité temporelle de l'algorithme LCA provient principalement de trois procédures principales : l'initialisation, l'évaluation de la qualité (fitness) et la mise à jour de la position des tumeurs. L'étape d'initialisation a une complexité de (N) , où N représente le nombre de

tumeurs dans la population de l'algorithme. Ensuite, à chaque itération, l'algorithme évalue la qualité de chaque tumeur, ce qui entraîne une complexité de $O(T \times N)$, où T désigne le nombre d'itérations. De plus, la mise à jour de la position des tumeurs implique de trouver la meilleure position et de mettre à jour le vecteur de position pour chaque tumeur, avec une complexité de $O(T \times N \times D)$, où D représente la dimension du problème d'optimisation. En combinant les complexités des trois procédures, la complexité computationnelle totale de l'algorithme LCA peut être définie comme $O(N \times (T + T \times D + 1))$.

V.7.6 Expériences pour évaluer les performances de l'algorithme LCA :

L'algorithme LCA proposé est testé en utilisant la suite de tests CEC'2020, qui comprend dix fonctions de référence. Cette suite de tests inclut des problèmes d'optimisation hybrides, multimodaux, unimodaux et composites [14]. La Figure 4 illustre une représentation en 2D des fonctions CEC'2020 pour aider à comprendre l'essence de chaque problème. À noter que, à des fins expérimentales, la dimension des problèmes est fixée à 10 et 20. Plusieurs métriques sont utilisées, y compris des métriques qualitatives telles que les valeurs de recherche historiques, l'historique des aptitudes moyennes et l'historique de l'optimisation. De plus, des métriques quantitatives telles que la moyenne et l'écart type (STD) sont utilisées pour trouver les meilleures solutions. Un test de Friedman non paramétrique a été utilisé pour vérifier l'efficacité des algorithmes comparés.

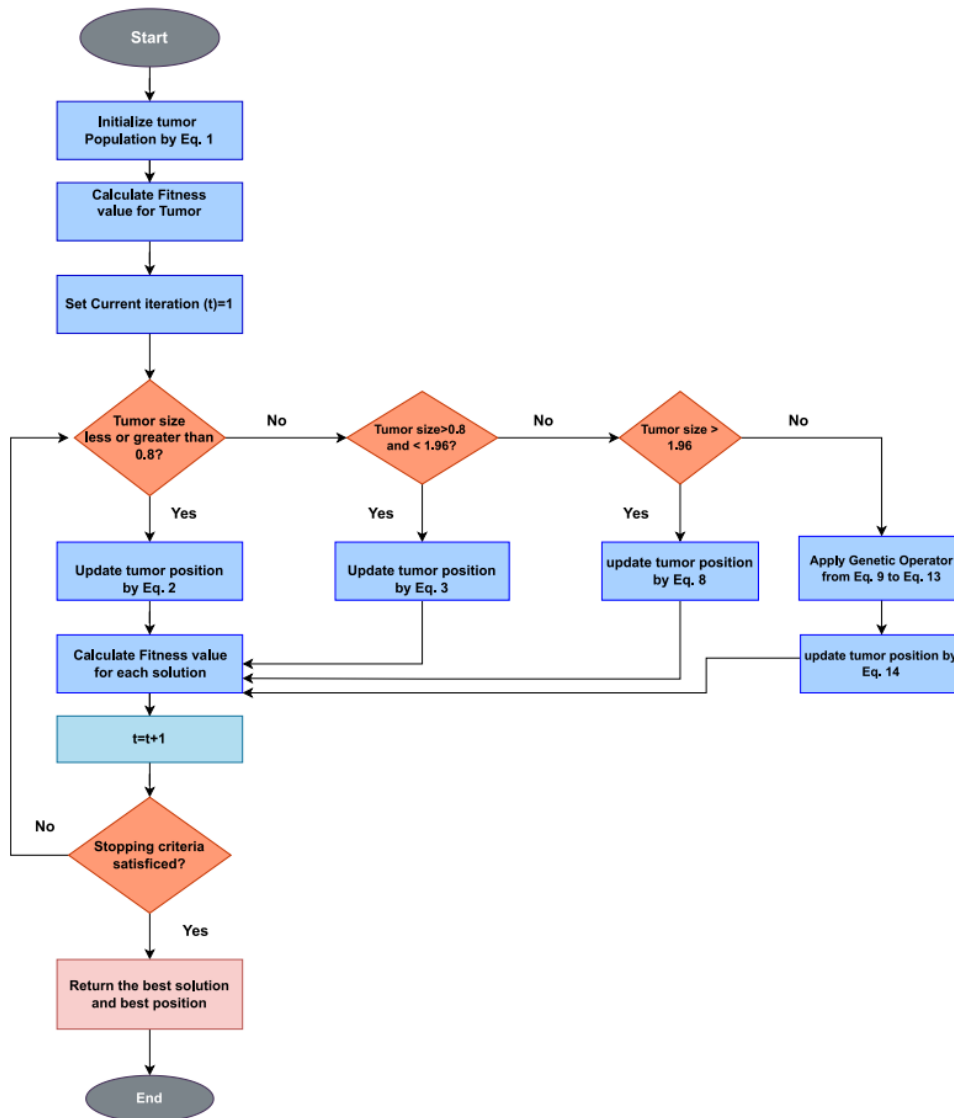


Figure 23: Organigramme de l'algorithme LCA.

L'Algorithme du Cancer du Foie (LCA) est présenté comme une nouvelle approche d'optimisation inspirée du comportement des tumeurs hépatiques. Adaptant les stratégies évolutives des tumeurs pour trouver des environnements favorables, l'LCA intègre des opérateurs génétiques et une stratégie d'apprentissage basée sur l'opposition aléatoire (ROBL) pour équilibrer exploration globale et exploitation locale. Il démontre une efficacité compétitive dans diverses applications d'optimisation, y compris la sélection de caractéristiques et la classification SVM dans les données médicales. Pour l'avenir, il promet des extensions vers des problèmes multi-objectifs et l'hybridation avec d'autres métaheuristiques, renforçant ainsi son utilité dans des domaines variés tels que le développement de médicaments et le traitement d'images.

V.8 Méthode OOBO :

V.8.1 Introduction :

L'optimisation vise à trouver la meilleure solution parmi plusieurs alternatives pour résoudre divers problèmes, tels que ceux rencontrés en ingénierie, en finance et en investissement. Ces problèmes sont généralement modélisés mathématiquement avec des variables de décision, des contraintes et des fonctions objectives.

Deux catégories d'algorithmes sont utilisées pour résoudre ces problèmes : les algorithmes exacts, qui garantissent l'optimalité des solutions, et les algorithmes approximatifs, conçus pour trouver des solutions de qualité sans garantir l'optimalité globale. Parmi ces derniers, les algorithmes d'optimisation basés sur le hasard sont largement utilisés, explorant de manière aléatoire l'espace de recherche pour trouver des solutions quasi-optimales.

Cependant, le théorème du No Free Lunch souligne qu'aucune méthode d'optimisation n'est universellement meilleure pour tous les types de problèmes. Cela motive la recherche continue de nouveaux algorithmes adaptés à des classes spécifiques de problèmes.

L'article introduit le One-to-One-Base Optimizer (OOBO), une méthode novatrice qui utilise efficacement une population entière pour guider le processus d'optimisation. OOBO se distingue par sa simplicité et son absence de paramètres de contrôle complexes, ce qui le rend adapté à une variété d'applications réelles et de problèmes d'ingénierie.

L'article est structuré en plusieurs sections : une revue de la littérature sur les algorithmes d'optimisation, une présentation détaillée de l'algorithme OOBO, des études de simulation pour évaluer sa performance sur différentes fonctions objectives, des tests sur des problèmes d'ingénierie réels, et enfin des conclusions avec des recommandations pour de futures recherches.

En résumé, OOBO représente une avancée significative dans le domaine de l'optimisation, offrant une approche efficace et facile à implémenter pour résoudre une diversité de problèmes complexes, tout en surmontant les limitations des approches traditionnelles par sa conception innovante et sa robustesse.

V.8.2 Revue de la littérature :

Les algorithmes d'optimisation sont regroupés en cinq catégories principales basées sur leurs concepts de conception : essaim, physique, évolution, humain et jeu. Les méthodes basées sur l'essaim s'inspirent des comportements naturels comme ceux des fourmis ou des loups gris. Les techniques basées sur la physique utilisent des lois physiques comme la gravité

ou la thermodynamique, tel que le recuit simulé. Les algorithmes évolutifs simulent la sélection naturelle, comme les algorithmes génétiques. Ceux basés sur l'humain modélisent le comportement humain, comme l'optimisation par apprentissage-enseignement. Enfin, les techniques basées sur le jeu modélisent les interactions compétitives, tel que l'algorithme basé sur la Premier League de volleyball.

V.8.3 Optimiseur basé sur le principe de l'Un-à-Un :

Dans cette section, nous décrivons l'algorithme proposé de l'Optimiseur basé sur le principe de l'Un-à-Un (OOBO) et présentons sa modélisation mathématique. OOBO est un algorithme métaheuristique basé sur une population, capable de fournir des solutions efficaces aux problèmes d'optimisation grâce à un processus itératif utilisant la puissance de recherche d'une population dans l'espace de résolution des problèmes.

V.8.4 Fondements de l'algorithme OOBO :

L'algorithme OOBO repose sur la génération initiale de plusieurs solutions réalisables conformément aux contraintes du problème. À chaque itération, la position de ces solutions dans l'espace de recherche est mise à jour en utilisant le principe central de l'algorithme. Éviter une dépendance excessive à l'égard de membres spécifiques de la population dans ce processus est essentiel pour éviter une convergence prématurée vers des optimaux locaux.

L'idée fondamentale de la conception de l'algorithme OOBO consiste à utiliser efficacement les informations de tous les membres de la population dans leur processus de mise à jour. Ainsi, chaque membre de la population participe activement au processus de mise à jour en guidant un autre membre individuellement dans l'espace de recherche. Cela garantit : (a) une mise à jour indépendante des membres spécifiques de la population, (b) l'implication de tous les membres dans le processus de mise à jour, et (c) l'utilisation de chaque membre dans une correspondance individuelle pour guider les autres membres.

V.8.5 Initialisation de l'algorithme OOBO :

Dans l'algorithme OOBO, chaque membre de la population représente une solution potentielle au problème donné, définie par les valeurs de ses variables de décision dans l'espace de recherche. Ainsi, chaque membre de la population dans OOBO est représenté par un vecteur avec un nombre égal d'éléments correspondant aux variables de décision.

$$X_i = [x_{1,1}, \dots, x_{i,d}, \dots, x_{i,m}], i = 1, \dots, N \quad (\text{V.} \\ 7)$$

Pour générer la population initiale d'OOBO, chaque membre est positionné de manière aléatoire dans l'espace de recherche en utilisant la formule suivante :

$$X_{i,d} = lb_d + rand().(ub_d - lb_d), d = 1, \dots, m \quad (\text{V. 8})$$

Où X_i est le i ème membre de la population (c'est-à-dire la solution proposée), $X_{i,d}$ est la valeur proposée pour la d -ème variable de décision, $rand()$ est une fonction générant un nombre aléatoire uniforme dans l'intervalle $[0, 1]$, et N est la taille de la population.

Dans OOBO, la population est représentée sous forme matricielle comme suit :

$$x = \begin{bmatrix} x_{1,1} & \dots & x_{1,d} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \square & \dots & \square \end{bmatrix} \quad (\text{V. 9})$$

La fonction objective du problème d'optimisation est évaluée pour chaque membre de la population, qui représente une solution proposée. Ainsi, à chaque itération, différentes valeurs de la fonction objectif sont obtenues correspondant à chaque membre de la population.

V.8.6 Modélisation mathématique de OOBO :

À ce stade de la modélisation mathématique de l'algorithme OOBO, l'accent est mis sur la mise à jour des positions des membres de la population dans l'espace de recherche. Contrairement à de nombreux autres algorithmes métaheuristiques qui dépendent fortement du meilleur membre pour guider la population, OOBO évite cette approche. Cela permet d'éviter une exploration limitée de l'espace de recherche qui pourrait conduire à une convergence prématurée vers des optimaux locaux inadéquats, notamment dans des problèmes d'optimisation complexes. Dans OOBO, chaque membre de la population participe activement à la mise à jour en sélectionnant aléatoirement un autre membre pour guider sa propre évolution dans l'espace de recherche. Mathématiquement, cela est représenté par l'utilisation d'une permutation aléatoire des membres de la population pour déterminer les interactions de guidance, assurant ainsi une exploration diversifiée et une meilleure capacité à trouver des solutions globales.

V.8.7 Processus de répétition, pseudocode et diagramme de flux de OOBO :

À ce stade de OOBO, après avoir mis à jour les positions de tous les membres de la population dans l'espace de recherche, l'algorithme termine une itération et passe à l'itération suivante en fonction des nouveaux états des membres de la population. La procédure de mise

à jour des membres de la population est répétée en utilisant les équations (9) à (12) jusqu'à ce que l'algorithme atteigne la règle d'arrêt. OOBO fournit la meilleure solution trouvée comme une solution quasi-optimale après avoir pleinement mis en œuvre l'algorithme dans le problème donné. Les étapes d'implémentation de OOBO sont présentées sous forme de pseudocode dans l'Algorithme 1. L'ensemble complet de codes est disponible dans le référentiel suivant.

V.8.8 Études de simulation et résultats :

Dans cette section, la capacité de OOBO à résoudre des problèmes d'optimisation et à fournir des solutions quasi-optimales est évaluée. À cet effet, OOBO a été testé sur 52 fonctions objectif, réparties comme suit : (a) sept fonctions unimodales de F1 à F7, (b) six fonctions multimodales à haute dimension de F8 à F13, et (c) dix fonctions de test multimodales à dimension fixe de F14 à F23, ainsi que vingt-neuf fonctions issues de la suite de tests CEC 2017 (C17-F1, C17-F3 à C17-F30). Des informations détaillées et une description complète des fonctions de référence pour les fonctions F1 à F23 sont fournies dans[71] , et pour la suite de tests CEC 2017, elles sont fournies dans[72] . De plus, les performances de OOBO ont été évaluées sur quatre problèmes d'optimisation du monde réel.

V.8.9 OOBO pour les Applications dans le Monde Réel :

Dans cette section, le OOBO proposé ainsi que huit algorithmes concurrents sont appliqués à quatre conceptions scientifiques et d'ingénierie pour évaluer leur capacité à résoudre des problèmes du monde réel. Ces problèmes de conception incluent un vase sous pression, un réducteur de vitesse, une poutre soudée, et un ressort en tension/compression.

V.9 Résultats et tests :

Dans ce mémoire on a appliqué ces trois méthodes sur les structures qu'on a obtenu dans les chapitres précédents afin de quantifier les taux d'endommagements des éléments endommagés de chaque structure.

