

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



Faculté de Génie de la Construction

Département De Génie Mécanique

Mémoire de fin de cycle de master académique

Filière : ELECTROMECHANIQUE

Spécialité : MAINTENANCE INDUSTRIELLE

Thème

*Utilisation des méthodes vibratoires pour la
détection des défauts des structures mécaniques*

Présenté par :

RIHANI YASSINE

TOUDJI TOUFIK

Soutenu le 01/04/2021 devant le jury composé de :

M ^r Slimani Mohend	Maitre de conférences classe B	UMMTO	Président
M ^r Boumrar Akli	Maitre assistant classe A	UMMTO	Rapporteur
M ^r Zaidi Ali	Maitre assistant classe A	UMMTO	Examineur

Promotion : 2019/2020

A decorative border with repeating floral motifs surrounds the text. The top border features larger floral designs at the corners. The sides and bottom borders consist of smaller, repeating floral patterns.

Remerciements

Nous tenons à remercier *Mr BOUMRAR*, pour avoir accepté de nous encadrer, pour ses conseils utiles, pour sa disponibilité durant notre recherche; ses critiques et ses propositions qui ont permis de finaliser ce travail.

Nos reconnaissances et nos remerciements les plus chaleureux vont aussi à tous les enseignants qui ont intervenu durant notre formation, et l'ensemble du cadre administratif qui a consacré du temps pour nous, et aussi pour leur patience et leur collaboration.

Merci à celles et ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Nous tenons à adresser nos vifs remerciements à nos parents pour leur soutien, leur patience et leurs encouragements. Qu'ils trouvent dans ces mots les meilleures expressions de remerciements et de respect.

Merci



Dédicaces

Je dédie ce travail à :

La mémoire de mes grands-pères

Mes parents

Ma sœur

Toute ma Famille

Mes camarades ainsi que tous mes amis

Yassine

A decorative border with repeating floral motifs surrounds the page. The top and bottom borders are horizontal, while the left and right borders are vertical. The motifs consist of stylized flowers and leaves.

Dédicaces

Je dédie ce travail à :

La mémoire de mes grands-parents

Mes parents

Mes sœurs

Ma famille

Mes amis

Mes camarades

Toufik

Sommaire

Introduction générale	01
-----------------------------	----

Chapitre I

I.1.Introduction.....	02
I.2.Historique.....	02
I.3.Principe de la détection d'un défaut.....	03
I.4. Domaine d'utilisation.....	03
I.5. Techniques du CND.....	03
I.5.1. Le contrôle visuel.....	04
I.5.2. Le contrôle par ressuage.....	04
I.5.3.Radiographie.....	05
I.5.4. Ultrasons.....	06
I.5.5. La magnétoscopie.....	07
I.5.6.Thermographie.....	08
I.5.7. L'analyse d'huile.....	09
I.5.8. CND par courants de Foucault.....	09
I.6.Analyse vibratoire.....	10
I.6.1.Définition d'une vibration.....	11
I.6.2.Caractéristique d'une vibration.....	11
a. L'Amplitude.....	11
b. La fréquence.....	11
I.7.Conclusion.....	12

Sommaire

Chapitre II

II.1.Introduction	13
II.2.Historique.....	13
II.3.Principe de la MEF.....	14
II.3.1.Démarche éléments finis.....	14
II.3.2.Discrétisation géométrique.....	14
II.3.3.Méthodes d'approximation.....	14
a. Méthode des résidus pondérés (ou annulation d'erreur).....	14
b. Méthodes variationnelles.....	15
II.4.Énergie de déformation élastique.....	15
II.4.1Calcul de la matrice de rigidité et de masse.....	16
II.5.Élément barre	16
II.5.1.Approximation nodale.....	17
II.5.2.Matrices élémentaires.....	18
II.5.3.Matrice de rigidité dans un repère global	18
II.6.Élément poutre	20
II.6.1.Approximation nodale.....	20
II.6.2.Matrices élémentaires.....	21
II.7.Les portiques	22
II.7.1.Matrice de rigidité dans un repère global.....	22
II.8.Rappels sur la dynamique des structures.....	23
II.8.1.Etude des systèmes à un degré de liberté.....	23
a. Système mécanique libre non amorti.....	23
b. Système mécanique forcé.....	24

Sommaire

II.8.3. Etude des systèmes à n degré de liberté.....	27
II.8.3.1. En statique.....	27
a. Définitions.....	27
b. Stabilité des structures.....	28
c. Les conditions aux limites usuelles.....	28
II.8.3.2. En dynamique.....	28
II.9. Conclusion.....	29

Chapitre III

III.1. Introduction.....	30
III.2. Présentation des logiciels MATLAB et ANSYS.....	30
III.3. En statique.....	31
III.3.1. Calcul de la flèche maximale.....	31
III.3.1.1. Le cas de la poutre (Encastré – Libre).....	31
a. Calcul analytique (CA).....	31
b. Calcul par la méthode des éléments finis (MEF).....	32
III.3.1.2. Le cas d'une poutre (Encastrée – Appui simple).....	33
a. Calcul analytique (CA).....	33
b. Calcul par la méthode des éléments finis (MEF).....	34
III.4. En dynamique.....	35
III.4.1. Le cas d'une Poutre (Encastrée-Libre).....	35
III.4.1.1. Calcul des fréquences propres	36
a. Calcul par la méthode analytique.....	36
III.4.1.2. Les modes propres.....	38
III.4.2. Le cas d'une Poutre (Encastré-Appui simple).....	41

Sommaire

III.4.2.1.Calcul des fréquences propres.....	41
a. Calcul par la méthode analytique.....	41
III.4.2.2.Les modes propres.....	43
III.5.Détection d'endommagements.....	46
III.6.Méthode de l'énergie de déformation.....	46
III.7.Application.....	47
III.7.1.Le cas d'une Poutre (Encastrée – Encastrée).....	47
III.7.2.Le cas d'une poutre (Encastrée – Appui simple).....	49
III.7.3.Le cas d'une poutre (Double appui – Double appui).....	51
III.7.4.Le cas d'une poutre (Encastrée – libre).....	53
III.8.Conclusion.....	55
Conclusion générale.....	56
Annexe A	
Annexe B	
Annexe C	

Liste des figures

Chapitre I

Figure I.1. Principe du contrôle par ressuage.....	05
Figure I.2. Principe du contrôle par radiographie.....	05
Figure I.3. Principe du contrôle par ultrasons.....	06
Figure I.4. Principe du contrôle par magnétoscopie.....	07
Figure I.5. Contrôle par thermographie.....	08
Figure I.6. Principe du contrôle par courants de Foucault.....	10

Chapitre II

Figure II.1. Modèle barre.....	17
Figure II.2. Changement de repère d'un élément barre.....	19
Figure II.3. Modèle de Bernoulli : flexion plane.....	20
Figure II.4. Système masse-ressort.....	23
Figure II.5. Système masse ressort et amortissement.....	25
Figure II.6.a. Graphe de $\left(\frac{B}{F_0/K}, \frac{\Omega}{\omega_0}\right)$	26
Figure II.6.b. Graphe de $\left(\varphi, \frac{\Omega}{\omega_0}\right)$	26

Chapitre III

Figure.III.1. Logo du logiciel MATLAB.....	30
Figure.III.2. Logo du logiciel ANSYS.....	30
Figure.III.3. Poutre (Encastré –Libre).....	31
Figure.III.4. La flèche maximal de la poutre (Encastré –Libre) sur MATLAB.....	32
Figure.III.5. Poutre (Encastrée - Appui-simple).....	33
Figure.III.6. La flèche maximal de la poutre (Encastrée - Appui-simple).....	35
Figure.III.7. Poutre (Encastrée-Libre).....	35

Liste des figures

Figure.III.8.Détermination graphique des racines de l'équation.....	37
Figure.III.9.Les 3 premiers modes propres obtenus par MATLAB Pour une Poutre (Encastrée-Libre).....	39
Figure.III.10.Les 3 premiers modes propres obtenus par ANSYS Pour une Poutre (Encastrée-Libre).....	40
Figure.III.11.Poutre (Encastré-Appui simple).....	41
Figure.III.12.Détermination graphique des racines de l'équation.....	42
Figure.III.13.Les 3 premiers modes propres obtenus par MATLAB Pour une poutre (Encastré-Appui simple).....	44
Figure.III.14.Les 3 premiers modes propres obtenus par ANSYS Pour une poutre (Encastré-Appui simple).....	45
Figure III.15. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15% Poutre (Encastrée – Encastrée).....	47
Figure III.16. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15% Poutre (Encastrée – Encastrée).....	48
Figure III.17. Éléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Encastrée – Encastrée).....	48
Figure III.18. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Encastrée – Encastrée).....	49
Figure III.19. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement Poutre (Encastrée – Encastrée).....	49
Figure III.20. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15% Poutre (Encastrée – Appui).....	50
Figure III.21. Éléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Double appui – Double appui).....	50
Figure III.22. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Encastrée – Appui).....	51
Figure III.23. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement Poutre (Encastrée – Appui).....	51

Liste des figures

Figure III.24. Éléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15% Poutre (Double appui – Double appui).....	52
Figure III.25. Éléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Double appui – Double appui).....	52
Figure III.26. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement Poutre (Double appui – Double appui).....	53
Figure III.27. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement Poutre (Double appui – Double appui).....	53
Figure III.28. Éléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 50% Poutre (Encastrée – Libre).....	54
Figure III.29. Éléments 8 et 12 endommagés à 30% et 40% respectivement Poutre (Encastrée – Libre).....	54
Figure III.30. Éléments 15 et 23 endommagés à 30% et 40% respectivement Poutre (Encastrée – Libre).....	55
Figure III.31. Éléments 10 et 19 endommagés à 60% et 70% respectivement Poutre (Encastrée – Libre).....	55

Liste des tableaux

Chapitre II

Tableau II.1. Les conditions aux limites classiques.	28
--	----

Chapitre III

Tableau.III.1.les solutions graphiques et les solutions par méthode de Dichotomie.....	38
Tableau.III.2.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur MATLAB) et calcul d'erreur relative.....	38
Tableau.III.3.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur ANSYS) et calcul d'erreur relative.....	38
Tableau.III.4. .les solutions graphiques et les solutions par méthode de Dichotomie.....	43
Tableau.III.5.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur MATLAB) et calcul d'erreur relative.....	43
Tableau.III.6.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur ANSYS) et calcul d'erreur relative.....	43

Nomenclature

Nomenclature chapitre II :

N_e : Nombre d'éléments.

D : Domaine à étudier.

D_e : Domaine élémentaire à étudier.

Ed : Energie ce déformation élastique.

B : Dérivées des fonctions de forme.

F : Charge.

ε : Déformation.

σ : Contrainte de déformation.

τ : Contrainte de cisaillement.

$\{D\}$: Matrice contenant des coefficients d'élasticité.

L : Operateur de dérivation.

U : Déplacements.

U^* : Déplacements approximatifs.

V_e : Déformation élémentaire

N : Fonction de forme.

ρ : Masse volumique.

E : Module de Young.

M_e : Matrice de masse élémentaire.

K_e : Matrice de rigidité élémentaire.

l : Longueur.

l_e : Longueur élémentaire.

S : Section.

P : Matrice de passage.

\bar{K}_e : Matrice de rigidité globale.

Nomenclature chapitre III :

Nomenclature

ϕ : Mode propre.


β_i^{es} : Énergie de déformation modale pour une structure saine.

β_i^{ed} : Énergie de déformation modale pour une structure endommagée.

α_i^{es} : Normalisation de l'énergie de déformation modale pour la structure saine.

α_i^{ed} : Normalisation de l'énergie de déformation modale pour la structure endommagée.

MSE^e : L'indice de base d'énergie de déformation modale.



Introduction
Générale

Introduction générale

Introduction générale

La fiabilité des systèmes industriels est devenue un élément essentiel que ce soit au stade de leur conception ou lors de leur exploitation, car il affecte la durée de vie du matériel et sa rentabilité. Bien que les concepteurs aient dès le début du siècle reconnu l'importance de la mécanique vibratoire pour la prédiction du comportement dynamique des structures, il est dur de se contenter des méthodes d'analyse assez rudimentaire.

L'évolution des moyens informatiques a permis de franchir un grand pas dans l'approche rationnelle de la conception et de l'optimisation des systèmes mécanique. Le contrôle non destructif (CND) est le plus utilisé, vu qu'il laisse la structure intacte.

Plusieurs méthodes de Contrôle non destructif classique sont utilisées avec succès dans plusieurs domaines de l'industrie, telles que les ultra-sons, la radiographie par rayon X et le test par magnétoscopie.

Cependant, ces méthodes ne nous permettent pas de suivre la structure en permanence pendant son service. Le développement technologique, dans les domaines de capteurs, acquisition de données, le traitement du signal et l'outil informatique, a favorisé la surveillance de la structure en temps réel, et a fait que l'émergence de ce type de contrôle soit l'évolution naturelle des méthodes traditionnelles.

La surveillance de l'état de la structure (en anglais Structural Health Monitoring « SHM ») peut être classée dans la littérature parmi les méthodes de contrôle non destructif en termes de technologie. Elle diverge avec les méthodes traditionnelles dans le but qu'il y est l'automatisation et le contrôle continu, en temps réel, de la structure en service, avec un minimum d'intervention humaine.

Dans ce mémoire nous nous focalisons sur les méthodes vibratoires pour la localisation d'endommagements, la définition d'endommagement sera alors limitée aux changements des propriétés physiques de la structure. Ce travail sera partagé en trois chapitres :

Chapitre I : cette partie du mémoire est consacré pour une recherche bibliographique là où on a essayé de balayer la plupart des méthodes de contrôle non destructif (CND).

Chapitre II : il est subdivisé en deux parties ; la première est consacrée à l'utilisation de la méthode des éléments finis pour l'étude d'une barre, d'une poutre, et enfin d'un portique tandis que la seconde est dédiée à faire quelques rappels sur la dynamique des structures.

Chapitre III : Il se compose de trois parties, premièrement le calcul de la flèche maximale des poutres sous différentes conditions aux limites, puis le calcul des fréquences et modes propres de ces dernières avec différentes méthodes et logiciels, et enfin l'application de la méthode de l'énergie de déformation pour la détection d'endommagements dans les structures poutres.

La méthode détecte-t-elle l'endommagement dans ces structures mécaniques ?



Chapitre I

I.1. Introduction

Le contrôle non destructif (CND) est l'ensemble des techniques aptes à fournir des informations sur la santé d'une pièce ou d'une structure industrielle sans les endommager, celui-ci correspond à la détection et la caractérisation des différents défauts et imperfection qui menace à la sécurité de fonctionnement des systèmes soumis à des contraintes mécaniques, thermiques, ou chimiques. Les phénomènes physiques et les techniques sont multiples : procédés optiques, ressuage, flux de fuites magnétiques, rayonnement ionisant, vibrations mécaniques, contrôle d'étanchéité, procédés électromagnétiques, et les applications sont variées [1].

On parle aussi d'essais non destructifs ou d'examen non destructifs (END), ce qui évoque plutôt les examens en laboratoire que la qualité industrielle. En ce sens, le CND apparaît comme un élément majeur du contrôle de la qualité et de la santé des produits. Il se différencie de l'instrumentation de laboratoire et industrielle puisque l'objet est la détection et la mise en évidence des hétérogénéités, anomalies et défauts susceptibles d'altérer la disponibilité, la sécurité d'emploi et, plus généralement, la conformité d'un produit à l'usage auquel il est destiné, plutôt que de mesurer des paramètres physiques tels que le poids ou les cotes d'une pièce [2].

Dans ce chapitre nous allons présenter des généralités sur le CND, ainsi que le recensement des différentes techniques de CND.

I.2. Historique

Le contrôle non destructif constitue un champ d'application privilégié des découvertes de la physique.

Aussi l'histoire de contrôle non destructif commence-t-elle avec celle de la physique moderne à la fin du XIX siècle qui a débuté par la découverte des rayons X puis des courants de Foucault. Ce n'est pas toutefois qu'à partir de la seconde guerre mondiale que les techniques de contrôle non destructives ont pris leur essor dans l'industrie, en particulier dans la métallurgie : contrôle des aciers, radiographie des soudures. Une importante accélération du progrès et du développement du contrôle non destructif s'est manifestée ensuite vers les années 1960-1970 avec le développement rapide secteurs très demandeurs tels que les centrales électriques nucléaires ou encore l'aéronautique.

Aujourd'hui, les champs d'application s'étendent de plus en plus et celui-ci devient un outil incontournable dans l'approche qualité. La plupart des techniques consistent à exciter la pièce contrôlée par un signal physique adapté et recueillir la réponse de la pièce qui doit caractériser son état et plus particulièrement la présence d'un défaut [6,9].

I.3. Principe de la détection d'un défaut

Les méthodes du CND sont fondées sur la déformation du champ d'une grandeur physique par une discontinuité. On exploite donc un phénomène physique pour détecter la présence d'une hétérogénéité dans un matériau (à l'exception des procédés visuels directs qui échappent à cette règle). Les principes physiques comme l'atténuation, réflexion ou diffraction des ultrasons, atténuation ou diffraction des rayons X ou γ , perturbation des courants de Foucault....sont à la base des END, ils peuvent servir à caractériser les matériaux (gros grain, anisotropie, dureté, état de contraintes, fissures surfacique ou en profondeur...). Les techniques de CND se différencient par l'énergie employée, énergie mécanique (ultrasons, ressuage), électromagnétique (radioscopie, observation dans le visible, flux magnétique...)[2].

Dans tout CND, on peut détecter les cinq étapes suivantes :

- La mise en œuvre d'un processus physique.
- L'altération de ce processus par le défaut.
- La révélation de cette variation par un détecteur approprié.
- Un émetteur de flux.
- Un récepteur ou détecteur.

I.4. Domaine d'utilisation

- Ces méthodes sont très utilisées dans :
- L'industrie automobile (contrôle des blocs moteurs).
- L'industrie pétrolière (pipelines, tubes, barres, soudures, réservoirs).
- L'industrie navale (contrôle des coques).
- L'aéronautique (poutres, ailes d'avion, pièces moteurs, trains d'atterrissage, etc.).
- L'aérospatiale et l'armée.
- L'industrie de l'énergie (réacteurs, chaudières, tuyauterie, turbines, etc.),
- Le ferroviaire en fabrication et en maintenance notamment pour les organes de sécurité (essieux roues, bogies).
- L'archéologie.

Et en règle générale dans tous les secteurs produisant :

- Des pièces à coût de production élevé en quantité faible (nucléaire, pétrochimique...).
- Des pièces dont la fiabilité de fonctionnement est critique (BTP, nucléaire, canalisation de gaz...) [3].

I.5. Techniques du CND

La diversité des pièces à inspecter, leurs géométries, leurs matériaux et les conditions d'inspection, font qu'une méthode de CND ne soit pas universelle. Un certain nombre de techniques existe et chacune présente certains avantages et inconvénients. Il ne s'agit pas ici d'établir une liste exhaustive des techniques utilisées dans le domaine du CND, mais de donner un aperçu global des techniques les plus répandues industriellement. Plusieurs méthodes sont utilisées dans l'industrie et leurs champs d'utilisation s'étendent à plusieurs applications. Chacune a son domaine d'action privilégié [3]. On distingue :

I.5.1. Le contrôle visuel

L'examen visuel est le premier des procédés de contrôle, le plus simple et le plus général puisque c'est aussi le point final de la majorité des autres procédés non destructif. L'examen visuel direct des pièces peut constituer un contrôle suffisant pour la détection des défauts débouchant en surface et surtout des hétérogénéités locales et superficielles (taches de différentes natures) constituant des défauts d'aspect rédhitoires pour des produits plats du types tôles, tissus, verre, etc. Toutefois l'examen purement visuel présente des limitations de différentes natures que nous allons examiner et qui justifient l'éclosion de toute une gamme de procédés de contrôle optique [4].

❖ Avantages

- ✓ Examen simple, rapide moins coûteux.
- ✓ Souplesse d'inspection.

❖ Inconvénients

- ✓ Pas de dimensionnement des défauts.
- ✓ La surface doit être propre.
- ✓ Pas d'interruption des parcours optiques entre l'œil et la pièce examinée.
- ✓ Résolution et sensibilité limitées.

I.5.2. Le contrôle par ressuage

La technique est très ancienne et son avantage réside dans la simplicité de sa mise en œuvre. C'est une méthode globale qui autorise un examen de la totalité de la surface de la pièce. Elle permet de bien apprécier la longueur des défauts indépendamment de leur orientation. On peut mettre en évidence des discontinuités débouchâtes de quelques dizaines de micromètres. Le contrôle par ressuage comporte trois étapes. La phase initiale consiste à nettoyer la surface de la pièce et d'appliquer un liquide pénétrant, soit par immersion, soit par pulvérisation. La durée d'application est variable selon le type de pénétrant, mais se situe en général entre 15 et 30 minutes. Le choix du liquide dépend essentiellement de la rugosité de la surface à contrôler. Le pénétrant peut être un produit coloré (faible sensibilité), un produit pré-émulsionné (sensibilité moyenne) ou un produit fluorescent (sensibilité élevée).

Le pénétrant appliqué s'infiltré dans les petits interstices débouchant en surface, un certain temps est nécessaire pour laisser « poser » le pénétrant. La deuxième étape consiste à rincer la surface de la pièce pour enlever l'excès de pénétrant. Cette opération est délicate parce qu'un rinçage excessif ou insuffisant permet de fausser le résultat final. Dans la troisième étape on applique un révélateur, liquide ou sous forme de poudre, sur la surface rincée, puis séchée. Le liquide (pénétrant) qui s'est introduit dans les fissures « ressort » à la surface dans le révélateur et s'élargit au niveau du défaut. Il devient nettement visible par un éclairage approprié qui dépend du pénétrant utilisé. La méthode ne donne aucune indication sur le volume et donc de l'importance des défauts [7].

