

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

**UNIVERSITE MOULOD MAMMARI DE TIZI-OUZOU
FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE-CIVIL**



THESE

Présentée par

OUDNI Nasserdine

Pour l'obtention du grade de

DOCTEUR

En Génie Civil

**ETUDE DES STRUCTURES EN BETON ENDOMMAGEABLE
SOUS CHARGEMENT DYNAMIQUE**

DEVANT LE JURY :

MEHADDENE Rachid	Professeur	UMMTO	Président
BOUAFIA Youcef	Professeur	UMMTO	Rapporteur
ZERIZER Abdellatif	Professeur	U. Boumerdès	Examineur
BOURAHLA Nouredine	Professeur	U. Blida	Examineur
KADRI Mohamed	Professeur	U. Boumerdès	Examineur

REMERCIEMENTS

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse Monsieur Youcef BOUAFIA pour m'avoir accordé très largement sa confiance pour ce laborieux et pénible travail de recherche. Je voudrais aussi le remercier pour le temps et la patience qu'il m'a accordés tout au long de ces années, d'avoir cru en mes capacités et pour ses nombreux et pertinents conseils. Comme sa gentillesse est égale à sa compétence, ses encouragements et son aide furent des plus précieux.

En parallèle, je remercie Monsieur Patrick Muller pour m'avoir accueillis dans son laboratoire dans les fois j'ai bénéficié de stages de courte durée et de m'avoir donné l'opportunité de rencontrer des gens ayant travaillé sur ce sujet. La qualité et la pertinence de ses points de vue et de ses conseils ont été d'une grande utilité pour moi et ont permis d'orienter l'étude au mieux et d'atteindre les objectifs fixés.

Mes remerciements vont également à tous mes collègues de travail de l'université A. MIRA de Béjaïa et ceux de l'université M. MAMMERI de Tizi-Ouzou avec qui j'ai partagé beaucoup de temps de travail, pour leur contribution, leurs discussions scientifiques et pour tous les conseils qu'ils m'ont donné. Je n'oublie pas non plus de remercier Monsieur Toufik BAOUZ enseignant chercheur en Génie des Procédés pour m'avoir aidé et corrigé la version anglaise de l'article.

Je souhaite aussi remercier Monsieur MEHADDENE Rachid pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury, ainsi que l'ensemble des membres du jury, Monsieur ZERIZER Abdellatif, Monsieur BOURAHLA Noureddine et Monsieur KADRI Mohamed d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Enfin, je dédie ce manuscrit à mes parents, ma femme, mes enfants Ayoub, Nada et à toute la famille.

Merci à toutes et à tous.

Le sommaire

INTRODUCTION GENERALE	1
-----------------------------	---

Chapitre I : ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

I.1. INTRODUCTION	5
I.2. MICROSTRUCTURE DU BETON DURCI	7
I.2.1. STRUCTURE DE LA PATE DE CIMENT DURCIE	7
I.2.2. ORIGINE DE LA RESISTANCE MECANIQUE	11
I.2.3. STRUCTURATION PARTICULIERE DE LA LIAISON PATE-GRANULAT	11
I.3. CONSEQUENCES PHYSIQUES DE L'HYDRATATION	12
I.3.1. RETRAIT	12
I.3.2. LA POROSITE	12
I.3.3. DEFORMATIONS ET MICROFISSURATIONS	13
I.4. CARACTERISATION EXPERIMENTALE DES BETONS	13
I.4.1. COMPRESSION UNIAXIALE	13
1.4.1.1. <i>Observations microscopiques</i>	14
1.4.1.2. <i>Observations macroscopiques</i>	17
I.4.2. ESSAI DE COMPRESSION EN DYNAMIQUE	20
I.4.3. COMPRESSION CONFINEE	22
1.4.3.1. <i>Essais triaxiaux</i>	22
I.4.4. COMPORTEMENT EN TRACTION DES BETONS	24
1.4.4.1. <i>Essai de flexion trois points</i>	24
1.4.4.2. <i>Essai de traction par fendage ou essai brésilien</i>	25
1.4.4.3. <i>Essais de traction directe</i>	26
I.4.5. ESSAIS DE TRACTION EN DYNAMIQUE RAPIDE SUR LES BETONS	29
I.5. CONCLUSION	30
I.6. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	31

Chapitre II : DYNAMIQUE ET COMPORTEMENT DU BETON

II.1. INTRODUCTION	37
II.2. MODELES MACROSCOPIQUES POUR LE BETON EN DYNAMIQUE	38
II.2.1. OBJECTIFS DE LA MODELISATION	38
II.2.2. ENONCES FONDAMENTAUX DE LA THERMODYNAMIQUE	40
II.2.3. POTENTIEL THERMODYNAMIQUE	43
II.2.3.1. <i>Potentiel de dissipation</i>	44
II.2.4. FORMULATION THERMODYNAMIQUE DE L'ELASTICITE LINEAIRE ISOTROPE	46
II.2.4.1. <i>Définition thermodynamique</i>	46
II.3. APPLICATION DE LA MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT AUX STRUCTURES EN BETON	49
II.3.1. INTRODUCTION	49
II.3.2. ELASTICITE COUPLEE A L'ENDOMMAGEMENT	49
II.3.3. CONCEPT DE LA CONTRAINTE EFFECTIVE	50
II.3.4. EQUIVALENCE EN ENERGIE	52
II.3.5. ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL	52
II.4. FORMULATION THERMODYNAMIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT	55

II.1. INTRODUCTION.....	37
II.2. MODELES MACROSCOPIQUES POUR LE BETON EN DYNAMIQUE	38
II.2.1. OBJECTIFS DE LA MODELISATION	38
II.2.2. ENONCES FONDAMENTAUX DE LA THERMODYNAMIQUE.....	40
II.2.3. POTENTIEL THERMODYNAMIQUE	43
II.2.3.1. <i>Potentiel de dissipation</i>	44
II.2.4. FORMULATION THERMODYNAMIQUE DE L'ELASTICITE LINEAIRE ISOTROPE.....	46
II.2.4.1. <i>Définition thermodynamique</i>	46
II.3. APPLICATION DE LA MECANIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT AUX STRUCTURES EN BETON	49
II.3.1. INTRODUCTION	49
II.3.2. ELASTICITE COUPLEE A L'ENDOMMAGEMENT.....	49
II.3.3. CONCEPT DE LA CONTRAINTE EFFECTIVE.....	50
II.3.4. EQUIVALENCE EN ENERGIE	52
II.3.5. ENDOMMAGEMENT TRIDIMENSIONNEL.....	52
II.4. FORMULATION THERMODYNAMIQUE DE L'ENDOMMAGEMENT.....	55
II.4.1. LIMITES ET BASES DE L'ETUDE.....	55
II.5. MODELES D'ENDOMMAGEMENT ISOTROPES APPLIQUES AUX MATERIAUX FRAGILES ET BETONS.....	58
II.5.1. MODELE A ENDOMMAGEMENT SCALAIRE DE MAZARS (APPROCHE LOCALE)	58
II.5.2. APPROCHE NON LOCALE	63
II.5.3. MODELE PONTIROLI-ROUQUAND-MAZARS (PRM)	64
II.6. CONCLUSION	66
II.7. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	66

Chapitre III : ANALYSE DYNAMIQUE APPLIQUEE AUX MATERIAUX QUASI-FRAGILES

III.1. INTRODUCTION	72
III.2. METHODE DES DIFFERENCES CENTREES [27, 29]	73
III.3. INTEGRATION TEMPORELLE DES SYSTEMES NON LINEAIRES.....	76
III.3.1. METHODE EXPLICITE DES DIFFERENCES CENTREES.....	76
III.4. EQUATIONS D'EQUILIBRE EN DYNAMIQUE.....	79
III.4.1. PROBLEME DE CONTRAINTES PLANES [31, 33].....	79
III.4.2. PROBLEME DE DEFORMATIONS PLANES [31, 33]	81
III.4.3. PROBLEME AXISYMETRIQUE [31, 33].....	83
III.5. LE MODELE DU MATERIAU	90
III.5.1. LA DEFORMATION EQUIVALENTE DANS LE MODELE DE MAZARS	91
III.5.2. FONCTION SEUIL DU DOMMAGE.....	92
III.5.3. DECOMPOSITION DU DOMMAGE D	93
III.6. CONCLUSION.....	95
III.7. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES.....	96

Chapitre IV : RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. INTRODUCTION	101
IV.2. REPONSE AUX DOMMAGES DU BARRAGE KOYNA	101
VI.2.1. REPONSE AVEC COUPLAGE DE L'ENDOMMAGEMENT	105
IV.3. ETUDE PARAMETRIQUE	118
IV.3.1. INFLUENCE DES PARAMETRES D'EVOLUTION DE L'ENDOMMAGEMENT EN TRACTION.....	118
IV.3.2. INFLUENCE DES PARAMETRES D'EVOLUTION DE L'ENDOMMAGEMENT EN COMPRESSION.....	120
IV.4. CONCLUSION	121
IV.5. REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	122
CONCLUSION GENERALE	125

Liste des figures

Fig. I.1. Phases constituant la structure de béton.....	5
Fig. I.2. Le diagramme triangulaire de RANKIN.....	8
Fig. I.3. Structure de la pâte de ciment hydratée.....	8
Fig. I.4. Observation au microscope électronique à balayage.....	10
Fig. I.5. Observation au MEB (a)- Ettringite (b)- mono sulfoaluminate de calcium.....	10
Fig. I.6. Rupture d'une éprouvette de béton après un essai de compression simple.....	14
Fig. I.7. Développement des microfissures dans le béton sous compression(a)à 50% (b) à 90% de la contrainte de rupture.....	15
Fig. I.8. Evolution de la microfissuration dans un essai de compression obtenue par observation microscopique.....	16
Fig. I.9. Courbe contrainte-déformation longitudinale ε_L	17
Fig. I.10. Courbe contrainte-déformation transversale ε_T	18
Fig. I.11. Réponses contrainte –déformation pour différentes géométries.....	19
Fig. I.12. Loi d'effet d'échelle proposée par BAZANT (pour des structures entaillées bidimensionnelles).....	20
Fig. I.13. (a) Principe de l'essai ; (b) signaux de jauges lors d'un essai de compression dynamique sur matériau fragile (signal de la barre d'entrée en bleu et signal de la barre de sortie en rouge).....	20
Fig. I.14. Influence de la vitesse de déformation sur la résistance en compression.....	21
Fig. I.15. Vue en coupe de la cellule de confinement.....	23
Fig. I.16. Résultats de l'essai sur MB50.....	23
Fig. I.17. Essai de traction par flexion trois points.....	24
Fig. I.18. Essai de traction indirecte par flexion.....	24
Fig. I.19. Essai de traction indirecte par fendage.....	25
Fig. I.20. Représentation schématique des mécanismes de rupture, cas de la traction par flexion.....	25
Fig. I.21. Courbe contrainte-déformation du béton en traction directe.....	27
Fig. I.22. Principe de l'essai P.I.E.D. a) Traction b) Compression.....	28
Fig. I.23. Traction uniaxiale donnée par l'essai P.I.E.D.....	28

Fig. I.24. Configuration expérimentale de BRARA et KLEPACZKO.....	29
Fig. I.25 . Méthode de depouillement utilisée par KLEPACZKO et BRARA.....	29
Fig. II.1. Domaine du solide Ω de frontière $\partial\Omega$	40
Fig. II.2. Principe de la contrainte effective (a) matériau réel endommagé ; (b) matériau sain équivalent.....	50
Fig. II.3. Evolution des paramètres d'endommagement D_1 et D_2 dans un essai de compression simple sur béton.....	54
Fig. II.4. Seuil de rupture en sollicitation biaxiale.....	60
Fig. II.5. Evolution des deux quantités d'endommagement D_t et D_c	61
Fig. II.6. Lois de comportement élémentaires en traction et en compression.....	62
Fig. II.7. Critère de MAZARS : (a) Surface seuil dans l'espace des contraintes ; (b) Trace dans le plan $\sigma_3 = 0$	63
Fig. II.8. Principe du modèle PRM illustré en 1D.....	65
Fig. III.1. Loi de comportement de l'endommagement couplé à la plasticité.....	90
Fig. III.2. Loi de comportement d'un matériau quasi-fragile.....	91
Fig. III.3. Fonction seuil du dommage ou critère de rupture de MAZARS.....	92
Fig. III.4. Comportement dissymétrique en traction et en compression d'un matériau quasi-fragile.....	94
Fig. IV.1. Caractéristiques géométriques du barrage poids.....	102
Fig. IV.2. Maillage du barrage.....	102
Fig. IV.3. Composante horizontale de l'accélérogramme Koyna.....	104
Fig. IV.4. Déplacement Horizontal du modèle proposé.....	104
Fig. IV. 5. Déplacement Horizontal du modèle proposé.....	105
Fig. IV.6. Superposition de la réponse linéaire et de la réponse non linéaire.....	106
Fig. IV.7. Composante verticale de l'accélérogramme Koyna.....	107
Fig. IV.8. Déplacement vertical sans couplage de l'endommagement.....	107
Fig. IV.9. Déplacement vertical avec couplage de l'endommagement.....	108
Fig. IV.10. Superposition de réponse couplée et non couplée.....	109
Fig. IV.11. Comportement en traction et en compression du béton.....	110

Fig. IV.12. Evolution des endommagements de traction et de compression.....	110
Fig. IV.13. Evolutions des endommagements de compression D_c et de traction D_t	111
Fig. IV.14. Historique du dommage cumulé aux points d'intégration (815, 811 et 807).....	112
Fig. IV.15. Historique du dommage cumulé.....	112
Fig. IV.16. Zones du dommage dans le barrage poids.....	113
Fig. IV.17. Historique de la déformation équivalente $\tilde{\epsilon}$	114
Fig. IV.18. Historique de la déformation ϵ_{xx}	115
Fig. IV.19. Historique de la déformation ϵ_{yy}	115
Fig. IV.20. Historique de la contrainte σ_{xx}	116
Fig. IV.21. Historique de la contrainte σ_{yy}	117
Fig. IV.22. Influence du paramètre B_t sur la réponse dynamique pour $\epsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_c = 1545.0$, $A_c = 1.4$	118
Fig. IV.23. Influence du paramètre A_t sur la réponse dynamique pour $\epsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $B_t = 0000.0$, $B_c = 1545.0$, $A_c = 1.4$	119
Fig. IV.24. Influence du paramètre A_c sur la réponse dynamique pour $\epsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_t = 30000.0$, $B_c = 1545.0$	120
Fig. IV.24. Influence du paramètre B_c sur la réponse dynamique pour $\epsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_t = 30000.0$, $A_c = 1.4$	121

Liste des tableaux

Tab. II.1. Les variables d'état et leurs variables associées	42
Tab. II.2. Variables internes et observables utilisées.....	56
Tab. II.3. Valeurs des coefficients α_c et α_t	62
Tab. III.1. Algorithme d'intégration par la méthode des différences finies.....	76
Tab. III.2. algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires avec une matrice de masse diagonale et une matrice d'amortissement nulle.....	78
Tab. III.3. Algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires.....	89
Tab. IV.1. Propriétés mécaniques du matériau.....	102

Introduction générale

La simulation des problèmes non-linéaires du processus d'endommagement et de la rupture des matériaux quasi-fragiles en particulier les bétons, fait l'objet de recherches dans le domaine du génie civil en vue de servir aux études de vulnérabilité. Les phénomènes mis en jeu sont souvent complexes et, même dans les cas simples, la résolution analytique des problèmes posés s'avère, pour le moins, difficile. La puissance actuelle des machines permet des simulations pour des structures complexes soumises à des chargements statiques et / ou dynamiques. Bien entendu, à cette fin, il est nécessaire de connaître le comportement du matériau, dont la réponse dépend de la vitesse de sollicitation. Représenter un comportement d'un matériau consiste à traduire, mathématiquement et le plus fidèlement possible, la réponse d'un matériau à une sollicitation mécanique.

Le béton est considéré comme le matériau le plus utilisé dans la conception des structures qui peuvent être occasionnellement exposées à un chargement dynamique intense, qu'il soit de nature accidentelle ou intentionnelle. Il appartient à une classe de matériaux hétérogènes dont le comportement non-linéaire est assez complexe. C'est un matériau dit 'fragile' et sa résistance à la traction est nettement faible par rapport à celle de la compression. Il existe dans la littérature une multitude d'essais expérimentaux montrant les aspects du comportement de ce matériau, comme par exemple les essais d'impact en dynamique rapide sur les bétons ou encore les essais expérimentaux sous chargements cycliques de traction-compression. Ces travaux visent à modéliser le comportement macroscopique du matériau et de prévoir les éventuels dommages. Parmi ces modèles, celui de J. Mazars dont le principe est basé sur la mécanique de l'endommagement, il prend en compte la dissymétrie du comportement du béton et tiens compte de la fissuration en traction et de la rupture en compression. C'est un modèle qui est généralement utilisé pour des systèmes statiques ou pseudo-statiques.

Les documents techniques réglementaires pour des raisons de résistance et de sécurité exigent de manière rigoureuse à ce que les structures en béton ou en béton armé soient dimensionnées sous chargements dynamiques et plus particulièrement de type sismique. Plusieurs travaux ont été entrepris dans ce sens en considérant des structures en béton endommageable soumises à des chargements de nature sismique.

Nous considérons dans cette étude une structure de type barrage conçue en béton soumise à un chargement dynamique de type sismique. Les enregistrements du séisme sont sous forme d'accélérogrammes avec des composantes horizontales et verticales, elles seront utilisées comme charges dynamiques, nous prendrons en considération les effets hydrostatiques du bassin par mètre carré de surface appliquées sur la digue du barrage, les effets hydrodynamiques ne seront pas pris en considération. L'effet du coefficient d'amortissement sera pris en compte dans les calculs. Le matériau est basé sur le modèle isotrope développé par J. Mazars [1984] en approche locale, c'est un modèle d'endommagement explicite qui permet de décrire précisément les comportements en traction et compression. Il permet aussi de reproduire les endommagements de traction, de compression et les changements de raideur lors des passages d'une sollicitation à l'autre. Nous implémenterons ce modèle dans un programme en éléments finis écrits en FORTRAN 90. Ce programme a pour but de résoudre l'équation générale de la dynamique, nous permettant par conséquent de calculer les déplacements aux nœuds, les déformations, les contraintes et les dommages aux points d'intégration de Gauss. Des schémas d'intégration temporelle directe dite explicite seront adoptés dans la résolution numérique des problèmes de structures avec une procédure pas à pas. La méthode explicite des différences centrées sera alors exposée. Cette méthode est en général associée à un pas de temps variable, mais l'algorithme que nous présenterons dans ce travail est à pas de temps constant. La méthode explicite des différences centrées est basée sur des approximations de la vitesse et de l'accélération par des quotients de différences finies des valeurs connues des déplacements à intervalles de temps réguliers. Cette méthode est certainement la plus utilisée dans les programmes d'éléments finis, elle est conditionnellement connue stable avec un pas de temps très petit.

Nous adopterons dans ce travail la méthode des éléments finis, une méthode basée sur une description continue de la matière, elle peut être appliquée à la simulation numérique de la dégradation de matériaux fragiles pour traitement des problèmes linéaires et non linéaires.

Cette thèse s'articule donc autour de quatre chapitres :

- Le chapitre I est un résumé des éléments bibliographiques pertinents de cette étude.

On présentera les éléments constituant la structure des bétons, ainsi que leurs propriétés physiques et chimiques. Nous essayerons de comprendre les mécanismes de déformation et d'endommagement de ces matériaux. Des essais

expérimentaux seront présentés. Une expérimentation des bétons en statique et en dynamique.

- Le chapitre II présente des rappels sur lesquels se basent les modèles des lois de comportement qui s'appliquent à la mécanique et les différentes approches possible, nous proposerons par la suite quelques modèles de comportement de béton dont certains sont utilisés lorsque les sollicitations sont de type dynamique. Nous présenterons de manière détaillée le modèle que nous avons utilisé dans la simulation numérique. Nous mettrons l'accent sur les avantages de ce modèle et ses inconvénients.
- Dans le chapitre III que nous allons développer, d'abord : la méthode des différences centrée une méthode dite explicite, une méthode des plus utilisée dans la méthode des éléments finis pour la résolution des systèmes linéaires et non linéaires. Ensuite, nous détaillerons en se basant sur le principe des travaux virtuels, l'équation du mouvement en la discrétisant. Nous expliquerons enfin comment que le modèle d'endommagement a été implanté dans cette équation.
- Le dernier chapitre présente les différents résultats numériques obtenus de l'étude. Nous présenterons dans ce chapitre un cas d'exemple très concret que beaucoup d'auteurs se sont intéressés à étudier. Tous les résultats que nous obtiendrons du calcul numérique seront comparés à ceux des résultats retrouvés dans la littérature. Cet exemple concerne le cas d'un barrage poids hydraulique en béton sollicité par excitations sismiques sous forme d'accélérogrammes. Les résultats prélevés sont soit des déplacements horizontaux ou verticaux au niveau des points nodaux, soit des contraintes, des déformations ou des dommages au niveau des points de Gauss appelés aussi points d'intégration. Une étude paramétrique sera jointe pour évaluer le model d'endommagement implémenté ainsi que l'influence de chacun des paramètres sur la réponse

ELEMENTS BIBLIOGRAPHIQUES

Chapitre I

C*e chapitre présente une revue bibliographique sur les bétons à travers leur structure multiphasique constituée essentiellement de la pâte de ciment et des agrégats. Nous présenterons la composition chimique des ciments portlands qui sont à base de Clinker et de Gypse. Cette présentation a pour but de comprendre d'abord la constitution de la structure des bétons, aussi comment que la rupture par le phénomène d'endommagement du béton sous différents types de sollicitations se produit. Ensuite nous allons parcourir brièvement l'essentiel des travaux expérimentaux effectués sur les bétons sous sollicitations statique et dynamique. Des essais de traction et de compression sont exposés et qui nous renseignent sur le comportement du béton.*

I.1. Introduction

Le béton est un matériau hétérogène, poreux et fragile. Il est constitué d'une matrice : la pâte de ciment (80% calcaire +20% argile) hydratée et de granulats ou agrégats (sable, graviers, cailloux) dont la répartition est complètement aléatoire Figure I.1. A cette hétérogénéité de composition s'ajoute une hétérogénéité dite structurelle, qui consiste en l'existence de défauts initiaux (microfissures) ou pores ou des cavités. Dans son principe, le béton peut être défini comme un mélange habile des constituants les plus connus à la surface de la terre, c'est pourquoi il est très ancien. Les romains l'utilisaient pour la confection de certains monuments, ainsi le panthéon à Rome comporte des murs de six mètres d'épaisseur en béton, constitué de granulats et d'un liant qui est un mélange de chaux et de sable de Pouzzoles (cendres volcaniques).



Fig. I.1. Phases constituant la structure de béton [1]

L'usage du béton à grande échelle est relativement lié à son coût bon marché, de plus de la possibilité à réaliser des structures complexes avec un béton de grande qualité. Ces dernières décennies des travaux ont été entrepris et réalisés dans le but de connaître les propriétés physiques et mécaniques de ce matériau. Actuellement on peut dire que ce matériau est suffisamment connu. On voit de nos jours des structures réalisées en béton, qui présentent des aspects de modernité que ce soit dans leur conception ou leur usage, elles sont soumises à des conditions d'usage très sévères, des contraintes élevées, des chargements de nature dynamiques, des milieux agressifs etc.... c'est pour ces raisons que nous devons être rigoureux dans le dimensionnement des structures à réaliser soit par simulation ou par des coefficients de majoration ou de sécurité. La plus part des ouvrages sont conçus et calculés dans

le cadre de codes de calculs dont le principe est basé sur la notion « d'états limites », qui définissent la sécurité par rapport à un état de ruine des structures calculées, l'inconvénient de cette approche est que les modèles sont trop simplifiés, qui deviennent impossibles à utiliser lorsqu'il s'agit de dimensionner une centrale nucléaire, une base offshore, ou structure sollicitée en dynamique.

De nos jours il existe une multitude de codes de calcul ou de logiciels capables de calculer des structures sollicitées à des chargements très complexes, tel que les impacts, les chocs, les séismes... pour cela des modèles ont été développés pour le matériau béton dans le but de connaître ses performances mécaniques et ses défauts.

Cependant l'application de ces modèles pour d'autres matériaux autres que le béton comme l'acier par exemple s'avère infructueuse pour plusieurs raisons :

- Le comportement dissymétrique du béton en traction et en compression,
- L'endommagement par microfissuration qui constitue la phase essentielle du comportement mécanique.

Dans cette thèse on propose l'implémentation d'un modèle d'endommagement basé sur la mécanique de l'endommagement dans le cadre de la formulation isotrope proposée par J. LEMAITRE [2] dans un programme en éléments finis. Nous allons voir comment relier la mécanique de l'endommagement appliquée à un volume de matériau macroscopique aux mécanismes d'endommagement à l'échelle microscopique (cavités, microfissures). C'est un problème d'homogénéisation consistant à établir une loi de comportement macroscopique en partant du comportement d'éléments de volume microscopiques endommagés. Plusieurs méthodes de résolution existent : méthode basée sur la notion d'équivalence en contraintes, la méthode basée sur la notion d'équivalence en déformations et la méthode basée sur l'équivalence en énergie.

Deux points essentiels peuvent être distingués dans cette étude :

- microstructure et comportement mécanique du béton

Il s'agit de l'étude de la formation et de l'évolution de la microstructure dans le temps et sous sollicitations mécaniques. Des modèles microstructuraux aident à appréhender les principaux phénomènes de comportement et apportent de nombreux enseignements à la formulation d'hypothèses utilisées dans la suite.

- Modèle de comportement mécanique du béton

Etablit dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles. L'approche « thermodynamique » est liée à l'utilisation de variables d'état, « observables » ou

« internes », qui permettent de définir à tout instant du système à partir de leurs valeurs actuelles.

I.2. microstructure du béton durci

Le béton est un matériau composé multiphasique, il est constitué de deux principaux constituants : la pâte de ciment hydratée et les granulats. Dans cette matrice, la pâte de ciment hydratée joue le rôle du liant, les granulats jouent le rôle du remplissage atténuateur des variations volumiques (retrait). Il existe une étroite liaison entre la pâte de ciment et les granulats que ce soit au niveau de la structuration initiale ou durant l'évolution ultérieure sous chargement.

I.2.1. Structure de la pate de ciment durcie

La pâte de ciment est un corps poreux, constitué de deux parties, une partie solide et la partie « vide » constituée des pores généralement remplie d'eau, participant à la cohésion de l'ensemble.

Ciment anhydre

Les ciments classiques (CPA-CPJ) sont à base de Clinker, résultat de la cuisson à 1750 °C d'un mélange de Calcaire (carbonate de calcium $CaCO_3$), d'Argile (Silice SiO_2 , Alumine Al_2O_3 , Oxyde de fer Fe_2O_3), d'Alcalins (Na, K) et d'ajouts de Gypse (3 à 5%) nécessaire à la régularisation de la prise ainsi que des constituants secondaires (laitier des hauts-fourneaux, cendres volantes...) en quantité bien déterminée selon la qualité et les propriétés désirées [3, 4, 5]. Le diagramme triangulaire de RANKIN Figure I.2 montre que les trois composés essentiels sont la chaux CaO , la silice SiO_2 et l'alumine Al_2O_3 , il est appelé le diagramme ternaire $CaO - Al_2O_3 - SiO_2$ ($C - A - S$) [3, 6, 7] trois grandes catégories de ciments hydrauliques, réparties suivants quatre domaines, sont identifiables :

- les ciments Portland sont très utilisés en génie civil,
- les ciments fondus (teneur en Al_2O_3 comprise entre 40%_{massique} et 42%_{massique}) sont une alternative intermédiaire entre les ciments Portland et les ciments réfractaires alumineux (teneur en Al_2O_3 supérieure à 60%_{massique}),
- les ciments alumineux forment le groupe des ciments réfractaires et correspondent à une zone assez étendue du diagramme ternaire.

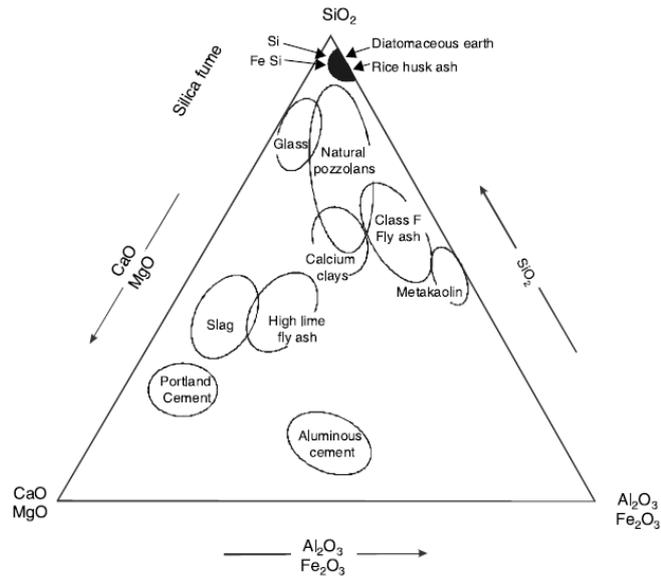


Fig. I.2. Le diagramme triangulaire de RANKIN [4]

Le ciment portland ordinaire est une association de clinker et de gypse. Le clinker est obtenu par la combinaison des molécules de CaO avec la silice, l'alumine et le fer pour former à $1400^{\circ}C$ [5], des silicates et aluminates aux propriétés hydrauliques.

La composition chimique des ciments portland peut être considérée comme étant la suivante :

Clinker	{	- Silicate tricalcique	Ca_3SiO_5	(notée C_3S) ~ 60%
		- Silicate bicalcique	Ca_2SiO_4	(notée C_2S) ~ 18%
		- Aluminate tricalcique	$Ca_3Al_2O_6$	(notée C_3A) ~ 13%
		- Aluminoferrite bicalcique	Ca_2AlFeO_5	(notée C_3A) ~ 6%
		- Gypse		~ 3%

Hydratation

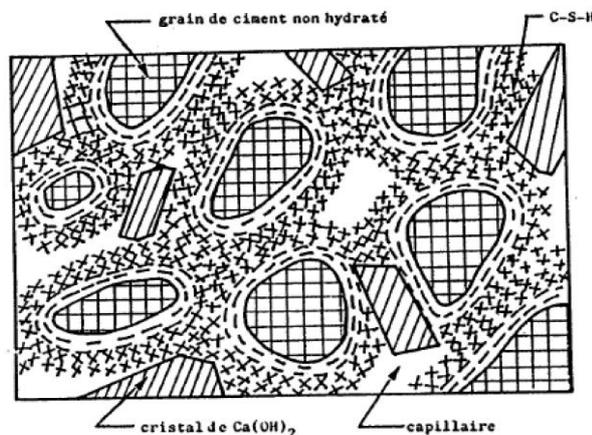
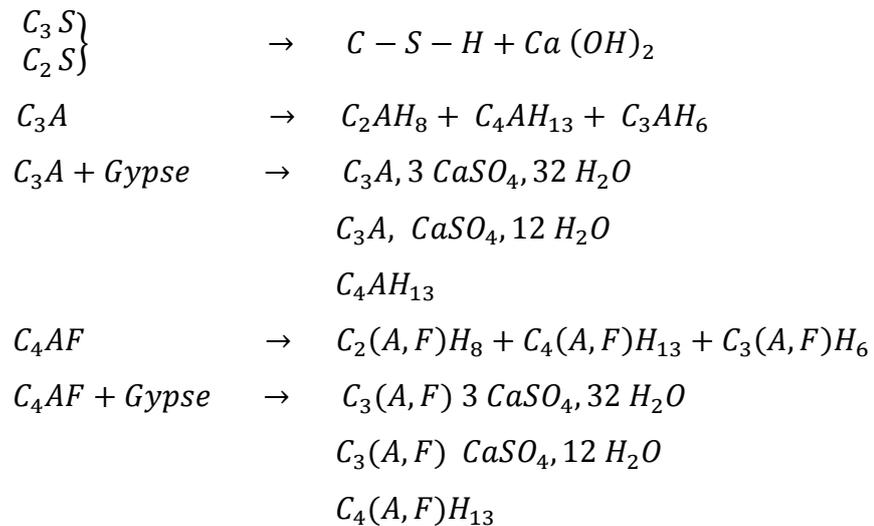


Fig. I.3. Structure de la pâte de ciment hydratée

L'hydratation du ciment en présence de l'eau Figure I.3 est une conséquence de plusieurs mécanismes, nous pouvons les résumer en :

- L'adsorption (fixation de liquide sur des surfaces solides), physique ou chimique, de l'eau par les grains de ciment
- L'hydrolyse qui est une réaction de transformation du solide et de décomposition de l'eau
- La dissolution (passage en solution) qui est le changement d'état du solide ionique (ciment) en présence d'un solvant (eau)
- La solvation qui correspond à l'enveloppement par les molécules d'eau des cristaux anhydres dispersés après dissolution
- La cristallisation qui correspond tout d'abord à la germination de cristaux hydratés et à la croissance des germes.

L'évolution des constituants du ciment portland en présence de l'eau peut être schématisée comme suit :



Le composé le plus important est le gel tobermoritique ($mCaO, nSiO_2, pH_2O$) noté $C - S - H$ (Figure I.4). A l'observation microscopique il se présente en feuillets très minces qui s'enroulent sur eux-mêmes en formant des tubes creux [5, 8]. Cette évolution microstructurale est appelée phénomène de conversion qui progresse de manière lente est irréversible dès la première chauffe [7, 9-13]. Cette cristallisation recouvre progressivement les grains de ciment anhydres, et peu à peu remplit l'espace libre entre grains.

- Les silicates C_2S donnent le même hydrate $C - S - H$.
- La portlandite $Ca(OH)_2 (= CH)$ cristallise en plaquettes hexagonales empilées entre les grains de ciment (C_3S et C_2S) hydratés ($C - S - H$)

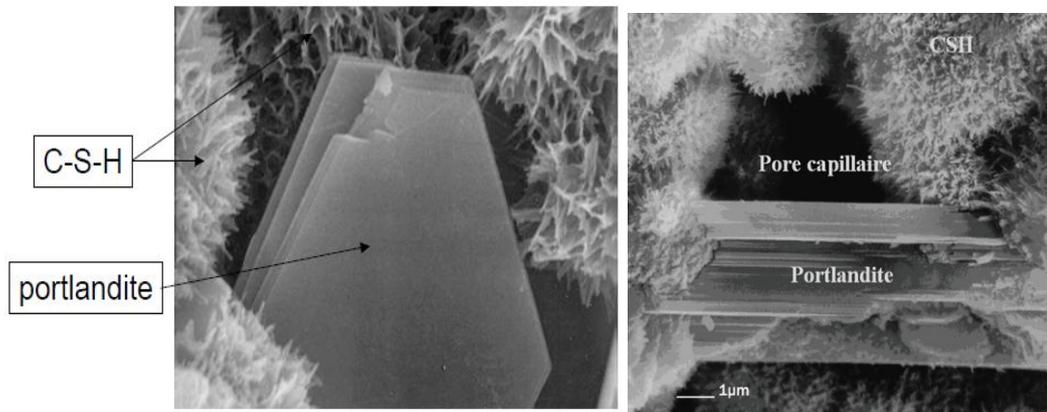


Fig. I.4. Observation au microscope électronique à balayage.

L'hydratation de l'aluminate tricalcique C_3A : la précipitation immédiate des aluminates hydratés donnerai des aluminates de formule C_4AH_n , le problème qui peut paraître est que leur dépôt sur les C_3S et C_2S favorisera une rigidification précoce et retardera la précipitation du $C - S - H$. La solution est l'ajout de Gypse ($CaSO_4$) qui donnera naissance à l'ettringite puis du mono sulfoaluminate de calcium (Figure I.5). Le Gypse joue le rôle de retardateur de prise [14].

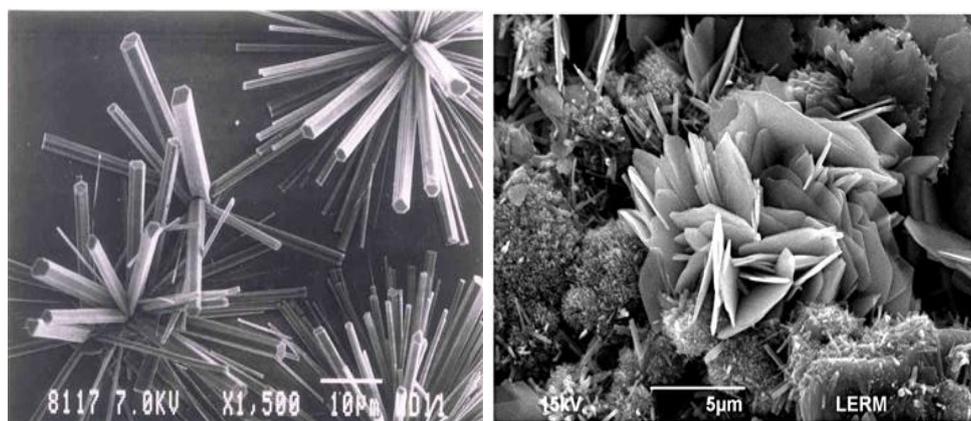


Fig. I.5. Observation au MEB (a)- Ettringite (b)- mono sulfoaluminate de calcium

I.2.2. Origine de la résistance mécanique

La transformation du fluide visco-plastique, qu'est la suspension concentrée de la pâte de ciment en un solide, est la **prise**.

La rigidification progressive de ce solide qui peu à peu prend un caractère élastique-fragile est le **durcissement**.

Une pâte de ciment portland, de composition pondérale eau/ciment = 0.5, comporte, quand elle est complètement hydratée, approximativement :

- 86% d'hydrates ; $C - S - H$ (~56%), $Ca(OH)_2$ (~ 20%) (portlandite), sulfoaluminates (~ 10%)
- 7% d'eau
- 7% de vides

La résistance mécanique de la pâte de ciment résulte de la nature de liaison entre les différentes particules. Ajoutons à cela la porosité qui influe sur la résistance à la compression et le module d'élasticité longitudinal dont plusieurs travaux le prouvent.

I.2.3. Structuration particulière de la liaison pâte-granulat

L'interface pâte de ciment-granulat est appelée auréole de transition [15]. Du point de vue mécanique la liaison pâte-granulat est d'autant meilleure dans le cas de granulats concassés que dans le cas des granulats roulés [16]. La résistance est plus faible dans le cas de granulat naturel sur cette interface que dans le cas de la pâte de ciment seule en raison de la porosité de celle-ci, les germes cristallins y sont moins nombreux et les cristaux de plus grandes dimensions.

Par ailleurs, dans le cas de granulats peu poreux (par exemple : granulats siliceux), cette liaison, qui s'établit au cours de l'hydratation, est fortement poreuse et ainsi moins résistante que la pâte elle-même. De ce fait, elle constitue le point faible des bétons : la fissuration se produit préférentiellement à ce niveau. Cependant, avec les granulats très poreux (par exemple : granulats calcaires), suite à la formation d'hydrates de carbo-aluminates de calcium à l'interface pâte-granulat, l'auréole est faiblement poreuse et sa résistance mécanique est élevée [17]. La pâte de ciment présente une grande porosité dans les premiers jours du béton, cette porosité diminue avec le durcissement par la création d'abord de cristaux de portlandite de grandes

dimensions parallèle à l'interface puis une deuxième génération de cristaux plus petits qui se créent perpendiculairement à l'interface.

I.3. Conséquences physiques de l'hydratation

I.3.1. Retrait

La résistance de la pâte de ciment augmente avec le durcissement, cela n'empêche pas que celle-ci est sujette simultanément à des déformations en l'absence de tout chargement : on appelle ce phénomène le « retrait ».