V.9.1 Barre 2D 9 éléments :

On présente les résultats des temps qui a été pris pour finaliser les trois algorithmes OOBO, ALO et LCA sur la structure treillis 2D 9 barres dans les 2 cas d'endommagements :

Cas 1 :

<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>23</td><td>0</td><td>24</td></tr> <tr><td>22</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>25</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>33</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>50</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>58</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>75</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>100</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>104</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>125</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>150</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>175</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> <tr><td>200</td><td>15</td><td>15</td><td>18</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 3</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	23	0	24	22	15	15	18	25	15	15	18	33	15	15	18	50	15	15	18	58	15	15	18	75	15	15	18	100	15	15	18	104	15	15	18	125	15	15	18	150	15	15	18	175	15	15	18	200	15	15	18	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>12</td><td>0</td><td>14</td></tr> <tr><td>22</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>25</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>33</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>50</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>58</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>75</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>100</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>104</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>125</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>150</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>175</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> <tr><td>200</td><td>20</td><td>20</td><td>18</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 7</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	12	0	14	22	20	20	18	25	20	20	18	33	20	20	18	50	20	20	18	58	20	20	18	75	20	20	18	100	20	20	18	104	20	20	18	125	20	20	18	150	20	20	18	175	20	20	18	200	20	20	18	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>22</td><td>275.6</td><td>249.1</td><td>248.8</td></tr> <tr><td>25</td><td>314.9</td><td>284.7</td><td>284.4</td></tr> <tr><td>33</td><td>419.9</td><td>379.6</td><td>379.2</td></tr> <tr><td>50</td><td>643</td><td>581.2</td><td>580.6</td></tr> <tr><td>58</td><td>748</td><td>676.1</td><td>675.4</td></tr> <tr><td>75</td><td>971.1</td><td>877.7</td><td>876.8</td></tr> <tr><td>100</td><td>1299</td><td>1174</td><td>1173</td></tr> <tr><td>104</td><td>1352</td><td>1222</td><td>1220</td></tr> <tr><td>125</td><td>1627</td><td>1471</td><td>1469</td></tr> <tr><td>150</td><td>1955</td><td>1767</td><td>1765</td></tr> <tr><td>175</td><td>2283</td><td>2064</td><td>2062</td></tr> <tr><td>200</td><td>2611</td><td>2360</td><td>2358</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Temps</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	0	0	0	22	275.6	249.1	248.8	25	314.9	284.7	284.4	33	419.9	379.6	379.2	50	643	581.2	580.6	58	748	676.1	675.4	75	971.1	877.7	876.8	100	1299	1174	1173	104	1352	1222	1220	125	1627	1471	1469	150	1955	1767	1765	175	2283	2064	2062	200	2611	2360	2358
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																																																							
1	23	0	24																																																																																																																																																																							
22	15	15	18																																																																																																																																																																							
25	15	15	18																																																																																																																																																																							
33	15	15	18																																																																																																																																																																							
50	15	15	18																																																																																																																																																																							
58	15	15	18																																																																																																																																																																							
75	15	15	18																																																																																																																																																																							
100	15	15	18																																																																																																																																																																							
104	15	15	18																																																																																																																																																																							
125	15	15	18																																																																																																																																																																							
150	15	15	18																																																																																																																																																																							
175	15	15	18																																																																																																																																																																							
200	15	15	18																																																																																																																																																																							
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																																																							
1	12	0	14																																																																																																																																																																							
22	20	20	18																																																																																																																																																																							
25	20	20	18																																																																																																																																																																							
33	20	20	18																																																																																																																																																																							
50	20	20	18																																																																																																																																																																							
58	20	20	18																																																																																																																																																																							
75	20	20	18																																																																																																																																																																							
100	20	20	18																																																																																																																																																																							
104	20	20	18																																																																																																																																																																							
125	20	20	18																																																																																																																																																																							
150	20	20	18																																																																																																																																																																							
175	20	20	18																																																																																																																																																																							
200	20	20	18																																																																																																																																																																							
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																																																							
1	0	0	0																																																																																																																																																																							
22	275.6	249.1	248.8																																																																																																																																																																							
25	314.9	284.7	284.4																																																																																																																																																																							
33	419.9	379.6	379.2																																																																																																																																																																							
50	643	581.2	580.6																																																																																																																																																																							
58	748	676.1	675.4																																																																																																																																																																							
75	971.1	877.7	876.8																																																																																																																																																																							
100	1299	1174	1173																																																																																																																																																																							
104	1352	1222	1220																																																																																																																																																																							
125	1627	1471	1469																																																																																																																																																																							
150	1955	1767	1765																																																																																																																																																																							
175	2283	2064	2062																																																																																																																																																																							
200	2611	2360	2358																																																																																																																																																																							

Figure 24:Résultats treillis 2D 200 itération 50 population 2Endommagements

Cas 2 :

<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>4</td><td>0</td><td>15</td></tr> <tr><td>25</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>29</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>32</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>41</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>100</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>108</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>200</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 3</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	4	0	15	25	15	15	16	29	15	15	16	32	15	15	16	41	15	15	16	100	15	15	16	108	15	15	16	200	15	15	16	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>15</td><td>0</td><td>22</td></tr> <tr><td>25</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>29</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>32</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>41</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>100</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>108</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>200</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 7</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	15	0	22	25	20	20	19	29	20	20	19	32	20	20	19	41	20	20	19	100	20	20	19	108	20	20	19	200	20	20	19	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>25</td><td>603.4</td><td>593.4</td><td>594.1</td></tr> <tr><td>29</td><td>704</td><td>692.3</td><td>693.1</td></tr> <tr><td>32</td><td>779.4</td><td>766.5</td><td>767.3</td></tr> <tr><td>41</td><td>1006</td><td>989</td><td>990.1</td></tr> <tr><td>100</td><td>2489</td><td>2448</td><td>2450</td></tr> <tr><td>108</td><td>2690</td><td>2646</td><td>2649</td></tr> <tr><td>200</td><td>5003</td><td>4920</td><td>4926</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Temps</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	0	0	0	25	603.4	593.4	594.1	29	704	692.3	693.1	32	779.4	766.5	767.3	41	1006	989	990.1	100	2489	2448	2450	108	2690	2646	2649	200	5003	4920	4926
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																											
1	4	0	15																																																																																																											
25	15	15	16																																																																																																											
29	15	15	16																																																																																																											
32	15	15	16																																																																																																											
41	15	15	16																																																																																																											
100	15	15	16																																																																																																											
108	15	15	16																																																																																																											
200	15	15	16																																																																																																											
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																											
1	15	0	22																																																																																																											
25	20	20	19																																																																																																											
29	20	20	19																																																																																																											
32	20	20	19																																																																																																											
41	20	20	19																																																																																																											
100	20	20	19																																																																																																											
108	20	20	19																																																																																																											
200	20	20	19																																																																																																											
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																											
1	0	0	0																																																																																																											
25	603.4	593.4	594.1																																																																																																											
29	704	692.3	693.1																																																																																																											
32	779.4	766.5	767.3																																																																																																											
41	1006	989	990.1																																																																																																											
100	2489	2448	2450																																																																																																											
108	2690	2646	2649																																																																																																											
200	5003	4920	4926																																																																																																											

Figure 25:Résultats treillis 2D 200 itération100 population 2Endommagements

Cas 3 :

<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>14</td><td>0</td><td>15</td></tr> <tr><td>15</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>24</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>25</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>50</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>75</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>100</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>102</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>125</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>175</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> <tr><td>200</td><td>15</td><td>15</td><td>16</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 3</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	14	0	15	15	15	15	16	24	15	15	16	25	15	15	16	50	15	15	16	75	15	15	16	100	15	15	16	102	15	15	16	125	15	15	16	175	15	15	16	200	15	15	16	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>19</td><td>0</td><td>17</td></tr> <tr><td>15</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>24</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>25</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>50</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>75</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>100</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>102</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>125</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>175</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> <tr><td>200</td><td>20</td><td>20</td><td>19</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Elément 7</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	19	0	17	15	20	20	19	24	20	20	19	25	20	20	19	50	20	20	19	75	20	20	19	100	20	20	19	102	20	20	19	125	20	20	19	175	20	20	19	200	20	20	19	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Itrations</th> <th>OOBO</th> <th>ALO</th> <th>LCA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>15</td><td>1936</td><td>1726</td><td>1724</td></tr> <tr><td>24</td><td>3181</td><td>2835</td><td>2831</td></tr> <tr><td>25</td><td>3319</td><td>2959</td><td>2955</td></tr> <tr><td>50</td><td>6777</td><td>6041</td><td>6032</td></tr> <tr><td>75</td><td>1.023e+04</td><td>9122</td><td>9110</td></tr> <tr><td>100</td><td>1.369e+04</td><td>1.22e+04</td><td>1.219e+04</td></tr> <tr><td>102</td><td>1.397e+04</td><td>1.245e+04</td><td>1.243e+04</td></tr> <tr><td>125</td><td>1.715e+04</td><td>1.529e+04</td><td>1.527e+04</td></tr> <tr><td>175</td><td>2.406e+04</td><td>2.145e+04</td><td>2.142e+04</td></tr> <tr><td>200</td><td>2.752e+04</td><td>2.453e+04</td><td>2.45e+04</td></tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;">Methode d'optimisation</p> <p style="text-align: center;">Temps</p>	Itrations	OOBO	ALO	LCA	1	0	0	0	15	1936	1726	1724	24	3181	2835	2831	25	3319	2959	2955	50	6777	6041	6032	75	1.023e+04	9122	9110	100	1.369e+04	1.22e+04	1.219e+04	102	1.397e+04	1.245e+04	1.243e+04	125	1.715e+04	1.529e+04	1.527e+04	175	2.406e+04	2.145e+04	2.142e+04	200	2.752e+04	2.453e+04	2.45e+04
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																															
1	14	0	15																																																																																																																																															
15	15	15	16																																																																																																																																															
24	15	15	16																																																																																																																																															
25	15	15	16																																																																																																																																															
50	15	15	16																																																																																																																																															
75	15	15	16																																																																																																																																															
100	15	15	16																																																																																																																																															
102	15	15	16																																																																																																																																															
125	15	15	16																																																																																																																																															
175	15	15	16																																																																																																																																															
200	15	15	16																																																																																																																																															
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																															
1	19	0	17																																																																																																																																															
15	20	20	19																																																																																																																																															
24	20	20	19																																																																																																																																															
25	20	20	19																																																																																																																																															
50	20	20	19																																																																																																																																															
75	20	20	19																																																																																																																																															
100	20	20	19																																																																																																																																															
102	20	20	19																																																																																																																																															
125	20	20	19																																																																																																																																															
175	20	20	19																																																																																																																																															
200	20	20	19																																																																																																																																															
Itrations	OOBO	ALO	LCA																																																																																																																																															
1	0	0	0																																																																																																																																															
15	1936	1726	1724																																																																																																																																															
24	3181	2835	2831																																																																																																																																															
25	3319	2959	2955																																																																																																																																															
50	6777	6041	6032																																																																																																																																															
75	1.023e+04	9122	9110																																																																																																																																															
100	1.369e+04	1.22e+04	1.219e+04																																																																																																																																															
102	1.397e+04	1.245e+04	1.243e+04																																																																																																																																															
125	1.715e+04	1.529e+04	1.527e+04																																																																																																																																															
175	2.406e+04	2.145e+04	2.142e+04																																																																																																																																															
200	2.752e+04	2.453e+04	2.45e+04																																																																																																																																															

Figure 26:Résultats treillis 2D 200 itération 500 population 2Endommagements

En premier temps, nous avons fixé le nombre d'itération a 200 et varient le nombre de population de 50,100 et 500, il est observé que la méthode LCA n'a pas pu nous donner les Résultats souhaites dans les trois cas.

Par contre les deux méthodes OOBO, ALO dans le premier cas pour le 3 éme et le 7 éme éléments on réussit à se converger à la 22 éme itération à la seconde 275.6 pour OOBO et 249.1 pour ALO. Et pour le deuxième cas elle a convergé à la 25 éme itération a la seconde 603.4 pour OOBO et 593.4 pour ALO. Et pour le troisième cas elle indique a 15 éme itération à la seconde 1936 pour OOBO et 1726 pour ALO.

Cas 1 :

Itirations	1	0	0	11	Itirations	1	12	0	24	Itirations	1	0	0	0
	31	15	14	16		31	20	21	18		31	560.5	221.8	314.8
	100	15	16	16		100	20	19	18		100	1850	731.9	1039
	200	15	15	16		200	20	20	18		200	3718	1471	2088
	234	15	15	16		234	20	20	18		234	4354	1723	2445
	300	15	15	16		300	20	20	18		300	5587	2211	3137
	400	15	15	16		400	20	20	18		400	7455	2950	4186
	500	15	15	16		500	20	20	18		500	9324	3689	5235
	600	15	15	16		600	20	20	18		600	1.119e+04	4428	6285
	670	15	15	16		670	20	20	18		670	1.25e+04	4946	7019
	700	15	15	16		700	20	20	18		700	1.306e+04	5168	7334
1000	15	15	16	1000	20	20	18	1000	1.867e+04	7386	1.048e+04			
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation						
Elément 3				Elément 7				Temps						

Figure 27:Résultats treillis2D 1000 itération 30 population 2Endommagements

Cas 2 :

Itirations	1	17	0	22	Itirations	1	22	0	24	Itirations	1	0	0	0
	100	15	15	17		100	20	20	19		100	732.5	700.1	739
	166	15	15	17		166	20	20	19		166	1221	1167	1232
	200	15	15	17		200	20	20	19		200	1472	1407	1485
	252	15	15	17		252	20	20	19		252	1857	1775	1874
	300	15	15	17		300	20	20	19		300	2212	2115	2232
	400	15	15	17		400	20	20	19		400	2952	2822	2978
	500	15	15	17		500	20	20	19		500	3692	3529	3725
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation						
Elément 3				Elément 7				Temps						

Figure 28:Résultats treillis 2D 500 itération30population 2Endommagements

Cas 3 :

Itérations	1	13	0	9	Itérations	1	18	0	19	Itérations	1	0	0	0
	30	15	15	18		30	20	20	19		30	231.1	230.5	221.7
	41	15	15	18		41	20	20	19		41	318.8	318	305.7
	50	15	15	18		50	20	20	19		50	390.5	389.5	374.5
	100	15	15	18		100	20	20	19		100	788.9	787	756.7
	104	15	15	18		104	20	20	19		104	820.8	818.8	787.3
	117	15	15	18		117	20	20	19		117	924.4	922.2	886.6
	150	15	15	18		150	20	20	19		150	1187	1185	1139
	200	15	15	18		200	20	20	19		200	1586	1582	1521
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
Elément 3				Elément 7				Temps						

Figure 29:Résultats treillis2D 200 itération 30 population2Endommagements

En premier temps, nous avons fixé le nombre de population a 30 et varient le nombre d'itérations de 200, 500 et 1000, il est observé que la méthode LCA n'a pas pu nous donner les résultats souhaités dans les trois cas.

Par contre les deux méthodes OOBO, ALO dans le premier cas pour le 3 éme et le 7 éme éléments on réussit à se converger à la 31 éme itération à la seconde 560.5 pour OOBO et 221.8 pour ALO. Et pour le deuxième cas elle a convergé à la 100 éme itération à la seconde 732.5 pour OOBO et 700.1 pour ALO. Et pour le troisième cas elle indique à 30 éme itération à la seconde 231.1 pour OOBO et 230.5 pour ALO.

