

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOU MAMMERI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT AUTOMATIQUE

Mémoire de Magister

en Automatique

Option : **Automatique des Systèmes Continus et Productique**

Présenté par

Ferhat LAHOUZI

Ingénieur UMMTO

Mise en œuvre d'une stratégie de commande neuro floue : Application à un pendule inversé

Soutenu le , 16.03.2011 devant le jury d'examen composé de :

DIAF Moussa
DJENNOUNE Saïd
HAMMOUCHE Kamal
MELLAH Rabah
MAIDI Ahmed

Professeur, UMM de Tizi-Ouzou
Professeur, UMM de Tizi-Ouzou
M.C, classe A UMM de Tizi-Ouzou
M.C, classe A UMM de Tizi-Ouzou
M.C, classe A UMM de Tizi-Ouzou

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examineur

AVANT-PROPOS

L'ensemble des travaux présentés dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire de Conception et de Conduite des Systèmes de Production(L2CSP) de l'Université de Tizi ousou.

Je tiens tout d'abord à exprimer mes sincères remerciements à mon promoteur Monsieur **DJENNOUNE Saïd**, Professeur à l'UMMTO, qui a accepté de m'encadrer et guider mes travaux jusqu'à la réalisation de ce mémoire. Qu'il trouve ici, le témoignage de ma profonde gratitude et ma reconnaissance pour les conseils qu'il n'a cessé de me prodiguer et pour la confiance qu'il m'a accordé en acceptant de diriger ce mémoire.

J'ai été profondément honoré que Monsieur **DIAF Moussa**, Professeur à l'UMMTO, ait accepté d'examiner ce travail et de présider le jury de soutenance de ce mémoire.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Monsieur **MELLAH Rabah**, Maître de conférences classe A à l'UMMTO, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury. Ainsi pour les conseils et son aide assez précieuse qu'il m'a prodigué tout au long de la durée de ce mémoire.

Je remercie très vivement Monsieur **HAMMOUCHE Kamal**, Maître de conférences classe A à l'UMMTO, pour la confiance et l'honneur qu'il m'accorde en acceptant de participer à ce jury.

Mes vifs remerciements vont également à Monsieur **MAIDI Ahmed**, Maître de conférences classe B à l'UMMTO, pour avoir accepté de participer au jury de soutenance. Ainsi pour m'avoir aidé et conseillé durant la durée de ce mémoire.

Que Monsieur **MANSOURI Rachid**, Maître de Conférences à l'UMMTO classe A, trouve ici l'expression de mes sincères remerciements pour son aide qu'il a porté à mon égard. Ses conseils judicieux ont été pour moi une aide précieuse.

Je tiens à remercier également tous les membres du L2CSP qui ont contribué à rendre ce cadre de travail agréable, tant d'un point de vue technique qu'humain.

Enfin, je ne saurais terminer cet avant-propos sans remercier toute ma famille et ma très chère copine **REMIDI Rachida** pour leurs soutiens pendant toutes mes études.

Dédicaces

Je dédie ce travail

*A la mémoire de mon père,
A ma mère.*

Sommaire

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I Description et modélisation du pendule inversé

I.1 Introduction.....	4
I.2 Etat de l'art de la commande d'un pendule inversé.....	4
I.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé.....	5
I.4 Présentation du pendule inversé.....	6
I.4.1 Description de la maquette	6
I.4.2 Dispositif de contrôle et de commande.....	7
I.4.3 Armoire de commande.....	8
I.4.4 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711.....	9
I.5 Environnement de développement	10
I.6 Principe de fonctionnement.....	12
I.7 Particularités de ce système.....	12
I.7.1 Stabilité du système	12
I.7.2 Système sous actionnés	12
I.7.3 Système holonome	13
I.7.4 Système non linéaire	13
I.8 Coordonnées généralisée du système.....	14
I.8.1 Modélisation du système a deux degrés de liberté.....	15
I.8.2 Energie cinétique du système en mouvement.....	15
I.8.3 Energie potentielle du système	16
I.8.4 L'équation de Lagrange.....	16
I.8.4.1 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\xi(t) = x(t)$	16
I.8.4.2 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\xi(t) = \theta(t)$	17
I.9 Linéarisation du modèle autour des points d'équilibre	17
I.9.1 Position d'équilibre instable.....	18
I.9.2 Position d'équilibre stable.....	20
I.10 Représentation d'état	22
I.10.1 Avec la force F comme signal d'entrée.....	22
I.10.2 Modélisation en tenant compte du moteur électrique	23
I.10.2.1 Linéarisation des équations du pendule inversé.....	24
I.10.3 Redressement du pendule avec une commande non linéaire.....	25
I.11.1 Résultats de simulation et expérimentaux.....	27
I.11 Conclusion.....	28

Chapitre II Commandes classique du pendule inversé

II.1. Introduction	29
II.2.1. Commande linéaire quadratique.....	29
II.2. 2. Rappels sur la stabilité, détectabilité.....	29
II.2.3. Formulation du problème LQ et sa solution.....	30
II.2.3.1. Commande LQ à horizon fini.....	30
II.2.3.1.1. Résolution d'un problème de commande LQ.....	31

II.2.3.2. Commande LQ à horizon infini.....	32
II.2.4. Commande LQ pour système invariant avec un horizon infini.....	32
II.2.4.1. Résolution de l'équation de Riccati	33
II.2.5. Choix des matrices de pondération	34
II.2.6. Commande Linéaire Quadratique Gaussienne.....	34
II.2.6.1. systèmes à état non complètement accessible.....	35
II.2.6.2. Filtrage de Kalman, commande LQG.....	35
II.2.6.2.1. Position du problème.....	35
II.2.6.2.2. Filtre de Kalman.....	36
II.2.6.2.3. Commande LQG.....	38
II.2.6.3. Synthèse d'une commande LQG.....	38
II.2.7 Synthèse de la commande LQR.....	39
II.2.7.1 Recherche des matrices de poids Q et R.....	39
II.2.7.2 Résultats de simulation.....	40
II.2.7.3 Interprétation des résultats de simulations.....	40
II.2.7.4 Estimation des états non mesurables	41
II.2.7.5 Synthèse de l'observateur.....	41
II.2.8 Implémentation de la commande LQR.....	42
II.2.8.1 Interprétation des résultats expérimentaux.....	43
II.2.8. Résultats expérimentaux.....	46
II.3.1. Commande par mode de glissement.....	47
II.3.1.1. Définition.....	47
II.3.2. Différentes Structures du Contrôle par Mode de Glissement	48
II.3.3. Théorie de la Commande par Mode de Glissement.....	48
II.3.4. Conception de la commande par mode glissant.....	49
II.3.4.1 Choix des Surfaces de Glissement	49
II.3.4.2 Condition de Glissement	50
II.3.4.3 Calcul de la Commande	51
II.3.5 Solution pour suppression du Phénomène du Chattering	54
II.3.6 Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant.....	55
II.3.7 Synthèse de la Commande par mode glissant d'un pendule inversé.....	56
II.3.7.1 Formulation mathématique.....	56
II.3.7.2 Redressement et stabilisation du pendule inversé par mode glissant.....	58
II.3.7.2.1 La première étape.....	59
II.3.7.2.2 La deuxième étape.....	59
II.3.7.3 Résultats de simulation.....	60
II.3.7.3.1 Interprétation des résultats de simulations.....	63
II.3.7.4 Résultats expérimentaux.....	64
II.3.7.4.1 Interprétation des résultats expérimentaux.....	67
II.4 Conclusion.....	70

Chapitre III

Commandes floue et neuro-floue du pendule inversé

III.1 Introduction.....	71
III.2 Logique floue et la commande floue.....	71
III.2.1 Introduction	71
III.2.2 La logique floue.....	72
III.2.3 Notion de sous-ensemble flou.....	72
III.2.4 Univers de discours.....	72
III.2.5 Variable et valeurs de variable linguistique.....	73

III.2.7.2 Règles d'inférence.....	73
III.2.6 Représentation des fonctions d'appartenance.....	73
III.2.7.3 Opérations sur les ensembles flous.....	74
III.2.7.4 Structure d'un réglage par logique floue.....	77
III.2.8 Configuration interne d'un système d'inférence flou.....	77
III.2.8.1 Fuzzification	78
III.2.8.1.1 Fuzzification numérique.....	78
III.2.8.1.2 Fuzzification symbolique.....	78
III.2.8.2 Base de règles floues.....	79
III.2.8.3 Le moteur d'inférence flou.....	79
III.2.8.4 Défuzzification.....	80
III.2.8.4.1 Défuzzification numérique.....	81
III.2.8.4.2 Défuzzification symbolique.....	82
III.2.3 Les différents systèmes d'inférence flou	82
III.4.4 Synthèse du correcteur PID classique.....	84
III.2.12 Les différents correcteurs par logique floue.....	85
III.2.12.1 Correcteurs P par logique floue.....	85
III.2.12.2 Correcteurs PD par logique floue.....	86
III.2.12.3 Correcteurs PI par logique floue	87
III.2.12.4 Correcteurs PID par logique floue.....	88
III.2.12.5 Relations de passage.....	89
III.2.13. Réglage d'un contrôleur flou	90
III.2.14. Avantages et désavantage du réglage par logique floue.....	90
III.2.15 Application de la commande floue sur le pendule inversé.....	91
III.2.15.1. Analyse du problème.....	91
III.2.15.2. Structure de la commande floue.....	91
III.2.15.2.1. Enoncé de la méthode.....	91
III.2.15.2.2. Choix des éléments des régulateurs flous.....	92
III.2.15.2.2.1. Choix de la forme des classes.....	92
III.2.15.2.2.2. Définition des référentiels pour les quatre variables d'entrées.....	92
III.2.15.2.3. Définition des référentiels pour les variables de sortie.....	93
III.2.15.2.4. Tableaux de règles.....	94
III.2.15.2.5. Le moteur d'inférence.....	95
III.2.15.2.6. La transformation symbolique numérique.....	96
III.2.15.3 Résultats de simulation.....	96
III.2.15.4 Interprétation des résultats de simulation.....	98
III.2.15.5 Implémentation de la commande floue.....	99
III.2.15.6 Résultats expérimentaux.....	101
III.2.15.7 Analyse des résultats expérimentaux.....	103
III.3 Les réseaux de neurones.....	104
III.3.1 Introduction.....	104
III.3.2 Neurone Biologique.....	104
III.3.3 Neurone artificiel	105
III.3.4 Les architectures neuronales.....	106
III.3.4.1 Les réseaux de neurones non bouclés.....	106
III.3.4.1.1 Réseaux non boucles Mono-Couche.....	106
III.3.4.1.2 Les réseaux non boucles Multi-Couche.....	107
III.3.4.2 Les réseaux de neurones bouclés.....	108
III.3.4.3 Les réseaux de neurones à connexions complexes.....	108
III.3.5 Processus d'apprentissage.....	108
III.3.5.1 Apprentissage supervisé.....	109

III.3.5.1.1 La rétro-propagation du gradient de l'erreur.....	109
III.3.5.2 Apprentissage non supervisé.....	111
III. 4 Systèmes Neuro-Flous.....	111
III.4.1 Définition.....	112
III.4.2 Méthodes des combinaisons Neuro-Floues.....	113
III.4.2.1 Réseau flou neuronal.....	113
III.4.2.2 Système neuronal/flou simultanément.....	113
III.4.2.3 Modèles neuro-flous coopératifs.....	113
III.4.2.4 Modèles neuro-flous hybrides.....	113
III.4.3 Les types d'implémentation des réseaux neuro-flous.....	114
III.4.3.1 Systèmes d'inférence neuro-flou adaptatifs(ANFIS).....	115
III.4.3.1.1 Algorithme d'apprentissage.....	117
III.4.3.2 Inférence Neuro-flou (INF).....	118
III.4.4 Application de la commande Neuro-floue.....	119
III.4.4.1 Architecture du système de contrôle.....	119
III.4.4.2 Méthodologie de conception.....	120
III.4.4.3 Régulateur Neuro-flou (2×2).....	120
III.4.4.3.1 Algorithme de commande.....	120
III.4.4.3.2 Algorithme d'apprentissage.....	121
III.4.4.5.1 Structure du réseau contrôleur.....	122
III.4.4.5.2 résultats de simulation.....	124
III.4.4.5.3 Interprétation des résultats de simulation.....	125
III. 4.4.5.4 Implémentation de la commande Neuro-floue.....	126
III. 4.4.5.5 Résultats expérimentaux.....	126
III. 4.4.5.6 Analyse des résultats expérimentaux.....	130
III.5 Comparaison des résultats obtenus avec les commandes appliquées.....	130
III. 5 Conclusion.....	132
Conclusion générale et perspectives.....	133
Annexe.....	136
Références bibliographiques.....	143

Dans le domaine scientifique et celui de l'enseignement, l'automatique a souvent recours à des cas d'études particuliers, qui sont représentatifs de grandes classes d'applications. De plus, avec l'expérience, la connaissance de ces cas s'est affinée et ils fournissent aujourd'hui une base idéale pour comparer de façon valable les avantages et les inconvénients d'approches différentes. Le pendule inversé est l'un de ces cas typique qui occupe une place importante dans l'industrie comme un outil de transport, d'inspection et d'intervention dans des milieux hostiles, en particulier quand les capacités de mouvement autonome sont exigées.

La description du pendule inversé muni de son actionneur et ses capteurs ainsi que les divers phénomènes physiques présents lors du fonctionnement, montrent la forte complexité due aux nombreuses non linéarités ainsi que la difficulté à modéliser parfaitement la dynamique du système pendule inverse -capteurs- actionneur. Le contrôle du pendule inversé pour le redressement et la stabilisation devient ardue, car la connaissance du système se révèle imprécise et imparfaite.

Par ailleurs, les problèmes de représentation et d'utilisation des connaissances sont au centre d'une discipline scientifique relativement nouvelle : l'intelligence artificielle. Cette discipline a mis l'accent, de façon exclusive, sur le traitement symbolique de la connaissance, par opposition à la modélisation numérique utilisée traditionnellement dans les sciences de l'ingénieur. Plus récemment, on a assisté à un retour du numérique dans les problèmes de l'intelligence artificielle avec les réseaux de neurones et la logique floue. Alors que les réseaux de neurones proposent une approche implicite de type "boite noire" de la représentation des connaissances, très analogue à la démarche de l'identification des systèmes en automatique. La logique floue permet de faire le lien entre modélisation numérique et la modélisation symbolique, à partir d'algorithmes très simples de traduction de connaissances symboliques en entités numériques et inversement.

Depuis la première application du formalisme de la logique floue à la commande des systèmes proposée par Mamdani, plusieurs travaux ont montré que le contrôle à logique floue est une méthode adéquate pour la commande des procédés mal définis ou complètement inconnus et qui ne peuvent pas être modélisés mathématiquement d'une manière précise. L'approche traditionnelle pour la conception floue est basée sur des connaissances acquises par des experts formulées sous forme de règles. Cependant il se peut que les experts ne

puissent pas transcrire leurs connaissances et expériences sous forme d'un contrôleur par logique floue. C'est à partir de ces constatations qu'ont été développées plusieurs méthodes optimales et systématiques pour la conception des contrôleurs flous. Parmi ces méthodes, nous avons retenu l'approche connexionniste qui consiste à combiner les capacités d'apprentissage des réseaux de neurones artificiels et les systèmes flous pour former les systèmes neuro-flous. La combinaison de ces deux approches permet d'exploiter les caractéristiques de chacune pour accomplir une tâche performante et efficace pour la commande des systèmes complexes.

En outre, la commande de ces systèmes non linéaires sous actionnés représente encore un champ très large et intéressant dans les travaux de recherche de nos jours, où la conception des contrôleurs pour les systèmes sous actionnés ne se limite pas à l'intérêt de commander ceux-ci, mais elle présente un avantage pour les systèmes qui sont entièrement actionnés et qu'ils ont aussi besoin d'avoir des contrôleurs de ce genre, ces contrôleurs sont implémentés en raison de sécurité dans le cas où un des actionneurs de ces systèmes subit un échec.

Notre travail est appliqué à un système pendule inversé, qui est un système non linéaire, instable, SIMO (Single Input Multiple Output) ; sous actionné, à plus d'un degré de liberté, très sensible aux retards et aux frottements, afin d'illustrer et comparer les différentes lois de commandes linéaires et non linéaires, leurs tests de performances et de robustesse mis en œuvre et implémentés réellement sur un banc d'essais disponible au laboratoire L2CSP pour le redressement et stabilisation du pendule depuis sa position d'équilibre stable vers la position d'équilibre instable.

Ce mémoire est organisé comme suit:

Chapitre I

La première partie du chapitre est consacrée à la description précise du système et de son interfaçage avec le PC. Ensuite, nous avons traité en détail l'environnement logiciel c'est-à-dire le schéma général sous Simulink associé à une interface graphique développée sous Control Desk. Dans la suite du chapitre, nous élaborons le modèle mathématique d'un pendule inversé en nous basant sur le formalisme d'Euler-Lagrange suivi d'une linéarisation autour des deux points d'équilibre possibles. Ensuite, nous présenterons le système dans l'espace d'état avec force ensuite la tension comme signal d'entrée.

Ce système nous servira de banc d'essai pour simuler et implémenter les lois de commande qui seront développées dans les chapitres suivants.

Chapitre II

Dans ce chapitre, nous présentons un bref rappel théorique sur les différents outils de commandes classiques dont nous aurons besoin lors de la synthèse des commandes. En l'occurrence la commande linéaire quadratique qu'on mettra en œuvre lors de la phase de stabilisation du pendule, la commande par mode de glissement qui nous servira lors de la phase du balancement et la phase de stabilisation du pendule.

Chapitre III

Dans le troisième chapitre, nous étudierons les différentes techniques de l'intelligence artificielle à savoir: les bases théoriques de la logique floue, les réseaux de neurones, les structures neuro-floues qui nous serviront lors de la phase de stabilisation du pendule, le concept de variable linguistique, les notions de signification et de description floues ainsi que la topologie SIF. Ensuite nous étudions la structure multicouche du réseau de neurones en tenant compte des différentes méthodes d'apprentissage. Nous nous concentrerons en particulier sur la projection des systèmes flous dans un réseau de neurone afin de former un système neuro-flou en tirant profit de la logique floue et des réseaux de neurones.

A la fin de la synthèse de chaque type de commande, nous présenterons les résultats de simulation suivies des résultats expérimentaux du système commandé mis à l'épreuve de perturbations et de variations paramétriques, choses qui nous permettront d'évaluer les performances et la robustesse de ces commandes.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale résumant les différents résultats obtenus, quelques perspectives et les difficultés rencontrées.

I.1 Introduction

Nous présenterons dans ce chapitre, en premier lieu, un modèle non linéaire d'un système classique souvent utilisé en automatique, plus particulièrement dans les applications de commande: le pendule inversé qui est une plate forme d'essai qui pose un problème d'instabilité à l'angle $\theta = 0$, Il nous servira notamment, plus loin dans les chapitres suivants pour les tests des différentes commandes synthétisées.

Par la suite, nous développerons un modèle dynamique qui sera présenté sous forme d'équations différentielles déduites à partir du formalisme d'Euler-Lagrange qui constitue une approche systématique simple à mettre en œuvre. Puis, nous présenterons ce système dans l'espace d'état dans les deux circonstances ; premièrement la force comme signal d'entrée, deuxièmement la tension comme signal d'entrée.

Une implémentation de ces modèles sous MATLAB/SIMULINK sera également présentée ainsi que les différents résultats de simulation numérique de leurs comportements en boucle ouverte.

I.2 Etat de l'art de la commande d'un pendule inversé

Le pendule inversé est un système instable, SIMO (Single Input Multiple Output) et possède des non-linéarités non négligeables dues à sa structure dynamique et aux forces de friction. C'est un outil didactique et un problème classique utilisé en automatique. C'est pourquoi il est souvent utilisé pour tester les performances et la robustesse de nouvelles lois de commande [LAU.03]. Par ailleurs, on peut trouver dans la littérature plusieurs travaux appropriés à la commande d'un simple pendule inversé par des lois basées sur:

Un problème de contrôle de l'énergie [Astroim et Futurai 1996] associées à une séquence de balancement qui permet de relever le pendule de sa position d'équilibre stable [Wei et Al 1995], [Vermeiren 1998].

L'application de réseaux neuronaux [Anderson 89]

La méthode des moments [Jacobi 1995]

La commande non linéaire [Wei et Al 1995].

La commande floue, soit en utilisant la notion des ensembles flous et un régulateur du type Mamdani [Yamakawa 1989] [Kandel et Al 1993] [Lo et Kuo 1998] [Wei et Al 1995] [Bastian 95]. Soit par la commande adaptative floue [Wang et Al 1996] ou encore en utilisant les modèles de type Takagi Seguno [Vermeiren 1998].

I.3 Intérêt de l'étude d'un pendule inversé

L'étude du pendule inversé a assez bien d'importance. Il y a plusieurs raisons à cela :

- L'homme est un pendule double inversé dont les deux axes de rotation principaux sont les chevilles et les hanches. Quand nous sommes en position debout, nos articulations travaillent sans arrêt pour nous y maintenir. Les spécialistes qui travaillent à la réalisation de prothèses pour les hanches sont amenés à utiliser le modèle du pendule double inversé pour calculer l'ensemble des contraintes qui sont soumises à la prothèse.

- Dans le même ordre d'idée, la robotique utilise ce genre de concept.

- On voit apparaître des moyens de locomotion dotés de deux roues montées sur un même axe sur lequel on est en position debout. On accélère en se penchant en avant et on ralentit en se penchant en arrière. Le système est le même que le pendule inversé. La stabilité est aussi assurée par des gyroscopes mais nous n'entrerons pas dans ce genre de détails.

- Les étudiants en automatique, en robotique ... font des laboratoires de recherches avec ce genre de dispositif. Parce qu'ils font intervenir beaucoup de notions intéressantes pour eux : programmation, automatisation, mécanique...

I.4 Présentation du pendule inversé

I.4.1 Description de la maquette

Le but de la manipulation consiste à maintenir en équilibre vertical une tige en aluminium à l'extrémité de laquelle est vissée une masselotte de forme cylindrique. Cette tige est fixée par une articulation pivotante sur un chariot qui peut se déplacer en glissant le long d'un rail de guidage horizontal. Le mouvement de rotation d'un moteur électrique est transformé en mouvement de translation du chariot par l'intermédiaire d'un ensemble de deux poulies et d'une courroie crantée. Le déplacement du chariot dans un sens ou dans un autre assure par réaction l'équilibre vertical du bras du pendule. En fait, ce genre de mécanisme est très fréquent. On en trouve dans toutes les imprimantes à jet d'encre ou dans toutes les machines à écrire électriques. Voici le schéma du dispositif :

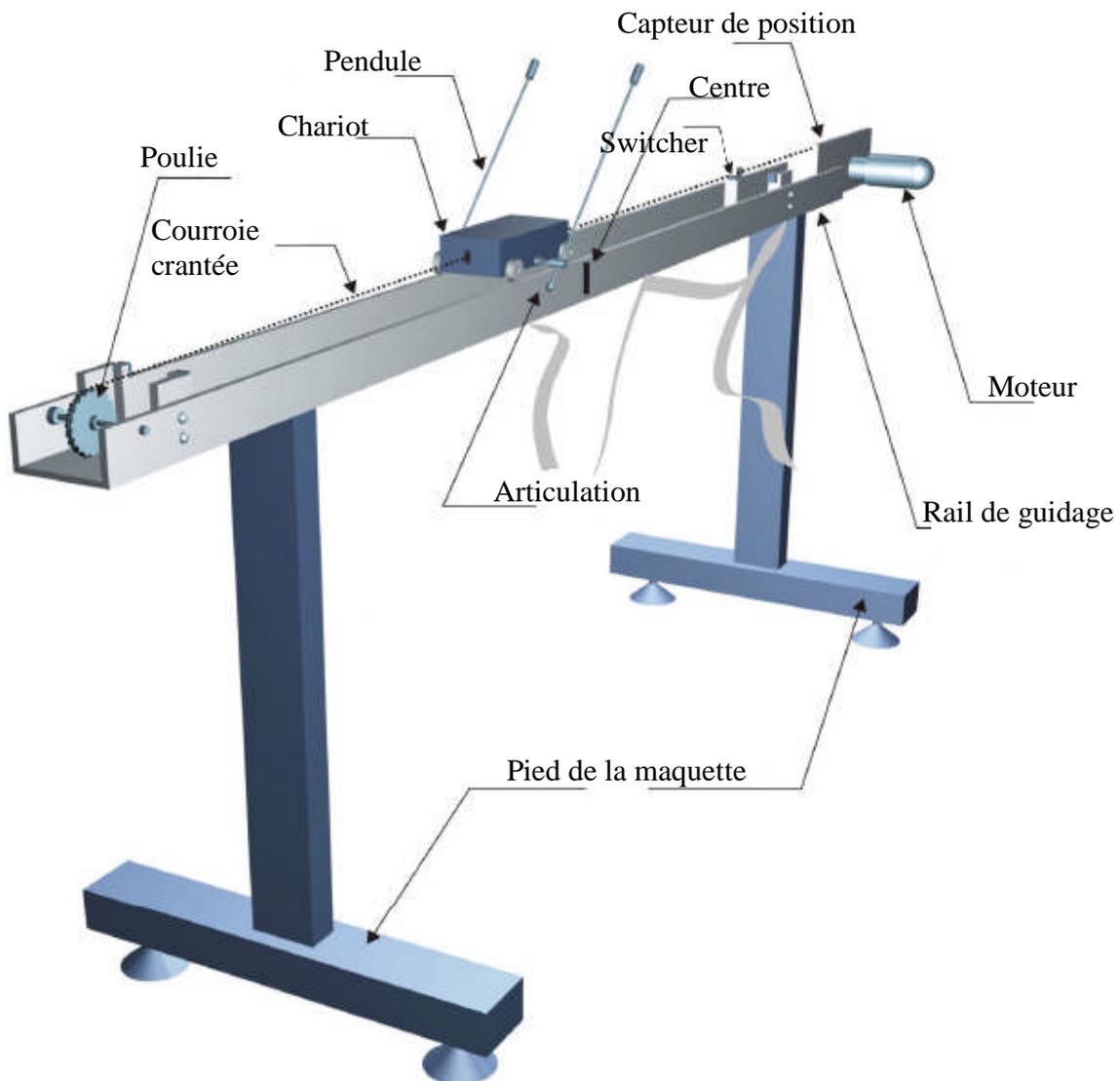


Figure I.1 : *synoptique de la maquette du pendule inversé*

I.4.2 Dispositif de contrôle et de commande :

Un ensemble de capteurs et d'actionneur est installé sur la maquette. Deux capteurs sont disponibles :

Un capteur de position délivre une image de la position du chariot sur son rail de guidage par rapport au centre de ce dernier. Si le chariot est situé à droite du centre, une valeur positive est mesurée. Le capteur utilisé est un potentiomètre multi-tours solidaire sur l'axe du moteur.