❖ **Avantages**

- ✓ Facilité de mise en œuvre et relativement sensible aux fissures débouchant et rapide.
- ✓ Résolution spatiale élevée.
- ✓ Appliqué sur les matériaux diélectriques et non ferromagnétique.

❖ **Inconvénients**

- ✓ Limite de l'application sur les matériaux non poreux (bruit de fond trop important).
- ✓ Il est impossible de déterminer les dimensions exactes des défauts.
- ✓ Danger des solvants toxiques, corrosifs et inflammable.

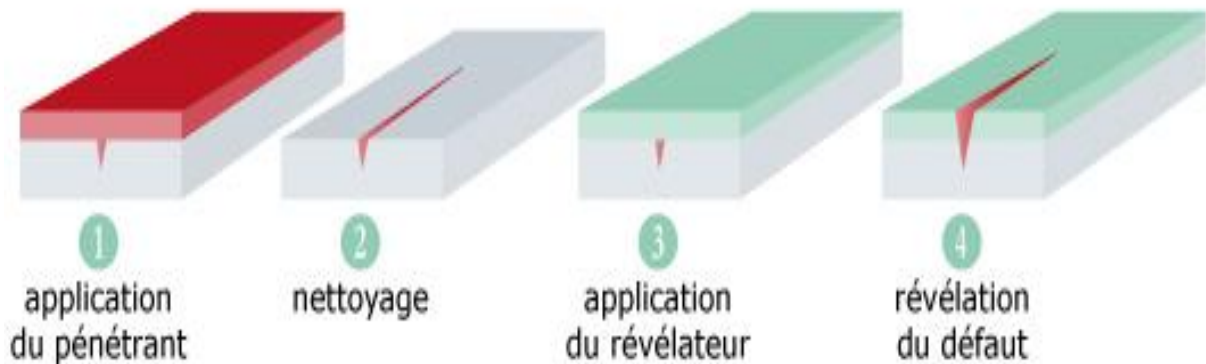


Figure I.1. Principe du contrôle par ressuage.

I.5.3. Radiographie

La radiographie est une méthode couramment employée pour contrôler l'intérieur d'une pièce. Il s'agit de traverser la matière à examiner par un rayon ionisant de très courte longueur d'onde. En franchissant la pièce, l'énergie des photons de ce rayon est partiellement absorbée par la matière rencontrée selon sa densité.

Un détecteur (film, écran...) est placé derrière la pièce et fournit un radiogramme de la zone traversée. Les défauts sont représentés dans cette image par une variation locale d'intensité [9].

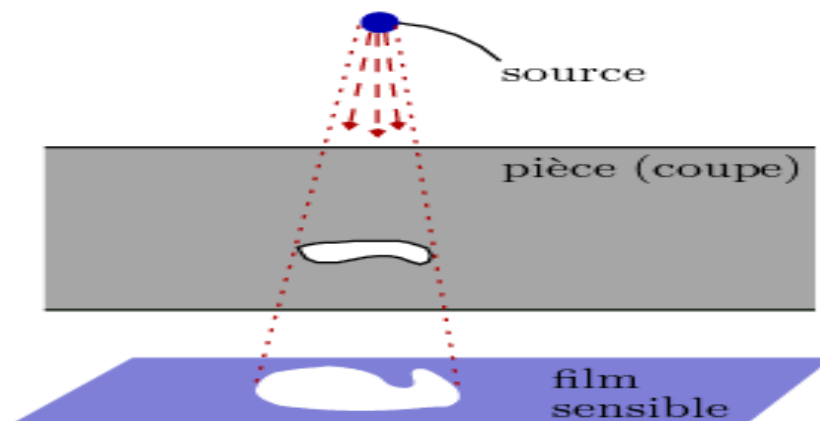


Figure I.2. Principe du contrôle par radiographie.

❖ **Avantages**

- ✓ Contrôle des objets de forme compliquée.
- ✓ Facile à transporté (générateurs de rayons X de faibles énergies, appareils portatifs).
- ✓ Apprécier la nature et la taille des défauts.

❖ **Inconvénients**

- ✓ L'interprétation des images demande un niveau d'expertise de l'opérateur.
- ✓ Mise en œuvre des dispositifs et procédures de protection du personnel.
- ✓ Cette technique est extrêmement couteuse et impose des conditions de sécurité.
- ✓ Le risque de ne pas détecter les fissures se présentant selon l'axe du faisceau.

I.5.4. Ultrasons

Le contrôle par ultrasons est basé sur la transmission, la réflexion et l'absorption d'une onde ultrasonore se propageant dans la pièce à contrôler. Le train d'onde émis se réfléchit dans le fond de la pièce et sur les défauts puis revient vers le transducteur (qui joue souvent le rôle d'émetteur et de récepteur). L'interprétation des signaux permet de positionner le défaut. Cette méthode présente une résolution spatiale élevée et la possibilité de trouver des défauts en profondeur. L'étape d'inversion est simple, du moins pour les pièces géométriquement et matériellement simples. Par contre, c'est une méthode lente car il faut faire un balayage mécanique exhaustif de la pièce. Il est d'ailleurs souvent nécessaire de contrôler plusieurs surfaces de la pièce pour pouvoir faire une représentation tridimensionnelle des défauts. Une onde ultrasons est émise par un palpeur placé sur la surface du matériau à contrôler et se propage dans le matériau. Il existe des méthodes par contact (le palpeur est en contact avec la pièce) ou par immersion (la pièce et le palpeur sont immergés dans de l'eau). Dans le cas de la méthode par contact, il est nécessaire d'ajouter un couplant (eau ou gel) entre le palpeur et la pièce pour assurer la transmission des ondes. Lorsque ces ultrasons rencontrent une interface délimitant deux milieux ayant des impédances acoustiques différentes, il y a réflexion. Les ultrasons réfléchis sont captés par un palpeur (qui peut être le même que l'émetteur). Il y a création d'un « écho ». Dans le cas d'une pièce comportant deux surfaces, la détection de défaut se fait en comparant le temps mis pour faire un aller-retour dans l'épaisseur de la pièce et le temps mis pour la réflexion sur un défaut. D'un point de vue pratique, on utilise un écran d'oscilloscope. Les échos sont représentés par des pics sur l'écran [8].

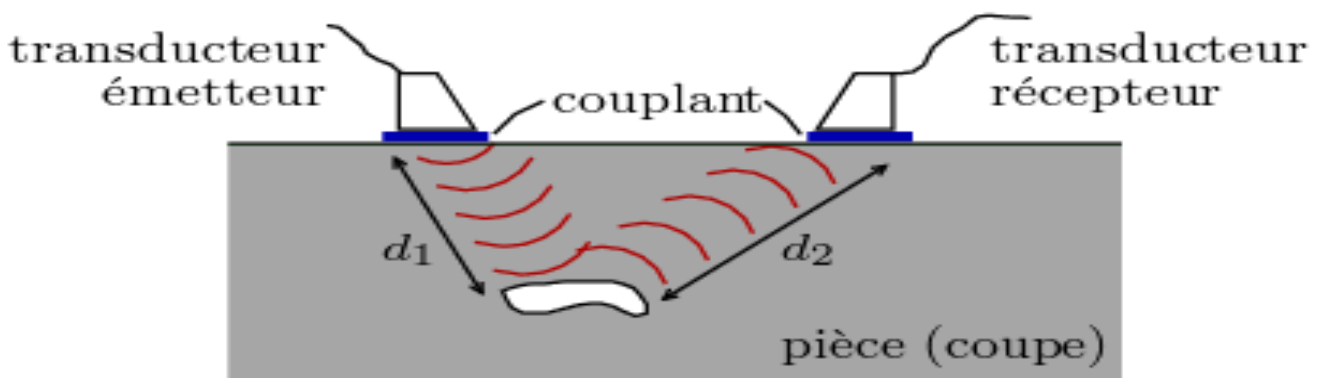


Figure I.3. Principe du contrôle par ultrasons.

❖ **Avantages**

- ✓ Epaisseurs contrôlables trop importantes.
- ✓ Détection, localisation et dimensionnement des défauts.
- ✓ Contrôle sur métaux, plastiques, matériaux divers.
- ✓ Inspection et détection en temps réel.
- ✓ Elle peut être utilisée indifféremment sur chantier ou en atelier et se prête bien à l'automatisation.

❖ **Inconvénients**

- ✓ Sensible à la nature et à l'orientation des défauts.
- ✓ Technique souvent très coûteuse (investissement, temps de contrôle).
- ✓ La mise en œuvre est difficile sur certains matériaux.

I.5.5. La magnétoscopie

Cette technique est utilisée pour les pièces ferromagnétiques (fer, fonte,...), où elle ne s'applique qu'à des alliages susceptibles d'être aimantés. Elle est destinée à la détection des défauts superficiels, débouchant en surface ou sous-jacents (très proches de la surface de la pièce). Le contrôle par la magnétoscopie consiste à soumettre la pièce à un champ magnétique. Une poudre magnétique va être utilisée pour définir la répartition du champ magnétique. Dans le cas de la présence d'un défaut sur le chemin du champ magnétique, la densité de la poudre augmente en surface, ce qui se traduit par une variation du champ magnétique (création d'un flux de fuite) [5].

Cette technique est très efficace pour les petits défauts surfaciques et possède une très bonne sensibilité de détection des défauts plans. Néanmoins, elle ne permet pas de détecter les défauts profonds et sa mise en œuvre nécessite souvent la démagnétisation des matériaux [6].

❖ **Avantages**

- ✓ Simple, peu coûteuse et rapide.
- ✓ Détection des défauts débouchant et sous-jacents.

❖ **Inconvénients**

- ✓ Applicable seulement aux matériaux ferromagnétiques.
- ✓ Aimantation dépend de la perméabilité de la pièce examinée.
- ✓ La sensibilité de détection des défauts dépend en effet de la nature, de la direction et de l'intensité de la magnétisation de la pièce.

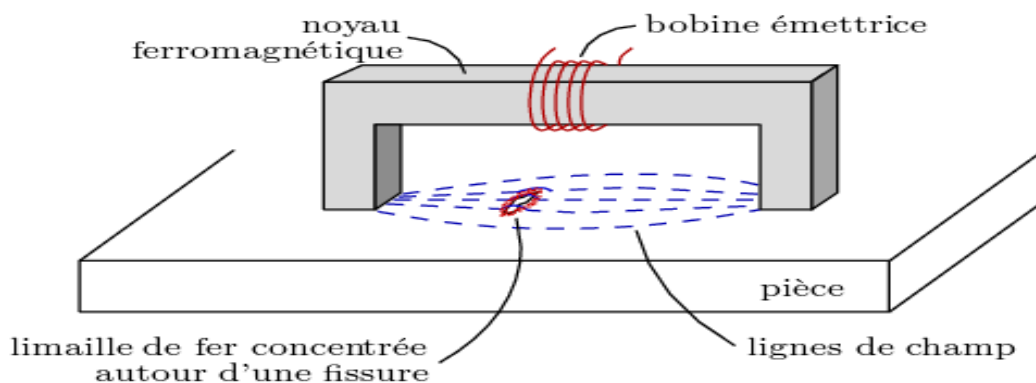


Figure I.4. Principe du contrôle par magnétoscopie.

I.5.6. Thermographie

La thermographie repose sur l'étude de la diffusion de la chaleur dans la cible à contrôler. Une quantité de chaleur est une quantité d'énergie stockée dans la matière et la température en est un indicateur mesurable. La thermographie consiste en l'interprétation des cartes thermiques (thermogrammes) des surfaces observées. Une distinction est faite entre la thermographie passive qui résulte de la simple observation des gradients thermiques sur une pièce, et la thermographie active lorsqu'une perturbation thermique a été volontairement générée pour le contrôle (par une source laser par exemple). Les discontinuités dans la pièce se traduisent par des différences de température sur l'image. L'acquisition des images thermiques s'obtient alors à l'aide d'une caméra thermographique [10].



Figure I.5. Contrôle par thermographie.

❖ Avantages

- ✓ Méthode sans contact.
- ✓ Toute l'épaisseur de la pièce est généralement contrôlée.
- ✓ Les cavités (champs de bulles d'air, fissures, délaminages,...) sont bien détectées.
- ✓ La sensibilité à la détection des défauts de faibles dimensions.
- ✓ L'archivage des résultats est garanti à l'aide de camera infrarouge.

❖ Inconvénients

- ✓ Des difficultés de mesure liées aux effets perturbateurs.
- ✓ Des difficultés de localisation de la profondeur des défauts, du fait que l'image obtenue donne une projection de ces derniers sur le plan de la pièce testée.
- ✓ L'interprétation des mesures pas toujours facile, surtout pour identifier la nature des défauts.

I.5.7. L'analyse d'huile

Le lubrifiant (huile) est comparable au sang de la machine, il reflète le comportement et l'état du système dans lequel il circule. Le suivi de ces caractéristiques physico-chimique permet d'apprécier l'état de dégradation de l'huile et de connaître son aptitude à remplir totalement ses fonctions initiales de lubrification. L'évolution de cette dégradation peut être un indicateur de condition d'exploitation de l'équipement. Elle va permettre d'optimiser les fréquences de vidanges dans le cas de quantité importante, le suivi de la contamination permet: De situer l'organe défectueux, d'apprécier l'évolution et le type d'usure dans le cas d'une pollution par des particules internes. D'apprécier la nature et l'origine des agents extérieurs. On prend comme référence les caractéristiques de l'huile neuve et on compare les résultats obtenus à chaque analyse, si l'on constate une évolution brutale des caractéristiques ou si l'on atteint des valeurs très éloignées des valeurs initiales, il faut soit intervenir au niveau du matériel ou remplacer l'huile [11]

❖ Avantages

- ✓ Réduction des coûts de maintenance
- ✓ Réduction des interruptions imprévues
- ✓ Augmentation de la disponibilité des équipements

❖ Inconvénients

- ✓ Risque d'accidents durant le prélèvement de l'échantillon d'huile qui peut se trouver à une température de fonctionnement élevée, pouvant atteindre 100 °C.
- ✓ Probabilité élevée que les données ne soient pas représentatives en raison de la contamination par les sédiments se trouvant au fond du carter.

I.5.8. CND par courants de Foucault

Le principe de cette méthode consiste à soumettre une pièce à l'action d'un champ magnétique variable dans le temps à l'aide d'une bobine (excitatrice) parcourue par un courant électrique variable, ce qui va créer des courants induits dans la pièce à contrôler, la trajectoire de ces courants sera perturbée soit par la géométrie soit par les caractéristiques internes de la pièce. Ces courants vont créer à leur tour un champ magnétique qui va s'opposer au champ initial d'excitation et le champ résultant sera en fonction des paramètres physiques et géométriques de la cible.

Une mesure directe de ce champ ou d'une de ces grandeurs dérivées (tension, impédance, etc.) permettra de caractériser la cible. [6, 12, 13, 14].

❖ Avantages

- ✓ Contrôle rapide.
- ✓ Mise en œuvre simple et peu coûteuse.
- ✓ Grande sensibilité à la détection des défauts (dimensionnelles, structurales...).
- ✓ Evaluer le dimensionnement et la profondeur d'un défaut.
- ✓ Enregistrement de résultats (suivi dans le temps).

❖ Inconvénients

- ✓ La profondeur d'inspection dépend de la fréquence d'excitation.
- ✓ Méthode limitée aux contrôles de matériaux conducteurs.
- ✓ La détection du défaut se fait d'une manière locale.
- ✓ La position du capteur par rapport au spécimen peut influencer l'efficacité de détection des défauts.
- ✓ Formation théorique et pratique de l'utilisateur et de l'intervenant.

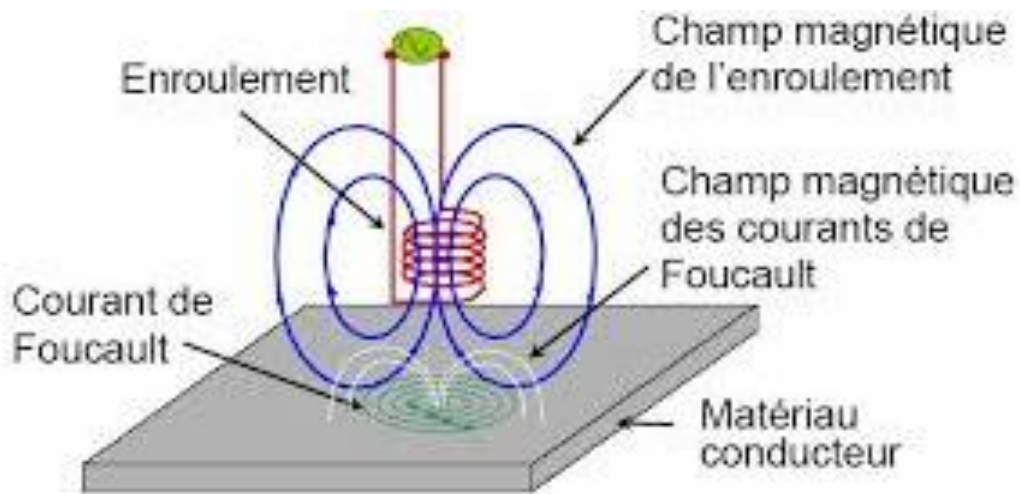


Figure I.6. Principe du contrôle par courants de Foucault.

I.6. Analyse vibratoire

Le principe de l'analyse des vibrations est basé sur l'idée que les structures des machines, excitées par des efforts dynamiques, donnent des signaux vibratoires dont la fréquence est identique à celle des efforts qui les ont provoqués; et la mesure globale prise en un point est la somme des réponses vibratoires de la structure aux différents efforts excitateurs. On peut donc, grâce à des capteurs placés en des points particuliers, enregistrer les vibrations transmises par les structures de la machine et, grâce à leur analyse, identifier l'origine des efforts auxquels elle est soumise. De plus, si l'on possède la « signature » vibratoire de la machine lorsqu'elle était neuve, ou réputée en bon état de fonctionnement, on pourra, par comparaison, apprécier l'évolution de son état ou déceler l'apparition d'efforts dynamiques nouveaux consécutifs dû à une dégradation en cours de développement [15].

❖ Avantages

- ✓ La prévention des risques majeurs (arrêt de machine si les conditions de sécurité ne sont pas satisfaisantes).
- ✓ Détection précoce des anomalies
- ✓ L'analyse après incident pour remédier aux défauts constatés, éviter leur réapparition ou définir des modifications

❖ Inconvénients

- ✓ Technique réservée à des spécialistes

I.6.1. Définition d'une vibration

La norme ISO 2041 « Vibrations et chocs - Vocabulaire (Août 1990) » définit la notion de vibration : Variation avec le temps de l'intensité d'une grandeur caractéristique du mouvement ou de la position d'un système mécanique, lorsque l'intensité est alternativement plus grande et plus petite qu'une certaine valeur moyenne ou de référence. En fait, un corps est dit en vibration lorsqu'il est animé d'un mouvement oscillatoire autour d'une position d'équilibre ou de référence. Les textes de normalisation AFNOR relatifs aux vibrations sont : NF E 90-001, NF E 90 002. [16],

I.6.2. Caractéristique d'une vibration**a. L'Amplitude**

On appelle amplitude d'un mouvement vibratoire la valeur de ses écarts par rapport à sa position d'équilibre. On peut définir :

- l'amplitude maximale par rapport au point d'équilibre appelée amplitude crête (A_c) ou niveau crête ;

-l'amplitude double, aussi appelée l'amplitude crête à crête (A_{cc}) (peak to peak) ou niveau crête à crête;

-l'amplitude efficace (A_{eff}), aussi appelée RMS (Root Mean Square) ou niveau efficace.

b. La fréquence

La fréquence représente la cadence de répétition d'un phénomène ou le nombre de fois qu'il se reproduit en un temps donné. Lorsque l'unité de temps choisi est la seconde, la fréquence s'exprime en Hertz (Hz). Une vibration qui se produira 50 fois/seconde aura donc une fréquence de 50 Hz. La fréquence f est l'inverse de la période T : $f = \frac{1}{T}$ qui est la durée d'un cycle. [16, 17]

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit les principes des techniques de contrôle non destructif les plus utilisées dans le secteur industriel à savoir : l'examen visuel, le ressuage, la radiographie, les essais ultrasonores, le contrôle par magnétoscopie, la thermographie, l'analyse d'huile, et enfin le procédé des courants de Foucault. Comme nous avons aussi abordé la méthode d'analyse vibratoire.

Pour chaque technique d'inspection nous avons évoqué les avantages et les inconvénients. Il n'y a pas de technique de CND qui soit valable pour tous les matériaux et tous les défauts , le choix d'une technique dépend de plusieurs facteurs, nature (conducteur ou isolant), dimensions et état de surface du matériau à contrôler, type de défaut débouchant, sous cutané ou interne, le but du « CND» soit recherche de défaut ou caractérisation des pièces à contrôlées, mesure d'épaisseur....



Chapitre II

II.1. Introduction

La méthode des éléments finis, (MEF, ou FEM pour finite element method en anglais) est utilisée en analyse numérique, pour résoudre des équations aux dérivées partielles. Celles-ci peuvent par exemple représenter analytiquement le comportement dynamique de certains systèmes physiques (mécaniques, thermodynamiques, acoustiques, etc.).

Dans ce chapitre, nous présentons en premier lieu un petit rappel sur la méthode des éléments finis, ensuite, nous exposons quelques notions de base sur la dynamique des structures.

II.2. Historique

La méthode des éléments finis est le fruit de deux domaines de recherche entre les mathématiques et les sciences de l'ingénieur [18].

Mathématiques : Outils qui remontent jusqu'aux résidus pondérés de Gauss (1775), Galerkin (1915) et Biezenokoch (1923), ainsi qu'aux méthodes variationnelles de Rayleigh (1870) et Ritz (1909).

