



**Université Mouloud Mammeri TIZI-OUZOU**

**Faculté du Génie de la Construction**

**Département de Génie Civil**

**Laboratoire : LaMoMS, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou**

## **MEMOIRE DE MAGISTER**

**Spécialité : Génie Civil**

**Option : Structures et matériaux**

**Présenté par :**

**MOUSSAOUI Boualem**

**Sujet :**

**"Apport du confinement du béton sur le  
comportement des éléments de structure au  
flambement "**

**Devant le jury d'examen suivant :**

**M<sup>r</sup>. MELBOUCI Bachir**

**M<sup>r</sup>. AIT TAHAR Kamal**

**M<sup>r</sup>. HAMIZI Mohand**

**M<sup>r</sup>. KACHI Mohand Said**

**Professeur UMMTO**

**Professeur UMMTO**

**Maitre de conférences 'A' UMMTO**

**Maitre de conférences 'A' UMMTO**

**Président**

**Rapporteur**

**Examineur**

**Examineur**

**TIZI-OUZOU – Juin 2011**

# Dédicaces.

*Je dédie ce modeste travail :*

*A mes très chers parents ( Mon Père Rabah , Ma Mère Louiza ) qui m'ont guidé durant les moments les plus pénibles de ce long chemin, mes chers parents qui ont sacrifié toute leur vie afin de me voir devenir ce que je suis,*

✓ *A ma Femme Milila.*

✓ *A mes enfants (Guba, Massinissa et Kusila...).*

✓ *A mon professeur Pit Tahar Kamal qui a su exaucé mon Vœux le plus cher , je vous remercie du fond du cœur .*

✓ *A Monsieur Arbaoui Ahcene qui m'a encouragé à renouer avec le chemin des études*

*Et bien sur sans oublier toutes les personnes (Freres & Sœurs ) qui m'ont soutenu durant mon cursus de formation, de l'école primaire à l'université.*

# REMERCIEMENTS

*Tous d'abord, je tiens à remercier Dieu clément et miséricordieux de m'avoir donné la force et le courage de mener à terme ce modeste travail.*

*Comme, c'est un plaisir de remercier tous ce qui ont contribué à la réalisation de ce mémoire :*

*En premier lieu, je voudrai exprimer mes remerciements les plus sincères à mon promoteur le professeur **AIT TAHAR KAMAL** , pour m'avoir guidé pour la réalisation de cette étude et le soutien scientifique et moral qu'il m'a apporté.*

*Nos vifs remerciements iront aux membres de jury qui nous ferons l'honneur de juger notre travail.*

*Je voudrai aussi remercier tous les membres de l'équipe du Pr Ait Tahar, dont, Mr Boukais, Mme Kheloui, Mr. Bouamra Youcef pour leurs encouragements durant leurs passages au laboratoire.*

*Mes remerciements vont également à Mr Mamou ainsi que Mr Salhi Ahmed pour l'aide précieuse lors des essais ..*

*Nous tenons également à remercier toutes les personnes qui ont participées de près ou de loin à la réalisation de ce projet.*

*Boualem Moussaoui .*

# RESUME

Le rapprochement des cadres permet de contenir plus efficacement les barres longitudinales et éviter leurs flambements. L'éclatement des armatures transversales sur la zone critique des poteaux, entraîne le flambement des barres longitudinales et la dislocation du béton qui n'était plus confiné .

Un confinement adéquat (horizontal comme vertical ) du béton de l'élément de structure , en l'occurrence les poteaux , doit être mis en place afin de limiter l'effort de traction diagonal maximal du béton .

Dans ce travail, on propose une nouvelle technique de façonnage des barres longitudinales de résistance pour reprendre les efforts dûs au flambement et contrecarrer l'instabilité de l'élément comprimé, à travers l'effet du confinement du béton induit par le rétrécissement des barres lors des déformations. Aussi, cette technique permet d'augmenter la résistance à la compression de l'élément. Les résultats de l'analyse expérimentale mettent en évidence cet aspect et laisse entrevoir des perspectives d'application très encourageantes.

Cette étude comportera une investigation expérimentale et une simulation numérique qui permettront d'appréhender d'une façon plus explicite l'apport du confinement du béton sur le comportement des éléments de structures au flambement

## Abstract

The merger allows executives to more effectively contain and prevent the buckles of the longitudinal frames.

The bursting of transverse reinforcement on the critical area of poles causes the buckling of longitudinal frames and the dislocation of concrete that was more confined .

Proper confinement (horizontally and vertically ) of the concrete structural element , in this case poles must be put in place to limit the maximum diagonal tensile stress developed in the concrete .

In his work , we propose a new shaping technique of longitudinal frames used in the concrete element subjected to the buckling loads and to allow counteracting the instability of the concrete under compressive load , through the confinement effect of concrete shrinkage induced by deformations of the bars . also ,this technique increases the compressive strength of the element .

The results of experimental analysis highlight this aspect and show some very encouraging prospects for the application .

This study will include an experimental investigation and numerical simulation that will capture a more explicitly the contribution of concrete confinement on the behavior of structural elements under the buckling load.

# SOMMAIRE

## CHAPITRE I : FLAMBEMENT ELASTIQUE DES POTEAUX EN BETON ARME

I.1- INTRODUCTION .....	03
I.2- DEFINITION DU FLAMBEMENT.....	03
I.2.1- Mise en évidence du flambement .....	03
I.2.2- Charge critique d'Euler $F_c$ .....	04
I.3- INFLUENCE DES LIAISONS AUX APPUIS .....	08
I.3.1- Longueur de flambement .....	08
I.3.2.Évacuation de la longueur libre .....	08
I.3.2.1- Cas d'un poteau isole .....	09
I.3.2.2- Cas des poteaux du bâtiment .....	09
I.4- RAYON DE GIRATION .....	10
I.5- CONTRAINTE CRITIQUE D'EULER .....	11
I.6- CONDITIONS REELLES DE FLAMBEMENT.....	12
I.7 . INFLUENCE DE L'EFFORT TRANCHANT SUR LA CHARGE CRITIQUE .....	17
I.8.-DETERMINATION DES FORCES CRITIQUES PAR UNE METHODE ENERGETIQUE	18
I.9.-CALCUL APPROCHE DE LA CHARGE CRITIQUE PAR LA METHODE DE L'ENERGIE	22
I.10. -APPROCHE ENERGETIQUE.....	24
I.11- DEFORMEE POLYNOMIALE .....	25
I.11.1 - Déformée parabolique .....	25
I.11.2- Déformée quadratique .....	25
I.11.3- Modélisation de Rankine .....	27
I.11.4 - Modélisation d'Ayrton et Perry .....	28
I.11.5 Modélisation de Dutheil .....	29
I.12. LONGUEUR DE FLAMBEMENT .....	30
I.13.- .CAUSES ET REMEDES DU PHENOMENE FLAMBEMENT .....	30
I.14 -CONCLUSION DU CHAPITRE .....	31

## **CHAPITRE II : RECHERCHE BIBLIOGRAPHIQUE SUR LE CONFINEMENT DU BETON ARME**

II.1- INTRODUCTION .....	32
II.2- COMPORTEMENT DE BÉTON ORDINAIRE SOUS COMPRESSION .....	32
II.3- COMPORTEMENT DU BETON CONFINE .....	34
II-4 CONCLUSION DU CHAPITRE .....	59

## **CHAPITRE III : PROGRAMME EXPERIMENTAL ET CONFRONTATION**

III.1- INTRODUCTION .....	61
III.2. -PRESENTATION DE LA NOUVELLE TECHNIQUE PROPOSEE DE CONFINEMENT	62
III.3-. MATERIAUX UTILISÉS .....	63
III.3.1- Le ciment .....	63
III.3.2 . Les granulats .....	63
III.3.3 -L'eau .....	66
III.4- PREPARATION DES SPECIMENS.....	66
III.5- PROCEDURES D'ESSAIS (CHARGEMENT ET ACQUISITION) .....	68
III.5.1- essai de compression axiale .....	68
III.5.2 essai de flambement par compression des éprouvettes prismatiques	70
III.6- PRESENTATION DES RESULTATS .....	71
III.7- ANALYSE DES RESULTATS.....	74
III.8- Présentation des résultats obtenus sur les éprouvettes ferrillées avec 3 barres	75
III.9- ANALYSE DES RESULTATS.....	76
III.10 - PRESENTATION DES RESULTATS OBTENUS SUR LES EPROUVETTES FERRILLEES AVEC 1 BARRE FAÇONNEE EN SERIE DE 'S'.	77
III.11- Analyse des résultats .....	79
III.12- Confrontation des résultats .....	79
III.13- CONCLUSION DU CHAPITRE.....	81

## CHAPITRE IV : SIMULATION NUMERIQUE

IV.1- INTRODUCTION .....	82
IV.2- PRESENTATION DES DIFFERENTS RESULTATS .....	84
IV.2.1- FERRAILLAGE SERPENTIN .....	84
IV.2.2 - FERRAILLAGE ORDINAIRE(4Φ6) .....	88
CONCLUSION DU CHAPITRE .....	93
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES	96

## LISTE DES FIGURES

Désignation	Titre	Page
Figure I.1	Poteau droit bi articulé en compression	4
Figure .I.2	Poteau droit bi- articulé en compression	5
Figure I.3	Formes géométriques des sections	7
Figure. I.4	longueur de flambement $l_f$ en fonction des liaisons aux appuis	9
Figure I.5	Poteaux de bâtiments soumis à une compression centrée	10
Figure. I.6	Poteau articulée par des liaisons pivots à chacune de ses extrémités O et A, soumise à un effort axial de compression $F = - F_x$ en A	14
Figure. I.7	Courbes $F_D$ en fonction du rapport $F / F_c$	15
Figure. I.8	Méthode de Southwell	16
Figure. I.9	modes d'équilibre de la bille	19
Figure I.10.	barre rigide articulée en O , maintenue par un ressort de raideur $k$ en A et soumise à un effort vertical $F = - F_y$	20
Figure I.11	Matérialisation des déplacements engendrés par les forces externes	24
Figure I.12	Variation du coefficient $EI / L^2$ pour une déformée quadratique	25
Figure I.13	Déformées quadratiques	26
Figure I.14	Modélisation de Rankine	27
Figure I.15	Courbe de flambement de Ayrton Perry	29
Figure II.1	Loi de comportement du béton en compression sous chargement statique. marie- José Houde	33
Figure II.2	Courbes contrainte-déformation pour des bétons de différentes résistances	33
Figure II.3	Modes de rupture des spécimens .	35
Figure II.4	Courbes contrainte- déformation simplifiées de béton confiné par FRP	36
Figure II.5	Dimensions des spécimens d'essai : rectangulaire, carré, et circulaire	37
Figure II.6	Dimensions de spécimen en millimètres	39
Figure II.7.a	Instrumentation	40
Figure II.7.b	mode de rupture des spécimens de béton enveloppés par des fibres de carbone	40
Figure II.8	Diagramme typique contrainte -déformation de béton confiné	41
Figure II.9	Mode de rupture des cylindres enveloppés avec fibres de verre	41
Figure II.10	Mode de rupture des cylindres enveloppés avec fibres de carbone	41
Figure II.11	Représentation schématique des ordres d'empilement.	42
Figure II.12	Mode de rupture des cylindres enveloppés par : (a) G/C/C; (b) C/G/C et (c) C/C/G	42
Figure II.13	Effet de confinement sur le comportement du béton	43
Figure II.14	Section elliptique d'un spécimen	45
Figure II.15	Mode de rupture des spécimens	46
Figure II.16	Mécanisme de Confinement de béton	47
Figure II.17	Modèle tri linéaire de contrainte -déformation dans les directions axiales et latérales	48
Figure II.18	Dimensions de colonne et configuration d'enveloppe	50
Figure II.19	Rupture de colonne partiellement enveloppée	51
Figure II.20	L'installation expérimentale de colonne confinée par CFRP avec une charge concentrique	52
Figure II.21	Paramètres de modèle bilinéaire	54
Figure II.22	Installation d'essai	56
Figure II.23	Enveloppe de FRP: (a) Un seul type; (b) Deux types; (c) Trois types.	56
Figure II.24	Courbe contrainte déformation des colonnes carrées avec trois couches	58

Figure III.1	Forme de l'armature de résistance	62
Figure III.2	Analyse granulométrique du sable et du gravier (NF P18-560)	66
Figure III.3	Malaxeur a axe vertical de capacité 65l	67
Figure III.4	Moules en bois utilisés	68
Figure III.5	Table vibrante	68
Figure III.6	Bac de conservation des éprouvettes cylindriques	68
Figure III.7	Essais de compression	69
Figure III.8	Courbe contrainte déformation du béton en compression	70
Figure III.9	Exemple de flambement d'une éprouvette soumise à un essai de compression axiale	70
Figure III.10	Courbe force critique – longueur de flambement	71
Figure III.11	Courbe Elancement- Rayon de giration	72
Figure III.12	Courbe contrainte critique -Elancement	72
Figure III.13	Courbe confrontation : Elancement - rayon de giration	73
Figure III.14	Courbe flèche 'fd' – F/ Fcr	74
Figure III.15	Courbe contrainte - déformation	75
Figure III.16	Courbe force appliquée - flèche 'Fd'	76
Figure III.17	Courbe contrainte - déformation	77
Figure III.18	Courbe flèche Fd - F/Fcr	78
Figure III.19	Courbe Force - flèche Fd	78
Figure III.20	Confrontation courbe contrainte – déformation	79
Figure III.21	Confrontation courbe force - flèche	80
Figure III.22	Confrontation courbe flèche Fd –F/fcr	80
Figure III.23	Histogramme force, contrainte des deux variantes	81
Figure IV.1	Schéma du ferrailage serpentín	84
Figure IV.2	Eprouvette soumise a un chargement	84
Figure IV.3	Contrainte de Von mises	84
Figure IV.4	Amplitude de déplacement (flèche)	85
Figure IV.5	Champ des déformations	85
Figure IV.6	Champ de contrainte de l'armature	86
Figure IV.7	Ferrailage ordinaire (4Φ6)	88
Figure IV.8	Eprouvette soumise a un chargement	88
Figure IV.9	Contrainte de Von mises	88
Figure IV.10	Amplitude de déplacement (flèche)	89
Figure IV.11	Déformations	89
Figure IV.12	Champ de contrainte de l'éprouvette	90

## LISTE DES TABLEAUX

<b>Désignation</b>	<b>Titre</b>	<b>Page</b>
Tableau. III.1	Analyse granulométrique du gravier 8/15 - NF P18-560	64
Tableau III.2	Analyse granulométrique du sable - NF P18-560	65
Tableau III.3	Composition du béton selon la formulation DRUX GORISSE	66
Tableau III.4	Valeurs caractérisant une éprouvette de béton de section carrée de côté 'a' et de longueur 'l', articulée à ses deux extrémités	71
Tableau III.5	Valeurs rayon de giration en fonction de liaisons aux appuis	73
Tableau III.6	flèche max en fonction de la flèche initiale a au milieu du poteau	73
Tableau III.7	Résultats des essais	75
Tableau III.8	Résultats des essais	77

## INTRODUCTION GENERALE

Dans le domaine de la mécanique technique, la perte de stabilité est appelée flambement. Lorsque l'axe de la barre est soumis à des forces de compression sous une charge croissante, il se déporte latéralement jusqu'à une défaillance soudaine et violente avant d'avoir atteint la limite de résistance à la rupture. Les contraintes dans la barre restent souvent dans le domaine élastique.

Le risque de flambement d'un élément étant lié à ces dimensions, on dit que le flambement est un phénomène d'instabilité de forme. Le rapprochement des cadres permet de contenir plus efficacement les barres longitudinales et éviter leur flambement. L'éclatement des armatures transversales sur la zone critique de poteaux entraîne le flambement des barres longitudinales et la dislocation du béton qui n'était plus confiné. Un confinement adéquat (horizontal comme vertical) du béton de l'élément de structure, en l'occurrence les poteaux, doit être mis en place afin de limiter l'effet de flambement.

L'idée que nous développerons dans ce travail a pour but de faire mieux travailler les éléments de structures au flambement, en confinant le béton par une technique nouvelle particulière des armatures longitudinales. La mise en compression du béton par confinement résultant d'un procédé de façonnage des aciers induisant une précontrainte passive proportionnelle au chargement, permettra sans aucun doute d'améliorer le comportement de tels éléments au flambement.

Cette étude comportera une investigation expérimentale et une modélisation théorique qui permettront d'appréhender d'une manière plus explicite l'apport du confinement du béton sur le comportement des éléments de structures au flambement.

Deux aspects principaux sont traités dans cette thèse : d'une part la représentation et la modélisation énergétique du comportement des éléments en béton armé soumis à un chargement de compression uni axiale et d'autre part, la réalisation des essais.

Pour cela, le plan de ce mémoire est organisé comme suit

- Le premier chapitre présente une synthèse bibliographique sur le flambement élastique des poteaux, on y trouve , l'essentiel des définitions et mise en évidence du phénomène de flambement des éléments élancés en béton armé, également est présentée la modélisation du flambement, une attention particulière est portée sur les approches énergétiques qui permettent d'appréhender d'une manière claire et concise le comportement et réponse mécanique de l'élément soumis aux sollicitations générant le flambement. Tous les modèles prennent en considération le défaut de rectitude de la barre. Chaque auteur quantifie ce défaut, soit en une fonction de la longueur de la barre , soit par une série d'expérience , soit par le risque de plastification des aciers en compression simple.
- Le deuxième chapitre est totalement consacré aux différentes techniques de confinement de béton par différents matériaux. Le comportement du béton confiné est largement présenté. Un rappel des différents modèles de comportement contrainte-déformation et valeurs des résistances et déformations au pic est également présenté dans ce chapitre.
- Le troisième chapitre est consacré totalement à une investigation expérimentale, portant sur différentes éprouvettes prismatiques soumises à la compression uni axiale. Les différents résultats obtenus sont présentés et analysés. Une confrontation des résultats théoriques et expérimentaux est effectuée,
- Le quatrième chapitre présente la simulation du comportement par application du logiciel Abaqus à base des éléments finis. L'analyse des résultats montre clairement l'effet du confinement du au rétrécissement de la barre façonnée en forme de 'S' continues sur toute la hauteur de l'élément.

Une conclusion générale et des perspectives terminent notre travail

# Chapitre I .Flambement élastique des poteaux en béton armé

## I.1. Introduction

L'instabilité élastique (instabilité de forme) d'un élément de structure est due à son élasticité et à son manque de rigidité latérale .Elle peut se produire par flambage, déversement, cloquage, voilement d'élément ou de parois élancées, comprimées et/ou cisailées (poteaux, poutres, voiles, barre de contreventement, âme de poutre, ...)

Dans le domaine de la mécanique technique, la perte de stabilité est appelée flambement. Lorsque l'axe de la barre est soumis à des forces de compression sous une charge croissante, il se déporte latéralement jusqu'à une défaillance soudaine et violente avant d'avoir atteint la limite de résistance à la rupture. Les contraintes dans la barre restent souvent dans le domaine élastique [1]

## I.2. Définition du flambement

Le flambement est en fait une sollicitation composée de compression et de flexion, mais dont l'étude est différente de la flexion composée parce que les méthodes sont différentes et que le flambement est un phénomène rapidement destructif. En effet, dans le cas du flambement, les déformations ne peuvent plus être supposées infiniment petites. De même, les forces extérieures ne sont plus proportionnelles aux déformations et, dans certains cas, de grandes déformations peuvent être causées par des accroissements de charge infimes. Tous ces phénomènes sont connus sous le nom d'instabilité élastique [2]. Le risque de flambement d'un élément étant lié aux dimensions de cet élément, on dit que le flambement est un phénomène d'instabilité de forme [3,4,5].

### I 2.1.Mise en évidence du flambement

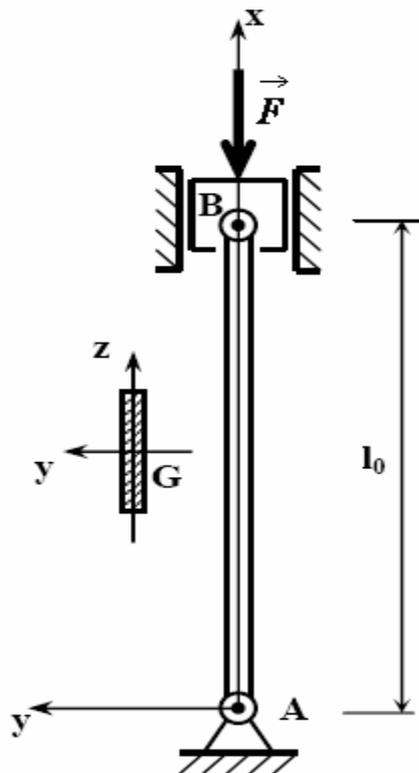
Considérons une pièce élancée (telle que sa longueur soit très supérieure à sa plus grande dimension transversale), de ligne moyenne rectiligne, de section droite constante, articulée à ses deux extrémités, et soumettons la à un effort normal de compression centré.

On observe successivement deux types de sollicitation :

- pour un effort  $F$  inférieur à une limite  $F_{cr}$ , le poteau est comprimé, il reste rectiligne et se raccourcit.

- Lorsque  $F$  atteint  $F_{cr}$ , le poteau fléchit brusquement et se rompt très vite. On observe que la flexion se produit dans le plan perpendiculaire à la direction de plus faible moment quadratique de la section du poteau. Pour le schéma ci-contre par exemple, la flexion se produit dans le plan  $(A, x, y)$ , perpendiculaire à  $(G, z)$  (rotation du poteau autour de l'axe  $z$ ).

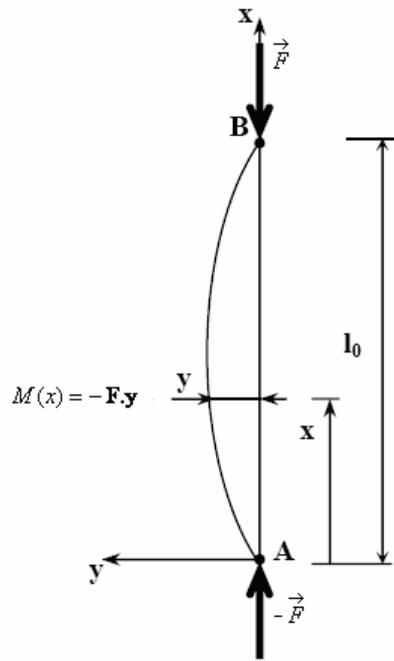
La valeur  $F_{cr}$  de l'effort de compression à partir de laquelle se produit le flambement s'appelle charge critique d'Euler [3,4].



**Fig.I.1** : Poteau droit bi articulé en compression [3]

### **I.2.2. charge critique d'Euler $F_C$**

Modélisons le poteau par sa ligne moyenne AB et supposons que sous l'influence des efforts en A et B, cette ligne moyenne prenne une très légère courbure (Fig. I.2)



**Fig.I. 2 : Poteau droit bi- articulé en compression [6]**

Si  $x$  et  $y$  sont les coordonnées d'un point courant  $G$  de la fibre moyenne,  $y$  est la déformée de cette fibre. [7,1]

Habituellement, en ce qui concerne l'équilibre statique, on considère que les déformations sont petites et que la fibre moyenne n'a pas bougé après déformation. Dans ce qui suit, nous allons au contraire prendre en compte l'influence des déformations sur l'équilibre statique et considérer le moment secondaire qu'elles provoquent. Ce moment de flexion dans la section vaut :

$$M_z(x) = -F.y \dots\dots\dots(I.1)$$

la formule de déformation est donnée par la relation (I.2) :

$$EI_{GZ} y'' = M_Z(x) \Leftrightarrow EI_{GZ} y'' - M_Z(x) = 0 \dots\dots\dots(I.2)$$

$$\Leftrightarrow EI_{GZ} y'' + F \cdot y = 0$$

$$\Leftrightarrow y'' + \frac{F}{EI_{GZ}} y = 0 \quad \text{Equation différentielle du 2<sup>ème</sup> ordre}$$

La

solution générale de cette équation est de la forme :

$$y = A \cos wx + B \sin wx \quad \text{avec} \quad w^2 = \frac{F}{EI_{GZ}} \dots\dots\dots(I.3)$$

A et B sont les constantes d'intégration qui se déterminent à partir des conditions aux limites.

Détermination des constantes avec les conditions aux limites :

$$\text{Pour } x = 0, y(0) = 0 ; \text{ donc } A = 0 \dots\dots\dots(I.4)$$

$$\text{Pour } x = l_0, y(l_0) = 0 ; \text{ donc } B \sin \omega x = 0 \dots\dots\dots(I.5)$$

A étant nul, il est évident que  $B \neq 0$  (sinon pas de flambement),

$$\sin w l_0 = 0 \quad . \quad w l_0 = n \pi \quad \text{avec } n = 1, 2, 3, \dots$$

Pour les buts de la pratique l'intérêt présente seulement la force critique la plus faible lorsque  $n = 1$

$$1^{\text{er}} \text{ mode de flambement} \quad w = \frac{\pi}{l_0}$$

$$\text{Equation de la déformée ; } y(x) = B \sin\left(\frac{\pi x}{l_0}\right) \dots\dots\dots(I.6)$$

Le coefficient B représente l'amplitude au milieu ou flèche. Aucune condition ne la définit. Elle est indéterminée tant que l'équilibre est réalisé, c'est à dire tant que la condition (I.4) satisfaite, soit :

$$\text{Ayant posé } w^2 = \frac{F}{EI_{GZ}} \quad \text{et} \quad w = \frac{\pi}{l_0} \quad \text{on peut alors écrire :}$$

$$w^2 = \frac{\pi^2}{l_0^2} = \frac{F}{EI_{GZ}} \dots\dots\dots(I.7)$$

La résolution de cette équation permet de trouver l'effort  $F$  provoquant la déformée, c'est-à-dire la charge critique d'Euler  $F_{cr}$  au-delà de laquelle le flambement se produit :

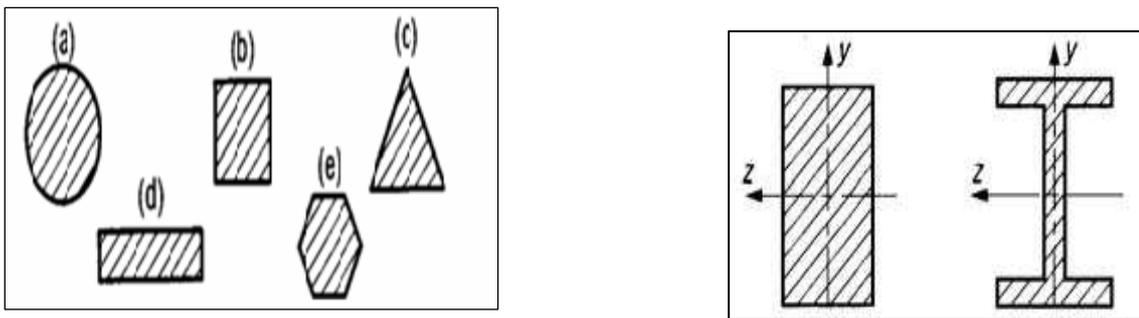
$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{GZ}}{l_0^2} \dots\dots\dots(I.8)$$

$F_{cr}$  est donc indépendante de l'amplitude de flèche ;

D'après le principe de l'action et de la réaction, l'action de contact du poteau sur les appuis a la même valeur, c'est la réaction  $F_c$  due à la déformation élastique.

Trois cas pouvant se présenter :

- $F < F_c$  : compression simple, le poteau reste droit, elle est dite en équilibre stable.
  - $F = F_c$  : le poteau peut rester droit ou fléchir (flamber) avec une flèche égale à  $B$ , elle est dite en équilibre neutre. A noter que  $B = y_{maxi}$  est en général petit.
  - $F > F_c$  : il y a instabilité en position droite (équilibre instable) avec une forte tendance au flambement.  $B$  augmentera très rapidement avec un léger accroissement de  $F$ .
- Le flambement se produit suivant un axe perpendiculaire à l'axe du moment quadratique le plus faible. Pour les deux sections représentées,  $I_y < I_z$ , le flambement se produit dans le plan  $(x, z)$ .



**Fig .I.3 :** Formes géométriques des sections [8,9]

- Pour les cinq sections représentées, toutes de même aire, celle du triangle équilatéral (c) est celle qui résiste le mieux au flambement (21% plus résistante que la section circulaire).

### **I.3 .Influence des liaisons aux appuis**

On peut généraliser les résultats établis pour le poteau bi articulé pour des poteaux dont les conditions d'appuis sont différentes. L'expression générale de la charge critique d'Euler est :

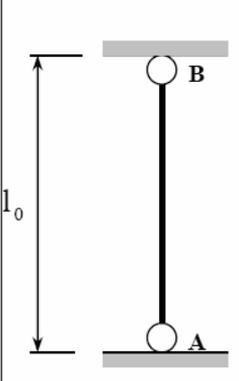
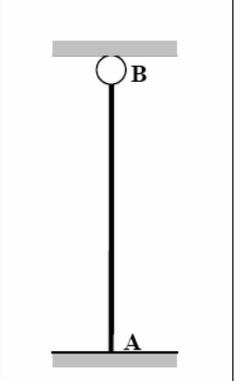
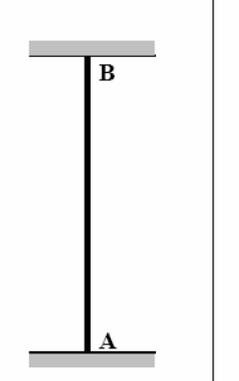
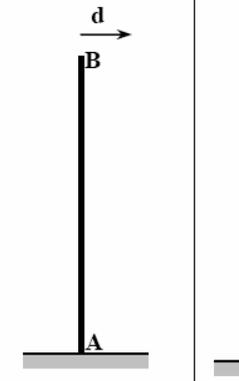
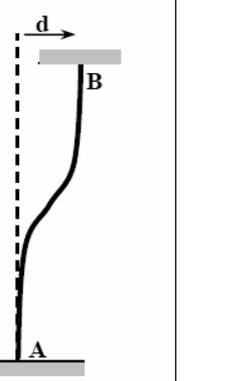
$$F_c = \frac{\pi^2 E I_{GZ}}{l_f^2} \quad \text{Avec } l_f: \text{ longueur de flambement... ..(I.9)}$$

#### **I.3.1 .Longueur de flambement**

La détermination de la longueur de flambement du composant constitue l'étape la plus délicate de son dimensionnement. La longueur de flambement d'un composant dépend de La longueur de flambement  $l_f$  qui est évaluée en fonction de la longueur libre  $l_0$  des poteaux et de leurs liaisons effectives (Fig I.4)..

#### **I.3.2..Évaluation de la longueur libre**

La longueur libre  $l_0$  d'un poteau appartenant à un bâtiment à étage multiples est comptée entre faces supérieures de deux planchers consécutifs ou de sa jonction avec la fondation à la face supérieure du premier plancher (Fig I.5).

Longueur de flambement $l_f$ en fonction des liaisons aux appuis				
A et B sont sur la même verticale			Déplacement de B en tête de poteau	
				
$l_f = l_0$	$l_f = \frac{\sqrt{2}}{2} l_0$	$l_f = \frac{l_0}{2}$	$l_f = 2 l_0$	$l_f = l_0$

**Fig.I.4 :** longueur de flambement  $l_f$  en fonction des liaisons aux appuis [10]

### I.3.2..1 Cas d'un poteau isole

Il faut en pratique envisager  $I_{fy}$  et  $I_{fz}$  pour déterminer les conditions de flambement dans les deux directions.

Ensuite prendre le plus petit moment d'inertie de la section du poteau  $I_{f \min}$  qui est minimum de ( $I_{fy}$  et  $I_{fz}$ ) ; puisque le flambement se produit perpendiculairement à l'axe correspondant à la rigidité la plus faible.