Un capteur de position angulaire fournit l'angle entre le bras du pendule et la verticale. Si le pendule penche vers la droite, un angle positif est mesuré. Le capteur est constitué d'un potentiomètre fixé sur le pivot du pendule.

Les informations délivrées par les deux capteurs sont conditionnées par une électronique associée et les tensions de sortie varient dans une plage de -10V à +10V. On notera qu'un filtre passe-bas est intégré dans la chaîne de conditionnement de chaque entrée, ce filtre ayant pour fonction de limiter la largeur de bande des signaux de mesure et d'éviter le repliement du spectre qui risque de se produire lors de l'opération d'échantillonnage.

De plus, la course du chariot est limitée respectivement à gauche et à droite par deux butées mécaniques. Par sécurité pour le moteur d'entraînement du chariot, deux interrupteurs de fin de course sont placés en avant des butées mécaniques. Le passage du chariot entraîne la fermeture d'un interrupteur provoquant la coupure de l'alimentation du moteur électrique.

L'actionneur est un moteur électrique à courant continu et à aimant permanent commandé par l'induit.

La commande du moteur entraînant le chariot est effectuée par un signal variant entre 0 et +5V. L'amplification de puissance par montage push-pull est assurée, de la même façon, par l'électronique associée.

I.4.3 Armoire de commande

À l'arrière de l'armoire on trouve les différentes connectiques suivantes figure(I.2):

- **Connecteur ON / Off** : fiche DIN pour connecter la boîte de l'intercepteur ON/OFF du moteur.
- **Sélecteur 110/220v**
- **Fiche d'alimentation 110/220 V**
- **Connecteur CN3** : il se branche avec le PL1 de la boîte d'adaptation, avec une large nappe 40 pistes. Les signaux sont ceux des deux capteurs de position, c'est des signaux digitaux sur 16 bits.
- **Connecteur CN2** : il se branche avec PL3, avec une nappe 20 pistes. Les signaux sont les tensions de commande du moteur.
- **Connecteur CN1** ; il se branche avec la partie mécanique. Les signaux sont ceux du moteur.

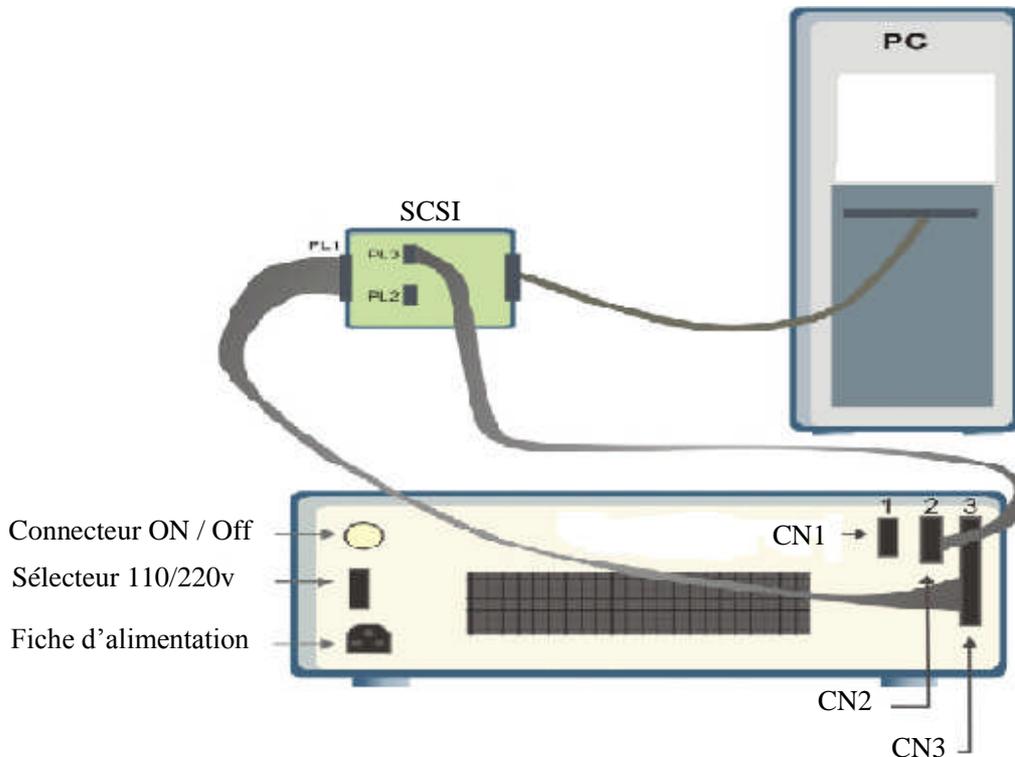


Figure I.2 : Diagramme de connexion du dispositif de contrôle et de commande

I.4.4 L'adaptateur (SCSI)

L'adaptateur SCSI donné à la figure (I.2) a comme rôle d'adapter les signaux entre la carte d'acquisition et les différents connecteurs de la base d'alimentation, et aussi séparer ces différents signaux en fonction de leurs types. La boîte dispose de quatre connecteurs :

- un connecteur 68 pins pour connecter le câble global 68 pin SCSI de la carte d'acquisition.
- un grand connecteur PL1 pour les entrées digitales des capteurs de positions (deux encodeurs optiques).
- un petit connecteur PL2 ou PL3 pour la sortie analogique (tension de commande du moteur).

I.4.5 Carte d'acquisition : ADVANTECH PCI 1711 [pci1711]

C'est une carte d'acquisition universelle qui est installée sur le port PCI du PC de commande et dispose de connecteurs extérieurs pour des entrées/sorties analogiques et digitales. Ces principales caractéristiques sont :

- La fonction Plug & play
- 16 entrées analogiques configurables simples (single-ended) ou source flottante
- Convertisseurs A/D industriels normalisés à approximations successives
- 12 bits utilisés pour la conversion des entrées analogiques
- La fréquence maximale d'échantillonnage est de 100KHz.
- Gamme des entées analogiques est programmables et contrôlable par software
- Chaque canal à sa gamme individuelle stockée dans la RAM de la carte
- 2 sorties analogiques (convertisseur D/A)
- 16 canaux d'entées digitales
- 16 canaux de sorties digitales
- Un compteur/timer programmable
- Scanne automatique des gains/canaux.

Son principal rôle dans notre application, c'est qu'elle permet la commande digitale d'un système continu à travers un PC, en convertissant les signaux analogiques en numériques et vice-versa. Dans notre cas, on utilise :

- Une sortie analogique (convertisseur D/A) pour délivrer la tension de commande de référence.
- Les entrées digitales des deux encodeurs optiques pour mesurer l'angle du pendule et la position du chariot.
- Une entrée analogique (convertisseur A/D) pour récupérer le retour tachymétrique du moteur.

I.5 Environnement de développement

Ce banc d'essai utilise une approche novatrice d'implémentation, qui jouit d'une flexibilité accrue et d'une architecture totalement ouverte, cette approche est appelée HIL pour « **Hardware-In the-Loop** ». Ou bien « **Rapid Prototyping** »

Avec le « hardware-in the-loop », on peut tester directement le contrôleur qu'on a synthétisé en simulation sur le système physique réel, avec un simple PC de développement. En effet tous ce qu'on a besoin est :

- un PC standard (pour le développement et pour la commande)
- une carte d'acquisition pour la conversion A/D et D/A
- le système physique à commander
- les logiciels nécessaires

Les logiciels utilisés sont :

MATLAB : il joue le rôle d'une plateforme, où tous les autres composants s'exécutent, c'est l'environnement le plus utilisé dans le monde par les ingénieurs, il fournit plusieurs routines sophistiquées de calculs numériques .

SIMULINK : C'est un langage de haut niveau graphique, avec lequel on programme avec des objets ou blocks, ces objets peuvent être soit des blocks standards ou bien des blocks spécialisés écrit par l'utilisateur comme des S-fonctions

REAL TIME WORKSHOP : c'est le programme le plus important, qui génère automatiquement du code source C++ optimisé, à partir du modèle Simulink. De plus, ce code est paramétrable pour plusieurs targets (cible) d'implémentation.

Compilateur C++ : il compile le code généré par real time workshop et fait l'édition des liens pour générer un exécutable qui communique avec la cible d'implémentation (target), dans notre cas, le compilateur est VISUAL C++ 6.0 PRO.

REAL TIME WINDOWS TARGET : Dans le cas d'un environnement WINDOWS, ce petit noyau, est essentiel, son rôle est primordial, il assure le temps réel pour notre régulateur. Car WINDOWS est un OS événementiel donc il n'est pas temps réel. Il s'exécute comme un service résident dans le niveau zéro (mode noyau) et intercepte les interruptions matérielles avant WINDOWS, par la suite, il communique avec l'exécutable du régulateur et interface avec le système physique à travers la carte d'acquisition, en vue de contrôler le flux de données et de signaux du modèle (maintenant exécutable) vers le système physique et vice versa.

La figure (I.3) montre le schéma qui illustre la relation qui existe entre les différents modules.

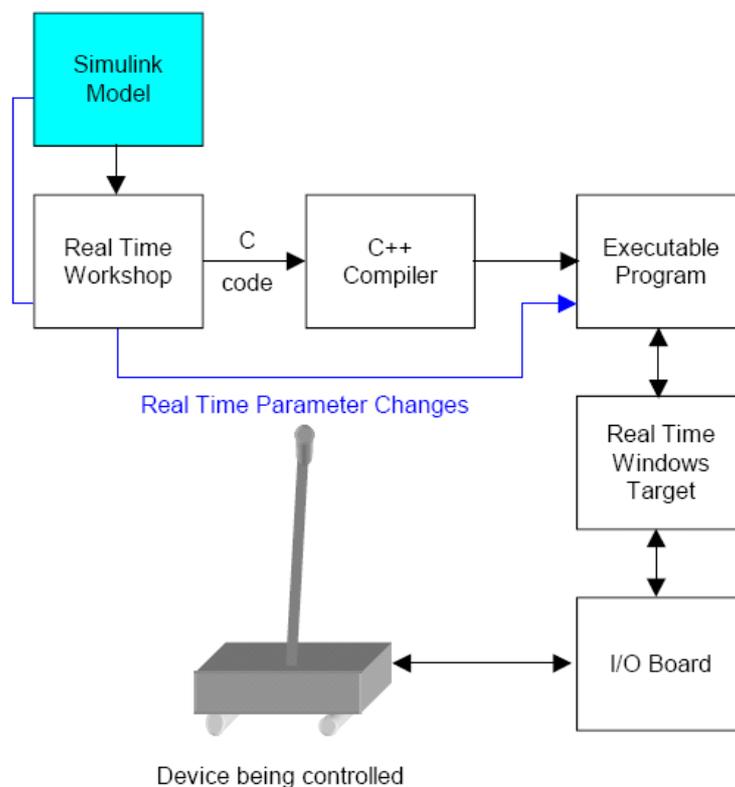


Figure I.3 : Processus de génération du code exécutable

I.6 Principe de fonctionnement

Le principe de fonctionnement du système est très simple en théorie : quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite. Et inversement.

La difficulté c'est de régler l'intensité et la forme de la réaction du chariot en fonction de l'angle que le pendule fait avec la verticale.

I.7 Particularités de ce système

- Instable
- Non-linéaire
- Modèle de connaissance incomplet
- Un seul actionneur (sous actionné)
- 2 grandeurs à asservir (multi variables)

I.7.1 Stabilité du système linéaire:

La stabilité en boucle ouverte du système linéaire est déterminée par la position dans le plan complexe des valeurs propres de la matrice A de son modèle d'état (voire figure II.4), qui sont les pôles de la fonction de transfert réparties comme suit :

Les quatre pôles sont réels, l'un est confondu avec l'origine, les deux autres sont dans la moitié gauche du plan S, donc le système est stable. Le dernier pôle se trouve dans le demi-plan complexe de droite et traduit l'existence d'un mode instable : l'équilibre instable du bras du pendule inverse.

I.7.2 Système sous actionné :

On considère le système mécanique, décrit par :

$$\ddot{q} = f(q, \dot{q}) + G(q)u \quad (I.1)$$

Où

q est vecteur d'état de coordonnées généralisées

$f(\cdot)$ est le champ de vecteur qui capture les dynamiques du système

\dot{q} vecteur de vitesse généralisé.

G est la matrice d'entrée.

u est le vecteur des entrées généralisés.

Le système (I.1) serait sous actionné si les entrées externes généralisées ne sont pas capable de commander instantanément les accélérations dans toutes les directions de l'espace de configuration. Ceci se produit si $m = \text{rang}(Gq) < n = \text{dim}(q)$, en d'autre terme les systèmes sous actionnés ont moins d'actionneurs que leurs variables de configuration.

I.7.3 Système holonome [BOU 06] [LAM 03]

Un système mécanique S est holonome si la position de ses différentes parties peut être caractérisée par n variables indépendantes q_1, \dots, q_n , appelées coordonnées généralisées du système. On dit alors que S est un système holonome à n degrés de liberté.

Le pendule inversé est également un système holonome avec pour coordonnées généralisées $q_1 = x$ et $q_2 = \theta$.

I.7.4 Système non linéaire

Un système linéaire est un système dont le théorème de superposition est vérifié :

$$f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y) \quad (I.2)$$

où x et y sont des vecteurs d'entrée, λ et μ sont des scalaires et $f(.)$ la sortie du système ; contrairement aux systèmes linéaires ; dans le cas de systèmes non linéaires, le théorème de superposition n'est pas vérifié [Zay 01].

A cause des termes de couplage entre les composantes de l'état, tel que $\sin x_3 x_4^2$, il s'agit là d'un système non linéaire en l'état. Cependant on remarque que le système est linéaire en l'entrée u mais les coefficients ne sont pas des constants

I.8 Coordonnées généralisées du système

L'ensemble du chariot pendule à deux degrés de liberté qui sont représentées par deux coordonnées généralisées, x pour le déplacement horizontal du chariot, θ pour la rotation du pendule. La direction positive de x est le sens à droite en mètre et celui de l'angle est le sens des aiguilles d'une montre en radian.

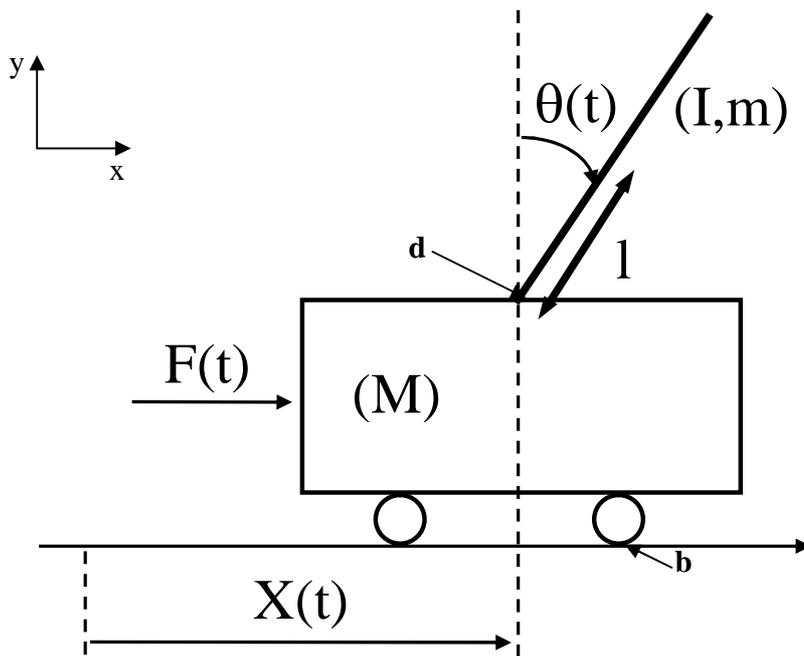


Figure I.4 : Schéma de l'ensemble chariot et pendule inversé

Soit :

m : masse du pendule

b : frottements de déplacement du chariot

M : masse du chariot

$x(t)$: position du chariot

l : demi longueur du pendule

$\theta(t)$: l'angle du pendule

$F(t)$: force exercée sur le chariot

g : intensité de pesanteur

d : frottements du pendule

I.8.1 Modélisation du système a deux degrés de liberté [WEI 95][BUG 03][MCG 02]

On utilise pour cela la méthode de Lagrange définie par les équations suivantes :

$$L = T^* - V \quad (I.3)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial \xi_j} + \frac{\partial D}{\partial \dot{\xi}_j} = F_j \quad (I.4)$$

ξ Degrés de liberté, dans ce cas $x(t)$ et $\theta(t)$.

D Énergie dissipée par frottement.

F_j Force généralisée dans le sens du degré de liberté ξ_j .

T^* Énergie cinétique.

V Énergie potentielle.

L'avantage de ce formalisme réside dans l'élimination des efforts d'interaction.

I.8.2 Energie cinétique du système en mouvement

L'énergie cinétique du chariot est donnée par l'équation:

$$T_M^* = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 \quad (I.5)$$

L'énergie cinétique du pendule est exprimée par l'équation:

$$T_m^* = \frac{1}{2} m \mathbf{v}_c \bullet \mathbf{v}_c + \frac{1}{2} I \omega^2 \quad (I.6)$$

La position du centre de gravité du pendule a partir de ces coordonnées:

$$\mathbf{r}_c = (x + l \sin \theta) \hat{\mathbf{i}} + l \cos \theta \hat{\mathbf{j}} \quad (I.7)$$

D'où la vitesse du centre de gravité du pendule est :

$$\mathbf{v}_c = \frac{d\mathbf{r}_c}{dt} = (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta}) \hat{\mathbf{i}} - l \sin \theta \dot{\theta} \hat{\mathbf{j}} \quad (I.8)$$

En substituant les équations (I.7) et (I.8) dans l'équation (I.6) on trouve :

$$T_m^* = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\cos^2\theta\dot{\theta}^2 + l^2\sin^2\theta\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (I.9)$$

Avec simplification l'équation (I.9) l'énergie cinétique prend alors l'expression :

$$T_m^* = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (I.10)$$

L'énergie cinétique de l'ensemble chariot (I.5) et pendule (I.9) est exprimée par :

$$T^* = T_M^* + T_m^* = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 \quad (I.11)$$

I.8.3 Energie potentielle du système

L'énergie potentielle du centre de gravité de la barre est :

$$V = mgl\cos\theta \quad (I.12)$$

I.8.4 Equation de Lagrange

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\xi}_j}\right) - \frac{\partial L}{\partial \xi_j} = F_j \quad (I.13)$$

Le lagrangien du système est la différence entre son énergie cinétique et son énergie potentielle

$$L = T^* - V \quad (I.14)$$

En utilisant l'expression (I.11) et (I.12) le lagrangien peut être écrit:

$$L = \frac{1}{2}M\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + 2\dot{x}l\cos\theta\dot{\theta} + l^2\dot{\theta}^2) + \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - mgl\cos\theta \quad (I.15)$$

I.8.4.1 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\xi(t) = x(t)$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = F - b\dot{x} \quad (I.16)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant \dot{x} et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt}(M\dot{x} + m\dot{x} + ml\cos\theta\dot{\theta}) - 0 = F - b\dot{x} \quad (I.17)$$

Donc la première équation de Lagrange :

$$(M+m)\ddot{x} + ml\cos\theta\ddot{\theta} - ml\sin\theta\dot{\theta}^2 = F - b\dot{x} \quad (I.18)$$

I.8.4.2 L'équation de Lagrange pour le degré de liberté $\xi(t) = \theta(t)$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = -d \dot{\theta} \quad (I.19)$$

La dérivée partielle du lagrangien suivant $\dot{\theta}$ et t s'écrit :

$$\frac{d}{dt} (-ml \dot{x} \cos \theta + ml^2 \dot{\theta} + I \dot{\theta}) - (ml \dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - mgl \sin \theta) = -d \dot{\theta} \quad (I.20)$$

Donc la deuxième équation de Lagrange :

$$(ml^2 + I) \ddot{\theta} + m \dot{x} \cos \theta + m \dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - m \dot{x} \sin \theta \dot{\theta} - mgl \sin \theta = -d \dot{\theta} \quad (I.21)$$

Le modèle de connaissance du système chariot pendule est donné par le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} (M + m) \ddot{x} + b \dot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 = F \\ m \ddot{x} \cos \theta + (ml^2 + I) \ddot{\theta} + d \dot{\theta} - mgl \sin \theta = 0 \end{cases} \quad (I.22)$$

I.9 Linéarisation du modèle autour des points d'équilibre

Avant de procéder à l'analyse du modèle de système, on linéarise les équations différentielles (I.22). Il a deux points d'équilibre : $(\theta=0)$ point d'équilibre instable et $(\theta = \pi)$ point d'équilibre stable.

Pour des petites variations de θ autour du point d'équilibre θ_0

$$\begin{cases} \theta = \theta_0 + \varepsilon \\ \dot{\theta} = \dot{\varepsilon} \end{cases} \quad (I.23)$$

Le développement en série de Taylor du premier ordre d'une fonction de θ est donné par :

$$\begin{cases} f(\theta) \approx f(\theta_0) + \varepsilon \left. \frac{df}{d\theta} \right|_{\theta_0} \end{cases} \quad (I.24)$$

Et les termes du haut ordre sont négligés

$$\dot{\varepsilon}^2 \approx 0 \quad (I.25)$$

I.9.1 Position d'équilibre instable ($\theta=0$)

Si on se limite aux petites variations de θ autour du point de fonctionnement $\theta_0 = 0$ correspondant à la position verticale de la barre.

