



Université Mouloud MAMMERI de TIZI-OUZOU

Faculté du Génie de la Construction

Département de Génie Civil



THÈSE DE DOCTORAT

En vue de l'obtention du diplôme de
Docteur en Génie Civil

Présentée par

Sarah BENAKLI, épse MOUMOU

Thème de la thèse

**Modélisation du comportement non linéaire des structures
en béton armé sous sollicitations quasi-statiques**

Devant le jury d'examen composé de :

M. DAHMANI Lahlou	Professeur	UMMTO	Président
M. BOUAFIA Youcef	Professeur	UMMTO	Rapporteur
M. OUDJENE Marc	MC/HDR	UL France	Co-Rapporteur
M. HAMIZI Mohand	Professeur	UMMTO	Examineur
M. TAHAKOURT Abdelkader	Professeur	UAM Béjaia	Examineur
M. CHELOUAH Nacer	Professeur	UAM Béjaia	Examineur

Soutenue le : / /2019

Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Modélisation expérimentale et numérique des Matériaux et Structures en génie civil (LaMoMS) de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou conjointement avec le Laboratoire d'Études et de Recherche sur le Matériau Bois (LERMAB) de l'Université de Lorraine (France), dans le cadre du programme boursier bilatéral algéro-français (PROFAS B+).

Je tiens d'abord à exprimer toute mon estime et ma reconnaissance envers mon directeur de thèse, le professeur Youcef BOUAFIA, de m'avoir proposé ce sujet. Je le remercie pour son aide précieuse, sa grande disponibilité et sa confiance qui m'ont permis d'élaborer ce travail.

Je remercie très chaleureusement le professeur Marc OUDJENE, pour son accueil à l'ENSTIB, son engagement à encadrer ce sujet et les moyens qu'il a mis à ma disposition pendant toute la durée de la bourse en France. Je lui suis reconnaissante de sa disponibilité et de m'avoir fait bénéficier de son expérience en modélisation numérique. Ses suggestions éclairées et critiques honnêtes, son enthousiasme et ses encouragements auront été pour moi essentiels et inestimables.

J'exprime ma gratitude envers Monsieur Mohammed SAAD, qui m'a fait profiter de ses remarques pertinentes pour améliorer le travail sur la partie loi de comportement. Je lui témoigne ma profonde reconnaissance, pour sa grande contribution et sa disponibilité.

Mes sincères remerciements vont à Monsieur Lahlou DAHMANI, Professeur à l'UMMTO, à l'honneur qu'il me fait de présider le jury de soutenance. Qu'il veuille accepter mon profond respect et mon immense estime.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur Mohand HAMIZI, Professeurs à l'UMMTO ; Monsieur Abdelkader TAHAKOURT et Monsieur Nacer CHELOUAH,

Professeurs à l'UAMB, de m'avoir honoré en acceptant de participer au jury de soutenance, d'évaluer ce modeste travail, sans réserve aucune, et de me faire part de leur remarques sûrement pertinentes qui, contribueront, sans nul doute, au perfectionnement du présent travail.

Je ne saurai oublier mes chers amis et collègues, membres de l'équipe de recherche du laboratoire LAMOMS et doctorants à l'UMMTO, qui m'ont été d'un grand soutien et qui ont collaboré de près ou de loin à l'élaboration de ce travail. Je pense en particulier à Monsieur Benyahi, Madame Hamri, Madame Smahi, Monsieur Kachi, Mademoiselle Miloudi.

Enfin, je remercie mes amis et collègues de l'ENSTIB, en France, pour leur accueil, leurs encouragements et tous nos échanges: Imane, Sihem, Diem, Redouane, Oussama...

Dédicaces

*A ceux qui se sont toujours dévoués et sacrifiés pour moi ; ceux qui m'ont encouragé et soutenu à donner le meilleur de moi ; en témoignage de mon éternelle reconnaissance je dédie essentiellement cette thèse à **mes chers parents**.*

*A celui qui a su m'épauler, m'encourager et sacrifier avec moi ; **mon mari** ; à qui je témoigne tendrement toute ma gratitude.*

*A la lumière de ma vie ; ma joie et ma fierté ; **mon fils Aksil**.*

*A, **mes très chers frères Kamel et Lounis, ma très chère sœur Lamia et ma belle-sœur Medina**; qui m'ont énormément aidé et à qui je témoigne toute mon affection et ma profonde admiration.*

RÉSUMÉ

La simulation numérique des structures en béton armé nécessite la représentation explicite du béton et des barres de renforcement, les deux matériaux étant modélisés séparément à l'aide de lois de comportement appropriées, y compris les variables d'endommagement du béton en compression et en traction. Même si cette méthode de modélisation est pratique et satisfaisante, elle nécessite un effort de calcul considérable.

Le but de cette thèse est de développer un modèle alternatif permettant la simulation de structures en béton armé, sans qu'il soit nécessaire de représenter explicitement les armatures en acier.

Une relation de comportement fictif des tirants béton armé a été développée. Le modèle est basé sur la forme de la courbe d'adhérence entre l'acier et le béton proposée par le Comité européen du béton (CEB) pour estimer les largeurs d'ouverture des fissures. Des relations couvrant le stade de fissuration jusqu'à la limite d'élasticité de l'acier sont proposées en fonction des propriétés des matériaux béton et acier, du pourcentage d'acier ainsi que de la largeur des fissures.

Le modèle développé a été implémenté dans le logiciel commercial ABAQUS à travers quelques exemples sous des charges de traction et de flexion.

Mots-clés: béton armé, adhérence acier-béton, tirant, comportement fictif, éléments finis.

ABSTRACT

Numerical simulation of reinforced concrete structures requires the explicit representation of concrete and reinforcing bars, with the two materials being modeled separately using appropriate behavioral laws, including concrete damage variables in compression and tensile strength. . Although this modeling method is practical and satisfactory, it requires a considerable computational effort.

The aim of this thesis is to develop an alternative model dedicated to the simulation of large-scale reinforced concrete structures without the need to explicitly represent steel reinforcement. A fictitious behavioral relationship of reinforced concrete ties has been developed. The model is based on the shape of the adhesion curve between steel and concrete proposed by the European Committee for Concrete (ECC) to estimate crack opening widths.

Relationships ranging from the cracking stage to the yield strength of steel are proposed depending on the properties of the concrete and steel materials, the percentage of steel and the width of the cracks.

The developed model has been implemented in the ABAQUS commercial software through some examples under tensile and bending loads.

Keywords: reinforced concrete, steel-concrete adhesion, pulling, fictitious behavior, finite elements.

SOMMAIRE

<u>RÉSUMÉ</u>	4
<u>LISTE DES FIGURES</u>	10
<u>LISTE DES TABLEAUX</u>	13
<u>NOTATIONS PRINCIPALES</u>	14

INTRODUCTION GENERALE

PROBLEMATIQUE.....	17
OBJECTIF DE LA THESE.....	18
ORGANISATION DE LA THESE	19

Chapitre 1 : ETAT DE L'ART « QUELQUES APPROCHES SUR LA MODELISATION DU BETON ARMÉ »

1. Comportement phénoménologique du béton	23
1.1. Sollicitations en compression uni-axiale	23
1.2. Sollicitations en traction uni-axiale	24
1.3. Sollicitations bi-axiales du béton	25
1.4. Classification selon échelle	27
1.5. Modélisation de la fissuration	28
2. Théories de modélisation structurelle du béton armé	29
2.1. Théorie élasto-plastique endommageable du béton.....	31
2.2. Modélisation du comportement des aciers.....	34
3. Les différentes approches de modélisation du béton armé	37
3.1. Modélisation par éléments de treillis.....	39
3.2. Modélisation par éléments solides	40

4. Interface acier-béton	41
4.1. Comportement phénoménologique de la liaison	42
4.2. Modélisation de la liaison acier-béton	45
5. Conclusion	47

Chapitre 2 : DEVELOPPEMENT D'UNE LOI FICTIVE D'UN TIRANT EN BETON ARMÉ

1. Description de la loi de comportement globale d'un tirant en béton armé.....	51
2. Quelques lois de diagrammes fictifs de l'acier proposés dans la littérature	54
2.1. Lois avec $\Delta\varepsilon_m$ constant	54
2.2. Lois avec variation linéaire ou multilinéaire de $\Delta\varepsilon$	55
3. Loi contrainte d'adhérence τ -glissement g	58
4. Expression du glissement quand $g(l_0) \leq g_1$	60
5. Détermination du diagramme fictif du tirant	62
5.1. Phase élastique linéaire (Phase I)	63
5.2. Phase fissurée inélastique (Phase IIa).....	64
5.2.1. Cas $\lambda > 2 l_t$	65
5.2.2. Cas $\lambda < 2 l_t$	67
5.2.2.1. Phase fissurée élastique (Phase IIb).....	67
6. Validation du modèle analytique de la loi de comportement fictif de l'acier sur un tirant en béton armé	74
7. Les paramètres influant sur la loi de comportement fictif du tirant en béton armé	77
7.1. Influence de la variation de la contrainte effective η	78
7.2. Influence de la variation du pourcentage d'aciers.....	80
7.3. Influence des paramètres de la loi adhérence-glissement	82
8. Conclusion	83

Chapitre 3 : SIMULATIONS ET VALIDATIONS

1. Etude expérimentale	87
1.1. Protocole expérimental	87
1.1.1. Matériaux utilisés	87
1.1.2. Présentation de l'essai	88
1.2. Résultats expérimentaux	90
2. Etude numérique.....	92
2.1. Modèle statique implicite (Abaqus Standard).....	92
2.2. Approche explicite (Abaqus explicit).....	93
3. Stratégie de modélisation	95
3.1. Modélisation du béton	95
3.1.1. Paramètres des courbes uni-axiales en traction et en compression	97
3.1.2. Paramètres pour la définition de la fonction de charge et la loi d'écoulement.....	99
4. Simulation numérique d'un tirant en béton armé	102
4.1. Modélisation des matériaux	102
4.2. Résultats et discussion	106
5. Simulation numérique d'une poutre en béton armé.....	108
5.1. Modélisation des matériaux	108
5.2. Résultats et discussion	115
6. Simulation numérique d'un voile en béton armé.....	118
6.1. Modélisation des matériaux	121
6.2. Résultats et discussion	125
7. Conclusion	128

<u>CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES</u>	130
<u>RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES</u>	133
<u>Travaux et publications impliquant le travail de thèse</u>	141
<u>ANNEXES</u>	142
<u>ANNEXE1</u>	143
<u>ANNEXE2</u>	153

LISTE DES FIGURES

INTRODUCTION GENERALE

Fig.1 : Résumé du principe et de la méthodologie adaptée dans la thèse	20
--	----

Chapitre 1 : ETAT DE L'ART « QUELQUES APPROCHES SUR LA MODELISATION DU BETON ARMÉ »

Fig I.1 : Comportement du béton en compression simple	24
Fig I.2 : Comportement du béton en traction simple	25
Fig I.3 : Comportement d'un béton ordinaire soumis à des sollicitations bi-axiales	26
Fig I.4: Approche multi-échelles	27
Fig I.5: Prise en compte de la zone d'élaboration de fissure	29
Fig I.6: Pente de décharge dans le cas uniaxial	32
Fig I.7: Comportement des aciers sous chargement uni-axial.....	34
Fig I.8: Modèle élasto-plastique à écrouissage isotrope	35
Fig I.9: Hypothèse d'écrouissage isotrope	37
Fig I.10: Modélisations possibles des armatures dans ABAQUS	39
Fig I.11 : Représentation « embedded elements » dans Abaqus	40
Fig I.12 : Représentation par des éléments solides 3D	40
Fig I.13 : La loi de traction-séparation utilisée pour le modèle élément fini cohésif.....	41
Fig I.14 : Interface entre béton et armatures	42
Fig I.15: Différents essais réalisables à l'échelle de l'interface	43
Fig I.16: Comportement de la liaison acier-béton en phase initiale.....	44
Fig I.17: Comportement de la liaison acier-béton en phase de fissuration progressive.....	44
Fig I.18: Comportement de la liaison acier-béton en phase de rupture de l'interface	45
Fig I.19: Maillage de l'interface acier-béton.....	46

Chapitre 2 : DEVELOPPEMENT D'UNE LOI FICTIVE D'UN TIRANT EN BETON ARMÉ

Fig II.1 : Diagramme sollicitation-déformation caractéristique d'un tirant de béton	51
Fig II.2 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase élastique	52
Fig II.3 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase de fissuration	52
Fig II.4: Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase fissuration stabilisée	53
Fig. II.5: Loi de comportement avec $\Delta\epsilon_m$ constant	54
Fig II.6: Loi de comportement fictive du tirant selon Rabich	55
Fig.II.7: Loi de comportement fictive bilinéaire de l'acier selon Espion	57

Fig II.8: Loi τ - g proposée au C.E.B	59
Fig II.9: La loi τ - g considérée (CEB)	60
Fig II.10: Glissement relatif $g=\mu_s-\mu_c$ et distribution de la contrainte d'adhérence	60
Fig II.11: Variations de τ et de g avant la stabilisation des fissures pour $g(l_0) < g_1$	62
Fig II.12: Relation contrainte-déformation d'un tirant béton armé	63
Fig II.13: Ordre idéalisé de propagation des fissures	64
Fig.II.14: Variation de ε_s et ε_c le long de la longueur l_t ($l_t < \lambda/2$) quand $g(l_0) < g_1$ en phase IIa	66
Fig. II.15: Variations modélisées de τ et de g à la stabilisation des fissures avec $g(l_0) < g_1$	68
Fig II.16 : Variation de ε_s et ε_c pour $\varepsilon_{sf} = \varepsilon_{sfa1}$	69
Fig. II.17: Variation de ε_s et ε_c entre deux fissures consécutives distantes de $\bar{\lambda}_1$	70
Fig II.18 : Calcul des allongements relatifs moyens de l'acier et du béton: Cas : $g(l_0) < g_1$	72
Fig II.19 : Algorithme général de calcul	73
FigII.20 : (a) Définition géométrique du tirant étudié,	
(b) Courbes expérimentales force-allongement de l'acier	74
FigII.21 : (a) Contrainte normale-déformation du tirant en traction,	
(b) Contrainte tangentielle-glissement	75
FigII.22 : (a) Modèle axisymétrique du tirant modélisé, (b) Maillage, (c) Tirant déformé	75
Fig II.23 : Loi de comportement de l'acier fictif introduite dans Abaqus ($\rho=3,14\%$)	76
Fig II.24 : Comparaison des courbes force-déplacement du tirant	76
Fig II.25: Représentation de la section du tirant dans les essais d'Espion	77
Fig II.26: Influence de la variation de la contrainte effective η sur la loi fictive du tirant	79
Fig II.27: Influence des paramètres g_1 et α sur la loi fictive du tirant	82

Chapitre 3 : SIMULATIONS ET VALIDATIONS

Fig III.1 : Caractérisation en compression	87
Fig III.2 : coffrage des poutres testées	88
Fig III.3 : Géométrie et ferrailage des poutres testées	89
Fig III.4 : Dispositif expérimental pour les essais de flexion 4 points	89
Fig III.5 : Progression des fissures lors de l'essai sur poutre en flexion	90
Fig III.6 : Courbes expérimentales charge-déplacement à mi- travée des poutres.	90
Fig III.7: Méthodes de résolution utilisant la formulation implicite	93
Fig III.8 : Discrétisation temporelle	94
Fig III.9: Eléments de maillage utilisés	95
Fig III.10: Définition de la courbe uni-axiale pour le modèle CDP	97
Fig III.11: Définition des surfaces d'écoulement et potentielle pour le modèle CDP	101
Figure III.12: Fonction de charge en contraintes planes	102
Fig.III.13: Description géométrique de l'essai d'Espion	105
Fig.III.14: Les différents modèles (a) tirant en béton avec les armatures (modèle 1)	
(b) tirant en béton fictif sans armatures (modèle 2)	
(c) maillage en EF du béton	
Fig III.15 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques du tirant en béton armé	106
Fig III.16 : Comparaison expérimentale et numérique de la contrainte normale de l'acier à l'apparition de la première fissure	107
Fig III.17 : Comparaison expérimentale et numérique de la contrainte normale de l'acier à l'apparition de la première fissure	107

Fig III.18 : Rappel de la géométrie et du ferrailage des poutres testées	108
Fig III.19 : Zone entourant l'armature principale d'une section en T pouvant être considérée comme tirant	110
Fig III.20: Principe de définition de la zone efficace de l'application de la loi du tirant	111
Fig III.21 : Exemple d'application de la définition de la zone efficace. Cas de la zone inférieure d'une section en T	112
Fig III.22 : Définition de la zone efficace considérée pour la poutre étudiée.....	112
Fig III.23: Comportement fictif de l'acier dans la zone efficace de la partie tendue de la poutre	113
Fig III.24: Les différents modèles (a) demi-poutre en béton avec les armatures (modèle 1), (b) demi-poutre en béton fictif sans armatures (modèle 2) et (c) maillage en EF du béton.....	114
Fig III.25 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques des poutres en béton armé.	115
Fig III.26 : Comparaison expérimentale et numérique des forces de rupture de la poutre étudiée.	116
Fig III.27 : Comparaison expérimentale et numérique des déplacements correspondant aux forces de rupture de la poutre étudiée.	117
Fig III.28: Formation des fissures dans le béton sur la partie inférieure de la poutre.	118
Fig III.29: Protocol expérimental de Lefas	119
Fig III.30: Détails de la géométrie et du ferrailage du voile de Lefas	120
Fig III.31 : Partie de l'âme du voile SW21 prise en compte pour l'établissement du diagramme fictif du béton.....	123
Fig III.32: Comportement fictif de l'acier dans la zone tendue efficace du voile SW21	123
Fig III.33: Les différents modèles (a) voile en béton avec les armatures (modèle 1), (b) voile en béton fictif sans armatures (modèle 2) et (c) maillage en EF du béton	124
Fig III.34 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques du voile en béton armé.....	125
Fig III.35: Comparaison de l'endommagement, (a) Modèle1 en traction, (b) Expérimental.....	126
Fig III.36: Déformée du voile, (a) Modèle 1, (b) Modèle 2	126
Fig III.37 : Comparaison expérimentale et numérique des forces caractéristiques du voile de Lefas .	127
Fig III.38 : Comparaison expérimentale et numérique des déplacements caractéristiques du voile de Lefas	127

LISTE DES TABLEAUX

Chapitre 1 : ETAT DE L'ART « QUELQUES APPROCHES SUR LA MODELISATION DU BETON ARMÉ »

Tableau I.1: Quelques modèles existants pour le béton	30
---	----

Chapitre 2 : DEVELOPPEMENT D'UNE LOI FICTIVE D'UN TIRANT EN BETON ARMÉ

Tableau II.1: Valeurs caractéristiques des paramètres de la loi adhérence- glissement	59
Tableau II. 2: Caractéristique générales du test de clément	74
Tableau II. 3: Valeurs caractéristiques des essais d'Espion	78
Tableau II. 4: Vérification de la condition de section d'armatures minimale	82

Chapitre 3 : SIMULATIONS ET VALIDATIONS

Tableau III.1: Composition du béton	87
Tableau III.2: Résistances ultimes des poutres expérimentées.	91
Tableau III.3: Caractéristiques essai d'Espion avec $\rho=2\%$	102
Tableau III.4: Paramètres de la loi CDP utilisés pour le tirant d'Espion (Modèle1)	103
Tableau III.5: Paramètres de la loi CDP utilisés pour le tirant d'Espion (Modèle2)	104
Tableau III.6: Comparaison entre le résultat expérimental et les résultats numériques à l'apparition de la première fissure pour le tirant	106
Tableau III.7: Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation de la poutre (Modèle1)	109
Tableau III.8: Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation de la poutre (Modèle2)	114
Tableau III.9: Comparaison entre les résistances ultimes des poutres expérimentales et numériques	116
Tableau III.10: Caractéristiques du béton et des aciers du voile SW21 de Lefas	120
Tableau III.11 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation du voile (Modèle1).....	121
Tableau III.12 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation du voile (Modèle2).....	124
Tableau III.13: Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques	127

NOTATIONS PRINCIPALES

f_{ck} : résistance caractéristique en compression du béton, mesurée sur cylindre à 28 jours

f_{ctm} : valeur moyenne de la résistance en traction directe du béton

g : glissement entre l'acier et le béton ($g = u_c - u_s$)

g_1 : valeur du glissement correspondant au pic de la loi d'adhérence acier-béton du CEB

l_0 : longueur de la zone perturbée de part et d'autre d'une fissure

l_{a1} : longueur d'introduction effective à la stabilisation des fissures (ou $\lambda < 2l_t$) quand $g(l_0) < g_1$

l_1 : longueur d'introduction effective quand le glissement g à la distance l_0 reste inférieur à g_1 (avec $\lambda > 2l_t$)

l_{g1} : longueur d'introduction effective quand le glissement à la distance l_0 de la fissure est égal à g_1

l_t : longueur d'introduction totale, en général

$l_{t1} = (l_0 + l_1)$, longueur d'introduction totale quand le glissement à la distance l_0 de la fissure est compris entre 0 et g_1 (avec $\lambda > 2l_t$)

l_{ta} : longueur d'introduction total à la stabilisation des fissures (ou $\lambda < 2l_t$) en général

l_{ta1} : longueur d'introduction total à la stabilisation des fissures (ou $\lambda < 2l_t$) quand $g(l_0) < g_1$

l_{ir} : longueur (notée avec un indice r) relative à l'apparition de la première fissure correspondant à la longueur l_i .

l_{tir} : longueur d'introduction totale (avec un indice r) relative à l'apparition de la première fissure correspondant à la longueur l_{ti} .

n : coefficient d'équivalence $n = E_s/E_c$

p : périmètre utile total des armatures

u_c, u_s : respectivement allongement du béton et allongement de l'acier

A_s, B : respectivement section d'acier tendu et section du tirant

E_c, E_s : respectivement module d'élasticité du béton et module d'élasticité de l'acier

L : longueur totale du tirant considéré

L_0 : somme des longueurs (l_0) des zones perturbées du tirant

L_h : longueur ou somme des longueurs des zones homogénéisées du tirant ($\epsilon_s(x) = \epsilon_c(x)$)

L_t : somme des longueurs d'introduction totales (l_t) du tirant

N_t : effort de traction extérieur dont la droite d'action passe par le centre de gravité de la section de béton et d'aciers,

N_r : effort de traction extérieur à l'apparition de la première fissure

α : exposant de la loi d'adhérence- glissement proposée par le code modèle CEB 1990

γ : nombre total de fissures principales dans le tirant

ε_e : allongement relatif au seuil élastique de l'acier

ε_m : allongement relatif moyen du tirant (ou allongement fictif de l'armature)

ε_s : allongement relatif de l'acier

ε_{sf} : allongement relatif de l'acier au droit de la fissure

ε_{sfai} : allongement relatif fictif de l'acier au droit de la fissure correspondant à la longueur d'introduction totale l_{tai} .

ε_{sfi} : allongement relatif de l'acier au droit de la fissure correspondant au glissement g (l_0)= g_i

$\varepsilon_{sm\lambda_i}$: allongement relatif moyen de l'acier à la stabilisation des fissures correspondant à l'espacement moyen des fissures λ_i

ε_{smi} (ε_{cmi}) : allongement relatif moyen de l'acier (du béton) sur la longueur d'introduction l_i

ε_{smai} (ε_{cmai}) : allongement relatif moyen de l'acier (du béton) sur la longueur d'introduction l_{ai}

ε_{smti} (ε_{cmti}) : allongement relatif moyen de l'acier (du béton) sur la longueur d'introduction totale l_{ti}

ε_{smtai} (ε_{cmtai}) : allongement relatif moyen de l'acier (du béton) sur la longueur d'introduction totale l_{tai}

ε_{sr} (ε_{cr}) : allongement relatif de l'acier (du béton) à l'apparition de la première fissure

ε_s (ε_c) : allongement relatif de l'acier (du béton)

λ (λ_i): espacement entre deux fissures consécutives supérieur à deux fois la longueur d'introduction totale l_t (l_{ti})

$\bar{\lambda}$: (= $1,7 l_{tir}$) espacement moyen, en général, entre deux fissures consécutives à la stabilisation des fissures

$\bar{\lambda}_i$: (= $1,7 l_{tir}$) espacement moyen entre deux fissures consécutives à la stabilisation des fissures correspondant à l_{tir}

ρ : proportion d'acier dans la section de béton

σ_c : contrainte normale dans le béton

σ_{cr} : résistance effective à la traction du béton

σ_{ci} : résistance à la traction du béton correspondant à la fissure i

σ_e : contrainte normale limite d'élasticité de l'acier

σ_s : contrainte normale dans l'acier

σ_{sy} : contrainte normale de l'acier au droit de la fissure à la dernière fissure γ

σ_{sf} : contrainte normale de l'acier au droit de la fissure

σ_{sr} : contrainte normale de l'acier à l'apparition de la première fissure

τ : contrainte tangentielle d'adhérence entre l'acier et le béton

$\tau_1 (= \tau_2)$: contrainte tangentielle maximum d'adhérence

$\Delta\epsilon_m$ (ou $\Delta\epsilon$) : différence entre l'allongement relatif de l'acier au droit de la fissure et l'allongement moyen du tirant

INTRODUCTION GENERALE

PROBLEMATIQUE.....	17
OBJECTIF DE LA THESE.....	18
ORGANISATION DE LA THESE	19

La conception des structures en béton armé est généralement régie par la résistance à l'écrasement par compression du béton, tandis que la charge de traction est supposée être reprise par des renforts en acier. Ainsi, la fissuration du béton sous la charge de traction devrait se produire déjà dans l'état de service et ne peut pas être évitée dans la plupart des applications d'ingénierie de structure. D'autre part, la prise en compte de la contribution de la zone tendue du béton, en phase fissurée, dans la raideur globale de l'ensemble de l'élément en béton armé est une façon de décrire plus précisément le comportement réel des structures en béton armé et d'augmenter la robustesse et les capacités des méthodes de calcul.

La fissuration du béton sollicité en traction est un phénomène complexe qui conduit à une réduction progressive de la rigidité de l'élément de structure en béton armé. La réduction de la rigidité est généralement une combinaison entre la fissuration du béton tendu et la perte locale de la liaison (adhérence) entre la barre d'acier et le béton dans une section entièrement fissurée. Il est donc primordial de modéliser et de prédire avec précision cette perte de rigidité pour une conception appropriée des applications structurales.

L'analyse non-linéaire par éléments finis constitue un outil numérique de pointe pour l'analyse des éléments en béton armé. Elle permet de reproduire le comportement fragile du béton après fissuration et constitue dans certains cas la seule alternative aux essais expérimentaux pour la prédiction précise du comportement des structures en béton.

• PROBLEMATIQUE

Habituellement, il existe deux principales approches de modélisation:

1. l'élément en béton et l'armature en acier sont modélisés séparément en utilisant des éléments finis solides 3D utilisant différentes lois de comportement (pour le béton et l'acier), en représentant la relation d'interaction entre le béton et l'acier.
2. ou l'élément en béton est modélisé en utilisant des éléments finis solides 3D tandis que l'armature en acier est modélisée en utilisant des éléments de barres (treillis), et dans ce cas, l'adhérence entre le béton et l'armature en acier est considérée comme étant parfaite.

Même si la première stratégie est plus complexe et plus coûteuse, son principal avantage par rapport à la deuxième est la prédiction du glissement relatif entre le béton et le ferrailage. Ceci dit, dans les deux stratégies, le modèle élasto-plastique

endommageable (CDP), disponible dans le logiciel Abaqus, est largement utilisé pour prédire le comportement du béton en compression et en traction, incluant les endommagements à la compression et à la traction. Quant aux renforcements, ils sont généralement représentés par un modèle élasto-plastique isotrope.

Ces approches de modélisation sont généralement satisfaisantes et pratiques lorsqu'il s'agit d'éléments structurels individuels relativement simples (poutres, colonnes). Cependant, dans le cas de structures en béton (portiques à plusieurs étages, murs de cisaillement, etc.) et à ferrailage dense, l'effort de calcul serait énorme en raison de la modélisation détaillée explicite des armatures en acier ainsi que des phénomènes de dégradation locale (fissuration progressive de béton, glissement relatif entre le béton et l'acier). On peut donc conclure que l'effort de calcul est un point clé pour les ingénieurs dans le choix de l'approche de modélisation à adopter.

- **OBJECTIF DE LA THESE**

L'objectif principal de cette thèse est de développer un modèle prédictif rapide et simplifié pour simuler le comportement global des structures en béton armé sans nécessité de représenter explicitement les barres d'armatures dans le modèle ni les dégradations progressives du béton en traction.

Afin d'y parvenir, nous avons utilisé une loi de comportement moyen fictif du béton armé tendu. En considérant l'équilibre des forces dans une section droite d'un tirant en béton armé, la loi d'adhérence – glissement acier/béton peut être utilisée pour établir les équations gouvernant le glissement entre les armatures du tirant et le béton. Ainsi, on peut calculer les allongements relatifs moyens de l'acier et du béton entre deux fissures successives. L'objectif étant de déduire la loi de comportement moyen fictif de l'acier et du béton en traction pendant la phase de fissuration en fonction des propriétés mécaniques des deux matériaux et du pourcentage d'armatures considéré.

Le modèle développé est ensuite implémenté dans le code d'éléments finis Abaqus pour simuler quelques exemples comprenant des charges de traction et de flexion en statique.

- **ORGANISATION DE LA THESE**

Cette thèse est réalisée en différentes étapes pour atteindre les objectifs (Fig.1).

Dans un premier temps, une recherche bibliographique est menée sur la caractérisation du matériau béton armé ainsi que les différentes lois et approches de modélisations numériques qui s'offrent dans notre contexte d'étude. A partir de là, il en ressort la problématique de la représentation explicite des armatures dans le béton; d'où la motivation de développer la loi fictive du tirant en béton armé.

Cette loi est donc développée dans le deuxième chapitre. Un modèle analytique de calcul est alors implémenté dans le langage de programmation Matlab, afin de confronter la loi de comportement fictive aux résultats expérimentaux d'Espion.

Ensuite, dans le troisième chapitre, une modélisation par éléments finis est effectuée moyennant le code de calcul Abaqus et introduisant le modèle du tirant fictif. L'objectif de ce chapitre 3 est la validation et l'évaluation du modèle développé sur la performance globale des éléments structuraux. Certaines comparaisons sont faites par rapport à des travaux expérimentaux tirés de la littérature. Un travail de laboratoire est cependant effectué pour la simulation des poutres en béton armé (essai flexion 4 points). Trois poutres sont alors confectionnées et testées, jusqu'à rupture. Les Réponse charge-déplacement des différents éléments modélisés sont comparées et validées.

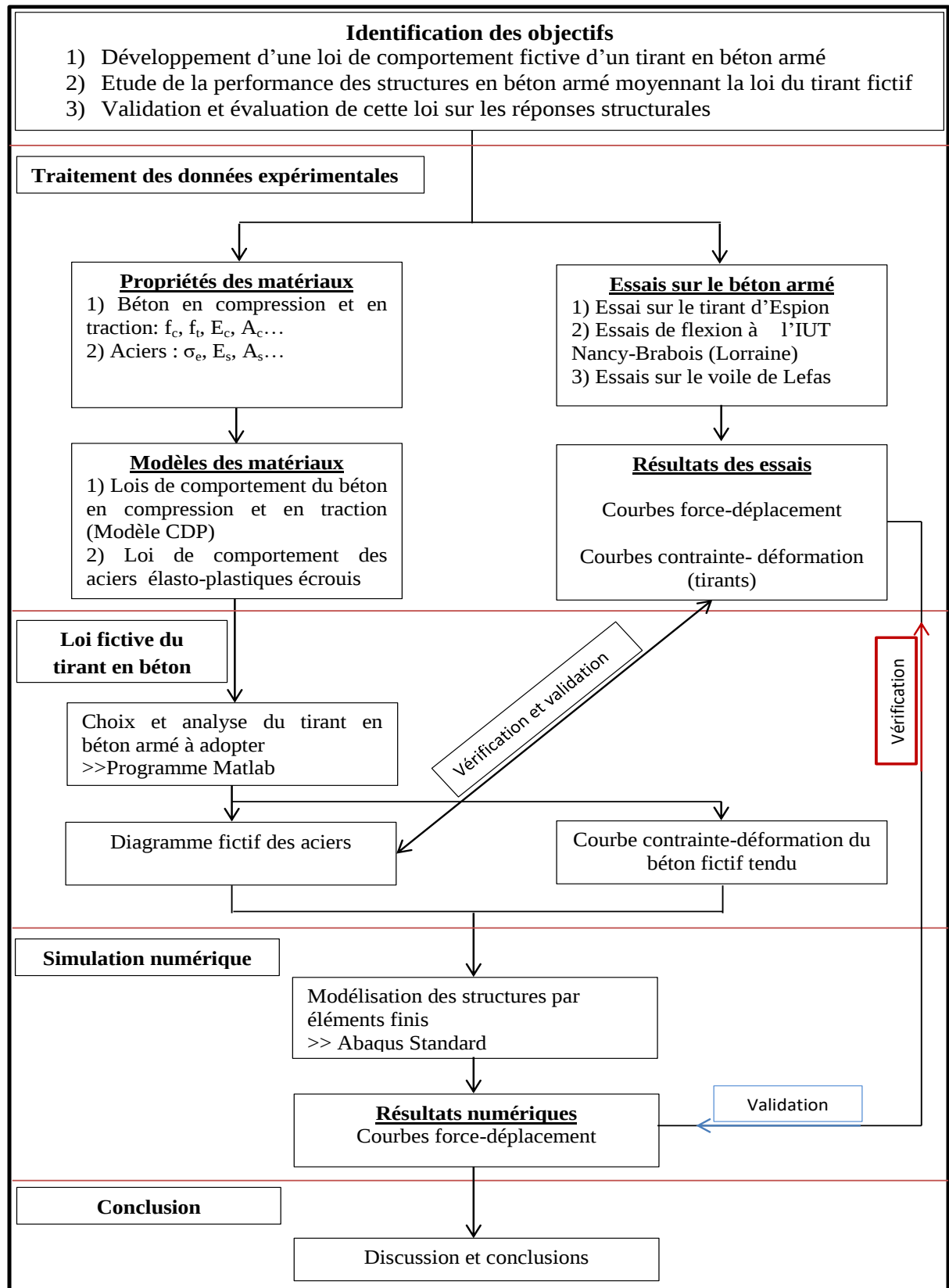


Fig.1 : Résumé du principe et de la méthodologie adaptée dans la thèse

ETAT DE L'ART « QUELQUES APPROCHES SUR LA **MODELISATION DU BETON ARME**

1. Comportement phénoménologique du béton	23
1.1. Sollicitations en compression uni-axiale	23
1.2. Sollicitations en traction uni-axiale	24
1.3. Sollicitations bi-axiales du béton	25
1.4. Classification selon échelle	27
1.5. Modélisation de la fissuration	28
2. Théories de modélisation structurelle du béton armé	29
2.1. Théorie élasto-plastique endommageable du béton.....	31
2.2. Modélisation du comportement des aciers.....	34
3. Les différentes approches de modélisation du béton armé.....	37
3.1. Modélisation par éléments de treillis.....	39
3.2. Modélisation par éléments solides	40
4. Interface acier-béton	41
4.1. Comportement phénoménologique de la liaison	42
4.2. Modélisation de la liaison acier-béton	45
5. Conclusion	47

D'une manière générale, un élément structural en béton armé est un système complexe fait de plusieurs composantes (béton, acier, interface) dont les comportements mécaniques sont très différents.

Si l'acier est considéré comme étant un matériau homogène du fait de ses propriétés mécaniques; le béton reste un matériau fort complexe à comportement mécanique hautement non linéaire. Les non-linéarités les plus connues de ce matériau sont la fissuration en traction et l'écrasement en compression facilement identifiables sur des spécimens soumis à des sollicitations uni-axiales. Aussi, par sa nature et sa formulation, le béton est un matériau hétérogène, c'est un mélange de granulats de tailles différentes, de liant et d'air. On le considère néanmoins homogène, afin de faciliter la conception et l'analyse des structures. De plus, sa mauvaise résistance à la traction, fait que le béton est rarement utilisé seul. Les armatures qui y sont associées sont des éléments discrets et linéaires, ce qui accentue encore l'hétérogénéité du matériau béton armé. Les interactions entre les deux matériaux ; béton et acier, sont tenues en compte via des lois d'adhérence acier-béton.

Devant une telle situation et pour une bonne représentation, ces multiples interactions requièrent souvent l'utilisation des modèles de calcul assez complexes.

1. Comportement phénoménologique du béton

Le matériau béton est intrinsèquement hétérogène, sa solidification passe par des processus chimiques et thermiques compliqués et possède par conséquent des propriétés difficiles à appréhender et à prendre en considération dans la modélisation de son comportement.

Dans cette thèse, l'échelle des structures de l'étude mène à la considération usuelle d'un béton homogène. En effet, malgré cette forte hétérogénéité, le béton peut être considéré comme un matériau homogène et continu si l'échelle d'observation est suffisamment grande, ce qui sera le contexte des études numériques réalisées.

Il est donc nécessaire de s'intéresser aux caractéristiques prédominantes du béton de manière générale afin de représenter au mieux la réponse macroscopique de ce matériau à la microstructure complexe.

1.1. Sollicitations en compression uni-axiale

La résistance du béton à la compression est le facteur primordial qui donne une image globale sur la qualité du béton. Elle est la propriété fondamentale et l'élément clé souvent employé lors de la conception des structures en béton.

Ainsi, le béton est défini par sa résistance à la compression. Cette résistance se mesure généralement par des essais de compression simple, uni-axiale, sur des éprouvettes cylindriques normalisées dites « 16-32 ».

Le comportement du béton en compression, se traduit principalement par une relation contrainte-déformation non linéaire, celle-ci présente une certaine pseudo-ductilité reliée à la microfissuration du matériau. En effet, lorsque le béton est soumis à des contraintes supérieures à 30% de sa résistance en compression, la microfissuration s'initie et tend à se propager parallèlement au chargement lors de son augmentation [1]. La relation contrainte-déformation tend alors à se courber graduellement, traduisant une perte de rigidité, jusqu'à une augmentation plus rapide des déformations au-delà d'une contrainte de 70 à 80% de la résistance en compression qui mène à la rupture par fissuration parallèle à l'axe de

chargement. La figure (Fig I.1) illustre la relation contrainte-déformation (σ - ϵ) du béton en compression.

Une certaine résistance subsiste après la rupture et se traduit par une branche descendante dont l'allure dépend des conditions et procédures de l'essai, jusqu'à la déformation ultime du matériau, généralement admise à 0.0035. Cette valeur n'est en réalité pas constante, elle tend à diminuer avec l'augmentation de la résistance ultime.

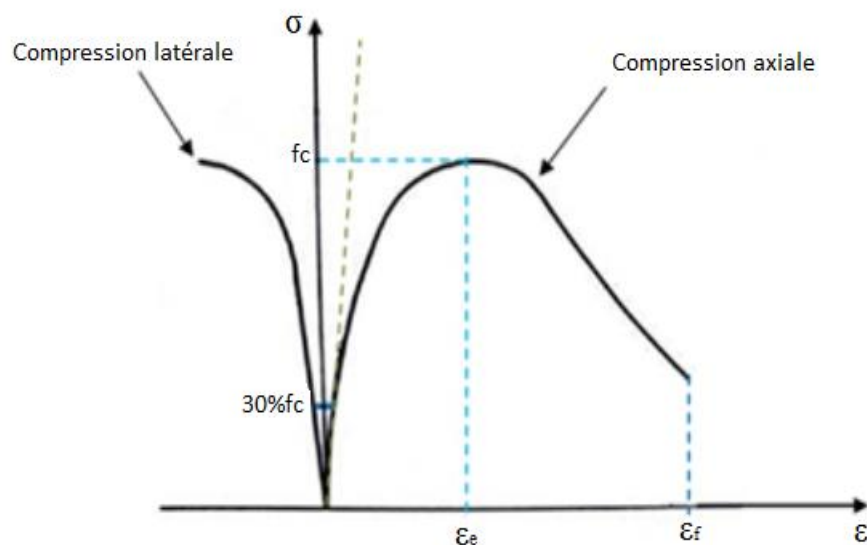


Fig I.1 : Comportement du béton en compression simple [2]

1.2. Sollicitations en traction uni-axiale

Afin de définir complètement le comportement du béton, il est nécessaire de connaître aussi sa résistance à la traction, la résistance mécanique du béton ordinaire en traction reste inférieure au 1/10 de celle en compression.

Le comportement réel d'un élément soumis à la traction directe est très complexe alors plusieurs recherches ont été réalisées afin d'étudier les différents phénomènes (élasticité, plasticité, fragilité, endommagement,..) selon les conditions de chargement (mono-axiale, bi-axiale, triaxiale, température..).

Dans le cas d'un chargement uni-axial en traction (Fig I.2), le comportement du béton se distingue en trois phases principales.

Dans un premier temps, le béton se déforme élastiquement jusqu'à environ 75% de sa résistance limite de traction.

Puis des micro-fissures s'initient à se développer dans la région qui précède la résistance au pic, ceci est dû entre autre à la décohésion entre la pâte de ciment et les granulats. Une perte de raideur pré-pic est alors associée à ce comportement non-linéaire.

Au pic, les microfissures se coalisent et se localisent pour former des macro-fissures. Au post-pic, on observe alors une perte de rigidité structurale liée à la propagation des macro-fissures jusqu'à rupture du spécimen.

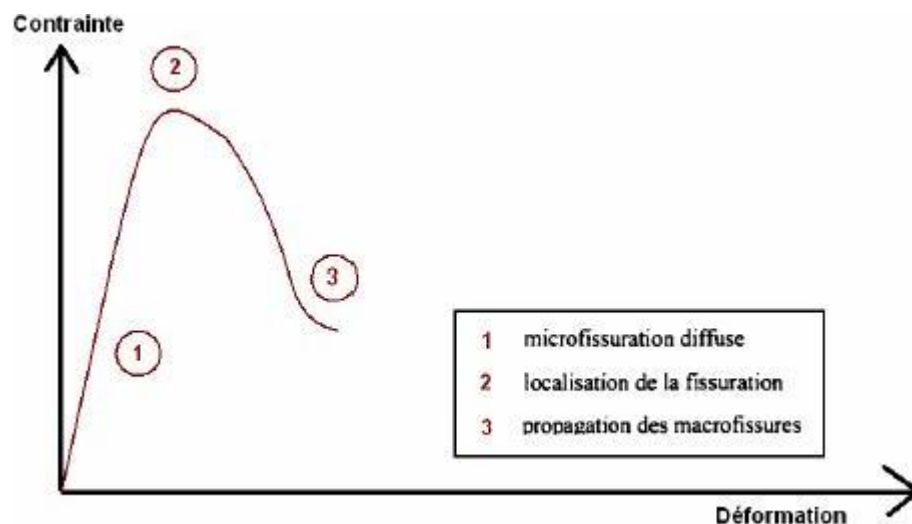


Fig I.2 : Comportement du béton en traction simple [2]

D'une manière générale, le comportement post-élastique du béton en compression s'avère être beaucoup plus ductile que celui en traction et il est d'usage de considérer le béton comme un matériau quasi-fragile en traction et ductile en compression.

1.3. Sollicitations bi-axiales du béton

La dissymétrie entre le comportement en traction et celui en compression est bien observée sur la Figure (Fig I.3).

Kupfer et al. [3], ont étudié le comportement du béton soumis à des contraintes bi-axiales et ils ont ainsi établi des relations entre les contraintes et les déformations en compression et en traction bi-axiales ainsi qu'en traction et compression combinées.

De plus, des enveloppes à la limite d'élasticité et à la rupture ont été établies pour un béton ordinaire sous sollicitations bi-axiales.

Ces résultats ont été d'une grande utilité dans l'élaboration des lois de comportement des codes de calcul par éléments finis usuels.

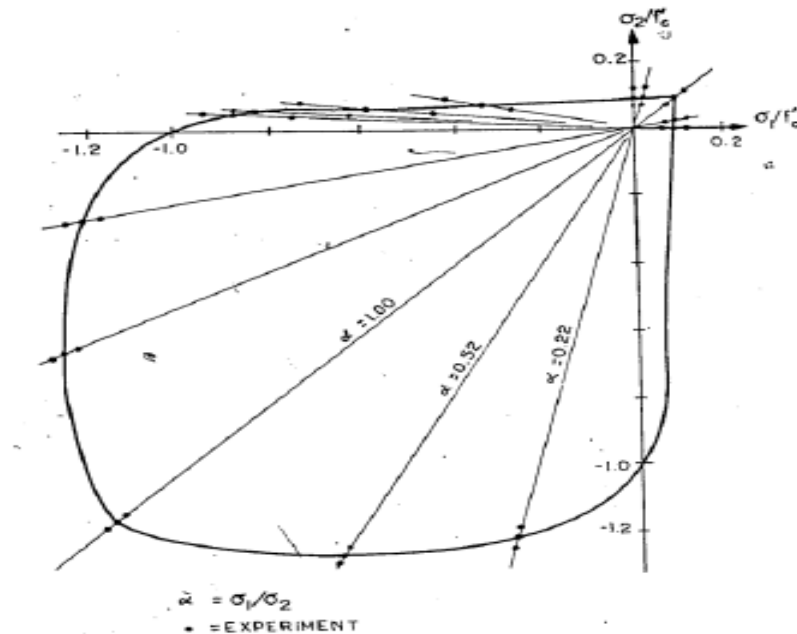


Fig I.3 : Comportement d'un béton ordinaire soumis à des sollicitations bi-axiales [3]

La recherche expérimentale a continué d'évoluer afin d'identifier et de caractériser les différents aspects liés au comportement mécanique complexe de ce matériau. Parallèlement, plusieurs modèles numériques ont été développés afin de modéliser certains de ces aspects, dépendamment du champ d'application. La classification de ces modèles constitutifs peut se faire selon *l'échelle* considérée, la *modélisation de la fissuration* et la *théorie* utilisée.