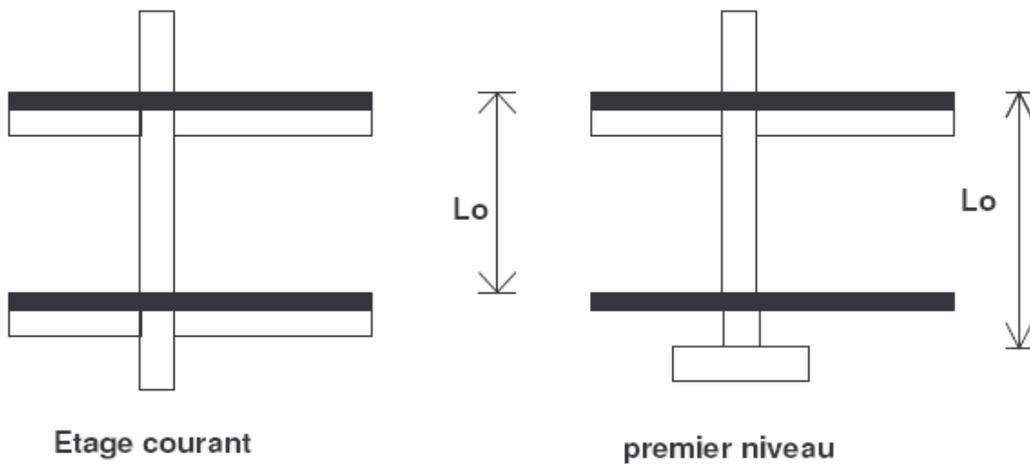
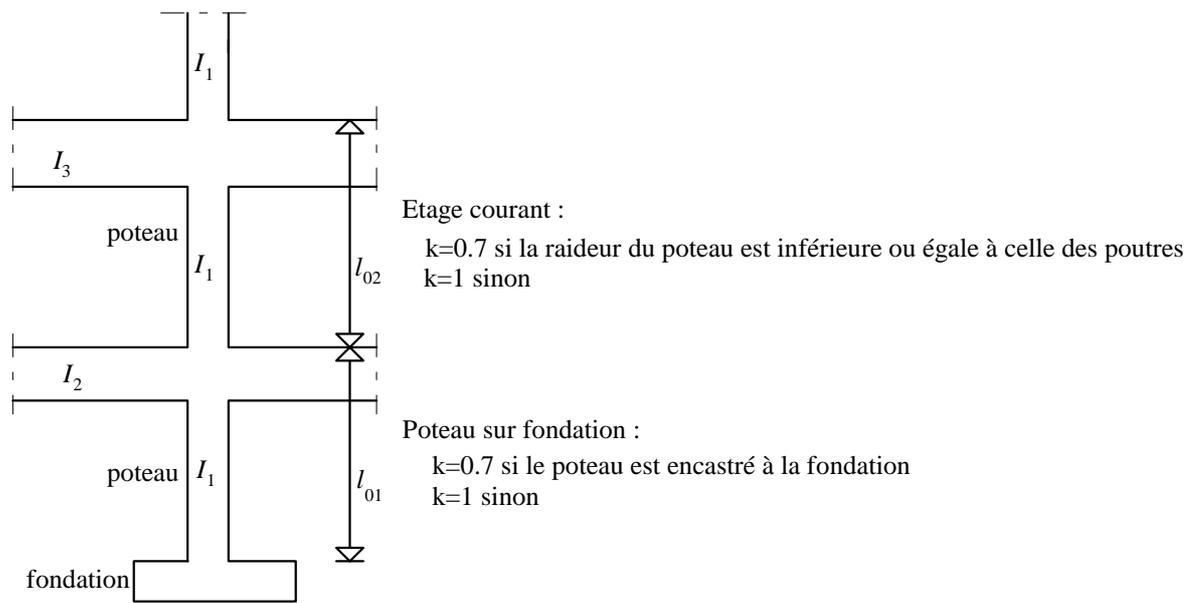
### I.3.2.2 Cas des poteaux du bâtiment

Dans les bâtiments à étages dont le contreventement est assuré par un système de pans verticaux rigides (avec triangulations, voiles en béton armé ou maçonnerie de résistance suffisante et où la continuité des poteaux est également assurée aux différents étages.

Sa longueur de flambement  $l_f$  est prise égal à :

- $0.7 l_0$  si les extrémités du poteau sont encastées dans un massif de fondations, si le poteau est assemblé à des poutres de plancher ayant au moins la même raideur que lui dans le sens considéré et le traversant de part en part ;

-  $l_0$  dans tous les autres cas.



**Fig I .5 :** Poteaux de bâtiments soumis à une compression centrée [11]

Dans les autres bâtiments dont le contreventement est assuré par des ossatures, l'état-limite ultime de stabilité de forme est à justifier cas par cas, car il n'est plus alors possible de se référer à la notion de longueur de flambement résultant du fonctionnement supposé élastique de l'ossature.

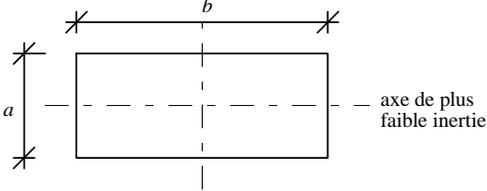
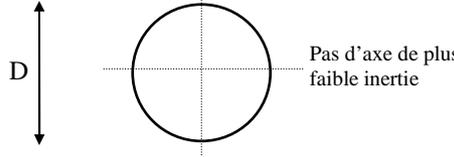
#### I.4 Rayon de giration

Il est noté  $i$ . Le rayon de giration est calculé par la relation (I.10) où :

$S$  la surface de la section droite de l'élément et  $I_{\min}$  moment d'inertie minimum . on a :

$$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{S}} \dots\dots\dots(I.10)$$

Pour un poteau de section rectangulaire, le flambement aura lieu autour de l'axe de plus faible inertie. Selon la figure suivante,  $S = a.b$  et  $I_{\min} = \frac{b a^3}{12}$  conduisent à :

Section	$I$
	$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{S}} = \sqrt{\frac{\frac{b.a^3}{12}}{a.b}} = \sqrt{\frac{a^2}{12}} = \frac{a}{2.\sqrt{3}}$
	$i = \sqrt{\frac{I_{\min}}{S}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi.D^4}{64}}{\frac{\pi.D^2}{4}}} = \sqrt{\frac{D^2}{16}} = \frac{D}{4}$

### I.5. Contrainte critique d'Euler

A la force critique d'Euler  $F_c$  correspond une contrainte critique, qui peut prendre le nom de contrainte critique limite ou admissible, donnant un élément de sécurité vis-à-vis du flambement. Pour un poteau comprimé de section  $S$ , la contrainte critique  $\sigma_c$  est définie par la relation :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E I_{GZ \text{ ou } y}}{l_f^2 S} \dots\dots\dots(I.11)$$

On sait que : le rayon de giration, est calculé par la relation (I.12)

$$i_{Z \text{ ou } Y} = \sqrt{\frac{I_{GZ \text{ ou } Y}}{S}} \dots\dots\dots(I.12)$$

Et on définit une nouvelle grandeur noté  $\lambda$  appelée Elancement :

$$\lambda_{Z \text{ ou } Y} = \frac{l_{f \text{ Z ou } Y}}{i_{Z \text{ ou } Y}}$$

La contrainte critique s'exprime alors sous la forme :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \dots\dots\dots(I.13)$$

Supposons que le poteau soit parfaitement rectiligne, que l'effort F soit centré et que le matériau soit parfaitement homogène. Soit  $\sigma = \frac{F}{S}$  la contrainte dans le poteau :

- si  $\sigma_c \leq \sigma_e$  (limite élastique) : il y aura ruine par flambement dès que  $\sigma$  atteindra la valeur  $\sigma_c$
- si  $\sigma_c > \sigma_e$ : le poteau se rompt par écrasement (ou compression simple sans flambement) dès que  $\sigma$  atteindra la valeur  $\sigma_e$ . Dans ce cas, il n'y a aucun risque de flambement.

Le dimensionnement se fait en compression simple.

**NB** : ce raisonnement n'est plus valable en flexion composée (si le poteau a un défaut de rectitude ou si F n'est pas bien centré,...). Le flambement surviendra dans ce cas avant que  $\sigma$  n'atteigne  $\sigma_c$ .

La relation (1.13) fait apparaître la notion d'élancement critique (pour  $\sigma_c = \sigma_e$ ), à partir duquel le poteau devra être calculé au flambement :

$$\lambda_c = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_e}} \dots\dots\dots(I.14)$$

Notons que cette valeur de l'élancement critique ne dépend que des caractéristiques mécaniques du matériau.

### I.6. Conditions réelles de flambement

Dans la réalité, les poteaux sollicités en compression centrée n'existent pas. En effet, en toute rigueur la transmission des efforts poutre poteau ne se fait jamais parfaitement à l'axe du poteau.

De plus, la réalisation du poteau implique des défauts : mauvaise disposition des armatures, défauts localisés (nids de gravier, non rectitude des poteaux...).

Il existe des situations où les hypothèses d'Euler ne sont pas vérifiées, car les poteaux ne sont pas parfaitement rectilignes et les charges supportées ne sont pas rigoureusement dirigées suivant l'axe de poteau. Par conséquent, le poteau est légèrement fléchi avant que le flambement ne provoque sa ruine.

Dans le cas d'un poteau articulé par des liaisons pivots à chacune de ses extrémités (Fig.I.4) et chargé axialement, on montre en utilisant la même méthode que celle employée aux paragraphes précédents, que l'équation de la déformée est de la forme :

$$y(x) = B \sin \frac{\pi x}{l_0} \dots\dots\dots(I.15)$$

Supposons que le poteau n'est pas parfaitement rectiligne, et n'étant pas chargé, la ligne moyenne a pour équation de déformée initiale  $y_0(x) = a \sin \frac{\pi x}{l_0}$  où  $a$  est l'ordonnée du milieu D de poteau (Fig.I.6).

A présent, exprimons le torseur des forces de cohésion au centre de surface G d'une section droite. Notons que le point G a pour coordonnées le couple  $(x; y + y_0)$  ou  $y$  représente la déformation de flexion et  $y_0$  la déformation initiale. On obtient ainsi le moment de flexion suivant Z :

$$M_Z = - F (y + a \sin \frac{\pi x}{l}) \dots\dots\dots(I.16)$$

En insérant ce dernier dans la formule de la déformation de flexion  $E I_{GZ} y'' = M(x)$  il vient en posant :  $K^2 = \frac{F}{E I_{GZ}}$

$$y'' + K^2 y = -K^2 a \sin \frac{\pi x}{l} \dots\dots\dots(I.17)$$

L'équation différentielle (I.17) admet pour solution

$$y = A \cos(Kx) + B \sin(Kx) + \frac{a}{\left(\frac{\pi}{Kl}\right)^2 - 1} \sin \frac{\pi x}{l} \dots\dots\dots(I.18)$$

Les constantes  $A$  et  $B$  peuvent être déterminées avec les conditions aux limites (Fig.I.6) :

- en  $x = 0$  :  $y = 0$  ce qui entraîne  $A = 0$
- en  $x = l$  :  $y = 0$  ce qui entraîne  $B \sin (kl) = 0$ , soit  $B = 0$

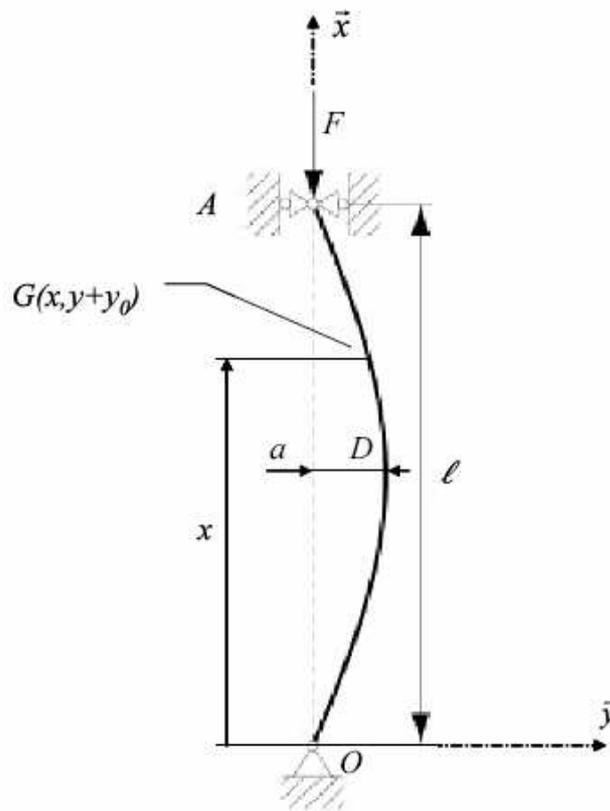
L'équation de la déformée élastique  $y(x)$  en tout point a donc pour expression :

$$y(x) = \frac{a}{\left(\frac{\pi}{Kl}\right)^2 - 1} \sin \frac{\pi x}{l} \dots\dots\dots(I.19)$$

NB:  $y$  ne représente pas la flèche totale, mais seulement la déformation élastique de flexion.

$y$  est maximale pour  $\sin \pi x = 1$ , c'est-à-dire pour  $x = \frac{l}{2}$  donc en  $D$ :

$$y_D = \frac{a}{\left(\frac{\pi}{Kl}\right)^2 - 1} \dots\dots\dots(I.20)$$

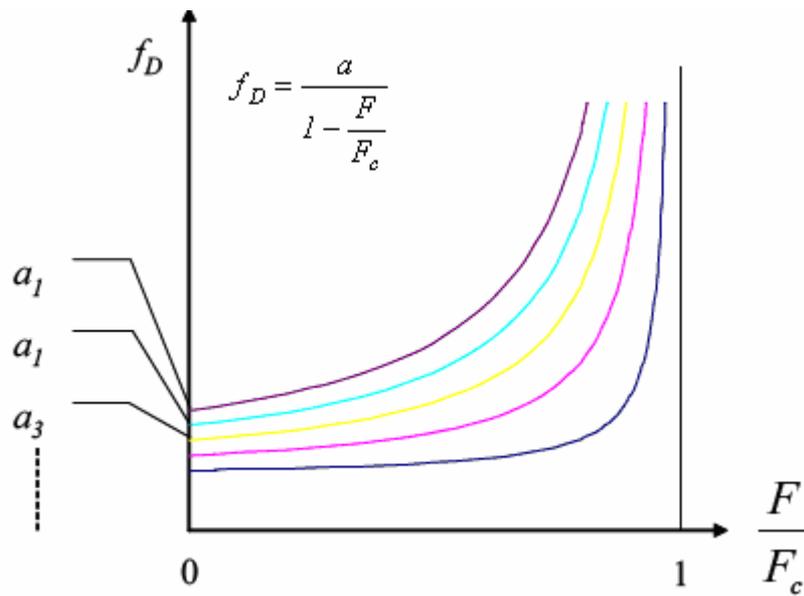


**Fig. I.6 :** Poteau articulé par des liaisons pivots à chacune de ses extrémités O et A, soumis à un effort axial de compression  $F = - F_x$  en A [1]

La flèche maximale en  $D$ , notée  $f_D$ , et:  $f_D = y_D + a$ . Sachant que  $K^2 = \frac{F}{E I_{GZ}}$  et

$$F_c = \frac{\pi^2 E I_{GZ}}{l_0^2} \quad (\text{Car ici } l_f = l_0), \text{ il vient une relation qui exprime } f_D \text{ en fonction de } a, F \text{ et } F_c,$$

telle que :  $f_D = \frac{a}{1 - \frac{F}{F_c}}$  .....(I.21)



**Fig. I.7 :** Courbes  $f_D$  en fonction du rapport  $F / F_c$  [8]

La figure I.7 ci-dessus donne l'évolution de  $f_D$  en fonction du rapport  $\frac{F}{F_c}$  pour différentes valeurs de la flèche initiale  $a$ . On constate que pour  $F = F_c$ , la flèche est théoriquement infinie. Notons également que lorsque  $a$  tend vers zéro, la courbe prend une allure d'échelon. On retrouve ainsi le cas particulier d'Euler, ou la déformation initiale est nulle, avec le passage d'une rectitude parfaite à une rupture brutale.

Dans le but de déterminer une méthode expérimentale permettant d'obtenir la force critique nous analysons la valeur de la flèche au centre de poteau  $x = \frac{l}{2}$

$$f_D = \frac{a}{1 - \frac{F}{F_{cr}}} \dots\dots\dots(I.22)$$

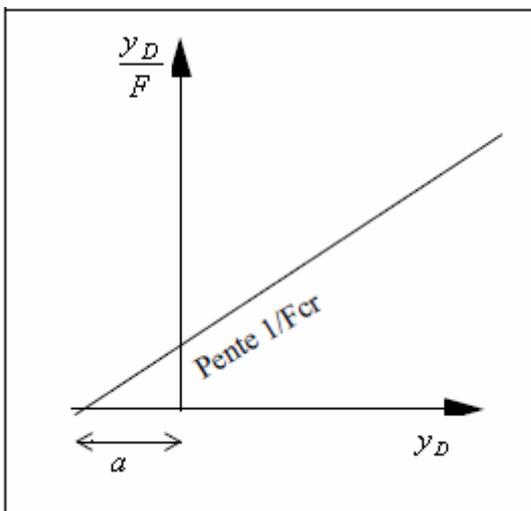
La flèche, mais aussi le moment de flexion, deviennent très grands lorsque la force F tend vers Fcr. Calculons la contrainte normale associée à une force de compression F. Cette contrainte est due à l'effort normal et au moment de flexion Mz. Puisque la valeur absolue de la contrainte normale est maximale en  $x = \frac{l}{2}$  et vaut:

Appelons  $y_D = y - a$  la flèche additionnelle.

$$y_D + a = \frac{a}{1 - \frac{F}{F_{cr}}} \dots\dots\dots(I.23)$$

Soit :

$$F_{cr} \cdot \frac{y_D}{F} - y_D = a \dots\dots\dots(I.24)$$



**Fig. I.8 :** Méthode de Southwell [3]

Si nous portons sur un graphique en abscisse  $y_D$  et en ordonnée  $\frac{y_D}{F}$  nous obtenons une droite qui a pour pente l'inverse de la force critique. Ce résultat permet de trouver expérimentalement la force critique puisqu'il est en général facile de mesurer  $y_D$  et F et donc de tracer cette droite. Ce procédé est dû à Southwell

## I.7 . Influence de l'effort tranchant sur la charge critique

Jusqu'à présent nous avons toujours employé l'équation différentielle de la courbe élastique, qui suppose que la courbure est proportionnelle au moment fléchissant. Nous examinerons maintenant l'influence de l'effort tranchant sur la valeur de la charge critique, dans le cas le plus simple, Considérons toujours le poteau défini précédemment. Sur une section droite il existe un effort tranchant  $T_y$ , qui vaut:

$$T_y = F \cdot \frac{dv}{dx} \dots\dots\dots(I.25)$$

Cet effort tranchant crée une flèche telle que:

$$\frac{dv_T}{dx} = K_Y \cdot \frac{T_Y}{G.S} \dots\dots\dots(I.26)$$

$K_Y$ :facteur numérique dépendant de la forme de la section ( $K_Y=1,2$  pour section rectangulaire)  
la courbure de la ligne moyenne est alors égale

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{M_Z}{E I_Z} + \frac{K_Y}{G.S} \cdot \frac{dT_Y}{dx} \dots\dots\dots(I.27)$$

Sachant que :  $T_Y = -\frac{dM(x)}{d(x)}$  et en remplaçant  $M(x)$  par sa valeur il vient  $T_Y = F \cdot \frac{dv}{dx}$

que l'on reporte dans l'équation (I.25) on obtient :

$$\frac{d^2v}{dx^2} = \frac{-F}{E I_Z} \cdot v + K_Y \cdot \frac{F}{G.S} \cdot \frac{d^2v}{dx^2} \dots\dots\dots(I.28)$$

En posant  $w = \sqrt{\frac{F/EI_Z}{1 - K_Y \cdot \frac{F}{G S}}}$  l'équation (I.26) peut s'écrire :

$$\frac{d^2v}{dx^2} + w^2 \cdot v = 0 \dots\dots\dots(I.29)$$

Et dans les conditions aux limites , l'équation (I.27) admet la solution trouvée en (I.6) avec la valeur de  $w = \frac{\pi}{l}$  , donnée en (I.7)

En posant  $w$  :  $w^2 = \frac{\frac{F}{EI}}{1 - \frac{F}{G.S} \cdot K_Y} = \frac{\pi^2}{l^2}$  ..... (I.30)

Avec la force critique d'EULER :  $F_{cr} = \frac{\pi^2 E I_{GZ}}{l^2}$  , l'équation (I.27) devient :

$$F = \frac{G.S.F_{cr}}{G.S + F_{cr} \cdot K_Y} \dots\dots\dots(I.31)$$

Qui peut se mettre , lorsqu'on l'inverse, sous la forme :

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{F_{cr}} + \frac{K_Y}{G.S} \dots\dots\dots(I.32)$$

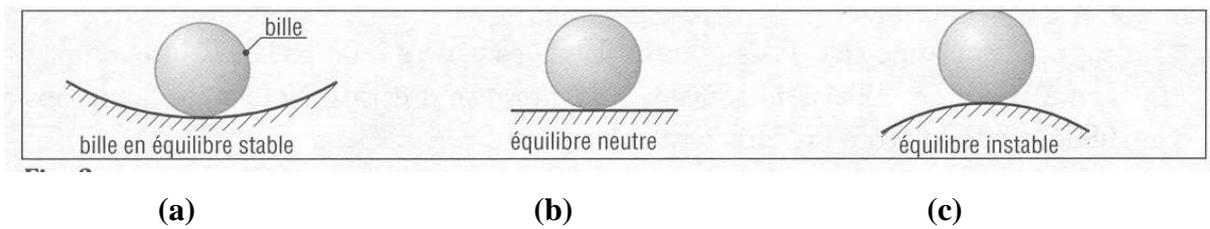
La prise en compte de l'effort tranchant conduit à trouver une force critique plus faible que celle obtenue en considérant que la déformée est due uniquement au moment de flexion. Pour des poteaux longs réalisés avec des matériaux isotropes la variation est négligeable.

### **I.8.Détermination des forces critiques par une méthode énergétique**

L'étude qui précède a montré que, lorsqu'une force de compression appliquée suivant l'axe est inférieure à sa valeur critique, un poteau comprimé reste rectiligne et que cette forme rectiligne d'équilibre est stable. En augmentant la valeur de la charge, légèrement au-dessus de la valeur critique, il y a théoriquement deux formes d'équilibre possibles. Le poteau peut être comprimé uniformément et reste rectiligne, ou il peut y avoir flambement latéral.

L'expérience prouve que la forme rectiligne est instable et que le poteau sous l'action d'une charge encore supérieure finira toujours par accuser un flambement latéral.[8]

La question de la stabilité des différentes formes d'équilibre d'un poteau comprimé peut être étudiée au moyen des mêmes méthodes que celles servant à étudier la stabilité de l'équilibre des solides indéformables. Considérant par exemple, les trois cas de la bille représentée ci –dessous



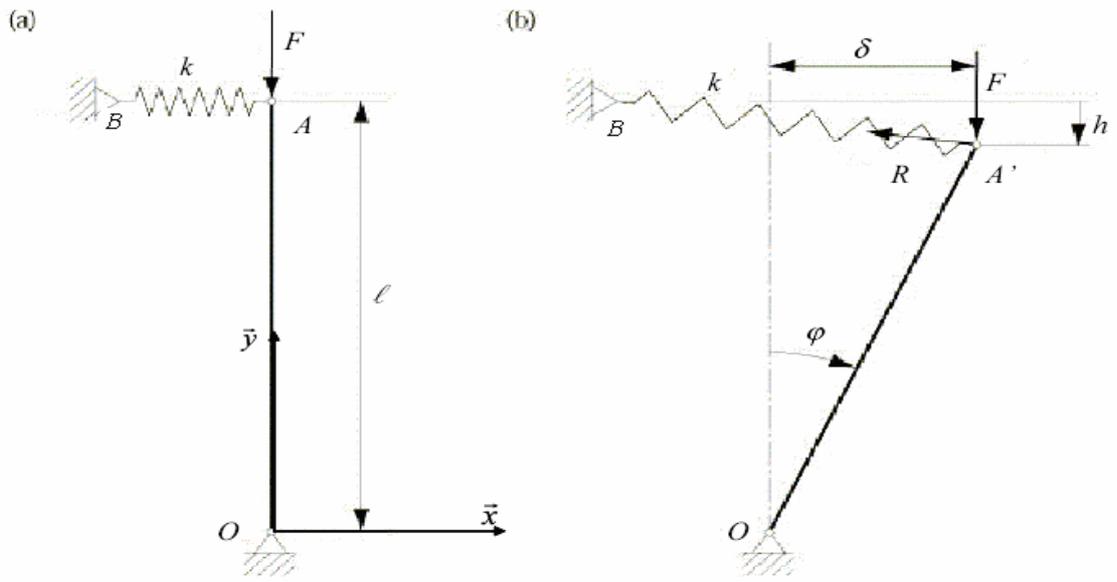
**Fig.I.9** : modes d'équilibre de la bille [8]

La bille repose sur la surface convexe (a) est en équilibre stable tandis que sur la surface convexe (c) est en équilibre instable .au contraire sur, le plan (b) la bille est en équilibre indifférent .on peut arriver à ces conclusions par la considération de l'énergie de système.

- Dans le premier cas de figure(a), tout déplacement de la bille de sa position d'équilibre élève le centre de gravité, c'est-à-dire augmente l'énergie potentielle du système ;
- Dans le second cas de figure(c), il abaisse le centre de gravité et, par suit, diminue l'énergie potentielle du système.
- Dans le cas d'équilibre stable, l'énergie potentielle du système est un minimum, tandis que dans le cas de l'équilibre instable, c'est un maximum.
- Dans le cas intermédiaire (b), un déplacement ne modifie pas l'énergie

Pour chacun des systèmes représentés par la (Fig.I.9), la stabilité ne dépend que de la forme de la surface d'appui et non du poids de la bille .si l'on considère un poteau comprimé, on constate que le même système peut être stable ou instable suivant l'intensité de la charge.

Un modèle rigide montrant cette disposition est représenté par la (Fig.I.10).



**Fig 1.10 :** Barre rigide articulée en O , maintenue par un ressort de raideur k en A et Soumise à un effort vertical  $F = - F_y$  [12 ]

Une barre verticale OA, considère comme absolument rigide, est articulée à la base et supportée par un ressort AB à sa partie supérieure ; elle est, de plus soumise à l'action d'une charge F dirigée suivant son axe.

Si cette charge n'atteint que des valeurs faibles, la position verticale de la barre est stable, et si une force perturbatrice produit un certain déplacement latéral en A, la barre revient à sa position d'équilibre sous l'action du ressort AB. La valeur critique de la charge F peut être calculée en considérant l'énergie du système. Supposons un petit déplacement latéral en A, tel que la barre s'incline, par rapport à la verticale, d'un petit angle  $\varphi$  (Fig.I.10. b) .

En raison du déplacement, la charge F est diminuée de

$$L(1 - \cos \varphi) \approx \frac{L \varphi^2}{2} \dots\dots\dots(I.33)$$

En même temps, le ressort AB s'allonge de la quantité  $\delta = l\varphi$  . La diminution de l'énergie

potentielle de la charge F est  $\frac{FL\varphi^2}{2}$

L'accroissement d'énergie du ressort, si l'on désigne par k la constante élastique du ressort, est :

$$\frac{k(L\varphi)^2}{2} \dots\dots\dots(I.34)$$

Si  $\frac{k(L\varphi)^2}{2} > \frac{FL\varphi^2}{2}$  ; le système est stable .....(I.35)

Si  $\frac{k(L\varphi)^2}{2} < \frac{FL\varphi^2}{2}$  ; le système est instable .....(I.36)

On trouve la valeur critique de la charge F d'après la condition

$$\frac{k(L\varphi)^2}{2} = \frac{FL\varphi^2}{2}$$

D'où  $F_{cr} = k L$

On peut obtenir le même résultat en considérant l'équilibre des forces agissant sur la barre. Si, sous l'effet d'une perturbation quelconque, la barre prend une position légèrement inclinée (fig.I.10. b), il y aura deux forces agissant sur le sommet A de cette barre à savoir la force verticale F et la force horizontale du ressort  $R = k\varphi L$ . Si le moment exercé par le ressort par rapport à A est supérieur à celui de la force F, c'est-à-dire, si

$$k(L\varphi)^2 > FL\varphi^2 \dots\dots\dots(I.37)$$

Nous sommes dans le cas d'un équilibre stable et le ressort ramènera la barre à sa position initiale. Inversement si :

$$k(L\varphi)^2 < FL\varphi^2 \dots\dots\dots(I.38)$$

La position verticale est instable et le système s'effondrera. La valeur critique de la charge F est tirée de l'équation suivante :

$$k(L\varphi)^2 = FL\varphi^2 \dots\dots\dots(I.39)$$

Soit  $F_{cr} = k L$  ;

Nous pouvons obtenir la valeur critique par deux méthodes, l'une faisant appel à l'énergie et l'autre à la statique.

Lorsque nous utilisons la première méthode, nous commençons par donner une légère déformation latérale  $\delta w$  au système, ce qui signifie un accroissement  $\delta w$  de son énergie de déformation. En même temps, la charge F se déplaçant d'une petite distance, effectuera un travail  $\delta T$ , la forme rectiligne de la barre comprimée sera stable Si  $\delta w > \delta T$

et sera instable si  $\delta w < \delta T$

La valeur critique de la charge est déterminée par l'équation

$$\delta w = \delta T \quad \text{Ou bien} \quad \delta E_T = 0 \quad \text{avec :} \quad E_T = W + T$$

$E_T$  : L'énergie potentielle totale qui est la somme de l'énergie élastique  $W$  et de l'énergie potentielle des efforts extérieurs  $T$ .

### I.9. Calcul approché de la charge critique par la méthode de l'énergie

L'utilité principale de la méthode de l'énergie dans les problèmes de flambement réside dans la détermination de valeurs approchées de la charge critique lorsqu'une solution exacte de l'équation différentielle de la courbe élastique est inconnue ou trop compliquée

Dans ces cas, nous commencerons par donner à cette ligne une forme raisonnable, considérons la barre de la Fig.I.10 et une perturbation qui vérifie les conditions aux limites en déplacement c'est-à-dire cinématiquement admissible.

Soit par exemple :

$$\delta v = \delta A(x - L).x \dots\dots\dots(I.40)$$

Pour déterminer si la barre est stable ou instable il faut calculer la variation de l'énergie potentielle totale. Puisque la position de départ est une position d'équilibre  $\delta E_T = 0$ .

