République Algérienne démocratique et populaire

Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique

Université Mouloud Mammeri deTizi-Ouzou

culté du génie de la construction

partement de Génie mécanique

2012

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER académique en Génie Mécanique
Option : Energétique

Thème

SIMULATION NUMERIQUE DES ECHANGES CONVECTIFS DANS UNE CAVITE

Réalisé par :
BOUDJELLI Mohand

Dirigé par :
Mr. LAMROUS

REMERCIEMENTS

Tout d'abord, nous tenons à remercier Dieu pour nousavoir donné le courage, la patience et le pouvoir d'achever cetravail.

*Il m'est agréable d'exprimer ma profonde gratitude à mon promoteur M **LAMROUS NACER** qui m'a aidé et soutenu tout aulong de mon travail, et qui n'a jamais manqué de m'orienter et deme conseiller. Qu'il trouve ici l'expression de mon respect et de maprofonde reconnaissance.*

Mes remerciements les plus sincères vont à Messieurs les membres du jury, qui m'ont fait l'honneur d'accepter de juger cemodeste travail .Pour cela, ainsi que pour leurs commentaires sur lemémoire, je leur exprime ma profonde gratitude.

Je suis aussi reconnaissant à tous les enseignants qui m'onttant appris tout au long de mes études .Qu'ils trouvent ici l'expressionde mes sentiments les plus respectueux.

Je ne peux oublier d'avoir une pensée la plus sincère à tous lesmembres de ma famille, pour leurs soutiens indéfectibles.

Enfin, mes remerciements s'adressent aussi à tous ceux et cellesqui m'ont aidés de près ou de loin à l'élaboration de ce travail.

DEDICACES

Rien n’est aussi beau à offrir que le fruit d’un dur travail. Je tiens à le dédier dufond du cœur à tous ceux que j’aime et je les remercie en leur exprimant ma profonde gratitude etma reconnaissance éternelle.

Je dédie cet humble travail, réalisé grâce àDieu à :

mes très chères parents, qui ont toujours cru en moi et n'ont jamais cessé de me soutenir,

mes frères,

masœur,

mes amis(es)

les étudiants de ma promotion

Listes des figures

NOMENCLATURE

C_p	Chaleur spécifique à pression constante	J/Kg.k
g	Accélération de la pesanteur	m/s^2
Gr	Nombre de Grashof	-
q	flux de chaleur	W
h	Coefficient de transfert thermique moyen	$W/m^2.k$
L	Hauteur dimensionnelle de la cavité	m
K	Conductivité thermique	W/m.k
Nu_m	Nombre de Nusselt moyen	-
n_e	Nombre d'entrées du fluide dans la cavité.	-
Nu_x	Nombre de Nusselt local	-
P	Pression	Pa
P	Pression adimensionnelle	-
Gr	Nombre de Grashof	
Pr	Nombre de Prandtl,	-
Re	Nombre de Reynolds	-
T	Température	k
T_a	Température de l'air	k
T_o	Température du fluide à l'entrée	k
T_p	Température de la paroi	k
u,v	Composantes des vitesses	m/s
U,V	Composantes adimensionnelles des vitesses	-
V_0	Vitesse du fluide entrant	m/s
x, y	Coordonnées d'espace dimensionnelles	m
X, Y	Coordonnées d'espace adimensionnelles	-
Ri	Nombre de Richardson	
K	énergie cinétique turbulente	$\frac{m^2}{s^2}$

Symboles grecs:

β	Coefficient d'expansion thermique	k^{-1}
ν	Viscosité cinématique du fluide	m^2/s
α	Diffusivité thermique	m^2/s
ρ	Masse volumique du fluide	Kg/m^3
t	Temps	s
τ	Temps adimensionnel,	-
ψ	Fonction de courant adimensionnée	-
ω	Vorticité adimensionnée	- ε
ε	Taux de dissipation de l'énergie cinétique turbulente	$\frac{m^2}{s^2}$

SOMMAIRE

Chapitre III : simulation numérique et interprétation

INTRODUCTION GENERALE

Dans le cadre de la maîtrise et de la conservation de l'énergie, beaucoup de pays et d'industriels se sont engagés par des traités internationaux afin d'atteindre des objectifs communs de réduction de la consommation énergétique dans les principaux secteurs consommateurs. L'un des axes les plus prisés ces dernières années, pour atteindre cet objectif d'économie d énergie, est l'amélioration des performances thermiques des équipements et processus industriels, qui préconisent un apport ou une évacuation d'énergie sous forme de chaleur pour assurer un fonctionnement entretenu et une augmentation de leur durée de vie, d'où l'importance de maitriser les aspects du transfert de chaleur sous ses différents modes, et de contribuer à leur amélioration.

En raison de l'importance qu'ils présentent dans la pratique industrielle et dans notre quotidien, les transferts de chaleur par convection naturelle dans les cavités ont fait l'objet de nombreuses investigations. En effet, ce type de convection est présent dans de nombreux systèmes et processus industriels ; par exemple les systèmes thermiques solaires, les systèmes de refroidissement des circuits électroniques et des réacteurs nucléaires, les bâtiments et, plus précisément, l'isolation de parois opaques ou vitrées.

La convection naturelle est un phénomène de transfert thermique entre un solide et un fluide de températures différentes qui se traduit par une diffusion de chaleur entre les deux milieux. Les gradients de températures ainsi créés au niveau du fluide se traduisent par des gradients de masse volumique qui provoquent une poussée verticale (poussée d'Archimède) générée par une dilatation locale du fluide. Etant donné que le champ de vitesse dans le fluide dépend de son champ de température, la convection naturelle est le siège d'un couplage des problèmes mécaniques et thermiques qui doivent être résolus simultanément et qui sont influencés par les propriétés thermodynamiques du fluide, les écarts de températures et la géométrie des systèmes concernés.

Dans le présent travail, nous nous intéressons à l'étude de la convection naturelle dans les cavités ouvertes. Pour cela nous nous proposons d'analyser l'influence de quelques paramètres dynamiques et thermo physiques sur la structure de l'écoulement, et les distributions de température et de vitesse.

Dans le premier chapitre, des définitions et notions fondamentales relatives à la convection naturelle dans les cavités, ainsi qu'une revue bibliographique, permettant de positionner le présent travail par rapport aux différentes études antérieures, ont été présentées.

La formulation mathématique du problème physique, basée sur les équations de la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de la conservation de l'énergie, est abordée dans le deuxième chapitre, avec mise sous forme adimensionnelle de ces équations. Le cas de figure considéré, est celui d'une cavité rectangulaire ouverte, avec différentes configurations et dimensions des ouvrants.

Le troisième et dernier chapitre, est consacré à la simulation du problème avec le code fluent. Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons le code de calcul Fluent, puis en seconde partie, nous donnons les résultats des simulations en les exprimant sous la forme de courbes représentatives des lignes de courant, des vitesses et des isothermes.

I-1- Introduction :

Dans ce chapitre, nous allons présenter, dans la première partie, quelques généralités sur les transferts thermiques convectifs et plus particulièrement la convection naturelle, en rappelant les différents aspects théoriques permettant son étude. Dans la seconde partie du chapitre, une étude bibliographique concernant les différents travaux effectués sur la convection naturelle dans les cavités ouvertes, sera présentée permettant ainsi de positionner le présent travail dans son contexte global.

I-2- Généralités sur la convection naturelle dans les cavités :

La détermination du transfert de chaleur et des caractéristiques des écoulements, générés par les forces d'Archimède dans les cavités est un problème, dont l'intérêt tant sur le plan fondamental qu'au niveau des applications pratiques est important. Parmi ces applications nous pouvons citer : le stockage des fluides, les circulations d'air dans les pièces d'habitation, dans les capteurs solaires et le refroidissement des équipements électroniques …etc.

La convection est le mécanisme le plus important du transfert d'énergie entre une surface solide et un liquide ou un gaz. Deux types de convection sont généralement distingués:

- La convection forcée dans laquelle le mouvement de fluide est provoqué par l'action des forces extérieures (par exemple pompe, ventilateur…etc), qui lui imprime des vitesses de déplacement assez importantes. En conséquence, l'intensité du transfert thermique par convection forcée sera en liaison directe avec le régime de mouvement du fluide.
- La convection naturelle dans laquelle le mouvement du fluide est produit par les différences de densité entre les particules chaudes et celles froides existant dans un fluide, situé dans un champ de forces massiques. Cette différence de densité, due à la différence de température, crée une force de flottabilité, qui met en mouvement le fluide.

En général, le transfert thermique par convection traite l'interaction thermique entre une surface et un fluide dont la température diffère de celle-ci. Nous pouvons citer comme exemple, l'écoulement d'un fluide au-dessus d'un cylindre, à l'intérieur d'un tube ou entre des plaques parallèles.

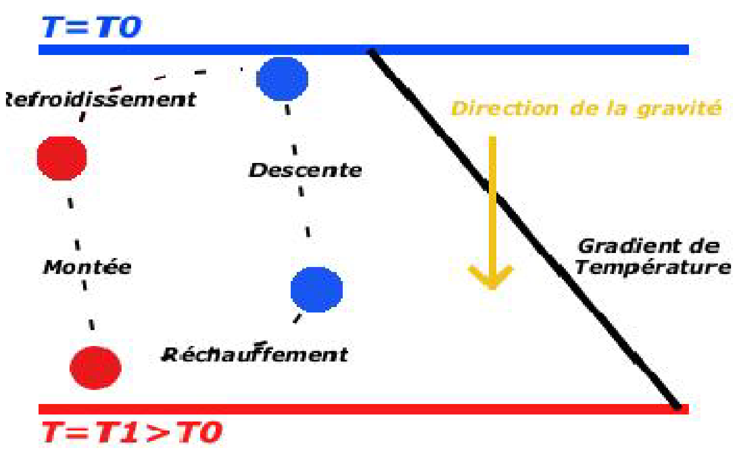


Figure (I.1.a) : Principe de fonctionnement de la convection thermique

Ce phénomène de convection est expliqué, d'une manière élémentaire, par la figure (I.1.a). En effet une particule fluide située prés de la paroi chaude absorbe la chaleur au contact de celle-ci, devient plus légère et remonte sous l'effet de la poussée d'Archimède. Elle arrive prés de la paroi froide, cède sa chaleur et se refroidit. Elle devient alors plus lourde et redescend vers le bas, où elle sera à nouveau réchauffée pour entretenir un cycle permanent.

Dans la figure (I.1.b), la température de surface et le flux thermique sont T_s et q_s respectivement. La température ambiante est T_∞. L'énergie électrique est transformée en chaleur à un taux fixe déterminé par la capacité de l'ampoule. Négligeant le rayonnement, l'énergie dissipée est transférée par convection à partir de la surface vers le fluide ambiant. Si on suppose que la température de surface résultante est trop importante et que l'on souhaite l'abaisser, nous pouvons :

- placer un ventilateur devant l'ampoule et forcer le fluide ambiant à s'écouler autour
- pour la refroidir ;
- changer le fluide, prendre un fluide bon conducteur de chaleur.
- augmenter la surface de contact en reconcevant la géométrie de l'ampoule.

Nous concluons que trois facteurs jouent des rôles majeurs dans le transfert thermique par convection: le mouvement du fluide, la nature du fluide et la géométrie de la surface de contact.

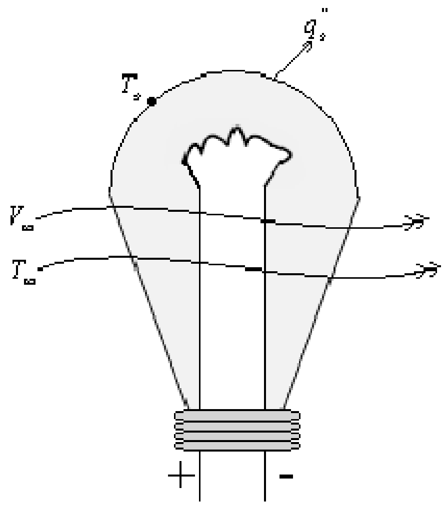


Figure (I.1.b)

I-3- Domaines d'applications de la convection naturelle :

Les applications du transfert thermique dans lesquelles la convection naturelle est le phénomène le plus dominant, sont variées. La meilleure compréhension de ce phénomène augmente le nombre d'applications et mène à un certain nombre de conceptions industrielles et environnementales sophistiquées. Toutefois, les coûts de fonctionnement sont importants, les petites améliorations d'efficacité sont essentielles et peuvent jouer un grand rôle dans la consommation d'énergie.

En outre, les problèmes océanographiques et atmosphériques tels que les effets de serre, les changements extrêmes de climat, ainsi que les problèmes technologiques, à savoir les équipements électriques et les réacteurs nucléaires, les appareils ménagers, les réfrigérateurs et les échangeurs de chaleur sont tous des problèmes, qui ont donné un intérêt particulier à cette science.

I-4- Recherche bibliographique :

Les études de la convection naturelle dans des cavités confinées constituent depuis plusieurs années, l'objet de plusieurs recherches, du fait de son implication dans de nombreux phénomènes naturels et applications industrielles.

L'étude de ce phénomène a suscité et suscite encore aujourd'hui l'intérêt de nombreux scientifiques et industriels. Les recherches menées dans ce domaine, s'étendent sur un peu plus d'un siècle. Un nombre considérable de travaux a été entrepris, suite à la découverte du phénomène par les expériences de Bénard [4] et l'analyse théorique de Rayleigh [5] au début du XXème siècle.

La plupart des travaux qui se sont intéressés au problème de la convection naturelle concernent les cas d'enceintes de forme régulière.

Dans les applications technologiques et géophysiques, les écoulements de convection naturelle se développent généralement dans les cavités rectangulaires à parois différentiellement chauffées. Dans les domaines de collection de l'énergie solaire et de refroidissement des composés électroniques, les parois actives peuvent être sujettes à des non-uniformités brusques de la température, dues à des effets imprécisés ou autres.

Nous avons essayé à travers cette recherche bibliographique de passer en revue une partie des différents travaux théoriques, numériques et expérimentaux, effectués ces dernières années et qui sont majoritairement consacrés à l'étude de la convection naturelle dans une cavité.

Novembre et Nansteel [1] ont étudié analytiquement et numériquement la convection naturelle dans une enceinte carrée avec chauffage au dessous et refroidissement le long d'un côté. Dans cette étude, des expressions asymptotiques ont été trouvées pour les taux de transfert de chaleur.

Ganzarolli et Milanez [2] ont étudié la convection naturelle dans des enceintes rectangulaires chauffées au dessous et symétriquement refroidies par les côtés. Le nombre de Rayleigh a été varié de 10^3 à 10^7 et le rapport d'aspect varié de 1 à 9. Les influences du nombre de Rayleigh, du nombre de Prandtl et du rapport d'aspect sur le mouvement du fluide et sur le transport d'énergie ont été présentées dans cette étude.

Vahl Davis [3] a présenté une solution numérique de la convection naturelle dans une cavité carrée chauffée différemment, où les deux surfaces supérieure et inférieure sont adiabatiques, tandis que les surfaces verticales sont chauffées différemment.

Lakhal et Hasnaoui [4] ont étudié numériquement la convection naturelle transitoire dans une cavité carrée soumise par le bas à une variation sinusoïdale de la température pour un nombre de Prandtl égal à 0,71 (l'air) et pour des nombres de Rayleigh variant de 10^5 à 10^6. On y montre que si l'on s'intéresse au transfert thermique moyen, le chauffage périodique est avantageux si l'amplitude de l'excitation est grande et si l'intensité de la convection est importante.

Ouafaa Mahrouche, [5] a contribué à l'étude de la convection mixte dans une cavité ouverte rectangulaire partitionnée munie de blocs chauffants» Groupe d'Energétique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Hassan II, Ain Chock, Casablanca, Maroc.

F.PENOT [6] a présenté la modélisation par le calcul numérique des écoulements de convection naturelle qui se développent au sein d'une cavité rectangulaire, chauffée à température constante et ouverte sur l'une de ses faces. Il a procédé au calcul des nombres de Nusselt locaux et globaux pour différents nombres de Grashof ($<10^7$) et les résultats sont confrontés à ceux de la plaque plane verticale mettant, ainsi, en évidence l'effet de la cavité sur le transfert convectif de chaleur.

Rejane De C. Oliveski et Col [7] ont présenté une analyse numérique de la génération d'entropie en cavité rectangulaire soumise au processus de la convection naturelle causée par la différence de température entre les parois verticales de la cavité. L'analyse numérique est réalisée par un modèle bidimensionnel avec la méthode des volumes finis et les résultats obtenus traitant la génération d'entropie en cavité rectangulaires a été exécutée avec cinq allongements, cinq nombres de Rayleigh et quatre coefficients d'irréversibilité. Les principaux résultats obtenus sont :

- La génération totale d'entropie dans l'état d'équilibre augmente linéairement dans les deux cas, avec l'allongement et le coefficient d'irréversibilité, et exponentiellement avec le nombre de Rayleigh.

- L'influence de l'allongement sur le nombre de Bejan est proportionnelle au nombre de Rayleigh et inversement proportionnel au coefficient d'irréversibilité.

- Pour le même allongement, la génération d'entropie due aux effets visqueux augmente avec le nombre de Rayleigh. Elle augmente également avec l'allongement.

Une étude numérique de l'effet de l'allongement sur la convection naturelle d'un fluide (air) contenu dans une cavité rectangulaire avec les parois latérales partiellement actives, a été présentée par N.Nithyadevi et Col [8]. La partie active de la paroi latérale gauche est à température élevée par rapport à celle de la paroi latérale droite. Les parois supérieure et inférieure ainsi que les parties inactives des parois latérales sont adiabatiques. Neuf positions relatives aux différentes zones actives sont considérées dans cette étude. Les équations sont discrétisées par la méthode des volumes finis, et les équations discrétisées sont successivement résolues. Les résultats sont obtenus pour des nombres de Grashof compris entre 10^3 et 10^5. Les effets de l'allongement sur les champs dynamique et thermique ainsi que le taux de transfert thermique à partir des parois de la cavité sont présentés. Des résultats différents sont obtenus pour des emplacements différents des parties actives.

Guestal Mabrouk [9] a étudié numériquement la convection naturelle laminaire dans une enceinte carrée avec chauffage partiel de la paroi inférieure et refroidissement des parois latérales. L'étude simule le cas d'une génération de chaleur accidentelle due à un incendie dans un bâtiment pour réacteur nucléaire ou dans une cabine de montage de composants électroniques. La source du feu est considérée comme étant située au niveau de la paroi inférieure avec différentes largeurs chauffées. Le chauffage est introduit soit sous forme d'une isotherme ou d'un flux uniforme. Aux fins de cette analyse, la longueur de la source est variée de 20% à 80% de la largeur totale de la paroi inférieure. La paroi supérieure et la partie non chauffée de la paroi inférieure sont considérées comme adiabatiques, tandis que les parois latérales sont supposées isothermes. Les formes permanentes des équations de Navier-Stokes en deux dimensions et les équations de conservation de la masse et de l'énergie, sont résolues par la méthode des volumes finis. L'algorithme SIMPLE a été utilisé pour le couplage pression- vitesse. Le nombre de Rayleigh a été varié dans l'intervalle 10^3 - 10^6. Les fonctions de courant et les isothermes sont présentées pour diverses combinaisons de Ra et de la longueur chauffée. Les résultats sont aussi présentés sous forme des Nombres de Nusselt local et moyen sur la paroi chauffée. Des corrélations sont déduites des résultats pour prévoir les taux de transfert de chaleur vers l'enceinte en fonction de la longueur adimensionnelle de la paroi chauffée et du nombre de Rayleigh.

Jean Félix Durastanti et Col [11] ont étudié la convection naturelle en régime stationnaire dans une cavité carrée, pour laquelle l'influence du nombre de Rayleigh est déterminante. Le problème a été abordé moyennant une méthode numérique originale basée sur la ré analyse des équations de Navier Stokes. Le principe de cette méthode est de découpler les équations phénoménologiques des conditions aux limites par l'intermédiaire de variables d'interfaces afin d'obtenir un système de taille réduite permettant de traiter facilement une modification des conditions aux limites. Le nombre d'opérations nécessaires se trouve alors considérablement diminué par rapport à une résolution par les méthodes classiques.

I-5- Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté des généralités sur le transfert de chaleur par convection naturelle dans les enceintes. Les résultats les plus importants qui ont découlé de cette revue bibliographique ont montré que la structure de l'écoulement et le transfert de chaleur dépendent étroitement de la géométrie de la cavité, des conditions de fonctionnement et des paramètres de contrôle adimensionnels tels que le nombre de Grashof et le nombre de Prandtl.

II-1- Introduction :

Ce chapitre est consacré à l'étude analytique de la convection naturelle dans une cavité ouverte, et ceci en posant le système d'équations qui permettra de calculer les différentes grandeurs caractéristiques du fluide en tout point de la cavité (vitesse, température).

II-2- Domaine physique :

Dans les écoulements causés par la force de flottabilité, le comportement du fluide est complètement décrit par le champ d'écoulement, le champ thermique, la distribution de pression et les propriétés locales du fluide. Ces variables sont gouvernées par les lois fondamentales de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et la conservation d'énergie. La solution de cet ensemble d'équations est dépendante des valeurs de plusieurs groupes adimensionnels.

Dans les écoulements de convection naturelle, nous distinguons les nombres de Rayleigh, Grashof, Prandtl et autres nombres, représentés par plusieurs propriétés physiques dépendantes de la température. L'importance mutuelle de ces propriétés dépend des conditions thermiques et des facteurs géométriques.

II-3- Equations du modèle mathématique :

La convection naturelle engendrée par des transferts de chaleur au voisinage des surfaces chauffées a été largement étudiée tant au niveau théorique qu'expérimental. En mécanique des fluides, en supposant que le fluide est un milieu continu, on peut utiliser les lois classiques de conservation suivantes :

- Loi de Fourier.
- Loi de Newton
- Loi de Lavoisier (principe de conservation de la masse) pour établir l'équation de continuité;
- Deuxième loi de newton (principe de conservation de la quantité de mouvement) pour établir les équations de quantité de mouvement;
- Loi de conservation d'énergie (Premier principe de la thermodynamique) pour établir l'équation de l'énergie.

Dans le cas laminaire, les problèmes d'écoulement de fluide peuvent être traités par la résolution des équations de quantité de mouvement, de continuité et d'énergie.

a. Loi de Fourier:

L'expérience montre que si une extrémité d'une barre en métal est chauffée, sa température à l'autre extrémité commencera à s'élever, par la suite. Ce transfert d'énergie est dû à l'activité moléculaire. Les molécules à l'extrémité chaude échangent leurs énergies cinétiques et vibratoires avec des couches voisines par le mouvement et les collisions aléatoires. Un gradient de température est établi avec de l'énergie transportée continuellement dans la direction de la température décroissante. Ce mode de transfert d'énergie s'appelle la conduction. Le même mécanisme a lieu dans les fluides, qu'ils soient stationnaires ou mobiles.

Le mécanisme de l'échange d'énergie à l'interface entre un fluide et une surface se fait par conduction. Cependant, le transport d'énergie dans un fluide en mouvement se fait par conduction et convection.

Considérons l'état d'équilibre et soit q le taux de transfert de chaleur dans la direction x. Les expériences ont montré que pour une plaque d'épaisseur L et de surface A et pour un écart de température$\left(T_i - T_f \right)$ entre les deux extrémités de cette plaque (figure I.1.c), le flux q est directement proportionnel à A et inversement proportionnel à L :

$$q_x = \mathrm{k}\,\frac{A(T_i - T_f)}{L} \qquad \text{(I.1.1)}$$

Où k est une propriété de matériau appelée la « conductivité thermique ».

L'équation (I.1.1) est valide pour : (i) un état d'équilibre, (ii) k est une constante, (iii) la conduction est unidimensionnelle.

Appliquons (I.1.1) à l'élément dx montré sur la figure (I.1.c), en notant que

$T_i - T_f =$ T(x+dx) – T(x) = dT

et en remplaçant L par dx, nous obtenons :

$$q_x = -\,\mathrm{kA}\,\frac{dT}{dx} \qquad \text{(I.1.2)}$$

Il est utile d'introduire le terme densité de flux thermique $q_x^{''}$ qui est défini comme suit :

$$q_x^{''} = \frac{q_x}{A} = -\,\mathrm{k}\,\frac{dT}{dx} \qquad \text{(I.1.3)}$$

Bien que (I.1.3) soit basée sur la conduction unidimensionnelle, elle peut être généralisée au cas bidimensionnel et au régime transitoire, en notant que le flux thermique est un vecteur :

$$q_x^{''} = -\,\mathrm{k}\,\frac{dT}{dx} \quad , \quad q_y^{''} = -\,\mathrm{k}\,\frac{dT}{dy} \qquad \text{(I.1.4)}$$

L'équation (I.1.4) est connue comme la loi de Fourier.Cette loi nous permet donc de déterminer le flux de la chaleur dans n'importe quelle direction connaissant la distribution *T(x, y, t)* de la température. [12]

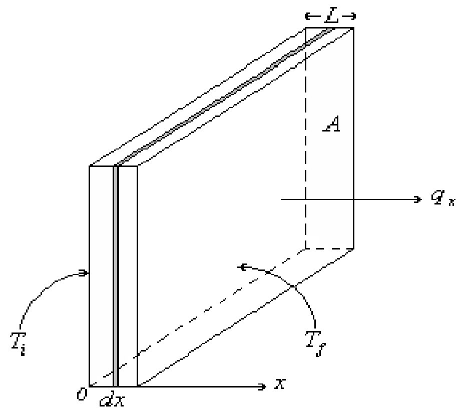


Figure (I.1.c)

b. Loi de newton :

Une autre approche de la détermination du taux de transfert thermique entre une surface et un fluide adjacent et mobile est basée sur la loi du Newton. Isaac Newton a postulé que la densité de flux superficiel de convection est directement proportionnel à la différence de température entre la surface et le fluide : $q_s^{"} = h\,(T_s - T_\infty)$ (I.1.5)

Ce résultat traduit la loi de Newton. La constante *h* est appelée « coefficient de transfert thermique ». Ce coefficient dépend de la géométrie, des propriétés du fluide, de l'écoulement et de la différence de température $(T_s - T_\infty)$.

La combinaison des lois de Fourier et Newton (I.1.4) et (I.1.5) respectivement donne :

$$h = \left. -k\frac{dT(x,y=0)}{dy} \middle/ (T_s - T_\infty) \right. \qquad \text{(I.1.6)}$$

La détermination de la distribution de température permet celle du coefficient du transfert thermique *h*.

c. Nombre du Nusselt :

A partir de l'équation (I.1.6) nous avons :

$$\frac{hx}{k} = -\ x\,\frac{dT(x,y=0)}{(T_s - T_\infty)dy} \qquad \text{(I.1.7)}$$

Le coefficient $\frac{hx}{k}$ est connu sous le nom du nombre de Nusselt et puisque ce dernier dépend de l'abscisse x il est désigné sous le nom du nombre de Nusselt local (Nu_x).

$$Nu_x = \frac{hx}{k} \qquad \text{(I.1.8)}$$

Le nombre de Nusselt moyen ${}_L Nu$ pour une surface de longueur L est basé sur le coefficient moyen *h* : $\bar{N}u_L = \frac{\bar{h}\,L}{k}$ (I.1.9)

Où $\bar{h}$ pour le cas unidimensionnel est donné par :

$$\bar{h} = \frac{1}{l}\int_0^l h(x)dx \qquad \text{(I.1.10)}$$

II-4- Hypothèses Simplificatrices :

Pour rendre possible la résolution du problème physique et afin de simplifier la modélisation de ce dernier, certains hypothèses sur le régime d'écoulement, la nature du fluide, les champs dynamique et thermique, sont admises :

- Le fluide est newtonien et incompressible
- L'écoulement est bidimensionnel en coordonnées cartésiennes
- Le régime d'écoulement est laminaire et permanent
- Absence de source interne de chaleur, de source de masse ou de réaction chimique
- Le transfert de chaleur par rayonnement est négligeable
- La dissipation visqueuse est négligeable
- Les propriétés thermo physiques du fluide à l'intérieur de la cavité sont constantes sauf pour la masse volumique dont les variations dues aux différences de températures engendrent le mouvement. On admet, à cet effet, l'approximation de BOUSSINESQ.