Sciences de l'ingénieur : Dont la contribution a débuté dans les années quarante avec Hrenikoff (1941), Henry (1943) et Newmark (1949) qui touchèrent pour la première fois aux structures continues, en faisant une approximation sur des portions de petites dimensions dans un problème continue d'une barre longue. D'où l'idée de base des éléments finis.

Argyris (1955), Turner (1956), Glough (1956) et Martin (1956) ont fait une analogie directe en adoptant un comportement simplifié pour des petites portions : ils représentent un milieu continu élastique à deux dimensions par un assemblage de panneaux triangulaires, sur lesquels les déplacements sont supposés variés linéairement comme pour chaque barre ou poutre du système discret : chaque panneau est décrit par une matrice de rigidité et l'assemblage donnait la rigidité globale du milieu continu. D'où la naissance d'éléments finis avec "panneaux" comme nom.

Argyris et Kelsy (1960) utilisent la notion d'énergie dans l'analyse des structures et font appel à des méthodes mathématiques (résidus pondérés, principes variationnels ...). Le terme "élément fini" est utilisé pour la première fois par Glough (1960), et dès lors, il y a un développement rapide de la méthode.

Dans les années soixante; Zienkiwicz (1965), De Arante (1968), Oliviera (1968), Green (1969), Tones (1969), Lay (1969), Storne (1969), et Finlayson (1975) ont reformulé la méthode à partir de considérations énergétiques et variationnelles sous forme générale de résidus pondérés, d'où le modèle mathématique de la MEF.

En 1969 la MEF est reconnue comme un outil général de résolution d'EDP, et utilisée pour résoudre des problèmes non linéaires et non stationnaires dans plusieurs domaines. En mécanique des fluides, la résolution des équations de Navier Stokes incompressibles par éléments finis en utilisant la formulation vitesse-pression a commencé dans les années 1970.

II.3. Principe de la MEF

Cette méthode consiste à diviser le domaine physique à traiter en plusieurs sous domaines appelés éléments finis à dimensions non infinitésimales. La solution recherchée est remplacée dans chaque élément par une approximation avec des polynômes simples et le domaine peut ensuite être reconstitué avec l'assemblage ou sommation de tous les éléments [19].

II.3.1. Démarche éléments finis

Les principales étapes de construction d'un modèle éléments finis sont les suivantes :

- Discrétisation du milieu continu en sous domaines;
- Construction de l'approximation nodale par sous domaine;
- Calcul des matrices élémentaires correspondant à la forme intégrale du problème;
- Assemblage des matrices élémentaires;
- Prise en compte des conditions aux limites;
- Résolution du système d'équations.

II.3.2. Discrétisation géométrique

Nous subdivisons le milieu à étudier en éléments finis de formes géométriques simples.

$$D = \sum_{e=1}^{N_e} D_e \text{ Tel que } \lim_{e \rightarrow 0} (U_e D_e) \quad (\text{II.1})$$

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de formes géométriques simples. Il ne doit y'avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune. Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés.

II.3.3. Méthodes d'approximation

Pour discrétiser les modèles complexes de phénomènes physiques, l'ingénieur dispose de méthodes d'approximation permettant de résoudre la plupart des problèmes pour lesquels il n'existe pas de solution formelle. Toutes les méthodes d'approximation ont un même objectif, à savoir remplacer un problème mathématique défini sur un milieu continu (équations différentielles ou intégrales) par un problème mathématique discret (équations matricielles) de dimension finie que l'on sait résoudre numériquement. Il est important de noter qu'un problème physique peut être formulé de façon équivalente en un système d'équations différentielles ou sous une formulation variationnelle.

a. Méthode des résidus pondérés (ou annulation d'erreur) : elle utilise comme point de départ les équations locales, équations différentielles définies sur l'intérieur du domaine, et les conditions aux limites du problème définies sur la frontière du domaine;

b. Méthodes variationnelles le point de départ de ces méthodes est un principe variationnel qui est une formulation mathématique du problème basée sur des considérations énergétiques. La formulation obtenue dépend bien entendu des hypothèses de modélisation du problème physique.

II.4. Énergie de déformation élastique

Soit un infiniment petit de dimensions dx, dy, dz extrait d'un solide quelconque, l'énergie emmagasinée par le volume dV soumis à une charge F constante dans la direction x sera égale à :

$$dEd = \frac{1}{2} F \cdot du \quad (\text{II.2})$$

$$\text{Comme } du = \varepsilon_{xx} \cdot dx \quad \text{et} \quad F = \sigma_{xx} \cdot dydz$$

Alors dEd peut s'exprimer sous la forme :

$$dEd = \frac{1}{2} \sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} \cdot dx dy dz = \frac{1}{2} \sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} \cdot dV \quad (\text{II.3})$$

L'énergie de déformation totale selon la direction de x devient :

$$Ed = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} \cdot dx dy dz = \frac{1}{2} \int_V \sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} \cdot dV \quad (\text{II.4})$$

Les mêmes équations dans les deux autres directions :

$$Ed_{\text{tot}} = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \cdot \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \cdot \varepsilon_{zz}) \cdot dV \quad (\text{II.5})$$

Encore même démarche pour les 3 autres contraintes de cisaillement :

$$Ed = \frac{1}{2} (\tau_{xy} \cdot dydz) \cdot \gamma_{xy} \cdot dx = \frac{1}{2} \tau_{xy} \cdot \gamma_{xy} \cdot dx dy dz \quad (\text{II.6})$$

Au final l'énergie de déformation élastique vaudra donc :

$$Ed = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{xx} \cdot \varepsilon_{xx} + \sigma_{yy} \cdot \varepsilon_{yy} + \sigma_{zz} \cdot \varepsilon_{zz} + \tau_{xy} \cdot \gamma_{xy} + \tau_{yz} \cdot \gamma_{yz} + \tau_{xz} \cdot \gamma_{xz}) \cdot dV \quad (\text{II.7})$$

Soit sous forme matricielle :

$$Ed = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{\sigma\} \cdot dV \quad (\text{II.8})$$

$$\text{Ou} \quad Ed = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{D\} \cdot \{\varepsilon\} \cdot dV \quad (\text{II.9})$$

Avec $\sigma = D \cdot \varepsilon$: matrice contenant des coefficients d'élasticité [20].

II.4.1. Calcul de la matrice de rigidité et de masse

1/ nous avons :
$$Ed = \frac{1}{2} \int_V \{\varepsilon\}^T \cdot \{D\} \cdot \{\varepsilon\} \cdot dV \quad (\text{II.10})$$

2/ Expression des déformations ε en fonction des déplacements U

$$\varepsilon = L \cdot U \quad (\text{II.11})$$

L : Operateur de dérivation.

3/ Approximation des déplacements U en fonction des déformations :

$$U^* = N \cdot V_e \quad (\text{II.12})$$

N : Fonction de forme

4/ En remplaçant (II.12) dans (II.11) et (II.11) dans (II.10) :

$$Ed = \frac{1}{2} \int_V V_e^T \cdot N^T \cdot L^T \cdot D \cdot L \cdot N \cdot V_e \cdot dv \quad (\text{II.13})$$

En posant : $B = L \cdot N$

$$Ed = \frac{1}{2} \int_V V_e^T \cdot B^T \cdot D \cdot B \cdot V_e \cdot dv \quad (\text{II.14})$$

D'où on obtient l'expression de matrice de rigidité :

$$K_e = \int_V B^T \cdot D \cdot B \cdot dv \quad (\text{II.15})$$

Il faut aussi calculer la matrice de masse M_e de chaque élément. Cette matrice est déduite de l'énergie cinétique de l'élément [23]. Dans le repère local de l'élément, cette matrice est donnée par l'expression :

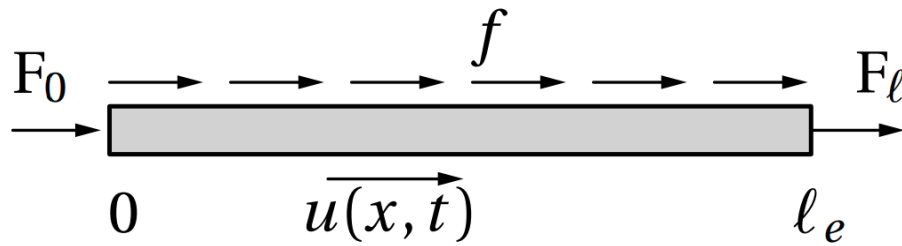
$$M_e = \int_V N^T \cdot \rho \cdot N \cdot dv \quad (\text{II.16})$$

II.5. Élément barre

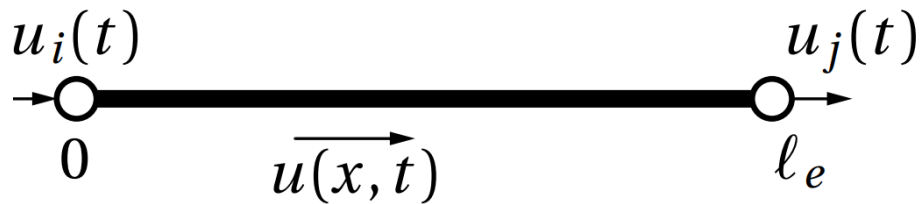
On désigne par une barre, une poutre travaillant uniquement en traction-compression. Dans un repère coïncidant avec l'axe de la barre, l'élément à 2 nœuds contenant 2DDL (un degré pour chaque nœud) [19].

Ces caractéristiques géométriques et matérielles se réduisent à: sa section (S), sa longueur (L) et son module de Young (E)

Considérons une barre rectiligne de longueur l_e entre deux nœuds i et j, ne travaillant qu'en traction-compression, c'est-à-dire ne transmettant que l'effort normal.



(a) structure barre



(b) variables nodales

Figure II.1. Modèle barre.

II.5.1. Approximation nodale

Comme illustré sur la figure(II.1), pour chaque élément de longueur l_e , nous utilisons comme variables nodales les déplacements nodaux des extrémités, $u_i(t)$ et $u_j(t)$. Ce qui nous conduit à chercher une approximation polynomiale linéaire à deux paramètres de la forme:

$$u^*(x, t) = [1 \ x] \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.17})$$

Or pour $x = 0$, $u^*(0, t) = u_i(t)$ et pour $x = l_e$, $u^*(l_e, t) = u_j(t)$. Nous en déduisons $a_1 = u_i$ et $a_2 = \frac{u_j - u_i}{l_e}$ soit, en fonction des variables nodales :

$$u^*(x, t) = \left[1 - \frac{x}{l_e} \quad \frac{x}{l_e} \right] \begin{pmatrix} u_i(t) \\ u_j(t) \end{pmatrix} = N_e(x) u(t)_e \quad (\text{II.18})$$

Nous déduisons les deux fonctions d'interpolation de l'élément linéaire à deux nœuds :

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{l_e} \text{ Avec } N_1(0) = 1 \text{ et } N_1(l_e) = 0 ;$$

$$N_2(x) = \frac{x}{l_e} \text{ Avec } N_2(0) = 0 \text{ et } N_2(l_e) = 1. \quad (\text{II.19})$$

II.5.2. Matrices élémentaires

Nous rappelons les expressions des matrices masse et raideur élémentaires :

$$M_e = \int_V N^T \cdot \rho \cdot N \cdot dv \quad K_e = \int_V B^T \cdot D \cdot B \cdot dv$$

En petits déplacements, la section reste constante au cours du temps, et les intégrales sont calculées dans l'état de référence, configuration de Lagrange. La matrice \mathbf{B} est calculée à partir de la relation $\varepsilon_{xx} = u_{,x}$. Sur chaque élément le calcul analytique conduit à :

$$\varepsilon_{xx} = \mathbf{N}_{,xe} \mathbf{U}_e = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l_e} & \frac{1}{l_e} \end{bmatrix} \mathbf{U}_e = \mathbf{B}_e \mathbf{U}_e \quad (\text{II.20})$$

Le champ des déformations ainsi que celui des contraintes est constant sur chaque élément. Le calcul analytique des matrices nous donne :

$$\mathbf{K}_e = \frac{ES}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{M}_e = \rho S l_e \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

II.5.3. Matrice de rigidité dans un repère global

Quand on se limite à des problèmes plans, les formules permettant le changement de repère s'écrivent :

$$\begin{aligned} \bar{u}_i &= U_i \cos \theta + V_i \sin \theta \\ \bar{u}_j &= U_j \cos \theta + V_j \sin \theta \end{aligned} \quad (\text{II.22})$$

À titre d'exemple, le changement de base d'un élément barre plan à deux nœuds revient à appliquer la relation (II.22) à ses deux nœuds i et j, soit :

$$\begin{Bmatrix} \bar{u}_i \\ \bar{u}_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ U_j \\ V_j \end{Bmatrix} \quad (\text{II.23})$$

D'une manière générale, ce changement de base permet de calculer les déplacements des nœuds de l'élément e en repère local \bar{V}_e à partir de ceux du repère global V_e via une matrice de passage nommée $P[20]$.

$$\text{Ou } \bar{V}_e = P \cdot V_e \quad (\text{II.24})$$

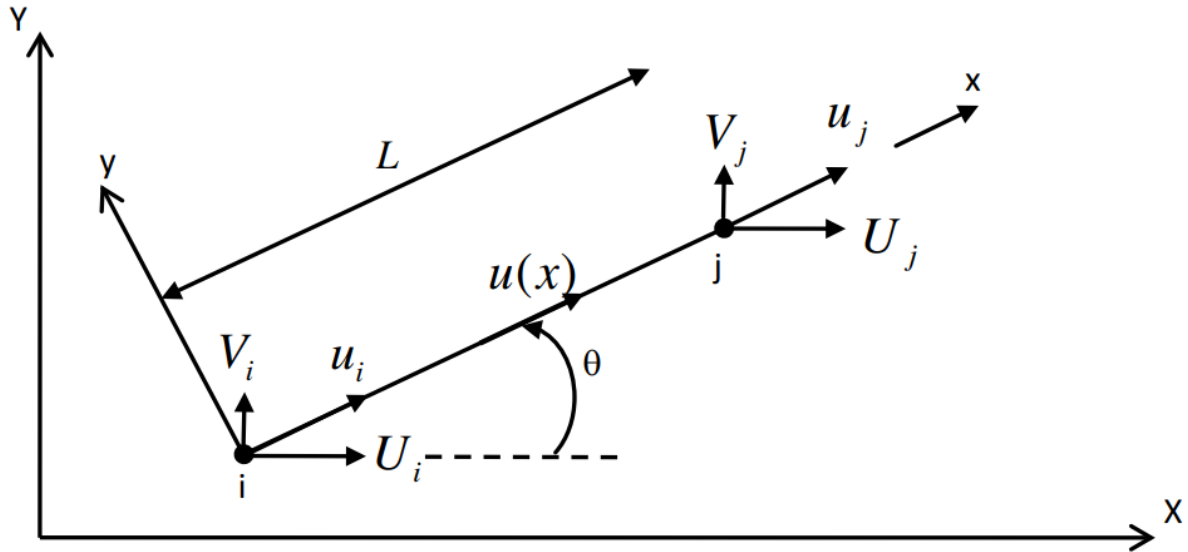


Figure II.2. Changement de repère d'un élément barre.

L'énergie de déformation **Ed** devient alors:

$$Ed = \frac{1}{2} \int_v V_e^T \cdot B^T \cdot D \cdot B \cdot V_e \cdot dv$$

$$Ed = \frac{1}{2} \int_v V_e^T \cdot P^T \cdot B^T \cdot D \cdot B \cdot P \cdot V_e \cdot dv$$

$$\Rightarrow \bar{K}_e = \int_v P^T \cdot B^T \cdot D \cdot B \cdot P \cdot dv = P^T \left[\int_v B^T \cdot D \cdot B \right] P \tag{II.25}$$

D'où l'expression de la rigidité élémentaire en repère global :

$$\bar{K}_e = P^T \cdot \frac{ES}{l_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} P \tag{II.26}$$

On pose : $\lambda = \cos \theta$; $\mu = \sin \theta$

$$\bar{K}_e = \frac{ES}{l_e} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & 0 \\ 0 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_e = \frac{ES}{l_e} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & 0 \\ 0 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & \mu & -\lambda & -\mu \\ -\lambda & -\mu & \lambda & \mu \end{bmatrix}$$

$$\bar{K}_e = \frac{ES}{l_e} \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda \cdot \mu & -\lambda^2 & -\lambda \cdot \mu \\ \lambda \cdot \mu & \mu^2 & -\lambda \cdot \mu & -\mu^2 \\ -\lambda^2 & -\lambda & \lambda^2 & \lambda \cdot \mu \\ -\lambda \cdot \mu & -\mu^2 & \lambda \cdot \mu & \mu^2 \end{bmatrix} \quad (II.27)$$

II.6. Élément poutre

Considérons une poutre rectiligne, de longueur l_e entre deux nœuds i et j ne travaillant qu'en flexion dans le plan (xoy) [19].

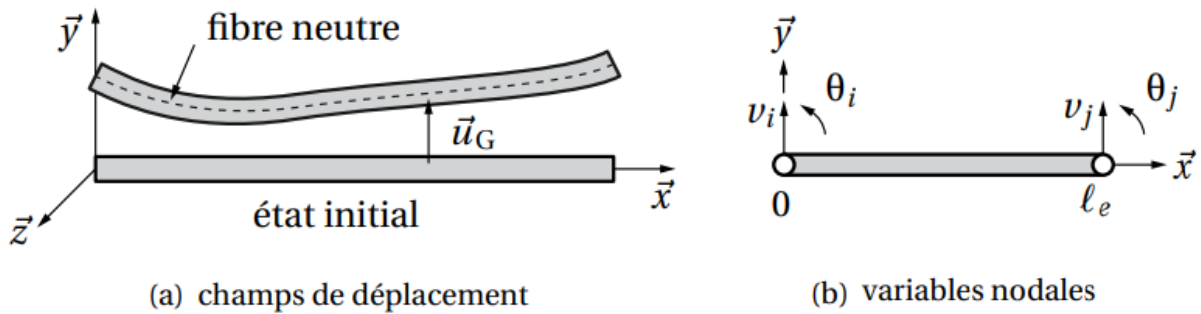


Figure II.3. Modèle de Bernoulli : flexion plane.

II.6.1. Approximation nodale

Pour chaque élément de longueur l_e , nous utilisons comme variables nodales, les déplacements nodaux des extrémités, $v_i(t)$ et $v_j(t)$, et les rotations $\theta_i(t)$ et $\theta_j(t)$. Ceci nous conduit à chercher une approximation polynomiale cubique de la forme:

$$v^*(x, t) = [1 \ x \ x^2 \ x^3] \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ a_4(t) \end{pmatrix} \quad (II.28)$$

Identifions les variables nodales avec l'expression de l'approximation du champ de déplacement. Nous obtenons la relation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} v_i(t) \\ \theta_i(t) \\ v_j(t) \\ \theta_j(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v^*(0, t) \\ v^*_{,x}(0, t) \\ v^*(l_e, t) \\ v^*_{,x}(l_e, t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & l_e & l_e^2 & l_e^3 \\ 0 & 1 & 2l_e & 3l_e^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ a_3(t) \\ a_4(t) \end{pmatrix} \quad (II.29)$$

Inversons cette relation et reportons le résultat dans l'expression de $v^*(x, t)$, nous obtenons les fonctions d'interpolation de l'élément poutre à deux nœuds. C'est un élément de type Hermite car il utilise comme variables nodales le champ de déplacement et sa dérivée première.

$$v^*(x, t) = \mathbf{N}(x)_e \mathbf{u}(t)_e = [N_1 \quad N_2 \quad N_3 \quad N_4] \begin{pmatrix} v_i(t) \\ \theta_i(t) \\ v_j(t) \\ \theta_j(t) \end{pmatrix} \quad (\text{II.30})$$

En posant $s = \frac{x}{l_e}$, ces fonctions s'écrivent:

$$\begin{aligned} N_1(s) &= 1 - 3s^2 + 2s^3 & N_3(s) &= 3s^2 - 2s^3 \\ N_2(s) &= l_e(s - 2s^2 + 2s^3) & N_4(s) &= l_e(-s^2 + s^3) \end{aligned} \quad (\text{II.31})$$

Les fonctions N_3 et N_1 sont symétriques. Elles représentent la déformée d'une poutre bi-encastée pour laquelle on impose un déplacement unité à une des deux extrémités. De la même manière, N_2 et N_4 sont symétriques. Ces fonctions représentent la déformée d'une poutre encastée à une extrémité. Pour laquelle on impose une rotation unité à l'autre extrémité.

II.6.2. Matrices élémentaires

En petits déplacements, les intégrales sont calculées dans l'état de référence (configuration de Lagrange). La matrice \mathbf{B} est calculée à partir de la relation $\varepsilon_{xx} = -yv_{,x^2}$. Sur chaque élément le calcul analytique conduit à :

$$\varepsilon_{xx} = -y\mathbf{N}_{,x^2} \mathbf{U}_e = -y\mathbf{B}_e \mathbf{U}_e \quad (\text{II.32})$$

Avec $\mathbf{B}_e = \left[\frac{6}{l_e^2}(-1 + 2s) \quad \frac{2}{l_e}(-2 + 3s) \quad \frac{6}{l_e^2}(1 - 2s) \quad \frac{2}{l_e}(-1 + 3s) \right]$, le calcul analytique donne pour les matrices masse et raideur :

$$\mathbf{M}_e = \rho S l_e \begin{bmatrix} \frac{13}{35} & \frac{11l_e}{210} & \frac{9}{70} & -\frac{13l_e}{420} \\ \frac{11l_e}{210} & \frac{l_e^2}{105} & \frac{13l_e}{420} & -\frac{l_e^2}{140} \\ \frac{9}{70} & \frac{13l_e}{420} & \frac{13}{35} & -\frac{11l_e}{210} \\ -\frac{13l_e}{420} & -\frac{l_e^2}{140} & -\frac{11l_e}{210} & \frac{l_e^2}{105} \end{bmatrix} \quad \text{ET} \quad \mathbf{K}_e = \frac{EI_z}{l_e^3} \begin{bmatrix} 12 & 6l_e & -12 & 6l_e \\ 6l_e & 4l_e^2 & -6l_e & 2l_e^2 \\ -12 & -6l_e & 12 & -6l_e \\ 6l_e & 2l_e^2 & -6l_e & 4l_e^2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.33})$$

- La matrice raideur d'un élément est singulière de rang 2. Ces singularités correspondent aux deux déplacements de solide rigide, une translation et une rotation;
- Les matrices sont définies sur les variables locales élémentaires définies par rapport au repère local de l'élément;
- Pour la flexion dans le plan (xoy), il suffit de changer EI_z en EI_y et de modifier les signes des termes en v .