Itérations	1	34	0	30	Itérations	1	0	0	0
	20	30	30	30		20	145.4	145.1	125
	25	30	30	30		25	183.6	183.3	157.9
	36	30	30	30		36	267.8	267.3	230.3
	50	30	30	30		50	374.9	374.2	322.5
	75	30	30	30		75	566.1	565	487
	100	30	30	30		100	757.4	755.9	651.5
	125	30	30	30		125	948.7	946.8	816
	150	30	30	30		150	1140	1138	980.6
	175	30	30	30		175	1331	1329	1145
200	0	0	0	200	1522	1520	1310		
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					
Elément 4				Temps					

Figure 30:Résultats treillis 2D 200 itération 30 population 1Endommagement

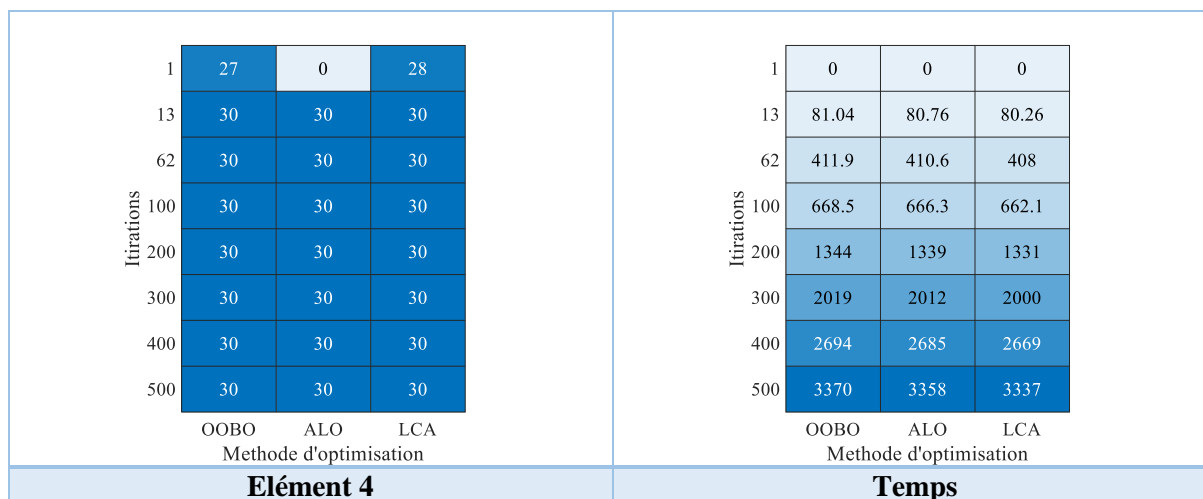


Figure 31: Résultats treillis 2D 500 itération 30population 1Endommagement

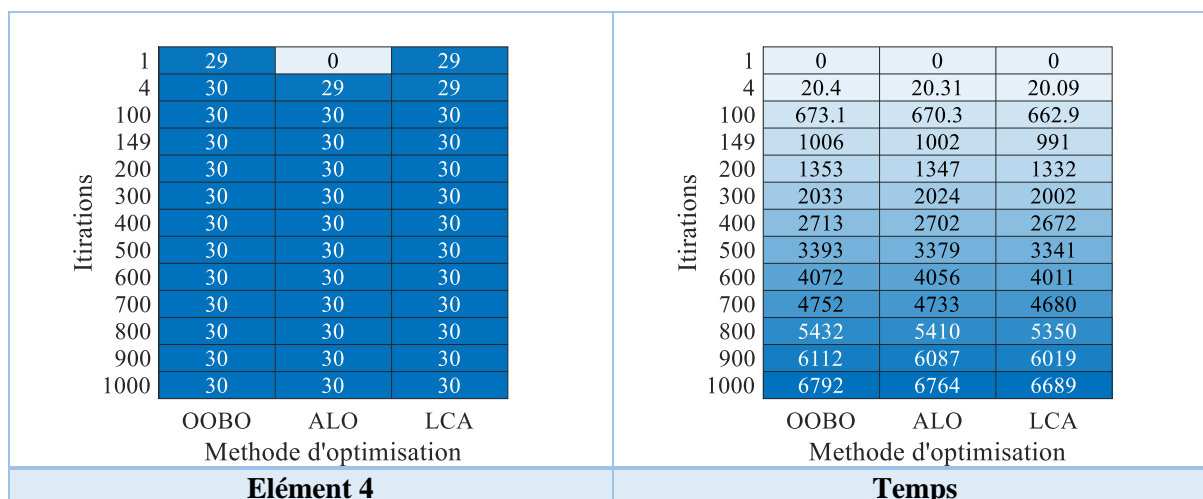


Figure 32: Résultats treillis 2D 1000 itération 30population 1Endommagement

Dans un second temps en maintenant le nombre de POP a 30 et en variant le nombre de IT de 200,500 et 1000, et pour 200 IT révèle que l’algorithme OOBO manifeste que l’élément 4 un taux d’endommagement de 30% à la 20eme IT en temps de 145.4secondes. Concernant ALO, pour 200 IT d’un taux de 30% se converge à la 20eme IT en 145.1 secondes par contre méthode LCA pour 30% d’endommagement a réussi à se converge à la 1eme IT dans 125 secondes.

Ensuite pour 500 IT, l’algorithme OOBO manifeste que l’élément 4 un taux d’endommagement de 30% à la 13eme IT en temps de 80.04secondes. Concernant ALO, pour 200 IT d’un taux de 30% se converge à la 13eme IT en 81.76secondes par contre méthode LCA pour 30% d’endommagement a réussi à se converge à la 13eme IT dans 80.26secondes.

Enfin pour 1000 IT, l’algorithme OOBO manifeste que l’élément 4 un taux d’endommagement de 30% à la 100eme IT en temps de 673.1secondes. Concernant ALO,

pour 200 IT d'un taux de 30% se converge à la 100eme IT en 670.3 secondes par contre méthode LCA pour 30% d'endommagement a réussi à se converge à la 100eme IT dans 662.9 secondes.

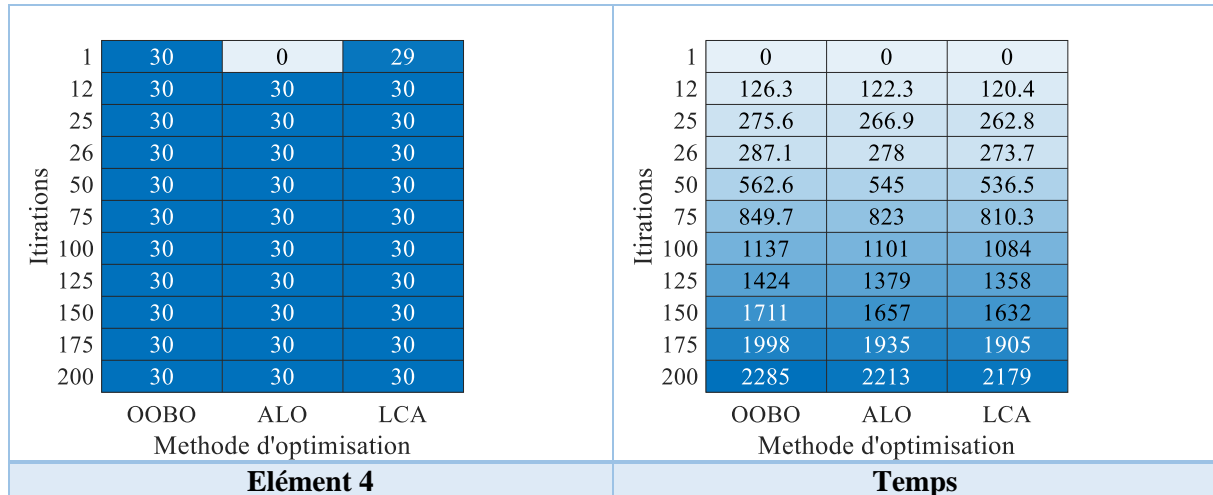


Figure 33:Résultats treillis 2D 200itération 500poulation 1Endommagement

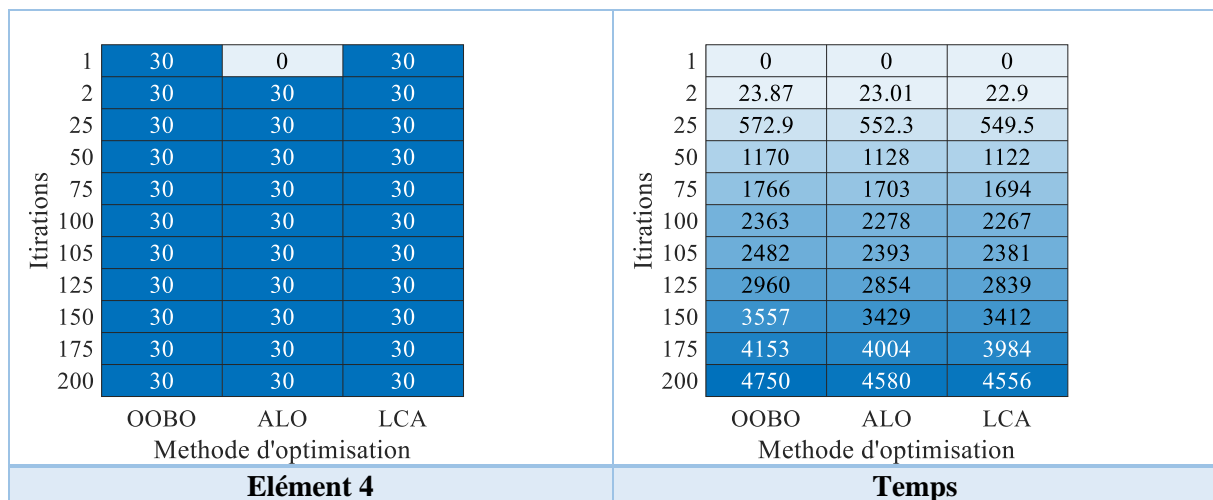


Figure 34:Résultats treillis 2D 200 itération 100 population 1Endommagement

Itirations	1	32	0	30	Itirations	1	0	0	0
	8	30	30	30		8	93.8	90.69	91.6
	25	30	30	30		25	321.6	310.9	314.1
	50	30	30	30		50	656.6	634.8	641.2
	75	30	30	30		75	991.6	958.7	968.3
	100	30	30	30		100	1327	1283	1295
	101	30	30	30		101	1340	1296	1309
	125	30	30	30		125	1662	1607	1623
	150	30	30	30		150	1997	1930	1950
	175	30	30	30		175	2332	2254	2277
	200	30	30	30		200	2667	2578	2604
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					
Elément 4				Temps					

Figure 35:Résultats treillis 2D 200 itération 50 population 1Endommagement

En maintenant le nombre d'itération a 200 et en variant le nombre de POPde 50,100 et 500, et pour 500 POP révèle que l'algorithme OOBO manifeste que l'élément 4 un taux d'endommagement de 30% à la 1eme IT. Concernant ALO, pour 500 POP d'un taux de 30% se converge à la 12eme IT en 122.3secondes par contre méthode LCA pour 30% d'endommagement a réussi à se converge à la 12eme IT dans 120.4secondes.

Ensuite pour 100 POP, l'algorithme OOBO manifeste que l'élément 4 un taux d'endommagement de 30% à la 1eme IT en temps de 0 seconde. Concernant ALO, pour 100 POP d'un taux de 30% se converge à la 2eme IT en 23.01secondes par contre méthode LCA pour 30% d'endommagement a réussi à se converge à la 1eme IT dans 0 seconde.

Enfin pour 50 POP, l'algorithme OOBO manifeste que l'élément 4 un taux d'endommagement de 30% à la 8eme IT en temps de 93.8 secondes. Concernant ALO, pour 50 POP d'un taux de 30% se converge à la 8eme IT en 90.69 secondes par contre méthode LCA pour 30% d'endommagement a réussi à se converge à la 1eme IT dans 0 seconde.

D'où :

POP : représente l'ensemble des populations, qu'on varie entre [30-50-100-500] dans notre test.

IT = Itérations : représente le nombre d'itération appliquées sur la structure avec les différentes valeurs qu'on varie de la même façon que la population [200-500-1000].

Cependant, on obtient aussi les graphes des localisations et quantification des éléments endommagés ainsi la convergence des optimiseurs.

Cas 1 un seul endommagement :

Pour un nombre de population constant ($P=30$) et un nombre d'itérations qui vari [30-50-100-500] Et pour un nombre d'itérations constant ($I=200$) et un nombre de populations qui vari [200-500-1000]