Pour ($\theta = 0$), le développement limite du premier ordre des équations (I.23) et (I.24) est :

$$\begin{cases} \cos\theta \approx \cos(0) + \theta[-\sin(0)] = 1 \\ \sin\theta \approx \sin(0) + \theta[\cos(0)] = \theta \\ \dot{\theta}^2 = 0 \end{cases} \quad (I.26)$$

En substituant ces linéarisations dans le système d'équation (I.22) et en négligeant les termes du haut ordre, on trouve le système d'équation linéarisé suivant :

$$\begin{cases} (M+m)\ddot{x} + b\dot{x} + ml\ddot{\theta} = F \\ ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} - mgl\theta = 0 \end{cases} \quad (I.27)$$

En appliquant la transformée de Laplace sur le système d'équation linéarisé ci-dessus, on trouve :

$$\begin{cases} (M+m)s^2 X(s) + bsX(s) + mls^2\Theta(s) = F(s) \\ mls^2 X(s) + (ml^2 + I)s^2\Theta(s) + ds\Theta(s) - mgl\Theta(s) = 0 \end{cases} \quad (I.28)$$

Où $X(s) = L(x(t))$ et $\theta(s) = L(\theta(t))$

En substituant pour éliminer $X(s)$ ou $\Theta(s)$ dans (I.28), on trouve les deux fonctions de transfert suivantes :

$$\begin{aligned} G_1(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s} \\ G_2(s) &= \frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{c_2 s}{b_4 s^3 + b_3 s^2 + b_2 s + b_1} \end{aligned} \quad (I.29)$$

Avec

$$a_2 = ml^2 + I$$

$$a_1 = d$$

$$a_0 = -mgl$$

$$\begin{aligned}
 b_4 &= (M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2 \\
 b_3 &= (M + m)d + (ml^2 + I)b \\
 b_2 &= -(M + m)mgl + db \\
 b_1 &= -mglb \\
 c_2 &= -ml
 \end{aligned}
 \tag{I.30}$$

Les fonctions de transfert respectivement de la position du chariot et de la rotation du pendule sont :

$$\begin{aligned}
 G_1(s) &= \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{(ml^2 + I)s^2 + ds - mgl}{((M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2)s^4 + [(M + m)d + (ml^2 + I)b]s^3 + [-(M + m)mgl + db]s^2 - mglbs} \\
 G_2(s) &= \frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{-mls}{((M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2)s^3 + [(M + m)d + (ml^2 + I)b]s^2 + [-(M + m)mgl + db]s - mglb}
 \end{aligned}
 \tag{I.31}$$

Les variables et les paramètres du système chariot pendule sont:

$$\mathbf{M} = 2.4 \text{ kg}, \mathbf{m} = 0.23 \text{ kg}, \mathbf{g} = 9.81 \text{ m/s}^2, \mathbf{l} = 0.36 \text{ m}, \mathbf{I} = 0.099 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \mathbf{b} = 0.05 \text{ Ns/m}, \mathbf{d} = 0.005 \text{ Nms/rad}.$$

Les zéros, pôles et diagramme de Bode de ces fonctions de transfert (I.31) sont présentées dans la figure suivante :

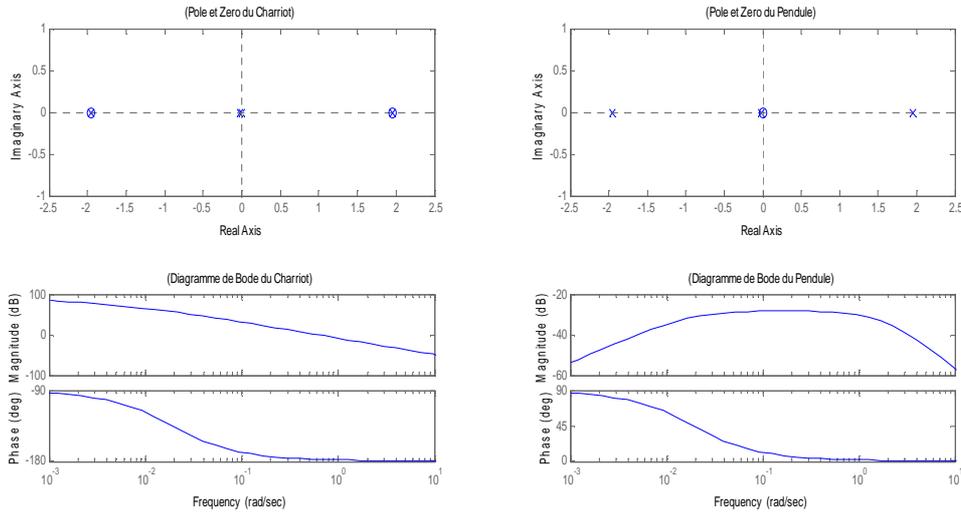


Figure 1.5: Carte des Pôle-Zéros et Diagramme de Bode du système linéarisé autour point d'équilibre ($\theta = 0$)

Simulation du système libre

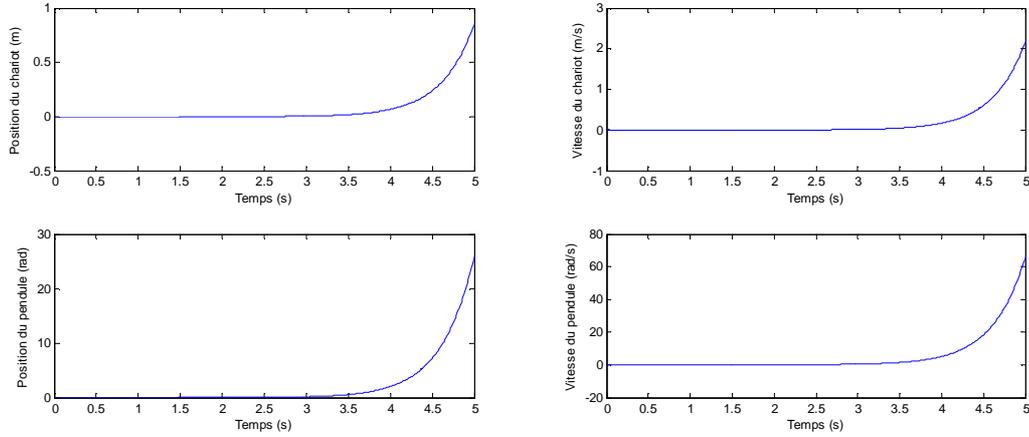


Figure I.6: Résultats de simulation en boucle ouverte d’une réponse impulsionnelle d’une durée 0.01 sec, amplitude 0.1 (N) et conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, 0, 0]$

I.9.2 Position d’équilibre stable ($\theta = \pi$)

Pour ($\theta = \pi$), le développement limite du premier ordre des équations (23) et (24) est :

$$\begin{cases} \cos\theta \approx \cos\pi + (\pi - \theta)(-\sin\pi) = -1 \\ \sin\theta \approx \sin(\pi) + (\pi - \theta)\cos(\pi) = -\theta \\ \dot{\theta}^2 = 0 \end{cases} \quad (I.32)$$

La substitution de ces linéarisations dans le système d’équation (I.22) et la négligence des termes du haut ordre, permettent de trouver le système d’équation linéarisé suivant :

$$\begin{cases} (M + m)\ddot{x} + b\dot{x} - ml\ddot{\theta} = F \\ -ml\ddot{x} + (ml^2 + I)\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + mgl\theta = 0 \end{cases} \quad (I.33)$$

Enfin l’application de la transformée de Laplace sur le système d’équation linéarisé ci-dessus, se traduit par :

$$\begin{cases} (M + m)s^2X(s) + bsX(s) - mls^2\Theta(s) = F(s) \\ -mls^2X(s) + (ml^2 + I)s^2\Theta(s) + ds\Theta(s) + mgl\Theta(s) = 0 \end{cases} \quad (I.34)$$

En substituant pour éliminer $X(s)$ ou $\Theta(s)$ dans (I.34), on trouve les deux fonctions de transfert suivantes :

$$G_1(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{b_4s^4 + b_3s^3 + b_2s^2 + b_1s}$$

$$G_2(s) = \frac{\Theta(s)}{F(s)} = \frac{c_2s}{b_4s^3 + b_3s^2 + b_2s + b_1} \quad (I.35)$$

Avec

$$a_2 = ml^2 + I$$

$$a_1 = d$$

$$a_0 = mgl$$

$$b_4 = (M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2$$

$$b_3 = (M + m)d + (ml^2 + I)b$$

$$b_2 = (M + m)mgl + db$$

$$b_1 = mglb$$

$$c_2 = ml$$
(I.36)

Les fonctions de transfert respectives de la position du chariot et de la rotation du pendule sont :

$$G_1(s) = \frac{(ml^2 + I)s^2 + ds + mgl}{((M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2)s^4 + [(M + m)d + (ml^2 + I)b]s^3 + [(M + m)mgl + db]s^2 + mglb}$$

$$G_2(s) = \frac{mls}{((M + m)(ml^2 + I) - m^2l^2)s^3 + [(M + m)d + (ml^2 + I)b]s^2 + [(M + m)mgl + db]s + mglb} \quad (I.37)$$

Les zéros, pôles et diagramme de Bode de ces fonctions de transfert (I.37) sont présentées dans la figure suivante :

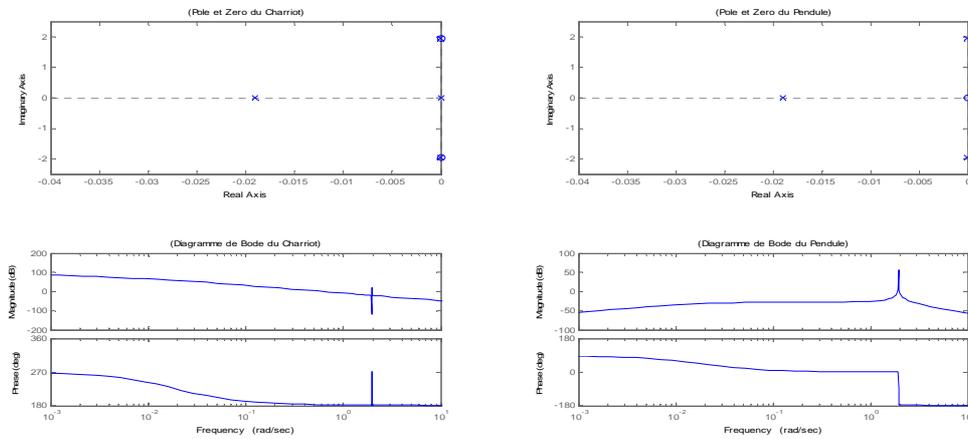


Figure I.7: Pôles-zéros et diagramme de Bode du système linéarisé autour point d'équilibre ($\theta = \pi$)

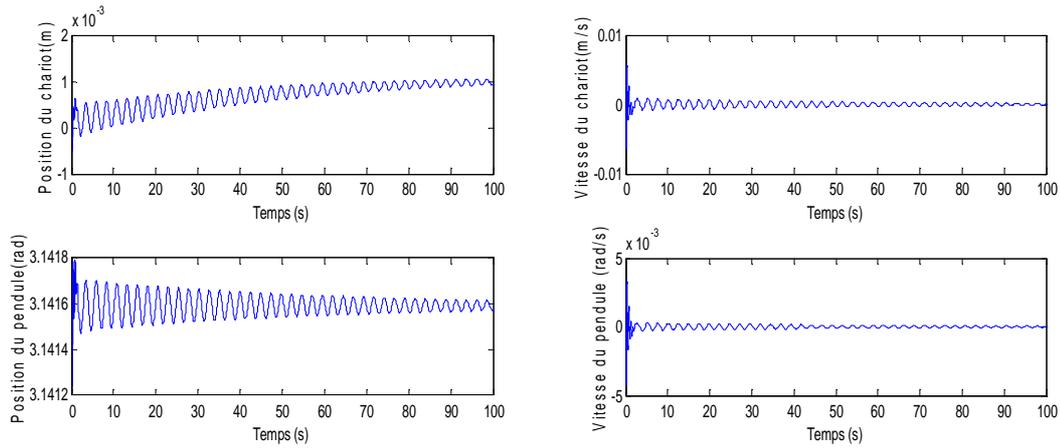


Figure I.8 : Résultats de simulation en boucle ouverte d'une réponse impulsionnelle d'une durée 0.01 sec, amplitude 0.1 (N) et conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, \pi, 0]$

I.10 Représentation d'état

I.10.1 Avec la force F comme signal d'entrée [BUG 03]

On rappelle que la représentation d'état pour les systèmes linéaires est de la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BF \\ y = Cx \end{cases} \quad (I.38)$$

On pose le vecteur d'état x ; $x = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]^T = \begin{bmatrix} x & \dot{x} & \theta & \dot{\theta} \end{bmatrix}^T$ (I.39)

Tel que $\dot{x}_1 = x_2$ et $\dot{x}_3 = x_4$

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -bv_2 & \frac{-(Lm)^2 gv_2}{I + L^2 m} & \frac{Lmdv_2}{I + L^2 m} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{Lmbv_1}{M + m} & Lmgv_1 & -dv_1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ v_2 \\ 0 \\ \frac{-Lmv_1}{M + m} \end{bmatrix} F \quad (I.40)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x \quad (I.41)$$

Avec
$$\begin{cases} v_1 = \frac{M + m}{I(M + m) + L^2 mM} \\ v_2 = \frac{I + L^2 m}{I(M + m) + L^2 mM} \end{cases} \quad (I.42)$$

I.10.2 Modélisation en tenant compte du moteur électrique [LAM 04]

Le chariot se déplace à l'aide d'un moteur à courant continu comme la présente la figure (I.9) :



Figure I.9 : La relation entre la force mécanique F et la tension V

L'équation électrique de ce schéma est :

$$V = IR + K_m \omega = IR + \frac{K_m K_t}{r} \dot{X} \quad (I.43)$$

Ou :

V : La tension exercée sur le moteur (volt).

I : Intensité du circuit (Ampère).

R : Résistance équivalente du circuit (Ohm).

K_m : Constante de couple du moteur (N.m/A).

K_t : Rapport de transmission d'engrenage (sans dimension).

r : Rayon d'engrenage de sortie (mètre).

ω : vitesse angulaire de l'arbre du moteur.

Le couple produit à l'arbre du moteur est donné par cette équation mécanique :

$$C_m = K_m I \quad (I.44)$$

Qui devient à la sortie de la boîte de transmission :

$$C = C_m \cdot K_t = K_m K_t I \quad (I.45)$$

Ce couple crée une force à la sortie d'engrenage qui est :

$$F(t) = \frac{C}{r} \quad (I.46)$$

Utilisant les équations (I.43) et (I.45) dans l'équation (I.46), on aura :

$$F(t) = \frac{K_m K_t}{Rr} V - \left(\frac{K_m K_t}{r} \right)^2 \frac{1}{R} \dot{X} \quad (I.47)$$

En négligeant les termes b et d , on peut réécrire les équations (I.22) à l'aide d'une seule dérivation et obtenir alors l'équation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \left(m + M - \frac{ml \cos^2(x_3)}{I + ml^2} \right)^{-1} \left[\frac{K_m K_g}{Rr} V - \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} x_2 - \frac{m l g \cos(x_3) \sin(x_3)}{I + ml^2} + ml x_4^2 \sin(x_3) \right] \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \left(I + ml^2 - \frac{ml \cos^2(x_3)}{m + M} \right)^{-1} \left[\frac{\cos(x_3)}{m + M} \left(\frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} x_2 - \frac{K_m K_g}{Rr} V \right) + g \sin(x_3) - \frac{ml x_4^2 \cos(x_3) \sin(x_3)}{m + M} \right] \end{cases} \quad (I.48)$$

I.10.2.1 Linéarisation des équations du pendule inversé

La linéarisation du système d'équation (I.48) au voisinage de $\theta_0 = 0$, tel que $\sin(\theta) \approx \theta$ et $\cos(\theta) \approx 1$, et $\dot{\theta}^2 \theta$ est négligeable devant θ , donne :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + BV \\ y = Cx \end{cases} \quad (I.49)$$

Où :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-1}{(M+m) - \frac{ml}{L}} \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} & \frac{-gml}{L((M+m) - \frac{ml}{L})} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{1}{(M+m)(L - \frac{ml}{(M+m)})} \frac{K_m^2 K_g^2}{Rr^2} & \frac{g}{(L - \frac{ml}{(M+m)})} & 0 \end{bmatrix} \quad (I.50)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & & & \\ \frac{1}{(M+m) - \frac{ml}{L}} & \frac{K_m K_g}{Rr} & & \\ & 0 & & \\ -1 & & \frac{K_m K_g}{Rr} & \\ \frac{(M+m) - (L - \frac{ml}{(M+m)})}{(M+m)} & & & \end{bmatrix} \quad (I.51)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.52)$$

Avec $L = \frac{I + ml^2}{ml}$ (I.53)

I.10.2.1.1 Simulation du système excité

Nous appliquons une impulsion d’une amplitude 0.1V et d’une durée 0.1 Sec, avec les conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$

Le système oscille jusqu’à atteindre sa position d’équilibre stable. Les résultats de simulation sont les suivants :

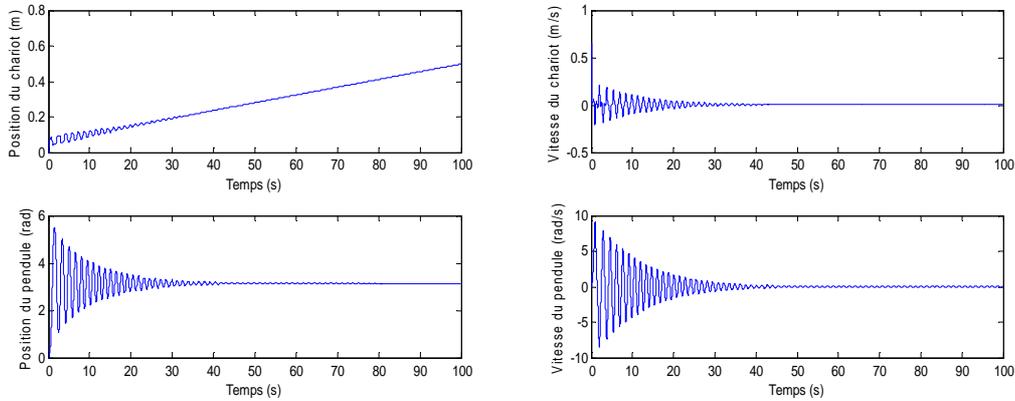


Figure I.10 : Résultats de simulation en boucle ouverte d’une réponse impulsionnelle d’une durée 0.01 sec et amplitude 0.1 (V) conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$

Les résultats de simulations montrent que la position $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,0,0]$ est un point d’équilibre instable.

Nous appliquons une impulsion d’une amplitude 0.1 Volt et d’une durée 0.1 Sec, avec les conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0,0,\pi,0]$ (la position d’équilibre stable).

Les résultats de simulation sont les suivants :

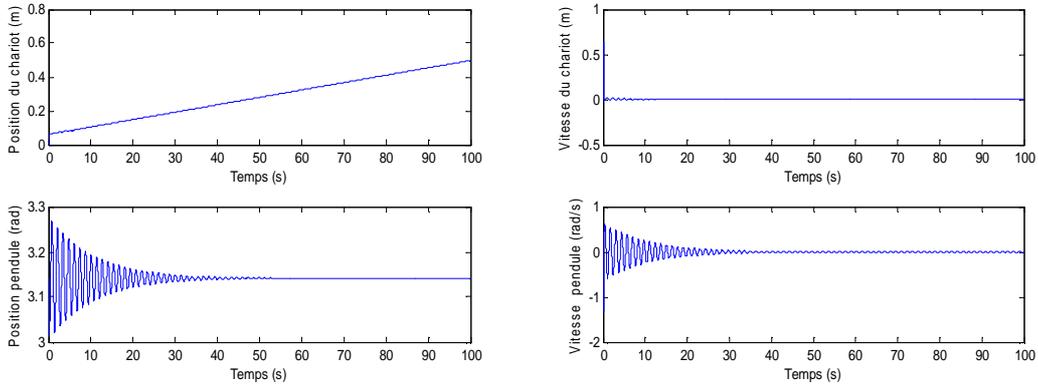


Figure I.11: Résultats de simulation en boucle ouverte d'une réponse impulsionnelle d'une durée 0.01 sec et amplitude 0.1 (V) conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, \pi, 0]$

I.11 Redressement du pendule avec une commande non linéaire [BUG 03] [AST 00]

Cette commande est basée sur le théorème de stabilité de Lyapunov et va permettre de faire converger l'énergie du système vers la valeur de l'énergie en position haute.

On prend une définition simplifiée de l'énergie du pendule :

$$E = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgl(\cos(\theta) - 1) \tag{I.54}$$

Nous pouvons librement considérer que le pendule stabilisé en position haute possède une énergie nulle. Cette situation correspond aux grandeurs :

$$\begin{cases} \theta = 0 \\ \dot{\theta} = 0 \end{cases} \tag{I.55}$$

D'après cette définition de l'énergie, dans la position basse E vaut $E_0 = 2mgl$ et dans la position haute E vaut $E^* = 0$.

On va maintenant s'intéresser la fonction suivante :

$$G = (E - E^*)^2 = \left(\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgl(\cos(\theta) - 1) \right)^2 \tag{I.56}$$

$G(0) = 0$ et pour tout $X \neq 0, G(X) > 0$ donc G est Définie positive.

$$\dot{G} = 2 \left(\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + mgl(\cos(\theta) - 1) \right) (-mgl \sin \theta \dot{\theta} + J \dot{\theta} \ddot{\theta}) \tag{I.57}$$

L'expression simplifiée de la dérivée seconde de l'angle est :

$$\ddot{\theta} = \frac{(M + m)mgl \sin(\theta) - Fml \cos(\theta)}{(M + m)J + Mml^2} \quad (I.58)$$

On obtient donc

$$\dot{G} = -2(E - E^*)(\dot{\theta})(mgl \sin(\theta)(-1 + \frac{J(M + m) + Mml^2}{(M + m)J + Mml^2}) - \frac{Fml \cos(\theta)}{(M + m)J + Mml^2}) \quad (I.59)$$

$$\text{Soit} \quad \dot{G} = -2(E - E^*)(\dot{\theta})(mgl \sin(\theta) \frac{Fml \cos(\theta)}{(M + m)J + Mml^2}) \quad (I.60)$$

En prenant comme commande :

$$F = K \text{sign}((\dot{\theta}) \cos(\theta)(E - E^*)), K > 0 \quad (I.61)$$

On obtient le résultat suivant :

$$\dot{G} = -2ml(E - E^*)^2 |(\dot{\theta}) \cos(\theta)| \frac{1}{(M + m)J + Mml^2} < 0 \quad (I.62)$$

Donc avec cette commande, G est une fonction de Lyapunov et d'après le théorème de stabilité, le point 0 est un point d'équilibre asymptotiquement stable. Donc cette commande permet de faire converger l'énergie E vers la valeur E^* synonyme de converger le pendule vers la position inversée.

Cette commande ne sera utilisée que pour balancer le pendule à une position supérieure avec le minimum d'énergie. On a choisi comme $k=20$, mais elle ne permet pas de le stabiliser d'où plusieurs commandes classique et heuristique seront synthétisées pour maintenir le pendule. On utilise une loi de commutation appropriée entre les deux commandes, dans notre cas on applique la commutation quand la valeur absolue de l'angle est au voisinage de $\pm 20^\circ$.

Pour que la commande fonctionne en tension, il faut rajouter un gain α car la commande calculée fourni directement la commande F . Donc le gain va convertir la force F en tension V_m . D'après les données du constructeur Feedback Ltd, le maximum de tension du moteur est 2.5Volt qui correspond au maximum de force à 20Newton . La dynamique entre la tension et la force est négligée et suppose qu'elles ont une relation linéaire $F = \alpha V_m$.

Nous avons procédé à la vérification des simulations et le test de la commande développée en expérimentation au système pendule inversé. La loi de commande est implémentée à l'aide d'un PC pentium IV à 1GHz et le logiciel Matlab 7.2 et plus en temps réel en utilisant la méthode d'Eluer Lagrange. La période d'échantillonnage est fixée à 0.001s.

I.11.1 Résultats de simulation et expérimentaux :

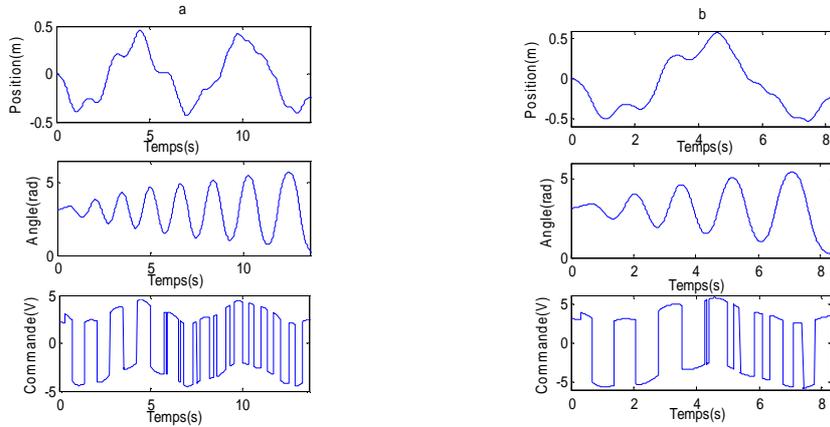


Figure I.12: Résultat de simulation redressement avec conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, 0, 0]$ et un gain $V_{m0} = 3$ puis $V_{m0} = 4$ pour les figures (a et b) respectivement

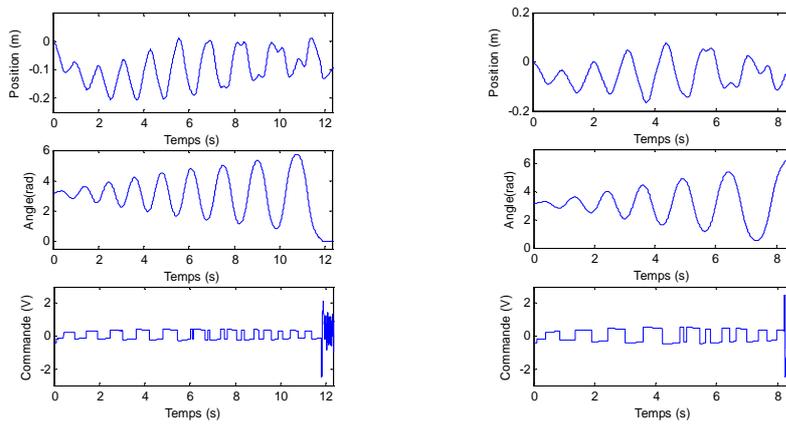


Figure I.13: Redressement expérimental avec conditions initiales $[x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}] = [0, 0, 0, 0]$ et un gain $V_{m0} = 0.15$ puis $V_{m0} = 0.2$ pour les figures (a et b) respectivement

I.12 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le procédé sur lequel nous avons travaillé, c'est-à-dire le pendule inversé. Il apparaît dans cette description exhaustive de l'installation que les lois qui régissent son fonctionnement sont parfaitement connues. Cependant, l'objet de notre travail étant de commander le pendule inversé à l'aide des différentes méthodes heuristiques et classiques. Ainsi, nous avons pensé à comparer les résultats obtenus par les différentes approches.