II.7. Les portiques

L'élément portique est un élément poutre et barre qui travaillent en même temps en flexion et en traction. Une fois la matrice de rigidité de l'élément barre et celle de l'élément poutre sont obtenues, la matrice de rigidité du portique se construit par la combinaison des deux matrices citée avant, tout en respectant les positions des déplacements nodaux dans la matrice résultante.

$$K_e = \begin{bmatrix} \frac{ES}{l_e} & 0 & 0 & -\frac{ES}{l_e} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l_e^3} & \frac{6EI}{l_e^2} & 0 & -\frac{12EI}{l_e^3} & \frac{6EI}{l_e^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l_e^2} & \frac{4EI}{l_e} & 0 & -\frac{6EI}{l_e^2} & \frac{2EI}{l_e} \\ -\frac{ES}{l_e} & 0 & 0 & \frac{ES}{l_e} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l_e^3} & -\frac{6EI}{l_e^2} & 0 & \frac{12EI}{l_e^3} & -\frac{6EI}{l_e^2} \\ 0 & \frac{6EI}{l_e^2} & \frac{2EI}{l_e} & 0 & -\frac{6EI}{l_e^2} & \frac{4EI}{l_e} \end{bmatrix} \quad (II.34)$$

II.7.1. Matrice de rigidité dans un repère global

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin \theta & \cos \theta \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \\ \Theta_i \\ U_j \\ V_j \\ \Theta_j \end{Bmatrix} \quad (II.35)$$

$$\Rightarrow \bar{V}_e = P \cdot V_e$$

Et on aura :

$$\begin{aligned} u_i &= U_i \cos \theta + V_i \sin \theta \\ v_i &= -U_i \sin \theta + V_i \cos \theta \\ u_j &= U_j \cos \theta + V_j \sin \theta \\ v_j &= -U_j \sin \theta + V_j \cos \theta \end{aligned} \quad (II.36)$$

La matrice de rigidité d'un portique dans un repère globale s'obtient en posant $\lambda = \cos \theta$; et $\mu = \sin \theta$, connaissant $\bar{K}_e = [P^T \cdot K_e \cdot P]$.

II.8. Rappels sur la dynamique des structures

Dans cette partie, on s'intéresse aux notions de base des vibrations, en commençant par l'étude des systèmes linéaires à un degré de liberté, ensuite, nous élargissons le champ à l'étude des systèmes à N degré de liberté.

II.8.1. Etude des systèmes à un degré de liberté

a. Système mécanique libre non amorti

De façon générale un système mécanique ne peut être le siège que d'oscillations libres ou propres. D'un point de vue énergétique, dans un système libre, il y a transfert d'énergie potentielle en énergie cinétique et inversement [21].

En réalité, le système n'étant pas parfait, il dissipe de l'énergie. Son évolution est représentée par une courbe dont l'amplitude diminue, car l'amortissement dissipe les énergies cinétique et potentielle du système à l'instant initial ($t=0$).

Dans le cas d'un système masse-ressort, par exemple, l'équation de mouvement de la masse s'écrit en appliquant le principe fondamental de la dynamique (PFD) :

$$\vec{F} = m \cdot \vec{\gamma}$$

$$\vec{F}_r = -K(l - l_0 + x) \cdot \vec{x}$$

$$\vec{P} = mg \cdot \vec{x}$$

$$m \vec{\gamma} = m \ddot{x} \cdot \vec{x}$$

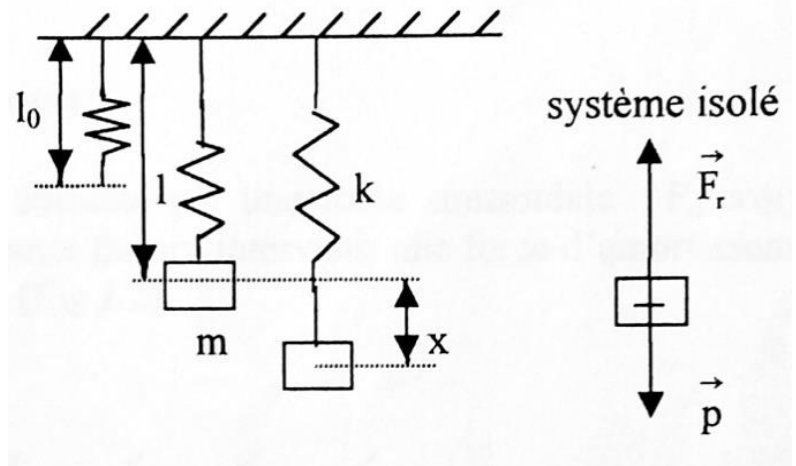


Figure II.4. Système masse-ressort

Avec :

F_r : Force de rappel du ressort

g : Accélération de pesanteur

K : Raideur du ressort

x : Le déplacement de la masse

l_0 : Longueur initiale du ressort

\ddot{x} : Accélération de la masse

m : Masse

D'où :

$$\begin{aligned} -K(l - l_0 + X) + mg &= mx \\ \Rightarrow -K(l - l_0) + mg &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Soit} \quad \Rightarrow m \ddot{x} + K x = 0 \quad (\text{II.37})$$

(II.37) est appelée l'équation du mouvement du système.

La solution de système de la forme :

$$x(t) = A \sin(\omega_0 t) \quad A : \text{Amplitude}$$

Injectant cette solution dans l'équation (II.37), il vient :

$$-m \omega_0^2 + K = 0$$

D'où :

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2 \cdot \pi}$$

ω_0 : Pulsation propre $[rd/s]$. Elle caractérise le mouvement vibratoire libre d'un système mécanique libre non amorti.

f_0 : Fréquence propre $[HZ]$.

b. Système mécanique forcé

Un système soumis à une excitation sinusoïdale est le siège d'oscillations forcées.

Lorsque le système n'est pas amorti, ou faiblement amorti, et que la fréquence de la force d'excitation est égale ou voisine d'une des fréquences propres du système, l'amplitude de la réponse vibratoire tend vers l'infini. On dit que le système est en résonance.

Exemple d'un système masse-ressort

Le système à étudier est supposé sollicité par une force sinusoïdale $F_0 \cos(\Omega t)$ et amorti par frottement de type visqueux faisant intervenir une force d'amortissement F_x et un coefficient d'amortissement C .

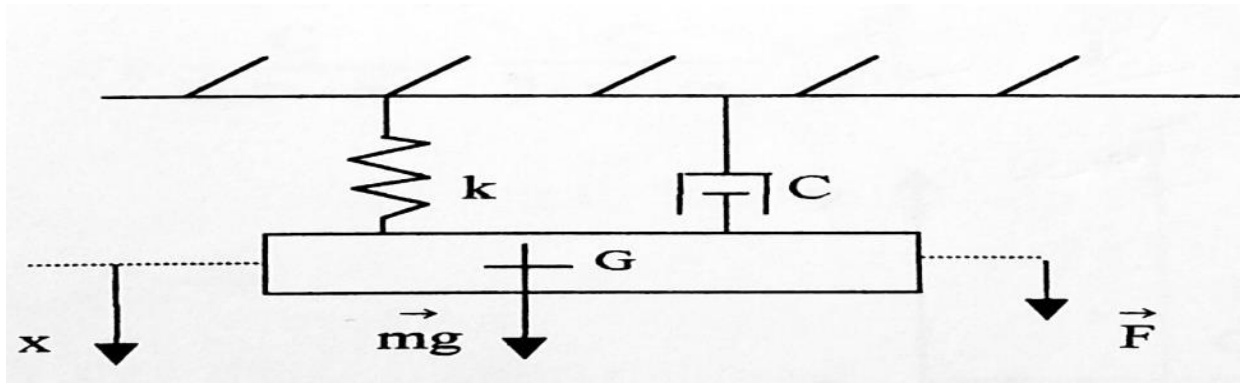


Figure II.5. Système masse ressort et amortissement

Nous avons :

$$\vec{F} = (F_0 \cdot \cos \Omega t) \cdot \vec{x}$$

$$F_x = -C \dot{x} \cdot \vec{x} \quad \text{Frottement de type visqueux.}$$

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à la masse donne :

$$m \ddot{x} + C \dot{x} + kx = F_0 \cdot \cos \Omega t \quad (\text{II.38})$$

La réponse (solution) vibratoire est la somme des deux réponses $x_1(t)$ et $x_2(t)$ de l'équation différentielle (II.38).

Soit :

$$x(t) = x_1(t) + x_2(t) \quad (\text{II.39})$$

$x_1(t)$ Est la solution homogène de l'équation (solution sans second membre).

$x_2(t)$ Est la solution particulière de l'équation avec second membre. Elle est de forme :

$$x_2(t) = a \sin(\Omega t) + b \cos(\Omega t) \quad (\text{a et b sont des constantes}).$$

Ou pour faire apparaître le déphasage φ :

$$x_2(t) = B \cos(\Omega t - \varphi) \quad (\text{II.40})$$

Soit :

$$B = \frac{F_0}{K \left(\left(1 - \frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2 + \frac{4r^2 \Omega^2}{\omega_0^2} \right)^{1/2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{2r \frac{\Omega}{\omega_0}}{\left(1 - \frac{\Omega}{\omega_0}\right)^2}$$

$$r = \frac{c}{2\sqrt{K \cdot m}} = \frac{c}{2 \cdot m \cdot \omega_0} \tag{II.41}$$

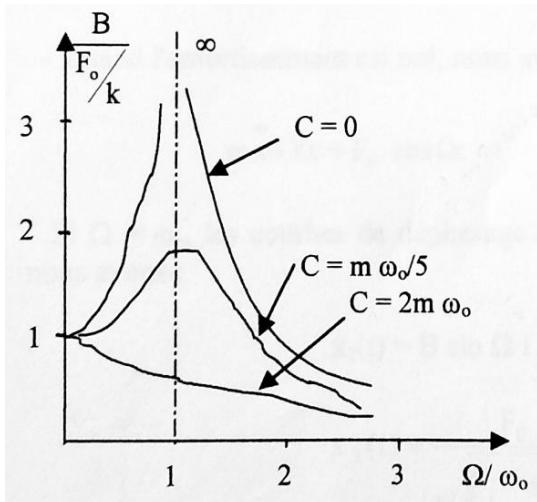


Figure II.6.a. Graphe de $\left(\frac{B}{F_0/k}, \frac{\Omega}{\omega_0}\right)$

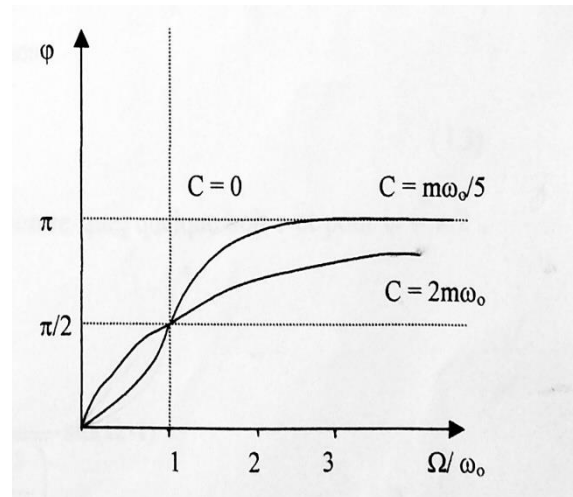


Figure II.6.b. Graphe de $\left(\varphi, \frac{\Omega}{\omega_0}\right)$

Il est à noter que B dépend de l'amplitude F_0 de la force excitatrice, de la pulsation Ω de la force excitatrice, ainsi que de ω_0 , la pulsation propre du système.

D'une manière générale, la réponse forcée est en fonction :

- des caractéristiques des efforts excitateurs ;
- des caractéristiques dynamiques de la structure.

Les caractéristiques dynamiques d'un système mécanique comprennent :

- la répartition des masses ;
- la répartition des raideurs ;
- la répartition des amortissements, qui permettent de définir les modes vibratoires de la structure.

Tout milieu continu possède une infinité de degrés de liberté, donc de modes vibratoires et de fréquences propres.

Remarques

De la représentation de l'amplitude et de la phase de déplacement en fonction du rapport (Ω/ω_0) comme le montre la figure (II.6.ab), nous constatons que :

- le système à basse fréquence répond avec une amplitude voisine de l'amplitude statique : le système répond à son élasticité.
- Le système à fréquence élevée répond avec une amplitude qui ne dépend pratiquement que de la masse : le système répond par son inertie.
- L'amplitude à la fréquence naturelle (fréquence propre) ne dépend que de l'amortissement
- Quand l'amortissement est nul nous avons :

$$m \ddot{x} + Kx = F_0 \cdot \cos \Omega t \quad (\text{II.42})$$

Si $\Omega = \omega_0$, les courbes de déphasage montre que, quelque soit r et pour $\varphi = \pi/2$, nous avons :

$$x_2(t) = B \sin \Omega t$$

$$x_2(t) = \frac{F_0}{K \sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega_0^2}\right)}} \cdot \sin(\Omega \cdot t) \quad (\text{II.43})$$

Solution qui tend vers l'infini quand $\Omega = \omega_0$

La connaissance du comportement vibratoire d'une structure mécanique peut se faire par la détermination de :

- Ses solutions propres (fréquences propres et déformations modales)
- Sa réponse vibratoire libre
- Sa réponse vibratoire forcée

II.8.3. Etude des systèmes à n degrés de libertés**II.8.3.1. En statique****a. Définitions**

Un corps est en équilibre statique lorsqu'il demeure immobile sous l'action de diverses forces qui le sollicitent, pour cela il doit satisfaire 2 conditions [22] :

- a) Conditions d'équilibre en translation : la somme vectorielle des forces doit être nulle.
- b) Condition d'équilibre en rotation : le moment doit être nul en tout point de l'espace.

b. Stabilité des structures

Structures instables : structures possèdent moins de 3 réactions d'appui.

Structures isostatique : Elles ont 3 réactions d'appui.

Structures hyperstatiques : Elles possèdent plus de 3 réactions d'appui.

c. Les conditions aux limites usuelles


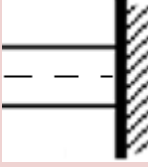
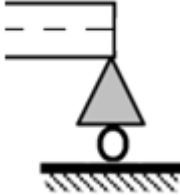
 <p>Extrémité libre</p>	<p>Pas de contraintes sur le déplacement et la rotation Le moment de flexion et la force de cisaillement s'annulent en x_0</p>	$M(x_0, t) = EI \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} \Big _{x=x_0} = 0$ $Q(x_0, t) = -EI \frac{\partial^3 V(x, t)}{\partial x^3} \Big _{x=x_0} = 0$
 <p>Extrémité encastree</p>	<p>Les déplacements transversaux et angulaires sont nuls en x_0</p>	$V(x_0, t) = 0$ $\theta(x_0, t) = \frac{\partial w(x, t)}{\partial x} \Big _{x=x_0} = 0$
 <p>Extrémité simplement appuie</p>	<p>Le déplacement transversal est bloqué mais la rotation est libre Le moment de flexion est donc nul en x_0</p>	$V(x_0, t) = 0$ $M(x_0, t) = EI \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} \Big _{x=x_0} = 0$

Tableau II.1. Les conditions aux limites classiques.

II.8.3.2. En dynamique

Vibrations de la poutre en flexion pure (Model d' Euler-Bernoulli) :

Dans le cas ou la poutre est suffisamment longue, On admet les hypothèses de (Euler-Bernoulli) :

Le produit de l'inertie en rotation et de l'accélération angulaire est négligeable :

$$I \frac{\delta^2 \theta}{\delta t^2} \rightarrow 0 \tag{II.44}$$

La section droite reste normal à la déformé de la fibre moyenne, d'où la relation cinématique :

$$\theta = \frac{\delta V}{\delta x} \tag{II.45}$$

Dans ce cas, les lois de comportement s'écrivent comme suit :

$$M = EI \frac{\delta\theta}{\delta x} \Rightarrow M = EI \frac{\delta^2 V}{\delta x^2} \quad (\text{II.46})$$

$$T = \alpha GA \left(\frac{\delta V}{\delta x} - \theta \right) \quad (\text{II.47})$$

Equations d'équilibre :

$$\frac{\delta M}{\delta x} + T = \rho I \frac{\delta^2 \theta}{\delta t^2} = 0 \Rightarrow T = - \frac{\delta M}{\delta x} \quad (\text{II.48})$$

$$\frac{\delta T}{\delta x} = \rho A \frac{\delta^2 V}{\delta t^2} \quad (\text{II.49})$$

En substituant (II.48) dans (II.49) :

$$\frac{\delta^2 M}{\delta x^2} = -\rho A \frac{\delta^2 V}{\delta t^2} \quad (\text{II.50})$$

En substituant (II.46) dans (II.50) :

$$EI \frac{\delta^4 V}{\delta x^4} = -\rho A \frac{\delta^2 V}{\delta t^2} \quad (\text{II.51})$$

Séparation des variables :

$$EI \frac{\delta^4 V}{\delta x^4} = \omega^2 \rho A V \quad (\text{II.52})$$

$$\Rightarrow \frac{\delta^4 V}{\delta x^4} = \omega^2 \frac{\rho A}{EI} V \quad (\text{II.53})$$

La solution générale de l'équation (II.53) s'écrit sous la forme :

$$V(x) = a \cdot \sin(\beta x) + b \cdot \cos(\beta x) + c \cdot \sinh(\beta x) + d \cdot \cosh(\beta x) \quad (\text{II.54})$$

Avec a, b, c et d des constantes à définir par les conditions aux limites (CAL) Et $\beta = \sqrt[4]{\omega^2 \frac{\rho A}{EI}}$

ou $\omega = \beta^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$

Le calcul de ω pour différentes conditions aux limites est développé dans le chapitre suivant.

II.9. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rédigés les différentes étapes pour modélisée en éléments finis une poutre, afin d'avoir les données nécessaires à l'application des méthodes de détection et localisation d'endommagement basée sur des données modale, ainsi que les notions usuels sur la dynamique des structures.



Chapitre III

III.1. Introduction

Dans ce chapitre, nous allons faire en premier lieu un calcul de la flèche maximale d'une poutre en statique, ensuite le calcul de fréquences et modes propres en dynamique, puis la détection de défauts par la méthode de l'énergie de déformation, et cela en utilisant la méthode analytique et les logiciels MATLAB et ANSYS.

III.2. Présentation des logiciels MATLAB et ANSYS

MATLAB est un logiciel de manipulation de données numériques et de programmation dont le champ d'application est essentiellement les sciences appliquées. Son objectif, par rapport aux autres langages, est de simplifier au maximum la transcription en langage informatique d'un problème mathématique, en utilisant une écriture la plus proche possible du langage naturel scientifique.



Figure.III.1.Logo du logiciel MATLAB.

ANSYS est un éditeur de logiciels spécialisé en simulation numérique. L'entreprise a son siège à Canonsburg en Pennsylvanie aux États-Unis. ANSYS développe, promeut et assure le support de ses logiciels de simulation servant à prédire le comportement d'un produit dans son environnement. Ses produits majeurs sont des logiciels qui mettent en œuvre la méthode des éléments finis, afin de résoudre des modèles préalablement discrétisés. La société possède de nombreuses filiales à travers le monde, notamment en Europe et en Asie.

ANSYS permet d'effectuer des simulations mécaniques en calcul de structures. Ses principales capacités sont :

- l'analyse statique
- l'analyse modale
- l'analyse harmonique (réponse forcée)
- l'analyse temporelle



Figure.III.2.Logo du logiciel ANSYS.

Dans notre cas la structure étudiée est de type poutre en acier avec les dimensions et les caractéristiques suivantes :

Module de Young $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Masse volumique $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$.

Longueur $L = 1.2\text{m}$. Largeur $b = 0.04\text{m}$. Hauteur $h=0.03\text{m}$.

Coefficient de Poisson = 0.3

III.3. En statique

III.3.1. Calcule de la flèche maximale

La flèche : Lorsqu'une poutre, au comportement élastique, est soumise à un chargement qui provoque une flexion, son axe neutre se déplace par rapport à sa position d'origine. Ce déplacement, appelé flèche, qui se produit selon la direction transversale à l'axe longitudinal, varie en intensité tout le long de la poutre.