La déformation se décompose en trois phases durant la prise et le durcissement de la pâte de ciment :

- Le premier retrait se manifeste dès la mise en place dans les coffrages ($\varepsilon > -6.10^{-4}$)
- Le gonflement qui suit le premier retrait dès la fin de la prise ($\varepsilon < 4.10^{-4}$)
- Le deuxième retrait qui apparaît après la fin de la prise et prend le pas au bout d'une dizaine d'heures sur le gonflement. Plus important que le premier retrait, la déformation engendrée peut être supérieure à $1.5 \cdot 10^{-3}$.

1.3.2. La porosité

Elle représente les 7% de vides dans le bilan de l'hydratation, on distingue deux types de porosité : la porosité capillaire et la porosité des hydrates $C - S - H$.

L'espace entre les grains, initialement occupé par l'eau est la porosité capillaire, celle-ci est caractérisée par son volume et sa connectivité. Le volume de la porosité capillaire est lié à la formulation du matériau cimentaire. On distingue donc le rapport eau/ciment (E/C) (plus ce rapport est grand plus la porosité capillaire est grande) et la distribution granulométrique du matériau cimentaire (plus les grains sont petits plus les vides sont comblés) à cela s'ajoute le degré d'hydratation (le volume molaire des hydrates étant supérieur à celui des anhydres, l'espace occupé par le solide va augmenter au fur et à mesure de l'hydratation et la porosité capillaire va diminuer [18]. Le volume de la porosité capillaire est un paramètre important dans la détermination de la résistance des bétons [14, 19]. L'augmentation de la porosité conduit à une diminution de la résistance mécanique [20, 21, 22].

1.3.3. Déformations et microfissurations

Le béton présente une hétérogénéité dans sa structure pâte-granulat à cela s'ajoute les variations volumiques au cours de la prise et du durcissement, tous ces paramètres conduisent à la création de dégradations irréversibles. Ces dégradations se produisent dans la phase évolutive qui est la pâte de ciment, celle-ci subit des retraits et des gonflements lorsque le béton est frais surtout aux premières heures de sa confection. Par la suite on assiste à la création d'un état de microfissuration suite à tout chargement. La deuxième phase qui est le granulat est considéré comme stable car elle ne subit aucune déformation.

Des travaux ont été effectués sur les conséquences de retrait, en supposant un modèle composé de deux phases, d'abord les granulats en forme de disques régulièrement espacés au sein de la matrice de mortier. Le calcul permet la détermination de l'état de contrainte à l'interface mortier-grain, en fonction de l'espacement entre grains. Les résultats montrent que sous les contraintes normales aux frontières, le constat montre l'existence de tractions surtout à l'interface qui peut conduire au décollement du grain et sur les plans de symétries, une fissuration au sein du mortier. Des résultats expérimentaux ont confirmés tous ces résultats analytiques.

I.4. Caractérisation expérimentale des bétons

I.4.1. Compression uniaxiale

De part leur coût bon marché et la facilité de fabrication, les bétons sont les matériaux les plus utilisés dans le domaine du génie civil. La caractéristique principale d'un béton est sa résistance à la compression simple puisqu'il est généralement destiné à travailler en compression. Les essais de compression simple consistent à effectuer des mesures sur des éprouvettes cylindriques Figure I.6 âgées d'au moins 28 jours dont les faces extrêmes ont subi un surfaçage au soufre ou une rectification afin de s'affranchir d'effets parasites dus au freinage des faces sur les plateaux de compression. Ces éprouvettes sont généralement de forme cylindrique de diamètre 16 cm et de longueur 32 cm [23]. L'éprouvette est placée entre les plateaux d'une presse et une vitesse de chargement normalisée lui est appliquée. La mesure du comportement du matériau peut être obtenue grâce à différents capteurs : des LVDT (Linear Variable Displacement Transducer) qui mesurent le déplacement de part et

d'autre de l'éprouvette, des extensomètres ou encore des jauges de déformation qui doivent être assez longues pour mesurer un comportement moyen du béton.



Fig I.6. Rupture d'une éprouvette de béton après un essai de compression simple [24]

Sous un chargement faible et bref, le béton a en général des propriétés élastiques linéaires. Mais sous l'effet d'un chargement plus sévère, il peut générer la naissance et le développement dans la matrice de béton des défauts de différentes natures, ces défauts sont généralement :

- Des microfissures
- Des zones plastifiées au niveau des pores ou des granulats des micro-glissements.

1.4.1.1. Observations microscopiques

Les observations microscopiques des dégradations locales se font soit par observation aux rayons X [25] d'un volume de béton sous sollicitation. Les microfissures sont décelables, si leur plan de développement est, de 5 à 10⁰ près, parallèle à la direction à la direction des rayons X ; une observation simultanée dans plusieurs directions est nécessaire pour cerner l'ensemble des phénomènes. La figure I.7 résume les résultats obtenus sur une éprouvette de section carrée (7 x 7cm) constituée de micro-béton [8].

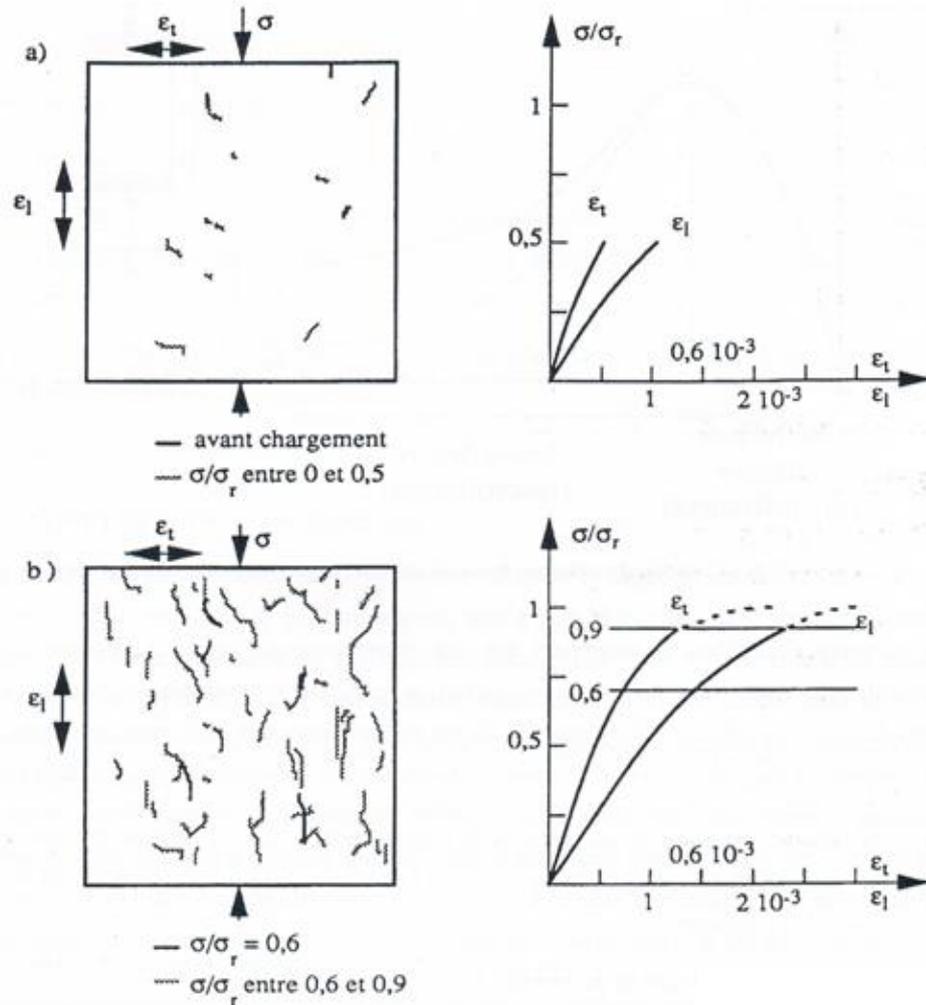


Fig I.7. Développement des microfissures dans le béton sous compression (a) à 50% (b) à 90% de la contrainte de rupture. [8]

Les observations microscopiques des dégradations se font aussi par microscopie optique (environ 30 fois) [26], qui consiste à effectuer des observations sur des cylindres de béton sollicités en compression à différents niveaux de chargement. L'essai consiste à extraire par sciage des tranches longitudinales de l'échantillon et enduire la surface sciée d'une encre au pouvoir mouillant élevé de façon à ce que celle puisse pénétrer dans la masse du matériau. Un ultime polissage ne laisse apparaître que les filets d'encre dans les différentes discontinuités. Ces relevés nous permettent d'avoir une carte de la microfissuration. Celle-ci est caractérisée par sa densité en mm de longueur de fissure par mm^2 de surface observée. Les résultats sont présentés dans la Figure I.8 :

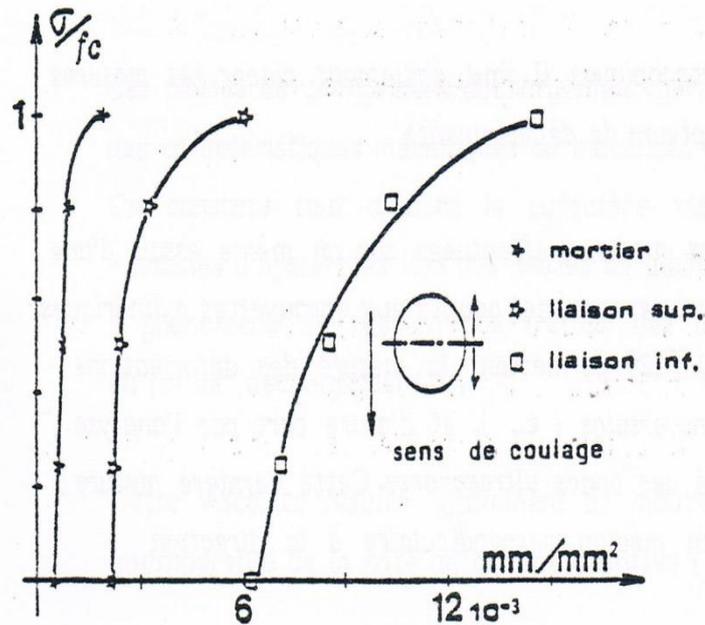


Fig I.8. Evolution de la microfissuration dans un essai de compression obtenue par observation microscopique [26]

L'analyse des résultats de l'observation microscopique nous permet de distinguer :

- **Microfissuration avant chargement :**

Le béton admet dans son état initial une microfissuration et une microporosité réparties dans tout le volume de l'élément et du retrait d'hydratation. L'analyse aux rayons X confirme plus particulièrement la présence des microfissures au dessous des grains les plus gros.

- **Evolution de la microfissuration :**

L'évolution de la microfissuration est lente avant 40-50% de la contrainte maximale f_c , on a un comportement linéaire élastique. L'évolution de la microfissuration se fait en dessous des grains les plus gros. A partir de 60-70% de la contrainte maximale, les fissures se propagent dans la partie supérieure des granulats. Dans l'auréole de transition, des ruptures interfaciales sont à l'origine de certains mécanismes d'endommagement. Enfin au-delà de 90% de la contrainte f_c , les fissures gagnent le mortier.

Cette analyse aux rayons X confirme l'orientation privilégiée des microfissures dans le sens de la direction de la charge dans la tranche de charge 60-90% de f_c .

1.4.1.2. Observations macroscopiques

L'analyse se fait à l'échelle de l'élément, donc c'est une analyse globale et non localisée. Nous pouvons faire des mesures de porosité, de densité, l'analyse de l'émission acoustique et l'étude de la célérité des ondes ultrasonores. Plusieurs auteurs se sont intéressés à cette dernière méthode qui consiste à mesurer le temps de parcours d'ondes (longitudinales et transversales) traversant un matériau [27, 28, 29]. Cette méthode nous permet d'obtenir des informations précises sur la microfissuration (densité des fissures, orientation...), l'intérêt majeur de cette méthode est qu'elle est non-destructive.

Dans les observations macroscopiques, il est nécessaire de placer les mesures extensométriques (jauges, capteurs de déplacement) sur l'éprouvette normalisée qui nous permettent de mesurer les déformations longitudinales ε_L (Figure I.9) et transversales ε_T (Figure I.10). La sollicitation est menée par phases cycliques de chargement-déchargement à déplacement imposé, cet essai nous permet d'obtenir pour chaque niveau de sollicitation : la variation de la raideur avec la charge, la variation du coefficient de poisson ainsi que la mesure des déformations anélastiques permanentes comme il est montré sur la figure [30, 31].

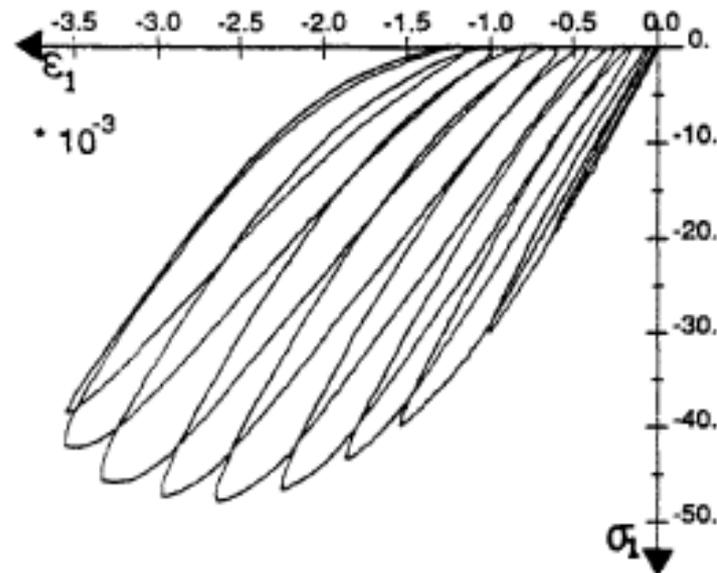


Fig I.9. Courbe contrainte-déformation longitudinale ε_L [31]

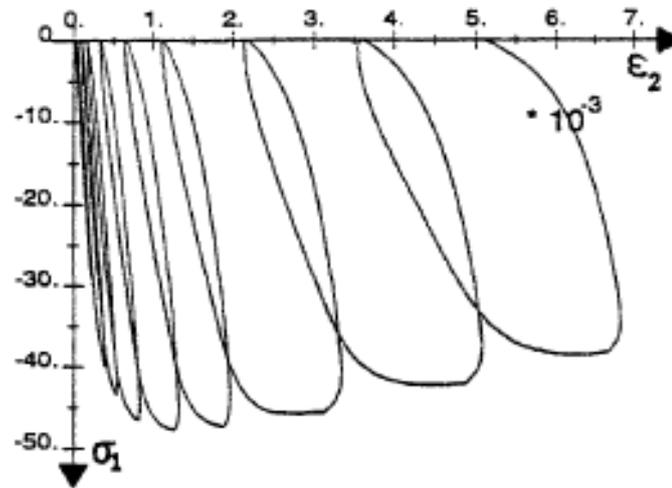


Fig I.10. Courbe contrainte-déformation transversale ϵ_T [31].

La courbe contrainte-déformation montrée sur la figure I.9 nous permet de définir trois phases de comportement :

- Une phase élastique jusqu'à 40-50% de la contrainte maximale caractérisée par la constance du module longitudinal $E = E_0$ et du coefficient de poisson $\nu = \nu_0$. Les déformations longitudinales ϵ_L et les déformations transversales ϵ_T restent nulles.
- Une phase de microfissuration à coefficient de poisson constant entre 40-50% et 70-80% de la contrainte maximale f_c : E décroît sensiblement, $\nu = \nu_0$, ϵ_L^p croît faiblement et ϵ_T^p demeure pratiquement nulle.
- Une phase de microfissuration à coefficient de poisson croissant au-delà de 70-80% de f_c : E décroît jusqu'à $E_0/2$, ν croît jusqu'à une valeur dépassant 0.5, ϵ_L^p croît jusqu'à environ $0.5 \cdot 10^{-3}$ et ϵ_T^p croît jusqu'à atteindre 10^{-3} .

Lors de la phase adoucissante du comportement du béton, on observe généralement un réseau de microfissures sensiblement parallèles à la sollicitation jusqu'à apparition de macrofissures [32-34].

Lors d'essais uniaxiaux sur des éprouvettes en béton, il apparaît que la contrainte maximale supportée diminue quand la taille de l'éprouvette augmente (c'est l'effet d'échelle) [35]. Ce cas particulier d'effet d'échelle, où les sollicitations sont uniformes dans toutes les éprouvettes, est aussi appelé effet de volume. Ces observations ont été relevées pour des sollicitations multiaxiales sur des structures de

géométries similaires, mais de tailles différentes. La contrainte nominale maximale d'une structure diminue lorsque la taille de celle-ci augmente (Figure I.11). Ce cas particulier d'effet d'échelle, où les sollicitations sont multiaxiales, est aussi appelé effet d'échelle de structures.

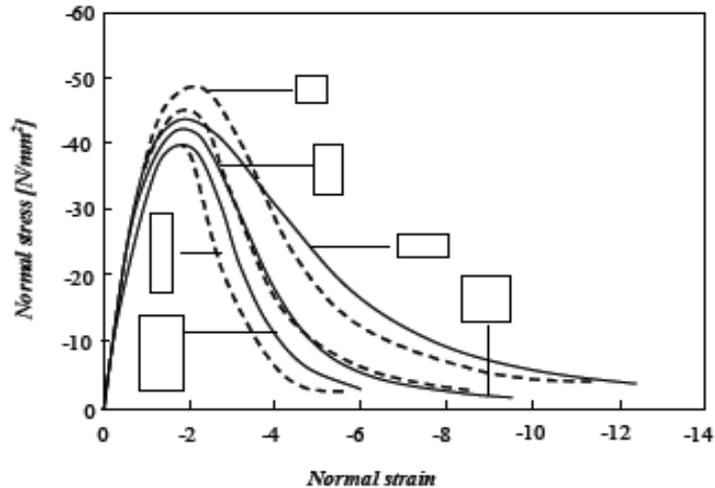


Fig I.11. Réponses contrainte –déformation pour différentes géométries [35].

Plusieurs auteurs ont mis en évidence ces observations [36-39].

La Figure I.12 présente la loi de BAZANT qui prédit une augmentation de contrainte relative de 30% lorsqu'on passe d'une taille donnée à une structure 5 fois plus petite et une diminution de contrainte relative de 55% lorsqu'on passe à une structure 5 fois plus grande.

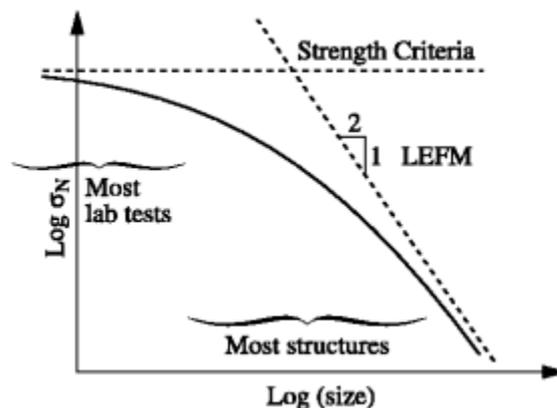


Fig I.12. Loi d'effet d'échelle proposée par BAZANT (pour des structures entaillées bidimensionnelles) [36, 40]

L'effet d'échelle peut être expliqué de la façon suivante. Le béton n'est pas un matériau parfaitement homogène. En effet, à l'échelle des granulats, l'hétérogénéité du matériau se manifeste par la présence de microdéfauts, de microfissures et de microvides d'orientations quelconques. Sous l'effet d'un chargement, les déformations se localisent rapidement dans les zones où il y a ces défauts. Plus les dimensions d'une structure sont grandes, plus il est probable d'avoir la présence d'une importante proportion de défauts.

I.4.2. Essai de compression en dynamique

Le passage en compression dynamique, se fait par la technique des barres de Hopkinson (Figure I.13), appelé le système SHPB (Split Hopkinson Pressure Bars) [41] ou barres de KOLSKY [42] (première personne à utiliser le système SHPB dans sa conception actuelle) [43]. Cet essai consiste à utiliser un projectile et deux barres une d'entrée et l'autre de sortie sur lesquelles des jauges de déformation sont placées, au milieu de ces deux barres on place l'échantillon.

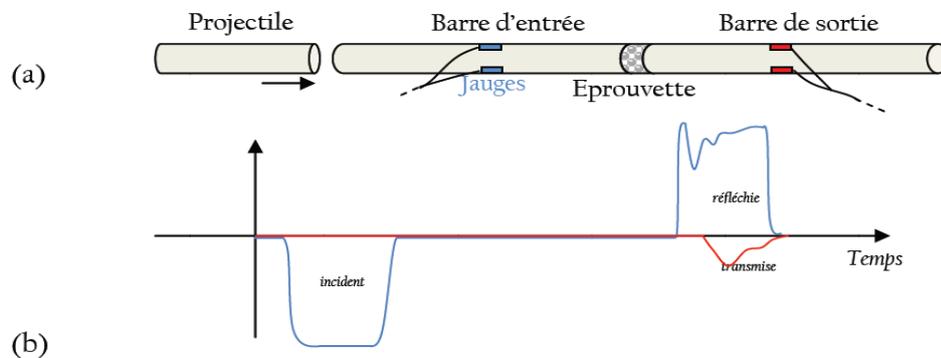


Fig. I.13. (a) Principe de l'essai ; (b) signaux de jauges lors d'un essai de compression dynamique sur matériau fragile (signal de la barre d'entrée en bleu et signal de la barre de sortie en rouge)

Le projectile impacte la barre d'entrée générant une onde de compression. Celle-ci se propage et atteint l'interface barre/échantillon. Une partie est transmise et l'autre est réfléchi. L'onde transmise génère une charge de compression dynamique dans l'échantillon. On enregistre des signaux obtenus par les jauges placées sur les deux barres (Figure I.13 (b)) Permet de reconstituer l'historique du chargement subi par l'éprouvette. Cet essai trouve quelques difficultés :

- si l'alignement n'est pas respecté cela générerai des perturbations au niveau du contact barre-échantillon, le chargement n'est alors plus uniaxial,
- le phénomène de dispersion d'onde dans les barres doit souvent être pris en compte [44, 45]. Des corrections peuvent être appliquées afin de déterminer plus précisément la forme du chargement transmis,
- au cours d'un essai de compression dynamique aux barres de Hopkinson la vitesse de déformation n'est pas constante.

À cela s'ajoutent des difficultés inhérentes à la nature même du béton : l'équilibre mécanique de l'éprouvette doit être atteint très tôt dans l'essai, en d'autres termes il est nécessaire d'avoir un nombre suffisant d'aller-retour d'onde dans l'éprouvette pour obtenir un chargement de compression homogène. Ce fait oblige à utiliser des échantillons les plus petits possible. Il est pourtant impossible de mettre en œuvre des échantillons de petites dimensions lorsqu'on sait que des bétons peuvent être constitués de granulats de quelques centimètres.

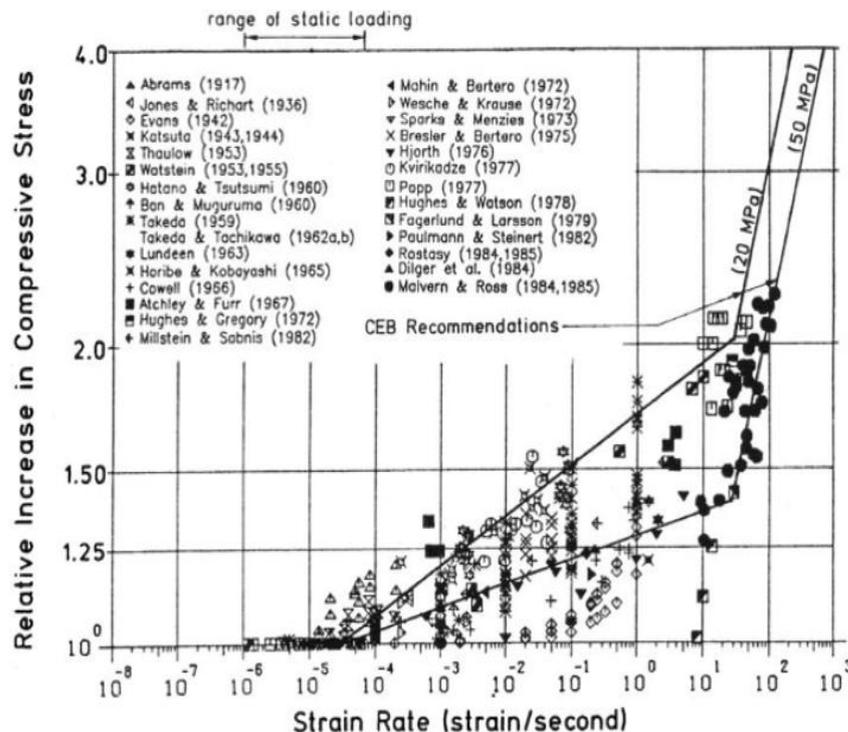


Fig. I.14. Influence de la vitesse de déformation sur la résistance en compression [46]

I.4.3. Compression confinée

Lorsqu'un matériau fragile est soumis à une contrainte de confinement, alors celui-ci montre une ductilité relativement importante et sa résistance augmente. Pour étudier ce phénomène, plusieurs techniques ont été utilisées.

I.4.3.1. Essais triaxiaux

Lorsque le béton est soumis à un chargement hydrostatique, sa résistance augmente significativement. Ce comportement peut être caractérisé par des essais triaxiaux.

Les études expérimentales ont, jusqu'à ce jour, été limitées à des échantillons de mortier de faible dimension [47-49]. Pour cela une presse triaxiale appliquée sur des éprouvettes du microbéton MB50 [48] (de diamètre 50 mm et de hauteur 100 mm pour les essais où la pression latérale était inférieure à 100MPa, de diamètre 20 mm et de hauteur 40 mm pour atteindre des pressions de confinement de 800MPa). Le chargement se déroule en deux étapes : après avoir appliqué un chargement latéral grâce à la montée en pression du fluide, l'éprouvette est soumise à une compression axiale. Sur les éprouvettes sont placées des jauges de déformation. L'éprouvette et ses jauges sont séparées du fluide par une jaquette de cuivre ou de latex qui a pour but d'assurer l'étanchéité.

Une presse triaxiale de grande capacité GIGA a été conçue par [50]. Les détails de l'essai on peut les trouver dans la thèse de X. H. Vu (Vu, 2007). La Figure I.15 montre une vue en coupe de la cellule de confinement. L'essai utilise des échantillons de béton cylindriques de 7cm de diamètre et 14cm de hauteur jusqu'à une pression de confinement de 850MPa et une contrainte axiale de 2,3 GPa. (Figure 3). L'échantillon de béton est placé à l'intérieur de la cellule de confinement. Le fluide de confinement, le di-2-ethylhexyl azelate (DOZ), un composant organique non-volatile, inerte et peu compressible, est injecté dans la cellule à travers son bouchon supérieur. Il est ensuite mis en pression par l'intermédiaire d'un système de vérin multiplicateur. L'effort axial est généré par le biais d'un vérin d'une capacité de 13 MN qui se situe sous la cellule. Il est transmis à l'échantillon par l'intermédiaire d'un piston qui passe à travers le bouchon inférieur de la cellule de confinement. Un capteur de déplacement positionné dans la presse est utilisé pour piloter le déplacement du vérin axial tandis qu'un capteur de force et un capteur de

pression placés à l'intérieur de la cellule de confinement mesurent l'état de contrainte de l'échantillon. L'asservissement entre la pression de confinement et le déplacement du vérin axial permet de réaliser différents trajets de chargement. La mesure des déformations s'effectue à l'aide d'une jauge axiale et deux jauges circonférentielles placées sur l'éprouvette.

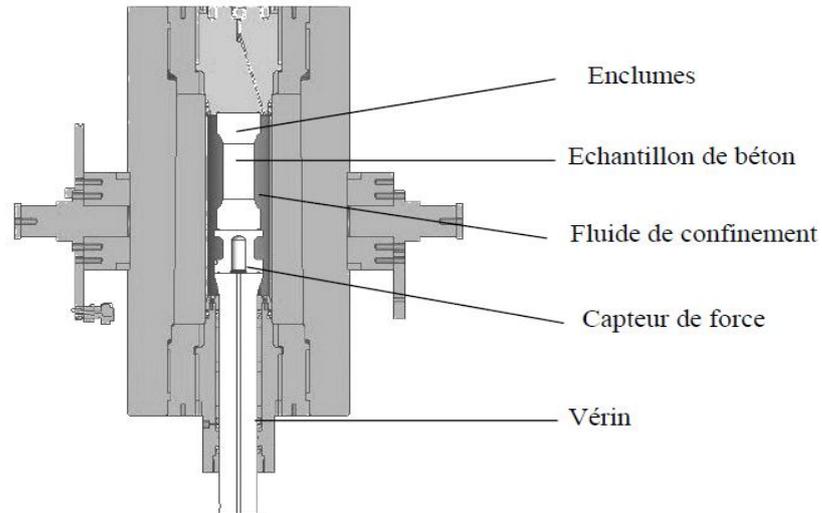


Fig. I.15. Vue en coupe de la cellule de confinement [51]

Le déviateur (différence entre le chargement axial et la pression) reporté sur la courbe Figure I.16 correspond à la différence entre la contrainte axiale et la contrainte radiale induite par la pression du fluide de confinement

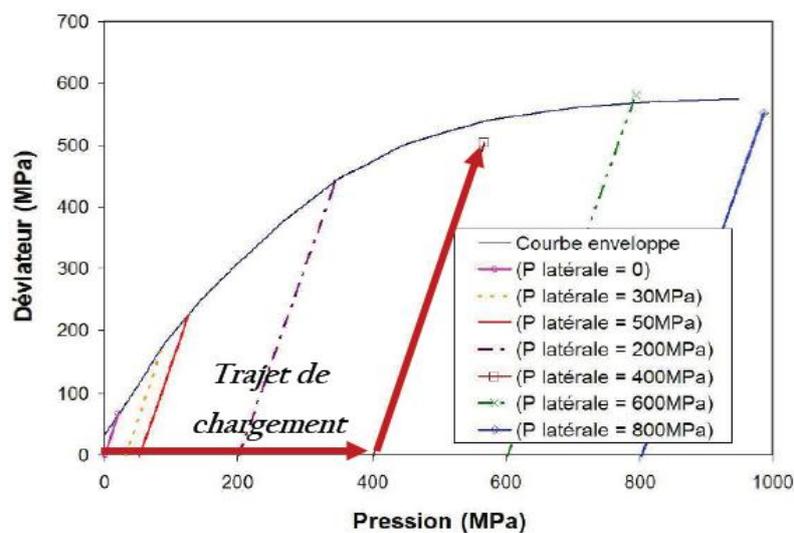


Fig. I.16. Résultats de l'essai sur MB50 [49]

I.4.4. Comportement en traction des bétons

Les essais permettant la mesure de la contrainte de traction de façon indirecte, on distingue l'essai de flexion et l'essai de traction par fendage. Ces essais sont simples à mettre en œuvre. Seule la contrainte de rupture nous intéresse, il est possible de n'utiliser que l'évolution de la charge donnée par la cellule de force de la machine.

I.4.4.1. Essai de flexion trois points

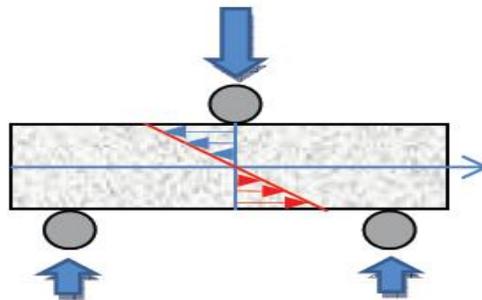


Fig. I.17. Essai de traction par flexion trois points [1]

La Figure I.17 présente un des essais les plus utilisés, de part sa facilité de mise en œuvre. Cet essai nous permet de déterminer la contrainte de rupture en suivant l'évolution du chargement en fonction de la déformation jusqu'à rupture. L'inconvénient de cet essai est qu'il est très dépendant de la dimension des éprouvettes (effet d'échelle) [52, 53].

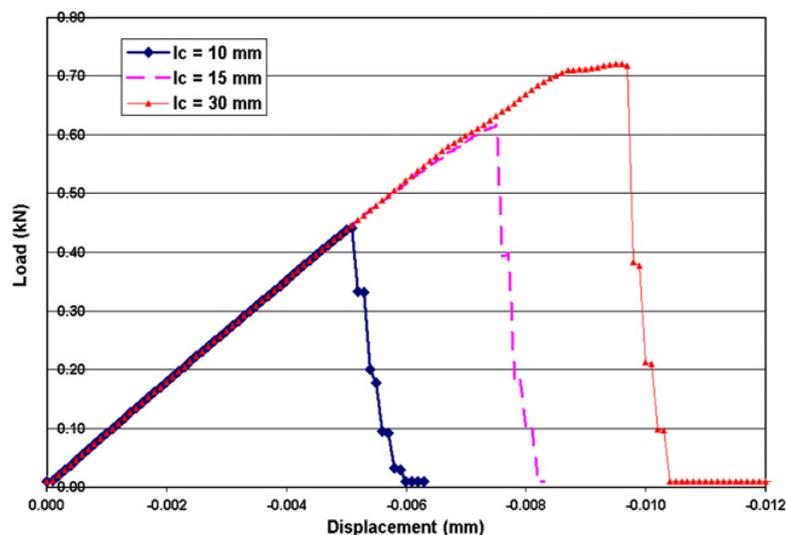


Fig. I.18. Essai de traction indirecte par flexion [54]

L'augmentation de la charge P de zéro à la rupture passe par plusieurs étapes (Figure I.18) :

- l'élément de béton n'est pas encore fissuré
- un réseau de fissure en formation
- stabilisation des fissures
- rupture : la rigidité diminue et la flèche croit considérablement.

I.4.4.2. Essai de traction par fendage ou essai brésilien

L'essai consiste à charger un cylindre de béton le long de l'une de ses génératrices (Figure I.19). Dans cet essai l'effort de compression appliqué développe des contraintes de traction à l'intérieur de l'éprouvette suivant un plan médian. Il a l'avantage d'être pratiqué sur des éprouvettes de longueur quelconque et également sur des éprouvettes prélevées par carottage. La Figure I.20 montre la rupture progressive, on peut suivre visuellement la localisation et l'ouverture des fissures.

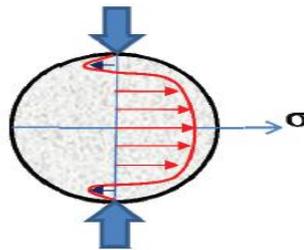


Fig I.19. Essai de traction indirecte par fendage [1].

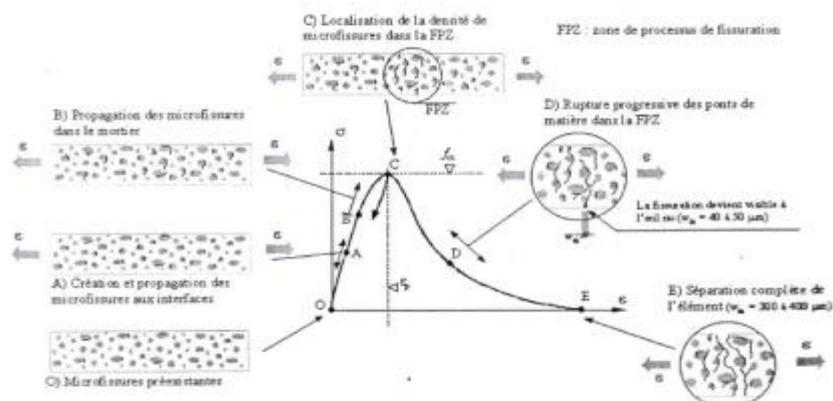


Fig. I.20. Représentation schématique des mécanismes de rupture, cas de la traction par flexion, [55].

- Une zone de comportement linéaire (partie O-B sur la figure) : où l'application d'une sollicitation entraîne la propagation des microfissures d'interface. Cependant le comportement demeure linéaire et n'affecte pas le module d'Young.
- Propagation des microfissures dans la matrice (B-C) : à partir d'un niveau de sollicitation qui dépend de la taille de l'éprouvette, des microfissures se propagent dans la matrice de manière non localisée. A partir de cet instant, la courbe contrainte-déformation s'incurve et des déformations irréversibles apparaissent.
- Localisation de la microfissuration (autour de C) : lorsque la contrainte s'approche du pic, il se produit une accumulation de microfissuration [56]. Les microfissures se joignent entre elles pour former une macrofissure.
- Une zone d'adoucissement (C-E) : en avant d'une macrofissuration il se forme une zone d'endommagement caractérisée par la présence de microfissures. La dissipation d'énergie qui en résulte confère au béton son caractère adoucissant. Ces microfissures à proximité de la macrofissure sont activées du fait d'une redistribution de contraintes. Ces microfissures discontinues ne sont pas dispersées en « nuage » comme il est souvent question dans la littérature mais sont plutôt situées en avant de la macrofissure, sur la future trajectoire de celle-ci. En effet, en se propageant, la fissure continue va interconnecter toutes ces microfissures. Les granulats agissent comme des barrières à la propagation des fissures [57]. Comme les fissures ont tendance à contourner les granulats, la trajectoire des fissures sera d'autant plus tortueuse que le diamètre des granulats est important.
- A partir du point D, un autre mécanisme dissipatif entre en jeu : l'engrènement. La tortuosité des trajectoires de fissures entraîne des frottements lorsque celles-ci s'ouvrent. Ce contact s'exerçant sur les lèvres de fissures permet un transfert d'effort bien qu'il y ait discontinuité de la matière [58].

I.4.4.3. Essais de traction directe

L'essai de traction directe est le plus significatif, c'est l'essai qui nous permet de déterminer de façon intrinsèque, la résistance à la traction. L'inconvénient de ce genre d'essai est leur mise en œuvre, c'est pour cela que peu de travaux existent pour ce mode de chargement.

Essai asservi en déplacement

Le béton présente une faible résistance à la traction, les déformations restent très petites. Sur la courbe contrainte-déformation on distingue deux phases de comportement :

- première phase : un comportement élastique linéaire, un léger écart à l'approche du pic (perte de raideur) de la droite qui correspond à une décohésion de l'interface pâte de ciment-granulat et une progression de microfissures en petit nombre dans la pâte de ciment.
- Deuxième phase : un comportement adoucissant, par accroissement des déformations avec une chute brutale des contraintes. Durant cette phase on constate une coalescence des microfissures pour former une macrofissure perpendiculaire à la direction de la charge.

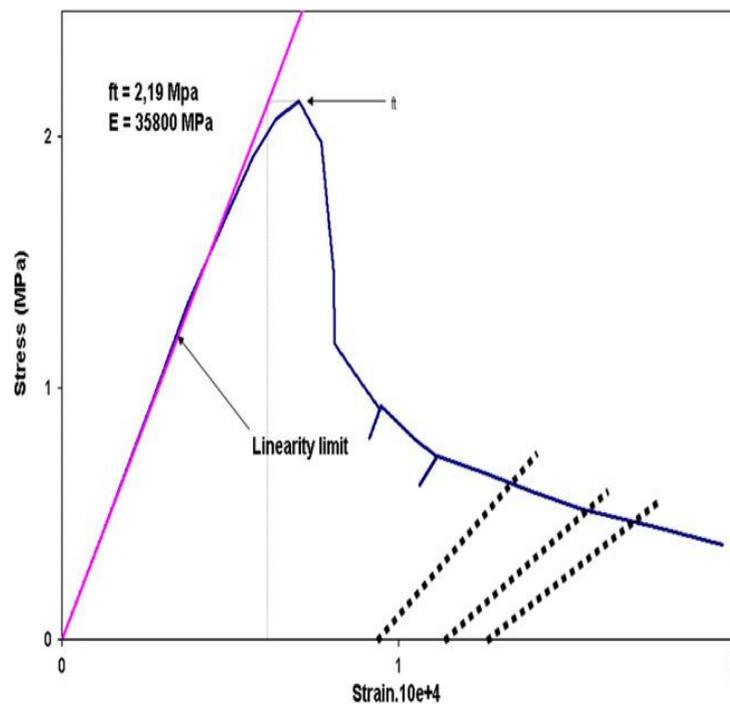


Fig. I.21. Courbe contrainte-déformation du béton en traction directe [59]

Les cycles charges-décharges provoquent une chute importante du module de Young et l'apparition de déformations résiduelles (Figure I.21). La fissure apparaît perpendiculairement à la direction de la charge.