Nous allons maintenant introduire les méthodes de commandes classiques qui font l'objet du chapitre suivant.

II.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons introduire des rappels théoriques sur les différents outils de commandes classiques appliqués au pendule inversé, dont nous aurons besoin lors de la synthèse de notre schéma de commande pour le redressement et la stabilisation du pendule inversé. La première stratégie appelée commande linéaire quadratique est proposée pour la phase de stabilisation du pendule. Quant à la deuxième stratégie appelée commande par mode de glissant, elle est basée sur des considérations de stabilité de Lyapunov du système à commander. Cette loi de commande permet de faire tendre la surface de glissement vers zéro est aussi décomposée en deux objectifs : Le premier consiste à redresser le pendule inversé et le second de le stabiliser.

II.2 Commande linéaire quadratique

L'objectif de la commande linéaire quadratique (**LQ**) est de formuler le problème de commande par retour d'état en termes d'optimisation d'un critère qui traduit un compromis entre l'effort demandé à la commande (actionneurs) et les contraintes qu'on veut imposer à l'état. En effet ces contraintes et l'effort demandé aux actionneurs ne sont pas vraiment pris en compte explicitement dans le cas de la commande modale. Tout ce qu'on peut dire c'est que plus le système doit être rapide plus de grande amplitudes de commandes sont nécessaires. Or ces amplitudes sont limitées par les actionneurs.

On s'assigne dans cette partie les deux objectifs suivants :

- Stabilisation du système pendule inversé par retour d'état de type **LQ**.
- Estimation des états du modèle.

II.2. Rappels sur la stabilité, détectabilité

Définition (II.1)

Une paire (A, B) est stabilisable s'il existe une commande par retour d'état de la forme $u = Fx(t)$ telle que la matrice $(A+BF)$ est stable.

Le théorème ci-dessous permet de vérifier cette propriété pour un système :

Théorème (II.1)

Les propriétés suivantes sont équivalentes

- (A,B) est stabilisable.
- Il existe une matrice L telle que $(A+BF)$ est stable.
- La matrice $[A - \lambda I \quad B]$ est à colonnes de rang plein pour $\text{Re } \lambda < 0$
- Pour tout λ et x tel que $x^T A = \lambda x$, $x^T B \neq 0$

Définition (II.2)

Une paire (C,A) est détectable si les modes non observables sont stables.

Le théorème ci-dessous permet de vérifier cette propriété pour un système :

Théorème (II.2)

Les propriétés suivantes sont équivalentes

- (C,A) est détectable.
- Il existe une matrice L telle que $(A+LC)$ est stable.
- La matrice $[A - \lambda I \quad C]^T$ est à colonnes rang plein pour $\text{Re } \lambda < 0$.
- Pour tout λ et x tel que $Ax = \lambda x \quad Cx \neq 0$.

II.2.3 Formulation du problème LQ et sa solution**II.2.3.1 Commande LQ à horizon fini [LAR 93]**

On considère le système linéaire donné par :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (\text{II.1})$$

Où $x(t)$ est le vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$, $u(t)$ vecteur de commande de dimension $(m \times 1)$, $y(t)$ vecteur de sortie de dimension $(q \times 1)$, x_0 l'état initial à l'instant initial t_0 , A matrice d'évolution ou d'état, B matrice de commande ou d'entrée, C matrice de sortie ou de mesure, D matrice de couplage entrée-sortie ou matrice de transmission direct.

On définit la commande optimale à horizon fini $u_{opt}(t)$ comme la commande qui minimise le critère quadratique :

$$J = \frac{1}{2} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)]dt + x^T(t_1)Sx(t_1) \right\} \quad (\text{II.2})$$

Avec $Q(t) \geq 0$, est une matrice de pondération qui donne un poids différent à chaque composante du vecteur d'état dans le critère, $R > 0$ est une matrice de pondération de la commande qui affecte un poids différent à chaque composante du vecteur de commande $S \geq 0$

II.2.3.1.1 Résolution d'un problème de commande LQ

L'Hamiltonien s'écrit :

$$H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = \frac{1}{2} (x^T Q x + u^T R u) + \lambda^T (A x(t) + B u(t)) \quad (\text{II.3})$$

Remarque (II.1)

λ représente le vecteur adjoint composé des dérivées partielles du critère par rapport à la variable d'état.

Le Hamiltonien est minimal pour :

$$\nabla_{u(t)} H(x(t), u(t), \lambda(t), t) = R u(t) + B^T \lambda(t) = 0 \quad (\text{II.4})$$

La commande optimale est alors donnée par :

$$u_{opt} = -R^{-1} B^T(t) \lambda(t) \quad (\text{II.5})$$

Les équations de Hamilton-Pontriaguine s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) - B R^{-1} B^T \lambda(t) \\ \dot{\lambda}(t) = -A^T \lambda(t) - Q x(t) \end{cases} \quad (\text{II.6})$$

La solution du problème est fournie par le théorème ci-dessous.

Théorème (II.3)

La solution optimale du problème (2.2) est donnée par :

$$u_{opt}(t) = -F(t)x(t) \quad (\text{II.7})$$

$$= -R^{-1}(t)B^T(t)P(t)x(t) \quad (\text{II.8})$$

Où $P(t)$ est l'unique solution symétrique semi-définie positive de l'équation différentielle de Riccati.

$$-\dot{P}(t) = P(t)A(t) + A^T(t)P(t) - P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) + Q(t) \quad (\text{II.9})$$

Avec la condition finale $P(t_1) = S$. La valeur correspondante du critère est donnée par

$$J_{opt} = \frac{1}{2} x^T(t_0)P(t_0)x(t_0) \quad (\text{II.10})$$

Remarques (II.2)

La solution de l'équation différentielle de Riccati s'obtient par intégration à rebours de t_1 à t_0 .

$x(t)$ intervient dans l'expression de u_{opt} , ce qui permet de construire un système à contre réaction (feedback). Nous pouvons remarquer que $P(t)$ ne dépend pas de l'état de système, alors la loi de commande trouvée est optimale quelque soient les conditions initiales.

II.2.3.2 Commande LQ à horizon infini [MAM 06]

Supposons maintenant que l'on fasse tendre t_1 vers l'infini. Le critère terminal n'est alors plus nécessaire. Nous pouvons alors écrire le critère sous la forme :

$$J = \frac{1}{2} \lim_{t_1 \rightarrow +\infty} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t)Q(t)x(t) + u^T(t)R(t)u(t)] dt \right\} \quad (II.11)$$

Théorème (II.4)

Supposons le système complètement commandable pour tout $t \in [t_0, +\infty[$ ou exponentiellement stable. La solution optimale du problème (2.II) est donnée par ;

$$u_{opt}(t) = -F(t)x(t) \quad (II.12)$$

$$= -R^{-1}(t)B^T(t)P(t)x(t) \quad (II.13)$$

Où $P(t)$ est l'unique solution symétrique semi-définie positive de l'équation différentielle de Riccati :

$$-\dot{P}(t) = P(t)A(t) + A^T(t)P(t) - P(t)B(t)R^{-1}(t)B^T(t)P(t) + Q(t) \quad (II.14)$$

Avec la condition finale

$$\lim_{t_1 \rightarrow +\infty} P(t_1) = 0 \quad (II.15)$$

La valeur correspondante du critère est donnée par :

$$J_{opt} = \frac{1}{2} x^T(t_0)P(t_0)x(t_0) \quad (II.16)$$

II.2.4 Commande LQ pour système invariant avec un horizon infini [MAM 06],[LAR 93]

Si les matrices A , B , Q et R sont constantes et T (horizon) infini, la loi de commande est invariante, puisque chaque instant est identique à l'instant suivant. Il en résulte que la matrice $P(t)$ est constante et que $\dot{P}(t) = 0$. L'équation de Riccati devient un système d'équation algébrique dont la résolution fournit les coefficients de retour d'état constants (la contre-réaction).

On considère le système linéaire invariant donné par :

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad (\text{II.17})$$

Avec $x(t_0) = x_0$

On considère alors le critère quadratique

$$J = \frac{1}{2} \lim_{t_1 \rightarrow +\infty} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt \right\} \quad (\text{II.18})$$

Avec $Q \geq 0$ et $R > 0$ sont des matrices constantes.

On obtient les résultats suivants, donnés par les théorèmes ci-dessous

Théorème (II.5)

Quand t_1 tend vers l'infini, la solution de l'équation différentielle de Riccati tend vers une matrice constante

$$\lim_{t_1 \rightarrow +\infty} P(t, t_1) = P_0 \quad (\text{II.19})$$

P_0 est la solution de l'équation de Riccati algébrique

$$P_0 A + A^T P_0 - P_0 B R^{-1} B^T P_0 + Q = 0 \quad (\text{II.20})$$

La commande optimale est donnée par :

$$u_{opt}(t) = -Fx(t) \quad (\text{II.21})$$

$$= -R^{-1} B^T P_0 x(t) \quad (\text{II.22})$$

Et le coût optimal vaut :

$$J_{opt} = \frac{1}{2} x^T(t_0) P_0 x(t_0) \quad (\text{II.23})$$

Théorème (II.6)

Si le système (2.17) est stabilisable et le couple $(Q^{1/2}, A)$ est détectable, ou $Q^{1/2}$ est n'importe quelle matrice telle que $(Q^{1/2})^T Q^{1/2} = Q$ alors :

- P_0 est l'unique solution semi-définie positive de l'équation algébrique de Riccati.
- Le système bouclé est asymptotiquement stable.
- Si de plus $(Q^{1/2}, A)$ observable, alors P_0 est définie positive.

II.2.4.1 Résolution de l'équation de Riccati

L'équation matricielle de Riccati peut être résolue, soit analytiquement dans les cas les plus simples, soit par intégration numérique (**Runge-Kutta**).

II.2.5 Choix des matrices de pondération

Les matrices de pondération sont, généralement, choisies diagonales où [LAR 93]:

$$Q = \text{diag}(q_1, q_2, \dots, q_q) = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & \cdot & 0 \\ \cdot & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & 0 & q_q \end{bmatrix} \quad (\text{II.24})$$

$$R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_m) = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & r_2 & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & r_m \end{bmatrix} \quad (\text{II.25})$$

Pour faire une évaluation initiale de Q et R , on se basera sur le calibrage physique des entrées-sorties correspondantes, en prenant :

$$r_i = \left[\frac{1}{\text{sup}(u_i)} \right]^2, \quad i=1, 2, \dots, m \quad (\text{II.26})$$

$$q_i = \left[\frac{1}{\text{sup}(y_i)} \right]^2, \quad i=1, 2, \dots, q \quad (\text{II.27})$$

C'est la règle de Bryson.

On pourra ensuite raffiner le choix des pondérations par essais et erreurs en simulation.

Remarque (II.3)

Si on augmente Q par rapport à R , on aura globalement des réponses rapides au prix d'une commande plus énergique.

II.2.6 Commande linéaire quadratique gaussienne (LQG) [MAM 06], [LAR 93]

La synthèse de la commande linéaire quadratique (LQ), étudiée précédemment, nécessite la connaissance du vecteur d'état. Cependant, dans la majorité des problèmes de commande, on ne dispose que d'une connaissance partielle du vecteur d'état comme dans le cas du modèle d'un pendule inversé. Dans ce cas là, on fait appel à la commande (LQG). Cette dernière est bien adaptée lorsque l'état du système n'est pas directement mesurable ou que les mesures sont affectées par le bruit. Dans ce paragraphe, nous allons définir quelques notions sur la commande (LQG), puis appliquer cette dernière au modèle du pendule inversé afin de le stabiliser.

II.2.6.1 Systèmes à état non complètement accessible

Dans le cas où le système n'est pas à l'état complètement accessible et si le système est détectable, c'est-à-dire lorsque les pôles non observables sont à partie réelle strictement négative, il est possible, pour implanter une régulation par retour d'état, d'utiliser un estimateur (observateur, filtre). L'observateur est un système dynamique, dont les entrées sont constituées de l'entrée et de la sortie du système à commander et qui a pour fonction de reconstruire, tout au moins asymptotiquement l'état du système.



Figure II.1 : Schéma synoptique du filtre de Kalman.

Où $u(t)$ est l'entrée du système, $y(t)$ est la sortie du système et $\hat{x}(t)$ est l'état estimé.

II.2.6.2 Filtrage de Kalman, commande LQG [MAM 06], [LAR 93]

II.2.6.2.1 Position du problème

Le filtrage de Kalman propose une reconstruction d'état dans une approche stochastique. On suppose que l'état et la mesure sont bruités.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t) + v(t) \\ y(t) = C(t)x(t) + D(t)u + w(t) \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

$v(t)$ est le vecteur de bruit d'état, $w(t)$ est le vecteur de bruit de mesure, $y(t)$ est le vecteur de sorties mesurées.

$v(t)$ et $w(t)$ sont des bruits blanc gaussiens et non corrélés. Leurs fonctions d'inter-corrélation sont nulles, tandis que leurs fonctions d'auto-corrélation se réduisent à des impulsions de Dirac, c'est-à-dire :

$$E\{v(t)\} = E\{w(t)\} = 0 \quad (\text{II.29})$$

$$E\{v(\tau)v^T(t + \tau)\} = V(t)\delta(\tau) \quad (\text{II.30})$$

$$E\{w(t)w^T(t + \tau)\} = W(t)\delta(\tau) \quad (\text{II.31})$$

II.2.6.2.2 Filtre de Kalman [WEL 04]

On désire alors synthétiser le filtre de Kalman estimateur de la forme :

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + B(t)u + L(t)(C(t)\hat{x} + D(t)u - y) \quad (\text{II.32})$$

Tel que le gain du filtre L minimise la variance de l'erreur d'estimation donnée par :

$$\Sigma(t) = E[\tilde{x}(t).\tilde{x}^T(t)] \quad (\text{II.33})$$

$$= E[(x(t) - \hat{x}(t)).(x(t) - \hat{x}(t))^T] \quad (\text{II.34})$$

On démontre alors le théorème suivant :

Théorème (II.7)

L'observateur recherché est donné par :

$$\dot{\hat{x}} = A(t)\hat{x} + B(t)u + L(t)(C(t)\hat{x} + D(t)u - y) \quad (\text{II.35})$$

Avec

$$L(t) = \Sigma(t)C^T(t)W^{-1}(t) \quad (\text{II.36})$$

Où $\Sigma(t)$ est solution de l'équation différentielle de Riccati suivante :

$$\dot{\Sigma}(t) = A(t)\Sigma(t) + \Sigma(t)A^T(t) - \Sigma(t)C^T(t)W^{-1}(t)C(t)\Sigma(t) + V(t) \quad (\text{II.37})$$

Le filtre doit être initialisé avec

$$\hat{x}(t_0) = E[x(t_0)] \quad (\text{II.38})$$

$$\Sigma(t_0) = E[(x(t_0) - \hat{x}(t_0)).(x(t_0) - \hat{x}(t_0))^T] \quad (\text{II.39})$$

Remarques (II.4)

$\Sigma(t)$ est la solution de l'équation de Riccati, associée au filtre de Kalman. La matrice $\Sigma(t)$ est la solution permanente ($\dot{\Sigma}(t) = 0$) de l'équation de Riccati associée au problème de commande, dit problème dual, suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A^T x(t) + C^T u(t) \\ y(t) = B^T x(t) \end{cases} \quad (\text{II.40})$$

$$J = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^{\infty} \left([x(t)]^T W x(t) + [u(t)]^T V u(t) \right) dt \right\} \quad (\text{II.41})$$

On pourra remarquer l'analogie entre l'équation (2.37) et l'équation (2.14) pour la synthèse de la commande **LQ**

Lorsqu'un filtre de Kalman est associé à une commande par retour **LQ**, on parle alors de commande **LQG** (*Linear Quadratic Gaussian*).

Dans le cas d'un système invariant, lorsque t tend vers l'infini, $\Sigma(t)$ tend vers une matrice constante semi-définie positive qui vérifie l'équation de Riccati algébrique suivante :

$$A\Sigma + \Sigma A^T - \Sigma C^T W^{-1} C \Sigma + V = 0 \quad (\text{II.42})$$

Le gain du filtre stationnaire est alors donné par :

$$L = \Sigma C^T W^{-1} \tag{II.43}$$

L'existence de cette solution est assurée par les conditions suivantes :

- $W > 0$.
- (A^T, C^T) stabilisable.
- $(V^{1/2}, A^T)$ détectable.

Si de plus $(V^{1/2}, A^T)$ est observable alors Σ est définie positive.

II.2.6.2.3 Commande LQG

Le problème de commande **LQG** est de déterminer la loi de commande optimale $u_{opt}(t)$ qui minimise le critère suivant :

$$J = E \left\{ \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \left([x(t)]^T Q x(t) + [u(t)]^T R u(t) \right) dt \right\} \tag{II.44}$$

II.2.6.3 Synthèse d'une commande LQG [FAU 84], [WEL 04], [MAM 06], [LAR 93]

La solution du problème **LQG** est connue sous le nom du théorème de séparation. Il consiste

- ❖ En la recherche d'un estimateur pour l'état x soit \hat{x} de telle sorte que : $E \{ [x(t) - \hat{x}(t)]^T (x(t) - \hat{x}(t)) \}$ est minimale. L'estimateur d'état optimal est donné par le filtre de Kalman (il est indépendant de Q et R).
- ❖ Puis déterminer la commande optimale pour le système déterministe avec critère quadratique (**LQ**), en considérant cette estimée comme s'il était la mesure exacte du vecteur d'état.

Ainsi, le problème de la commande **LQG** et sa solution peuvent être séparés en deux étapes distinctes, comme le montre la figure (II.2).

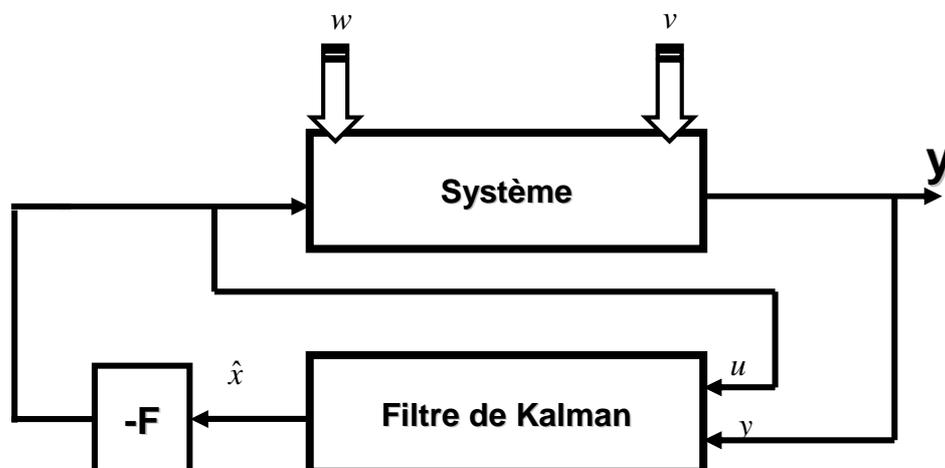


Figure II.2 : Théorème de séparation.

La structure de la commande LQG est illustrée par la figure (II.3):

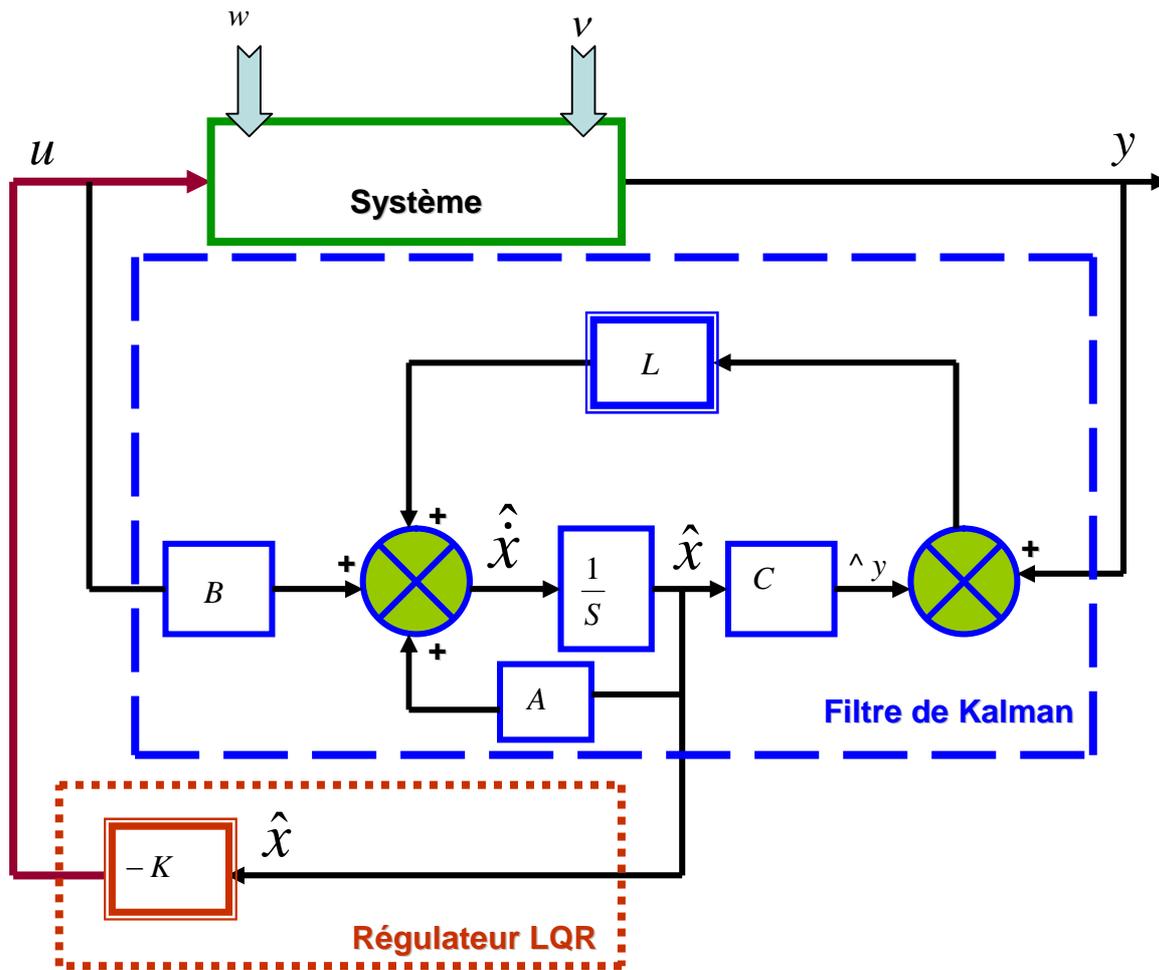


Figure II.3 : Structure de la commande LQG.

II.2.7 Synthèse de la commande LQR :

En linéarisant le système d'équation d'état (I.48), en tenant compte des suppositions d'approximations (I.26) on trouve le système décrit par l'équation (I.49). L'application de la commande LQR a pour but de trouver la matrice de gain K de telle sorte à ce que le système minimise une fonction de coût quadratique suivante :

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt$$

Avec $Q \geq 0$ et $R > 0$ sont des matrices constantes.

La commande qui minimise le critère quadratique J est un retour d'état qui s'exprime sous la forme:

$$u(t) = -Kx(t) \text{ avec } K = -R^{-1}B^T P$$

Où P est l'unique solution symétrique définie positive de l'équation de Riccati suivante :

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0$$

II.2.7.1 Recherche des matrices de poids Q et R

Nous avons dimensionné les matrices de poids Q et R d'une commande optimale LQR manuellement sur les diagonales de ces matrices afin de simplifier le problème. Ces poids sont choisis en fonction de comment on aimerait « pénaliser » les variables d'états par rapport aux entrées lorsqu'elles s'écartent de la consigne, ou inversement.

$$R = 0.05, Q = \text{diag}([2 \ 0.5 \ 12 \ 2.5])$$

Une fois les coefficients de pondération sont fixés, on obtient la matrice de gain de contre-réaction calculée avec la fonction 'lqr' de Matlab:

$$K = [-6.3246 \ -20.0764 \ -61.3646 \ -10.4424],$$

Les valeurs propres obtenues pour le modèle du système en boucle fermée ($A - BK$) sont :

$$p = \{-32.2457 \ -6.9657 \ -0.3380 + 0.3257i \ -0.3380 - 0.3257i\}$$

Ces valeurs sont à comparer avec les pôles du modèle du système en boucle ouverte (figure II.4).