III.3.1.1. Le cas de la poutre (Encastré –Libre)



Figure.III.3.Poutre (Encastré –Libre).

a. Calcul analytique(CA)

On a $EI_{GZ}y'' = M_{fz}$

I_{GZ} : moment quadratique

$$I_{GZ} = b \cdot h^3/12$$

En $0 \leq x \leq l$: $y'' = \frac{1}{EI_{GZ}} M_{fz} = \frac{F}{EI_{GZ}} (x - l)$

$$\Rightarrow y' = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^2}{2} - lx + c' \right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{2} + c'x + c'' \right)$$

Application des conditions aux limites

En $x = 0 : y'(0) = 0$ soit $c_1 = 0$

En $x = 0 : y(0) = 0$ soit $c_2 = 0$

$$y = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{2} \right)$$

La flèche en $x = l/2$ est $y = \frac{5Fl^3}{48EI_{GZ}}$

La flèche maximale est en $x = l : y_{max} = \frac{Fl^3}{3EI_{GZ}}$

Application numérique

En appliquant une force de $3 \cdot 10^3 N$ sur la poutre précédente on aura :

$$y_{max} = \frac{Fl^3}{3EI_{GZ}} = \frac{-3000 \cdot 1.2^3}{3 \cdot 21.10^{10} \cdot 8.9^{-8}} = -0.09143m$$

b. Calcul par la méthode des éléments finis (MEF)

A l'aide d'un programme sur le logiciel MATLAB on a pu simuler le cas représenté ci dessus :

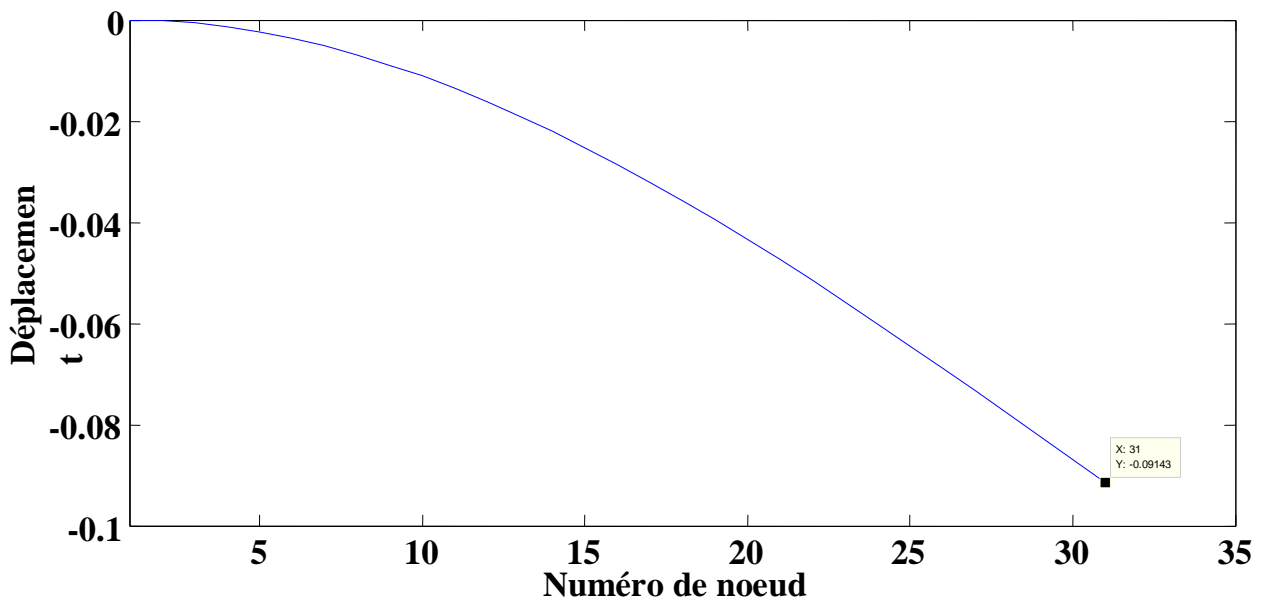


Figure.III.4. La flèche maximal de la poutre (**Encastré –Libre**) sur MATLAB.

Remarque

On voit bien que le résultat obtenu par (CA) et le résultat obtenu par (MEF) sont identiques

$$y_{max} = -0.09143m$$

III.3.1.2. Le cas d'une poutre (Encastrée – Appui simple)

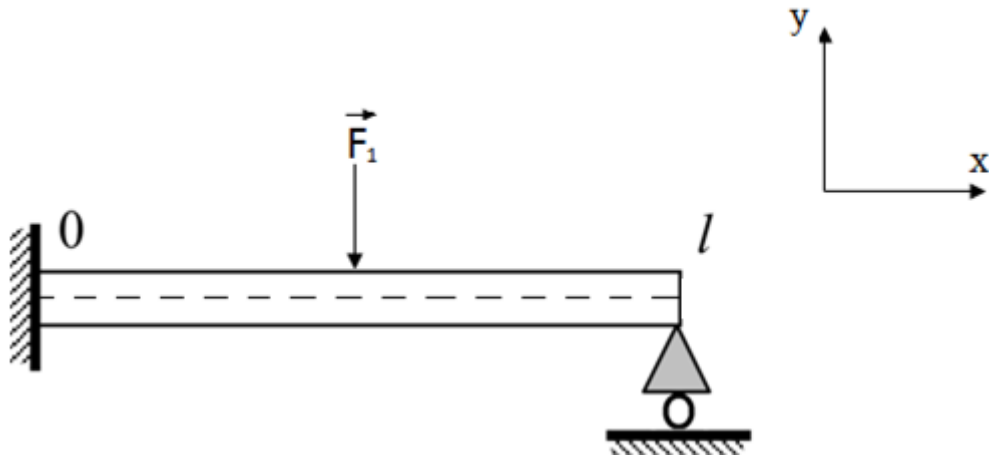


Figure.III.5.Poutre (Encastrée - Appui-simple).

a. Calcul analytique (CA)

$$\text{On a } EI_{GZ}y'' = M_{fz}$$

 I_{GZ} : moment quadratique

$$I_{GZ} = b \cdot h^3/12$$

$$\text{En } 0 \leq x \leq l/2 : y'' = \frac{1}{EI_{GZ}} M_{fz} = \frac{F}{EI_{GZ}} (x - l)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^2}{2} - lx + c' \right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{2} + c'x + c'' \right)$$

$$\text{En } l/2 \leq x \leq l : M_{fz} = (x - l) \cdot F/2$$

$$\text{En } 0 \leq x \leq l/2 : y'' = \frac{1}{EI_{GZ}} M_{fz} = \frac{1}{EI_{GZ}} \left(x \cdot \frac{F}{2} \right) = \frac{F}{2EI_{GZ}} x$$

$$\Rightarrow y' = \frac{F}{4EI_{GZ}} x^2 + c_1$$

$$\Rightarrow y = \frac{F}{12EI_{GZ}} x^3 + c_1 x + c_2 \quad \text{(III.1)}$$

$$\text{En } l/2 \leq x \leq l : y'' = \frac{1}{EI_{GZ}} M_{fz}(x) = \frac{1}{EI_{GZ}} [(x - l)F/2] = \frac{F}{2EI_{GZ}} (x - l)$$

$$\Rightarrow y' = \frac{F}{2EI_{GZ}} \left(\frac{x^2}{2} - lx + c' \right)$$

$$\Rightarrow y = \frac{F}{2EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{2} + c_1 x + c_2 \right) \quad (\text{III.2})$$

Application des conditions aux limites

$$\text{En } 0 \leq x \leq l/2 : y(0) = 0 ; y'(l/2) = 0$$

$$\text{En } l/2 \leq x \leq l : y'(l/2) = 0 ; y(l) = 0$$

$$(\text{III.1}) \Rightarrow y = \frac{F}{EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{4} \right)$$

$$(\text{III.2}) \Rightarrow y = \frac{F}{2EI_{GZ}} \left(\frac{x^3}{6} - l \frac{x^2}{2} + \frac{3l^2}{8} x - \frac{l^3}{24} \right)$$

$$\text{De (III.1) et (III.2) : } y_{max} = \frac{7Fl^3}{768EI_{GZ}}$$

Application numérique

En appliquant une force de $3 \cdot 10^3 N$ sur la poutre précédente on aura :

$$y_{max} = \frac{7Fl^3}{768EI_{GZ}} = \frac{7 \cdot -3000 \cdot 1.2^3}{768 \cdot 21 \cdot 10^{10} \cdot 8.9^{-8}} = -0,0025m$$

b. Calcul par la méthode des éléments finis (MEF)

A l'aide d'un programme sur le logiciel MATLAB on a pu simuler le cas représenté ci dessous :

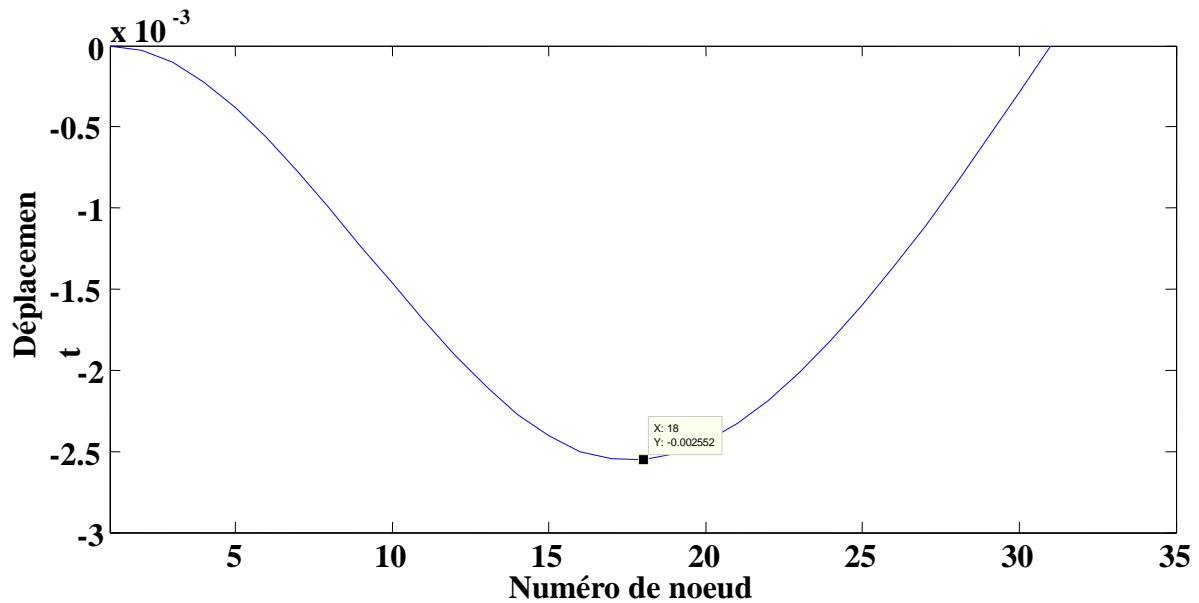


Figure.III.6.La flèche maximal de la poutre (**Encastrée - Appui-simple**).

Remarque

On voit bien que le résultat obtenu par (CA) et le résultat obtenu par (MEF) est identique

$$y_{max} = -0.0025m$$

III.4. En dynamique

Dans cette partie nous allons calculer les fréquences propres en utilisant la méthode analytique et la MEF à l'aide de deux logiciels (MATLAB et ANSYS), ensuite, nous traçons les formes des modes propres obtenus par ces deux logiciels.

III.4.1. Le cas d'une Poutre (**Encastrée-Libre**)



Figure.III.7.Poutre (**Encastrée-Libre**).

III.4.1.1. Calcul des fréquences propres

a. Calcul par la méthode analytique

On a: $EI \frac{\delta^4 V}{\delta x^4} = \rho A \frac{\delta^2 V}{\delta t^2}$

Application des conditions aux limites

Pour $x = 0$ (Extrémité encastrée)

$V(x_0, t) = 0 \Rightarrow V(0) = 0;$

$\theta(0) = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow V'(0) = 0;$

Pour $x = l$ (Extrémité libre)

$M(x_0, t) = EI \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_0} = 0 \Rightarrow V''(0) = 0;$

$Q(x_0, t) = -EI \frac{\partial^3 V(x, t)}{\partial x^3} \Big|_{x=x_0} = 0 \Rightarrow V'''(0) = 0;$

La solution générale est de forme:

$V(x) = a \cdot \sin(\beta x) + b \cdot \cos(\beta x) + c \cdot \sinh(\beta x) + d \cdot \cosh(\beta x)$

Pour $x = 0$:

$V(0) = a \cdot \sin(0) + b \cdot \cos(0) + c \cdot \sinh(0) + d \cdot \cosh(0) = 0 \Rightarrow b = -d$

$V'(0) = \beta[a \cdot \cos(0) - b \cdot \sin(0) + c \cdot \cosh(0) + d \cdot \sinh(0)] = 0 \Rightarrow a = -c$

La solution générale peut être réduite a :

$V(x) = a[\sin(\beta x) - \sinh(\beta x)] + b[\cos(\beta x) - \cosh(\beta x)]$

$V''(x) = -\beta^2[a[\sin(\beta x) + \sinh(\beta x)] + b[\cos(\beta x) + \cosh(\beta x)]]$ (III.3)

$V'''(x) = -\beta^3[a[\cos(\beta x) + \cosh(\beta x)] - b[\sin(\beta x) - \sinh(\beta x)]]$ (III.4)

Ce système devient :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta l) & -\cos(\beta l) & \sinh(\beta l) & \cosh(\beta l) \\ -\cos(\beta l) & \sin(\beta l) & \cosh(\beta l) & \sinh(\beta l) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce système n'admet qu'une solution unique a, b, c et d, proportionnels à une constante arbitraire près, que si son déterminant est nul

Pour $x = l$ (Extrémité libre) ; $V'''(l) = 0$

Donc

$$\beta = -\frac{-\sin(\beta l) + \sinh(\beta l)}{\cos(\beta l) + \cosh(\beta l)} \quad (\text{III.5})$$

En substituant (III.5) dans (III.4) en $x = l$; on obtient :

$$-\beta^2 A [\cos(\beta l) + \cosh(\beta l) + \frac{\sin(\beta l) + \sinh(\beta l)}{\cos(\beta l) + \cosh(\beta l)} (\sin(\beta l) - \sinh(\beta l))] = 0$$

$$\Rightarrow \cos(\beta l) + \cosh(\beta l) = \frac{-\sin^2(\beta l) - \sinh^2(\beta l)}{\cos(\beta l) + \cosh(\beta l)}$$

$$\Rightarrow (\cos(\beta l) + \cosh(\beta l))^2 = -\sin^2(\beta l) + \sinh^2(\beta l)$$

$$\Rightarrow \cos^2(\beta l) + 2\cos(\beta l)\cosh(\beta l) + \cosh^2(\beta l) = -\sin^2(\beta l) + \sinh^2(\beta l)$$

$$\Rightarrow 2\cos(\beta l)\cosh(\beta l) = -\sin^2(\beta l) - \cos^2(\beta l) + \sinh^2(\beta l) - \cosh^2(\beta l)$$

$$\Rightarrow \cos(\beta l)\cosh(\beta l) + 1 = 0 \quad (\text{III.6})$$

L'équation (III.6) nécessite soit une résolution graphique, soit une résolution numérique par ordinateur (Logiciel MATLAB). Pour des raisons de précisions évidentes, nous avons élaboré un programme de calcul qui permet sa résolution numérique, en utilisant la méthode de *Dichotomie* tout en prenant en considération l'allure graphique des courbes solutions.

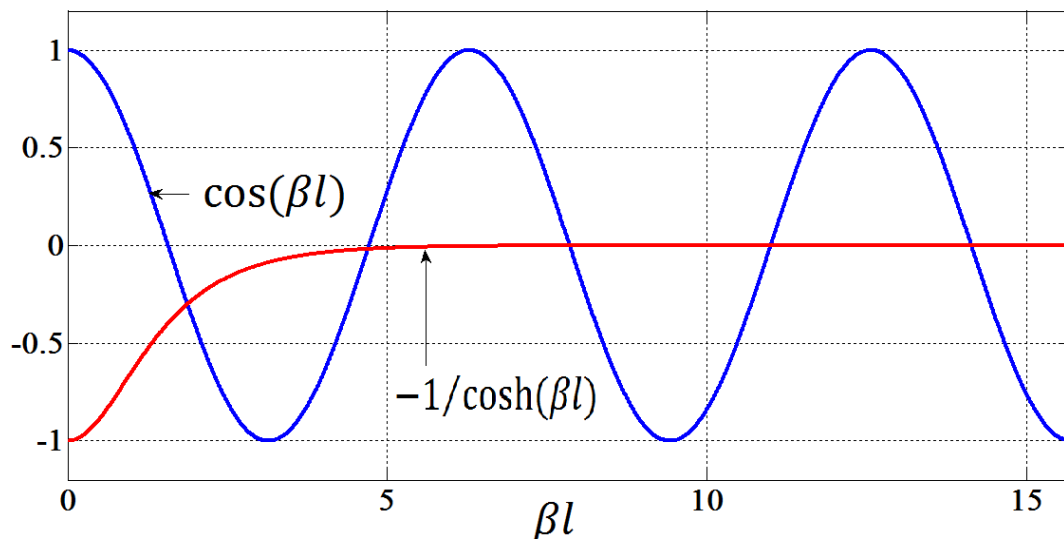


Figure.III.8.Détermination graphique des racines de l'équation.

La solution graphique	1.87	4.70	7.85	10.99	14.16
Les solutions obtenues par la méthode de Dichotomie	1.8751	4.6941	7.8548	10.9955	14.1372

Tableau.III.1.les solutions graphiques et les solutions par méthode de Dichotomie.

Les résultats du calcul analytique, pour les cinq premiers modes vibratoires sont obtenus en utilisant les relations :

$$\beta_i = \frac{x_i}{L} \quad , \quad \omega_i = \frac{x_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \text{et} \quad f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

Le mode vibratoire	Les fréquences obtenues par (CA)	Les fréquences obtenues par (MEF) Sur MATLAB	L'erreur relative (er)%
1	17.462295	17.462297	8.24×10^{-6}
2	109.434346	109.434392	4.16×10^{-5}
3	306.419340	306.420336	3.24×10^{-4}
4	600.459610	600.467084	1.24×10^{-3}
5	992.602761	992.636407	3.38×10^{-3}

Tableau.III.2.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur MATLAB) et calcul d'erreur relative.

Le mode vibratoire	Les fréquences obtenues par (CA).	Les fréquences obtenues par (MEF) Sur ANSYS	L'erreur relative (er)%
1	17.462295	17.46	1.31×10^{-2}
2	109.434346	109.32	0.10
3	306.419340	306.09	0.10
4	600.459610	600.04	6.98×10^{-2}
5	992.602761	992.78	1.78×10^{-2}

Tableau.III.3.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur ANSYS) et calcul d'erreur relative.

L'erreur relative est calculée ainsi $er = (MEF - CA) * 100/CA$

III.4.1.2. Les modes propres

Après calcul des fréquences nous avons obtenu les 3 premiers modes propres de la poutre (Encastrée – Libre) avec les logiciels MATLAB et ANSYS. Les résultats sont représentés ci-dessous :

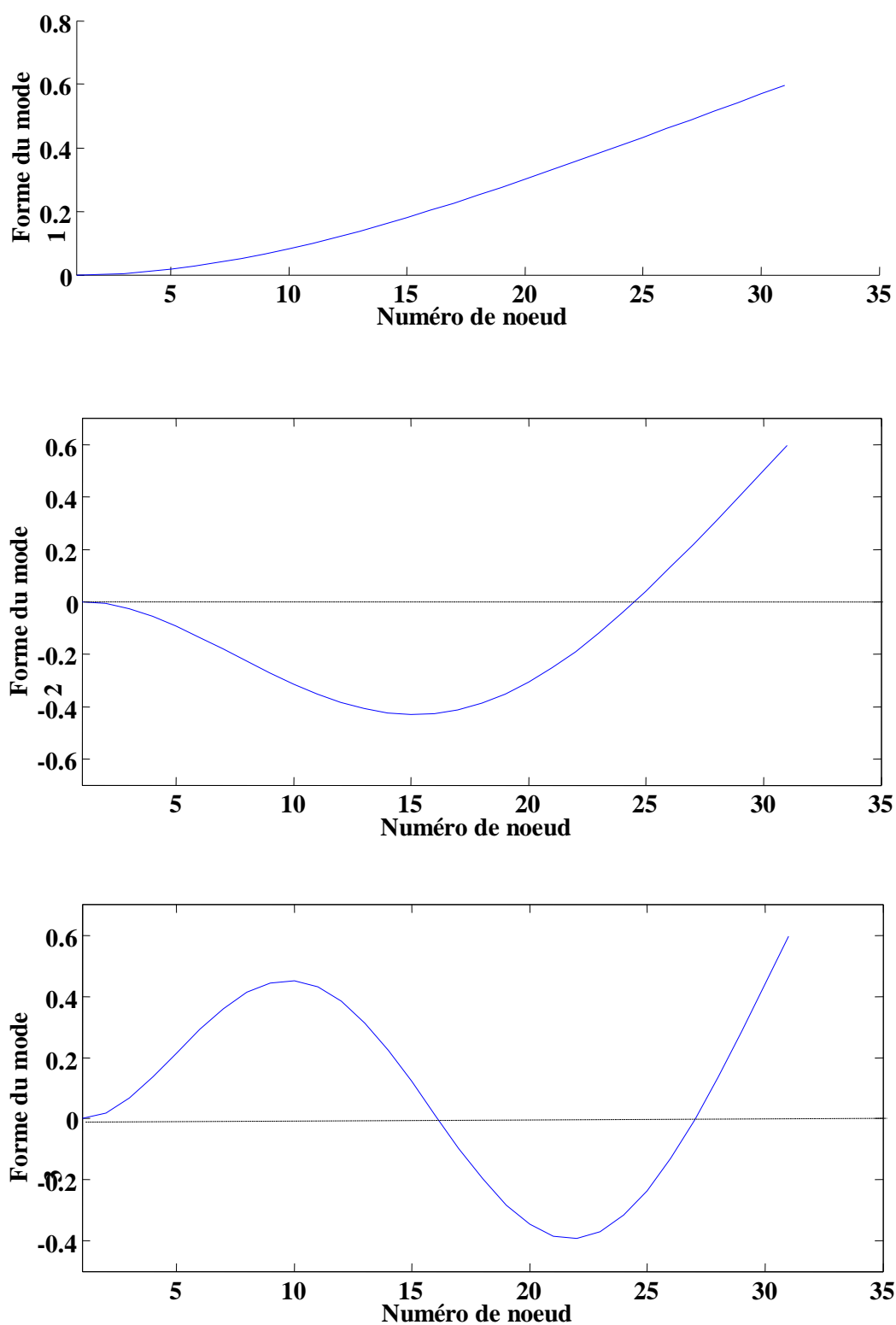


Figure.III.9.Les 3 premiers modes propres obtenus par MATLAB

Pour une Poutre (**Encastrée-Libre**).