Le comportement adoucissant du béton en traction peut également être obtenu grâce à un autre type d'essai. Cet essai est appelé "essai P.I.E.D" (Pour Identifier

l'Endommagement Diffus). Il est réalisé de façon à maintenir un champ de déformations uniforme dans l'éprouvette. L'idée de base est due à L'HERMITE (1973) [52], améliorée par BAZANT et PIJAUDIER-CABOT (1987) [60]. L'effort est transmis au matériau testé en traction par des barrettes métalliques collées le long des faces latérales d'une éprouvette prismatique. Les principes de l'essai sont donnés sur la figure I.22. Le comportement obtenu en traction est illustré sur la figure I.23.

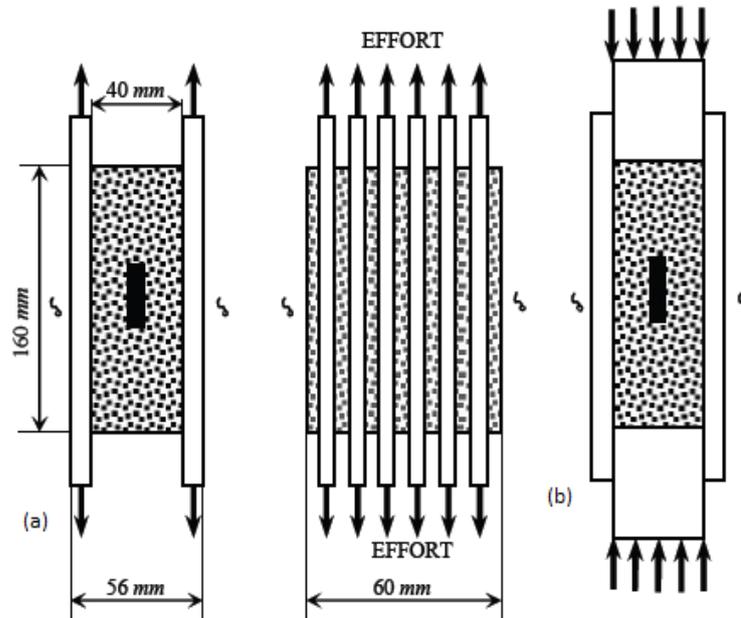


Fig. I.22. Principe de l'essai P.I.E.D. a) Traction b) Compression [31].

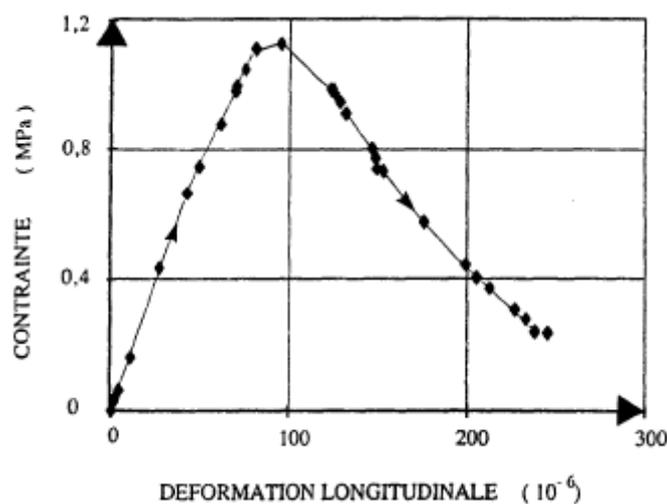


Fig. I.23. Traction uniaxiale donnée par l'essai P.I.E.D [31].

I.4.5. Essais de traction en dynamique rapide sur les bétons

Le principe de l'essai d'écaillage consiste à charger l'une des faces extrêmes d'une éprouvette par un pulse de compression, qui se propage dans l'éprouvette cylindrique. L'onde de compression arrive au bord libre de l'échantillon où elle est réfléchi en pulse de traction. Lorsque l'amplitude du pulse réfléchi dépasse celle du pulse incident de compression, une impulsion de traction très rapide au sein de l'échantillon se développe conduisant à l'endommagement voire la rupture par écaillage lorsque la résistance à la traction est atteinte [1].

KLEPACZKO et BRARA (2001) [61] ont imaginé et réalisé un dispositif basé sur les barres de HOPKINSON composé du projectile, de la barre d'entrée et de l'éprouvette cylindrique. Le principe consiste : l'impacteur vient frapper la barre provoquant la propagation d'une onde incidente de compression dans la barre (Figure I.24). A l'arrivée de l'onde à l'interface barre-échantillon, une partie est réfléchi dans la barre et l'autre partie est transmise à l'éprouvette. Ce pulse se propage dans l'éprouvette jusqu'à ce qu'il arrive au niveau de la face libre où il est réfléchi en onde de traction. L'interaction entre l'onde incidente et l'onde réfléchi de traction développe un chargement de traction dynamique qui peut mener à l'écaillage de l'éprouvette.

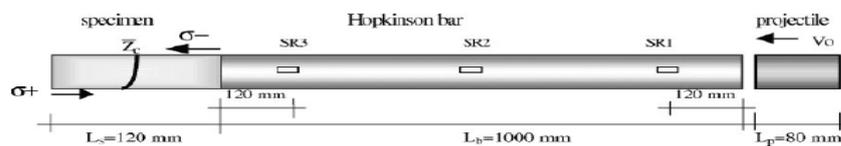


Fig. I.24. Configuration expérimentale de BRARA et KLEPACZKO [61]

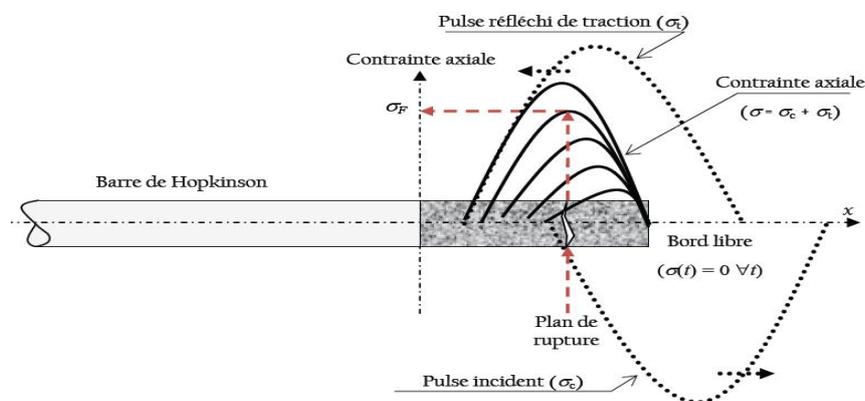


Fig. I.25. Méthode de dépouillement utilisée par KLEPACZKO et BRARA [62]

La barre d'entrée est instrumentée par des jauges de déformation qui servent à mesurer les pulses incident et réfléchi dans la barre. Les auteurs de l'essai ont identifié la résistance dynamique de l'éprouvette en utilisant deux approches. La première consiste à utiliser des signaux de jauges pour déterminer l'onde transmise à l'éprouvette en procédant à un transport d'onde. Le chargement étant connu, il est alors possible de reconstruire l'historique de la contrainte axiale dans le cylindre béton. Afin de déterminer la résistance dynamique, KLEPACZKO et BRARA [61] ont supposé que le matériau est parfaitement élastique jusqu'à rupture. Ils ont donc relevé la position du plan d'écaillage supposé s'être formé le premier et par la suite ils ont déterminé l'instant où la contrainte de traction est maximale dans l'échantillon au niveau du plan d'écaillage (Figure I.25) [62].

I.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques essais expérimentaux sur les bétons en statique et en dynamique. Ces essais nous permettent de faire une caractérisation des bétons en compression simple, en compression confinée, en traction directe et indirecte, l'expérimentation se fait en statique et en dynamique. Ces expériences nous renseignent au mieux des caractéristiques et du comportement des bétons.

Les essais effectués par les différents auteurs nous permettent de tirer quelques remarques très importantes du comportement du béton à savoir :

- Le comportement dissymétrique en traction et en compression
- Un comportement adoucissant en traction et en compression.
- Apparition de déformations anélastiques dès qu'apparaît une perte de raideur ou dès que l'on atteint la résistance maximale du matériau.
- Une grande résistance en compression simple dynamique
- Augmentation de la résistance déviatorique lorsque le béton est soumis à des pressions élevées.

I.6. Références bibliographiques

- [1] ERZAR B. Ecaillage, caractérisation et comportement en traction dynamique de bétons sous impact: approches expérimentales et modélisation, Thèse de doctorat, Université-Metz, France, 2010.
- [2] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L., *Mécanique des matériaux solides*, Dunod, Paris, 1985.
- [3] AITCIN P.C., High performance concrete, Edition, The Taylor and Francis e-Library, 2004.
- [4] AITCIN P.C., Binders for durable and sustainable concrete, Edition, the Taylor and Francis e-Library, 2007.
- [5] NEVILLE A.M., BROOKS J.J., Concrete technology, library of congress cataloging-in-publication data, Seconde édition, 2010.
- [6] MAZZONI A., Comportement thermomécanique d'un béton réfractaire : Effets du renforcement par des fibres minérales. Thèse de doctorat de l'université de Toulouse, France, 2009.
- [7] PARKER K. M. and SHARP J. H., Refractory Calcium Aluminate Cements. Transactions and Journal of the British Ceramic Society. 81(2): p. 35-42., 1982.
- [8] MAZARS J., Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, université Pierre et Marie curie – C.N.R.S, 1984.
- [9] BAZANT Z.P., Fracture in concrete and reinforced concrete. Pager Symposium on Mechanics of Geomaterials ; Rocks, Concretes, Soils, ed. by Z.P. BAZANT, Northwestern Univ., pp. 281-316., 1983.
- [10] MARZAGUI H, Etude de deux bétons réfractaires silico-alumineux : microstructures et comportements thermomécaniques en traction et en flexion. Thèse de doctorat, Université Toulouse 3, Albi., 2005.
- [11] SCHMITT N, J-F HERNANDEZ and V LAMOUR, Coupling between kinetics of dehydration, physical and mechanical behaviour for high alumina castable. Cement and concrete research, 30: p. 1597 - 1607., 2000.
- [12] SIMONIN F, Comportement thermomécanique de bétons réfractaires alumineux contenant du spinelle de magnésium. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon., 2000.

- [13] SIMONIN F, H ELAQRA, C OLAGNON and G FANTOZZI, Thermal conductivity and mechanical properties related to microstructure of a high alumina refractory castable. *Silicates Industriels*, 66(3-4): p.33-39., 2001.
- [14] OLLIVIER J.P., VICHOT A., *La durabilité des bétons*, Presses de l'école nationale des ponts et chaussées, France, 2009.
- [15] MASO J.C., *La liaison entre les granulats et la pâte de ciment hydraté*, 7ème Congrès International de Chimie des Ciments, Rapport principal, Paris, 1980.
- [16] MORANVILLE-REGOURD M., *Microstructures des bétons à hautes performances*, dans : *Les bétons à hautes performances : du matériau à l'ouvrage*, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1992.
- [17] CHOINSKA M., *Effets de la température, du chargement mécanique et de leurs interactions sur la perméabilité du béton de structure*. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Nantes, 2006.
- [18] POWERS T.C., BROWNYARD T.L. – *Studies of the physical properties of hardened Portland cement paste*. Portland Cement Association, 1948, 992 p.
- [19] GRANJU J.L., MASO J.C., *résistance à la compression simple des pâtes pures de ciment durcies, temps de durcissement supérieur à quatre ans*. *Cement and concrete research*, n°8 pp.7-14., 1979.
- [20] BAZANT Z.P. et KAPLAN M.F., *Concrete at high temperatures, Material properties and mathematical models*, Longman House, Burnt Mill, England, 1996.
- [21] FELDMAN R.F., BEAUDOIN J.J., *Microstructure and strength of hydrated cement*. Proc. of 6th int. Symp. On the chemistry of cement – Moscou, 1974.
- [22] VODAK F. TRTIK K., KAPICKOVA O., HOSKOVA S., DEMO P., *The effect of temperature on strength porosity relationship for concrete*, *Construction and Building Materials* 18 pp 529-534., 2004.
- [23] BOULAY C., COLSON A., *Un extensomètre à béton éliminant l'influence de la mesure des déformations longitudinales*. *Matériaux et Constructions – Vol. 14, N° 79* pp. 35-38., 1981.
- [24] VU X. H. *Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment*, Thèse de doctorat, Université Grenoble I, 2007.
- [25] ROBINSON S.R., *methods of detecting the formation and propagation of microcracks in concrete*. Proceedings of the Int. Conf. on the structure of concrete LONDON, 1965.

- [26] DHIR R.H., SANGHA M., Development and propagation of microcracks in plain concrete. *Matériaux et Constructions*, N° 37 pp. 17-23., 1974.
- [27] BAMBERGER Y., CANNARD G., MARIGO J.J., microfissuration du béton et propagation d'ondes ultrasonores. Colloque Euromech 115, VILLARS DE LANS – France, 1979.
- [28] DURAND A., DURAND G., Etude de la variation de la vitesse longitudinale V_L des ultrasons dans une éprouvette normalisée de béton soumise à des charges croissantes. *Matériaux et Constructions – Vol. 11*, N° 63 pp. 199-203., 1978.
- [29] MAMILLAN M., BOUINEAU A., Nouvelles applications des mesures de vitesse aux matériaux de construction. Journée ITBTP-CESDA. Evolution de la qualité des bâtiments par des méthodes non destructives. *Annales de l'ITBTP*. France, 1980.
- [30] BENOUNICHE S., Modélisation de l'endommagement du béton hydraulique par microfissuration en compression. Thèse de 3^{ème} cycle. Paris 6, 1979.
- [31] RAMTANI, S. Contribution a la modélisation du comportement multiaxial du béton avec description du caractère unilatéral, thèse de Doctorat de l'Université de Paris 6, 1990.
- [32] HORDIJK, D. A., Tensile and tensile fatigue behavior of concrete: Experiments, modelling and analyses, HERON, Delft Univ. of Tech., The Netherlands, 37, n° 1, 1992.
- [33] NEDJAR B., Mécanique de l'endommagement. Théorie du premier gradient et application au béton, Thèse de doctorat, ENPC, France, 1995
- [34] SAOURIDIS, C. Identification et numérisation objective des comportements adoucissants : une approche multiéchelle de l'endommagement du béton, thèse de Doctorat de l'Université de Paris 6, 1988.
- [35] VONK, R. A., A micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression, Heron Publication, Delft University of Technology, The netherland, vol.38, n°3, 1993.
- [36] BAZANT, Z, P. et OH, P. H., Crack band theory for fracture of concrete. *Materials and structures*, RILEM, vol. 16, n° 93, p. 155-177., 1983.
- [37] BIOLZI, L., GAMBAROVA, P. G., ROSATI, G. P. et SCHUUM, C. On fracture and size effect in concrete beams, *Comp.modelling of concrete struc*, éd. H. Mang, N. Bicanic et R. De Borst, Proc, of Euro-C 1994, Int. conf. Austria, vol. 1, p. 53.62., 1994.

- [38] MAZARS, J., PIJAUDIER-CABOT, G. et SAOURIDIS, C., Size effect and continuous damage in cementitious materials. *Int. Jour, of Fracture*, 51, p. 159-173., 1991.
- [39] PLANAS J. and ELICES M., Size-effect in concrete structures: Mathematical approximations and experimental validation, éd. J. Mazars et Z. P. Bazant, *Cracking and damage, strain localization and size effect*", Elsevier Pubs., p. 462-476., 1989.
- [40] BAZANT Z.P., Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. *J. of Engr. Mechanics*, ASCE, vol. 110, pp. 518-535., 1984.
- [41] HOPKINSON B., "A method of measuring the pressure in the deformation of high explosives by the impact of bullets", *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A213, pp. 437–452, 1914.
- [42] KOLSKY H., "An investigation of the mechanical properties of materials at very high rates of loading ", *Proc. Phys. Soc.*, B62, pp. 676–700, 1949.
- [43] MAZARS J., MILLARD A., *Dynamic behavior of concrete and seismic engineering*. ISTE Ltd and John Wiley & Sons, Inc. 2009.
- [44] GARY G., KLEPACZKO J.R., ZHAO H., Corrections for wave dispersion and analysis of small strains with split Hopkinson bar. *Proceedings Int. Symp. of Impact Eng.*, Japan, 1 : 73 – 78, 1992.
- [45] GONG j.C., MALVERN L.E., JENKINS D.A., Dispersion investigation in the split Hopkinson pressure bar. *J. Eng. Mater. Tech.*, 112 : 309 – 314, 1990.
- [46] BISCHOFF P.H., PERRY S.H., Compressive behavior of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, 24 : pp 425-450, 1991.
- [47] BAZANT Z.P., BISHOP F.C. and CHANG T.P., Confined compression tests of cement paste and concrete up to 300 Ksi , *ACI Journal*, vol. 33, pp. 553-560, 1986.
- [48] BURLION N., PIJAUDIER-CABOT G. and DAHAN N., Experimental analysis of compaction of concrete and mortar, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1467-1486, 2001.
- [49] BUZAUD E. Performances mécaniques et balistiques du microbéton MB50, Rapport, Centre d'Etudes de Gramat, CEA, 1998.
- [50] THIOT Ingénierie, la Croix Blanche, 46130 Saint Michel Loubéjou, France, 2004.
- [51] Vu X. H., GABET T., MALECOT Y., and DAUDEVILLE L., Experimental analysis of concrete behavior under severe triaxial loading », in the 2005 Joint

- ASCE/ASME/SES Conference on Mechanics and Materials, Mc Mat 2005 Mechanics and Materials Conference, Baton Rouge, Louisiana, June 1-3, 2005.
- [52] L'HERMITE R., Influence de la dimension absolue sur la résistance à la flexion, annales ITBTP, n° 309-310, pp. 39-41, 1973.
- [53] MAZARS J., PIJAUDIER-CABOT G., SAOURIDIS C., Size effect and continuous damage in cementitious materials, Int. Journal of fracture, 51, pp. 159-173, 1991.
- [54] PEYROT I., BOUCHARD P.O., BAY F., BERNARD F., GARCIA-DIAZ E., Numerical aspects of a problem with damage to simulate mechanical behavior of quasi-brittle material, Computational materials science 40 (2007) 327-340, 2007.
- [55] BERNARD O., Comportement à long terme des éléments de structure formés de bétons d'âges différents'. Thèse de Doctorat de l'EPFL, Lausanne, Suisse, 2000.
- [56] SHORN H., Damage process and fracture mechanism of uniaxially loaded concrete. Micromechanics of concrete and cementitious composites, C. Huet ed., Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, pp. 35 – 44., 1993.
- [57] WANG J., Stress distribution of an inclined semi-infinite crack terminating at interface between dissimilar materials'. Fracture Mechanics: Successes and problems. 8th International Conference on Fracture, Kiev, pp. 102 – 109, 1994.
- [58] HAIDER K., Modélisation de l'endommagement des structures en béton – approches numériques et effet de la microstructure sur les propriétés de rupture. Thèse de doctorat. Ecole Centrale de Nantes. 2002.
- [59] TERRIEN M. Emission acoustique et comportement mécanique post-critique d'un béton sollicité en traction, Bull, de liaison Lab. des Ponts et Chaussées, 105, réf.2398, 1980.
- [60] PIJAUDIER-CABOT, G. et BAZANT, Z. P., Non-local damage theory, Jrn. of Eng. Mech. vol. 113, n° 10, p. 1512-1533., 1987.
- [61] KLEPACZKO R.J., BRARA A., An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. International journal of impact engineering. Volume 25, Issue 4, April 2001, Pages 387-409, 2001.
- [62] BRARA A., CAMBORDE F., KLEPACZKO J.R., MARIOTTI C., Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. Mech. Mat. 33:33-45, 2001.

DYNAMIQUE ET COMPORTEMENT DU BETON

Chapitre II

C*e chapitre présente des rappels sur lesquels se basent les modèles des lois de comportement qui s'appliquent à la mécanique et les différentes approches possible, nous proposerons par la suite quelques modèles de comportement de béton dont certains sont utilisés lorsque les sollicitations sont de type dynamique. Nous présenterons de manière détaillée le modèle que nous avons utilisé dans la simulation numérique. Nous mettrons l'accent sur les avantages de ce modèle et ses inconvénients.*

II.1. Introduction

La rupture et l'effondrement des structures en béton ou en béton armé sont généralement la conséquence d'un sous-dimensionnement de manière globale dans les éléments porteurs constituant la structure où en particulier dans les zones susceptibles d'être endommagées de ces mêmes éléments tels que les nœuds, que nous pouvons appeler les zones vulnérables. La mauvaise conception de la structure peut elle aussi engendrer des dégâts non négligeables à la structure et parfois d'autres paramètres entrent en jeu tels que la qualité ou la nature des matériaux utilisés. Prédire la zone endommageable et dimensionner les structures représente donc un souci majeur et un grand défi pour les ingénieurs : Les structures, en plus des charges statiques qu'elles reprennent telles que leur poids propre, elles sont soumises à des sollicitations dynamiques de différentes natures tels que les impacts [1, 2], les séismes [3-11], les explosions et les chocs [12, 13], le trafic routier, etc.... Ces sollicitations engendrent de grandes déformations. Malgré leur géométrie usuellement massive, un fort taux de ferrailage et un dimensionnement satisfaisant les codes de dimensionnement, il arrive que certaines d'entre elles soient totalement détruites par un événement naturel. Cette incohérence nécessite parfois l'utilisation de modèles permettant la prédiction des dommages du béton sous chargement en dynamique rapide [14-16], car à ces vitesses de sollicitation, des calculs statiques, même pondérés par des coefficients partiels de sécurité, ne paraissent pas réalistes.

Dans ce chapitre, nous présenterons les notions de base sur lesquelles les lois de comportement sont conçues et rédigées dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles [17]. Notons que les lois de comportement sont les lois qui régissent la réaction du milieu aux sollicitations extérieures et complètent les équations du mouvement (avec les conditions aux limites) afin de résoudre le problème posé. Nous proposerons par la suite un certain nombre de modèles de comportement du béton, dont certains sont adaptés aux sollicitations dynamiques. Nous mettrons l'accent de manière détaillée sur le modèle que nous avons utilisé dans la simulation numérique, ses avantages et ses inconvénients.

II.2. Modèles macroscopiques pour le béton en dynamique

II.2.1. Objectifs de la modélisation

Un milieu continu lorsqu'on lui applique des sollicitations extérieures (mécaniques et/ou thermiques), on constate alors un changement de sa position initiale et de son état thermodynamique. Ces changements diffèrent selon le milieu physique que l'on étudie. Les lois de comportement sont les lois qui régissent la réaction du milieu aux sollicitations extérieures et complètent les équations du mouvement (avec leurs conditions initiales) afin de résoudre le problème posé.

Nous pouvons donc dire que représenter un comportement consiste à traduire, mathématiquement et le plus fidèlement possible, la réponse d'un matériau à une sollicitation mécanique et /ou thermique.

Concernant les lois de comportement s'appliquant à la mécanique, plusieurs approches sont possibles :

- les modèles analogiques [18], nous mènent à des lois de comportement qui traduisent les propriétés uniaxiales des matériaux. Ces modèles sont basés sur des comportements élémentaires unidimensionnels (ressort, amortisseur, patin). Ces modèles sont généralement simples, mais la difficulté c'est lorsqu'on veut traduire ou passer à un comportement tridimensionnel, ce qui limite leur usage.
- Les modèles de comportement provenant de lissage des courbes expérimentales. Ces modèles sont performants dans la description des essais qui ont permis leur "identification" mais ne permettent malheureusement pas une description générale du comportement d'un matériau. En effet, ces modèles de comportement ne s'appuient sur aucune théorie qui permettrait de les étendre à d'autres chargements que ceux qui ont été utilisés pour leur identification.
- Les modèles phénoménologiques (MURAKAMI-KAMIYA, 1997 [19]; HALM-DRAGON, 1998 [20]; HAYAKAWA et al., 1998 [21]; CHALLAMEL et al., 2005 [22]), qui décrivent des phénomènes physiques qui ont pour objectif, quelque soit le chargement appliqué pourvu que les phénomènes qu'ils modélisent soient actifs, d'être représentatifs du comportement. L'origine physique de ces phénomènes est toujours microscopique (glissement de plans cristallins, fermeture de la porosité, ouverture des microfissures...), tandis que la description mathématique qui en est faite peut être soit « micro », soit « macro » en considérant le milieu comme un

milieu continu. Ces modèles sont performants pour la description de multiples phénomènes mais ont, malheureusement, une complexité accrue à mesure que le nombre de phénomènes décrits augmente. C'est à ce dernier type de description du comportement que nous allons nous intéresser.

Les modèles phénoménologiques doivent être capables de décrire les mécanismes réversibles (déplacement relatif et réversible d'atomes, de molécules ou de grains : tout relâchement de sollicitation conduit à retrouver la position initiale), les mécanismes irréversibles (glissement de plans cristallins faisant apparaître des déformations permanentes, endommagement par microfissuration), les désordres et les éventuels effets tridimensionnels. Leur formulation s'effectue selon deux formalismes différents :

- approche « fonctionnelle » : l'état d'un système est déterminé par l'histoire de « variables observables ». chacune des variables est déterminée par son état à l'instant initial et par l'histoire du chargement entre cet état et l'état actuel [23].

Approche « thermodynamique » liée à l'utilisation de variables d'état, « observables » ou « internes », qui permettent de définir à tout instant du système à partir de leurs valeurs actuelles LEMAITRE-CHABOCHE [24, 25]; Lemaitre and CHABOCHE, 1985 [26]; P. GERMAIN [27]; MURAKAMI, 1988 [28]; SAANOUNI et al. 1994 [29]. C'est cette seconde approche que nous utiliserons.

La thermodynamique des milieux continus représente un cadre idéal pour la modélisation du comportement des milieux continus et des structures. Elle nous permet de définir les lois de comportement d'un milieu continu et une bonne compréhension des phénomènes physiques. Les principes de la thermodynamique élémentaire auxquels nous nous intéresserons dans le cadre de cette thèse seront exploités en tenant compte des aspects dynamiques mais pas thermiques. Ils nous seront d'un grand intérêt et vont nous permettre de guider et de limiter les choix de la modélisation phénoménologique.

Deux approches sont alors possibles :

- approche « fonctionnelle » : l'état d'un système est déterminé par l'histoire de « variables observables ». chacune des variables est déterminée par son état à l'instant initial et par l'histoire du chargement entre cet état et l'état actuel.
- Introduction de variables internes qui, en suivant la méthode de l'état local permet de définir l'état du système à partir des valeurs actuelles observables et des variables internes.

Du point de vue pratique, la deuxième approche présente deux avantages considérables ; elle ne fait intervenir qu'un nombre fini de variables et, permet d'utiliser tout l'acquis de la thermodynamique des processus irréversibles. Elle aboutit à des lois constitutives sous forme différentielle, très bien adaptée aux calculs linéarisés pas à pas. Nous rappellerons les principes de la thermodynamique.

II.2.2. Enonces fondamentaux de la thermodynamique

L'approche thermodynamique est subordonnée à l'utilisation de la méthode de l'état local, qui suppose que l'évolution des quantités strictement thermodynamiques s'effectue de façon quasi-thermostatique (succession d'états d'équilibres) et ne dépend que du point considéré. Nous nous intéresserons plus particulièrement au cadre thermodynamique [25] et aux formes physiquement admissibles qui peuvent être données aux modèles de comportement. Les développements qui seront faits ici ne concerneront que les transformations infinitésimales. Deux principes doivent toujours être vérifiés :

Premier principe : il traduit la conservation de l'énergie (3^{ème} loi de conservation). Considérons un domaine Ω de frontière $\partial\Omega$ intérieur au milieu étudié d'un système(S).

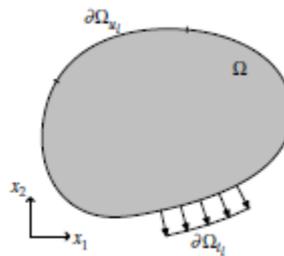


Fig. II.1. Domaine du solide Ω de frontière $\partial\Omega$

La variation de l'énergie totale (énergie interne et énergie cinétique) est, égale à la somme de la puissance des efforts extérieurs exercés sur (S) et le taux de chaleur reçu par ce système. La conservation de l'énergie se traduit par la formule suivante :

$$\frac{d}{dt} [E_i + K] = \frac{d}{dt} [W_i] + Q \quad (\text{II. 1})$$

où t désigne le temps, E_i est l'énergie interne, K est l'énergie cinétique, W_e est le travail des efforts extérieurs, Q représente l'énergie calorifique reçue.

L'énergie interne du système considéré peut s'exprimer par la formule suivante :

$$E_i = \int_{\Omega} \rho e_i dV \quad (\text{II. 2})$$

Où ρ est la masse volumique du solide et e_i est l'énergie interne spécifique.

L'énergie cinétique du système considéré peut s'exprimer de la manière suivante :

$$K = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \vec{v} \cdot \vec{v} dV \quad (\text{II. 3})$$

\vec{v} est le vecteur vitesse.

De même, nous pouvons exprimer la puissance des efforts extérieurs comme la dérivée par rapport au temps du travail des efforts extérieurs :

$$\frac{dW_e}{dt} = \int_{\Omega} \vec{f} \cdot \vec{v} dV + \int_{\partial\Omega} \vec{T} \cdot \vec{v} dS \quad (\text{II. 4})$$

Où \vec{f} est le vecteur des actions volumiques, \vec{T} est le vecteur des forces extérieures.

Et enfin, Q le taux de chaleur reçu par le domaine Ω qui comprend un terme lié à une production de chaleur interne au domaine Ω et un terme lié à la chaleur reçue par conduction à travers la surface $\partial\Omega$:

$$\frac{dQ}{dt} = \int_{\Omega} r dV - \int_{\partial\Omega} \vec{q} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{II. 5})$$

Où r est la densité volumique de production de chaleur interne, \vec{q} le vecteur courant de chaleur, \vec{n} le vecteur normal à dS .

En remplaçant toutes ces expressions dans l'équation de conservation d'énergie (II.1), nous pouvons écrire la forme locale du premier principe :

$$\rho \dot{e}_i = \sigma : \dot{\epsilon} + r - \text{div} \vec{q} \quad (\text{II. 6})$$

Où σ est le tenseur des contraintes de Cauchy, ε est le tenseur des déformations défini par la partie symétrique du tenseur du gradient du déplacement \vec{u} , c'est-à-dire $\varepsilon = \frac{1}{2} (\text{grad}\vec{u} + {}^t\text{grad}\vec{u})$.

Deuxième principe : il traduit le fait que la variation d'entropie S est supérieure ou égale au taux de chaleur reçu Q , rapporté à la température T .

$$\frac{dS}{dt} \geq \frac{1}{T} \frac{dQ}{dt} \quad (\text{II.7})$$

L'entropie S exprime la variation d'énergie associée à une variation de température. Elle est reliée, pour un domaine Ω , à la densité spécifique s par la relation :

$$S = \int_{\Omega} \rho s dV \quad (\text{II.8})$$

L'équation II.7 peut alors se mettre sous la forme suivante, en utilisant le théorème de la divergence ainsi que l'équation II.5 et l'équation II.8 :

$$\int_{\Omega} \left(\rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \frac{\vec{q}}{T} - \frac{r}{T} \right) dV \geq 0 \quad (\text{II.9})$$

En remplaçant r par son expression tirée de l'équation de conservation de l'énergie (équation II.6), on peut en déduire la forme locale du deuxième principe :

$$\rho (T\dot{s} - \dot{\varepsilon}_i) + \sigma : \dot{\varepsilon} + \vec{q} \cdot \frac{\overline{\text{grad}} T}{T} \geq 0 \quad (\text{II.10})$$

Tab. II.1. Les variables d'état et leurs variables associées.

Variables d'état		Variables associées
Observables	internes	
ε^e		σ
T		s
	V_i	V_a

L'inégalité de Clausius Duhem s'obtient en introduisant une nouvelle variable, l'énergie libre spécifique Ψ :

$$\Psi = e_i - T s \quad (\text{II.11})$$

En utilisant la forme locale du deuxième principe (équation II.10), et en introduisant le potentiel énergie libre spécifique ou potentiel d'état thermodynamique, nous arrivons à l'inégalité de Clausius Duhem :

$$\Phi = \sigma : \dot{\varepsilon} - \rho(\dot{\Psi} + \dot{T}s) - \vec{q} \cdot \frac{\overrightarrow{\text{grad}} T}{T} \geq 0 \quad (\text{II.12})$$

Cette équation doit être toujours vérifiée, traduit la dissipation Φ au sein du matériau ; cette dissipation doit toujours être positive ou nulle pour que les processus définis par ces évolutions soient thermodynamiquement admissibles.

II.2.3. Potentiel thermodynamique

Afin de représenter l'état thermodynamique d'un système, nous postulons que celui-ci peut être représenté par les valeurs locales d'un certain nombre de variables d'état. Les variables d'état que nous allons introduire sont soit des variables observables (température, déformation réversible), soit des variables internes. Les variables internes permettent de prendre en compte l'histoire du chargement lorsque des phénomènes irréversibles sont apparus (endommagement, déformations plastiques) (Tableau II.1). Ayant défini les variables d'état, nous supposons l'existence d'un potentiel thermodynamique sous la forme $\Psi(\varepsilon^{rev}, T, V_i)$ où ε^{rev} est le tenseur des déformations réversibles et V_i les autres variables internes du problème. De l'inégalité de Clausius Duhem (équation II.12) on peut déduire :

$$\left(\sigma - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{rev}} \right) : \dot{\varepsilon}^{rev} + \sigma : \dot{\varepsilon}^{irr} - \rho \left(s + \frac{\partial \Psi}{\partial T} \right) \dot{T} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \dot{V}_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} T \geq 0 \quad (\text{II.13})$$

A partir de cette inégalité qui doit être respectée, en ne considérant que les transformations réversibles, on en déduit les lois de la thermoélasticité :

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{rev}} \\ s &= \frac{\partial \Psi}{\partial T} \\ V_a &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial v_i}\end{aligned}\tag{II.14}$$

L'ensemble de ces équations forme les lois d'état. En pratique le potentiel thermodynamique n'est pas quantité mesurable, ce sont les variables observables qui le sont et donc, l'expérimentation permettra d'établir directement les lois d'état, le potentiel thermodynamique ne servant que de cadre à l'écriture du modèle.

II.2.3.1. Potentiel de dissipation

À l'aide des lois d'état (équation II.14) on peut réécrire l'inégalité de Clausius-Duhem (équation II.12) en ne conservant que les termes qui ne s'annulent pas :

$$\Phi = \sigma : \dot{\varepsilon}^{irr} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial v_i} \dot{v}_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad} T \geq 0\tag{II.15}$$

On admet généralement le découplage entre la dissipation mécanique et la dissipation thermique.

$$\Phi \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Phi_m = \sigma : \dot{\varepsilon}^{irr} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial v_i} \dot{v}_i \geq 0 \text{ dissipation mécanique} \\ \Phi_{th} = - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad} T \geq 0 \text{ dissipation thermique} \end{cases}\tag{II.16}$$

Pour définir les lois représentatives des processus dissipatifs, il peut s'avérer intéressant de postuler l'existence d'un potentiel de dissipation :

$$\varphi(\dot{\varepsilon}^{irr}, \dot{v}_i, \frac{\vec{q}}{T})\tag{II.17}$$

Les lois d'évolution associées à ce potentiel s'expriment alors par la propriété de normalité :

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{\partial \varphi}{\partial \dot{\varepsilon}^{irr}} \\
 A_i &= -\frac{\partial \varphi}{\partial \dot{V}_i} \\
 \vec{g} &= -\frac{\partial \varphi}{\partial \frac{\vec{q}}{T}}
 \end{aligned}
 \tag{II.18}$$

Si on utilise la transformée de Legendre-Fenchel, donnée par la formule :

$$\varphi^*(\sigma, A_i, \vec{g}) = \sup_{(\dot{\varepsilon}^{irr}, \dot{V}_i, \frac{\vec{q}}{T})} \left(\left[\sigma : \dot{\varepsilon}^{irr} - \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_i} \dot{V}_i - \frac{\vec{q}}{T} \cdot \overrightarrow{grad} T \right] - \varphi \left(\dot{\varepsilon}^{irr}, \dot{V}_i, \frac{\vec{q}}{T} \right) \right) \tag{II.19}$$

Par la transformée de Legendre-Fenchel, on peut choisir un potentiel dual $\varphi^*(\sigma, A_i, \vec{g})$ de $\varphi \left(\dot{\varepsilon}^{irr}, \dot{V}_i, \frac{\vec{q}}{T} \right)$ continu et convexe par rapport à σ , A_i et $\overrightarrow{grad} T$. A partir du potentiel dual, on peut obtenir de façon simplifiée les propriétés de normalité qui nous permettent d'écrire les lois complémentaires d'évolution suivantes :

$$\begin{cases}
 \dot{\varepsilon}^{irr} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \sigma} \\
 -\dot{V}_i = \frac{\partial \varphi^*}{\partial A_i} \\
 -\frac{\vec{q}}{T} = \frac{\partial \varphi^*}{\partial \vec{g}}
 \end{cases}
 \tag{II.20}$$

Ces trois équations constituent les lois complémentaires, les matériaux qui suivent ces règles sont appelés matériaux standards généralisés et ceux qui suivent uniquement la première égalité sont appelés matériaux standards. La première égalité conduit aux lois de la plasticité, la deuxième exprime les lois d'évolution des variables internes, enfin la troisième conduit à la loi de Fourier en thermostatique. A titre de rappel le potentiel thermodynamique et le potentiel de dissipation ne peuvent être mesurés, mais ils ne servent que pour écrire le modèle.

II.2.4. Formulation thermodynamique de l'élasticité linéaire isotrope

La théorie de l'élasticité fût la première théorie des milieux continus déformables. Elle est la discipline de base de la mécanique des milieux déformables. Nous lui consacrerons alors ce paragraphe avant d'aborder des théories, mise en œuvre lorsque le comportement des matériaux doit prendre en compte des phénomènes dissipatifs qui viennent s'y ajouter. Pour ces raisons, avant de s'intéresser à l'utilisation de la théorie de l'élasticité pour telle ou telle application, dans notre cas, son application à l'étude des matériaux élastiques endommageables, il y a lieu d'abord, de s'assurer que l'ordre de grandeur des contraintes est bien compatible avec le domaine d'élasticité du matériau considéré.

II.2.4.1. Définition thermodynamique

II.2.4.1.1. Formulation

La température T et la déformation élastique ε_e , sont les variables d'état qui interviendront dans une telle formulation thermodynamique. Si l'on se limite aux transformations isothermes, seule la déformation élastique qui est égale à la déformation totale ε interviendra comme variable d'état. La température interviendra comme un paramètre dont dépendent les coefficients d'élasticité.

II.2.4.1.2. Potentiel thermodynamique

Dans le domaine linéaire, il suffit de choisir comme potentiel thermodynamique convexe, une forme quadratique définie positive des composantes du tenseur des déformations ε , soit :

$$\Psi = \frac{1}{2\rho} \Lambda : \varepsilon : \varepsilon \quad (\text{II. 21})$$

Λ est un tenseur du 4^{ème} ordre symétrique, dont les composantes sont des coefficients d'élasticité isotherme.