1.4. Classification selon échelle

Plusieurs échelles peuvent être considérées dans la modélisation du béton. Le béton peut être modélisé à l'échelle micro, méso ou macro (Fig I.4).

À l'échelle micro, les particules constitutives de la pâte de ciment sont considérées. L'interaction entre ces particules et l'eau joue un rôle important à cette échelle, et permet par exemple la considération des effets de retrait et de fluage.

À l'échelle méso (10^{-2} à 10^{-3} m), le matériau n'est pas homogène. Les granulats, la matrice de ciment et les zones d'interface matrice-granat sont considérés dans le modèle.

L'échelle macro est l'échelle la plus globale dans laquelle le matériau est considéré continu homogène avec des propriétés moyennes équivalentes.

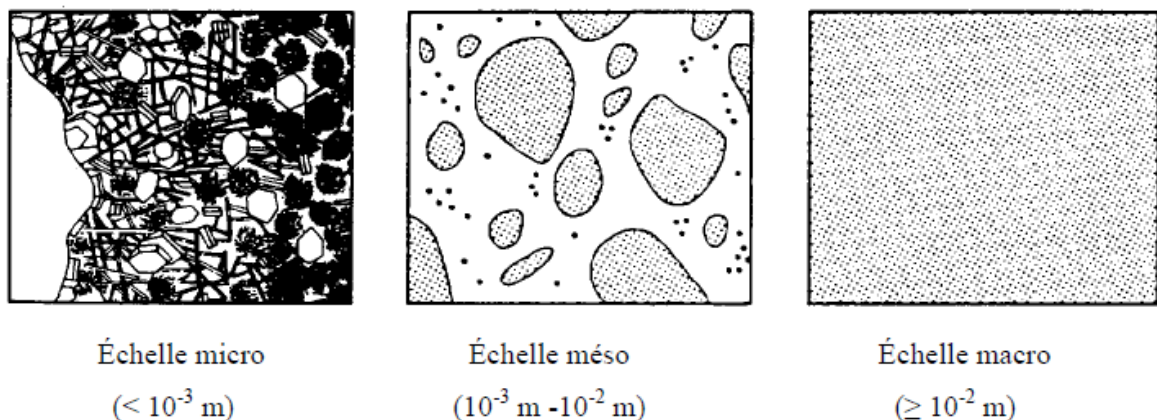


Fig I.4: Approche multi-échelles [4]

Il est évident qu'à chacune de ces échelles, différents types de paramètres d'entrée sont considérés. L'élément du modèle qui est considéré homogène avec des propriétés mécaniques continues isotropes à une échelle donnée, devient hétérogène à une échelle plus petite et ses propriétés mécaniques perdent leur sens.

Le passage vers une échelle plus grosse diminue considérablement le temps de calcul puisque moins d'éléments sont nécessaires pour la discrétisation de la structure, et moins d'analyses sont requises à cause de l'homogénéisation faite des propriétés des éléments. Toutefois, ce passage se fait en général au prix d'hypothèses simplificatrices pouvant induire

l'exclusion d'un aspect donné. Ceci est l'exemple de l'effet d'échelle en traction, qui est généralement ignoré dans les modèles macro de béton.

1.5. Modélisation de la fissuration

La modélisation de la fissuration peut se faire d'une manière discrète (discrete crack) en modélisant explicitement la séparation due à la fissure ou diffuse (smeared crack), en gardant le maillage original et modifiant la loi de comportement de l'élément affecté par la fissure.

Dans le modèle de fissuration diffuse, la fissuration est modélisée par un changement de la loi constitutive dans l'élément où l'initiation est détectée. En réduisant la rigidité dans la direction normale au plan de la fissuration, la loi de comportement devient orthotrope et est toujours exprimée en termes de contrainte-déformation diffusée sur la hauteur de l'élément. Ce type de modélisation s'apparente bien avec la notion de milieu homogène admise dans les modèles macro.

Le modèle de fissuration discrète de Hillerborg connu sous le nom de modèle à fissuration fictive (fictitious crack model [5]) et son équivalent en fissuration diffuse de Bazant, connu sous le nom de modèle de fissuration par bande (crack band model [6]). Grâce à leur simplicité, ces deux modèles ont connu beaucoup de succès et ont donné des résultats considérés assez précis du point de vue de l'ingénieur.

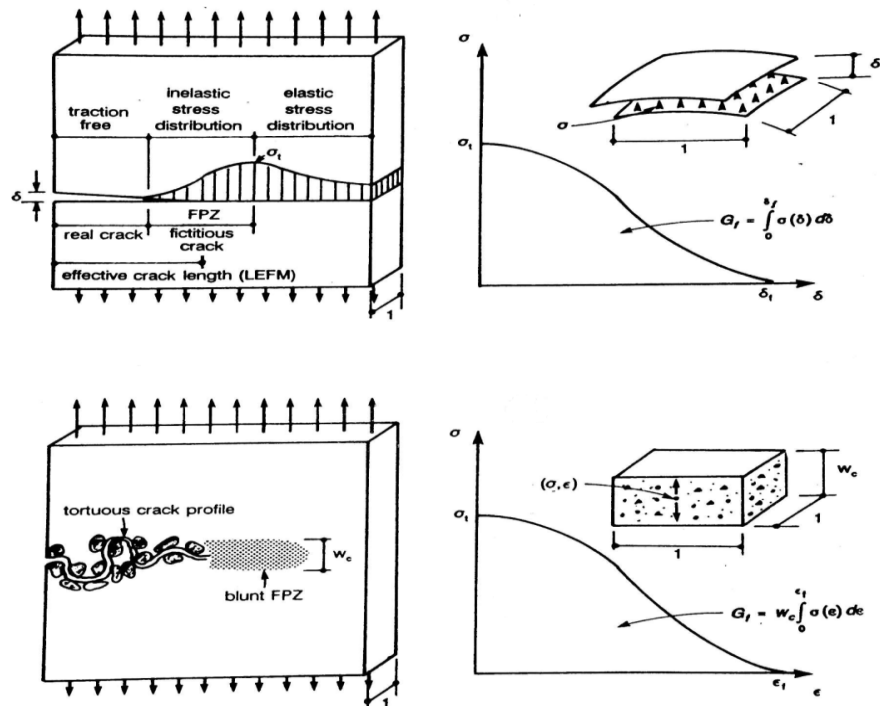


Fig I.5: Prise en compte de la zone d'élaboration de fissure [7]
(a) modèle à fissuration fictive; (b) modèle de fissuration par bande

2. Théories de modélisation structurale du béton armé

Plusieurs recherches expérimentales contribuent à mieux comprendre le comportement mécanique de ce matériau. Si l'on considère un échantillon de béton sous chargement monotone croissant, par exemple en traction simple, on observe d'abord une microfissuration qui se propage dans toutes les directions. La continuité de ces microfissures engendre l'amorce et la propagation d'une macrofissure perpendiculaire à la direction de la contrainte principale majeure avant la rupture. Pendant cette phase, le béton présente un comportement adoucissant et anisotrope.

Face à la complexité du comportement du béton (hétérogénéité, aspect multiphasique, fissuration, anisotropie, unilatéralité avec déformation permanente...) plusieurs modèles mécaniques ont été proposés. On peut citer:

- Les modèles de la fissuration distribuée,
- Les modèles microscopiques,
- Les modèles de plasticité

- Les modèles locaux, non locaux,
- Les modèles d'endommagement...

Une liste non exhaustive des modèles usuellement utilisés pour le matériau béton est présentée dans le tableau I.1

Tableau I.1: Quelques modèles existants pour le béton

Classe	Modèle	Description	Remarques
Modèles de fissuration	Mécanique linéaire de la rupture [8]	Etat de contraintes à la pointe de la fissure	Applicable pour décrire la propagation de la fissure au niveau local
	Mécanique non-linéaire de la rupture [9,10]	Etat de contraintes à la pointe de la fissure avec la zone plastifiée	Applicable pour décrire la propagation de la fissure au niveau local
	Modèle de fissure discrète[11,12]	La fissure est simulée par une discontinuité de déplacement	Modèle très dépendant du maillage. A éviter pour les chargements complexes
	Modèle de fissure diffuse [13]	Modélisation des discontinuité géométriques dans le béton par des zones diffuses de l'apparition des fissures	Moins dépendant du maillage mais difficile à coupler avec les autres non-linéarité
Modèles élasto-plastiques	Modèle de Reynouard [14]	Comportement élastique jusqu'à la rupture en traction et élastoplastique écrouissable associé en compression	Ne prend pas en compte l'endommagement. Pas de phase adoucissante en traction
	Modèle de Frantzeskakis [15]	Le béton est élastique-fragile en traction et élastoplastique écrouissable en compression	Ne prend pas en compte l'endommagement. Pas de phase adoucissante en traction
	Modèle de Lubliner, Olivier et al [16]	Modèle élastoplastique associé avec l'énergie de rupture	Ne tient pas en compte de l'endommagement
Modèles d'endommagement	Modèle de Mazars [17, 18]	Critère de déformations équivalentes, isotropie de l'endommagement	Ne tient pas en compte des déformations permanentes. Limite son application à des chargements proportionnels
	Modèle de La Borderie [19]	Isotrope, 2 modes indépendants d'endommagement, considération de l'effet unilatéral, anélastique	le tenseur de déformation anélastique reste toujours sphérique
	Modèle de Lubliner, Olivier et al [20]	Isotrope, plasticité associée à l'endommagement, énergie de la rupture	Modèle développé dans le cadre de cette thèse
	Modèle de Simo et al [21]	Utilisation de plusieurs seuils actives ou non avec l'hypothèse de dissipation maximale	Pas de prise en compte de l'effet anélastique
	Modèle de Ramtani [22]	Anisotropie, trois surfaces d'endommagement en déformations. Effet unilatéral, anélastique	La matrice de rigidité n'est pas toujours symétrique

Dans chacune de ces catégories, on peut trouver les théories basées sur l'élasticité non-linéaire « Fixed, Rotating crack models » (exemple: Kostovos 1980[23], Bathe et Ramaswamy 1979[24], Elwi et Murray 1979[25]), les théories basées sur la plasticité associative ou non associative (Han et Chen 1985[26], Feenstra and de Borst 1995[27]), la théorie endochronique (Bazant et Bhat 1976[28]) ou la théorie plastique-endommageable (Dougill et al. 1977[29], Lubliner et al. 1989[30], Lee et Fenves 1998[31]). C'est d'ailleurs sur cette dernière théorie que repose le modèle CDP (Concrete Damaged Plasticity) utilisé lors de la simulation numérique. Dans ce qui suit, nous nous intéressons en particulier à cette théorie.

2.1. Théorie élasto-plastique endommageable du béton

Deux phénomènes principaux caractérisent le modèle plastique endommageable du béton: la diminution de la raideur élastique lors du déchargement et le développement de déformations irréversibles.

D'une part, un modèle d'endommagement isotrope reproduit la diminution de rigidité élastique avec une pente de déchargement passant toujours par l'origine (Fig I.6-a) qui implique une surévaluation de la valeur d'endommagement par rapport à l'expérience.

D'autre part, les modèles plastiques prennent en compte les phénomènes irréversibles. Néanmoins, la plasticité n'est pas capable de reproduire la diminution de raideur caractéristique de la formation d'une microfissuration et la pente de déchargement est toujours élastique (Fig I.6-b), contrairement à l'expérience.

Alors, la combinaison de la plasticité et de l'endommagement peut apporter une réponse aux limitations des deux formulations en alliant leurs avantages. La perte de rigidité est toujours associée au développement d'un endommagement et la plasticité reproduit les déformations irréversibles. La pente de déchargement (et donc la valeur d'endommagement) peut être calée sur des résultats expérimentaux (Fig I.6-c).

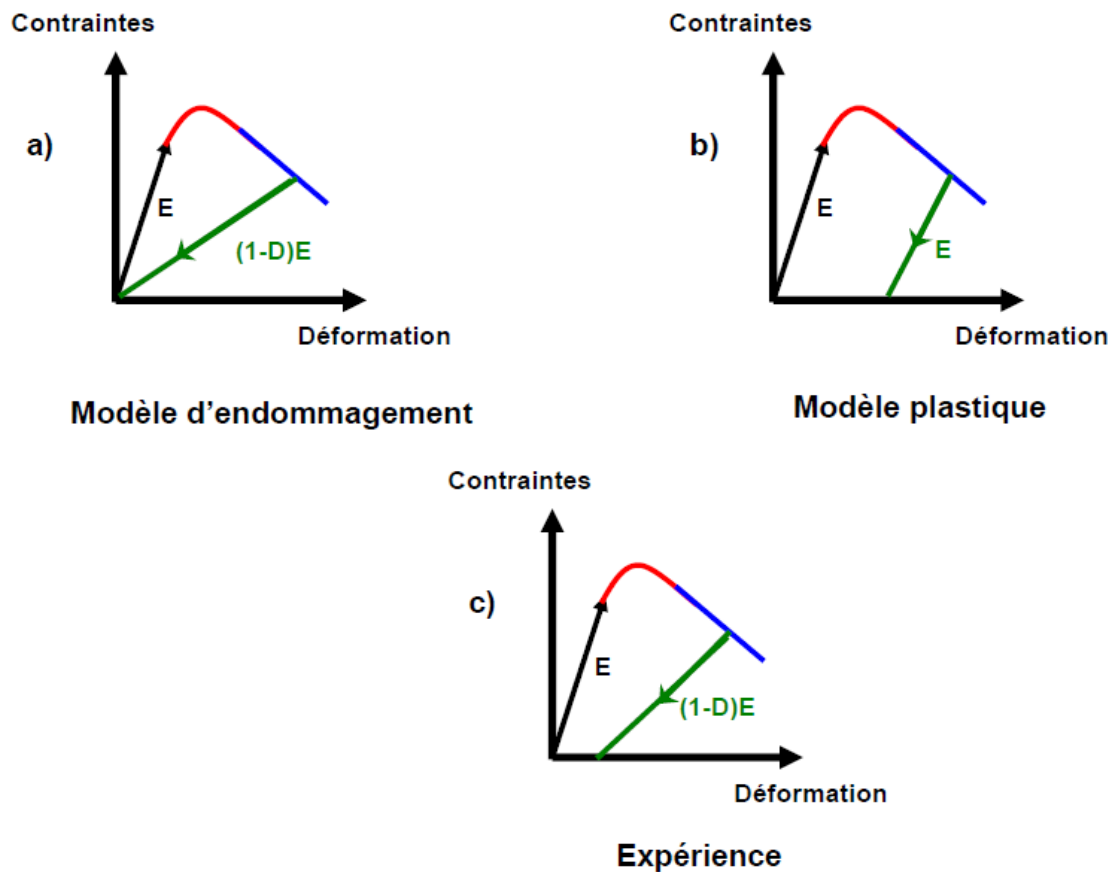


Fig I.6: Pente de décharge dans le cas uniaxial. a) Endommagement, b) plasticité et c) expérience.

Dans la littérature, il existe plusieurs approches pour combiner la plasticité à l'endommagement dans une seule et même relation constitutive. Le couplage entre la plasticité et l'endommagement a initialement été proposé pour les métaux dans les modèles dit de "rupture ductile" (voir, par exemple, Lemaitre et Chaboche [32]). Cette approche considère que l'évolution de l'endommagement est pilotée par le développement des déformations. Krätzig et Pölling [33] et Meschke et Lackner [34] ont utilisé cette approche pour modéliser le comportement du béton en compression. Cette solution n'est pas appropriée pour les tests en traction simple où l'endommagement est plus important que la plasticité. Du point de vue phénoménologique, les déformations irréversibles dans le béton sont considérées comme le résultat du glissement des microfissures et de la friction interne. Si tel est le cas, l'endommagement doit avoir lieu avant le développement de la plasticité.

La deuxième possibilité est d'utiliser le concept de la contrainte effective. La surface seuil n'est plus exprimée en termes de contraintes totales, mais devient une fonction des contraintes effectives (contraintes dans le matériau non endommagé) [35, 36, 37,31]. Dans cette solution, l'endommagement peut être piloté en fonction de la déformation élastique ([37], Jason et al. [38], Hansen et Phoenix [39]) ou de la déformation plastique [40, 41, 42] ou encore de la déformation totale [43], [44].

La dernière approche suppose un couplage dit fort car c'est la contrainte totale qui apparaît dans l'expression de la surface seuil, qui devient alors couplée à l'endommagement.

Il est à noter qu'il existe aussi d'autres modèles qui intègrent dans leur formulation un terme de déformation irréversible lié aux variables d'endommagement, sans pour autant introduire de variables supplémentaires. C'est par exemple le cas du modèle de La Borderie [19] et celui de Halm et Dragon [45].

Du point de vue numérique, l'implantation du modèle couplé dans un code d'éléments finis est plus facile à mettre en œuvre si l'approche en contrainte effective est utilisée, car ce choix permet de séparer simplement l'endommagement et la plasticité. Dans ce cas, la contrainte effective $\tilde{\sigma}$ doit vérifier les équations de plasticité, c'est-à-dire :

$$F(\tilde{\sigma}, k) \leq 0$$

Avec F : la surface seuil plastique et k : le vecteur des variables internes associées.

Puis l'endommagement est fonction de la déformation élastique, plastique ou totale selon le cas considéré. Finalement, la contrainte appliquée est calculée à partir de la relation suivante :

$$\sigma = (1 - D)\tilde{\sigma}$$

Le modèle CDP est issu des travaux de Lubliner et al. [46] ainsi que de Lee et Fenves [47]. Il utilise la théorie plastique-endommageable avec une règle d'écoulement non associative. Il permet la modélisation de la dégradation ou de récupération de la rigidité lors des cycles de chargement déchargement. Ce modèle offre la possibilité de modéliser le béton armé avec raidissement en traction ou non armé en utilisant la notion d'énergie de fissuration G_f .

Les mécanismes de rupture de ce modèle sont donc l'écrasement en compression et la fissuration en traction. Les lois constitutives de ce modèle seront détaillées dans le chapitre 3.

2.2. Modélisation du comportement des aciers

Contrairement au béton, le comportement des barres d'acier est quasi identique en traction qu'en compression.

On considère l'acier travaillant uniquement en traction dans le béton armé. On fait l'hypothèse que l'acier dans les zones de béton comprimé n'intervient pas dans la résistance du béton armé. On peut distinguer plusieurs phases dans ce comportement:

- Une première phase, élastique où les déformations sont réversibles et proportionnelles à la sollicitation à laquelle est soumis l'élément en acier. Dans cette phase ce matériau suit la loi de Hooke.

- La seconde phase, l'écrouissage, est une phase plastique. Des déformations irréversibles apparaissent. Si on procède à une décharge puis qu'on sollicite à nouveau l'élément, sa limite élastique sera au maximum atteinte avant la décharge.

- Une phase de striction. Une diminution de la section à un endroit donné et un allongement de l'élément s'opèrent.

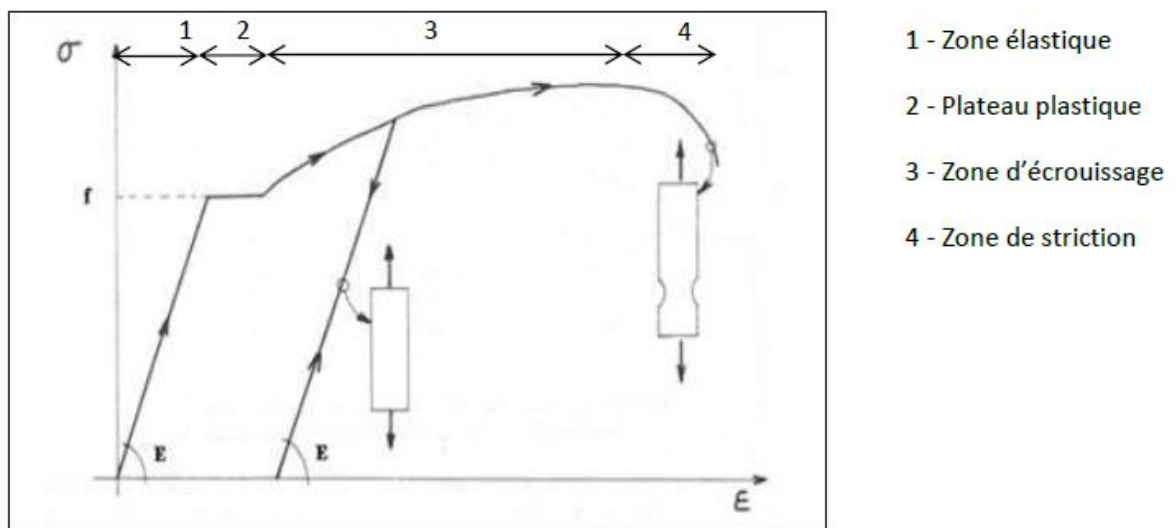


Fig I.7: Comportement des aciers sous chargement uni-axial

Le modèle numérique qu'on va utiliser lors de la simulation est celui intégré dans le logiciel de calcul ABAQUS, il s'agit d'un **modèle élasto-plastique à écrouissage isotrope linéaire** (Fig I.8). Le coefficient de dilatation dans le cas de l'écrouissage linéaire est défini par le module tangent E_T .

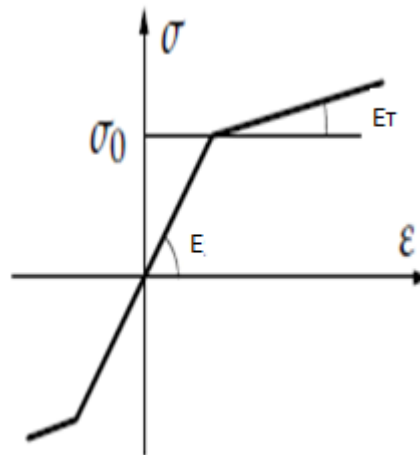


Fig I.8: Modèle élasto-plastique à écrouissage isotrope

Le comportement élastoplastique est caractérisé par :

- L'existence d'un domaine d'élasticité : le comportement du matériau est élastique linéaire tant que les contraintes n'atteignent pas un seuil appelé limite d'élasticité.
- La limite d'élasticité peut être atteinte, mais en aucun cas dépassée. Quand elle est atteinte, des déformations plastiques (non compatibles) sont susceptibles d'apparaître ou d'évoluer sous l'effet d'évolutions ultérieures du chargement.
- La création ou l'évolution des déformations plastiques s'accompagne d'énergie dissipée en chaleur, et le comportement est irréversible (par exemple un cycle charge-décharge hors du domaine d'élasticité produit un état final présentant des déformations et des contraintes résiduelles).

L'expérience montre qu'un grand nombre de matériaux solides présentent un comportement élastique (et donc en particulier réversible, l'échantillon revenant à son état initial après un cycle charge-décharge) tant que les sollicitations qu'ils subissent sont suffisamment faibles.

Cette constatation est modélisée par la notion de limite d'élasticité. Par exemple, en traction-compression simple dans la direction x , on observera un comportement élastique linéaire de la forme $\sigma_{xx} = E \varepsilon_{xx}$ (E étant le module de Young) tant que $|\sigma_{xx}| - R \leq 0$, R étant donc la limite d'élasticité en traction-compression.

La généralisation de cette notion est formulée en termes de la définition d'un **domaine d'élasticité** dans l'espace des contraintes, décrit à l'aide d'un critère $f(\underline{\sigma})$ de sorte que :

- Le domaine d'élasticité est l'ensemble des contraintes telles que $f(\underline{\sigma}) < 0$.

De plus, pour les matériaux à comportement élastoplastique, le critère $f(\underline{\sigma})$ est un seuil :

- Tout état de contrainte dans le matériau est tel que $f(\underline{\sigma}) \leq 0$.

La variété définie, dans l'espace de dimension 6 des tenseurs de contraintes, par l'équation $f(\underline{\sigma}) = 0$ est appelée surface seuil.

Pour décrire la **plasticité** des métaux, on utilise souvent le critère de **Von Mises**.

Le critère de Von Mises, est l'une des fonctions seuils les plus simples à mettre en œuvre numériquement, il s'applique bien aux aciers de construction. La surface seuil de plasticité associée s'écrit :

$$\sigma^{eq} - R \leq 0 \quad \left\{ \begin{array}{ll} \sigma^{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \|\underline{S}\|} & \text{Contrainte équivalente} \\ \underline{S} = \underline{\sigma} - \underbrace{\frac{1}{3} \text{Tr}(\underline{\sigma}) \underline{1}}_{\text{Terme de pression}} & \text{Déviateur de contraintes} \end{array} \right.$$

$\|\underline{S}\| = \sqrt{\underline{S} : \underline{S}} = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$

Limite d'élasticité

Une fois la limite initiale d'élasticité atteinte, il est possible de poursuivre une augmentation de chargement, le matériau se déforme alors plastiquement. Si l'on opère à partir de ce stade une décharge suivie d'une charge, on met alors expérimentalement en évidence le fait que la surface seuil a varié. Ce phénomène est appelé **écrouissage**. La

variation de la surface seuil sera alors fonction de la déformation plastique créée dans le matériau [48]. L'écrouissage isotrope suppose une dilatation homothétique du domaine d'élasticité par rapport au domaine initial supposé connu.

Pour un essai cyclique, l'hypothèse d'écrouissage isotrope donne une courbe similaire à celle représentée sur la figure (Fig I.9). La limite d'élasticité en compression augmente comme celle de traction. On note que dans ce modèle l'énergie de déformation élastique pouvant être absorbée est de plus en plus importante et toujours identique en traction et compression.

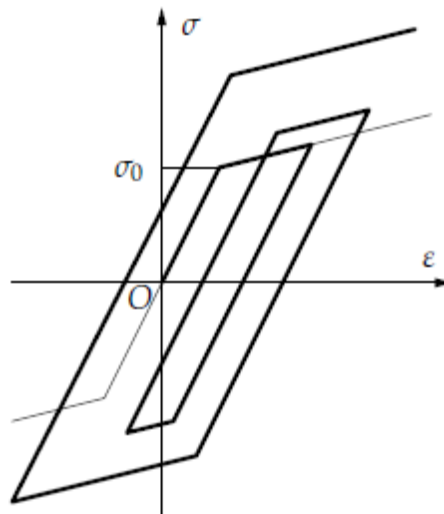


Fig I.9: Hypothèse d'écrouissage isotrope

3. Les différentes approches de modélisation du béton armé

Afin de prédire la réponse des structures en génie civil, différentes méthodes sont utilisées, analytiques ou numériques. Les calculs analytiques statiques avec une géométrie plutôt simple peuvent être considérés comme un processus très familier et facile à mettre en œuvre, surtout tant que le béton n'est pas fissuré. Toutefois, si le «problème» doit être entièrement défini, les sources d'hétérogénéité dans la section transversale, telles que l'effet du renforcement, les non-linéarités matérielles induites par la fissuration du béton et le glissement relatif entre les matériaux constitutifs doivent être pris en compte. Dans de tels cas, le problème n'est plus statiquement déterminé, ni élastique linéaire, donc l'équilibre des sections et les conditions de compatibilité, ainsi que les lois des matériaux constitutifs sont dans le domaine d'analyse non linéaire. En raison de la complexité de la nature du problème, d'autres stratégies de résolution sont généralement choisies.

D'autre part, les difficultés à obtenir une solution prédictive pour des cas structurels complexes, ainsi que le développement d'ordinateurs très puissants et de logiciels d'analyse numérique non linéaire sophistiqués ont favorisé l'application de méthodes numériques.

Entre autres, la méthode des éléments finis est, de nos jours, la procédure numérique la plus largement utilisée. Si elle est appliquée correctement, elle fournit des schémas de solutions rapides et efficaces, d'une précision spécifiée par l'utilisateur, en fonction du cas étudié.

La méthode des éléments finis doit être adaptée aux besoins de l'étude et dépend de plusieurs facteurs, à savoir:

1. L'échelle de la structure (membre unique ou structure entière)
2. La complexité du problème (1D, 2D ou 3D)
3. Les résultats recherchés (caractéristiques à l'échelle globale ou locale)
4. Le niveau de précision
5. Les limites du modèle (non-linéarité matérielle ou géométrique, outils de calcul disponibles)

En général, quand une analyse par éléments finis doit être effectuée, le principal problème auquel l'analyste doit faire face est celui de l'équilibre entre la précision et le coût de calcul. Pour l'analyse globale d'une structure relativement grande, un modèle détaillé serait probablement «coûteux», voire inutile. D'autre part, dans l'examen des éléments structuraux ou des géométries simples, le développement d'un modèle affiné est souvent réalisable et essentiel. Les phénomènes complexes à modéliser peuvent inclure divers types de non-linéarités, provenant soit du comportement du matériau, soit de la géométrie du spécimen, ainsi que des effets d'échelle locale.

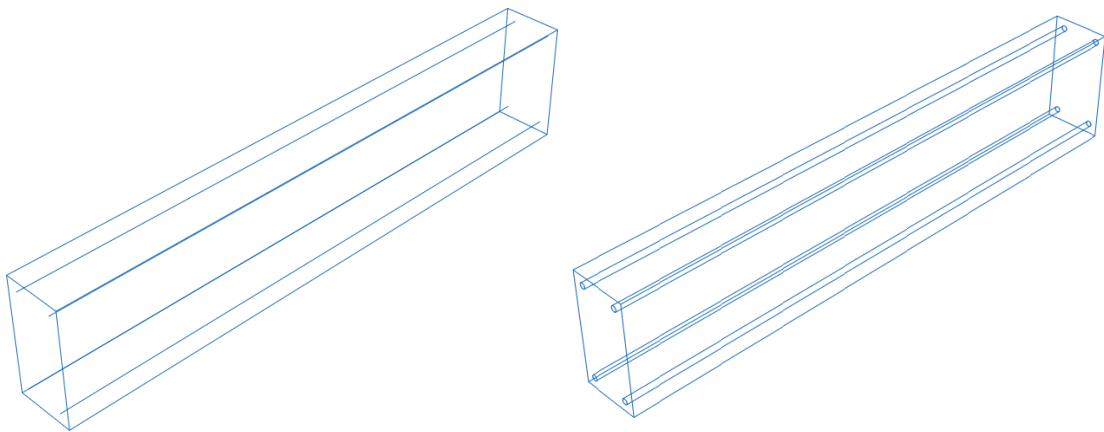
La modélisation de la fissuration dans les structures en béton armé, revient à l'étude des effets des endommagements locaux. Un autre phénomène important, celui du glissement relatif entre le béton et l'acier d'armature, ils forment deux sources principales de non-linéarité dans le matériau composite. Pour que les caractéristiques mentionnées ci-dessus soient observées, des méthodes de calcul avancées doivent être développées. Le terme, avancé, peut représenter des modèles constitutifs plus sophistiqués pour les matériaux, ou pour des éléments spéciaux qui doivent être mis en œuvre en dehors des éléments structurels à partir desquels la partie principale du modèle est constituée.

La modélisation par éléments finis des structures en béton armé dans ABAQUS peut être réalisée en utilisant soit : un élément de poutre de treillis (éléments à deux nœuds) incorporé dans du béton ou des éléments solides (continus) incorporés ou non dans le béton.

Ces techniques sont généralement les plus utilisées puisque ça permet de modéliser séparément les éléments de béton et l'armature correspondante.

Deux types de modélisation possibles d'armature sont alors offerts (Fig I.10) :

- modélisation par éléments de treillis. C'est une représentation discontinue et modélisée par des éléments de type barre reliés avec le milieu continu du béton.
- modélisation par éléments solides. Pour ces éléments, il est nécessaire de modéliser aussi l'interface entre le béton et les armatures.



**Fig I.10: Modélisations possibles des armatures dans ABAQUS:
(a) éléments treillis; (b) éléments solides.**

3.1. Modélisation par éléments de treillis

Les armatures peuvent être incorporées par des éléments de treillis dans les éléments solides "hôtes" avec la technique « embedded elements » dans Abaqus.

Cette technique peut être utilisée pour modéliser un ensemble d'éléments de membrane, de coque ou de surface renforcés par des barres d'armature qui sont intégrés dans un ensemble d'éléments solides (continus) tridimensionnels; un ensemble d'éléments de treillis ou de poutres intégrés dans un ensemble d'éléments solides.

Abaqus recherche les relations géométriques entre les nœuds des éléments incorporés (embedded elements) et les éléments hôtes. Si un nœud d'un élément incorporé se trouve dans un élément hôte, les degrés de liberté de translation sur le nœud sont éliminés et le nœud devient un «nœud incorporé».

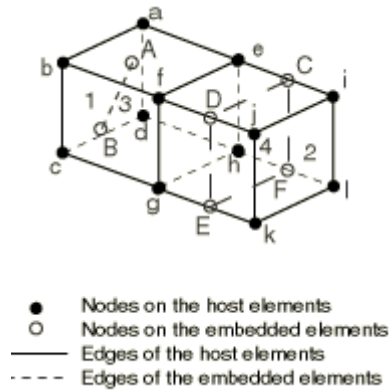


Fig I.11 : Représentation « embedded elements » dans Abaqus [49]

3.2. Modélisation par éléments solides

Cette méthode est plus lourde en calculs que la précédente. Les armatures sont modélisées par des éléments solides. Dans ce cas, les deux matériaux (béton et acier) sont représentés par des éléments solides 3D, mais aussi, il faut définir une loi de comportement (adhérence) entre l'acier et le béton.

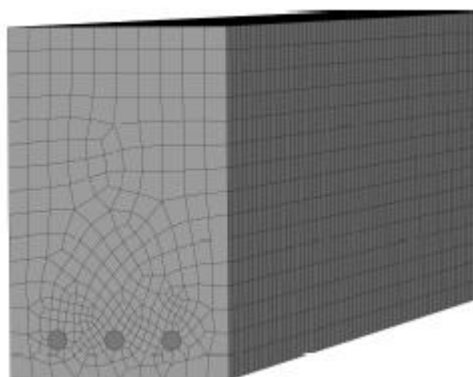


Fig I.12 : Représentation par des éléments solides 3D

Abaqus propose notamment l'introduction d'éléments cohésifs ou des comportements cohésifs en surface dans cette situation où l'intégrité et la résistance des interfaces peuvent être intéressantes. Ce comportement suppose une loi de traction-séparation élastique linéaire

avant l'endommagement, et suppose également que la rupture de la liaison cohésive soit caractérisée par une dégradation progressive de la rigidité cohésive, qui est entraînée par un processus d'endommagement [49].



Fig I.13 : La loi de traction-séparation utilisée pour le modèle élément fini cohésif

4. Interface acier-béton

L'interface acier-béton est la zone de contact entre les deux matériaux. Cette zone se compose du béton autour de la barre d'acier et des nervures de l'acier.

Le comportement de l'interface est représenté par l'adhérence qui est un phénomène complexe, et permettant d'assurer une liaison entre deux surfaces en contact et de transmettre une sollicitation exercée suivant la surface de contact des deux matériaux. Au sens du béton armé, une fois que le béton est soumis à des chargements extérieurs, la mise en charge des armatures est nécessaire pour le fonctionnement normal de la structure. Ainsi, ce rôle est assuré par l'interface ; cette dernière doit permettre une transmission totale des efforts sans glissement des armatures dans la gaine de béton avant sa détérioration. Une fois que la détérioration de l'interface a eu lieu, elle provoque une perte d'adhérence qui entraîne ensuite un changement de comportement de l'acier et du béton. Il est donc nécessaire de connaître le comportement de l'interface lors des calculs des structures.

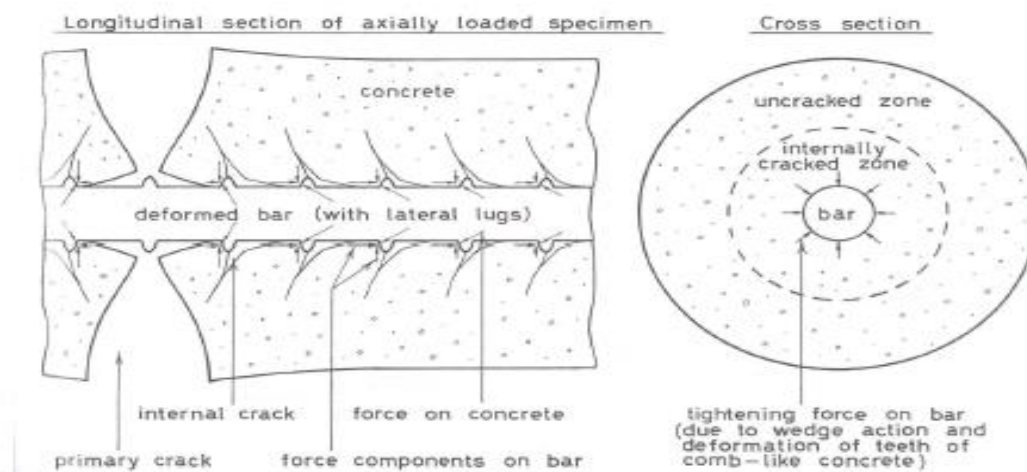


Fig I.14 : Interface entre béton et armatures [50]

4.1. Comportement phénoménologique de la liaison

Le rôle de la liaison consiste principalement à transférer entre l'acier et le béton les contraintes orientées dans l'axe de l'armature, ce qui fait qu'elle est principalement sollicitée en cisaillement.

La grande variété des essais que l'on peut découvrir dans la littérature ne permet pas de réaliser ici un état de l'art exhaustif. Néanmoins, il est possible de résumer les essais à l'échelle de l'interface en une barre d'acier coulée dans un bloc de béton (cylindrique ou prismatique). La variation entre les différents essais provient alors des conditions aux limites appliquées à cette éprouvette de béton armé.

Trois types d'essais se détachent principalement :

- l'essai par arrachement, dit pull-out,
- l'essai par enfoncement, dit push-in,
- et l'essai de double-tirant (Fig I.15).

Ces trois types décrivent la grande majorité des essais que l'on peut trouver dans la littérature. En effet, ils sont faciles à mettre en œuvre et économes en matériaux. Le comportement phénoménologique de l'interface déterminé suite à ces essais est dépendant des conditions aux limites et donc du type d'essai réalisé. Cependant, il correspond pour ces trois essais à une sollicitation en cisaillement de l'interface.

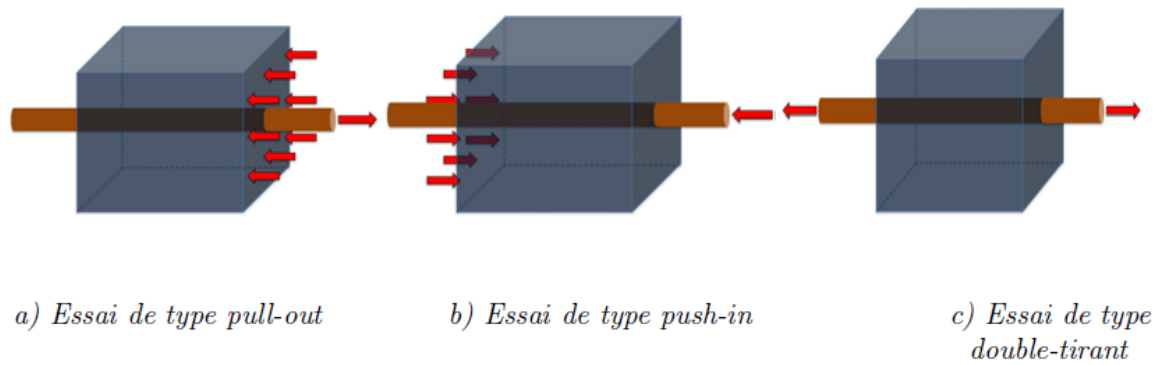


Fig I.15: Différents essais réalisables à l'échelle de l'interface [51]

L'essai de type pull-out étant le plus utilisé parmi les trois essais cités précédemment, la détermination du comportement phénoménologique de la liaison est principalement basée sur cet essai. Sa dégradation suite à une sollicitation de cisaillement et menant à une rupture par glissement d'interface passe par trois phases successives.

Dans un premier temps (Fig I.16), la pente de la courbe à sa naissance est relativement très élevée par rapport au reste de la courbe. En augmentant l'effort d'arrachement de la barre, les nervures de la barre d'acier butent sur le béton et commencent à l'écraser. A ce moment les premières fissures apparaissent et le glissement à ce stade est relativement faible (point A sur la figure I.16).

Dans le cas d'une armature HA, une deuxième phase se met en place. Elle se caractérise par une compaction progressive du béton situé devant les nervures de l'acier. Cet écrasement modifie l'angle de transmission des efforts entre l'acier et le béton : le transfert se fait alors par des bielles de compression positionnées au droit des nervures. Le cisaillement partiel des bielles de béton se traduit par une réduction de la pente entre le point A et B (Fig I.16).

Cette deuxième phase est appelée « première phase de dégradation de la liaison ».

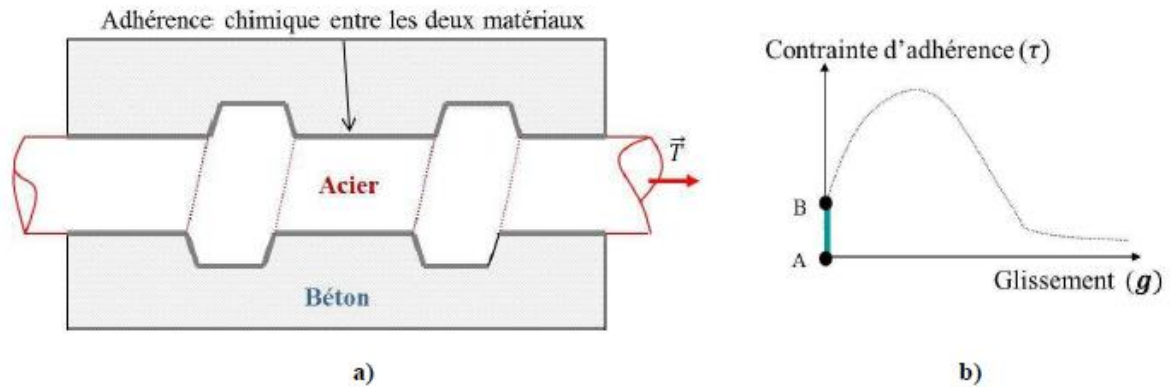


Fig I.16: Comportement de la liaison acier-béton en phase initiale
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée [52]

L'effort augmentant, les bielles de compression ne peuvent plus supporter les contraintes transmises et cèdent en compression (point C). Ce point représentant la contrainte d'adhérence maximum est obtenue si le confinement est suffisant. Une macro-fissure cylindrique se développe le long de la barre d'acier au ras des nervures. On atteint ainsi la branche descendante où la contrainte résiduelle correspond à la friction le long de la zone de béton cisailée, la barre d'acier glisse alors le long de cette macro-fissure avec un frottement important (point D).

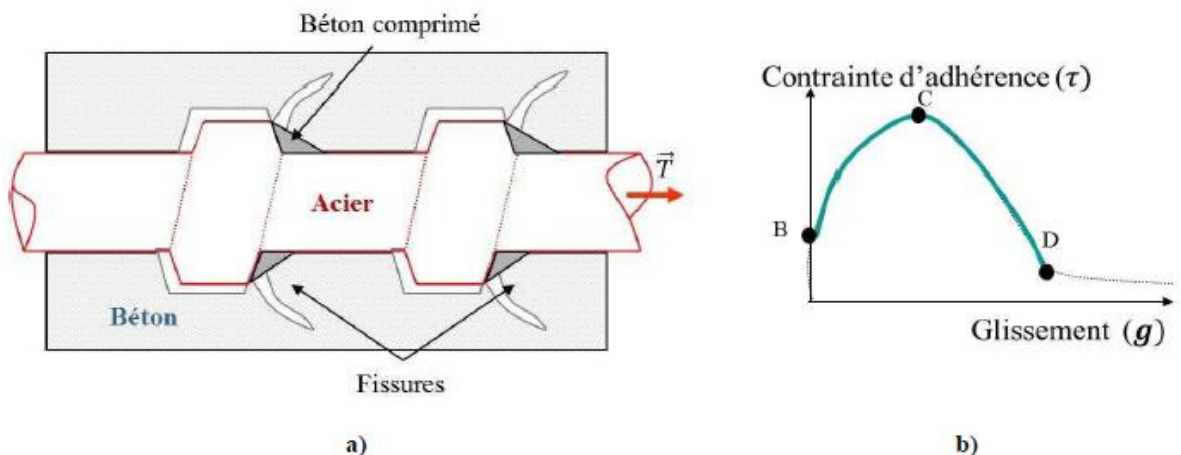


Fig I.17: Comportement de la liaison acier-béton en phase de fissuration progressive
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée [52]

Au fur et à mesure que le glissement augmente, les aspérités de la fissure ainsi que les morceaux de béton compacté disparaissent progressivement et seul un frottement résiduel entre l'acier et le béton environnant (au-delà du point D) sollicite encore un effort

supplémentaire afin d'augmenter le glissement. Cette troisième et dernière phase est également appelée "deuxième phase de dégradation de la liaison".