Nous considérons que dans la perturbation la variation d'énergie élastique est due uniquement au moment de flexion, l'énergie élastique s'écrit:

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{2} \cdot \frac{M_Z^2}{E I_Z} \dots\dots\dots(I.41)$$

D'autre part pour une barre droite:

$$\frac{d^2w}{dx^2} = \frac{M_Z}{E I_Z} \dots\dots\dots(I.42)$$

D'où :

$$\frac{dw}{dx} = \frac{1}{2} \cdot E I_z \cdot \frac{d^2 v}{dx^2} \dots\dots\dots(I.43)$$

La variation d'énergie élastique dans la perturbation est égale à:

$$\delta^2 w = \int_0^L \frac{1}{2} \cdot E \cdot I_z \cdot 4 \cdot \delta A^2 dx = 2 \cdot E \cdot I_z \cdot \delta A^2 \cdot L$$

Le travail des efforts extérieurs est égal à :

$$\delta^2 T = F \cdot \int_0^L \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 \cdot dx = 2 \cdot E \cdot I_z \cdot \delta A^2 \dots\dots\dots(I.44)$$

La variation d'énergie potentielle totale vaut:

$$\delta^2 E_T = \delta A^2 \cdot \left(2 E \cdot I_z \cdot L - F \cdot \frac{1}{6} \cdot L^3\right) \dots\dots\dots(I.45)$$

La force critique correspond à la force qui rend l'équilibre instable soit:

$$\delta^2 E_T = 0$$

D'où :  $F_{cr} = 12 \cdot \frac{E \cdot I_z}{L^2} \dots\dots\dots(I.46)$

Cette solution est à comparer avec la solution exacte trouvée précédemment:

$$F_{cr} = \pi^2 \cdot \frac{E \cdot I_z}{L^2} \dots\dots\dots(I.47)$$

L'erreur commise est de 21%. La force trouvée par la méthode énergétique est toujours supérieure à la force critique exacte ce qui est normal puisque la perturbation choisie ne permet que certaines déformations, elle rigidifie la structure considérée. Pour augmenter la précision il suffit d'enrichir la base choisie pour exprimer la perturbation. On peut prendre par exemple:

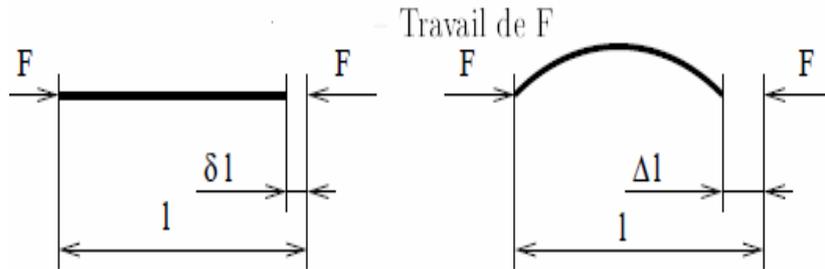
$$\delta v = \alpha (A(x-l).x) \dots\dots\dots(I.48)$$

Avec :  $\alpha$  coefficient de pondération

L'erreur n'est plus que de 0,06%.

### I.10. Approche énergétique

Pour mettre en évidence le phénomène du flambement on va étudier, dans le cas d'équilibre en flambement, le travail de la force extérieure  $\vec{F}$  et des forces de cohésion (N et M). On écrira ensuite que le travail des forces extérieures est égale au travail des forces de cohésion. Sur la figure I.11 sont matérialisés les déplacements avec  $\delta l \ll \Delta l$



**Fig I.11** : Matérialisation des déplacements engendrés par les forces externes [8]

En compression simple  $\delta l \ll \Delta l$

En état de flambement (flexion composée) le travail de  $\vec{F}$ , qui est donc la force critique, vaut :  $F_{cr} \cdot \Delta l$ .

En négligeant le travail de l'effort normal qui est petit devant le travail du moment

fléchissant, le travail des forces intérieures vaut :  $\frac{1}{2} \int_0^l M \frac{M}{EI} dx$ . On a donc l'équation :

$$F_{cr} \Delta l = \frac{1}{2} \int_0^l M \frac{M}{EI} dx \dots\dots\dots (I.49)$$

En remarquant que  $M = EI \frac{d^2 y(x)}{dx^2}$  l'équation (I.49) devient

$$F_{cr} \Delta l = \frac{1}{2} \int_0^l EI \left( \frac{d^2 y(x)}{dx^2} \right)^2 dx \dots\dots\dots (I.50)$$

## I.11. Déformée polynomiale

le polynôme représentant la déformée doit avoir deux racines en  $x = 0$  et  $x = 1$ , être maximal et avoir un axe de symétrie en  $x = \frac{l}{2}$ . Son degré ne peut pas être 3 car ceci ne permet pas de vérifier les conditions sur la déformée. Pour les degrés 2 et 4 il existe une solution et au delà il n'y a pas assez de conditions pour déterminer tous les coefficients du polynôme.

### I.11.1. Déformée parabolique

Une déformée du type :  $y(x) = \frac{4a}{l^2} x(1-x)$  est satisfaisante avec  $y(\frac{l}{2}) = a$

soit la valeur de  $F_{cr} = \frac{12EI}{l^2}$  (indépendante de  $a$ ), valeur supérieure à  $\frac{\pi^2 EI}{l^2}$ .

On ne retiendra donc pas cette déformée, puisqu'elle s'écarte d'environ 22 % de la valeur inférieure.

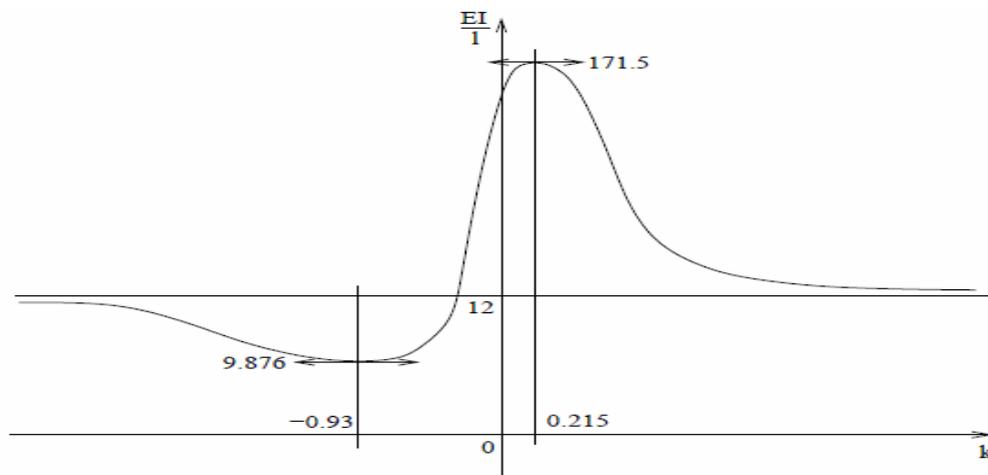
### I.11.2. Déformée quadratique

Une déformée du type  $y(x) = \frac{16a}{(4k-1)l^4} x(l-x)(x^2 - lx + kl^2)$  est satisfaisante

avec  $y(\frac{l}{2}) = a$ .

la valeur de  $F_{cr} = 12 \frac{k^2 - 7.2 \cdot 10^{-14} k + 0.2 EI}{k^2 - 0.4 k + 0.0571 l^2}$  qui dépend de la valeur de  $k$  donc de

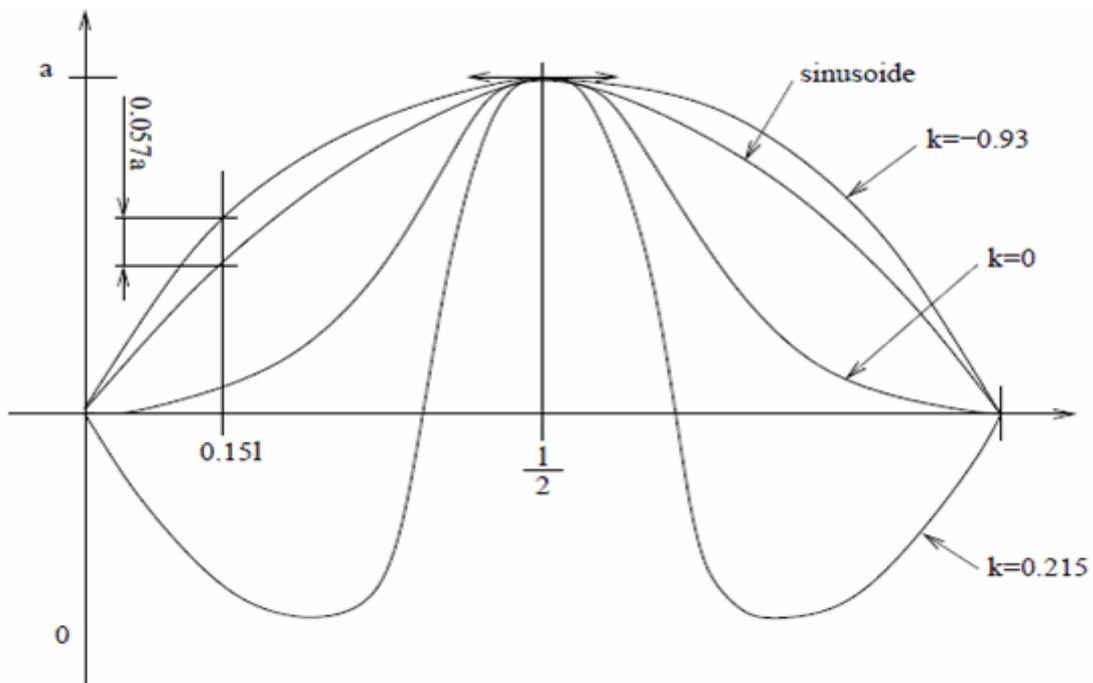
la forme de la déformée. On représente la variation du coefficient de  $\frac{EI}{l^2}$



**Fig I.12 :** Variation du coefficient  $\frac{EI}{l^2}$  pour une déformée quadratique

la force critique minimale est atteinte pour une valeur de  $k = -0.93$  soit  $F_{cr} = \pi^2 \frac{EI}{l^2}$  à  $\frac{6}{10000}$  près. Pour cette valeur de  $k$  la flèche de la déformée quadratique s'écarte au maximum de 6% de la déformée sinusoidale.

la figure I.13 suivante donne un aperçu de la déformée pour diverses valeurs de  $k$



**Fig I.13 : Déformées quadratiques**

### I.11.3 Modélisation de Rankine

Rankine proposa sa formule d'interaction dans laquelle  $\sigma_k$  est la contrainte de ruine en compression simple :

$$\frac{\sigma_k}{\sigma_{cr}} + \frac{\sigma_k}{\sigma_e} = 1 \Leftrightarrow \frac{\sigma_k}{\sigma_e} = \frac{1}{1 + \frac{\sigma_k}{\sigma_{cr}}} \dots\dots\dots(I.51)$$

On exprime  $\frac{\sigma_k}{\sigma_e}$  :  $\frac{\sigma_k}{\sigma_e} = \frac{\frac{N}{A}}{\frac{N_p}{A}} = \frac{N}{N_p} = \bar{N} \dots\dots\dots(I.52)$

Avec  $\frac{\sigma_e}{\sigma_{cr}} = \bar{\lambda}^2$  on trouve alors :

$$\bar{N} = \frac{1}{1 + \bar{\lambda}^2}$$

Ce qui a pour conséquence de faire passer la courbe par  $\bar{N} = 1$  et  $\bar{\lambda} = 0$  c'est-à-dire qu'il n'y a que le risque de ruine par flambement ce risque étant atteint avant le risque de plastification en compression simple .

Enfin la deuxième conséquence est de décaler la courbe de Euler vers le bas comme l'illustre la figure I.14 ce qui a tendance à diminuer la force critique.

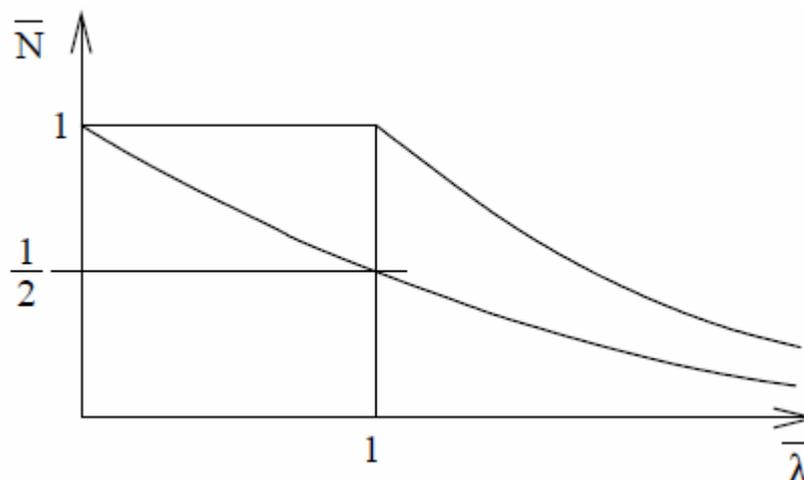


Fig I.14 : Modélisation de Rankine [1]

### I.11.4 Modélisation d'Ayrton et Perry

Dans ce modèle on va faire l'hypothèse que l'imperfection de structure est seulement un défaut de rectitude et que ce défaut est une fonction de la longueur de la barre :

$$e_0 = \frac{l}{\gamma} \dots\dots\dots(I.53)$$

A la ruine, la contrainte de flexion composée s'écrit en reprenant le coefficient  $k_1$  :

$$\frac{N}{A} + \frac{kN}{I} \frac{e_0}{v} = \sigma_e \dots\dots\dots(I.54)$$

$$\sigma_k \sigma_{cr} \frac{e_0 v A}{I} = (\sigma_e - \sigma_k)(\sigma_{cr} - \sigma_k) \dots\dots\dots(I.55)$$

$$\eta = \frac{\lambda v}{\gamma i} \dots\dots\dots(I.56)$$

$$\frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\lambda_e^2 \sigma_e}{\lambda^2} = \frac{\sigma_e}{\lambda^2} \Leftrightarrow \frac{\sigma_k}{\sigma_{cr}} = \frac{\sigma_k}{\sigma_e} \bar{\lambda}^2 = \bar{\lambda}^2 \bar{N} \dots\dots\dots(I.57)$$

La connaissance de  $\bar{\lambda}$  permet, par la résolution de ce polynôme du second degré, de déterminer  $\bar{N}$  donc  $N_{cr}$

Pour  $\eta \neq 0$  et  $\bar{\lambda} = 0$  il y a un problème de présentation.

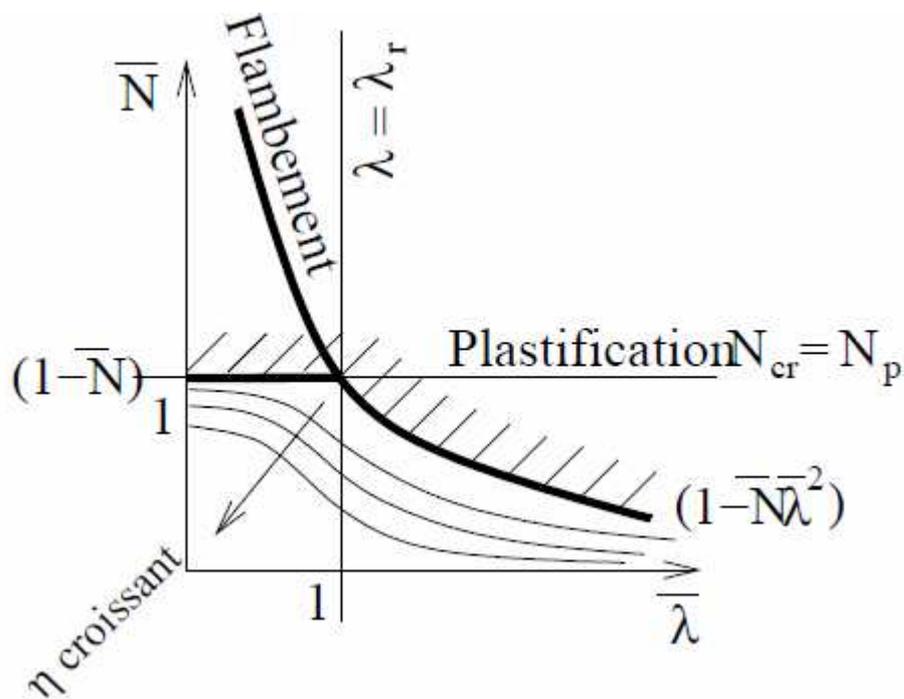


Fig I.15 : Courbe de flambement de Ayrton Perry [13]

### I.11.5 Modélisation de Dutheil [14]

Comme pour la modélisation de Ayrton-Perry, on va seulement considérer le défaut de rectitude mais ce défaut sera quantifié par une série d'expérience. Ainsi Dutheil a proposé une valeur maximale de la flèche représentative des irrégularités de structure

$$f = c \sigma \frac{W_{el}}{F_{cr}} \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - (1+c)\sigma} \dots\dots\dots(I.58)$$

Avec les notations suivantes pour le module plastique :  $W_{el} = \frac{I}{v}$  et la contrainte de

compression simple :  $\sigma = \frac{F}{A}$

Cette forme « surprenante » de f a été choisie pour simplifier des calculs ultérieurs mais elle est proportionnelle à  $W_{el}$ , ce qui manque de réalisme. On y retrouve une valeur amplifiée du coefficient  $k_1$  par l'intermédiaire de :

$$\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - (1+c)\sigma} = \frac{1}{1 - (1+c)\frac{F}{F_{cr}}}$$

En  $\frac{l}{2}$  le moment fléchissant est maximal :  $M(\frac{l}{2}) = F \cdot f$ . la contrainte normale s'écrit :

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M}{W_{el}} \Leftrightarrow \sigma_k + c \sigma_k \cdot \frac{F}{F_{cr}} \cdot \frac{\sigma_{cr}}{\sigma_{cr} - (1+c)\sigma_k} = \sigma_e \dots\dots\dots(I.59)$$

**I.12. Longueur de flambement**

Dans le cas général d'une barre appartenant à une structure et liée à elle par des liaisons quelconques, la résolution du problème de flambement devient rapidement très complexe. Pour simplifier le problème on va le ramener au problème de base de la barre articulée et pour ce faire on déplace la difficulté vers la recherche de la barre équivalente de longueur  $l_f$  : dite longueur de flambement, distance entre deux points de moment nul réels ou fictifs (situés à l'extérieur de la barre). ces points pourront être des articulations soit des points d'inflexion de la déformée.

**I.13. Causes et remèdes du phénomène flambement**

**Causes**

La rupture des poteaux a toujours lieu par flambement. Les raisons en sont les suivantes :

- hétérogénéité du béton
- défaut de positionnement des armatures
- imperfections géométriques du béton
- excentrement de la charge

**Remèdes**

1. Construction des murs rigides ou des voiles entre les poteaux.
2. Confinement des poteaux.
3. Reduire des espacements entre les armatures transversales.
4. Centrer la charge extérieur de compression

## I.14 -CONCLUSION DU CHAPITRE

- ❖ Le phénomène de flambement est un phénomène d'instabilité de la matière que l'on rencontre sur les éléments sollicités en compression. Il est très dangereux car imprévisible et immédiat.
- ❖ La méthode d'Euler permet de calculer la charge critique exacte dans le domaine élastique
- ❖ La prise en compte de l'effort tranchant conduit à trouver une force critique plus faible que celle obtenue en considérant que la déformée est due uniquement au moment de flexion.
- ❖ La force trouvée par la méthode énergétique est toujours supérieure à la force critique d'Euler.
- ❖ La méthode énergétique est utilisée pour déterminer une valeur approchée de la charge critique.

Enfin, Les approches énergétiques permettent de mettre en évidence le phénomène du flambement d'une manière satisfaisante. Tous les modèles prennent en considération le défaut de rectitude de la barre. Chaque auteur quantifie ce défaut, soit en une fonction de la longueur de la barre , soit par une série d'expérience , soit par le risque de plastification des aciers en compression simple.

## **Chapitre II . Recherche bibliographique sur le confinement du béton**

### **CONFINEMENT DU BETON**

#### **II.1- INTRODUCTION**

Le renforcement des structures en béton armé est l'une des méthodes curatives utilisées pour la réhabilitation des infrastructures afin d'en assurer la sécurité et le prolongement de la durée de vie. Différentes techniques de renforcement sont apparues. Plusieurs ouvrages rapportent les résultats d'expérimentations sur le béton confiné.

La plupart de ces essais ont été réalisés sur des cylindres [RICHART et al., 1928; Balmer 1952; GARDNER, 1969; SWAMY et al., 1974] et sur des cubes de béton Mills et al., 1970; LAUNAY et al., 1971]. Plus récemment, des travaux ont porté sur le confinement des colonnes avec des armatures transversales [MANDER et al, 1988, CUSSON et al, 1994]. Un grand nombre de modèles mathématiques ont été élaborés à partir des résultats de ces recherches. Ces modèles peuvent être regroupés en six grandes catégories [Picher- 1995] ; modèles empiriques; modèles linéaires élastiques; modèles non linéaires élastiques; modèles parfaitement plastiques; (5) modèles pour matériaux écrouissables; modèles endochroniques.

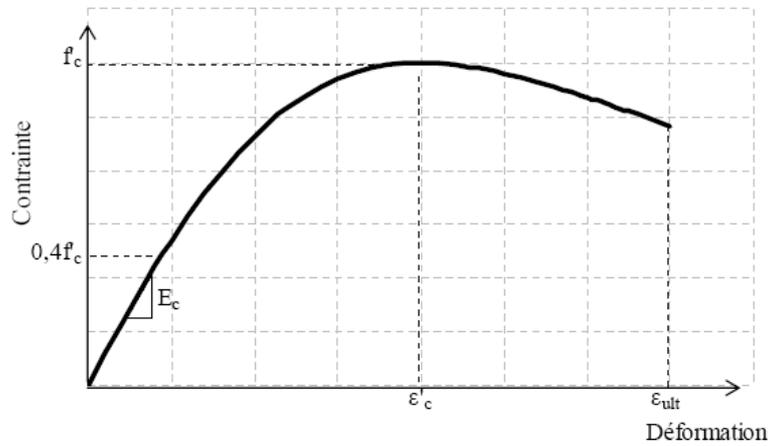
Le confinement latéral de colonnes en béton par l'enroulement d'une enveloppe en matériau composite sur la surface de béton permet d'augmenter la résistance à la compression et la déformation ultime parce qu'il restreint la formation et l'ouverture des fissures dans le béton et limite les déformations transversales dues à la fissuration interne. Il présente également l'avantage d'augmenter la résistance au cisaillement et d'empêcher les barres d'armature longitudinale de flamber [Nanni et al., 1993]. Dans ce type d'élément, le béton résiste à la compression alors que le composite est sollicité par des efforts de tension et de cisaillement.

Dans ce chapitre on présente l'apport que confère le confinement au béton et son influence sur le comportement mécanique. Le mécanisme de confinement des colonnes de béton renforcé ainsi que les divers facteurs affectant le comportement du béton confiné sont discutés et les études antérieures sur le confinement et le renforcement de béton à l'aide des matériaux composites et les modèles proposés y sont présentés.

#### **II.2- COMPORTEMENT DU BÉTON ORDINAIRE SOUS COMPRESSION**

La relation contrainte-déformation tend alors à se courber graduellement, traduisant une perte de rigidité, jusqu'à une augmentation plus rapide des déformations au-delà d'une contrainte

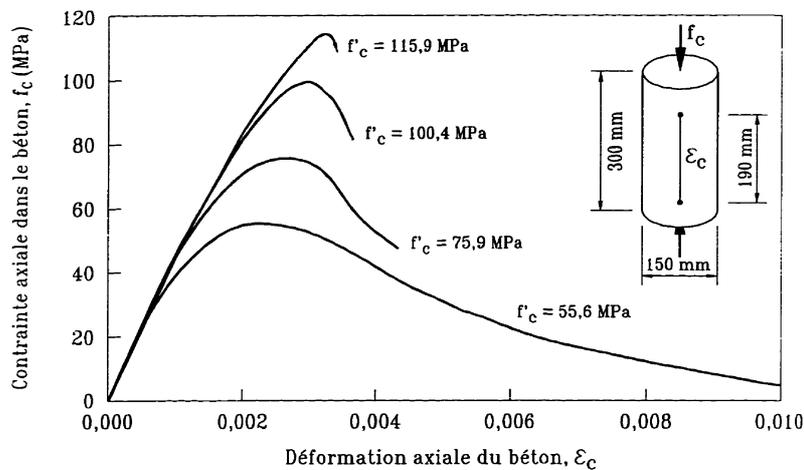
de 70 à 80% de la résistance en compression qui mène à la rupture par fissuration parallèle à l'axe de chargement. La Fig. II.1 illustre la relation contrainte-déformation ( $\sigma$ -  $\epsilon$ ) du béton en compression [15].



**Fig. II.1:** Loi de comportement du béton en compression sous chargement statique. marie- joése Houde [15]

Une certaine résistance subsiste après la rupture et se traduit par une branche descendante dont l'allure dépend des conditions et procédures de l'essai, jusqu'à la déformation ultime du matériau, généralement admise à 0.0035. Cette valeur n'est en réalité pas constante, elle tend à diminuer avec l'augmentation de la résistance ultime [16] La réponse du béton à la compression uniaxiale est déterminée habituellement en chargeant des cylindres de béton dont le rapport entre la hauteur et le diamètre est II.

La Fig. II.2 montre les courbes contraintes – déformations obtenues sur des cylindres en béton chargés en compression uniaxiale.



**Fig. II.2:** Courbes contrainte-déformation pour des bétons de différentes résistances [17]

## II.3- COMPORTEMENT DU BETON CONFINE

Bien que le béton soit constitué de matériaux élastiques et fragiles (granulats, pâte de ciment), son comportement en compression, que l'on traduit principalement par une relation contrainte-déformation, est non linéaire et présente une certaine pseudo-ductilité liée à la microfissuration du matériau.

Le phénomène de confinement de béton a été le sujet d'un certain nombre de travaux au cours des 100 dernières années. Cette partie présente une revue de littérature des résultats de travaux antérieurs reliés à la réhabilitation et le renforcement de colonnes en béton et de divers modèles développés.

L'idée d'augmenter la capacité en compression des colonnes en béton armé (BA) n'est pas nouvelle. Au début du 20<sup>ème</sup> siècle, les ingénieurs ont observé que les colonnes de béton avec un renforcement longitudinal développent des fissures longitudinales et une déformation latérale importante, sous une grande charge de compression. En 1903 Considere , a suggéré l'utilisation d'un renfort transversal afin de ralentir la déformation latérale. Il a effectué un programme expérimental et a trouvé que des cercles circonférentiels, une fois placés à un espacement approprié, augmentent considérablement la résistance et la ductilité des colonnes de béton.

En 1928-29, Richart et autres , ont effectué une série d'essais utilisant la pression hydraulique pour le confinement des colonnes de béton circulaires. Ces colonnes étaient ainsi soumises aux efforts de compression triaxiaux. Ils ont observés que l'augmentation de la résistance était directement proportionnelle à la force de pression de confinement.

Plus tard en 1930 et 1933, ACI a dirigé une recherche approfondi et a développé des expressions pour la résistance à la compression des colonnes renforcées avec de l'acier longitudinal et latéral. Après cela, beaucoup de chercheurs ont effectué des travaux dans ce secteur et ont proposé des modèles pour prévoir le comportement des colonnes de béton confinées. Cette recherche a été également faite sur des colonnes renforcées par des enveloppes en acier et des tubes en acier remplis de béton.

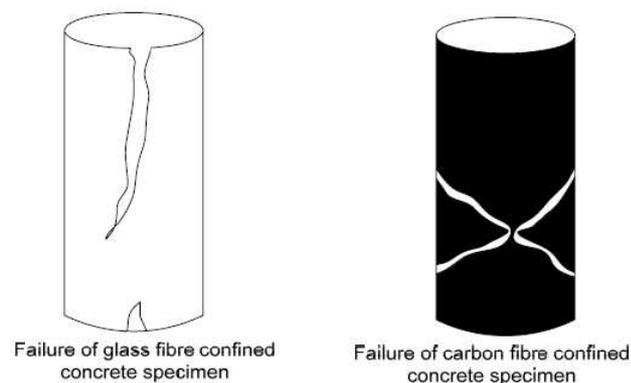
Les matériaux composites à base de fibres (FRP) ne sont utilisés pour le confinement du béton que depuis le début des années 1980. Avec le progrès dans le domaine des matériaux composites, plusieurs études ont été effectuées sur le confinement des colonnes de béton avec des FRPs [18]. Ils ont constaté que les colonnes confinées avec des FRPs montrent l'augmentation considérable de la résistance à la compression et la ductilité par rapport aux méthodes de confinement conventionnelles.

Plusieurs auteurs ont prouvé que le confinement des colonnes en béton chargées axialement augmente la résistance et la ductilité de ces colonnes d'une quantité considérable.

Lorsque le béton est soumis à une compression axiale, celui-ci se déforme latéralement. Cette déformation produit une fissuration qui augmente avec l'accroissement de la charge et qui conduit finalement à la rupture du béton. Si le béton est retenu latéralement de façon à réduire cette déformation, la résistance du béton et sa ductilité seront augmentées. Ce phénomène est communément appelé confinement du béton [16]. Le confinement du béton qui consiste à empêcher ces déformations, peut être réalisé soit par une enveloppe externe, soit par un faible espacement entre les étriers.

Les travaux les plus récents effectués par de nombreux chercheurs pour étudier le comportement des colonnes de béton confinées, sont présentés comme suit :

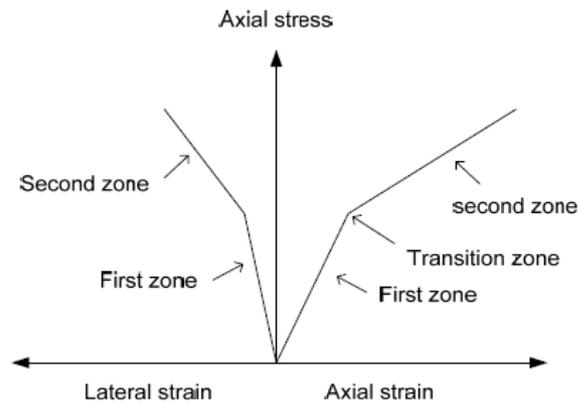
a- Saafi et autres ont conduit des études expérimentales et analytiques pour évaluer les performances des colonnes de béton confinées avec des tubes de CFRP et de GFRP. Les variables d'essai ont inclus le type de fibres, l'épaisseur du tube et la résistance à la compression du béton. Trente cylindres de béton (18 tubes en FRP remplis du béton et 12 cylindres de béton témoin) ont été examinés dans la compression. Tous les spécimens sont des colonnes courtes de 435 mm d'hauteur et 154 mm de diamètre. Les épaisseurs des tubes de GFRP examinés étaient 0.8, 6 et 4 mm et les épaisseurs des tubes de CFRP utilisés étaient de 0.11, 0.23 et 0.55 mm. Dans le cas des tubes de fibre de carbone, la rupture était , plus fréquente soudain et a été accompagné de la rupture simultanée du tube composite et de l'écrasement du noyau de béton.



**Fig. II.3:** Modes de rupture des spécimens

(Saafi et autres, 1999) [19].

La courbe contrainte-déformation du béton confiné par les tubes en FRP présente une allure bilinéaire dans les directions axiales et latérales (**Fig. II.4**). Dans la première zone linéaire, le béton reprend principalement la charge axiale et ,la pente du béton confiné était identique à celle du béton non confiné. Au voisinage de l'effort ultime du béton non confiné, une zone de transition apparaît dans la deuxième partie de la zone bilinéaire. La deuxième pente est fonction de la rigidité du tube en FRP. Le point de courbure entre les deux pentes a eu lieu aux niveaux des valeurs des résistances supérieures à la résistance du noyau de béton non confiné.



**Fig. II.4.** Courbes contrainte-déformation simplifiées de béton confiné par FRP (Saafi et autres, 1999) [19].

Selon Saafi et autres , la résistance à la compression maximale du béton confiné par FRP peut être calculée d'après l'équation suivante :

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 2.2 \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.84} \right] \quad (\text{II.1})$$

SAMAAN et autres, ont proposé un simple modèle pour calculer la réponse bilinéaire du béton confiné par FRP dans les directions axiales et latérales. Le modèle est basé sur la corrélation entre le taux de dilatation (expansion) du béton, l'enveloppe FRP et le noyau du béton. Les courbes contrainte-déformation prévues sont adéquates avec les résultats de leur étude. La résistance à la compression du béton confiné  $f_{cc}$  et la déformation  $\epsilon_{cc}$  correspondant à la contrainte maximale du béton confiné, proposé par SAMAAN et autres [16] sont données par :

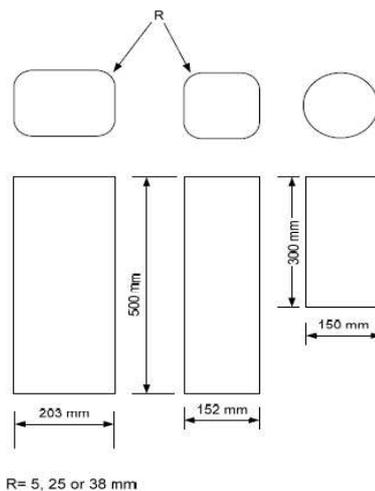
$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 6 \frac{f_l^{0.7}}{f_{co}} \right] \dots\dots\dots (II.2)$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{f_{cc} - 0.872f_{co} - 0.371f_l - 6.258}{245.61f_{co}^{0.2} + 1.3456 \left( \frac{E_{frp} t_{frp}}{d} \right)} \dots\dots\dots (II.3)$$

Où :  $E_{frp}$  est le module d'élasticité de tube en FRP.  
 $d$  : le diamètre du noyau de béton.