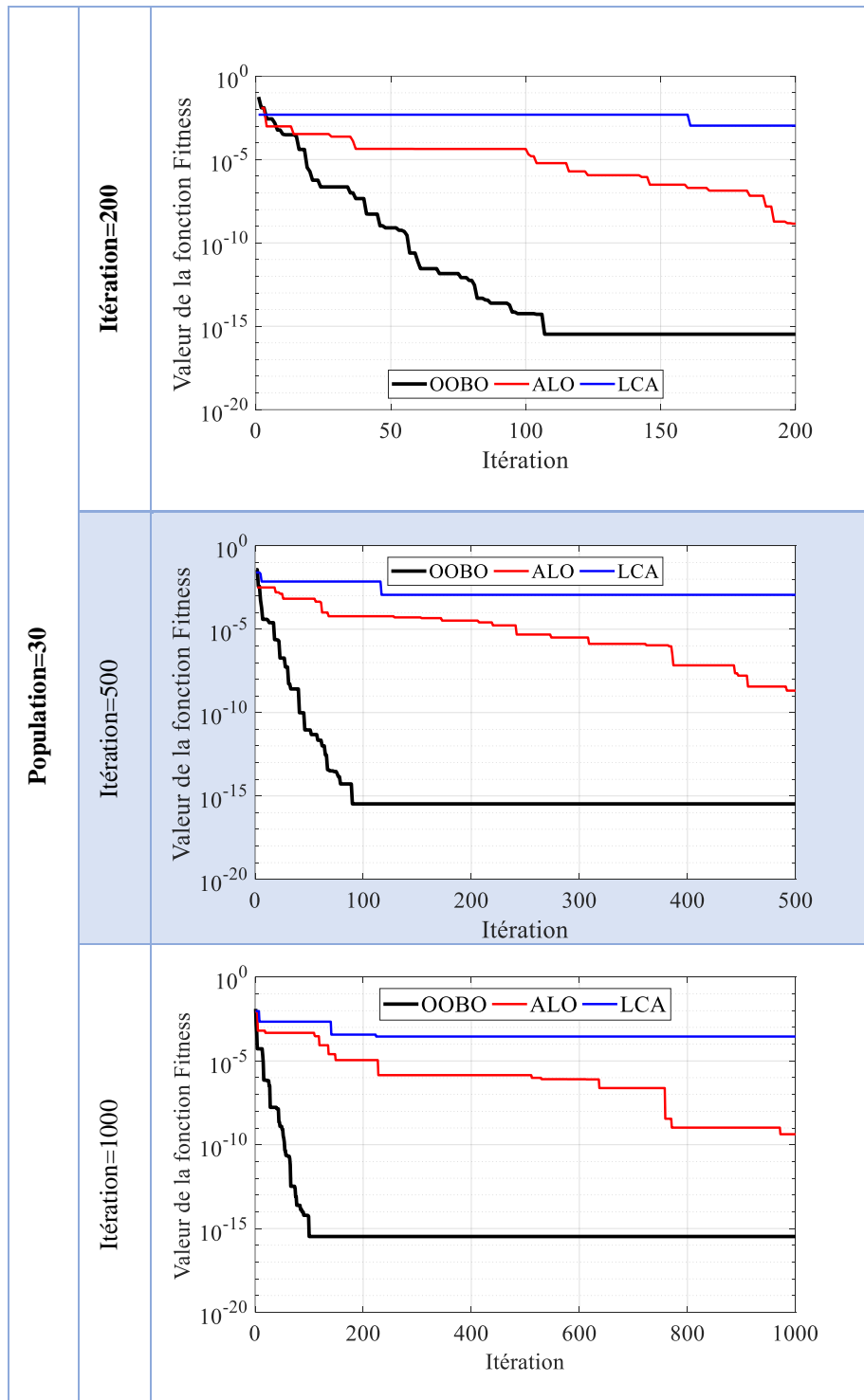


Figure 36:Convergence des éléments endommagés-cas1-barre2d-Population 30

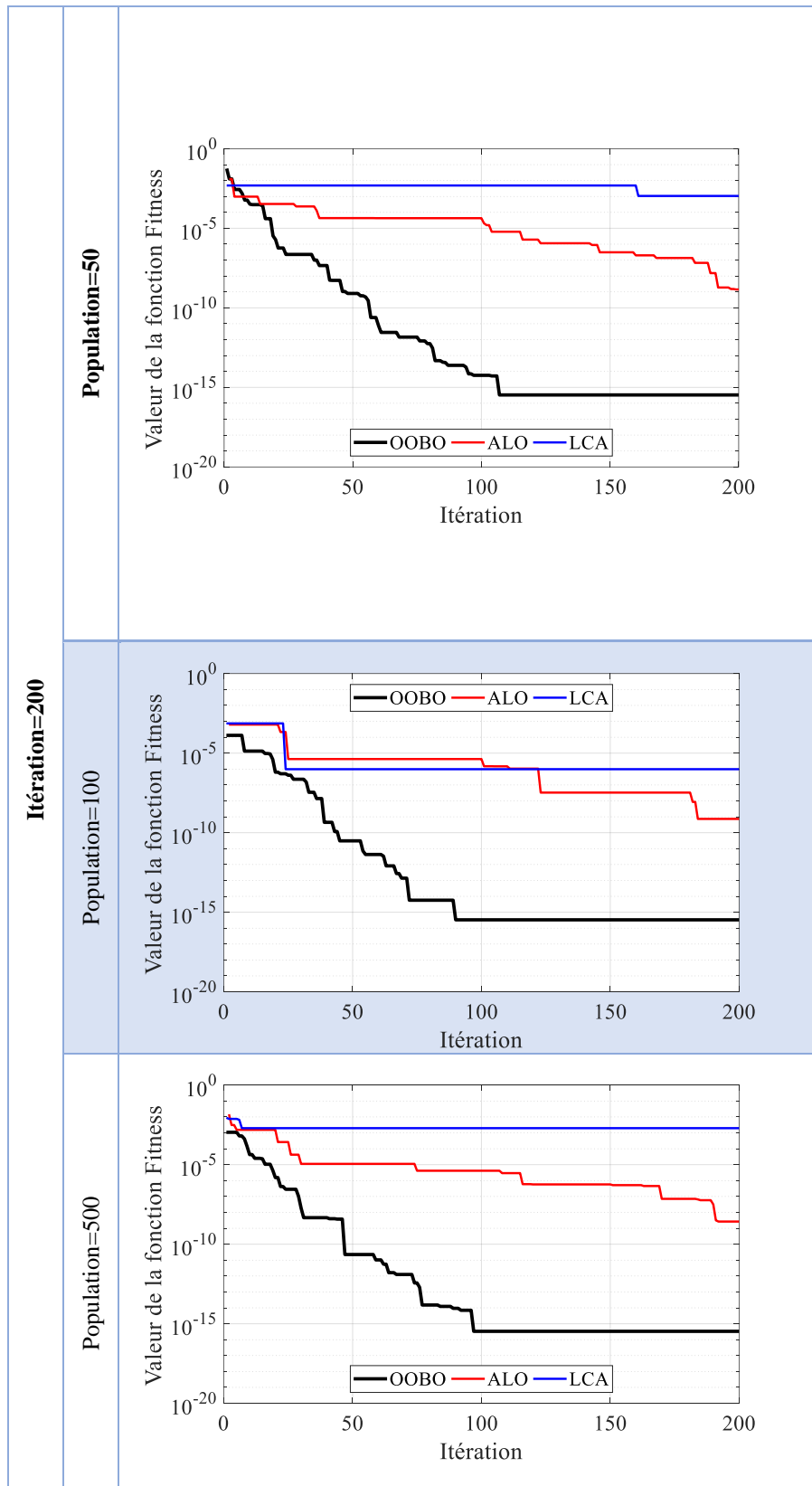


Figure 37: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre2d-Iteration 200

Cas 2 deux endommagements :

Pour un nombre de population constant (P=30) et un nombre d'itérations qui vari [30-50-100-500] Et pour un nombre d'itérations constant (I=200) et un nombre de populations qui vari [200-500-1000]

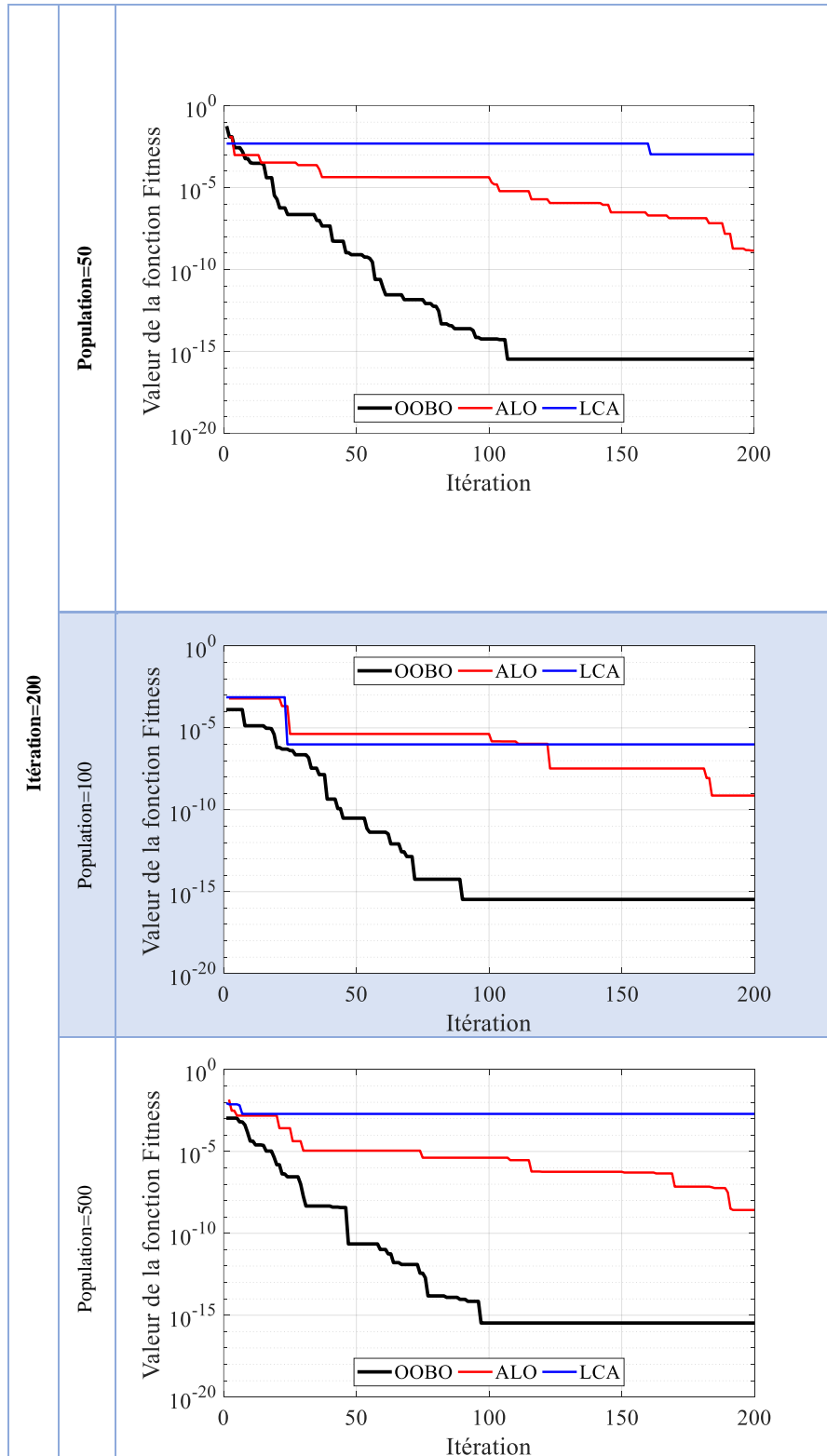


Figure 38:Convergence des éléments endommagés-cas2-barre2d-Iteration 200

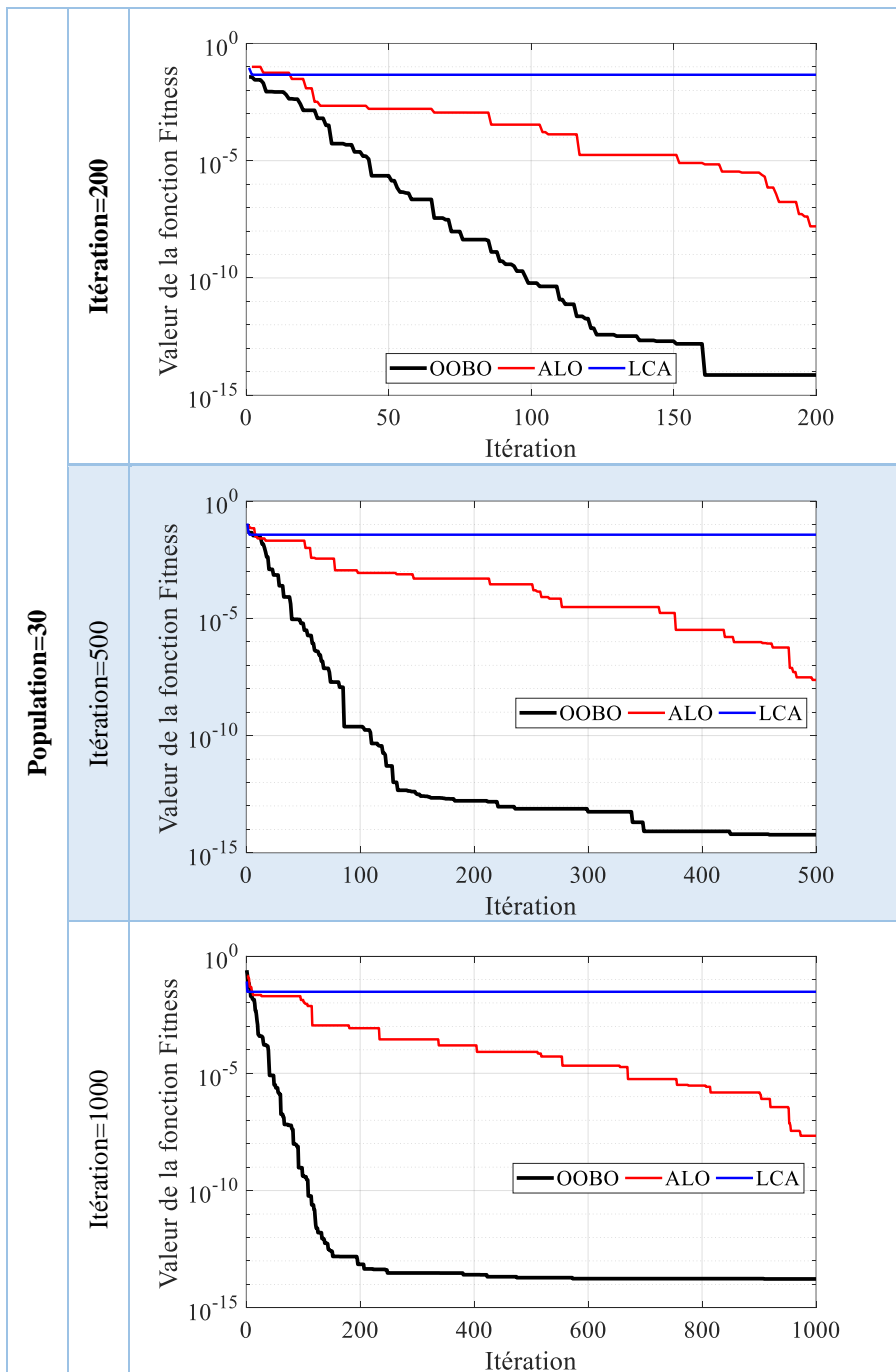


Figure 39: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre2d-Population 30

Les graphes obtenus montrent que l'algorithme OOBO est convergé après peu d'itérations par rapport à l'algorithme ALO, LCA et que l'emplacement et la quantification des endommagements (taux %) pour les trois algorithmes sont correctement identifiés. Les trois algorithmes se convergent plus rapidement pour un nombre d'itérations constante et une variation de la population, mais nous remarquons que l'algorithme OOBO est plus rapide par rapport à l'algorithme ALO, LCA Cependant, de plus que le nombre d'éléments endommagés

augmente, le nombre d'itérations augmente et la convergence devient plus lente mais les taux d'endommagements sont obtenus avec une bonne précision.

V.9.2 Barre 3 D 28 éléments :

On présente les résultats des temps qui a été pris pour finaliser les trois algorithmes OOBO, ALO et LCA sur la structure treillis 3D 28 barres dans les 2 cas d'endommagements :

Itirations	1	25	0	23	Itirations	1	0	0	0
	9	25	25	25		9	1159	1144	1142
	10	25	25	25		10	1303	1288	1285
	12	25	25	25		12	1593	1574	1570
	25	25	25	25		25	3476	3433	3425
	50	25	25	25		50	7097	7010	6993
	100	25	25	25		100	1.434e+04	1.416e+04	1.413e+04
	125	25	25	25		125	1.796e+04	1.774e+04	1.77e+04
	150	25	25	25		150	2.158e+04	2.132e+04	2.127e+04
	175	25	25	25		175	2.52e+04	2.489e+04	2.483e+04
	200	25	25	25		200	2.882e+04	2.847e+04	2.84e+04
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					
Elément 17				Temps					

Figure 40:Treillis3D 200 itération 100 population 1Endommagement

Itirations	1	25	0	25	Itirations	1	0	0	0
	8	25	25	25		8	3852	3758	4631
	10	25	25	25		10	4952	4832	5954
	25	25	25	25		25	1.321e+04	1.289e+04	1.588e+04
	50	25	25	25		50	2.696e+04	2.631e+04	3.241e+04
	75	25	25	25		75	4.072e+04	3.973e+04	4.895e+04
	100	25	25	25		100	5.447e+04	5.315e+04	6.549e+04
	125	25	25	25		125	6.823e+04	6.658e+04	8.203e+04
	150	25	25	25		150	8.199e+04	8e+04	9.857e+04
	175	25	25	25		175	9.574e+04	9.342e+04	1.151e+05
	200	25	25	25		200	1.095e+05	1.068e+05	1.316e+05
OOBO ALO LCA Methode d'optimisation				OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					
Elément 17				Temps					

Figure 41:Treillis 3D 200itération 500 population 1Endommagement

Itirations	1	28	0	26	Itirations	1	0	0	0
	7	25	25	25		7	335.6	321	321.1
	25	25	25	25		25	1342	1284	1284
	50	25	25	25		50	2740	2622	2622
	75	25	25	25		75	4139	3959	3960
	100	25	25	25		100	5537	5297	5298
	125	25	25	25		125	6935	6635	6635
	150	25	25	25		150	8333	7972	7973
	152	25	25	25		152	8445	8079	8080
	175	25	25	25		175	9731	9310	9311
	200	25	25	25		200	1.113e+04	1.065e+04	1.065e+04
		OOBO	ALO	LCA			OOBO	ALO	LCA
		Methode d'optimisation					Methode d'optimisation		
	Elément 17				Temps				

Figure 42:Treillis3D 200 itération 50 population 1Endommagement

En premier temps, nous avons fixé le nombre d'itération a 200 et le nombre de population se varie entre 100, 500 et 50, on a un taux d'endommagement de 25% pour l'élément 17. L'algorithme OOBO Pour 100 POP se converge au départ, et ALO a la 9eme IT d'un temps de 1144 seconde par contre LCA a la 9eme IT en 1142 seconde. Ensuite Pour 500 IT OOBO et LCA se converge au départ et ALO a 8eme IT à 3758 secondes. Enfin pour 50 toutes les méthodes se converge à la 7eme IT d'un temps de 335.6, 321 et 321.1 successivement.