II-5-Approximation de Boussinesq :

Le mouvement de fluide dans la convection naturelle est produit par le changement de la densité. Donc la supposition de la densité constante ne peut pas être faite dans l'analyse des problèmes de la convection naturelle. Au lieu de cela une simplification alternative appelée "approximation de Boussinesq" est faite. L'approche de base dans cette approximation est de considérer la densité comme constante dans l'équation de continuité et le terme d'inertie de l'équation de quantité de mouvement, mais variable avec la température dans le terme de pesanteur. Dans ce cas l'équation (I.2.2) devient :

$$\rho_\infty \frac{d\vec{V}}{dx} = \rho\vec{g} - \nabla P + \mu\, \nabla^2\vec{V} \qquad \text{(I.3.1)}$$

Où ρ_∞est la densité de fluide à un certain état de référence où la température est uniforme et le fluide est stationnaire ou en mouvement avec une vitesse uniforme. Donc à l'état de référence nous avons :

$$\frac{d\vec{V}_\infty}{dt} = \nabla^2\vec{V}_\infty^2 = 0 \qquad \text{(a)}$$

L'application de (I.3.1) à l'état de référence ∞ et l'utilisation de (a) donnent :

$$\rho_\infty\vec{g} - \nabla P_\infty = 0 \qquad \text{(b)}$$

La soustraction de (b) de (I.3.1) donne :

$$\rho\frac{d\vec{V}}{dt} = (\rho - \rho_\infty)\vec{g} - \nabla(P - P_\infty) + \mu\nabla^2\vec{V} \qquad \text{(I.3.2)}$$

Le terme $(\rho - \rho_\infty)$ peut s'exprimer en terme de différence de température. Cela est accompli à travers l'introduction du coefficient d'expansion β défini comme suit :

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{d\rho}{dT}\right)_P \qquad \text{(c)}$$

La variation de la pression dans la convection naturelle est habituellement petite, en outre l'effet de la pression sur β est aussi petit. En d'autre termes, dans la convection naturelle β peut être considéré comme indépendant de *p*.

Nous réécrivons (c) :

$$\beta \approx -\frac{1}{\rho_\infty}\frac{\rho-\rho_\infty}{T-T_\infty} \qquad \text{(e)}$$

Ce résultat donne :

$$\rho - \rho_\infty = -\beta\rho_\infty(T - T_\infty) \qquad \text{(f)}$$

L'équation (f) relie le changement de la densité avec le changement de la température, et en substituant (f) dans (I.3.2) nous obtenons, ci-dessous, l'équation de la quantité de mouvement d'un fluide en mouvement du à la convection naturelle à partir de l'approximation Boussinesq.

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = -\beta\vec{g}(T - T_\infty) - \frac{1}{\rho_\infty}\nabla(P - P_\infty) + \mu\nabla^2\vec{V}$$

(I.3.3)

Nombre de Grashof :

C'est un nombre sans dimension, utilisé en mécanique des fluides pour caractériser la convection naturelle dans un fluide. Il correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. On le définit par :

$$Gr = \frac{g\mathcal{B}\Delta T L^3}{\upsilon^2}$$

Où L est la hauteur de la cavité.

Nombre de Rayleigh :

C'est un nombre sans dimension, caractérisant aussi le transfert de chaleur au sein d'un fluide. Ce nombre est utilisé en mécanique des fluides. Inférieur à une valeur critique de 2000, le transfert s'opère par conduction, au-delà de cette valeur, c'est la convection libre qui devient importante. On le définit de la manière suivante :

$$\text{Ra} = \frac{g\mathcal{B}\Delta T L^3}{\upsilon\alpha} = \text{Gr. Pr}$$

Nombre de Richardson :

$$R_i = \frac{G_r}{R_e^2}$$

Nombre de Prandtl :

C'est un nombre adimensionnel. Il représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique. On le définit de la manière suivante :

$$\text{Pr} = \frac{\upsilon}{\alpha}$$

II-6- Conditions aux limites généralement rencontrées dans le transfert par convection :

Pour obtenir les solutions des champs de vitesse, de pression et de température, des conditions aux limites doivent être formulées et indiquées. Les conditions aux limites sont des équations mathématiques décrivant ce qui a lieu physiquement à une frontière. Dans le transfert thermique par convection, il est nécessaire d'indiquer les conditions aux limites de la vitesse et de la température.

Les conditions rencontrées sont généralement :

- **Condition de non-glissement :**

La vitesse du fluide est considérée comme nulle à une frontière stationnaire telle que la paroi d'un tube, la surface d’une plaque, d’un cylindre, ou d’une sphère.

En coordonnées cartésiennes cette condition est exprimée mathématiquement par :
$\vec{V}(x, 0, t) = 0$

Où y est la coordonnée normale à la surface et l'origine est à y=0. On a donc :

$u(x,0,t) = v(x,0,t) = 0$

- **Condition d’un écoulement libre :**

Loin d'un objet il est courant d’assumer une vitesse uniforme ou nulle. Par exemple, une composante de vitesse uniforme dans la direction x à y = ∞ est exprimée comme :

$$u(x, \infty, t) = V_\infty \qquad \text{(I.4.2)}$$

De même, la température uniforme loin d'un objet est exprimée :

$$T(x,\infty, t) = T_\infty \qquad \text{(I.4.3)}$$

- **Conditions thermiques de surface :**

Deux conditions thermiques extérieures communes sont couramment employées dans l'analyse des problèmes de convection. Ce sont :

***Une température indiquée* :**

Cette condition est : $T(x,0,t)=T_S$ (I.4.4)

La température de surface T_s n'a pas besoin d'être uniforme ou constante. Elle peut changer aussi bien avec l’abscisse x qu’avec le temps t.

Un flux thermique indiqué :

La condition au limite pour une surface qui est chauffée ou refroidie à un flux indiqué est exprimée comme suit :

$$-k\frac{\partial T(x,0,t)}{\partial y} = q_0''$$

II-7-Formulation générale des équations de la convection naturelle:

L'analyse de la convection thermique se fonde sur l'application des trois lois fondamentales de la physique générale : conservation de la masse, de la quantité de mouvement, et de l'énergie. En outre, les lois de Fourier et de newton déjà présentées précédemment sont également considérées. L'objectif visé étant la détermination de la distribution de la température, et des vitesses. Dans le but d'établir la formulation du phénomène de la convection nous considérons les équations classiques de Navier-Stokes écrites sous forme projetée en coordonnées cartésiennes bidimensionnelles:

Equation de continuité : $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (I.5.1)$$

Equations de quantité de mouvement :

Suivant x : $$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+V\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial(P-P_0)}{\partial x}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (I.5.2.a)$$

Suivant y : $$\frac{\partial V}{\partial t}+u\frac{\partial V}{\partial x}+V\frac{\partial V}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{\partial(P-P_0)}{\partial y}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}\right)+g\beta(T-T_0)$$
(I.5.2.b)

Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+V\frac{\partial T}{\partial y}=a\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right) \qquad (I.5.3)$$

II.7.1. Forme adimensionnelle des équations :

Dans le but de généraliser la solution du problème considéré dans cette étude nous procédons à l'adimensionnalisation des équations établies précédemment.

A .Variables adimensionnelles :

Pour adimensionnaliser les variables dépendantes et indépendantes, nous employons des quantités caractéristiques qui sont constantes dans tout le champ d'écoulement et de température.

Ces quantités sont : L , V_0 , T_p , T_0 et p_0

Nous considérons les coordonnées cartésiennes et définissons les variables adimensionnelles suivantes :

$$X = \frac{x}{L}, \quad Y = \frac{y}{L}, \quad U = \frac{u}{V_0}, \quad V = \frac{v}{V_0}, \quad \theta = \frac{T - T_0}{T_p - T_0}, \quad \tau = \frac{V_0 t}{L}, \quad P = \frac{(P - P_0)}{\rho V_0^2}$$

$$\Rightarrow \; x = X\ L, \quad y = Y\ L, \quad u = V_0\ U, \quad v = V_0\ V, \quad t = \frac{L\,\tau}{V_0}, \quad P - P_0 = \rho V_0^2 P$$

B. Forme adimensionnelle de l'équation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial X}\frac{V_0}{L} = \left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial U}{\partial X} \qquad \text{(a)}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial Y}\frac{V_0}{L} = \left(\frac{1}{L}\right)\frac{\partial V}{\partial Y} \qquad \text{(b)}$$

Substituant (a) et (b) dans (I.5.1) :

$$\left(\frac{V_0}{L}\right)\frac{\partial U}{\partial X} + \left(\frac{V_0}{L}\right)\frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \qquad \text{(I.5.4)}$$

C. Forme adimensionnelle des équations de quantité de mouvement :

$$\frac{\boldsymbol{\partial u}}{\boldsymbol{\partial t}} = \left(\frac{\partial u}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t}\right) = \left(V_0\frac{\partial U}{\partial \tau}\frac{V_0}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)\frac{\partial U}{\partial \tau} \qquad \text{(c)}$$

$$u\frac{\partial u}{\partial x} = V_0 .\ U\left(\frac{\partial u}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right) = V_0 .\ U\left(V_0\frac{\partial U}{\partial X}\frac{1}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)U\frac{\partial U}{\partial X} \qquad \text{(d)}$$

$$v\frac{\partial u}{\partial y} = V_0 .\ V\left(\frac{\partial u}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right) = V_0 .\ V\left(V_0\frac{\partial U}{\partial Y}\frac{1}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)V\frac{\partial U}{\partial Y} \qquad \text{(e)}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(V_0\frac{\partial U}{\partial X}\frac{1}{L}\right) = \frac{V_0}{L}\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)\frac{\partial X}{\partial x} = \left(\frac{V_0}{L^2}\right)\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} \qquad \text{(f)}$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(V_0\frac{\partial U}{\partial Y}\frac{1}{L}\right) = \frac{V_0}{L}\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial U}{\partial Y}\right)\frac{\partial Y}{\partial y} = \left(\frac{V_0}{L^2}\right)\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$
(g)

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial \boldsymbol{t}} = \left(\frac{\partial v}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t}\right) = \left(V_0\frac{\partial V}{\partial \tau}\frac{V_0}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)\frac{\partial V}{\partial \tau} \qquad \text{(h)}$$

$$\mathrm{u}\,\frac{\partial v}{\partial x} = V_0.\,\mathrm{U}\left(\frac{\partial v}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right) = V_0.\,\mathrm{U}\left(V_0\frac{\partial V}{\partial X}\frac{1}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)\mathrm{U}\,\frac{\partial V}{\partial X} \qquad \text{(i)}$$

$$v\,\frac{\partial v}{\partial y} = V_0.\,\mathrm{V}\left(\frac{\partial v}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right) = V_0.\mathrm{V}\left(V_0\frac{\partial V}{\partial Y}\frac{1}{L}\right) = \left(\frac{V_0^2}{L}\right)\mathrm{V}\,\frac{\partial V}{\partial Y} \qquad \text{(j)}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial v}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}\left(V_0\frac{\partial V}{\partial X}\frac{1}{L}\right) = \frac{V_0}{L}\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial V}{\partial X}\right)\frac{\partial X}{\partial x} =$$
$$\left(\frac{V_0}{L^2}\right)\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} \qquad \text{(k)}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial v}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(V_0\frac{\partial V}{\partial Y}\frac{1}{L}\right) = \frac{V_0}{L}\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)\frac{\partial Y}{\partial y} = \left(\frac{V_0}{L^2}\right)\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}$$
(l)

La substitution de (c), (d), (e), (f) et (g) dans (I.5.2.a) donne :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U\,\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{V_0 L}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)$$

Introduisant le nombre de Reynolds : $\mathrm{Re} = \frac{V_0 L}{\nu}$ nous obtenons :

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + U\,\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)$$
(I.5.5.a)

La substitution de (h), (i), (j), (k) et (l) dans (I.5.3) donne :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} + U\,\frac{\partial V}{\partial X} + V\frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + \frac{\nu}{V_0 L}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right) + \frac{g\beta\Delta T}{V_0^2}\,L\theta$$

Introduisons les nombre de *Grashof* $Gr = \frac{g\beta\Delta T L^3}{\nu^2}$ qui mesure le rapport des forces de gravité aux forces de viscosité agissant sur le fluide (il représente l'effet buoyancy) et le nombre de Richardson :

$$Ri = \frac{Gr}{\mathrm{Re}^2}\,:$$

L'équation précédente s'écrit :

$$\frac{\partial V}{\partial \tau}+U\ \frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=\ -\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{1}{Re}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\ \right)+\ Ri\ L\theta \qquad \text{(I.5.5.b)}$$

D. Forme adimensionnelle de l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\left(\frac{\partial T}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial t}\right)=\left(\Delta T\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau}\frac{V_0}{L}\right)=\left(\frac{V_0.\Delta T}{L}\right)\frac{\partial \theta}{\partial \tau} \qquad \text{(m)}$$

$$\mathrm{u}\frac{\partial T}{\partial x}=V_0.U\left(\frac{\partial T}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right)=V_0.U\left(\Delta T\frac{\partial \theta}{\partial X}\frac{1}{L}\right)=\left(\frac{V_0\Delta T}{L}\right)U\frac{\partial \theta}{\partial X} \qquad \text{(n)}$$

$$\mathbf{v}\frac{\partial T}{\partial y}=V_0.V\left(\frac{\partial T}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right)=V_0.V\left(\Delta T\frac{\partial \theta}{\partial Y}\frac{1}{L}\right)=\left(\frac{V_0\Delta T}{L}\right)V\frac{\partial \theta}{\partial Y} \qquad \text{(o)}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial T}{\partial X}\frac{\partial X}{\partial x}\right)=\frac{\partial}{\partial x}\left(\Delta T\frac{\partial \theta}{\partial X}\frac{1}{L}\right)=\frac{\Delta T}{L}*\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)\frac{\partial X}{\partial x}=\left(\frac{\Delta T}{L^2}\right)\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} \qquad \text{(p)}$$

$$\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial T}{\partial Y}\frac{\partial Y}{\partial y}\right)=\frac{\partial}{\partial y}\left(\Delta T\frac{\partial \theta}{\partial Y}\frac{1}{L}\right)=\frac{\Delta T}{L}*\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)\frac{\partial Y}{\partial y}=\left(\frac{\Delta T}{L^2}\right)\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \qquad \text{(q)}$$

Remplaçons par (m), (n), (o), (p) et (q) dans (I.5.3) :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{a}{V_0 L}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right)$$

En prenant que $\Pr=\frac{\nu}{a}$, on aura :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{RePr}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right) \qquad \text{(I.5.6)}$$

II.7.2 Formulation en terme de fonction de courant et vorticité ψ et ω

La formulation du modèle mathématique du problème considéré, en introduisant la fonction de courant et celle de la vorticité, a pour but d'éliminer la pression des équations primaires et ainsi réduire le nombre de variables et les équations à résoudre.

La fonction de courant et la vorticité sont définies par les relations suivantes :

$$U=\frac{\partial \psi}{\partial Y} \qquad V=-\frac{\partial \psi}{\partial X} \qquad \omega=\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}$$

Dérivant (I.5.5.a) et (I.5.5.b) par rapport à Y et X respectivement, et retranchant les deux équations résultantes membre à membre pour éliminer le gradient de la pression, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial \tau}\left(\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}\right)+U\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}\right)+V\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}\right)=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\begin{array}{c}\frac{\partial^2}{\partial X^2}\left(\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}\right)+\\ \frac{\partial^2}{\partial Y^2}\left(\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}\right)\end{array}\right)+Ri\ \frac{\partial \theta}{\partial X}$$

Avec : $\omega=\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial V}{\partial Y}$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau}+\mathrm{U}\frac{\partial \omega}{\partial X}+\mathrm{V}\frac{\partial \omega}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right)+Ri\frac{\partial \theta}{\partial X} \qquad \text{(I.5.7)}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y}=\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} \quad , \quad \frac{\partial V}{\partial X}=\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}$$

$$\Rightarrow \omega=\frac{\partial V}{\partial X}-\frac{\partial U}{\partial Y}=-\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}-\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} \qquad \text{(I.5.8)}$$

Finalement nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+U\frac{\partial \theta}{\partial X}+V\frac{\partial \theta}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{RePr}}\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2}\right)$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial \tau}+\mathrm{U}\frac{\partial \omega}{\partial X}+\mathrm{V}\frac{\partial \omega}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \omega}{\partial Y^2}\right)+Ri\frac{\partial \theta}{\partial X}$$

(I.5.9)

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2}=-\omega$$

$$\mathrm{U}=\frac{\partial \psi}{\partial Y} \quad , \quad \mathrm{V}=-\frac{\partial \psi}{\partial X}$$

La forme adimensionnelle des équations (I.5.9) est régie par les trois paramètres suivants : le nombre de Reynolds Re, le nombre de Prandlt Pr et le nombre de Richardson Ri . Le nombre de Reynolds est associé à l'écoulement visqueux tandis que le nombre de Prandtl, propriété physique du fluide, est un paramètre caractérisant le transfert thermique. Pour déterminer si la convection est laminaire ou turbulente, l'utilisation du nombre de Reynolds n'est pas satisfaisante, car il est impossible de considérer la densité du fluide comme constante. Le nombre sans dimension utilisé dans ce cas est plutôt le nombre de Grashof ou le nombre de Rayleigh (égale au produit du nombre Grashof et du nombre de Prandlt). Quand au nombre de Richardson, défini précédemment et qui a été mis en évidence par Lewis Fry Richardson (1881-1953), il indique le mode de convection.

I I.7.3. Equation de la pression :

Dérivant (I.5.5.a) et (I.5.5.b) par rapport à Y et X respectivement, et ajoutant les deux équations résultantes membre à membre, on obtient :

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial Y^2}\right)=-\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2 - 2\,\frac{\partial V}{\partial X}\,\frac{\partial U}{\partial Y} - \left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2 + Ri\,\frac{\partial \theta}{\partial Y}$$

Avec : $\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2=\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial Y}\right)^2$

$$\frac{\partial V}{\partial X}= -\frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{\partial \psi}{\partial X}\right)=\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial Y}= -\frac{\partial}{\partial Y}\left(\frac{\partial \psi}{\partial Y}\right)=\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2}$$

$$\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2=\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y \partial X}\right)^2$$

On obtient alors :

$$\left(\frac{\partial^2 P}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 P}{\partial Y^2}\right)= -2\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial X \partial Y}\right)^2 + 2\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2}\,\frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} + Ri\,\frac{\partial \theta}{\partial Y} \qquad \text{(I.5.10)}$$

II.7.4. Nombre de Nusselt moyen :

D'après la relation (I.1.9) on a :

$$Nu_X = \frac{hx}{k} = -\,X\,\frac{d\theta(X,Y=0)}{dY}$$

A la paroi chaude droite $X = 0$ et $0 \le Y \le 1$ la relation (I.1.9) devient :

$$Nu_Y = -\,Y\,\frac{d\theta(X=0,Y)}{dX} = \int_0^1 \left[-\frac{d\theta}{dX}\right]_{X=0} dY$$

Donc le transfert de chaleur à partir de la paroi chaude est exprimé par le nombre de Nusselt moyen défini par l'intégrale suivante :

$$Num = \int_0^1 \left[-\frac{d\theta}{dX}\right]_{X=0} dY$$

II.8. Modèles de turbulence :

La simulation directe des équations instantanées de Navier-Stokes reste pour l'instant (et sûrement pour longtemps encore) limitée à des écoulements laminaires, donc des écoulements à faible nombre de Reynolds et pour des configurations géométriques simples par rapport aux préoccupations industrielles.

En régime turbulent et lorsque les conditions aux limites sont permanentes, on simplifie l'étude du problème en admettant l'hypothèse qu'en chaque point de l'écoulement, les variables V_i, P et T sont permanentes en moyenne. On décompose alors l'écoulement en un champ moyen et un champ fluctuant autour de ce champ moyen. C'est la décomposition de Reynolds. Par exemple, le champ de vitesse sera décrit de la manière suivante :

$$\vec{V}(t) = \overline{\overline{V}} + \vec{V}'(t)$$

Notre simulation se fera à l'aide du code de calcul CFD Fluent qui s'appuie sur la modélisation des équations de conservation à l'aide de la méthode des volumes finis. Le modèle utilisé est le modèle k-ε standard à deux équations de transport, qui a prouvé son efficacité pour les configurations des cavités rectangulaires comme dans tant d'autres configurations.

En finalité, le système d'équations à résoudre est un système où les variables à déterminer sont les valeurs moyennes à chaque instant des deux composantes de la vitesse en bidimensionnel, de la température ainsi que la valeur des nouvelles inconnues liées au choix du modèle turbulent et qui sont : la viscosité cinématique turbulente υ_t, l'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation de l'énergie cinétique de turbulence ε.

II.8.1. Equations de conservation sous forme adimensionnelle :

Dans les équations qui suivent U, V, P et θ représentent désormais les valeurs moyennes de ces variables.

II.8.1.1. Equation de continuité :

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

II.8.1.2. Equations de conservation de la quantité de mouvement :

-Equation de conservation de la quantité de mouvement par rapport à X:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{\partial (UU)}{\partial X} + \frac{\partial (VU)}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + P_r \left[\frac{\partial}{\partial X}\left[(1+\nu_\tau^*)\frac{\partial U}{\partial X}\right] + \frac{\partial}{\partial Y}\left[(1+\nu_\tau^*)\frac{\partial U}{\partial Y}\right]\right]$$

-Equation de conservation de la quantité de mouvement par rapport à Y:

$$\frac{\partial V}{\partial \tau}+\frac{\partial (UV)}{\partial X}+\frac{\partial (VV)}{\partial Y}=-\frac{\partial P}{\partial X}+P_r\left[\frac{\partial}{\partial X}\left[(1+\nu_\tau^*)\frac{\partial V}{\partial X}\right]+\frac{\partial}{\partial Y}\left[(1+\nu_\tau^*)\frac{\partial V}{\partial Y}\right]\right]+R_a\,P_r\theta$$

II.8.1.3.Equation de l'énergie :

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau}+\frac{\partial (U\theta)}{\partial X}+\frac{\partial (V\theta)}{\partial Y}=\frac{\partial}{\partial X}\left[(1+a_\tau^*)\frac{\partial \theta}{\partial X}\right]+\frac{\partial}{\partial Y}\left[(1+a_\tau^*)\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right]+\mathrm{S}$$

II.8.1.4. Equation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\partial k}{\partial \tau}+\frac{\partial (Uk)}{\partial X}+\frac{\partial (Vk)}{\partial Y}=P_r\left[\frac{\partial}{\partial X}\left[\left(1+\frac{\nu_\tau^*}{\sigma_\tau}\right)\frac{\partial k}{\partial X}\right]+\frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1+\frac{\nu_\tau^*}{\sigma_\tau}\right)\frac{\partial k}{\partial Y}\right]\right]+P_r\nu_\tau^*\left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y}+\frac{\partial V}{\partial X}\right)^2+2\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2+2\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2\right]-\varepsilon-R_a\frac{P_r^2}{Pr_\tau}\nu_\tau^*\frac{\partial \theta}{\partial Y}$$

II.8.1.5. Equation de dissipation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau}+\frac{\partial (U\varepsilon)}{\partial X}+\frac{\partial (V\varepsilon)}{\partial Y}=P_r\left[\frac{\partial}{\partial X}\left[\left(1+\frac{\nu_\tau^*}{\sigma_e}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial X}\right]+\frac{\partial}{\partial Y}\left[\left(1+\frac{\nu_\tau^*}{\sigma_e}\right)\frac{\partial \varepsilon}{\partial Y}\right]\right]+C_1\,P_r\,\frac{\varepsilon}{k}\,\nu_\tau^*\left[\left(\frac{\partial U}{\partial Y}+\frac{\partial V}{\partial X}\right)^2+2\left(\frac{\partial U}{\partial X}\right)^2+2\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)^2\right]-C_2\frac{\varepsilon^2}{k}-C_e\,R_a\frac{P_r^2}{Pr_\tau}\nu_\tau^*\frac{\partial \theta}{\partial Y}$$

La viscosité turbulente adimensionnelle et la diffusivité thermique sont données pour les différents domaines de calcul comme suit :

$$\nu_\tau^*=\begin{cases}(\mathrm{C_u}/\mathrm{P_r})\,(\mathrm{k}^2/\varepsilon) & \text{Dans le domaine fluide}\\ 0 & \text{A l'intérieurdes régions solides}\end{cases}$$

$$a_\tau^*=\begin{cases}(P_r/Pr_\tau)\nu_\tau^* & \text{Dans le domaine fluide}\\ 0 & \text{A l'intérieurdes regions solides}\end{cases}$$

Les constantes du modèle avec leurs paramètres sont énumérées ci-dessous.

C1 = 1.44, C2 = 1.92, Ce = 0.70, C_u= 0.09, σ_e= 1.3, σ_k= 1.0, Pr = 0.71, Pr_τ= 1.00.

II-9- Conclusion :

Le phénomène physique a été décrit mathématiquement par les différentes équations de conservation. Une mise sous forme adimensionnelle de ces équations a été présentée permettant ainsi de dégager quelques groupements adimensionnels : nombre de Prandtl, nombre de Grashof, nombre de Rayleigh, qui représentent ainsi les paramètres de contrôle pour les différents configurations géométriques que nous allons simuler, tant en régime laminaire qu'en turbulent.

III-1-1- Introduction :

La simulation numérique des écoulements est maintenant considérée comme de véritables expériences numériques lorsque les simulations sont faites avec soin.

L'avantage des méthodes numériques est que toutes les quantités physiques liées à l'écoulement (surface libre, champ de vitesse, champ de pression, contraintes, ...) sont immédiatement obtenues. Dans une expérience l'obtention de ces quantités en tous les points du champ est souvent impossible ou très difficile à réaliser.

La première partie de ce chapitre porte sur les démarches d'utilisation d'un code de calcul numérique de dynamique des fluides pour modéliser la convection naturelle dans cavités. Nous présentons le logiciel de CFD choisi pour cette modélisation.

III-1-2-Présentation du code de calcul FLUENT :

Pour réaliser nos simulations, nous avons choisi le code de calcul commercial Fluent 6.2 que nous présentons dans cette partie.

Au cours de nos travaux de modélisation et de simulation, nous avons utilisé deux logiciels commerciaux ANSYS Inc., GAMBIT (générateur de géométrie et de maillage) et FLUENT (solveur et post traitement).

FLUENT utilise une méthode de discrétisation des équations différentielles initiales de type volumes finis. Sur chaque volume élémentaire obtenu après maillage, les équations de conservation sont appliquées sous leur forme intégrale. Les variables inconnues du système d'équations (pression, vitesse, etc…) sont définies au centre de chaque cellule (volume élémentaire).

FLUENT offre une grande variété de possibilités pour la modélisation en mécanique des fluides ; qu'il s'agisse d'une simulation 2D ou 3D, interne ou externe, stationnaire ou instationnaire, compressible ou incompressible. Nous avons utilisé deux modèles de turbulence k-ε, k-ω, afin de traiter les équations de conservation de la masse et de la quantité

de mouvement, mais différents modèles de turbulence comme *Spalart-Allmaras, Reynolds stress*, LES sont également disponibles.

III-1-3- Architecture du logiciel :

Comme tout logiciel de CFD, il est composé de trois éléments le pré processeur, le solveur et le post processeur.

•la définition du problème à résoudre s'effectue à l'aide du préprocesseur Gambit. Il permet de représenter la géométrie du système, (de définir le type de conditions aux limites aux frontières du domaine, de spécifier le type de matériau (fluide ou solide). Il fournit aussi la possibilité de discrétiser le domaine, en proposant plusieurs algorithmes de maillage suivant sa géométrie.

•Le solveur permet de définir numériquement les conditions initiales opératoires (gravité, pression) dans lesquelles est effectuée la simulation. ainsi que la spécification des conditions aux limites. Enfin, il permet de choisir le processus itératif en proposant notamment plusieurs schémas numériques pour la discrétisation spatiale et temporelle, et pour le couplage de la vitesse et de la pression. Il offre également une interface permettant de contrôler à tout moment l'état d'avancement des calculs.