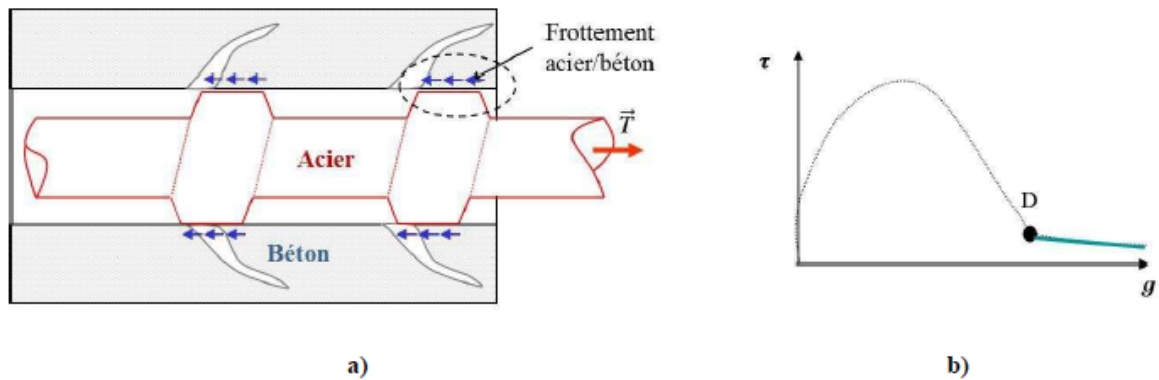


Fig I.18: Comportement de la liaison acier-béton en phase de rupture de l'interface
a) mécanismes de dégradation, b) partie de la loi d'adhérence associée [52]

4.2. Modélisation de la liaison acier-béton

Il existe donc plusieurs méthodes permettant de représenter le comportement de la liaison acier-béton.

- L'hypothèse de la liaison parfaite est souvent adaptée à des éléments structuraux (poteaux, poutres...). Elle se révèle en effet peu représentative mais tout à fait adaptée aux contraintes de modélisation de ces structures.
- L'utilisation de la loi d'adhérence entre l'acier et le béton en modélisant des éléments type d'interface reliant les nœuds des deux matériaux. Cette méthode complexe a pour inconvénient la difficulté de l'identification de la loi d'interface et le temps de calcul qui en découle est souvent beaucoup trop important pour qu'elle soit applicable à des structures de grande échelle.
- La modification de la loi de comportement de l'un des matériaux (acier ou béton) en y introduisant le comportement de l'interface. Ce qui rentre dans le cadre de cette thèse

4.2.1. Difficultés liées au maillage

Le principal reproche qui peut être fait aux approches actuelles de modélisation de l'interface acier-béton concerne l'étape de maillage de la structure.

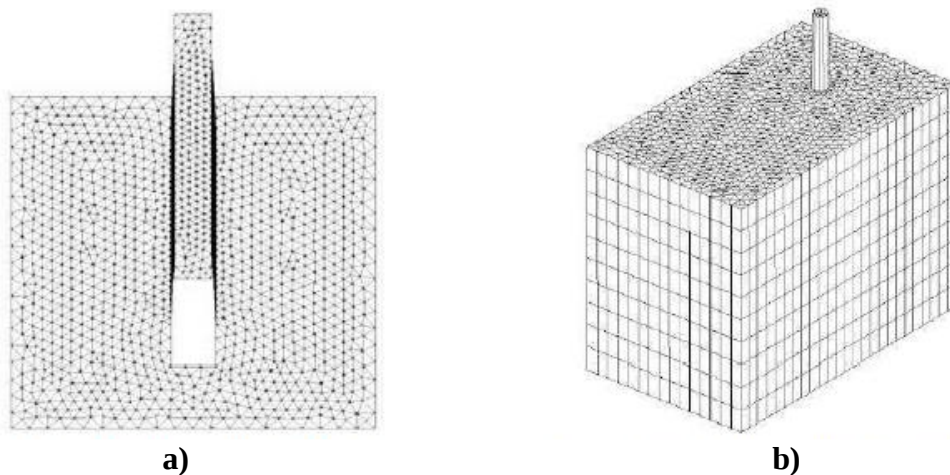


Fig I.19: Maillage de l'interface acier-béton
a) Maillage explicite (élément 2D), b) Maillage volumique de l'acier (élément 3D)

En effet, la plupart de ces modèles rendent cette étape quasi-impossible lorsqu'il s'agit de modéliser une structure complexe de grandes dimensions et/ou fortement armée. Dans le cas d'éléments d'interface (Fig I.19a), le maillage de l'acier et du béton doivent être compatibles (chaque nœud du béton doit être vis-à-vis d'un nœud de l'acier le long de l'interface).

Dans le cas d'éléments joints adaptés à un maillage 3D du béton, l'acier doit être également maillé à l'aide d'éléments 3D (Fig I.19b). Cette représentation nécessite l'introduction d'un très grand nombre d'éléments finis de petites dimensions (inférieures à la dimension du diamètre de l'acier).

Les éléments enrichis ne semblent pas beaucoup plus adaptés aux maillages de structures de grandes dimensions. En effet, même si la barre n'est pas maillée explicitement dans le cas des éléments encapsulés, il faut néanmoins introduire une rangée d'éléments de ce type à l'endroit où se trouvent les renforts (les autres éléments étant des éléments finis non enrichis de béton).

Cette contrainte rend l'opération du maillage tout aussi délicate.

Au-delà de ces difficultés de maillage, la trop grande complexité de certains modèles de liaison peut être un obstacle à leur application à des structures de grandes dimensions. Le temps de calcul qui en découle est souvent beaucoup trop important pour qu'ils soient applicables à des systèmes comportant un très grand nombre de degrés de liberté.

5. Conclusion

L'analyse non-linéaire par éléments finis constitue un outil numérique de pointe pour l'analyse des éléments en béton armé. Elle permet de reproduire le comportement fragile du béton. La difficulté de représentation de la loi de comportement du béton dans la zone tendue peut être renforcée par celle du béton fictif.

Avec de telles analyses pour les structures en béton armé, on se retrouve souvent confrontés à un premier obstacle : temps de calcul important par rapport aux analyses linéaires, taille énorme des modèles de calcul et problèmes de convergence liés à la fissuration du béton. Le deuxième obstacle est lié à la complexité du matériau béton et à l'existence de plusieurs modèles de bétons issus de différentes théories de la littérature.

La plasticité est caractérisée par une surface seuil continue capable de représenter quantitativement l'évolution des déformations irréversibles. Tant dis que d'endommagement isotrope reproduit la diminution de rigidité élastique avec une pente de déchargement passant toujours par l'origine. Ces deux formulations prises séparément ne sont pas totalement satisfaisantes. La première est incapable de reproduire le comportement volumique du béton et les pentes de déchargement. La seconde ne présente pas de diminution de raideur caractéristique de la formation d'une microfissuration et la pente de déchargement est toujours élastique. La combinaison de l'endommagement et de la plasticité est alors proposée pour reproduire le plus exactement possible la pente de déchargement mesurée expérimentalement.

Celle-ci sera retenue dans la suite de ce travail.

Aussi, lors de simulations concernant la prédiction du comportement non linéaire d'une structure en béton armé il peut s'avérer nécessaire de prendre en compte le comportement de

la liaison acier-béton. En effet, le processus et les caractéristiques de la fissuration sont directement liés aux différentes interactions entre les deux matériaux.

Plusieurs modèles numériques tenant compte de ces différents phénomènes ont été développés et permettent la représentation de la dégradation progressive de l'interface acier-béton. S'ils sont adaptés à certains éléments de dimensions limitées et peu ferrailés, ils restent, le plus souvent, inadaptés aux applications à des structures de grandes dimensions. L'hypothèse de liaison parfaite consistant à imposer la même déformation à l'acier et au béton est donc encore utilisée pour ce type d'applications.

En général, on représente les armatures dans le béton par des éléments de treillis en considérant le plus souvent une adhérence parfaite entre les deux matériaux. Le fait de représenter les armatures peut être très contraignant lors de la modélisation de structures complexes de grandes dimensions et/ou fortement armée

Moins souvent, on définit les armatures par des éléments solides si on veut intégrer l'interaction acier-béton. Ceci a en plus pour inconvénient, la difficulté de l'identification de la loi d'interface et le temps de calcul qui en découle est souvent beaucoup trop important pour qu'elle soit applicable à des structures de grande échelle.

Dans le chapitre suivant, nous allons développer un modèle de comportement fictif du béton armé capable de représenter les différentes interactions entre les matériaux acier et béton et par la suite nous allons l'adapter aux contraintes de la modélisation des structures en béton armé.

DEVELOPPEMENT D'UNE LOI FICTIVE D'UN TIRANT

EN BETON ARME

1. Description de la loi de comportement globale d'un tirant en béton armé	51
2. Quelques lois de diagrammes fictifs de l'acier proposés dans la littérature	54
2.1. Lois avec $\Delta\varepsilon_m$ constant	54
2.2. Lois avec variation linéaire ou multilinéaire de $\Delta\varepsilon$	55
3. Loi contrainte d'adhérence τ-glissement g	58
4. Expression du glissement quand $g(l_0) \leq g_1$	60
5. Détermination du diagramme fictif du tirant	62
5.1. Phase élastique linéaire (Phase I)	63
5.2. Phase fissurée inélastique (Phase IIa).....	64
5.2.1. Cas $\lambda > 2 l_t$	65
5.2.2. Cas $\lambda < 2 l_t$	67
5.2.2.1. Phase fissurée élastique (Phase IIb).....	67
6. Validation du modèle analytique de la loi de comportement fictif de l'acier sur un tirant en béton armé	74
7. Les paramètres influant sur la loi de comportement fictif du tirant en béton armé	77
7.1. Influence de la variation de la contrainte effective η	78
7.2. Influence de la variation du pourcentage d'aciers.....	80
7.3. Influence des paramètres de la loi adhérence-glissement	82
8. Conclusion	83

La présence des armatures modifie sensiblement le comportement du béton, en particulier en traction ; c'est d'ailleurs historiquement la raison première de l'introduction d'armatures dans le béton : améliorer son comportement sous sollicitations de traction en tirant parti des bonnes capacités mécaniques de l'acier en traction.

Plusieurs facteurs rentrent en jeu quand le béton est mélangé à des aciers, à savoir ;

- le diamètre des armatures et leur disposition,
- la fissuration,
- le mode de mise en charge,
- et l'interaction acier- béton, etc....

L'ensemble de ces phénomènes physiques et la manière de les modéliser afin d'exprimer la participation du béton fissuré à la rigidité de la structure est appelé «tension stiffening». Ce phénomène rend le comportement des aciers plus raide et moins ductile que celui des armatures seules.

Il est bien connu que dans une approche de dimensionnement et de vérifications des contraintes, la résistance du béton en traction est généralement négligée. Cependant, pour une meilleure prédiction du comportement des structures en béton armé, il est important de considérer la contribution du béton en traction en incluant l'ouverture des fissures et le glissement relatif acier/béton. Le problème de la contribution du béton tendu entre les fissures et l'adhérence acier/béton a été largement étudié dans la littérature dans le contexte de tirants en béton armé conduisant à la formulation de différentes lois pour le comportement moyen fictif de l'acier. Cependant, un certain nombre de paramètres influents sur le comportement moyen fictif de l'acier reste à étudier et jusqu'à présent on ne voit pas le transfert de ce type de loi à l'échelle de la structure sous diverses conditions de chargement (autre que la traction). Les travaux de thèse s'inscrivent dans ce contexte : développer la modélisation de la loi de comportement moyen fictif du tirant en béton armé à partir du modèle proposé par Bouafia et Saad [50].

Le travail effectué au laboratoire LERMAB, de l'université de Lorraine a permis de réaliser les transformations nécessaires à l'intégration de la loi de comportement moyen fictif de l'acier dans le logiciel Abaqus et de faire une avancée considérable de point de vue validation de la loi développée.

1. Description de la loi de comportement globale d'un tirant en béton armé

Un exemple du comportement macroscopique du béton armé sous sollicitation monotone de traction est présenté en Figure (Fig II.1).

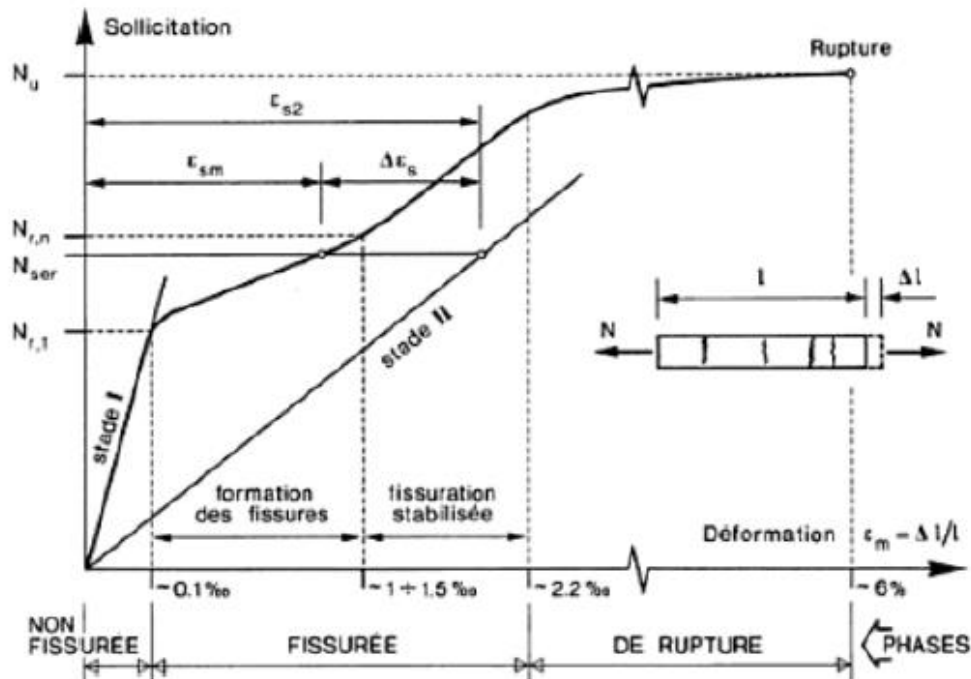


Fig II.1 : Diagramme sollicitation-déformation caractéristique d'un tirant de béton armé et différentes phases de son comportement [51]

Cette figure, issue du livre de Favre et al. [51] schématise le comportement global d'un tirant en béton armé qui peut se décomposer en **quatre phases** :

1- La **phase non fissurée** (ou phase élastique) : le comportement est globalement élastique linéaire.

Au cours de la phase élastique, l'allongement du tirant s'accompagne d'une augmentation progressive de l'effort appliqué à la structure. Aux extrémités du tirant, le chargement est intégralement repris par l'acier. En effet, les sections extrémales de béton constituent des bords libres de la structure. Les efforts sont ensuite transférés entre les deux matériaux sur une zone transitoire jusqu'à ce que le chargement soit "parfaitement réparti". Cette condition est remplie lorsque la déformation axiale (dans la direction $\vec{x}$) du béton est identique à celle de l'acier (FigII.2).

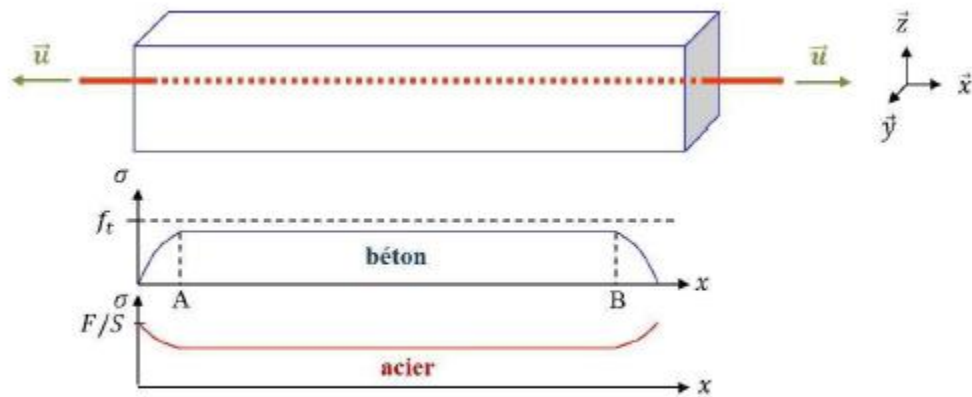


Fig II.2 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase élastique [53]

2- La phase de **formation des fissures** : le béton atteint sa résistance à la traction et la fissuration commence à s'établir. Le nombre de fissures augmente au fur et à mesure de l'augmentation de l'intensité du chargement ; l'ouverture de fissure reste quant à elle constante. Une diminution progressive de la raideur est observée avec un comportement non linéaire quasi-ductile. C'est l'étude de cette phase, où la rigidité du tirant diminue fortement pour tendre à celle des aciers seuls, qui est importante dans les calculs des états limites de déformation.

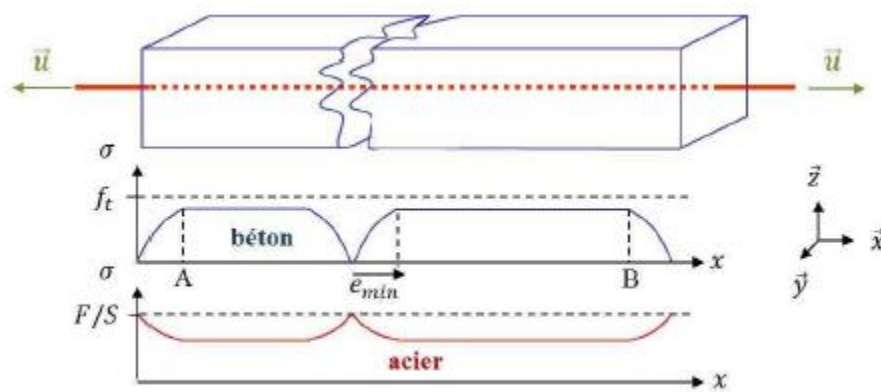


Fig II.3 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase de fissuration [53]

3- La phase de **fissuration stabilisée** (ou propagation des fissures) : aucune nouvelle fissure n'apparaît mais l'ouverture de fissure augmente (Fig II.4). L'élément se comporte à nouveau quasi-linéairement mais avec une pente plus élevée que dans la phase précédente.

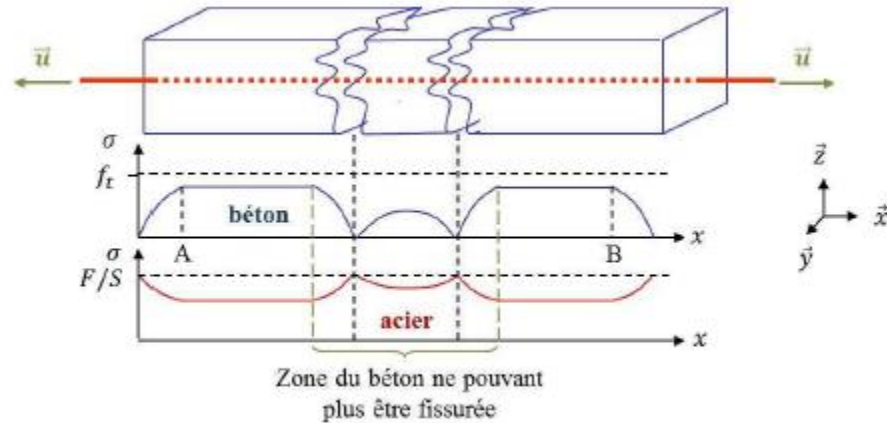


Fig II.4 : Répartition des contraintes dans l'acier et le béton au cours de la phase fissuration stabilisée [53]

4- La phase de **rupture** : la limite d'élasticité des aciers est dépassée et ceux-ci exhibent un comportement plastique.

Dans ce qui suit, on appellera la loi de comportement fictif d'un tirant en béton armé soumis à la traction pure, la relation entre l'effort normal appliqué à la pièce et la déformation mesurée sur une grande base (recouvrant plusieurs fissures) de cette même pièce, dans le sens de l'effort appliqué.

De même, Le diagramme fictif de l'acier est défini comme étant la relation entre l'effort normal appliqué au tirant, divisé par la section d'acier, et la déformation moyenne.

2. Quelques lois de diagrammes fictifs de l'acier proposés dans la littérature

Pour l'utilisation des lois de comportement en traction du béton pour le béton armé, il ressort que les lois fictives sont mieux adaptées.

Plusieurs lois ont été proposées, on peut les résumer comme suit [50]:

2.1. Lois avec $\Delta\varepsilon_m$ constant

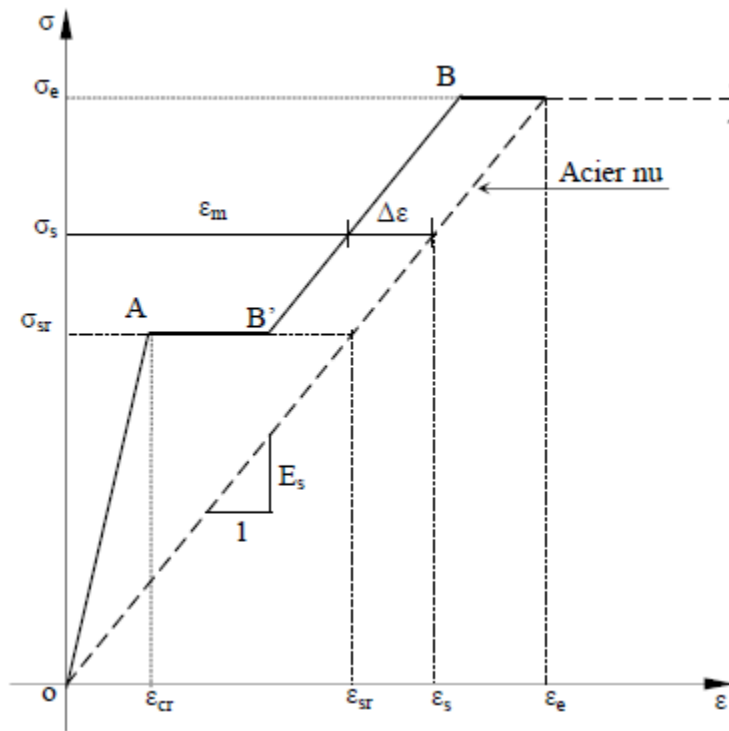


Fig. II.5: Loi de comportement avec $\Delta\varepsilon_m$ constant [50]

Palotas [23] a proposé une autre valeur de $\Delta\varepsilon$:

$$\Delta\varepsilon = 0.7\varepsilon_{sr} \quad (1)$$

Cette relation (ne dépend que de ε_{sr} et ne tient pas compte directement du pourcentage d'acier, ni de la résistance effective à la traction du béton et ni de la nature de l'acier,

Le code européen du béton avait proposé en 1967 [54] et 1973 [55] la valeur de $\Delta\varepsilon$ suivante :

$$\Delta\varepsilon = \frac{k_3}{E_s \rho} \quad (2)$$

avec $k_3 \approx 3 \text{ MPa}$

En utilisant cette formule et pour un même acier et quelle que soit la résistance effective du béton, on obtient la même allure du diagramme fictif.

Van der Veen [56] et Bruggeling [57], ont augmenté de 20% la contrainte à l'apparition de la première fissure. Ensuite, pour simplifier le modèle, un palier est créé à ce niveau de contrainte, puis au-delà, la contribution du béton tendu est considérée constante.

La relation (3) exprime la valeur de $\Delta\varepsilon$ après la stabilisation des fissures.

$$\Delta\varepsilon = 0.61(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) \quad (3)$$

Cette augmentation de 20% de la contrainte à l'apparition de la première fissure a été proposée afin de simplifier le modèle en négligeant la phase de propagation des fissures.

2.2. Lois avec variation linéaire ou multilinéaire de $\Delta\varepsilon$

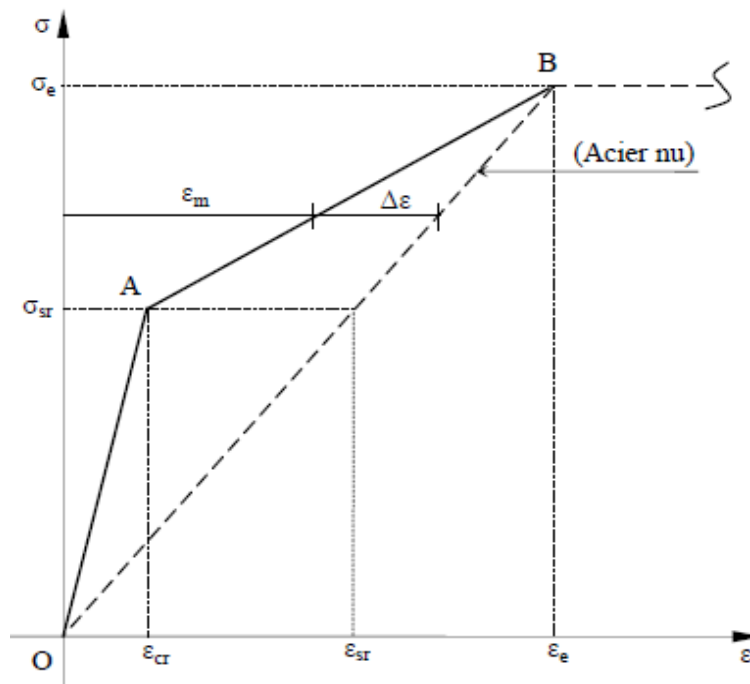


Fig II.6: Loi de comportement fictive du tirant selon Rabich [58]

Rabich [58] propose une variation linéaire de $\Delta\varepsilon$ représentée par la droite joignant A à B (relation4).

$$\Delta\varepsilon = (\varepsilon_e - \varepsilon) \frac{\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_e - \varepsilon_{cr}} \quad (4)$$

La formule (4), bien que représentant globalement la variation de $\Delta\varepsilon$ pour un certain pourcentage d'acier, ne tient pas compte de l'adhérence résiduelle entre l'acier et le béton observée dans les résultats expérimentaux (même après la limite élastique des aciers).

Espion [59] a effectué 13 essais mais en déduisant les valeurs de σ_{cr} réelles directement sur les corps d'épreuve. Il a remarqué que les fissures se stabilisaient après un chargement de 2 fois σ_{sr} ($\sigma_{sy} = 2\sigma_{sr}$). D'après l'auteur, pour des pourcentages supérieurs à 1% le point C (Fig II.7) de stabilisation des fissures se situe alors entre A et B. Après fissuration, la variation ($\Delta\varepsilon_{IIa}$) est linéaire et $\Delta\varepsilon_{IIb}$ reste constante comme montré par la relation (5). Pour des pourcentages inférieurs à 1%, Espion préconise d'utiliser la loi de Rabich [58].

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varepsilon_{IIa} &= (\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \frac{(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr}) - \Delta\varepsilon_{IIb}}{\varepsilon_s(c)} (\varepsilon - \varepsilon_{sr}) \quad \text{si } \varepsilon_{cr} \leq \varepsilon \leq [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \\ \Delta\varepsilon_{IIb} &= \left(18 + \frac{3.55}{\rho}\right) 10^{-6} \quad \text{si } [\varepsilon_s(c) - \Delta\varepsilon_{IIb}] \leq \varepsilon \leq [\varepsilon_e - \Delta\varepsilon_{IIb}] \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

avec $\varepsilon_s(c) = \frac{2\sigma_{sr}}{E_s}$ et $\rho > 1\%$

Le code modèle 90 (CEB-FIB, 1993), dans sa première proposition, considère qu'après l'apparition de la première fissure qui correspond au point de coordonnées $(\sigma_{sr} ; \varepsilon_{cr})$, la stabilisation des fissures intervient au point d'ordonnée $\sigma_{sy} = 1.3\sigma_{sr}$ et d'abscisse $(\varepsilon_{sy} = 0.4\varepsilon_{sr})$. La variation de la courbe (σ, ε) du tirant est supposée linéaire entre la première et la dernière fissure, au-delà $\Delta\varepsilon$ est considéré constant. Ces variations sont montrées par la figure (Fig II.7) et exprimées par la relation (6) (diagramme fictif de l'acier).

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma &= \frac{\sigma_{sr}}{\varepsilon_{cr}} \varepsilon & si & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_A \\
 \sigma &= \sigma_{sr} + \sigma_{sr} \frac{\varepsilon - \varepsilon_A}{\varepsilon_C - \varepsilon_A} & si & \varepsilon_A \leq \varepsilon \leq \varepsilon_C \\
 \sigma &= \sigma_{sy} + E_s(\varepsilon - \varepsilon_C) & si & \varepsilon_C \leq \varepsilon \leq \varepsilon_B
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

où $\varepsilon_A = \varepsilon_{cr}$ $\varepsilon_C = \varepsilon_{sy} - \Delta\varepsilon$ et $\Delta\varepsilon = \beta(\varepsilon_{sr} - \varepsilon_{cr})$

avec $\beta = 0.4$ pour une charge insatantanée et des barres à haute adhérence;

$\beta = 0.25$ pour une charge de longue durée ou cyclique et des barres à haute adhérence.

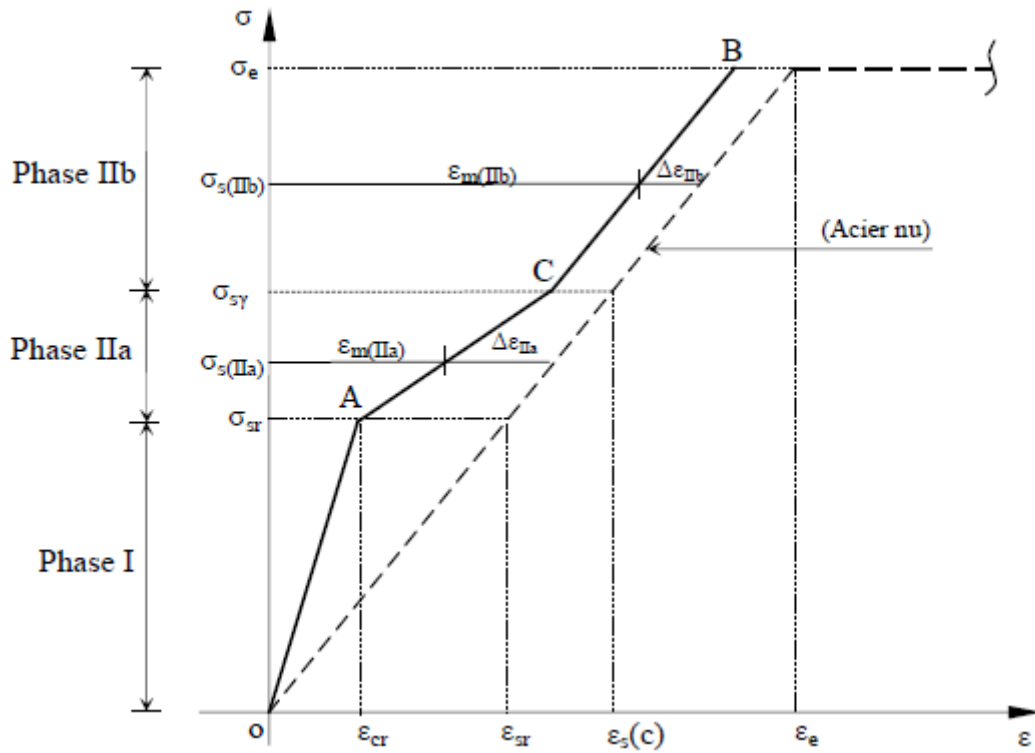


Fig.II.7: Loi de comportement fictive bilinéaire de l'acier selon Espion [59]

La relation (5) tient compte de la valeur de σ_{cr} , du pourcentage d'acier et de la valeur σ_{sr} . Les deux phases (IIa) et (IIb) sont supposées distinctes pour un pourcentage d'acier supérieur à 1%. Ce dernier paramètre n'est pas le seul à fixer l'allure des courbes. Pour les deux relations (5) et (6), $\Delta\varepsilon$ est supposé constant après le point C ce qui n'est pas toujours le cas.

Les modèles proposés, concernant le diagramme fictif de l'acier enrobé de béton soumis à une traction, présentés ci-avant, ne mettent pas clairement en évidence l'adhérence acier - béton et les espacements des fissures. De plus, ils ne tiennent pas compte de tous les paramètres et surtout du pourcentage d'acier.

En tenant compte de l'espacement des fissures, de l'adhérence acier – béton, du pourcentage d'acier et de la contrainte du béton, SAAD [50] a développé un modèle de calcul du béton armé soumis à la traction. Ce modèle est établi dans le cadre de l'approche globale et en considérant l'acier fictif.

La loi d'adhérence - glissement $\tau(g)$ adoptée par le comité européen de béton (CEB-FIP, 1988) [60] est utilisée pour établir les équations gouvernant le glissement entre les armatures et le béton dans un « tirant » en béton armé.

On déduit à partir de ces équations les variations des allongements relatifs de l'acier et du béton à l'intérieur de ce « tirant. On peut ainsi calculer les allongements moyens de ces matériaux sur une certaine distance et en général entre deux fissures successives.

3. Loi contrainte d'adhérence τ - glissement g

La loi adoptée par le comité européen de béton [60] avec une partie curviligne parait plus réaliste (Fig II.8), la relation suivante représente toutes les phases de la courbe contrainte d'adhérence –glissement.

$$\left. \begin{array}{ll} \tau = \tau_1 \left(\frac{g}{g_1} \right)^\alpha & \text{si } 0 \leq g \leq g_1 \\ \tau = \tau_1 & \text{si } g_1 \leq g \leq g_2 \\ \tau = \tau_1 - (\tau_1 - \tau_r) \frac{g - g_2}{g_3 - g_2} & \text{si } g_2 \leq g \leq g_3 \\ \tau = \tau_r & \text{si } g > g_3 \end{array} \right\} \quad (6)$$

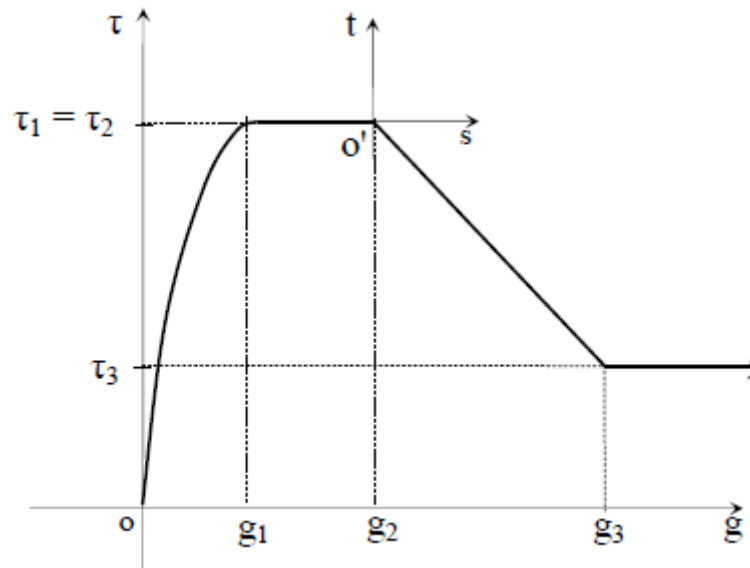


Fig II.8: Loi τ - g proposée au C.E.B [60]

Tableau II.1: Valeurs caractéristiques des paramètres de la loi adhérence- glissement [60]

Paramètres	Béton non confiné		Béton confiné	
	Bonne adhérence	Autres cas	Bonne adhérence	Autres cas
g_1 (mm)	0,25	0,40	1,00	
g_2 (mm)	0,35	0,60	3,00	
g_3 (mm)	1,00	2,50	Clear rib spacing	
α	0,25 - 0,35		0,40	
$\tau_1 = \tau_{\max}$	$\approx 2,00 \sqrt{f_{ck}}$		$\approx 2,5 \sqrt{f_{ck}}$	$\approx 1,25 \sqrt{f_{ck}}$
τ_R	$0,15 \tau_{\max}$		$\approx 1,00 \sqrt{f_{ck}}$	$\approx 0,50 \sqrt{f_{ck}}$

Dans cette étude on considère que le glissement reste inférieur à g_1 . Au-delà de g_1 commence la plastification des gaines de béton qui entourent les armatures, suite à la coalescence des fissures et au grand déplacement des barres d'acier. Ce cas est rarement dépassé.

4. Expression du glissement quand $g(l_0) \leq g_1$

En s'éloignant de la fissure, la contrainte normale dans l'acier diminue du fait de l'adhérence acier - béton (Fig II.9). La longueur d'introduction totale est notée l_t . La longueur l_0 représente la zone perturbée et elle est prise ici égale à $l_0 = \delta l_t$ ($\delta = 0.10 \sim 0.20$)[61]. La longueur $(l_t - l_0) = (1 - \delta)l_t$.

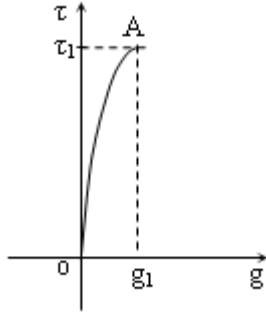


Fig II.9: La loi τ - g considérée (CEB)

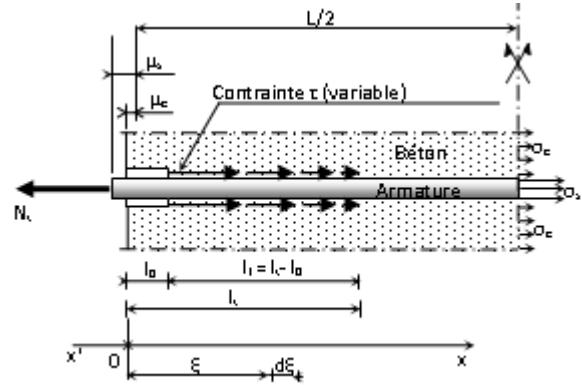


Fig II.10: Glissement relatif $g = \mu_s - \mu_e$ et distribution de la contrainte d'adhérence [50]

L'équation d'équilibre d'une barre d'acier encastrée dans un bloc de béton (Fig II.10) peut s'écrire comme suit:

$$\sigma_s(X) = \sigma_{sf} - \int_0^X \frac{p}{A_s} \tau(\xi) d\xi \quad (7)$$

La déformation d'acier correspondante peut être exprimée comme suit:

$$\varepsilon_s(X) = \varepsilon_{sf} - \int_0^X \frac{p}{E_s A_s} \tau(\xi) d\xi \quad (8)$$

$$\frac{d\varepsilon_s}{dX} = - \frac{p}{E_s A_s} \tau(X) \quad (9)$$

Le glissement (compté positif) à une distance x est exprimé par :

$$g(X) = u_c(X) - u_s(X) \quad (10)$$

Les dérivées première et seconde de la relation (10) conduisent à:

$$\frac{dg}{dX} = \frac{du_c}{dX} - \frac{du_s}{dX} = \varepsilon_c - \varepsilon_s \quad (11)$$

$$\frac{d^2g}{dX^2} = \frac{d\varepsilon_c}{dX} - \frac{d\varepsilon_s}{dX} \quad (12)$$

À une distance x de la fissure, par le jeu de l'adhérence, les contraintes « diminuées » de l'acier se transmettent au béton. On a:

$$\sigma_c(X) = \frac{p}{(A_c - A_s)} \int_0^X \tau(\xi) d\xi \quad (13)$$

$$\varepsilon_c(X) = \frac{p}{E_s A_s} \frac{n\rho}{(1-\rho)} \int_0^X \tau(\xi) d\xi \quad (14)$$

$$\frac{d\varepsilon_c}{dX} = \frac{p}{E_s A_s} \frac{n\rho}{(1-\rho)} \tau(X) \quad (15)$$

En substituant les équations (8-9) et (14-15) dans l'équation (12), on obtient l'équation différentielle (16) qui régit le glissement relatif g , entre l'acier et le béton:

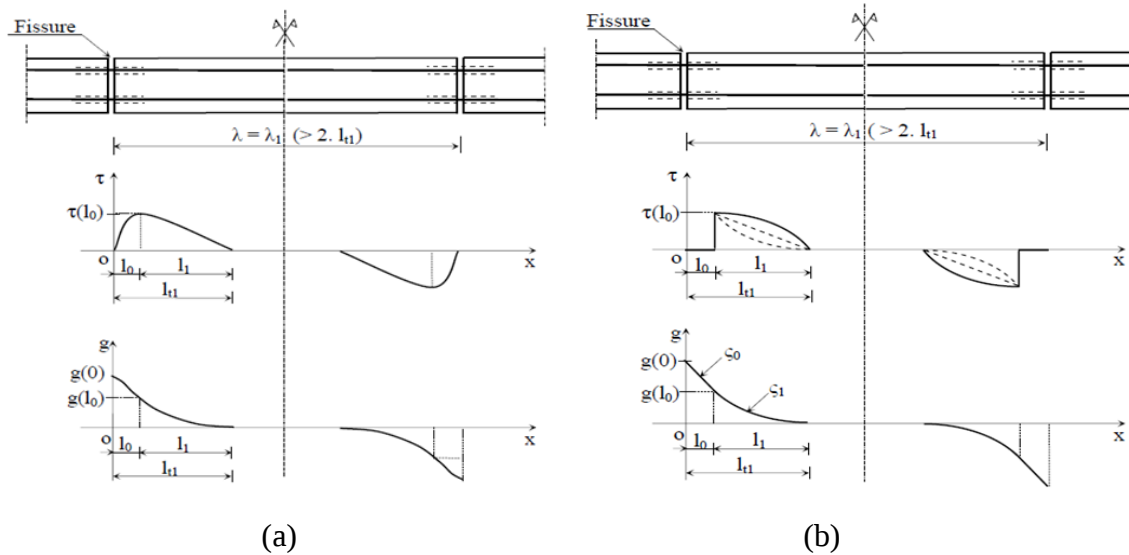
$$\frac{d^2 g}{dx^2} - \frac{p}{A_s E_s \bar{\rho}} \tau(x) = 0 \quad (16)$$

La relation (16) est utilisée pour établir, dans le domaine $[l_0, l_t]$, les différentes expressions $\varepsilon_c(x)$, $g(x)$, $\tau(x)$ and $\varepsilon_s(x)$ en fonction de x le long de la longueur d'introduction effective l_t .

Dans la présente étude, nous nous limitons à une valeur de glissement relatif $g \leq g_1$ (Fig II.9). Si nous considérons la longueur d'introduction effective $l_1 = l_t - l_0$, la solution de l'équation différentielle (16) est donnée par [50, 62, 63]:

$$g(x) = \theta^{1/(1-\alpha)} [l_1 - x]^{2/(1-\alpha)} \quad (17)$$

Où: $\theta = \frac{\beta_1^2 (1-\alpha)^2}{2(1+\alpha)}; \quad \beta_1 = \sqrt{\frac{k_1 p}{E_s A_s \bar{\rho}}}; \quad k_1 = \frac{\tau_1}{g_1^\alpha}$



**Fig II.11: Variations de τ et de g avant la stabilisation des fissures pour $g(l_0) < g_1$
(a) : réelles ; (b) : modélisées [50]**

En utilisant la variable $X = x - l_0$, La variation de la contrainte d'adhérence, entre l'armature et le béton, le long du tirant entre l_0 et $(l_0 + l_1)$ s'écrit :

$$\tau(X) = k_1 \theta^{\alpha/(1-\alpha)} [l_1 - X]^{2\alpha/(1-\alpha)} \quad (18)$$

5. Détermination du diagramme fictif du tirant

On propose d'établir la relation entre la charge appliquée et la déformation moyenne ε_{cm} d'un tirant en béton armé soumis à la traction. La loi de comportement (courbe contrainte-déformation) peut être obtenue en divisant la charge de traction totale par la section transversale équivalente et homogène du béton.

Le modèle développé pour le tirant en béton armé est brièvement discuté. Pour une meilleure assimilation des aspects théoriques, il faut se référer au [50, 64, 65, 66].

Sous l'action d'un effort normal N_t de traction croissant, dont la droite d'action passe par le centre de gravité de la section de béton et d'aciers, le comportement d'un tirant est supposé suivre trois étapes principales (Fig II.12), à savoir la phase élastique linéaire (branche OA), la phase fissurée inélastique (branche AC) et la phase fissurée élastique (CB).

Les différentes relations et méthodes informatiques couvrant les trois étapes décrites ci-dessus sont données ci-après.

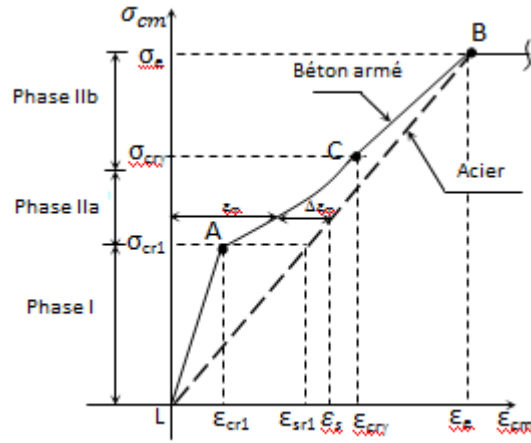


Fig II.12: Relation contrainte-déformation d'un tirant béton armé

5.1. Phase élastique linéaire (Phase I)

Dans cette phase I, le comportement du tirant est considéré homogène, le béton et l'acier résistent ensemble pour équilibrer l'effort N_t . Il y a compatibilité des déformations et l'on peut écrire, dans une section droite quelconque du tirant (indice c pour béton et indice s pour acier) :

$$N_t = \sigma_c(A_c - A_s) + n\sigma_c A_s \quad (19)$$

Où: $n = \frac{E_s}{E_c}$ et A_c est l'aire de la section droite du tirant.