**b-** Rochette et Labossière ont présenté les résultats d'un projet de recherche sur le confinement des colonnes de béton carrées et rectangulaires avec des matériaux composites. Des spécimens à échelle réduite confinés avec des feuilles de fibre de carbone (continu) et d'aramide (bidirectionnelle tissé) ont été examinés dans la compression uniaxiale. Les modèles de colonne ont été faits de béton normal d'une résistance de 40 MPa environ. L'objectif de l'étude était d'évaluer l'influence des paramètres suivants sur la résistance des colonnes ; 1) l'effet de la rigidité de confinement ; et 2) la forme de la section.

La variation du confinement a été obtenue en enveloppant les sections avec différents nombres de feuilles composites. L'effet de la forme de la section sur la résistance axiale a été évalué en examinant différents rayons faisant le coin ; selon le rayon choisi, les sections varient de la forme rectangulaire à la forme circulaire (Fig. II.5).

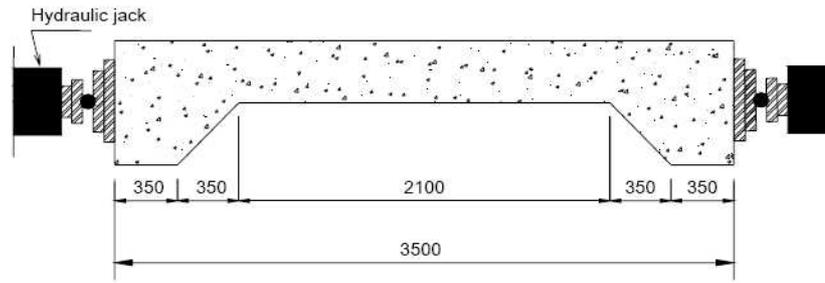


**Fig. II.5 :** Dimensions des spécimens d'essai : rectangulaire, carré, et circulaire (Rochette et autres, 2000) [20].

c- Rochette et Labossière ont suggéré que le rapport du rayon faisant le coin à la longueur latérale d'une section carrée qui peut prendre des valeurs entre 0 et 0.5, puisse être employé pour estimer le taux de confinement par enveloppe composite. Le confinement le plus efficace a été obtenu pour les sections circulaires. Ils ont recommandé que les bords de la section devraient toujours être arrondis suffisamment pour empêcher la rupture prématurée des fibres dans l'enveloppe par des fragments de la section de béton. Ils ont observé que le confinement excessif mène aux ruptures soudaines et explosives.

d- Chaallal et Shahawy ont présenté les résultats d'une recherche expérimentale sur les performances des poutres-colonnes de béton armé renforcées avec un matériau composite CFRP (bidirectionnel) extérieurement appliqué. Le moment externe a été appliqué aux spécimens par des croisillons qui ont été moulés en tant qu'élément de colonnes. Les spécimens d'essai, choisis pour l'étude, ont une section rectangulaire de 200×300 mm et une longueur totale de 3500 mm (**Fig. II.6**). Six séries d'essais ont été réalisées sur les spécimens. Les cinq premières séries, avec des excentricités de 0, 75, 150, 300, et 400 mm, ont été exécutées sous une condition de charge combinée (axiale et flexion). La sixième série a été testée sous une flexion pure sans la charge axiale.

Les résultats des essais de **Chaallal et de Shahawy** indiquent que la capacité de résistance des poutres-colonnes s'améliore de manière significative en raison de l'action combinée longitudinale et transversale du tissu composite bidirectionnel. Les fibres de CFRP longitudinale ont contribué de manière significative à la capacité de flexion, tandis que les fibres transversales ont augmenté la capacité de compression par l'action de confinement. Sous la combinaison de la force axiale et du moment de flexion, un gain de 70% dans la capacité de flexion a été atteint. L'augmentation de la déformation à la compression due à l'effet du confinement varié de 49% à 166%. Le confinement transversal a été engagé dans la zone de compression au début du chargement. Les auteurs ont proposé un procédé de conception, basé sur la résistance du béton confiné dans la zone de compression, en même temps qu'un rapport efficace de confinement cela prend en considération la forme rectangulaire des poutres-colonnes.

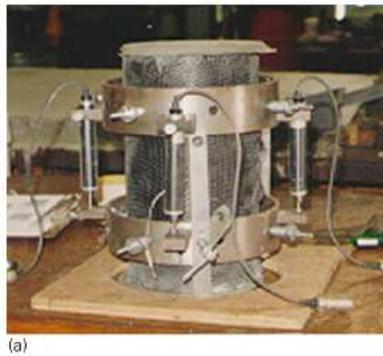


**Fig. II.6:** Dimensions de spécimen en millimètres  
(Chaallal et Shahawy, 2000) [21].

M. Shahawy et autres ont réalisé des essais de compression axiaux sur un total de 45 cylindres de béton confiné par fibres de carbone et 10 cylindre de béton non confiné avec un diamètre de 155 mm et une hauteur de 305 mm. Le programme expérimental a inclus deux paramètres : la résistance du béton et le nombre de couches des enveloppes en carbone. Deux résistances de béton 20.7 MPa et 44 MPa ont été employées. Les spécimens de 20.7 MPa ont été enveloppés avec 1, 2, 3, 4, ou 5 couches de tissu, alors que les spécimens de 44 MPa étaient enveloppés avec 1, 2, 3, ou 4 couches. Pour chaque béton et nombre de couches, cinq échantillons identiques ont été réalisés.

De leurs travaux, les auteurs ont constaté que l'enveloppe a augmenté de manière significative la résistance et la ductilité du béton en raccourcissant sa dilatation latérale. Un modèle de confinement qui a été à l'origine développé pour les tubes FRP en verre remplis de béton a montré la bonne concordance avec les résultats d'essai. Les conclusions suivantes ont été formulées :

- Le même modèle de confinement peut être appliqué aux tubes FRP remplis de béton et aux cylindres de béton enveloppés par des fibres, parce que l'adhérence entre le béton et l'enveloppe ne semble pas affecter le comportement du confinement significativement.
- Le même modèle de confinement peut être appliqué à tous les deux types de fibres en carbone et en verre, tant que le modèle a incorporé la tendance de dilatation du béton en fonction de la rigidité de l'enveloppe



**Fig. II.7 :** (a) instrumentation ; et (b) mode de rupture des spécimens de béton enveloppés par des fibres de carbone [22].

**e- Huei-Jeng Lin et Chin-Ting Chen** , ont étudié la résistance des cylindres en béton confinés par des matériaux composites selon trois manières différentes. En premier lieu c'était l'essai de résistance sur un cylindre de béton renforcé par différents nombres de couches de matériaux composites en fibres de verre ou en fibres de carbone. Les phénomènes mécaniques de la rupture et le rapport entre la résistance du cylindre et le nombre de couches du composite sont étudiés.

Le deuxième ensemble d'expériences est concentré sur la résistance d'un cylindre de béton confiné à la fois par les fibres de verre et les fibres de carbone.

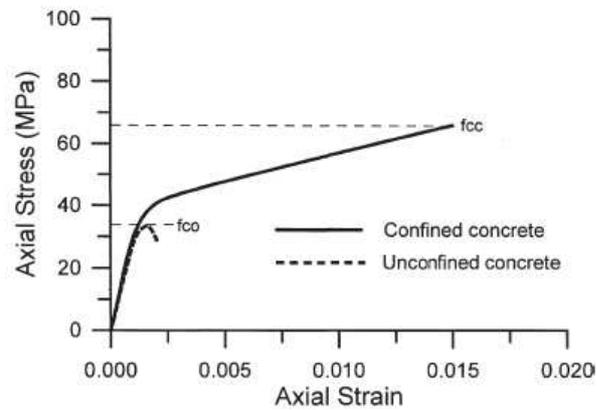
Le troisième c'est l'étude de la résistance du cylindre en confinant partiellement le cylindre avec des matériaux composites en fibres de carbone et en fibres de verre.

Deux types d'éprouvettes de dimensions  $120 \times 240$  mm et  $100 \times 200$  mm ont été employés dans les expériences.

Une ou deux couches de matériau composite en fibre de verre ou en fibres de carbone ont été alors enroulées autour des cylindres. La Fig. II.8 présente un diagramme typique contrainte-déformation d'un cylindre de béton confiné.

Au début et pendant que l'effort axial agit sur le cylindre de béton confiné, le béton soutient le chargement. La similitude dans la pente initiale de la courbe entre le cylindre de béton confiné et non confiné indique que la pression de confinement au début sera faible. Après que la contrainte dépasse le point  $f_{co}$ , la courbe contrainte-déformation aura une pente de plus en plus petite qui se développe linéairement en approchant la rupture finale. **Les Figures II.9**

et II.10 montrent les phénomènes de rupture des cylindres de béton enveloppés par des matériaux composites (fibres de verre et fibres de carbone).



**Fig. II.8:** Diagramme typique contrainte-déformation de béton confiné,[23].

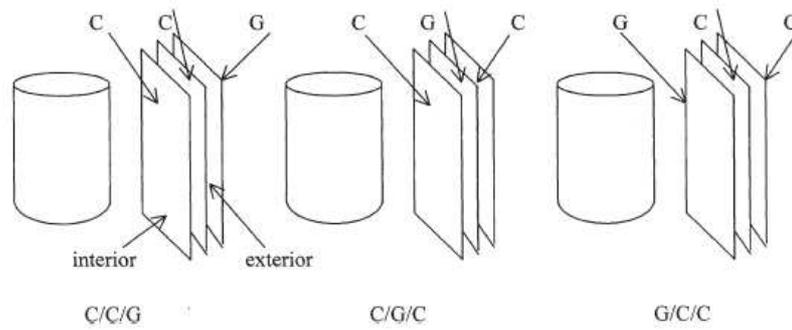


**FigII.9.** Mode de rupture des cylindres enveloppés avec fibres de verre

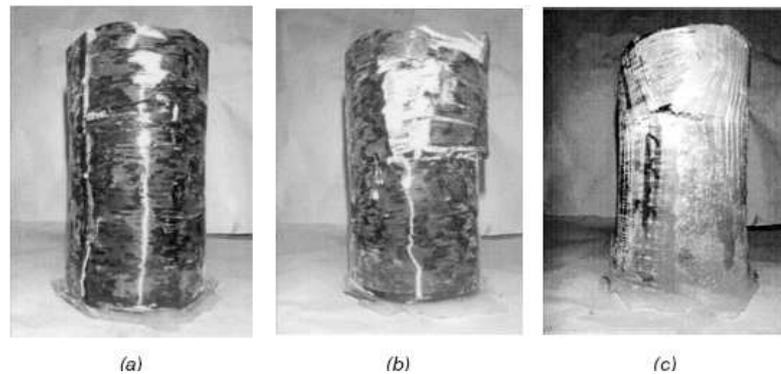


**Fig II.10.** Mode de rupture des cylindres enveloppés avec fibres de carbone

**f- Huei-Jeng Lin et Chin-Ting Chen** , ont étudié aussi des cylindres enveloppés avec trois couches de matériau composite en fibres de verre et en fibres de carbone. Le confinement a été réalisé selon deux méthodes. Dans le premier cas , une couche en fibres de verre et deux couches en fibres de carbone ont été employées, alors que dans le deuxième cas , ont été utilisées deux couches en fibres de verre et une couche en fibres de carbone. En Totalité six empilements ont été adoptés : G/C/C, C/G/C, C/C/G, G/G/C, G/C/G et C/G/G.



**Fig. II.11 :** Représentation schématique des ordres d'empilement.  
(C: carbone, G: glass).



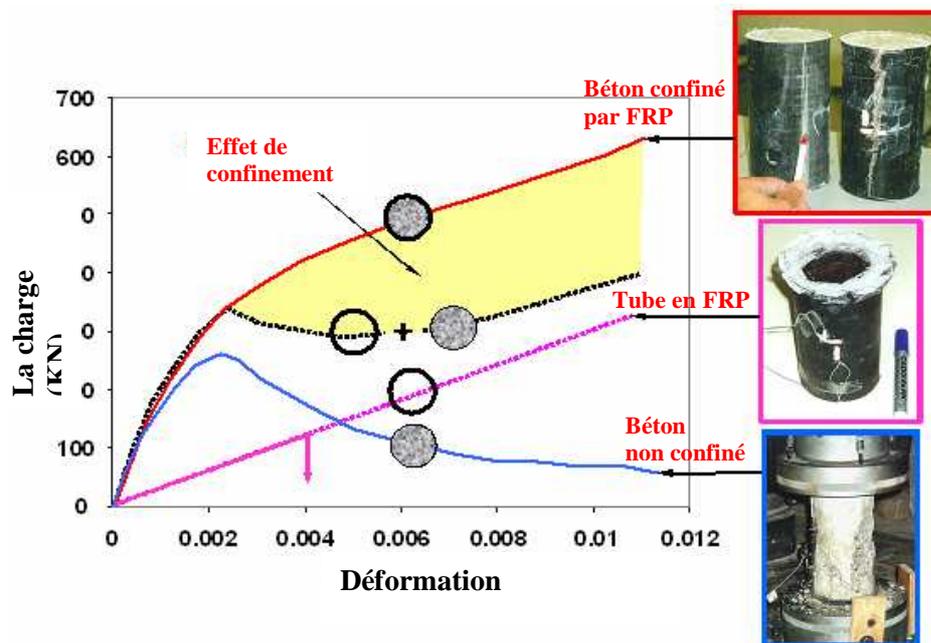
**Fig. II.12 :** Mode de rupture des cylindres enveloppés par :  
(a) G/C/C; (b) C/G/C et (c) C/C/G.

D'après les résultats expérimentaux , **Huei-Jeng Lin et Chin-Ting Chen [24]**, ont conclu ce qui suit : l'augmentation de la résistance des spécimens de béton confiné est proportionnelle au nombre de couches du matériau composite. Ce phénomène est le même que celui discuté par **g- Fam et Rizkalla** , ont examiné 12 cylindres tubulaires hybrides d'un rapport longueur par rapport au diamètre de 2:1 sous la compression axiale. Les essais ont été réalisés pour étudier les effets de la structure en stratifié, l'effet de la configuration de la section en coupe, effet de l'état de GFRP tube/interface béton, effet des tailles de trou et l'effet de l'épaisseur des tubes. La résistance à la compression de béton varié de 37 à 58 MPa.

L'étude a décrit le comportement des tubes de GFRP remplis de béton axialement chargés ainsi que l'effets bénéfiques du confinement dans des applications pratiques et des conditions de charge réalistes. Pour évaluer l'effet bénéfique de comportement sur toute la portance des cylindres, le comportement axial mesuré (charge-déformation) a été comparé à

celui obtenu par la superposition du comportement axial du tube creux de GFRP et du noyau de béton témoin (Fig. II .13.). L'étude expérimentale a étudié trois aspects :

- 1) tubes de GFRP partiellement remplis avec des trous intérieurs ;
- 2) un tube dans un système de tube;
- 3) sections composites entières où le tube et le noyau sont collés pour résister à la charge totale axiale appliquée.



*Fig. II.13 : Effet de confinement sur le comportement du béton (Fam et Rizkalla, 2001) [25].*

Une structure en stratifié a été conçue pour fournir la résistance dans la direction axiale et circulaire. Une interface entre le béton et les tubes a été réalisée en appliquant une couche mince d'époxyde à la surface des tubes et du sable de pulvérisation postérieur de silice sur l'époxyde visqueux. L'étude a montré que l'effet de confinement est fortement dépendant des conditions de frontière, la structure en stratifié du tube et la taille du trou central.

Le tube est biaxialement chargé sous l'effet de la compression axiale et la contrainte de traction, donc le matériau est régi par la résistance biaxiale de l'enveloppe. En outre, le chargement du tube cause l'expansion latérale, résultat d'une faible pression de confinement appliquée au béton.

Les essais de **Fam et de Rizkalla** ont prouvé que les tubes de GFRP complètement remplis de béton fournissent le confinement le plus efficace. Bien qu'un trou intérieur offre l'économie en matériau et réduit son propre poids, il réduit l'effet de confinement bien qu'un niveau élevé de ductilité soit maintenu. **Fam et Rizkalla** ont également prouvé que les tubes

de GFRP fournissent une résistance de béton confinée semblable à celle donnée par les tubes en acier de plus petite épaisseur de paroi du tube. Cependant, un niveau plus bas de ductilité est atteint. La courbe contrainte-déformation du béton confinée par GFRP était approximativement bilinéaire avec la zone de transition près de la résistance maximale du béton témoin. Un changement de pente se produit quand le béton augmente de volume, produisant une plus grande tension latérale que celle du tube. La pente de la deuxième branche est régie par la rigidité du tube aussi bien que la taille intérieure de trou. La condition d'interface entre le tube et le béton a un effet insignifiant sur le comportement quand le noyau de béton et le tube sont axialement chargés. La résistance ultime du cylindre a été régie par la rupture de l'enveloppe de GFRP. À la différence d'un tube en acier, les tubes de GFRP sont rompus d'une façon fragile.

**h- Lam et Teng** , ont présenté une étude complète sur les modèles de résistance à la compression du béton confinée avec FRP. Des modèles existants pour le béton confinée avec FRP ont été comparés aux données expérimentales disponibles rassemblées d'une recherche étendue de la littérature. De leur étude ils ont constaté ce qui suit :

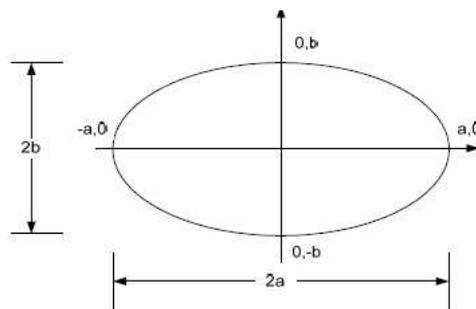
- Les résultats existants montrent une grande déférence en termes d'efficacité du confinement de FRP. Ceci implique que les modèles de résistance basés sur des essais limités sont susceptibles d'être incertains. La résistance du béton non confinée, le diamètre du spécimen, le rapport longueur-diamètre et le type de fibre présentent peu d'effet sur l'efficacité de confinement de FRP. Une cause principale pour l'éparpillement des résultats est l'inexactitude dans les propriétés des matériaux utilisées. Les variations inhérentes de la résistance de béton non confinée, mènent également à un certain éparpillement dans les essais à de bas rapports de confinement.
- Les résultats des essais montrent une relation linéaire entre la résistance du béton confinée et la pression du confinement latérale fournie par FRP. Par conséquent, la complexité en représentant la relation dans beaucoup de modèles existants semble être inutile.

**Lam et Teng** ont proposé les équations **19** et **20** pour déterminer la résistance à la compression axiale du béton confinée par FRP ( $f_{cc}$ ) et la déformation au pic ( $\epsilon_{cc}$ ).

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 2 \frac{f_l}{f_{co}} \right] \quad (\text{II.2})$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[ 2 + K_2 \frac{f_l}{f_{co}} \right] \quad K_2=15 \text{ pour CFRP} \quad (\text{II.3})$$

**i- Teng et Lam** , ont effectué des essais sur des colonnes de béton elliptiques courtes confinées avec le CFRP. Un total de 20 spécimens de colonne dans cinq séries ont été préparés à partir de cinq bétons. Chaque série est composée d'un spécimen circulaire et trois spécimens elliptiques préparés à partir de la même série de béton. Les colonnes circulaires étaient de 152 mm de diamètre et de 608 mm de hauteur. La section et la taille de trois spécimens elliptiques étaient presque identiques que ceux pour les spécimens circulaires, avec les rapports nominaux de **a/b** représentés sur la Fig. II.14 étant 5/4, 5/3, et 5/2, respectivement. La résistance à la compression de cube moyen était de l'ordre de 47 MPa.



**Fig. II.14 :** Section elliptique d'un spécimen

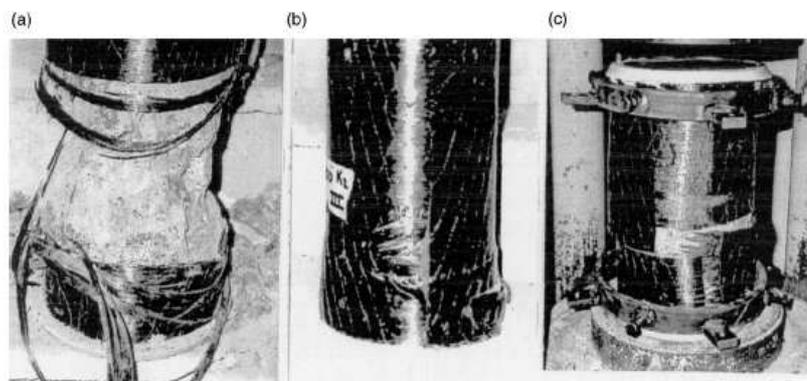
**j- Karabinis et Rousakis** , ont présenté une étude effectuée sur 22 spécimens cylindriques avec des dimensions de 200 × 320 mm. Dix-huit (18) des spécimens ont été confinés par une feuille continue de fibres de carbone FRPC avec une largeur de 300 mm. Dans chaque triade de spécimens identiques, une, deux et trois couches de feuille de carbone ont été appliquées.

Pour la construction des spécimens du béton, deux mélanges ont été employés avec une résistance de 38.5 MPa et 35.7 MPa, respectivement.

Les cylindres enveloppés sont conservés dans des conditions de laboratoire pendant plus de 12 jours après le coulage, ensuite ont été examinés à 56 jours.

Les recherches de **Karabinis et Rousakis**, indiquent que les feuilles en fibres de carbone peuvent effectivement augmenter la résistance et la ductilité du béton. La rigidité de matériau composite est le paramètre de conception principal.

La rupture des spécimens enveloppés était très bruyante suivi d'une rupture « explosive » de la feuille de fibre de carbone. La rupture a commencé au mi hauteur des spécimens avec un développement soudain ou progressif dans les bandes de la feuille du carbone (**Fig. II.15.a**). Une rupture prématurée s'est produite dans quelques spécimens dus à la rupture locale de la feuille (**Fig. II.15.b**). Dans quelques spécimens ils ont observé une rupture au niveau du chevauchement (**Fig. II.15.c**).



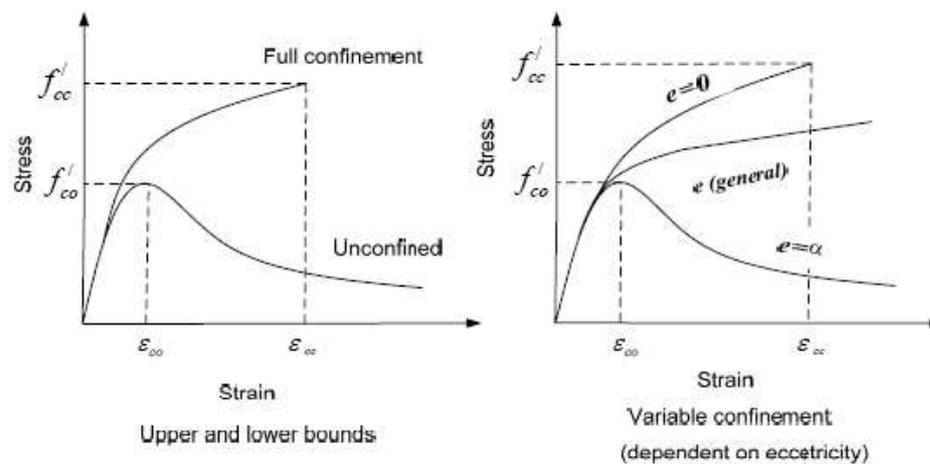
**Fig. II.15:** Mode de rupture des spécimens (Karabinis et Rousakis) [26].

Ils ont proposé un modèle simple basé sur la théorie de la plasticité pour la prévision du comportement contrainte-déformation des colonnes cylindriques confinées par FRP. Les prévisions du modèle sont comparées avec les données expérimentales et trois modèles existants. De la comparaison ils ont observé la corrélation satisfaisante des résultats expérimentaux et analytiques.

**k- Fam et autres** , ont présenté les résultats d'essai d'un programme expérimental et ils ont proposé un modèle analytique pour décrire le comportement des tubes de FRP remplis de béton soumis à la combinaison d'un effort axial et d'un effort de flexion. Le programme expérimental a porté sur 10 spécimens soumis aux charges axiales excentriques, deux spécimens examinés sous les charges axiales concentriques et deux sont examinés en flexion. Le tube de GFRP était le renfort unique utilisé dans les directions longitudinales et circulaires. La résistance du béton du cylindre s'est étendue de 60 à 67 MPa. Deux types différents de structures en stratifié ont été employés pour les tubes de GFRP. Le type I : tubes avec des

Pourcentages presque égaux de fibre par le volume orienté à  $3^\circ$  et à  $88^\circ$  par rapport à la direction longitudinale. Le type II : tubes avec 70 % des fibres orientées à  $\pm 34^\circ$  et 30 % orientées à  $80^\circ$  à la direction axiale. Le diamètre extérieur et l'épaisseur de la paroi des tubes de GFRP utilisés étaient de 326/320 mm et de 6.4/5.96 mm pour le type I et le type II respectivement.

Trois mécanismes de confinement de béton ont été examinés (**Fig. II.16**), y compris la limite supérieure du modèle de confinement complet indépendant de l'excentricité de la charge ( $e = 0$ ), de limite inférieure du modèle non confiné ( $e = \alpha$ ) et d'un modèle variable de confinement expliquant les changements progressifs de l'état de contrainte biaxiale développé dans le tube comme l'excentricité de la charge change ( $e = \text{général}$ ).



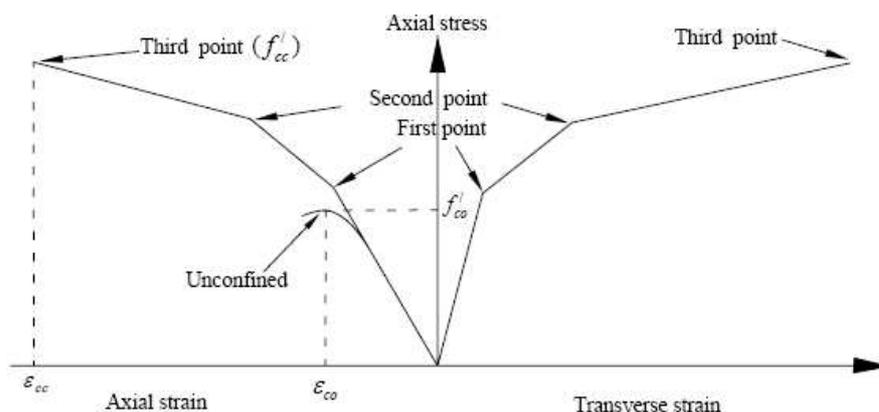
**Fig. II.16** : Mécanisme de Confinement de béton (Fam et autres, 2003) [27].

La théorie des stratifiés, utilisant l'approche de la rupture ultime des stratifiés, a été adoptée pour refléter la réduction progressive de la rigidité du tube dû à la rupture progressive du stratifié. Un modèle analytique utilisant une approche de couche par couche a été développé. Les courbes d'interaction des tubes de FRP remplis de béton avec des rapports de diamètre-épaisseur modérés sont semblables à celle du béton armé. À mesure que la charge axiale accrue, la capacité de flexion augmente également et la rupture est régie par la rupture du tube de FRP. Cependant, un point d'équilibre est atteint. Au-delà, la capacité de flexion est réduite en augmentant la charge axiale et la rupture est alors régie par l'écrasement du béton.

L'étude a prouvé que le modèle variable de confinement du béton fournit les meilleures prévisions des courbes d'interaction. Les tubes de type I avec un module élastique élevé dans la direction circulaire et un coefficient de Poisson sensiblement inférieur par rapport aux tubes de type II, en conséquence un meilleur confinement.

A partir d'une étude paramétrique, **Fam et autres** ont constaté que la résistance axiale des tubes épais remplis de béton augmente en fonction de la quantité de fibre dans la direction axiale plutôt que dans la direction circulaire. Dans des tubes épais, la contribution de la rigidité axiale du tube est plus significative que le gain de confinement du béton.

**I- Chaallal et autres**, ont présenté un modèle de confinement pour décrire le comportement des colonnes de béton rectangulaires avec FRP collé extérieurement, soumis à l'effort axial. La dérivation du modèle proposé a été basée sur les résultats expérimentale étendue impliquant des essais sur 90 spécimens rectangulaires représentant deux résistance de béton (21 MPa et 41MPa), et cinq nombres différents des couches de FRP (0, 1, 2, 3 et 4). Les résultats d'essai ont prouvé que le confinement fourni par le FRP améliore la portance et la ductilité des colonnes rectangulaires. Le perfectionnement de la résistance et de la ductilité des colonnes confinées a été régi par le rapport de la rigidité de l'enveloppe de FRP dans la direction latérale à la rigidité axiale des colonnes. Le gain dans l'exécution (Résistance et ductilité) due à l'emballage, par rapport au spécimen non confiné, était relativement plus grand pour les colonnes de béton enveloppées de 21 MPa que pour les colonnes de béton enveloppées correspond a 41 MPa. Les auteurs ont proposé un modèle trilineaire dans les directions axiales et latérales (**Fig. II.17**). Les coordonnées des points définissant les modèles étaient déterminées en termes de coefficient de confinement, contrainte ultime et déformation ultime de béton non confiné. La procédure pour déterminer les points sont présentées en détail dans **Chaallal et autres (2003)**.



**Fig. II.17** : *Modèle tri linéaire de contrainte- déformation dans les directions axiales et latérales (Chaallal et autres, 2003) [21].*

A travers la comparaison des résultats du modèle avec ceux obtenus par les essais, ils ont observé quelques différences en valeurs de déformation axiales et transversales ultimes pour des spécimens ayant un rapport de plus court à un plus long côté de la section transversale égal à 0.5. Ils ont suggéré aussi que l'utilisation du modèle soit limitée aux colonnes avec des rapports s'étendant de 0.6 à 0.

**m- Xiao et Wu** , Présentent les résultats expérimentaux d'un programme de recherche pour étudier le comportement contrainte-déformation du béton confiné par divers types d'enveloppes composites de tissu-renforcé du polymère (FRP) : enveloppe de CFRP et GFRP type E. Un total de 243 cylindres de béton standard avec un diamètre de 152 mm et une hauteur de 300 mm, ont été examinés sous le chargement uniaxial de compression. L'impact des différents paramètres de conception comprenant la résistance de béton non confiné, types de composites aussi bien que l'épaisseur de l'enveloppe (nombre de plis) ont été considérés dans cette étude.

Pour chaque combinaison des paramètres d'essai, trois spécimens identiques ont été fabriqués et testés.

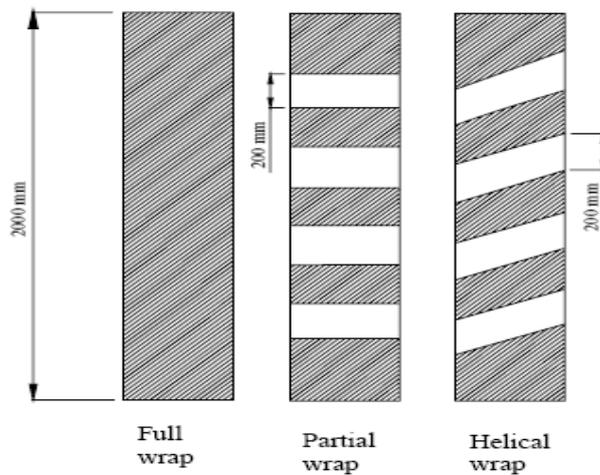
La rupture de l'enveloppe composite était très explosive. Pour quelques spécimens, la rupture de l'enveloppe a été accompagnée d'un léger décollement des couches. Les déformations de tension axiales enregistrées de l'enveloppe à la rupture s'étendent de 0.007 à 0.01 pour le CFRP et 0.01-0.018 pour GFRP. Les déformations réduites de rupture des enveloppes peuvent être attribuées à plusieurs facteurs comprenant :

- le développement des fissures de béton,
- le décollement des plis.