Figure.III.10.Les 3 premiers modes propres obtenus par ANSYS

Pour une Poutre (**Encastrée-Libre**).

Remarque

Les déplacements de la poutre obtenus sur les deux logiciels sont identiques respectivement.

III.4.2. Le cas d'une Poutre (Encastré-Appui simple)

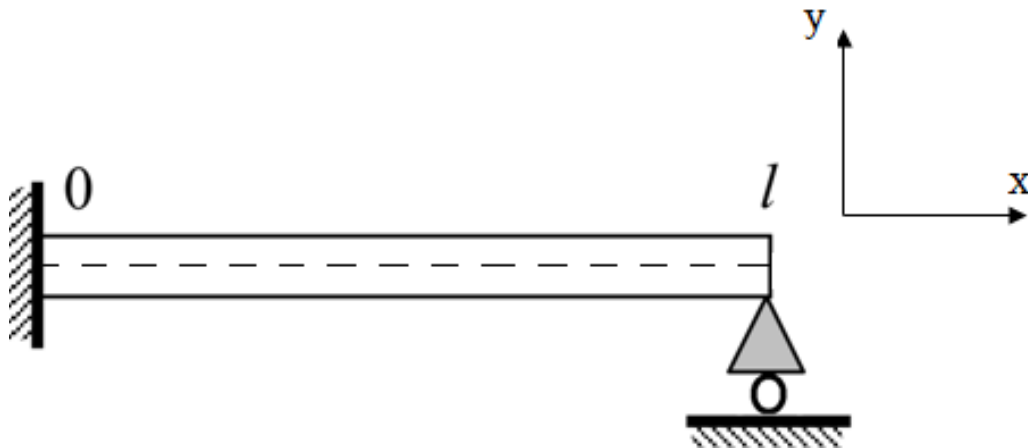


Figure.III.11.Poutre (Encastré-Appui simple).

III.4.2.1. Calcul des fréquences propres

a. Calcul par la méthode analytique

$$\text{On a: } EI \frac{\delta^4 V}{\delta x^4} = \rho A \frac{\delta^2 V}{\delta t^2}$$

Application des conditions aux limites

Pour $x = 0$ (Extrémité encastrée)

$$V(x_0, t)|_{x=0} = 0 \Rightarrow V(0) = 0;$$

$$\theta(0) = 0 \Rightarrow \left. \frac{dV}{dx} \right|_{x=0} = 0 \Rightarrow V'(0) = 0;$$

Pour $x = l$ (Extrémité simplement appuyée)

$$V(x_0, t)|_{x=l} = 0 \Rightarrow V(l) = 0;$$

$$M(x_0, t) = EI \left. \frac{\partial^2 V(x, t)}{\partial x^2} \right|_{x=l} = 0 \Rightarrow V''(l) = 0;$$

La solution générale est de forme :

$$V(x) = a \cdot \sin(\beta x) + b \cdot \cos(\beta x) + c \cdot \sinh(\beta x) + d \cdot \cosh(\beta x)$$

Pour $x = 0$:

$$V(0) = a \cdot \sin(0) + b \cdot \cos(0) + c \cdot \sinh(0) + d \cdot \cosh(0) = 0 \Rightarrow b = -d$$

$$V'(0) = \beta[a \cdot \cos(0) - b \cdot \sin(0) + c \cdot \cosh(0) + d \cdot \sinh(0)] = 0 \Rightarrow \beta(a + c) = 0$$

Pour $x = l$:

$$V(l) = a \cdot \sin(\beta l) + b \cdot \cos(\beta l) + c \cdot \sinh(\beta l) + d \cdot \cosh(\beta l)$$

$$V''(l) = \beta^2 [-a \cdot \sin(\beta l) - b \cdot \cos(\beta l) + c \cdot \sinh(\beta l) + d \cdot \cosh(\beta l)] = 0 \quad (III.7)$$

Ce système devient :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ \beta & 0 & \beta & 0 \\ \sin(\beta l) & \cos(\beta l) & \sinh(\beta l) & \cosh(\beta l) \\ -\beta^2 \sin(\beta l) & -\beta^2 \cos(\beta l) & \beta^2 \sinh(\beta l) & \beta^2 \cosh(\beta l) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Ce système n'admet qu'une solution unique a, b, c et d , proportionnels à une constante arbitraire près, que si son déterminant est nul

Pour $x = l$ (Extrémité simplement appuie)

$$V''(l) = 0$$

Donc
$$\beta = \frac{\cosh(\beta l) - \cos(\beta l)}{\sinh(\beta l) - \sin(\beta l)} \quad (III.8)$$

On a : $\tan(\beta l) = \frac{\sin(\beta l)}{\cos(\beta l)}$ et $\tanh(\beta l) = \frac{\sinh(\beta l)}{\cosh(\beta l)}$

Donc (III.8) devient $\tan(\beta l) = \tanh(\beta l)$

L'équation (III.8) nécessite soit une résolution graphique, soit une résolution numérique par ordinateur (Logiciel MATLAB). Pour des raisons de précisions évidentes, nous avons élaboré un programme de calcul qui permet sa résolution numérique, en utilisant la méthode de *Dichotomie* tout en prenant en considération l'allure graphique des courbes solutions.

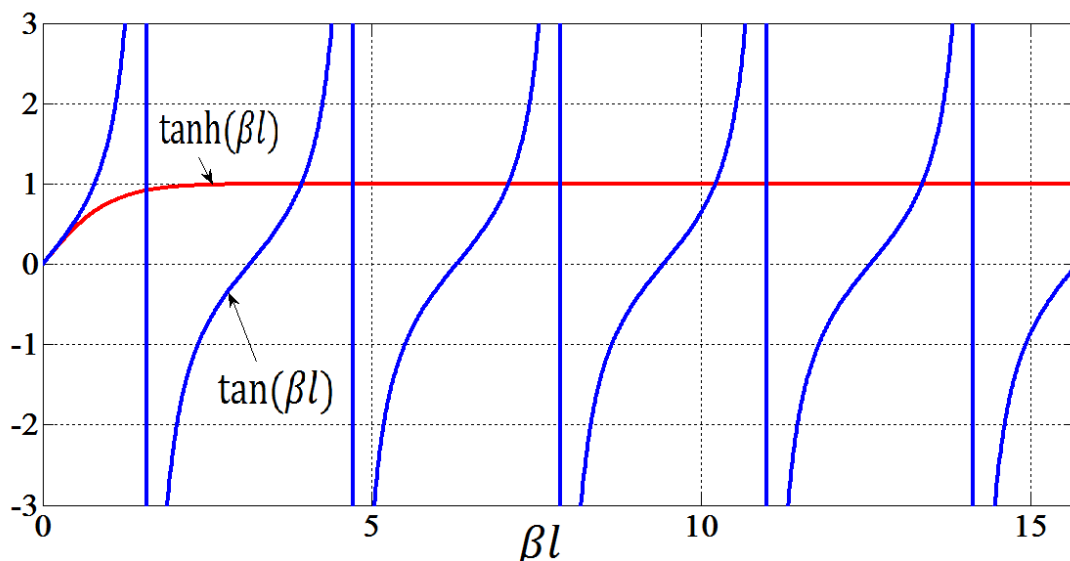


Figure.III.12.Détermination graphique des racines de l'équation.

Les solutions graphiques	3.92	7.06	10.21	13.35	16.49
Les solutions obtenues par la méthode de Dichotomie	3.926602	7.068583	10.210176	13.351768	16.493361

Tableau.III.4.Les solutions graphiques et les solutions par méthode de Dichotomie.

Les résultats du calcul analytique, pour les cinq premiers modes vibratoires sont obtenus en utilisant les relations :

$$\beta_i = \frac{x_i}{L} \quad , \quad \omega_i = \frac{x_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad \text{et} \quad f_i = \frac{\omega_i}{2\pi}$$

Le mode vibratoire	Les fréquences obtenues par (CA)	Les fréquences obtenues par (MEF) Sur MATLAB	L'erreur relative (er)%
1	76.589703	76.574628	1.96×10^{-2}
2	248.150639	248.153269	1.05×10^{-3}
3	517.746396	517.770654	4.68×10^{-3}
4	885.376973	885.497676	1.36×10^{-2}
5	1351.042371	1351.127397	6.29×10^{-3}

Tableau.III.5.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur MATLAB) et calcul d'erreur relative.

Le mode vibratoire	Les fréquences obtenues par (CA)	Les fréquences obtenues par (MEF) Sur ANSYS	L'erreur relative (er)%
1	76.589703	76.544	5.96×10^{-2}
2	248.150639	248.10	2.04×10^{-2}
3	517.746396	517.99	4.70×10^{-2}
4	885.376973	886.82	0.16
5	1351.042371	1355.5	0.32

Tableau.III.6.Résultats obtenus pour le calcul des fréquences (CA) et (MEF sur ANSYS) et calcul d'erreur relative.

L'erreur relative est calculée ainsi $er = (MEF - CA) * 100/CA$

III.4.2.2. Les modes propres

Après calcul des fréquences nous avons obtenu les 3 premiers modes propres de la poutre (Encastrée – Appui simple) avec les logiciels MATLAB et ANSYS.

Les résultats sont représentés ci-dessous :

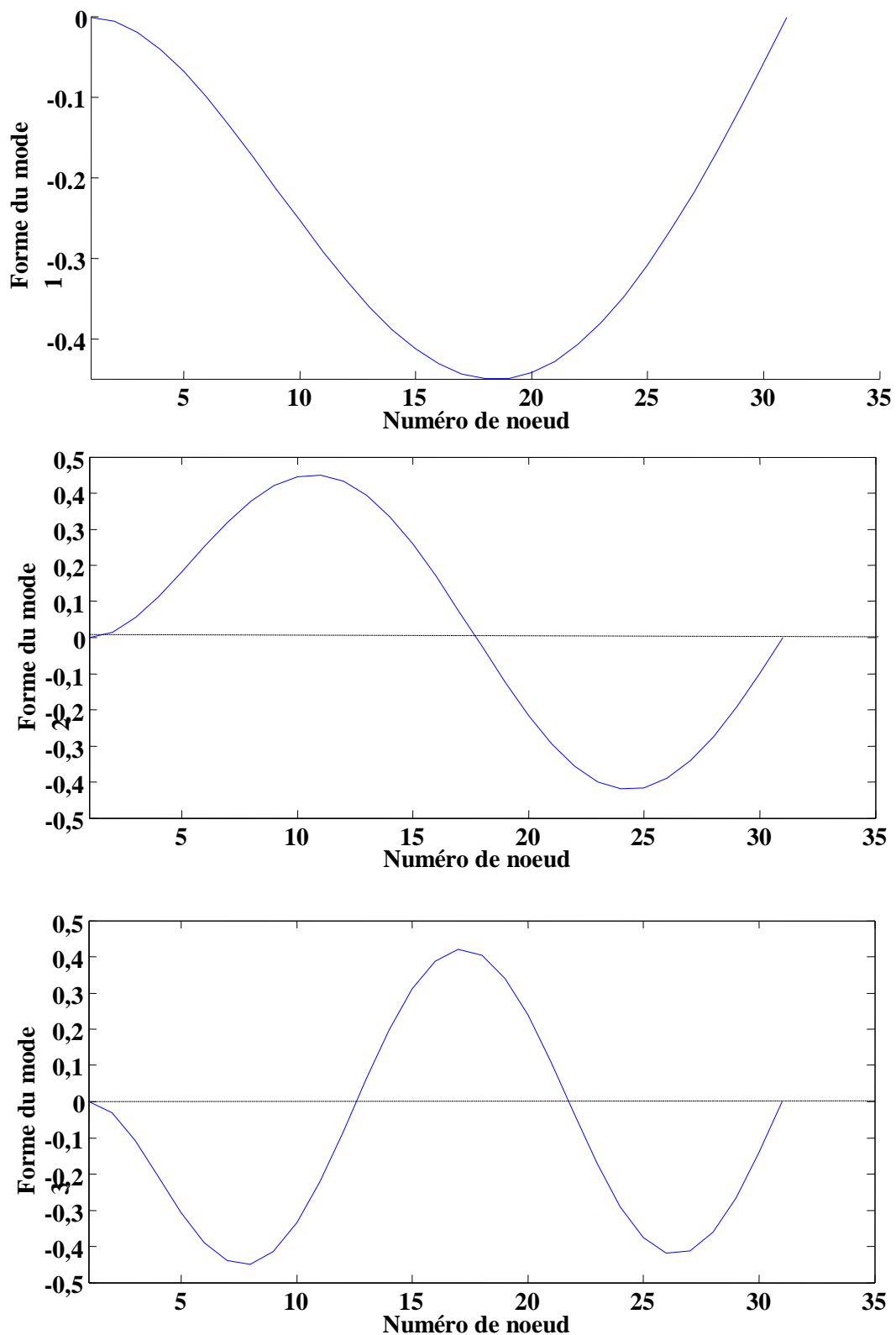


Figure.III.13.Les 3 premiers modes propres obtenus par MATLAB

Pour une poutre (**Encastré-Appui simple**).



Figure.III.14.Les 3 premiers modes propres obtenus par ANSYS

Pour une poutre (**Encasturé-Appui simple**).

Remarque

Les déplacements de la poutre obtenus sur les deux logiciels sont identiques respectivement, mais les allures sont différentes.

III.5. Détection d'endommagements

Dans cette partie nous réduisant la rigidité (module du Young) des éléments bien définis, et nous utilisons la méthode de l'énergie de déformation pour la détection des endommagements.

III.6. Méthode de l'énergie de déformation

On a : $([K] - \lambda[M])\{\phi_i\} = 0$

i : 1.....n (nombre de mode).

Et : $\{\phi_i^T\} \cdot [K]^e \cdot \{\phi_i\} = \lambda_i$

L'énergie de déformation modale (MSE) est prodiguée comme suit dans chaque élément (vecteurs propres sont équivalents aux déplacements nodaux).

$$\beta_i^{es} = \frac{1}{2} \{\phi^s\}_i^T \cdot [K]^e \cdot \{\phi^s\}_i \text{ avec } e : 1 \dots \dots \dots m \text{ (est le nombre d'élément.)}$$

$$\beta_i^{ed} = \frac{1}{2} \{\phi^d\}_i^T \cdot [K]^e \cdot \{\phi^d\}_i$$

S : structure saine d : structure endommagé

Une fois l'énergie de déformation est calculée pour chaque élément, on peut maintenant calculer l'énergie de déformation modale de toute la structure avec les deux équations suivantes :

$$\beta_i^s = \sum_{e=1}^m \beta_i^{es}$$

$$\beta_i^d = \sum_{e=1}^m \beta_i^{ed}$$

Et pour la normalisation de β_i^{es} et β_i^{ed} sa sera avec les équations suivantes :

$$\alpha_i^{es} = \frac{\beta_i^{es}}{\beta_i^s}$$

$$\alpha_i^{ed} = \frac{\beta_i^{ed}}{\beta_i^d}$$

On peut choisir les premiers modes (n) comme paramètres efficaces alors on aura :

$$\gamma_i^{es} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^{es}}{n}$$

$$\gamma_i^{ed} = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha_i^{ed}}{n}$$

Et enfin l'équation qui permet de calculer l'indice de base d'énergie de déformation modale est :

$$MSE^e = \frac{\gamma_i^{es} - \gamma_i^{ed}}{\gamma_i^{es}}$$

III.7.Application

III.7.1. Le cas d'une Poutre (Encastrée - Encastrée)

Considérons une poutre Encastrée – Encastrée discrétisé en 30 éléments avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

Module de Young $E = 21 \cdot 10^{10} N/m^2$. Masse volumique $\rho = 7800 Kg/m^3$.

Longueur $L = 1.2m$. Largeur $b = 0.04m$. Hauteur $h=0.03m$.

Et pour détecter et localiser l'endommagement nous ferons quelques tests sur la poutre et cela en diminuant la rigidité E .

1^{er} cas test : une seule réduction de rigidité avec **15%** sur les éléments **2, 9, 20, 27** l'un après l'autre respectivement

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

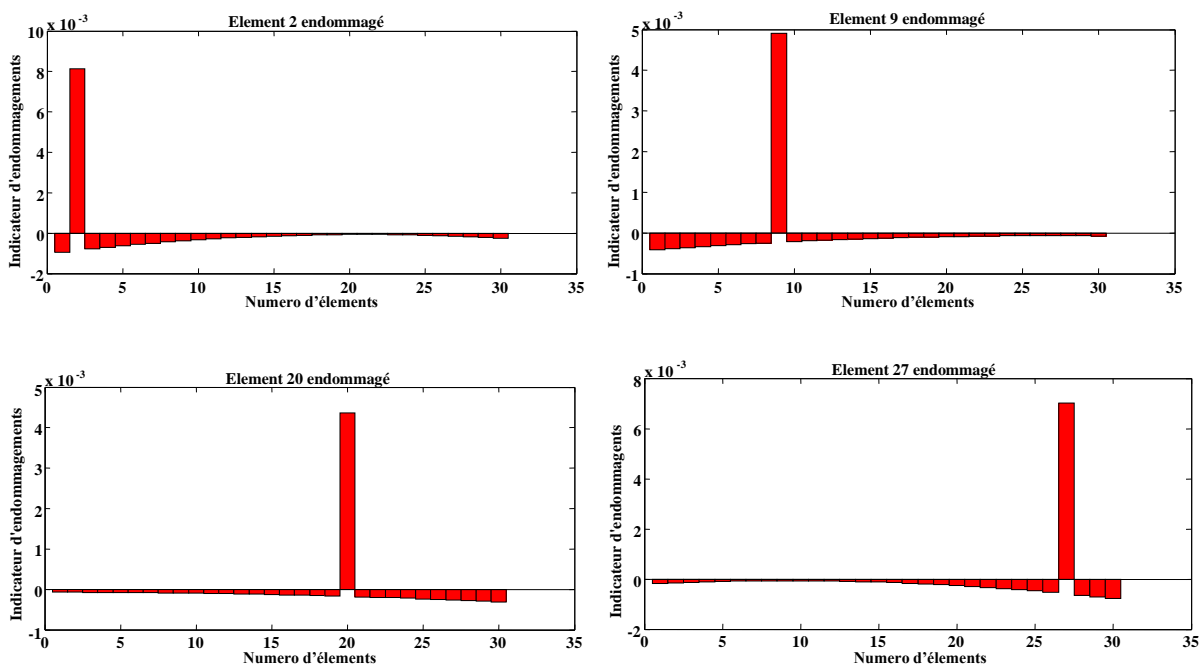


Figure III.15. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15%
Poutre (Encastrée – Encastrée).

Pour la suite de travail on prend en compte que des valeurs positives, ce qui nous ramène aux résultats suivants.

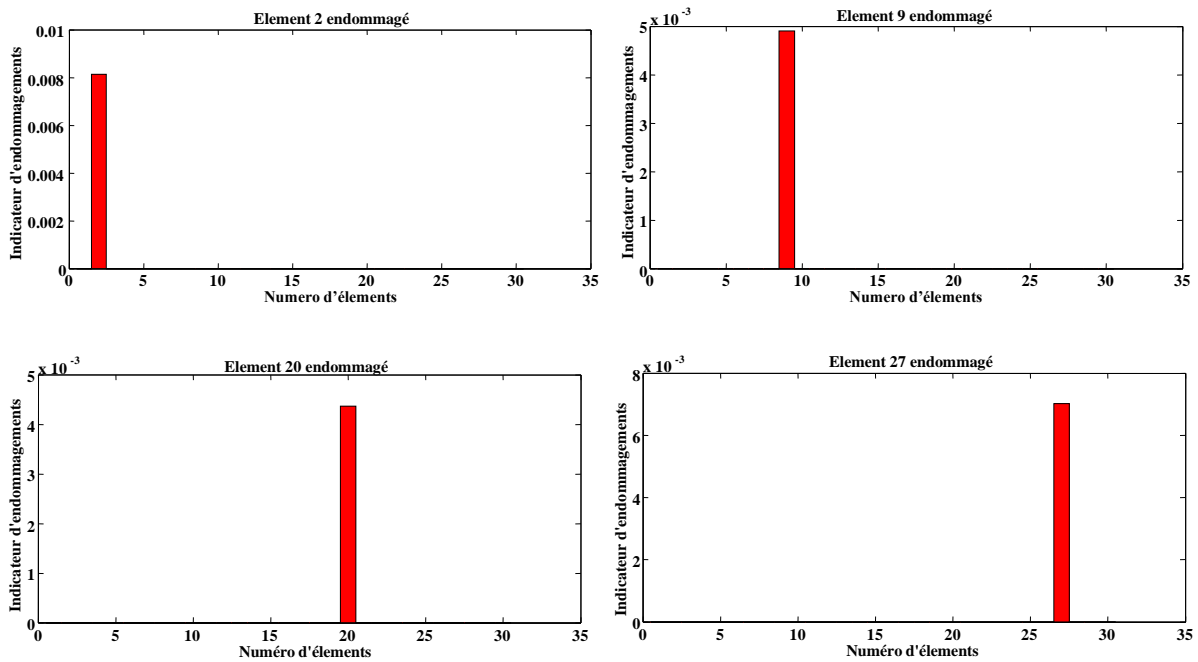


Figure III.16. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15%
Poutre (**Encastrée – Encastrée**).

Remarque

On remarque que pour la poutre Encastrée – Encastrée, avec un seul élément endommagé, la méthode d'énergie de déformation localise parfaitement cet endommagement.

2^{ème} cas test : deux endommagements sur les éléments **8** et **12** puis sur les éléments **15** et **23** avec un taux d'endommagement de **10%** et **20%** respectivement. Et deux endommagements sur les éléments 10 et 19 avec un taux d'endommagement de **30%** et **40%** respectivement.