Le rapport entre l'effort normal appliqué au tirant et la section d'acier est égal à :

$$\frac{N_t}{A_s} = \sigma_s = \sigma_c \left(n + \frac{1-\rho}{\rho} \right) \quad (20)$$

Où: $\rho = A_s/A_c$

$$\varepsilon_{cm} = \varepsilon_{cr1} = \varepsilon_s = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{\Delta L}{L} = \frac{N_t(1 - \bar{\rho})}{E_s A_s}$$

Où: $\bar{\rho} = 1 / \left(1 + \frac{n\rho}{1-\rho} \right)$

5.2. Phase fissurée inélastique (Phase IIa)

Cette étape commence au début de la première fissure. Ceci est susceptible d'apparaître dans une section correspondant au point le plus faible du béton en traction, conduisant à une variation de la résistance à la traction du béton tout le long du tirant. En s'éloignant de part et d'autre de cette première fissure, la force de traction appliquée (N_t) est progressivement transmise au béton grâce à l'adhérence acier-béton. D'autres fissures apparaissent progressivement au fur et à mesure que la charge de traction augmente. Cette étape (branche AC) s'arrête lorsque la fissuration devient stable (nombre de fissures est stable).

La littérature traitant de la formation progressive des fissures de béton [50, 64, 65] rapporte que la propagation de fissure idéalisée est tel que représenté sur la figure (Fig II.13). A partir de cette figure, on peut observer que tant que le nombre de fissures reste inférieur à $\gamma / 2$ (γ étant le nombre total de fissures), la longueur d'introduction l_i peut se développer (Fig II.13a). Au-delà, chaque nouvelle fissure principale se situe à équidistance de deux fissures principales soit $\bar{\lambda}$ (Fig II.13b).

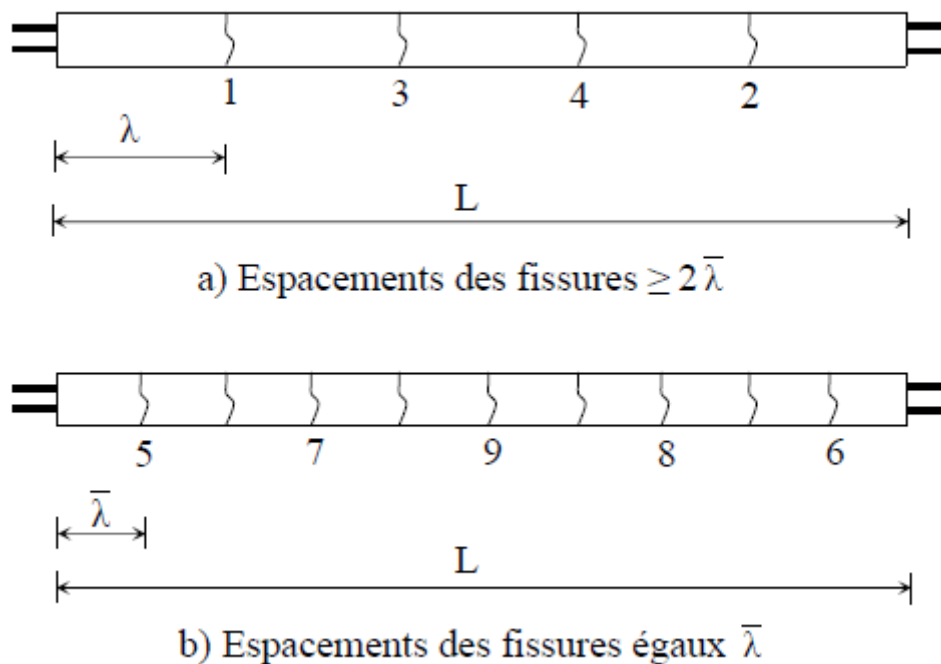


Fig II.13: Ordre idéalisé de propagation des fissures [50]

Dans cette étape, on distingue deux cas:

5.2.1. Cas $\lambda > 2 l_t$

La moitié du nombre total de fissures n'est pas atteint, ce qui permet encore le développement de la longueur d'introduction totale l_t .

En notant f_{ctm} la résistance moyenne en traction effective du béton, pendant la propagation des fissures, à la fissure i la contrainte de fissuration est égale à $\sigma_{cri} = \eta_i f_{ctm}$ (pour une variation de $\Delta\eta = \pm 20\%$, $\eta_1 = 0,8$ et $\eta_\gamma = 1,2$). Logiquement, la première fissure apparaîtra dans l'intervalle $[l_t ; (L - l_t)]$. Juste avant la fissure i , on peut noter :

$$\varepsilon_{sri} = \frac{\varepsilon_{cri}}{(1-\bar{\rho})} = \frac{\eta_i f_{ctm}}{E_c(1-\bar{\rho})} = \frac{\eta_i}{\eta_\gamma} \varepsilon_{sry} \quad (21)$$

$$\text{Où : } \varepsilon_{sry} = \frac{\eta_\gamma f_{ctm}}{E_c(1-\bar{\rho})}$$

L'espacement moyen des fissures λ est pris égal à environ 1.5 fois de la longueur d'introduction de la dernière fissure principale (l_{try}) [67].

$$\lambda = \mu l_{try} ,$$

avec: $\mu \approx 1.45 - 1.55$

$$\text{et } l_{try} = \frac{1}{(1-\delta)} \left[\frac{(1-\alpha)\varepsilon_{sry}}{2\theta^{1/(1-\alpha)}} \right]^{(1+\alpha)/(1-\alpha)} \quad (22)$$

L'allongement relatif moyen de l'acier sur toute la longueur d'introduction totale l_t (ici l_{t1}) est la somme de l'allongement relatif de l'acier le long de l'intervalle $[0 ; l_0]$ (au droit de la fissure) et de l'allongement relatif moyen de l'acier entre l_0 et $(l_0 + l_1)$ noté ε_{sm1} [50] :

$$\varepsilon_{smt1} = \frac{1}{l_{t1}} (\varepsilon_{sf} l_0 + \varepsilon_{sm1} l_1)$$

$$\varepsilon_{smt1} = \delta \varepsilon_{sf} + (1 - \delta) \varepsilon_{sm1}$$

$$\varepsilon_{smt1} = \left[\delta + (1 - \delta) \left(1 - \frac{1+\alpha}{2} \right) \bar{\rho} \right] \varepsilon_{sf} \quad (23)$$

$$\text{Avec: } \delta = \frac{l_0}{l_t} = 0.1$$

Sur la distance l_0 , la contrainte dans le béton est considérée nulle. La contrainte moyenne du béton sur la longueur d'introduction totale l_t est égale :

$$\varepsilon_{cmt1} = \frac{1}{l_{t1}} (\varepsilon_{cm1} l_1)$$

$$\varepsilon_{cmt1} = (1 - \delta) \varepsilon_{cm1}$$

$$\varepsilon_{cmt1} = (1 - \delta)(1 - \bar{\rho}) \frac{1+\alpha}{2} \varepsilon_{sf} \quad (24)$$

L'allure des courbes concernant les variations des allongements relatifs de l'acier et du béton, le long de l'intervalle $[0 ; l_t]$ pour $g(l_0) \leq g_1$ à l'intérieur du tirant, est présentée sur la figure (Fig II.14).

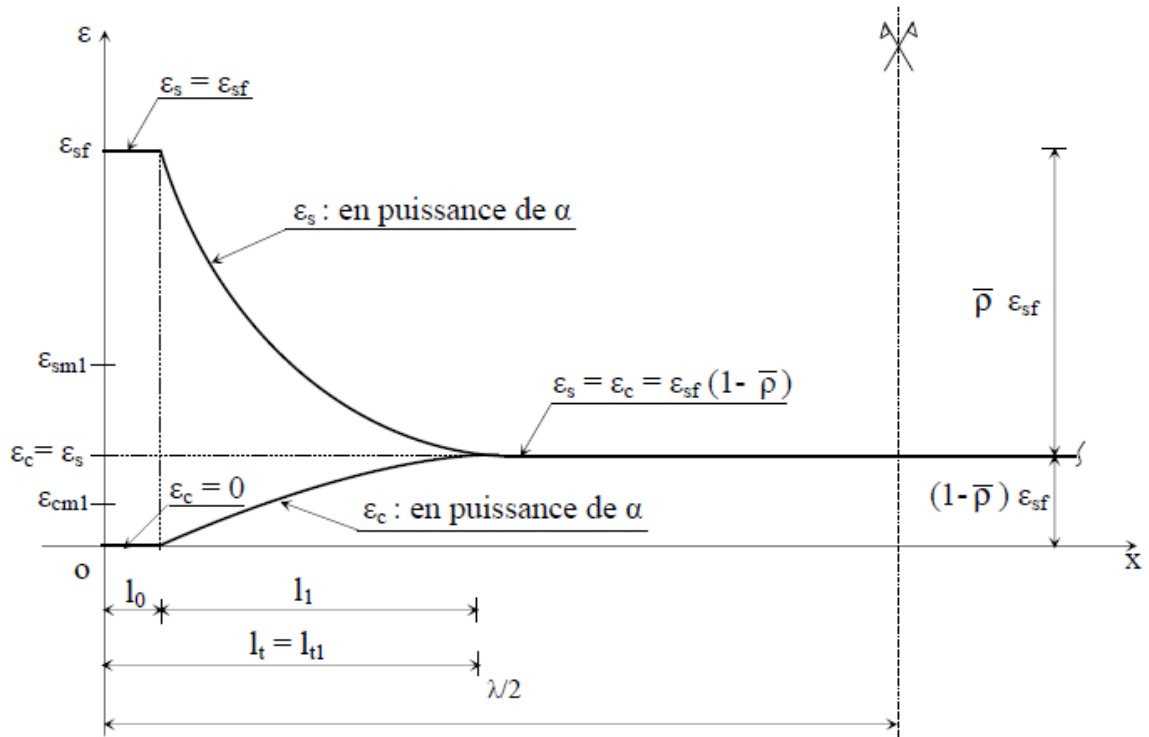


Fig.II.14: Variation de ε_s et ε_c le long de la longueur l_t ($l_t < \lambda/2$) quand $g(l_0) < g_1$ en phase IIa [50]

5.2.2. Cas $\lambda < 2 l_t$

On suppose que cet état existe aussi dans la phase IIa juste après que le nombre de fissures principales ait dépassé la moitié du nombre total.

Avec un nombre total de fissures γ sur la longueur L du tirant, la deuxième partie de la phase IIa commence à la fissure $\gamma/2$ pour un nombre pair de fissures et $(\gamma + 1)/2$ pour un nombre impair de fissures.

L'espacement des fissures ne permet donc plus le développement de la longueur d'introduction effective l_t : on se trouve alors en phase IIb.

5.2.2.1. Phase fissurée élastique (Phase IIb)

Cette phase est caractérisée par la stabilité de la fissuration (le nombre de fissures susceptibles de se former est stable). Lorsque la charge de traction N_t augmente, la largeur d'ouverture des fissures augmente. Le comportement contrainte-déformation à cette étape est supposé augmenter linéairement jusqu'à la limite d'élasticité des barres d'acier.

On désigne par $\bar{\lambda}$ l'espacement moyen entre deux fissures consécutives à la stabilisation des fissures et sa valeur est prise égale :

$$\bar{\lambda} = 1.7 l_{tr}$$

Ici avec $g(l_0) < g_1$, on peut spécifier :

$$\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_1 = 1.7(l_{0r} + l_{1r}) = 1.7l_{t1r}$$

$$\text{Avec: } l_{t1r} = \frac{1}{(1-\delta)} \left[\frac{(1-\alpha)\varepsilon_{sr}}{2\theta^{1/(1-\alpha)}} \right]^{(1+\alpha)/(1-\alpha)}$$

Cet état est représenté à la figure II.15 où le glissement $g'(0)$ et l'adhérence $\tau'(l_0)$ sont des valeurs avant la redistribution des efforts.

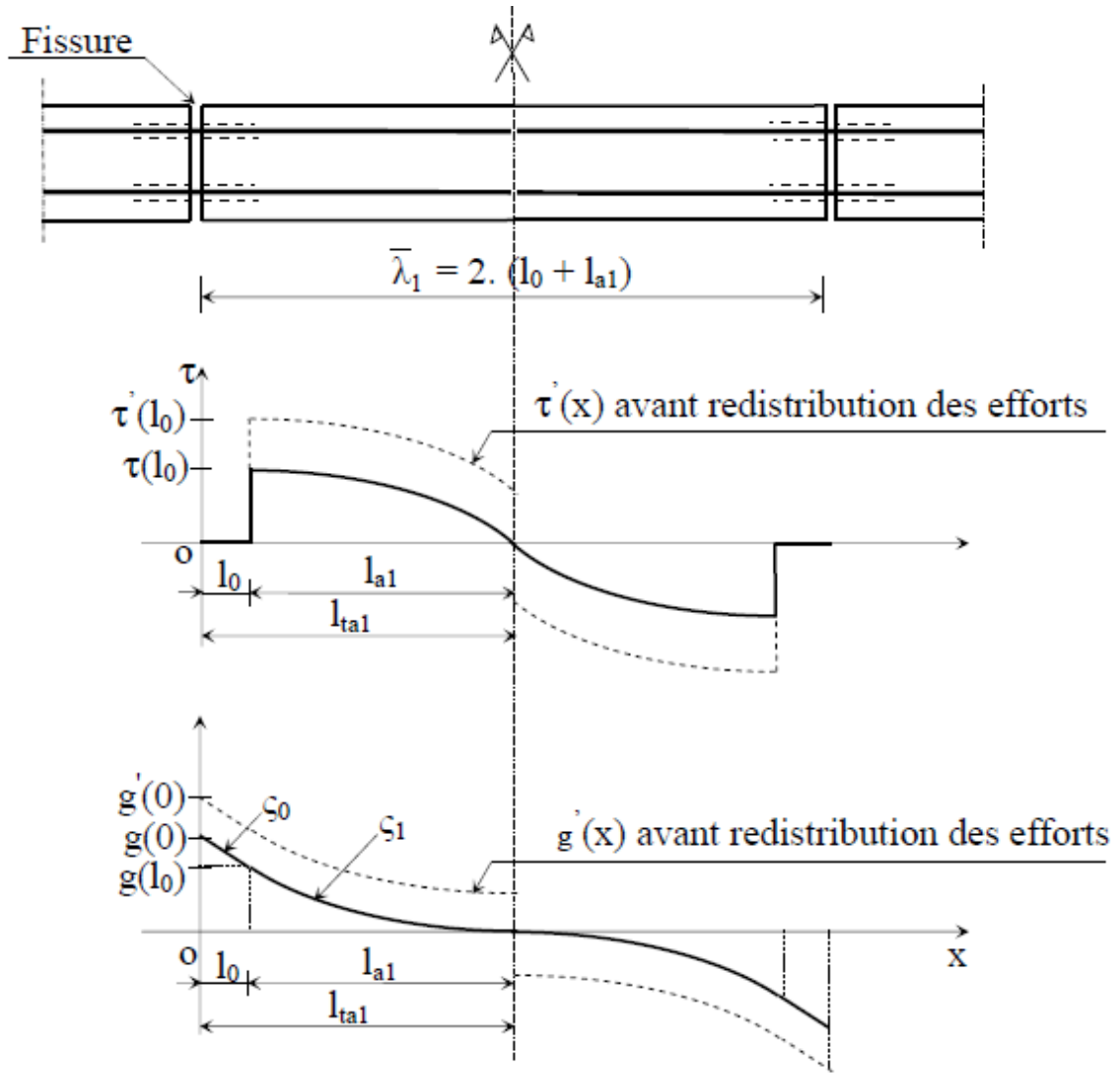


Fig. II.15: Variations modélisées de τ et de g à la stabilisation des fissures avec $g(l_0) < g_1$ [50]

À la stabilisation des fissures, quand le glissement à la distance l_0 de la fissure est inférieur à g_1 , la longueur l_{1r} diminue et elle est notée l_{a1} (indice « a » pour stabilisation des fissures) tel que :

$$\bar{\lambda}_1 = 2(l_0 + l_{a1}) = 2l_{ta1}$$

Sachant que : $l_0 = \delta \bar{\lambda}_1 / 2$

$$l_{a1} = \frac{\bar{\lambda}_1}{2} (1 - \delta)$$

On représente à la figure (Fig II.17) l'allure des courbes des variations des allongements relatifs de l'acier et du béton, le long de la longueur $\bar{\lambda}_1$ pour $g(l_0)$ inférieur à g_1 .

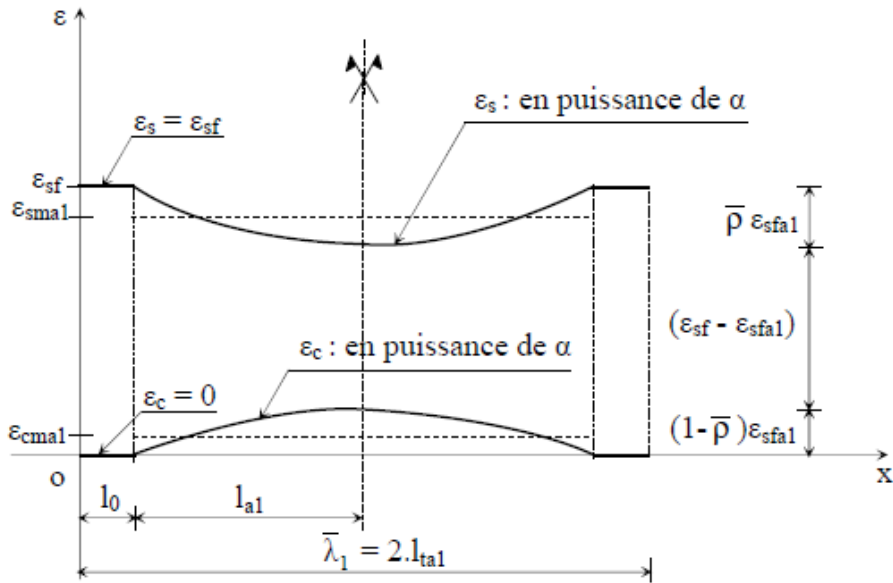


Fig. II.17 : Variation de ε_s et ε_c entre deux fissures consécutives distantes de $\bar{\lambda}_1$ [50]

En résumé, après l'apparition de la première fissure, des relations sont établies pour un tirant en béton armé en considérant deux cas :

- après fissuration, et pendant la propagation des fissures (phase IIa) quand les espacements des fissures restent supérieurs à la longueur d'introduction totale l_t , les valeurs moyennes des allongements relatifs de l'acier et du béton sont calculés et sont notés respectivement ε_{smt1} et ε_{cmt1} .
- À la stabilisation des fissures (phase IIb) ou pendant la propagation des fissures quand la longueur d'introduction totale ne peut pas se développer, les valeurs moyennes sont calculées et notées $\varepsilon_{sm\bar{\lambda}_1}$ (ou ε_{sma1}) pour l'acier et $\varepsilon_{cm\bar{\lambda}_1}$ (ou ε_{cma1}) pour le béton.

Ainsi, selon le niveau de chargement, on peut, avec ces valeurs moyennes des allongements relatifs, tracer les diagrammes fictifs des deux matériaux (acier et béton).

En supposant que l'espacement moyen des fissures à l'apparition de la première fissure vaut $\bar{\lambda} = 1.7 l_{tr}$, et à la stabilisation des fissures il prend la valeur $\bar{\lambda} = 2l_{ta}$, alors on déduit pour tous les cas :

$$l_{ta} = 0.85l_{tr}$$

Comme on ne s'intéresse qu'au cas où $g(l_0) \leq g_1$, on peut écrire:

$$l_{a1} = 0.85l_{1r}$$

Juste après l'apparition de la première fissure, on résume sur l'organigramme suivant (FigII.12), la méthode à suivre pour calculer les allongements relatifs moyens de l'acier et du béton. Ces valeurs moyennes vont servir à déterminer le diagramme fictif de l'acier (et du béton). Ce diagramme est ensuite transformé en une relation de comportement moyen du béton armé.

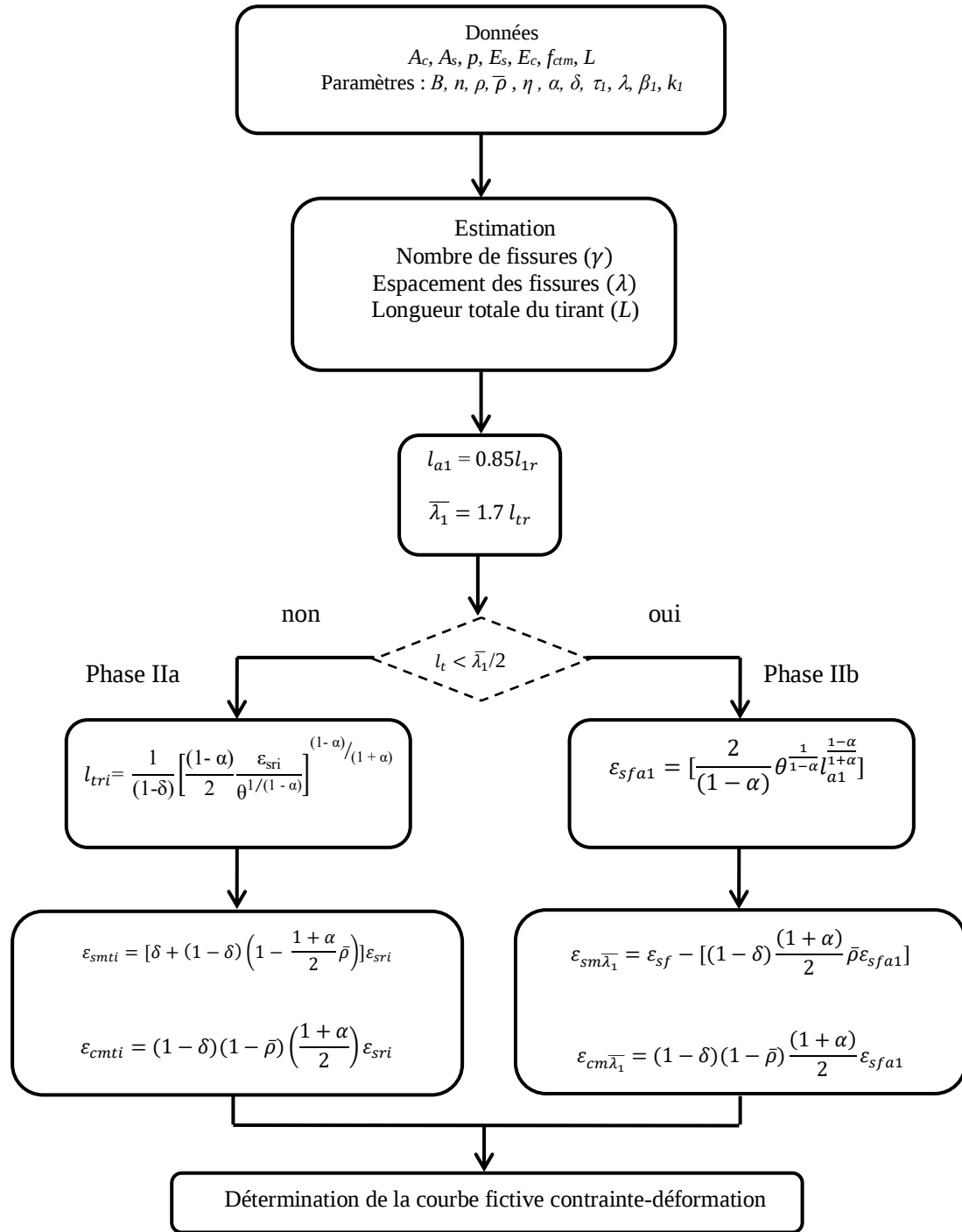


Fig II.18 : Calcul des allongements relatifs moyens de l'acier et du béton: Cas : $g(l_0) < g_1$

On se propose dès lors, un modèle analytique de calcul implémenté dans le langage de programmation Matlab, afin de confronter la loi de comportement fictive à des résultats expérimentaux. Le coté interactif du langage facilite l'introduction (ou la correction) des différents données et paramètres.

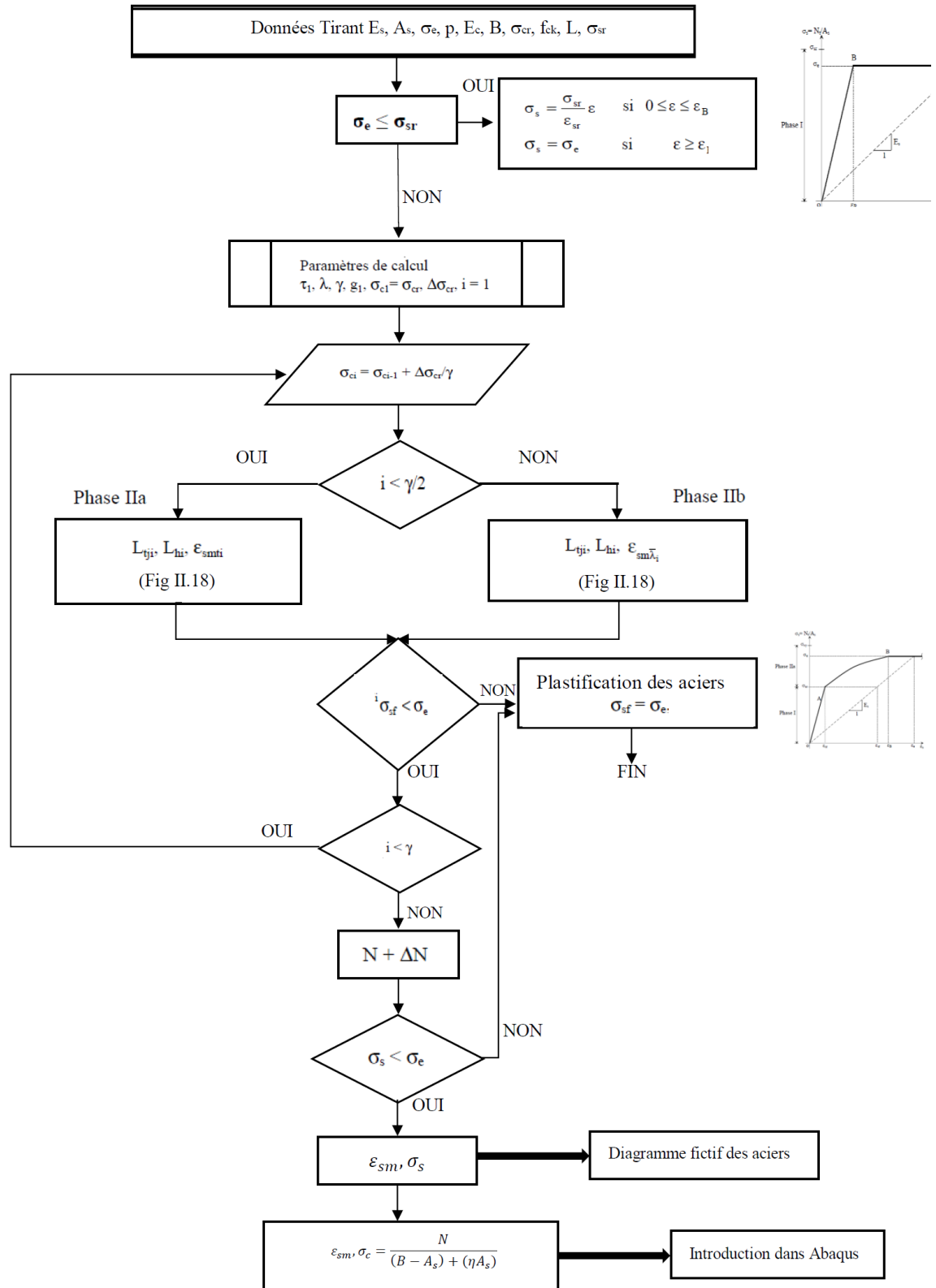
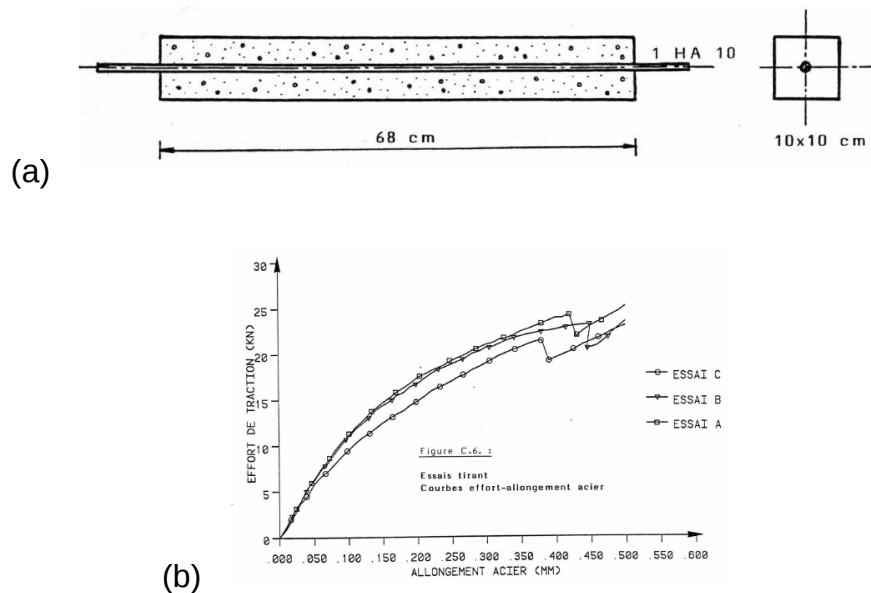


Fig II.19 : Algorithme général de calcul

6. Validation du modèle analytique de la loi de comportement fictif de l'acier sur un tirant en béton armé

La réponse globale en traction d'un tirant en béton armé issu de la littérature (Fig II.13) a été utilisée pour valider le modèle analytique développé de la loi de comportement moyen fictif.

Le tirant de J.L Clément [68] a été testé au LMT Cachan en 1987 ; il s'agissait d'un spécimen prismatique en micro-béton de résistance ordinaire, dont les dimensions étaient 10 x 10 x 68 cm, avec une barre d'acier HA de 10mm de diamètre. Les caractéristiques du test sont rappelées dans le tableau II.1. Chaque essai a été arrêté lors de l'apparition d'une première fissure dans la région entre 21 et 31.5 cm de l'extrémité de l'échantillon.



FigII.20 : (a) Définition géométrique du tirant étudié, (b) Courbes expérimentales force-allongement de l'acier [68]

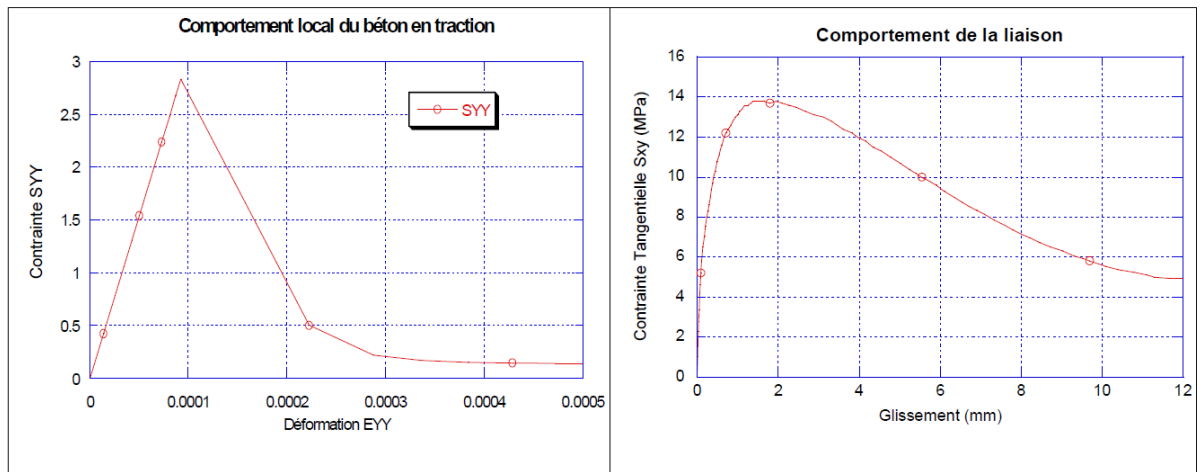
Tableau II. 2: Caractéristique générales du test de clément

Description	Propriétés	Valeur
Béton	f_c	32 MPa
	f_t	2.8 MPa à 28 jours
Acier	f_y	800 Mpa
	Module de Young E	210000 MPa
	Module de poisson	0.3

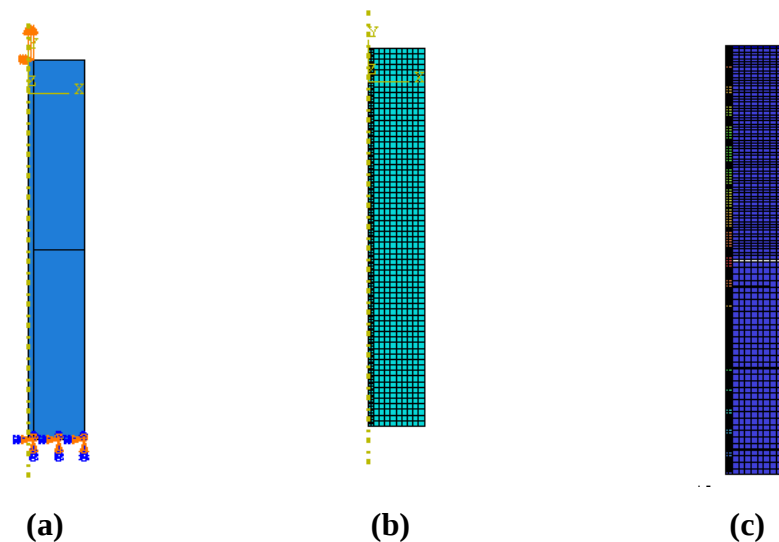
Les simulations numériques ont été réalisées en considérant deux modèles:

- 1) **Modèle axisymétrique** du tirant incluant la modélisation de l'interaction acier/béton et la fissuration du béton tendu: la dégradation progressive de l'adhérence acier/béton ainsi que la fissuration du béton ont été modélisées par une loi cohésive dans Abaqus.

Nous avons réalisé un maillage axisymétrique du tirant avec des éléments standards QUAD4 de taille 5x5 pour le béton et 2x2 pour l'acier (Figure II.22).



FigII.21 : (a) Contrainte normale-déformation du tirant en traction, (b) Contrainte tangentielle-glissement [68]



FigII.22 : (a) Modèle axisymétrique du tirant modélisé, (b) Maillage, (c) Tirant déformé.

- 2) **Modèle de l'acier fictif** : Dans ce modèle, le tirant a été modélisé en considérant seulement la barre d'acier. La loi de comportement introduite dans Abaqus est la loi du comportement moyen fictif de l'acier développée avec le langage Matlab obtenue à partir des données du tirant ainsi que des caractéristiques des matériaux (Le pourcentage d'acier $\rho=3,14\%$).

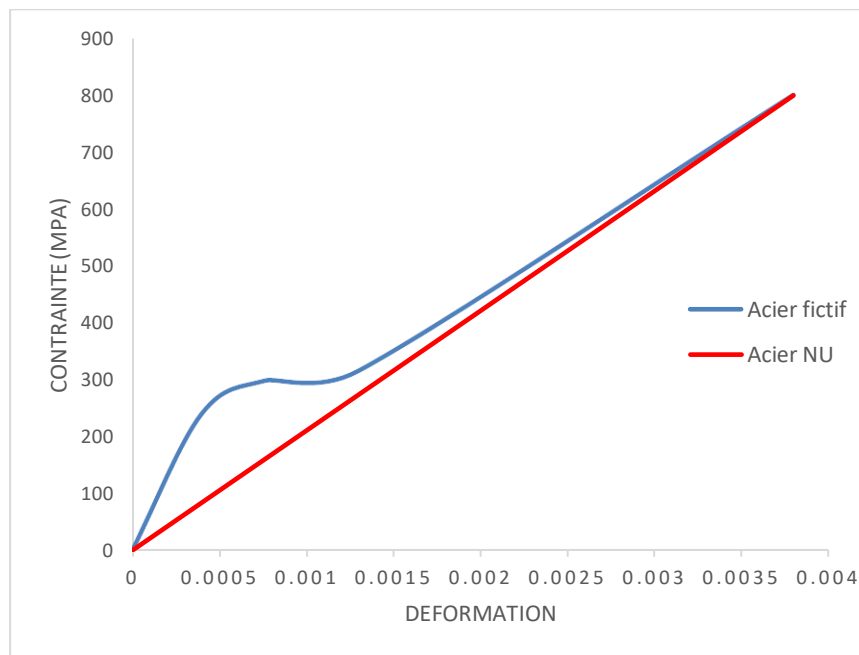


Fig II.23 : Loi de comportement de l'acier fictif introduite dans Abaqus ($\rho=3,14\%$) (Modèle acier fictif)

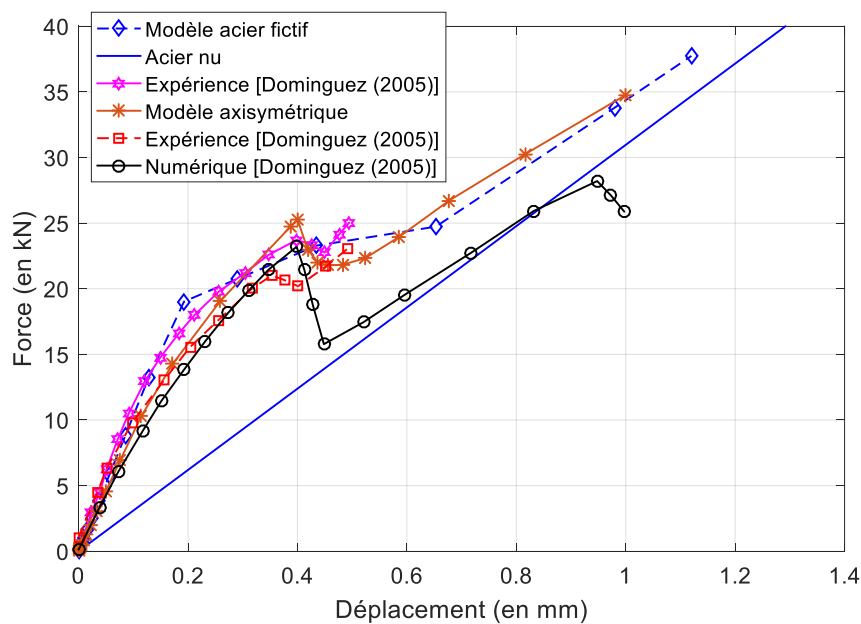


Fig II.24 : Comparaison des courbes force-déplacement du tirant

On s'intéresse à la réponse globale (courbe force-déplacement) du tirant (Fig II.24). Les résultats des différentes simulations numériques ont été comparés aux résultats expérimentaux et numériques issus de la thèse de Dominguez Ramirez [68]. La figure II.18 illustre la comparaison des courbes force-déplacement du tirant (comportement global) où on remarque que les prédictions numériques sont cohérentes et satisfaisantes. Il est important de noter que le modèle du comportement moyen fictif de l'acier est le plus simple, puisque il permet de s'affranchir de la modélisation des deux matériaux ainsi que leur interaction. Ainsi, il permet de réaliser des simulations numériques beaucoup moins coûteuses par comparaison aux modèles classiques de modélisation. Ce point serait particulièrement avantageux dans le cas de simulation de structures à l'échelle réelle, ce qui démontre clairement l'intérêt potentiel des travaux développés dans cette thèse.

7. Les paramètres influant sur la loi de comportement fictif du tirant en béton armé

L'évaluation de l'influence des différents paramètres d'entrée de loi fictive du tirant en béton armé, a été étudiée sur les essais d'Espion [59].

Espion [59] a réalisé des essais sur des prismes de section carré en béton armé de 150 x 150 x 1500 mm. La disposition des armatures est représentée à la figure (Fig II.13). Les barres d'acier sont des barres à adhérence améliorée ($\sigma_e = 400$ MPa et $E_s = 200000$ MPa).

La description géométrique des essais est résumée dans le tableau (II.2) où β_w représente la résistance à la compression du béton mesurée sur cube et σ_{sr} est la contrainte correspondant à l'apparition de la première fissure macroscopique du tirant.

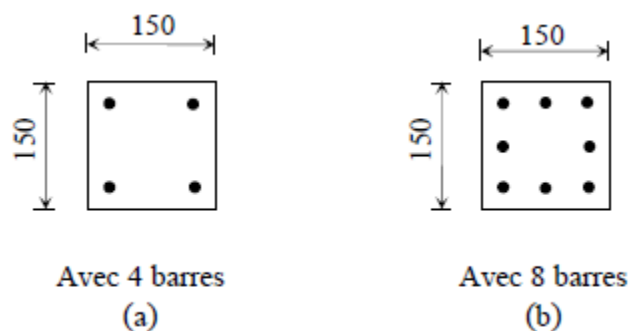


Fig II.25: Représentation de la section du tirant dans les essais d'Espion (dimensions en mm)

Tableau II. 3: Valeurs caractéristiques des essais d'Espion

Armature	$A_s(\text{mm}^2)$	$\rho(\%)$	$\beta_w(\text{MPa})$	$\sigma_{sr}(\text{MPa})$
4HA6	113	0.5	35.4	292
4HA8	201	0.9	45.4	212
8HA6	226	1	29.1	132
8HA8	402	1.8	42.1	116
4HA12	452	2	34.5	82
8HA12	905	4	39.6	56

7.1. Influence de la variation de la contrainte effective η

Avec la méthode de calcul du diagramme fictif de l'acier proposée, on a effectué la comparaison avec les essais expérimentaux présentés dans le tableau(II.2). Ici, on a gardé les mêmes paramètres de la loi adhérence-glissement ($g_1=0.25\text{mm}$, $\alpha=0.3$, $a=2$) et varié le paramètre η .

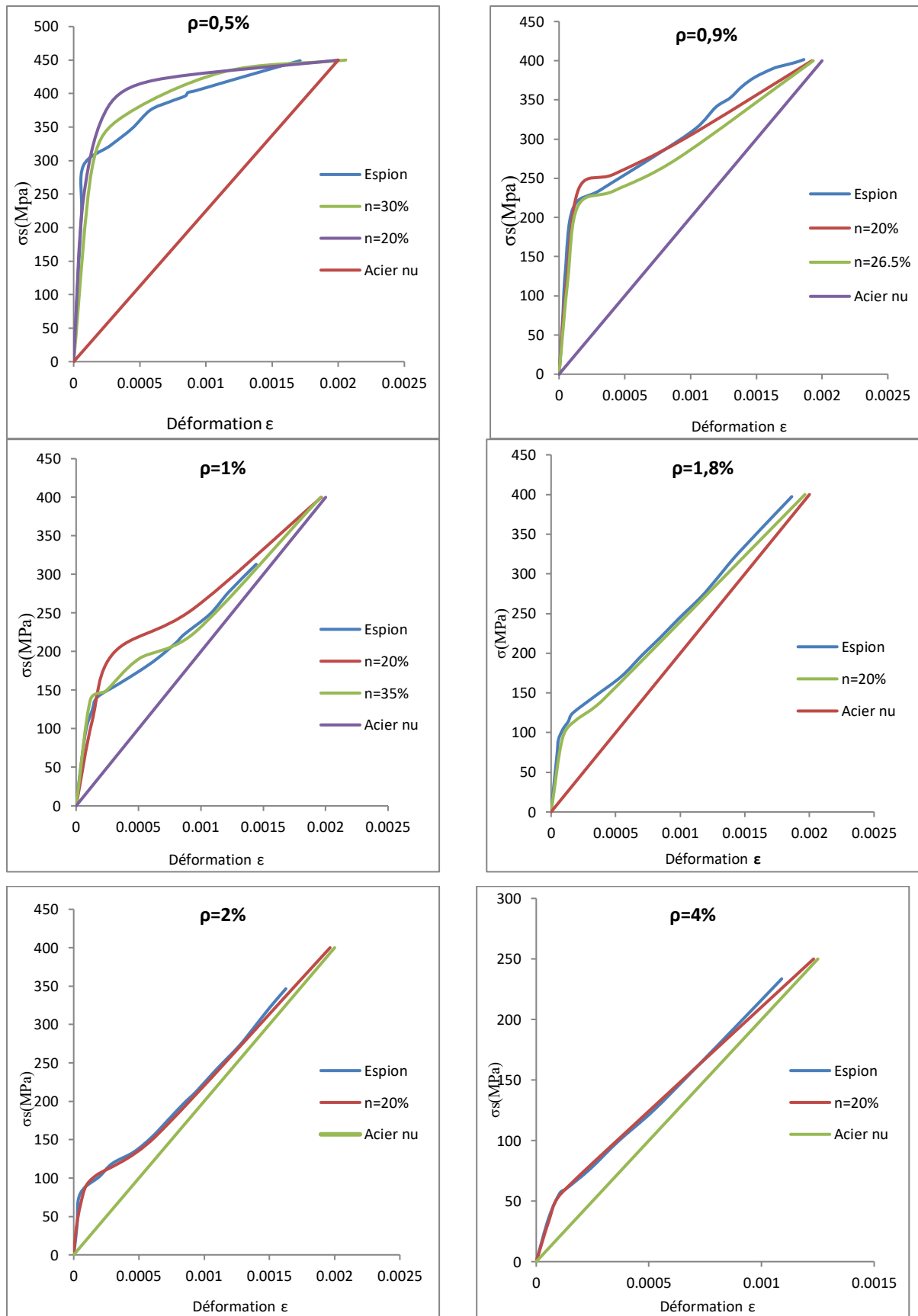


Fig II.26: Influence de la variation de la contrainte effective η sur la loi fictive du tirant

On a pris pour les essais d'Espion une variation de la contrainte effective du béton de $\pm 20\%$ pour l'ensemble des essais avec un pourcentage d'armatures $\rho > 1\%$.