D'après équation II.14, le tenseur des contraintes dérive du potentiel thermodynamique Ψ , ce qui permet d'établir la loi d'état suivante :

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon^{rev}} \\ \sigma &= \Lambda : \varepsilon\end{aligned}\tag{II. 22}$$

En multipliant l'équation II.22 par Λ^{-1} , on obtient :

$$\varepsilon = A : \sigma\tag{II. 23}$$

A : est le tenseur du 4^{ème} ordre symétrique, appelé : tenseur de souplesse qui est égal au produit $\Lambda^{-1} \cdot \Lambda$

Par inversion, on peut définir le potentiel dual :

$$\Psi^* = \frac{1}{2\rho} A : \sigma : \sigma\tag{II. 24}$$

Les potentiels Ψ et Ψ^* doivent bien entendu, assurer la convexité.

II.2.4.1.3. Elasticité linéaire isotrope

L'isotropie et la linéarité imposent au potentiel thermodynamique d'être un invariant quadratique du tenseur des déformations. Le potentiel s'exprime alors comme une combinaison linéaire de $\varepsilon_I^2 = [tr(\varepsilon)]^2$ et de $\varepsilon_{II} = \frac{1}{2} tr(\varepsilon^2)$. Sachant que ε_I et ε_{II} étant les deux premiers invariants élémentaires du tenseur des déformations ε . Dans ce cas le potentiel thermodynamique Ψ prend la forme suivante :

$$\begin{aligned}\Psi &= \frac{1}{2\rho} [\lambda \varepsilon_{ii} \varepsilon_{jj} + 2\mu \varepsilon_{ij} \varepsilon_{ji}] \\ &= \frac{1}{2\rho} [\lambda \varepsilon_I^2 + 2\mu \varepsilon_{II}]\end{aligned}\tag{II. 25}$$

La loi de Hooke généralisée d'un milieu élastique [30], linéaire et isotrope :

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = \lambda tr(\varepsilon_I) + 2\mu \varepsilon_{II} \\ \sigma_{ij} &= \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}\end{aligned}\tag{II. 26}$$

λ et μ sont les coefficients de Lamé homogènes à une pression, reliés au module de compression hydrostatique par la relation :

$$9K = 3\lambda + 2\mu \quad (\text{II. 27})$$

D'autre part en utilisant la formule duale : $\varepsilon = A : \sigma$, on obtient :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1+\nu}{E} \sigma - \frac{\nu}{E} \text{tr}(\sigma) \cdot I \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij} \end{aligned} \quad (\text{II. 28})$$

E et ν : sont respectivement le module de Young et le coefficient de poisson.

La condition nécessaire et suffisante pour le potentiel dual Ψ^* est qu'il soit défini positif [24], soient : $E > 0$ et $-1 < \nu < \frac{1}{2}$

D'autre part, un tenseur peut s'écrire comme étant la somme d'un tenseur sphérique et d'un tenseur déviatorique. La partie sphérique est donnée par la formule suivante :

$$\begin{aligned} \sigma_H &= \frac{1}{3} \text{tr}(\sigma) \\ \varepsilon_H &= \frac{1}{3} \text{tr}(\varepsilon) \end{aligned} \quad (\text{II. 29})$$

Et la partie déviatorique exprimée par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \varepsilon' &= \varepsilon - \varepsilon_H \cdot I \\ \sigma' &= \sigma - \sigma_H \cdot I \end{aligned} \quad (\text{II. 30})$$

Les relations de Hooke s'écrivent à leur tour :

$$\begin{aligned} \varepsilon_H &= \frac{1-2\nu}{E} \sigma_H \\ \varepsilon' &= \frac{1+\nu}{E} \sigma' \end{aligned} \quad (\text{II. 31})$$

II.3. Application de la mécanique de l'endommagement aux structures en béton

II.3.1. Introduction

L'endommagement des matériaux est un processus physique de détérioration de la matière. La mécanique de l'endommagement est l'étude, à travers des variables mécaniques, des mécanismes impliqués dans cette dégradation lorsque les matériaux sont soumis à un chargement [31, 32]. Au niveau microscopique c'est la concentration des contraintes au voisinage des défauts ou des interfaces et la rupture des liaisons, qui à la fois endommagent le matériau. Au niveau méso-échelle de l'élément de volume représentatif c'est la croissance et la coalescence de microfissures ou des micropores qui initient ensemble une fissure. Au niveau macroscopique c'est la croissance de cette fissure. Les deux premières étapes peuvent être étudiées à l'aide de variables d'endommagement de la mécanique des milieux continus définies au niveau méso-échelle. La troisième étape est généralement étudiée en utilisant la rupture mécanique avec des variables définies au niveau macroscopique. Lorsque l'on étudie en ingénierie des matériaux tels que les métaux et alliages, polymères et composites, céramiques, pierres, béton, et le bois, il est très surprenant de voir comment ces matériaux, qui ont des structures physiques, sont similaires dans leur comportement mécanique.

II.3.2. Elasticité couplée à l'endommagement

L'objectif de la théorie de l'endommagement est de modéliser via les variations des caractéristiques élastiques, la dégradation progressive du matériau en fonction du chargement appliqué et donc le phénomène d'adoucissement des contraintes. C'est un phénomène à part entière qui repose sur l'observation d'un état endommagé (micro-fissuré) et qui nécessite donc l'introduction d'une nouvelle variable interne au sens de la thermodynamique notée D . La théorie de l'endommagement suppose qu'il existe un état dans lequel le matériau est sain lorsque cette variable vaut 0 (ou proche de l'être) où l'endommagement est nul (ou quasiment nul) et 1 lorsqu'il est entièrement endommagé (à la rupture). La dégradation du matériau n'est connue qu'à travers cette variable mesurable [25].

II.3.3. Concept de la contrainte effective

Les travaux effectués par KACHANOV (1958) [33], qui interprète la variable d'endommagement associée au processus de dégradation mécanique comme la densité surfacique de défauts (cavités, fissures, etc.) affectant la matière, plusieurs auteurs ont repris ce concept comme ROBOTNOV [34], MAZARS [35] et MURAKAMI et OHNO [36, 37].

Nous considérons, à titre d'exemple, une force F appliqué sur une section S d'un composite de forme cubique composé d'une matrice et d'une population de vides, figure II.2 (a). La section effectivement résistante à la contrainte (tenant compte de la présence des cavités et des concentrations de contraintes au voisinage de celles-ci) est définie par :

$$\tilde{S} = S(1 - D) \quad (\text{II.33})$$

Le concept de la contrainte effective, notée $\tilde{\sigma}$ a été introduit par Kachanov pour l'étude du fluage tertiaire. Elle représente la contrainte agissant sur le matériau équivalent de section \tilde{S} (Voir figure II.2 (b)).

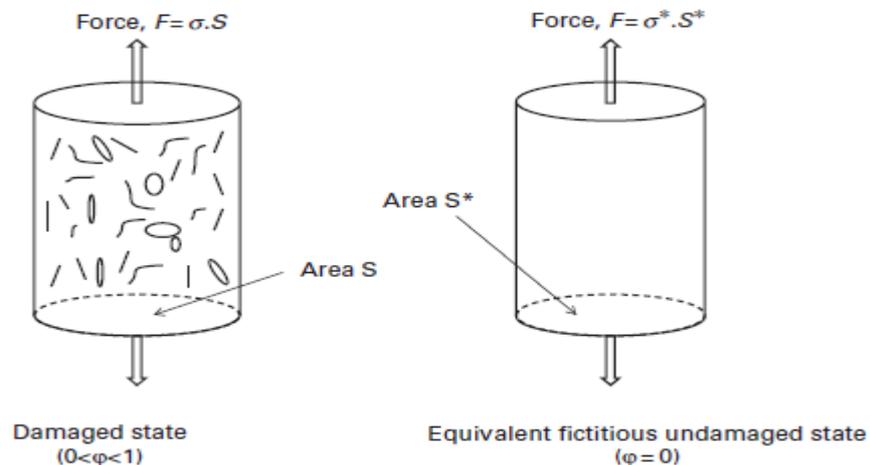


Fig. II.2. Principe de la contrainte effective (a) matériau réel endommagé ; (b) matériau sain équivalent

Par principe d'équivalence en déformation [38] qui traduit le fait que l'on obtient sur le matériau sain équivalent la même déformation ε en lui appliquant la contrainte effective $\tilde{\sigma}$, le matériau endommagé subissant la contrainte usuelle σ . Du fait les

caractéristiques élastiques du matériau réel se trouvent affectés. Cette formulation nous permet de décrire la dégradation du matériau au cours du chargement.

$$\tilde{\sigma} = \sigma(1 - D) \quad (\text{II. 34})$$

Dans le cas simple d'une traction unidimensionnelle, pour un matériau élastique dont la déformation est notée ε dans le sens du chargement et \tilde{E} représente le module de Young effectif.

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= E\varepsilon \\ \tilde{\sigma} &= E \frac{\sigma}{\tilde{E}} \end{aligned} \quad (\text{II. 35})$$

On faisant intervenir l'équation II.34, nous obtiendrons :

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= (1 - D) \frac{E}{\tilde{E}} \varepsilon \\ \tilde{E} &= (1 - D)E \end{aligned} \quad (\text{II. 36})$$

Ce qui conduit à déduire que les propriétés mécaniques du matériau sont affectées par l'endommagement [35].

De même, l'équivalence en contrainte dans le matériau sain est la même que dans le matériau réel. La déformation effective $\tilde{\varepsilon}$ à appliquer au matériau sain équivalent sera celle qui permettra d'obtenir la même contrainte que celle que reçoit le matériau réel, ainsi nous aurons :

$$\begin{aligned} \sigma &= \varepsilon \tilde{E} \\ \sigma &= \tilde{\varepsilon} E \end{aligned} \quad (\text{II. 37})$$

Ce qui conduit à déduire :

$$\tilde{\varepsilon} = (1 - D)\varepsilon \quad (\text{II. 38})$$

II.3.4. Equivalence en énergie

On admet ici que l'énergie élastique W_e est la même dans les deux matériaux (réel et sain équivalent), ainsi :

- Pour l'élément réel :

$\sigma = (1 - D)E\varepsilon$, l'énergie élastique :

$$W_e = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon \quad (\text{II.39})$$

- Pour le matériau sain équivalent :

$$\sigma = \tilde{\varepsilon}E$$

$$W_e = \frac{1}{2}\tilde{\sigma}\tilde{\varepsilon} \quad (\text{II.40})$$

II.3.5. Endommagement tridimensionnel

Nous reprenons le concept de la contrainte effective qui, dans le cas général, s'exprime par :

$$\tilde{\sigma} = \Lambda(\sigma)$$

Si l'endommagement se traduit au sein du matériau par une distribution et une orientation des micro-défauts totalement aléatoire à l'échelle macroscopique, nous parlerons alors d'endommagement isotrope. Une seule variable interne scalaire sera nécessaire à la description du phénomène.

Si la loi de comportement élastique du matériau sain s'écrit : $\sigma = \Lambda : \varepsilon_e$

Celle du matériau endommagé est : $\sigma = \tilde{\Lambda} : \varepsilon_e$

Et celle du matériau sain équivalent : $\tilde{\sigma} = \Lambda : \varepsilon_e$

Ainsi : $\tilde{\sigma} = \Lambda : \tilde{\Lambda}^{-1} : \sigma = M : \sigma$ d'où

$$M = \Lambda : \tilde{\Lambda}^{-1} = \frac{1}{1-D}$$

Dans le cas isotrope :

$$\tilde{\Lambda} = (1 - D)\Lambda \quad (\text{II.41})$$

La loi de comportement du matériau endommagé est alors :

$$\sigma = (1 - D)\Lambda : \varepsilon_e \quad (\text{II.42})$$

Ainsi le caractère élastique initial du comportement n'est pas modifié en tenant compte de l'endommagement. Dans le cas général, l'endommagement conduit à une évolution anisotrope des caractéristiques mécaniques. La variable d'endommagement ne peut être un scalaire, elle doit avoir un caractère tensoriel, nous la noterons D .

Dans ces conditions le concept de la contrainte effective s'écrit :

$$\tilde{\sigma} = M(D) : \sigma \quad (\text{II.43})$$

Où $M(D)$ est un opérateur linéaire du 4^{ème} ordre.

Plusieurs auteurs ont travaillé sur cette approche, mais les problèmes qui se posent sont nombreux. Il faudrait donc veiller particulièrement au respect des conditions suivantes :

- La continuité par rapport au modèle isotrope ;
- La symétrie de l'opérateur \tilde{A} nécessaire à l'existence du potentiel élastique du milieu considéré ;
- La possibilité de chargements non radiaux dans lesquels les directions des contraintes normales principales sont variables.

La prise en compte de ces conditions conduit à introduire, dans le cas général, un tenseur d'endommagement D d'ordre 4 [39]. Mais les difficultés d'emploi des modèles de comportement ainsi établis, notamment liées à l'identification expérimentale sont à l'heure actuelle un lourd handicap quant à leur utilisation. Cependant, des hypothèses simplificatrices peuvent conduire à des modèles plus simples. Ainsi, certains auteurs [35] ont utilisé un tenseur du second ordre non symétrique. Un tenseur du second ordre fût introduit pour la première fois par VAKULENKO ET KACHANOV [40] qui dénotent qu'une fissure peut évoluer à la fois en mode I ou en mode II et III.

Une approche intéressante a été faite par CORDEBOIS et SIDOROFF [30, 41] à partir du concept de l'équivalence en énergie et l'utilisation d'un tenseur d'endommagement d'ordre 2. Cette formulation, quelque peu restrictive aboutit à une loi orthotrope à cinq paramètres indépendants lorsque le matériau est initialement isotrope.

La loi de comportement obtenue s'écrit :

$$\sigma = 2\mu_0(1 - D) \cdot \varepsilon_e \cdot (1 - D) + \lambda_0 \text{tr}[\varepsilon_e \cdot (1 - D)](1 - D) \quad (\text{II.44})$$

μ_0 et λ_0 sont les coefficients de Lamé du matériau sain.

Cette approche est utilisée pour décrire le comportement anisotrope du béton dans le cas d'une sollicitation axisymétrique. L'évaluation de l'endommagement est issue de la mesure des caractéristiques mécaniques du matériau lors de l'essai, en utilisant un processus de chargement-déchargement.

Dans le repère principal d'endommagement, le tenseur \mathbf{D} ne comporte, pour une sollicitation axisymétrique et dans le cas d'un matériau initialement isotrope, que deux variables D_1 et D_2 .

La loi de comportement élastique précédente conduit à exprimer \tilde{E} et $\tilde{\nu}_{12}$:

$$\tilde{E} = E_0(1 - D_1)^2$$

$$\tilde{\nu}_{12} = \nu_0 \frac{1 - D_1}{1 - D_2}$$

L'expérience permet donc la détermination des variables D_1 et D_2 . Les courbes représentées sur la figure II.3 donnent les évolutions de ces deux paramètres en fonction de la déformation ε_2 .

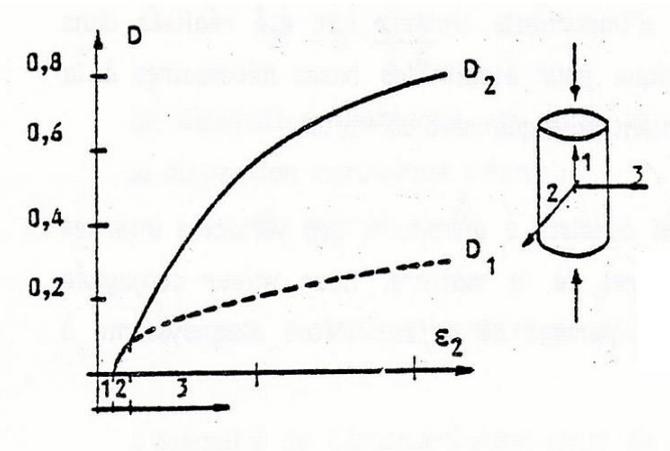


Fig. II.3. Evolution des paramètres d'endommagement D_1 et D_2 dans un essai de compression simple sur béton [35].

Trois phases de comportement peuvent être distinguées :

1- $\varepsilon_2 < \varepsilon_{D_0}$ ($\approx 10^{-4}$)

Phase élastique $D_1 = D_2 = 0$

2- $\varepsilon_{D_0} < \varepsilon_2 < \varepsilon_{D_1}$

Phase d'endommagement isotrope : $D_1 = D_2 \neq 0$

3- $\varepsilon_2 < \varepsilon_{D_1}$

Phase d'endommagement anisotrope : $D_2 > D_1$.

Cette description du comportement rejoint tout à fait les observations expérimentales. Citons enfin pour une application au béton par KRAJCINOVIC et FONSEKA d'un vecteur d'endommagement \mathbf{D} . L'expression de la contrainte utilisée $\boldsymbol{\sigma}$ est de la forme :

$$\boldsymbol{\sigma} = \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \boldsymbol{\varepsilon}_e$$

Avec :

$$\tilde{\Lambda}_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl} + \bar{C}_1 (\delta_{ij} D_k D_l + \delta_{kl} D_i D_j) + \bar{C}_2 (\delta_{jk} D_i D_l + \delta_{il} D_j D_k)$$

\mathbf{D} n'intervient pas directement sur les caractéristiques mécaniques initiales du matériau mais par l'intermédiaire de coefficients complémentaires \bar{C}_1 et \bar{C}_2 .

II.4. Formulation thermodynamique de l'endommagement

La thermodynamique des processus irréversible présente un moyen idéal pour la formulation des lois de comportements LEMAITRE-CHABOCHE (1990) [24], LEMAITRE (1996) [38], RISTINMAA-OTTOSEN (1998) [42], SANTAJOJA (2001) [43] et OLSSON-RISTINMAA (2003) [44]. Le cadre thermodynamique à été proposé pour la première fois par CHABOCHE [45] pour le cas d'un endommagement isotrope, Puis généralisé par KRAJCINOVIC-FONSEKA [46] et DAVIDSON-STEVENSON [47] en utilisant un vecteur pour représenter l'endommagement, ou en utilisant un tenseur d'ordre deux pour représenter l'endommagement CORDEBOIS-SIDOROFF [30] BAZANT-KIM [48] et MURAKAMI-OHNO [37] ou un tenseur d'endommagement d'ordre quatre SIMO et al. [49] et CHABOCHE 1978 [45]. Dans ce qui va suivre nous présenterons une formulation basée sur un endommagement isotrope avec une loi de comportement linéaire élastique.

II.4.1. Limites et bases de l'étude

Nous considérons dans cette étude un comportement couplant élasticité et endommagement. La déformation permanente étant nulle ($\varepsilon_p = 0$), la déformation élastique est égale à la déformation totale ($\varepsilon_e = \varepsilon$), et dans le cadre des

transformations isothermes $T = C^{te}$. Le tableau II.2. récapitule les variables utilisées dans le modèle :

- i) Les variables internes ici D pour représenter les phénomènes dissipatifs à savoir l'endommagement.
- ii) les variables observables, dans ce cas le choix de la variable observable en supplément de la température donnera le type d'énergie libre qui jouera le rôle de potentiel d'état [50].
 - Si la déformation est variable observable alors le potentiel d'état sera l'énergie libre de Helmholtz :

$$\Psi = u - Ts = \Psi(\varepsilon, D)$$
 - Si la contrainte observable alors le potentiel d'état sera l'énergie libre de Gibbs :

$$\Psi^* = \Psi - \sigma : \varepsilon = \Psi^*(\sigma, D)$$

Des études ont montré que dans le cadre d'un modèle associé, les variables associées à l'endommagement représentaient mieux le comportement caractéristique du béton (notamment en compression) si le potentiel d'état est l'énergie libre de Gibbs, d'autre part une approche en contrainte semble plus satisfaisante pour représenter les fermetures des fissures. Dans la référence [50] on trouvera les détails des inconvénients et des avantages de chaque approche.

Tab. II.2. Variables internes et observables utilisées

Variables d'état		Variables associées
observables	internes	
ε^e	D	σ
T		s
		Y

L'énergie libre spécifique s'exprime sous la forme :

$$\Psi = \Psi(\varepsilon, D, T)$$

Les lois d'état qui en découlent sont :

$$\begin{aligned}\sigma &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \\ s &= -\frac{\partial \Psi}{\partial T} \\ Y &= \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D}\end{aligned}\tag{II.45}$$

La théorie d'élasticité linéaire dérive du choix de Ψ , d'une forme quadratique définie positive de la déformation ε . Pour respecter le concept de la contrainte effective $\tilde{\sigma} = \frac{1}{1-D} \sigma$, on choisit Ψ linéaire en $(1 - D)$ soit donc :

$$\rho \Psi(\varepsilon, T, D) = \frac{1}{2} (1 - D) \Lambda(T) : \varepsilon : \varepsilon$$

Λ : Operateur des coefficients d'élasticité, éventuellement fonction de la température.

La loi d'élasticité couplée à l'endommagement, en dérive par :

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = (1 - D) \Lambda : \varepsilon\tag{II.46}$$

Que nous pouvons écrire également par :

$$\tilde{\sigma} = \Lambda : \varepsilon$$

La relation définissant Y fournit le critère de rupture :

$$Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} = \frac{1}{2} \Lambda : \varepsilon : \varepsilon\tag{II.47}$$

Sachant que :

$$W = \frac{1}{2} \Lambda(1 - D) : \varepsilon : \varepsilon \text{ ce qui montre que :}$$

$$Y = \frac{W}{1 - D}\tag{II.48}$$

On montre que Y est aussi égal à la moitié de la variation de l'énergie élastique W associée à une variation d'endommagement à température et contrainte constantes, d'où son nom de taux de relâchement d'endommagement.

$$dW = \boldsymbol{\sigma} : d\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{II. 49})$$

$$\left(\frac{dW}{dD}\right)_{\sigma=c^{te}} = \boldsymbol{\sigma} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dD} = (1 - D)\boldsymbol{\Lambda} : \boldsymbol{\varepsilon} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dD} = \boldsymbol{\Lambda} : \boldsymbol{\varepsilon} : \boldsymbol{\varepsilon} = 2Y \quad (\text{II. 50})$$

Notons que Y est à l'endommagement ce que le taux de restitution d'énergie de Griffith est à la mécanique de la rupture. Par analogie à la mécanique de la rupture par fissuration, on pose que la rupture est atteinte pour une valeur caractéristique de Y soit Y_c .

$$Y_c = \frac{1}{2} \frac{\sigma_u^2}{E(1 - D_c)} \quad (\text{II. 51})$$

$$D = D_c \rightarrow D_c = 1 - \frac{\sigma_R : \sigma_R}{2Y_2} \quad (\text{II. 52})$$

II.5. Modèles d'endommagement isotropes appliqués aux matériaux fragiles et bétons

II.5.1. Modèle à endommagement scalaire de MAZARS (Approche locale)

Le modèle de MAZARS [35] fait une certaine analogie avec la théorie de la plasticité. L'endommagement reste inchangé tant qu'un certain seuil de déformation n'est pas atteint. Dans le cas de l'approche thermodynamique de la mécanique des milieux continus, l'état local d'un matériau est défini par deux variables d'état :

- La déformation macroscopique ε_{ij} ,
- Et la variable interne d'endommagement D

La variable D utilisée dans ce modèle peut s'interpréter soit comme une porosité relative, soit comme une densité de microfissures sans directions privilégiées. Le potentiel thermodynamique est donné par l'expression :

$$\Psi = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \tilde{\boldsymbol{\Lambda}} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{II. 53})$$

Avec : $\tilde{\boldsymbol{\Lambda}} = (1 - D)\boldsymbol{\Lambda}$

Nous décrivons ci-dessous les deux lois d'état :

- La première est la loi d'élasticité couplée à l'endommagement, dont l'expression est :

$$\sigma(\varepsilon, D) = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} = \tilde{\Lambda} : \varepsilon$$

Ou bien

$$\frac{\sigma}{1 - D} = \Lambda : \varepsilon$$

C'est-à-dire :

$$\tilde{\sigma} = \Lambda : \varepsilon$$

Cette dernière équation exprime la décroissance de la matrice de rigidité avec l'endommagement.

- La seconde est le taux de restitution de l'énergie d'endommagement associé à D , elle est définie par l'expression :

$$Y = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial D}$$

La théorie de l'élasticité linéaire dérive du choix du potentiel thermodynamique Ψ d'une forme quadratique définie positive de la déformation, soit :

$$\rho \Psi(\varepsilon, D) = \frac{1}{2} \Lambda (1 - D) : \varepsilon : \varepsilon$$

La fonction seuil d'endommagement dans l'espace des énergies ou en d'autres termes, le critère d'endommagement s'écrit :

$$f(Y, D) = Y - k(D) \tag{II. 54}$$

En considérant le fait que les extensions suivant les directions principales du tenseur des déformations sont à l'origine de l'endommagement, Mazars [35] a introduit la notion de déformation équivalente :

$$\begin{aligned} \tilde{\varepsilon} &= \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle^2 + \langle \varepsilon_2 \rangle^2 + \langle \varepsilon_3 \rangle^2} & \text{(II. 55)} \\ \langle \varepsilon_i \rangle &= \varepsilon_i \quad \text{si } \varepsilon_i > 0 \\ \langle \varepsilon_i \rangle &= 0 \quad \text{si } \varepsilon_i \leq 0 \end{aligned}$$

Ce même auteur établit, par analogie à la plasticité, une fonction seuil ou un critère dit « d'endommagement ». L'endommagement n'évolue pas tant que le critère

exprimé en termes de déformations n'a pas atteint un certain seuil. Ce seuil d'évolution de l'endommagement est exprimé sous la forme suivante :

$$f(\tilde{\varepsilon}) = \tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0} \quad (\text{II. 56})$$

Où ε_{D_0} est appelé seuil initial d'endommagement.

Cette expression est analogue à l'équation II.54, nous distinguons deux domaines :

- Le domaine élastique caractérisé par :

$$f(\tilde{\varepsilon}) < 0 \text{ et } \dot{f}(\tilde{\varepsilon}) < 0$$

$$D = 0 \text{ et } \sigma_{ij} = \lambda \text{tr}(\varepsilon_{ij}) + 2\mu\varepsilon_{ij}$$

- Le domaine d'endommagement est caractérisé par :

$$f(\tilde{\varepsilon}) = 0 \text{ et } \dot{f}(\tilde{\varepsilon}) = 0$$

$$D \neq 0 \text{ et } \sigma_{ij} = (1 - D)[\lambda \text{tr}(\varepsilon_{ij}) + 2\mu\varepsilon_{ij}]$$

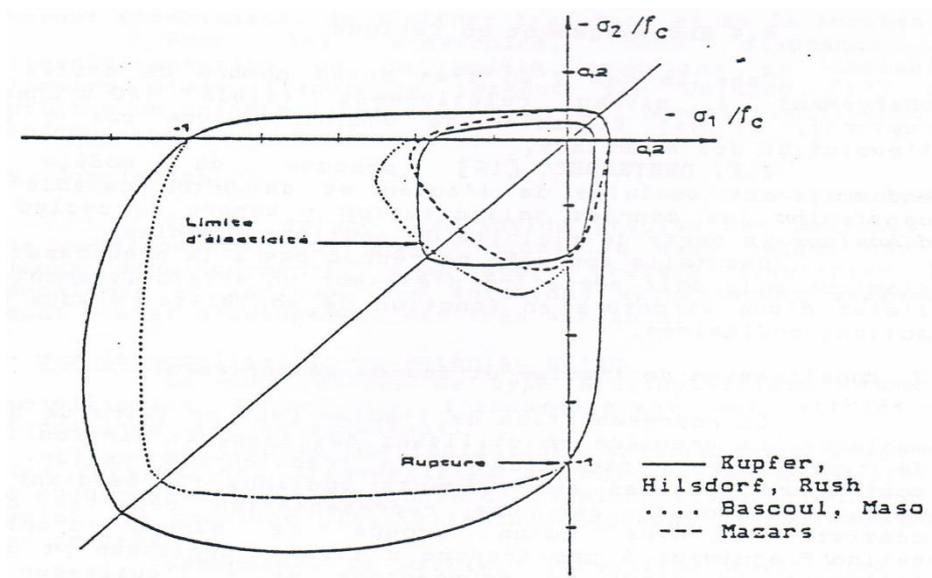


Fig. II.4. Seuil de rupture en sollicitation biaxiale [35]

L'endommagement D est exprimé sous forme de partition entre deux quantités : un endommagement de traction D_t et un endommagement de compression D_c .

La relation qui donne l'endommagement D combinant les deux quantités est donnée sous forme linéaire :

$$D = \alpha_c D_c + \alpha_t D_t \quad (\text{II. 57})$$

Les lois d'évolution des deux quantités d'endommagement D_t et D_c sont définies par la relation suivante :

$$D_i = 1 - \frac{A_i}{\exp(B_i(\bar{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0}))} - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_i)}{\bar{\varepsilon}} \quad (\text{II. 58})$$

La figure II.5 montre des deux quantités d'endommagement D_t et D_c .

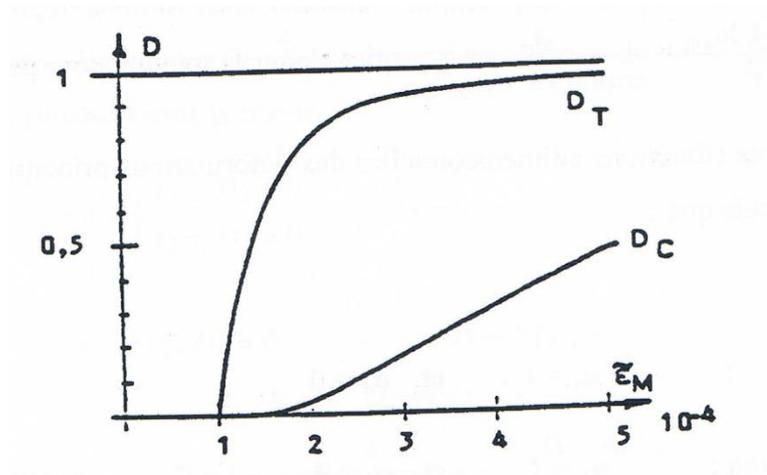


Fig. II.5. Evolution des deux quantités d'endommagement D_t et D_c [35]

A_i et B_i sont des paramètres caractérisant le matériau. l'indice $i = t$ pour la traction et $i = c$ pour la compression.

Les coefficients (fonctions additionnelles des déformations principales) α_c et α_t varient entre 0 et 1, tel que :

$$\alpha_c + \alpha_t = 1$$

Leurs valeurs sont exprimées par les relations suivantes :

$$\alpha_t = \sum_{i=1}^3 \left[H_i \frac{\varepsilon_i^t (\varepsilon_i^c + \varepsilon_i^t)}{\bar{\varepsilon}^2} \right]^\beta \quad \text{et} \quad \alpha_c = \sum_{i=1}^3 \left[H_i \frac{\varepsilon_i^c (\varepsilon_i^c + \varepsilon_i^t)}{\bar{\varepsilon}^2} \right]^\beta$$

$$H_i = 1 \text{ si } \varepsilon_i = \varepsilon_i^t + \varepsilon_i^c \geq 0 \text{ sinon } H_i = 0$$

Les valeurs de α_c et α_t sont répertoriées dans le tableau suivant:

Tab. II.3. Valeurs des coefficients α_c et α_t .

Cas	Conditions	α_t	α_c
1 ^{er} cas : $\begin{cases} \sigma_1 > 0 \\ \sigma_2 < 0 \end{cases}$	Si $ \sigma_1 > \sigma_2 $ Sinon	$\alpha_t = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1}$ $\alpha_t = 1 - \alpha_c$	$\alpha_c = 1 - \alpha_t$ $\alpha_c = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2}$
2 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 < 0 \\ \sigma_2 > 0 \end{cases}$	Si $ \sigma_1 > \sigma_2 $ Sinon	$\alpha_t = 1 - \alpha_c$ $\alpha_t = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_2}$	$\alpha_c = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1}$ $\alpha_c = 1 - \alpha_t$
3 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 > 0 \\ \sigma_2 > 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 1$	$\alpha_c = 0$
4 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 < 0 \\ \sigma_2 < 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 0$	$\alpha_c = 1$
5 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 > 0 \\ \sigma_2 = 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 1$	$\alpha_c = 0$
6 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 < 0 \\ \sigma_2 = 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 0$	$\alpha_c = 1$
7 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 < 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 0$	$\alpha_c = 1$
8 ^{ème} cas : $\begin{cases} \sigma_1 = 0 \\ \sigma_2 > 0 \end{cases}$		$\alpha_t = 1$	$\alpha_c = 0$
9 ^{ème} : $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$		$\alpha_t = 0.5$	$\alpha_c = 0.5$

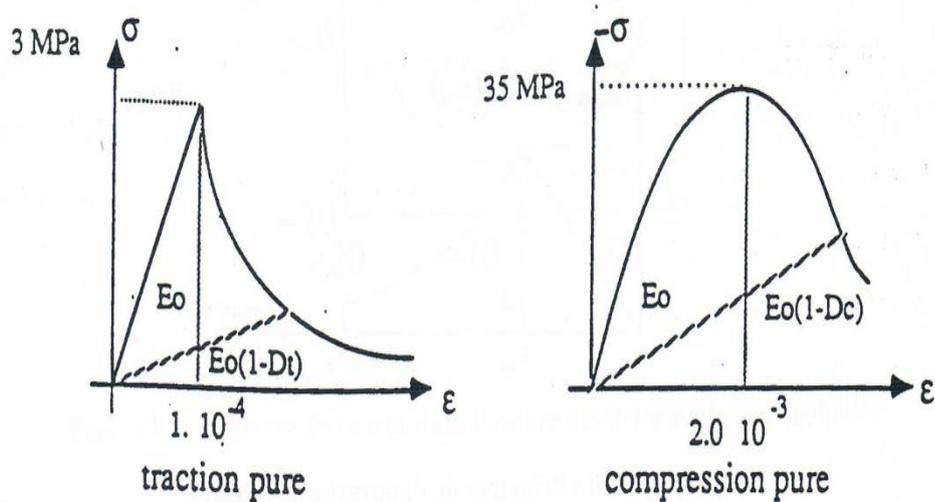


Fig. II.6. Lois de comportement élémentaires en traction et en compression [35]

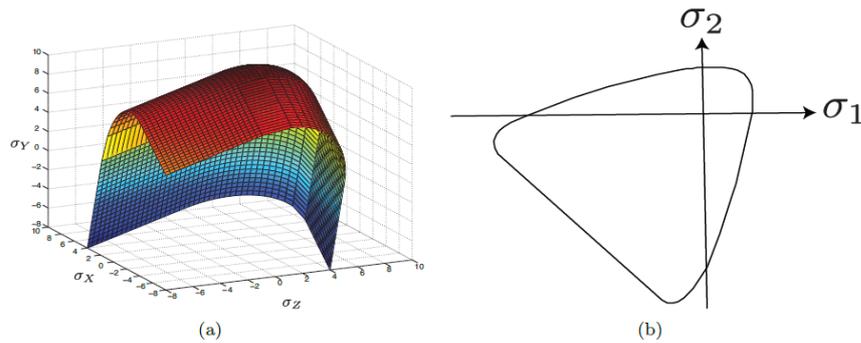


Fig. II.7. Critère de MAZARS : (a) Surface seuil dans l'espace des contraintes ; (b) Trace dans le plan $\sigma_3 = 0$

II.5.2. Approche non locale

Le modèle de MAZARS présente une loi adoucissante, par conséquent cela pose des problèmes de localisation des déformations. L'hétérogénéité microstructurale du béton provoque des interactions à distance entre les fissures formées sous charge. Ainsi, les déformations se localisent dans une bande mince, appelée bande de localisation, pour former les macrofissures. L'état des contraintes en un point matériel ne peut plus être uniquement décrit par les caractéristiques au point mais doit aussi prendre en considération son environnement. L'échelle de la fissuration et la largeur de la bande de localisation dans le modèle local, ne sont nullement indiquées ni précisées. Par conséquent, la largeur de la bande de localisation devient alors nulle. Ceci aboutit à un comportement mécanique avec rupture sans dissipation d'énergie, physiquement inacceptable.

L'approche non locale est introduite pour des raisons purement physiques ; elle considère la valeur effective d'une variable en un point x comme la moyenne pondérée de cette même variable calculée sur un voisinage du point x , et l'approche par gradients qui consiste à introduire le gradient d'une variable comme une variable supplémentaire du modèle (FREMONT et al. 1995). Ces techniques éliminent la dépendance du maillage, en augmentant toutefois le temps de calcul. Les approches non locales ont été, à l'origine, conçues et étudiées pour des matériaux élastiques. Nous considérons dans ce travail le cas d'un endommagement isotrope.

La théorie non locale de l'endommagement a été introduite par BAZANT et PIAUDIER-CABOT (1987-1988) [51]. Cette formulation utilise une approche non locale qui prend en considération l'effet non-local en couplant directement la

variable d'endommagement à la déformation équivalente non-locale $\bar{\varepsilon}$. Cette déformation est une moyenne pondérée des déformations équivalentes locales $\tilde{\varepsilon}$ (équation II.55) dans un volume V au voisinage du point où la loi de comportement est calculée. Le volume V est supposé fixe et isotrope sur tout le domaine de la structure étudiée. La déformation équivalente non locale $\bar{\varepsilon}$ est calculée selon l'équation :

$$\bar{\varepsilon}(x) = \frac{1}{V_r(x)} \int_{\Omega} \psi(x-s) \tilde{\varepsilon}(s) ds \quad (\text{II.59})$$

Avec

$$V_r(x) = \int_{\Omega} \psi(x-s) ds \quad (\text{II.60})$$

$$\psi(x-s) = \exp\left(-\frac{4\|x-s\|^2}{l_c^2}\right) \quad (\text{II.61})$$

V est le volume représentatif au point x de la structure, $\tilde{\varepsilon}$ est la déformation équivalente au point s , et $\psi(x-s)$ est une fonction de pondération normalisée. l_c représente la longueur interne du milieu non-continu (traditionnellement estimée à trois fois la taille du plus gros agrégat). La valeur $\bar{\varepsilon}$ qui est considérée comme la déformation équivalente non-locale, elle contrôle l'évolution du dommage selon les conditions suivantes. La fonction seuil s'écrit alors

$$f(\bar{\varepsilon}, k) = \bar{\varepsilon} - \kappa \quad (\text{II.62})$$

$$\text{Si } f(\bar{\varepsilon}) = 0 \text{ et } \dot{f}(\bar{\varepsilon}) = 0 \text{ alors } \begin{cases} D = h(k) \\ k = \bar{\varepsilon} \end{cases} \text{ avec la condition } \dot{D} \geq 0 \text{ sinon } \begin{cases} \dot{D} = 0 \\ \dot{k} = 0 \end{cases}$$

II.5.3. Modèle PONTIROLI-ROUQUAND-MAZARS (PRM)

Basé sur le modèle développé par MAZARS (1984), le modèle PRM est un modèle d'endommagement qui permet de décrire précisément les comportements en traction et compression (Fig. II.8.). En s'appuyant sur des résultats expérimentaux d'essais cycliques de traction compression, le modèle prend en compte la dissymétrie

du comportement du béton. Il permet de reproduire les endommagements de traction, de compression, les changements de raideur lors des passages d'une sollicitation à l'autre. PONTIROLI (1995) [52] présente l'idée générale de ce modèle par la relation unidimensionnelle :

$$(\sigma - \sigma_{ft}) = E_0(1 - D)(\varepsilon - \varepsilon_{ft}) \quad (\text{II. 63})$$

Où E_0 est le module de Young, σ_{ft} définit la contrainte de fermeture des fissures (voir figure II.8.), ε_{ft} correspond à la déformation permanente due à σ_{ft} . Enfin D est la variable d'endommagement qui dépend des endommagements de compression D_c et de tension D_t (Eq. (II-57)) dont l'évolution est liée à l'évolution de la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}$ obtenue à partir des déformations principales positives $\langle \varepsilon_i \rangle_+$.