Itirations	1	23	0	27	Itirations	1	0	0	0
	24	25	25	25		24	757.9	746	728.6
	100	25	25	25		100	3262	3211	3136
	152	25	25	25		152	4976	4898	4783
	200	25	25	25		200	6558	6454	6304
	300	25	25	25		300	9853	9698	9471
	400	25	25	25		400	1.315e+04	1.294e+04	1.264e+04
	500	25	25	25		500	1.644e+04	1.618e+04	1.581e+04
	600	25	25	25		600	1.974e+04	1.943e+04	1.897e+04
	700	25	25	25		700	2.303e+04	2.267e+04	2.214e+04
	800	25	25	25		800	2.633e+04	2.591e+04	2.531e+04
	900	25	25	25		900	2.963e+04	2.916e+04	2.848e+04
	1000	25	25	25		1000	3.292e+04	3.24e+04	3.165e+04
	OOBO	ALO	LCA		OOBO	ALO	LCA		
	Methode d'optimisation				Methode d'optimisation				
	Elément 17				Temps				

Figure 43:Treillis3D 1000 itération 30 population 1Endommagement

Itirations	1	24	0	26	Itirations	1	0	0	0
	11	25	25	25		11	322.9	319.1	317.3
	50	25	25	25		50	1582	1564	1555
	64	25	25	25		64	2034	2011	1999
	100	25	25	25		100	3196	3159	3141
	150	25	25	25		150	4811	4755	4728
	200	25	25	25		200	6425	6351	6314
	250	25	25	25		250	8039	7946	7900
	300	25	25	25		300	9654	9542	9487
	350	25	25	25		350	1.127e+04	1.114e+04	1.107e+04
	400	25	25	25		400	1.288e+04	1.273e+04	1.266e+04
	450	25	25	25		450	1.45e+04	1.433e+04	1.425e+04
	500	25	25	25		500	1.611e+04	1.592e+04	1.583e+04
		OOBO	ALO	LCA			OOBO	ALO	LCA
		Methode d'optimisation					Methode d'optimisation		
Elément 17				Temps					

Figure 44: Treillis3D 500 itération 30 population 1Endommagement

Itirations	1	25	0	24	Itirations	1	0	0	0
	25	25	25	25		25	771.4	843.4	765.3
	26	25	25	25		26	803.5	878.5	797.2
	38	25	25	25		38	1189	1300	1180
	50	25	25	25		50	1575	1722	1563
	75	25	25	25		75	2378	2600	2360
	100	25	25	25		100	3182	3479	3157
	125	25	25	25		125	3986	4358	3954
	150	25	25	25		150	4789	5236	4751
	175	25	25	25		175	5593	6115	5549
	200	25	25	25		200	6396	6993	6346
	OOBO	ALO	LCA		OOBO	ALO	LCA		
	Methode d'optimisation				Methode d'optimisation				
Elément 17				Temps					

Figure 45: Treillis3D 200 itération 30 population 1Endommagement

En seconde temps, nous avons fixé le nombre Population a 30 et le nombre d'itération se varie entre 1000,500,200, on a un taux d'endommagement de 25% pour l'élément 17. L'algorithme OOBO et LCA ET ALO Pour 1000 IT et 500 IT se converge à la 24eme IT et 11eme d'un temps 757.9, 746, 728.6, 322.9, 319,1 317,3 successivement, et pour 200 IT OOBO se converge au départ par contre ALO et LCA a la 25eme IT a 843.4 et 765.3 secondes

Itirations	1	27	0	26	Itirations	1	22	0	19	Itirations	1	0	0	0
	6	25	24	24		6	20	21	21		6	2620	3079	2681
	25	25	25	24		25	20	20	21		25	1.258e+04	1.478e+04	1.287e+04
	36	25	25	24		36	20	20	21		36	1.834e+04	2.155e+04	1.877e+04
	37	25	25	24		37	20	20	21		37	1.887e+04	2.217e+04	1.93e+04
	50	25	25	24		50	20	20	21		50	2.568e+04	3.018e+04	2.627e+04
	75	25	25	24		75	20	20	21		75	3.878e+04	4.557e+04	3.968e+04
	100	25	25	24		100	20	20	21		100	5.188e+04	6.097e+04	5.308e+04
	125	25	25	24		125	20	20	21		125	6.498e+04	7.637e+04	6.649e+04
	143	25	25	24		143	20	20	21		143	7.441e+04	8.745e+04	7.614e+04
	150	25	25	24		150	20	20	21		150	7.808e+04	9.176e+04	7.989e+04
	175	25	25	24		175	20	20	21		175	9.118e+04	1.072e+05	9.329e+04
	200	25	25	24		200	20	20	21		200	1.043e+05	1.226e+05	1.067e+05
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
Elément 3				Elément26				Temps						

Figure 46: Treillis3D 200 itération 500 population 2Endommagements

Itirations	1	20	0	31	Itirations	1	16	0	26	Itirations	1	0	0	0
	25	25	25	24		25	20	20	21		25	1278	1208	1225
	30	25	25	24		30	20	20	21		30	1544	1460	1480
	50	25	25	24		50	20	20	21		50	2609	2467	2501
	75	25	25	24		75	20	20	21		75	3940	3726	3778
	100	25	25	24		100	20	20	21		100	5271	4984	5054
	103	25	25	24		103	20	20	21		103	5430	5135	5207
	106	25	25	24		106	20	20	21		106	5590	5286	5360
	125	25	25	24		125	20	20	21		125	6601	6243	6330
	150	25	25	24		150	20	20	21		150	7932	7502	7606
	175	25	25	24		175	20	20	21		175	9263	8760	8883
	200	25	25	24		200	20	20	21		200	1.059e+04	1.002e+04	1.016e+04
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
	Elément 3					Elément26					Temps			

Figure 47: Treillis3D 200 itération 50 population 2Endommagements

Itirations	1	17	0	18	Itirations	1	14	0	22	Itirations	1	0	0	0
	20	25	26	22		20	20	21	22		20	2058	1984	2046
	25	25	25	22		25	20	20	22		25	2600	2506	2584
	27	25	25	22		27	20	20	22		27	2817	2715	2799
	46	25	25	22		46	20	20	22		46	4875	4699	4845
	50	25	25	22		50	20	20	22		50	5308	5117	5275
	75	25	25	22		75	20	20	22		75	8017	7728	7967
	100	25	25	22		100	20	20	22		100	1.073e+04	1.034e+04	1.066e+04
	125	25	25	22		125	20	20	22		125	1.343e+04	1.295e+04	1.335e+04
	126	25	25	22		126	20	20	22		126	1.354e+04	1.305e+04	1.346e+04
	150	25	25	22		150	20	20	22		150	1.614e+04	1.556e+04	1.604e+04
	175	25	25	22		175	20	20	22		175	1.885e+04	1.817e+04	1.873e+04
	200	25	25	22		200	20	20	22		200	2.156e+04	2.078e+04	2.142e+04
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
Elément 3				Elément26				Temps						

Figure 48: Treillis3D 200 itération 100 population 2Endommagements

Pour s'essayer on fixe les itérations à 200 et on varie les populations de 500, 50 et 100. Pour 500 POP on domme l'élément 3 et 26 de 25% et 20%, pour OOBO se converge à la 6eme IT pour les 2 cas de 2620 seconde. Et Pour ALO se converge à la 25eme IT pour les 2 éléments à la 14780 par contre LCA n'a pas pu se converger pour les deux cas. Et pour 50 POP LCA n'a pas pu toujours réussir à donner résultats, par contre OOBO et ALO se converges à la 25 IT à la 1278, 1208, pour l'élément 3 et 1278 et 1204 pour l'élément 26. Enfin pour 100 POP pour OOBO le 3eme et 26eme élément se converge à la 20eme IT a la seconde 2058, et pour ALO elle se converge à la 25eme IT pour 3eme et 26eme éléments en 2506 seconde.

Itérations	1	17	0	22	Itérations	1	22	0	23	Itérations	1	0	0	0
	25	25	25	22		25	20	20	22		25	753	827.1	774.5
	40	25	25	22		40	20	20	22		40	1224	1344	1259
	50	25	25	22		50	20	20	22		50	1537	1689	1581
	75	25	25	22		75	20	20	22		75	2322	2550	2388
	92	25	25	22		92	20	20	22		92	2855	3136	2937
	100	25	25	22		100	20	20	22		100	3106	3412	3195
	103	25	25	22		103	20	20	22		103	3200	3515	3292
	106	25	25	22		106	20	20	22		106	3295	3618	3388
	125	25	25	22		125	20	20	22		125	3891	4273	4002
	150	25	25	22		150	20	20	22		150	4675	5135	4808
	175	25	25	22		175	20	20	22		175	5460	5996	5615
	200	25	25	22		200	20	20	22		200	6244	6858	6422
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
	Elément 3					Elément 26					Temps			

Figure 49: Treillis3D 200 itération 30 population 2Endommagements

Itérations	1	32	0	17	Itérations	1	23	0	16	Itérations	1	0	0	0
	26	25	25	22		26	20	22	22		26	698.4	701.9	2051
	30	25	25	22		30	20	22	22		30	810.1	814.2	2379
	50	25	26	22		50	20	20	22		50	1369	1376	4020
	100	25	25	23		100	20	20	23		100	2766	2780	8121
	150	25	25	23		150	20	20	23		150	4162	4183	1.222e+04
	200	25	25	23		200	20	20	23		200	5559	5587	1.632e+04
	250	25	25	23		250	20	20	23		250	6956	6991	2.043e+04
	253	25	25	23		253	20	20	23		253	7040	7075	2.067e+04
	255	25	25	23		255	20	20	23		255	7095	7132	2.084e+04
	300	25	25	23		300	20	20	23		300	8352	8395	2.453e+04
	350	25	25	23		350	20	20	23		350	9749	9799	2.863e+04
	400	25	25	23		400	20	20	23		400	1.115e+04	1.12e+04	3.273e+04
	450	25	25	23		450	20	20	23		450	1.254e+04	1.261e+04	3.683e+04
	500	25	25	23		500	20	20	23		500	1.394e+04	1.401e+04	4.093e+04
	OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation					OOBO ALO LCA Methode d'optimisation			
Elément 3				Elément 26				Temps						

Figure 50: Treillis3D 500 itération 30 population 2Endommagements

Itirations	1	30	0	38	Itirations	1	21	0	24	Itirations	1	0	0	0	
	8	25	23	26		8	21	20	20		8	212.5	207.7	216.4	
	28	25	24	26		28	20	20	20		28	819.6	801	834.6	
	100	25	25	26		100	20	20	20		100	3005	2937	3060	
	200	25	25	26		200	20	20	20		200	6041	5903	6151	
	300	25	25	24		300	20	20	20		300	9076	8870	9243	
	400	25	25	24		400	20	20	20		400	1.211e+04	1.184e+04	1.233e+04	
	463	25	25	24		463	20	20	20		463	1.402e+04	1.371e+04	1.428e+04	
	500	25	25	24		500	20	20	20		500	1.515e+04	1.48e+04	1.543e+04	
	600	25	25	24		600	20	20	20		600	1.818e+04	1.777e+04	1.852e+04	
	700	25	25	24		700	20	20	20		700	2.122e+04	2.074e+04	2.161e+04	
800	25	25	24	800	20	20	20	800	2.425e+04	2.37e+04	2.47e+04				
900	25	25	24	900	20	20	20	900	2.729e+04	2.667e+04	2.779e+04				
1000	25	25	24	1000	20	20	20	1000	3.032e+04	2.964e+04	3.088e+04				
	OOBO	ALO	LCA		OOBO	ALO	LCA		OOBO	ALO	LCA		OOBO	ALO	LCA
	Methode d'optimisation				Methode d'optimisation				Methode d'optimisation				Methode d'optimisation		
Elément 3				Elément26				Temps							

Figure 51: Treillis3D 1000 itération 30 population 2Endommagements

Pour cette opération on fixe le nombre de population à 30 et on varie les itérations de 200,500 et 1000 et on prend l'élément 3 et 26 d'un taux d'endommagement de 25% et 20%. On observe des résultats pour 200 IT LCA ne se converge pas et pour OOBO ET ALO se converge à la 25eme IT pour les 2 éléments à la seconde 753 et 827.1 pour les 2 éléments. Ensuite pour 500 IT LCA ne se converge pas et pour OOBO ET ALO se converge à la 26eme IT à la seconde 698.4 et 701.9 pour 3 -ème élément par contre le 26 -ème élément OOBO se converge à la 26 IT à 698.4 secondes et ALO a 50eme IT à 1376 seconde. Au finale pour 1000 IT l'élément 3 se converge a 8eme itération pour OOBO à la 212.5eme seconde et ALO a la 100eme IT à 2937 seconde et LCA n'a pu se converger, puis pour l'élément26 OOBO se converge à la 28eme IT au 819.6 seconde et ALO et LCA a la 8eme IT a 207.7 ET 216.4 seconde

Cas 1 un seul endommagement :

Pour un nombre de population constant ($P=30$) et un nombre d'itérations qui vari [200-1000] Et pour un nombre d'itérations constant ($I=200$) et un nombre de populations qui vari [50-500].