On observe en effet, qu'on augmente encore plus la variation de la contrainte effective du béton pour les essais avec $\rho \leq 1\%$ afin d'approcher au mieux les courbes expérimentales et de ne pas surestimer la charge de la première fissure. De plus, on remarque que la « durée » de la phase IIa lors de la fissuration dépend essentiellement de la variation de la contrainte de traction effective du béton le long du tirant. Pour des pourcentages d'acier relativement faibles (exemple : essai d'Espion pour $\rho = 0,5\%$), la plastification des aciers peut être atteinte sans que la phase IIa ne soit terminée (c'est-à-dire que le nombre de fissures n'est pas stabilisé).

La loi de comportement en phase fissurée des tirants à pourcentage d'armatures $\rho > 1\%$ est, quant à elle, bien représentée.

Il en ressort alors une importante **influence du pourcentage d'acier** dans la prédiction du comportement du tirant en béton armé, particulièrement en post fissuration.

7.2. Influence de la variation du pourcentage d'acier

L'influence du pourcentage d'acier pour la même section de béton et les mêmes paramètres de la loi adhérence-glissement est bien mise en évidence sur la figure précédente (Fig II.14).

Les pourcentages considérés dans les essais d'Espion sont d'ordre expérimental. On se pose, dès lors, la question sur le fait que ces pourcentages ne correspondent pas tous au minimal requis par les codes de calcul des structures en béton armé. On s'intéresse alors à la condition de non-fragilité.

La règle générale de calcul EN 1992-1-1 [69] prescrit des sections minimales d'armatures afin d'empêcher une rupture fragile, de larges fissures et également pour résister à des efforts provenant d'actions gênées.

La condition de non-fragilité implique un comportement à la rupture à la traction "écrouissant". Si cette condition n'est pas respectée, on peut s'attendre à ce que des efforts qui mènent à la fissuration du béton conduisent à une rupture brutale de l'élément (dans le cas où ces efforts sont produits par des charges directes).

À moins qu'un calcul plus rigoureux ne démontre qu'une section réduite suffit, les sections minimales d'armatures peuvent être calculées comme indiqué ci-après. Dans le cas des sections profilées telles que poutres en T et poutres-caissons, il convient de déterminer séparément le ferrailage minimal pour les différentes parties de la section [70].

$$A_{s\ min}\sigma_s = K_c K f_{ct\ eff} A_{ct} \dots \dots \dots (27)$$

où :

$A_{s\ min}$ est la section minimale d'armatures de béton armé dans la zone tendue

A_{ct} est l'aire de la section droite de béton tendu. La zone de béton tendue est la partie de la section dont le calcul montre qu'elle est tendue juste avant la formation de la première fissure

σ_s est la valeur absolue de la contrainte maximale admise dans l'armature immédiatement après la formation de la fissure.

$f_{ct\ eff}$ est la valeur moyenne de la résistance en traction du béton au moment où les premières fissures sont supposées apparaître : $f_{ct\ eff} = f_{ctm}$

K est un coefficient qui tient compte de l'effet des contraintes non-uniformes auto-équilibrées conduisant à une réduction des efforts dus aux déformations gênées :

$K = 1,0$ pour les âmes telles que $h \leq 300$ mm

$K = 0,65$ pour les âmes telles que $h \geq 800$ mm

les valeurs intermédiaires peuvent être obtenues par interpolation

K_c est un coefficient qui tient compte de la répartition des contraintes dans la section immédiatement avant la fissuration ainsi que de la modification du bras de levier :

En traction pure : $K_c = 1,0$

Dans le cas d'un simple tirant tendu, la condition de non-fragilité implique que l'effort nécessaire pour provoquer la fissuration du béton puisse être repris par l'armature nous ramène à la relation

$$\rho_{min} = \frac{A_{s\ min}}{A_{ct}} = \frac{f_{ctm}}{\sigma_s} \dots \dots \dots (28)$$

Le tableau suivant résume l'application de la condition de section minimale en traction pour les éléments testés par Espion (Exemple traité dans notre cas), afin de voir quels sont les pourcentages d'armatures pour les quels cette condition est vérifiée.

Tableau II. 4: Vérification de la condition de section d'armatures minimale

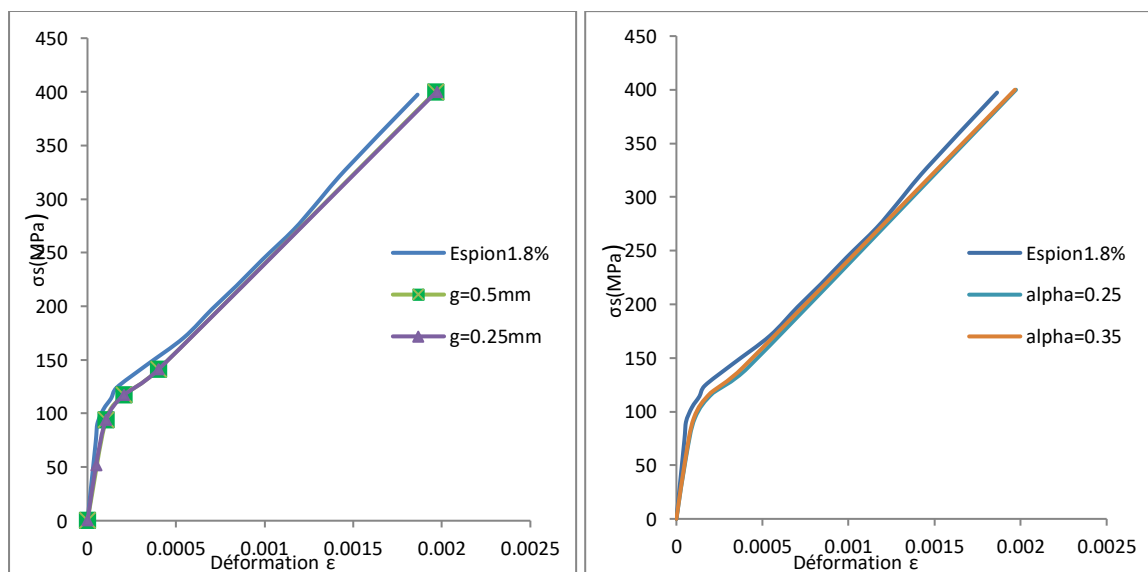
Armature	A_s (mm ²)	f_{ctm} (MPa)	ρ (%)	ρ min (%)
4HA6	113	2,72	0.5	0,68
4HA8	201	3,32	0.9	0,83
8HA6	226	2,34	1	0,585
8HA8	402	3,13	1.8	0,7825
4HA12	452	2,67	2	0,6675
8HA12	905	2,98	4	0,745

Il en ressort clairement que dans le cas où le pourcentage d'acier est égal à 0.5%, la condition de non-fragilité n'est pas vérifiée. Le cas où $\rho=0.9\%$ est à la limite de la CNF. Ceci peut expliquer les différences des courbes contraintes-déformations pour ces cas-là. De plus, si l'on veut en outre limiter l'ouverture des fissures en service à des valeurs acceptables, ces quantités minimales devront être augmentées.

7.3. Influence des paramètres de la loi adhérence-glissement

On varie les paramètres de la loi adhérence-glissement (g_1 , α) en restant dans le domaine des valeurs préconisées par le code CEB. Dans le cas d'un béton non confiné, le CEB limite le glissement g_1 entre 0.25 et 0.5. Le coefficient α compte à lui est compris entre 0.25 et 0.35.

On reprend l'exemple du tirant d'Espion avec un pourcentage d'acier de 1.8%.


 Fig II.27: Influence des paramètres g_1 et α sur la loi fictive du tirant

On remarque bien que tant qu'on est dans le domaine du CEB, les valeurs de g_1 et α n'ont pas grande influence sur la loi de comportement du tirant, tant qu'on reste dans le domaine préconisé par le code CEB (Fig II.15.). α intervient plutôt sur l'allure de la courbe en phase de fissuration, tant dis que la variation du glissement g_1 modifie très légèrement les valeurs des déformations. Ceci est bien valable aussi pour les essais d'Espion avec les autres pourcentages.

8. Conclusion

Partant de l'équilibre des forces dans une section droite d'un « tirant » en béton armé, la loi d'adhérence - glissement $\tau(g)$ adoptée par le comité européen de béton (CEB-FIP, 1988) est utilisée pour établir les équations gouvernant le glissement entre les armatures et le béton.

Nous obtenons ainsi une équation différentielle du second ordre en g (glissement) en fonction de la profondeur d'introduction de l'effort. Sa résolution nous a permis de déduire, à chaque niveau de chargement, les variations des allongements relatifs de l'acier et du béton à l'intérieur du tirant. On peut ainsi calculer les allongements relatifs moyens de l'acier et du béton sur une certaine distance et en général entre deux fissures consécutives et déterminer les différents points (σ - ε_m) à chaque niveau de contrainte.

La confrontation de la loi proposée avec les courbes expérimentales des différents tirants testés en traction par Espion est plutôt satisfaisante. En effet, au-delà de la fissuration, le modèle décrit de façon convenable les deux phases IIa et IIb, notamment pour les tirants dont les pourcentages d'acier sont supérieurs à 1%.

Pour toutes choses égales par ailleurs, l'allure de la courbe $\sigma(\varepsilon_m)$ dépend essentiellement du pourcentage d'acier et de la variation de la contrainte de traction effective du béton le long du tirant.

Dans toutes les zones où les contraintes de traction sont significatives, il est indispensable de prévoir une quantité d'armatures minimale qui permet d'éviter tout risque de rupture fragile. Ceci mènera généralement à des pourcentages de l'ordre de 0.15% en flexion et à 0.6% en traction pure.

Avec les relations et les méthodes de calcul proposées dans la présente étude, des lois fictives du béton (armé), en utilisant les allongements relatifs moyens, peuvent être facilement établies. Ces lois, nous allons par la suite les intégrer dans la simulation numérique des structures en béton armé.

SIMULATION ET VALIDATION

1. Etude expérimentale	87
1.1. Protocole expérimental	87
1.1.1. Matériaux utilisés	87
1.1.2. Présentation de l'essai	88
1.2. Résultats expérimentaux	90
2. Etude numérique	92
2.1. Modèle statique implicite (Abaqus Standard)	92
2.2. Approche explicite (Abaqus explicit)	93
3. Stratégie de modélisation.....	95
3.1. Modélisation du béton	95
3.1.1. Paramètres des courbes uni-axiales en traction et en compression	97
3.1.2. Paramètres pour la définition de la fonction de charge et la loi d'écoulement	99
4. Simulation numérique d'un tirant en béton armé	102
4.1. Modélisation des matériaux	102
4.2. Résultats et discussion.....	106
5. Simulation numérique d'une poutre en béton armé.....	108
5.1. Modélisation des matériaux	108
5.2. Résultats et discussion.....	115
6. Simulation numérique d'un voile en béton armé.....	118
6.1. Modélisation des matériaux	121
6.2. Résultats et discussion.....	125
7. Conclusion	128

Dans ce chapitre, nous allons appliquer la méthode de calcul établie pour la détermination des lois fictives du comportement du béton armé sur des essais expérimentaux de tirants et poutres et estimer la capacité du modèle et sa performance à simuler le comportement complexe du béton.

L'analyse non-linéaire par éléments finis constitue un outil numérique de pointe pour l'analyse des éléments en béton armé. Elle permet de reproduire le comportement fragile du béton après fissuration et constitue dans certains cas la seule alternative aux essais expérimentaux pour la prédiction précise du comportement des structures en béton. Cet outil s'utilise surtout pour la reproduction de résultats d'essais expérimentaux (tirants, poutres et plaques en béton armé).

Le logiciel commercial ABAQUS permet une modélisation rapide et facile d'une structure en béton, armé ou non armé, allant du simple (ex: poutre, voile, dalle en béton armé) au complexe (ex: pont en béton armé), permet la résolution des problèmes non-linéaires liés à la fissuration et à l'écrasement du béton, et il est assez flexible et personnalisable (ex: possibilité d'ajouter ou modifier de lois de comportements, de nouveaux éléments). Parmi les avantages d'ABAQUS, il y a la rapidité de prétraitement, la possibilité de diffuser des éléments surfaciques ou de barres d'armatures dans des éléments solides de béton, et la disponibilité du sous-produit ABAQUS/Explicit.

1. Etude expérimentale

Au sein du laboratoire béton de l'IUT de Nancy-Brabois (université de Lorraine), nous avons procédé à la confection et à la réalisation d'essais mécaniques de trois poutres en béton armé. Le but de cette étude est de comparer la fiabilité des essais expérimentaux lors de la confrontation aux modèles numériques.

1.1. Protocole expérimental

1.1.1. Matériaux utilisés

Le béton mis en place est un béton auto-plaçant fabriqué avec un ciment CEM II/B 32.5R. Les masses des composants utilisés pour 1 m^3 sont données dans le tableau suivant :

Tableau III.1: Composition du béton

Masse [kg/m ³]	Gravier 5/15	Sable 0/5	Eau	Ciment	Fines	Optima 203
	775	862	199	320	163	3

La quantité d'eau a été ajustée à chaque gâchée pour obtenir un étalement au cône d'Abrams de 650 mm.

Nous avons procédé à des essais de compression sur des éprouvettes cylindrique 16 x 32 cm²(FigIII.1).Nous avons obtenu une résistance en compression moyenne $f_{cm} = 35 \text{ Mpa}$, avec un écart type $s = 1.71 \text{ Mpa}$.



Fig III.1 : Caractérisation en compression

Les armatures utilisées sont des aciers à haute adhérence HA500.

1.1.2. Présentation de l'essai

Les éléments fabriqués sont des poutres en béton armé de section 150mm x 280 mm et de longueur de 3000mm(FigIII.2).



Fig III.2 : coffrage des poutres testées

Le ferrailage adopté pour les poutres, est de 2T14 en zone tendue, 2T8 en armatures de construction et les cadres transversaux sont en acier lisse Φ 6 (Fig III.3). Les barres et les cadres sont des HA500.

Un dispositif de chargement en flexion quatre points a été choisi sur une portée libre de 1000 mm avec des débordements de 125 mm de part et d'autre de la travée principale. Cet essai présente en effet l'intérêt de soumettre un volume important à un moment constant.

Un système d'acquisition de données a été connecté à un ordinateur pour contrôler le taux de chargement, et pour enregistrer les flèches, les déformations dans le béton.

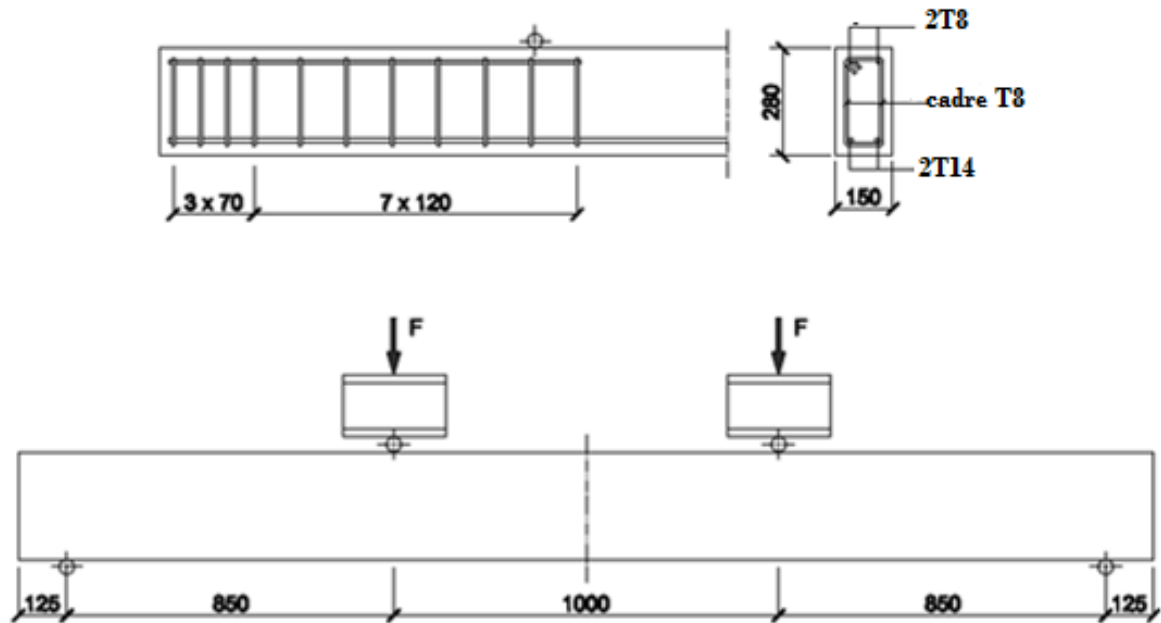


Fig III.3 : Géométrie et ferrailage des poutres testées

Les essais de flexion ont été réalisés au laboratoire sur une presse hydraulique pilotée par un micro-ordinateur (Fig III.4). Chacune des poutres testées est instrumentée à l'aide d'un capteur de déplacement LVDT (Linear Strain Displacement Transducer) afin de mesurer la flèche à mi- travée.



Fig III.4 : Dispositif expérimental pour les essais de flexion 4 points

1.2. Résultats expérimentaux

Les tests ont été menés jusqu'à la rupture. Une fissuration progressive du béton s'est développée essentiellement dans la zone de traction, en partie médiane. Le mode de rupture est principalement en flexion (Fig III.5).



Fig III.5 : Progression des fissures lors de l'essai sur poutre en flexion

Pour chacune des trois poutres en béton armé confectionnées, nous avons récupéré les relations en les charges appliquées et les flèches des poutres étudiées à mi- portée.

Le comportement global charge-déplacement est représenté sur la figure (Fig III.6).

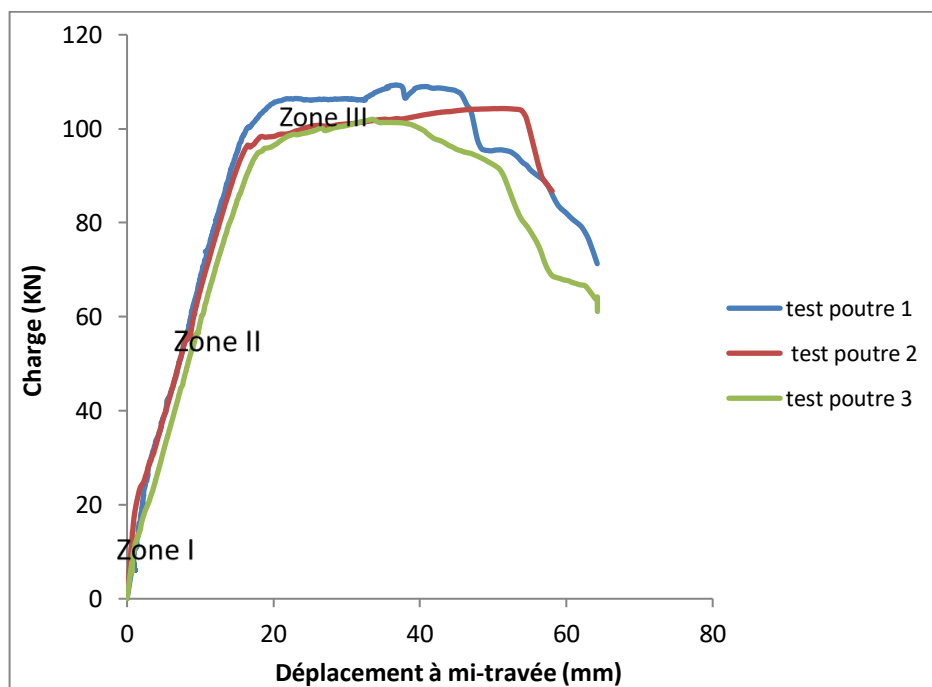


Fig III.6 : Courbes expérimentales charge-déplacement à mi- travée des poutres.

Les diagrammes force-déplacement ont tous la même allure, on peut distinguer trois zones correspondantes au comportement global des poutres:

- **Zone I** : Le comportement de la poutre est quasi-élastique. Les petites valeurs de force (avant environs 25Kn) n'entraînent pas de fissuration du béton tendu. Cette zone prend fin quand la contrainte limite en traction de la matrice est atteinte (initiation de la fissure).

- **Zone II** : La raideur initiale diminue dans un premier temps, ceci est dû à l'initiation de fissures dans le béton. Les microfissures se localisent, ce qui conduit à la création de macro-fissures. Mais le béton comprimé ainsi que le ferrailage dans la partie tendue se comportent encore élastiquement jusqu'à atteindre des déformations critiques.

- **Zone III** : La macro-fissure principale s'ouvre de manière importante ce qui correspond soit à une plastification du renforcement ou/et à la formation de fissures longitudinales développées par le béton comprimé. Ceci se traduit par une rupture de pente sur le diagramme. Cette dégradation donc est liée à la rupture ou à une perte d'adhérence. Ce comportement adoucissant se poursuit jusqu'à l'éclatement du béton dans la zone comprimée.

Tableau III.2: Résistances ultimes des poutres expérimentées.

Poutres	Force de rupture (Kn)	Déplacement correspondant (mm)
Poutre 1	105.68	19.91
Poutre 2	96.25	16.37
Poutre 3	94.91	18.61

On note à partir du tableau (tableau III.2), qu'il y a quelques différences sur le plateau correspondant au moment d'écoulement pour les trois poutres, malgré le fait qu'elles soient fabriquées dans les mêmes conditions et avec la même composition du béton.

La force de rupture est assez comparable, la force moyenne vaut 98.95 Kn avec une erreur absolue de 4.45Kn ($F_R = 98.95 \pm 4.45$ Kn). La différence des flèches correspondantes aux forces de rupture s'explique par les états de fissuration différents pour chacune des poutres.

2. Etude numérique

La modélisation est réalisée avec le logiciel d'éléments finis ABAQUS [71]. Ce logiciel n'est qu'un solveur qui effectue la résolution d'un problème décrit par un fichier « entrée » (ou fichier de données) et dont il écrit la solution vers un fichier « de sortie » (ou fichier de résultats).

La résolution se fait en éléments finis par deux solveurs :

- Le solveur **Abaqus/Standard** est dédié aux analyses statiques, de dynamique linéaire, thermiques et à certains couplages multi physiques. Il utilise une stratégie implicite avec un chemin de résolution itératif des équations à résoudre, il approche la solution par des cycles successifs d'équilibre.
- Le solveur **Abaqus/Explicit** est dédié aux analyses dynamiques transitoires brèves type crash et aux analyses quasi-statiques ainsi qu'à certains couplages multi physiques. Il utilise une formulation dynamique explicite non linéaire et détermine la solution en avançant explicitement le plus petit temps d'incrément du modèle sans itération.

2.1. Modèle statique implicite (Abaqus Standard)

L'approche de résolution standard des problèmes non-linéaires par éléments finis a été la formulation implicite itérative dans laquelle les équations d'équilibre entre les forces externes (F_{ext}) et internes (F_{int}) sont résolues d'une manière itérative jusqu'à convergence.

Généralement, les Analyses statiques non linéaires implicites sont résolues avec la Méthode de Newton-Raphson (Abaqus/Standard). Ce qui conduit à définir une matrice de rigidité tangente non-linéaire $[K_T(u)]$. Le processus itératif (avec indice i pour marquer l'itération) conduisant à l'équilibre s'écrit alors

$$[K_T(u)]_i \cdot \{\Delta u\} = \{f_{ext}\}_i - \{f_{int}\}_i$$

Il est nécessaire que la matrice $[K_T(u)]$ soit bien conditionnée pour éviter des problèmes lors de la résolution du système.

Les étapes de chargements (steps) sont découpées en incréments (niveaux de charge donnés), dans lesquels nous retrouvons plusieurs itérations (tentatives de recherche d'équilibre). N'importe quelle taille d'incrément peut être utilisée.

La matrice de rigidité tangente globale du système est en fait calculée à chaque pas d'analyse et des itérations successives sont faites afin de respecter le critère de convergence. Ce dernier peut être basé sur les forces, les déplacements ou la combinaison des deux. Pour le cas de la méthode Newton-Raphson, l'algorithme cherche l'incrément de déplacement ΔU , étant donné l'incrément de force ΔP dans le cas de pilotage en force. Dans le cas de pilotage en déplacement, c'est l'incrément de force qui devient l'inconnue.

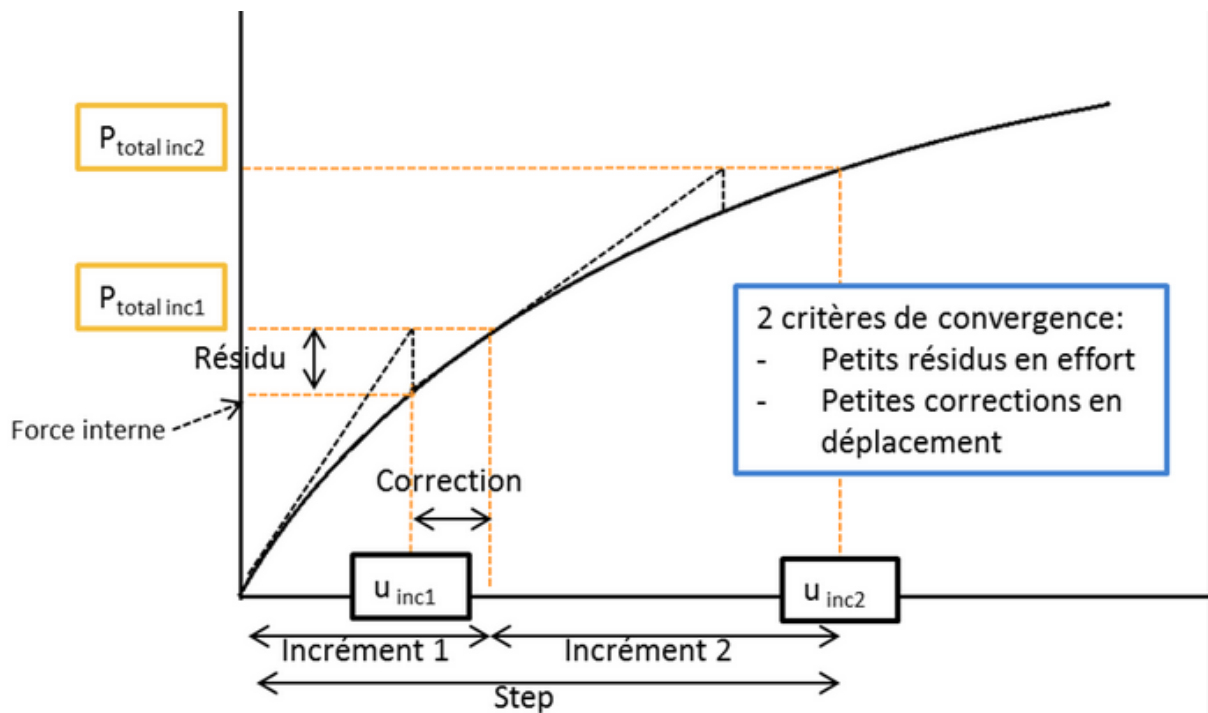


Fig III.7: Méthodes de résolution utilisant la formulation implicite [8]

2.2. Approche explicite (Abaqus explicit)

Abaqus/Explicit résout l'équilibre dynamique en utilisant un schéma de résolution explicite, schéma conditionnellement stable (la taille du pas de temps doit être contrôlée). Il y a généralement beaucoup plus d'incréments mais ceux-ci sont moins coûteux. Il utilise un schéma d'intégration temporelle de type différences finies centrales.

La base de cette méthode consiste à résoudre avec un certain nombre de pas temporels sans itération l'équation suivante:

$$[M_G].\{\gamma_G\} = \{f_G^{ext}\} - \{f_G^{int}\} = \{f_g\}$$

γ_G Étant le vecteur des accélérations nodales et M_G la matrice de masse globale.

Dans cette méthode, on ne linéarise pas cette équation et on ne calcule donc pas la matrice de rigidité. Mais la force de cette méthode ne provient pas que de cet aspect. Elle provient surtout du fait que l'on utilise une matrice masse centrée diagonalisée.

$$[M] \rightarrow [M_{diag}] = [I]. [M]$$

La stabilité de cette méthode est liée à la topologie de la structure et à la taille du pas de temps choisi. On construit généralement ces schémas à un pas qui appartient à la famille de Newmark.

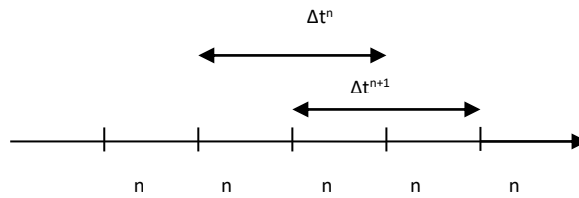


Fig III.8 : Discrétisation temporelle

On utilise donc le schéma d'intégration temporelle à différence finies centrales, en prenant un pas de temps constant, l'accélération s'approxime de cette manière (u étant le déplacement et n le pas de temps)

$$\gamma^n = \frac{(u^{n+1} - 2u^n + u^{n-1}))}{(\Delta t^n)^2}$$

Il s'agit alors de résoudre l'équation d'équilibre

$$[M].\{\gamma^n\} = \{f^{ext}(u^n, t^n)\} - \{f^{int}(u^n, t^n)\}$$

L'application graduelle quasi-statique des charges ($M\gamma \approx 0$) permet aussi de résoudre les problèmes d'une manière quasi-statique. Des études comparatives entre la formulation explicite et implicite [68] ont montré l'avantage de la méthode explicite pour les problèmes complexes incluant plusieurs types de non-linéarités (non-linéarités géométriques et matérielles, problèmes de contact).

De point de vue vitesse de calcul, l'avantage de l'approche explicite vient donc du fait de l'absence d'itérations au niveau de chaque incrément et du besoin de former et d'inverser la

matrice de rigidité globale puisque les forces nodales sont remplacées par des accélérations nodales.

3. Stratégie de modélisation

Afin de représenter au mieux l'avantage de la loi fictive du tirant en béton armé, le choix s'est porté sur deux approches de modélisation en éléments finis:

- La première approche consiste à représenter le béton par des éléments solides hexaèdres linéaires à 3 dimensions avec un point d'intégration réduite (C3D8R) et à utiliser le modèle Concrete Damage Plasticity (CDP) inclus dans le logiciel Abaqus pour représenter la loi de comportement en compression et en traction du béton avec endommagement. Tant dis que les armatures sont représentées de manière discrète en utilisant des éléments de treillis à 2 nœuds (Truss élément T3D2), et sont modélisées par une loi élasto-plastique de l'acier. On nommera cette approche par la suite "**Modèle 1**".
- La deuxième approche quant à elle consiste à représenter seulement la géométrie du béton toujours par des éléments solides 3D mais sans les armatures. La contribution des armatures est alors implicitement prise en compte par la loi de comportement fictif du béton en traction intégrée dans le modèle du béton. On nommera cette approche par la suite "**Modèle 2**".

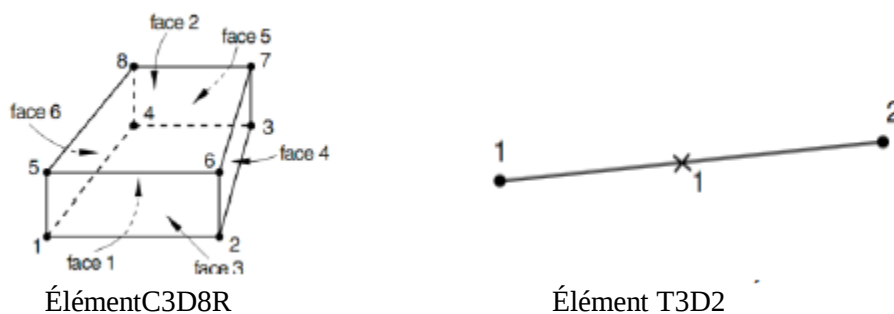


Fig III.9: Éléments de maillage utilisés [71]

3.1. Modélisation du béton

Le modèle CDP (Concrete Damaged Plasticity) est un modèle de béton à fissuration diffuse disponible dans ABAQUS/Standard et ABAQUS/Explicit. Deux autres modèles sont également disponibles dans ABAQUS :

- SCM (Smeared Cracking model), un modèle de fissuration répartie mais qui ne tient pas compte de l'effet unilatéral du béton.
- et BCM (Brittle Cracking Model), un modèle de rupture fragile où le comportement du béton en traction et en compression est considéré comme élastique.

Une analyse des capacités de chaque modèle a permis de sélectionner le modèle CDP comme étant le plus complet et le plus favorable pour l'application souhaitée. En effet, le modèle *Concrete Damage Plasticity* (CDP) est basé sur le couplage de l'endommagement et de la plasticité. Ce modèle a donc le potentiel de représenter un comportement inélastique complet du béton tant en traction qu'en compression, en intégrant les caractéristiques d'endommagement. De plus, il est plus complet, polyvalent et entraîne moins de problèmes de convergence.

Les équations qui gouvernent le modèle comprennent: la décomposition des déformations élasto-plastique, la relation contrainte-déformation avec un paramètre d'endommagement isotrope, la fonction de charge et la loi d'écoulement, respectivement, comme indiqué dans les équations suivantes:

$$\varepsilon = \varepsilon^{el} + \varepsilon^{pl}$$

$$\sigma = (1 - d)D_0^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl}) = D^{el} : (\varepsilon - \varepsilon^{pl})$$

$$F(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^{pl}) \leq 0$$

$$\dot{\varepsilon}^{pl} = \dot{\lambda} \frac{\partial G(\bar{\sigma})}{\partial (\bar{\sigma})}$$

Où:

ε : est la déformation totale,

ε^{el} : est la déformation élastique

σ : est la contrainte

d : est la variable d'endommagement scalaire

D_0^{el} : est la matrice de raideur élastique

D^{el} : est la matrice de rigidité dégradée

$\bar{\sigma}$: est la contrainte effective

$\tilde{\varepsilon}^{pl}$: est la déformation plastique équivalente

λ : est un multiplicateur non négative

3.1.1. Paramètres des courbes uni-axiales en traction et en compression

La définition de la courbe uni-axiale en compression nécessite l'introduction d'une série de points $(\sigma_c, \tilde{\varepsilon}_c^{in})$ tel que décrit à la figure (Fig III.10 (b)). Le premier point $(\sigma_{c0}, 0)$ correspond au dernier point sur la portion linéaire élastique.

En traction uni-axiale la courbe contrainte-déformation est linéaire élastique jusqu'à ce que la valeur de la contrainte de rupture σ_t soit atteinte. Au-delà de la contrainte de rupture, il y a une chute de contrainte qui correspond à l'apparition de microfissures dans le matériau béton; ces microfissures se localisent progressivement jusqu'à engendrer la rupture du matériau (Fig III.10(a)).

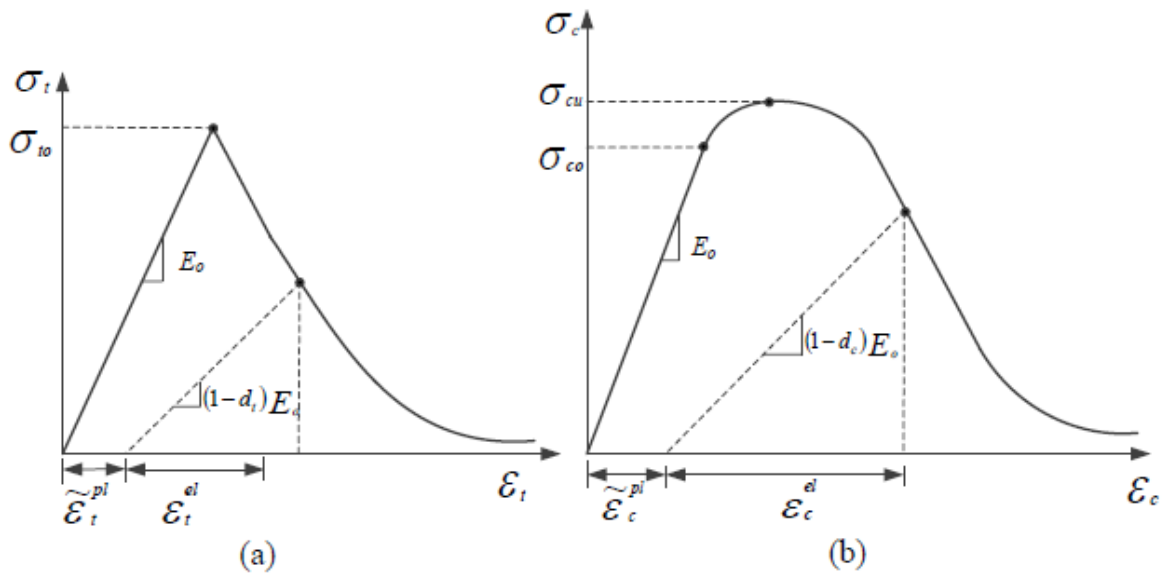


Fig III.10: Définition de la courbe uni-axiale pour le modèle CDP, (a) en traction, (b) en compression [72]

Comme le montrent la figure (Fig III.10), lorsque l'échantillon de béton est déchargé de tout point d'adoucissement, la rigidité élastique du matériau est dégradée. Cette dégradation est caractérisée par deux variables d'endommagement d_c et d_t , celles-ci varient de 0 pour un matériau non endommagé à 1 pour un matériau entièrement endommagé.

$$d_t = d_t(\varepsilon^{pl}) \text{ et } 0 \leq d_t \leq 1$$

$$d_c = d_c(\varepsilon^{pl}) \text{ et } 0 \leq d_c \leq 1$$

La relation contrainte-déformation sous traction et compression uni-axiale est déterminée est aussi définie en fonction des variables d_c et d_t :

$$\sigma_t = (1 - d_t) E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl})$$

$$\sigma_c = (1 - d_c) E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl})$$

Où E_0 est la rigidité élastique initiale non endommagée du béton, $\tilde{\varepsilon}_t^{pl}$ et $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ sont respectivement des déformations plastiques équivalentes en traction et en compression. Les contraintes effectives uni-axiale en traction et en compression, qui résultent de la propagation de la fissure et de la réduction de la surface de charge dis, sont alors données par:

$$\tilde{\sigma}_t = \frac{\sigma_t}{(1 - d_t)} = E_0 (\varepsilon_t - \tilde{\varepsilon}_t^{pl})$$

$$\tilde{\sigma}_c = \frac{\sigma_c}{(1 - d_c)} = E_0 (\varepsilon_c - \tilde{\varepsilon}_c^{pl})$$

Les courbes de contrainte-déformation sont ensuite converties en courbes de contrainte-déformation inélastique à utiliser dans la modélisation. La déformation inélastique est définie comme la déformation totale moins la déformation élastique, comme indiqué dans les équations. Abaqus convertira la déformation inélastique en déformation plastique en utilisant ces équations:

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_c^{in} &= \varepsilon - \frac{\sigma_c}{E_0} \\ \tilde{\varepsilon}_c^{pl} &= \tilde{\varepsilon}_c^{in} - \frac{d_c}{(1-d_c)} \frac{\sigma_c}{E_0} \\ \tilde{\varepsilon}_t^{pl} &= \tilde{\varepsilon}_t^{ck} - \frac{d_t}{(1-d_t)} \frac{\sigma_t}{E_0}\end{aligned}$$

3.1.2. Paramètres pour la définition de la fonction charge et la loi d'écoulement

Les états de contrainte admissibles sont limités par la fonction de charge (Fig III.12). Elle définit le domaine d'élasticité dans lequel le comportement du matériau reste réversible mais aussi le domaine plastique et permet ainsi de spécifier quand a lieu l'écoulement plastique. La fonction de charge utilisée par ABAQUS pour le modèle CDP est celle proposée par Lubliner et al. [72] et Lee et Fenves [73] est comme indiqué dans l'équation suivante:

$$F(\bar{\sigma}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{1}{1-\alpha} (\bar{q} - 3\alpha\bar{p} + \beta(\tilde{\varepsilon}^{pl})\langle\bar{\sigma}_{max}\rangle - \gamma\langle-\bar{\sigma}_{max}\rangle) - \bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}) \leq 0$$

Où :

$$p = -\frac{1}{3}\sigma: I: \text{ est la pression hydraulique}$$

$$q = \sqrt{\frac{2}{3}S:S} : \text{ est la contrainte équivalente de Von Mises}$$

$$S = pI + \sigma : \text{ est le tenseur déviateur du tenseur de contraintes } \sigma$$

$$\tilde{\sigma}_{max} : \text{ est la valeur algébrique maximum des valeurs propres de } \sigma$$

La fonction $\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl})$ est donné par

$$\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha)$$

Et le coefficient α est déterminé par la contrainte élastique en compression uni-axiale σ_{b0} et la contrainte élastique en compression bi-axiale σ_{b0} :

$$\alpha = \frac{\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}{2\sigma_{b0} - \sigma_{c0}}$$

Les valeurs expérimentales de $\frac{\sigma_{b0}}{\sigma_{c0}}$ se situent entre 1.10 et 1.16 la valeur de α va de 0.08 à 0.12 [72].

Le coefficient γ est évalué avec :

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}$$

Où:

K_c : représente le rapport de second invariant des contraintes à la méridienne de traction (q_{TM}) et de la compression (q_{CM}) (Fig III.11).

La valeur par défaut de $K_c = 2/3$ semble donner des bons résultats pour les états de contrainte de traction ou de faible pression de confinement et a été utilisée dans ce travail.

La forme de la surface F est aussi définie par le paramètre η qui représente le ratio entre la résistance en compression bi-axiale et la résistance en compression uni-axiale. La valeur par défaut $\eta = 1.16$ est utilisée dans ce travail.

Dans le cadre de la plasticité non associative, la direction de l'écoulement plastique est gérée par une fonction potentielle G différente de F. Elle est définie par une fonction hyperbolique de Drucker-Prager donnée par l'équation ci-dessous:

$$G = \sqrt{(\epsilon\sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi$$

La fonction potentielle G est représentée dans le plan méridien sur la figure (Fig III.11(b)). ψ est l'angle de dilatation qui définit géométriquement l'inclinaison de G dans le plan méridien p-q pour des valeurs de confinement élevées. σ_{t0} est la contrainte de rupture en traction triaxiale prise égale à la résistance uni-axiale en traction dans le cas de ce modèle.

ϵ est un paramètre matériel du modèle appelé excentricité. Il définit la vitesse avec laquelle la fonction potentielle s'approche de l'asymptote.