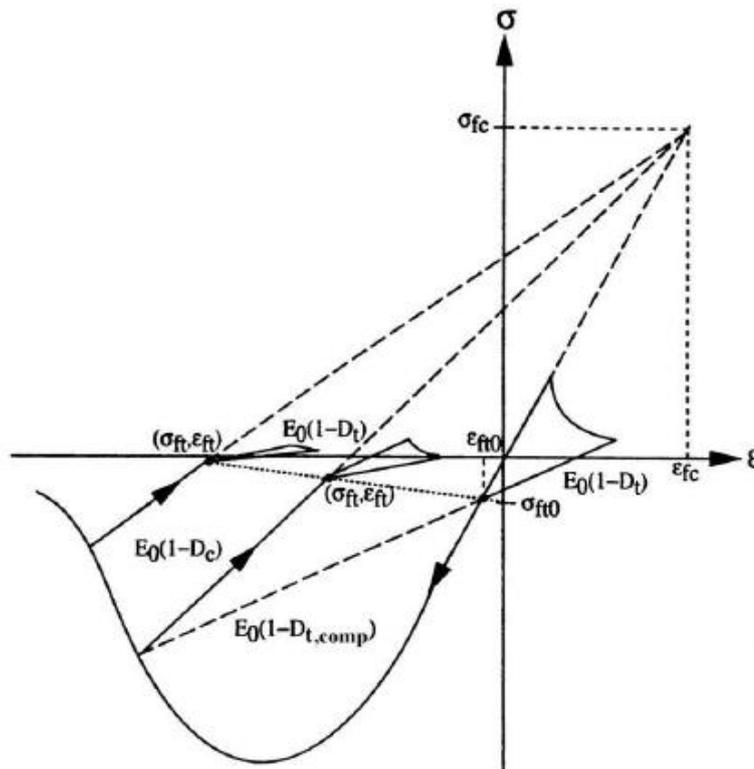


Fig. II.8. Principe du modèle PRM illustré en 1D [52]

Des effets de frottements internes qui peuvent être à l'origine de boucles d'hystérésis lors de cycles de charge-décharge ont été inclus dans le modèle PRM. De plus, la dépendance des comportements à la vitesse de déformation est prise en compte dans la modélisation par l'utilisation de DIF calculés de la manière suivante :

$$DIF_{Comp}^{PRM} = \min(1 + a_c \dot{\varepsilon}^{b_c}; 2.50) \text{ en compression}$$

$$DIF_{Traction}^{PRM} = \min(\max(1 + a_t \dot{\varepsilon}^{b_t}; 0.9 \dot{\varepsilon}^{0.46}); 10) \text{ en Traction}$$

Avec a_c, a_t, b_c et b_t des paramètres du matériau et $\dot{\varepsilon} = (\varepsilon_{oct}^2 + 0.25 \dot{\gamma}_{oct}^2)^{1/2}$ où

$$\varepsilon_{oct} = \frac{1}{3} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \quad (\text{II. 64})$$

$$\gamma_{oct} = \frac{1}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2} \quad (\text{II. 65})$$

II.6. Conclusion

Nous venons dans ce chapitre de développer quelques approches qui nous permettent de modéliser le comportement du matériau. Parmi ces approches, la thermodynamique des milieux continus qui présente un cadre idéal pour la modélisation du comportement des milieux continus et des structures. Elle nous permet de définir les lois de comportement d'un milieu continu et une bonne compréhension des phénomènes physiques. Nous avons présenté les principes de la thermodynamique élémentaire auxquels nous nous intéresserons dans le cadre de cette thèse et seront exploités en tenant compte des aspects dynamiques mais pas thermiques. Nous avons exposé quelques modèles adaptés aux cas dynamique, appliqués aux matériaux fragiles ou quasi-fragiles tel que le béton.

II.7. Références bibliographiques

- [1] ERZAR B. Ecaillage, caractérisation et comportement en traction dynamique de bétons sous impact: approches expérimentales et modélisation, Thèse de doctorat, Université-Metz, France, 2010.
- [2] HERVE G., GATUINGT F. Simulation numérique de l'endommagement de dalles en béton et béton armé impactées par un réacteur d'avion idéalisé. LMT, ENS Cachan, France, 2002.
- [3] CALAYIR, Y., KARATON, M., Seismic fracture analysis of concrete gravity dams including dam-reservoir interaction. Computers and Structures 83 1595–1606, 2005.

- [4] CALAYIR, Y., KARATON, M., 2005. A continuum damage concrete model for earthquake analysis of concrete gravity dam–reservoir systems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25 857–869, 2005.
- [5] GUANGLUN W., PEKAUB O.A., CHUHANA Z., Wang SHAOMIN W. Seismic fracture analysis of concrete gravity dams based on nonlinear fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics* 65 67±87, 2000
- [6] GHAEMIAN M., GHOBARAH A. Nonlinear seismic response of concrete gravity dams with dam–reservoir interaction. *Engineering Structures* 21 306–315, 1999.
- [7] JAVANMARDI F., LÉGER P., TINAWI R. Seismic structural stability of concrete gravity dams considering transient uplift pressures in cracks, *Engineering Structures*, 27 pp. 616–628, 2005.
- [8] JIANWEN P., CHUHANN Z., YANJIE X., FENG J. A comparative study of the different procedures for seismic cracking analysis of concrete dams *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 31 pp.1594–1606, 2011.
- [9] OMIDI O., VALLIAPPAN S., LOTFI V. Seismic cracking of concrete gravity dams by plastic–damage model using different damping mechanisms. *Finite Elements in Analysis and Design* 63 pp. 80–97, 2013.
- [10] PEKAU O.A., YUZHU C. Failure analysis of fractured dams during earthquakes by DEM. *Engineering Structures* 26 pp. 1483–1502, 2004.
- [11] MAO M., TAYLOR C.A. Non-linear cracking analysis of medium-height concrete gravity dams. *Computers and structures*. Vol. 64, No. 5/6, pp. 1197-1204, 1997.
- [12] TOUTLEMONDE F., Résistance au choc des structures en béton, Thèse de Doctorat, École National des Ponts et Chaussées, 1994.
- [13] WANG G., ZHANG S. Damage prediction of concrete gravity dams subjected to underwater explosion shock loading. *Engineering Failure Analysis* 39 pp.72–91, 2014.
- [14] BRARA A., CAMBORDE F., KLEPACZKO J.R., MARIOTTI C., Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. *Mech. Mat.* 33:33-45, 2001.
- [15] GATUINGT F. Prévission De La Rupture Des Ouvrages En Béton Sollicites En Dynamique Rapide. Thèse de doctorat. ENS de CACHAN, France, 1999.
- [16] KLEPACZKO R.J., BRARA A., An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. *International journal of impact engineering*. Volume 25, Issue 4, pp. 387-409, 2001.
- [17] ANDRIEUX S., Un modèle de matériau microfissuré - application aux roches et aux bétons. Thèse de Docteur Ingénieur - ENPC –Paris, 1983.

- [18] GAO W.X., The Response and Damage Model of Rocks under Dynamic Loading. Department of Engineering Safety, Beijing Institute of Technology, Beijing, in Chinese, 1999.
- [19] MURAKAMI S., KAMIYA K., Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 39, No. 4, pp. 473–486. 1997.
- [20] HALM, D. et DRAGON, A. An anisotropic model of damage and frictional sliding for brittle materials. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, Vol. 17, No. 3, pp. 439–460., 1998.
- [21] Hayakawa, K., Murakami, S. & Liu, Y. An irreversible thermodynamics theory for elastic-plastic-damage materials. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, Vol. 17, No. 1, pp. 13–32., 1998.
- [22] CHALLAMEL, N., LANOS, C. & CASANDJIAN, C. Strain-based anisotropic damage modelling and unilateral effects. *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 47, No. 3, pp. 459–473., 2005.
- [23] TANG X.S., JIANG C.P., ZHENG J .L., General expressions of constitutive equations for isotropic elastic damaged materials. *Appl. Math. Mech.*, 22(12), 1468-1475., 2001.
- [24] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement. *Journal de mécanique appliquée* 2, pp 317-365, 1978.
- [25] LEMAITRE J., CHABOCHE J.-L. *Mechanics of solid materials*, Cambridge University Press, Cambridge 1990. French edition: Dunod, Paris 1985.
- [26] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, Paris, France, 1985.
- [27] GERMAIN P. *Cours de mécanique des milieux continus*, Ed Masson, Paris, 1973.
- [28] MURAKAMI, S., Mechanical modeling of material damage. *J. Appl. Mech.* 55, 280–286., 1988.
- [29] SAANOUNI, K., FORSTER, C., BENHATIRA, F., On the anelastic flow with damage. *Int. J. Damage Mech* 3, 141–169. 1994.
- [30] CORDEBOIS J.P., SIDOROFF F. Anisotropie élastique induite par endommagement. *Proc. Colloque mécanique des solides anisotropes*, pp. 761-774, 1979.
- [31] HAIDAR K. Modélisation de l'endommagement des structures en béton – Approches numériques et effet de la microstructure sur les propriétés de rupture. Thèse de doctorat. EC de Nantes, France, 2002.

- [32] NEDJAR B. Mécanique de l'endommagement. Théorie du premier gradient et application au béton. Thèse de doctorat. ENPC de Paris, France, 1995.
- [33] KACHANOV L.M. Time of the rupture process under creep conditions, *Izv. Akad. Nauk. S.S.R. Otd. Tekh. Nauk.* 8 (1958) 26–31, 1958.
- [34] ROBOTNOV Y. N., *Creep Problems in Structural Members*. Amsterdam: North-Holland, 1969.
- [35] MAZARS J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, université Pierre et Marie curie – C.N.R.S, Paris, France, 1984.
- [36] MURAKAMI S., OHNO N., A Constitutive Equation of Creep Damage In Polycrystalline Metal. IUTAM Colloquium EUROMECH 111 ,MARIENBAD, 1978.
- [37] MURAKAMI S., OHNO N., A continuum theory of creep and creep damage. In *Creep in Structures*, 3rd IUTAM Symposium, ed. A. R. S. Ponter and D. R. Hayhurst. Berlin, Germany: Springer-Verlag, pp. 422–44., 1981.
- [38] LEMAITRE J. A Course on damage mechanics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996.
- [39] LEMAITRE J., MAZARS J. Application de la théorie de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. *Annales de l'ITBTP* n° 401, 1982.
- [40] VAKULENKO A.A., KACHANOV M.L., Continuum Theory of Cracked Media. *Mekh. Tverdogo Tela*, Vol. 6, pp. 159-1 66. 1971.
- [41] SIDOROFF F., Description of Anisotropic Damage Application to Elasticity. In *IUTAM Colloquium on Physical Nonlinearities in Structural Analysis*, pp. 237- 244, Springer-Verlag, Berlin, 1981.
- [42] RISTINMAA M., OTTOSEN N. S., Viscoplasticity based on an additive split of the conjugated forces. *European Journal of Mechanics – A/Solids*, Vol. 17, No. 2, pp. 207–235. 1998.
- [43] SANTAJOJA, K., *Lecture notes on thermomechanics*. Espoo, Finland: Helsinki University of Technology. 189 p. (Helsinki University of Technology, Laboratory for Mechanics of Materials ; 32. ISBN 951-22-5737-8., 2001.
- [44] OLSSON M., RISTINMAA M., Damage Evolution in Elasto-Plastic Materials – Material Response Due to Different Concepts. *International Journal of Damage Mechanics*, Vol. 12, No. 2, pp. 115–139., 2003.

- [45] CHABOCHE J.-L. Le concept de la contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. Proc. Colloque Euromech 115, Comportement mécanique des solides anisotropes, J.P. BOEHLER ed. Martinus NIJHOFF, The Netherlands, June, pp. 737-760, 1978.
- [46] KRAJČINOVIC D., FONSEKA G.U. The continuous damage theory of brittle material. Journal of applied Mechanics, Vol. 48, pp. 809-815, 1981.
- [47] DAVIDSON L., STEVENS A.L., Thermomechanical Constitution of Spalling Elastic Bodies". Journal of Applied Physics; Vol. 44, pp. 667-674., 1973.
- [48] BAZANT Z.P., KIM S.S., Plastic Fracturing theory for concrete. Journal of the Eng. Mech. Div. -ASCE- Vol 105 n^o EM3 -JUIN, 1979.
- [49] SIMO J.C., JU J.W. Strain and stress-based continuum damage models, parts I and II, Int Journal of solids and structures, 23 (7), pp. 821-869, 1987.
- [50] CHABOCHE J.-L. Modeling of ratcheting: evaluation of various approaches, Eur. J. Mech., A/Solids, 13, pp. 501 – 518, 1994.
- [51] PIJAUDIER-CABOT G., BAZANT Z.P. Dynamic stability analysis with nonlocal damage. Computers & Structures, Volume 29, Issue 3, Pages 503-507, 1988.
- [52] PONTIROLI C. Comportement au soufflé des structures en béton armé : analyse expérimentale et modélisation. Thèse de Doctorat, LMT, Cachan, France, 1995.

ANALYSE DYNAMIQUE APPLIQUEE AUX MATERIAUX QUASI-FRAGILES

Chapitre III

Dans ce chapitre que nous allons développer, d'abord : la méthode des différences centrée une méthode dite explicite, une méthode des plus utilisée dans la méthode des éléments finis pour la résolution des systèmes linéaires et non linéaires. Ensuite, nous détaillerons en se basant sur le principe des travaux virtuels, l'équation du mouvement en la discrétisant. Nous expliquerons enfin comment que le modèle d'endommagement a été implanté dans cette équation.

III.1. Introduction

L'intérêt majeur de cette étude est de pouvoir connaître les réponses des structures lorsque celles-ci sont soumises à des chargements de type dynamique telle une excitation sismique et de prédire les endommagements que celles-ci subissent. Dans ce sens plusieurs travaux ont été effectués sur des structures soumises à des sollicitations en dynamique rapide, qu'il s'agit de compression dynamique sur les barres de Hopkinson sur des micro-bétons [1-6] ou en traction dynamique [3, 4,7-9] ou encore sous compression de confinement que nous pouvons qualifier d'essais triaxiaux [2, 10-13] aussi des travaux ont été effectués sur des structures tel que des dalles en béton armé impactées par des projectiles [14, 15] ou par choc [16]. Les travaux qui nous intéresseront le plus dans cette thèse sont ceux effectués sur des structures tel que les barrages soumis à des excitations sismiques et prédire les endommagements subit par ces derniers [17-23], ajouter à ces travaux des structures de type bâtiment [24-26]. Ces charges dynamiques qui, contrairement aux charges statiques, varient dans le temps. Elles engendrent des déplacements, des forces internes, des réactions et des contraintes qui dépendent du temps. L'unique solution n'existe pas tel pour un problème statique, mais une multitude de solutions à chaque instant. Dans un problème dynamique, il faut établir les solutions successives dans le temps des déplacements — collectivement appelées *réponse dynamique* — avant d'identifier les valeurs maximales des forces, des réactions ou des contraintes qui seront utilisées soit pour un dimensionnement ou une vérification. On peut donc dire que l'analyse dynamique d'une structure se distingue de l'analyse statique par le facteur temps. Mais en réalité ce n'est pas vrai, car une charge n'est jamais appliquée totalement de manière statique, de plus, les effets d'une charge statique peuvent varier dans le temps à cause des propriétés viscoélastiques des matériaux (fluage, retrait, relaxation, etc.). En réalité, la différence qui existe entre un problème statique et un problème dynamique n'est pas la variation temporelle de la charge ou de la réponse de la structure mais plutôt l'effet importance des forces d'inertie $f_I(t)$, ces forces qui résistent au mouvement engendré par le chargement dynamique appliqué $p(t)$ [27, 28]. L'effet dynamique prédomine dans le cas où les forces d'inertie sont supérieures par rapport aux charges totales soumises. Si les charges dynamiques

appliquées sont minimales alors, elles engendrent de faibles forces d'inertie, dans ce cas de figure le problème devient un problème de type statique.

Dans ce chapitre que nous allons d'abord : exposer la méthode des différences centrées une méthode dite explicite, cette méthode est l'une des plus utilisées dans la méthode des éléments finis pour la résolution de systèmes linéaires et non linéaires. Ensuite, nous détaillerons en se basant sur le principe des travaux virtuels, l'équation du mouvement en la discrétisant. Nous expliquerons enfin comment que le modèle d'endommagement a été implanté dans cette équation.

III.2. Méthode des différences centrées [27, 29]

La méthode des différences centrées est basée sur des approximations de la vitesse et de l'accélération par des quotients de différences finies des valeurs connues des déplacements à intervalles de temps réguliers (voir figure III.1).

Soit Δt l'intervalle de temps, les déplacements à $t_{n-1/2} = (n - \frac{1}{2})\Delta t$ et $t_{n+1/2} = (n + \frac{1}{2})\Delta t$ peuvent s'exprimer par :

$$u_{n-1/2} = \frac{u_{n-1} + u_n}{2}, \quad u_{n+1/2} = \frac{u_n + u_{n+1}}{2} \quad (\text{III. 1})$$

La vitesse à mi-chemin de ces temps peut s'exprimer par le quotient de différences finies suivant

$$\dot{u}_n = \frac{u_{n+1/2} - u_{n-1/2}}{\Delta t} \quad (\text{III. 2})$$

d'où, en tenant compte des équations (III.1), nous obtenons l'expression de la vitesse au temps t_n

$$\dot{u}_n = \frac{1}{2\Delta t} (u_{n+1} - u_{n-1}) \quad (\text{III. 3})$$

Pour calculer l'accélération, nous déterminons d'abord la vitesse à $t_{n-1/2}$ et à $t_{n+1/2}$, les milieux des deux intervalles successifs. De manière similaire à (III.3), nous avons

$$\dot{u}_{n-1/2} = \frac{u_n - u_{n-1}}{\Delta t}, \quad \dot{u}_{n+1/2} = \frac{u_{n+1} - u_n}{\Delta t} \quad (\text{III. 4})$$

L'accélération à mi-chemin de ces temps peut s'exprimer par le quotient de différences finies suivant

$$\ddot{u}_n = \frac{\dot{u}_{n+1/2} - \dot{u}_{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{n+1} - u_n) - \frac{1}{\Delta t^2}(u_n - u_{n-1}) \quad (\text{III. 5})$$

D'où nous obtenons l'expression de l'accélération à t_n

$$\ddot{u}_n = \frac{1}{\Delta t^2}(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}) \quad (\text{III. 6})$$

En substituant les équations (III.3) et (III.6) dans l'équation d'équilibre dynamique afin d'obtenir la solution au temps t_{n+1} . Nous avons

$$\left(\frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{2\Delta t}\right)u_{n+1} = p_n - \left(\frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2\Delta t}\right)u_{n-1} - \left(k - \frac{2m}{\Delta t^2}\right)u_n \quad (\text{III. 7})$$

Que nous pouvons écrire

$$\hat{k}u_{n+1} = \hat{p}_n \quad (\text{III. 8})$$

Où

$$\hat{k} = \frac{m}{\Delta t^2} + \frac{c}{2\Delta t} \quad (\text{III. 9})$$

Et

$$\hat{p}_n = p_n - \left(\frac{m}{\Delta t^2} - \frac{c}{2\Delta t}\right)u_{n-1} - \left(k - \frac{2m}{\Delta t^2}\right)u_n \quad (\text{III. 10})$$

Le déplacement au temps t_{n+1} est simplement

$$u_{n+1} = \frac{\hat{p}_n}{\hat{k}} \quad (\text{III. 11})$$

Où l'on voit que le déplacement au temps t_{n+1} est obtenu de l'équation du mouvement exprimée au temps t_n et ne dépend que de l'état du système aux temps précédents. On dit que cette méthode est explicite. Nous observons aussi que le calcul du déplacement u_{n+1} au temps t_{n+1} fait appel aux déplacements u_{n-1} et u_n . Nous devons donc utiliser une procédure de départ pour calculer le déplacement à la fin du premier pas de temps Δt . Explicitons u_{n-1} des équations III.3 et III.6

$$u_{n-1} = u_n - \Delta t \dot{u}_n + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_n \quad (\text{III. 12})$$

Remplaçons $u(0) = u_0, \dot{u}(0) = \dot{u}_0$ et $\ddot{u}(0) = \ddot{u}_0$ au temps $t = 0$ dans l'équation III.12 pour obtenir l'expression du déplacement au temps $t_{-1} = -\Delta t$

$$u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{u}_0 \quad (\text{III. 13})$$

La méthode des différences centrées est conditionnellement stable et exige l'utilisation d'un pas de temps très petit sinon les déplacements augmentent rapidement à l'infini. Le pas de temps doit être plus petit qu'un pas de temps critique Δt_{cr} dont l'expression est donnée par

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{T}{\pi} = 0.3183 T \quad (\text{III. 14})$$

Où T est la période naturelle du système élémentaire. Pour assurer une précision adéquate en dynamique rapide, un pas de temps $\Delta t \leq \frac{T}{20}$ devra être souvent utilisé.

L'algorithme de calcul de la réponse d'un système élémentaire linéaire par intégration numérique par la méthode des différences centrées est présenté dans le tableau III.1.

Tab. III.1. *Algorithme d'intégration par la méthode des différences finies.*

Initiation des variables

1. Conditions initiales : données u_0, \dot{u}_0 ; calcul de $\ddot{u}_0 = (p_0 - c\dot{u}_0 - ku_0)/m$
2. Choix du pas d'intégration $\Delta t, \Delta t \leq \Delta t_{cr} = T/\pi$

Calcul préliminaires

1. Calcul des constantes d'intégration

$$a_0 = \frac{1}{\Delta t^2}; a_1 = \frac{1}{2\Delta t}; a_2 = \frac{2}{\Delta t^2}; a_3 = \frac{\Delta t^2}{2}$$

2. Calcul du déplacement u_{-1} à t_{-1} : $u_{-1} = u_0 - \Delta t\dot{u}_0 + a_3\ddot{u}_0$
3. Calcul de la rigidité effective \hat{k} : $\hat{k} = a_0m + a_1c$

Intégration pas à pas : pour $n = 0, 1, 2, \dots, t_d/\Delta t$

1. Incrémentation du temps : $t_n = t_{n-1} + \Delta t = n\Delta t, t_0 = 0$
 2. Calcul de la force effective \hat{p}_n au temps t_n :

$$\hat{p}_n = p_n - (a_0m - a_1c)u_{n-1} - (k - a_2m)u_n$$
 3. Calcul du déplacement au temps t_{n+1} : $u_{n+1} = \hat{p}_n/\hat{k}$
 4. Si nécessaire, calcul de l'accélération et de la vitesse au temps t_n :

$$\ddot{u}_n = a_0(u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}); \dot{u}_n = a_1(u_{n+1} - u_{n-1})$$
-

III.3. Intégration temporelle des systèmes non linéaires

III.3.1. Méthode explicite des différences centrées

Nous présenterons la méthode explicite des différences centrées, car c'est la méthode que nous avons adoptée pour la résolution de l'équation du mouvement. Le choix de cette méthode est dicté par le fait que cette méthode est l'une des plus utilisées dans les programmes en éléments finis. Cette méthode est en général associée à un pas de temps variable. Mais dans notre programme de calcul, nous avons opté pour un pas de temps constant et l'algorithme présenté ci-dessous est à pas de temps constant. Sachant que cette méthode n'est économique que dans les problèmes où la matrice masse est diagonale et l'amortissement visqueux est

négligeable. Par conséquent, la mise à jour du vecteur des vitesses et du vecteur des déplacements nodaux peut se faire sans résoudre un système d'équations. Il n'est pas utile d'utiliser la forme incrémentale dans ce cas. De plus, puisque le pas de temps est nécessairement très petit, on n'a recours à un algorithme de réduction de l'erreur comme par exemple dans les méthodes de Newmark.

Nous prendrons un cas particulier pour une matrice de masse diagonale et une matrice d'amortissement nulle, la résolution de l'équation III.8 est triviale et s'écrit :

$$(u_i)_{n+1} = \left(\frac{\Delta t^2}{m_{ii}}\right)(\hat{p}_i)_n \quad (\text{III.15})$$

Où

$$(\hat{p}_i)_n = (p_i)_n - (f_{Si})_n - \frac{1}{\Delta t^2} m_{ii}(u_i)_{n-1} + \frac{2}{\Delta t^2} m_{ii}(u_i)_n \quad (\text{III.16})$$

Nous avons supposé auparavant que le pas de temps devrait être inférieur au pas de temps critique

$$\Delta t \leq \Delta t_{cr} = \frac{T}{\pi} \quad (\text{III.17})$$

Rappelons que ce critère est lié à une longueur caractéristique de l'élément fini le plus adverse – généralement le plus petit, le plus court pour les éléments à une dimension, ou le plus rigide. Le pas de temps critique pour la méthode des différences centrées pour un élément fini barre à deux nœuds avec une matrice de masse concentrée est donnée par l'équation :

$$\Delta t_{cr} = \frac{2}{w_{conc}^{(e)}} = \frac{L}{c} \quad (\text{III.18})$$

Où L est la longueur de l'élément et c est la célérité des ondes élastiques dans la barre. Δt_{cr} dans l'équation III.18 peut être interprété comme le temps requis par une onde pour traverser la barre.

L'efficacité de la méthode explicite des différences centrées est donc compromise si le maillage d'éléments finis possède des éléments très petits ou très rigides. Mais des

techniques existent pour contourner ce problème [30] : (1) augmentation de la masse des très petits éléments (en anglais *mass scaling*) afin d'empêcher que le pas de temps ne soit réduit par ces petits éléments et (2) intégration avec des pas de temps différents sur différentes parties du système [30] (en anglais *subcycling*). L'augmentation de la masse ne doit être utilisée que dans les problèmes quasi-statiques pour lesquels les hautes fréquences ne sont pas importantes.

Nous présenterons dans ce qui va suivre un algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires avec une matrice de masse diagonale et une matrice d'amortissement nulle.

Tab. III.2. *algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires avec une matrice de masse diagonale et une matrice d'amortissement nulle.*

Initiation des variables

1. Conditions initiales : données à $t = 0$: u_0, \dot{u}_0
2. Calcul du vecteur des forces internes $(f_S)_0$: $A_e f_0^{(e)}$

$$\ddot{u}_0 = M_d^{-1}(p_0 - f_{S0})$$
3. Choix du pas d'intégration Δt , $\Delta t \leq \Delta t_{cr} = T/\pi$

Calcul préliminaires

1. Calcul des constantes d'intégration

$$a_0 = \frac{1}{\Delta t^2}; a_1 = \frac{1}{2\Delta t}; a_2 = \frac{2}{\Delta t^2}; a_3 = \frac{\Delta t^2}{2}$$
2. Calcul du déplacement u_{-1} à t_{-1} : $u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + a_3 \ddot{u}_0$

Intégration pas à pas : pour $n = 0, 1, 2, \dots, t_d/\Delta t$

1. Incrémentation du temps : $t_{n+1} = t_n + \Delta t = (n + 1)\Delta t$, $t_0 = 0$
 2. Calcul vecteur de la force effective \hat{p}_n au temps t_n :

$$\hat{p}_n = p_n - f_{Sn} - a_0 M_d u_{n-1} + a_2 M_d u_n$$
 3. Calcul du vecteur des déplacements au temps t_{n+1}

$$u_{n+1} = [a_0 M_d]^{-1} \hat{p}_n$$
 4. Calcul du vecteur des forces internes f_{Sn+1} au temps t_{n+1} : $f_{Sn+1} = A_e f_{n+1}^{(e)}$
 5. Calcul de l'accélération et de la vitesse au temps t_n si nécessaire :

$$\ddot{u}_n = a_0(u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1});$$

$$\dot{u}_n = a_1(u_{n+1} - u_{n-1})$$
-

Dans cet algorithme M_d est la matrice masse diagonale. La plus part des calculs sont réalisés avec des scalaires bien que la notation de matricielle soit utilisée, ainsi toutes les opérations sur les vecteurs se font rapidement élément par élément, comme pour une addition ou une soustraction, car la matrice masse est diagonale. L'algorithme présenté est à pas de temps constant même si le pas de temps critique peut changer durant l'analyse pour des systèmes non linéaires raidissants.

III.4. Equations d'équilibre en dynamique

Pour un système mécanique en dynamique, le principe des travaux virtuels nous permet d'écrire les équations d'équilibre suivantes à l'instant t_n le comportement du système [31, 32].

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon_n]^T \sigma_n d\Omega - \int_{\Omega} [\delta u_n]^T [b_n - \rho_n \ddot{u}_n - c_n \dot{u}_n] d\Omega - \int_{\Gamma_t} [\delta u_n]^T t_n d\Gamma = 0 \quad (\text{III.19})$$

Où δu_n est le vecteur des déplacements virtuels, $\delta \varepsilon_n$ est le vecteur associé des déformations virtuelles, b_n le vecteur des forces internes, t_n le vecteur des forces de traction surfaciques, σ_n le vecteur de contraintes, ρ_n la densité de masse et c_n est le paramètre d'amortissement. Le domaine du système Ω possède deux limites : Γ_t conditions aux limites des forces de traction t_n et Γ_u conditions aux limites où les déplacements u_n sont spécifiés.

III.4.1. Problème de contraintes planes [31, 33]

Si nous considérons un problème de contrainte plane, tel pour, une plaque mince qui est soumise à un chargement dans le plan xy qui est le plan de la structure. L'épaisseur de la plaque est considérée faible par rapport aux autres dimensions du plan donc, σ_z, τ_{xz} et τ_{yz} sont considérées négligeables. Ainsi, les déplacements peuvent être exprimés en

$$\mathbf{u} = [u, v]^T \quad (\text{III.20})$$

u et v sont les composantes du vecteur déplacement dans la direction x et y du plan respectivement.

Les composantes du vecteur des déformations sont données par l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (\text{III.21})$$

Pour de petits déplacements les déformations sont exprimées par :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} ; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (\text{III.22})$$

L'expression des déformations tangentielles sont exprimées par :

$$\tau_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (\text{III.23})$$

Le vecteur des déplacements virtuels est le suivant :

$$\delta \mathbf{u} = [\delta u, \delta v]^T \quad (\text{III.24})$$

Et le vecteur des déformations virtuelles associé est :

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\delta(\partial u)}{\partial x}, \frac{\delta(\partial v)}{\partial y}, \frac{\delta(\partial u)}{\partial y} + \frac{\delta(\partial v)}{\partial x} \right]^T \quad (\text{III.25})$$

La relation contrainte déformation peut être écrite selon l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{III.26})$$

Où

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T \quad (\text{III.27})$$

Sachant que σ_x et σ_y sont les composantes normales des contraintes, et τ_{xy} c'est la composante de contrainte tangentielle.

Dans un problème linéaire élastique contrainte-déformation, la matrice d'élasticité est :

$$D = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.28})$$

E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de poisson.

Le vecteur des forces de volume \mathbf{b} peut être écrit par l'expression :

$$\mathbf{b} = [b_x, b_y]^T \quad (\text{III.29})$$

Où

Les composantes b_x et b_y sont les forces de volume par unité de volume dans les directions x et y respectivement.

Le vecteur des forces surfaciques de traction \mathbf{t} peut être écrit par l'expression :

$$\mathbf{t} = [t_x, t_y]^T \quad (\text{III.30})$$

Où

Les composantes t_x et t_y sont les forces surfaciques de traction par unité de longueur dans les directions x et y respectivement.

L'élément de volume $d\Omega$ est :

$$d\Omega = e \, d_x d_y \quad (\text{III.31})$$

Où e est l'épaisseur de la plaque.

III.4.2. Problème de déformations planes [31, 33]

Dans un problème de déformations planes la normale à l'épaisseur dans un plan xy par exemple est très importante par rapport aux dimensions du plan xy . Le corps est soumis aux charges dans le plan xy uniquement. Les déplacements dans le sens de la direction z sont négligeables et les déplacements u et v dans le plan xy sont indépendants de z (cas d'un barrage).

Le vecteur des déplacements est :

$$\mathbf{u} = [u, v]^T \quad (\text{III.32})$$

Où

u et v sont les composantes du vecteur déplacement plan dans la direction x et y respectivement.

Les composantes du vecteur des déformations planes sont données dans l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]^T \quad (\text{III.33})$$

Où ε_x , ε_y et γ_{xy} ont la même signification que dans le cas d'un problème de contraintes planes.

Le vecteur des déplacements virtuels et celui des déformations virtuelles planes sont donnés respectivement :

$$\delta \mathbf{u} = [\delta u, \delta v]^T \quad (\text{III.34})$$

Et

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\delta(\partial u)}{\partial x}, \frac{\delta(\partial v)}{\partial y}, \frac{\delta(\partial u)}{\partial y} + \frac{\delta(\partial v)}{\partial x} \right]^T \quad (\text{III.35})$$

La relation contrainte-déformation est donnée dans l'expression suivante :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{III.36})$$

Où le vecteur des contraintes $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}]^T$ dont les composantes ont la même signification que celles dans le cas de problème de contraintes planes.

Pour un matériau linéaire élastique, la matrice constitutive dans la loi de comportement contrainte-déformation, la matrice \mathbf{D} est exprimée par :

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.37})$$

Notons que la contrainte normale au plan xy n'est pas nulle, elle est calculée par l'expression ci-après :

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{III.38})$$

S'agissant des forces de volume \mathbf{b} et des forces de traction \mathbf{t} , elles ont le même sens que celui dans un cas de problème de contraintes planes. L'élément de volume est exprimé par :

$$d\Omega = d_x d_y \quad (\text{III.39})$$

III.4.3. Problème axisymétrique [31, 33]

Dans le cas de solide tridimensionnel qui est symétrique par rapport à son axe médian (généralement l'axe z) dont le chargement est supposé le long de cet axe ainsi que les conditions aux limites, donc le comportement est indépendant des coordonnées circonférentielles θ .

Dans ce cas l'expression du vecteur des déplacements est :

$$\mathbf{u} = [u, w]^T \quad (\text{III.40})$$

Où

u et w sont les déplacements dans les directions r et z respectivement

Le vecteur des déformations est le suivant :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \varepsilon_z, \gamma_{rz}]^T \quad (\text{III.41})$$

Pour de petits déplacements, les déformations normales s'écrivent :

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{r}{\theta} \quad \text{et} \quad \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \quad (\text{III.42})$$

Les déformations tangentielles sont :

$$\gamma_{rz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r} \quad (\text{III.43})$$

Le vecteur des déplacements virtuels et celui des déformations virtuelles associées sont respectivement :

$$\delta \mathbf{u} = [\delta u, \delta w]^T \quad (\text{III.44})$$

Et

$$\delta \boldsymbol{\varepsilon} = \left[\frac{\partial(\delta u)}{\partial r}, \frac{\delta u}{r}, \frac{\partial(\delta w)}{\partial z}, \frac{\partial(\delta u)}{\partial z} + \frac{\partial(\delta w)}{\partial r} \right]^T \quad (\text{III.45})$$

La relation contrainte-déformation est :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{III.46})$$

Sachant que $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}]^T$, pour lesquelles σ_r, σ_θ et σ_z sont les contraintes normales dans les directions r, θ et z respectivement et τ_{rz} est la contrainte tangentielle dans le plan rz .

Pour un matériau linéaire élastique, les composantes de la matrice d'élasticité sont :

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 \\ 0 & \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{III.47})$$

Le vecteur des forces de volume s'exprime par :

$$\mathbf{b} = [b_r, b_z]^T \quad (\text{III.48})$$

Où b_r et b_z sont les forces de volume par unité de volume dans les directions r et z respectivement.

Les forces de surface de traction sont :

$$\mathbf{t} = [t_r, t_z]^T \quad (\text{III.49})$$

Où t_r et t_z sont les forces de traction par unité de surface dans les directions r et z respectivement.

L'élément de volume $d\Omega$ est :

$$d\Omega = 2\pi r \, d_x d_y \quad (\text{III.50})$$

Dans cette présente étude, le problème étant en déformations planes (cas d'un barrage poids), la structure sera soumise à une excitation dynamique de type sismique. Nous décortiquerons les éléments constituant l'équation du mouvement.

Pour l'équilibre d'un corps en mouvement, nous pouvons l'exprimer en utilisant le principe des travaux virtuels à l'instant t_n

Pour un système mécanique en mouvement, le principe des travaux virtuels nous permet d'écrire les équations d'équilibre suivantes à l'instant t_n du comportement du système [31, 34].

$$\int_{\Omega} [\delta \varepsilon_n]^T \sigma_n d\Omega - \int_{\Omega} [\delta u_n]^T [b_n - \rho_n \ddot{u}_n - c_n \dot{u}_n] d\Omega - \int_{\Gamma_t} [\delta u_n]^T t_n d\Gamma = 0 \quad (\text{III.51})$$

Où δu_n est le vecteur des déplacements virtuels, $\delta \varepsilon_n$ est le vecteur associé des déformations virtuelles, b_n le vecteur des forces internes, t_n le vecteur des forces de traction surfaciques, σ_n le vecteur de contraintes, ρ_n la densité de masse et c_n est le paramètre d'amortissement. Le domaine du système Ω possède deux limites : Γ_t conditions aux limites des forces de traction t_n et Γ_u conditions aux limites où les déplacements u_n sont spécifiées.

Dans la méthode des éléments finis les expressions des déplacements, des déformations et les expressions virtuelles sont données par :

$$u_n = \sum_{i=1}^m N_i [d_i]_n, \quad \delta u_n = \sum_{i=1}^m N_i [\delta d_i]_n \quad (\text{III.52})$$

$$\varepsilon_n = \sum_{i=1}^m B_i [d_i]_n, \quad \delta \varepsilon_n = \sum_{i=1}^m B_i [\delta d_i]_n \quad (\text{III.53})$$

Où à l'instant t_n pour le nœud i , $[d_i]_n$ est le vecteur nodal des déplacements, $[\delta d_i]_n$ est le vecteur nodal des variations virtuelles, N_i est la matrice des fonctions de forme globale et le nombre total des nœuds est m .

Si nous substituons (III.52) et (III.53) dans (III.51), et si l'équation résultante est vraie pour tout $[\delta d_i]_n$ nous obtiendrons alors pour chaque nœud i les équations.