•Le post processeur est l'élément qui permet de visualiser la géométrie et le maillage du domaine, mais surtout d'afficher les résultats obtenus. Il est ainsi possible de visualiser les champs du vecteur vitesse, les champs de pression, de turbulence ainsi que toutes les autres grandeurs ca1culées sur un segment, une section du domaine ou sur tout le volume. Il offre aussi la possibilité de tracer des courbes et de visualiser les lignes de courant ou la trajectoire de particules.

III-1-4- Etapes de calculs :

Les étapes décrites ci-dessous sont propres au régime permanent. Généralement on distingue :

- ✓ L'intégration des équations de transport
- ✓ La discrétisation spatiale
- ✓ Le couplage pression -vitesse
- ✓ La convergence

III-2- Maillage :

Le premier travail à accomplir dans la réalisation d'une simulation numérique est la définition d'un maillage adapté à l'écoulement. De sa qualité dépend la précision des calculs. Un nombre de mailles insuffisant fera diverger les calculs ou sera responsable d'une diffusion numérique trop importante. Il faut trouver un compromis entre le nombre de mailles et le temps de calcul qui augmente considérablement avec le raffinement de la discrétisation du domaine. Fluent est un logiciel utilisant la méthode des volumes finis. Nous avons utilisé un maillage structuré (cellules quadratiques) car il présente les avantages suivants :

- Economique en nombre d'éléments : il présente un nombre inférieur de mailles par rapport à un maillage non structuré équivalent.
- -Réduit les risques d'erreurs numériques car l'écoulement est aligné avec le maillage. -Et un maillage de type Boundary Layer sur la paroi inférieure, afin, de cerner la couche limite générée par le logiciel GAMBIT. Le modèle comporte 14400 éléments (mailles).

L'indépendance des résultats de simulation par rapport au maillage a été validée après une série d'essais sur plusieurs types et densités de maillage. La figure (4-2) montre la géométrie maillée.

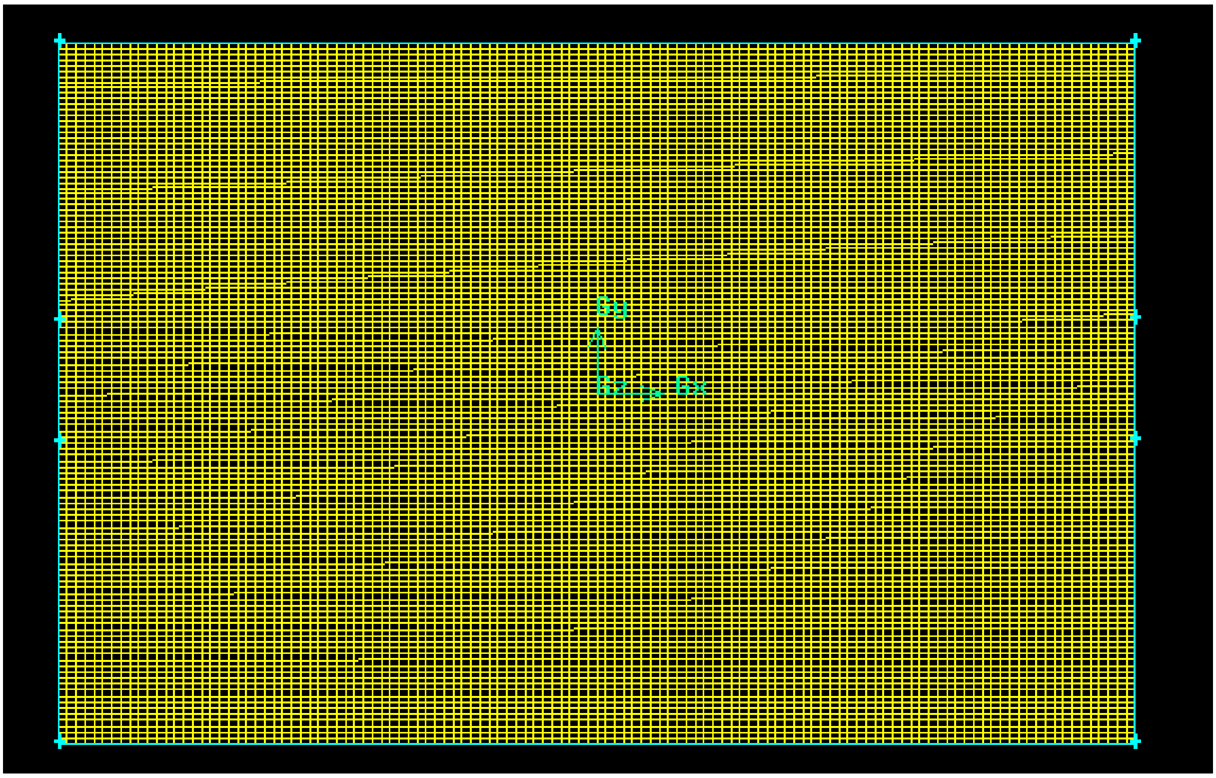


Figure (4.1) : Géométrie maillée

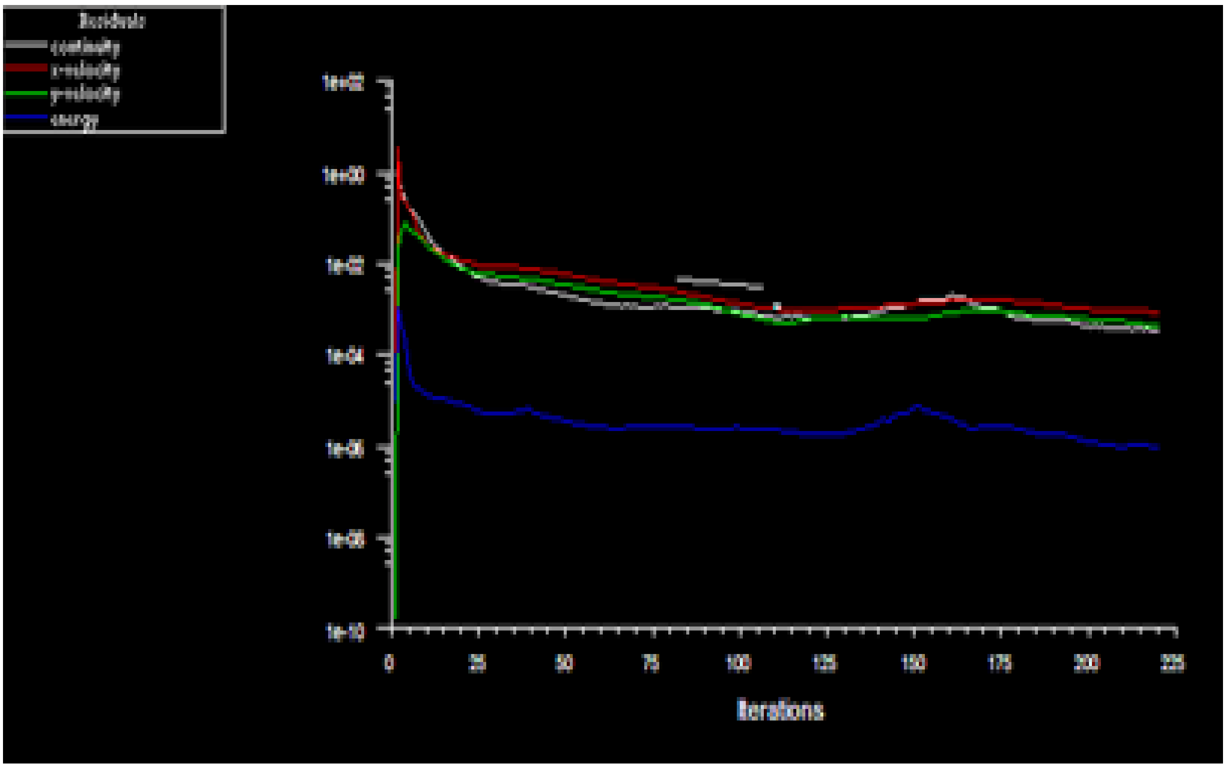


Figure (4.2). Courbe des residus

La cavité est chauffée par sa paroi verticale gauche. La paroi verticale droite est adiabatique et les parois horizontales sont isothermes.

Nous avons comparé dans ce cas, les lignes de courant et les isothermes que nous avons obtenues par le code fluent avec celles de HASNAOUI et al. (*Mixed convection in a shallow enclosure with a series of heat generating components.* Int. J. Therm. Sci. 44, 121–135.).

Lignes de courant:

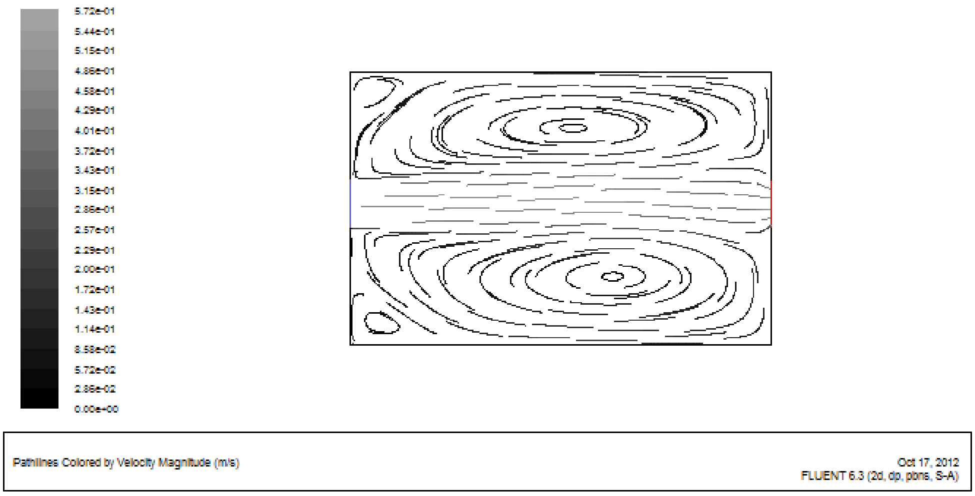


Figure 1.a. Lignes de courants par Fluent. ($Ra=10^6$, Re= 5000 , h/H= 0.25 , L/H=2)

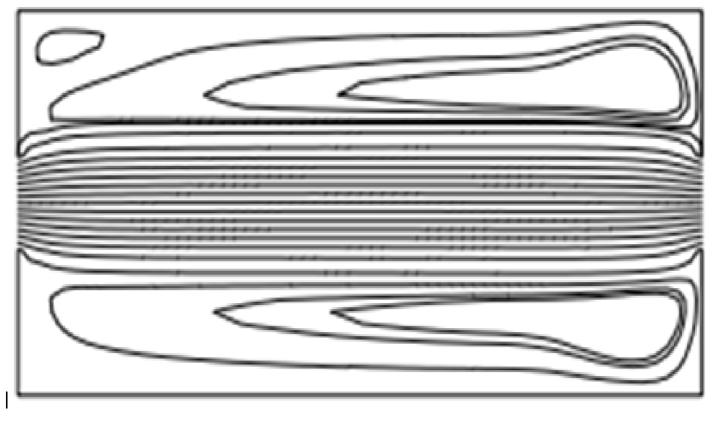


Figure.1.à. Lignes de courant (HASNAOUI).

Ces figures montrent que dans cette configuration, le fluide froid prend le chemin le plus court pour sortir de la cavité sans se mélanger avec l'air chaud. Au dessus et au dessous de cet écoulement, de largeur légèrement plus importante que les ouvertures, il se forme deux structures tourbillonnaires principales qui occupent pratiquement le reste de la cavité et qui tournent positivement, en ce qui concerne le tourbillon supérieur et négativement pour celui du bas. On note une bonne concordance des résultats.

Les isothermes :

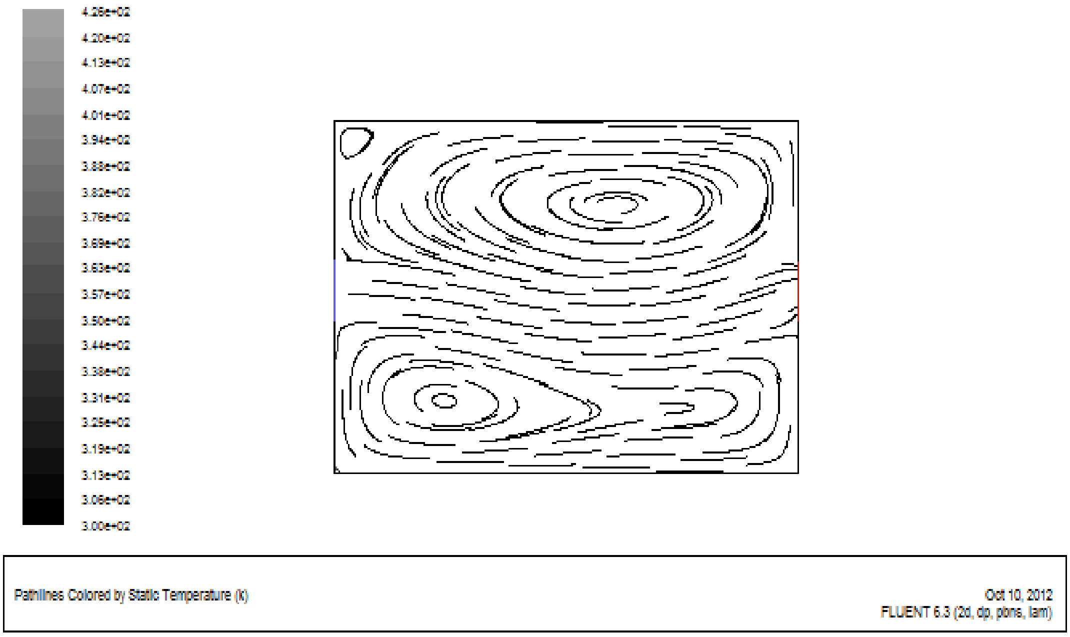


Figure.1.b. lignes des isothermes ($Ra=10^6$, Re= 5000 , h/H= 0.25 , L/H=2)

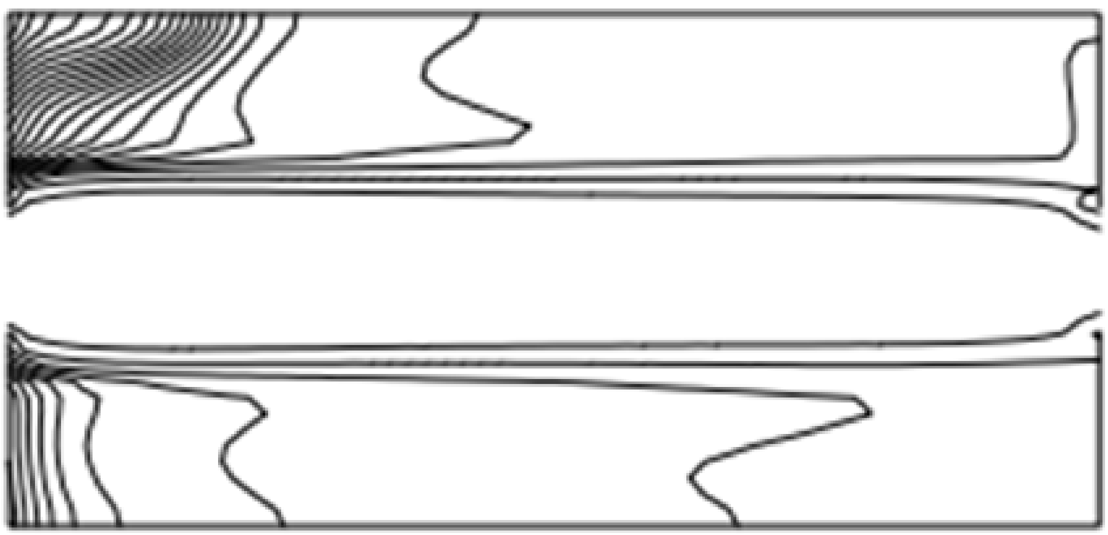


Figure.1.b'.lignes des isothermes (HASNAOUI)

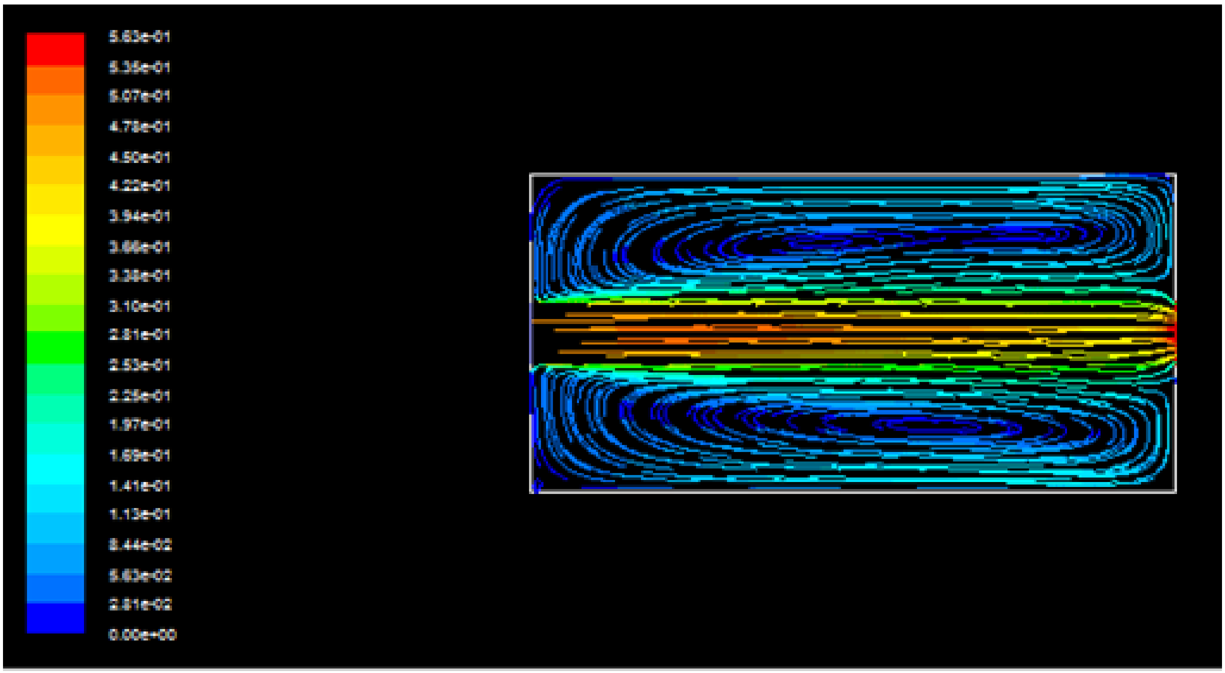
Les isothermes se resserrent au niveau de la paroi chauffante et aux frontières du tube de courant formé par le fluide froid ; ce qui montre que les échanges thermiques sont dominés par la conduction à ces niveaux.

Courbes turbulentes :

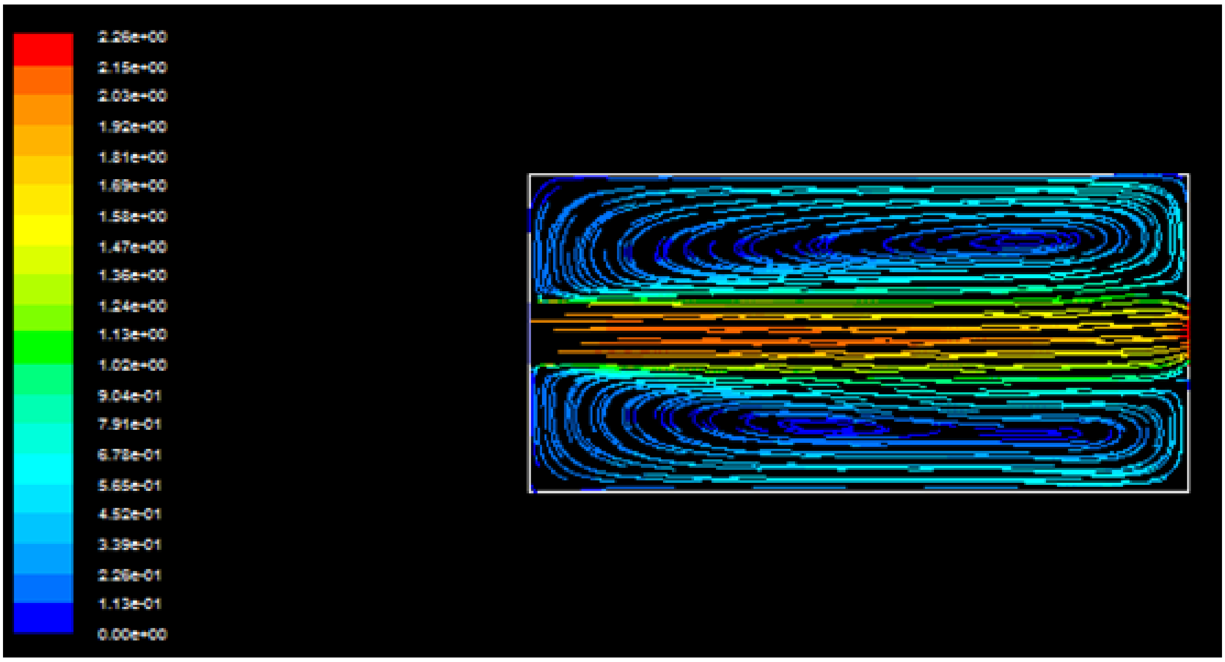
1er cas :

Les lignes de courant : figure 1-1

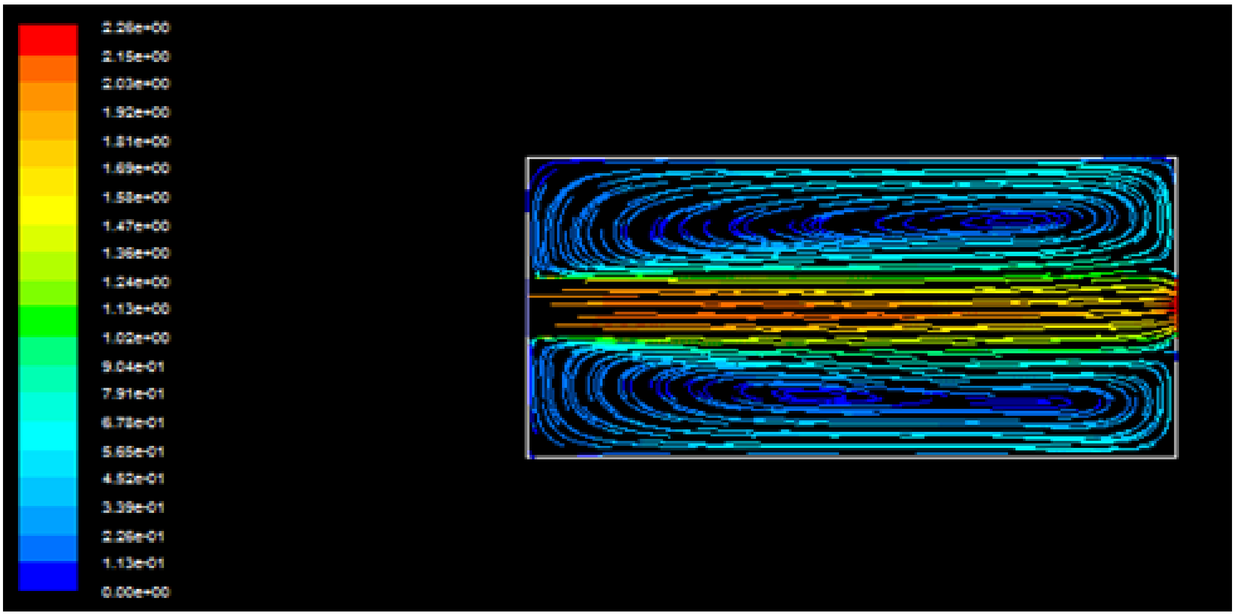
(a) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



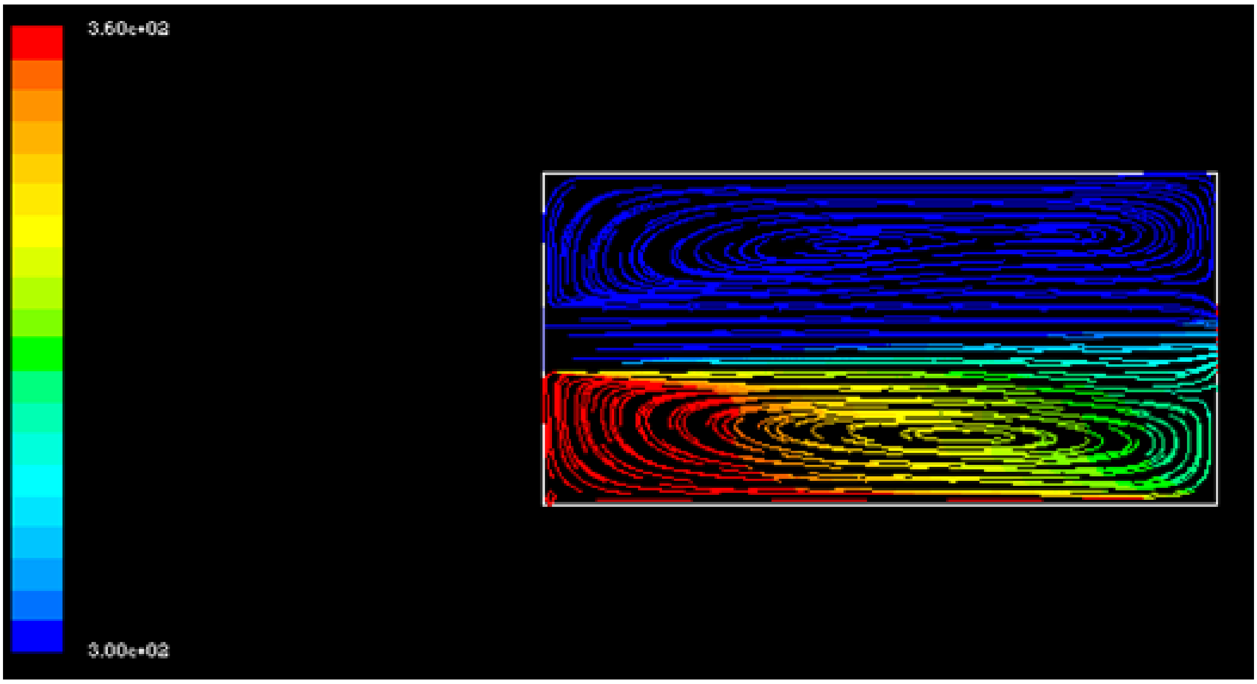
(c) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



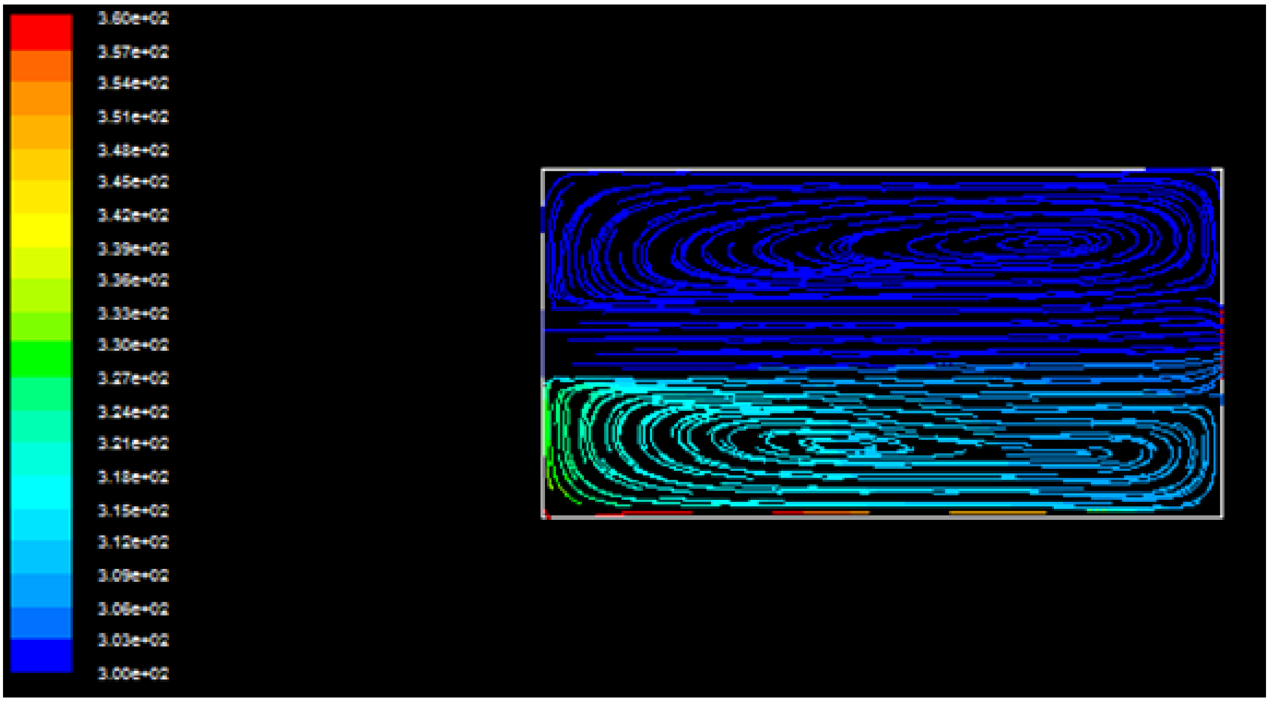
Il y a apparition de deux zones de recirculation dans les deux parties inferieure et supérieure de la cavité qui se juxtaposent avec la zone de circulation horizontale de l'air entrant. Les vitesses dans cette zone sont de l'ordre de la vitesse d'entrée. On constate la formation d'une petite structure tourbillonnaire secondaire dans la partie supérieure pour une vitesse d'entrée de 0.5m/s et dans la partie inferieure de la cavité à 2m/s. La zone d'écoulement centrale s'élargit quelque peu quand le flux de chaleur augmente.