Les résultats de simulation sont présentés ci-après. Ils ont été obtenus avec un correcteur LQ calculé avec les pondérations ci-dessus.

Les variables et les paramètres du système chariot pendule sont:

$M = 2.4$ kg, $m = 0.23$ kg, $g = 9.81$ m/s², $l = 0.36$ m, $I = 0.099$ kg.m², $b = 0.05$ Ns/m, $d = 0.005$ Nms/rad.

II.2.7.2 Résultats de simulation

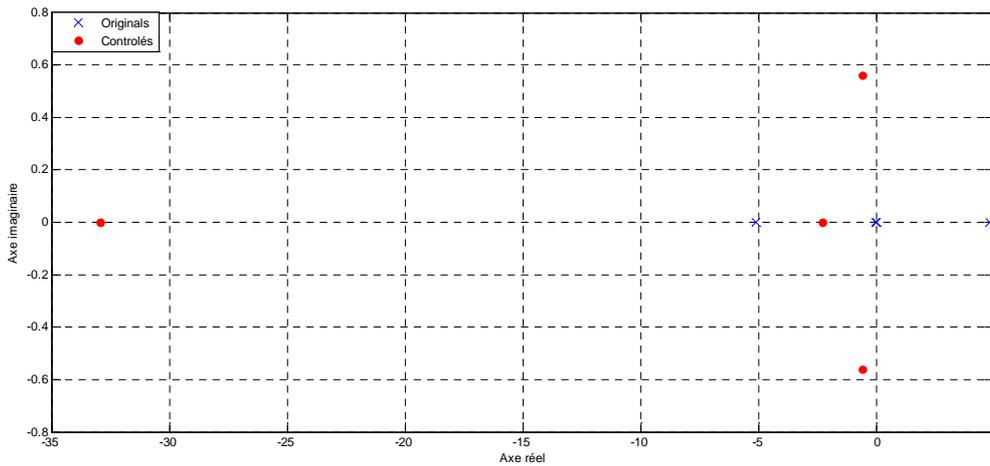


Figure (II.4) : Résultat de placement de pôle du système en boucle ouverte et fermée

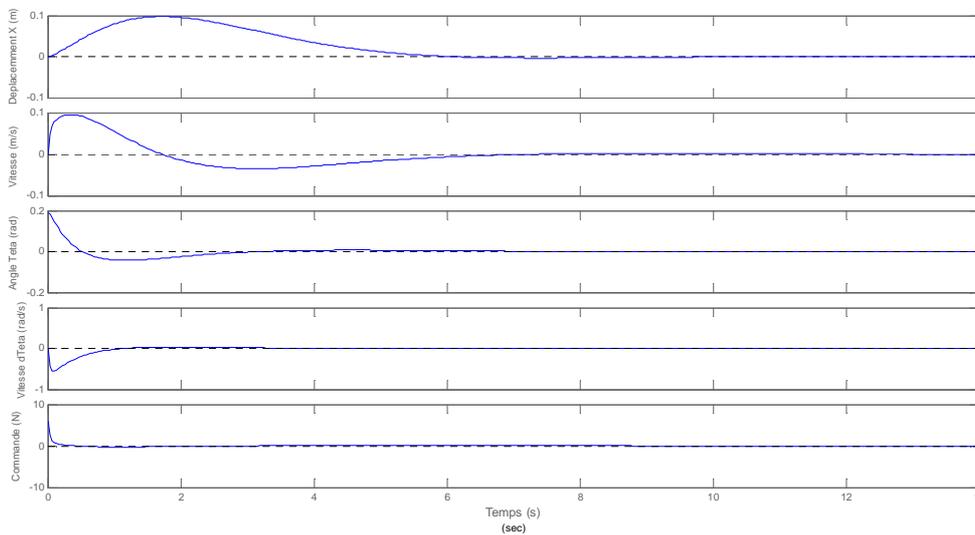


Figure (II.5) : Résultats de simulation LQR pour condition initiale (0, 0, 0.2, 0)

II.2.7.3 Interprétation des résultats de simulation

D’après les résultats des figures (II.4) et (II.5), on constate que:

- Le système se stabilise au bout de 4 secs tout en respectant les contraintes d’optimisation
- Le déplacement du chariot sur les rails est dans les limites physiques.
- Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.
- Le signal de commande $u(t)$ est admissible et réalisable.

II.2.7.4 Estimation des états non mesurables

La méthode de régulation mise en œuvre jusqu’à présent suppose que toutes les composantes du vecteur d’état du système sont connues à chaque instant. En réalité, nous ne

disposons pas de capteurs de mesure en ce qui concerne la vitesse du chariot et la vitesse angulaire du pendule. Donc on doit faire une synthèse d'un observateur qui nous permettra d'avoir accès à toutes les composantes du vecteur d'état.

II.2.7.5 Synthèse de l'observateur

La dynamique de l'observateur doit être 2 à 6 fois plus rapide que la dynamique du régulateur.

On choisit les pôles suivants à l'observateur :

$$p_{obs} = 5 * p_{reg} = \{1.0e+002 * (-1.6123 - 0.3483 - 0.0169 + 0.0163i \quad -0.0169 - 0.0163i)\}$$

D'où on obtient le gain de l'observateur L suivant :

$$L = \begin{bmatrix} 193.893 & 9.383 \\ 184.668 & 52.105 \\ 4.180 & 45.137 \\ -880.548 & 105.531 \end{bmatrix}$$

Notre observateur sera donc:

$$A_{obs} = (A - LC) = \begin{bmatrix} -193.893 & 1.000 & -9.383 & 0 \\ -184.668 & -0.0198 & -52.536 & 0.0048 \\ -4.180 & 0 & -45.1378 & 1.000 \\ 880.548 & 0.0478 & -80.866 & -0.2733 \end{bmatrix}$$

On implémente notre observateur dans un bloc « state space ».

Cet observateur nous renseigne sur tous les états du vecteur et leurs évolutions comme le montrent les figures (II.6.a) et (II.6.b)

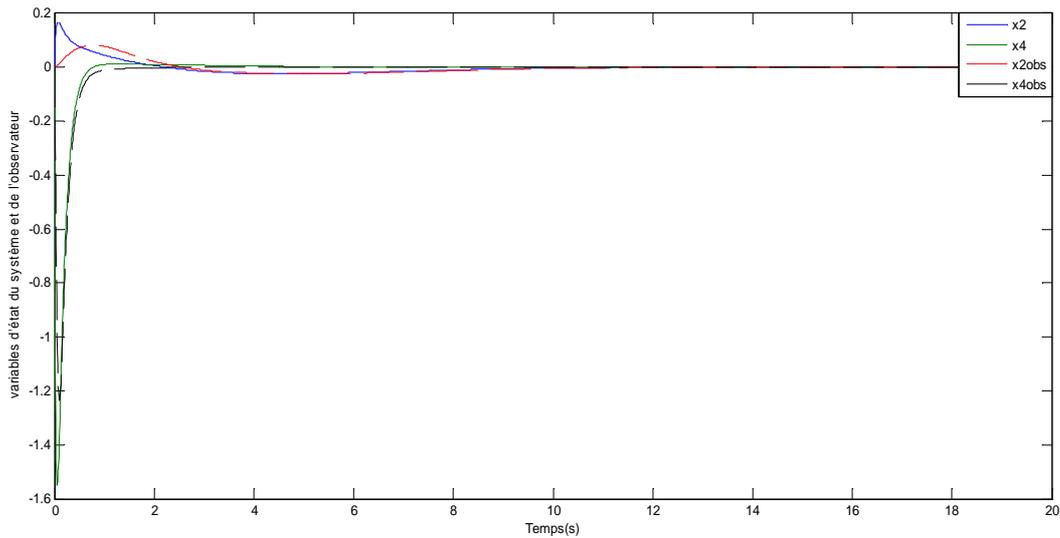


Figure II.6.a: Evolution des variables d'état du modèle et de l'observateur

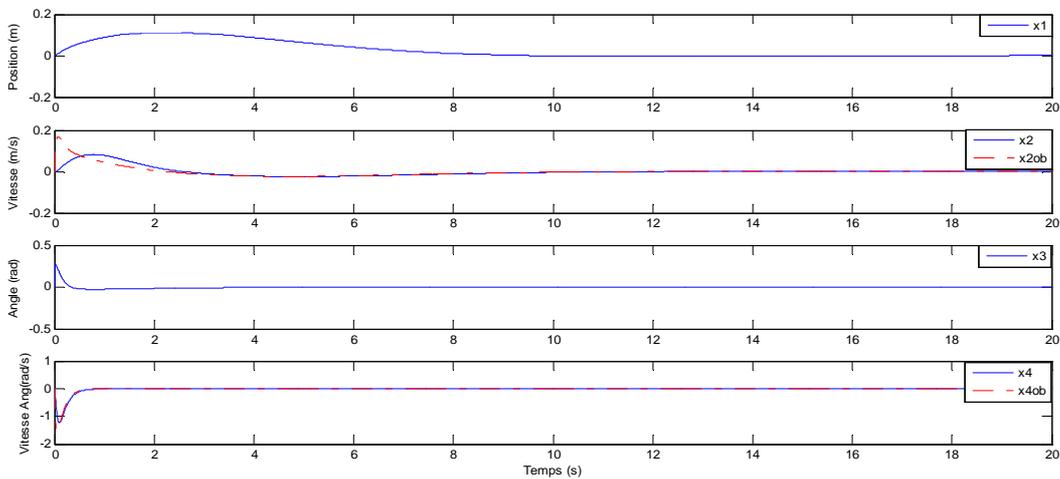


Figure II.6.b: Evolution des variables d'état du modèle et de l'observateur

II.2.8 Implémentation de la commande LQR

Lors de l'implémentation, on a du adapter l'algorithme de commande pour des raisons et des limitations pratiques afin d'obtenir les résultats désirés, en l'occurrence les gains du vecteur K .

Après plusieurs essais sur la maquette du pendule inversé on a fixé comme suit :

$$K = [-6.32 \quad -19.93 \quad -80.36 \quad -10.44]$$

Ajoutant à ça on a introduit un dérivateur suivi d'un filtre passe bas pour chaque variable non mesurable à la place de l'observateur qui n'est effectif que dans le domaine linéaire c'est-à-dire autour de la position d'équilibre instable.

Le filtre passe bas introduit pour cette méthode d'estimation pour chacune des variables non mesurables, donné par le constructeur est :

$$G(s) = \frac{10^4}{s^2 + 70.7s + 10^4}$$

Les résultats expérimentaux sont présentés ci-après :

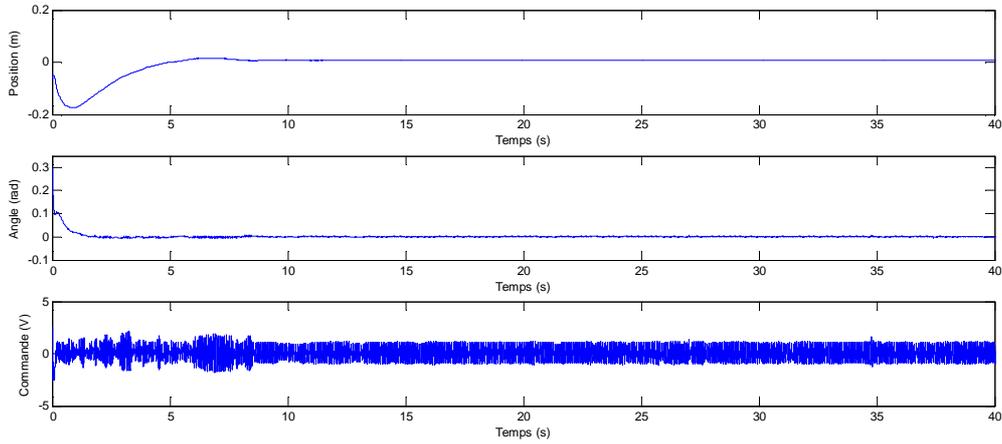


Figure II.7: Résultat de stabilisation LQR expérimental pour condition initiale (0, 0, 0.2, 0)

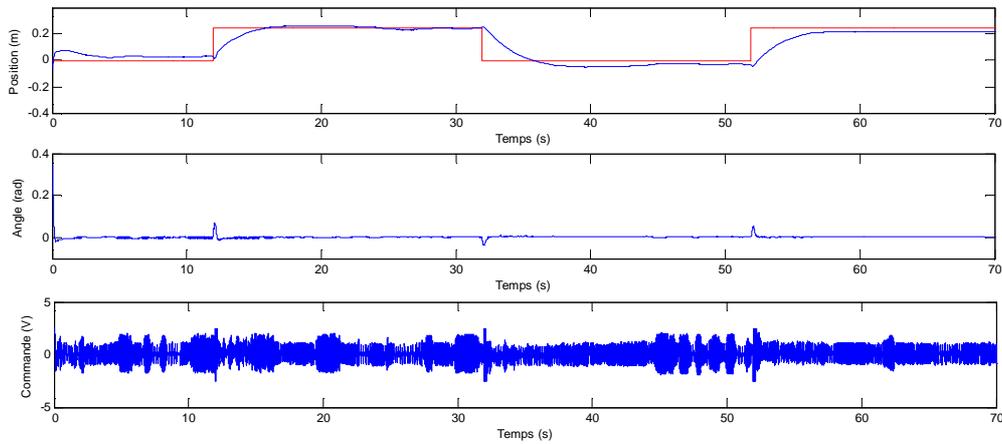


Figure II.8: Résultat de poursuite rectangulaire LQR expérimental pour condition initiale (0,0, 0.3, 0)

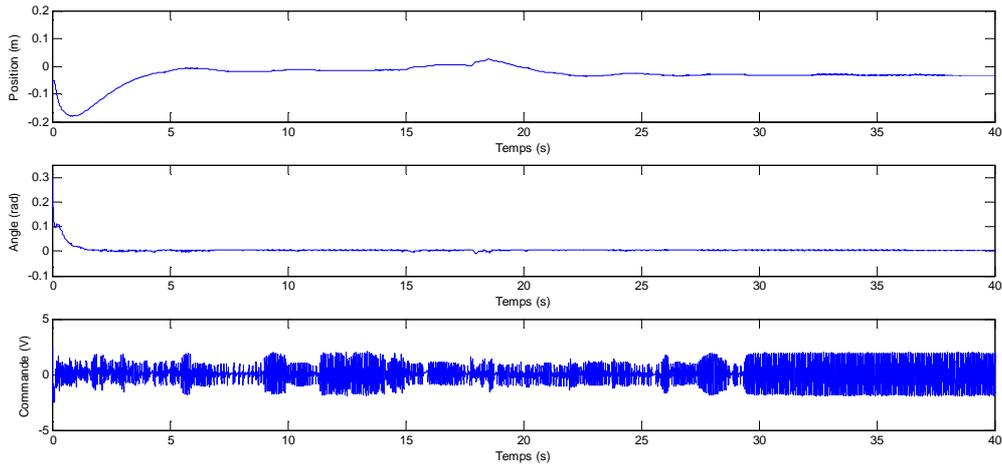


Figure II.9: Résultat LQR expérimental pour une référence nulle et une variation paramétrique m de 40 % à partir de l'instant $t=18s$

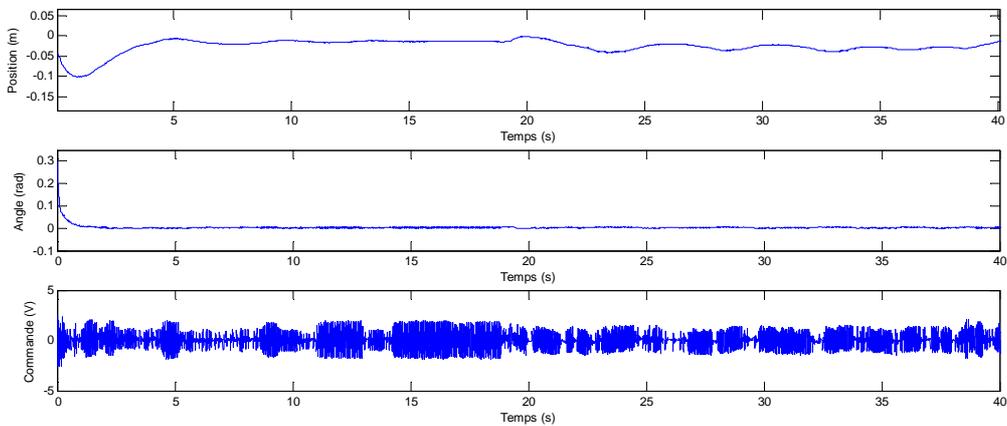


Figure II.10: Résultat LQR expérimental pour une référence nulle et une variation paramétrique M de 40 % à partir de l'instant $t=18s$.

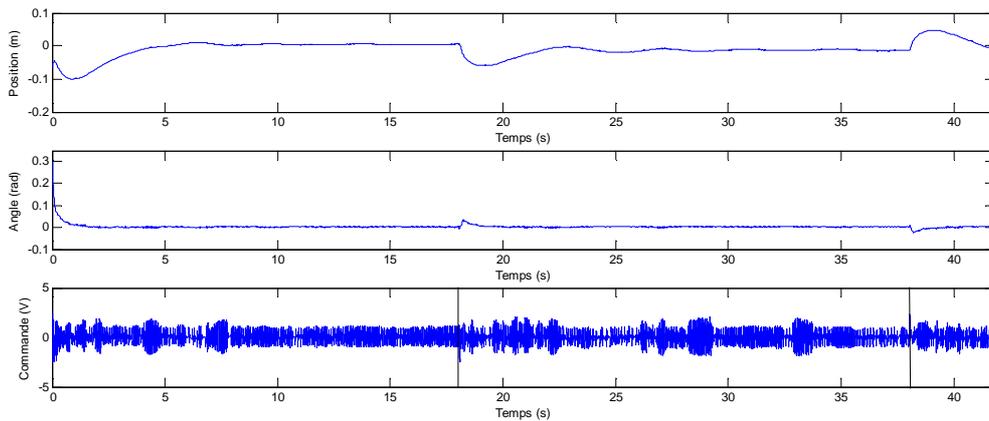


Figure II.11: Résultat expérimental pour une référence nulle et deux perturbations externes à partir de l'instant $t=18s$ et $t=38s$.

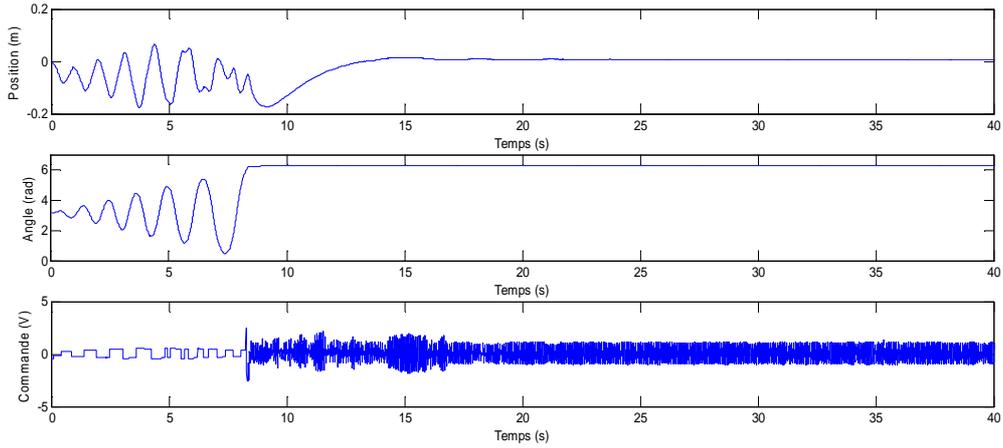


Figure II.12: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation

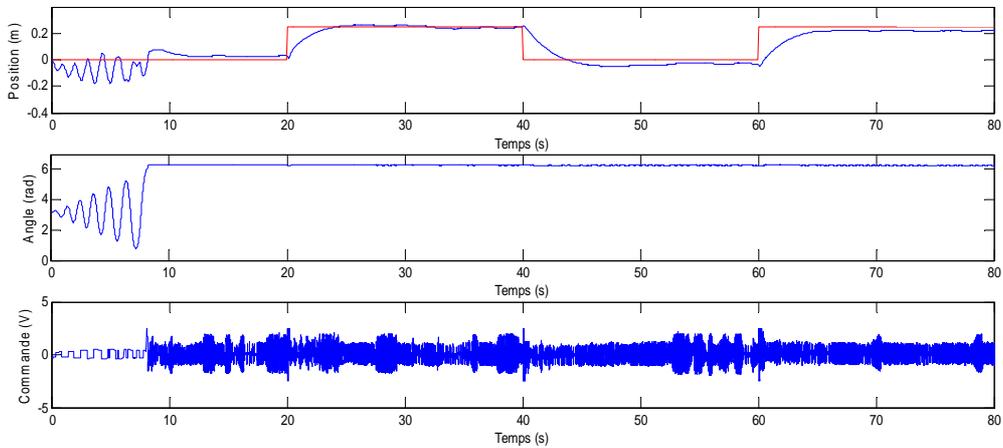


Figure II.13: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une poursuite rectangulaire de fréquence 0.025.

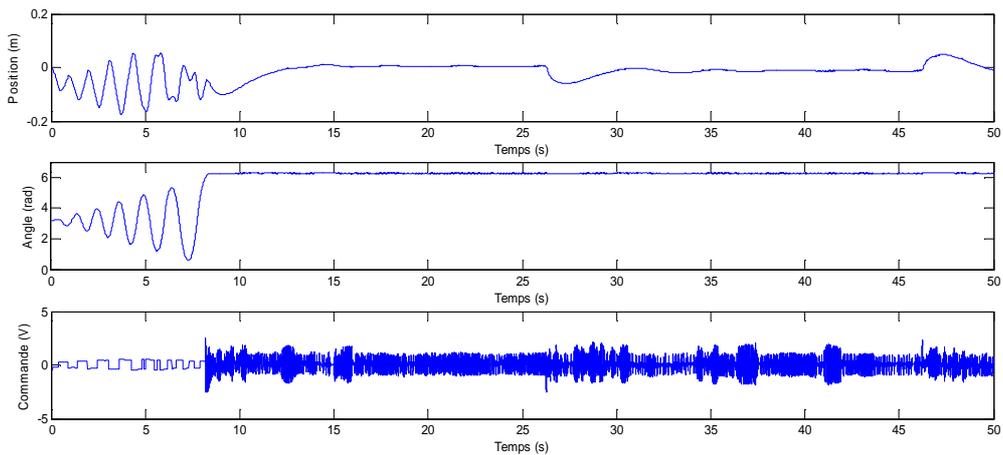


Figure II.14: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec deux perturbations externes à partir de l'instant $t=25s$ et $t=36s$.

II.2.8.1 Interprétation des résultats expérimentaux

On constate sur le résultat présenté ci-dessus à la figure (II.12) que la commande basée sur le principe de minimum d'énergie assure le balancement du pendule et sa convergence vers la zone linéaire. Dans cette zone, la commande linéaire quadratique prend le relais figure (II.7) et (II.12). Cette phase s'effectue en douceur, avec juste un léger pic en tension qui respecte le cahier des charges. Le temps de réponse est d'ordre de 8 secs.

Les figures (II.8) et (II.13) présentent la performance de commande linéaire quadratique en termes de poursuite de trajectoire linéaire carrée. On constate une très bonne poursuite et l'angle du pendule reste quasiment inchangé.

Les figures (II.11) et (II.14) montrent la robustesse de cette commande en termes de rejet de perturbation. En effet, en soumettant le pendule à plusieurs perturbations, sous forme de forces appliquées sur la masse du pendule, celui-ci se redresse rapidement et le chariot rejoint sa position initiale en rejetant ainsi la perturbation.

Les figures (II.9) et (II.10), montrent les résultats obtenus lorsqu'on a soumis le système à des perturbations avec introduction d'une variation paramétrique en l'occurrence la variation de la masse du pendule (m) et du chariot (M) de +40% respectivement. Le système manifeste une très bonne robustesse par rapport aux variations paramétriques et reste robuste en termes de rejet de perturbation.

II.3.1 Commande par mode glissant:

Dans cette deuxième partie nous allons donner quelques notions fondamentales de la commande à structure variable, et quelques concepts de base de la théorie des modes glissants.

Les lois de commandes dites à structure variable constituent une bonne approche de commande des systèmes non linéaires possédant des dynamiques incertaines et des entrées bornées de bruit. Elles sont basées essentiellement sur la résolution des équations différentielles à second membre discontinu, initiée par Filippov en 1960 [FIL.60], qui est utilisée par la suite dès la parution des livres d'Emelyanov [EME.67], d'Itkis [ITK.76] et d'Utkin [UTK.78].