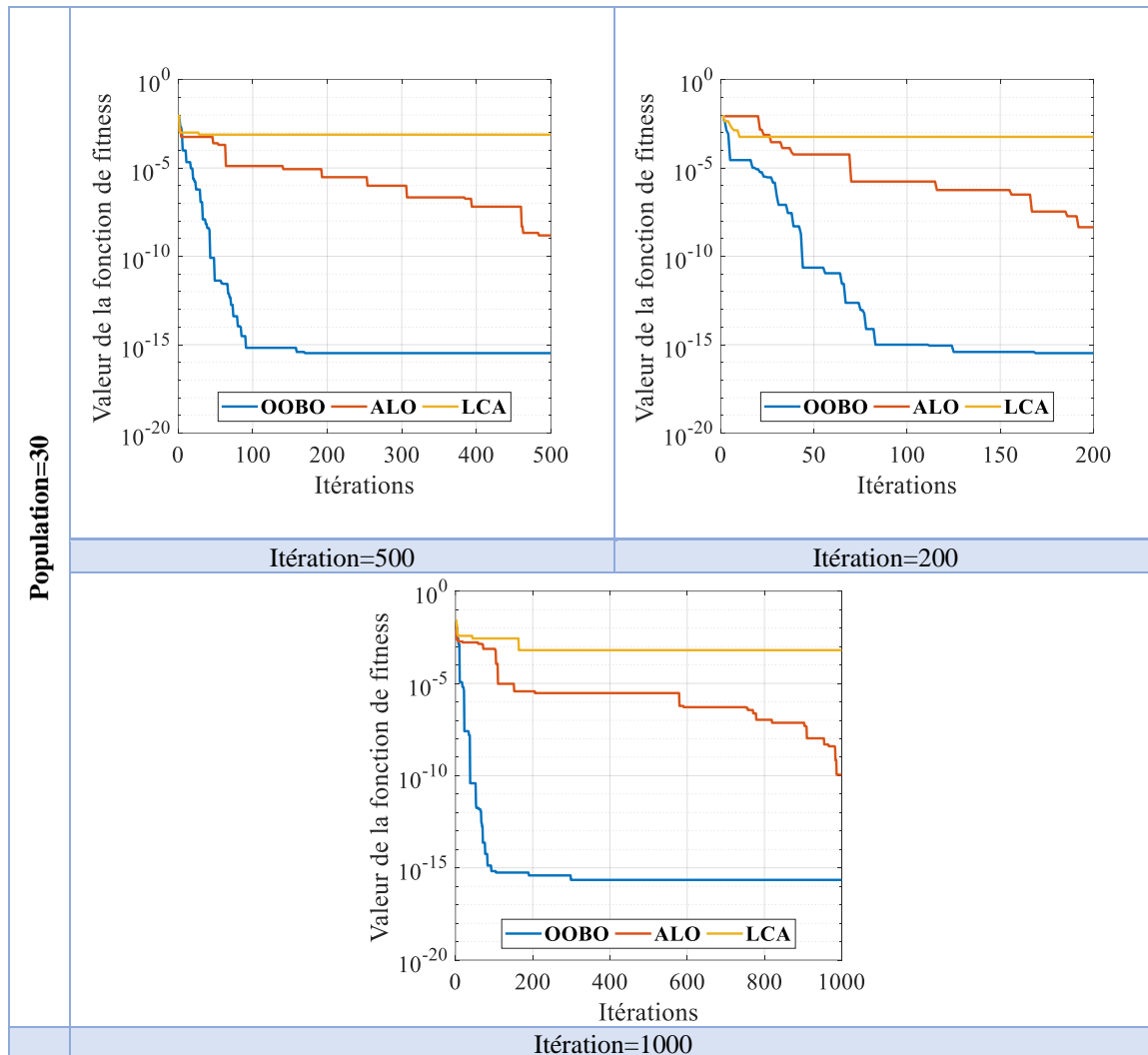


Figure 52: Convergence des éléments endommagés-cas1-barre3d-Population 30

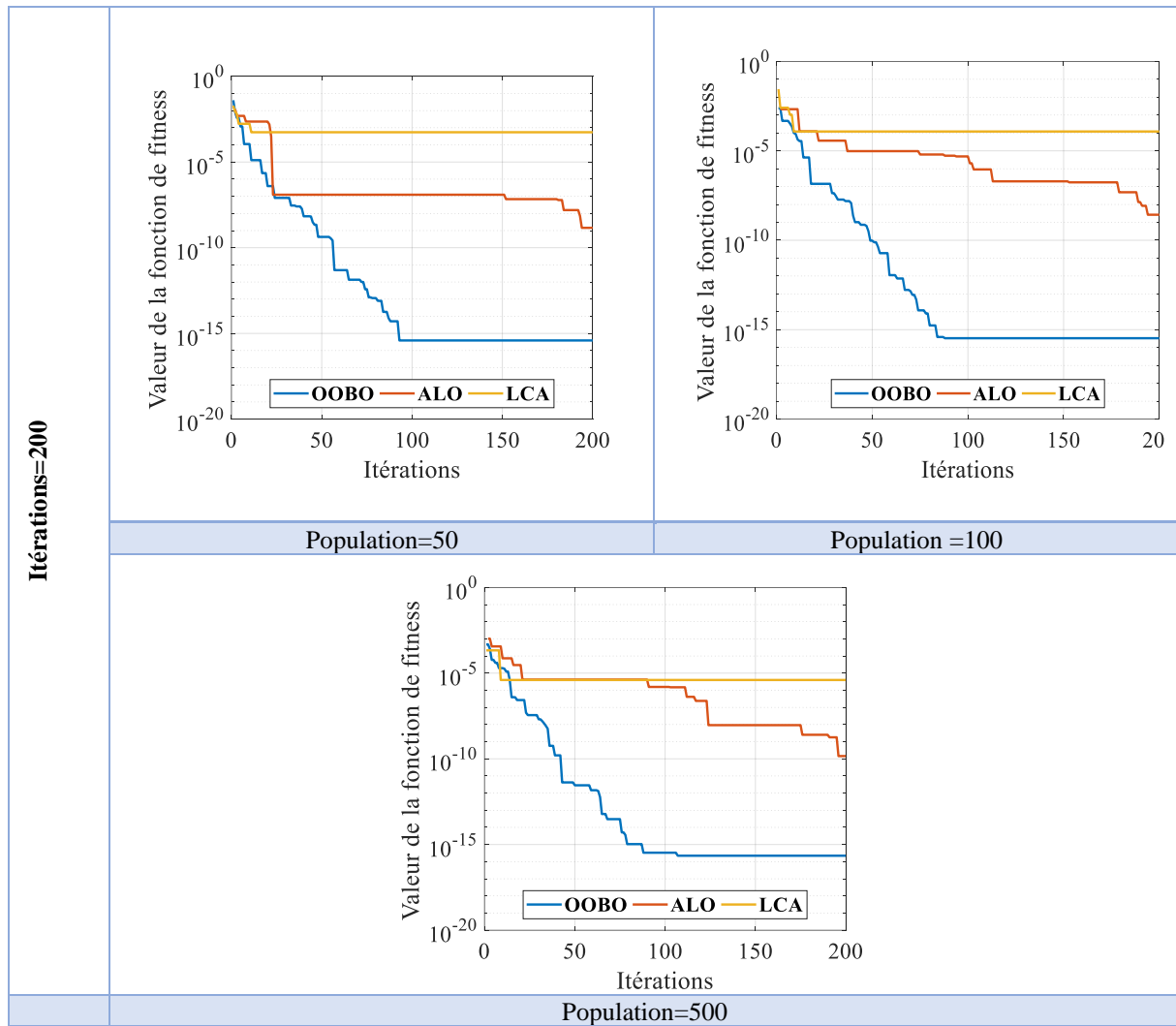


Figure 53:Convergence des éléments endommagés-cas1-barre3d-Itérations 200

Cas 2 deux endommagements :

Pour un nombre de population constant (P=30) et un nombre d'itérations qui vari [200-1000] Et pour un nombre d'itérations constant (I=200) et un nombre de populations qui vari [50-500].

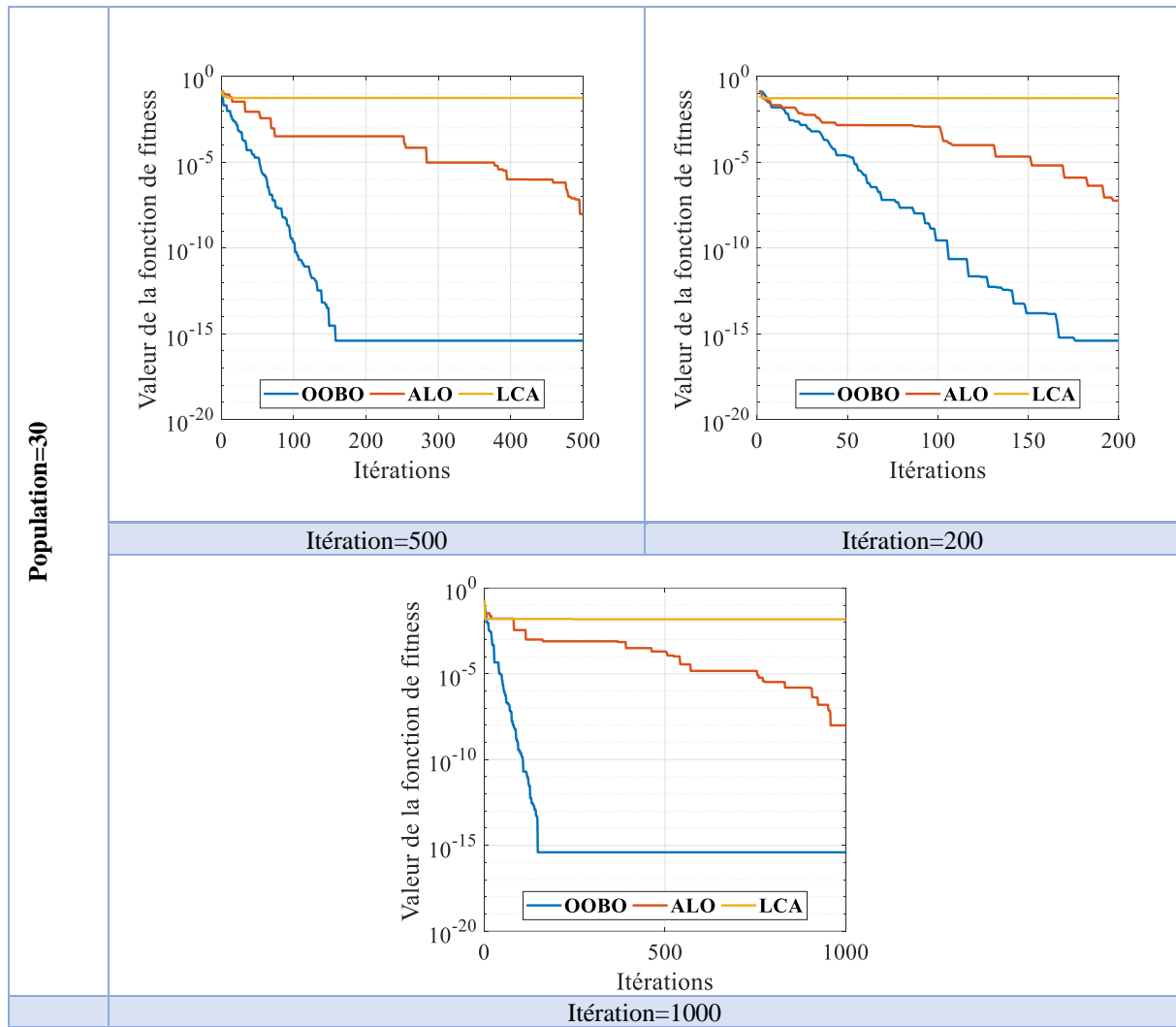


Figure 54: Convergence des éléments endommagés-cas2-barre3d-Population 30

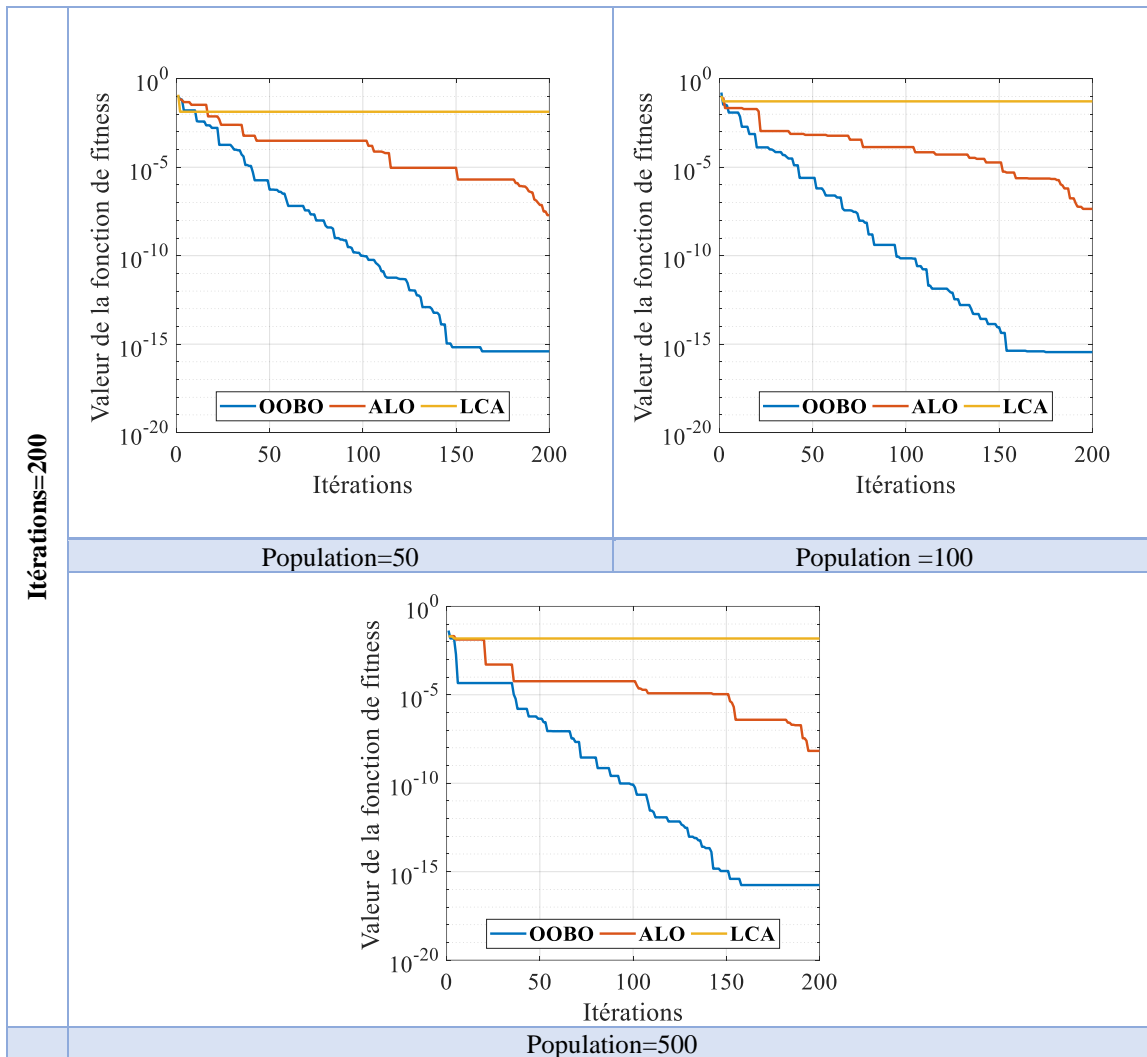


Figure 55:Convergence des éléments endommagés-cas2-barre3d-Itérations 200

V.9.3 Conclusion

Pour une meilleure précision et quantification des éléments endommagés, il est bien évident d'utiliser l'algorithme OOBO d'après les tableaux des résultats d'optimisations, nous remarquons que quel que soit le nombre des éléments endommagés et la complexité de la structure sur laquelle nous appliquerons ces optimiseurs, l'algorithme OOBO et ALO sont plus précis et correcte. Pour un meilleur temps d'exécution (un temps court) et une convergence rapide on prend un nombre d'itération qui sera constante en variant les populations, un grand nombre de populations nous permet d'avoir une grande diversité de choix de solution. L'optimiseur LCA est un algorithme pas vraiment précis. C'est à dire il donne des résultats incorrects pas déterminés. Comme nous avons vu précédemment il est bien mieux d'ajouter à cet algorithme des calculs des méthodes supplémentaires afin d'avoir les meilleurs résultats. Ces trois optimiseurs OOBO, ALO et LCA sont bien utilisés sur des structures simples et pas compliquées.

Conclusion générale

Compte tenu de l'essor technologique et de l'émergence de nouvelles tendances, les méthodes de détection des endommagements basées sur les caractéristiques vibratoires ont suscité un vif intérêt dans la recherche récente. L'évaluation dynamique repose sur l'identification des paramètres modaux tels que les fréquences propres, les coefficients d'amortissement et les modes propres, utilisés ensuite pour repérer les endommagements structurels.

Notre étude se divise en deux parties principales : la première se concentre sur la détection des endommagements dans des structures 2D et 3D en utilisant la méthode innovante LFCR basée sur les fréquences locales, tandis que la seconde vise à localiser et quantifier les éléments endommagés.

Pour détecter les endommagements, nous avons appliqué une méthode basée sur le rapport de changement des fréquences locales aux treillis en 2D et 3D, modélisés à l'aide de Matlab et de la méthode des éléments finis. Nous avons comparé les fréquences intactes avec celles des endommagements, identifiant ainsi les éléments affectés par la méthode LFCR. Pour localiser et quantifier ces endommagements, nous avons utilisé des algorithmes d'optimisation inspirés de la nature, appliqués aux deux structures.

Les résultats obtenus ont montré que l'optimiseur OOBO est particulièrement efficace pour quantifier avec une grande précision les endommagements détectés. Nous sommes convaincus d'avoir réussi à mettre en œuvre un système répondant pleinement à notre objectif initial : détecter, localiser et quantifier les endommagements structurels de manière efficace et précise.