Les isothermes : figure 1-2

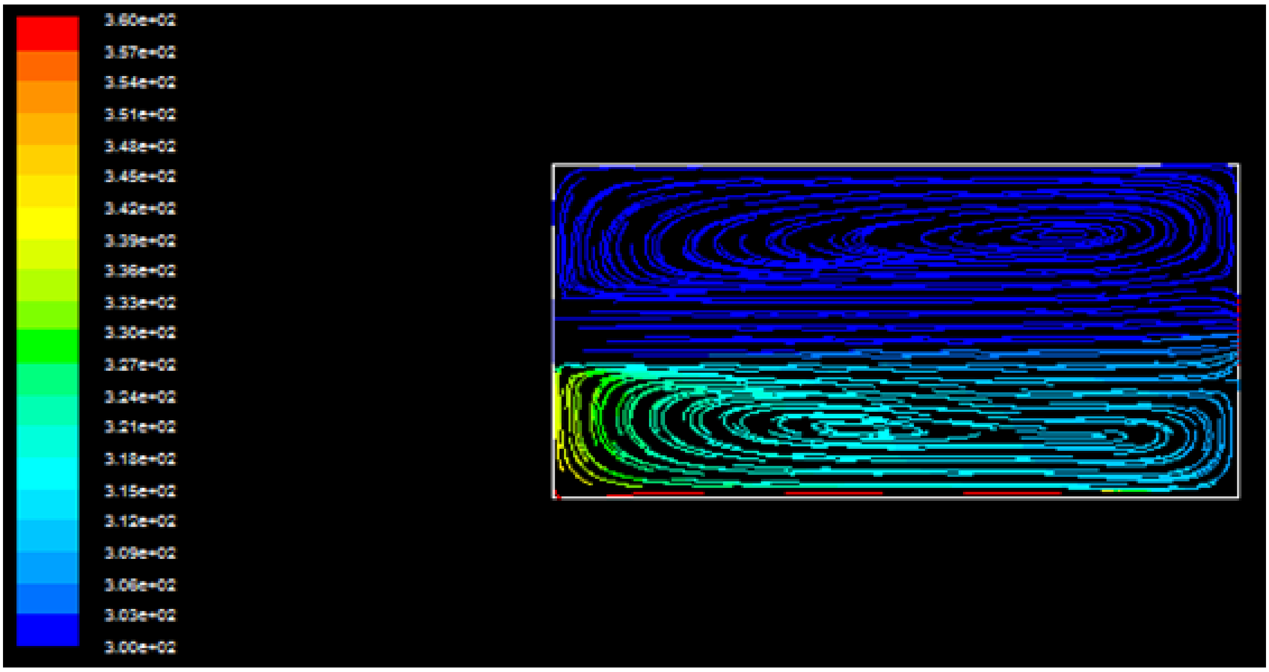
(a') q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b’) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



(c’) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



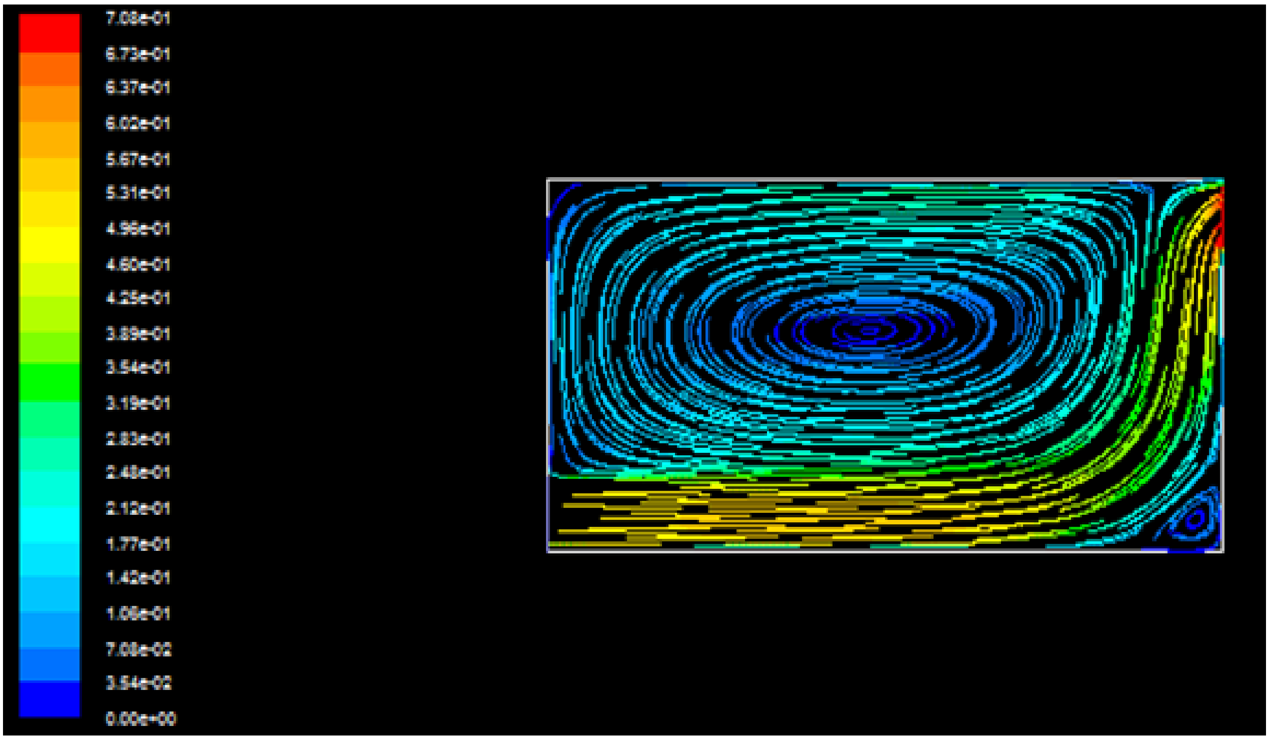
Dans cette configuration, il se forme deux zones thermiques :

- La zone supérieure : Elle n’a pratiquement pas d’échange avec la partie inférieure de la cavité, la température dans cette zone reste égale à la température extérieure.
- La zone inférieure : Elle est le siège des échanges entre la cavité chauffée et l’air frais extérieur. Cette zone reste chaude dans la partie amont prés de l’entrée et se refroidit peu à peu vers l’aval, d’autant que le débit d’air frais est important.

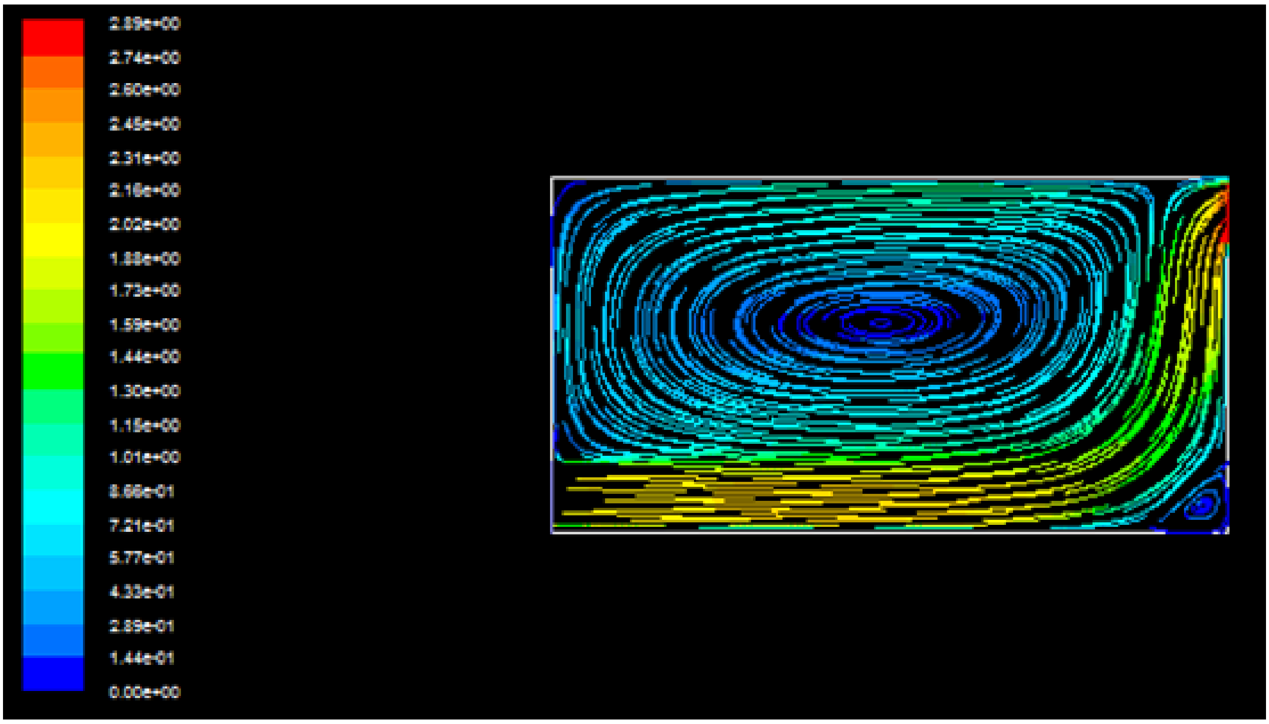
2^{eme} cas :

Les lignes de courant : figure 2-1

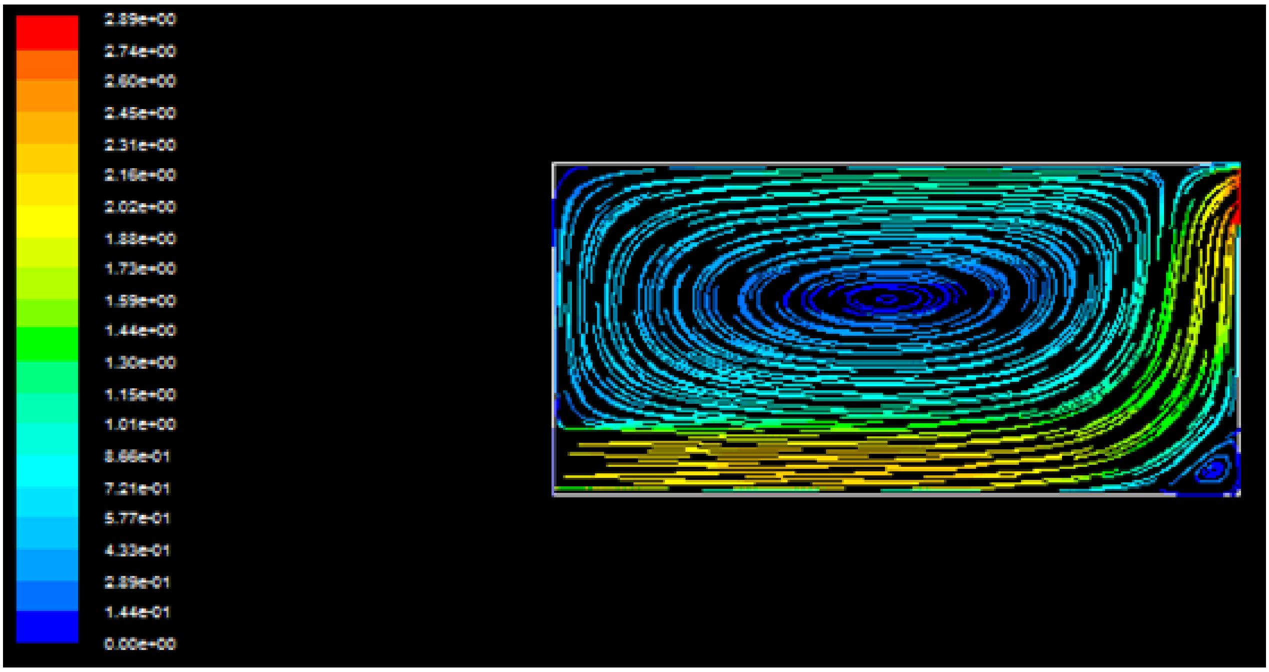
(a) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



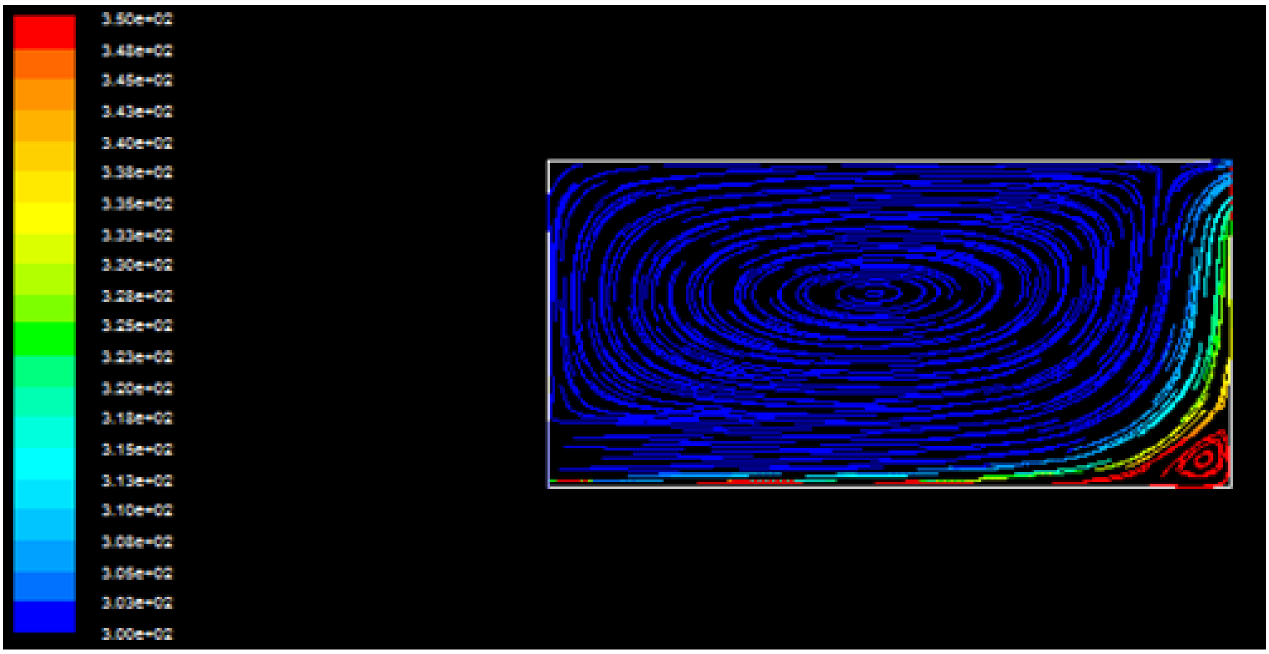
(c) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



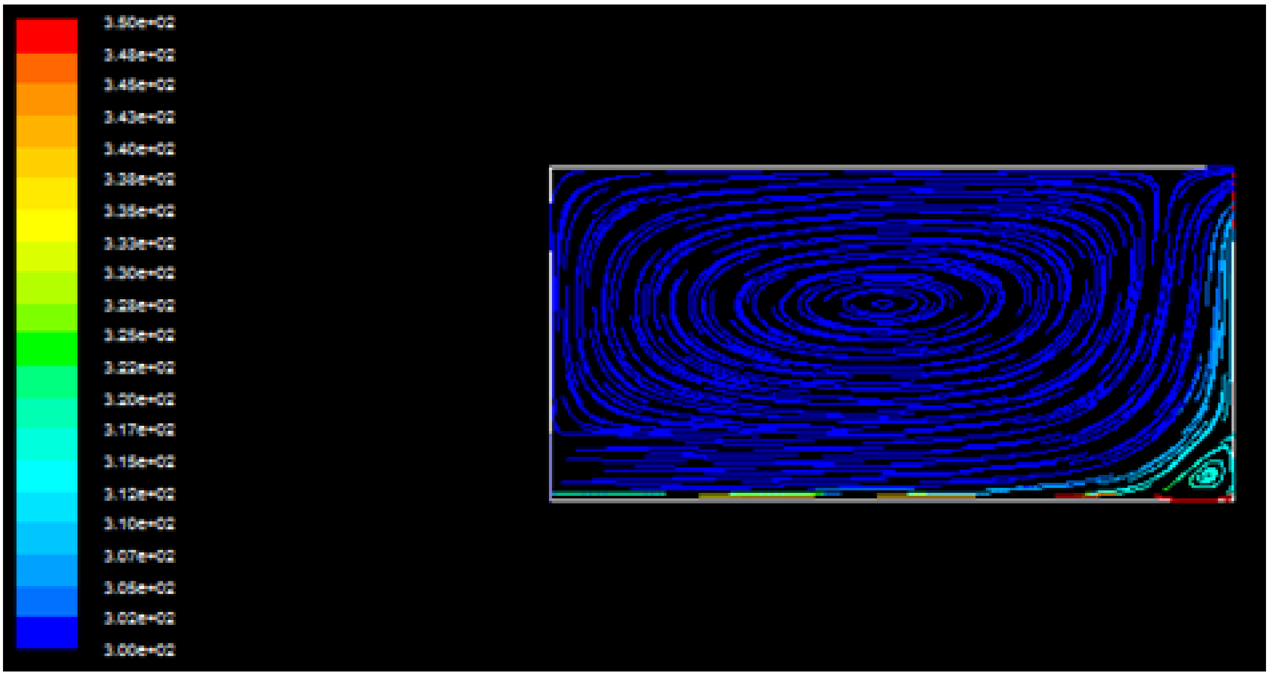
L'air entrant longe la base inférieure chaude de la cavité et remonte le long de la paroi verticale de droite. Il entraîne en mouvement l'air de la cavité et forme une grande structure tourbillonnaire centrale à rotation positive, dans laquelle les vitesses décroissent en se déplacent vers le cœur de cette structure, où l'air est pratiquement à l'arrêt. Un petit tourbillon à rotation négative se forme au niveau du coin inférieur droit de la cavité avec des vitesses très faibles.

Les isothermes : figure 2-2

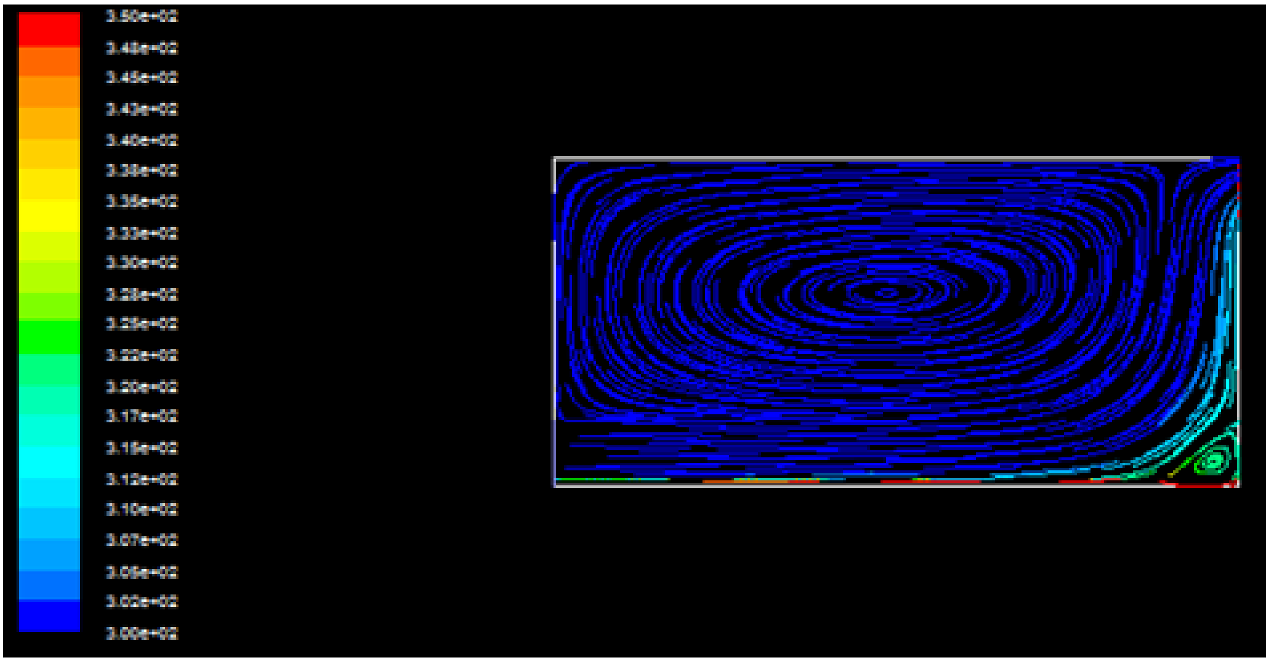
(a') q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(B’) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



(c’) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s

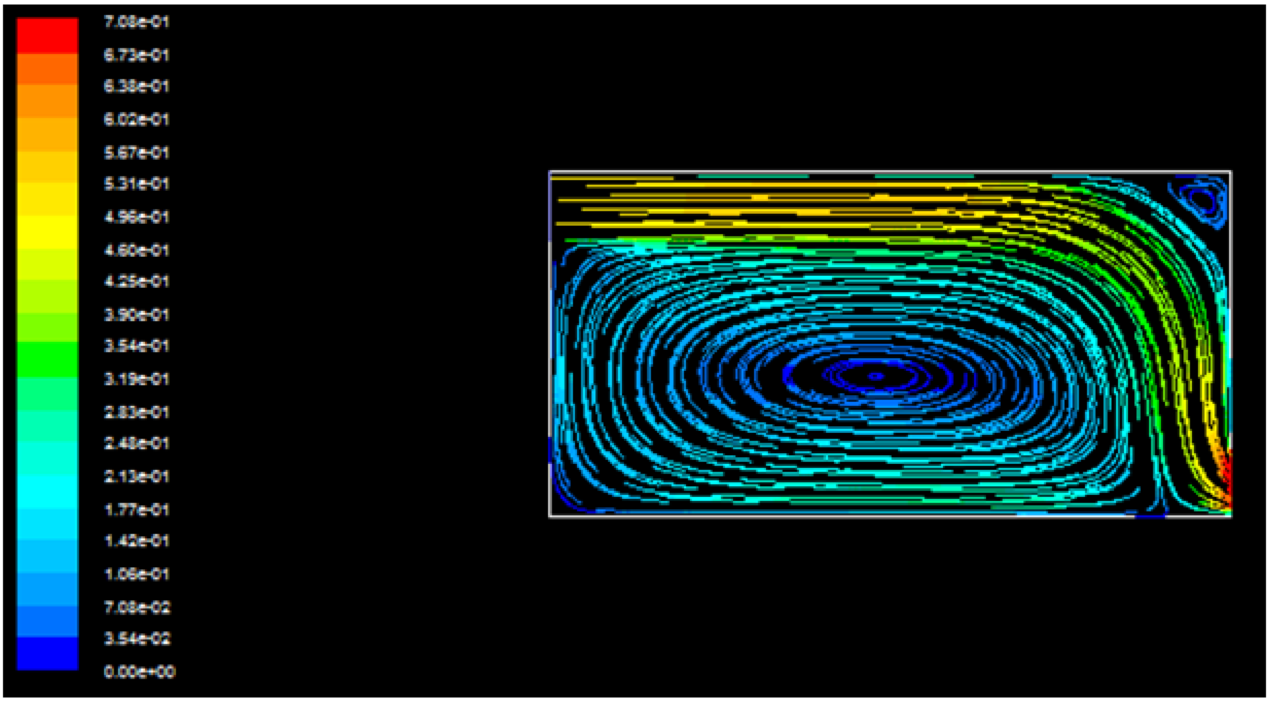


Du point de vue thermique, on constate que la plus grande partie de la cavité est à température égale à la température de l’air extérieur de refroidissement, à l’exception d’une zone se trouvant dans la partie avale, et coïncidant avec la zone de non circulation dans le coin inférieur droit de la cavité. Cette zone de surchauffe se rétrécit considérablement avec l’augmentation du débit d’air entrant.