Les déformations axiales ultimes du béton correspondant à la rupture varient considérablement de 0.005 à 0.03, avec une tendance d'augmentation pour des spécimens confiné par une enveloppe de résistance la moins faible et une épaisseur la plus élevée (un plus grand nombre de plis). Bien que l'objectif principal de la recherche de **Xiao and Wu** est le développement d'un modèle unifié capable de décrire la relation contrainte-déformation du béton.

**n- Matthys et autres** , ont présenté les résultats de huit colonnes à grande échelle axialement chargées confinées par FRP. Les colonnes étaient de 400 mm en diamètre et 2 m de hauteur (**Fig. II.18**). Les variables considérées dans le programme expérimental ont inclus le type de FRP (CFRP, GFRP, et polymère de tissu-renforcé hybride contenant une combinaison des

fibres en verre et de carbone), l'enveloppement complète ou partielle et l'orientation de fibre (circulaire et hélicoïdal). La déformation de rupture des FRP circonférentielles et l'effet de l'augmentation de l'action de confinement ont été étudiés. Un des objectifs principaux de l'étude est la comparaison des différents modèles existants de résistance à la compression aux essais expérimentaux rassemblés en cette étude. Une révision d'un modèle existant s'est développée précédemment par l'auteur (**Toutanji, 1999**) a été présentée. Le modèle a été mis à jour pour adresser la déformation efficace de rupture de FRP attribuée aux concentrations de contrainte localisées près de la rupture dû aux déformations non homogènes du béton endommagé.



*Fig. II.18 : Dimensions de colonne et configuration d'enveloppe (Matthys et autres, 2005) [28]*

Une comparaison entre les résultats expérimentaux et ceux prévu par les modèles existants a montré que les modèles disponibles ont été développés et basés sur les cylindres de petite taille, certains ont prévu la résistance ultime des colonnes à grande échelle assez exactement. Basé sur les essais effectués sur les colonnes à grande échelle enveloppées, et la vérification analytique effectuée, ils ont constaté que le confinement du béton au moyen d'enveloppe de FRP est une technique efficace pour augmenter la résistance et la ductilité.

Cependant, la configuration de l'enveloppe a une influence considérable sur l'efficacité du confinement fourni par FRP. Dans le cas des colonnes avec enveloppement partiel, une pression de confinement relativement faible a été obtenue comme une section du béton non confiné, ayant pour résultat une augmentation faible de la résistance. L'enveloppement hélicoïdal a montré une augmentation faible de la résistance et de déformation axiales à la rupture, comparé à l'enveloppement circulaire. C'est dû au fait que les fibres ne

sont plus alignées d'une manière optimale pour retenir l'expansion latérale du béton. **La Fig. II.19** montre la rupture d'une colonne partiellement enveloppée examinée par **Maathys et autres (2005)**.



*Fig. II.19 : Rupture de colonne partiellement enveloppée (Mathys et autres, 2005) [28].*

**Mathys et autres** ont noté qu'en plus de l'influence de l'enveloppement partiel et l'orientation des fibres sur l'efficacité de confinement, l'augmentation de résistance dépend de la quantité et de la résistance à la traction de l'enveloppe de FRP. Basé sur la recherche de **o- o- Mathys et autres., Toutanji** , a proposé l'expression révisée suivante pour la résistance à la compression du béton confiné.

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 2.3 \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{0.85} \right] \quad (\text{II.3})$$

Quatre modèles, par **Samaan et autres (1998)** , **Miyauchi et autres (1999)** , **Saafi et autres (1999)** , et **Toutanji (2005)** , ont été évalués pour prévoir la résistance ultime du béton confiné par FRP. Les erreurs entre les résistances ultimes prévues obtenues par ces modèles et les résultats expérimentaux sont moins de 10%. Pour les modèles de **Fardis et Khalili (1982)** ainsi que **Lam et Teng (2002)** sous estiment la résistance ultime jusqu'à 20%. D'autre part, le modèle de **Mander et autres (1988)** a surestime la résistance ultime.

**p- Bisby et autres** , ont évalué plusieurs modèles de confinement précédemment développés pour le béton confiné par FRP, en ce basant sur les résultats d'essai disponibles.

La base de données a inclus des essais sur 200 cylindres de béton enveloppés par FRP issu de 20 sources

différentes. Selon les chercheurs, en raison de la variabilité inhérente des essais, il a semblé impossible de développer un modèle empirique avec moins de 14% d'erreur pour la résistance ultime et de 35% d'erreur pour la déformation ultime. Ils ont recommandé que la taille du spécimen à une influence sur l'efficacité de confinement, plus profondément ils ont essayé de voir si les équations empiriques actuellement utilisées de confinement s'appliquent strictement pour toutes les colonnes. Etant donné la variabilité observée dans la base de données expérimentale en ce qui concerne la contrainte ultime, ils ont considéré imprudent de compter une augmentation de la capacité de contrainte axiale du FRP de béton confiné. Les auteurs ont recommandé davantage de recherches dans ce secteur.

**q- Hadi** , a moulé et examiné neuf colonnes courtes avec des résistances de béton de 57 MPa. Les colonnes étaient de 205 mm de diamètre et de 925 mm de hauteur. Trois colonnes ont été renforcées avec des barres en acier longitudinales, trois étaient des colonnes de béton enveloppées avec trois couches de CFRP, et les autres trois colonnes ont été enveloppées avec trois couches de FRP de verre E. De chaque groupe, une colonne a été examinée sous un chargement concentrique (**Fig. II.20**), un à 25 mm d'excentricité et un à 50 mm d'excentricité.



**Fig. II.20** : L'installation expérimentale de colonne confinée par CFRP avec une charge concentrique (Hadi, 2006) [29].

Les essais ont montré que en comparaison avec des colonnes de béton armé intérieurement, les colonnes confinées par FRP présentent une capacité de charge plus élevée et une ductilité plus élevée sous un chargement concentrique et excentrique.

**r- Harajli et autres** , ont étudié par des moyens expérimentaux et analytiques le comportement (contrainte-déformation )des colonnes de béton confinées par FRP avec une emphase particulière sur les sections rectangulaires des colonnes. Les variables d'essai ont inclus le rapport volumétrique des enveloppes de FRP, le rapport de la section de colonne et du renfort en acier longitudinal et latéral.

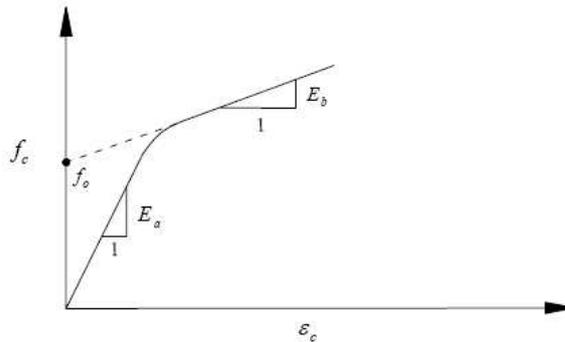
Les résultats d'essai de **Harajli et autres** ont montré que le confinement des colonnes rectangulaires avec des enveloppes en FRP mène à l'amélioration substantielle de la résistance axiale et de la ductilité des colonnes soumises en compression. Pour des sections de colonne carrées sans renfort longitudinal, les augmentations de la résistance axiale étaient de 154, 213, et 230 % pour les spécimens confinés avec une, deux, et trois enveloppes de CFRP, respectivement. L'amélioration de la résistance axiale et de la ductilité de la colonne due au confinement par des enveloppes en FRP est devenue moins significative à mesure que la section de colonne augmentait. Pour les colonnes de béton armé, le confinement externe par des enveloppes en FRP a empêché la rupture prématurée à la compression de la couverture de béton et de la boucle des barres en acier longitudinales qui se produit normalement dans les colonnes confinées par l'acier en utilisant des moyens traditionnels. Ceci a fourni une augmentation substantielle de la résistance axiale.

Ils ont conclu qu'indépendamment du rapport de la section de la colonne ou du module élastique des enveloppes en FRP, la courbe contrainte-déformation des colonnes confinées par FRP montre un changement distinct du comportement au delà d'une déformation latérale.

**s- Almusallam** a proposé l'équation II.4 pour prévoir la loi de comportement contrainte-déformation sous chargement axial du béton confiné par FRP.

$$f_c = \frac{(E_a - E_b)}{\left[1 + \left(\frac{E_a - E_b}{f_o}\right)^n\right]^{1/n}} + E_b \varepsilon_c \quad (\text{II.4})$$

Où  $E_a$  et  $E_b$  sont la première et deuxième pente des courbes contrainte-déformation (**voir Fig. II.21**),  $f_o$  est l'interception de la deuxième pente sur l'axe d'effort et  $n$  est un paramètre qui décide de la courbure dans la zone de transition et sa valeur s'étend de 2 à 4.



**Fig. II.21 :** Paramètres de modèle bilinéaire de confinement (Almusallam, 2007) [30].

**t- Youssef et autres** , ont examiné 87 spécimens de béton confinés par FRP avec des résistances de béton s'étendant de 28 à 34 MPa. Le CFRP et les GFRP ont été employés pour confiner les spécimens de forme rectangulaire (254 × 381mm en coupe et 762 mm de hauteur), de forme circulaire (406 mm de diamètre et 813 mm de hauteur) et de forme carrée (381 mm de coupe et 762 millimètres de hauteur) ainsi que des petits cylindres (152 mm de diamètre et 305 mm de hauteur).

Les résultats ont prouvé que le comportement contrainte-déformation du béton confiné par FRP est bilinéaire. Le modèle proposé par **Mander et autres (1988)** s'est avéré pour surestimer la résistance du béton confinée et le modèle de **Samaan et autres (1998)** a surestimé la déformation ultime du béton confinée.

**Youssef et autres**, ont proposé les équations suivantes pour prévoir la contrainte et la déformation maximales de béton confiné pour les spécimens circulaires.

$$f_{cc} = f_{co} \left[ 1 + 2.25 \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right)^{1.25} \right] \quad (\text{II.5})$$

$$\varepsilon_{cc} = 0.003368 + 0.2590 \cdot \left( \frac{f_l}{f_{co}} \right) \left( \frac{f_{frp}}{E_{frp}} \right)^{0.5} \quad (\text{II.6})$$

*En Plus des travaux antérieurs réalisés dans les années précédentes, l'année 2008 a connue un mouvement scientifique intensif vu les divers travaux réalisés sur le renforcement et le confinement des structures en béton en proposant des techniques expérimentales novatrices.*

**En 2008, Pedram Sadeghian et autres** , présentent les résultats d'une analyse numérique des cylindres de béton confiné par des enveloppes composites. Les spécimens ont été soumis à la compression uniaxiale et l'analyse a été effectuée suivant une méthode non linéaire d'élément fini. De divers paramètres tels que l'épaisseur d'enveloppe, l'orientation des fibres et la résistance du béton ont été considérées.

Trois épaisseurs différentes d'enveloppe (0,9, 8, et 7 mm), une orientation de fibre de 0°, 15°, 30° et 45°, pour des résistances de béton qui s'étend de 20 à 40 MPa ont été étudiées.

Le logiciel ANSYS d'élément fini a été employé pour la modélisation 3D des cylindres confinés par des enveloppes en CFRP. Tous les cylindres étaient de même dimension 150 mm de diamètre et 300 mm de hauteur ont été soumis à la compression uniaxiale.

En raison de la géométrie et du chargement symétrique, seulement 1/8 de chaque spécimen (quart supérieur) est modélisé. Ce dernier est composé de trois parts : noyau de béton, FRP et la liaison d'interface entre eux.

Les résultats d'analyse par éléments finis étaient en bon accord avec des données expérimentales présentées par d'autres chercheurs. Ils ont démontré le perfectionnement significatif dans la résistance à la compression, la rigidité, et la ductilité des cylindres de béton confiné par CFRP- comparés aux cylindres de béton non confiné. La courbe contrainte-déformation des cylindres a été considérablement affectée par des paramètres d'analyse.

**u- G. WU et autres** , ont étudié le comportement des cylindres de béton confinés avec un composite hybride de FRP. Un total de 35 spécimens cylindrique avec des dimensions de diamètre = 150 mm et longueur = 300 mm , ont été examinés, dont trois cylindres de béton non confiné comme des spécimens témoins, 12 cylindres de béton confinés avec un même type de feuille de FRP et 20 spécimens confinés avec les feuilles hybrides de FRP. Les paramètres d'étude sont : Types de feuilles de FRP, le nombre de couches de feuilles de FRP et les différents genres d'hybridation avec deux ou trois types de composite de FRP.

Cinq différents types de composite en FRP ont été employés dans ce travail : CFRP de haute résistance (CF1) ; CFRP de haut module (CF7) ; FRP Aramide (AF) ; FRP Verre (GF) ; et FRP PBO (PF). Pour utiliser des feuilles de FRP à leur pleine capacité, des essais sur des feuilles de FRP ont été effectuées dans le laboratoire pour évaluer leurs propriétés mécaniques, les enveloppes de FRP ont été formées en imbibant une feuille continue de fibre

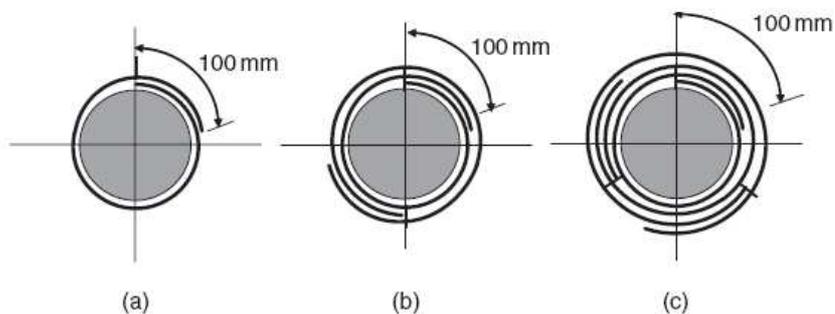
utilisant la résine époxyde appropriée. Dix spécimens de chaque type de feuille de FRP ont été examinés.

Pour des cylindres confinés avec un seul type de feuilles de FRP, La longueur de recouvrement est de 100 mm (**Fig. II.23.a**). Pour des cylindres de béton confinés en FRP hybride, les endroits de recouvrement pour différentes feuilles de FRP sont considérés en tant que distribution suivant les indications des **Fig. II.23.b et Fig. II.23.c**. Huit jauges de déformation ont été installées pour mesurer la déformation des feuilles de FRP. Quatre des jauges ont été localisés à la mi-hauteur pour mesurer les déformations radiales du FRP. En outre, le déplacement axial des cylindres de béton confinés par FRP a été mesuré en utilisant deux capteurs volumétriques linéaires (LVDT) avec un taux d'effort axial de 10 kN/min.

**La Fig. II.22** montre les détails de l'installation d'essai



**Fig. II.22** : Installation d'essai (G. WU et autres (2008)), [18]



**Fig. II.23** : Enveloppe de FRP: (a) Un seul type; (b) Deux types; (c) Trois types.

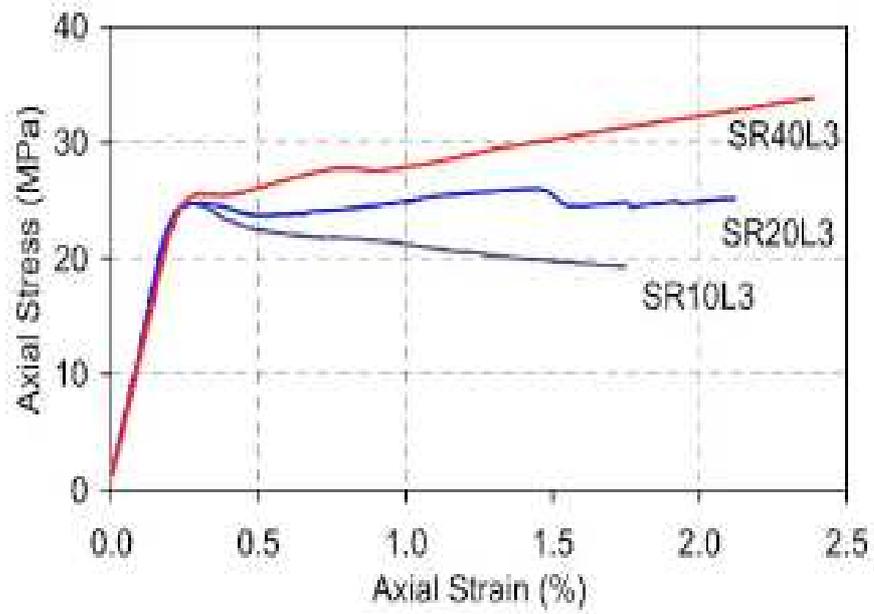
Cette étude réalisée sur les cylindres de béton confinés avec les composites hybrides de FRP indique que le confinement peut être efficace en augmentant la résistance, la ductilité et l'énergie de la capacité d'absorption des cylindres de béton.

Basé sur les investigations et les résultats expérimentaux et analytiques, **G. WU et autres** ont tiré les conclusions suivantes:

1. Pour les cylindres de béton confinés avec les feuilles hybrides de FRP, le rapport hybride est très important. Si le rapport de la résistance de confinement de la haute ductilité de la feuille de FRP / basse ductilité, est bas, alors l'hybridation peut être inefficace, et si le rapport est trop haut, l'hybridation ne sera pas économique.
2. La résistance ultime du béton confiné par FRP- peut être améliorée en ajoutant une feuille de haute résistance de FRP à une feuille de haute ductilité de FRP. Le coefficient de Poisson ultime du béton confiné par FRP- hybride peut être prévu par des équations pour les spécimens confinés seulement avec des feuilles de FRP de haute ductilité. En conséquence, la déformation ultime demeure la même que pour les spécimens confinés seulement avec une feuille FRP de haute ductilité.
3. Les modèles analytiques proposés pour déterminer la résistance ultime et la déformation des cylindres de béton confinés avec des composites hybrides de FRP montrent la bonne concordance avec les résultats expérimentaux. Le modèle multilinéaire suggéré peut raisonnablement prévoir la relation contrainte-déformation des cylindres de béton confinés avec FRP hybride.

**Togay Ozbakkaloglu et Deric J. Oehlers (2008)**, Ont présenté les résultats d'une étude expérimentale sur le comportement des spécimens de béton carrés et rectangulaires renforcé par des tubes FRP (CFFTs) sous compression concentrique.

Les tubes de FRP ont été conçus en tant que renfort de confinement de colonne et étaient fabriqués en utilisant les feuilles continues de fibre de carbone avec des fibres orientées dans la direction de cercle. 23 colonnes ont été élaborées et testées sous chargement uni axial. Pour un niveau donné de confinement, l'amélioration observée dans le comportement axial du béton diminue avec l'augmentation de la résistance de béton.



**Fig. II.24 :** Courbe contrainte-déformation des colonnes carrées avec trois couches et différents rayon de coins (Togay Ozbakkaloglu et Deric J. Oehlers (2008)) [31]

## II.4 -CONCLUSION DU CHAPITRE

La détérioration des colonnes et les exigences de réhabilitation sismiques requièrent un renforcement des colonnes qui peut être procuré par un confinement additionnel, afin d'assurer une résistance et une capacité de déformation adéquate. Différents matériaux peuvent être utilisés soit les plaques d'acier, les câbles en composite et les feuilles en composite.

Pour les poteaux, l'effet du confinement fourni par l'enveloppe externe provient des forces de pression radiales générées par la courbure de l'enveloppe. Celle-ci étant soumise à des efforts de tension dus à la dilatation latérale du béton. Les enveloppes de matériaux composites appliquées aux colonnes augmentent le confinement du béton.

Jusqu'à ce jour, les expériences conduites par des chercheurs ont démontré une augmentation significative en ductilité et en résistance reliée à l'utilisation d'enveloppe de composites.

Les bénéfices de cette technique de renforcement sont multiples :

- L'augmentation de la ductilité :
  - en raison du confinement, le béton se rompt à un plus haut niveau de déformation qu'un béton non confiné;
  - selon le degré de confinement, la déformation à la rupture du béton peut être augmentée plusieurs fois.
- L'augmentation de la résistance :
  - la pression latérale exercée par l'enveloppe de composites augmente la résistance en compression du noyau du béton et de la section de béton constituant l'enrobage; la capacité axiale et latérale de la colonne est, par conséquent, plus élevée.
- L'application aux colonnes de différentes géométries :
  - la flexibilité des composites permet d'envelopper les colonnes de différentes géométries sans diminution de leur moment d'inertie.
- La légèreté :
  - la faible densité des composites simplifie la construction et réduit les coûts de pose.
- L'esthétique :
  - l'enveloppe de composites ne modifie pas l'apparence des colonnes ou des structures.
- La durabilité :

- Certaines fibres, comme la fibre de carbone, résistent très bien aux variations de température, aux cycles de gel dégel et à l'humidité.

## CHAPITRE III . PROGRAMME EXPERIMENTAL ET CONFRONTATION

### III.1- INTRODUCTION

Le programme expérimental de la présente étude porte sur l'analyse expérimentale d'une nouvelle technique de confinement des poteaux prismatiques de dimensions 40 x 40 x 530 mm , cette nouvelle technique de façonnage des barres longitudinales de résistance, pour reprendre les efforts dus au flambement, permet de contrecarrer l'instabilité de l'élément comprimé, à travers l'effet de confinement du béton induit par le rétrécissement des barres lors des déformations. Aussi, cette technique permet d'augmenter la résistance à la compression de l'élément. Elle est basée sur le principe de conversion des efforts. En effet , l'idée que nous développons, ici a pour but de faire mieux travailler le béton dans son domaine d'excellence, à savoir la compression, en combinant l'idée de mise en compression du béton par confinement résultant d'un procédé de confinement du béton tendu basé sur une approche simple d'effet d'entraînement ' Une traction produit une compression' .En effet, le déplacement de l'armature , soumise aux efforts de traction produit dans le béton emprisonné dans les ailerons de l'armature (façonnage de l'acier en serpent) , une précontrainte passive et proportionnelle au chargement, d'un élément de structure en béton armé. La précontrainte de confinement est assurée par un façonnage des armatures en acier sous forme de serpent, où est emprisonné le béton.

Le façonnage repose sur l'idée principale que l'allongement de l'armature induit automatiquement une réduction de la taille des 'S' mettant le béton emprisonné en compression. Ce confinement induit, représente la précontrainte passive permettant la transformation de la traction des armatures en effort de compression du béton. Ainsi, le béton qui était initialement mécaniquement inactif en zone tendue se trouve en position de participer à la reprise des efforts.

La conséquence directe est une réduction significative des quantités de bétons à mettre en œuvre, conduisant au triple bénéfice : réduction de l'énergie de fabrication, réduction de coût et réduction du poids de l'ouvrage.

Dans la première partie du chapitre, on présente la nouvelle technique proposée de confinement (Fig.III.1), les caractéristiques des matériaux utilisés, les caractéristiques des spécimens testés, les principales étapes de leur fabrication ainsi que le montage mis au point pour le chargement et l'acquisition des données.

### III.2- Présentation de la nouvelle technique proposée de confinement

La Fig. III.1 illustre la forme en serpentín des armatures longitudinales. L'élément est soumis à une force de compression uni axiale. Sous chargement de service, la flèche ainsi que l'ouverture de fissures sont nettement réduites en comparaison des techniques classiques en béton armé. Les critères de la réglementation peuvent être ainsi satisfaits avec des volumes de béton plus faible.

Sous chargement ultime, la capacité portante est nettement améliorée par l'effet de la participation du béton situé en zone tendue qui se trouve grâce à notre procédé confiné par précontrainte induite.

Le façonnage des armatures en forme de serpentín est réalisé sous forme de 'S' continu dont le diamètre est de 4.5 mm et une épaisseur de 30 mm, le nombre de 'S' pour un serpentín de longueur de 51 cm est 12. la distance entre axes des S est de 4.25 cm. le poids correspondant à un serpentín est de 118g. .

La (Fig. III.1). Illustre le façonnage de l'armature en forme de serpentín.



**Fig. III.1** : Forme de l'armature de résistance

Il est à souligner que les caractéristiques géométriques des 'S', ainsi que leur espacement et dispositions permettent d'envisager le contrôle de la déformation et de la répartition des fissures tout au long de l'élément prismatique.

Les améliorations comme indiquées auparavant sont à court terme :

1. Sous chargement de service, la flèche ainsi que l'ouverture de fissure sont nettement réduites en comparaison des techniques classiques en béton armé. Les critères de la réglementation peuvent être ainsi satisfaits avec des volumes de béton plus faible.
2. Sous chargement ultime, la capacité portante est nettement améliorée par l'effet de la participation du béton qui se trouve grâce à notre procédé confiné .

A long terme, une fissuration réduite a des retombées positives en termes de durabilité du matériau béton armé.

Sur le plan énergétique, le gain en béton mis en place a un impact direct sur le coût écologique et environnemental de la construction.

### **III.3- MATERIAUX UTILISÉS**

Tous les cylindres de dimensions 160 x 320 mm et les prismes de dimensions 40\*40\*530 mm, ont été réalisés avec une seule composition en granulats, comportant un sable grossier concassé provenant de la carrière de TIZI (Algérie) et deux types du gravier (3/8) et (8/15), un ciment de type CEM II 42,5 issu de cimenterie de CPA Msila

#### **III.3.1- Le ciment**

Selon la norme NFP 15 301, Le ciment utilisé est un CEM II 42,5 issu de la cimenterie de Msila d'une résistance réelle 442 bars.

#### **III.3.2. Les granulats**

Les granulats (sable et graviers) ont une influence directe sur les caractéristiques physiques et mécaniques du béton frais et durci. Pour avoir donc un béton maniable,

résistant et durable, il faut caractériser et optimiser au maximum les granulats entrant dans sa composition.

Dans cette étude, nous nous sommes limités à une seule composition en granulats :

✓ Le sable roulé (0/5) ; Le gravier (8/15) .

**a- Analyse granulométrique (NF P18-560)**

L'analyse granulométrique par tamisage est réalisée suivant la norme NF P18-560 avec une tamiseuse à fréquence réglable de 50Hz. La durée de vibration est de 15mn, Les quantités des granulats testés sont les suivantes :1500g pour le sable (0/5), 3000g pour le gravier (8/15).

Ces quantités de granulats sont au préalable, lavées et séchées.

Les modules des tamis ( $m_{tam}$ ) sont calculés par la formule suivante :

$$m_{tam} = 10 \text{ Log}_{10} (D.10^3) + 1 \quad (3.1)$$

Les résultats obtenus sont donnés par les tableaux (III.1), et (III.2) et illustrés par la Fig. III.2.

**Tableau III.1** Analyse granulométrique du gravier 8/15 - NF P18-560

Echantillon : <b>GRAVIER 8/15</b>			
Premier échantillon pour établissement du rapport $M_{1S}/M_{1h}$ $M_{1S}=646g$ $M_{1h}=650g$			
Deuxième échantillon pour analyse granulométrique : $M_h=3000g$ Masse totale sèche : $M_S = (M_{1S}/M_{1h}) M_h = 2981,5g$ Masse sèche après lavage : $M_{SI} = 2870g$			
Ouverture Tamis (mm)	Masse des refus cumulés (g)	Pourcentage refus cumulés (%)	Pourcentage tamisât cumulés (%)
16	0	0	100
12,5	66	2,21	97,79
10	494	16,57	83,43
8	1321	44,31	55,69
6,3	2368	79,42	20,58
5	2643	88,65	11,35
Fond de tamis	2870	96,26	3,74
/	<b><math>R_n = 2643</math></b>	/	/
Passant au dernier tamis utilisé $T_n=227g$	<b>Observation</b> Propreté superficielle : $\zeta = 3,74\%$ Taux d'humidité : $w = 0,61\%$		
$R_n + T_n = 2870g$			
$100 [M_{SI} - (R_n + T_n)]/M_{SI} = 0$			

**Tableau III.2. Analyse granulométrique du sable - NF P18-560**

<b>Echantillon : SABLE</b>			
Premier échantillon pour établissement du rapport $M_{1S}/M_{1h}$ $M_{1S}=471g$ $M_{1h}=500g$			
Deuxième échantillon pour analyse granulométrique : $M_h=1500g$ Masse totale sèche : $M_S = (M_{1S}/M_{1h}) M_h = 1413g$ Masse sèche après lavage : $M_{Sl} = 1345g$			
<b>Ouverture Tamis (mm)</b>	<b>Masse des refus cumulés (g)</b>	<b>Pourcentage refus cumulés (%)</b>	<b>Pourcentage tamisât cumulés (%)</b>
5	3	0,21	99,79
4	9	0,64	99,36
3,15	40	2,83	97,17
2,5	112	7,93	92,07
1,25	488	34,54	65,46
0,63	826	58,46	41,54
0,315	1128	79,83	20,17
0,16	1275	90,23	9,77
0,125	1319	93,35	6,65
0,08	1343	95,05	4,95
Fond de tamis	1345	95,19	4,81
/	<b><math>R_n = 1343</math></b>	/	/
Passant au dernier tamis utilisé $T_n=2g$ $R_n + T_n = 1345g$ $100[M_{Sl} - (R_n + T_n)]/M_{Sl} = 0$	<p><b>Observation</b> Sable analysé et caractérisé par un module de finesse <b><math>M_f = 2,75</math></b> Pourcentage en particules fines : <b><math>\zeta = 4,81\%</math></b> Taux d'humidité : <b><math>w = 6,16\%</math></b></p>		

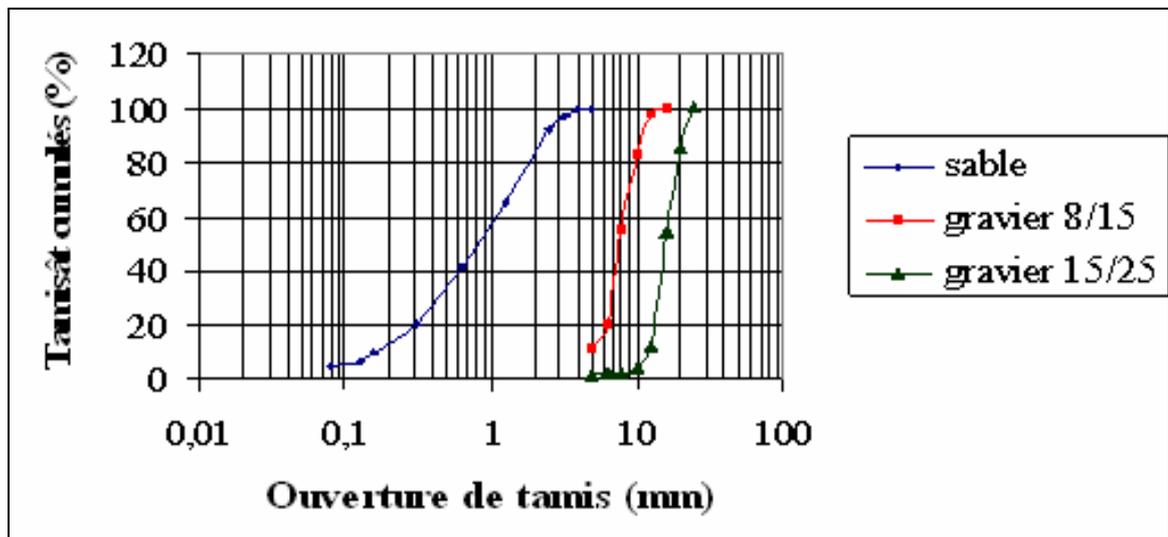


Fig. III.2 : Analyse granulométrique du sable et du gravier (NF P18-560)

### III.3.3- L'eau

L'eau utilisée pour la confection des bétons, est l'eau potable du réseau de la ville de Tizi ouzou. Aucune analyse chimique n'a été réalisée sur cette eau puisqu'elle est propre à la consommation.