Programme Matlab utiliser durant nôtres travaux

Pour Poutre encastrer libre :

```
clear all;close all;clc
% -----
E=2e11; LL=.75; rho=7850;
h=6e-3; % hauteur de la section droite de la poutre
b=14e-3; % largeur de la section droite de la poutre
A=b*h; I=b*h^3/12;

Nbr=5;
Nn=Nbr+1;
ndn=2;
Nddl=ndn*Nn;

LLe=LL/Nbr;
% h=0.02; b=h; A=b*h; I=(b*h^3)/12; rho=8030; E=19e+9;
Epv=[LL,A,I,rho,E];
% Le=LLe(5);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

bn1=Nddl-2;
% KG=zeros(Nddl); MG=zeros(Nddl);
KG=zeros(bn1); MG=zeros(bn1);
k_t=zeros(bn1,bn1,Nbr);m_t=zeros(bn1,bn1,Nbr);
for ii=1:Nbr
Kle=[12*E*I/LLe^3 6*E*I/LLe^2 -12*E*I/LLe^3 6*E*I/LLe^2;
6*E*I/LLe^2 4*E*I/LLe -6*E*I/LLe^2 2*E*I/LLe;
-12*E*I/LLe^3 -6*E*I/LLe^2 12*E*I/LLe^3 -6*E*I/LLe^2;
6*E*I/LLe^2 2*E*I/LLe -6*E*I/LLe^2 4*E*I/LLe];
%
Mle=rho*A*LLe/420*[ 156 22*LLe 54 -13*LLe ;
22*LLe 4*LLe^2 13*LLe -3*LLe^2 ;
54 13*LLe 156 -22*LLe ;
-13*LLe -3*LLe^2 -22*LLe 4*LLe^2];

K=zeros(Nddl); K(ii*2-1:ii*2+2,ii*2-1:ii*2+2)=Kle;
K(:,2)=[];K(2,:)=[];K(:,1)=[];K(1,:)=[];
k_t(:, :, ii)=K; KG=KG+k_t(:, :, ii);
M=zeros(Nddl); M(ii*2-1:ii*2+2,ii*2-1:ii*2+2)=Mle;
M(:,2)=[];M(2,:)=[];M(:,1)=[];M(1,:)=[];
m_t(:, :, ii)=M; MG=MG+m_t(:, :, ii);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Fréquence d'excitation
w=0:.2:600;
n_1=length(w);
n_2=5;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Valeurs et Vecteurs Propres:
[Phi,Lam]=eig(KG,MG);
% Normalisatin des modes
Phi_n=zeros(Nddl-2,n_2);
for jjj=1:n_2
Phi_n(:,jjj)=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
```

```

end
% Fréquence du système
Freq=sqrt(diag(Lam))/2*pi/10;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de Transmissibilité T
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
T12=zeros(n_1,n_2);
T13=zeros(n_1,n_2);
T14=zeros(n_1,n_2);
T15=zeros(n_1,n_2);

S=zeros(n_1,1);
for i=1:n_1
    ii=2*pi*w(i);
    H=inv(KG-ii^2*MG);
    for jj=1:n_2
        T12(i,jj)=H(jj,2)./H(jj,1);
        T13(i,jj)=H(jj,3)./H(jj,1);
        T14(i,jj)=H(jj,4)./H(jj,1);
        T15(i,jj)=H(jj,5)./H(jj,1);
    end
end
% Figure de Transmissibilité (Voir figure 5.1.2 page 21)
% -----
figure(1)
semilogy(w,abs(T12),'LineWidth',1.5)
legend({'T^1_2_1','T^2_2_1','T^3_2_1','T^4_2_1','T^5_2_1'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Les mesures de transmissibilité (T21) à tous les degrés de liberté')
grid on
grid minor
figure(2)
semilogy(w,abs(T13),'LineWidth',1.5)
grid on
grid minor
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Les mesures de transmissibilité (T31) à tous les degrés de liberté')

legend({'T^1_3_1','T^2_3_1','T^3_3_1','T^4_3_1','T^5_3_1'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
grid on
grid minor
figure(3)
semilogy(w,abs(T14),'LineWidth',1.5)
legend({'T^1_4_1','T^2_4_1','T^3_4_1','T^4_4_1','T^5_4_1'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
grid on
grid minor
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Les mesures de transmissibilité (T41) à tous les degrés de liberté')

figure(4)
semilogy(w,abs(T15),'LineWidth',1.5)
legend({'T^1_5_1','T^2_5_1','T^3_5_1','T^4_5_1','T^5_5_1'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')

```

```

grid on
grid minor
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Les mesures de transmissibilité (T51) à tous les degrés de liberté')
% % -----
% % Figure de H11 et de H22 (Voir figure 5.1.5 page 23)
% % -----
figure(2)
semilogy(w,abs(H11),w,abs(H22),'--r','LineWidth',1.5)
legend({'H_1_1','H_2_2'},'FontSize',12,'FontWeight','bold')
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('Transmissibilité','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Les mesures de transmissibilité (T21) à tous les degrés de liberté')
grid on
grid minor
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Inverse de S(2,2)
for i=1:n_1
    TR=[T12(i,:);T13(i,:);T14(i,:);T15(i,:);ones(1,n_2)];
    [X_1,X_2,X_3]=svd(TR);
    S(i)=1./X_2(2,2);
end
% recherche des valeurs des pics

% Figure de 1/S(2,2) (Voir figure 5.1.3 page 21)
% -----
figure(5)
semilogy(w,abs(S),'LineWidth',1.5)
xlabel('Fréquence [Hz]','FontSize',12,'FontWeight','bold')
ylabel('1/S(2,2)','FontSize',12,'FontWeight','bold')
title('Identification de la fréquence de résonance par la moyenne de SVD')
grid on
grid minor

Freq_Fig=[8.6948 54.5326 153.1655 302.5762 502.2012];
D_Freq=[Freq(1:5) Freq_Fig];% 100*(Freq(1:5)-Freq_Fig)./Freq(1:5)]
disp('D_Freq');disp(D_Freq)
WW=[8.6:.0001:8.7 54.5:.0001:54.5 153.2:.0001:153.3 302.5:.0001:302.6
502.2:.0001:502.3];
nW_1=length(WW);
TT11=zeros(nW_1,n_2);TT12=zeros(nW_1,n_2);TT13=zeros(nW_1,n_2);
TT14=zeros(nW_1,n_2);TT15=zeros(nW_1,n_2);TT16=zeros(nW_1,n_2);
TT17=zeros(nW_1,n_2);TT18=zeros(nW_1,n_2);TT19=zeros(nW_1,n_2);
for i=1:nW_1
    ii=2*pi*WW(i);
    H=inv(KG-ii^2*MG);
for jj=1:n_2
    TT11(i,jj)=H(jj,2)./H(jj,1);
    TT12(i,jj)=H(jj,3)./H(jj,1);
    TT13(i,jj)=H(jj,4)./H(jj,1);
    TT14(i,jj)=H(jj,5)./H(jj,1);
    TT15(i,jj)=H(jj,6)./H(jj,1);
    TT16(i,jj)=H(jj,7)./H(jj,1);
    TT17(i,jj)=H(jj,8)./H(jj,1);
    TT18(i,jj)=H(jj,9)./H(jj,1);
    TT19(i,jj)=H(jj,10)./H(jj,1);
end
end

```

```

end
Yx=zeros(length(Freq_Fig),1);
for ll=1:length(Freq_Fig)
[t1,t2]=min(abs(WW'-Freq_Fig(ll)));
    Yx(ll)=t2;
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Mode Propre calculé
Phi_c1=[1 1 1 1 1;TT11(Yx(1),1) TT11(Yx(2),2) TT11(Yx(3),3) TT11(Yx(4),4)
TT11(Yx(5),5);
        TT12(Yx(1),1) TT12(Yx(2),2) TT12(Yx(3),3) TT12(Yx(4),4)
TT12(Yx(5),5);
        TT13(Yx(1),1) TT13(Yx(2),2) TT13(Yx(3),3) TT13(Yx(4),4)
TT13(Yx(5),5);
        TT14(Yx(1),1) TT14(Yx(2),2) TT14(Yx(3),3) TT14(Yx(4),4)
TT14(Yx(5),5);
        TT15(Yx(1),1) TT15(Yx(2),2) TT15(Yx(3),3) TT15(Yx(4),4)
TT15(Yx(5),5);
        TT16(Yx(1),1) TT16(Yx(2),2) TT16(Yx(3),3) TT16(Yx(4),4)
TT16(Yx(5),5);
        TT17(Yx(1),1) TT17(Yx(2),2) TT17(Yx(3),3) TT17(Yx(4),4)
TT17(Yx(5),5);
        TT18(Yx(1),1) TT18(Yx(2),2) TT18(Yx(3),3) TT18(Yx(4),4)
TT18(Yx(5),5);
        TT19(Yx(1),1) TT19(Yx(2),2) TT19(Yx(3),3) TT19(Yx(4),4)
TT19(Yx(5),5)];
disp('Phi_c1');disp(Phi_c1);
disp('Phi_n');disp(Phi_n);
figure(6)
YH=zeros(n_2,1);
for io=1:n_2
    subplot(3,2,io)
    plot([0;Phi_n(1:2:10,io)], 'LineWidth' ,1.5)
    hold on
    plot([0;Phi_c1(1:2:10,io)], '--sr', 'LineWidth' ,1.5)
    YH(io)= max(100*([0;Phi_n(1:2:10,io)]-
[0;Phi_c1(1:2:10,io)])./[0;Phi_n(1:2:10,io)]);
    xlabel(['bem length (\itmax_e_r_r = ' num2str(round(YH(io),4)) '% )'])
    ylabel(['Mode shape ' num2str(io) ])
    legend(['\phi_' num2str(io)] ,['\phi_c_'
num2str(io)], 'Location', 'bestoutside')
    xlim([1 6])
    set(gca, 'xtick', linspace(1,6,11))
set(gca, 'xticklabel', {'0', '0.1', '0.2', '0.3', '0.4', '0.5', '0.6', '0.7', '0.8', '0.9', '1'})
legend('boxoff')
end

```

Treillis 2D 9 éléments :

```

clear variables;close all;clc
% Coordonnées
Coord=[0 0;4 0;4 3;8 0;8 3;12 0];
% Connectivité
Connct=[1 2;1 3;2 3;2 4;3 4;3 5;4 5;4 6;5 6];
%DDL
ddl=[1 2 ; 3 4 ; 5 6;7 8;9 10;11 12];
%%
E=200e9;

```

```

A=0.0025;
rho=7850;
Nbr=9;
Nn=6;
Ndn=2;
Ndt=Nn*Ndn;
%%
Ed=ones(Nbr,1)*E;
x1=.3;
% x2=.3;
Ed(4)=(1-x1)*E;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Kg,Mg,Kgd,k_t,k_td,m_t,Ed]=MatEf_Trans(A,E,rho,Nbr,Connct,ddl,Ndt,Coord,Ed);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Fréquence du système
[Phi,Lam]=eig(Kg,Mg);
[Phid,Lamd]=eig(Kgd,Mg);
Freq=sqrt(diag(Lam));
Freq6=Freq(1:6)
Freqd=sqrt(diag(Lamd));
Freq6d=Freqd(1:6)
FRQ=[ [240.87 467.94 739.85 1243.36 1633.45 2102.16]' Freq6 Freq6d ]
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Valeurs et Vecteurs Propres:
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Fréquence d'excitation
w=0:.02:500;
n_1=length(w);
n_2=9;
% Normalisation des modes
Phi_n=zeros(Ndt-3,n_2);
for jjj=1:n_2
    Phi_n(:,jjj)=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
end
% Normalisation des modes
Phi_nd=zeros(Ndt-3,n_2);
for jjj=1:n_2
    Phi_nd(:,jjj)=Phid(:,jjj)./Phid(1,jjj);
end
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Calcul de Transmissibilité T
[T12,T13,T14,T15,T16,T17,T18]=Trans_T(n_1,n_2,w,Kg,Mg);
[Td12,Td13,Td14,Td15,Td16,Td17,Td18]=Trans_T(n_1,n_2,w,Kgd,Mg);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Inverse de S(2,2)
PAS=.1;
[S,Freq_Fig,WW]=TRans_S(w,T12,T13,T14,T15,T16,T17,T18,n_1,n_2,PAS);
Pasd=0.2;
[Sd,Freq_Figd,WWd]=TRans_S(w,Td12,Td13,Td14,Td15,Td16,Td17,Td18,n_1,n_2,Pasd);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[TT11,TT12,TT13,TT14,TT15,TT16,TT17,TT18,TT19,Yx]=Freq_T(Kg,Mg,WW,n_2,Freq_Fig);
[TTd11,TTd12,TTd13,TTd14,TTd15,TTd16,TTd17,TTd18,TTd19,Yx]=Freq_T(Kgd,Mg,WWd,n_2,Freq_Figd);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Mode Propre calculé
Phi_c1=Mode_Propre(TT11,TT12,TT13,TT14,TT15,TT16,TT17,TT18,Yx)
Phi_c1d=Mode_Propre(TTd11,TTd12,TTd13,TTd14,TTd15,TTd16,TTd17,TTd18,Yx)
disp('Phi_n');disp(Phi_n);

```

```

disp('Phi_c1');disp(Phi_c1);
disp('Phi_c1d');disp(Phi_c1d);
disp('Phi_n');disp(Phi_n);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
for jjj=1:n_2
    Phi_n(:,jjj)=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
end
for i=1:size(Phi,2)
for j=1:Nbr
LFs(i,j)=(Phi_c1(:,i)'*k_t(:, :, j)*Phi_c1(:,i))/(Phi_c1(:,i)'*m_t(:, :, j)*Phi_c1(:,i
));
LFd(i,j)=(Phi_c1d(:,i)'*k_t(:, :, j)*Phi_c1d(:,i))/(Phi_c1d(:,i)'*m_t(:, :, j)*Phi_c1d
(:,i));
end
end
for i=1:size(Phi,2)
for j=1:Nbr
LFCR(i,j)=abs(LFs(i,j)-LFd(i,j))./LFd(i,j);
end
end
LFCRmoy=LFCR(4, :);
figure
bar(LFCRmoy)

```

Trellis 3D 28 elements :

```

clear all;close all;clc
Nbr=28;
Nn=12;
Ndn=3;
Ndt=Nn*Ndn;
A=1e-2;*[0.852937090471625];
E=2.1e11;
rho=7830;
Connect=[1 2;1 3;2 3;2 4;3 4;3 5;4 5;4 6;5 6;1 7;1 8;2 8;2 10;3 9;4 10;4 12;5 9;5
11;6 12;7 8;7 9;8 9;8 10;9 10;9 11;10 11;10 12;11 12];
Coord=[0 0 0; 4 0 0; 4 0 3; 8 0 0; 8 0 3; 12 0 0; 0 3 0; 4 3 0; 4 3 3; 8 3 0; 8 3
3; 12 3 0];
ddl=[1 2 3; 4 5 6 ; 7 8 9; 10 11 12; 13 14 15; 16 17 18; 19 20 21; 22 23 24; 25 26
27; 28 29 30; 31 32 33; 34 35 36];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Ed=ones(Nbr,1)*E;
x1=.3;
% x2=.3;
Ed(4)=(1-x1)*E;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Kg,Mg,Kgd,K,M]=MatEf_Trans(A,E,rho,Nbr,Connect,ddl,Ndt,Coord,Ed);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[Phi,Eghv]=eig(Kg,Mg);
[Phid,Eghvd]=eig(Kgd,Mg);
La=diag(Eghv);
Lad=diag(Eghvd);
La(1)=[];
Lad(1)=[];
Freq=sqrt(La)/(2*pi);
Freq6=Freq(1:6)
[Freq6 [24.5266 51.7618 65.2664 100.0528 114.2814 121.937]']