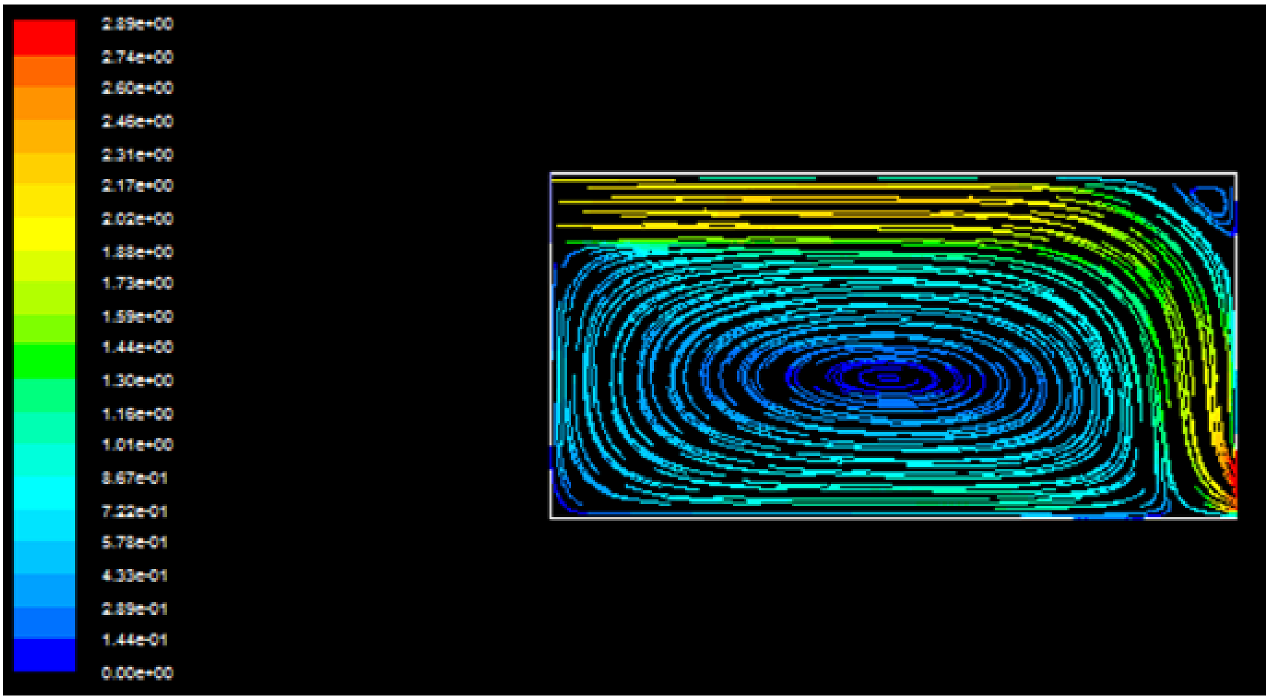
3^{eme} cas :

Les lignes de courant figure 3-1

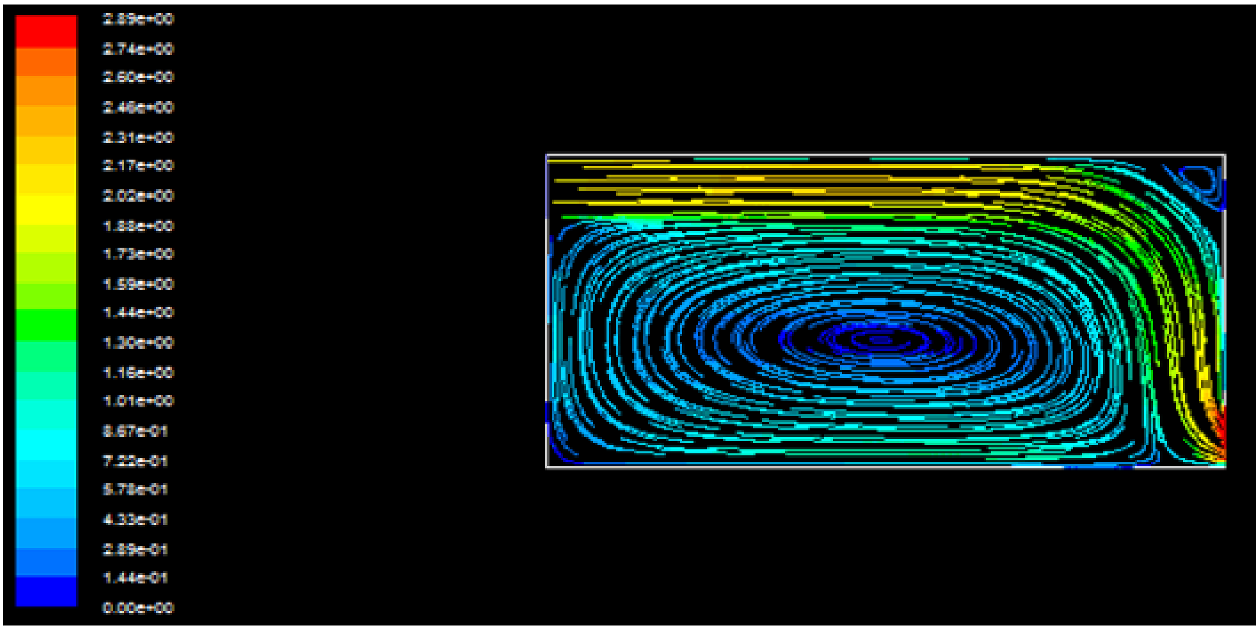
(a) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



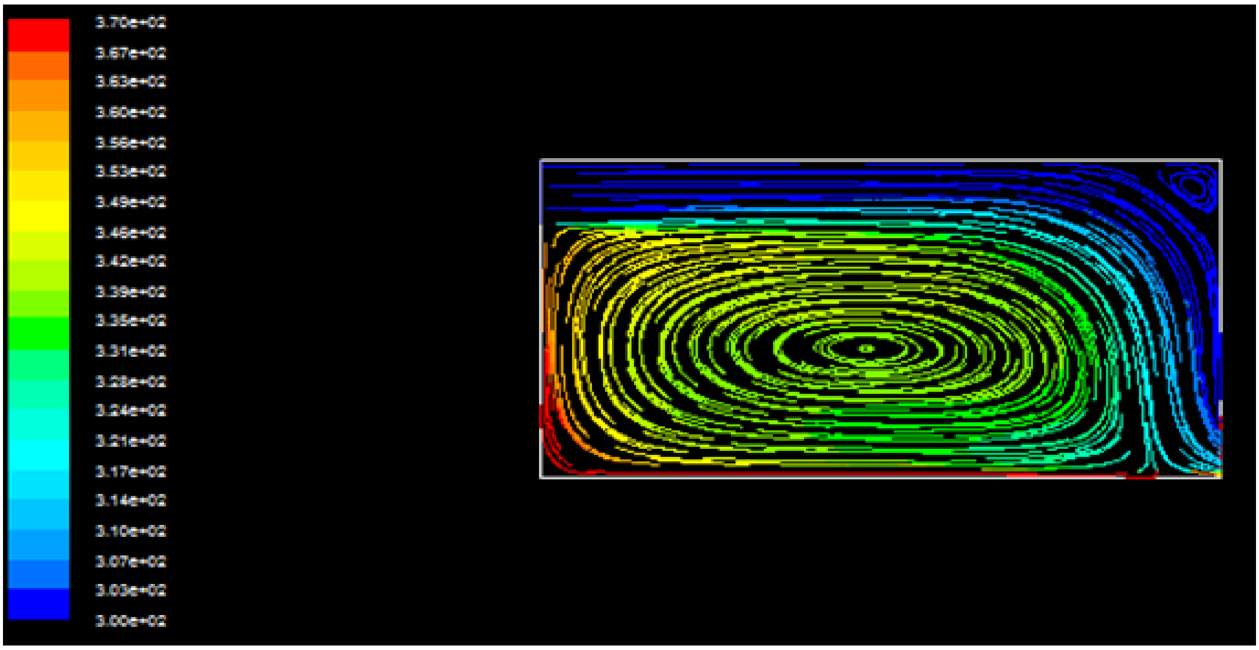
(c) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



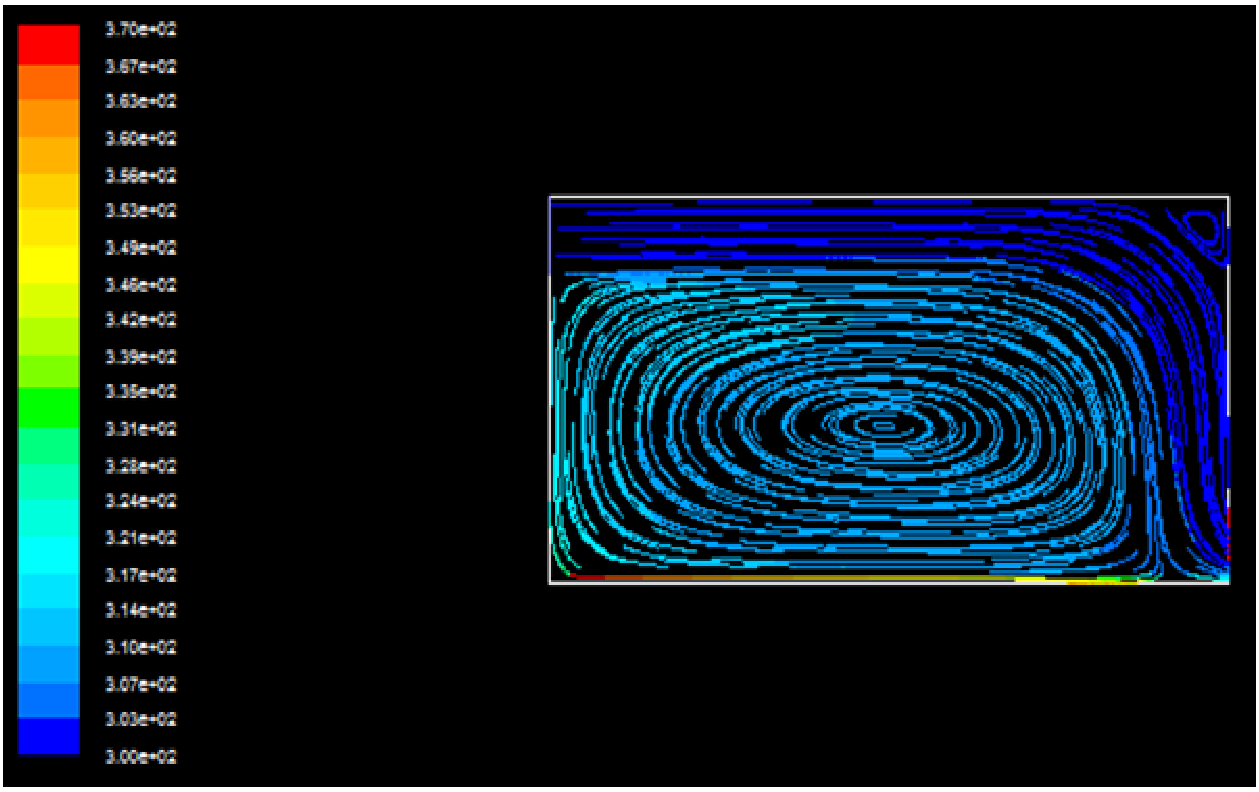
L'air entrant longe la base supérieure de la cavité dans un écoulement horizontal à vitesse pratiquement constante et égale à la vitesse à l'entrée. Puis il redescend en s'incurvant, le long de la paroi de droite avec des vitesses plus faibles. Cet écoulement entraîne la formation d'un tourbillon de convection naturelle central à rotation négative, qui occupe une grande partie de la cavité et où les vitesses décroissent en allant vers le cœur de la structure, formant ainsi une zone de stagnation de l'air au centre de la cavité dont les dimensions diminuent quelque peu quand le débit de refroidissement augmente. Il se forme également un petit tourbillon à rotation positive dans le coin supérieur droit où les vitesses sont pratiquement nulles.

Les isothermes : figure 3-2

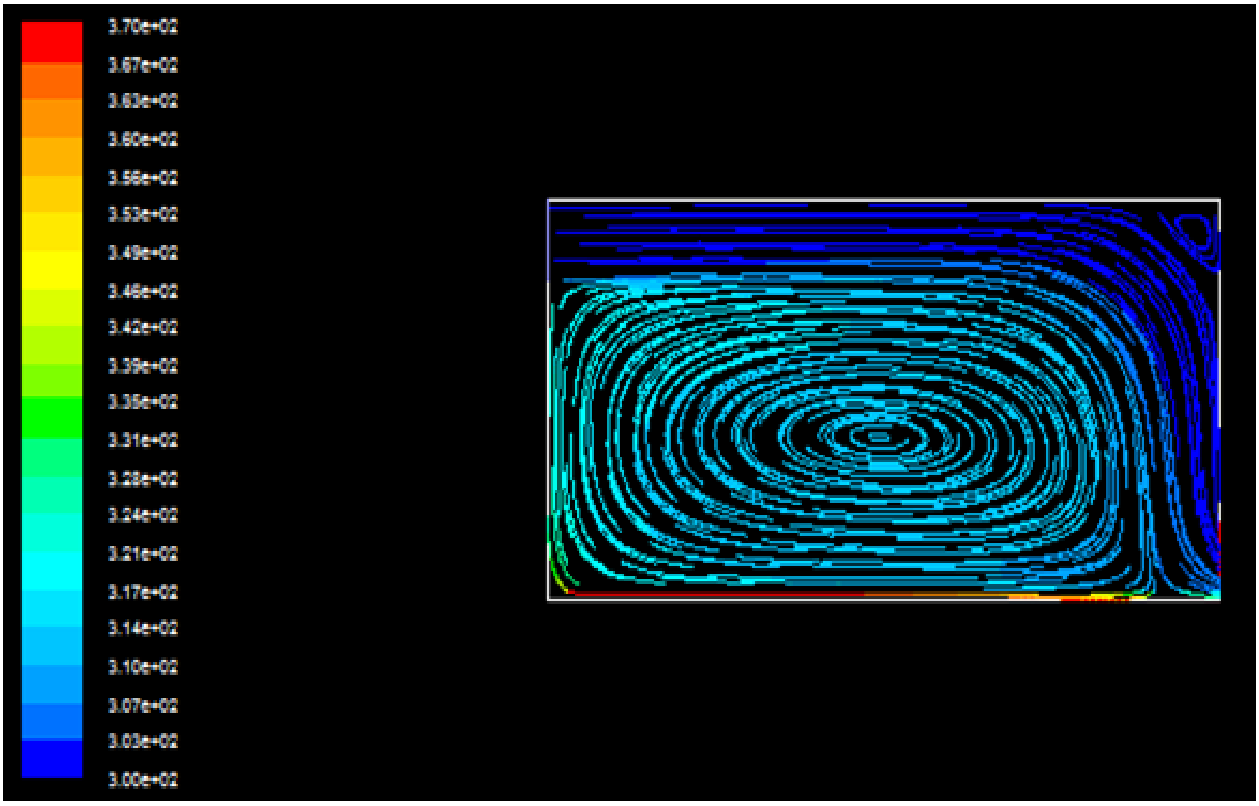
(a') q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/ s



(b') Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



(c') Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



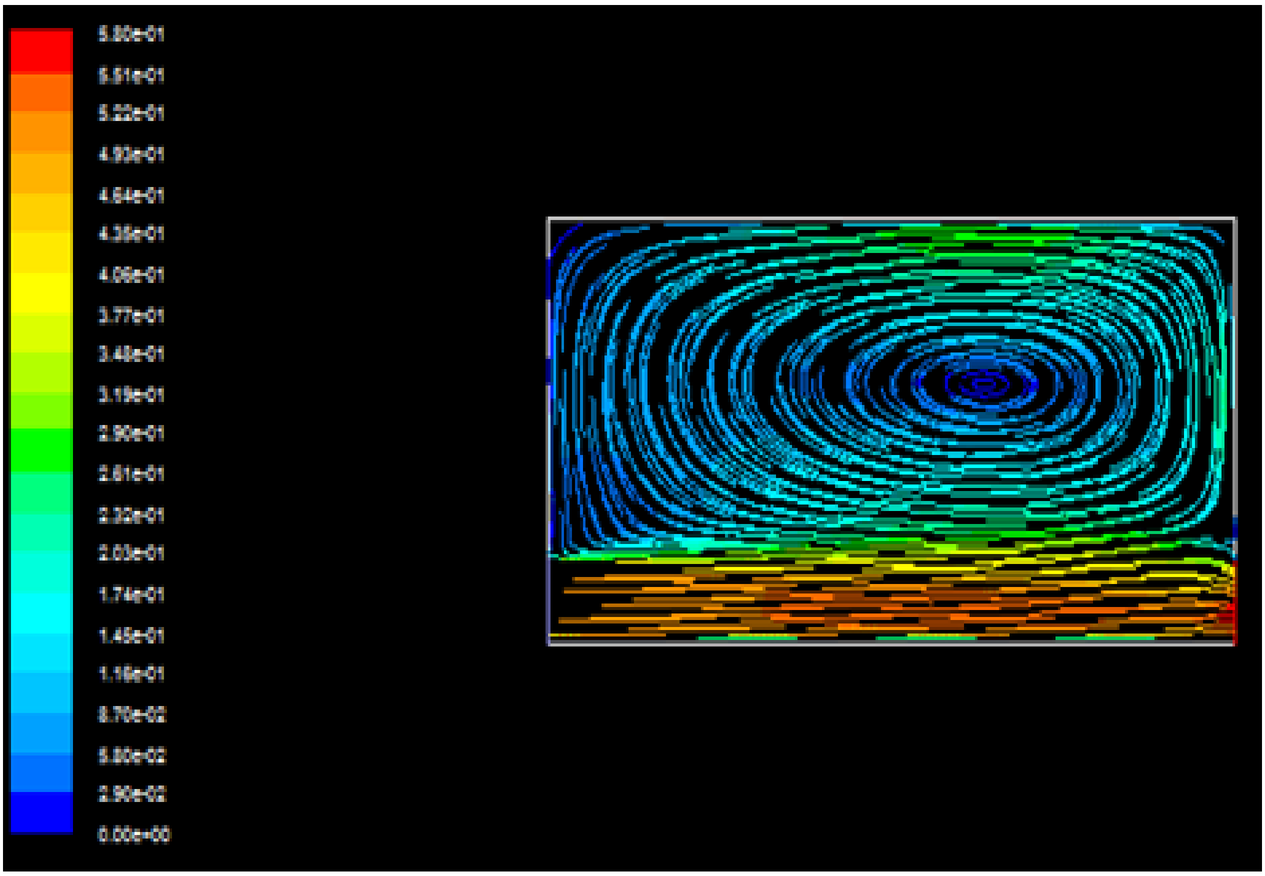
Ces figures montrent que dans cette configuration d'entrée supérieure et sortie inférieure, les échanges thermiques entre l'air chaud de la cavité et l'air de refroidissement ne sont pas aussi importants que dans le second cas. Il se forme globalement deux zones thermiques :

- Une première zone de circulation forcée de l'air frais où la température varie très peu. Cette zone garde une largeur de l'ordre de celle de l'ouverture à faible vitesse et a tendance à augmenter avec le débit entrant.
- Une zone au centre, siège des mouvements de convection naturelle, et occupant la plus grande partie de la cavité et dont la température est plus élevée, et ce d'autant qu'on se rapproche de la paroi verticale qui se trouve du côté de l'entré. L'air se chauffe au contact de la base de la cavité et remonte sur la paroi verticale de gauche avant de pénétrer dans une zone d'échange avec l'air de refroidissement, dominée par les échanges conductifs. Etant plus froid, il redescend jusqu'au niveau de la paroi chaude et le cycle recommence. Il faut remarquer cependant une baisse importante des niveaux de température dans cette zone quand le débit de refroidissement augmente.

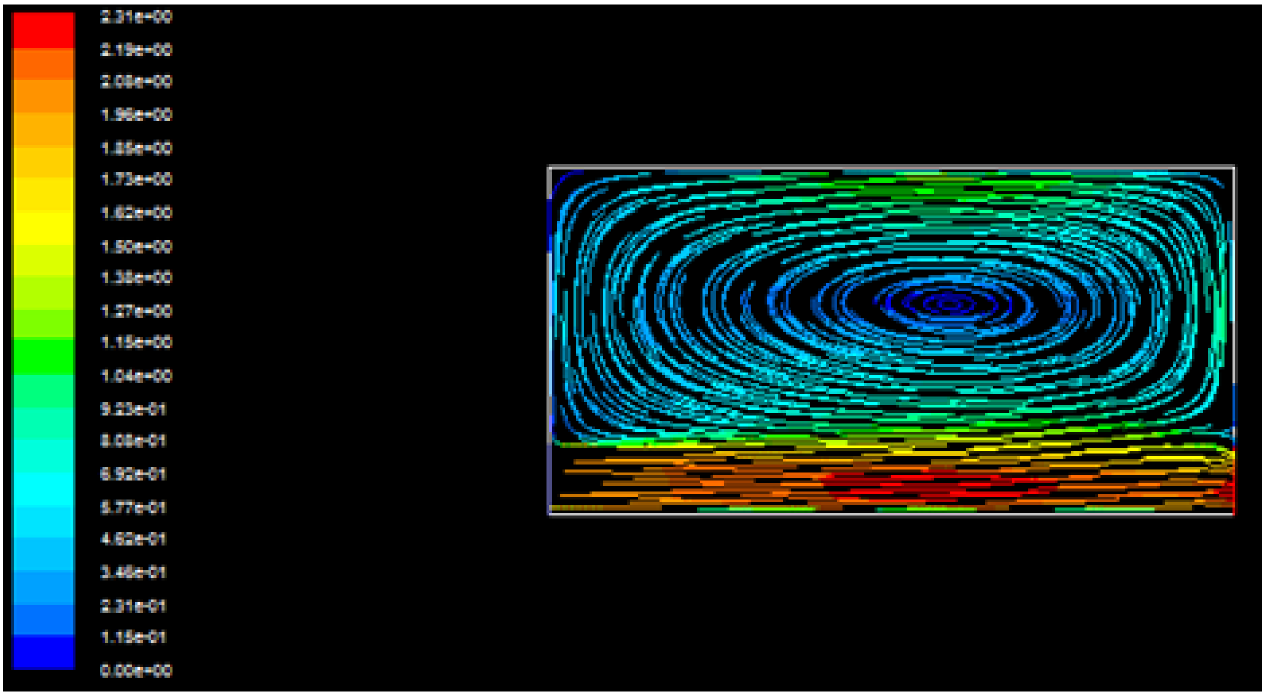
4^{eme} cas :

Les lignes de courant figure 4-1

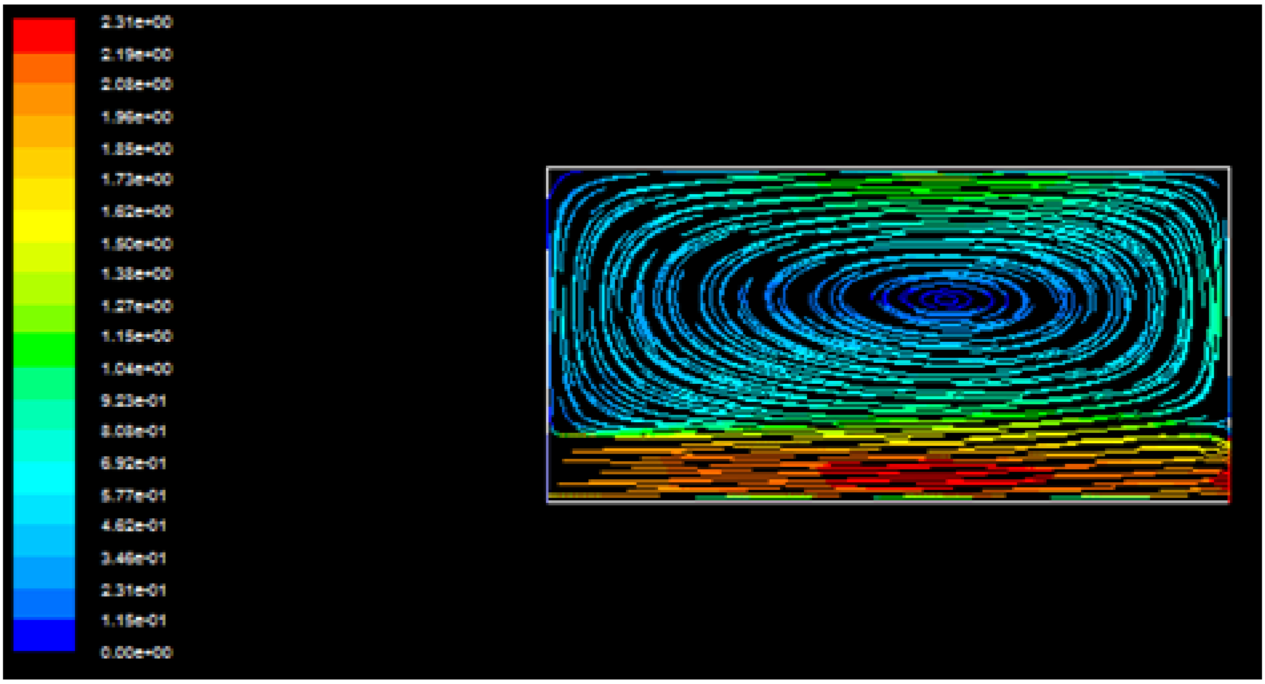
(a) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/ s



(b) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



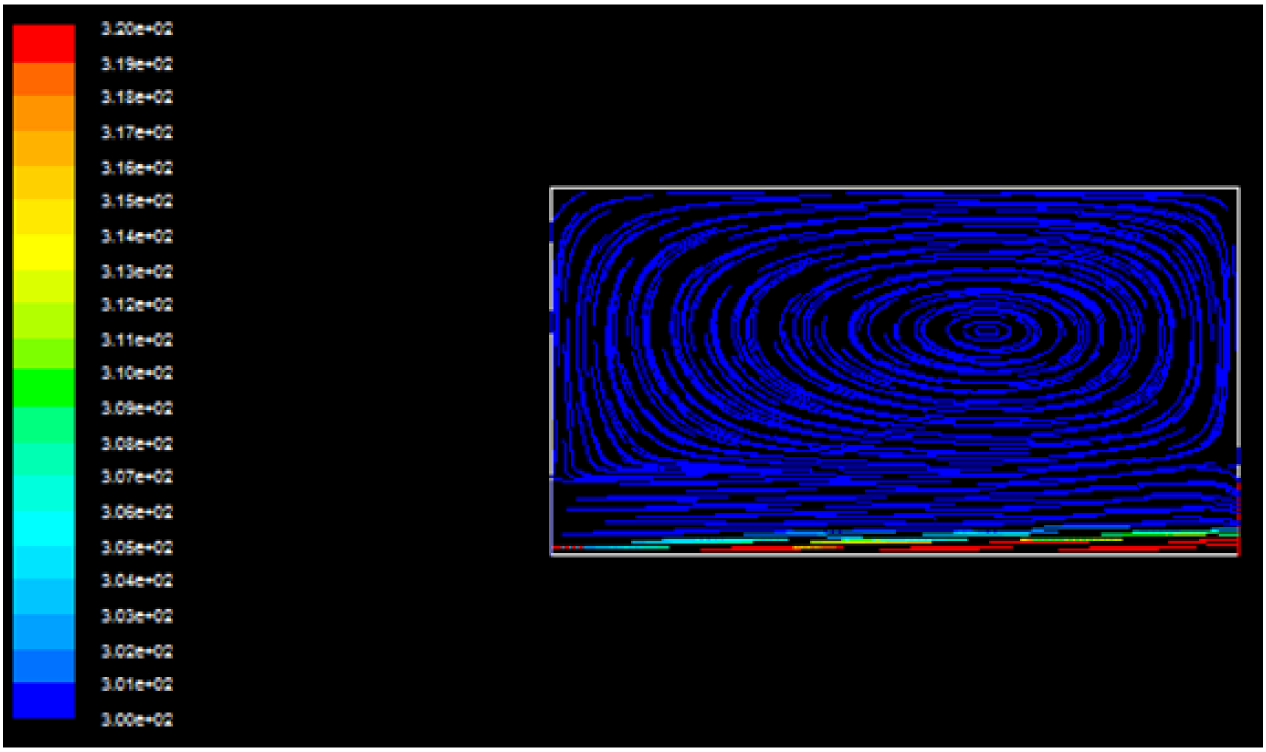
(c) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



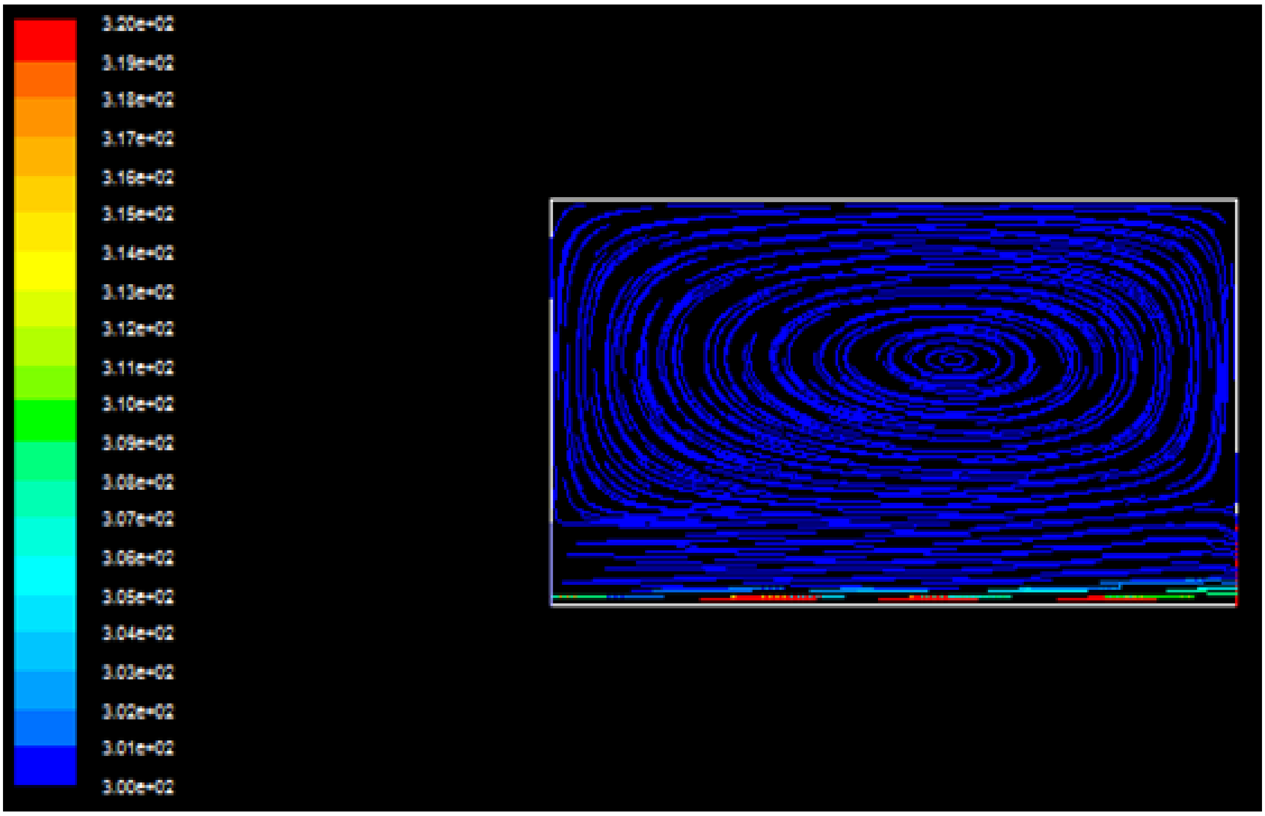
Dans tous ces cas, l'air frais ressort par le chemin le plus court en suivant une trajectoire rectiligne. Il entraîne par frottement visqueux l'air de la zone supérieure de la cavité dans un mouvement de rotation positive à vitesse décroissante au fur et à mesure qu'on se rapproche du centre de la cavité où il se forme une zone de stagnation.