### III.4- PREPARATION DES SPECIMENS

#### ➤ Formulation de la composition de béton

La formulation de la composition des bétons a été faite d'après la méthode « DREUX GORISSE » basée sur l'analyse granulométrique du sable et des différentes fractions de gravier (3/8 et 8/15). D'après le calcul, la composition finale de béton obtenue est représentée dans le tableau suivant :

Tableau III.3 : Composition du béton selon la formulation DREUX GORISSE

Composant	Volume (l/m <sup>3</sup> )	Poids (kg/m <sup>3</sup> )
Ciment	113	350
Sable	266,76	688
Eau	198	198
Gravier 8/15	435,24	1161
Total	1013	2397

Le béton à l'état frais possède les caractéristiques suivantes :

- La masse volumique  $M_v = 2397 \text{ kg/m}^3$
- L'air occlus  $A_o = 2.3\%$
- l'affaissement  $A = 7 \text{ cm}$ .

➤ **Malaxage et mise en œuvre du béton**

Le malaxage de béton est réalisé avec un malaxeur à axe vertical, constitué de cuve et de palettes centrales tournantes, sa capacité est de 65 litres (Fig. III.3).

Ce type de malaxage est très efficace et fournit dans la plupart des cas un béton très homogène.



**Fig. III.3** : Malaxeur à axe vertical de capacité 65l

Après malaxage, les moules prismatiques sont remplis de la manière suivante :

Les différentes configurations des armatures ont été soigneusement disposées à l'intérieur des moules prismatiques, de dimensions de 40\*40\*530 mm. Le remplissage a été effectué en une phase, une vibration du moule est alors réalisée à l'aide d'une table vibrante pendant 20s. Pour chaque série, en utilisant le même gâchis, on a confectionné trois (03) éprouvettes. Après démoulage, les spécimens ont été déposés dans un bac d'eau pendant 28j . pour la caractérisation du béton, des moules cylindriques de dimensions 16 x 32 cm ont été confectionnés à partir du même gâchis de béton établis pour la réalisation des éléments prismatiques. Le squelette d'armatures, pour les cylindres et les poteaux a été soigneusement disposé, à l'intérieur des moules. Une fois le remplissage en béton pour chaque série

d'éprouvettes est effectué, selon les normes en vigueur, ces dernières vont être disposées dans un bac d'eau pour cure.



**Fig. III.4 :** Moules en bois utilisés



**Figure III.5 :** Table vibrante



**Fig. III.6 :** Bac de conservation des éprouvettes cylindriques

## **III.5- PROCEDURES D'ESSAIS (CHARGEMENT ET ACQUISITION)**

### **III.5.1. ESSAI DE COMPRESSION AXIALE**

L'essai de compression est utilisé pour déterminer les caractéristiques mécaniques (résistance à la compression, module d'élasticité E et le coefficient de

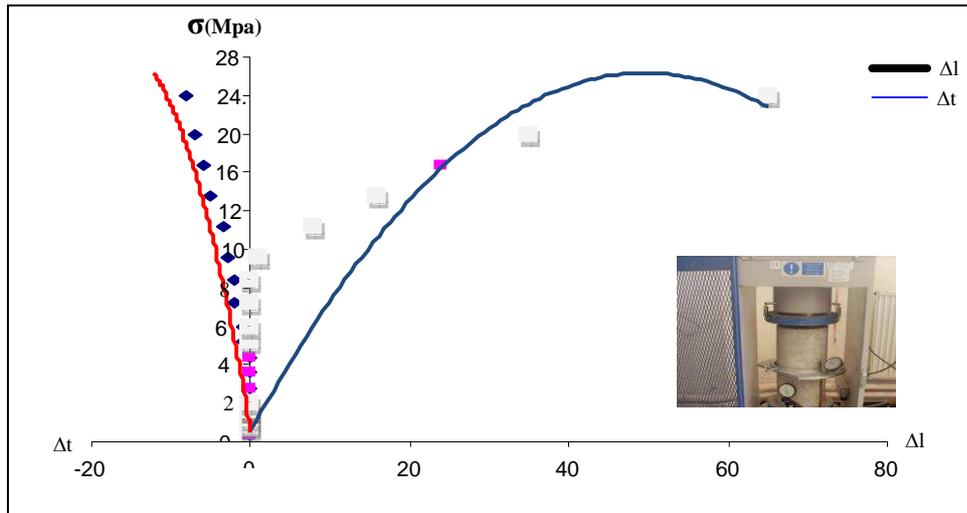
poisson  $\nu$ ) et la loi de comportement du béton. La charge de rupture  $F$  est la force maximale enregistrée au cours de l'essai. Si «  $S$  » est la section orthogonale de l'éprouvette, la résistance à la compression  $\sigma_c$  est donnée par la relation :  $\sigma_c = F/S$ .

Pour la caractérisation de notre béton, une série d'éprouvettes cylindriques de dimensions 16×32cm a été réalisée. Les cylindres sont soumis à une charge de compression uni-axiale jusqu'à la rupture. Un surfacage des faces supérieures et inférieures d'appuis avec une pâte de ciment a été fait dans le but de réduire l'effet de frettage local par frottement sur les 2 plateaux de la machine utilisé pour l'essai. La machine utilisée en question est une presse hydraulique avec une étendue de 3000KN. Cette presse comporte 2 plateaux, un plateau inférieur mobile et l'autre supérieur fixe est une rotule de type Autotest. Un taux de chargement quasi-statique est appliqué avec une vitesse de 2,5 KN/s. A mi-hauteur au milieu de deux faces opposées, ont été mesurées, à intervalles rapprochés et les forces et les déformations axiales et radiales. La (Fig.III.7) montre un échantillon soumis à un effort de compression.



**Fig. III.7 :** *Essais de compression*

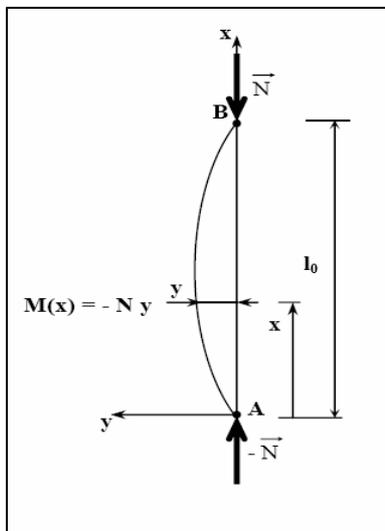
La (Fig. III.8) montre un échantillon en place, juste avant le début du chargement



**Fig. III.8 :** Courbe contrainte déformation du béton en compression

### III.5.2. Essai de flambement par compression des éprouvettes prismatiques

Les éprouvettes prismatiques de dimensions de 40\*40\*530 mm sont soumises à un effort de compression jusqu'à la rupture. L'essai est réalisé par une presse hydraulique de type ELE de capacité 200 KN (Fig. III.9).

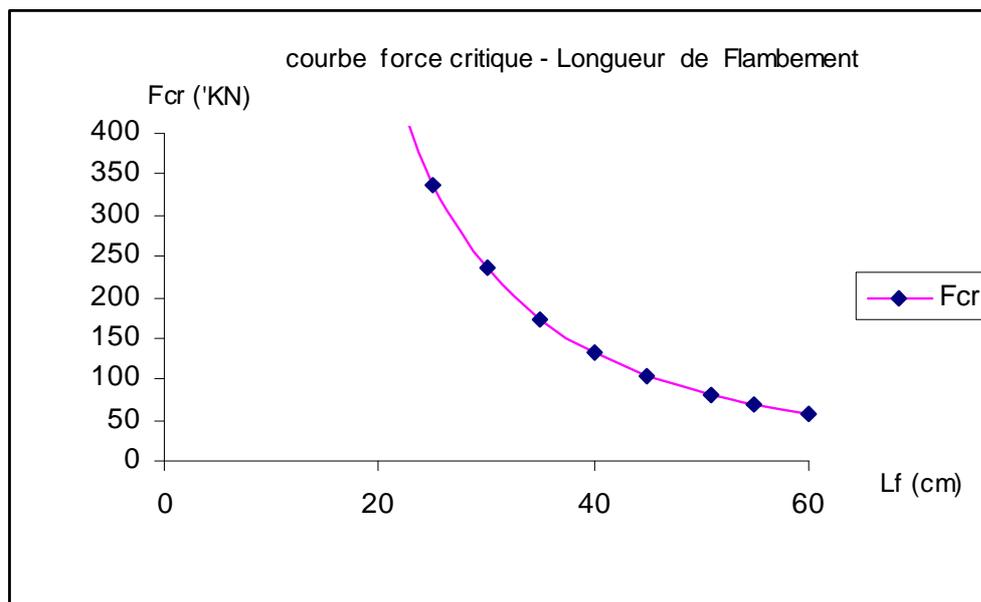


**Figure III.9 :** Exemple de flambement d'une éprouvette soumise à un essai de compression axiale

### III.6- Présentation des résultats de l'analyse théoriques

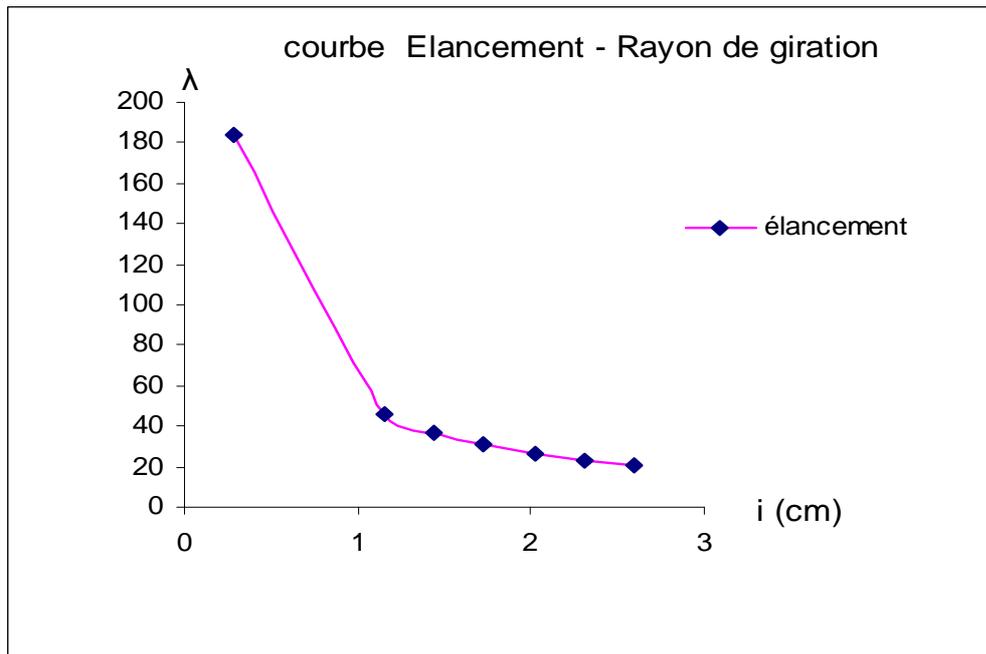
**Tableau. III.4 :** Valeurs caractérisant une éprouvette de béton de section carrée de côté 'a' et de longueur ' $l_0$ ', articulée à ses deux extrémités ( $l_f = l_0$ )

côté a (cm)	section cm <sup>2</sup>	Inertie cm <sup>4</sup>	Rayon de giration(cm)	Elancement	Force critique(KN)	contrainte crit(Mpa)
1	1,00	0,08	0,29	183,60	0,29	2,94
4	16,00	21,33	1,15	45,90	75,20	47,00
5	25,00	52,08	1,44	36,72	183,60	73,44
6	36,00	108,00	1,73	30,60	380,71	105,75
7	49,00	200,08	2,02	26,23	705,31	143,94
8	64,00	341,33	2,31	22,95	1203,23	188,01
9	81,00	546,75	2,60	20,40	1927,35	237,94
10	100,00	833,33	2,89	18,36	2937,58	293,76

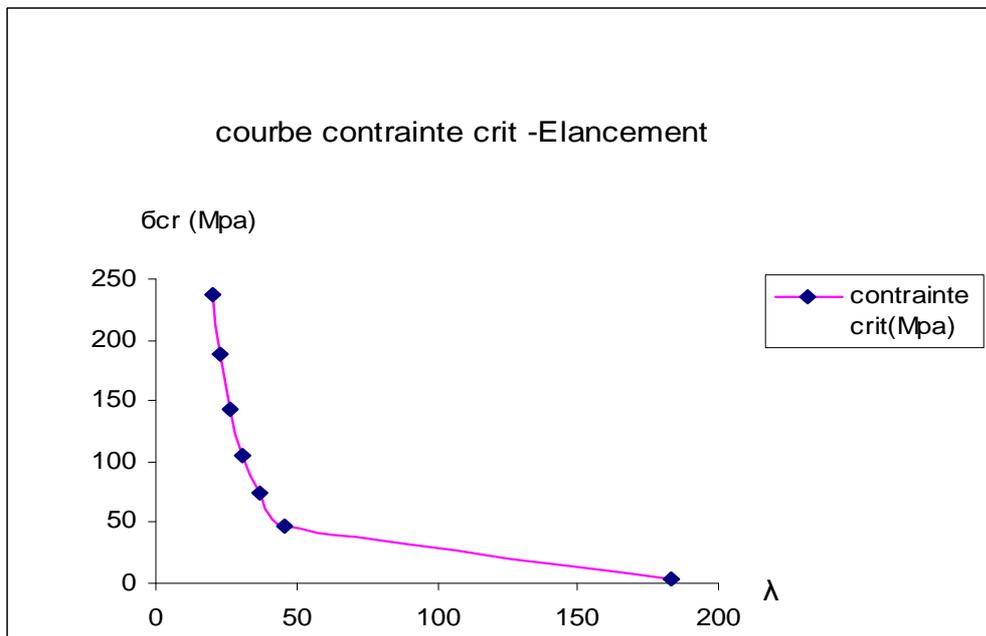


**Fig. III. 10 :** Courbe force critique  $F_{cr}$  – longueur de flambement  $l_f$

- Pour une longueur de Flambement Fixe



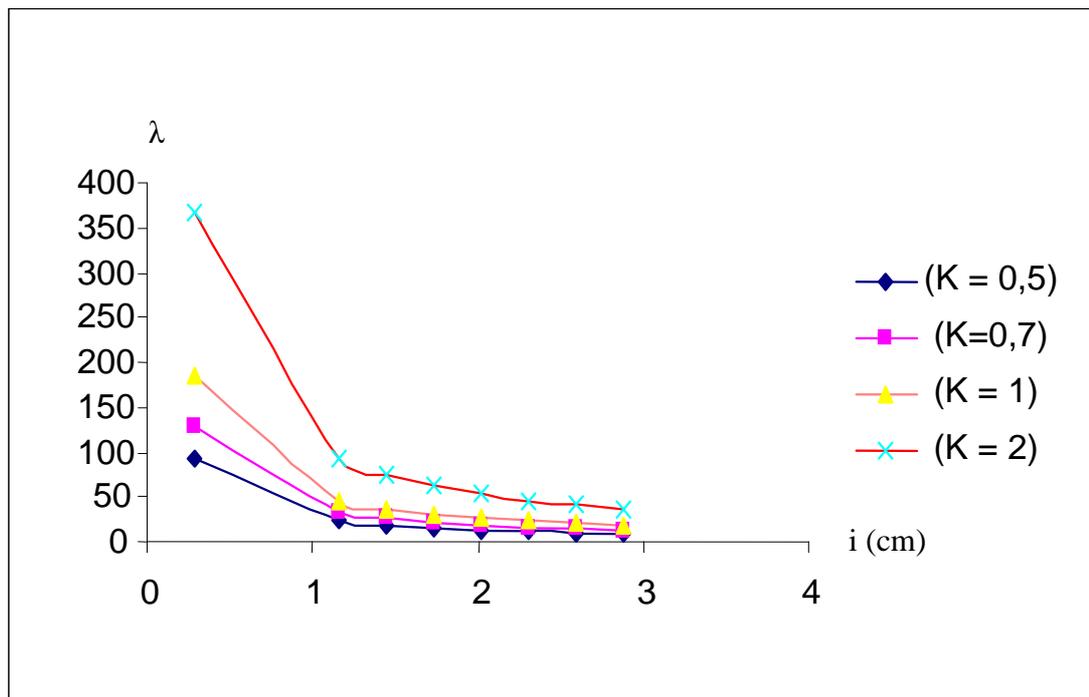
**Fig. III. 11 :** *Courbe Elancement - Rayon de giration*



**Fig. III. 12 :** *Courbe contrainte critique -Elancement*

**Tableau III.5 :** Valeurs rayon de giration en fonction de liaisons aux appuis

Rayon de Giration	$\lambda$ (K = 0,5)	$\lambda$ (K=0,7)	$\lambda$ (K = 1)	$\lambda$ (K = 2)
0,29	91,80	128,52	183,60	367,19
1,15	22,95	32,13	45,90	91,80
1,44	18,36	25,70	36,72	73,44
1,73	15,30	21,42	30,60	61,20
2,02	13,11	18,36	26,23	52,46
2,31	11,47	16,06	22,95	45,90
2,60	10,20	14,28	20,40	40,80
2,89	9,18	12,85	18,36	36,72

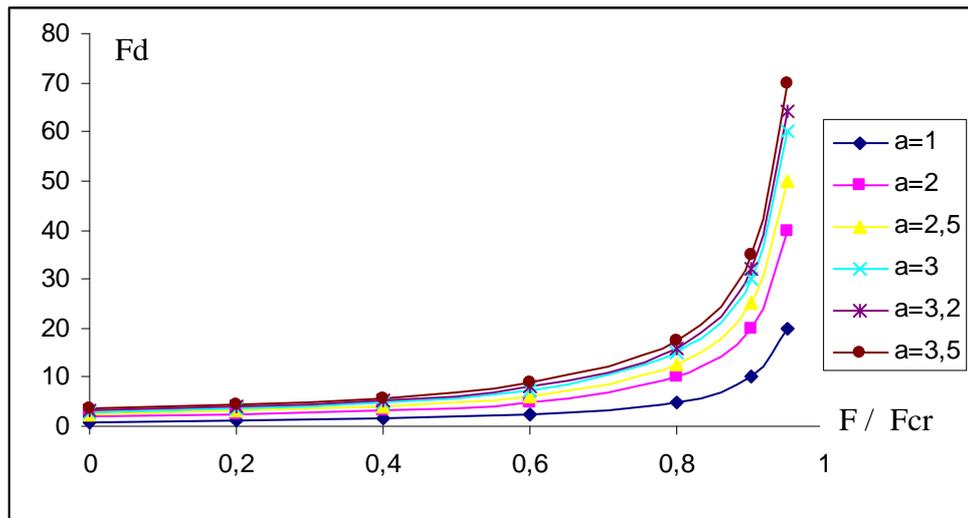


**Fig. III. 13 :** Courbe Confrontation :Elancement  $\lambda$  - rayon de giration  $i$  (cm)  
Pour une longueur de flambement fixe

**Tableau III.6 :** flèche max  $F_d$  en fonction de la flèche initiale  $a$  au milieu du poteau et du rapport  $F / F_{cr}$

poteau présentant un défaut de rectitude notée : a

	a=1	a=2	a=2,5	a=3	a=3,2	a=3,5
F/F <sub>cr</sub>	F <sub>d</sub>					
0	1,00	2,00	2,50	3,00	3,20	3,50
0,2	1,25	2,50	3,13	3,75	4,00	4,38
0,4	1,67	3,33	4,17	5,00	5,33	5,83
0,6	2,50	5,00	6,25	7,50	8,00	8,75
0,8	5,00	10,00	12,50	15,00	16,00	17,50
0,9	10,00	20,00	25,00	30,00	32,00	35,00
0,95	20,00	40,00	50,00	60,00	64,00	70,00



**Fig. III. 14 :** Courbe flèche  $Fd - F/ F_{cr}$

### III.7-Analyse des résultats

D'après les graphes ci dessus , on constate que :

- Plus l'inertie de la section carrée augmente , plus l'élancement est faible , le risque de flambement est minime.

- ❖ Le risque de flambement pour une section de 10 x10 cm avec un élancement de 18,36 est quasiment faible.
- ❖ Le risque de flambement pour une section de 4 x 4 cm avec un élancement de 45,90 est pratiquement important .

- Le graphe représentant la variation de  $F_{cr}$  en fonction de  $L_f$  montre d'une part que la longueur est un premier facteur aggravant du flambement [3] et que la force critique est indépendante de l'amplitude de la flèche, d'autre part.

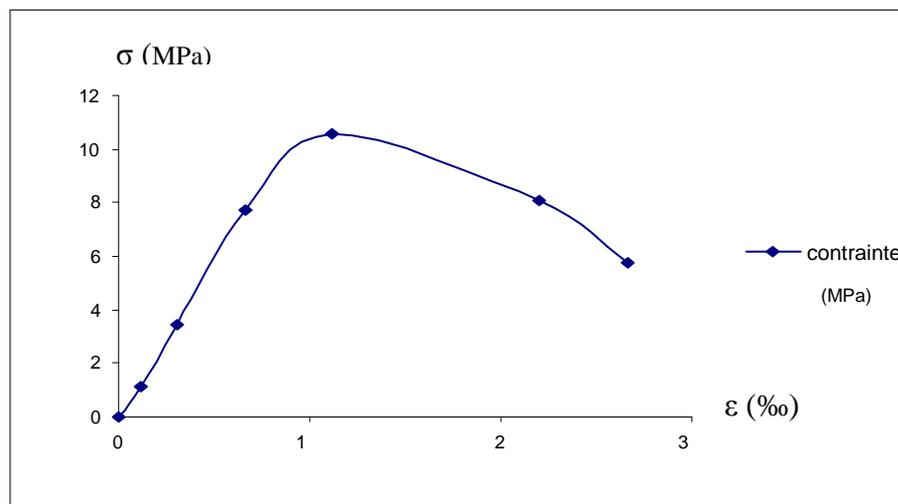
- La Figure contrainte – élancement montre que la contrainte critique est inversement proportionnelle à l'élancement. En effet, plus l'élancement est important, plus la contrainte critique est faible, plus le poteau est en instabilité de forme : ce qui provoque un flambement de l'élément. Ceci nous permet de conclure que l'élancement est un deuxième facteur aggravant du flambement.[3]

- enfin, on constate que la flèche de l'élément dépend de l'excentricité, plus l'excentricité augmente plus la flèche devient importante.

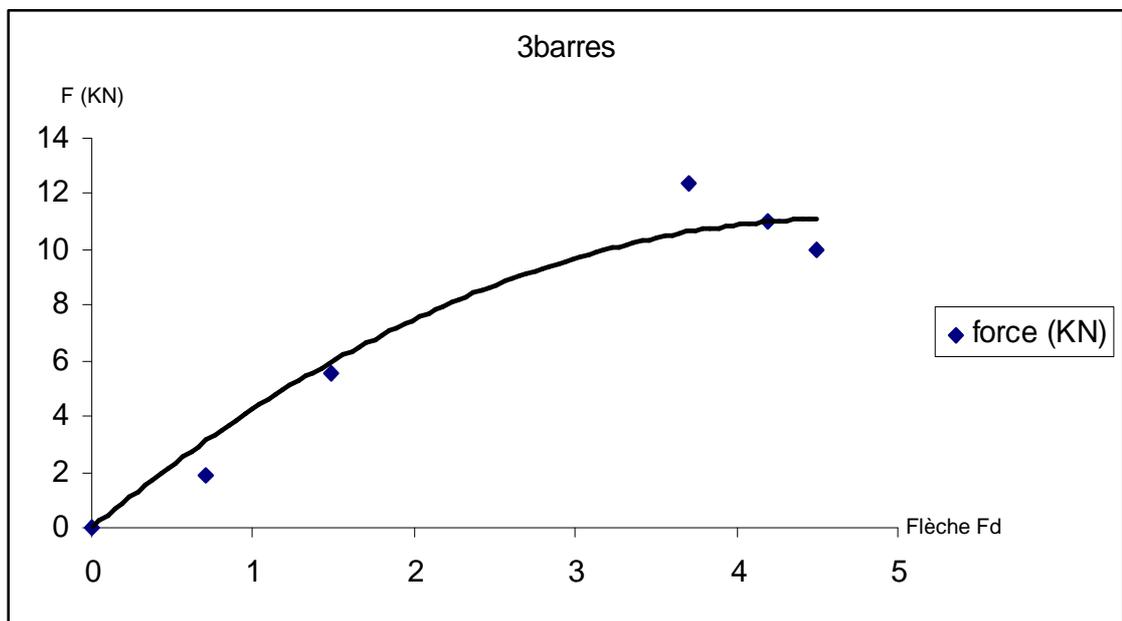
### III.8- Présentation des résultats obtenus sur les éprouvettes ferrillées avec 3 barres

**Tableau III.7 : Résultat des essais**

Force (KN)	Contrainte (KN)	Déformation (%)	Contrainte critique(Mpa)	Force critique (KN)
0	0	0	10,58	16,93
1,85	1,16	0,06		
5,56	3,48	0,15		
12,36	7,72	0,33		
16,93	10,58	0,56		
12,97	8,11	1,10		
9,27	5,79	1,33		



**Fig. III. 15 : Courbe contrainte - déformation**



**Fig. III. 16 :** *Courbe force appliquée - flèche 'Fd'*

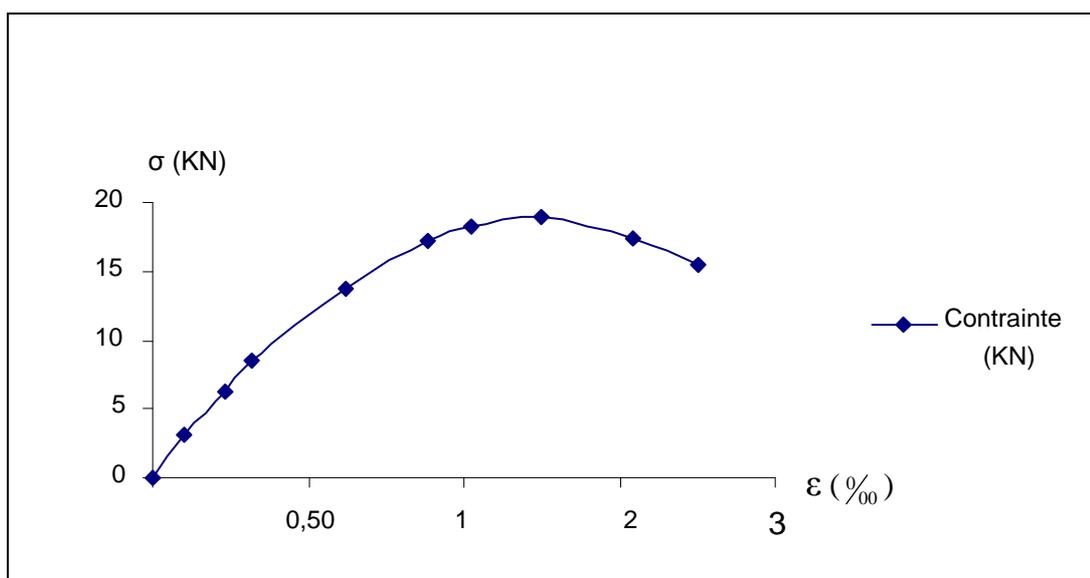
### III.9-Analyse des résultats

Les armatures sont constituées de 3 barres de 51 cm de longueur munies de crochets de 5 cm. Lors de l'essai d'écrasement l'éprouvette de 03 barres avec des crochets a subit un éclatement du béton dans la région inférieure accompagné d'un flambement des barres aux extrémités .

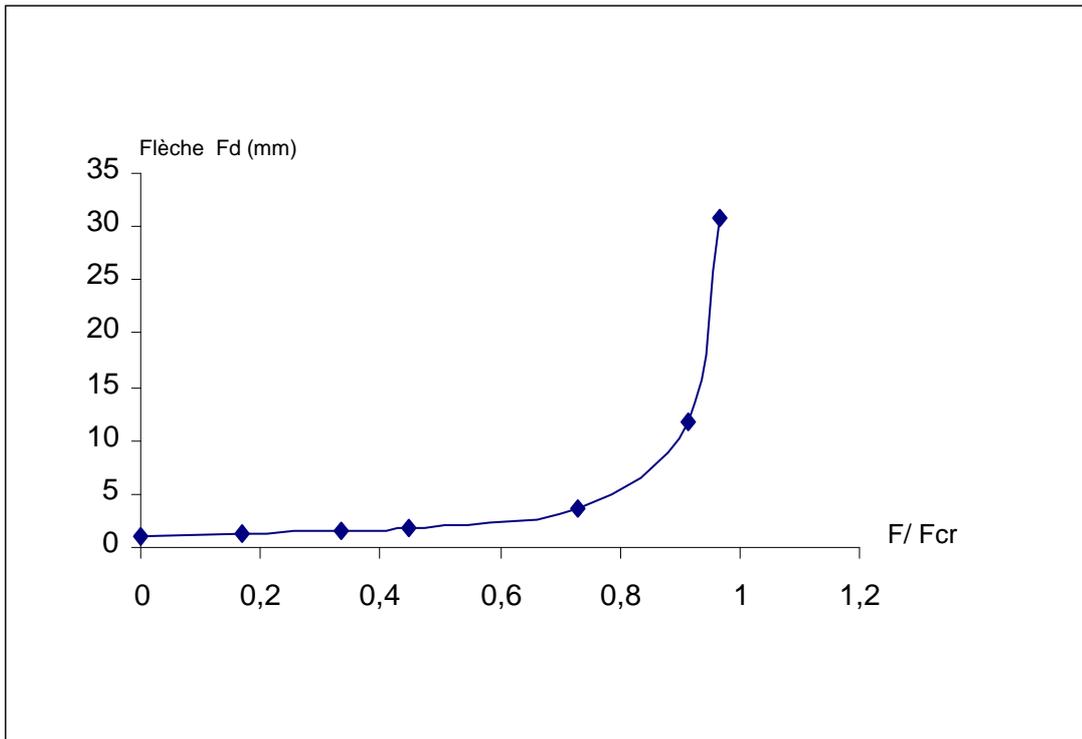
**III.10 - Présentation des résultats expérimentaux obtenus sur les éprouvettes ferrillées avec 1 barre façonnée en série de 'S'.**

**Tableau III. 8.** *Résultats des essais*

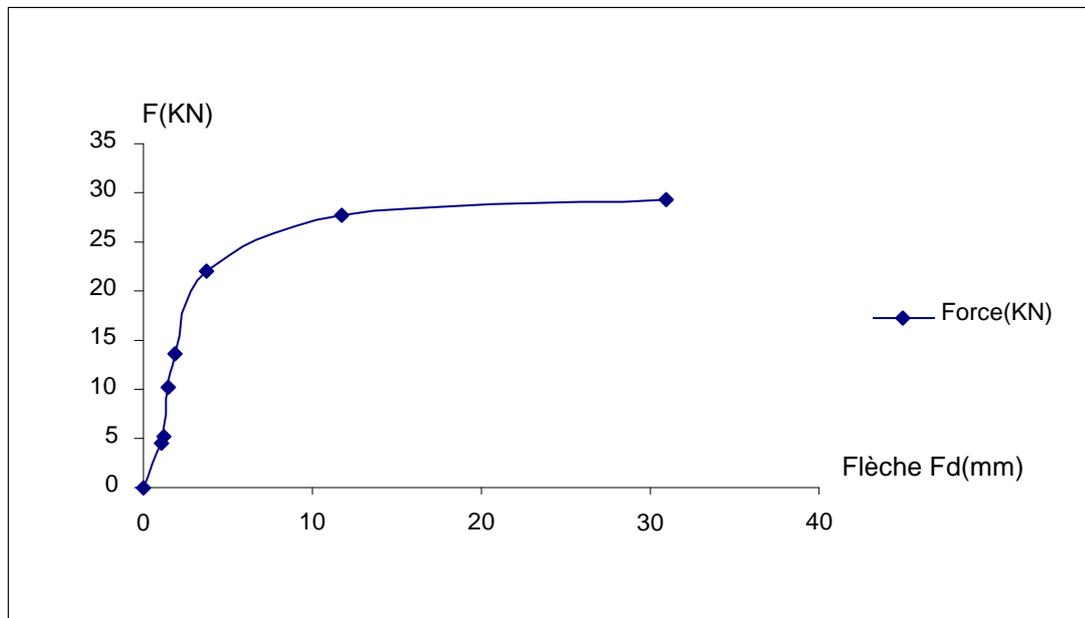
Force (KN)	Contrainte $\sigma$ (MPa)	Déformation $\epsilon$ (‰)	Force critique Fcr(KN)	contrainte critique $\sigma_{cr}$ (MPa)
0	0	0	30,26	18,91
5,12	3,20	0,10		
10,14	6,34	0,23		
13,60	8,50	0,32		
22,08	13,80	0,62		
27,68	17,30	0,88		
29,28	18,30	1,02		
30,26	18,91	1,25		
27,92	17,45	1,54		
24,85	15,53	1,75		



**Fig. III. 17 :** *Courbe contrainte - déformation*



**Fig. III. 18 :** Courbe flèche  $F_d$  -  $F/F_{cr}$



**Fig. III. 19 :** Courbe Force - flèche  $F_d$

### III.11-Analyse des résultats

Lors de l'essai , la force  $F$  (KN) était croissante , et à partir d'une certaine valeur  $F$  , le poteau a subi un flambement à mi hauteur de son élancement . Le poteau a perdu sa stabilité. La force maximale est de 30,261 KN correspondant à une flèche 3,26 cm au milieu du poteau.