Dans ce cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: une partie continue représentant la dynamique du système durant le mode glissant et une autre discontinue représentant la dynamique du système durant le mode de convergence. Cette dernière est importante dans la commande non linéaire car elle a un rôle d'éliminer les effets d'imprécisions et les perturbations sur le modèle.

II.3.1.1 Définitions :

Considérons le système non linéaire suivant [BUH 86] :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t, u) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.45})$$

Et l'hypersurface : $s(x) = 0$

f est un champ de vecteur suffisamment différentiable.

$$U(x, t) = \begin{cases} U^+ & \text{si } S(x) > 0 \\ U^- & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.46})$$

$$U(x, t) \in [-1 \ 1] \quad \text{si } S(x) = 0$$

U : est la commande du système. x est l'état du système de dimension n

Le système (II.45) avec la loi de commande (II.46) est intrinsèquement à structure variable [UTK.78]. En revanche, le système rendu discontinu par le choix d'une commande discontinue, u caractérisée par une discontinuité artificielle.

Le système variable (II.45) avec la loi de commande (II.46) peut se réécrire comme suit :

$$\dot{x} = f(x, t, u) = \begin{cases} f^+(x, t) & \text{si } S(x, t) > 0 \\ f^-(x, t) & \text{si } S(x, t) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.47})$$

$f^+(x,t)$ et $f^-(x,t)$ Sont des champs de vecteurs complets et $s(x)$: est une surface qui divise l'espace en deux parties disjointes $S(x) > 0$ et $S(x) < 0$

Remarque (2.5) :

D'autres systèmes sont de conception naturellement discontinus, à titre d'exemples les circuits électroniques contenant des commutateurs et les systèmes mécaniques contenant un frottement sec [UTK.78, UTK.92].

II.3.2 Différentes Structures du Contrôle par Mode de Glissement

Dans les systèmes à structure variable utilisant la commande par les modes de glissement, on peut trouver deux configurations de base, appropriée à la synthèse des différentes commandes [BUH.86].

II.3.2.1 Structure par Commutation au Niveau de l'Organe de Commande

Elle correspond à la structure la plus simple ou la commutation est effectuée au niveau de l'organe de commande. Le schéma de cette structure est donné par la figure (II.15):

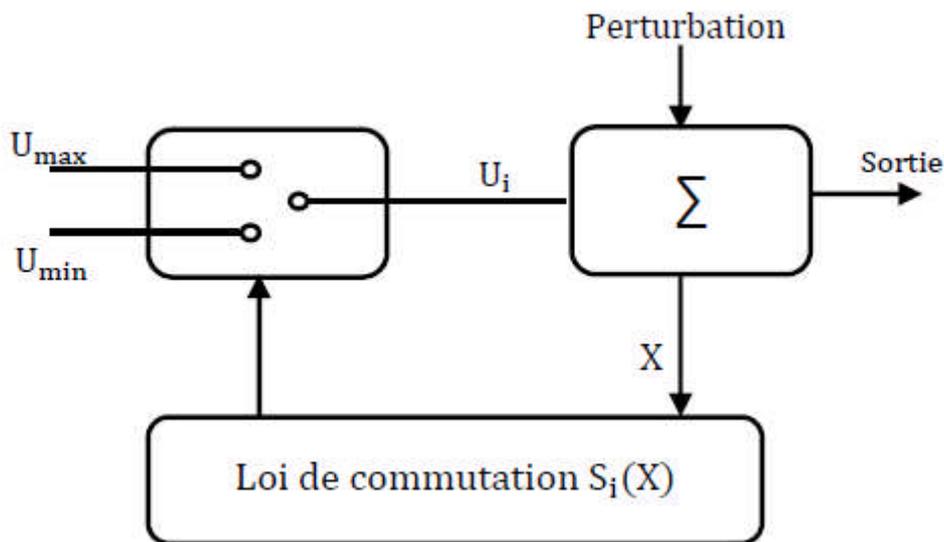


Figure II.15 Configuration par changement de la structure par commutation

Dans ce cas la logique de commande est donnée par :

$$U = \begin{cases} U_{\max}^+ & \text{si } S(x) > 0 \\ U_{\min}^- & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{II.48})$$

Elle correspond au fonctionnement tout ou rien des interrupteurs de puissance, associées dans une grande majorité d'applications aux variateurs de vitesse.

II.3.2.2 Structure par Commutation au Niveau d'une Contre Réaction d'Etat

La deuxième structure (figure II.16) fait intervenir la commutation au niveau d'une contre-réaction d'état.

Il faut alors que dans ce cas, la classe de systèmes non linéaires décrite par le modèle suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{II.49})$$

La surface de commutation $S(x)$ est donnée par :

$$S(x) = Kx + kw \quad (\text{II.50})$$

Avec :

K : Vecteur de la contre réaction d'état.

k : Coefficient de l'intervention directe de la consigne.

w : Grandeur de consigne.

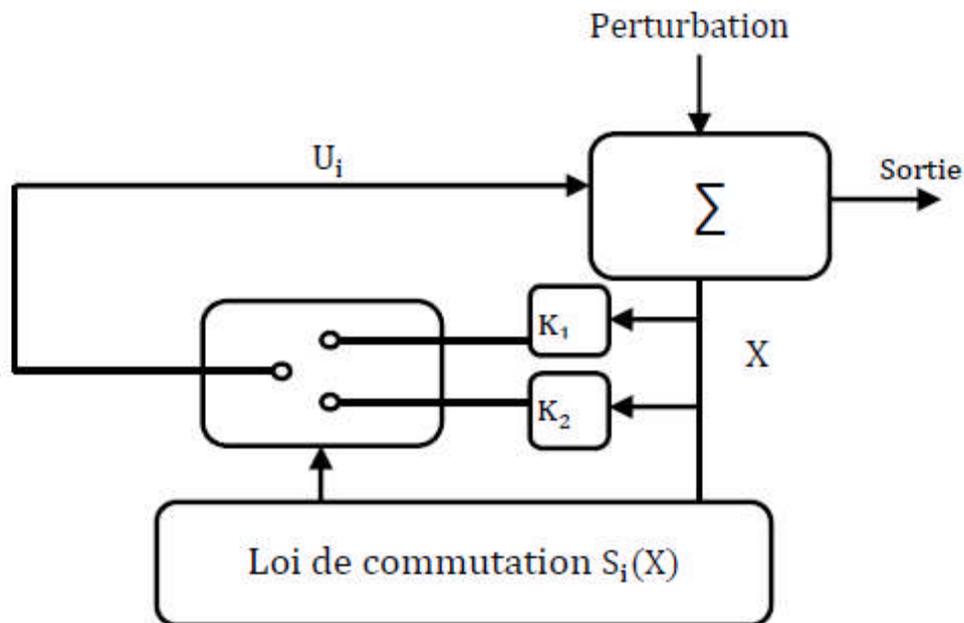


Figure II.16 Configuration par changement de retour d'état

Pour notre travail nous avons choisi cette dernière structure.

II.3.3 Théorie de la Commande d'un système à structure variable

Un système à structure variable est un système dont la structure change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une fonction et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant.

Dans la commande à structure variable, la trajectoire d'état est amenée vers une surface. Puis elle est forcée à rester au voisinage de celle-ci à l'aide de la loi de commutation.

Cette surface est appelée surface de glissement et le mouvement le long de laquelle se produit est appelé mouvement de glissement.

La trajectoire dans le plan de phase illustrée pour un système de second ordre par la figure II.17 est constituée de trois parties distinctes :

Le mode de convergence (**MC**) : c'est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de glissement $S(x, y) = 0$.

Le mode de glissement (**MG**) : c'est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x, y) = 0$.

Le mode du régime permanent (**MRP**) : Ce mode interprète la réponse du système autour de son point d'équilibre (origine du plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande.

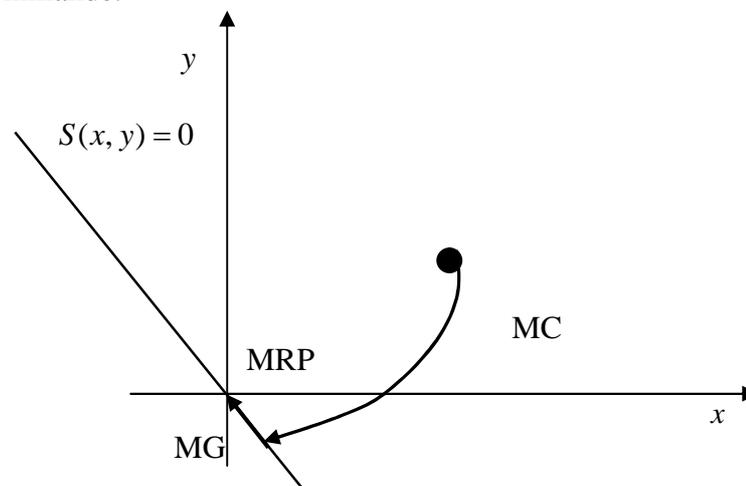


Figure II.17: Différents modes pour la trajectoire dans le plan de phase

II.3.4 Conception de la commande par mode de glissement

La conception de la commande peut être effectuée en trois étapes principales très dépendantes l'une de l'autre:

- Choix de la surface ;
- L'établissement des conditions d'existence ;
- Détermination de la loi de commande.

II.3.4.1 Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement concerne le nombre et la forme des fonctions nécessaires. Ces deux facteurs dépendent de l'application et de l'objectif visé.

Pour un système défini par l'équation (II.51), le vecteur de surface δ a la même dimension que le vecteur de commande u .

$$\dot{x} = A(x, t)x + B(x, t)u \quad (\text{II.51})$$

La surface de glissement est une fonction scalaire telle que la variable à régler glisse sur cette surface et tend vers l'origine du plan de phase [ZAH.00].

La forme non linéaire est une fonction de l'erreur sur la variable à réguler x , elle est donnée par :

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.52})$$

Avec :

$e(t)$: L'écart entre la variable à régler et sa référence.

λ : Une constante positive.

r : Le degré relatif, il représente le nombre de fois qu'il faut dériver la surface pour faire apparaître la commande.

L'expression de la surface est une équation différentielle dont l'unique solution est $e(x) = 0$. L'objectif de la commande est de maintenir la surface à zéro.

II.3.4.2 Condition de convergence et d'existence

Les deux conditions (convergence et existence) sont les deux critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence :

II.3.4.2.1 Fonction discrète de commutation

Emilyanov et Utkin ont proposé et étudié la première condition de convergence. Elle consiste à donner une dynamique à la surface convergente vers zéro. Elle est donnée par :

$$S(x) \cdot \dot{S}(x) < 0 \quad (\text{II.53})$$

II.3.4.2.2 La fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire définie positive ($v(x) > 0$). La loi de commande doit faire décroître cette fonction. L'idée est de choisir une fonction scalaire $\delta(x)$ pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence et de concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov.

On peut définir la fonction de Lyapunov comme suit :

$$v(x) = \frac{1}{2} S^T(x) S(x) \quad (\text{II.54})$$

La dérivée de cette fonction peut être donnée comme suit :

$$\dot{v}(x) = S(x) \dot{S}(x) \quad (\text{II.55})$$

Il est clair que pour vérifier la décroissance de $v(x)$, il suffit de vérifier l'inégalité $\dot{v}(x) < 0$ [BUH.86]. D'où la vérification de la relation (II.53).

II.3.4.3 Calcul de la commande

Lorsque le régime glissant est atteint, la dynamique du système est indépendante de la loi de commande qui a pour but de maintenir les conditions de glissement (l'attractivité de la surface), c'est pour cette raison que la surface est déterminée indépendamment de la commande [ZAH.00].

Maintenant, il reste à déterminer la commande nécessaire pour attirer la trajectoire d'état vers la surface, et ensuite vers son point d'équilibre, en maintenant les conditions d'existence du mode de glissement. L'obtention d'un régime de glissement nécessite une attractivité de la surface de glissement des deux cotés. De ce fait, une commande discontinue est indispensable, il n'empêche nullement qu'une partie continue lui soit ajoutée.

En présence d'une perturbation, la partie discontinue a essentiellement pour but de vérifier les conditions d'attractivité. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur par mode de glissant est constituée de deux parties [ZAH.00], [RIC.06], l'une est la commande équivalente u_{equ} et l'autre attractive u_n :

$$u = u_{equ} + u_n \quad (\text{II.56})$$

- u_{equ} est proposée par Fillipov et Utkin, elle sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement $S(x) = 0$ [NIC.96], [ZAH.00]. Elle est introduite en considérant que $S(x) = 0 \Rightarrow \dot{S}(x) = 0$ [RIC.06].

- u_n est introduite pour vérifier la condition de convergence $S(x) \cdot \dot{S}(x) < 0$.

Considérons le système suivant :

$$\dot{x}(t) = A(x, t) + b(x, t) \cdot u \quad (\text{II.57})$$

Le problème consiste à trouver l'expression analogique de la commande u .

On a :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{II.58})$$

En remplaçant (II.51) dans (II.52) on obtient :

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot [A(x, t) + b(x, t) \cdot (u_{equ} + u_n)] \quad (\text{II.59})$$

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot [A(x, t) + b(x, t) \cdot u_{equ}] + \frac{\partial S}{\partial x} b(x, t) \cdot u_n \quad (\text{II.60})$$

Durant le mode de glissement et le régime permanent, la surface est nulle, et par conséquent sa dérivée et la partie discontinue sont aussi nulles [ZAH.00]. D'où on déduit l'expression de la commande équivalente écrite comme suit :

$$u_{equ} = \left[\frac{\partial S}{\partial x} b(x, t) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} \cdot A(x, t) \quad (\text{II.61})$$

Pour que la commande équivalente puisse prendre une valeur finie, il faut que $\frac{\partial S}{\partial x} \cdot b(x, t) \neq 0$.

Durant le mode de convergence, on remplace la commande équivalente par son expression dans la relation (II.60), on obtient l'expression de la dérivée de la surface comme suit :

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot b(x, t) \cdot u_n \quad (\text{II.62})$$

La condition d'attractivité exprimée dans (II.53) devient :

$$S(x, t) \cdot \frac{\partial S}{\partial x} \cdot b(x, t) \cdot u_n < 0 \quad (\text{II.63})$$

Pour que cette condition d'attractivité soit vérifiée, il faut que le signe de u_n soit opposé à celui de $S(x, t) \cdot \frac{\partial S}{\partial x} b(x, t)$ [RIC.06].

II.3.5 Solutions pour la suppression du phénomène de réticence

Le phénomène de réticence constitue un inconvénient majeur non négligeable, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter les modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire au problème d'instabilité [Utk92]. La réticence implique également d'importantes oscillations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leurs usures rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique. Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées [SLO.84], [BUH.86].

On décrit ici une des solutions à savoir celle de couche limite connue aussi par le nom "boundary layer solution", a été proposée par Slotine1984 [SLO.84], elle consiste à effectuer une approximation continue des discontinuités présentes dans la loi de commande au voisinage de la surface de glissement.

Supposons que la commande discontinue qui provoque le phénomène de réticence s'écrive sous la forme :

$$u(t) = -k \operatorname{sign}(s(t)) \quad (\text{II.64})$$

La fonction $\operatorname{sign}(s(t))$ est remplacée par une fonction plus lisse dans la couche limite de $s(t) = 0$. Parmi ces fonctions utilisées nous citerons la fonction de saturation:

$$\operatorname{sat}(s) = \begin{cases} \frac{s}{\varepsilon} & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| \leq 1 \\ \operatorname{sign}(s) & \text{si } \left| \frac{s}{\varepsilon} \right| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.65})$$

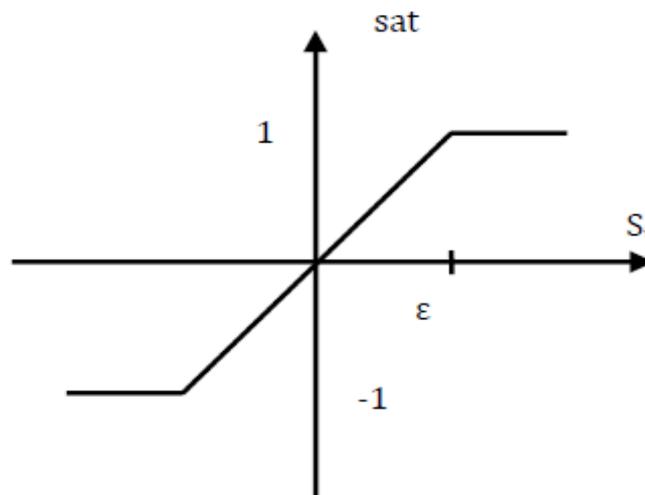


Figure II.18 : Fonction SAT avec un seuil

Le système ne converge plus vers la valeur désirée, mais vers un voisinage de cette dernière. Ainsi, la mise en place d'une commande continue dans une bande de la surface nécessite un compromis entre la robustesse et les performances. D'autres fonctions d'adoucissement existent telles que les fonctions sigmoïdes:

$$\frac{2}{\pi} \arctan \frac{s}{\varepsilon}, \frac{s}{|s| + \varepsilon}, \tanh\left(\frac{s}{\varepsilon}\right) \dots \text{etc}$$

II.3.6 Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort d'une commande par mode glissant. Contrairement à une loi de commande classique, les performances dynamiques sont maintenues [SLO.91].

De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, car elle permet de simplifier la complexité du système.

Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

Un phénomène de Chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.

Le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré et ceci n'est pas souhaitable.

Parmi les solutions proposées à ces problèmes on peut citer la commande par mode glissant à bande limite qui consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation (hystérésis, arc tangente, etc.).

II. 3.7 Synthèse de la Commande par mode glissant d'un pendule inversé [MEL.10]

II. 3.7.1 Formulation mathématique

La modélisation du processus est une étape primordiale dans la mise en œuvre d'un contrôleur. En général, un système non linéaire ayant pour entrée de commande u et comme sortie y , peut être décrit par :[SAI.06]

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(n)} = F(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u) \\ y = H(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) \end{cases} \quad (\text{II.66})$$

Où $F(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}, u)$ et $H(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ sont deux fonctions non linéaires continues, représente les états du système. Cette description ne permet pas la mise en œuvre de contrôleurs pour assurer la poursuite de trajectoires. Pour pallier à ce problème, la linéarisation entrée-sortie a été largement utilisée, afin de trouver une relation explicite entre l'entrée du système et sa sortie, en utilisant des techniques de la géométrie différentielle. [Slo.91] et [Iso.99]. Ainsi, un système non linéaire d'ordre n affine dans la commande peut être décrit par la relation suivante:

$$\begin{cases} \ddot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{II.67})$$

Où $f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ et $g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})$ sont des fonctions non linéaires continues. Cette nouvelle description permet d'utiliser facilement les différentes approches basées sur la rétroaction pour résoudre les problèmes de poursuites de trajectoires et de régulations. Conformément à l'équation précédente, la forme canonique d'un système non linéaire de second d'ordre peut être écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(\underline{x}) + g(\underline{x})u \\ y = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.68})$$

Ainsi, le problème de poursuite de trajectoire consiste à déterminer la loi de commande $u(\underline{x})$ qui permet d'assurer la convergence du vecteur d'état $\underline{x}(t) = [x_1, x_2]$ vers le vecteur d'état désiré $\underline{x}_d(t) = [x_{1d}, x_{2d}]$ avec une erreur de suivi :

$$\underline{e} = \underline{x}(t) - \underline{x}_d(t) . \quad (\text{II.69})$$

En général, la surface de glissement est définie par:[Dot 03]

$$s(\underline{x}) = \dot{e} + \gamma e = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} + \gamma(x_1 - x_{1d}) \quad (\text{II.70})$$

Où γ est une constante de glissement strictement positive. En dérivant l'équation (II.70), nous obtenons :

$$\dot{s} = \dot{\gamma}e + \ddot{e} = \dot{\gamma}e + \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} = \dot{\gamma}e + f(x) + b(x)u - \dot{x}_{2d} \quad (\text{II.71})$$

Dans le but de synthétiser la loi de commande, définissons la fonction de Lyapunov comme suit :

$$V = \frac{1}{2} s^2(\underline{x}) \quad (\text{II.72})$$

Ainsi le problème de contrôle équivaut à faire tendre vers zéro la surface de glissement $s(\underline{x}, t)$ en satisfaisant à la condition suivante [DOT.03]

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (s^2(\underline{x})) \leq -K|s| ; \quad K \geq 0 \quad (\text{II.73})$$

Cette condition peut être réécrite comme suit :

$$s \cdot \dot{s} \leq -K|s| \quad \text{ou} \quad \text{sgn}(s)\dot{s} \leq -K$$

Par conséquent, le problème de contrôle est d'obtenir la loi de commande u^* appropriée, qui garantit la condition de glissement :

$$s \cdot \dot{s} = s \left(\gamma \dot{e} + f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u^* - \ddot{x}_{1d} \right) \leq -K|s| \quad (\text{II.74})$$

Où :

$$\text{sgn}(s) \left(\gamma \dot{e} + f(\underline{x}, t) + g(\underline{x}, t)u^* - \ddot{x}_{1d} \right) \leq -K \quad (\text{II.75})$$

Si $f(\underline{x}, t)$ est connue, la loi de commande appropriée peut être obtenue facilement comme suit :[BYU.98]

$$u^* = g^{-1} \left(-\gamma \dot{e} - f(\underline{x}, t) + \ddot{x}_{1d} - K \text{sgn}(s) \right) \quad (\text{II.76})$$

Cette loi de commande garantit la condition de glissement. Néanmoins, pour garantir la contrôlabilité du système, on considère que le gain de commande $g(\underline{x}, t)$ ne s'annule pas sur le domaine de fonctionnement ($g(\underline{x}, t) \neq 0$). Pour résoudre ce problème, nous avons supposé

que $g(\underline{x}, t) = \underline{g} + \Delta g(\underline{x}, t)$ où \underline{g} est une constante positive connue et $\Delta g(\underline{x}, t)$ est une fonction positive inconnue. Ainsi la loi de commande résultante est donnée par cette expression:[BYU.98]

$$u_1 = \underline{g}^{-1} \left(-\gamma \dot{e} - f(\underline{x}, t) + \ddot{x}_{1d} - K \cdot \text{sgn}(s) \right) - \underline{g}^{-1} \text{sgn}(s) |F_1| \quad (\text{II.77})$$

Avec :

$$F_1 = -\gamma \dot{e} - f(\underline{x}, t) + \ddot{x}_{1d} - K \cdot \text{sgn}(s) \quad (\text{II.78})$$

Cependant, la présence de la fonction signe, dans la commande par mode glissant, provoque un phénomène de broutement généré par des variations brusques et rapides du signal de commande, ce qui peut exciter les hautes fréquences du processus et l'endommager [SAI.06]. Pour pallier à ce problème, nous avons retenue la solution de Slotine et Lie [SLO.91] qui consiste à introduire une bande de transition autour de la surface de glissement permettant de transformer la fonction signe en saturation décrite par l'équation (II.79), et ainsi éliminer le broutement.

$$\text{sat}\left(\frac{s}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{s}{\phi} \text{ si } \left| \frac{s}{\phi} \right| \leq 1 \\ \text{sign}\left(\frac{s}{\phi}\right) \text{ si } \left| \frac{s}{\phi} \right| > 1 \end{cases} \quad (\text{II.79})$$

Où ϕ représente la bande de transition de la surface de glissement.

II.3.7.2 Redressement et stabilisation du pendule inversé par mode glissant

La dynamique complète d'un pendule inversé, peut être représentée par deux sous systèmes non linéaires d'ordre deux. Le premier décrit la dynamique du chariot comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + g_1(x)u_1 \\ y_1 = x_1 \end{cases} \quad (\text{II.80})$$

Où u_1 et y_1 sont respectivement l'entrée de commande et la sortie, appropriées au chariot.

Quant au second représente la dynamique de la tige est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + g_2(x)u_2 \\ y_2 = x_3 \end{cases} \quad (\text{II.81})$$

Où u_2 et y_2 sont respectivement l'entrée de commande et la sortie, appropriées à la tige.

II.3.7.2.1 La première étape

Sert à asservir la position du chariot tout en suivant une référence, dont la trajectoire sinusoïdale est choisie de telle sorte à donner une énergie nécessaire au pendule pour atteindre les voisinages de la position verticale haute.