Les isothermes : figure 4-2

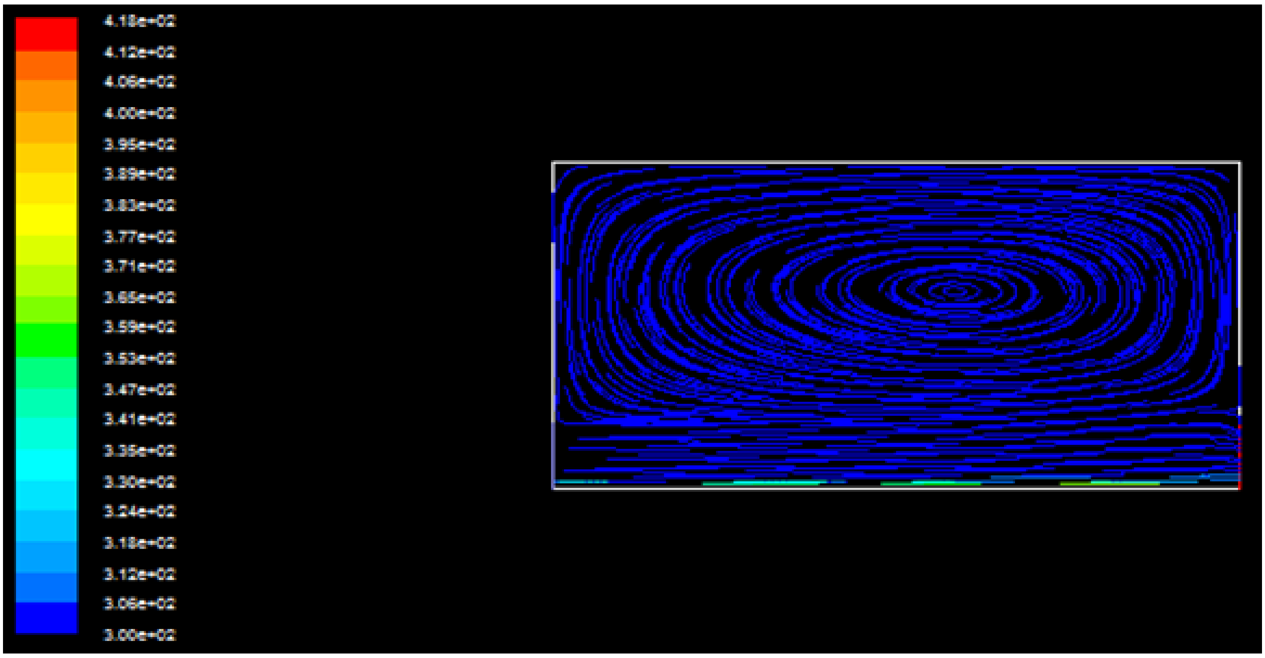
(a') q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/ s



(b') Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



(c') Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s

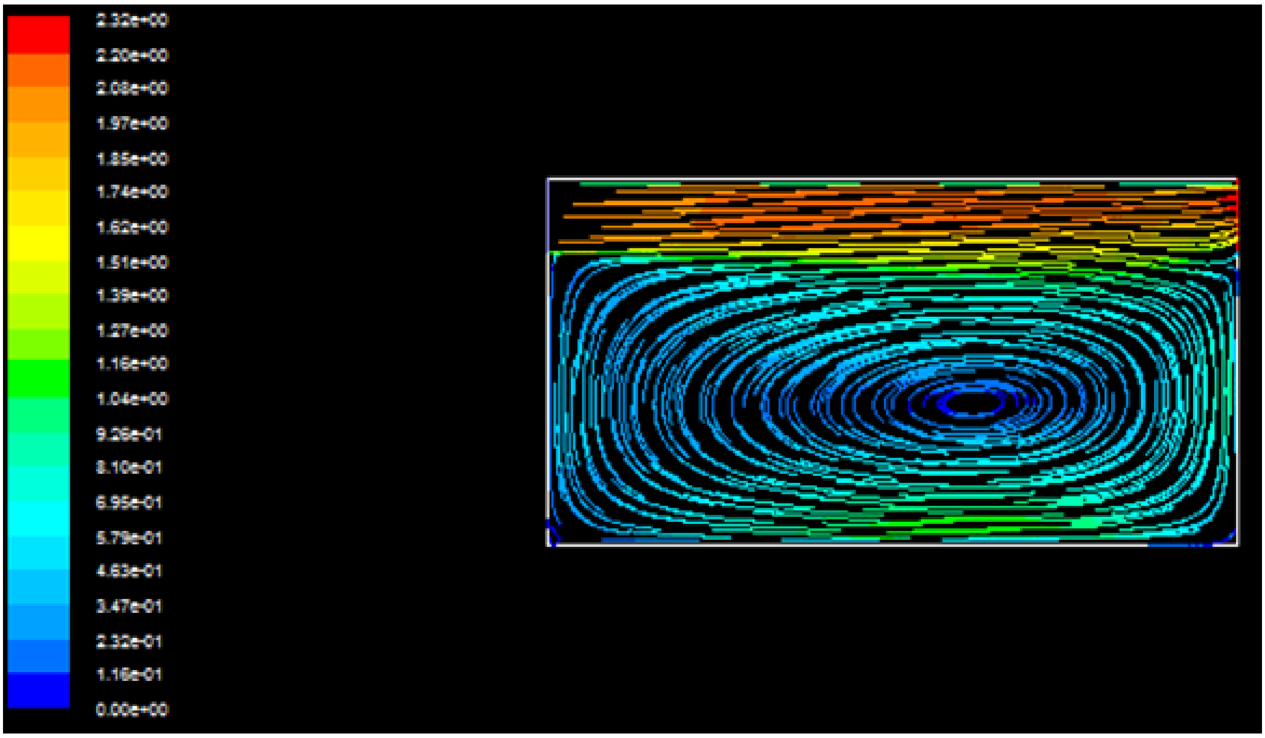


Dans ce cas, la plus grande partie de la cavité est à température ambiante à l'exception du voisinage immédiat de la surface chauffée où les températures atteintes sont très élevées. Dans cette zone les échanges se font essentiellement par conduction.

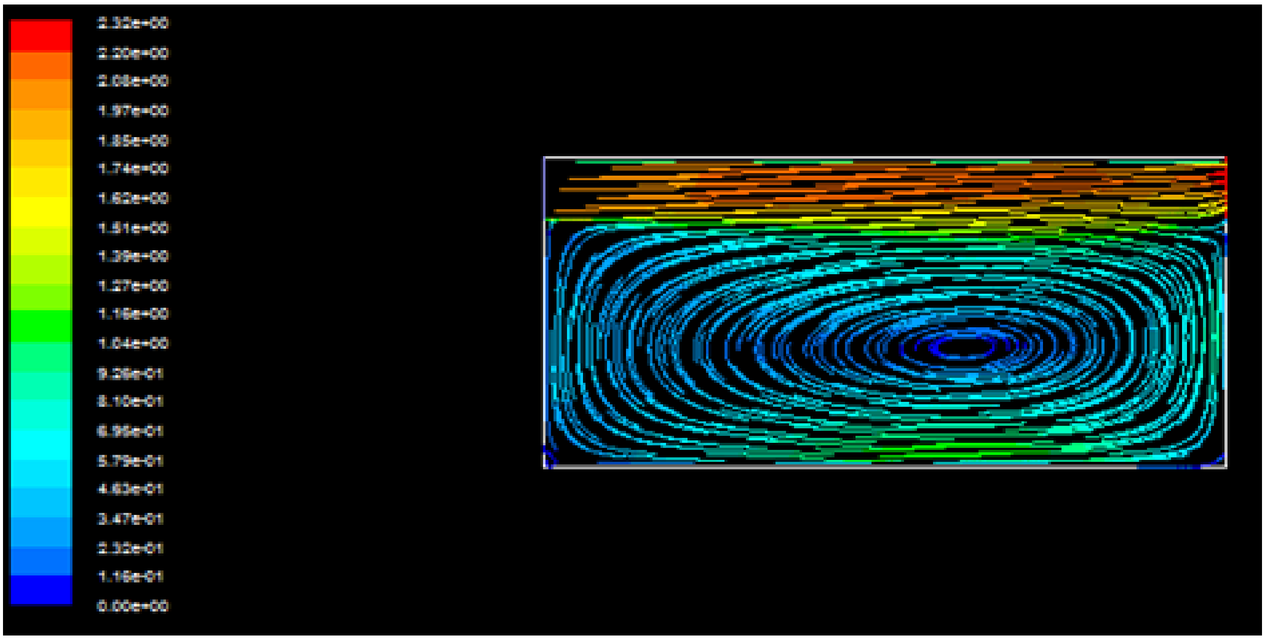
5^{eme} cas :

Les lignes de courant figure 5-1

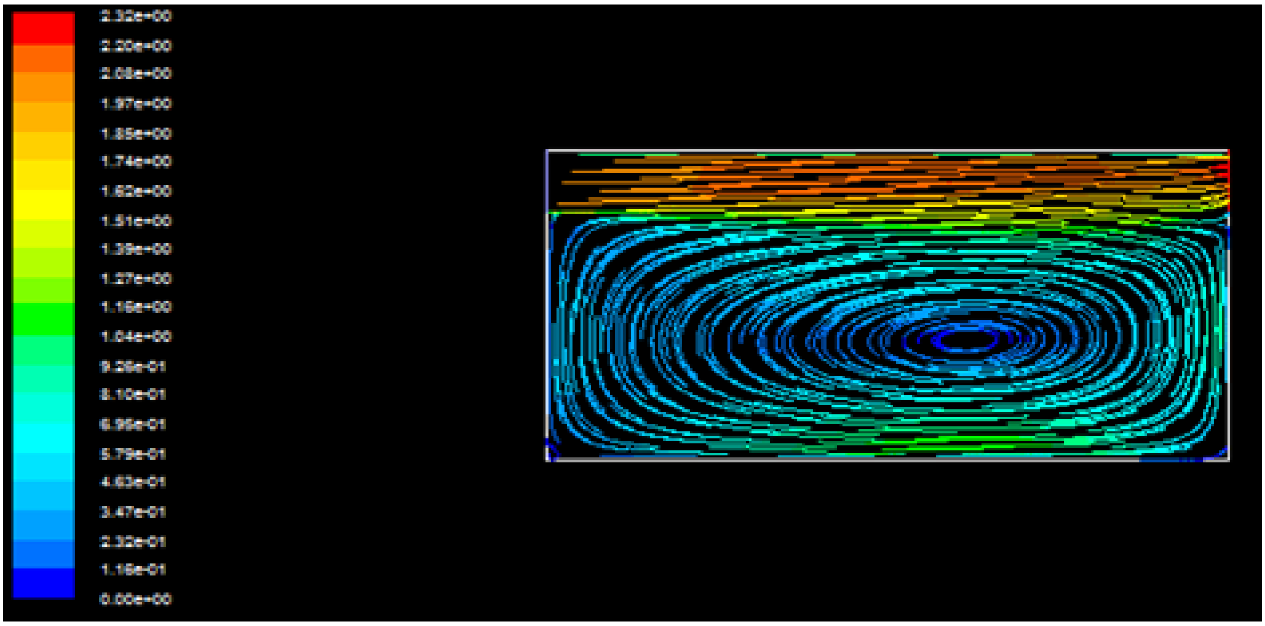
(a) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



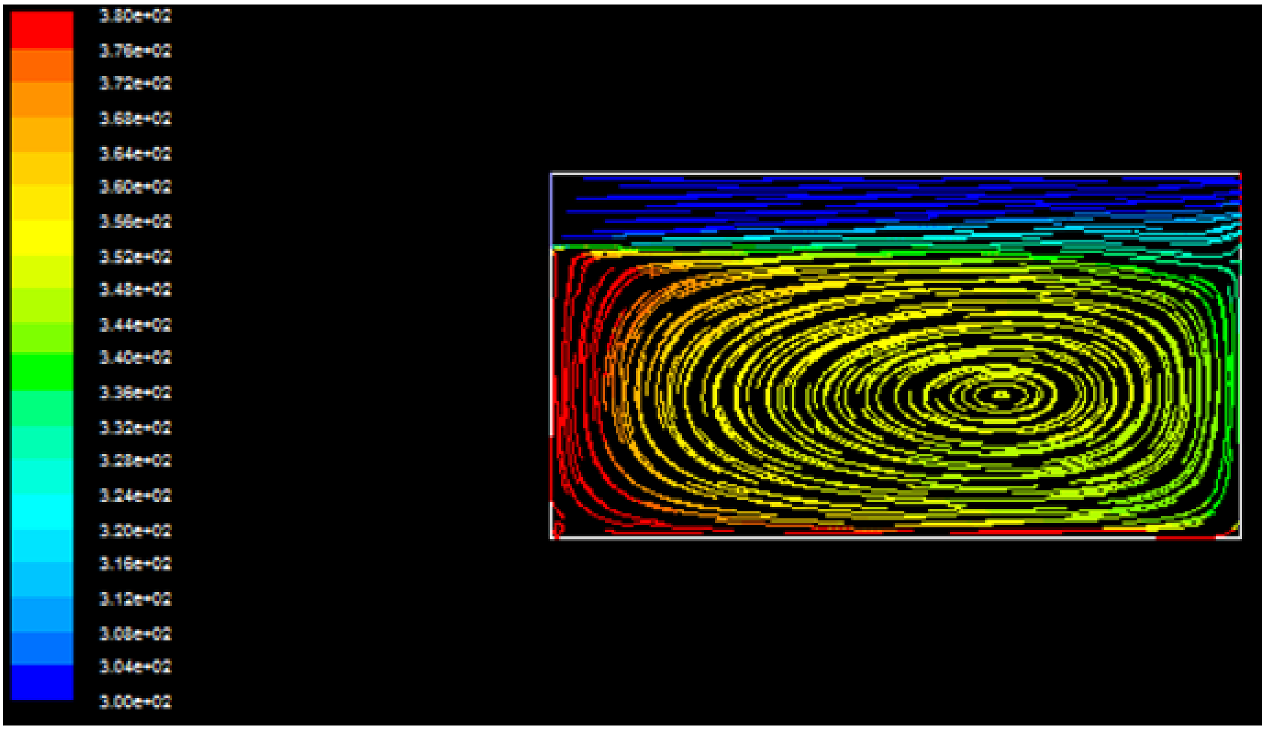
(c) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



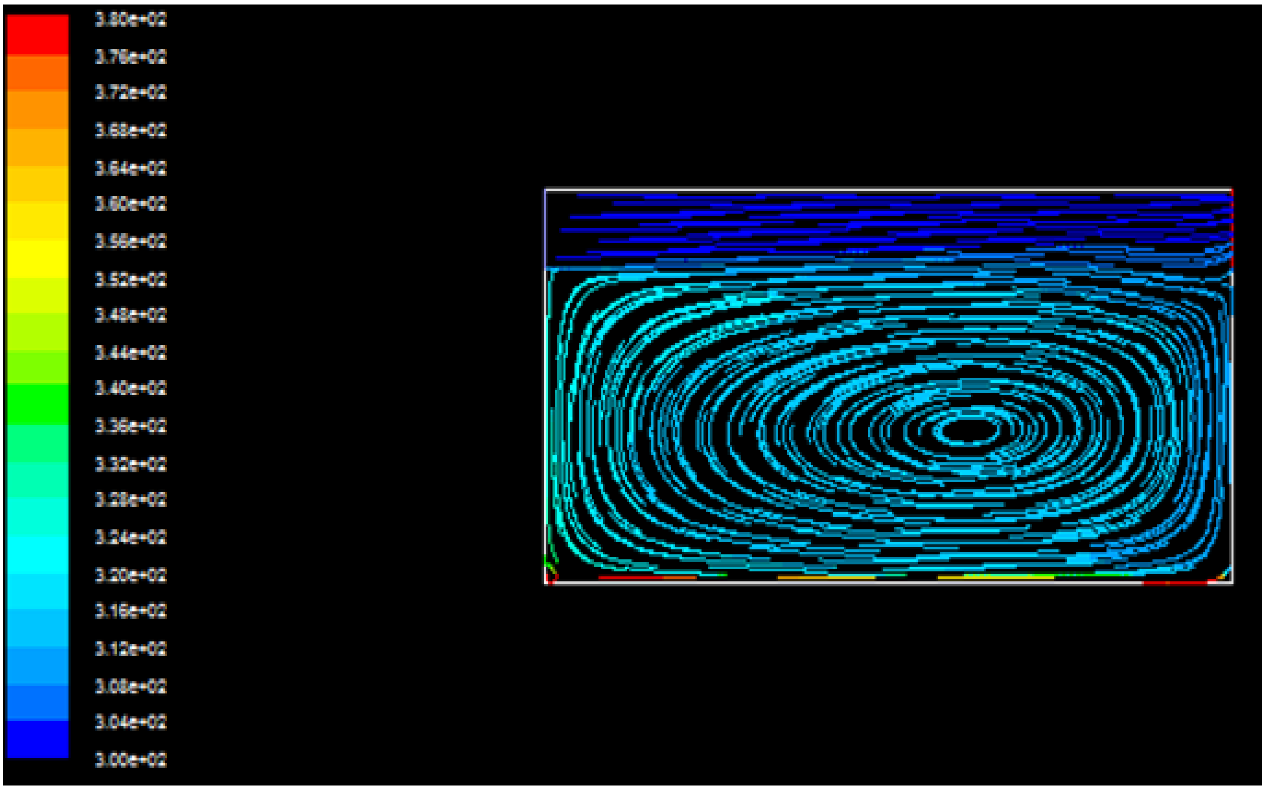
Globalement , nous obtenons deux zones : dans la première, circule l'air frais de manière horizontale, pratiquement à vitesse constante égale à celle de l'entrée ; la seconde zone est le siège d'une structure tourbillonnaire à rotation négative, due à l'effet conjuguée des forces de frottement visqueux dans la zone de contact avec l'air frais et de la convection naturelle qui se développe entre la paroi inférieure chauffée et la zone de circulation de l'air frais. On constate que les vitesses diminuent au centre du tourbillon où il se forme une zone de stagnation. Dans cette zone, les vitesses sont proportionnelles à la vitesse d'entrée dans la cavité.

Les isothermes : figure 5-2

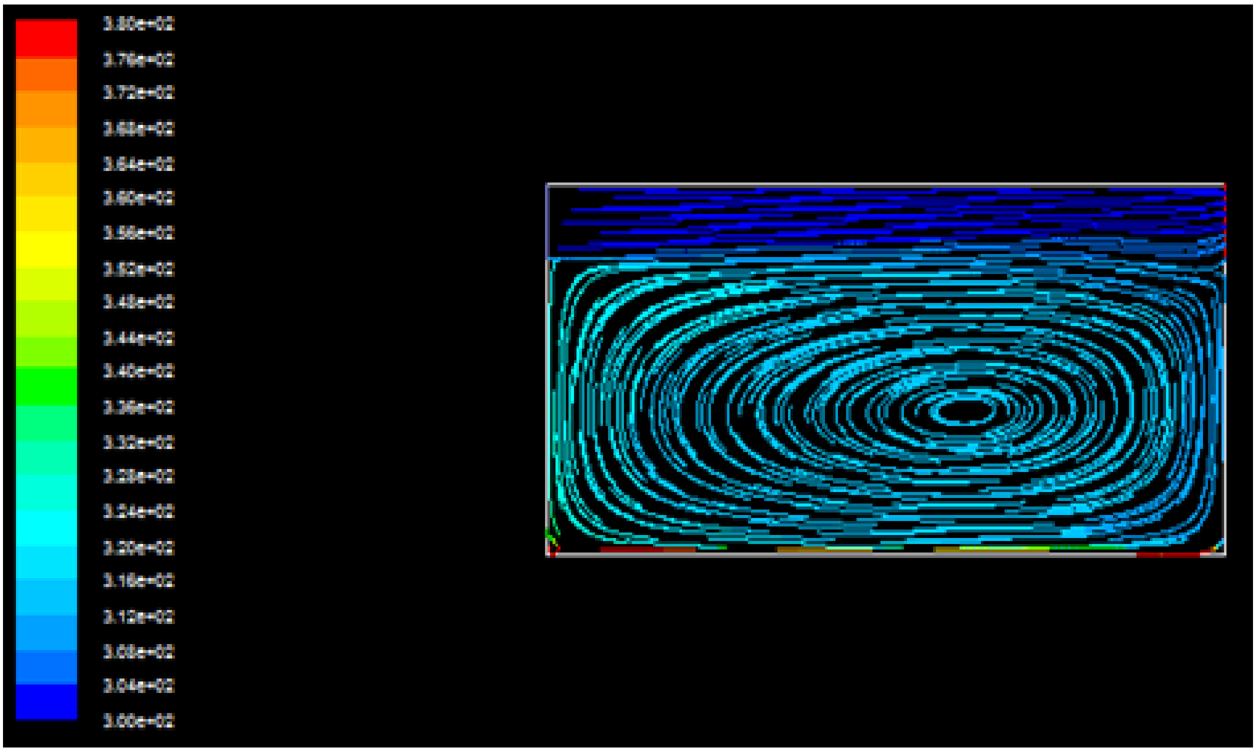
(a’) q=600 $^{w}/_{m^2}$ v=0.5 m/s



(b’) Q= 600 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



(c’) Q=800 $^{w}/_{m^2}$ v=2 m/s



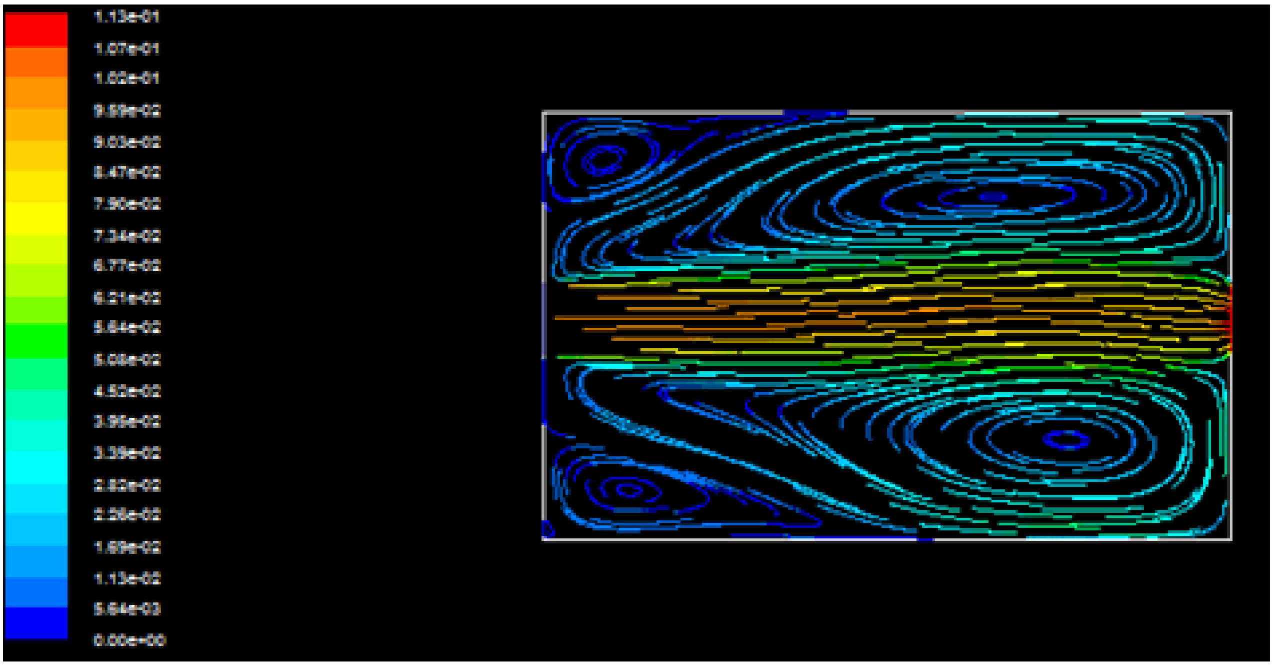
Dans cette configuration, l’air frais ne se mélange pas vraiment avec l’air de la cavité. Les échanges se font surtout par conduction au niveau de la zone de contact. Par ailleurs, Il se développe des échanges de convection naturelle dans la zone inférieure de la cavité, l’air qui se refroidit à la frontière de la zone froide redescend le long de la paroi verticale droite, se réchauffe au contact de la base inférieure de la cavité et remonte par le côté gauche. Ce qui explique pourquoi cette zone est la région la plus chaude de la cavité. Il faut remarquer que le refroidissement est plus important quand le débit d’entrée augmente car les mouvements de convection sont plus rapides.