### III.12- Confrontation des résultats

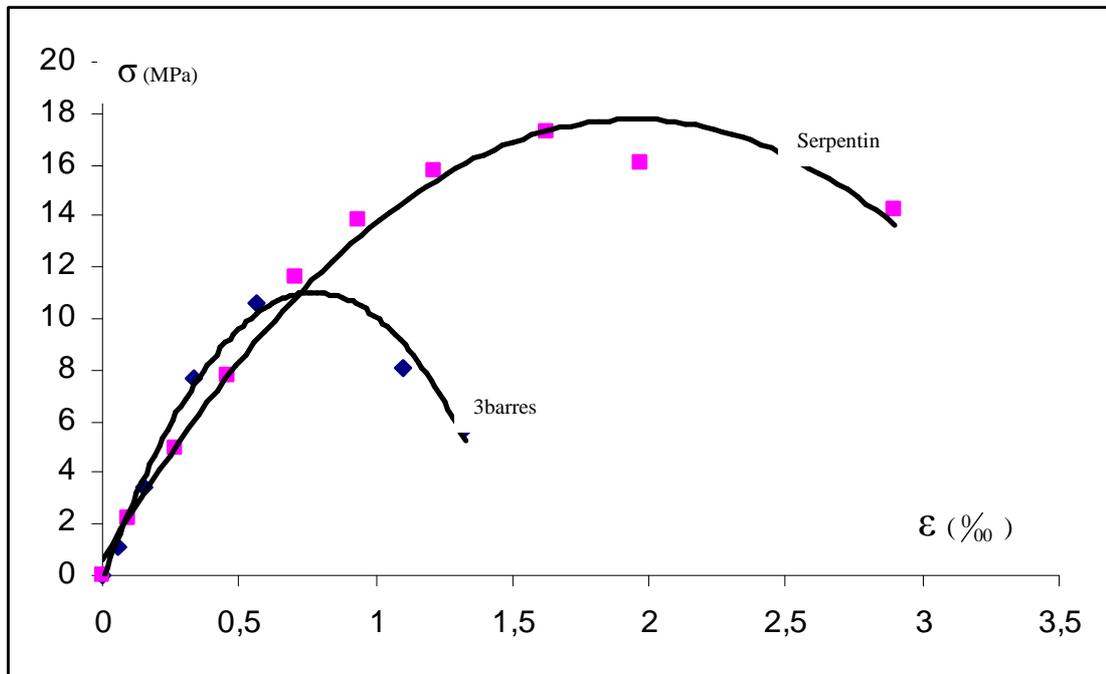
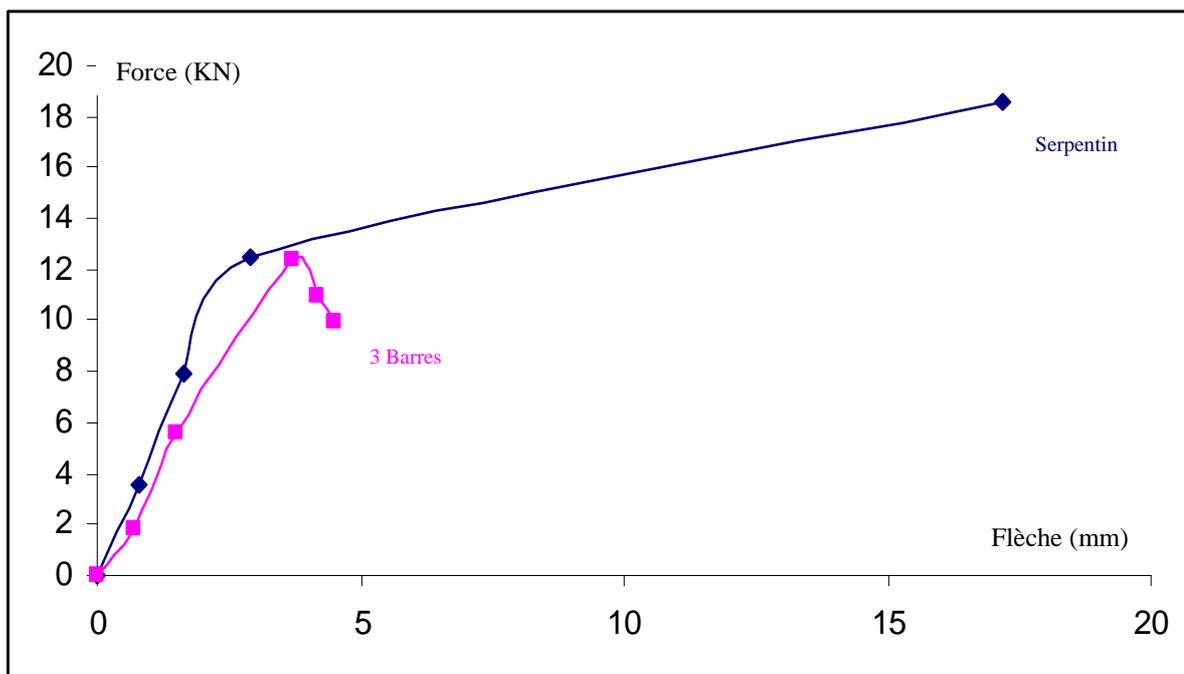


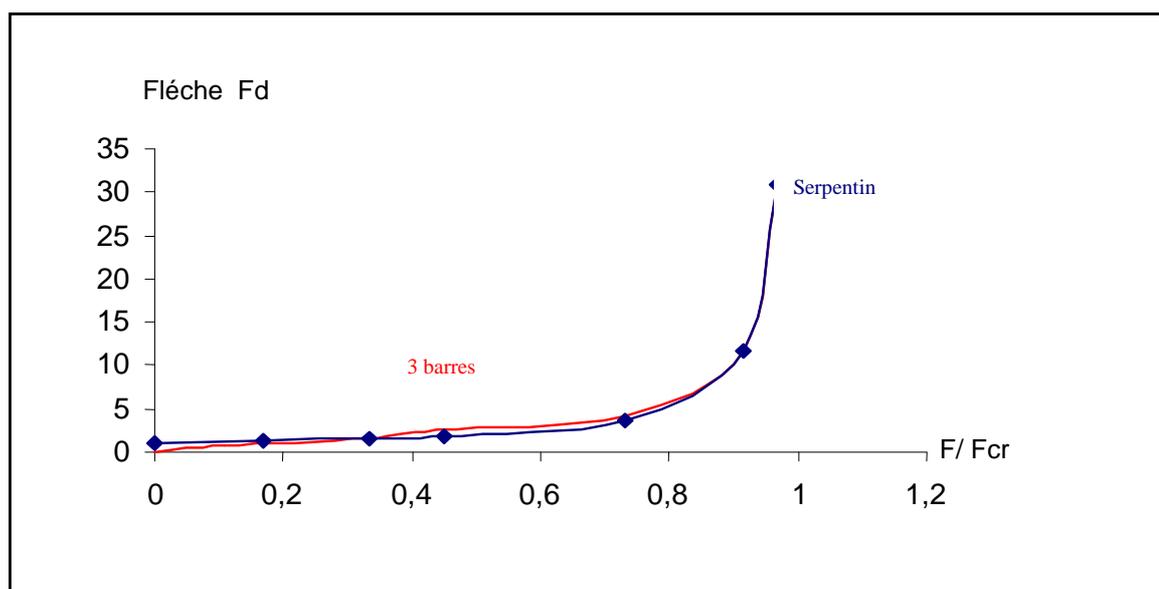
Fig. III. 20 : Confrontation courbe contrainte – déformation

La (Fig. III.20) montre clairement l'apport du façonnage en forme de serpentins sur l'amélioration des résistances et des déformations des éléments soumis à la compression axiale. En effet, le rétrécissement des boucles 'S' induit une précontrainte interne sur le béton. L'amélioration de la valeur de résistance au pic est de l'ordre de 80% , alors que l'amélioration de la valeur des déformations limites est de l'ordre de 170%.

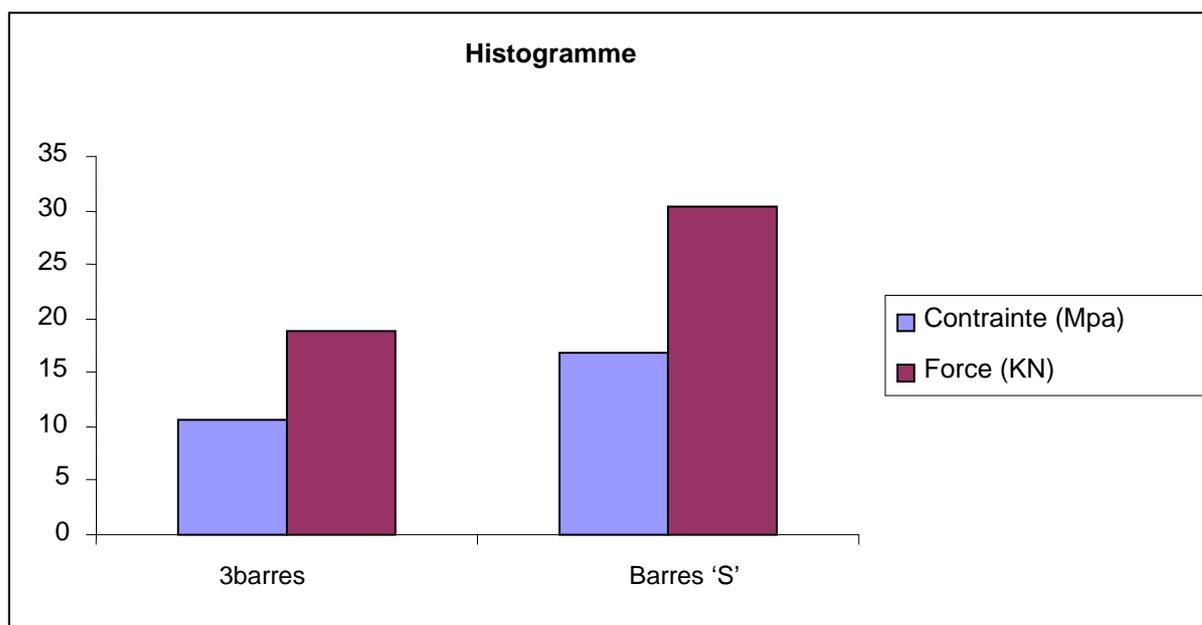


**Fig. III. 21 :** Confrontation courbe force - flèche

D'après la (Fig. III.21), on constate que le façonnage des barres en forme de 'S', permet d'observer lors des essais des flèches plus importantes, sous des charges appliquées plus importantes également, en effet, suite à la fissuration du béton, la barre en 'S' continue de fléchir et par conséquent, l'élément en béton armé résiste et épouse le fléchissement de la barre.



**Fig. III. 22 :** Confrontation courbe flèche  $F_d - F / F_{cr}$



**Fig. III. 23 :** *Histogramme force, contrainte des deux variantes*

La (Fig. III.23) montre nettement l'amélioration des performances mécaniques des éléments en béton armés avec des barres en acier façonnées sous la forme de serpentins par rapport aux mêmes éléments armés avec 3 barres droites équivalentes. Le rapport de gain en résistance est de l'ordre de 80 %.

### III.13 - CONCLUSION DU CHAPITRE

La confrontation des résultats théoriques avec les résultats expérimentaux montre clairement une bonne concordance et que l'élément comprimé est soumis à un effet de confinement interne, obtenu par le déplacement linéaire des différents éléments de la barre en forme de 'S', entraînant une compression du béton emprisonné entre ces éléments. Nous retrouvons ainsi un effet de confinement partiel du béton, ce qui permettra d'augmenter sa résistance, de diminuer la vitesse de fissuration et de mieux faire travailler les poteaux sous sollicitations de flambement. Cet apport peut être encore plus conséquent, si les formes en 'S' sont orientées dans toutes les directions principales de la section.

## Chapitre IV. Simulation numérique

### IV.1. Introduction

ABAQUS est une suite des programmes puissants de simulation de technologie, basée sur la méthode des éléments finis, qui peut résoudre des problèmes s'étendant des analyses linéaires relativement simples aux simulations non linéaires les plus provocantes, créé en 1978. [32]

ABAQUS contient une bibliothèque étendue des éléments qui peuvent modéliser pratiquement n'importe quelle géométrie. Il a une liste également étendue de modèles matériels qui peuvent simuler le comportement de la plupart des matériaux typiques de technologie comprenant des métaux, le caoutchouc, les polymères, les composites, le béton armé, et les matériaux géotechniques tels que les sols et la roche. Conçu comme outil d'usage universel de simulation. ABAQUS peut être employé pour étudier plus que juste (effort/déplacement) des problèmes structuraux. Il peut simuler des problèmes dans de tels secteurs divers, comme le transfert thermique, la diffusion massique, la gestion thermique des composants électriques (analyses thermique électriques couplées), l'acoustique, la mécanique de sol et l'analyse piézoélectrique.

ABAQUS est simple à employer et offre à l'utilisateur un éventail de possibilités. Même les matériaux les plus compliqués peuvent être modélisés facilement. Par exemple, des problèmes avec les composants multiples sont modélisés en associant la géométrie, définissant chaque composant aux modèles matériels appropriés. Dans la plupart des simulations, y compris fortement les non linéaires, le besoin d'utilisateur fournit seulement les données de technologie telles que la géométrie de la structure, le comportement des matériaux constitutifs, ses états de frontière, et les charges appliquées. Dans une analyse non-linéaire, ABAQUS choisit automatiquement des incréments de charge et des tolérances appropriés de convergence. Non seulement choisit-il les Valeurs pour ces paramètres, mais il les ajuste également et continuellement pendant l'analyse, pour s'assurer qu'une solution précise est obtenue

efficacement. L'utilisateur rarement doit définir des paramètres pour commander la solution numérique du problème.[32]

ABAQUS se divise en deux grands codes:

- ABAQUS/Standard: résolution par un algorithme statique implicite
- ABAQUS/Explicit: résolution par un algorithme dynamique explicite
- ABAQUS/cae : fournit un environnement complet de modélisation et de Visualisation pour des produits d'analyse d'ABAQUS

*ABAQUS standard est un code implicite d'analyses par éléments finis. il permet la résolution d'un très grand nombre de problèmes physiques différents. Abaqus/standard, nous permet de réaliser des études statiques en contraintes/déplacements, dynamiques linéaires ou non linéaires.*

*Abaqus explicit est un code explicite d'analyses par éléments finis. Abaqus/explicit permet la résolution d'études comme les problèmes de dynamique rapide. grâce a ses algorithmes de contacts robustes, Abaqus/explicit est aussi un puissant outil pour les simulations de mise en forme (dynamique et quasi-statique). Abaqus/explicit dispose en plus de méthodes de maillage adaptatif, utilisant les techniques ale qui permettent d'obtenir une solution robuste a des problèmes fortement non linéaires en grandes déformations.*

*le CAE (complète Abaqus environnement) est l'interface graphique interactive idéale pour la modélisation, la gestion et le post-traitement des modèles Abaqus. le CAE permet d'effectuer la totalité de la mise en donnée, de la création ou l'import de pièces, du maillage jusqu'à l'exploitation avancée des résultats. [17]*

## IV.2. PRESENTATION DES DIFFERENTS RESULTATS

### IV.2.1 . Ferrailage en serpentín

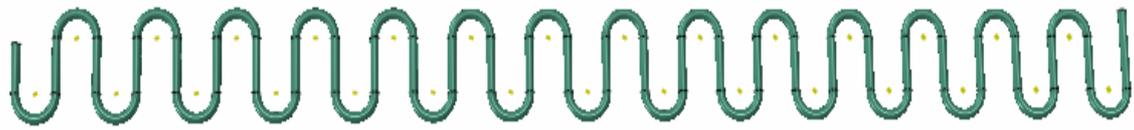


FIG.IV.1. Schema Du Ferrailage Serpentin

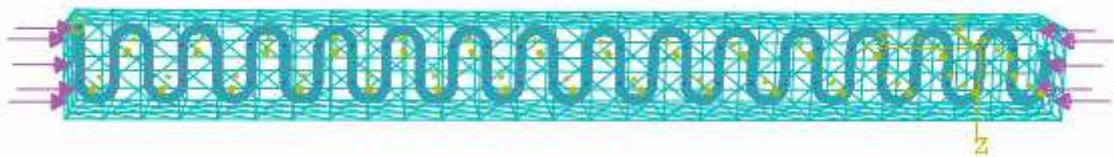


FIG.IV.2. Eprouvette soumise a un chargement

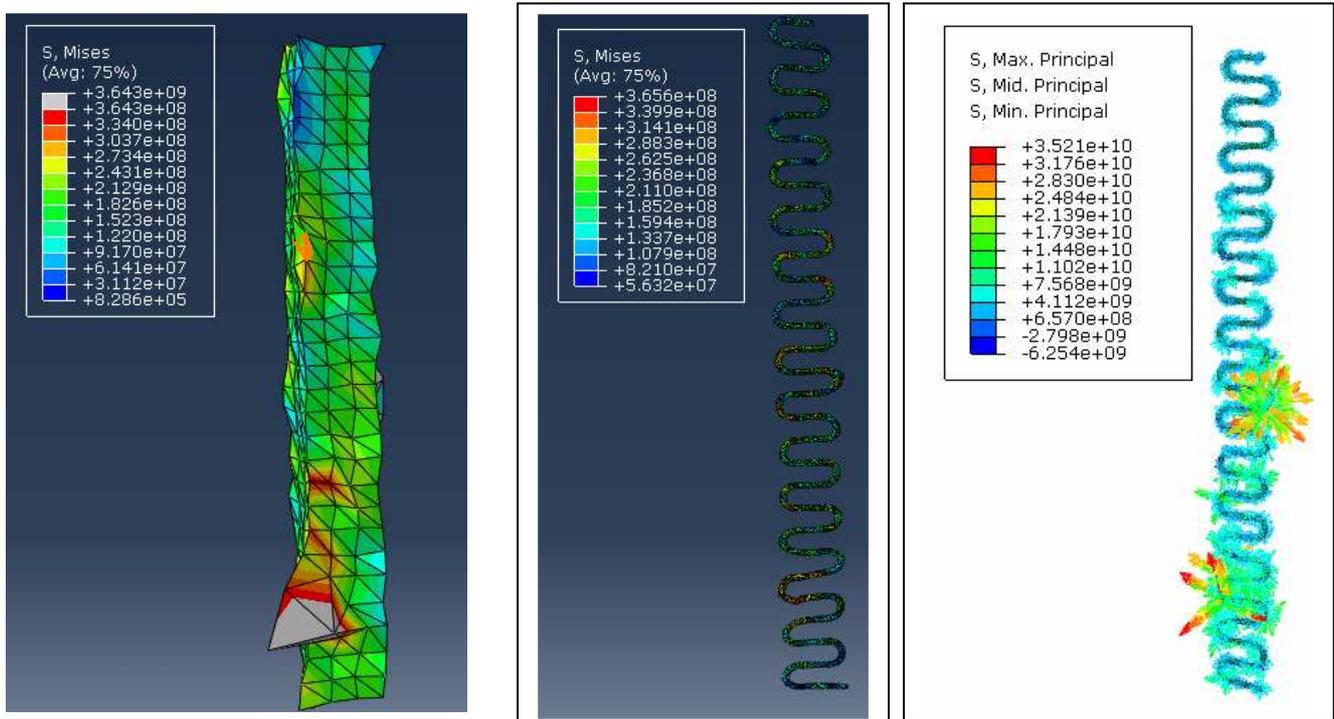


FIG.IV.3. Contrainte de von mises

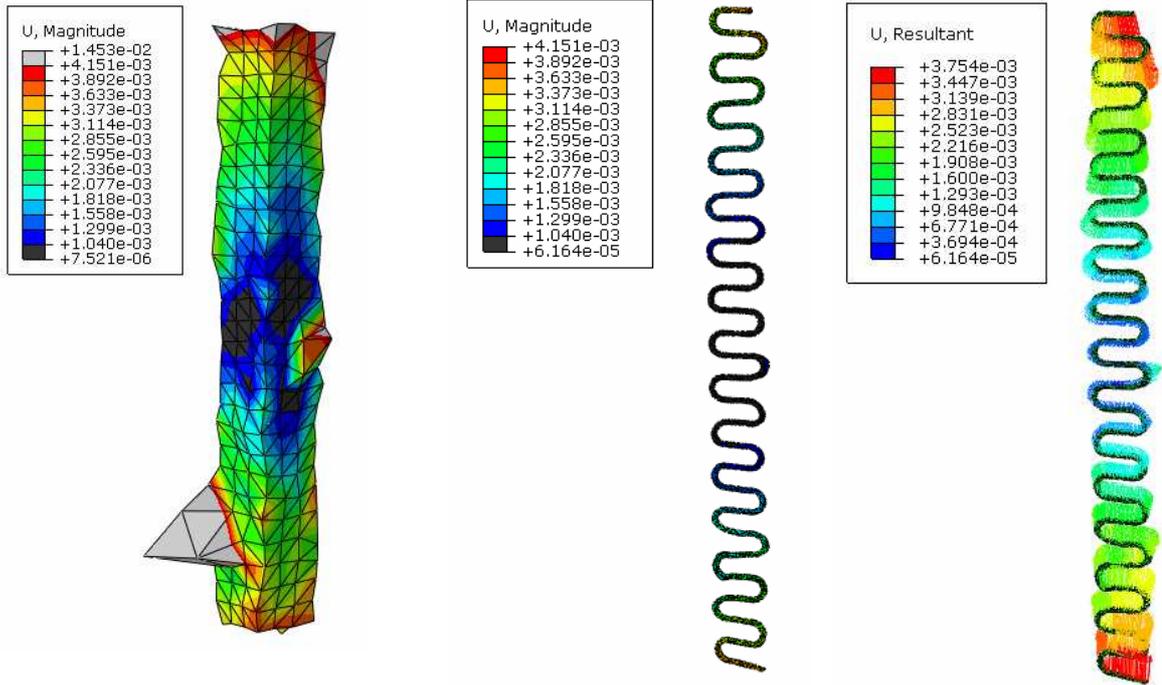


FIG.IV.4. Amplitude de déplacement (flèche)

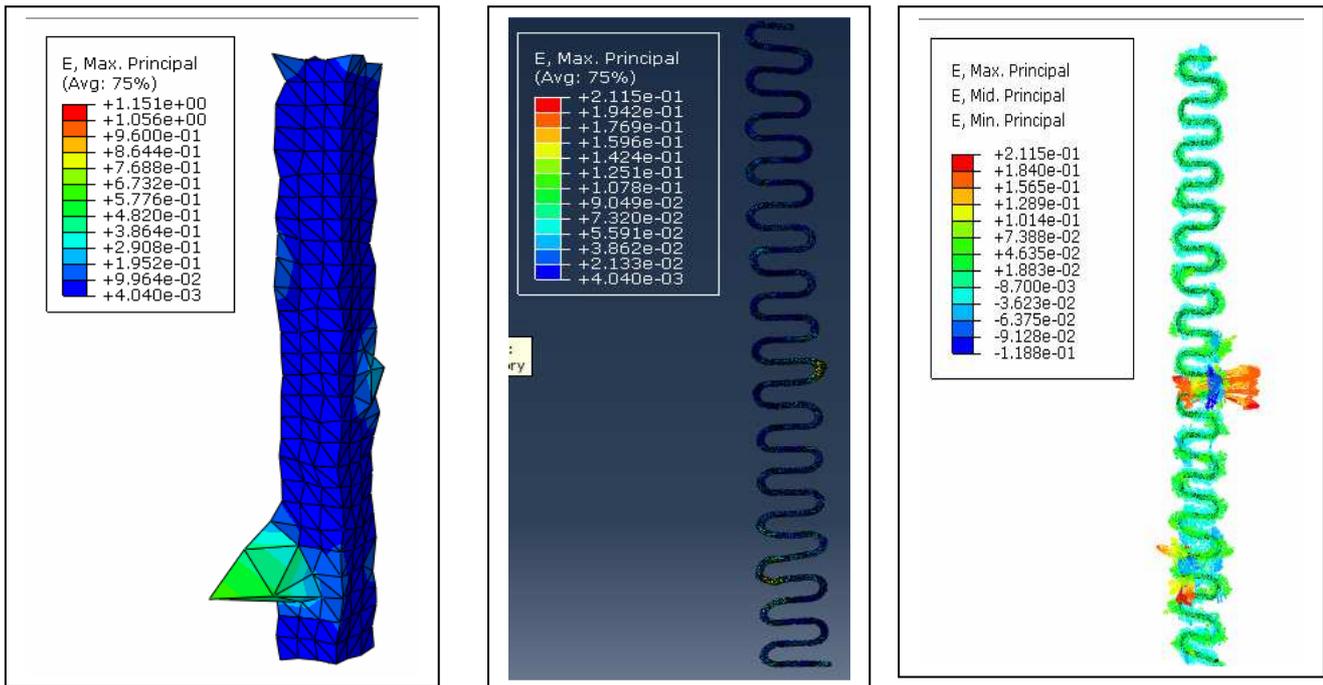
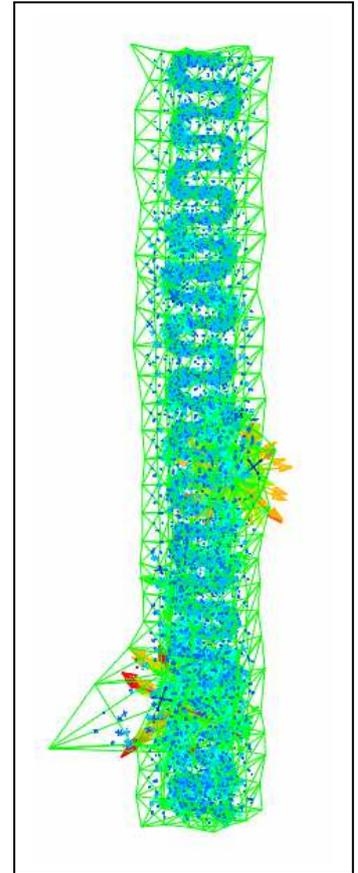
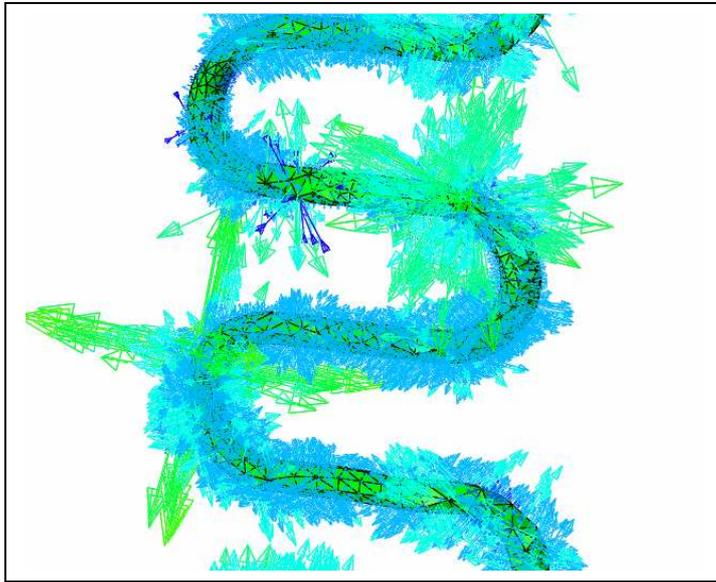
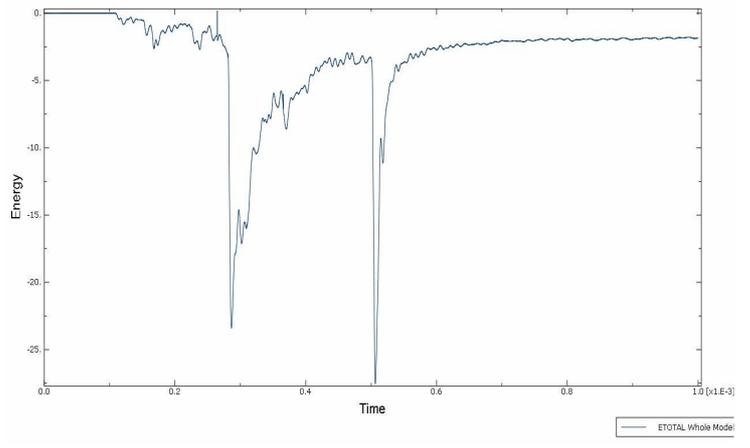
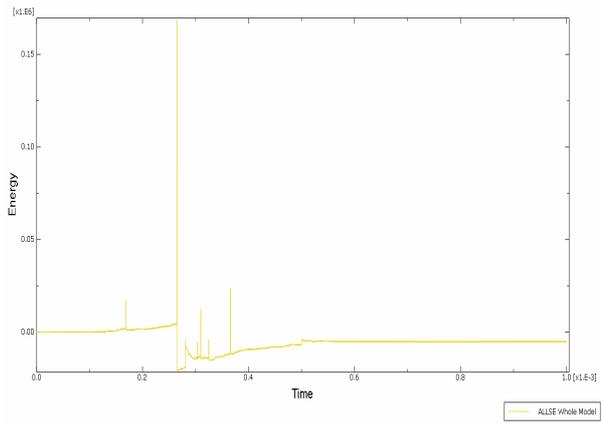
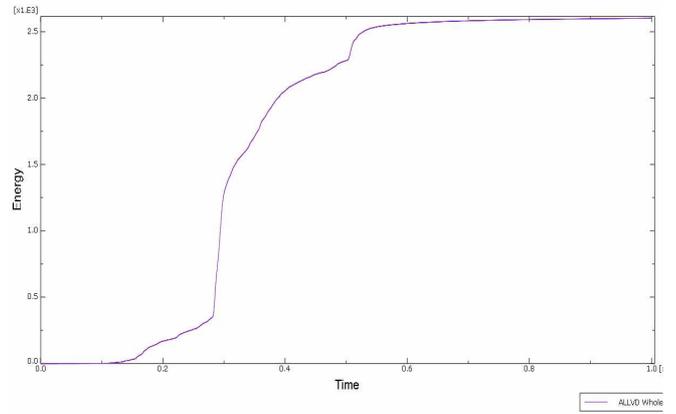
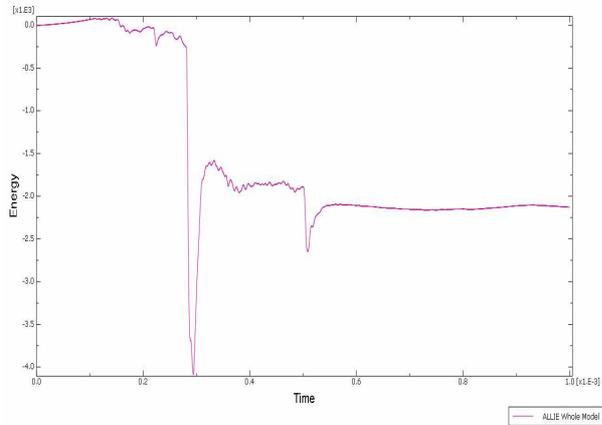
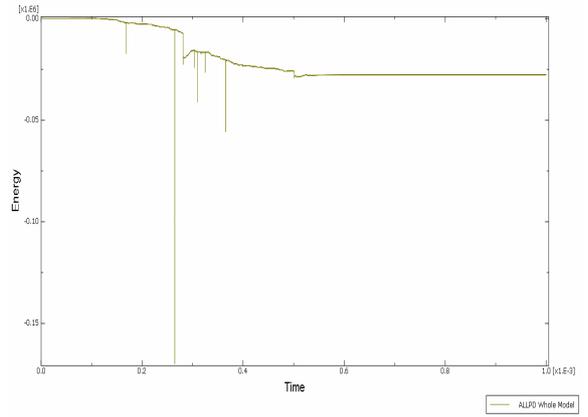
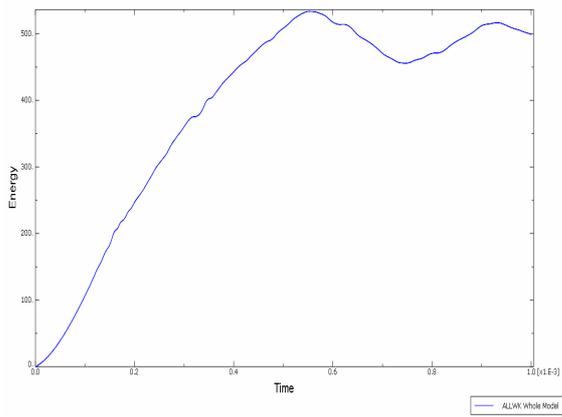