Donc, l'équilibre dynamique des forces aux nœuds est donné par l'équation suivante :

$$[p_i]_n - [f_{Bi}]_n + [f_{Ii}]_n + [f_{Di}]_n - [f_{Ti}]_n = 0 \quad (\text{III.54})$$

Où les forces de résistance internes sont :

$$[p_i]_n = \int_{\Omega} [B_i]^T \sigma_n d\Omega \quad (\text{III.55})$$

Les forces de volume sont données et exprimées par :

$$[f_{Bi}]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T b_n d\Omega, \quad (\text{III.56})$$

Les forces d'inertie :

$$[f_{Ii}]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T \rho_n [N_1, N_2, \dots, N_m] d\Omega \cdot \begin{bmatrix} [\ddot{u}_1]_n \\ [\ddot{u}_2]_n \\ \vdots \\ [\ddot{u}_m]_n \end{bmatrix}$$

Elles peuvent être exprimées sous la forme :

$$[f_{Ii}]_n = \sum_{j=1}^m [M_{ij}]_n [\ddot{u}_j]_n, \quad (\text{III.57})$$

(N.B. $[M_{ij}]_n$ est la matrice élémentaire de la matrice masse globale M_n) les forces d'amortissement sont

$$[f_{Di}]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T c_n [N_1, N_2, \dots, N_m] d\Omega \cdot \begin{bmatrix} [\dot{u}_1]_n \\ [\dot{u}_2]_n \\ \vdots \\ [\dot{u}_m]_n \end{bmatrix}$$

Ou encore sous la forme :

$$[f_{Di}] = \sum_{j=1}^m [C_{ij}]_n [\dot{u}_j]_n, \quad (\text{III.58})$$

(N.B. $[C_{ij}]_n$ est la matrice élémentaire de la matrice d'amortissement globale C_n) et les forces de surfaces :

$$[f_{Ti}]_n = \int_{\Gamma} [N_i]^T t_n d\Gamma, \quad (\text{III.59})$$

L'équation III.51 peut être exprimée sous forme matricielle à l'instant t_n par :

$$M\ddot{u}_n + C\dot{u}_n + p_n = f_n \quad (\text{III.60})$$

où M et C sont respectivement les matrices globales de masse et d'amortissement, p_n est le vecteur global des forces de résistance internes aux nœuds, f_n est le vecteur des forces externes appliquées à la structure au niveau des nœuds [32]

$$[M_{ij}]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T \rho [N_j] d\Omega, \quad (\text{III.61})$$

$$[C_{ij}]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T c [N_j] d\Omega, \quad (\text{III.62})$$

$$[f_i]_n = \int_{\Omega} [N_i]^T b_n [N_i] d\Omega + \int_{\Gamma} [N_i]^T t_n [N_i] d\Gamma \quad (\text{III.63})$$

Les paramètres ρ , c , b_n et t_n sont la densité de masse, le coefficient d'amortissement, les forces de volume et les forces surfaciques de traction. Une remarque importante qu'il faut souligner est que l'expression $-M\ddot{u}_g$ qui représente les forces dues à une excitation de nature sismique et qui sont incluses dans f_n . \ddot{u}_n représente le vecteur global des accélérations nodales et \dot{u}_n est le vecteur global des vitesses nodales.

$$\ddot{u}_n \approx a_n = \frac{1}{(\Delta t)^2} \{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}\} \quad (\text{III.64})$$

$$\dot{u}_n \approx v_n = \frac{1}{2\Delta t} \{u_{n+1} - u_{n-1}\} \quad (\text{III.65})$$

$$M \left\{ \frac{u_{n+1} - 2u_n + u_{n-1}}{(\Delta t)^2} \right\} + C \left\{ \frac{u_{n+1} - u_{n-1}}{2\Delta t} \right\} + p_n = f_n \quad (\text{III.66})$$

La solution de l'équation III.60 est triviale et s'écrit :

$$u_{n+1} = \left[M + \frac{\Delta t}{2} C \right]^{-1} \left\{ (\Delta t)^2 [-p_n + f_n] + 2Mu_n - \left[M - \frac{\Delta t}{2} C \right] u_{n-1} \right\} \quad (\text{III.67})$$

Nous avons $u_{n+1} = f(u_n, u_{n-1})$, en d'autres termes le déplacement à $t_n + \Delta t$ est donné d'une manière explicite en fonction du déplacement à t_n et du déplacement à $t_n - \Delta t$. La stabilité de l'équation III.67 est liée à un pas de temps (Δt) très petit.

Dans le but de résoudre l'équation III.67 de manière explicite, la matrice masse $[M]$ et la matrice d'amortissement $[C]$ sont transformées en matrices diagonales. La raison est que la méthode des différences centrées n'est économique que dans les problèmes où $[M]$ et $[C]$ sont diagonales [27, 31, 34, 36].

$$(u_i)_{n+1} = \frac{\left[(\Delta t)^2 \{-(p_i)_n + (f_i)_n\} + 2m_{ii}(u_i)_n - \left(m_{ii} - \frac{\Delta t}{2} c_{ii} \right) (u_i)_{n-1} \right]}{\left(m_{ii} + \frac{\Delta t}{2} c_{ii} \right)} \quad (\text{III.68})$$

L'algorithme élaboré dans ce papier est basé sur de la méthode de différences centrées, il est représenté dans le tableau III.3. Toutes les opérations sur les vecteurs se font rapidement élément par élément, comme pour une addition ou une soustraction, car les matrices de masse et d'amortissement sont diagonales. Notons que l'algorithme est à pas de temps constant, mais que le pas de temps critique peut changer durant l'analyse.

Tab. III.3. *Algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires.*

Initiation des variables

1. Conditions initiales à $t = 0$: u_0 , \dot{u}_0 , caractéristiques géométriques et physiques
2. Calcul du vecteur des forces internes $(p_0)^e = [B^e][\hat{E}][B^e]^T u_0$
Avec $\hat{E} = (1 - D)E$
3. Choix du pas d'intégration Δt

Calculs préliminaires

1. Calcul des constantes d'intégration
$$a_0 = \frac{1}{\Delta t^2}; a_1 = \frac{1}{2\Delta t}; a_2 = \frac{2}{\Delta t^2}; a_3 = \frac{\Delta t^2}{2}$$
2. Calcul de u_{-1} : $u_{-1} = u_0 - \Delta t \dot{u}_0 + a_3 \ddot{u}_0$

Intégration pas à pas : pour $n = 0, 1, 2, \dots, \frac{t_d}{\Delta t}$

1. Incrémentation du temps : $t_{n+1} = t_n + \Delta t = (n+1)\Delta t$, $t_0 = 0$
2. Calcul du vecteur des forces effectives \hat{p} au temps t_n :

$$\hat{p}_n = f_n - p_n + a_2 M_d u_n - (a_0 M_d - a_1 C_d) u_{n-1}$$

3. Calcul du vecteur des déplacements au temps t_{n+1} :

$$u_{n+1} = \Delta t \left[2a_1 M_d + \frac{1}{2} C_d \right]^{-1} \hat{p}_n$$

4. Calcul du vecteur des forces internes p_{n+1} au temps t_{n+1} :

$$(p_{n+1})^e = [B^e][\hat{E}][B^e]^T u_{n+1}$$

5. Calcul de l'accélération et de la vitesse au temps $t_n = n\Delta t$ si nécessaire :

$$\ddot{u}_n = a_0 (u_{n-1} - 2u_n + u_{n+1})$$

$$\dot{u}_n = a_1 (u_{n+1} - u_{n-1})$$

III.5. Le modèle du matériau

Dans l'expression III.55, on peut remarquer que les forces de résistance internes sont fonction des contraintes. Le modèle de MAZARS [37] utilisé dans ce présent travail et qui sera développé est implémenté dans l'expression de l'équation de la dynamique donnée par la formule III.60. Celui-ci est basé sur la notion de contrainte effective développé par KACHANOV [38], que d'autres auteurs ont repris par la suite dans leurs recherches, nous pouvons citer CHABOCHE et LEMAITRE [39-45] cette notion de contrainte effective nous permet de distinguer entre un matériau sain et un matériau endommagé par l'intermédiaire d'une variable scalaire D , sachant que $0 \leq D \leq 1$ représentative de l'état de dégradation du matériau. Pour $D = 0$ le matériau est considéré sain, pour $D = 1$ le matériau est complètement endommagé. L'expression de la contrainte effective est donnée par la formule suivante :

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon \quad (\text{III. 69})$$

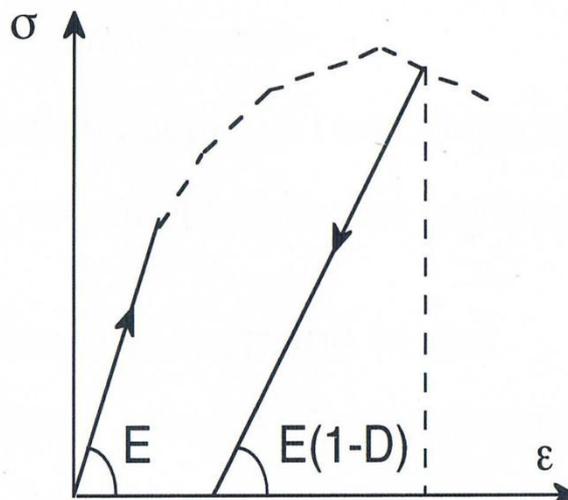


Fig. III.1. Loi de comportement de l'endommagement couplé à la plasticité.

Cette expression de la contrainte est remplacée dans l'expression des forces de résistance internes. Cela mènera à l'expression suivante :

$$[p_i]_n = \int_{\Omega} [B_i]^T (1 - D) E \varepsilon_n d\Omega \quad (\text{III.70})$$

III.5.1. La déformation équivalente dans le modèle de MAZARS

Les fissures dans les matériaux quasi-fragiles apparaissent principalement lorsque le matériau est soumis à des efforts de traction. Le modèle de Mazars tiens compte uniquement des déformations principales positives. Ce choix est donc bien adapté pour des matériaux quasi-fragiles, tels le mortier où le béton.

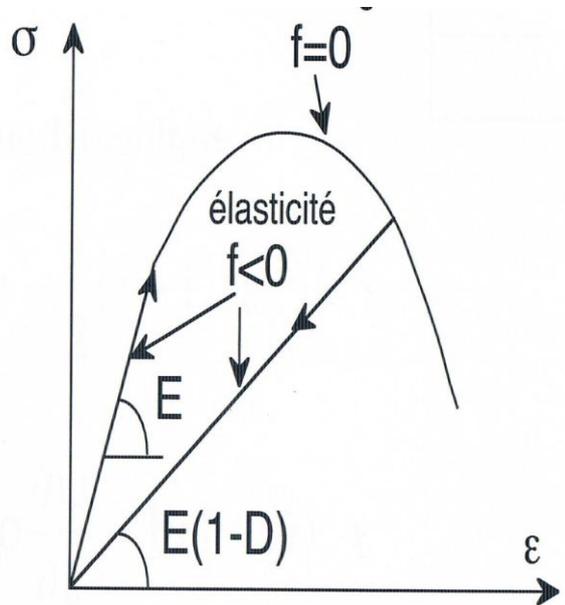


Fig. III.2. Loi de comportement d'un matériau quasi-fragile

L'expression de la déformation équivalente en fonction des déformations principales positives est donnée par l'expression suivante [37, 46] :

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (\text{III.71})$$

Où $\langle \varepsilon_i \rangle = \left(\frac{\varepsilon_i + |\varepsilon_i|}{2} \right)$ et ε_i représente les composantes des déformations principales.

III.5.2. Fonction seuil du dommage

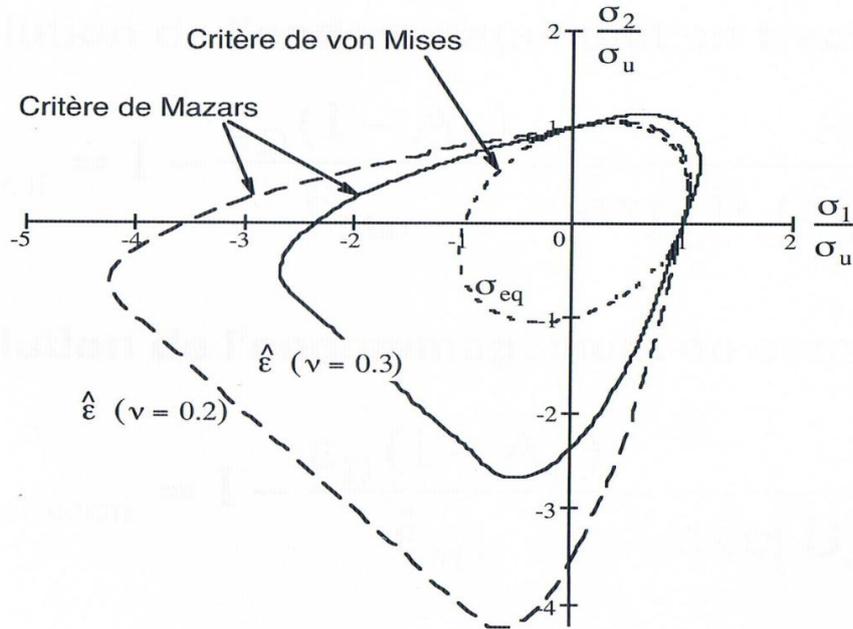


Fig. III.3. Fonction seuil du dommage ou critère de rupture de MAZARS [37]

Une fonction seuil du dommage $f(\varepsilon, D)$, dépendante de la variable de l'endommagement est introduite. Cette fonction seuil d'endommagement définit le domaine où le comportement est réversible. Tant que $f(\varepsilon, D) \leq 0$, l'endommagement n'augmente pas. Ainsi, pour un état donné d'endommagement D , la forme de la fonction de charge est :

$$f(\varepsilon, D) = \tilde{\varepsilon} - \kappa(D) \quad (\text{III.72})$$

Où $\kappa(D)$ est la variable liée à l'historique de l'endommagement ; $\tilde{\varepsilon}$ est définie, en fonction des déformations principales ε_i donnée par l'expression III.71, tel que $\langle \varepsilon \rangle_+ = 0$ si $\varepsilon_i < 0$ et $\langle \varepsilon \rangle_+ = \varepsilon_i$ si $\varepsilon_i \geq 0$. Le dommage D augmente quand la déformation équivalente atteint un seuil initialisé à ε_{D_0} .

$$\text{Si } f(\varepsilon, D) = \tilde{\varepsilon} - \kappa(D) = 0 \text{ Donc } \begin{cases} D = D(\tilde{\varepsilon}) \\ \kappa(\dot{D}) = \tilde{\varepsilon} \end{cases} \quad (\text{III.73})$$

III.5.3. Décomposition du dommage D

De plus, une des caractéristiques du matériau est d'avoir un comportement dissymétrique. Cette constatation expérimentale conduit à adopter une modélisation qui fait intervenir deux types d'endommagement, un endommagement de compression D_C (ayant pour paramètres A_c et B_c) et un endommagement de traction D_T (ayant pour paramètres A_t et B_t).

L'endommagement (de traction ou de compression) s'écrit alors en fonction de la déformation équivalente :

L'endommagement défini dans le modèle de MAZARS est décomposé en deux parties

$$D = \alpha^{\beta}_T D_T + \alpha^{\beta}_C D_C \quad (\text{III.74})$$

Les essais expérimentaux sur des éprouvettes de béton soumises à la traction et à la compression nous ont révélé, que le matériau a un comportement dissymétrique. Cette constatation conduit à adopter une modélisation qui fait intervenir les deux types d'endommagement, l'endommagement de compression D_C et l'endommagement de traction D_T , leur expression est donnée en fonction de la déformation équivalente :

$$D_T = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_T)}{\tilde{\varepsilon}} + \frac{A_T B_T}{\exp(B_T(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0}))} \quad (\text{III.75})$$

$$D_C = 1 - \frac{\varepsilon_{D_0}(1 - A_C)}{\tilde{\varepsilon}} + \frac{A_C B_C}{\exp(B_C(\tilde{\varepsilon} - \varepsilon_{D_0}))} \quad (\text{III.76})$$

β est un facteur correctif permettant d'améliorer la réponse en cisaillement par rapport à la version initiale du modèle (qui correspond à $\beta = 1$), généralement cette constante prend pour valeur ($\beta = 1.05$) [47]. α_T et α_C sont des coefficients de pondération définis de telle sorte que :

$$\begin{cases} \alpha_T = \sum_i \frac{\langle \varepsilon_i \rangle^- \varepsilon_i}{\tilde{\varepsilon}^2} \\ \alpha_C = \sum_i \frac{\langle \varepsilon_i \rangle^+ \varepsilon_i}{\tilde{\varepsilon}^2} \end{cases} \quad (\text{III.77})$$

$$\begin{cases} 0 \leq \alpha_c \leq 1 \\ 0 \leq \alpha_t \leq 1 \\ \alpha_t + \alpha_c = 1 \end{cases} \quad (\text{III.78})$$

Les déformations principales $(\varepsilon_i)_{i \in [1,3]}$ vérifient

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{T_i} + \varepsilon_{C_i} \quad (\text{III.79})$$

Pour le cas d'une traction pure, $\alpha_C = 0$ et D tend vers D_T ; pour la compression pure, $\alpha_T = 0$ et D tend vers D_C , pour le cas de chargement mixte nous avons $\alpha_T + \alpha_C = 1$. Notons que si toutes les déformations principales sont positives ou nulles, $\alpha_T = 1$, $\alpha_C = 0$ et $D = D_T$. Ou au contraire si toutes les déformations principales sont négatives, $\alpha_T = 0$, $\alpha_C = 1$ et $D = D_C$. Pour des cas de déformations mixtes, les valeurs de D_T et D_C dépendent de l'intensité des contraintes de traction et de compression.

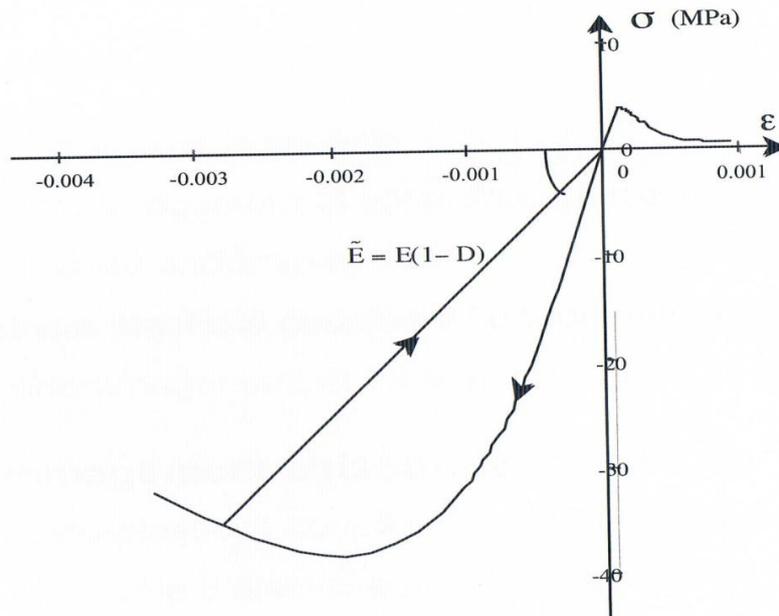


Fig. III.4. Comportement dissymétrique en traction et en compression d'un matériau quasi-fragile [48]

III.6. Conclusion

Pour l'intégration directe des équations de mouvement, il existe plusieurs méthodes numériques dont la méthode des différences centrées, la méthode de Houbolt, les méthodes de Newmark, Wilson- θ , etc... Elles sont basées sur les méthodes des différences finies. Le choix de la méthode a été porté sur la méthode des différences centrées vu que celle-ci est l'une des plus utilisées dans la méthode des éléments finis, elle présente la particularité d'être très économique en terme de temps et de mémoire, car avec cette méthode on a pas besoin de résoudre le système d'équations. Elle est basée sur des approximations de la vitesse et de l'accélération par des quotients de différences finies des valeurs connues des déplacements à intervalles de temps réguliers, ces intervalles de temps sont supposés très petits. Cette méthode n'est économique que si la matrice de masse et la matrice d'amortissement sont diagonales simultanément.

Les problèmes de structure existants sont soit des problèmes de contraintes planes, de déformations planes ou des problèmes de structures axisymétriques. Le programme en éléments finis élaboré, écrit en Fortran 90 peut faire l'analyse pour ces trois types de problèmes avec des éléments quadratiques à quatre nœuds et isoparamétriques à huit nœuds ou à neuf nœuds. Un algorithme de calcul est présenté qui résume les étapes de calcul du programme en optant pour un pas de temps très petit et constant.

Nous avons présenté par la suite une formulation simplifiée de la méthode des éléments finis basée sur le principe des travaux virtuels. L'analyse proprement dite d'un problème de dynamique qui est représenté par une équation mathématique (équation différentielle partielle) dans l'espace et dans le temps. Cet espace est discrétisé ou maillé en éléments finis. Cette discrétisation conduit à une formulation intégrale par le principe des travaux virtuels.

La dernière partie du chapitre nous avons présenté encore une fois le modèle d'endommagement de Mazars et expliqué comment celui-ci a été implémenté dans le programme de calcul.

III.7. Références bibliographiques

- [1] BISCHOFF P.H., PERRY S.H., Compressive behavior of concrete at high strain rates. *Materials and Structures*, 24 : 425-450, 1991.
- [2] GARY G., BAILLY P., GATUINGT F., “Testing concrete at high strains and high rates of strain”, Proc. 3rd Int. Symp. on Impact Eng, Singapore, December 1998. Published in *Impact Response of Materials & Structures*, OUP, pp. 241–246, V.P.W. Shim, S. Tanimura, C.T. Lim (Ed.), National University of Singapore, Singapore, 1999.
- [3] GATUINGT F. Prévission De La Rupture Des Ouvrages En Béton Sollicités En Dynamique Rapide. Thèse de doctorat. ENS de CACHAN, France, 1999.
- [4] GATUINGT F., PIJAUDIER-CABOT G. Coupled damage and plasticity modelling in transient dynamic analysis of concrete, LMT, ENS Cachan, 2002
- [5] GONG J.C., MALVERN L.E., JENKINS D.A., Dispersion investigation in the split Hopkinson pressure bar. *J. Eng. Mater. Tech.*, 112 : 309 – 314, 1990.
- [6] GARY G., BAILLY P., “Behavior of a quasi-brittle material at high strain rate. Experiment and modeling”, *European Journal of Mechanics, A/Solids*, 17, N° 3, pp. 403–420, 1998.
- [7] BRARA A., CAMBORDE F., KLEPACZKO J.R., MARIOTTI C., Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. *Mech. Mat.* 33:33-45, 2001.
- [8] KLEPACZKO R.J., BRARA A. An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. *International journal of impact engineering*. Volume 25, Issue 4, Pages 387-409, 2001.
- [9] REINHARDT H.W., KÖRMELING H.A., ZIELINSKI A.J. “The Split Hopkinson Bar, a versatile tool for impact testing of concrete”, *Materials and Structures*, 19, pp. 55–63, 1986.
- [10] BAZANT Z.P., BISHOP F.C. and CHANG T.P., Confined compression tests of cement paste and concrete up to 300 Ksi, *ACI Journal*, vol. 33, p. 553-560, 1986.
- [11] BURLION N., PIJAUDIER-CABOT G. and DAHAN N., Experimental analysis of compaction of concrete and mortar, *Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25: 1467-1486, 2001.
- [12] BUZAUD E. Performances mécaniques et balistiques du microbéton MB50, Rapport, Centre d’Etudes de Gramat, CEA, 1998.

- [13] Vu X. H. Caractérisation expérimentale du béton sous fort confinement : influences du degré de saturation et du rapport eau/ciment, Thèse de doctorat, Université Grenoble I, 2007.
- [14] ERZAR B. Ecaillage, caractérisation et comportement en traction dynamique de bétons sous impact: approches expérimentales et modélisation, Thèse de doctorat, Université-Metz, France, 2010.
- [15] HERVE G., GATUINGT F. Simulation numérique de l'endommagement de dalles en béton et béton armé impactées par un réacteur d'avion idéalisé. LMT, ENS Cachan, France, 2002.
- [16] WANG G., ZHANG S. Damage prediction of concrete gravity dams subjected to underwater explosion shock loading. *Engineering Failure Analysis* 39 (2014) 72–91, 2014.
- [17] CALAYIR, Y., KARATON, M., 2005. A continuum damage concrete model for earthquake analysis of concrete gravity dam–reservoir systems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25 pp. 857–869, 2005.
- [18] GHAEMIAN M., GHOBARAH A. Nonlinear seismic response of concrete gravity dams with dam–reservoir interaction. *Engineering Structures* 21 pp. 306–315, 1999.
- [19] GUANGLUN W., PEKAUB O.A., CHUHANA Z., Wang SHAOMIN W. Seismic fracture analysis of concrete gravity dams based on nonlinear fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics* 65 67±87, 2000.
- [20] MAO M., TAYLOR C.A. Non-linear cracking analysis of medium-height concrete gravity dams. *Computers and structures*. Vol. 64, No. 5/6, pp. 1197-1204, 1997.
- [21] OMIDI O., VALLIAPPAN S., LOTFI V. Seismic cracking of concrete gravity dams by plastic–damage model using different damping mechanisms. *Finite Elements in Analysis and Design* 63 pp. 80–97, 2013.
- [22] PEKAU O.A., YUZHU C. Failure analysis of fractured dams during earthquakes by DEM. *Engineering Structures* 26 pp. 1483–1502, 2004.
- [23] JAVANMARDI F., LÉGER P., TINAWI R. Seismic structural stability of concrete gravity dams considering transient uplift pressures in cracks, *Engineering Structures*, 27 pp. 616–628, 2005.
- [24] COMBESCURE D., Comportement sismique des portiques en béton armé comportant des murs de remplissage en maçonnerie, PhD Thesis, Ecole Centrale Paris, 1996.
- [25] DAVENNE L., RAGUENEAU F., MAZARS J., IBRAHIMBEGOVIC A. Efficient approaches to finite element analysis in earthquake engineering. ENS de Cachan, France, 2003.

- [26] DUBÉ J.F., Modélisation simplifiée et comportement visco-endommageable des structures en béton, PhD Thesis, University of Paris 6, 1994.
- [27] PAULTRE P. Dynamique des structures, application aux ouvrages de génie civil. Hermes Science publications, 2005.
- [28] PAULTRE P. Dynamics of structures. ISTE, Wiley & sons, 2011.
- [29] GILAT A., SUBRAMANIAM V. Numerical Methods for Engineers and Scientists, An introduction with Applications using MATLAB, Third Edition, Department of Mechanical Engineering, The Ohio State University, WILEY, 2014.
- [30] BELYTSCHKO T., LIU W. K., MORAN B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, John Wiley & sons, Chichester, West Sussex, England, 2000.
- [31] OWEN D.R.J., Hinton E. Finite element in plasticity, Theory and Practice. Ed. Pineridge Press Limited, 1986.
- [32] OWEN D.R.J., E. Hinton, Finite elements in plasticity, Pineridge Press, 1980.
- [33] GERMAIN P. Cours de mécanique des milieux continus, Ed Masson, Paris, 1973.
- [34] BATHE K.J. finite element procedures in engineering analysis. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1982.
- [35] KANT T., PATEL S. transient/pseudo-transient finite element Small/large deformation analysis of Two-dimensional problems. Computers & Structures Vol. 36. No. 3, pp. 421-427, 1990.
- [36] GARATANI K., MATSUMOTO H. Large-scale Parallel Wave Propagation Analysis (Explicit dynamic analysis using non-reflecting boundary)", RIST, Tokyo, Japan
- [37] MAZARS J. Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Thèse de doctorat, université Pierre et Marie curie – C.N.R.S, Paris, France, 1984.
- [38] KACHANOV L.M. Time of the rupture process under creep conditions, Izv. Akad. Nauk. S.S.R. Otd. Tekh. Nauk. 8 pp. 26–31, 1958.
- [39] CHABOCHE J.-L. Le concept de la contrainte effective appliqué à l'élasticité et à la viscoplasticité en présence d'un endommagement anisotrope. Proc. Colloque Euromech 115, Comportement mécanique des solides anisotropes, J.P. BOEHLER ed. Martinus NIJHOFF, The Netherlands, June, pp. 737-760, 1978.
- [40] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. Mécanique des matériaux solides. Dunod, Paris, France, 1985.
- [41] LEMAITRE J., CHABOCHE J.L. Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement. Journal de mécanique appliquée 2, pp 317-365, 1978.

- [42] LEMAITRE J., MAZARS J. Application de la théorie de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure. Annales de l'ITBTP n° 401, 1982.
- [43] LEMAITRE J. A Course on damage mechanics. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1996.
- [44] CORDEBOIS J.P., SIDOROFF F. Anisotropie élastique induite par endommagement. Proc. Colloque mécanique des solides anisotropes, pp. 761-774, 1979.
- [45] JASON L., PIJAUDIER-CABOT G., HUERTA A., GHAVAMIAN S. Damage and plasticity for concrete behavior. Université de Nantes – CNRS, 2004
- [46] MAZARS J., PIJAUDIER-CABOT G., Continuum damage theory- application to concrete, J. Engrg. Mech. ASCE 115 345±365.1989.
- [47] PEYROT I., BOUCHARD P.O., BAY F., BERNARD F., GARCIA-DIAZ E., Numerical aspects of a problem with damage to simulate mechanical behavior of quasi-brittle material, Computational materials science 40 pp. 327-340, 2007.
- [48] LABORDERIE C., Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable: modélisation et application à l'analyse des structures en béton, PhD Thesis, University of Paris 6, 1991.

RESULTATS ET DISCUSSIONS

Chapitre IV

Ce chapitre présente les différents résultats numériques obtenus de l'étude. Nous présenterons dans ce chapitre un cas d'exemple très concret que beaucoup d'auteurs se sont intéressés à étudier. Tous les résultats que nous obtiendrons du calcul numérique seront comparés à ceux des résultats retrouvés dans la littérature. Cet exemple concerne le cas d'un barrage poids hydraulique en béton sollicité par excitations sismiques sous forme d'accélérogrammes. Les résultats prélevés sont soit des déplacements horizontaux ou verticaux au niveau des points nodaux, soit des contraintes, des déformations ou des dommages au niveau des points de Gauss appelés aussi points d'intégration. Une étude paramétrique sera jointe pour évaluer le modèle d'endommagement implémenté ainsi que l'influence de chacun des paramètres sur la réponse.

IV.1. Introduction

Les mouvements sismiques du sol ainsi que les efforts et les déplacements qu'ils imposent aux structures sont parmi les actions les plus délicates à décrire dans le domaine de la construction et du génie civil. Leurs origines physiques tout d'abord, liées à la tectonique des plaques et aux ruptures de l'écorce terrestre engendrées en profondeur, restent encore mal connues et incomplètement expliquées, même si la sismologie a fait de grands progrès ces dernières décennies.

Le tremblement de terre donne naissance à un mouvement de translation du sol dans les trois directions, ce mouvement se transmet des fondations aux structures. Un séisme peut s'exprimer en termes de déplacements, de vitesses ou d'accélération du sol. Pour mesurer l'intensité d'un séisme, l'accélérographe nous permet d'enregistrer l'accélération du sol dans les trois directions orthogonales. Ces enregistrements sont appelés accélérogrammes.

Dans ce qui va suivre nous nous intéresserons à un cas d'exemple très concret que beaucoup d'auteurs se sont intéressés à étudier [1-18]. Tous les résultats que nous obtiendrons du calcul numérique seront comparés à ceux des résultats des auteurs précités. Cet exemple concerne le cas d'un barrage poids hydraulique en béton sollicité par excitation sismique sous forme d'accélérogrammes. Les résultats prélevés sont soit des déplacements horizontaux ou verticaux au niveau des points nodaux, soit des contraintes, des déformations ou des dommages au niveau des points de Gauss appelés aussi points d'intégration. Une étude paramétrique sera jointe pour évaluer le modèle d'endommagement implémenté ainsi que l'influence de chacun des paramètres sur la réponse.

IV.2. Réponse aux dommages du barrage Koyna

Koyna est un barrage poids en béton situé en Inde, il est choisi pour l'application numérique en raison des multiples travaux effectués sur celui-ci. En Décembre 1967 ce barrage a connu un séisme des plus destructeurs, d'une accélération maximale d'environ 0.5g, ayant causé d'importants dommages au barrage. Dans cette thèse, l'analyse dynamique non linéaire [8, 19] du barrage Koyna est réalisée en utilisant le modèle de béton avec un endommagement isotrope en approche locale [20, 21]. L'interaction

barrage-réservoir [3, 4, 6, 22] n'est pas prise en considération. Le maillage de la section du barrage est montré sur la Figure IV. 2. Le nœud (N 313) situé à la crête du barrage et trois points d'intégration de gauss (P_A , P_B , P_C) appartenant aux éléments finis 204, 203 et 202 de la structure sont choisis pour effectuer le calcul des déplacements horizontaux et verticaux en fonction du temps et les dommages en fonction du temps, les résultats obtenus sont comparés aux résultats des références [1-13, 16-18].

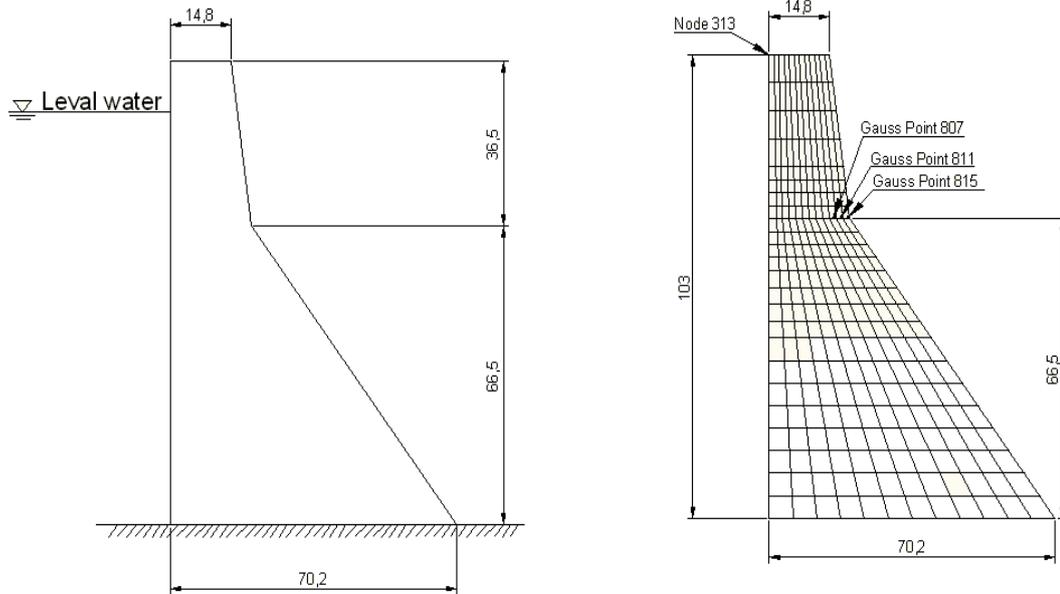


Fig. IV.1. Caractéristiques géométriques du barrage poids Fig. IV.2. Maillage du barrage

Les caractéristiques mécaniques utilisées dans le programme de calcul sont résumées dans le tableau ci-dessous :

Tab. IV.1. Propriétés mécaniques du matériau

Module de Young	$E = 31027 \text{ Mpa}$
Coefficient de poisson	$\nu = 0.2$
Densité	$\rho = 2643 \text{ kg/m}^3$
Contrainte de traction	$f_t = 2 \text{ Mpa}$
ε_{D_0}	$1.5 * 10^{-4}$
A_t	1.0
B_t	30000
A_c	1.4
B_c	1545

Très peu d'informations sont disponibles sur l'amortissement des problèmes linéaires dans la mécanique des solides et des données sont encore moins disponibles pour l'amortissement dans des cas non linéaires. Il est donc habituel de supposer que la matrice d'amortissement est proportionnelle à la matrice masse et la matrice de rigidité. Ceci est connu comme amortissement de Rayleigh [23-25]

$$C = \alpha M + \beta K \quad (IV.1)$$

α et β sont déterminés expérimentalement [26, 27]. Dans la méthode des différences centrées, nous pouvons faire l'approximation de sorte que $\beta = 0$.

$$C = \alpha M \quad (IV.2)$$

Le coefficient d'amortissement visqueux critique utilisé dans la présente étude peut prendre trois valeurs estimées à 3, 5 et 7% [2, 12]. Le pas d'intégration du temps est pris égal à 0,001 s. L'excitation dynamique se fait par accélérogrammes dont les composantes horizontales et verticales sont les enregistrements du séisme Koyna qui a frappé l'Inde le 11 Décembre 1967. Les enregistrements de ce mouvement du sol sont donnés dans les figures IV. 3 et IV. 7. Les effets engendrés par ce tremblement de terre tels que les déplacements, les déformations, les contraintes et les dommages causés à la structure du barrage poids sont résumés dans des graphes qui sont discutés et comparés aux résultats obtenus dans la littérature.

Le but recherché de cette étude de structure consiste à tracer l'historique des déplacements, des déformations où des contraintes. Les dommages seront aussi évalués aux points d'intégration et nous déduirons les zones endommagées et comment s'évaluent-elles dans la structure. Les enregistrements du séisme sous forme d'accélérogrammes avec composantes horizontales et verticales seront utilisés comme des chargements dynamiques. L'effet du coefficient d'amortissement est éventuellement pris en compte.

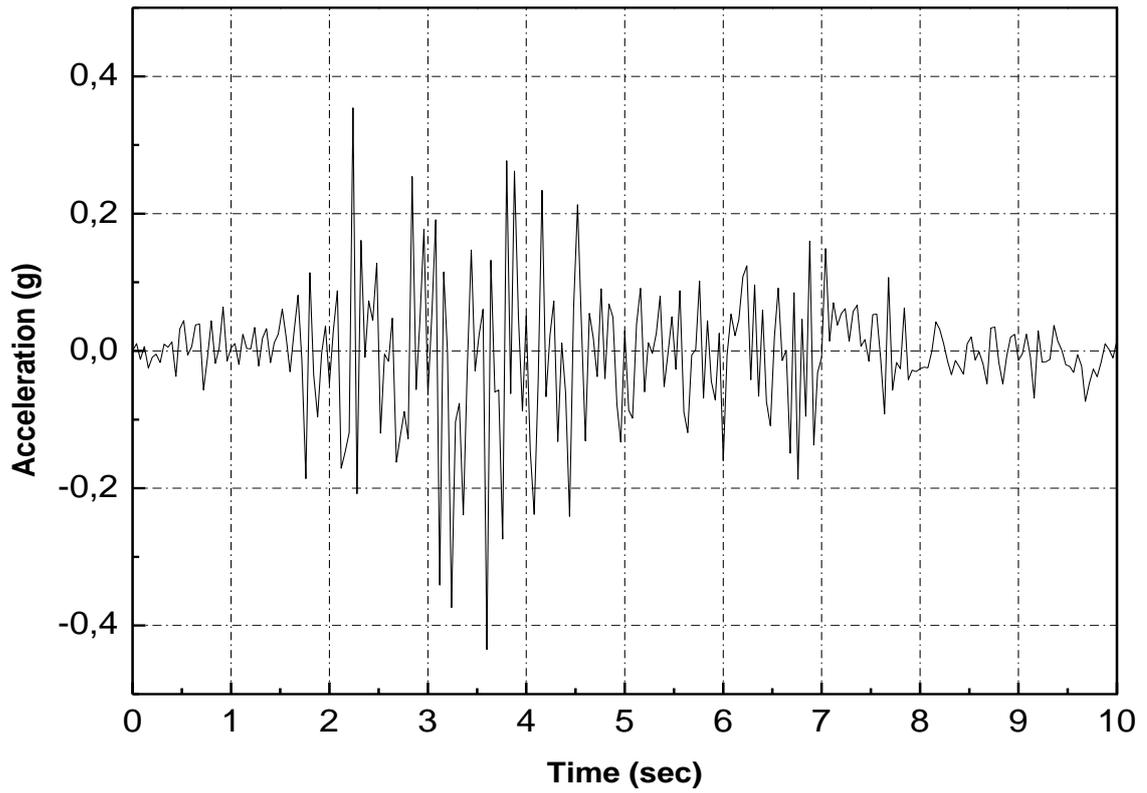


Fig. IV.3. Composante horizontale de l'accélérogramme Koyna [1].