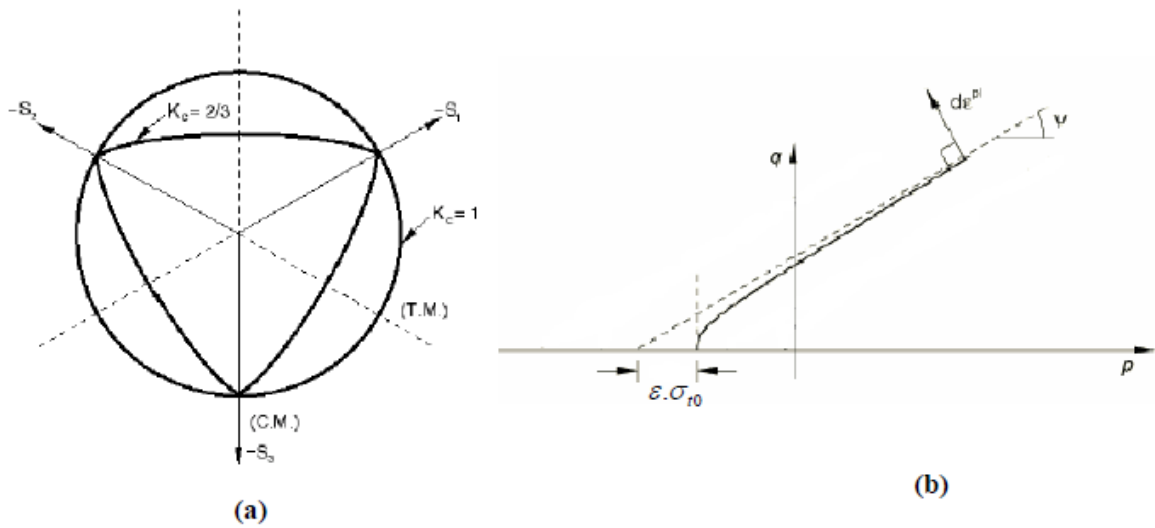


Fig III.11: Définition des surfaces d'écoulement et potentielle pour le modèle CDP
 (a) Forme de la surface d'écoulement sur un plan déviatorique;
 (b) Forme de la surface potentielle sur un plan méridien [73]

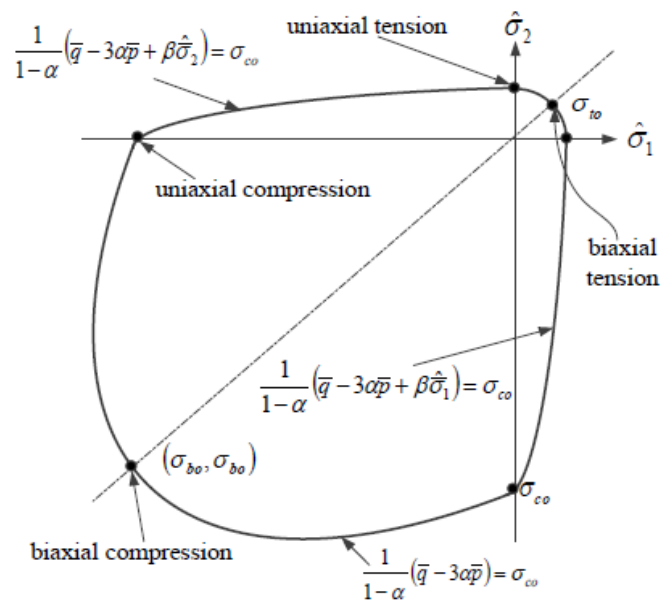


Figure III.12: Fonction de charge en contraintes planes [73]

4. Simulation numérique d'un tirant en béton armé

Pour la simulation numérique, le choix s'est porté sur l'essai expérimental d'Espion [59] avec le pourcentage en acier de 2%. Cet exemple, décrit sur la figure (Fig III.13), est un prisme en béton armé d'une section transversale de $150 \times 150 \text{ mm}^2$ et d'une longueur de 1500 mm soumis à une charge de traction aux deux extrémités. Il est renforcé à l'aide de 4 barres d'acier de 12 mm de diamètre chacune. Quelques caractéristiques de cet exemple sont résumées dans le tableau suivant:

Tableau III.3: Caractéristiques essai d'Espion avec $\rho=2\%$

Armature	A_s (mm^2)	A_c (mm^2)	$\rho(\%)$	$\beta_w(\text{MPa})$	$\sigma_e(\text{MPa})$
4HA12	452	22500	2	34.5	400

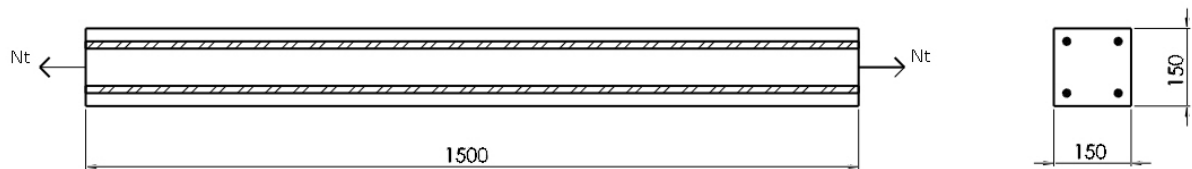


Fig.III.13: Description géométrique de l'essai d'Espion (dimension en mm)

4.1.Modélisation des matériaux

Comme précisé précédemment, nous avons choisi deux modèles pour la définition des matériaux

- **Modèle 1:**

Comme décrit précédemment, la loi de comportement du béton est définie par le modèle CDP.

Les paramètres du modèle de béton en comportement uni-axial (courbes uni-axiales de contraintes-déformation et endommagement-déformation) ont été déterminés à l'aide des données expérimentales.

En plus des courbes contrainte-déformation et endommagement uni-axiales en traction et en compression, il faut définir pour ce modèle l'angle de dilatation ψ , l'excentricité du potentiel d'écoulement, le rapport de la contrainte bi-axiale et la contrainte uni-axiale en compression (σ_{b0}/σ_{c0}), le paramètre K_c et le paramètre de viscosité (ν).

Les valeurs par défaut dans Abaqus des paramètres $K_c=2/3$ et $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}=1.16$ ont été utilisées.

La valeur de l'angle de dilatation ψ quant à elle n'est pas clairement spécifiée, et il n'y a pas de lignes directrices standards pour son calcul. Cependant, il peut être obtenu expérimentalement en mesurant le changement de volume du béton lorsque les déformations plastiques se produisent. Cet angle est généralement considéré dans la gamme de 30-45 °. Dans la présente étude, une valeur de $\psi= 38^\circ$ a été utilisée. De plus, comme tous les matériaux présentant une dégradation de la rigidité, la convergence est parfois difficile à atteindre. Ces difficultés de convergence ont été notamment résolues par l'introduction d'un paramètre de viscosité (ν). ABAQUS recommande une faible valeur du paramètre de viscosité par rapport à l'incrément de temps caractéristique. Une valeur de $\nu =0,0005$ a été adoptée lors de notre simulation.

Les valeurs des différents paramètres utilisés pour le modèle CDP sont résumées dans le tableau suivant:

Tableau III.4 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour le tirant d'Espion (Modèle1)

Tirant Espion $f_{cm}=34.5\text{Mpa}$		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	38°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ϵ)	0.1
E(Mpa)	31600	σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.13	K_c	2/3
Comportement du béton en compression		Endommagement en compression	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d_c)	Déformation plastique
10,15	0	0	0
19,74	4,00E-05	0	4,00E-05
28,72	0,00021	0	0,00021
35	0,00111	0	0,00111
31,91	0,00192	0,08822	0,00192
26,74	0,00293	0,23586	0,00293
22,98	0,00365	0,34334	0,00365
8,96	0,00747	0,74393	0,00747
1,42	0,01692	0,95946	0,01692

Comportement du béton en traction		Endommagement en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d_i)	Déformation plastique
2,21	0	0	0
1,74	0,00029101	0,210904	0,000291
1,21	0,00062436	0,452397	0,000624
0,68	0,00095772	0,69389	0,000958
0,14	0,00129107	0,935384	0,001291

Les armatures en acier et les étriers sont modélisés en matériaux élasto-plastiques avec une contrainte d'élasticité $\sigma_e = 400\text{Mpa}$; un module $E_s = 200\text{ GPa}$, et un coefficient de poisson $\nu=0.3$.

La taille de maillage adapté est de 20mm pour les éléments solides du béton et de 100mm pour les éléments treillis de l'acier. Ce choix de la taille des éléments de maillage est fait consécutivement à une étude de convergence.

- **Modèle 2**

A l'aide du programme Matlab développé (chapitre 2) et à partir des données expérimentales du tirant d'Espion, nous avons reproduit le comportement fictif de l'acier du tirant (chapitre 2 FigII.26). De la même façon, on a eu le comportement du béton fictif se rapportant à la section homogénéisée du tirant en béton armé. Cette loi est ensuite introduite dans le modèle CDP en traction et de cette manière nous avons tenu compte de la contribution de l'acier tendu dans le béton armé sans avoir à modéliser les armatures.

Tableau III.5: Paramètres de la loi CDP utilisés pour le tirant d'Espion (Modèle2)

Tirant Espion $f_{cm}=34.5\text{Mpa}$		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	38°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ϵ)	0.1
E(Mpa)	31600	σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.13	Kc	2/3

Comportement du béton en compression		Comportement du béton en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Contrainte (Mpa)	Déformation plastique
10,15	0	2.07	0
19,74	4,00E-05	2.05	0.00016
28,72	0,00021	2.40	0.00048
35	0,00111	7.47	0.0023
31,91	0,00192		
26,74	0,00293		
22,98	0,00365		
8,96	0,00747		
1,42	0,01692		

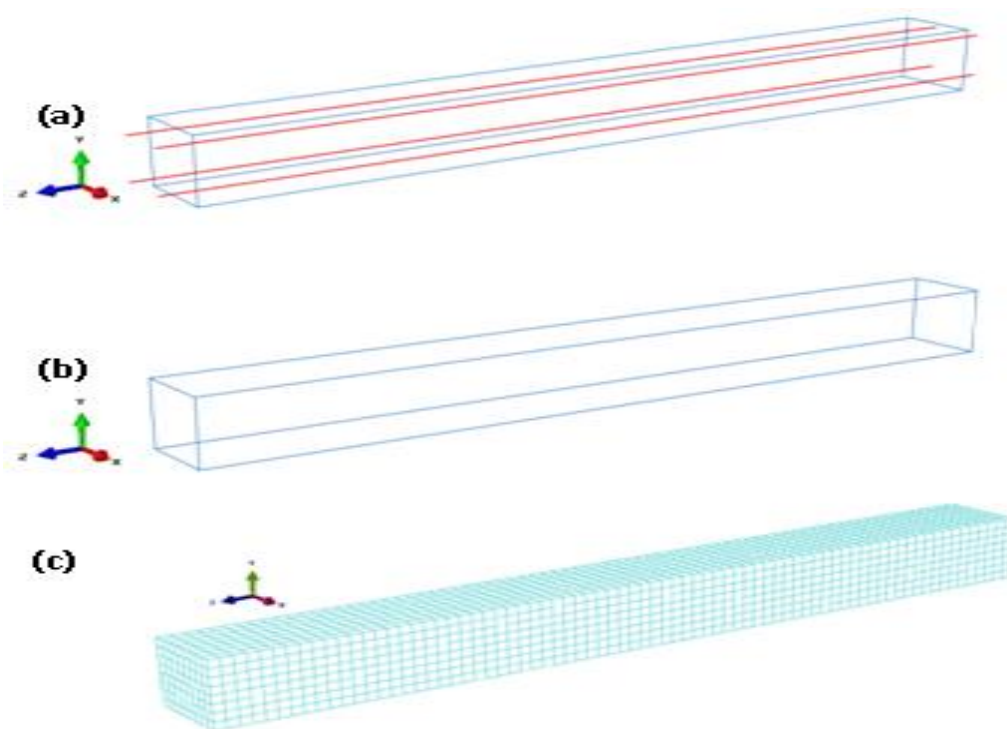


Fig.III.14: Les différents modèles (a) tirant en béton avec les armatures (modèle 1), (b) tirant en béton fictif sans armatures (modèle 2) et (c) maillage en EF du béton

4.2. Résultats et discussion

La figure (Fig III.15) représente la comparaison des courbes obtenues avec Abaqus en utilisant les deux modèles 1 et 2 par rapport à la courbe expérimentale de l'essai d'Espion ($\rho=2\%$).

Ces courbes montrent que le modèle éléments finis développé sous Abaqus reproduit très fidèlement le comportement global de la réponse du tirant en béton armé et on voit bien la contribution du béton par rapport à l'acier. Ceci dit, avec le modèle 2 (sans représentation des armatures), on a remarqué que la simulation était plus facile et que la convergence a été atteinte plus rapidement par rapport au modèle 1.

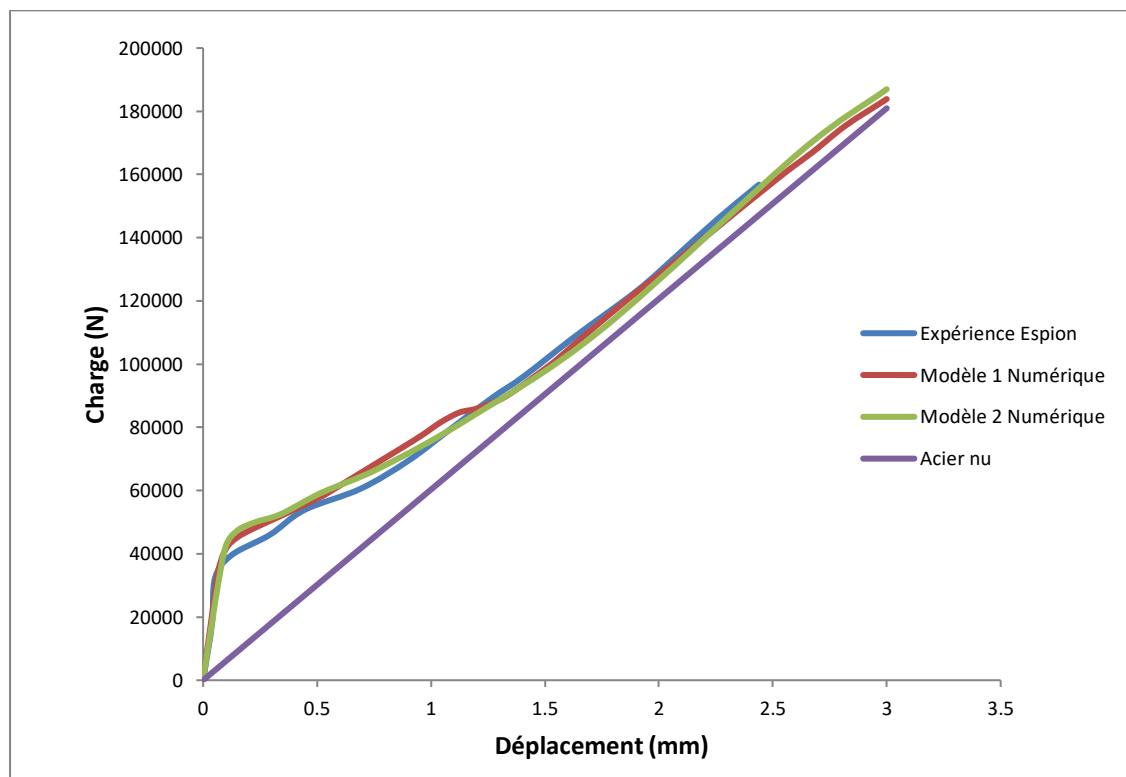


Fig III.15 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques du tirant en béton armé

Tableau III.6: Comparaison entre le résultat expérimental et les résultats numériques à l'apparition de la première fissure pour le tirant

	$N_{sr}(MPa)$	$d_{cr} (mm)$	$\sigma_{sr}(MPa)$	ε_{cr}
Essai Espion	37064	0.066	82	0.000044
Modèle 1	35610	0.0702	78.78	0.0000468
Modèle 2	36400	0.08027	80.53	0.0000535

En ce qui concerne la prédiction de l'apparition de la première fissure, on remarque selon le tableau comparatif (III.6), que les résultats numériques se rapprochent bien des résultats prédits par l'expérience.

Le modèle 1 est très fidèle au modèle expérimental, il y a seulement une erreur relative de 3.9% pour la contrainte normale de l'acier σ_{sr} et une erreur de 5.98% pour les allongements relatifs du béton ε_{cr} à l'apparition de la première fissure.

Pour le modèle 2, il y a une erreur relative de 1.8% pour la contrainte normale de l'acier σ_{sr} et une erreur relative de 17.75% pour les allongements relatifs du béton ε_{cr} à l'apparition de la première fissure.

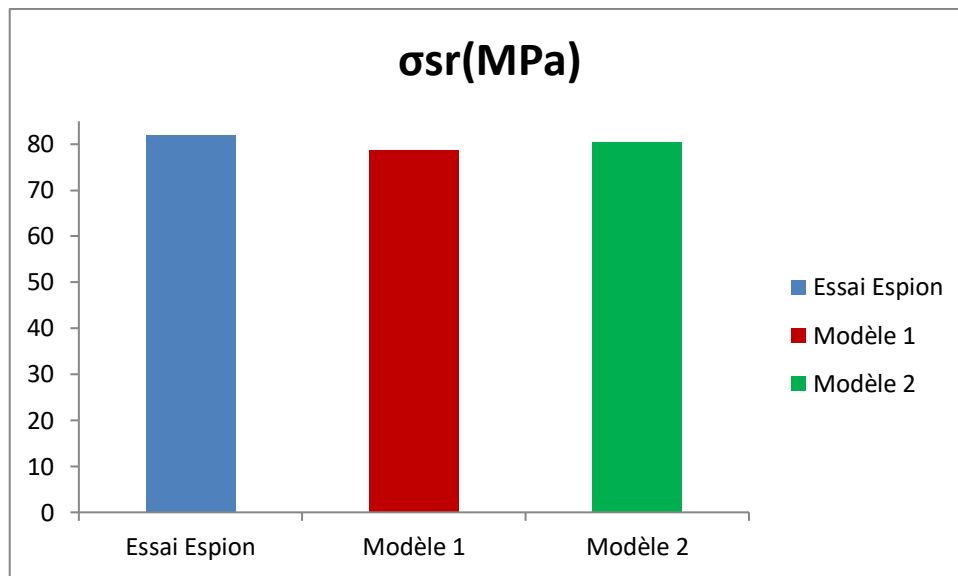


Fig III.16 : Comparaison expérimentale et numérique de la contrainte normale de l'acier à l'apparition de la première fissure

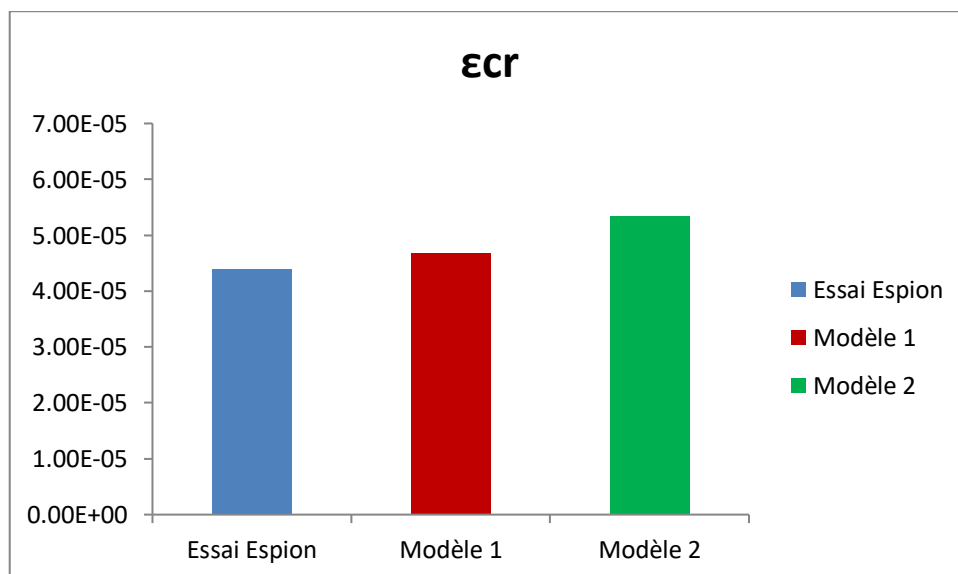


Fig III.17 : Comparaison expérimentale et numérique de la contrainte normale de l'acier à l'apparition de la première fissure

5. Simulation numérique d'une poutre en béton armé

Avec la même approche adoptée pour le tirant en béton armé et en utilisant les deux modèles 1 et 2, on s'intéresse à la simulation des poutres en béton armé confectionnées et testées au sein du laboratoire béton de l'IUT de Nancy-Brabois (partie expérimentale décrite au début du chapitre).

Voici pour rappel, la géométrie et ferrailage des poutres (FigIII.18)

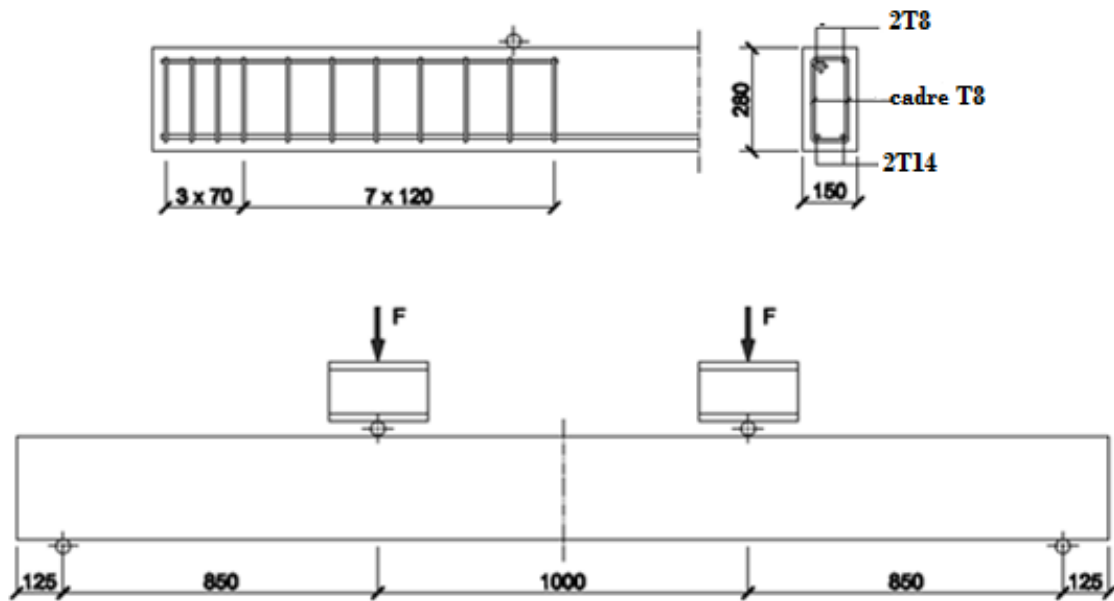


Fig III.18 : Rappel de la géométrie et du ferrailage des poutres testées

5.1. Modélisation des matériaux

Comme dans le cas du premier exemple, les simulations numériques ont été réalisées de deux manières.

- **Modèle 1**

Comme décrit précédemment, la loi de comportement du béton est définie par le modèle CDP.

Les paramètres du modèle de béton en comportement uni-axial (courbes uni-axiales de contraintes-déformation et endommagement-déformation) ont été déterminés à l'aide des données expérimentales.

Les valeurs des différents paramètres utilisés pour le modèle CDP sont résumées dans le tableau suivant:

Tableau III.7 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation de la poutre (Modèle1)

Poutre $f_{cm}=35\text{Mpa}$		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	38°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ϵ)	0.1
E(Mpa)	30000	σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.13	Kc	2/3
Comportement du béton en compression		Endommagement en compression	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d_c)	Déformation plastique
10,15	0	0	0
19,74	4,00E-05	0	4,00E-05
28,72	0,00021	0	0,00021
35	0,00111	0	0,00111
31,91	0,00192	0,08822	0,00192
26,74	0,00293	0,23586	0,00293
22,98	0,00365	0,34334	0,00365
8,96	0,00747	0,74393	0,00747
1,42	0,01692	0,95946	0,01692
Comportement du béton en traction		Endommagement en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d_t)	Déformation plastique
2,21	0	0	0
1,74	0,00029101	0,210904	0,000291
1,21	0,00062436	0,452397	0,000624
0,68	0,00095772	0,69389	0,000958
0,14	0,00129107	0,935384	0,001291

Les armatures en acier et les étriers sont modélisés en matériaux élasto-plastiques avec une contrainte d'élasticité $\sigma_e = 500\text{Mpa}$; un module $E_s = 210\text{ GPa}$, et un coefficient de poisson $\nu=0.3$.

La taille de maillage adaptée est de 20mm pour les éléments solides du béton, de 120mm pour les éléments treillis des armatures longitudinales et de 15mm pour les cadres. Ce choix de la taille des éléments de maillage est fait consécutivement à une étude de convergence.

- **Modèle 2**

La poutre est soumise à une flexion simple. Dans un premier temps, nous voulons repérer la partie tendue avec le modèle 1.

Mais on se pose la question : **Quelle est la partie à laquelle nous allons appliquer la loi de comportement du tirant fictif ?**

✓ **Zone efficace pour l'application de la loi du tirant [74]:**

Cette adaptation ne touche pas directement la loi du tirant elle-même, mais la zone efficace sur laquelle elle doit être appliquée. Ce concept a déjà été utilisé dans des contextes similaires [74]. Il figure également dans le Code Modèle 90 CEB-FIP [60] dont est dérivée la formulation ci-dessous. La formulation générale de la loi du tirant s'applique à des sections où les armatures sont réparties de façon à ce que la résistance de toute la section soit mobilisée. Cela est vérifié, par exemple, si on considère comme un tirant la zone armée située au bas d'une section en T (Fig III.19). Dans un tel cas, les barres sont relativement serrées, ce qui favorise la mobilisation du béton autour des armatures.

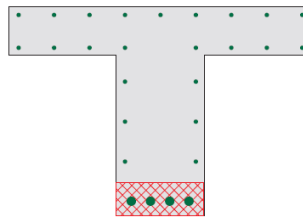


Fig III.19 : Zone entourant l'armature principale d'une section en T pouvant être considérée comme tirant [74]

Si les barres d'armatures sont plus espacées, le béton sera moins bien sollicité. La participation du béton tendu ne se manifestant que par l'interaction acier-béton, les zones de béton trop éloignées des armatures deviennent inactives dès qu'elles sont fissurées, si on néglige le comportement iso-adoucissant. D'où la nécessité d'introduire une zone efficace autour des barres d'armatures pour l'application de la loi du tirant (Fig III.20).

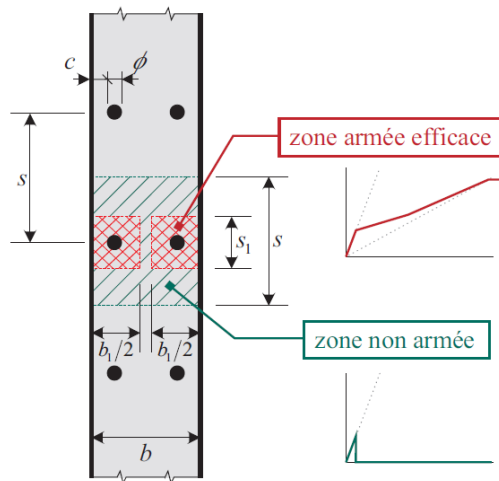


Fig III.20: Principe de définition de la zone efficace de l'application de la loi du tirant [74]

Dans la direction de l'épaisseur de la paroi de béton considérée, le Code Modèle 90 CEB FIP [60] donne, pour 2 nappes d'armatures :

$$b_1/2 = 2.5 \cdot \left(c + \frac{1}{2}\phi\right) \nless b/2$$

Par analogie, on généralise aux deux directions et à un nombre quelconque de nappes :

$$b_1 = n \cdot 2.5 \cdot \left(c + \frac{1}{2}\phi\right) \nless b$$

$$s_1 = 2.5 \cdot \left(c + \frac{1}{2}\phi\right) \nless s$$

Avec :

b = épaisseur de la paroi

s = écartement des barres

b_1 = épaisseur efficace

s_1 = hauteur de la zone efficace dans le plan de la paroi

c = enrobage

ϕ = diamètre des barres

n = nombre de nappes d'armatures – habituellement 2

D'où, pour le calcul de la loi de comportement du tirant, une aire de béton efficace qui se calcule de la manière suivante :

$$A_{c,eff} = A_{c,brut} \cdot \frac{b_1}{b} \cdot \frac{s_1}{s}$$

Avec :

$$\frac{b_1}{b} \neq 1 \quad \text{et} \quad \frac{s_1}{s} \neq 1$$

Si ce concept est appliqué par exemple à la partie inférieure d'une section en T (Fig III.21), on constate que les armatures principales, du fait de leur concentration, ne subissent pas de réduction de zone efficace. Par contre, les armatures constructives, étant à la fois de plus petit diamètre et plus espacées, ont une forte réduction de zone efficace.

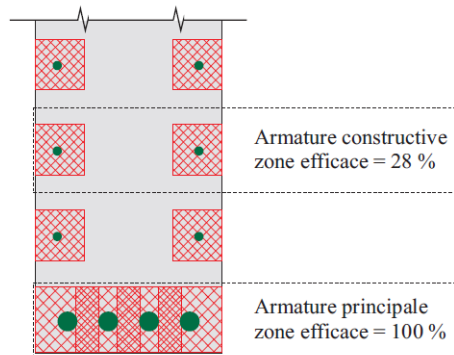


Fig III.21 : Exemple d'application de la définition de la zone efficace. Cas de la zone inférieure d'une section en T [74].

Si on revient au cas de la poutre étudiée pour la simulation numérique, le calcul de la section efficace donne : $A_{ceff} = 10834.84 \text{ mm}^2$. La figure (Fig III.22) représente le schéma qui définit la zone tendue efficace de la section de la poutre.

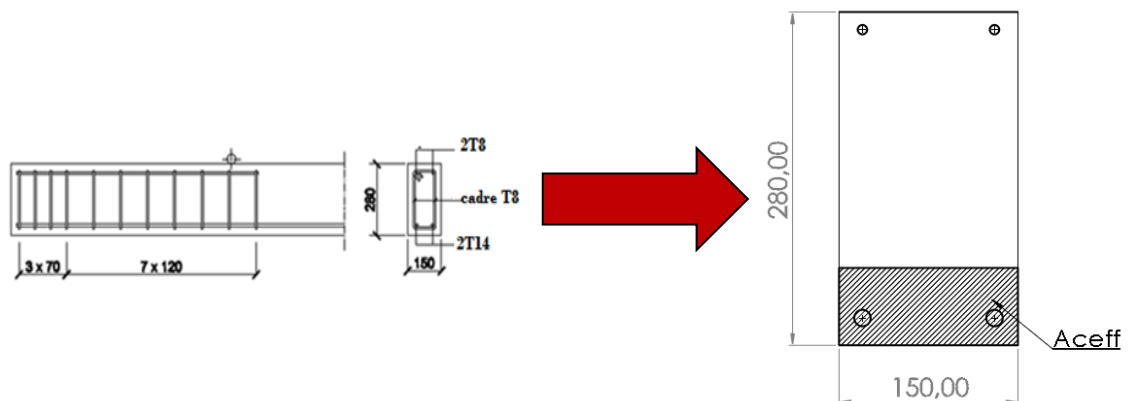


Fig III.22 : Définition de la zone efficace considérée pour la poutre étudiée.

La section efficace $A_{eff} = 10834.84 \text{ mm}^2$ nous ramène à un pourcentage d'armatures $\rho=2.84\%$.

Ensuite, à l'aide du programme Matlab développé (chapitre 2) et à partir des données expérimentale obtenues sur les poutres, nous avons reproduit le comportement fictif de l'acier de la partie considérée efficace tendue dans la poutre (Fig III.23).

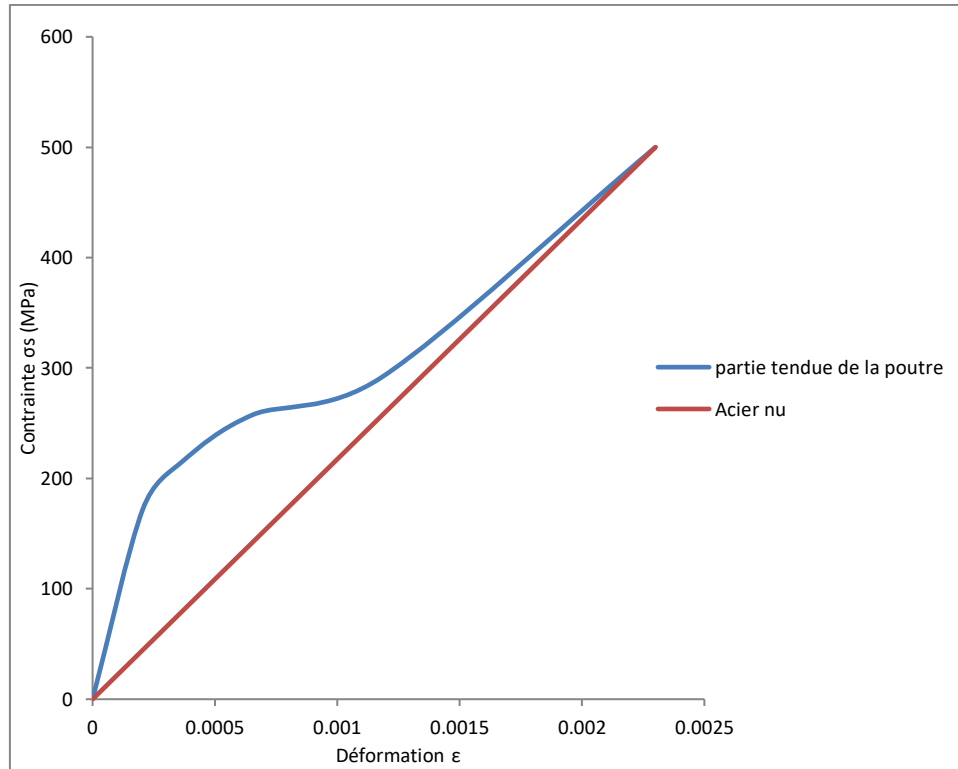


Fig III.23: Comportement fictif de l'acier dans la zone efficace de la partie tendue de la poutre

De la même façon, on a eu le comportement du béton fictif se rapportant à la section homogénéisée du tirant en béton armé. Cette loi est ensuite introduite dans le modèle CDP en traction et de cette manière nous avons tenu compte de la contribution de l'acier tendu dans le béton armé sans avoir à modéliser les armatures.

Tableau III.8: Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation de la poutre (Modèle2)

Poutref _{cm} =35 Mpa		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	38°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ε)	0.1
E(Mpa)	30000	σ _{b0} /σ _{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.13	Kc	2/3
Comportement du béton en compression		Comportement du béton en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Contrainte (Mpa)	Déformation plastique
10,15	0	2,16	0,0002049
19,74	4,00E-05	2,69	0,0003641
28,72	0,00021	3,24	0,0006565
35	0,00111	3,67	0,001184
31,91	0,00192	6,28	0,0023
26,74	0,00293		
22,98	0,00365		
8,96	0,00747		
1,42	0,01692		

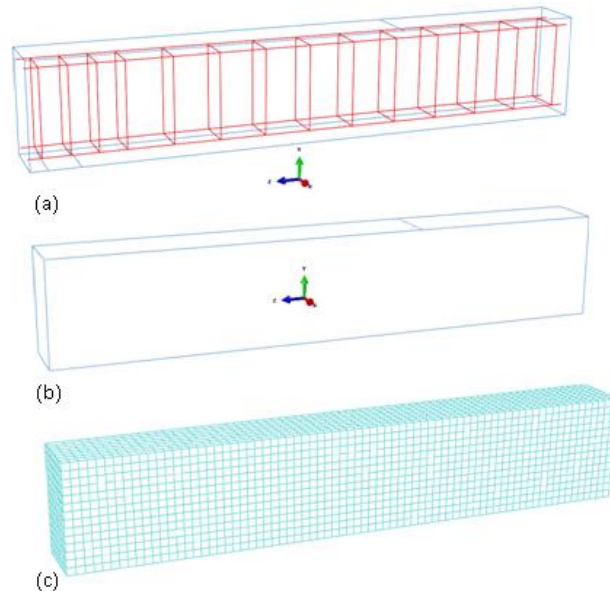


Fig III.24: Les différents modèles (a) demi-poutre en béton avec les armatures (modèle 1), (b) demi-poutre en béton fictif sans armatures (modèle 2) et (c) maillage en EF du béton

5.2. Résultats et discussion

Le comportement global des poutres en béton armé a été étudié et les courbes obtenues numériquement sont comparées aux courbes expérimentales (Fig III.25). On peut voir que le modèle 1 et le modèle 2 prédisent assez bien l'allure du comportement global de flexion.

Les 3 essais expérimentaux ont été conduit dans le but de mesurer la fiabilité des mesures dans les poutres. On voit bien que les modèles 1 et 2 se situent entre les extremums des courbes expérimentales.

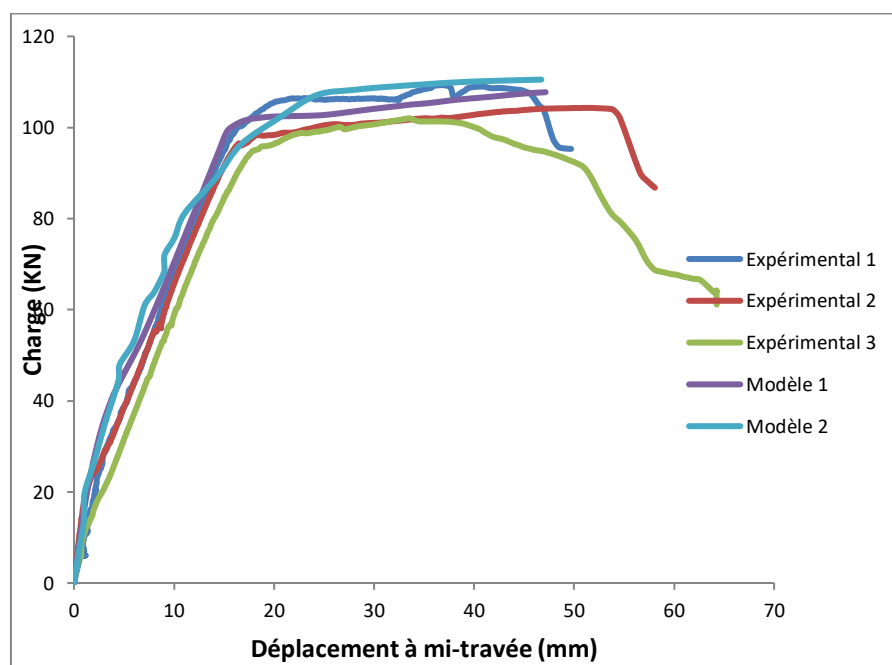


Fig III.25 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques des poutres en béton armé

On peut observer à partir de la figure, que la raideur globale initiale de la poutre (jusqu'à un déplacement d'environ 7 mm) présente une légère réduction. Ceci est dû à la formation des premières fissures dans le béton.

La rupture globale se produit à un déplacement d'environ 18 mm et la raideur de la poutre est maintenue presque constante jusqu'à la rupture complète. Les principaux avantages du

modèle 2 par rapport au modèle 1 sont la rapidité et le moindre effort de prétraitement qu'il nécessite.

Tableau III.9: Comparaison entre les résistances ultimes des poutres expérimentales et numériques.

Poutres	Force de rupture (Kn)	Déplacement correspondant (mm)
Poutre expérimentale 1	105.68	19.91
Poutre expérimentale 2	96.25	16.37
Poutre expérimentale 3	94.91	18.61
Poutre Modèle 1	100.64	16.16
Poutre Modèle 2	107.09	22.24

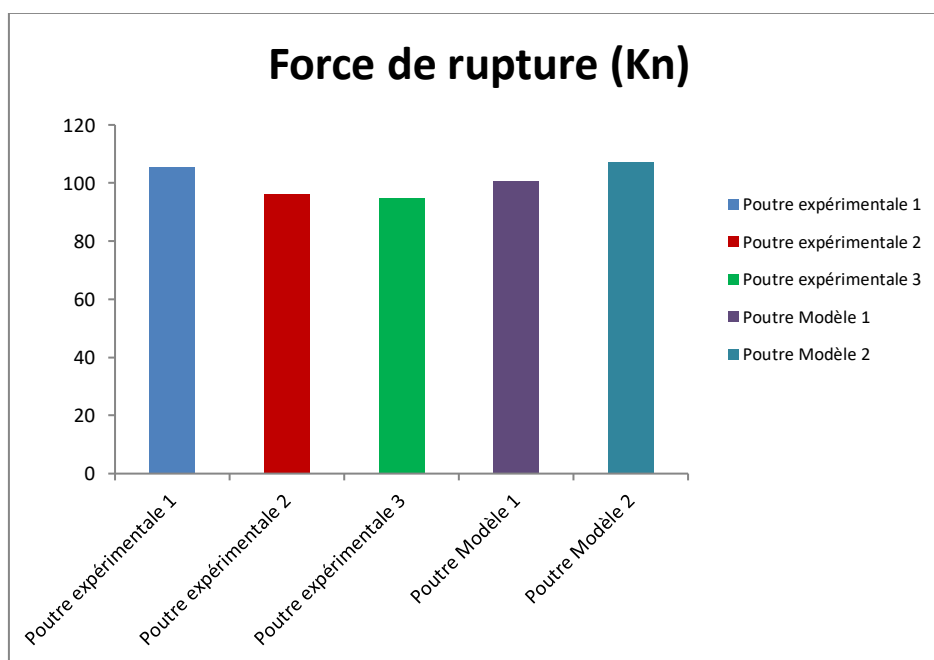


Fig III.26 : Comparaison expérimentale et numérique des forces de rupture de la poutre étudiée.

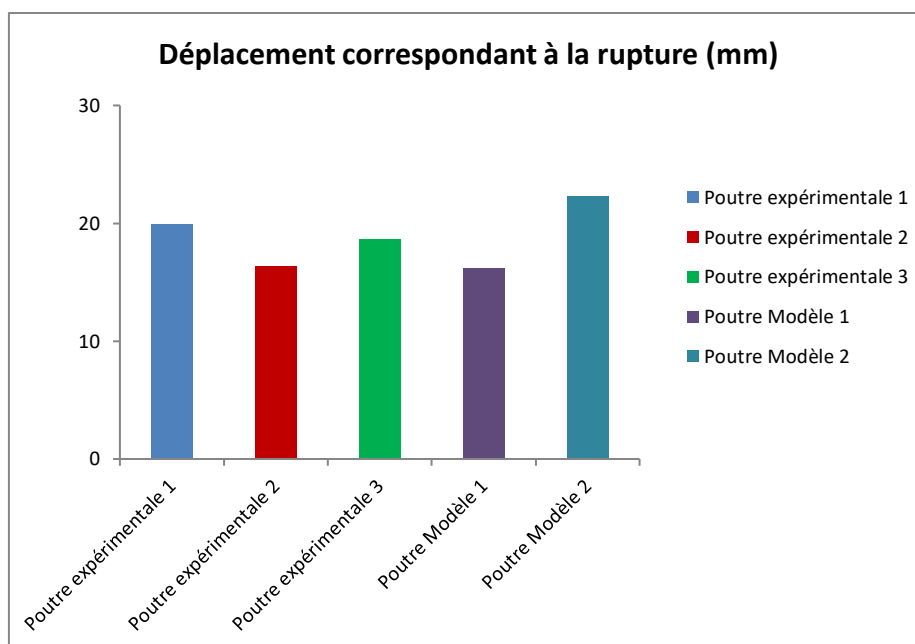


Fig III.27 : Comparaison expérimentale et numérique des déplacements correspondant aux forces de rupture de la poutre étudiée.

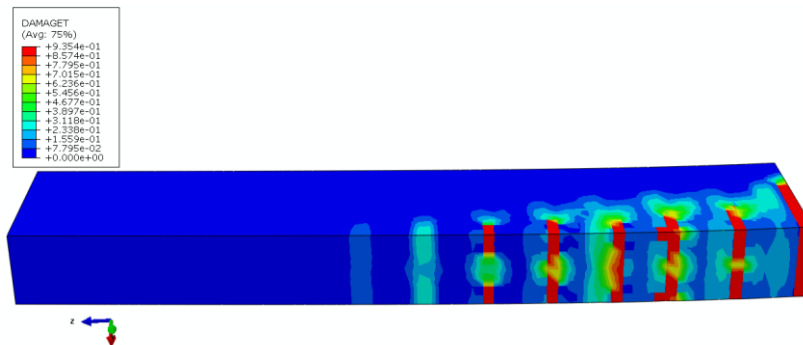
On remarque que le modèle 2 surestime légèrement la force de rupture de la poutre ainsi que le déplacement lui correspondant (Tableau III.9, Fig III.26, Fig III.27). Ceci peut s'expliquer par une surestimation de la section adaptée comme zone efficace tendue.

Les tests ont été conduits jusqu'à la rupture. La fissuration du béton dans la zone de traction des poutres (face inférieure) située entre les deux points de chargement (Fig III.28a) était le principal mode de rupture observé.

On peut également voir que le modèle 1 prédit bien la formation des fissures de béton (Fig III.28b). Tant l'observation expérimentale que la simulation numérique montrent que les fissures se produisent progressivement au fur et à mesure que la charge de flexion augmente, jusqu'à un certain niveau de charge où des dommages de compression se produisent.



(a) Expérimentale



(b) Numérique (sur la demie poutre du modèle 1)

Fig III.28: Formation des fissures dans le béton sur la partie inférieure de la poutre

6. Simulation numérique d'un voile en béton armé

Le spécimen de voile en béton armé choisi pour la simulation numérique est la maquette SW21, l'un des voiles testés par la compagnie expérimentale de Lefas [75].

Ce voile est d'une section transversale rectangulaire, et testé sous chargement quasi-statique monotone. Le voile est de 650mm de longueur, 1300mm de hauteur, et 65mm d'épaisseur.

Les aciers concentrés et verticaux sont d'un diamètre de 8 mm disposés en deux nappes avec un espacement de 62 mm, et les aciers horizontaux ont un diamètre de 6.25mm avec un espacement de 115mm. Les zones concentrées sont entourées par des cadres d'un diamètre de 4.25 mm.

Le protocole expérimental est montré sur la figure (III.29) et les caractéristiques géométriques du voile sont résumées sur la figure (Fig III.30).