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

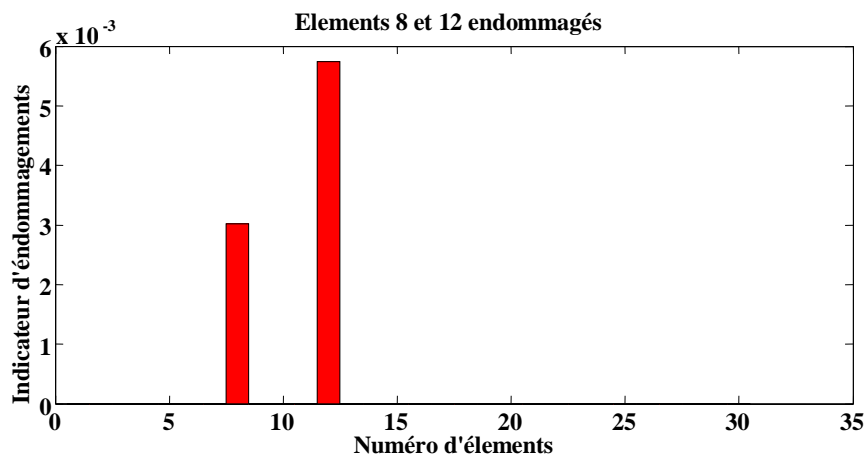


Figure III.17. Eléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (**Encastrée – Encastrée**).

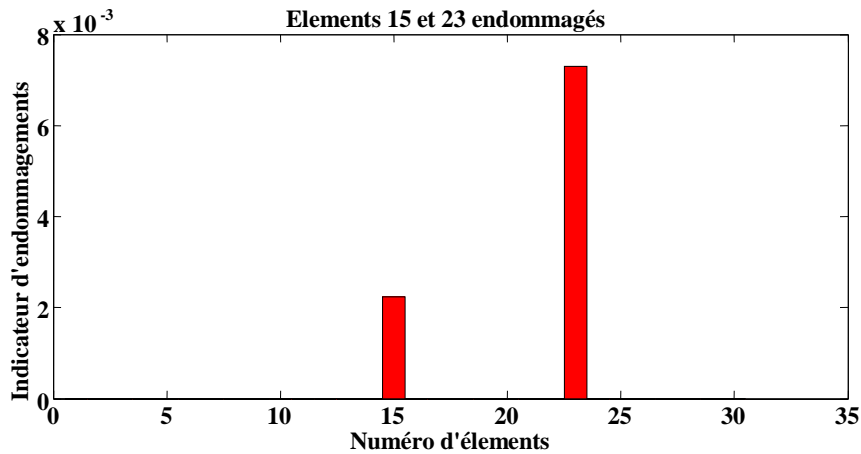


Figure III.18. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (**Encastrée – Encastrée**).

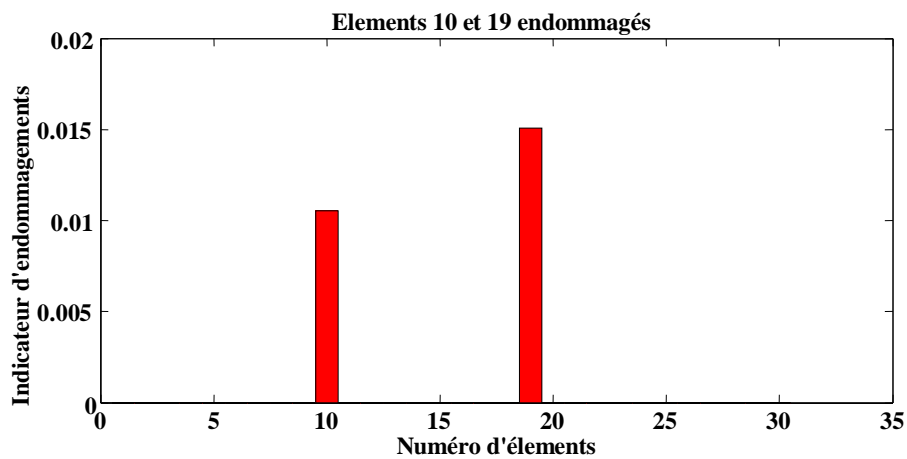


Figure III.19. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement
Poutre (**Encastrée – Encastrée**).

Remarque

On remarque pour ce deuxième cas test que la méthode localise parfaitement les endommagements sur les deux éléments endommagés.

III.7.2. Le cas d'une poutre (**Encastrée – Appui simple**)

Prenons une poutre Encastrée – Appui discrétisé en 30 éléments avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

Module de Young $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Masse volumique $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$.

Longueur $L = 1.2\text{m}$. Largeur $b = 0.04\text{m}$. Hauteur $h=0.03\text{m}$.

1^{er} cas test : un seul endommagement sur les éléments **2, 9, 20, 27** l'un après l'autre respectivement avec **15%**.

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

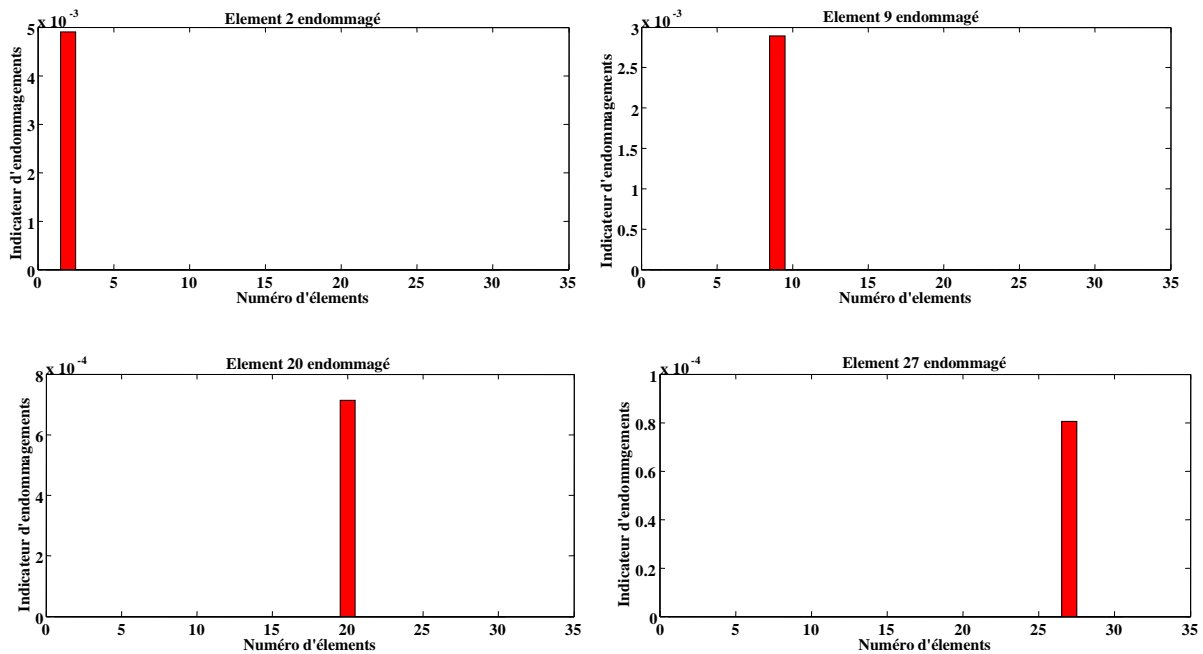


Figure III.20. Éléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15%
Poutre (**Encastrée – Appui**).

Remarque

On remarque que l’endommagement est bien localisé

2^{ème} cas test : réduction de rigidité sur les éléments **8** et **12** puis sur les éléments **15** et **23** avec un taux d’endommagement de **10%** et **20%** respectivement. Et deux endommagements sur les éléments 10 et 19 avec un taux d’endommagement de **30%** et **40%** respectivement.

Le résultat obtenu sur logiciel MATLAB est :

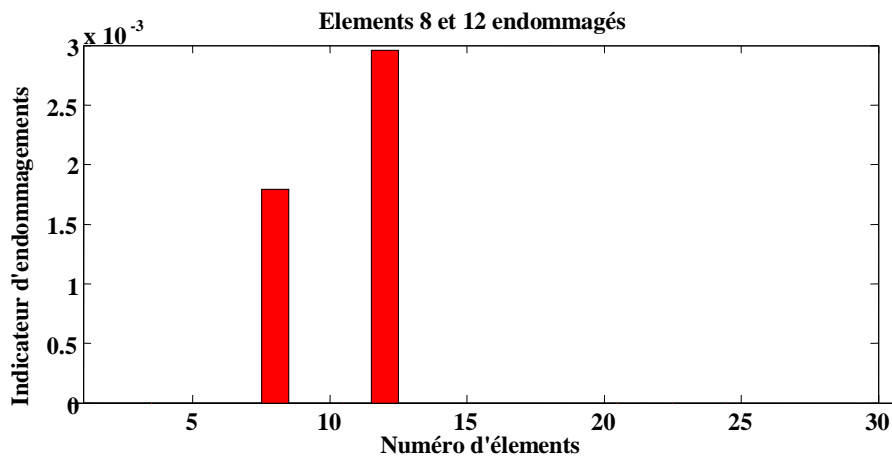


Figure III.21. Éléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (**Encastrée – Appui**).

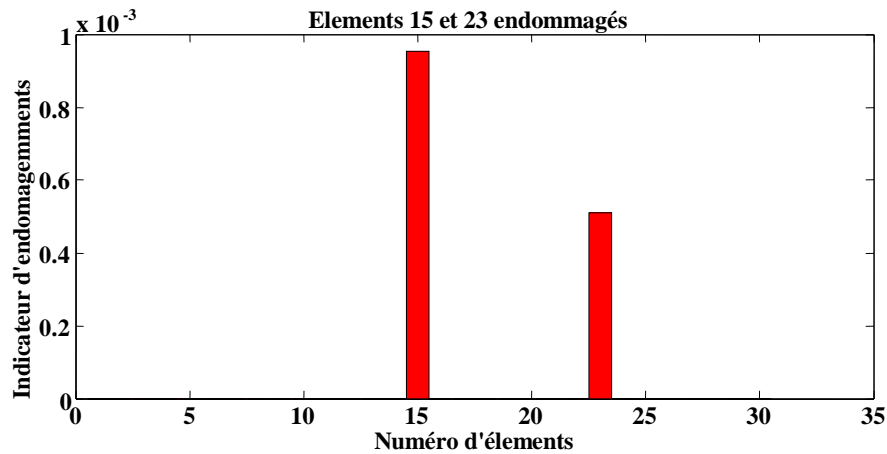


Figure III.22. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (**Encastrée – Appui**).

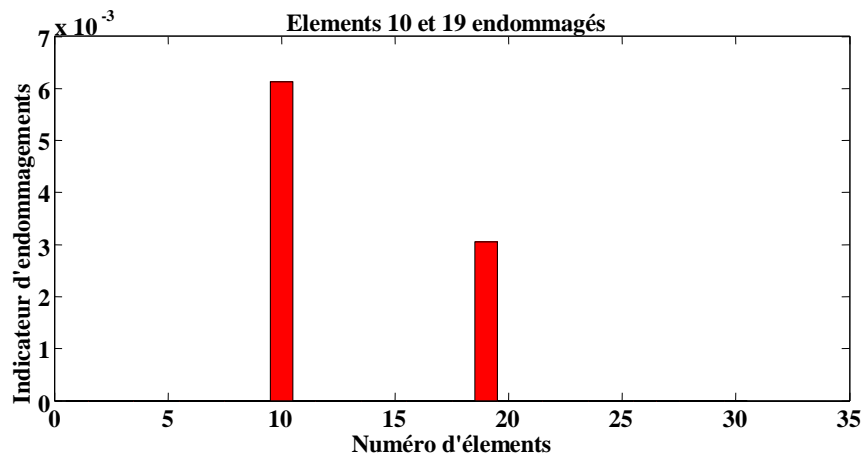


Figure III.23. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement
Poutre (**Encastrée – Appui**).

Remarque

Les endommagements sont localisés pour ce cas avec deux éléments endommagés avec différents taux d'endommagements.

III.7.3. Le cas d'une poutre (Double appui – Double appui)

Prenons une poutre Double appui – Double appui discrétisé en 30 éléments avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

Module de Young $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Masse volumique $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$.

Longueur $L = 1.2\text{m}$. Largeur $b = 0.04\text{m}$. Hauteur $h=0.03\text{m}$.

1^{er} cas test : un seul endommagement sur les éléments **2, 9, 20, 27** l'un après l'autre respectivement avec **15%**

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

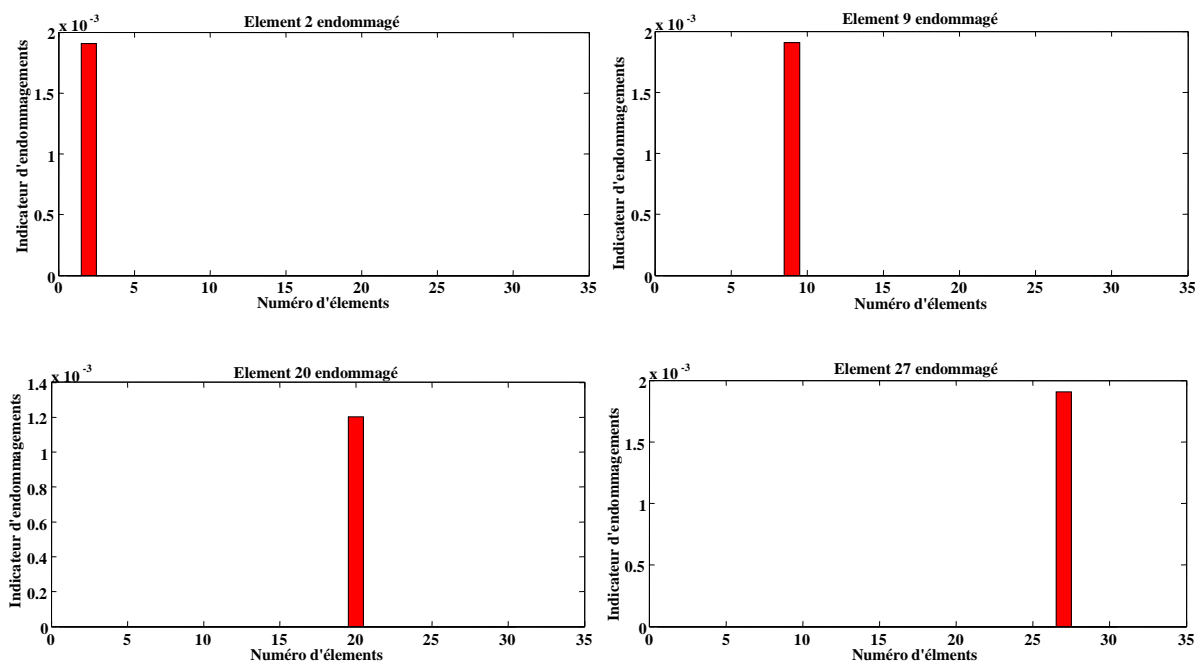


Figure III.24. Eléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 15%
Poutre (Double appui – Double appui).

Remarque

On remarque que pour un seul élément endommagé la méthode détecte le défaut

2^{ème} cas test : réduction de rigidité sur les éléments **8** et **12** puis sur les éléments **15** et **23** avec un taux d'endommagement de **10%** et **20%** respectivement. Et deux endommagements sur les éléments 10 et 19 avec un taux d'endommagement de **30%** et **40%** respectivement.

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

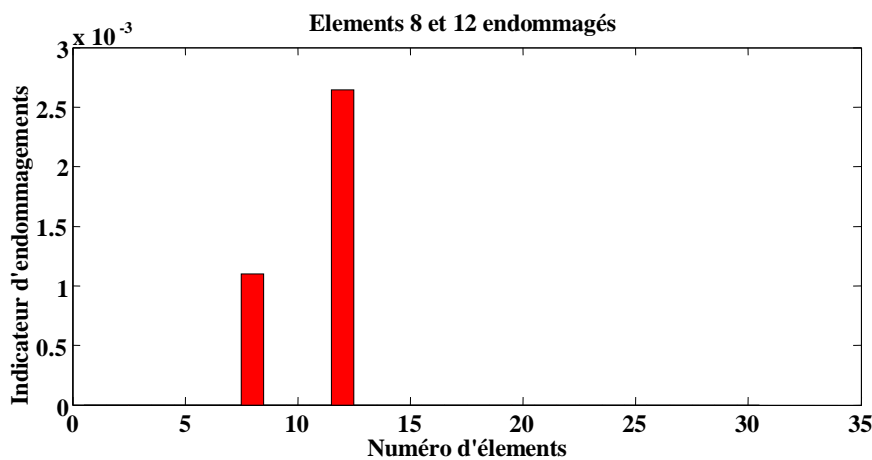


Figure III.25. Éléments 8 et 12 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (Double appui – Double appui).

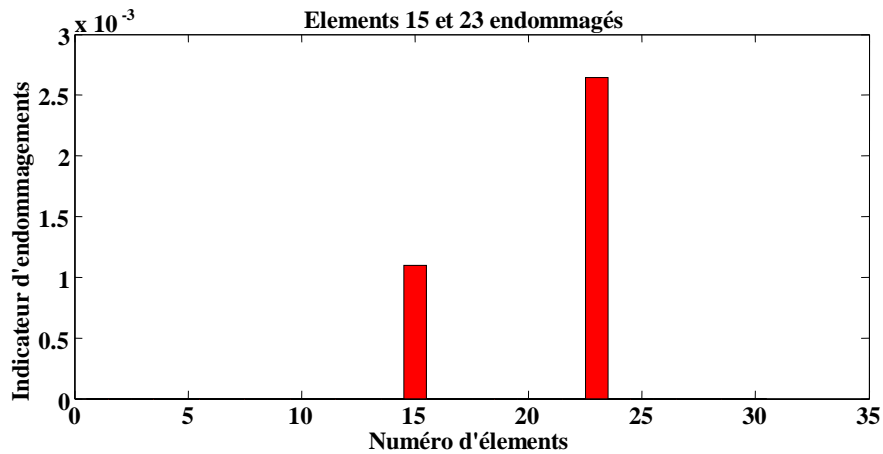


Figure III.26. Éléments 15 et 23 endommagés à 10% et 20% respectivement
Poutre (**Double appui – Double appui**).

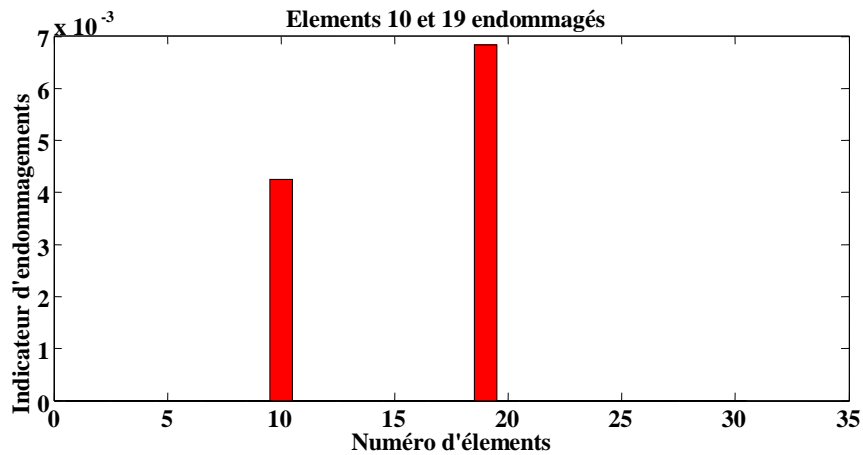


Figure III.27. Éléments 10 et 19 endommagés à 30% et 40% respectivement
Poutre (**Double appui – Double appui**).

Remarque

Les endommagements sont localisés pour ce cas avec deux éléments endommagés.

III.7.4. Le cas d'une poutre (Encastree – libre)

Considérons une poutre Encastree – Libre discrétisé en 30 éléments avec les caractéristiques mécaniques suivantes :

Module de Young $E = 21 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$. Masse volumique $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$.

Longueur $L = 1.2\text{m}$. Largeur $b = 0.04\text{m}$. Hauteur $h=0.03\text{m}$.

1^{er} cas test : un seul endommagement sur les éléments **2, 9, 20, 27** l'un après l'autre respectivement avec **15%**

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

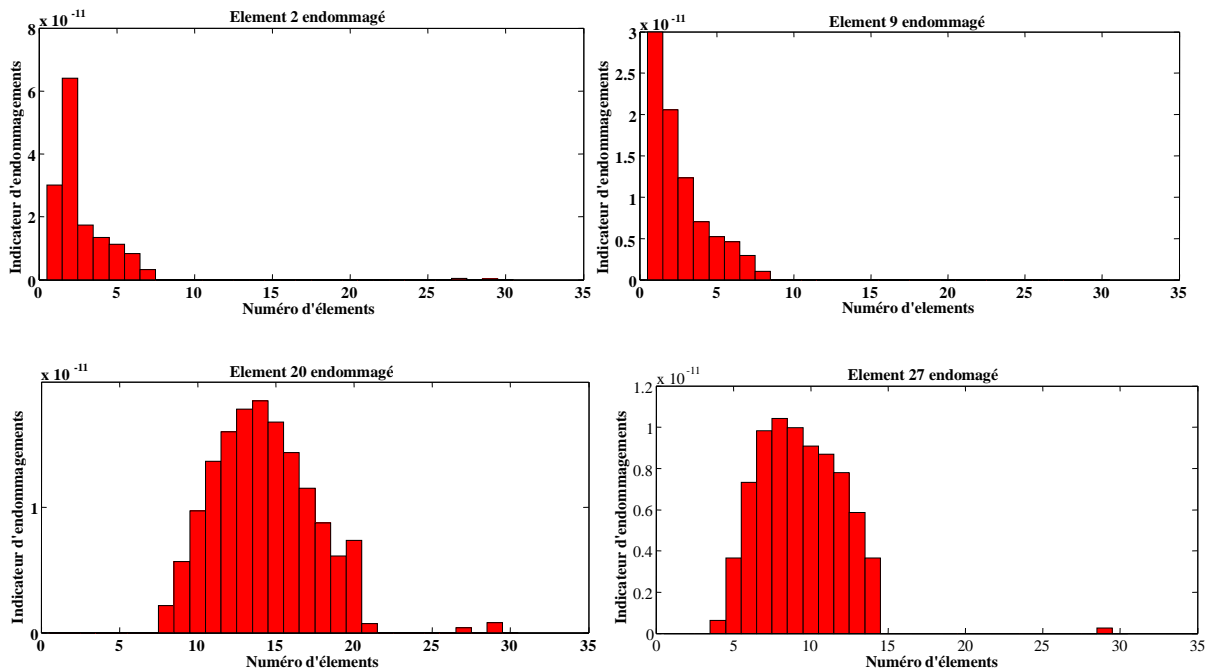


Figure III.28. Éléments 2, 9, 20, 27 endommagés à 50%

Poutre (**Encastrée – Libre**).