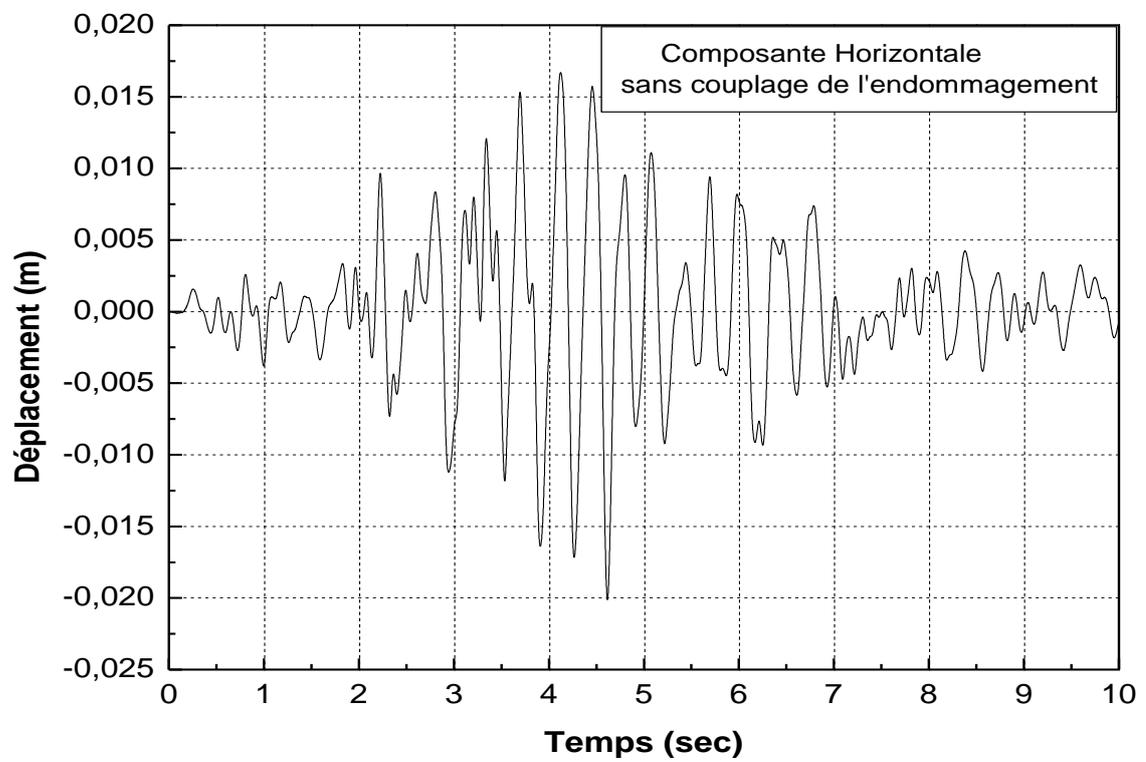


Fig. IV.4. Déplacement Horizontal du modèle proposé.

La figure IV.4 montre le graphique de l'historique des déplacements horizontaux du nœud (313) situé à la crête du barrage. On remarque que les déplacements sont relativement faibles pendant les deux premières secondes en raison des faibles amplitudes des excitations. Les déplacements atteignent leurs maximums à partir de 3 s et 4,7 s, on enregistre 20 mm à 4,62 s, cette valeur maximale de déplacement ne correspond pas à l'amplitude maximale de l'excitation qui est enregistrée à 3,65 s. les déplacements diminuent d'intensité à partir de 5 s.

VI.2.1. Réponse avec couplage de l'endommagement

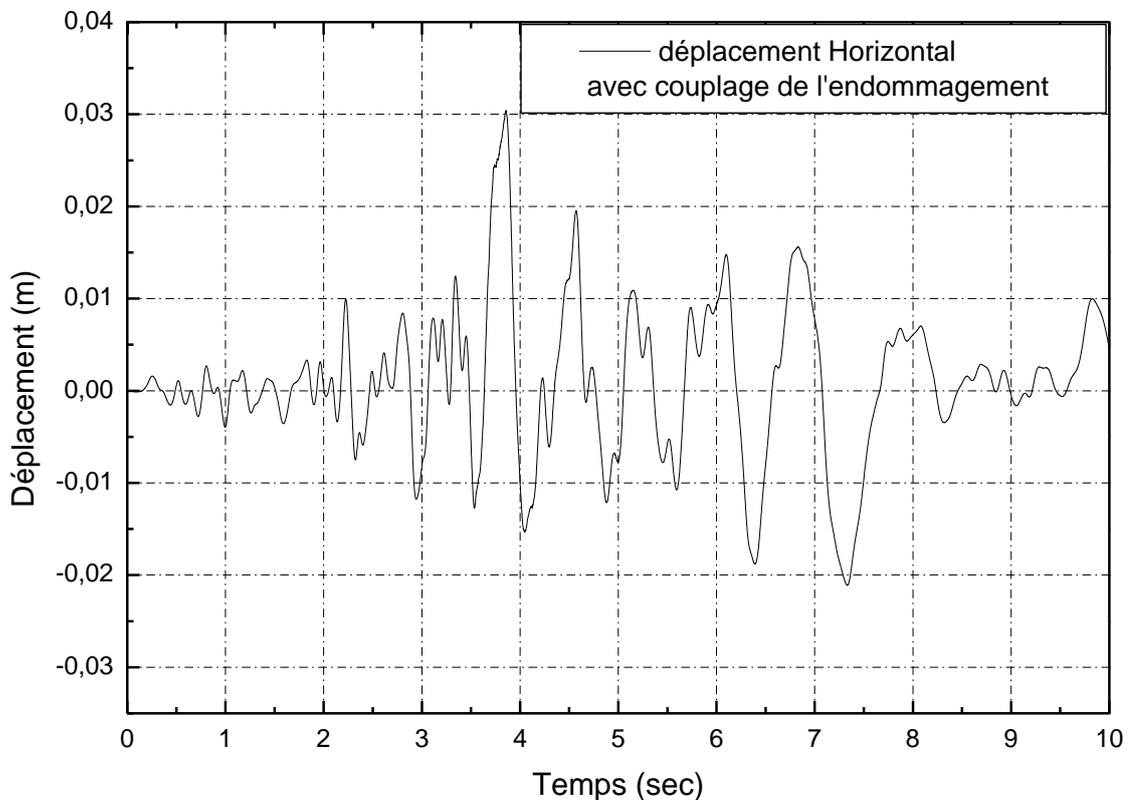


Fig. IV. 5. Déplacement Horizontal du modèle proposé.

La figure IV.5 montre le graphique de l'histoire de la composante horizontale du déplacement du nœud (313). On remarque que les déplacements sont relativement faibles pendant les deux premières secondes en raison des faibles amplitudes des excitations. On constate, dès que l'endommagement est observé ou plus exactement dès que l'endommagement prend effet les déplacements des nœuds augmentent. La plage

où enregistre ces grands déplacements est entre la seconde 3.52 s et 7.5 s, puis on remarque qu'il y a une nette diminution de l'intensité des déplacements. Donc l'endommagement du matériau favorise l'augmentation des déplacements au niveau des points nodaux.

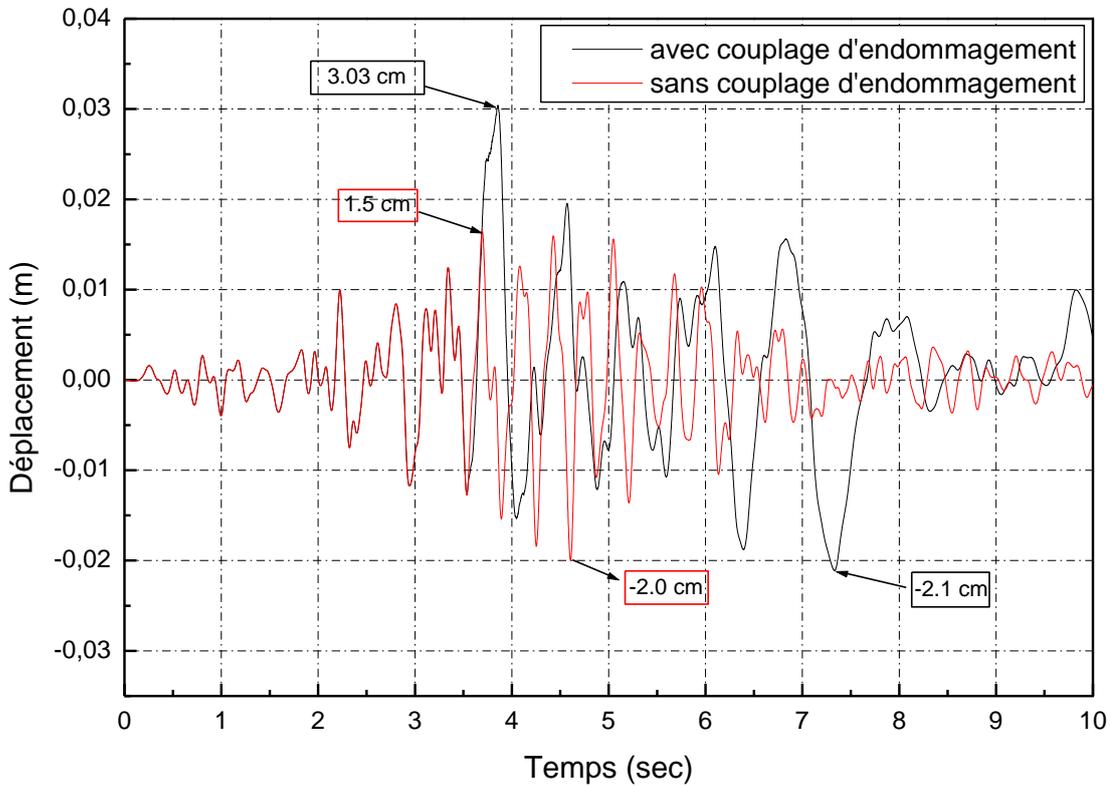


Fig. IV.6. Superposition de la réponse linéaire et de la réponse non linéaire

La figure IV.6 est une superposition graphique de l'histoire de la composante horizontale du déplacement du nœud (313) en calcul linéaire et le graphique de la composante horizontale du déplacement du même nœud (313) en calcul non linéaire. On remarque que les déplacements sont les mêmes, c'est-à-dire que les deux courbes sont confondues avant la seconde 3.52 s, car le comportement du matériau est élastique linéaire. Mais que dès que l'endommagement est observé dans le matériau, nous distinguons deux comportements différents donc des réponses différentes après la seconde 3.52 s, nous enregistrons les valeurs maximales des déplacements positifs : + 3.0 cm en calcul non linéaire (couplage de l'endommagement) et +1.5 cm en calcul linéaire, nous enregistrons aussi des valeurs maximales des déplacements négatifs : -2.1 cm en calcul non linéaire et - 2.0 cm en calcul linéaire.

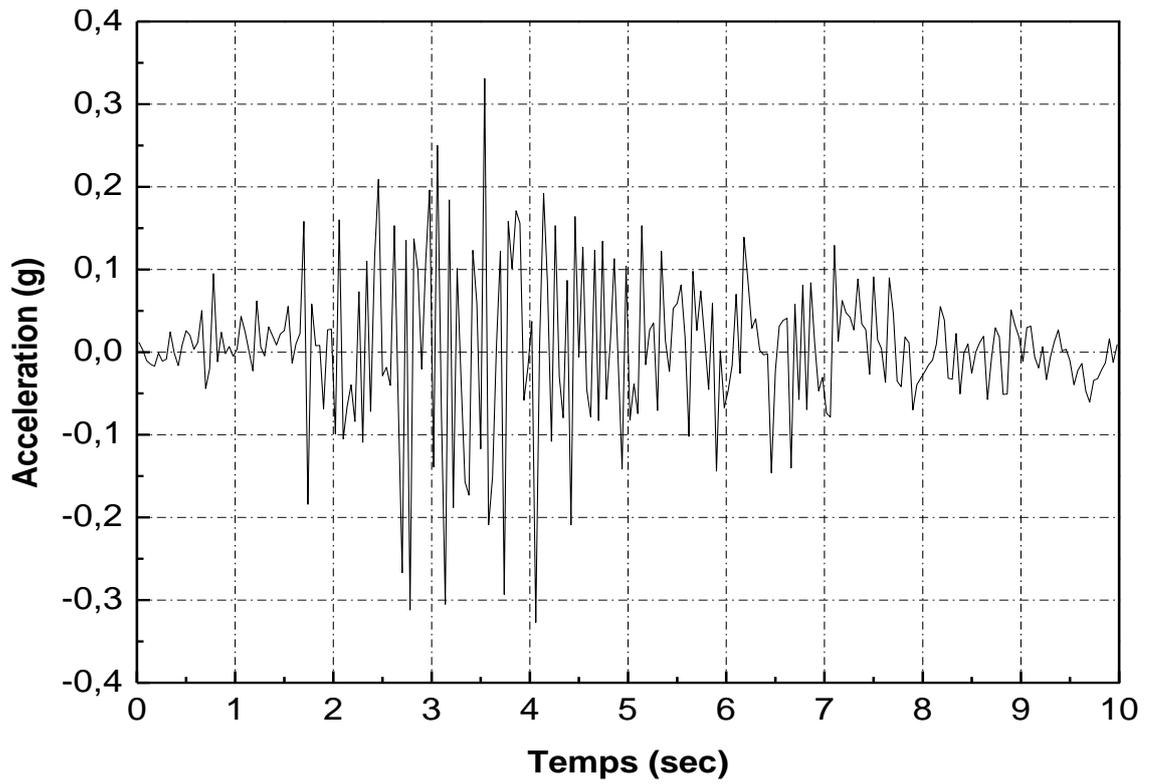


Fig. IV.7. Composante verticale de l'accélérogramme Koyna [1].

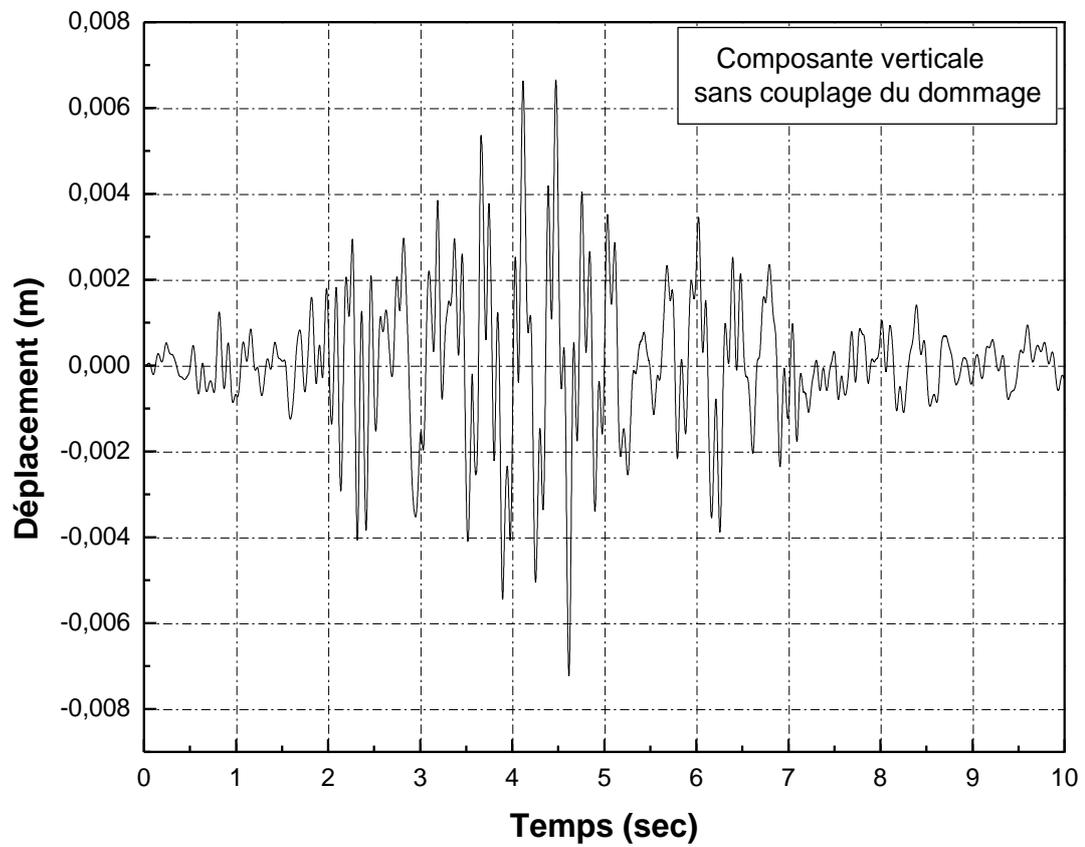


Fig. IV.8. Déplacement vertical.

La figure IV.8 montre le graphique de l'historique des déplacements verticaux du point nodal (313) situé à la crête du barrage. Les remarques sont pratiquement les mêmes, donc les déplacements sont relativement faibles pendant les deux premières secondes en raison des faibles amplitudes des excitations. Les déplacements atteignent leurs maximums au de-là de 3 s. la réponse nous donne une valeur maximale du déplacement vertical à 4,62 s d'une valeur de 7 mm, cette valeur maximale de déplacement ne correspond pas à l'amplitude maximale de l'excitation qui est enregistrée à 3,6 s sur le graphe de l'accélérogramme. Les déplacements diminuent d'intensité à partir de la 5^{ème} seconde car l'excitation sismique diminue d'intensité ou d'amplitude.

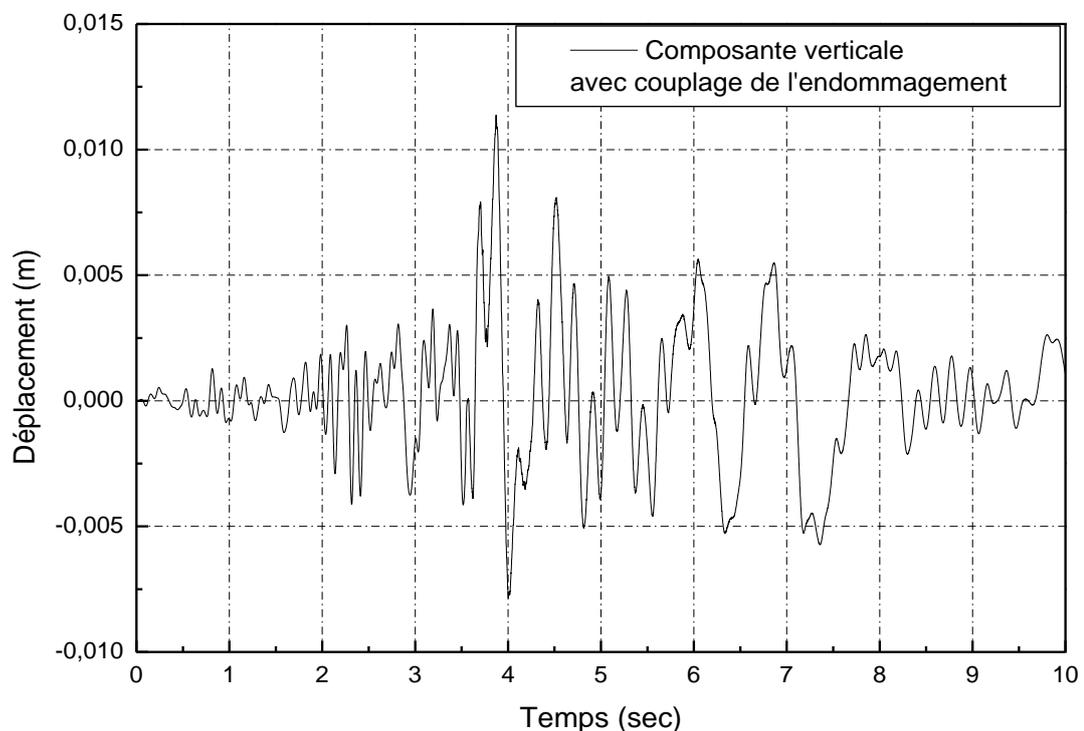


Fig. IV.9. Déplacement vertical avec couplage de l'endommagement.

La figure IV.9 montre le graphique de l'historique de la composante verticale du déplacement du nœud (313) en calcul non linéaire. On remarque que les déplacements sont relativement les mêmes que ceux enregistrés dans la figure IV.8 avant la seconde 3.52, on peut dire aussi que le matériau est élastique linéaire, donc en raison des faibles amplitudes des excitations on n'atteint pas le seuil initial de l'endommagement (la limite élastique) au delà duquel le comportement du matériau devient endommageable. Mais dès que l'endommagement est observé, c'est-à-dire que le seuil initial d'endommagement ε_{D_0} est atteint les déplacements des nœuds augmentent. La plage où

enregistre ces grands déplacements est entre la seconde 3.52 s et 7.5 s, puis on remarque une diminution de l'intensité des déplacements. Donc l'endommagement du matériau favorise l'augmentation des déplacements au niveau des points nodaux.

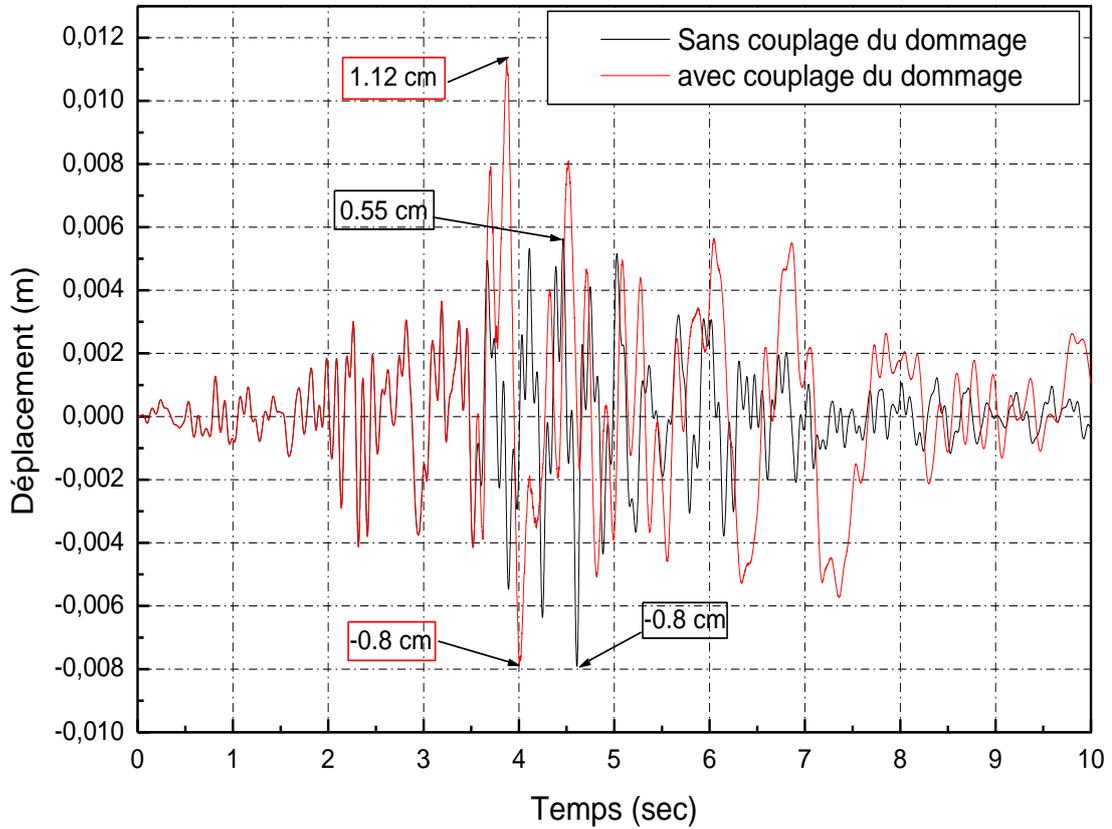


Fig. IV.10. Superposition de réponse couplée et non couplée.

La figure IV.10 est une superposition graphique de l'histoire de la composante verticale du déplacement du nœud (313) en calcul linéaire et le graphique de la composante horizontale du déplacement du même nœud (313) en calcul non linéaire. On constate les mêmes remarques que dans le cas des déplacements horizontaux, d'abord les deux courbes sont confondues avant la seconde 3.52 s, car le comportement du matériau est élastique linéaire. Mais que dès que le seuil initial d'endommagement ε_{D_0} est atteint, nous observons des dommages dans le matériau, nous distinguons deux comportements différents, d'où des réponses différentes après la seconde 3.52 s, nous enregistrons les valeurs maximales des déplacements positifs : + 1.12 cm en calcul non linéaire (couplage de l'endommagement) et +0.55 cm en calcul linéaire, nous enregistrons aussi des valeurs maximales des déplacements négatifs qui sont très rapprochées et avoisinent : -0.8 cm en calcul non linéaire et linéaire.

Nous avons porté respectivement sur les figures IV.11 et IV.12 les courbes des comportements correspondants à la traction et à la compression du béton, ainsi que les évolutions des dommages de compression D_c et de traction D_t . Ces deux courbes permettent de constater les différences existant entre les deux types d'endommagement.

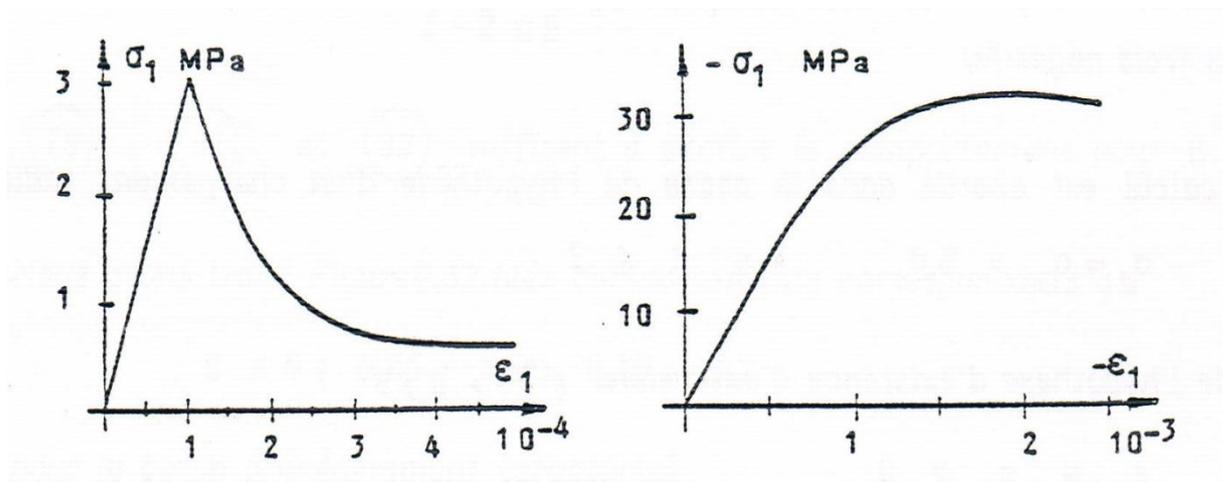


Fig. IV.11. Comportement en traction et en compression du béton [28]

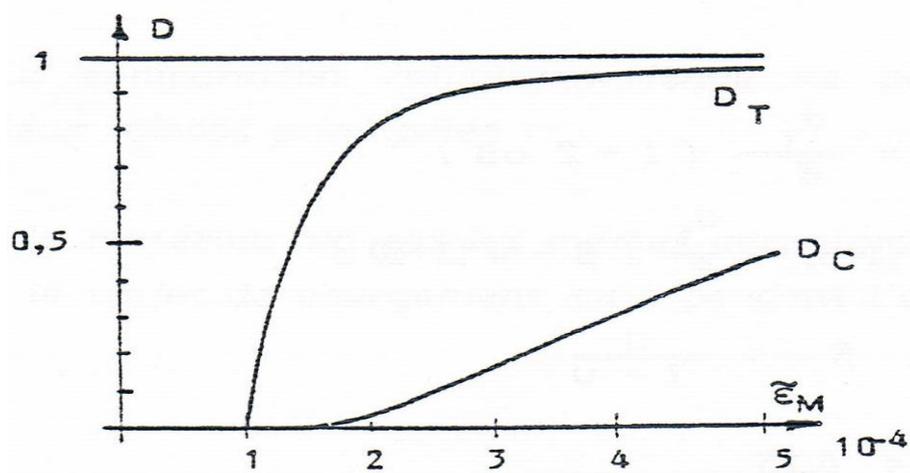


Fig. IV.12. Evolution des endommagements de traction et de compression [28]

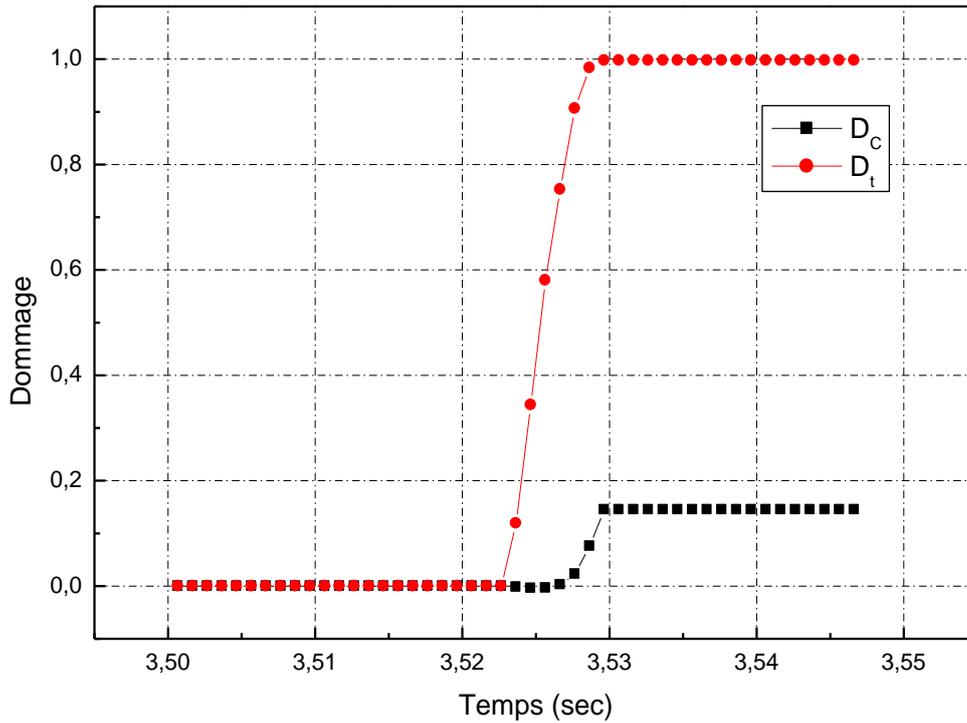


Fig. IV.13. Evolutions des endommagements de compression D_c et de traction D_t

Les évolutions des dommages de compression D_c et de traction D_t sont très représentatives à celles représentées dans le modèle de Mazars. Nous remarquons que l'endommagement de traction est plus significatif et plus prédominant que celui de compression, ce qui conduit à une rupture fragile du matériau par traction. En traction nous pouvons atteindre la rupture totale du matériau par contre, l'endommagement en compression est moins significatif, donc la rupture n'aura pas lieu sous compression, la courbe IV.11 présente une certaine ductilité du matériau. Nous remarquons que dans la figure IV.13 que l'endommagement de traction débute en premier puis suivi par celui de la compression, mais cet écart temporaire est à peine de l'ordre de un millième de seconde, donc un écart presque ou carrément insignifiant. Ce qu'il faut mettre en relief, c'est que l'endommagement de traction évolue plus rapidement jusqu'à atteindre la valeur de $D_t \simeq 1$ ce qui signifie la rupture de l'élément par traction. En contre partie l'endommagement de compression est moins important, il augmente jusqu'à atteindre une valeur $D_c = 0.15$ une valeur qui ne permet pas la rupture de l'élément par compression. N'oublions pas que l'endommagement total est une combinaison des deux types d'endommagement.

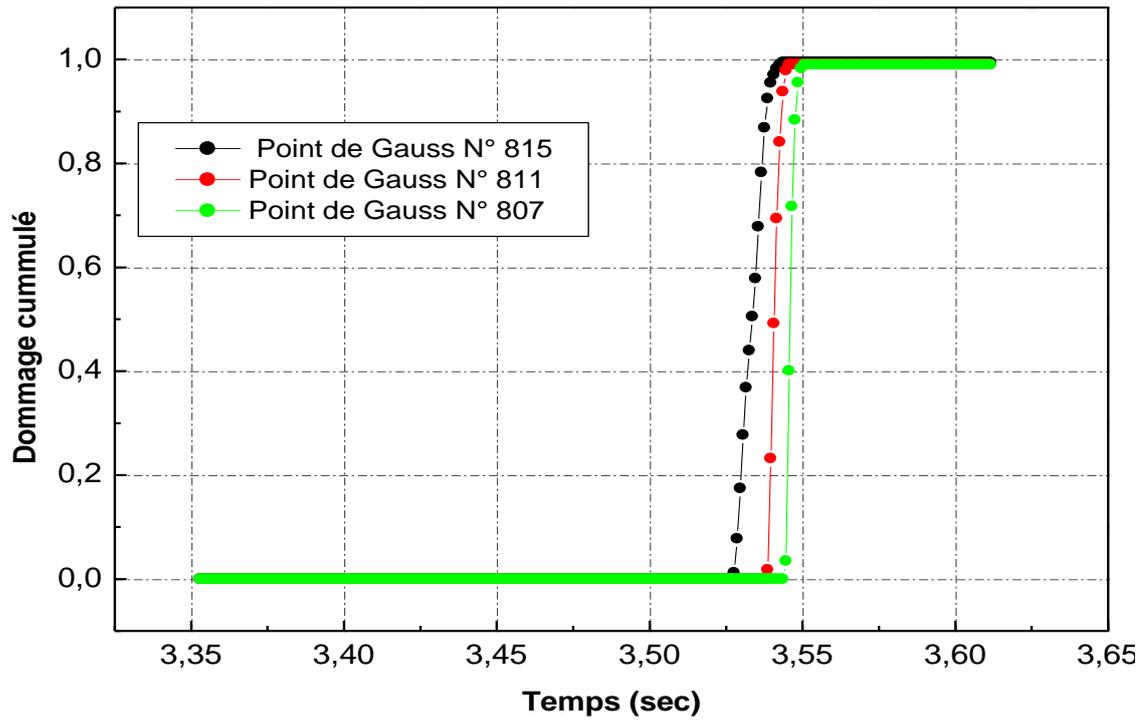


Fig. IV.14. Historique du dommage cumulé aux points d'intégration (815, 811 et 807)

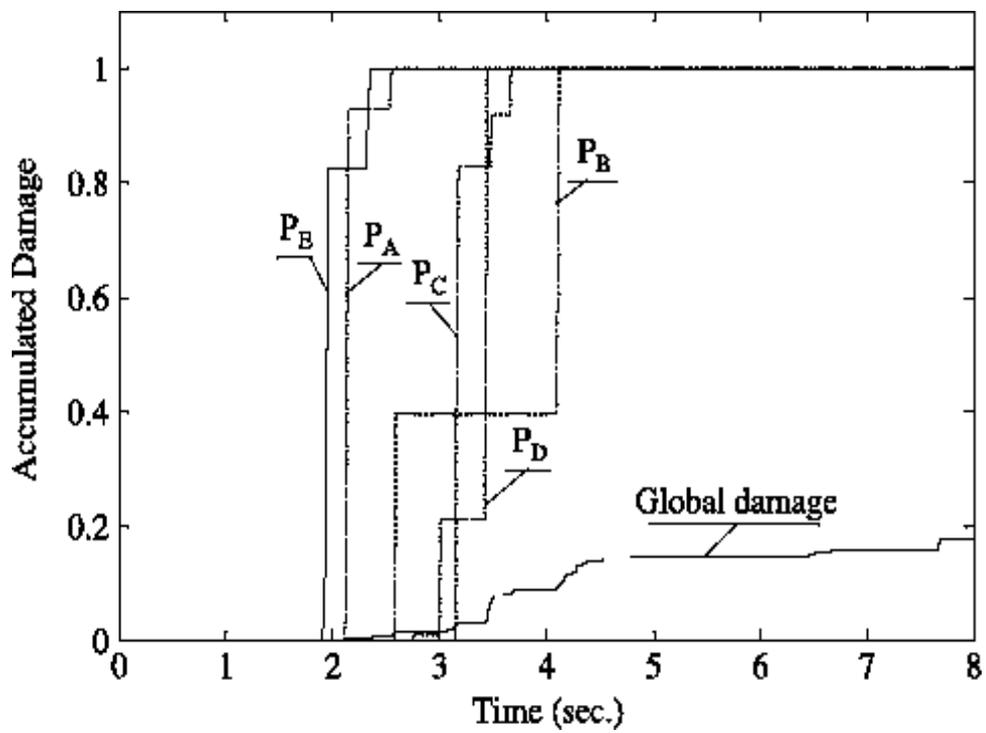


Fig. IV.15. Historique du dommage cumulé [3]

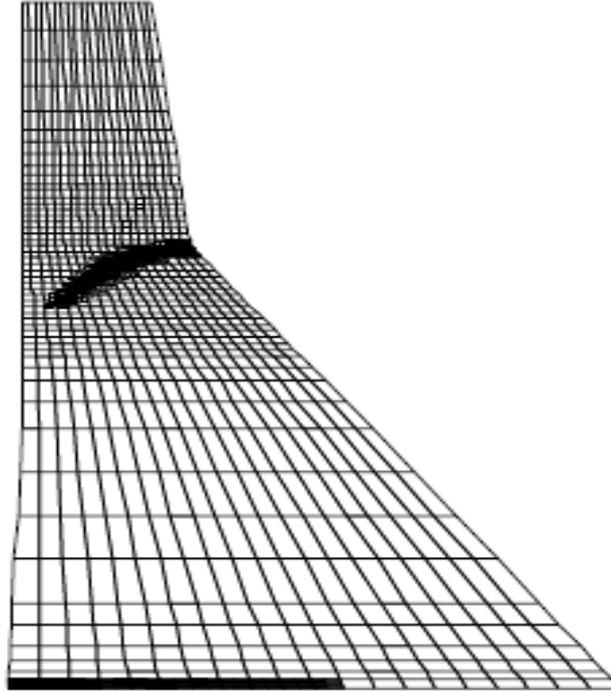


Fig. IV.16. Zones du dommage dans le barrage poids [3]

La figure IV. 14 présente le dommage cumulé aux points d'intégration (points de Gauss) 815, 811 et 807 des éléments de la structure 204, 203 et 202 respectivement selon le maillage de la structure. Nous constatons qu'il n'y a pas de dommage pendant le mouvement où les amplitudes de l'excitation sont relativement faibles, donc il n'y a pas d'influence sur l'endommagement sous petites amplitudes d'excitation ou plus explicitement le seuil initial de l'endommagement ε_{D_0} n'est pas encore atteint.

Les dommages dans le barrage sont observés à partir de la seconde **3,527** au point de Gauss numéro (815) à l'élément 204, puis à partir de **3,538** s au point de Gauss numéro (811) de l'élément 203 et enfin à partir de **3,544** s au point de Gauss numéro (807) de l'élément 202. On peut noter que l'apparition et l'évolution des dommages sont principalement concentrées dans l'intervalle de temps où les valeurs maximales des amplitudes positives et négatives de l'excitation se produisent, c'est-à-dire que le matériau est endommagé sous les plus grandes amplitudes de l'excitation. Nous remarquons aussi que l'endommagement apparaît d'abord dans l'élément 204 puis dans l'élément 203 et ensuite dans l'élément 202, l'endommagement se poursuit dans le reste des éléments comme le montre la figure IV. 16. Pour pouvoir valider tous les résultats numériques obtenus de cette étude numérique, nous les avons confrontés avec

des résultats obtenus par des auteurs ayant travaillé sur des études similaires à la notre. Nous les avons jugés plus que satisfaisants [1-13, 16-18].