Courbes laminaires :

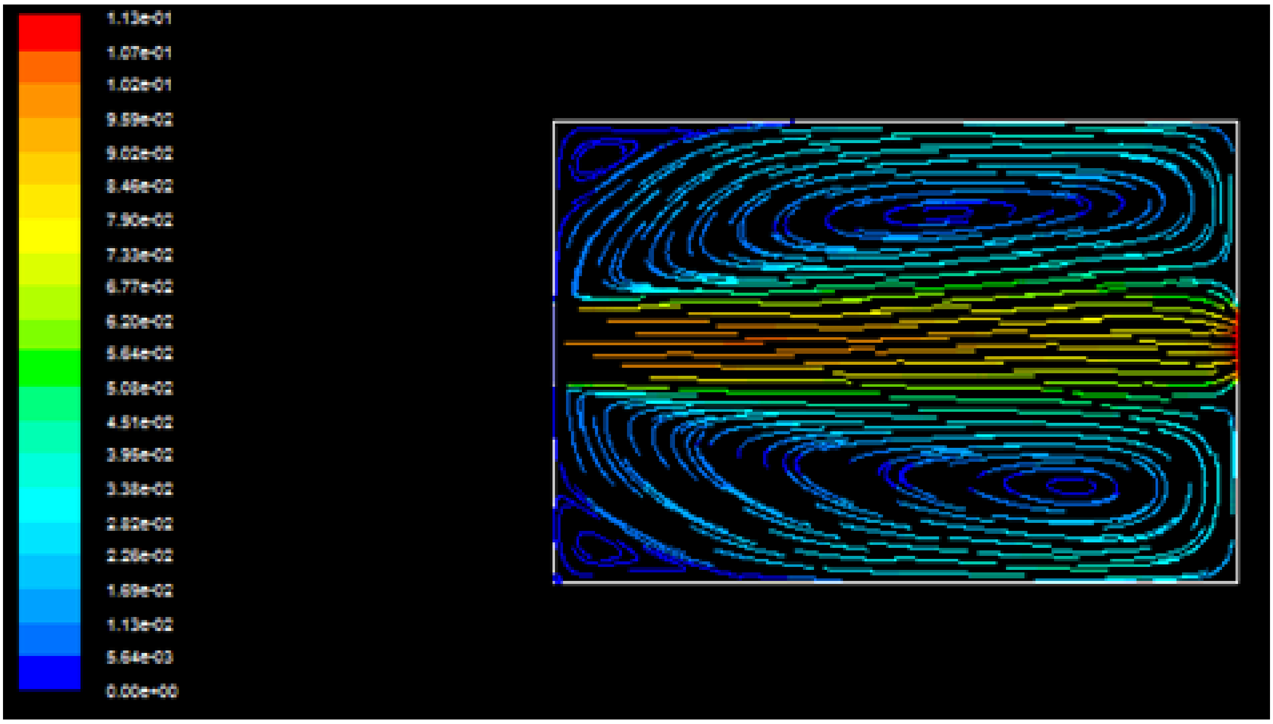
1er cas :

Lignes de courant : figure 1-1

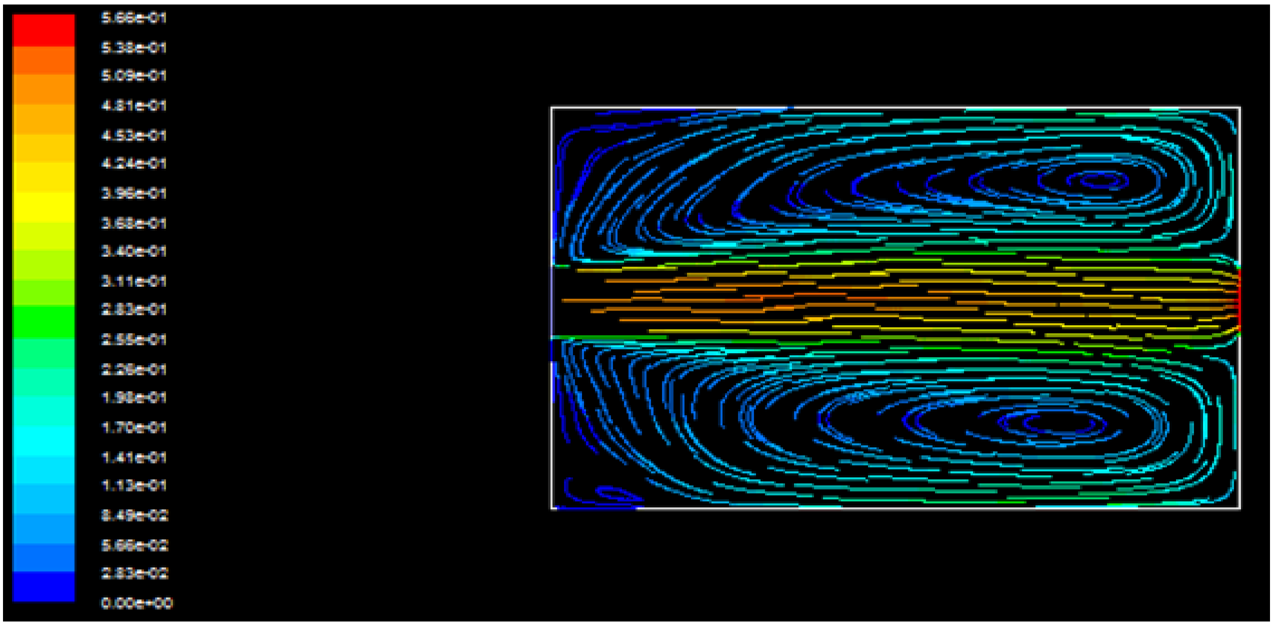
(a) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(b) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



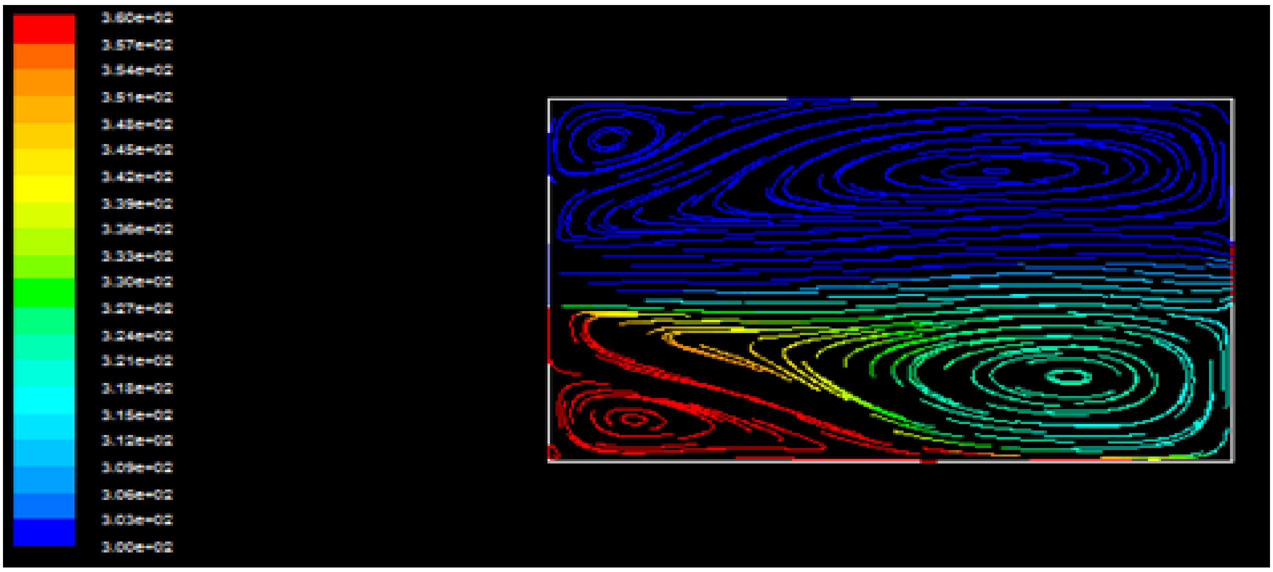
(c) q = 400 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



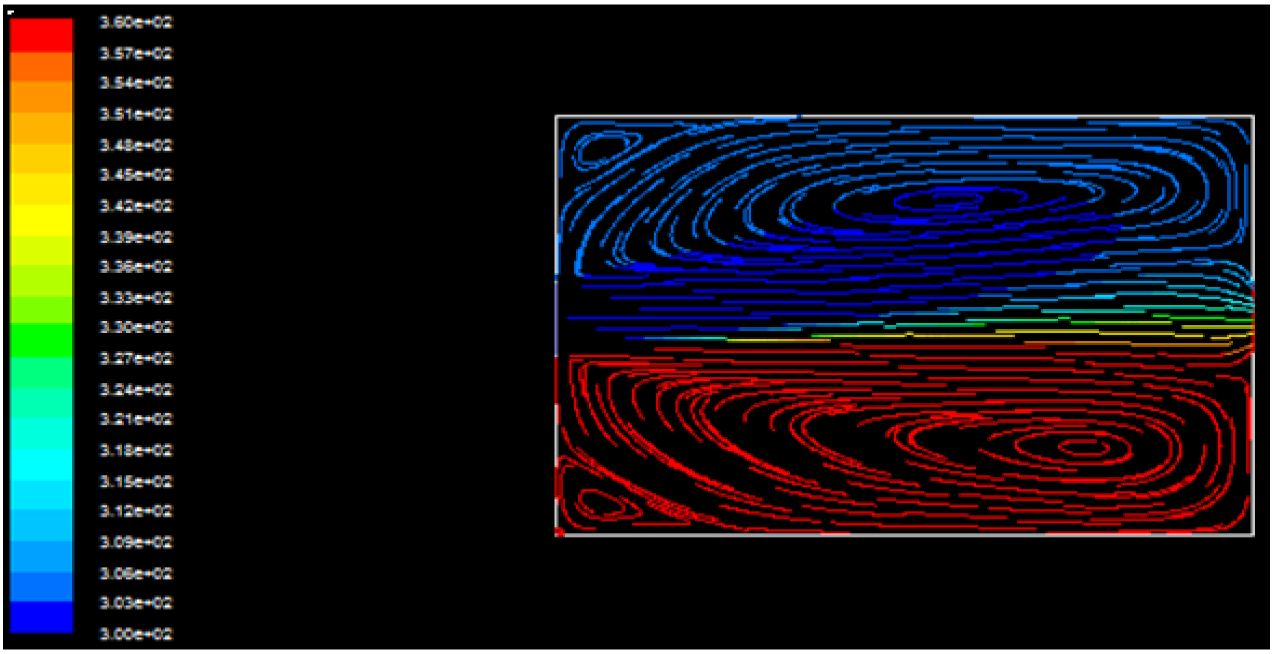
Il y a apparition de deux grosses structures tourbillonnaires dans les deux parties inferieure et supérieure de la cavité qui se juxtaposent avec la zone de circulation horizontale de l'air entrant. On remarque que l'allure des lignes de courant dans ces zones est influencée par la vitesse à l'entrée et de flux de chaleur. En exemple, elles occupent la totalité des deux parties supérieure et inferieure de la cavité lorsque le flux de chaleur est de 400 $^{w}/_{m^2}$ et la vitesse est de 0.5m/s. Les vitesses dans le tube de courant central sont de l'ordre de la vitesse d'entrée ; dans les zones de tourbillon, les vitesses sont de croissantes dans le sens de l'intérieur du tourbillon et en amont de la cavité. On constate la formation de deux structures tourbillonnaires secondaires dans les coins supérieur et inférieur gauche de la cavité, et qui tendent à disparaître quand la vitesse à l'entrée augmente.

Les isothermes : figure 1-2

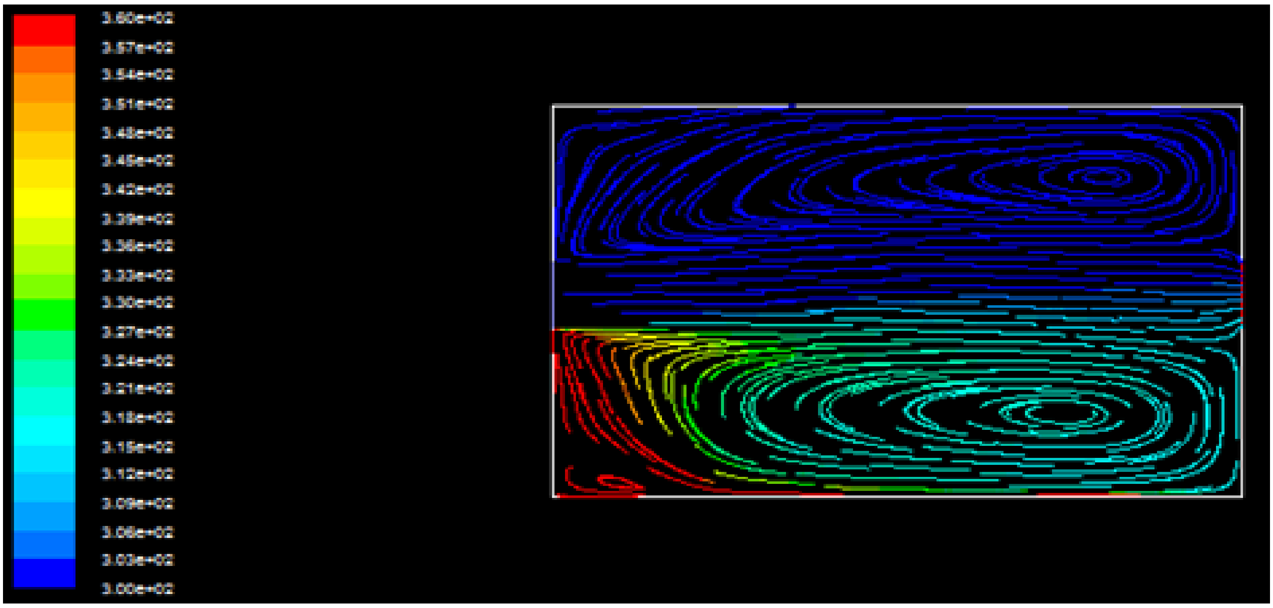
(à) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(B') q = 400 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(c') q = 400 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



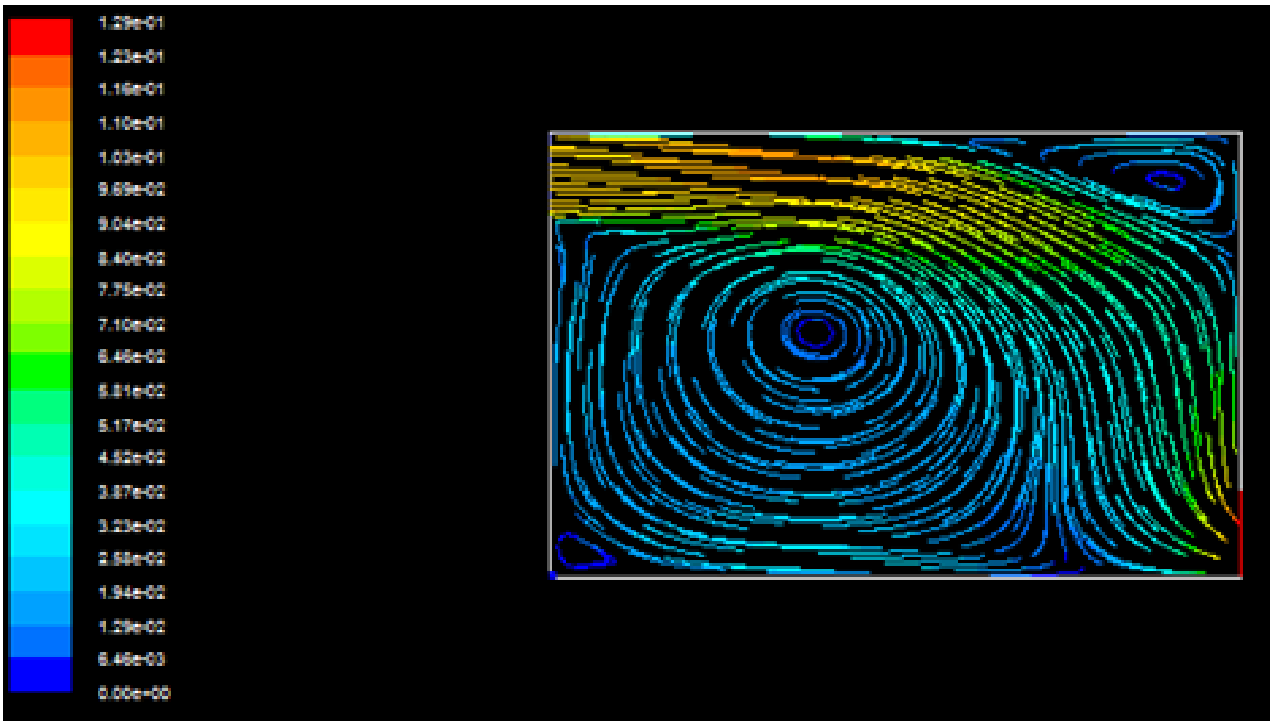
Dans cette configuration, il se forme deux zones thermiques :

- La zone supérieure : Elle n'a pratiquement pas d'échange avec la partie inférieure de la cavité sauf dans le cas où la vitesse est faible et le flux de chaleur important. La température dans cette zone reste de l'ordre de la température extérieure.
- La zone inférieure : Elle est le siège des échanges entre la cavité chauffée et l'air frais extérieur. Cette zone reste chaude dans la partie amont prés de l'entrée et se refroidit peu à peu vers l'aval, surtout lorsque la vitesse est grande et le flux faible. Lorsque la vitesse faible (0.1m/s) et le flux de chaleur de chaleur important (400 $^{w}/_{m^2}$),cette refroidissement est inefficace.

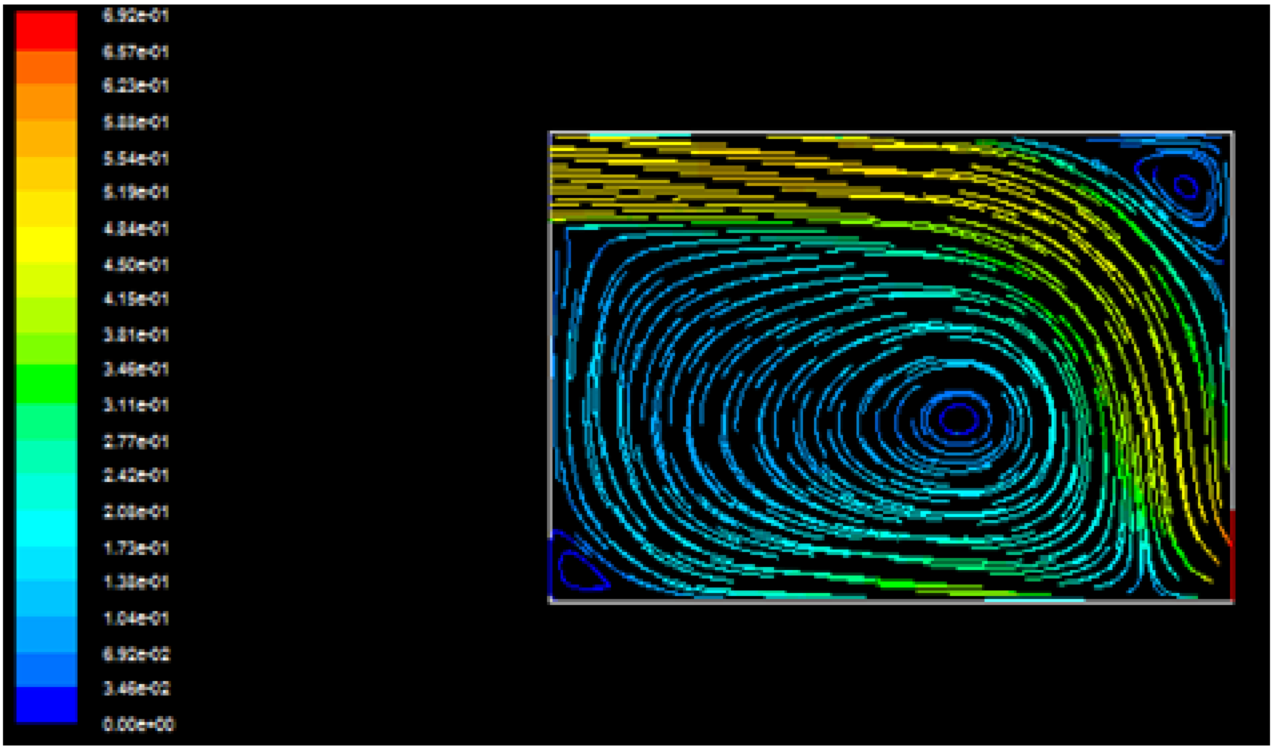
2^{eme} cas :

Les lignes de courant : figure 2-1

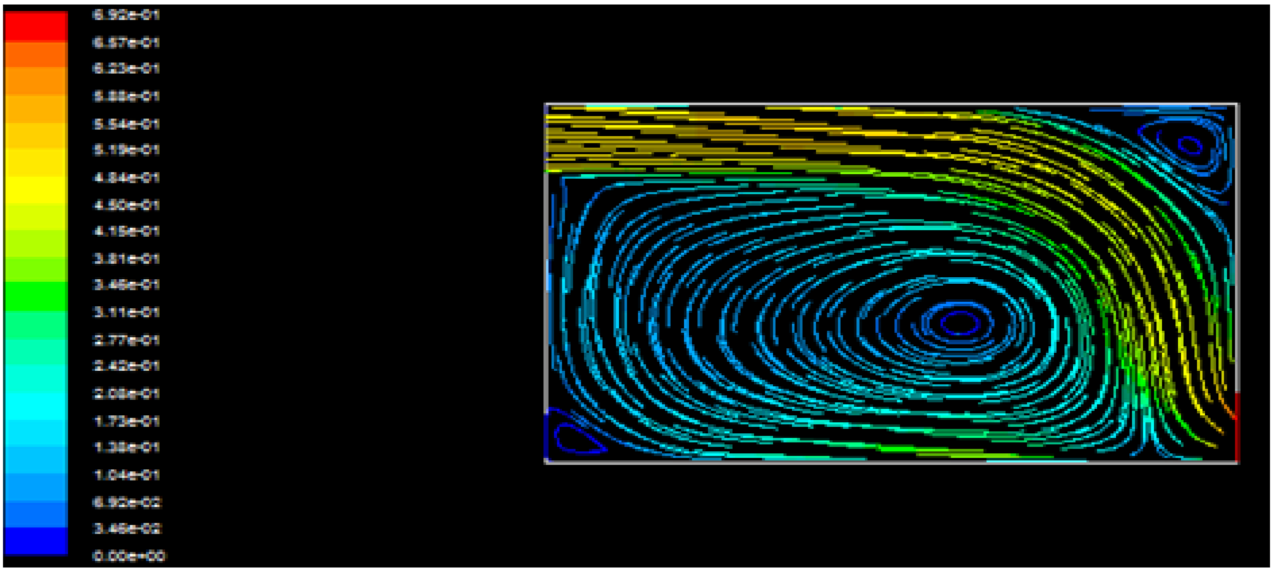
(a) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(b) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



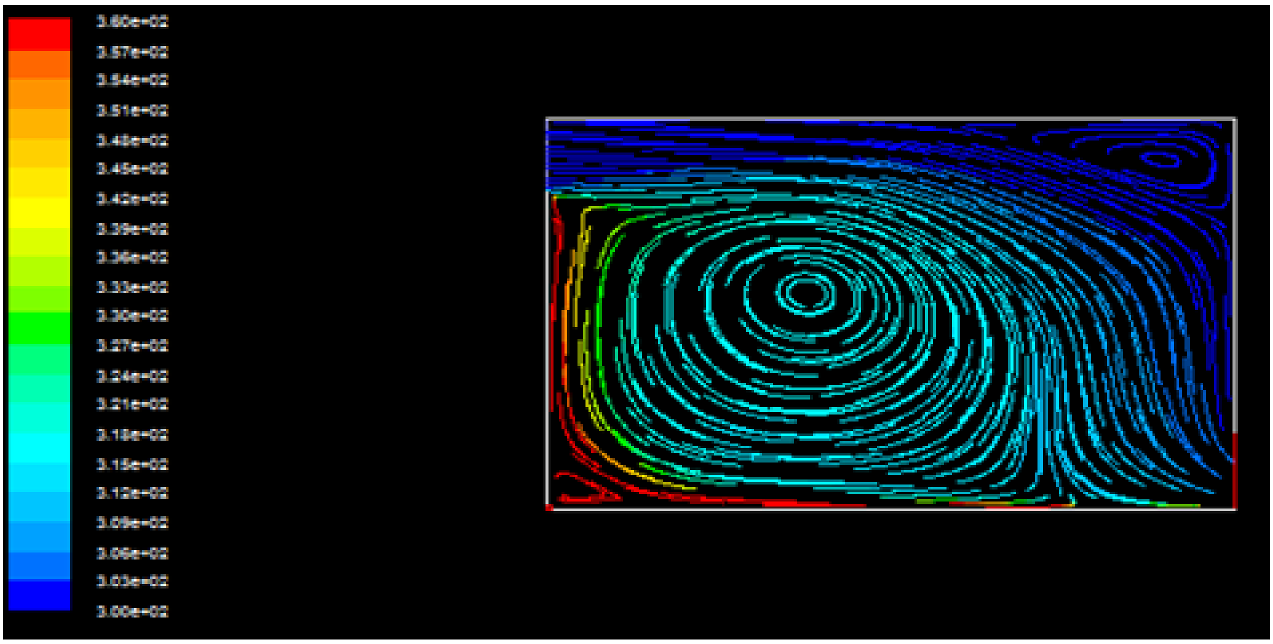
(c) q = 400 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



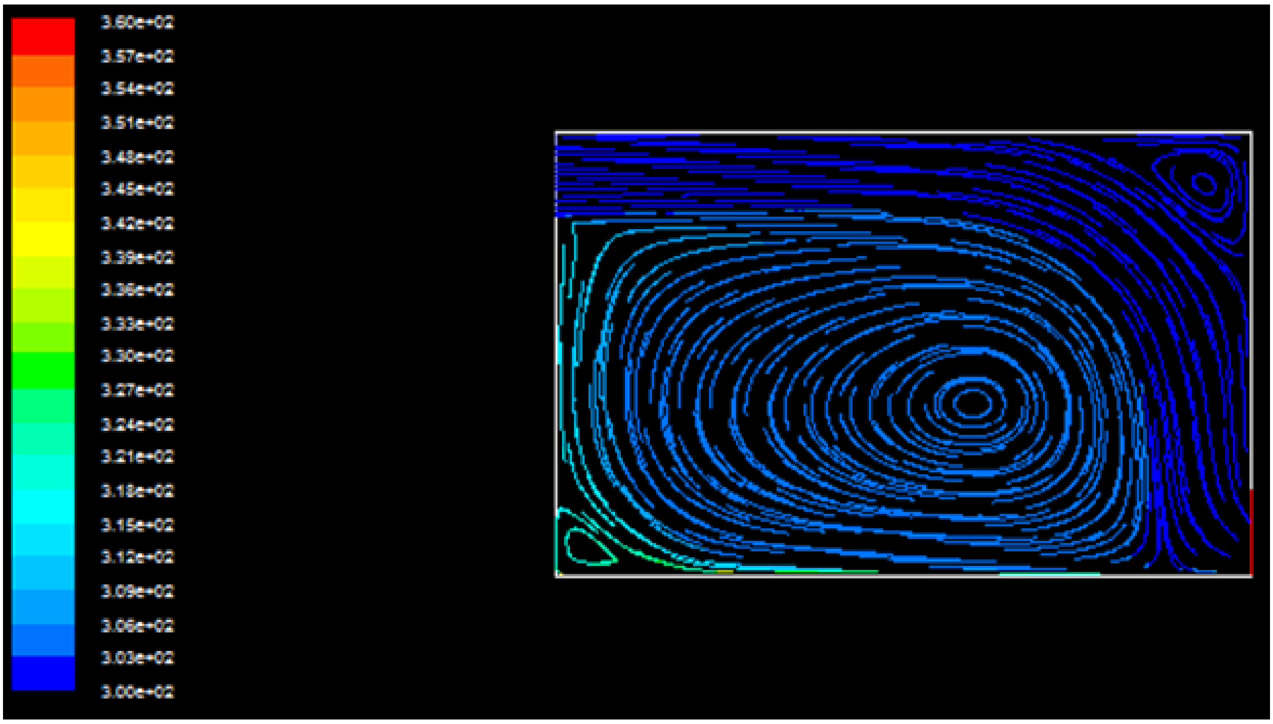
L’air entrant longe la base supérieure de la cavité dans un écoulement horizontal à vitesse pratiquement constante et égale à la vitesse à l’entrée. Puis il redescend en s’incurvant, le long de la paroi de droite avec des vitesses plus faibles. Cet écoulement entraîne la formation d’un tourbillon de convection naturelle central à rotation négative, qui occupe une grande partie de la cavité et où les vitesses décroissent en allant vers le cœur de la structure, formant ainsi une zone de stagnation de l’air au centre dont les positions se déplacent vers la sortie quand le débit d’air de refroidissement augmente. Il se forme également deux petits tourbillons à rotation positive dans le coin supérieur droit et dans le coin inferieur gauche où les vitesses sont pratiquement nulles.