La surface de glissement dans cette étape est donnée par :

$$s_1(x) = \gamma_1(x_1 - x_{1d}) + (x_2) \tag{II.82}$$

Avec

$$x_{1d} = 0.2 * \sin(4 * t) \text{ et } \gamma_1 = 30 \tag{II.83}$$

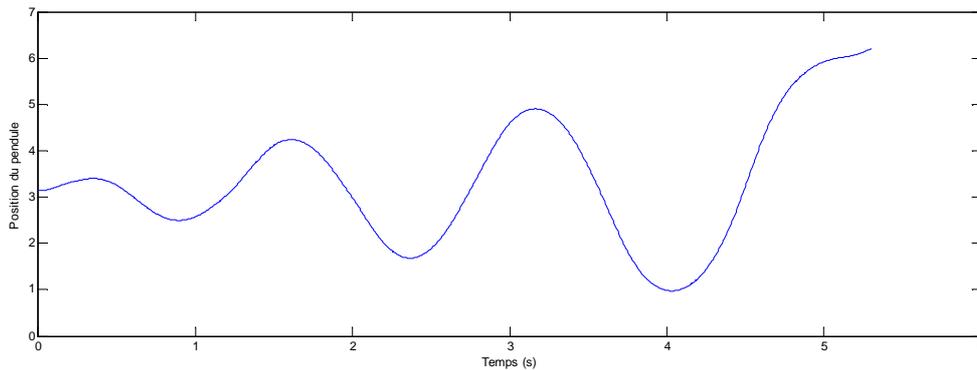


Figure II.19 : Résultat de simulation de redressement par la commande de glissement avec des conditions initiales (0, 0, 0, 0)

II.3.7.2.2 La deuxième étape

Sert à asservir la position du chariot et du pendule vers les états désirés. Cependant, les surfaces de glissement sont définies comme suit :

$$s_1(x) = \gamma_1(x_1 - x_{1d}) + (x_2 - x_{2d}) \tag{II.84}$$

$$s_2(x) = \gamma_2(x_3 - x_{3d}) + (x_4 - x_{4d}) \tag{II.85}$$

Conformément à la loi de commande par mode glissant synthétisée au paragraphe précédent (II.76), dans le cas où la dynamique complète du pendule inversé est parfaitement connue et ce dernier ne subit aucune perturbation externe, le contrôle de la position du chariot et la stabilisation de la tige, peuvent être assurés par les lois de commandes (II.86) et (II.87) respectivement :

$$u_1 = \underline{g}_1^{-1}(\bar{u}_1 - K_1 \text{sat}(\frac{s_1(x)}{\phi_x})) - \underline{g}_1^{-1} K_1 \text{sat}(\frac{s_1(x)}{\phi_x}) \left| \bar{u}_1 - K_1 \text{sat}(\frac{s_1(x)}{\phi_x}) \right| \quad (\text{II.86})$$

$$u_2 = \underline{g}_2^{-1}(\bar{u}_2 - K_2 \text{sat}(\frac{s_2(x)}{\phi_\theta})) - \underline{g}_2^{-1} K_2 \text{sat}(\frac{s_2(x)}{\phi_\theta}) \left| \bar{u}_2 - K_2 \text{sat}(\frac{s_2(x)}{\phi_\theta}) \right| \quad (\text{II.87})$$

Avec

$$\bar{u}_1 = -f_1(x) + \ddot{x}_{1d} - \gamma_1(x_2 - x_{2d}) \quad (\text{II.88})$$

$$\bar{u}_2 = -f_2(x) + \ddot{x}_{3d} - \gamma_2(x_4 - x_{4d}) \quad (\text{II.89})$$

Néanmoins, dans la réalité, le pendule inversé est soumis à une seule entrée de commande qui contrôle simultanément la position du chariot et l'angle de la tige. Cette entrée de commande est déduite à partir de la soustraction pondérée des signaux u_1 et u_2 comme suit :

$$u = \alpha_2 u_2 - \alpha_1 u_1 \quad (\text{II.90})$$

Où α_1 et α_2 sont des constantes positive de pondération.

II.3.7.3 Résultats de simulation

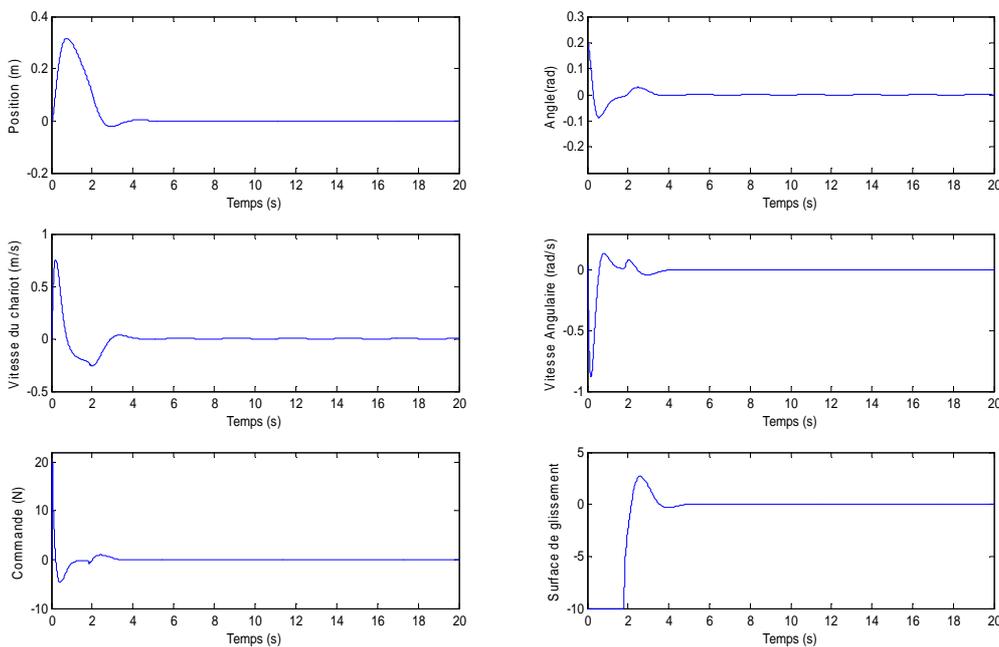


Figure II.20: Résultats de simulation pour la commande de glissement sans perturbation

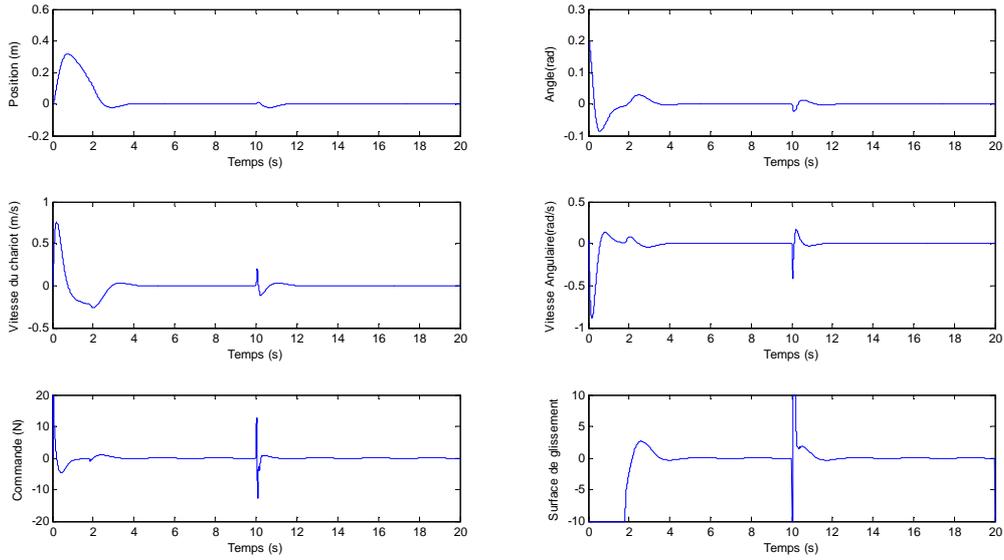


Figure II.21: Résultats de simulation pour la commande de glissement avec une perturbation aléatoire d'une durée 1 Sec, appliquée à l'instant 10 Sec, sur le pendule avec conditions initiales $(0, 0, 0.2, 0)$

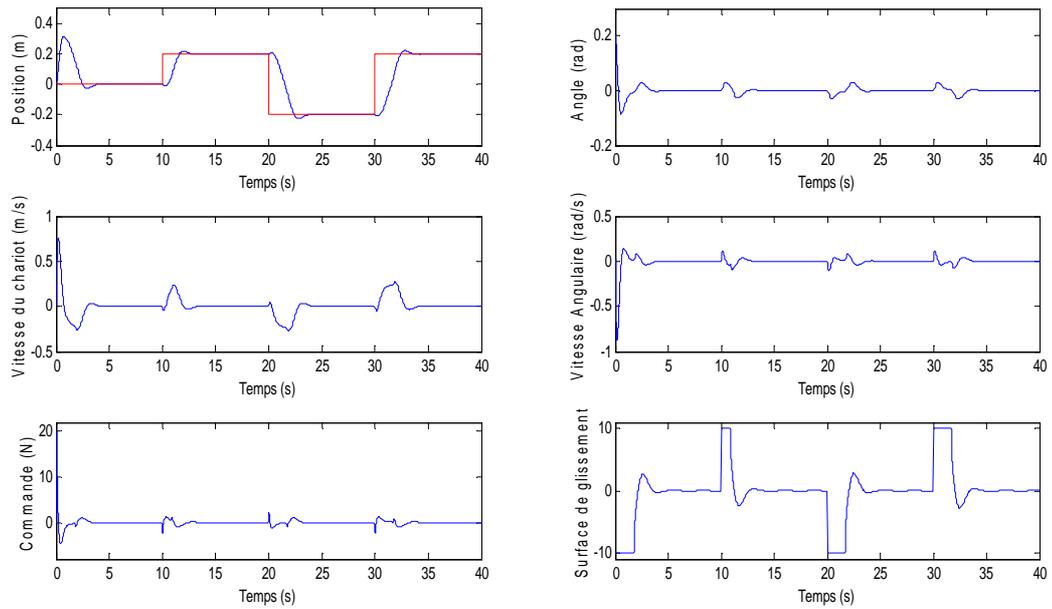


Figure II.22: Résultats de simulations d'une poursuite rectangulaire avec des conditions initiales $(0, 0, 0.2, 0)$

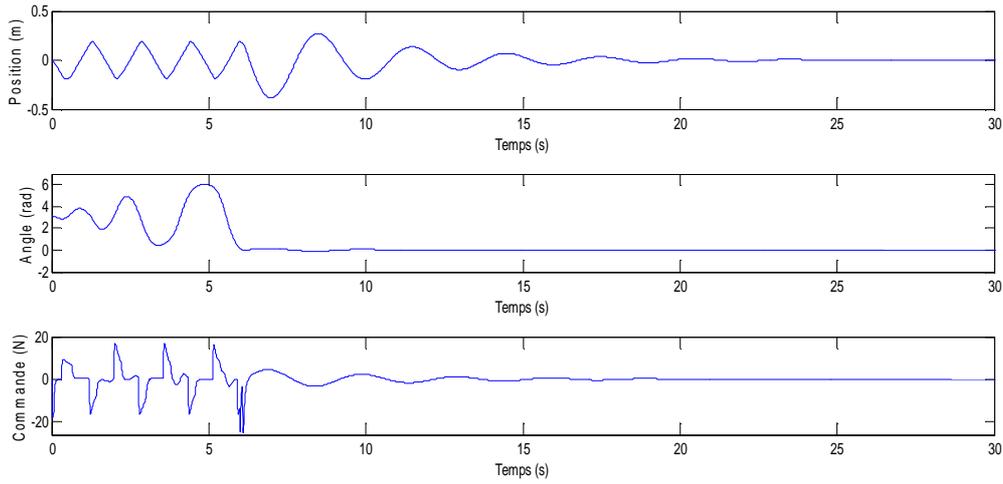


Figure II.23: Résultats de simulation de redressement et de stabilisation par la commande de glissement avec des conditions initiales (0, 0, 0, 0)

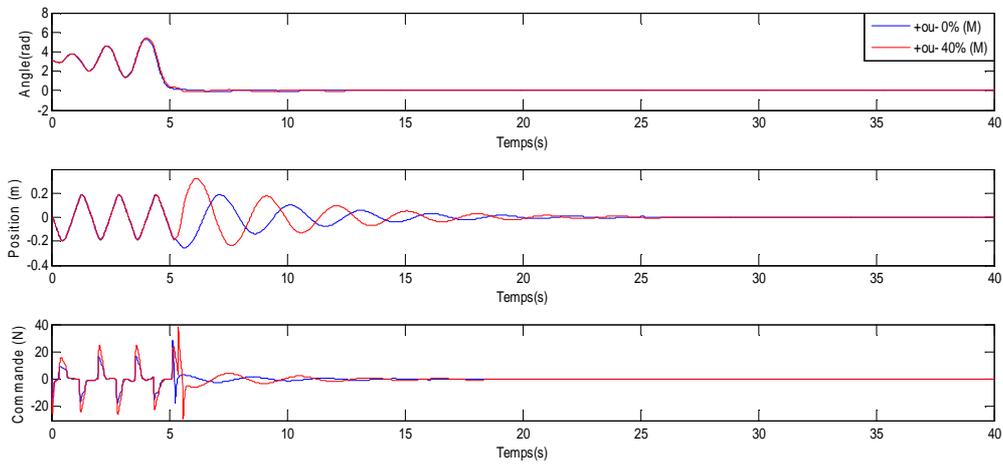


Figure II.24: Résultats de simulation de redressement et de stabilisation par la commande de glissement avec une variation paramétrique M de 40%

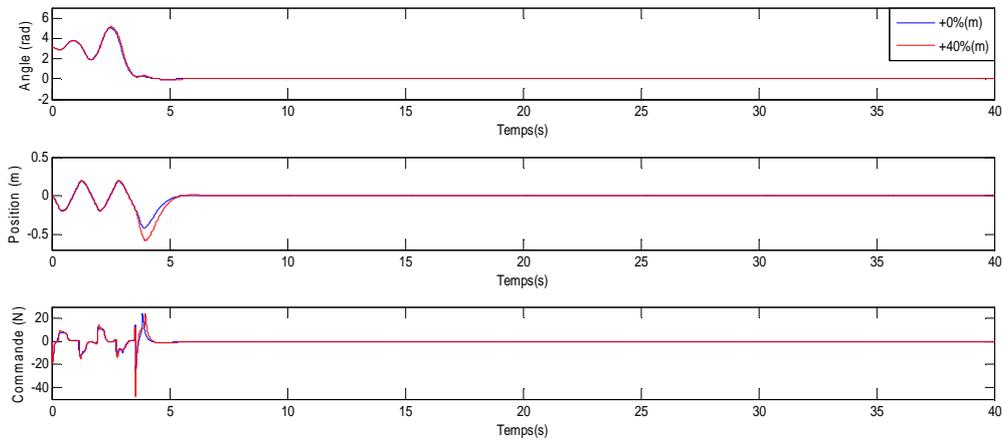


Figure II.25: Résultats de simulation de redressement et de stabilisation par la commande de glissement avec une variation paramétrique m de 40%

II.3.7.3.1 Interprétation des résultats de simulation

A partir des graphes montrés sur les figures (II.19), (II.21) et (II.23), on peut constater que notre commande de glissement arrive à stabiliser le pendule inversé. En effet elle a pu le ramener de sa position d'équilibre stable à sa position d'équilibre instable et l'y maintenir. Elle a en outre permis de stabiliser le déplacement du chariot en le ramenant à sa position initiale avec un déplacement maximal de 0.3 m.

D'après ces mêmes figures (II.19) et (II.23), on constate que:

- Le système se stabilise au bout de 5 à 6 sec.
- Le chariot est dans les limites physiques de déplacement $[-0.5\text{m}, +0.5\text{m}]$.
- Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.
- Le signal de commande $u(t)$ est admissible et réalisable.

Dans la figure (II.21) le cas d'application d'une perturbation sur le pendule, à l'instant $t= 10$ sec, le système répond avec des oscillations très faible et négligeable du pendule et le déplacement du chariot ne dépasse pas 0.1 mètres par rapport à la référence. Le régulateur réagit et corrige cette perturbation avec une énergie tolérable et stabilise le système après 2 sec à la disparition de la perturbation. La surface de glissement reste stable.

La figure (II.22) reflète la performance de commande de glissement en terme de poursuite de trajectoire linéaire carrée. On constate une très bonne poursuite avec un écart nul et l'angle du pendule reste quasiment inchangé.

Dans nos deux dernières simulations, nous avons affecté avec une erreur paramétrique qui va jusqu'à (40%) sur la masse du chariot (M) et celle du pendule (m) présentés par les figures (II.24), (II.25) respectivement afin de tester la robustesse de l'algorithme de commande.

Nous notons que jusqu'à (40%) d'erreur paramétrique sur la masse du chariot (M), voire la figure (II.24), nous enregistrons un temps de réponse de 6 sec, le chariot est dans ses limites physique $[-0.5 \text{ m}, +0.5 \text{ m}]$, la stabilité du système et de la surface de glissement ajoutant a ça, la commande est tolérable et réalisable pratiquement (amplitude maximale : 20 (N) et sans présence du broutement).

Dans le cas d'erreur paramétrique sur la masse (m) du pendule donnée par la figure (II.25), nous notons un bon résultat, néanmoins, la commande de glissement ne répond pas à toutes les restrictions du système, notamment celle de la tension. En effet, on constate un pic important de tension de 45(N) lors de la commutation entre les deux commandes. En plus un léger dépassement de limites désirées pour le chariot.

Pour les surfaces de glissement, on voit que les surfaces convergent dans un temps fini. Dans le régime établi, ces surfaces oscillent autour de zéro ce qui explique le bon choix de ces dernières.

Dans cette partie, nous avons présenté les résultats de simulation qu'a donné la commande de glissement. Nous avons vu que celle-ci manifeste de très bonnes performances et une très bonne robustesse, tout en respectant toutes les restrictions pratiques.

Il demeure, néanmoins, très intéressant d'implémenter la commande de glissement. En effet, celle-ci présente d'excellentes performances comme nous avons pu le constater lors de la section traitant la simulation de cette commande.

II.3.7.4 Résultats expérimentaux

Afin de tester les performances de la stratégie de commande développée précédemment, plusieurs expériences ont été effectuées au sein de notre Laboratoire. Les performances à atteindre dans chaque expérience, sont le redressement de la tige à partir de sa position initiale, pour la stabiliser par la suite à sa position inverse, toute en assurant de petites oscillations du chariot autour de sa position de référence. Les valeurs numériques utilisées sont:

$$\gamma_1 = 16; \gamma_2 = 8; \phi_x = 0.04; \phi_\theta = 0.1; \alpha_1 = 0.175; \alpha_2 = 0.1$$

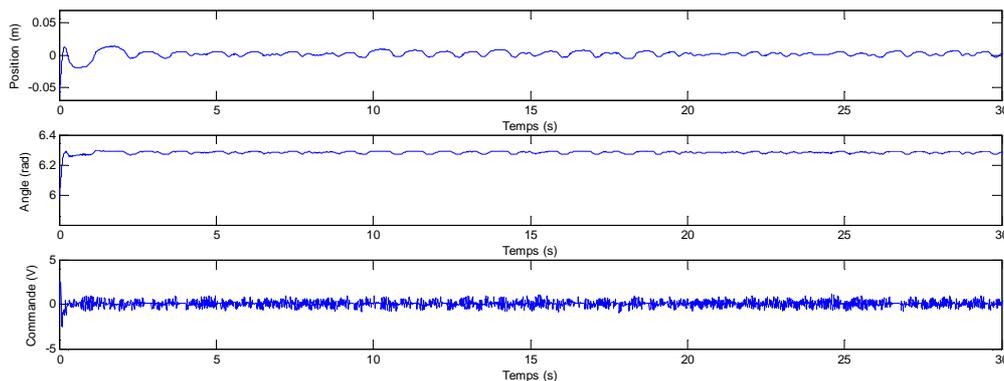


Figure II.26: Résultat de stabilisation glissante expérimentale pour condition initiale $(0,0,0.3,0)$

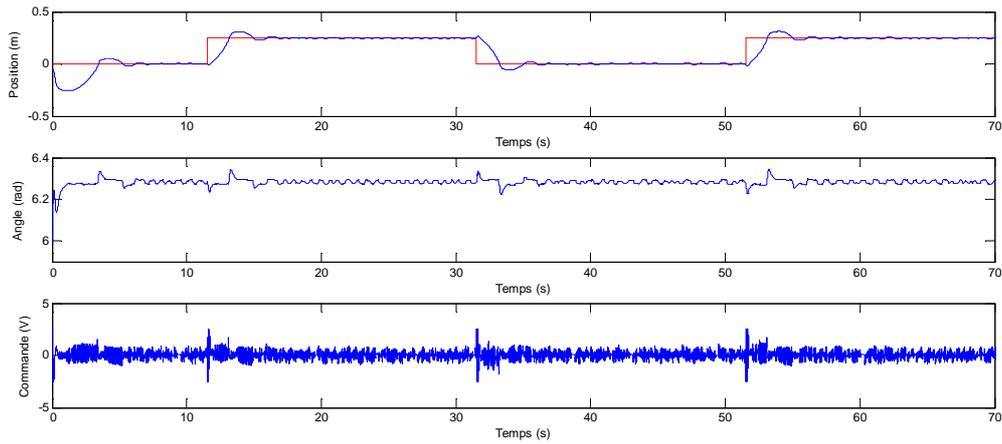


Figure II.27: Résultat de poursuite rectangulaire glissant expérimental pour condition initiale $(0, 0, 0.3, 0)$

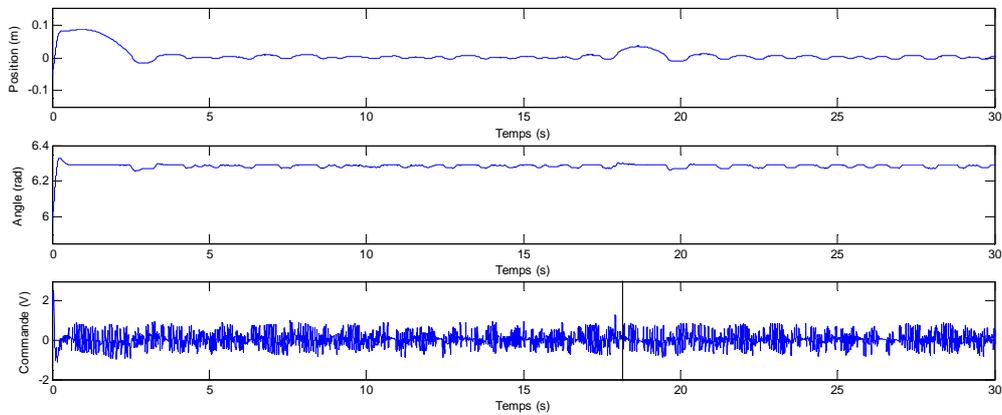


Figure II.28: Résultat glissant expérimental pour une référence échelon et une variation paramétrique m de 40 % à partir de l'instant $t=18s$

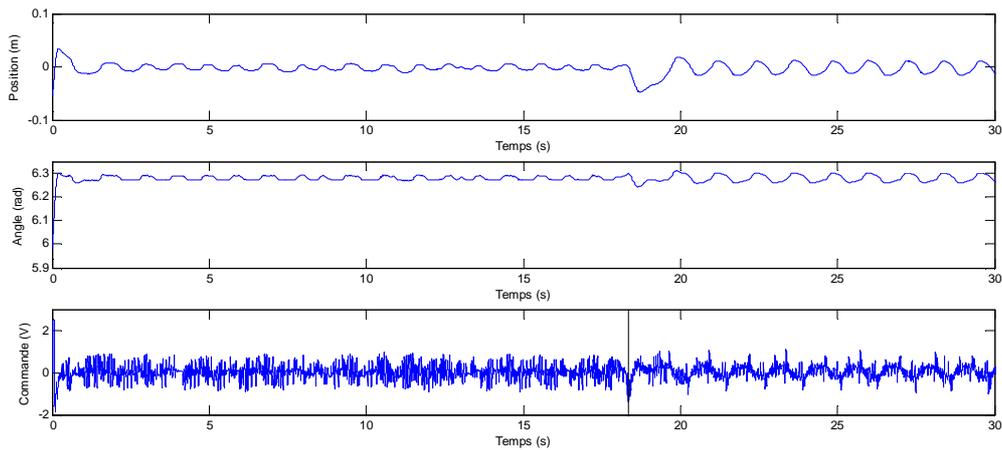


Figure II.29: Résultat expérimental glissant pour une référence échelon et une variation paramétrique M de 40 % à partir de l'instant $t=18s$

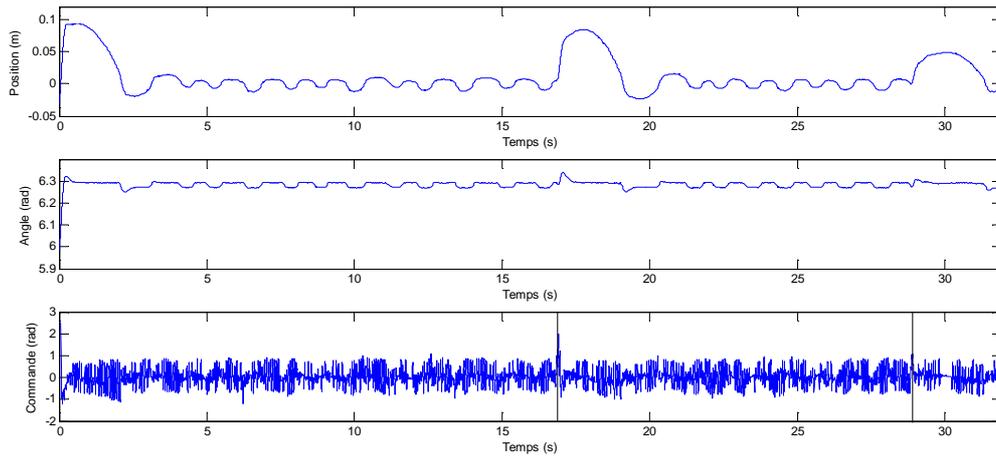


Figure II.30: Résultat expérimental pour une référence échelon et deux perturbations externe à partir de l'instant $t=17s$ et $t=29s$.