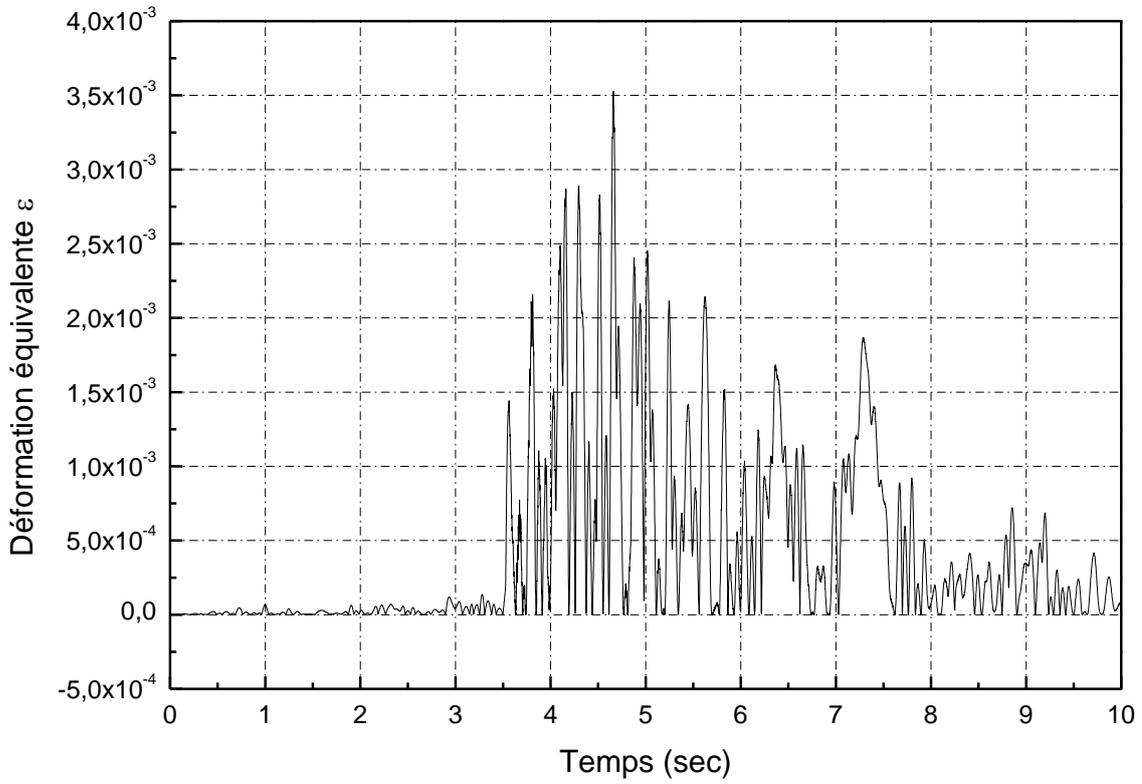


Fig. IV.17. Historique de la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}$.

La courbe de la figure IV. 17 représente l'historique de la déformation équivalente $\tilde{\varepsilon}$ [28-30]

$$\tilde{\varepsilon} = \sqrt{\sum_i \langle \varepsilon_i \rangle_+^2} \quad (IV.3)$$

Cette représentation est donnée en fonction du temps, nous constatons que les valeurs de la déformation équivalente sont très faibles avant la seconde 3.52 s. Après cette seconde nous enregistrons une phase où les amplitudes de la déformation équivalente atteignent des valeurs maximales : la valeur maximum de la déformation équivalente $3.5 \cdot 10^{-3}$ est enregistrée à la seconde 4.66. La phase des pics est comprise entre la seconde 3.52 et la seconde 7.5, cette phase coïncide ou correspond à la phase des grands déplacements. Au delà de cette seconde les amplitudes sont sensiblement atténuées.

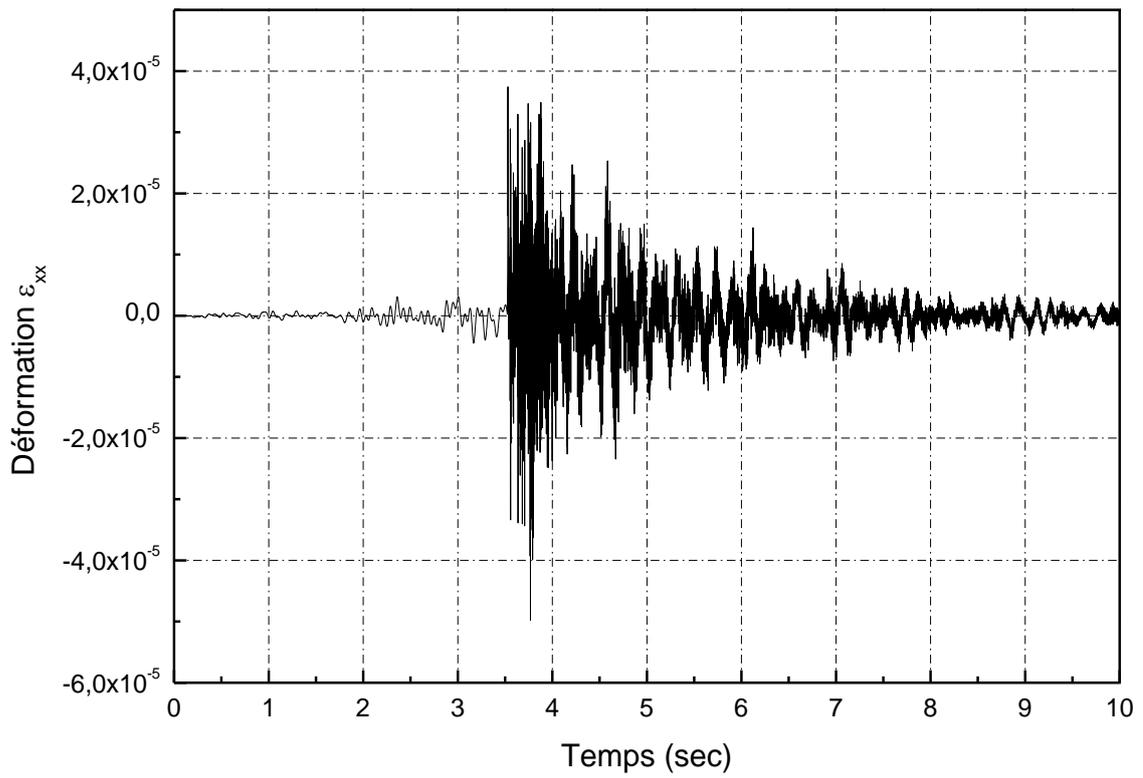


Fig. IV.18. Historique de la déformation ε_{xx}

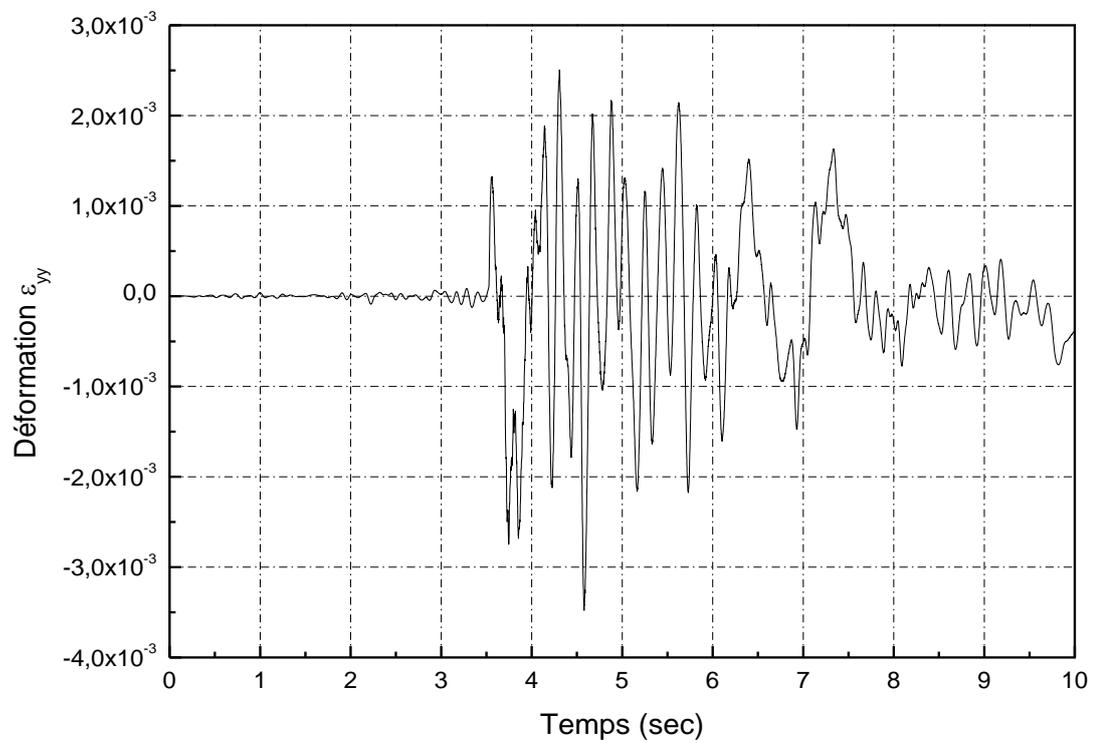


Fig. IV.19. Historique de la déformation ε_{yy}

Les figures IV. 18 et IV. 19 représentent l'historique des déformations ϵ_{xx} et ϵ_{yy} en fonction du temps, nous constatons que les valeurs des déformations sont très faibles avant la seconde 3.52 s, c'est la même remarque constatée pour le graphe IV. 17. Après cette seconde nous enregistrons une phase où les amplitudes des déformations atteignent des valeurs maximales (figure IV. 19) : la valeur maximum de la déformation $\epsilon_{yy} = -3.5 \cdot 10^{-3}$ est enregistrée à la seconde 4.58. La phase des pics est comprise entre la seconde 3.52 et la seconde 7.5, cette phase coïncide ou correspond à la phase des grands déplacements. Au delà de cette seconde les amplitudes sont sensiblement atténuées. Pour la figure IV. 18, le graphe présente des déformations très faibles qui sont de l'ordre 10^{-5} , nous enregistrons la valeur maximale $\epsilon_{xx} = -5.0 \cdot 10^{-5}$ à $t = 3.76$ s. Il faut constater qu'il y a un écart très important entre les deux graphiques des déformations.

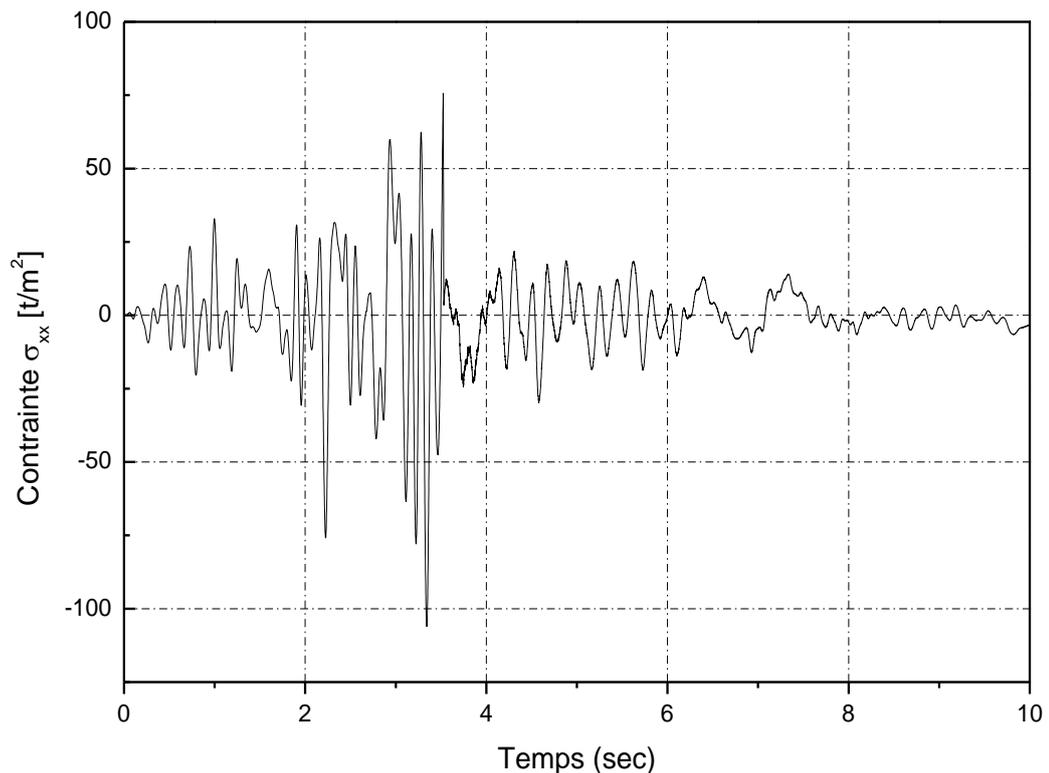


Fig. IV.20. Historique de la contrainte σ_{xx}

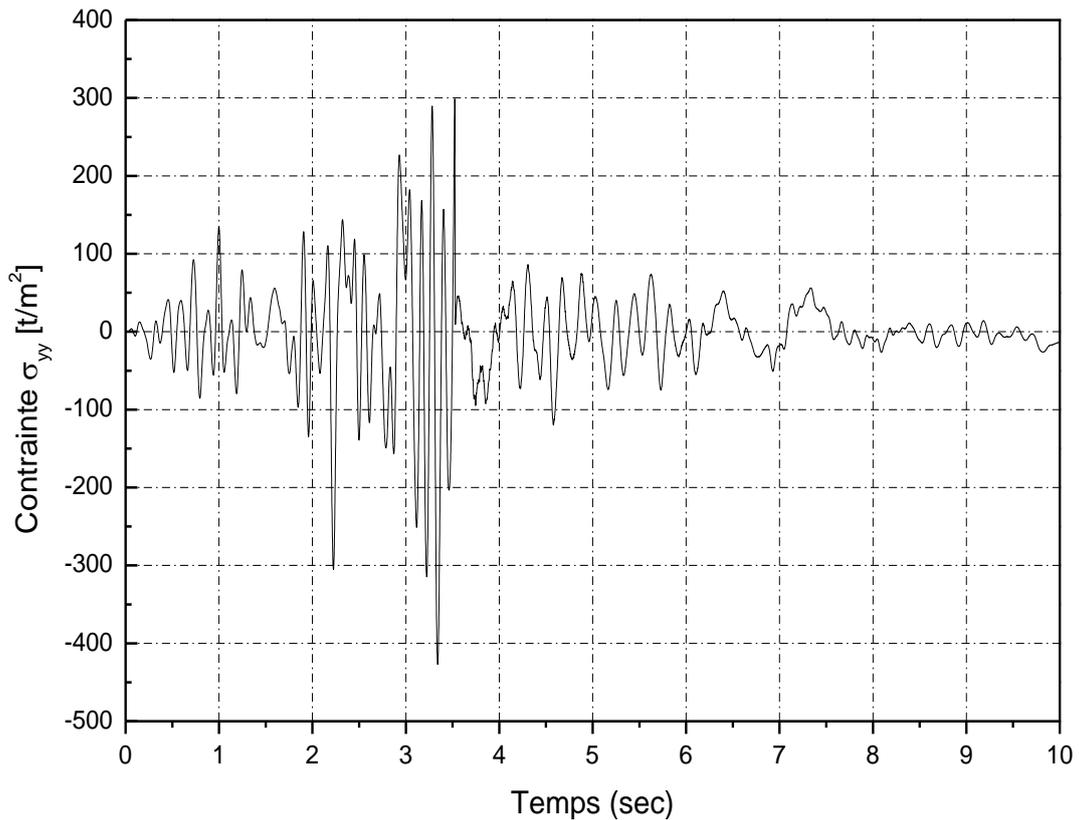


Fig. IV.21. Historique de la contrainte σ_{yy}

Les figures IV. 20 et IV. 21 représentent l'historique des contraintes σ_{xx} et σ_{yy} en fonction du temps

$$\sigma = (1 - D)E\varepsilon \quad (IV. 4)$$

Nous constatons que les valeurs des contraintes ont des amplitudes qui augmentent d'intensité avant la seconde 3.52 s. Dans le graphe de la figure IV. 21, la valeur maximale est enregistrée à la seconde $t = 3.34 \text{ s}$ d'une valeur de $\sigma_{yy} = -4.2 \text{ Mpa}$. Dans le graphe de la figure IV. 20, la valeur maximale est enregistrée à la seconde $t = 3.34 \text{ s}$ d'une valeur de $\sigma_{xx} = -1.2 \text{ Mpa}$.

Après la seconde $t = 3.52 \text{ s}$ nous enregistrons une phase où les amplitudes des contraintes diminuent sensiblement, la raison de cette diminution est que l'endommagement augmente jusqu'à atteindre une valeur proche de 1 et nous constatons alors la rupture du matériau.

IV.3. Etude paramétrique

IV.3.1. Influence des paramètres d'évolution de l'endommagement en traction

Influence de B_t et A_t

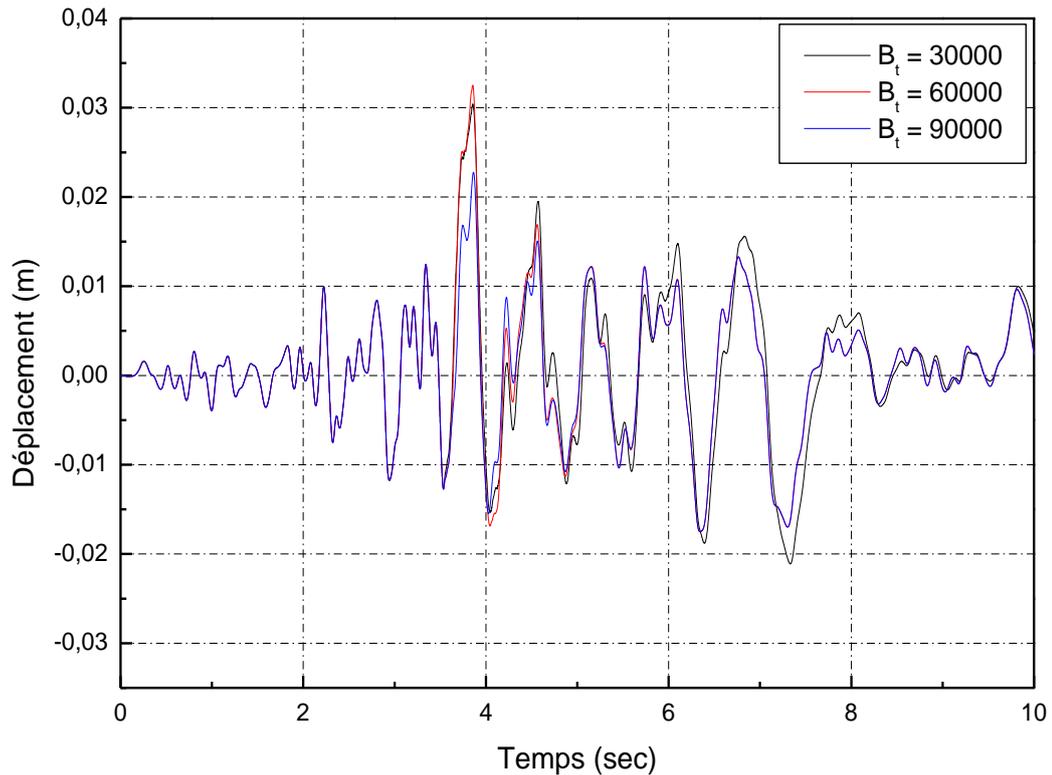


Fig. IV.22. Influence du paramètre B_t sur la réponse dynamique pour $\varepsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_c = 1545.0$, $A_c = 1.4$

Pour l'identification du comportement du matériau les paramètres B_t , A_t , B_c et A_c généralement calés sur des essais statiques. Donc ils définissent le comportement du matériau lorsque le chargement est statique. Ces paramètres influent sur la forme de la partie post-pic du comportement que ce soit en traction ou en compression. Dans cette étude paramétrique nous ferons varier un paramètre en supposant plusieurs valeurs mais en fixant les autres paramètres [31, 32].

La figure IV. 22 montre l'influence pour différentes valeurs du paramètre B_t sur la réponse en dynamique, les autres paramètres étant fixes. B_t influe sur les valeurs maximums des réponses en phase post-pic, on remarque un décalage des réponses, mais

les allures sont pratiquement les mêmes. Plus B_t augmente plus la valeur des déplacements diminue.

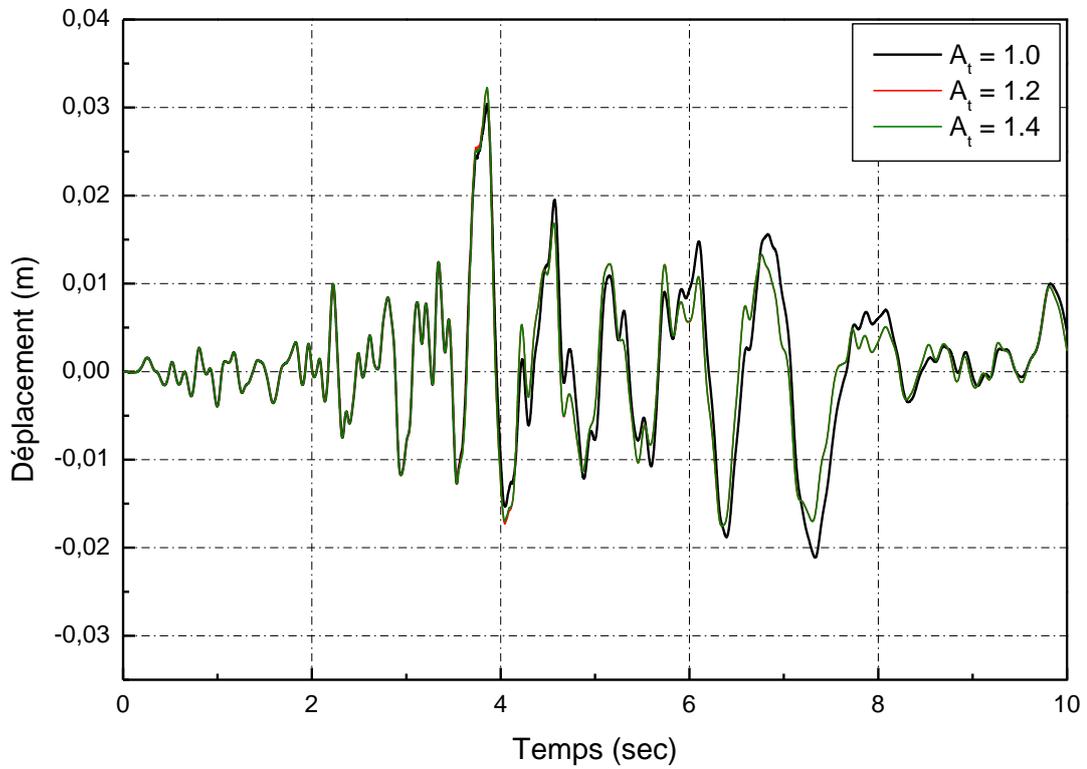


Fig. IV.23. Influence du paramètre A_t sur la réponse dynamique pour $\varepsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $B_t = 30000.0$, $B_c = 1545.0$, $A_c = 1.4$

La figure IV. 23 montre l'influence pour différentes valeurs du paramètre A_t sur la réponse dynamique, les autres paramètres étant fixes. A_t influe sur les valeurs maximums des réponses en phase post-pic, on remarque un décalage moins important des réponses, mais les allures sont pratiquement les mêmes. Plus A_t augmente plus la valeur des déplacements diminue.

IV.3.2. Influence des paramètres d'évolution de l'endommagement en compression

Influence de B_c et A_c

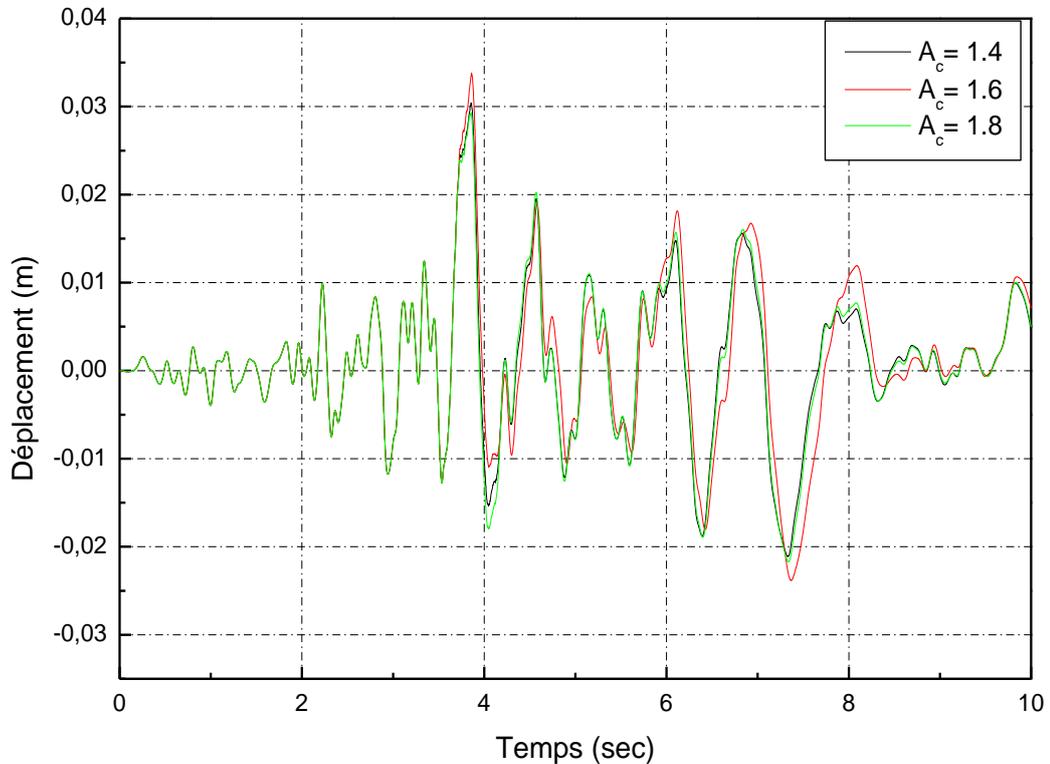


Fig. IV.24. Influence du paramètre A_c sur la réponse dynamique pour $\varepsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_t = 30000.0$, $B_c = 1545.0$

La figure IV. 24 montre l'influence pour différentes valeurs du paramètre A_c sur la réponse dynamique, les autres paramètres étant fixes. Nous pouvons constater que l'influence du paramètre A_c se manifeste une fois que le seuil initial d'endommagement est atteint, c'est-à-dire en phase post-pic. Ce paramètre influe sur les valeurs maximums des réponses en phase post-pic comme le montre le graphe IV. 24, on remarque un décalage des réponses, mais les allures sont pratiquement les mêmes. Plus A_c augmente plus la valeur des déplacements augmentent légèrement.

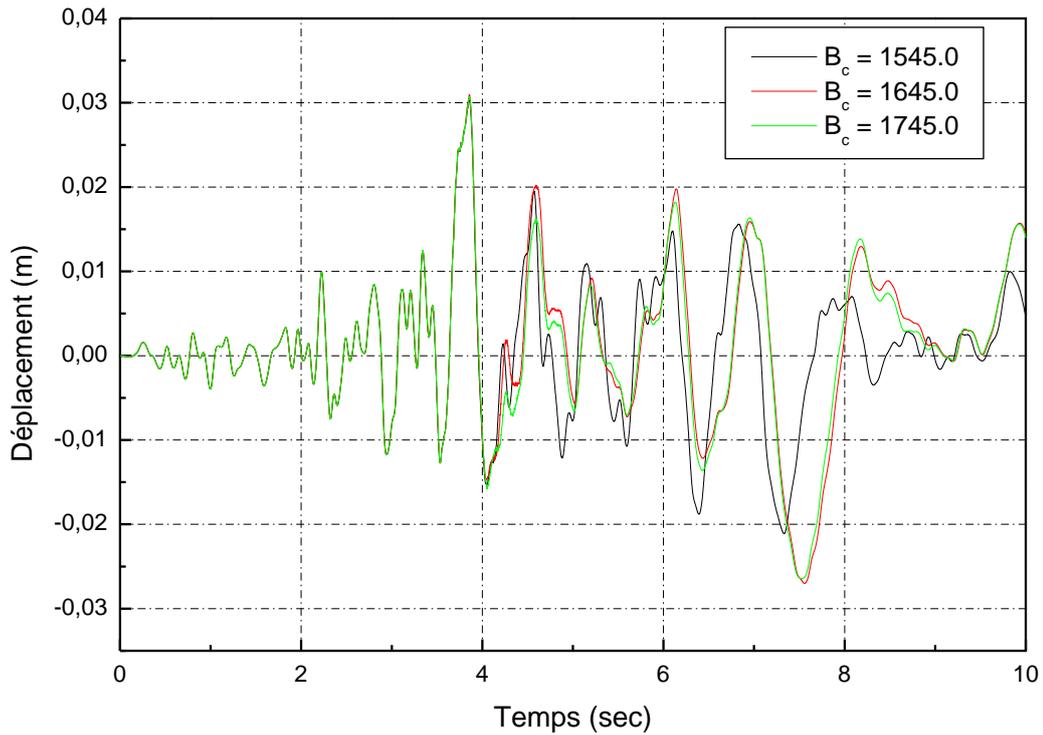


Fig. IV.24. Influence du paramètre B_c sur la réponse dynamique pour $\varepsilon_{D_0} = 1.5 \cdot 10^{-4}$, $A_t = 1.0$, $B_t = 30000.0$, $A_c = 1.4$

La figure IV. 25 montre l'influence pour différentes valeurs du paramètre B_c sur la réponse dynamique, les autres paramètres étant fixes. Nous pouvons constater que l'influence du paramètre B_c se manifeste une fois que le seuil initial d'endommagement est atteint, c'est-à-dire en phase post-pic. Ce paramètre influe sur les valeurs maximums des réponses en phase post-pic comme le montre le graphe IV. 25, on remarque un décalage des réponses, mais les allures sont pratiquement les mêmes. Plus B_c augmente plus la valeur des déplacements augmentent de manière significative.

IV.4. Conclusion

Dans cette étude, on a pris l'exemple d'un barrage poids en béton soumis à une excitation sismique en forme d'accélérogrammes. Les effets hydrodynamiques ne sont pas pris en considération. Le modèle d'endommagement de MAZARS pour les matériaux fragiles est implanté dans le programme de calcul écrit en FORTRAN 90. Le but recherché consiste, premièrement à avoir la réponse du barrage poids soumis à une

sollicitation sismique sous forme d'un historique des déplacements, des déformations où des contraintes ; deuxièmement représenter l'historique de l'évolution des dommages aux points d'intégration et déduire les zones susceptibles d'être endommagées au premier et comment se développent-elles dans la structure. L'équation d'équilibre de la dynamique est résolue, un algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires est présenté. Le choix de la méthode est lié au pas de temps considéré très petit. Le choix du barrage poids Koyna situé en Inde est lié au fait que beaucoup d'études ont été réalisées sur cette structure qui a connue un séisme destructeur en 1967. Les enregistrements du séisme sous forme d'accélérogrammes avec composantes horizontales et verticales sont utilisés comme charges dynamiques. L'effet du coefficient d'amortissement est éventuellement pris en compte.

IV.5. Références bibliographiques

- [1] ABAQUS 6.10. Example problems manual; volume I: Static and Dynamic Analyses.
- [2] BURMAN A., NAYAK P., AGRAWAL P., Maity. D., Coupled gravity dam–foundation analysis using a simplified direct method of soil–structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 34 pp. 62–68. 2012.
- [3] CALAYIR, Y., KARATON, M., A continuum damage concrete model for earthquake analysis of concrete gravity dam–reservoir systems. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25 pp. 857–869, 2005.
- [4] CALAYIR, Y., KARATON, M., Seismic fracture analysis of concrete gravity dams including dam–reservoir interaction. *Computers and Structures* 83 pp. 1595–1606, 2005.
- [5] CHOPRA AK, CHAKRABARTI P. The Koyna earthquake and damage to Koyna dam. *Bulletin of the Seismological Society of America*;63(2):381–97. 1973.
- [6] JAVANMARDI F., LÉGER P., TINAWI R. Seismic structural stability of concrete gravity dams considering transient uplift pressures in cracks, *Engineering Structures*, 27 pp. 616–628, 2005.
- [7] JIANWEN P., CHUHANN Z., YANJIE X., FENG. J., A comparative study of the different procedures for seismic cracking analysis of concrete dams. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 31 pp. 1594–1606. 2011.

- [8] MAO M., TAYLOR C.A. Non-linear cracking analysis of medium-height concrete gravity dams. *Computers and structures*. Vol. 64, No. 5/6, pp. 1197-1204, 1997.
- [9] NIWA A, CLOUGH R. Shaking table research on concrete dam models. Report no. EERC 80-05. Earthquake Engineering Research Center Report. University of California, Berkeley, CA; 1980.
- [10] OMIDI O., VALLIAPPAN S., LOTFI V. Seismic cracking of concrete gravity dams by plastic–damage model using different damping mechanisms. *Finite Elements in Analysis and Design* 63 pp. 80–97, 2013.
- [11] PEKAU O.A., FANG L, ZHANG C. Seismic fracture of Koyna dam: case study. *Earthquake Engineering and Structural Dynamic*;24:15–33. 1995.
- [12] ZHANG W., CAI Y., *Continuum Damage Mechanics and Numerical Applications*. Advanced Topics in Science and Technology in China. ISSN 1995-6819. 2010.
- [13] ZHANG S., WANG G., YU X., Seismic cracking analysis of concrete gravity dams with initial cracks using the extended finite element method. *Engineering Structures* 56 pp. 528–543. 2013.
- [14] OUDNI N., BOUAFIA Y., Numerical computation of structures with quasi brittle material under dynamic loading: case study of concrete gravity dam. *Procedia Materials Science*, Vol. 3 Elsevier Ltd, pp. 183–189, 2014.
- [15] OUDNI N., BOUAFIA Y., Numerical computation of structures with quasi brittle material under dynamic loading: case study of concrete gravity dam. 20th European Conference on Fracture, NTNU, Trondheim, Norway, 28 June - 04 July, 2014
- [16] GHAEMIAN M., GHOBARAH A. Nonlinear seismic response of concrete gravity dams with dam–reservoir interaction. *Engineering Structures* 21 pp. 306–315, 1999.
- [17] GUANGLUN W., PEKAUB O.A., CHUHANA Z., Wang SHAOMIN W. Seismic fracture analysis of concrete gravity dams based on nonlinear fracture mechanics. *Engineering Fracture Mechanics* 65 67±87, 2000
- [18] PEKAU O.A., YUZHU C. Failure analysis of fractured dams during earthquakes by DEM. *Engineering Structures* 26 pp. 1483–1502, 2004.
- [19] YAZDCHI M, KHALILI N, VALLIAPPAN S. Dynamic soil-structure interaction analysis via coupled finite element-boundary element method. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* ;18:499–517. 1999.
- [20] Chaboche J.L. , *Continuum damage mechanics: Part I and II*. ASME J. Appl. Mech., 55(1), 59-72, 1988.
- [21] LEMAITRE J. , Local approach of fracture. *Eng. Fract. Mech.*, 25(5-6), 523-537, 1986.

- [22] WANGN J. T., LV D.D., JIN F., ZHANG C.H.. Earthquake damage analysis of arch dams considering dam–water–foundation interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 49 pp. 64–74, 2013.
- [23] OWEN D.R.J., Hinton E. *Finite element in plasticity, Theory and Practice*. Ed. Pineridge Press Limited, 1986.
- [24] OWEN D.R.J., E. Hinton, *Finite elements in plasticity*, Pineridge Press, 1980.
- [25] PAULTRE P. *Dynamique des structures, application aux ouvrages de génie civil*. Hermes Science publications, 2005.
- [26] CHOPRA A.K., *Dynamics of Structures*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, N.J., 1995.
- [27] CLOUGH R.W., PENZIEN J., *Dynamics of Structures*. McGraw-Hill, New York, 2nd edition, 1993.
- [28] MAZARS J. *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. Thèse de doctorat, université Pierre et Marie curie – C.N.R.S, Paris, France, 1984.
- [29] LEMAITRE J., MAZARS J. *Application de la théorie de l'endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*. *Annales de l'ITBTP* n° 401, 1982.
- [30] PEYROT I., BOUCHARD P.O., BAY F., BERNARD F., GARCIA-DIAZ E., *Numerical aspects of a problem with damage to simulate mechanical behavior of quasi-brittle material*, *Computational materials science* 40 pp. 327-340, 2007.
- [31] GATUINGT F. *Prévision De La Rupture Des Ouvrages En Béton Sollicités En Dynamique Rapide*. Thèse de doctorat. ENS de CACHAN, France, 1999.
- [32] HERVE G., GATUINGT F. *Simulation numérique de l'endommagement de dalles en béton et béton armé impactées par un réacteur d'avion idéalisé*. LMT, ENS Cachan, France, 2002.

Conclusion générale

L'objectif de ce travail est la simulation des problèmes non-linéaires du processus d'endommagement et de la rupture des matériaux quasi-fragiles en particulier les bétons. Ce travail vise à modéliser le comportement macroscopique du matériau et de prévoir les éventuels dommages. Le modèle de J. Mazars dont le principe est basé sur la mécanique de l'endommagement a été implémenté dans un programme en éléments finis, ce modèle prend en compte la dissymétrie du comportement du béton et tiens compte de la fissuration en traction et de la rupture en compression. C'est un modèle qui est généralement utilisé pour des systèmes statiques ou pseudo-statiques, mais dans cette thèse il a été utilisé dans le cas dynamique.

Dans le chapitre premier nous avons présenté quelques essais expérimentaux sur les bétons en statique et en dynamique. Ces essais nous ont permis de faire une caractérisation des bétons en compression simple, en compression confinée, en traction directe et indirecte et nous renseignent au mieux des caractéristiques et du comportement des bétons. Nous avons distingué dans le comportement du béton qu'il présente un comportement dissymétrique en traction et en compression, un comportement adoucissant en traction et en compression, apparition de déformations anélastiques dès qu'apparaît une perte de raideur ou dès que l'on atteint la résistance maximale du matériau, une grande résistance en compression simple dynamique et enfin une augmentation de la résistance déviatorique lorsque le béton est soumis à des pressions élevées.

Dans le chapitre deuxième, nous avons présenté l'approche la thermodynamique des processus irréversibles qui présente un cadre idéal pour la modélisation du comportement des milieux continus et des structures. Elle nous a permis de définir les lois de comportement d'un milieu continu et une bonne compréhension des phénomènes physiques. Nous avons présenté les principes de la thermodynamique élémentaire en tenant compte des aspects dynamiques mais pas thermiques. Nous avons exposé quelques modèles adaptés aux cas dynamique, appliqués aux matériaux fragiles ou quasi-fragiles.

Pour la résolution des équations de mouvement, le choix de la méthode a été porté sur la méthode des différences centrées vu que celle-ci est l'une des plus utilisées dans la méthode des éléments finis, elle présente la particularité d'être très économique en

terme de temps et de mémoire, car avec cette méthode on a pas besoin de résoudre le système d'équations. Elle est basée sur des approximations de la vitesse et de l'accélération par des quotients de différences finies des valeurs connues des déplacements à intervalles de temps réguliers, ces intervalles de temps sont supposés très petits. Cette méthode n'est économique que si la matrice de masse et la matrice d'amortissement sont diagonales simultanément.

Nous avons présenté par la suite une formulation simplifiée de la méthode des éléments finis basée sur le principe des travaux virtuels. L'analyse proprement dite d'un problème de dynamique qui est représenté par une équation mathématique (équation différentielle partielle) dans l'espace et dans le temps. Cet espace est discrétisé ou maillé en éléments finis. Cette discrétisation conduit à une formulation intégrale par le principe des travaux virtuels. La dernière partie du chapitre III nous avons présenté encore une fois le modèle d'endommagement de Mazars et expliqué comment celui-ci a été implémenté dans le programme de calcul.

Le dernier chapitre résultats et discussions, nous avons pris l'exemple d'un barrage poids en béton soumis à une excitation sismique en forme d'accélérogrammes. Les résultats obtenus sont, premièrement la réponse du barrage poids soumis à une sollicitation sismique sous forme d'un historique des déplacements, des déformations où des contraintes ; deuxièmement l'historique de l'évolution des dommages aux points d'intégration des zones endommagées. L'équation d'équilibre de la dynamique est résolue, un algorithme d'intégration par la méthode des différences centrées pour des systèmes non linéaires a été présenté avec un pas de temps très petit. Le choix du barrage poids Koyna situé en Inde est lié au fait que beaucoup d'études ont été réalisées sur cette structure qui à connue un séisme destructeur en 1967. Les enregistrements du séisme sous forme d'accélérogrammes avec composantes horizontales et verticales ont été utilisés comme charges dynamiques. L'effet du coefficient d'amortissement est éventuellement pris en compte. Nous avons jugé que les résultats obtenus sont plus que satisfaisants.