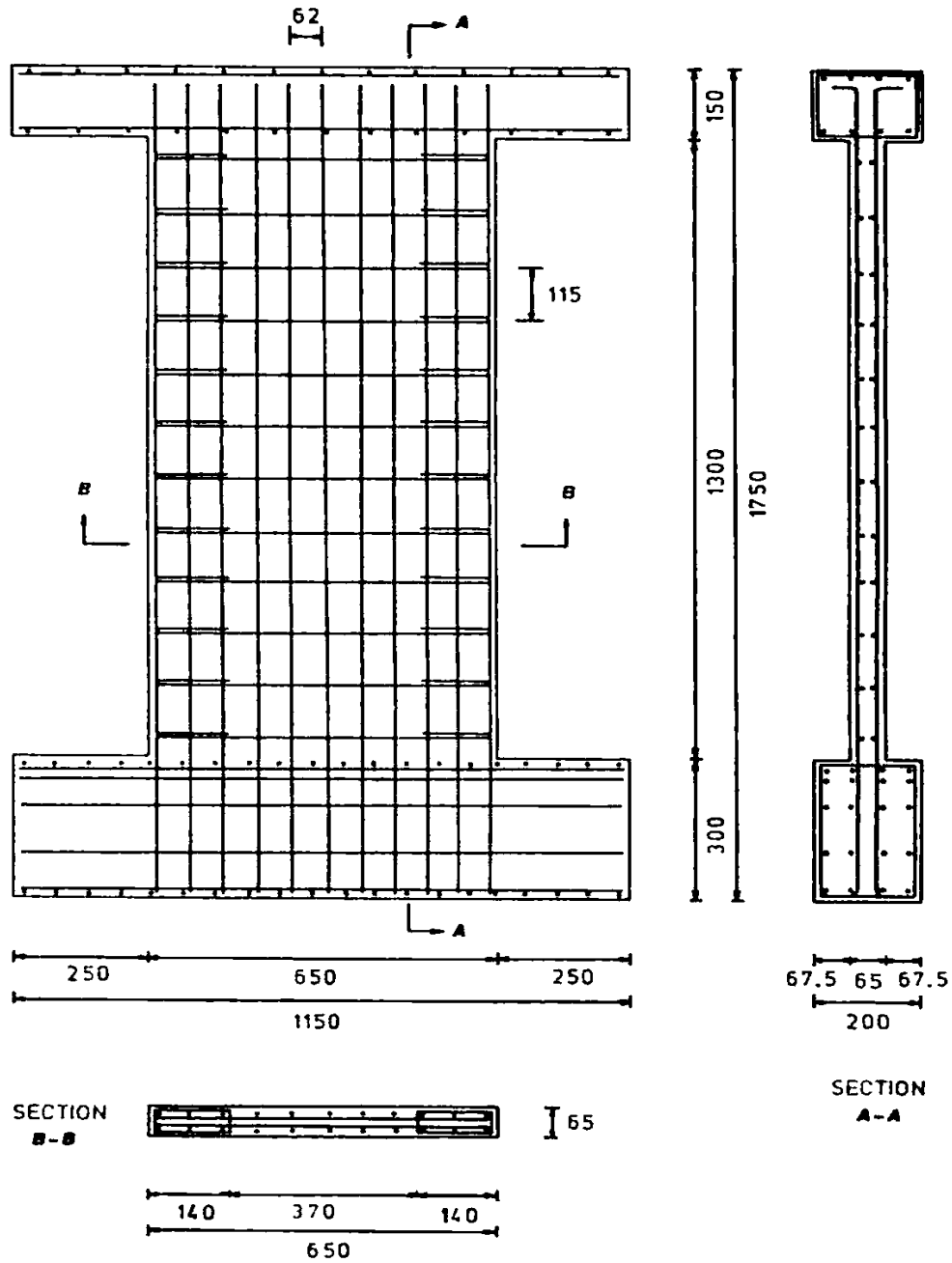


Fig III.30: Détails de la géométrie et du ferrailage du voile de Lefas (mm) [75]

Les caractéristiques des matériaux constituant le voile sont les suivantes:

Tableau III.10: Caractéristiques du béton et des aciers du voile SW21 de Lefas [75]

Béton	Acier HA 8mm		Acier HA 6.25mm		Acier lisse 4mm	
f_c (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)	f_y (MPa)	f_u (MPa)
42.5	470	565	520	610	420	490

6.1. Modélisation des matériaux

Le voile est simulé numériquement à l'aide d'Abaqus. Comme pour les exemples précédents, l'approche de modélisation est faite de deux manières.

- **Modèle 1**

Comme décrit précédemment, la loi de comportement du béton est définie par le modèle CDP.

Les paramètres du modèle de béton en comportement uni-axial (courbes uni-axiales de contraintes-déformation et endommagement-déformation) ont été déterminés à l'aide des données expérimentales.

Après une étude de convergence, les valeurs des différents paramètres utilisés pour le modèle CDP sont résumées dans le tableau suivant:

Tableau III.11 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation du voile (Modèle1)

Voile $f_{cm}=42.5\text{Mpa}$		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	56°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ϵ)	0.1
E(Mpa)	39453.32	σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.2	Kc	2/3
Comportement du béton en compression		Endommagement en compression	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d_c)	Déformation plastique
16,8874	0	0	0
25,4967	0,0003405	0,14652	0,0014667
30,7947	0,00066308	0,269597	0,0030167
36,0927	0,00116487	0,395604	0,00488337
39,2384	0,00155914	0,498168	0,00665003
41,0596	0,00197133	0,58315	0,00835003
42,2185	0,0024552	0,632967	0,0096
42,053	0,00275986		
41,7219	0,00310036		
40,3974	0,00354839		
38,4106	0,00421147		

35,4305	0,00489247		
31,9536	0,005681		
29,6358	0,00618279		
26,3245	0,0069534		
22,8477	0,00784946		
20,6954	0,00835125		
17,8808	0,00910394		
15,894	0,00967738		
Comportement du béton en traction		Endommagement en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Endommagement (d _i)	Déformation plastique
2,11321	0	0	0
1,71698	0,00016493	0,267331	0,00019377
1,43396	0,00034288	0,500808	0,00045669
1,21698	0,00055122	0,674188	0,00075428
0,990566	0,00076823	0,791176	0,00105197
0,764151	0,00107205	0,874356	0,001367
0,603774	0,00132379	0,916183	0,00168212
0,471698	0,00162327	0,954232	0,00198429
0,339623	0,00199653		

Les armatures en acier et les étriers sont modélisés en matériaux élasto-plastiques avec les contraintes élastiques respectives pour les différents aciers (tableau III.10) ; un module $E_s=210\text{GPa}$, et un coefficient de poisson $\nu=0.3$.

La dimension des éléments solides utilisés pour le maillage du béton est de 25mm dans les trois directions de l'espace pour l'âme du voile. Pour les deux semelles, le maillage est grossier (100mm), car on a considéré le comportement de ces deux semelles comme linéaire élastique.

Les barres d'aciers sont maillées avec des éléments treillis dont la dimension est de 120mm pour les aciers de l'âme verticaux, de 50mm pour les aciers horizontaux et de 20mm pour les cadres concentrées de l'âme.

Le choix de ce type de maillage et leurs dimensions a été adopté après une étude de convergence du maillage.

- **Modèle 2**

En ce qui concerne le voile, nous avons représenté une partie tendue de l'âme du voile SW21 (zone hachurée sur la figure Fig III.31), moyennant une zone efficace $A_{eff} = 7604,295 \text{ mm}^2$ et donc un pourcentage d'armatures $\rho=2.8\%$.

Ensuite, à l'aide du programme Matlab développé (chapitre 2) et à partir des caractéristiques expérimentales recueillies sur ce voile, on a reproduit le comportement fictif de l'acier (Fig III.32).

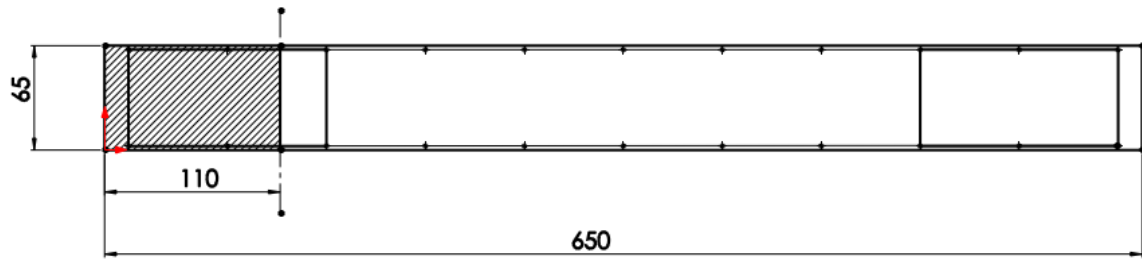


Fig III.31 : Partie de l'âme du voile SW21 prise en compte pour l'établissement du diagramme fictif du béton.

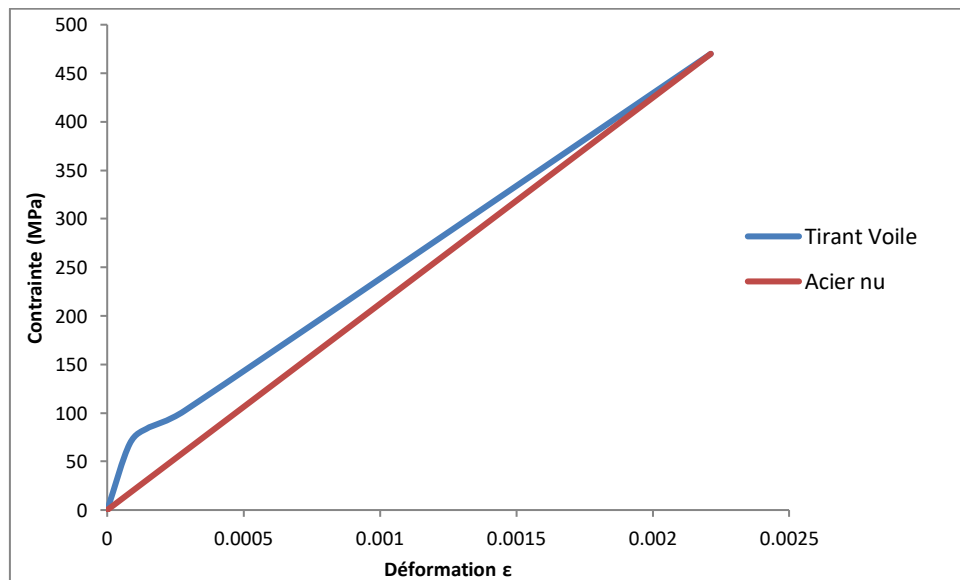


Fig III.32: Comportement fictif de l'acier dans la zone tendue efficace du voile SW21

La loi du comportement du béton fictif se rapportant à la section homogénéisée du tirant en béton armé ($\sigma_c = \frac{N}{(B-A_s)+(\eta A_s)}$ où $\eta = \frac{E_s}{E_b}$) est ensuite introduite dans le modèle CDP en traction.

Tableau III.12 : Paramètres de la loi CDP utilisés pour la simulation du voile (Modèle2)

Voile $f_{cm}=42.5\text{Mpa}$		Les paramètres de la loi CDP	
		Angle de dilatation (ψ)	56°
Paramètres en élasticité		Excentricité (ϵ)	0.1
E(Mpa)	39453.32	σ_{b0}/σ_{c0}	1.16
Coeff de poisson	0.2	Kc	2/3
Comportement du béton en compression		Comportement du béton en traction	
Contrainte (Mpa)	Déformation plastique	Contrainte (Mpa)	Déformation plastique
16,8874	0	1,7194	0
25,4967	0,0003405	2,1493	0,000072
30,7947	0,00066308	2,5779	0,000202
36,0927	0,00116487	11,8437	0,002131
41,0596	0,00197133		
42,2185	0,0024552		
42,053	0,00275986		
40,3974	0,00354839		
38,4106	0,00421147		

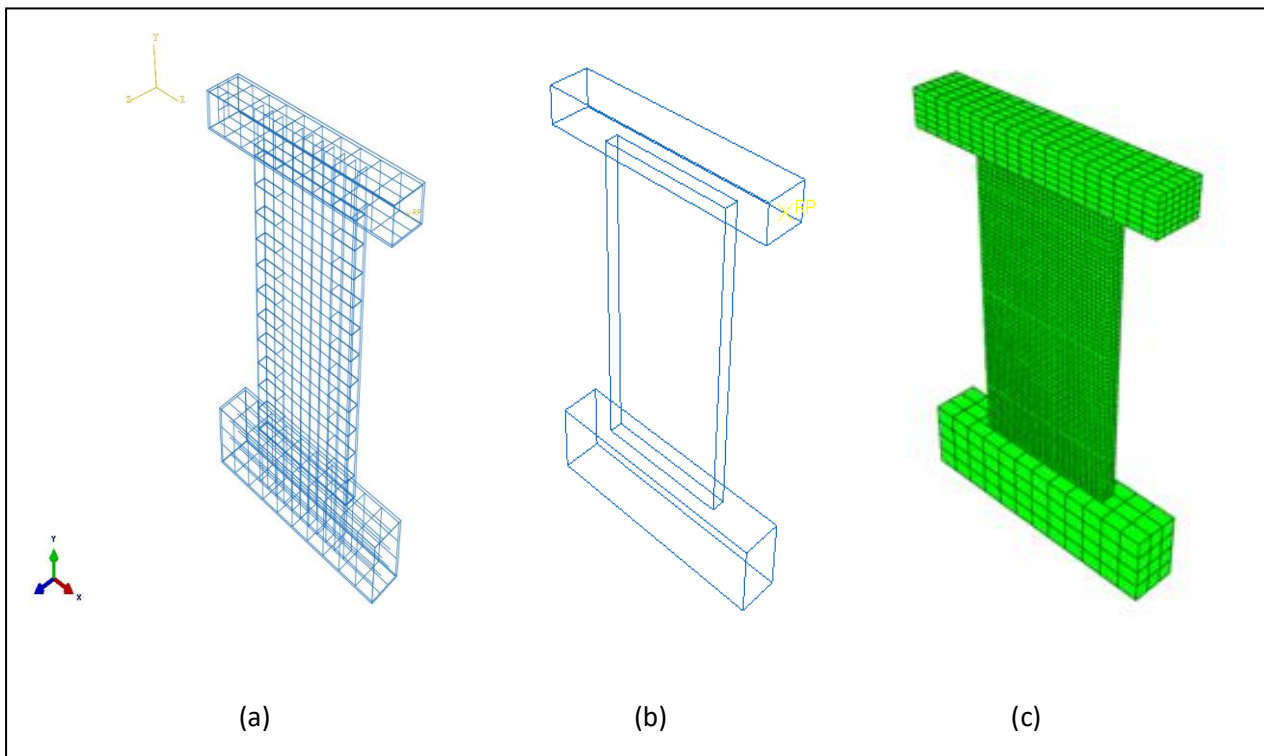


Fig III.33: Les différents modèles (a) voile en béton avec les armatures (modèle 1), (b) voile en béton fictif sans armatures (modèle 2) et (c) maillage en EF du béton

6.2. Résultats et discussion

La figure III.34 montre que le modèle 1 en éléments finis ainsi que le modèle 2 établi à partir du comportement fictif, reproduisent de manière très satisfaisante la réponse globale du voile SW21 observée expérimentalement.

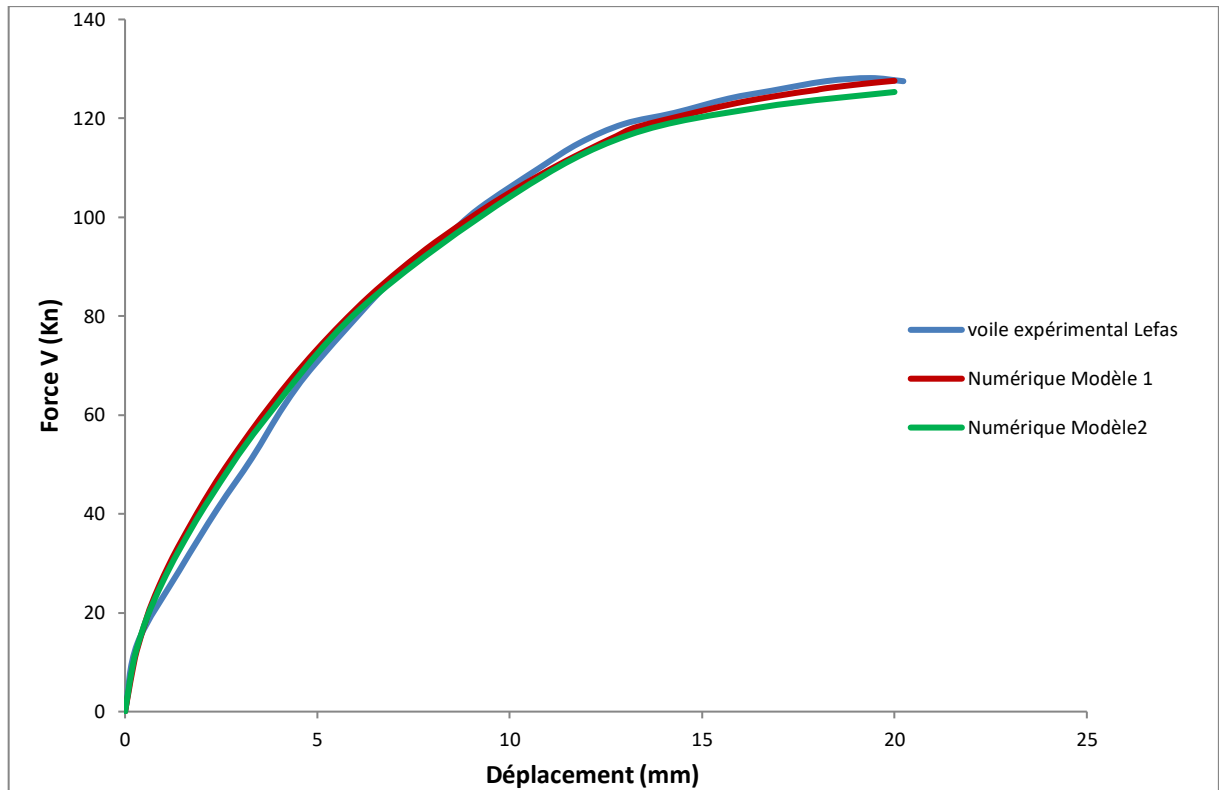


Fig III.34 : Comparaison des courbes force-déplacement expérimentales et numériques du voile en béton armé (Lefas SW21)

On voit bien que sur l'expérience de Lefas, les fissures de flexion apparaissent à partir d'un pas de chargement de 10 kN. La réponse du voile est alors dominée initialement par un comportement en flexion.

A partir de 80 kN, des fissures de cisaillement commencent à se manifester, le voile se comporte alors en mode combiné flexion-cisaillement.

La force ultime de rupture du voile est observée pour un chargement de 127 kN. La rupture du voile est engendrée par l'écrasement du béton dans la zone de comprimée et tendue extrêmes avec une concentration des fissures de cisaillement dans l'âme du voile.

Le tableau III.13 résume les différentes valeurs ultimes expérimentales comparées aux valeurs numériques.

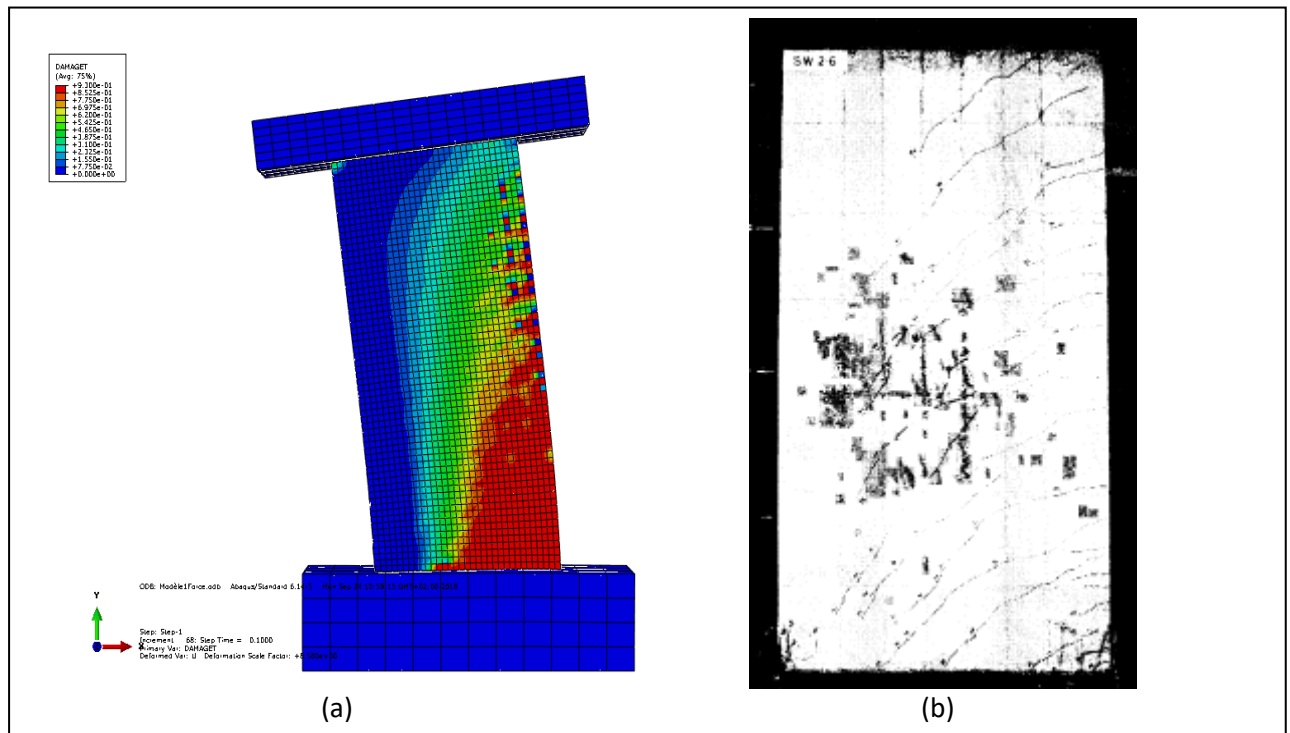


Fig III.35: Comparaison de l'endommagement, (a) Modèle1 en traction, (b) Expérimental

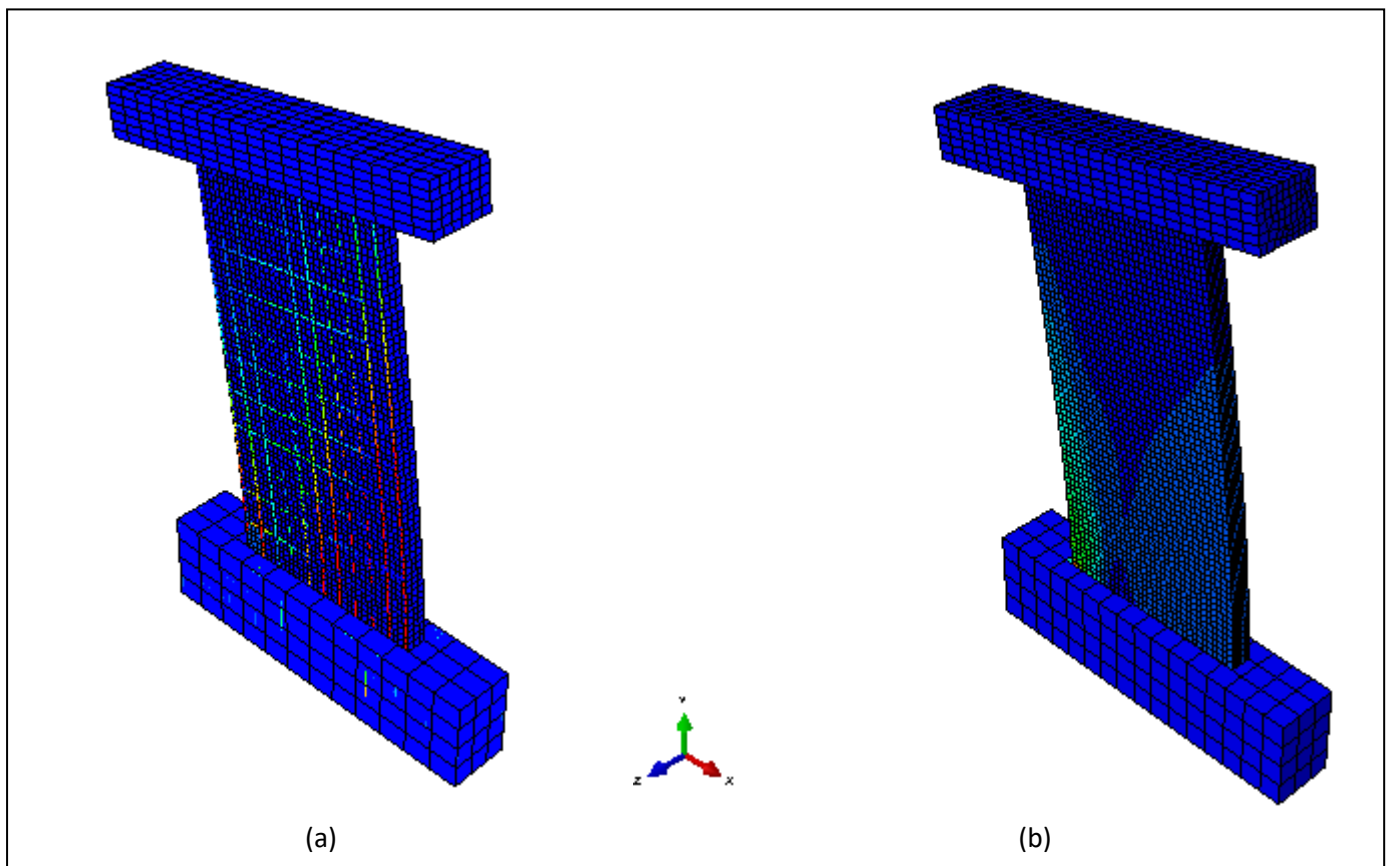


Fig III.36: Déformée du voile, (a) Modèle 1, (b) Modèle 2

Tableau III.13: Comparaison entre les résultats expérimentaux et numériques.

VOILES	Apparition fissures de flexion		Apparition fissures cisaillement		Rupture	
	Force (Kn)	Déplacement (mm)	Force (Kn)	Déplacement (mm)	Force (Kn)	Déplacement (mm)
Voile expérimental (Lefas)	10	0.32	80	5.81	127.5	20.6
Voile Modèle 1	12.32	0.303	78.48	5.62	127.59	20
Voile Modèle 2	12.318	0.289	81.51	6.21	125.33	20

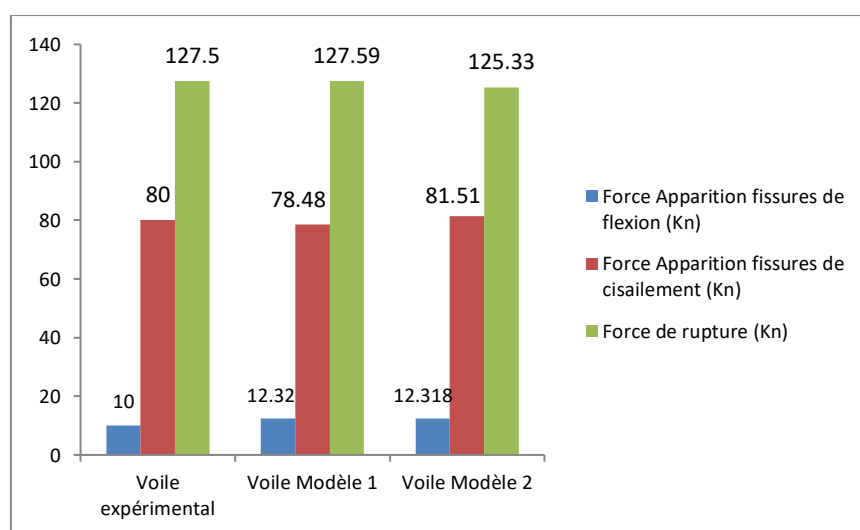


Fig III.37 : Comparaison expérimentale et numérique des forces caractéristiques du voile de Lefas

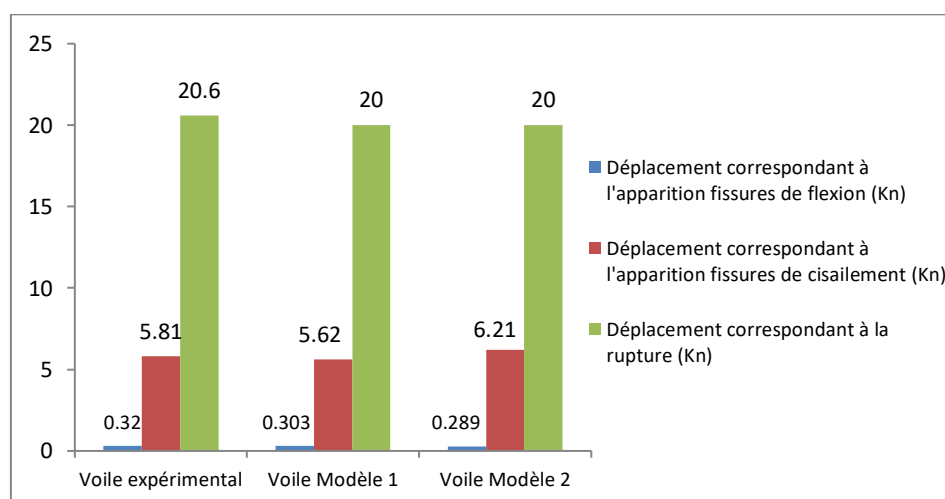


Fig III.38 : Comparaison expérimentale et numérique des déplacements caractéristiques du voile de Lefas

D'une manière globale, les modèles 1 et 2 utilisés pour simuler le comportement du voile ont la capacité de traduire la réponse expérimentale observée.

Le modèle 1 prédit bien la formation des fissures de flexion et de cisaillement dans le béton (Fig III.35).

Le modèle 2 (sans représentation directe d'armatures) donne des résultats très satisfaisants par rapport à l'expérimental (Tableau III.13, Fig III.37, Fig III.38). Ceci est dû à la bonne estimation de la section adaptée comme zone efficace tendue du voile.

7. Conclusion

En utilisant le modèle proposé pour simuler le comportement du « béton armé » tendu, par la considération de l'acier fictif, le comportement des éléments en béton armé sous chargement quasi-statique, est bien approché.

Concernant les tirants en béton armé, Les résultats de la confrontation des simulations numériques avec les résultats d'essais étudiés sont plutôt satisfaisants et les courbes montrent que les deux modèles (1 et 2) reproduisent très fidèlement le comportement global de la réponse du tirant. La contribution du béton par rapport à l'acier est bien mise en évidence.

Pour les éléments de poutres et voiles, en estimant correctement le pourcentage d'acier dans la zone tendue c'est-à-dire définir judicieusement le « tirant » à considérer, les résultats de la méthode proposée sont sensiblement proches des résultats d'essais.

Ceci dit, et pour toutes les simulations numériques effectuées, le modèle 2 offre l'avantage de gain du temps, en se passant de la représentation des armatures ; ainsi que la facilité et la rapidité à atteindre la convergence par rapport à une modélisation classique en éléments finis (modèle 1).

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

De nos jours, l'évaluation de la contribution de la rigidité en traction du béton armé pendant la phase de fissuration est de plus en plus populaire. Les codes du bâtiment suggèrent de concevoir l'élément en béton armé de manière à limiter la largeur des fissures et à éviter la corrosion des armatures en acier. Plusieurs modèles informatiques dédiés à la prédiction de la rigidité en traction des éléments en béton armé sont disponibles dans la littérature. Cependant, jusqu'à présent, ces modèles n'étaient pas explorés dans le contexte actuel d'une utilisation de plus en plus intensive de la simulation numérique utilisant la méthode des éléments finis. Le but de ce travail était de développer un modèle prédictif simplifié et rapide pour simuler le comportement de déplacement de charge des structures en béton armé sans qu'il soit nécessaire de modéliser l'armature en acier.

Un modèle d'éléments finis prenant en compte la dégradation de la rigidité en traction du béton armé au cours de la fissuration a été présenté et évalué pour un tirant en béton armé, une poutre et un voile en chargement quasi-statique. Le modèle est assez simple et nécessite beaucoup moins de calcul car il n'exige pas la représentation explicite des armatures en acier pour évaluer le comportement global des éléments en béton armé.

Comme alternative aux modèles de calcul existants, la contrainte moyenne du tirant est obtenue moyennant le glissement relatif entre l'acier et le béton sur une section complètement fissurée. Lors de la formation de fissures, la redistribution à la fois de la charge de traction appliquée et de la contrainte de cisaillement de liaison le long de la barre de renforcement en acier est évaluée.

Le modèle développé a été implémenté avec succès dans le logiciel commercial Abaqus et appliqué avec succès à l'étude d'élément en béton armé soumis à des charges quasi-statiques. Le modèle offre un assez bon accord par rapport aux prévisions expérimentales. La principale nouveauté du modèle développé par rapport à la littérature existante est qu'il n'est pas nécessaire de modéliser l'armature en acier ni l'évolution des dommages du béton sous tension (comme dans les modèles existants). Grâce à ces caractéristiques, des simulations économiques (au regard de l'effort de calcul) sont obtenues sans aucun problème de divergence lié à la gestion des dommages progressifs du béton en traction.

Le modèle nécessite toutefois des vérifications / développements complémentaires, notamment pour son application sur des exemples de grandes dimensions.

En perspective ; afin de mieux apprécier les valeurs caractéristiques de la loi adhérence – glissement, il est nécessaire de réaliser une étude expérimentale en faisant varier les paramètres suivants : type de barre, type de béton, ainsi que le pourcentage d'acier. La valeur de la contrainte au droit de la première fissure, doit être connue avec précision car elle influe considérablement sur l'allure des courbes contrainte-déformation.

La transposition du « tirant en traction simple » à la poutre ou au voile peut être effectuée si on peut prédire correctement l'espacement moyen des fissures. En effet, la section de béton effectivement tendue en flexion doit être clairement définie.

Les lois proposées dans cette étude supposent que la contrainte maximale de l'acier, au droit de la fissure, ne dépasse pas la limite élastique.

La section du béton effectivement tendue (A_{ceff}), dans cette étude, a été considérée constante le long du tirant. Une autre approche peut être faite en considérant une diffusion à 45° de cette section ($A_{\text{cef}}(x)$) sur une certaine profondeur, comme il est spécifié par Fouré [76].

RÉFÉRENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [1] MacGregor, J. G. (1997), " Reinforced Concrete: Mechanics and Design", Prentice-Hall Inc., Upper Saddle River, NJ, 939 pp. 1997.
- [2] Chen.W.F, "Plasticity in reinforced concrete", published by McGraw-Hill Bookstore, New York, 456p. 1982.
- [3] Kupfer HB, Gerstle KH. Behavior of concrete under biaxial stresses. Journal of the Engineering Mechanics Division 99:853-66. 1973.
- [4] Wittmann, F.H. *Structure and mechanical properties of concrete*, The Architectural Report of the Tohoku University, 22, 93-112. (1983).
- [5] Hillerborg, A., Modeer, M. et Petersson, P.E. "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements.", *Cement and Concrete Research* 6, 773–782. (1976).
- [6] Bazant Z.P. et Oh, B. "Crack band theory for fracture of concrete.", *RILEM Materials and Structures*, 16, 155-177. (1983).
- [7] Bhattacharjee, S. S. *Smearred fracture analysis of concrete gravity dams for static and seismic loads*. Ph.DThesis, McGill University. (1993).
- [8] Mahdi BEN FTIMA. Utilisation de la méthode des éléments finis non-linéaires pour la conception des structures en béton armé : application aux structures massives. Ecole polytechnique de Montréal. Novembre 2013.
- [8] Lemaître J., Chaboche J.-L. « Mécanique des matériaux solides », Dunod-1988.

- [9] WELLS, A. A., Application of fracture mechanics at and beyond general yielding. British Welding Journal 10-11, 563-570. (1963)
- [10] BURDEKIN, F. M. et STONE, D. E. W., « The crack opening displacement approach to fracture mechanics Yielding materials », Journal of strain Analysis 1-2 145 à 153. (1966)
- [11] Ngo D., Scordelis A.C. "Finite elements analysis of reinforced concrete beams", J. Am. Concrete Inst. 64(14), 152-163, 1967.
- [12] Nilson A.H. "Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method", J. Am. Concrete Inst. 65(9), 757-766, 1968.
- [13] Rasid Y. R. "Analysis prestressed concrete pressure vessels", Nuclear Engng. And design 7(4), 334-344, 1968.
- [14] Reynouard J.-M. « Structures planes en béton armé. Elaboration d'un modèle du comportement jusqu'à la ruine et résolution numérique », Thèse de Doctorat, Univ. Claude-Bernard de Lyon, 1974.
- [15] Frantzeskakis C. « Contribution à la modélisation des structures en béton armé par la méthode des éléments finis ». Thèse de doctorat, ENPC, 1987.
- [16] Lubliner J., Olivier J., Oller S. and Onate E. "A plastic-damage model for concrete", Int. J. Solids structures. Vol. 25, N° 3, pp. 299-326, 1989.
- [17] Mazars J. "Application de la mécanique de l'endommagement au comportement nonlinéaire et à la rupture du béton de structure", Thèse de Doctorat d'Etat, Paris 6, 1984.
- [18] Mazars J., Pijaudier-Cabot G. "Continuum damage theory – Application to concrete", J. of Engrg. Mech., 115(2), 345-365, 1989.
- [19] La Borderie C. "Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : Modélisation et Application à l'analyse des structures en béton", Thèse doctorale, Paris 6, 1991.

- [20] Lubliner J., Olivier J., Oller S. and Onate E. "A plastic-damage model for concrete", Int. J. Solids structures. Vol. 25, N° 3, pp. 299-326, 1989.
- [21] Simo J. C., Ju J. W. "Strain and stress based continuum damage models I - Formulation", Int. J. Solids structures, 23(7): 821-840, 1987.
- [22] Ramtani S. "Contribution à la modélisation du comportement multiaxial du béton endommagé avec description du caractère unilatéral", Thèse de Doctorat d'Etat, Paris 6, 1990.
- [23] Kostovos, M. D. " A mathematical model of the deformation behavior of concrete under generalized stress based on fundamental material properties." Materials and Structures, RILEM, 13, 289-298. (1980).
- [24] Bathe, K. J. et Ramaswamy, S. "On three-dimensional nonlinear analysis of concrete structures." Nuclear Engineering and Design, 56, 385-409. (1979).
- [25] Elwi, A. E. et Murray, D. W. "Shearing strength of reinforced concrete slabs." ACI journal, vol 53, 29-58. (1979)
- [26] Han, D. J. et Chen, W. F. "A nonuniform hardening plasticity model for concrete materials." Mechanics of materials, 4, 283-302. (1985)
- [27] Feenstra, P. H. et de Borst, R. "Constitutiv model for reinforced concrete." Journal of engineering mechanics division, ASCE, 12, 587-595. (1995)
- [28] Bazant, Z.P. et Bhat, P. D. "Endochronic theory of inelasticity and failure of concrete." Journal of engineering Mechanics Division, ASCE, 102, 701-722. (1976).
- [29] Dougill, T. W., Law, J. C. et BURT, N. J. "Towards a theoretical model for progressive failure and softening in rock, concrete and similar materials." Mechanics in engineering, Univeristy of Waterloo Press, 335-355. (1977).
- [30] Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S. et Onate, E. "A plastic-damage model for concrete". International Journal of Solids Structures, 25, 299–326. (1989).

- [31] Lee, J. et Fenves, G.L. "A plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures." *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 124, 892–900. (1998).
- [32] J. LEMAITRE et J. L. CHABOCHE : *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris, 1991.
- [33] W. KRÄTZIG et R. PÖLLING : An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters. *Computers and Structures*, 82:1201–1215, 2004.
- [34] G. MESCHKE et R. LACKNER : Anisotropic modelling of cracked concrete based on plasticity damage theory. In D.R.J. Owen et AL., éditeur : *Computational Plasticity*, pages 1543–1550, Barcelona, 1997.
- [35] J. C. SIMO et J. W. JU : Strain and stress-based continuum damage models-i. formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 23:821–840, 1987a.
- [36] J. C. SIMO et J. W. JU : Strain and stress-based continuum damage models-ii. computational aspects. *International Journal of Solids and Structures*, 23:841–869, 1987b.
- [37] L. JASON : *Relation endomangement-perméabilité pour les bétons : application au calcul de structures*. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, 2004.
- [38] L. JASON, A. HUERTA, G. PIJAUDIER-CABOT et S. GHAVAMIAN : An elastic plastic damage formulation for concrete : Application to elementary tests and comparison with an isotropic damage model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195(52):7077–7092, 2006.
- [39] N. R. HANSEN et S. L. PHOENIX : thermodynamically consistent theories for elastoplasticity coupled with damage. *Journal of the Physics and Mechanics of Solids*, 142:53–67, 1992.
- [40] P. GRASSL et M. JIRASEK : Damage plastic model for concrete failure. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 43:7166–7196, 2006a.

- [41] P. GRASSL et M. JIRASEK : Plastic model with non local damage applied to concrete. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(1):71–90, 2006b.
- [42] P. GRASSL et R. REMPLING : Influence of volumetric-deviatoric coupling on crack prediction in concrete fracture tests. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 74(1):71–90, 2007.
- [43] J. Y. WU, J. LI et R. FARIA : An energy release rate-based plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures*, 43:583–612, 2006.
- [44] J. MEDIAVILLA, R.H.J. PEERLINGS et M.G.D. GEERS : A nonlocal triaxiality-dependent ductile damage model for finite strain plasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 195:4617–4634, 2006.
- [45] D. HALM et A. DRAGON : An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 17:439–460, 1998.
- [46] Lubliner, J.J., Oliver, S., Oller, S. and Oñate, E. "A Plastic-Damage Model for Concrete.", *International Journal of Solids and Structures*, 25(3), 229–326. (1989).
- [47] Lee, J. and Fenves, G.L. " Plastic-Damage Model for Cyclic Loading of Concrete Structures. " *Journal of Engineering Mechanics*, 124(8), 892–900. (1989).
- [48] Marc BONNET. Analyse des structures mécaniques par la méthode des éléments finis. Ecole Polytechnique, département de Mécanique, majeure 2 SeISM ; Edition 2005.
- [49] ABAQUS, «Documentation Version 6.10». Hibbit, Karlson& Sorenson, Inc. Abaqus.simulia, HKS Providence, RI, 2010.
- [50] M. Saad, Influence du pourcentage d’acier sur le comportement Post - fissuration du béton armé en traction. Thèse de doctorat, Université de Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Algérie, 2011.

- [51] Favre R. Dimensionnement des structures en béton: aptitude au service et éléments de structures: PPUR presses polytechniques. 1997.
- [52] Palotas L., «Beitrage zur Berechnung der Riessicherheit», Mém. ass. int. Ponts Charp., Vol.26, P.365-397, 1966.
- [53] Anaëlle TORRE-CASANOVA, « Prise en compte de la liaison acier-béton pour le calcul de structures industrielles », Thèse de doctorat, Ecole supérieure de Cachan, Octobre 2012.
- [54] Comité Euro -international du Béton, «Fissuration», Bulletin d'information, N° 61, Paris, 1967.
- [55] Comité Euro -international du Béton, «Fissuration», Bulletin d'information, N° 89, Paris, 1973.
- [56] Van der Veen C. «Cryogenic Bond Stress-Slip Relationship», Ph. D. thesis, Delft University of Technology, 1990.
- [57] Bruggeling A. S. G., «An Engineering Model for Structural Concrete», IABSE Colloquium, pp 27-36, 1990.
- [58] Rabich R., «Beitrage zur Berechnung der Formänderungen von Stahlbetonbauteilen unter Berücksichtigung der Rissbildung», Heft 4, P. 184-187, 1969.
- [59] Espion B., Provost M., Halleux P., «Rigidité d'une zone tendue de béton armé», Matériaux de Construction, Vol. 18, N° 105, pp. 185-191, Mai - Juin 1985.
- [60] Comité Euro -international du Béton, «CEB-FIP MODEL CODE 1990», Bulletin d'information, N° 190 a, Juillet 1988.
- [61] F.F. Ren, Z.F. Yang, J.F. Chen, W. W. Chen, An Analytical Analysis of the full range behaviour of grouted rock bolts based on a tri-linear bond slip model. Construction and Building Materials, Vol. 24, Issue 3, pp. 361-376, March 2010.

[62] Wei Guo, Wei Fan, Xudong Shao, Dongjie Shen, Baisheng Chen, Constitutive model of ultra-high-performance fiber-reinforced concrete for low-velocity impact simulations. *Composite Structures*, Vol. 185, pp. 307-326, 2018.

[63] C. Mourlas, G. Markou, M. Papadrakakis, 3D nonlinear constitutive modelling for dynamic analysis of reinforced concrete structural members. *Procedia Engineering*, Vol. 199, pp. 729-734, 2017.

[64] M. Saad, Y. Bouafia, M. S. Kachi, Contribution à l'évaluation d'ouverture des fissures dans les éléments en béton armé. *Annales du Bâtiment et des Travaux Publics*, n°4, pp. 102-114, 2014.

ISSN : 1270-9840, CPPAP : 1002T77866, Ed. ESKA.

[65] M. Saad, M. S. Kachi., Y. Bouafia, P. Muller, B. Fouré, Influence du pourcentage d'acier sur le comportement du béton tendu fissuré- Calcul de l'ouverture des fissures par le biais de « l'acier fictif ». *E.J.E.C.E., European Journal of Environmental and Civil Engineering*, Vol. 14, n° 3, pp. 303-327, 2010.

[66] S. Benakli, Y. Bouafia, M. Oudjene, R. Boissière, A. Khelil, *A simplified and fast computational finite element model for the nonlinear load-displacement behaviour of reinforced concrete structures*. *Composite Structures* Volume 194, Pages 468-477. 15 juin 2018.

<https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.070>.

[67] M. L. P. Brice, Idées générales sur la fissuration du béton armé et du béton précontraint. *Annales de l'I.T.B.P.T.P.*, n° 198, juin 1964.

[68] N. DOMINGUEZ RAMIREZ, « Etude de la liaison acier-béton : De la modélisation du phénomène à la formulation d'un élément fini enrichi béton armé », Ecole normale supérieure de Cachan. Juillet 2005.

[69] NF EN 1992-1-1 Eurocode 2 - Calcul des structures en béton - Partie 1-1 : règles générales et règles pour les bâtiments. Octobre 2005. ICS : 91.010.30 ; 91.080.40.