Les isothermes figure 2-2

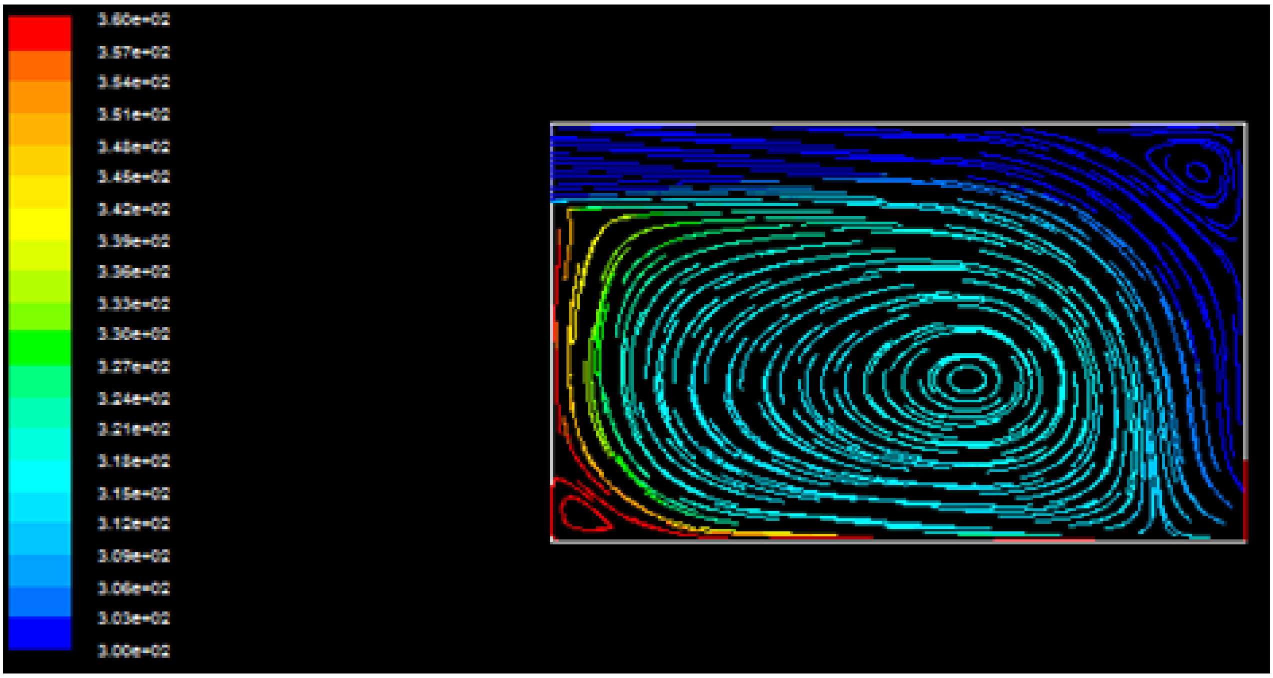
(à) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(B') $q = 100 \ {}^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



(c') $q = 400 \ {}^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



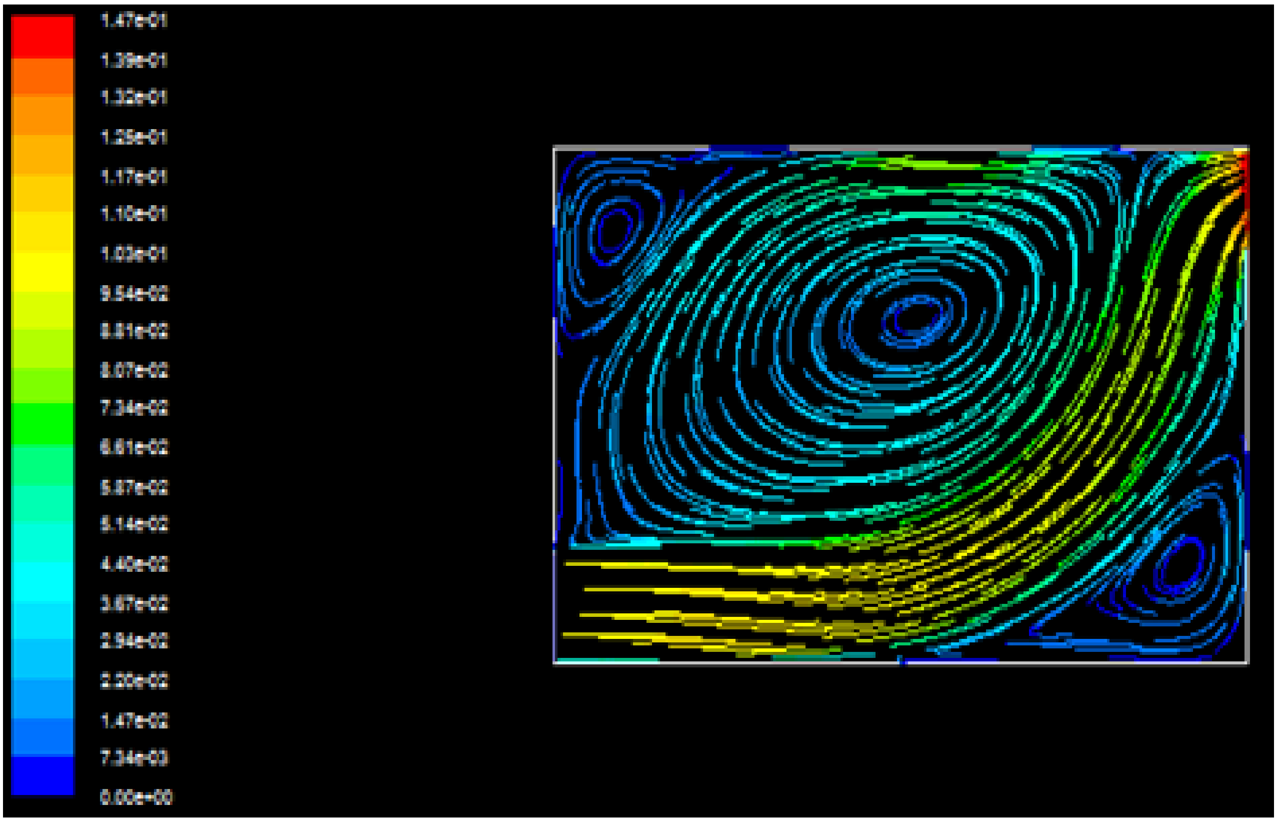
Ces figures montrent que dans cette configuration d'entrée supérieure et sortie inférieure, les échanges thermiques entre l'air chaud de la cavité et l'air de refroidissement ne sont pas aussi importants que dans le second cas. Il se forme globalement trois zones thermiques :

- Une première zone de circulation forcée de l'air frais où la température varie très peu. Cette zone garde une largeur de l'ordre de celle de l'ouverture à faible vitesse et s'élargit en s'approchant de la sortie et ce d'autant que le débit entrant augmente et le flux de chaleur est faible.
- Une zone au centre, siège des mouvements de convection naturelle, et occupant la plus grande partie de la cavité et dont la température est plus élevée, et ce d'autant qu'on se rapproche de la paroi verticale gauche. L'air se chauffe au contact de la base de la cavité et remonte sur la paroi verticale avant de pénétrer dans une zone d'échange avec l'air de refroidissement, dominée par les échanges conductifs. Etant plus froid, il redescend jusqu'au niveau de la paroi chaude et le cycle recommence. De manière générale, on constate une baisse de la température dans cette zone quand le débit de refroidissement augmente.
- Une zone chaude dans le coin inférieur gauche de la cavité du fait de l'immobilité de l'air dans cette partie de la cavité.

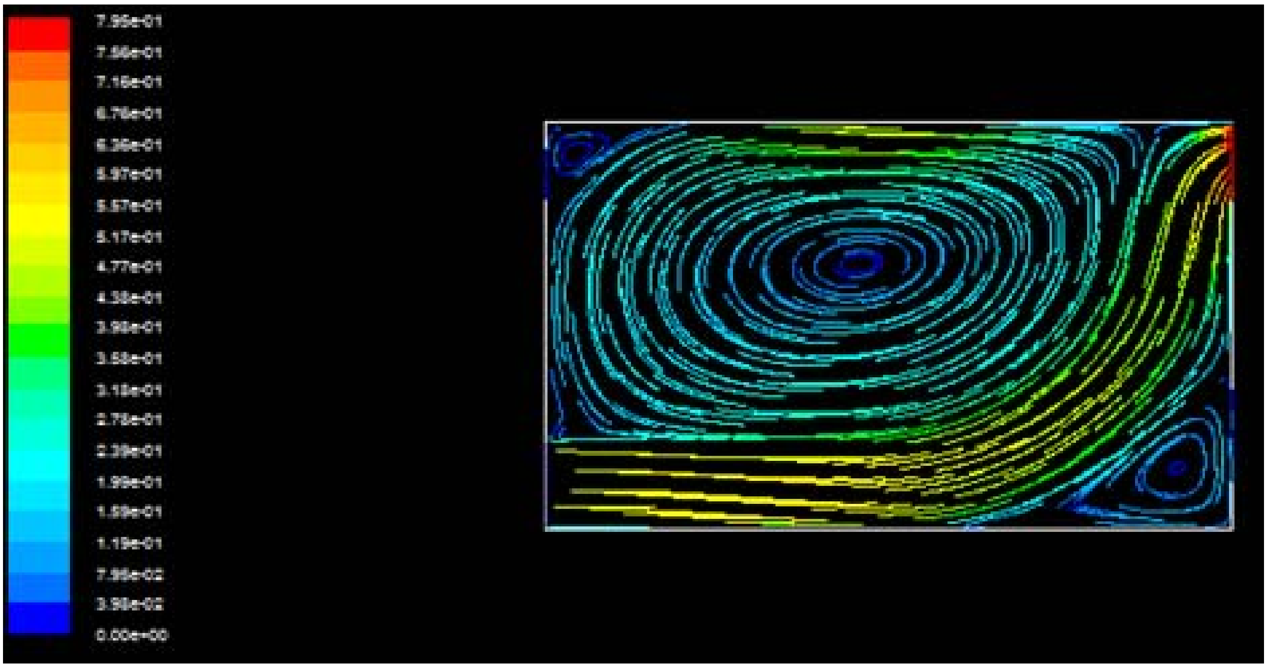
3^{eme} cas :

Les lignes de courant figure 3-1

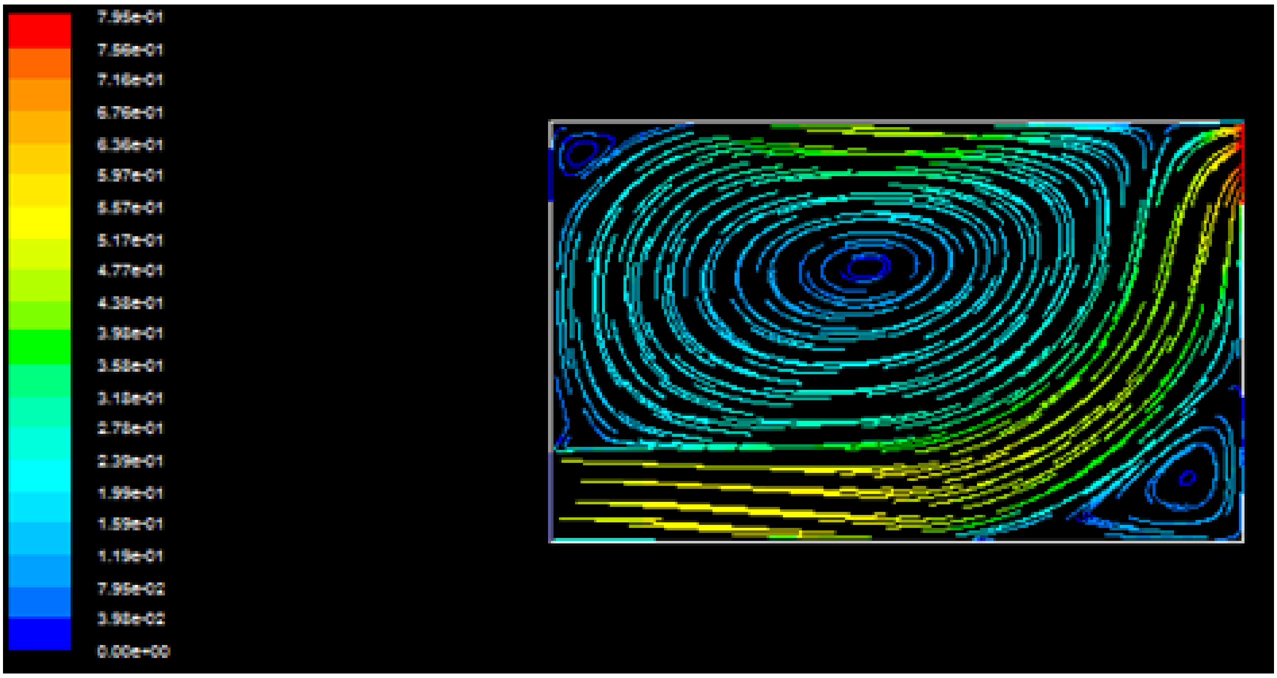
(a) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(b) $q = 100\ {}^{W}/_{m^2}$ $v = 0.5$ m/s



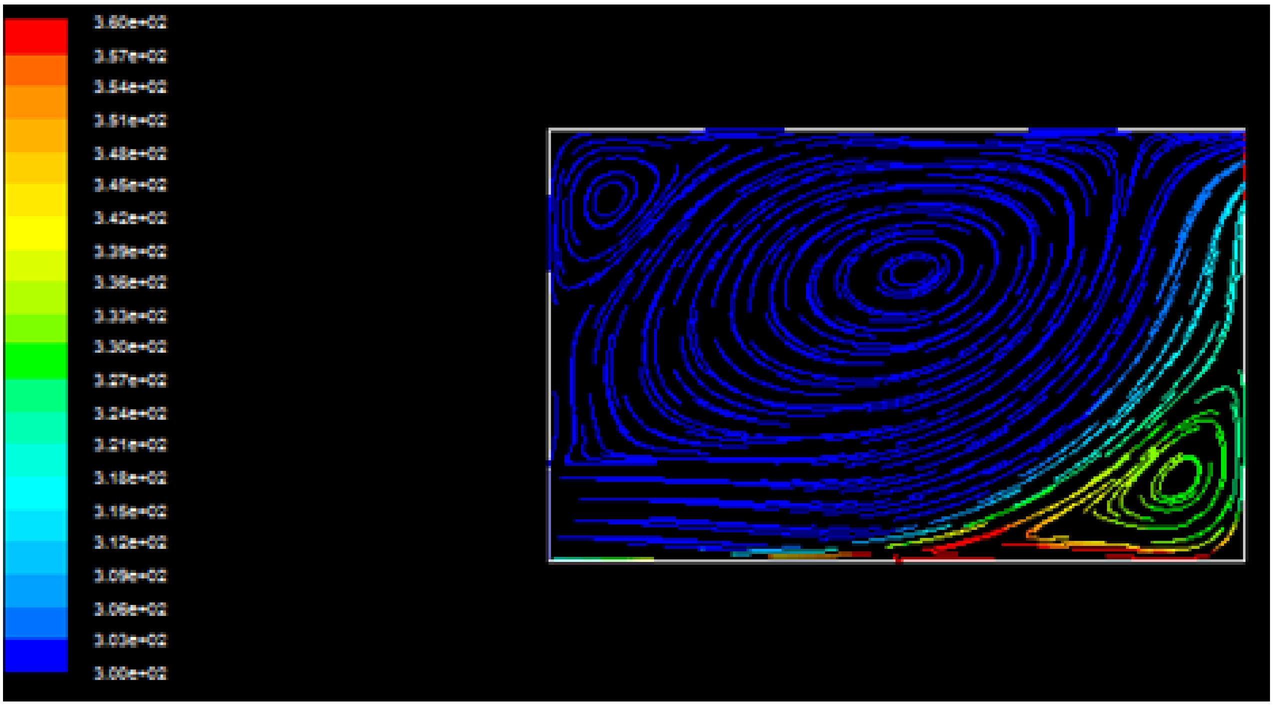
(c) $q = 400\ {}^{W}/_{m^2}$ $v = 0.5$ m/s



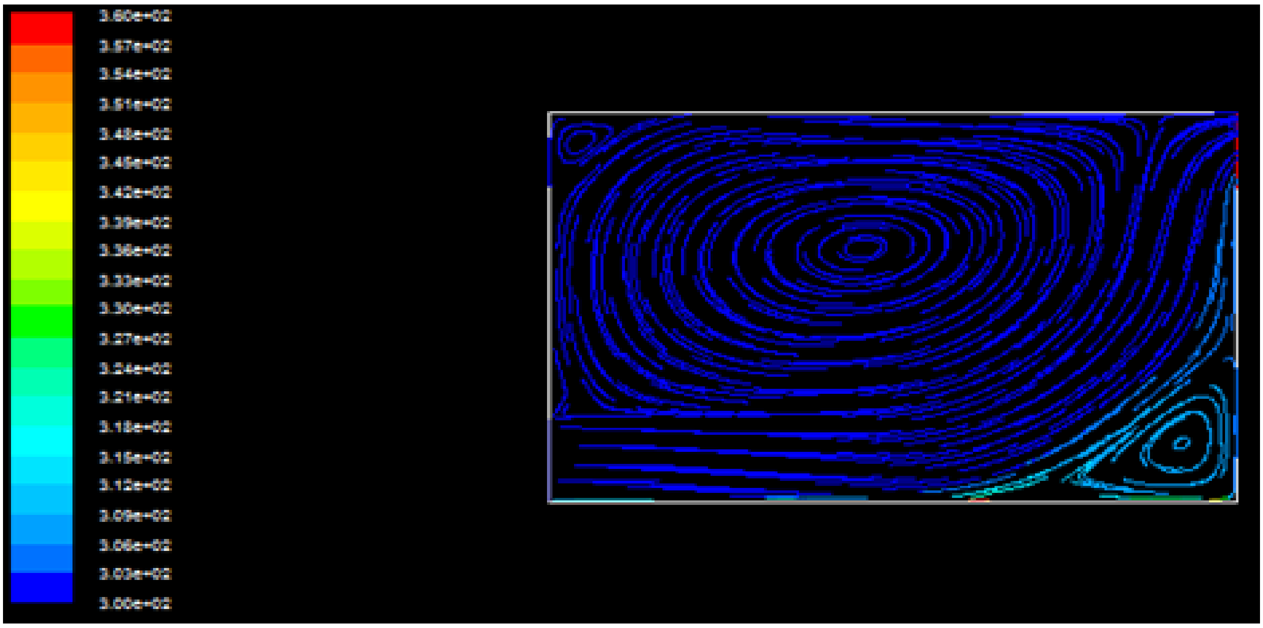
L'air entrant longe la base inférieure chaude de la cavité, puis il remonte en s'incurvant, le long de la paroi verticale de droite. Il entraîne en mouvement l'air de la cavité et forme une grande structure tourbillonnaire centrale à rotation positive, dans laquelle les vitesses décroissent en se déplacent vers le cœur de cette structure, où l'air est pratiquement à l'arrêt. Deux petits tourbillons à rotation négative se forment au niveau du coin inférieur droit et du coin supérieur gauche de la cavité avec des vitesses très faibles et qui se rétrécissent en augmentant le débit d'air. L'augmentation du flux de chaleur dans l'intervalle 0-400 w /m^2 n'a pas vraiment d'incidence sur la dynamique du mouvement de l'air dans la cavité.

Les isothermes figure 3-2

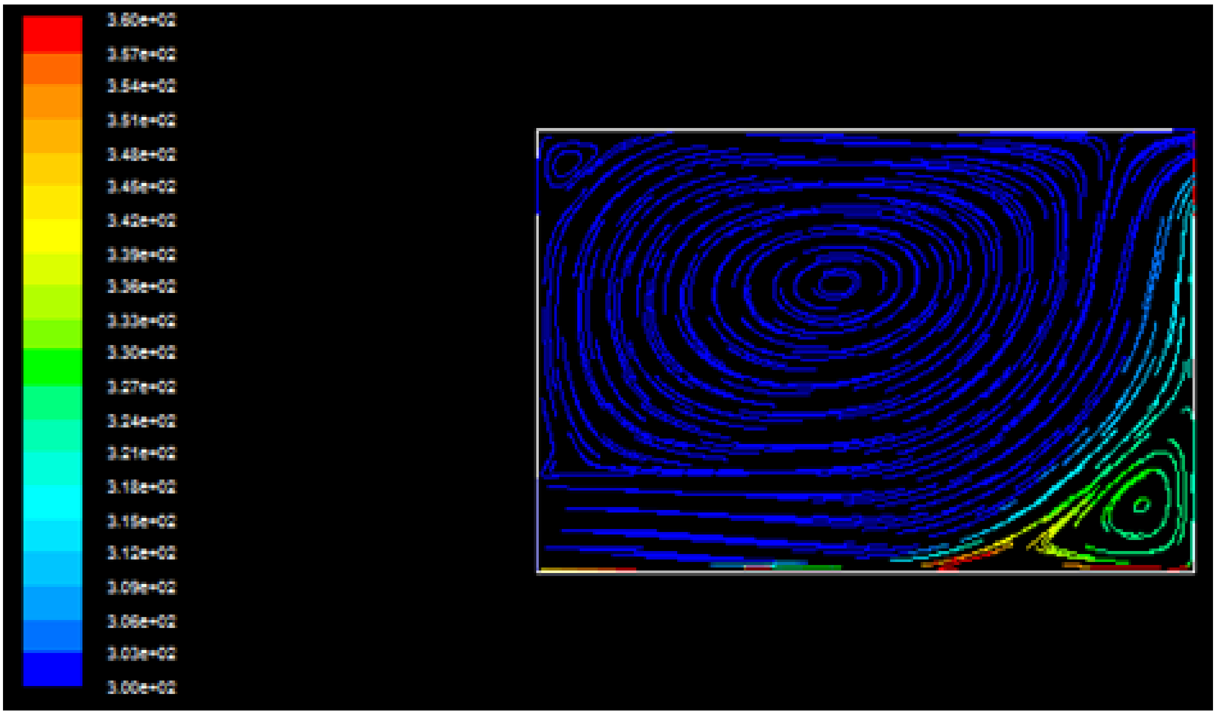
(à) q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.1 m/s



(B') q = 100 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



(c’) q = 400 $^{w}/_{m^2}$ v = 0.5 m/s



Du point de vue thermique, on constate que la plus grande partie de la cavité est à température égale à la température de l’air extérieur de refroidissement, à l’exception d’une zone se trouvant dans la partie avale, et coïncidant avec la zone de non circulation dans le coin inférieur droit de la cavité. Cette zone de surchauffe se rétrécit considérablement avec l’augmentation du débit d’air entrant.

III-3- Résultats et interprétations :

L'étude présentée dans ce chapitre porte sur une simulation numérique de la convection naturelle en régime laminaire et turbulent dans une cavité rectangulaire ouverte en bidimensionnelle,) l'aide du code de calcul Fluent. Nous avons présenté les différents résultats sous forme de lignes de courant et d'isothermes à différents nombres de Rayleigh et de Reynolds et en changeant la position des ouvertures de la cavité. Des nombres de Rayleigh modifié de l'ordre de (10^8 et 4 .10^8) et des valeurs de nombre de Reynolds à l'entrée de la cavité de l'ordre de (1.2 10^3 et 6 10^4) ont été pris, afin, d'analyser l'influence de ces paramètres sur les mouvements de l'air et la structure de l'écoulement dans la cavité. Le nombre de structures tourbillonnantes formées dépend principalement de la position des ouvertures de la cavité et de nombre de Reynolds à l'entrée de la cavité. Nous avons observé un écoulement à quatre structures tourbillonnaires dans le premier cas pour Re =1.2 10^3 et Ra=10^8 et un écoulement à deux structures tourbillonnaires pour Re = 6 10^4 et Ra= 4 10^8. Pour ces nombres de Rayleigh et de nombre de Reynolds, le transfert de chaleur dans la cavité est dominé par le régime conductif.

Nous avons mené la même étude en régime turbulent et analyser l'influence du nombre de Rayleigh Ra, et du nombre de Reynolds à l'entrée de la cavité sur les lignes de courant et sur les isothermes. D'après l'ensemble des résultats numériques ont peut conclure que :

Ces nombres déterminent la structure de l'écoulement mais la position des ouvertures est un paramètre influent dans la formation de différentes structures tourbillonnaires.

Le nombre de Rayleigh à une grande influence sur le mode de transfert de chaleur dominant dans la cavité. Ainsi à des nombre de Ra variant de 6 10^8 à 8 10^8, les transferts convectifs de convection mixte sont dominants. D'une manière générale, les échanges de chaleur dans la cavité sont favorisés par l'augmentation de Ra et de Re.

Des cinq cas étudiés qui diffèrent par la position de l'entrée et de la sortie, nous avons remarqué que le cas le plus intéressant sur le plan du refroidissement de la cavité correspond à une entrée d'air par le bas et une sortie par le haut ; et ce d'autant plus que le débit est important, en relation avec le flux de chaleur imposé à la base chauffante de la cavité.

Pour le régime turbulent, la convection naturelle joue un rôle plus important dans les transferts de chaleur de la cavité.

Le résultat le plus intéressant que cette étude vient confirmer est que le meilleur refroidissement de la cavité est obtenu avec une entrée d'air par le bas et une sortie vers le haut de la cavité. Cette situation correspond à celle qui réalise le meilleur compromis entre la convection forcée de l'air due aux forces visqueuses et la convection naturelle créée par le gradient de température entre la paroi horizontale chauffante et l'air de la cavité.

III-4-Conclusion générale :

La présente étude se veut une contribution à l'étude des transferts convectifs dans les cavités, qui ne cessent de faire l'objet de plusieurs travaux de recherche et dont le but principal est d'améliorer les rendements des transferts ou le cas échéant renforcer l'isolation et par conséquent aboutir à la réduction des déperditions énergétiques.

C'est dans cette optique qu'une étude numérique sur la convection naturelle en régime laminaire et en régime turbulent dans une cavité rectangulaire ouverte a été entreprise. Le problème physique a été modélisé par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie. Le système d'équation obtenu a été résolu moyennant le code Fluent qui utilise la méthode des volumes finis en utilisant un maillage uniforme et quadratique.

Les résultats obtenus sont présentés en mettant en évidence l'influence des différents paramètres adimensionnels qui servent de paramètres de contrôle, entre autre, le nombre de Rayleigh et le nombre de Reynolds à l'entrée de la cavité et la position des ouvertures. Deux configurations portant sur le type de chauffage ont été considérées à savoir la cavité rectangulaire chauffée par la paroi verticale gauche et celle chauffée par le bas en changeant les positions de l'entrée et de la sortie.

Les différents résultats sont présentés sous forme de courbe et de lignes de courant et des isothermes. L'exploitation des résultats obtenus a permis d'aboutir à certain nombre d'observations:

Pour le régime laminaire, le transfert de chaleur dans la cavité est dominé par le régime conductif.

Pour le régime turbulent, la convection naturelle joue un rôle plus important dans les transferts de chaleur de la cavité.

Le résultat le plus intéressant que cette étude vient confirmer est que le meilleur refroidissement de la cavité est obtenu avec une entrée d'air par le bas et une sortie vers le haut de la cavité. Cette situation correspond à celle qui réalise le meilleur compromis entre la convection forcée de l'air due aux forces visqueuses et la convection naturelle créée par le gradient de température entre la paroi horizontale chauffante et l'air de la cavité.

BIBLIOGRAPHIE

[1]:NovembreetNansteel, « Influence of Bidirectional Temperature GradientMagnetohydrodynamic Flow European Journal of Scientific Research» 1450-216X Vol.62 No.(2011), npp.142-149.

[2]: Ganzarolli et Milanez, «Natural Convection in Rectangular Enclosures Heated From Below and Cooled from Above» Australian Journal of Basic and applied Sciences *3(4): 4618-4623, 2009* ISSN 1991-8178.

[3]:Vahl Davis, «MOSTLY NATURAL CONVECTION»School of Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of New South Wales Sydney, 2052, Australia.

[4]:Lakhal et Hasnaoui, «Etude numérique de la convection naturelle transitoire au sein d'une cavité chauffée périodiquement avec différents types d'excitations»*International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 42, issue 21 (November, 1999), p. 3927-3941.
0017-9310.

[5]: Ouafaa Mahrouche, «Contribution à l'étude de la convection mixte dans une cavité ouverte rectangulaire partitionnée munie de blocs chauffants» Groupe d'Energétique, Département de Physique, Faculté des Sciences, Université Hassan II, Ain Chock, Casablanca, Maroc.

[6]:F. Penot, «Transfert de chaleur par convection naturelle dans une cavité rectangulaire isotherme ouverte sur une face » Revue Physique. Appliquée. 15 (1980) 207212 (Laboratoire d'Etudes Aérodynamiques et Thermiques, 40, avenue du Recteur-
Pineau, 86022).

[7]:Rejane De C. Oliveskiet col« Entropy generation and natural convection in rectangularcavities »Applied Thermal Engineering 29 (2009) 1417–1425.

[10]:N. Nithyadevi,et col: «Natural convection in a rectangular cavity with partially active side walls»International Journal of Heat and Mass Transfer 50 (2007) 4688–4697

[8]:Guestal Mabrouk : «Modélisation De La Convection Naturelle Laminaire Dans UneEnceinte Avec Une Paroi Chauffée Partiellement»Mémoire de magistère.
Spécialité: Génie Mécanique. Option: Énergétique Appliquée En Engineering (2010).

[9] : BELHI Mamdouh: «Etude de la Convection Naturelle Dans une Cavité Ayant Plusieurs Entrées».Mémoire de magistère.*UNIVERSITE MENTOURI DE CONSTANTINE.*