FIG.IV.5. Les déformations



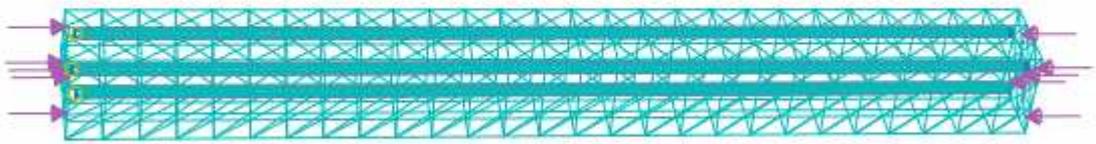
*FIG.IV.6. Champ de contrainte de l'armature*



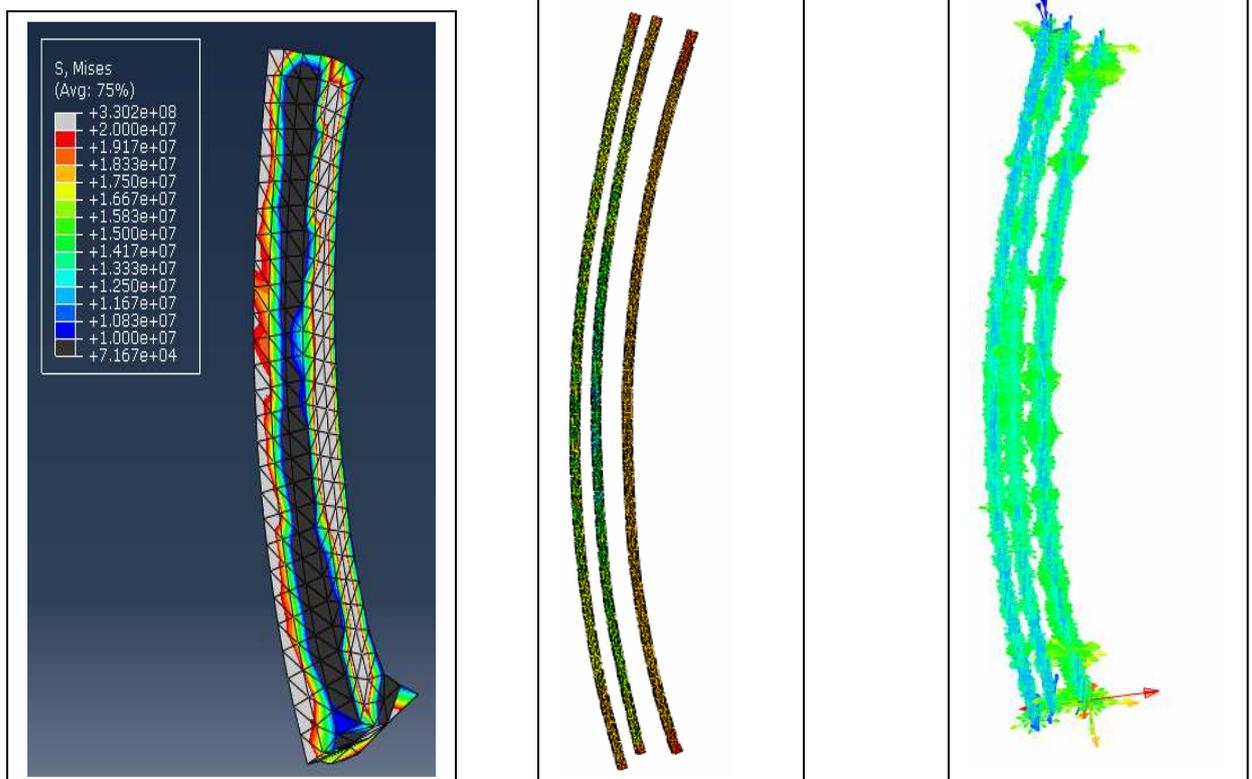
### IV.3 - Ferrailage ordinaire ( $4\Phi 6$ )



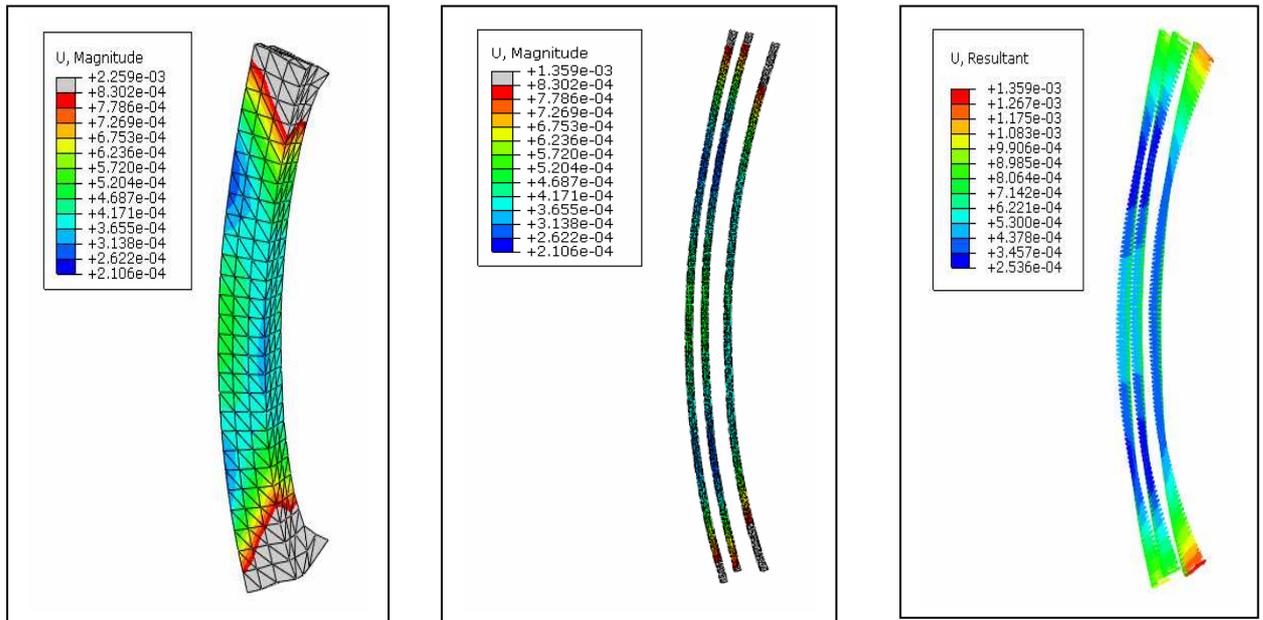
*FIG.IV.7. Ferrailage ordinaire ( $4\phi 6$ )*



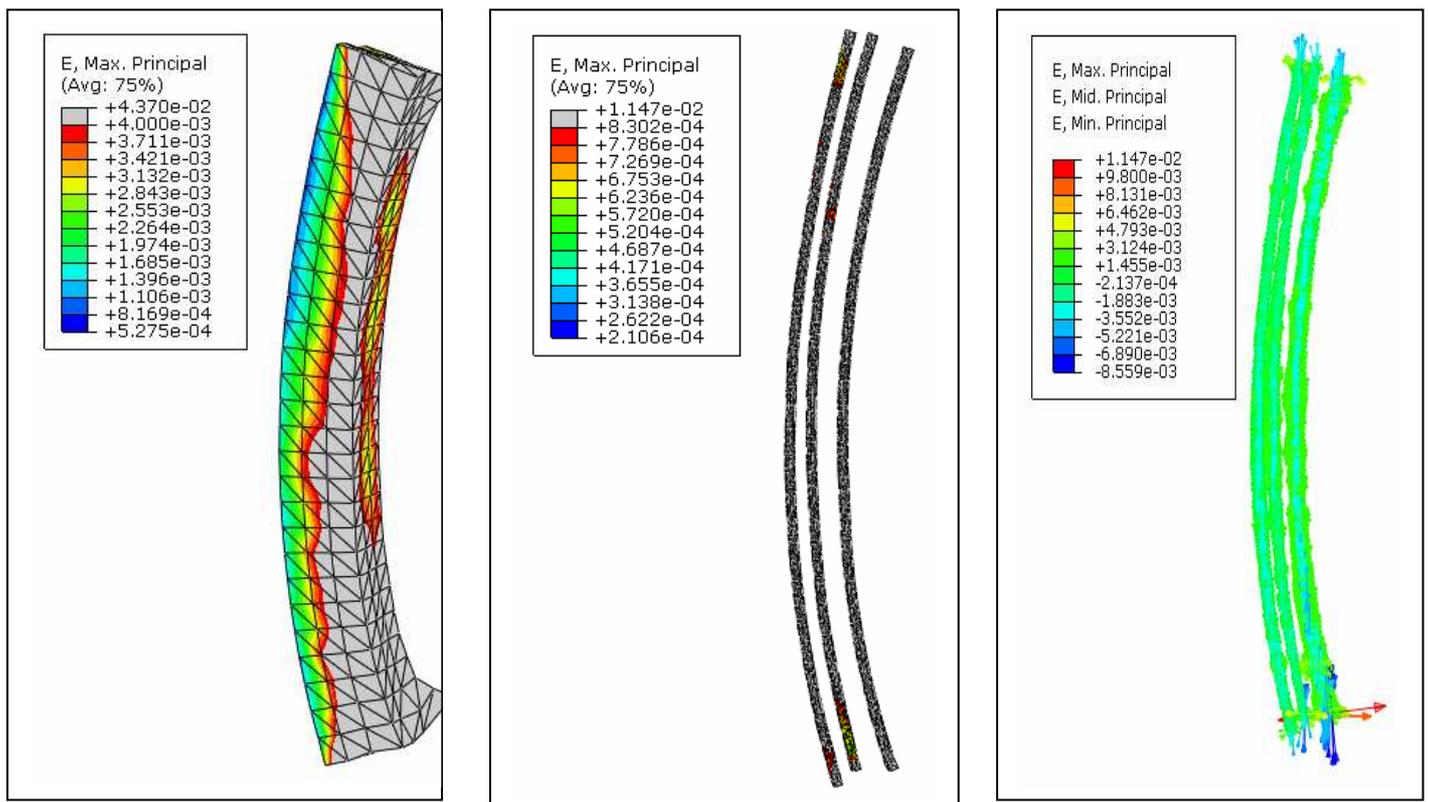
*FIG.IV.8. Eprouvette soumise a un chargement*



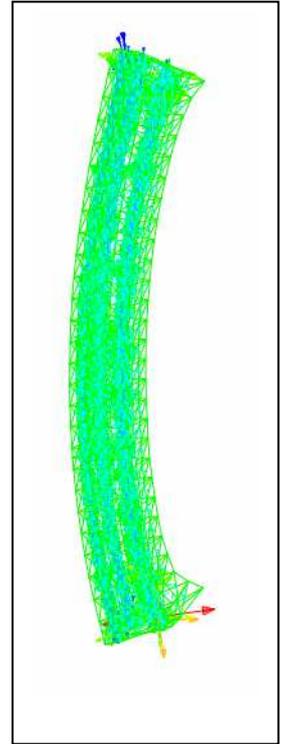
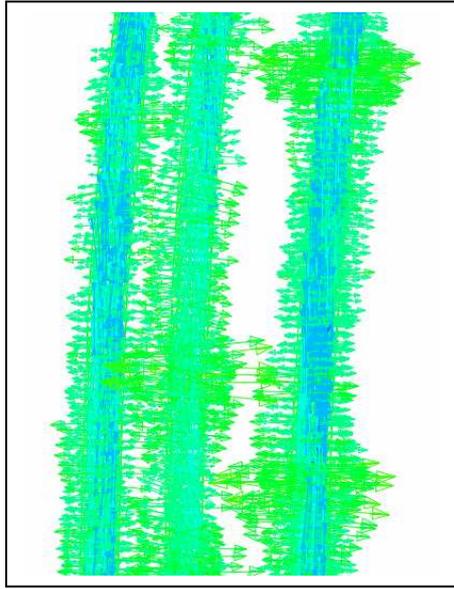
*FIG.IV.9. Contrainte de von mises*



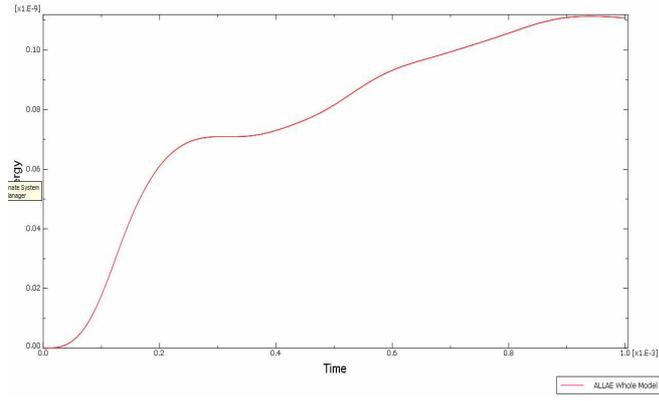
**FIG.IV.10.** Amplitude de déplacement (flèche)



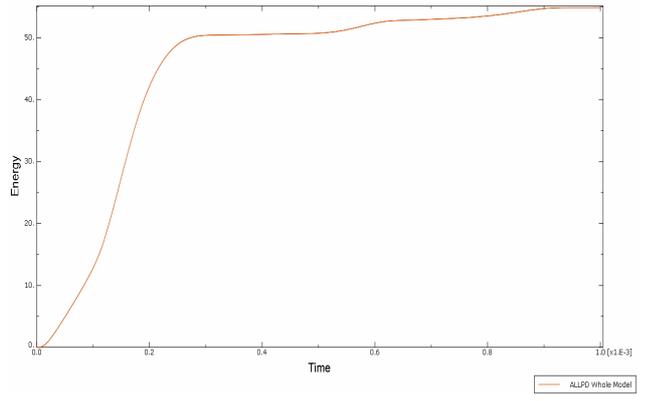
**FIG.IV.11.** Les déformations



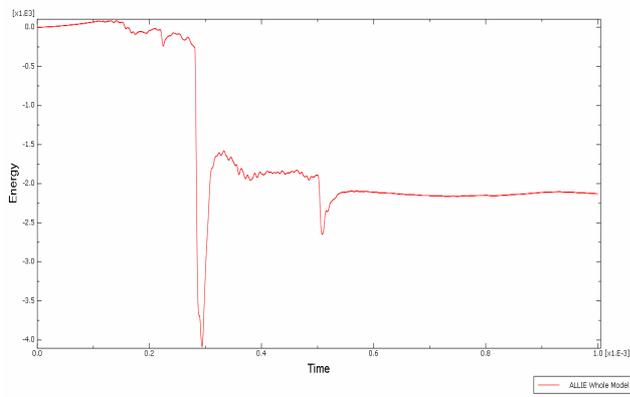
*FIG.IV.12. Champ de contrainte de l'éprouvette*



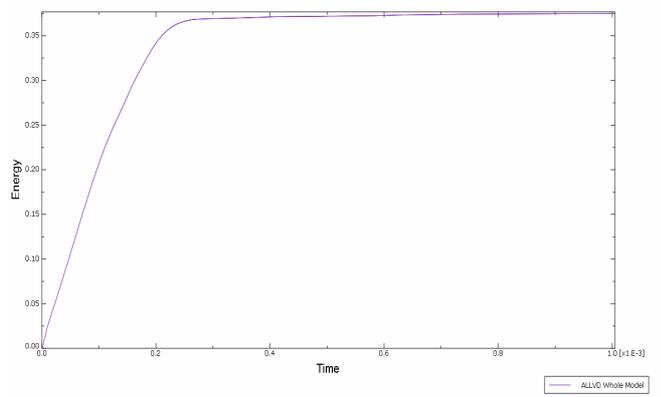
External work



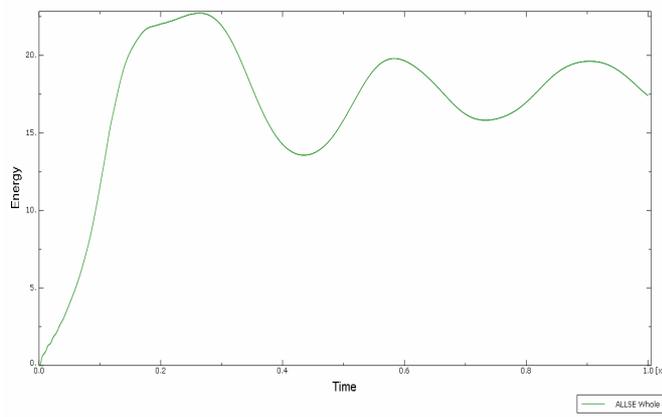
Plastic dissipation



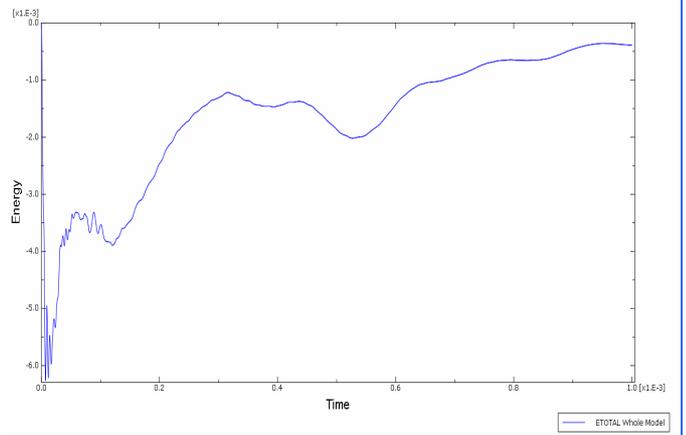
Internal energy



Viscous dissipation

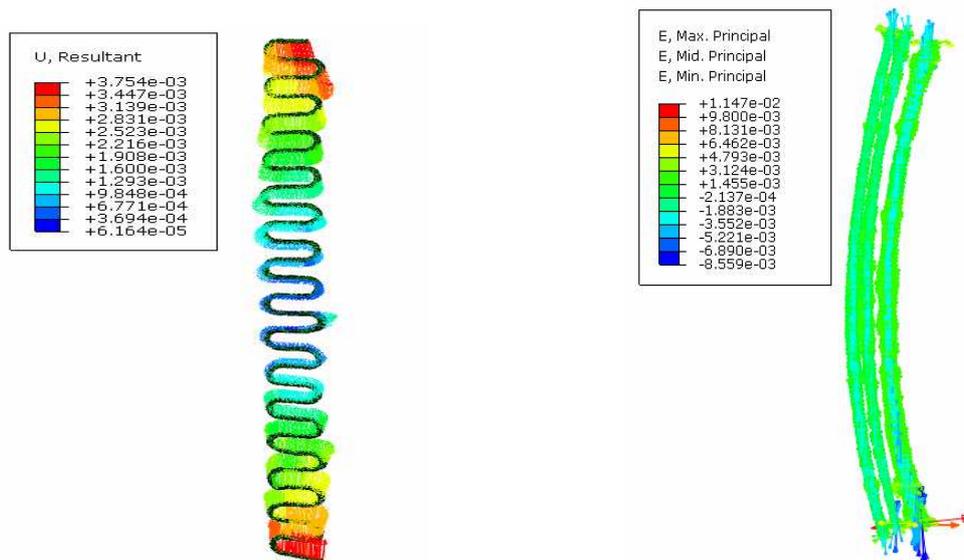


Strain energy



Total energy of the output set

#### IV.6 - CONCLUSION DU CHAPITRE



les différents résultats obtenus par la simulation numérique par application du logiciel Abaqus montrent clairement l'effet de confinement sur le béton emprisonné entre les éléments en forme de 's' de la barre d'acier longitudinal en effet, pour le même chargement, l'élément armé de barres longitudinales droites subit le flambement alors que l'élément confiné reste stable, rectiligne. le flambement de l'élément armé avec cette technique de façonnage des armatures est obtenu sous une charge plus importante comparativement à l'élément non confiné .. le phénomène de confinement engendré par cette technique de façonnage des barres longitudinales de résistance est largement observable.

## CONCLUSION GENERALE

Le béton armé peut présenter certains défauts qui restent cachés (ou non). Dès qu'il est secoué par un séisme, tous les défauts sont causes de dégradations accélérées faute de cohésion parfaite des deux matériaux qui le composent : le béton et les armatures. Les dégradations se propagent parfois jusqu'à la ruine.

De même, la reprise de bétonnage entre un poteau et une poutre est un lieu privilégié de rupture en raison de la non continuité physique du matériau béton dont la prise ne s'est pas faite en même temps dans l'ensemble de la « zone critique ».

Actuellement, le rapprochement des cadres dans les zones critiques (de l'ordre de 5 à 8 cm entre axes), lorsque la cohésion armatures - béton se dégrade, ce dernier et les barres longitudinales sont confinés à l'intérieur des cadres (frettes) et on évite le flambement des barres et la rupture fragile de la poutre ou du poteau.

Le rapprochement des cadres permet de contenir plus efficacement les barres longitudinales et éviter leur flambement. L'éclatement des armatures transversales sur la zone critique de poteaux, ayant entraîné le flambement des barres longitudinales et la dislocation du béton qui n'était plus confiné.

Un confinement adéquat (horizontal comme vertical) du béton de l'élément de structure, en occurrence les poteaux, doit être mis en place afin de limiter le flambement.

Enfin, l'analyse des différents résultats expérimentaux et numériques obtenus dans ce travail, permet d'énumérer les principales améliorations, apportées par notre procédé par rapport à ceux déjà existants, comme suit :

- Sous chargement de service, la flèche ainsi que l'ouverture de fissures sont nettement réduites en comparaison des techniques classiques de ferrailage des poteaux. Les critères de la réglementation peuvent être ainsi satisfaits avec des volumes de béton plus faibles.
  
- Sous chargement ultime, la capacité portante est nettement améliorée par l'effet de la participation du béton situé entre les « S » qui se trouvent grâce à notre procédé confiné par précontrainte induite .
  
- Les différents résultats obtenus par la simulation numérique par application du logiciel ABAQUS montrent clairement l'effet de confinement sur le béton emprisonné entre les 'S' .
  
- les spécimens prismatiques ferrailés par des serpentins présentent un bon comportement vis-à-vis des sollicitations de flambement. Nous considérons que le même résultat peut être obtenu, en considérant des sollicitations combinées, telles que la flexion composée.

# perspective

En perspective, nous considérons que cette technique peut être améliorée, en réalisant un façonnage des barres de résistances en rosettes, de telle sorte que l'effet de confinement soit plus effectif et important.

## communications internationales

Quelques résultats obtenus dans ce travail ont donné lieu à :

- « étude de la stabilité des poteaux élancés confinés » 9<sup>ème</sup> congrès de mécanique, pp,19 \_ 22 avril 2011 - Oujda - Maroc .

- 'Behavior of the confined concrete posts subjected to buckling load'  
Conference of the Advances in Applied Physics and Materials Science Congress,  
12 - 15 May - Antalya - Turkey.

# BIBLIOGRAPHIE

[1] **MOHAMED OSMAN ZAKARIA** . Docteur Ingénieur à l'Université de Constantine L.A.U.C « Analyse des Structures » .théorie .**Tome 1** . Réimpression 1989 Office des Publications Universitaires 1.place centrale de Ben Aknoun (Alger )

[2] **M. ALBIGES, A. COIN** - Résistance des matériaux appliquée - , EYROLLES, 1980

[3] **Bernard ETIENNE**, ‘ Flambement, Petit manuel pour surnager, Version 3.0.0.1, 22 septembre 2008

[4] **M.BELAZOUGUI** « le béton armé aux états limites ».théorie et applications, office des publication universitaires (Alger)

[5] **PIERRE MOGIN** . « Béton armé –BAEL 91 . Modifié **99** et DTU associes deuxième édition EYROLLES

[6] Règles de calcul des constructions en acier. Additif 80 - Construction Métallique n° 1 mars 1981 -, CTICM

[7] **Jean SALENÇON** - Cours de mécanique - Éditions de l'École Polytechnique

[8] **P.STEPINE** . « Résistance des Matériaux » Edition Mir –Moscou

[09] **I.MIROLIOBOV, S.ENGALYTCHEV, N.SERGUIEVSKI, F.ALMAMETOV, N.KOURITSYNE, .K.SMIRNOV-VASSILIEV, L.IACHINA** . « Résistance des matériaux » manuel de résolution des problèmes, 2<sup>ème</sup> édition revue et complétée .Edition Mir. Moscou.

[10] **AUCH ALBOUY Ch PEDECHES JM** Mécanique : une instabilité élastique: le flambement, une instabilité élastique Lycée “Le Garros”

[11] Revue Française de Génie Civil ; vol.4- N°6 –octobre 2000 ,pp 607 -651.  
Adam et Neville .m « propriétés des bétons » Editions Eyrolles , Paris ,2000

[12] **JOHN BOTSIS , professeur LMAF/STI/EPFL Mécanique des Structures**  
« Flambage des Poutres Droites »

[13] **H.SHAKOURZADEH** , « Modélisation des structures poutres tridimensionnelles à parois minces et simulation du comportement non linéaire géométrique et elasto-plastique »  
Thèse ,université de technologie de compiegne ,1994

[14] **J. DUTHEIL** - Construction Métallique n° 2 juin 1966 – CTICM

[15] **Marie-Josée Houde.**, “*Modélisation de poutres en béton armé endommagées par chargement cycliques. Comportement en flexion et en cisaillement*”. Mémoire présenté à la Faculté des études supérieures de l’Université Laval. Département de génie civil, faculté des sciences et de génie, université laval. QUÉBEC, mars 2007.

[16] **Nawy E.G.**, “*Prestressed Concrete, a Fundamental Approach*”. 4th Edition, Prentice Hall, 939 p. 2003.

[17] **Daniel Mongeau.**, “*Effet des étriers à haute limite élastique sur le comportement des poteaux en béton a haute performance*”. Mémoire de maîtrise en sciences appliquées, spécialité : génie civil, université de scherbrook, août 1996.

[18] **Wu G., Lu Z.T et Wu Z.S.**, ”*Strength and ductility of concrete cylinders confined with FRP composites*”. Construction and building materials 20 (2006) 134-148.

- [19] **Saafi M.; Toutanji A. H et Li Z.**, “*Behaviour of Concrete Columns Confined with Fibre Reinforced Polymer Tubes*”. ACI Materials Journal, Vol. 96, No. 4, 500-509 pp. Jul.-Aug. 1999.
- [20] **Rochette et Labossiere P.**”Axial testing of rectangular columns models confined with composites for construction ; Vol.4, N°.3, pp 129-136.2000.
- [21] **Chaallal, O., et Shahawy, M., (2000).** « *Performance of fiber-reinforced polymer-wrapped reinforced concrete column under combined axial-flexural loading*” ACT structural journal, Vol. 97, No. 4, pp 659-668.
- [22] **Hosotani et Kawashima K et HoshiKima J** , A study on confinement Effect of concret Qlinders by Carbon Fiber Sheets .Non metallic (FRP) Reinforcement for concret structures, Proceedings of the third international Symposium ; Vol .1 Sapporo, japan , pp 209-216.1997
- [23] **Mirmiran, A., et Shahawy, M., (1997),**’ *Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Composites*”. Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 123, pp. 583-590.
- [24] **Huei-Jeng Lin et Chin –Ting Chen.** “Strength of Concrete Cylinder Confined by Composite Material Engineering , ASCE , Vol.5, N° 1 ,pp 26-34 .2001
- [25] **Fam, A. Z., et Rizkalla, S. H., (2001a).** « *Behavior of axially loaded concrete-filled circular fiber-reinforced polymer tubes*” ACI structural Journal, Vol. 98, No. 3, pp 280-289.
- [26] **Karabinis A . et RousaKis T.C** , “concrete confined by FRP material : a plasticity approach « Engineering structures 24(2002) 923-932 .Received 20 June 2001 ; received in revised form 3 january 2002 ; accepted 3 january 2002

[27] **Matthys S., Toutanji H., Audenaert K et Taerwe L .,** « Axial load behavior of large - scale columns confined with fiber –reinforced polymer composites” , ACI structural journal ,Vol.102 , N° 2 , pp 258-267 . 2005

[28] **Hadi M.N.S.,** “ comparative study of eccentrically loaded FRP wrapped columns “ . Composite structures ;Vol.74 ,N° 2, pp 127 -135 . 2006

[29] **ALMUSALLAM T.H .,** “Behavior of normal and high-strength concrete cylinders confined with E –glass/epoxy composites laminates “. Composites : Part B Engineering en press (2007 )

[30] **Togay Ozbakkaloglu et Deric J. Oehlers .,** “Concrete-Filled Square and Rectangular FRP tubes under Axial Compression». journal of composites for construction ,ACSE / pp 469-477. juillet / aout 2008

[31] présentation du logiciel abaqus et principes et fonctionnement (**Mickaël Abbas** Université De Technologie De Compiègne Laboratoire Roberval / Umr Utc-Cnrsb.P.)

[32] Laboratoire Génie Mécanique et Matériaux – Abaqus.

..

.

.



# communications internationales

Quelques résultats obtenus dans ce travail ont donné lieu à :

- « étude de la stabilité des poteaux élancés confinés » 9<sup>ème</sup> congrès de mécanique , pp ,19 \_ 22 avril 2011 - Oujda - Maroc .

- 'Behavior of the confined concrete posts subjected to buckling load'  
Conference of the Advances in Applied Physics and Materials Science Congress,  
12 - 15 May - Antalya -Turkey.