- [70] N. Rebelo, J. C. Nagtegaal, and L. M. Taylor. Comparison of implicit and explicit finite element method in the simulation of metal forming processes. In Chenot, Wood, and Zienkiewicz, editors, *Numerical Methods in Industrial Forming Processes*, pages 237–242. Balkema, Rotterdam, 1992.
- [71] ABAQUS, Theory manual, version 6.2. Hibbit, Karson& Sorensen, Inc.; 2000.
- [72] Lubliner J., Olivier J., Oller S. and Onate E. "A plastic-damage model for concrete", Int. J. Solids structures. Vol. 25, N° 3, pp. 299-326,1989.
- [73] J. Lee and G. Fenves. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. Journal of Engineering Mechanics, 124:892_900, 1998.
- [74] Stephane ROSSIER, « Analyse numérique non linéaire des structures en béton à parois minces », Ecole polytechnique fédérale de Lausanne (Suisse), 1999.
- [75] Lefas, I. D., and Kotsovos, M. D., "Strength and Deformation Characteristics of Reinforced Concrete Walls under Load Reversals," ACI Structural Journal, Vol. 87, No. 6, pp.716-726. Nov.-Dec 1990.
- [76] Fouré B., «Etat de l’art relatif à la prédiction de l’endommagement par fissuration des voiles en béton armé sous sollicitations sismiques», Contrat SETRA-CTOA et CEBTP, rapport interne, Dossier R112-6-283, Septembre 2005.
- [77] Abaqus, Une brève introduction. [Consulté le 29/12/2018]. Disponible sur le lien : http://chamilo2.grenet.fr/inp/courses/ENSE3A13EMTAAP0/document/Tuto_initiation_Abaqus.pdf.

Travaux et publications impliquant le travail de thèse

Publications Internationales :

[1] S. Benakli, Y. Bouafia, M. Oudjene, R. Boissière, A. Khelil, A simplified and fast computational finite element model for the nonlinear load-displacement behaviour of reinforced concrete structures. Composite Structures Volume194, 15 juin 2018, Pages 468-477. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2018.03.070>

Conférences internationales avec Actes et comité de lecture :

[2] Sarah, Benakli, Youcef, Bouafia, Marc, Oudjene, A simplified 3D finite element modelling approach for reinforced concrete beams. 4th International Conference on Mechanics of Composites (MECHCOMP2018), July 9-12 (2018), Madrid, Spain.

[3] Sarah, Benakli, Youcef, Bouafia, Marc, Oudjene, Numerical modelling of reinforced concrete in the cracked stage under tensile loadings. Proceedings of the 6th European Conference on Computational Mechanics (ECCM6), June 11-15 (2018), Glasgow, UK.

[4] Sarah, Benakli, Youcef, Bouafia, Marc, Oudjene, "Crack-based computational model for reinforced concrete elements subjected to tensile loading", 3rd International Conference on Mechanics of Composites (MECHCOMP3), Bologna 4-7 July (2017).

ANNEXES

ANNEXE1

TUTORIEL ABAQUS [77]

Introduction à ABAQUS

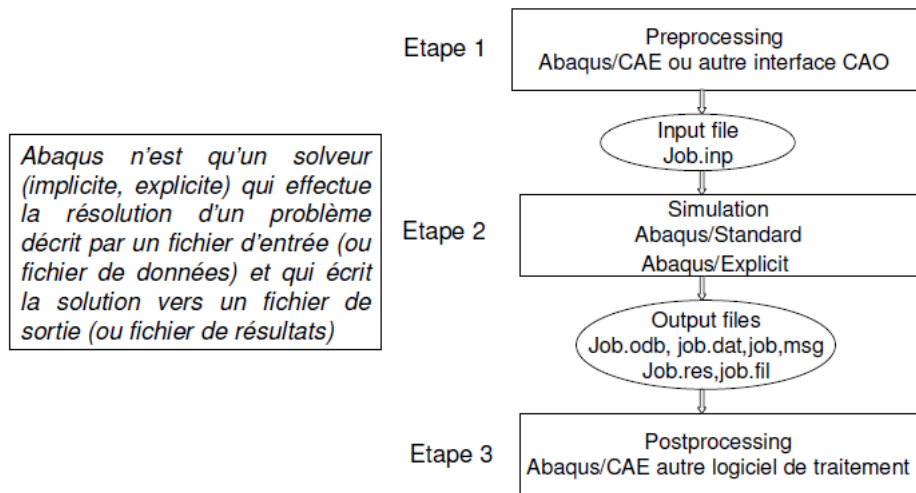
C'est quoi ABAQUS?

- ❑ Code de calcul par éléments finis (créé en 1978)
 - Modèle d'emploi= géométrie discrétisée: éléments, noeuds
- ❑ **Objectifs:** simuler la réponse physique des structures soumises à des chargements, des températures, des impacts ou autres conditions extérieures ...
- ❑ **Divers domaines d'application:** Mécanique, Thermique, Électrique, ...etc.
- ❑ **Problèmes traités:**
 - Analyse structurale
 - Statique et Dynamique (crash, impact,...etc.)
 - Linéaire et non linéaire
 - Problèmes couplés
 -etc

Généralités sur le code de calcul Abaqus

- ❑ **Deux solveurs principaux:**
 - **ABAQUS/Standard** : algorithme implicite
 - Code général d'analyse par éléments finis (discrétisation spatiale)
 - Résolution basée sur l'algorithme de Newton-Raphson et la méthode de Riks
 - Problèmes linéaires et non linéaires
 - Géométrie 1D, 2D, 3D et Axisymétrique
 - Nombreuses procédures d'analyse dans le domaine temporel et fréquentiel
 - **ABAQUS/Explicit** : algorithme « dynamique » explicite
 - Analyse non linéaire (discrétisation spatiale et temporelle)
 - Problème transitoire et dynamique des structures
 - Résolution basée sur la méthode explicite d'intégration en temps
 - Mais possibilité d'analyses quasi-statiques où il existe un comportement non linéaire important

Structure d'une analyse sous Abaqus



Les différents fichiers pour la simulation sous Abaqus

❑ Fichier d'entrée (input file)

- Fichier **.inp** : contient des mots clés décrivant la géométrie, les matériaux, les conditions limites et les chargements de la structure étudiée
- Génération du fichier **.inp**:
 - avec un éditeur (fichier texte) ou programme en connaissant les divers mots clés de commande Abaqus
 - avec l'interface graphique Abaqus/CAE
 - avec un logiciel annexe (I-DEAS, NASTRAN, ..., etc.)

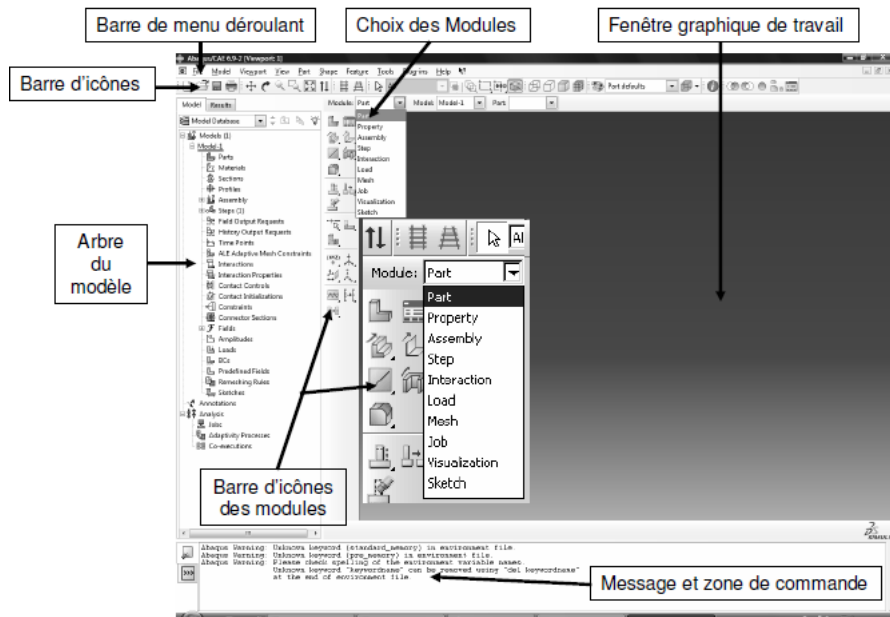
❑ Fichier de résultats (output file)

- Fichier **.odb** : Contient les contours et courbes de résultats

❑ Autres fichiers créés par Abaqus lors de la simulation

- Fichier **.com** : exécutable de vos calculs
- Fichier **.dat** : liste des résultats, résumé de votre modélisation
- Fichier **.msg** : résumé du déroulement du calcul en cours, message d'erreur
- Fichier **.res** : fichier binaire de reprise
- Fichier **.fil** : fichier binaire des résultats
- Fichier **.log** : fichier de procédure
- Fichier **.sta** : fichier statistique, ..., etc.

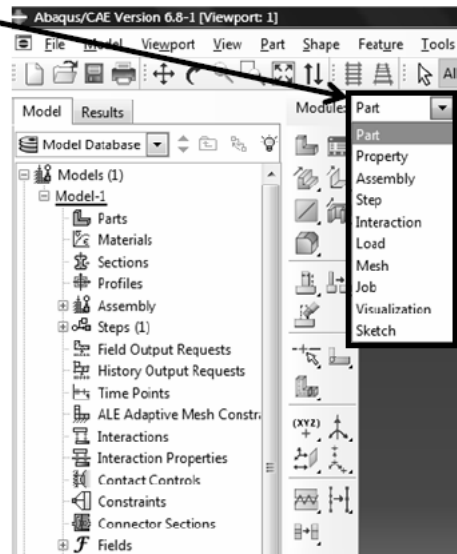
Organisation de l'interface Abaqus CAE (Complete Abaqus Environment)



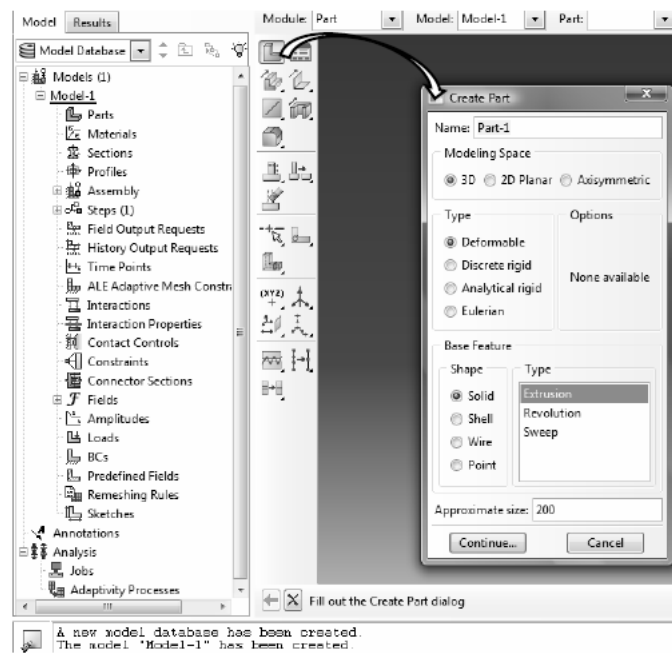
Réalisation d'une simulation numérique sous Abaqus CAE

❑ *Passage successif dans:*

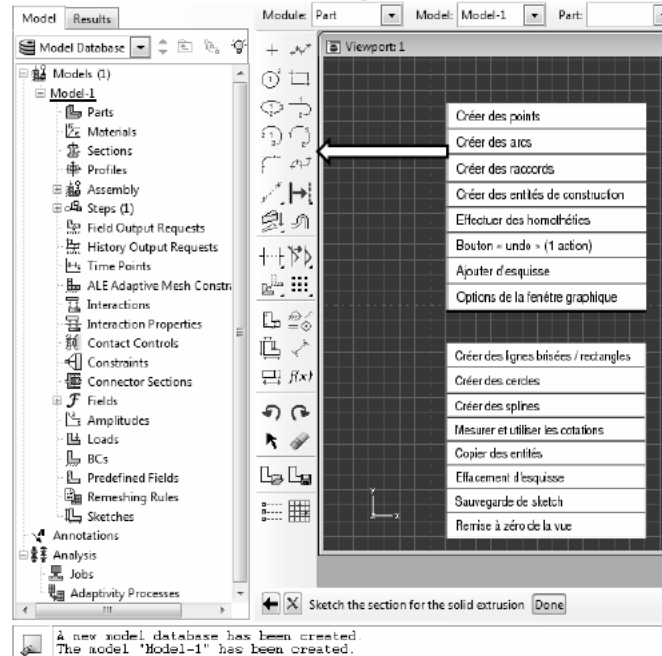
- **Module Part**
- **Module Property**
- **Module Assembly**
- **Module Step**
- **Module Interaction**
- **Module Load**
- **Module Mesh**
- **Module Job**
- **Module Visualization**



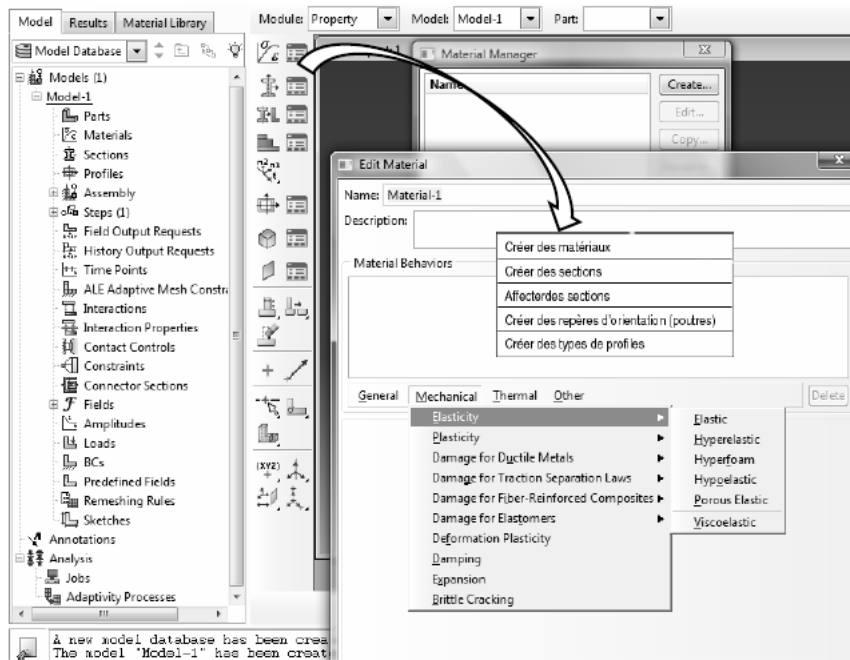
Module « part »



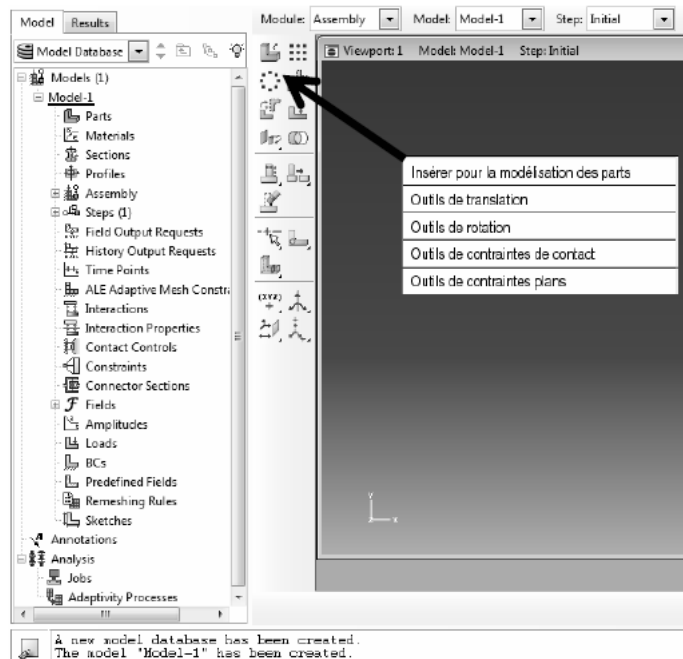
Module « part »



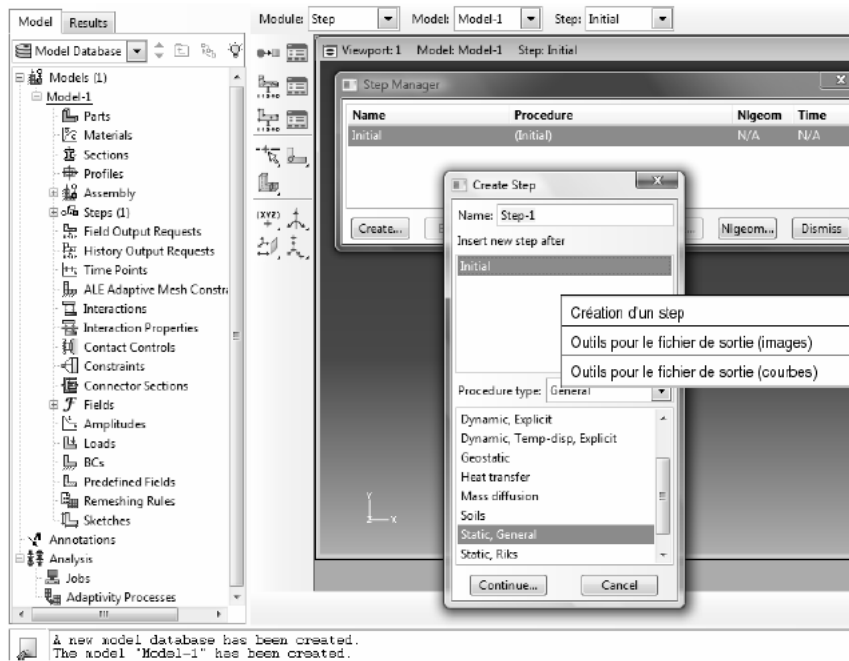
Module « Property »



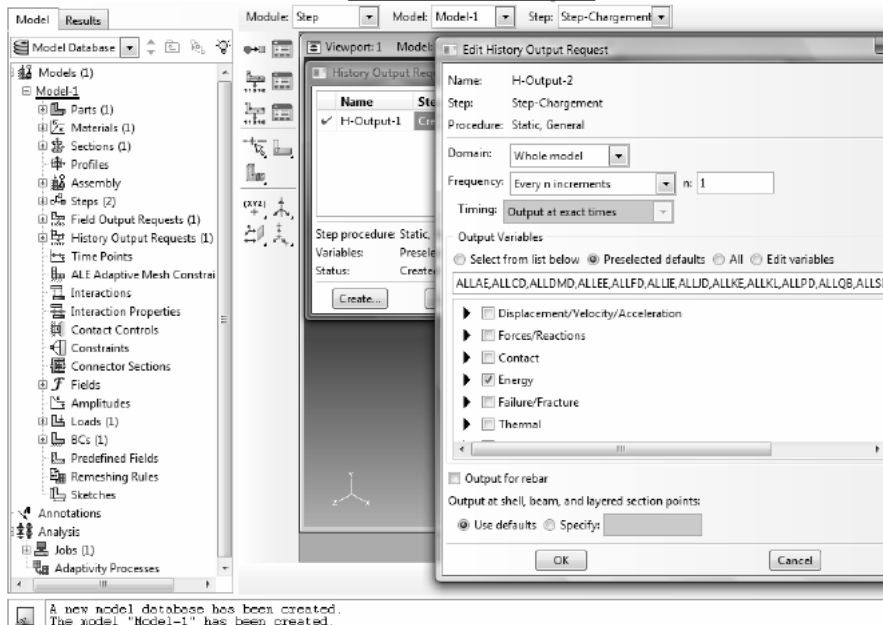
Module « Assembly »



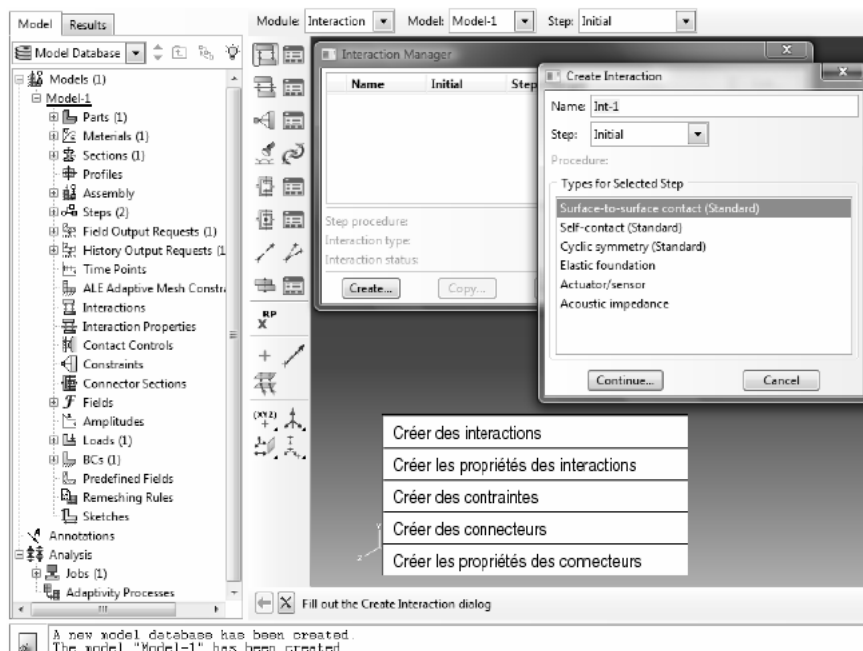
Module « Step »



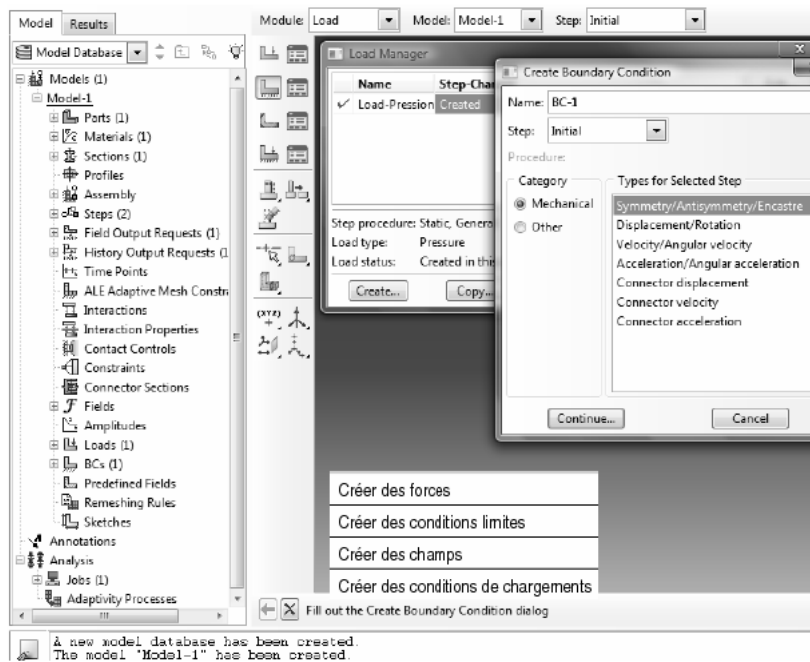
Module « Step »



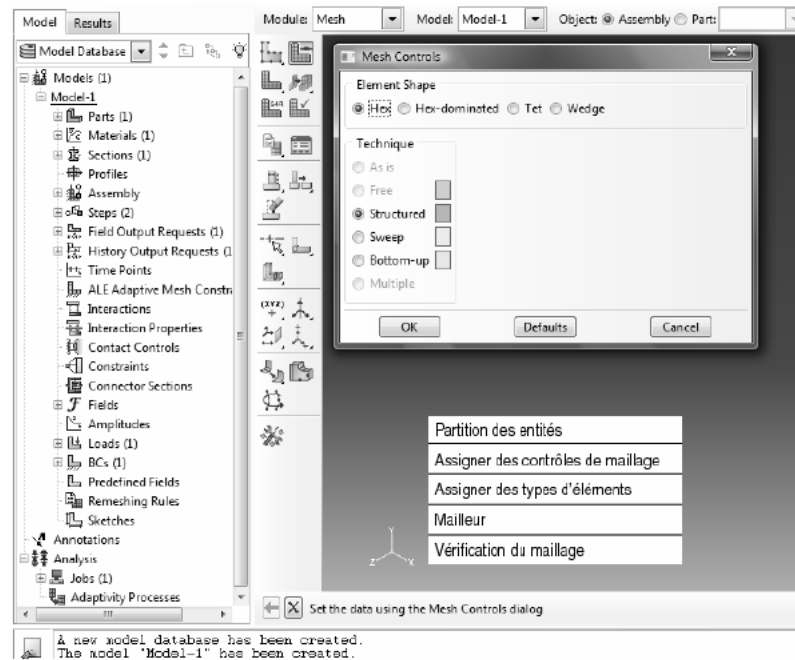
Module « Interaction »



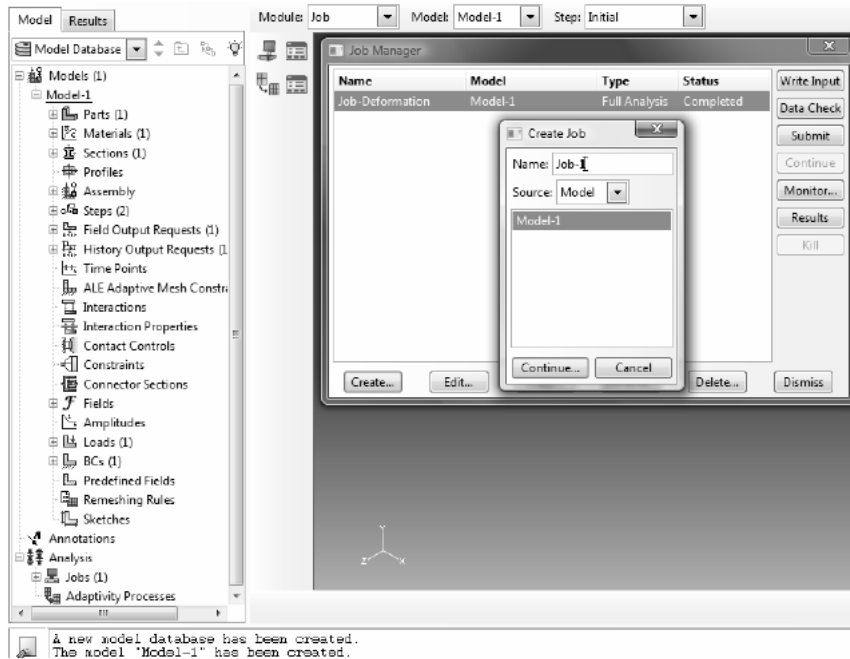
Module « Load »



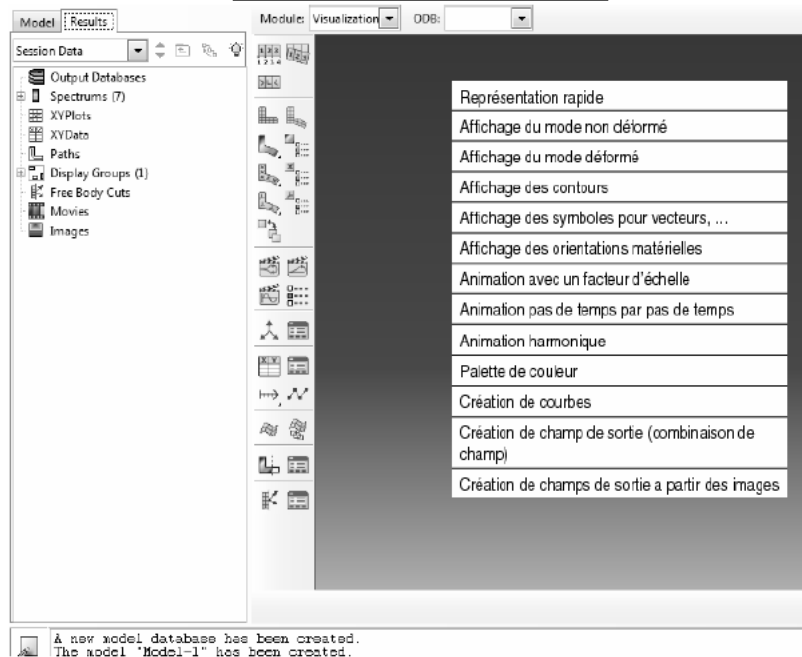
Module « Mesh »



Module « Job »



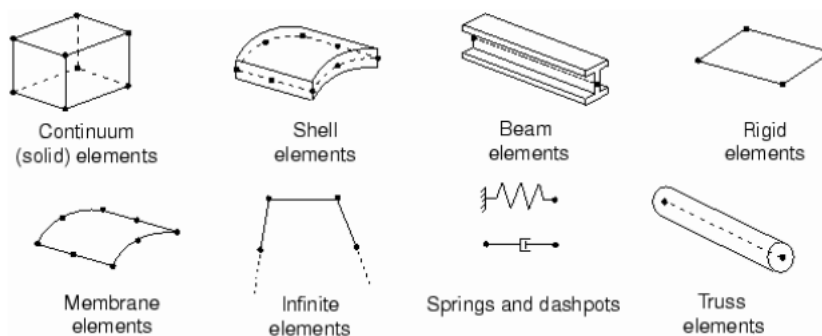
Module « Visualization »



Les éléments dans abaqus

Chaque élément est caractérisé par: famille, ddl, nombre de nœuds, intégration

Famille:



Les éléments dans abaqus

DDL:

- 1 Translation en direction 1
- 2 Translation en direction 2
- 3 Translation en direction 3
- 4 Rotation autour de l'axe 1
- 5 Rotation autour de l'axe 2
- 6 Rotation autour de l'axe 3
- 7 Voilement dans les éléments poutres à profil ouvert
- 8 Pression acoustique, pression de pores, ou pression hydrostatique
- 9 Potentiel électrique
- 11,12+ Température

Directions 1, 2 et 3 correspondent aux directions globales 1, 2 et 3, respectivement, sauf si un système de coordonnées local a été défini aux nœuds.

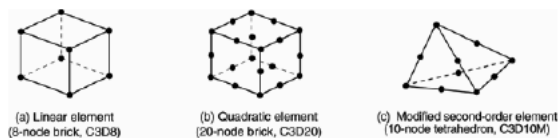
Les éléments axisymétriques ont exceptionnellement, les degrés de liberté de déplacement et de rotation suivant:

- 1 Translation en direction r
- 2 Translation en direction z
- 6 Rotation autour du plan $r-z$

Directions r (radiale) et z (axiale) correspondent aux directions globales 1 et 2, respectivement, sauf si un système de coordonnées local a été défini aux nœuds.

Les éléments dans abaqus

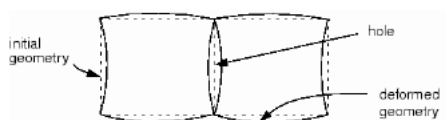
Nombre de nœuds –ordre d'interpolation:



Types d'intégration:

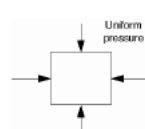


Intégration complète



Mode incompatible (flexion)

Intégration réduite



Hybride (milieu incompressible)

ANNEXE2
FICHER DE DONNÉES ABAQUS (.inp)
Exemple Modèle 2 Voile de Lefas

```

*Heading
** Job name: Modèle2 Model name: Modele-2-
** Generated by: Abaqus/CAE 6.14-5
**Preprint, echo=NO, model=NO, history=NO, contact=NO
**
** PARTS
**
*Part, name="ame voile"
*Node
    1,   -200.,   -300.,    65.
    2,   -200.,   -280.,    65.
    ↓
    17951,    450.,    980.,    0.
    17952,    450.,   1000.,    0.
*Element, type=C3D8R
    1, 529, 530, 596, 595, 1, 2, 68, 67
    2, 530, 531, 597, 596, 2, 3, 69, 68
    ↓
    15013, 17883, 17884, 17950, 17949, 17355, 17356, 17422, 17421
    15014, 17884, 17885, 17951, 17950, 17356, 17357, 17423, 17422
    15015, 17885, 17886, 17952, 17951, 17357, 17358, 17424, 17423
*Nset, nset=Set-1, generate
    1, 17952, 1
*Elset, elset=Set-1, generate
    1, 15015, 1
** Section: Béton
**Solid Section, elset=Set-1, material=béton
,
*End Part
**
*Part, name="semelle inf"
*Node
    1,   -300.,   -100.,   200.
    2,   -300.,   -25.,   200.
    ↓
    339,    850.,   125.,    0.
    340,    850.,   200.,    0.

```

```

*Element, type=C3D8R
  1, 21, 22, 27, 26, 1, 2, 7, 6
  2, 22, 23, 28, 27, 2, 3, 8, 7
↓
191, 333, 334, 339, 338, 313, 314, 319, 318
192, 334, 335, 340, 339, 314, 315, 320, 319
*Nset, nset=Set-1, generate
  1, 340, 1
*Elset, elset=Set-1, generate
  1, 192, 1
** Section: Béton
*Solid Section, elset=Set-1, material=béton
,
*End Part
**
*Part, name="semelle sup"
*Node
  1, -287.5, -42.5, 67.5
  2, -287.5, -107.5, 67.5
↓
2063, 862.5, -119.230576, 65.7188187
2064, 862.5, -115.347679, 42.9818077
*Element, type=C3D8R
  1, 16, 45, 9, 1, 102, 131, 95, 87
  2, 45, 46, 10, 9, 131, 132, 96, 95
↓
1586, 1978, 1977, 1955, 1956, 2064, 2063, 2041, 2042
1587, 1956, 1974, 1944, 1978, 2042, 2060, 2030, 2064
*Nset, nset=Set-1, generate
  1, 2064, 1
*Elset, elset=Set-1, generate
  1, 1587, 1
** Section: Béton
*Solid Section, elset=Set-1, material=béton
,
*End Part
**
** ASSEMBLY
**
*Assembly, name=Assembly
**
*Instance, name="semelle inf-1", part="semelle inf"
  723., -1517., -181.
*End Instance
**
*Instance, name="semelle sup-1", part="semelle sup"
  710.5, 133., -181.

```

```

*End Instance
**
*Instance, name="ame voile-1", part="ame voile"
      873.,      -1017.,      -113.5
*End Instance
**
*Nset, nset=Set-3, instance="semelle inf-1", generate
      1, 336, 5
*Elset, elset=Set-3, instance="semelle inf-1", generate
      1, 189, 4
*Nset, nset=Set-4, instance="semelle inf-1", generate
      1, 336, 5
*Elset, elset=Set-4, instance="semelle inf-1", generate
      1, 189, 4
*Nset, nset=Set-17, instance="semelle inf-1"
      1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 11, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22
      23, 24, 25, 26, 30, 31, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44
      45, 46, 50, 51, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66
      70, 71, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 90, 91
      95, 96, 97, 98, 99, 100, 101, 102, 103, 104, 105, 106, 110, 111, 115, 116
      117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 126, 130, 131, 135, 136, 137, 138
      139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 150, 151, 155, 156, 157, 158, 159, 160
      161, 162, 163, 164, 165, 166, 170, 171, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182
      183, 184, 185, 186, 190, 191, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 201, 202, 203, 204
      205, 206, 210, 211, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226
      230, 231, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 250, 251
      255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 270, 271, 275, 276
      277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 285, 286, 290, 291, 295, 296, 297, 298
      299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 310, 311, 315, 316, 317, 318, 319, 320
      321, 322, 323, 324, 325, 326, 330, 331, 335, 336, 337, 338, 339, 340
*Elset, elset=Set-17, instance="semelle inf-1"
      1, 2, 3, 4, 5, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 20
      21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38
      39, 40, 41, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 56, 57, 58
      59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76
      77, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 92, 93, 94, 95, 96
      97, 98, 99, 100, 101, 104, 105, 106, 107, 108, 109, 110, 111, 112, 113, 116
      117, 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 125, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134
      135, 136, 137, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 152, 153, 154
      155, 156, 157, 158, 159, 160, 161, 164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171, 172
      173, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 182, 183, 184, 185, 188, 189, 190, 191, 192
*Nset, nset=Set-18, instance="semelle sup-1"
      1, 2, 3, 4, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 45, 46, 47, 48
*Elset, elset=Set-18, instance="semelle sup-1", generate
      1, 9, 1
*Nset, nset=s_Set-1, instance="semelle inf-1", generate
      1, 340, 1
*Nset, nset=s_Set-1, instance="semelle sup-1", generate
      1, 2064, 1
*Nset, nset=s_Set-1, instance="ame voile-1", generate

```

```

1, 17952, 1
*Elset, elset=s_Set-1, instance="semelle inf-1", generate
1, 192, 1
*Elset, elset=s_Set-1, instance="semelle sup-1", generate
1, 1587, 1
*Elset, elset=s_Set-1, instance="ame voile-1", generate
1, 15015, 1
*Nset, nset=s_Set-8, instance="semelle inf-1", generate
1, 340, 1
*Nset, nset=s_Set-8, instance="semelle sup-1", generate
1, 2064, 1
*Nset, nset=s_Set-8, instance="ame voile-1", generate
1, 17952, 1
*Elset, elset=s_Set-8, instance="semelle inf-1", generate
1, 192, 1
*Elset, elset=s_Set-8, instance="semelle sup-1", generate
1, 1587, 1
*Elset, elset=s_Set-8, instance="ame voile-1", generate
1, 15015, 1
*Elset, elset=_m_Surf-1_S3, internal, instance="semelle sup-1"
10, 21, 40, 42, 44, 45, 79, 90, 109, 111, 113, 114, 148, 159, 178, 180
182, 183, 217, 228, 247, 249, 251, 252, 286, 297, 316, 318, 320, 321, 355, 366
385, 387, 389, 390, 424, 435, 454, 456, 458, 459, 493, 504, 523, 525, 527, 528
562, 573, 592, 594, 596, 597, 631, 642, 661, 663, 665, 666, 700, 711, 730, 732
734, 735, 769, 780, 799, 801, 803, 804, 838, 849, 868, 870, 872, 873, 907, 918
937, 939, 941, 942, 976, 987, 1006, 1008, 1010, 1011, 1045, 1056, 1075, 1077, 1079,
1080
1114, 1125, 1144, 1146, 1148, 1149, 1183, 1194, 1213, 1215, 1217, 1218, 1252, 1263, 1282,
1284
1286, 1287, 1321, 1332, 1351, 1353, 1355, 1356, 1390, 1401, 1420, 1422, 1424, 1425, 1459,
1470
1489, 1491, 1493, 1494, 1528, 1539, 1558, 1560, 1562, 1563
*Elset, elset=_m_Surf-1_S6, internal, instance="semelle sup-1", generate
39, 1557, 69
*Elset, elset=_m_Surf-1_S5, internal, instance="semelle sup-1"
48, 59, 117, 128, 186, 197, 255, 266, 324, 335, 393, 404, 462, 473, 531, 542
600, 611, 669, 680, 738, 749, 807, 818, 876, 887, 945, 956, 1014, 1025, 1083, 1094
1152, 1163, 1221, 1232, 1290, 1301, 1359, 1370, 1428, 1439, 1497, 1508, 1566, 1577
*Surface, type=ELEMENT, name=m_Surf-1
_m_Surf-1_S3, S3
_m_Surf-1_S6, S6
_m_Surf-1_S5, S5
*Elset, elset=_m_Surf-3_S6, internal, instance="ame voile-1", generate
1, 14951, 65
*Surface, type=ELEMENT, name=m_Surf-3
_m_Surf-3_S6, S6
*Elset, elset=_m_Surf-5_S6, internal, instance="ame voile-1", generate
1, 14951, 65
*Surface, type=ELEMENT, name=m_Surf-5
_m_Surf-5_S6, S6

```

```

*Elset, elset=_s_Surf-1_S4, internal, instance="ame voile-1", generate
    65, 15015, 65
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-1
_s_Surf-1_S4, S4
*Elset, elset=_s_Surf-3_S3, internal, instance="semelle inf-1"
    1, 2, 3, 4, 13, 14, 15, 16, 25, 26, 27, 28, 37, 38, 39, 40
    49, 50, 51, 52, 61, 62, 63, 64, 73, 74, 75, 76, 85, 86, 87, 88
    97, 98, 99, 100, 109, 110, 111, 112, 121, 122, 123, 124, 133, 134, 135, 136
    145, 146, 147, 148, 157, 158, 159, 160, 169, 170, 171, 172, 181, 182, 183, 184
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-3
_s_Surf-3_S3, S3
*Elset, elset=_s_Surf-5_S4, internal, instance="semelle inf-1", generate
    4, 192, 4
*Surface, type=ELEMENT, name=s_Surf-5
_s_Surf-5_S4, S4
** Constraint: Constraint-2
*Tie, name=Constraint-2, adjust=yes, type=NODE TO SURFACE
s_Surf-1, m_Surf-1
** Constraint: Constraint-3
*Tie, name=Constraint-3, adjust=yes, type=NODE TO SURFACE
m_Surf-5, s_Surf-5
*End Assembly
**

** MATERIALS
**
*Material, name=béton
*Elastic
39453., 0.2
*Concrete Damaged Plasticity
56., 0.1, 1.16, 0.667, 0.0005
*Concrete Compression Hardening
16.89, 0.
25.5, 0.000341
30.79, 0.000663
36.09, 0.001165
39.24, 0.001559
41.06, 0.001971
42.22, 0.002455
42.05, 0.00276
41.72, 0.0031
40.4, 0.003548
38.41, 0.004211
35.43, 0.004892
31.95, 0.005681
29.64, 0.006183
26.32, 0.006953
22.85, 0.007849
20.7, 0.008351
17.88, 0.009104
*Concrete Tension Stiffening

```

1.71935, 0.
 2.14925, 7.17e-05
 2.57789, 0.0002015
 11.8437, 0.0021305

** -----

**

**** STEP: Step-1**

**

*Step, name=Step-1, nlgeom=NO

*Static

0.001, 0.1, 1e-06, 0.1

**

**** BOUNDARY CONDITIONS**

**

** Name: BC-2 Type: Displacement/Rotation

*Boundary

Set-18, 1, 1, 20.

** Name: encastrement Type: Displacement/Rotation

*Boundary

Set-3, 1, 1

Set-3, 2, 2

Set-3, 3, 3

Set-3, 4, 4

Set-3, 5, 5

Set-3, 6, 6

**

**** OUTPUT REQUESTS**

**

*Restart, write, frequency=0

**

**** FIELD OUTPUT: F-Output-1**

**

*Output, field

*Node Output

CF, PHILSM, PSILSM, RF, U

*Element Output, directions=YES

CFAILURE, DAMAGEC, DAMAGEFC, DAMAGEFT, DAMAGEMC, DAMAGENT,

DAMAGESHR, DAMAGET, DMICRT, ERPRATIO, HSNFCCRT, HSNFTCRT,

HSNMCCRT, HSNMTCRT, JK, LE

PE, PEEQ, PEMAG, S, SDEG, SHRRATIO

*Contact Output

BDSTAT, CDISP, CRSTS, CSDMG, CSMAXSCRT, CSMAXUCRT, CSQUADSCRT,

CSQUADUCRT, CSTRESS, DBS, DBSF, DBT, EFENRRTR, ENRRT, OPENBC

**

**** HISTORY OUTPUT: H-Output-1**

**

*Output, history, variable=PRESELECT

*End Step

RÉSUMÉ

La simulation numérique des structures en béton armé nécessite la représentation explicite du béton et des barres de renforcement, les deux matériaux étant modélisés séparément à l'aide de lois de comportement appropriées, y compris les variables d'endommagement du béton en compression et en traction. Même si cette méthode de modélisation est pratique et satisfaisante, elle nécessite un effort de calcul considérable, en particulier dans le cas d'applications à grande échelle.

Le but de cette thèse est de développer un modèle alternatif dédié à la simulation de structures en béton armé à grande échelle sans qu'il soit nécessaire de représenter explicitement les armatures en acier.

Sur la base de la revue de la littérature, les auteurs ont développé une relation fictive contrainte-déformation pour le béton armé en traction. Le modèle est basé sur la forme de la courbe d'adhérence entre l'acier et le béton proposée par le Comité européen du béton (CEB). Des relations couvrant le stade de fissuration jusqu'à la limite d'élasticité de l'acier sont proposées en fonction des propriétés matérielles du béton et de l'acier, du rapport de renforcement ainsi que de la largeur des fissures.

Le modèle développé a été implémenté dans le logiciel commercial ABAQUS à travers quelques exemples sous des charges de traction et de flexion.

Mots-clés: béton armé, adhérence acier-béton, tirant, comportement fictif, éléments finis.

ABSTRACT

Numerical simulation of reinforced concrete structures requires the explicit representation of concrete and reinforcing bars, with the two materials being modeled separately using appropriate behavioral laws, including concrete damage variables in compression and tensile strength. . Although this modeling method is practical and satisfactory, it requires a considerable computational effort, especially in the case of large-scale applications.

The aim of this thesis is to develop an alternative model dedicated to the simulation of large-scale reinforced concrete structures without the need to explicitly represent steel reinforcement. On the basis of the literature review, the authors developed a fictional stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. The model is based on the shape of the adhesion curve between steel and concrete proposed by the European Concrete Committee (ECC). Relationships ranging from the cracking stage to the yield strength of the steel are proposed depending on the material properties of the concrete and the steel, the reinforcement ratio and the width of the cracks.

The developed model has been implemented in the ABAQUS commercial software through some examples under tensile and bending loads.

Keywords: reinforced concrete, steel-concrete adhesion, pulling, fictitious behavior, finite elements.