Remarque

On remarque dans ce cas pour un seul élément endommagé la méthode ne détecte pas le défaut.

2^{ème} cas test : réduction de rigidité sur les éléments **8** et **12** puis sur les éléments **15** et **23** avec un taux d'endommagement de **10%** et **20%** respectivement. Et deux endommagements sur les éléments 10 et 19 avec un taux d'endommagement de **30%** et **40%** respectivement.

Les résultats obtenus sur MATLAB sont :

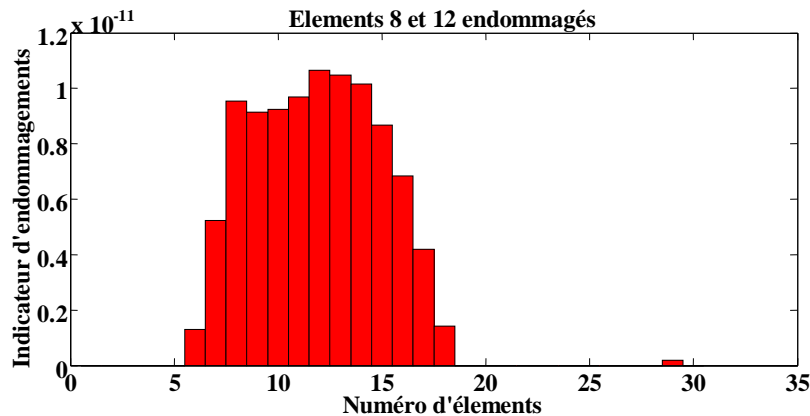


Figure III.29. Éléments 8 et 12 endommagés à 30% et 40% respectivement
 Poutre (**Encastrée – Libre**).

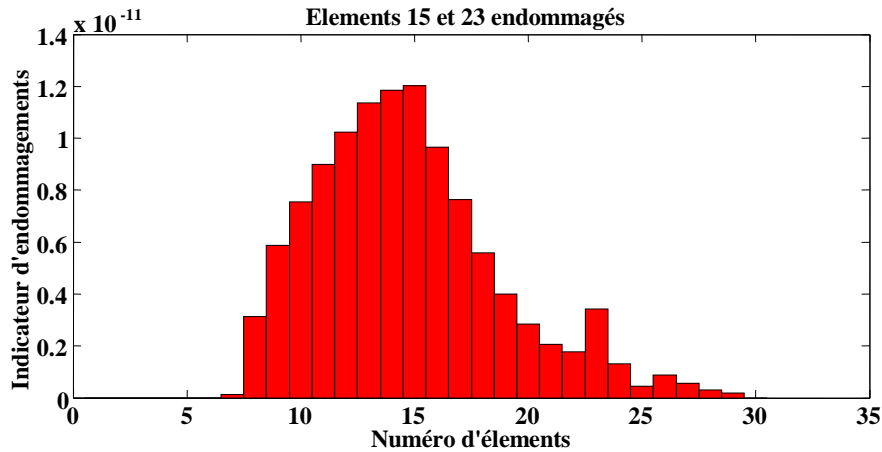


Figure III.30. Éléments 15 et 23 endommagés à 30% et 40% respectivement

Poutre (Encastrée – Libre).

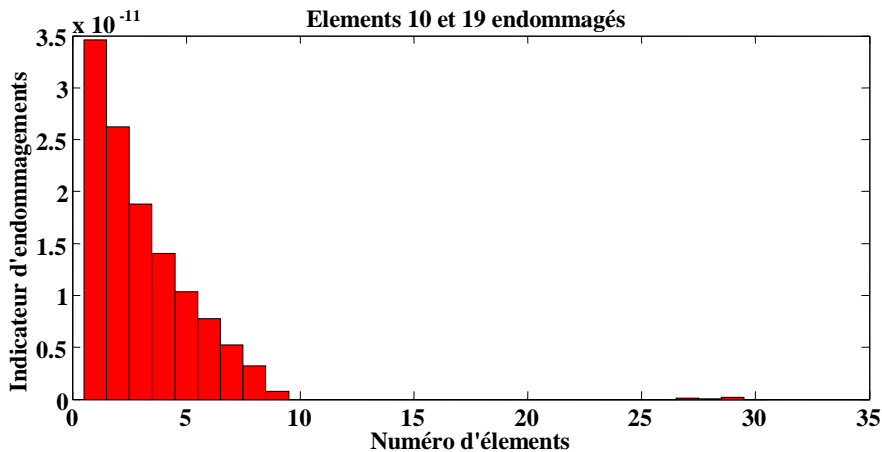


Figure III.31. Éléments 10 et 19 endommagés à 60% et 70% respectivement

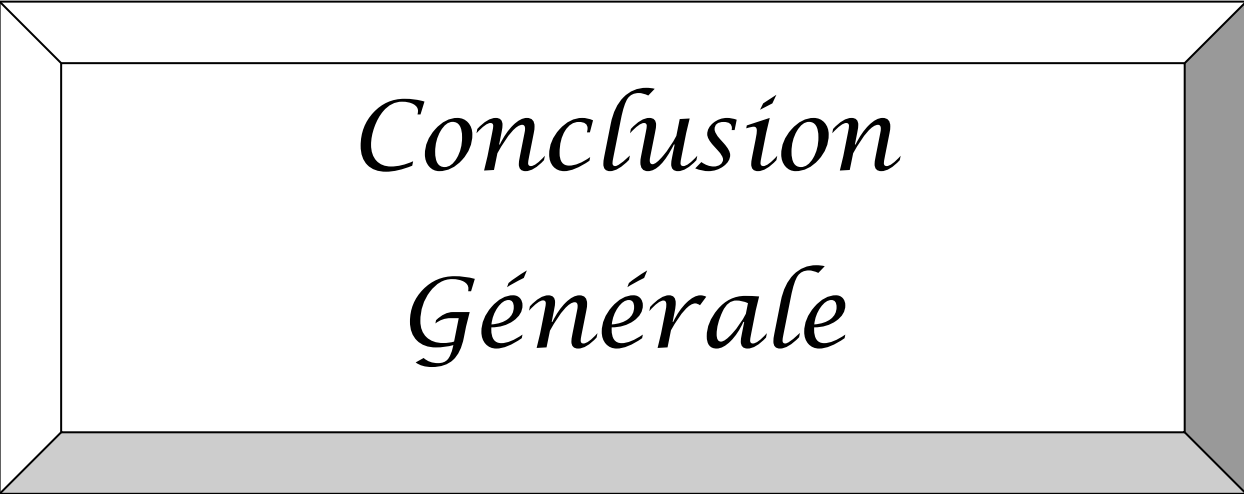
Poutre (Encastrée – Libre).

Remarque

Les endommagements ne sont pas localisés pour ce cas avec deux éléments endommagés.

III.8. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons calculé en statique la flèche maximale de la poutre, ensuite nous avons réalisé le calcul des fréquences et mode propres en dynamique, puis nous avons fait une détection de défauts sur différents cas testes numériques.



*Conclusion
Générale*

Conclusion générale

Conclusion générale :

Dans le cadre de notre mémoire nous avons en premier lieu présenté quelques méthodes de CND, et donner leurs avantages et inconvénients.

En second lieu, nous avons vu la méthode des éléments finis ainsi que son application sur divers structures mécanique, puis quelques notions de DDS.

Troisièmement, nous avons fait une étude sur une poutre, et comparé les résultats obtenus par les différentes méthodes en statique et en dynamique, puis nous avons utilisé pour la détection et la localisation d'endommagements l'indicateur de la méthode de la variation d'énergie de déformation afin de localiser les défauts pour des structures poutres sous différentes conditions aux limites.

En statique, les déplacements calculés pour la poutre avec les deux méthodes sont égaux.

En dynamique, les fréquences et modes propres obtenus avec les différentes méthodes sont d'une légère déférence.

L'indicateur de la méthode énergie de déformation qui est utilisé afin de détecter et de localiser l'endommagement, s'est montré très efficace pour les cas test sur les trois structures poutre Encastree – Encastree, poutre Encastree – Appui et poutre Double appui – Double appui. Cependant, il demeure inefficace pour le cas de la structure poutre Encastree – Libre.

En guise de perspectives nous proposons :

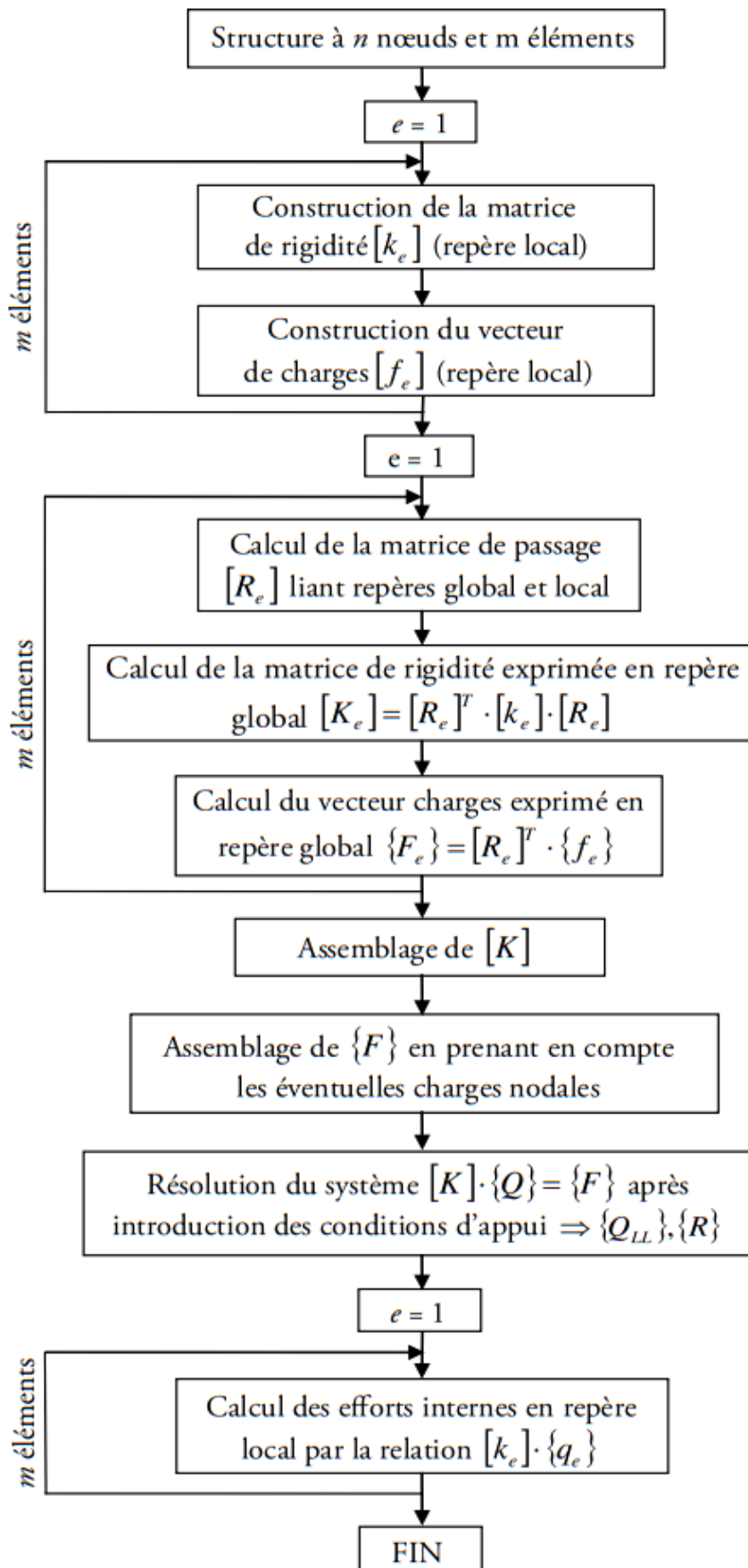
- Elargir le champ d'application de la méthode d'énergie de déformation afin qu'elle puisse détecter et localiser plusieurs endommagements.
- D'appliquer la méthode sur des structures complexes.



Annexes

Annexe A

Organigramme général de résolution



Annexe B

Programme de résolution numérique avec la méthode de Dichotomie sur le logiciel MATLAB

```
clear all; close all; clc

syms B l real

CAL = [0 1 0 1
       B 0 B 0      % Matrice contenant des CAL
       sin(B*l) cos(B*l) sinh(B*l) cosh(B*l)
       -B^2*sin(B*l) -B^2*cos(B*l) B^2*sinh(B*l) B^2*cosh(B*l)];

det(CAL) % Puis résoudre l'équation det(CAL)=0 qui va nous
donner
    % cos(B*l)*cosh(B*l)+1=0
    % pour ensuite isoler les racines de l'équation
graphiquement
%%%%%%%%%%
B = 0:0.01:5*pi; l = 1.2;% Définition de Beta et l

plot(B*l,cos(B*l)); axis([0 5*pi*l -1.2 1.2])

hold on ;plot(B*l,-1./(cosh(B*l))); grid

%%%%%%%%%%
a = 1; b = 2; L = b-a;l=1.2;% Isolation de la première racine

itmax = 200; tol = 1e-9;% Nbr d'itérations max et la précision

f = @(x) cosh(x).*cos(x)+1; % Définition de la fonction
%%% Initialisations
it = 0; c = (a+b)/2;

while abs(f(c))> tol & it<itmax
    c = (a+b)/2;
    if f(a)*f(c) <0;
        b = c;
    else
        a = c;
    end
    it = it+1;
    itNumber = it;
end
sol = c;
% Affichage de la solution et de nombre d'itérations
nécessaires
disp(strcat('la solution approchée Xa = ',num2str(sol)))

disp(strcat('le nombre d'itérations nécessaires est ',
num2str(itNumber)))
```

Annexe B

Programme d'assemblage des matrices de rigidités d'une poutre sur le logiciel MATLAB

```
clear all; close all; clc

Ne=4;      % Nombre d'éléments
l=1.2;     % Longueur de la poutre
E=210e9;   % Module de Young
I=L/Ne;    % Longueur de chaque élément
% Les matrices de rigidité

Ke = (E*I/l^3)*[12 6*l -12 6*l;6*l 4*l^2 -6*l 2*l^2;
               -12 -6*l 12 -6*l;6*l 2*l^2 -6*l 4*l^2];

Ke1 = (E*I/l^3)*[12 6*l -12 6*l;6*l 4*l^2 -6*l 2*l^2;
                -12 -6*l 12 -6*l;6*l 2*l^2 -6*l 4*l^2];

Ke2 = (E*I/l^3)*[12 6*l -12 6*l;6*l 4*l^2 -6*l 2*l^2;
                -12 -6*l 12 -6*l;6*l 2*l^2 -6*l 4*l^2];

Ke3 = (E*I/l^3)*[12 6*l -12 6*l;6*l 4*l^2 -6*l 2*l^2;
                -12 -6*l 12 -6*l;6*l 2*l^2 -6*l 4*l^2];

KG=zeros(2*(Ne+1));

% 1. Poutres de même caractéristiques

for p= 1:Ne
    K=zeros(2*(Ne+1));
    K(2*p-1:2*p+2,2*p-1:2*p+2)=Ke;
    KG=KG+K
end

% 2. Poutres de caractéristiques différentes

for p=1:Ne
    K=zeros(2*(Ne+1));
    if p==1
        K(1:4,1:4)= Ke1;
    elseif p==2
        K(3:6,3:6)=Ke2;
    else p==3
        K(5:8,5:8)=Ke3;
    end
    KG=KG+K
end
```

Annexe C

Programme de représentation des modes propres et fréquences sur ANSYS

```
/PREP7
ET,1,BEAM188
SECTYPE, 1, BEAM, RECT, , 0           !Type de section
SECOFFSET, CENT
SECDATA,3e-2,4e-2,0,0,0,0,0,0,0,0,0  !La géométrie de la section
MP,EX,1,2.1E+011                       !Module de Young
MP,PRXY,1,0.3                           !Confusions de poisson
MP,DENS,1,7800                           !La masse volumique
!*****Création de coordonnées des points du maillage*****
*do,i,1,101
x=(i-1)*0.012
y=0
N,i,x,y
*enddo
ne=30
!*****Génération de maillage*****
E,1,2
EGEN,ne,1,-1
!*****Application des conditions aux limites*****
D,1,ALL                                 !fixation de tous les DDL pour le nœud 1
D,1,UZ,,,31                             !fixation des DDL UZ pour tous les nœuds
FINISH
/SOLU
ANTYPE,2                                 !Modal analysis
MODOPT,LANB,10                           !Nombre de modes propres
EQSLV,SPAR
  MXPAND,0, , ,0
  LUMPM,0
PSTRES,0
  MODOPT,LANB,10,0,0, ,OFF
/STATUS,SOLU
SOLVE
```

BIBLIOGRAPHIE :

- [1] Bilal Hannouf, Ammar Zeddou, « Utilisation des techniques du soft computing dans un procédé de contrôle non destructif », mémoire de mastère, Université de Jijel, Juin 2018.
- [2] Abdelhak Abdou, « Contrôle non destructif par courant de Foucault étude et réalisation d'un capteur inductif », mémoire de magistère en électrotechniques, université el hadj lakhda Batna, septembre 2006.
- [3] Titouah Lounis, ZianeAbdeslam, « Caractérisation Non Destructive par Courants de Foucault Pulsés d'une rainure par inversion associé à méthode des circuits électriques couplés », mémoire de mastère, université a.mira-bejaia, 2014.
- [4] Rabhi Mouldi : cours, contrôle non destructif CND, 2017, Institut Supérieur des Etudes Technologiques de Gafsa
- [5] Mohamed chelabi, « utilisation des machines à vecteurs de supports pour le contrôle non destructif par méthode électromagnétiques
- [6] H. Zaidi, « Méthodologies pour la Modélisation des Couches Fines et du Déplacement en Contrôle non Destructif par Courants de Foucault : Application aux Capteurs Souples », Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud, France, 2012
- [7] Aliraid : cours, contrôle non destructif ressuage, magnétoscopie, radiographie, courant de Foucault et ultrasons, 2018, université Med Boudiaf d'oran.
- [8] Maillou.h : cours, « contrôle non destructif », 12 Octobre 2013, Lycée pierre Mendès France.
- [9] Y. Choua, « Application de la Méthode des Eléments Finis pour la Modélisation de Configurations de Contrôle non Destructif par Courants de Foucault », Thèse de Doctorat,
- [10] HAMEL Meziane, « Etude et caractérisation des fissures fines en évaluation non destructive », Thèse de Doctorat, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2018
- [11]: Jean Héng, «Pratique de la maintenance préventive »,DUNOD 2002.
- [12]-J. Dumont-Fillon, «Contrôle non destructif (CND) », Technique de l'ingénieur, 1994.
- [13] -WANIN, Maurice, «Évaluation non destructive de la qualité des matériaux (Partie 2) », Nancy, M 4 131 – 16.
- [14] -Mohamed Lotfi KHENE, « Modélisation des phénomènes électromagnétiques dans les structures a géométries complexes par adaptation de la méthode des volumes finis », mémoire de magister, Spécialité électrotechnique, Université de Batna, 2006.

BIBLIOGRAPHIE :

[15]. Nabti Mohamed Tahar, «Etude de l'évolution des indicateurs spectraux et cepstraux dans la détection des défauts mécaniques», mémoire de magister, Université FERHAT ABBAS -SETIF, 2011.

[16]. Alain BOULENGER et Christian PACHAUD, « Surveillance des machines par analyse des vibrations ». Dunod, 1998.

[17]:BELHOUR Samira, « Contribution a l'optimisation de la maintenance prédictive par l'utilisation du logiciel OmniTrend (système on line) cas : Cimenterie Hamma Bouziane » mémoire de magister en génie mécanique, OPTION : Mécanique Appliquée en Engineering. Université de Mentouri de Constantine, 2008.

[18].Abdelghani SEGHIR : Cours, <<Méthode des Éléments Finis>>, Université Abderrahmane Mira – Bejaia, Faculté de Technologie, Département de Génie Civil, 2005-2014.

[19]. Hervé Oudin, <<Méthode des éléments finis>>, Engineering school, Ecole Centrale de Nantes, 2008.

[20]. Michel Cazenave, Méthode des éléments finis, Approche pratique en mécanique des structures, Dunod, Paris, 2010.

[21].Tadjedit Samir, Morsli Mohammed, <<Utilisation de la méthode de transfert pour le calcul des fréquences propres de structures mécaniques>>, mémoire de magister en génie mécanique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 1999.

[22]. Jean-Claude Pascal, <<Vibrations et acoustique 2>>, ENSIM-université du MAINE, 2008-2009.

[23]. ROCKY,K.C., EVANS,H.R.,GRIFFITHS, D.W., NETHERCOT D.A.,introduction à la méthode des éléments finis,Eyrolles,Paris,1979,228 pages