```

```

Freqd=sqrt(Lad)/(2*pi);
Freqd=Freqd(1:6)
[Freqd [24.5266 51.7618 65.2664 100.0528 114.2814 121.937]']
% Valeurs et Vecteurs Propres:
% Fréquence d'excitation
w=20:.02:300;
n_1=length(w);
n_2=28;
% Normalisation des modes
Phi_n=zeros(Ndt-8,n_2);
for jjj=2:n_2
    Phi_n(:,jjj)=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
end
Phi_nd=zeros(Ndt-8,n_2);
for jjj=2:n_2
    Phi_nd(:,jjj)=Phid(:,jjj)./Phid(1,jjj);
end
% Calcul de Transmissibilité T
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[T12,T13,T14,T15,T16,T17,T18,T19,T110,T111,T112,T113,T114,T115,T116,T117,T118,T119
,T120,T121,T122,T123,T124,T125,T126,T127,T128,H]=Trans_T(n_1,n_2,w,Kg,Mg);
[Td12,Td13,Td14,Td15,Td16,Td17,Td18,Td19,Td110,Td111,Td112,Td113,Td114,Td115,Td116
,Td117,Td118,Td119,Td120,Td121,Td122,Td123,Td124,Td125,Td126,Td127,Td128,Hd]=Trans
_T(n_1,n_2,w,Kgd,Mg);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Inverse de S(2,2)
PAS=.085;
[S,Freq_Fig,WW]=TRans_S(w,T12,T13,T14,T15,T16,T17,T18,T19,T110,T111,T112,T113,T114
,T115,T116,T117,T118,T119,T120,T121,T122,T123,T124,T125,T126,T127,T128,n_1,n_2,PAS
);
Pasd=.09;
[Sd,Freq_Figd,WWd]=TRans_S(w,Td12,Td13,Td14,Td15,Td16,Td17,Td18,Td19,Td110,Td111,T
d112,Td113,Td114,Td115,Td116,Td117,Td118,Td119,Td120,Td121,Td122,Td123,Td124,Td125
,Td126,Td127,Td128,n_1,n_2,Pasd);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
[TT11,TT12,TT13,TT14,TT15,TT16,TT17,TT18,TT19,TT110,TT111,TT112,TT113,TT114,TT115,
TT116,TT117,TT118,TT119,TT120,TT121,TT122,TT123,TT124,TT125,TT126,TT127,TT128,Yx]=
Freq_T(n_2,Kg,Mg,WW,Freq_Fig);
[TTd11,TTd12,TTd13,TTd14,TTd15,TTd16,TTd17,TTd18,TTd19,TTd110,TTd111,TTd112,TTd113
,TTd114,TTd115,TTd116,TTd117,TTd118,TTd119,TTd120,TTd121,TTd122,TTd123,TTd124,TTd1
25,TTd126,TTd127,TTd128,Yx]=Freq_T(n_2,Kgd,Mg,WWd,Freq_Figd);
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Mode Propre calculé
Phi_n(:, 1) = [];
Phi_n(:, end-14:end) = [];
disp('Phi_n');disp(Phi_n);
Phi_nd(:, 1) = [];
Phi_nd(:, end-14:end) = [];
disp('Phi_nd');disp(Phi_nd);
Phi_c1=Mode_Propre(TT11,TT12,TT13,TT14,TT15,TT16,TT17,TT18,TT19,TT110,TT111,TT112,
TT113,TT114,TT115,TT116,TT117,TT118,TT119,TT120,TT121,TT122,TT123,TT124,TT125,TT12
6,TT127,Yx);
Phi_c1d=Mode_Propre(TTd11,TTd12,TTd13,TTd14,TTd15,TTd16,TTd17,TTd18,TTd19,TTd110,T
Td111,TTd112,TTd113,TTd114,TTd115,TTd116,TTd117,TTd118,TTd119,TTd120,TTd121,TTd122
,TTd123,TTd124,TTd125,TTd126,TTd127,Yx);
for jjj=1:n_2
    Phi_n(:,jjj)=Phi(:,jjj)./Phi(1,jjj);
end

```

```

for i=1:size(Phi_c1,2)
for j=1:Nbr
    LFs(i,j)=(Phi_c1(:,i)'*K(:,j)*Phi_c1(:,i))/(Phi_c1(:,i)'*M(:,j)*Phi_c1(:,i));
    LFd(i,j)=(Phi_c1d(:,i)'*K(:,j)*Phi_c1d(:,i))/(Phi_c1d(:,i)'*M(:,j)*Phi_c1d(:,i));
end
end
for i=1:size(Phi_c1,2)
for j=1:Nbr
    LFCR(i,j)=abs(LFs(i,j)-LFd(i,j))./LFd(i,j);
end
end
LFCRmoy=LFCR(7,:);
figure
bar(LFCRmoy)

```


1. Cazenave, M., *Méthode des éléments finis-2e éd.: Approche pratique en mécanique des structures*. 2013: Dunod.
2. Frey, F. and J. Jirousek, *Analyse des structures et milieux continus: Méthode des éléments finis*. Vol. 6. 2001: PPUR presses polytechniques.
3. Rahmani, O. and S. Kebdani, *Introduction à la méthode des éléments finis pour les ingénieurs*. 1988: Office des publications universitaires.
4. Saraoui, R., *Etude d'une machine synchrone avec la méthode des éléments finis*. 2010, Université Mouloud Mammeri.
5. Oudin, H., *Méthode des éléments finis*. 2008, Ecole Centrale de Nantes.
6. Allemang, R.J. *A correlation coefficient for modal vector analysis*. in *Proc. of the 1st IMAC*. 1982.
7. Avitabile, P., *Test-analysis correlation-updating considerations*. University of Massachusetts Lowell–URL: http://faculty.uml.edu/pavitabile/22.515/Correlation_Topics_122901_1.pdf, 2001.
8. Plachý, T. and M. Polák, *Nondestructive damage detection based on modal analysis*. *Acta Polytechnica*, 2004. **44**(5-6).
9. Pandey, A., M. Biswas, and M. Samman, *Damage detection from changes in curvature mode shapes*. *Journal of sound and vibration*, 1991. **145**(2): p. 321-332.
10. Ciambella, J. and F. Vestroni, *The use of modal curvatures for damage localization in beam-type structures*. *Journal of Sound and Vibration*, 2015. **340**: p. 126-137.
11. Farrar, C.R., et al., *Dynamic characterization and damage detection in the I-40 bridge over the Rio Grande*. 1994, Los Alamos National Lab.(LANL), Los Alamos, NM (United States).
12. Messina, A., A. Jones, and E. Williams. *Damage detection and localisation using natural frequency changes*. in *1st International Conference on Identification in Engineering Systems*. 1996. MI Friswell & JE Mottershead.
13. Nicholson, D. and K. Alnefaie, *Modal moment index for damage detection in beam structures*. *Acta mechanica*, 2000. **144**: p. 155-167.
14. Wang, Z., R. Lin, and M. Lim, *Structural damage detection using measured FRF data*. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1997. **147**(1-2): p. 187-197.
15. Mottershead, J.E., A. Kyprianou, and H.J. Ouyang, *Estimation of rotational frequency responses*. *Key Engineering Materials*, 2003. **245**: p. 157-166.
16. Vanhoenacker, K., et al., *The use of multisine excitations to characterise damage in structures*. *Mechanical systems and signal processing*, 2004. **18**(1): p. 43-57.
17. Mohan, S., D.K. Maiti, and D. Maity, *Structural damage assessment using FRF employing particle swarm optimization*. *Applied Mathematics and Computation*, 2013. **219**(20): p. 10387-10400.
18. Zhu, X. and S. Law, *Wavelet-based crack identification of bridge beam from operational deflection time history*. *International Journal of Solids and Structures*, 2006. **43**(7-8): p. 2299-2317.

19. Yu, Z., et al., *Bridge damage identification from moving load induced deflection based on wavelet transform and Lipschitz exponent*. International Journal of Structural Stability and Dynamics, 2016. **16**(05): p. 1550003.
20. Chen, S., M.-S. Ju, and Y. Tsuei, *Estimation of mass, stiffness and damping matrices from frequency response functions*. 1996.
21. Fritzen, C.-P., *Identification of mass, damping, and stiffness matrices of mechanical systems*. 1986.
22. Morgan, B. and R. Oesterle. *On-site modal analysis-a new powerful inspection technique*. in *Proceedings of the 2nd International Bridge Conference, Pittsburg, Pennsylvania*. 1985.
23. Napolitano, K.L. and J.B. Kosmatka. *Damage detection of highly damped structures using direct frequency response measurements and residual force vectors*. in *Smart Structures and Materials 1996: Passive Damping and Isolation*. 1996. SPIE.
24. Salane, H. and J. Baldwin Jr, *Identification of modal properties of bridges*. Journal of Structural Engineering, 1990. **116**(7): p. 2008-2021.
25. Hearn, G. and R.B. Testa, *Modal analysis for damage detection in structures*. Journal of structural engineering, 1991. **117**(10): p. 3042-3063.
26. Williams, C. and O. Salawu. *Damping as a damage indication parameter*. in *Proceedings of the 15th international modal analysis conference*. 1997.
27. Li, J., et al., *A generalized flexibility matrix based approach for structural damage detection*. Journal of Sound and Vibration, 2010. **329**(22): p. 4583-4587.
28. Kazemi, S., A. Fooladi, and A. Rahai, *Implementation of the modal flexibility variation to fault identification in thin plates*. Acta Astronautica, 2010. **66**(3-4): p. 414-426.
29. Reynders, E. and G. De Roeck, *A local flexibility method for vibration-based damage localization and quantification*. Journal of sound and vibration, 2010. **329**(12): p. 2367-2383.
30. Min, C.-H., et al., *Sensitivity-based finite element model updating with natural frequencies and zero frequencies for damped beam structures*. International Journal of Naval Architecture and Ocean Engineering, 2014. **6**(4): p. 904-921.
31. Zenzen, R., et al., *A modified transmissibility indicator and Artificial Neural Network for damage identification and quantification in laminated composite structures*. Composite Structures, 2020. **248**: p. 112497.
32. Dahak, M., N. Touat, and N. Benseddiq, *On the classification of normalized natural frequencies for damage detection in cantilever beam*. Journal of Sound and Vibration, 2017. **402**: p. 70-84.
33. Aghdasi, A., *Application of transmissibility measurement in estimation of modal parameters for a structure*. 2013.
34. Blum, C., et al., *Hybrid metaheuristics in combinatorial optimization: A survey*. Applied soft computing, 2011. **11**(6): p. 4135-4151.
35. Boussaïd, I., J. Lepagnot, and P. Siarry, *A survey on optimization metaheuristics*. Information sciences, 2013. **237**: p. 82-117.

36. Gogna, A. and A. Tayal, *Metaheuristics: review and application*. Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence, 2013. **25**(4): p. 503-526.
37. Cornuéjols, G., *Valid inequalities for mixed integer linear programs*. Mathematical programming, 2008. **112**(1): p. 3-44.
38. Avriel, M., *Nonlinear programming*, in *Mathematical Programming for Operations Researchers and Computer Scientists*. 2020, CRC Press. p. 271-367.
39. Land, A.H. and A.G. Doig, *An automatic method for solving discrete programming problems*. 2010: Springer.
40. Bianchi, L., et al., *A survey on metaheuristics for stochastic combinatorial optimization*. Natural Computing, 2009. **8**: p. 239-287.
41. Simpson, A.R., G.C. Dandy, and L.J. Murphy, *Genetic algorithms compared to other techniques for pipe optimization*. Journal of water resources planning and management, 1994. **120**(4): p. 423-443.
42. Spall, J.C., *Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control*. 2005: John Wiley & Sons.
43. Hoos, H.H. and T. Stützle, *Stochastic Local Search Foundations and Applications, chapter 9*. Morgan kaufmann, 2004. **1**: p. 372-373.
44. Kirkpatrick, S., *Optimization by simulated annealing: Quantitative studies*. Journal of statistical physics, 1984. **34**: p. 975-986.
45. Talbi, E.-G., *Metaheuristics: from design to implementation*. 2009: John Wiley & Sons.
46. Dhiman, G., *SSC: A hybrid nature-inspired meta-heuristic optimization algorithm for engineering applications*. Knowledge-Based Systems, 2021. **222**: p. 106926.
47. John, H., *Holland. genetic algorithms*. Scientific american, 1992. **267**(1): p. 44-50.
48. Storn, R. and K. Price, *Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces*. Journal of global optimization, 1997. **11**: p. 341-359.
49. Yao, X., *A new simulated annealing algorithm*. International Journal of Computer Mathematics, 1995. **56**(3-4): p. 161-168.
50. Rashedi, E., H. Nezamabadi-Pour, and S. Saryazdi, *GSA: a gravitational search algorithm*. Information sciences, 2009. **179**(13): p. 2232-2248.
51. Dehghani, M., et al. *Spring search algorithm: A new meta-heuristic optimization algorithm inspired by Hooke's law*. in *2017 IEEE 4th International Conference on Knowledge-Based Engineering and Innovation (KBEI)*. 2017. IEEE.
52. Mirjalili, S., S.M. Mirjalili, and A. Hatamlou, *Multi-verse optimizer: a nature-inspired algorithm for global optimization*. Neural Computing and Applications, 2016. **27**: p. 495-513.
53. Faramarzi, A., et al., *Equilibrium optimizer: A novel optimization algorithm*. Knowledge-based systems, 2020. **191**: p. 105190.
54. Hashim, F.A., et al., *Archimedes optimization algorithm: a new metaheuristic algorithm for solving optimization problems*. Applied intelligence, 2021. **51**: p. 1531-1551.

55. Hashim, F.A., et al., *Henry gas solubility optimization: A novel physics-based algorithm*. Future Generation Computer Systems, 2019. **101**: p. 646-667.
56. Ahmadianfar, I., et al., *INFO: An efficient optimization algorithm based on weighted mean of vectors*. Expert Systems with Applications, 2022. **195**: p. 116516.
57. Dehghani, M., et al., *Football game based optimization: An application to solve energy commitment problem*. Int. J. Intell. Eng. Syst, 2020. **13**(5): p. 514-523.
58. Dehghani, M., et al., *Darts game optimizer: A new optimization technique based on darts game*. International Journal of Intelligent Engineering and Systems, 2020. **13**(5): p. 286-294.
59. Montazeri, Z., et al., *Golf optimization algorithm: A new game-based metaheuristic algorithm and its application to energy commitment problem considering resilience*. Biomimetics, 2023. **8**(5): p. 386.
60. Moghdani, R. and K. Salimifard, *Volleyball premier league algorithm*. Applied Soft Computing, 2018. **64**: p. 161-185.
61. Rao, R.V., V.J. Savsani, and D.P. Vakharia, *Teaching–learning-based optimization: a novel method for constrained mechanical design optimization problems*. Computer-aided design, 2011. **43**(3): p. 303-315.
62. Dehghani, M., M. Mardaneh, and O. Malik, *FOA: 'Following' Optimization Algorithm for solving Power engineering optimization problems*. Journal of Operation and Automation in Power Engineering, 2020. **8**(1): p. 57-64.
63. Dehghani, M., E. Trojovská, and P. Trojovský, *A new human-based metaheuristic algorithm for solving optimization problems on the base of simulation of driving training process*. Scientific reports, 2022. **12**(1): p. 9924.
64. Moosavi, S.H.S. and V.K. Bardsiri, *Poor and rich optimization algorithm: A new human-based and multi populations algorithm*. Engineering applications of artificial intelligence, 2019. **86**: p. 165-181.
65. Wang, C., et al., *Dual-population social group optimization algorithm based on human social group behavior law*. IEEE Transactions on Computational Social Systems, 2022. **10**(1): p. 166-177.
66. Mousavirad, S.J. and H. Ebrahimpour-Komleh, *Human mental search: a new population-based metaheuristic optimization algorithm*. Applied Intelligence, 2017. **47**: p. 850-887.
67. Eberhart, R. and J. Kennedy. *A new optimizer using particle swarm theory*. in *MHS'95. Proceedings of the sixth international symposium on micro machine and human science*. 1995. Ieee.
68. Sallam, K.M., et al. *Improved multi-operator differential evolution algorithm for solving unconstrained problems*. in *2020 IEEE congress on evolutionary computation (CEC)*. 2020. IEEE.
69. Heidari, A.A., et al., *Harris hawks optimization: Algorithm and applications*. Future generation computer systems, 2019. **97**: p. 849-872.
70. Ahmadianfar, I., et al., *RUN beyond the metaphor: An efficient optimization algorithm based on Runge Kutta method*. Expert Systems with Applications, 2021. **181**: p. 115079.

71. Yao, X., Y. Liu, and G. Lin, *Evolutionary programming made faster*. IEEE Transactions on Evolutionary computation, 1999. **3**(2): p. 82-102.
72. Awad, N.H., M.Z. Ali, and P.N. Suganthan. *Ensemble sinusoidal differential covariance matrix adaptation with Euclidean neighborhood for solving CEC2017 benchmark problems*. in *2017 IEEE congress on evolutionary computation (CEC)*. 2017. IEEE.
73. Kannan, B. and S.N. Kramer, *An augmented Lagrange multiplier based method for mixed integer discrete continuous optimization and its applications to mechanical design*. 1994.
74. Mezura-Montes, E. and C.A.C. Coello. *Useful infeasible solutions in engineering optimization with evolutionary algorithms*. in *Mexican international conference on artificial intelligence*. 2005. Springer.