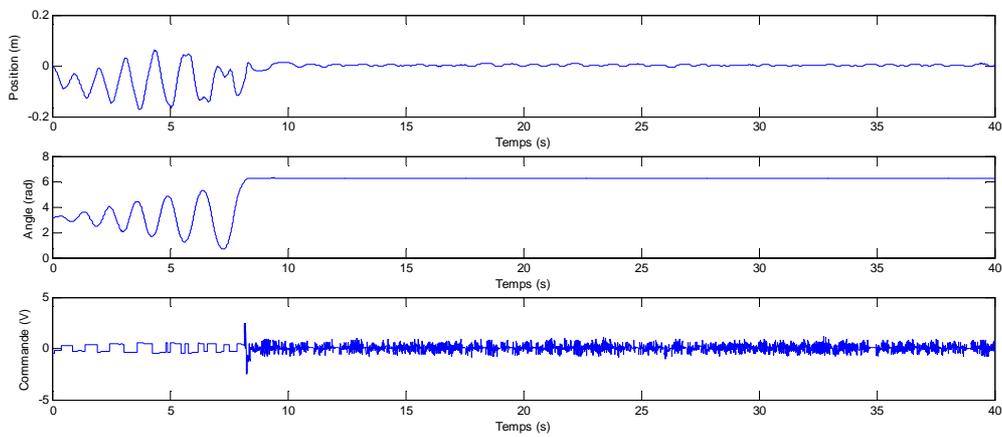


Figure II.31: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation

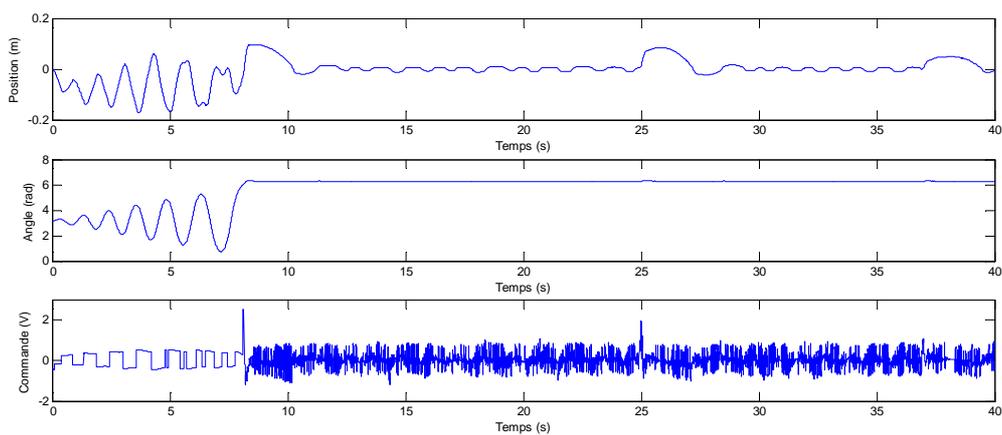


Figure II.32: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec deux perturbations externe à partir de l'instant $t=25s$ et $t=36s$.

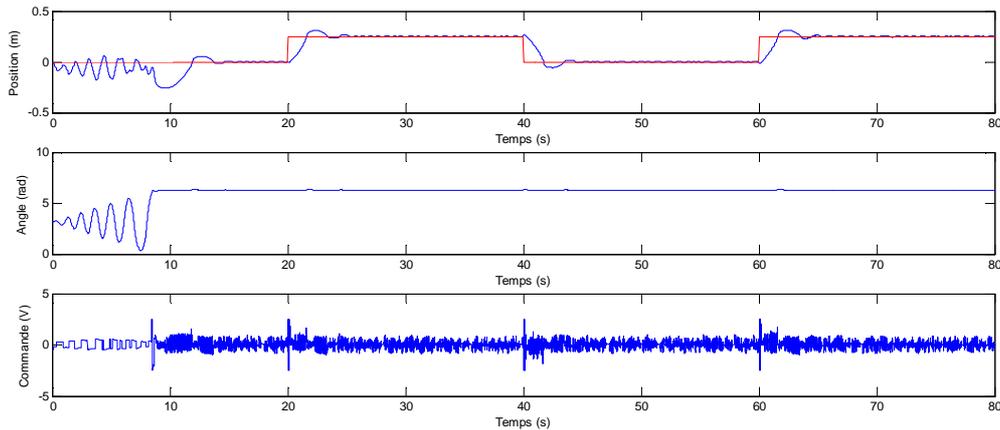


Figure II.33: Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une poursuite rectangulaire de fréquence 0.025.

II.3.7.4.1 Interprétation des résultats expérimentaux

On constate sur les résultats présentés dans les figures (II.31), (II.32) et (II.33) que la commande basée sur le principe de minimum d'énergie assure le balancement du pendule et sa convergence vers la zone linéaire. Dans cette zone, la commande par mode glissant prend le relais. Cette phase s'effectue en douceur, avec juste un léger pic en tension qui ne nuit en rien au cahier des charges. Le temps de réponse est d'ordre de 8 sec.

Les figures (II.27) et (II.33) reflètent les performances de la commande en termes de poursuite de trajectoire linéaire carrée retardé de 20 s, d'amplitude 0.2 V et de période 20 sec. On constate une très bonne poursuite et l'angle du pendule reste quasiment inchangé.

D'après les figures (II.28), (II.29), (II.30) et (II.32), on s'aperçoit que l'effet des variations paramétriques et de la perturbation n'ont pas empêchés le système de réglage de réaliser sa tâche de contrôle, ce qui nous donne une idée générale sur le comportement robuste de la loi de commande par mode glissant.

Les figures (II.28) et (II.29), montrent les résultats obtenus lorsqu'on a soumis le système à des perturbations avec introduction d'une variation paramétrique en l'occurrence la variation de la masse du pendule (m) et du chariot (M) de +40% respectivement, au de-là de cette variation le chariot reste immobile. L'angle reste inchangé et aucun pic au niveau de la commande.

Les figures (II.30) et (II.32) montrent la robustesse de cette commande en terme de rejet de perturbations. En effet, en soumettant le pendule à plusieurs perturbations, sous forme

de forces appliquées sur la masse du pendule, celui-ci se redresse rapidement et le chariot qui fait un déplacement maximum de 0.1 m rejoint sa position initiale au bout de 3 sec en rejetant ainsi la perturbation.

L'avantage que procure la commande par mode glissant est sa robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle. Cependant ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients :

- Le phénomène de chattering provoqué par la partie discontinue.
- La commande élevée au quelle le système est soumis a chaque instant.

La solution proposée à ces problèmes consiste à remplacer la fonction de commutation dans la commande par une fonction de saturation, les quatre derniers résultats expérimentaux présentés ci-dessus montrent l'efficacité de cette dernière :

Dans la première expérience, nous avons considéré les deux régulateurs par mode glissant synthétisés sans fonctions de saturation ni perturbations externes. La figure (II.34), montre respectivement les profils de la position du chariot, la position angulaire de la tige et la commande correspondante, où on peut conclure d'une part la stabilisation de la tige à sa position inverse, ainsi qu'un phénomène de broutement qui s'explique physiquement par la présence de la fonction signe dans la commande par mode glissant, générant ainsi les variations brusques du signal de commande.

Dans l'expérience suivante, nous avons utilisé les mêmes contrôleurs que la première expérience, mais avec la fonction de saturation. Les résultats obtenus sont illustrés par la figure (II.35), où nous constatons que le phénomène de broutement est presque éliminé.

Pour tester la capacité d'adaptation du schéma de commande développé lors des mouvements du pendule inversé face aux variations paramétriques, nous avons effectué deux autres expériences qui sont similaires respectivement aux expériences précédentes où on a juste introduit une variation sur le capteur mesurant la position du chariot en lui rajoutant signal carré, retardé de 20 s, d'amplitude -0.2 V et de période 20 s. Les réponses d'une telle situation sont données par les figures (II.36) et (II.37).

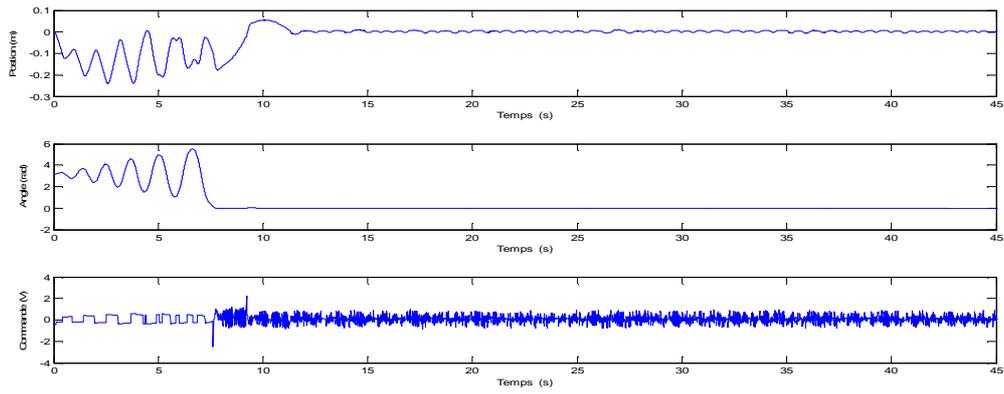


Figure II.34: Résultats obtenus, sans fonction de saturation et perturbations externes

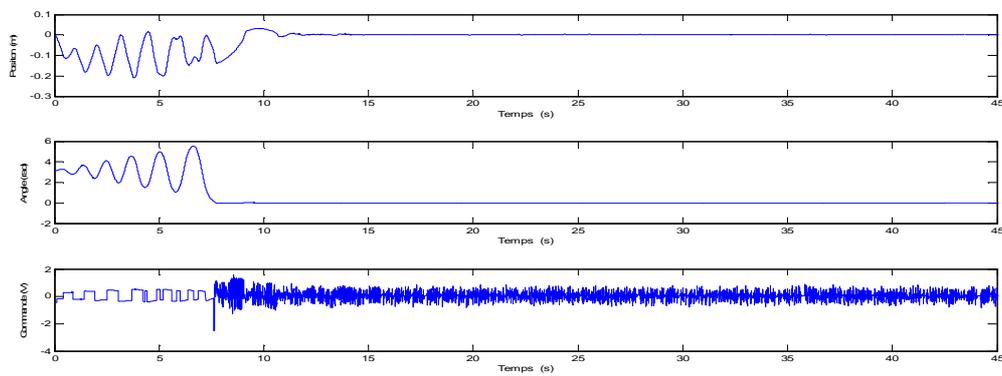


Figure II.35: Résultats obtenus, avec fonction de saturation et sans perturbations externes

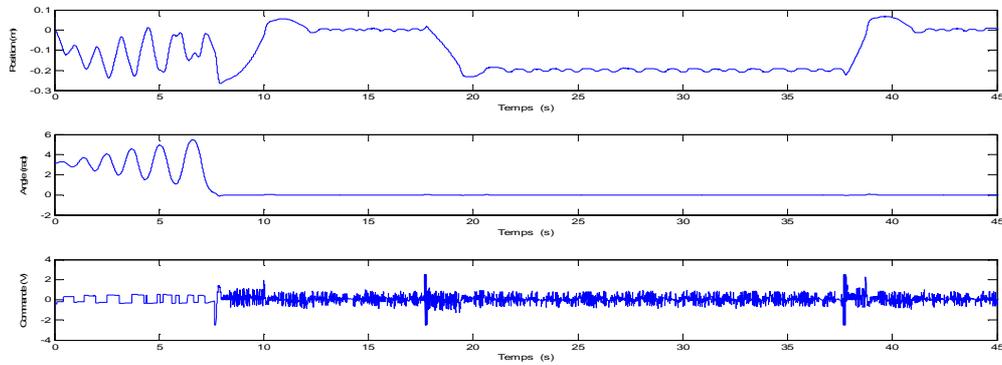


Figure II.36: Résultats obtenus d'une poursuite rectangulaire, sans fonction de saturation

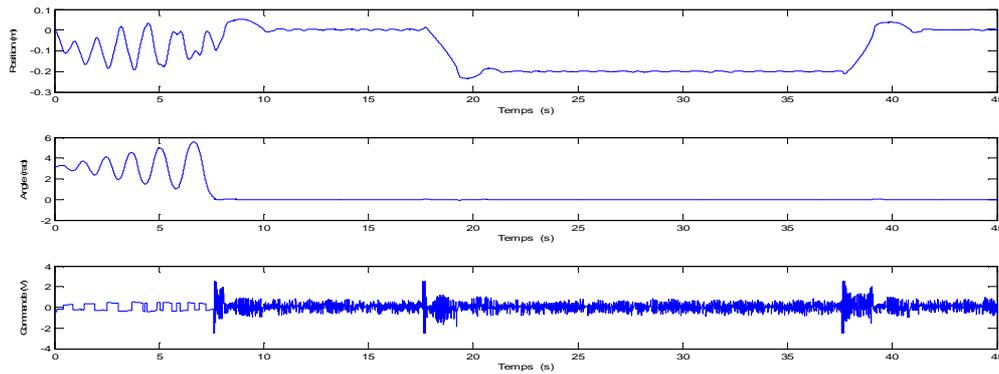


Figure II.37: Résultats obtenus d'une poursuite rectangulaire, avec fonction de saturation

Ces résultats montrent les qualités de poursuite satisfaisantes. En effet, nous constatons que cette stratégie de commande rejette rapidement ces perturbations ce qui permet de conclure que les performances de poursuite sont très peu affectés par ces perturbations.

II.4 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons vu les notions de base concernant la commande linéaire quadratique, la commande par mode glissant. L'intérêt majeur de ces approches réside dans la simplicité de la mise en œuvre de ces lois de commande.

Ensuite, nous avons présenté les résultats de simulations et expérimentaux qu'a données chaque commandes. Nous avons vu que ces schémas de commande présentent de très bonnes performances et une robustesse remarquable, tout en respectant toutes les restrictions pratiques.

Les résultats de simulations et expérimentaux montrent que ceux obtenus par la commande de mode de glissement sont plus performant que ceux de la commande LQR, ceci est due au bon choix de la surface de glissement, plus loin un réglage au niveau de P et Q pour obtenir plus de performance.

Ces contrôleurs convenables ont déjà été mis en œuvre, mais des améliorations peuvent être apportées pour optimiser encore plus le comportement du système et faire en sorte qu'il consomme moins d'énergie électrique quelque soit les objectifs visés et les contraintes existantes.

Le chapitre suivant a donc pour but de synthétiser deux contrôleurs à base de techniques nouvelles dites intelligentes qui seront plus performants, robustes et moins gourmand en énergie, en vue de réaliser des avancées significatives.

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter et analyser quelques structures intelligentes basées sur les concepts tels que la logique floue, les réseaux de neurones et les réseaux neuro-flous. Cette démarche est menée afin de lever une contrainte en contrôle relative à la nécessité de disposer d'un modèle le plus fidèle possible, sachant que les erreurs de modélisation et les imperfections des modèles, contribuent à dégrader notablement les performances des lois de commandes conventionnelles[MEL 98].

Dans la première partie, nous étudierons en détail les principes de la logique floue et ses applications dans le domaine du réglage puis nous décrirons les différentes solutions pour un organe de commande basé sur les principes flous.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous discuterons des algorithmes dits "réseaux de neurones". Nous présenterons les propriétés des réseaux de neurones, en tenant compte de leurs caractéristiques dans le traitement du problème posé.

Ensuite, dans la troisième partie de ce chapitre nous nous concentrerons en particulier sur la projection des systèmes flous dans un réseau de neurones afin de former un système neuro-flou en tirant les profits de la logique floue et des réseaux de neurones. L'esprit de ces réseaux est d'intégrer à priori, une connaissance même imparfaite, mais permettant un apprentissage plus rapide qu'avec des poids initiaux aléatoires.

A la fin de la synthèse de chaque type de commandes, nous présenterons les résultats de simulations suivies des résultats expérimentaux du système commandé mis à l'épreuve de perturbations et de variations paramétriques.

III.2 Logique floue et la commande floue

III.2.1 Introduction

La logique floue est une théorie qui a connu un grand engouement depuis que **Zadeh** a introduit le concept de sous-ensembles flous en 1965. Par la suite, en 1974, **Mamdani** introduisait la commande floue pour la régulation de processus industriel. Dans les années 80, la commande floue connaît un essor considérable au Japon, notamment grâce aux travaux de **Sugeno**. La logique floue permet de faire le lien entre modélisation numérique et modélisation symbolique, ce qui a permis des développements industriels spectaculaires à partir d'algorithmes très simples de traduction de connaissances symboliques en entité numérique et inversement. Elle présente en effet l'avantage d'utiliser des règles linguistiques simples permettant de traduire facilement le savoir faire d'un expert pour répondre à une problématique spécifique [FAU.06].

III.2.2 La logique floue [FAU.06].

La notion de logique floue permet d'étendre la notion de logique classique, associée aux variables booléennes ne prenant que deux valeurs 0 et 1. Il est alors possible d'associer à des variables des coefficients d'appartenance à des sous-ensembles flous prenant des valeurs dans l'intervalle $[0, 1]$ et quantifiant l'incertitude sur la variable. Un événement certain pour la variable se traduira par un coefficient d'appartenance au sous-ensemble flou, c'est-à-dire à la propriété, égal à 1 alors que la valeur sera inférieure à 1 en présence d'incertitudes. Il vient alors qu'une valeur nulle pour un coefficient d'appartenance indique que la possibilité d'appartenance au sous-ensemble sélectionné de la variable représentant la grandeur concernée est complètement rejetée.

III.2.3 Notion de sous-ensemble flou [LAU.03]

Dans la théorie classique des ensembles, un sous-ensemble A de B est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui caractérise tout élément x appartenant à B . Cette fonction prend la valeur 1 si x appartient à A et la valeur 0 dans le cas contraire :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \in A \\ 0 & \text{Si } x \notin A \end{cases} \quad (III.1)$$

En logique floue, un sous-ensemble flou A de B est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ pouvant prendre différentes valeurs comprises entre 0 et 1, selon le degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble A .

$$\mu_A(x) \in [0 \ 1]$$

III.2.4 Univers de discours [MAD.08]

L'univers de discours représente l'ensemble de référence ou le domaine de variation de la variable linguistique, ou domaine de fonctionnement du processus dans le cas de réglage, comme illustré sur la figure (III.1) dont plusieurs sous-ensembles sont décrits par des fonctions d'appartenance (FA) triangulaires et trapézoïdales.

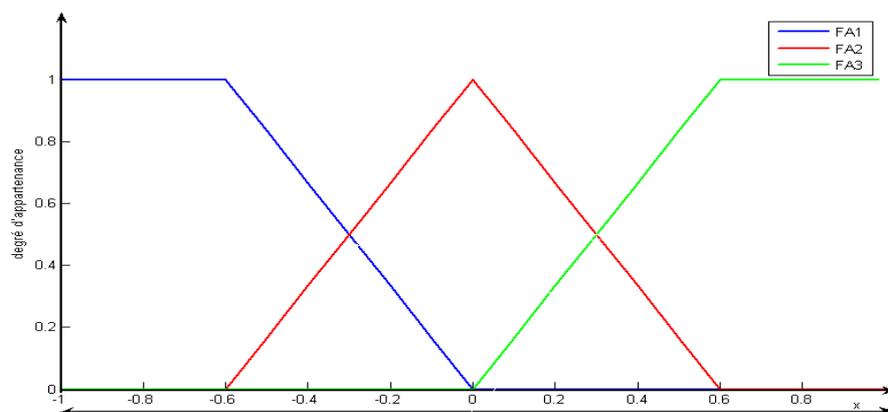


Figure III.1 : Univers de discours normalisé uniforme de 3 ensembles.

III.2.5 Variable et valeur de variable linguistique [MAD.08]

La variable linguistique représente un phénomène ou une grandeur, par des termes linguistiques : « quelque, beaucoup, souvent », «négative, environ zéro et positive» ce sont les valeurs linguistiques.

III.2.6 Règles d'inférence [GER.08].

On appelle règles d'inférence l'ensemble des différentes règles reliant les variables floues d'entrée d'un système aux variables floues de sortie de ce système à l'aide des différents operateurs. Ces règles se présentent sous la forme :

Si condition 1 ET/OU condition 2 (ET/OU...) alors action sur les sorties OU
Si condition 3 ET/OU condition 4 (ET/OU...) alors action sur les sorties OU
 ⋮
Si condition n ET/OU condition n+1 (ET/OU...) alors action sur les sorties.

Ou par une matrice d'inférence sous forme d'un tableau donné ci-dessous

U		θ		
		N	EZ	P
dθ/dt	N	N	N	EZ
	EZ	N	EZ	P
	P	EZ	P	P

Tableau III.1 : Règles d'inférence pour RLFT

III.2.7 Représentation des fonctions d'appartenance [GAC.97]

On représente les variables linguistiques par leurs fonctions d'appartenances. Donc à chaque sous-ensemble flou A_i est associé une fonction d'appartenance $\mu_{A_i}(x)$ où x est la variable linguistique. Tel que, à chaque point x est associé une valeur précise de $\mu_{A_i}(x)$, qui désigne, le degré d'appartenance de x à A_i .

La fonction d'appartenance peut être représentée par plusieurs formes : Triangulaire, trapézoïdale, sigmoïdale et gaussienne. On peut définir d'autres formes de fonctions d'appartenance, mais dans le réglage par logique floue, les formes déjà citées et illustrées sur la figure (III.2) sont largement suffisantes pour délimiter les ensembles flous.

III.2.7.1 Fonction triangulaire [GAC.97]

Elle est définie par trois paramètres $\{a, b, c\}$, qui déterminent les coordonnées des trois sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right) \quad (\text{III.2})$$

III.2.7.2 Fonction trapézoïdale

Elle est définie par quatre paramètres $\{a, b, c, d\}$, qui déterminent les coordonnées des quatre sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right) \quad (\text{III.3})$$

III.2.7.3 Fonction sigmoïde :

Elle est définie par deux paramètres $\{a, b\}$,

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))} \quad (\text{III.4})$$

III.2.7.4 Fonction gaussienne :

Elle est définie par deux paramètres $\{\sigma, m\}$,

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{III.5})$$

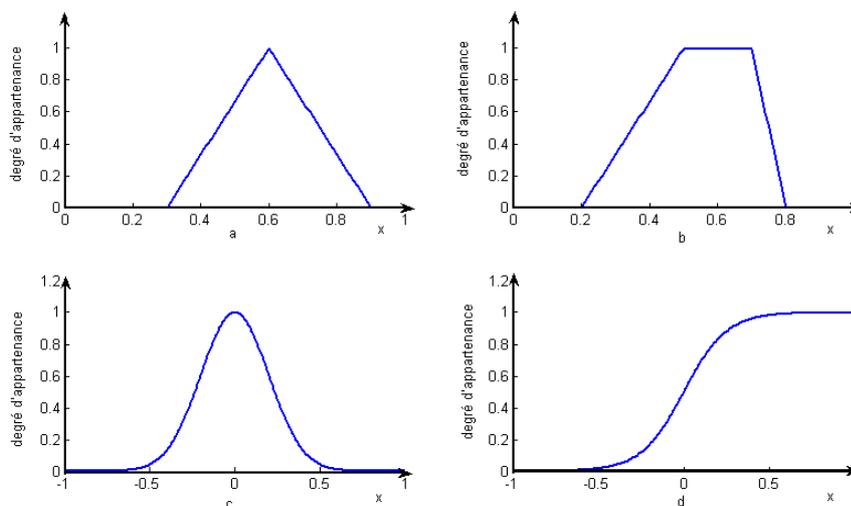


Figure III.2 : Formes des fonctions d'appartenance usuelles

III.2.8 Opérations sur les ensembles flous [LAU.03]

Les opérations d'union, d'intersection et de complémentation dans les ensembles flous sont définies à l'aide de leurs fonctions d'appartenance.

III.2.8.1 Egalité :

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) = f_B(x). \quad (III.6)$$

III.2.8.2 Inclusion:

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) \leq f_B(x). \quad (III.7)$$

III.2.8.3 La disjonction floue, 'OU' ou Union :

La fonction d'appartenance (*Figure III.5*) $\mu_{A \cup B}$ est définie, pour tout $u \in U$, par :

Mamdani :
$$\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (III.8)$$

Sugeno :
$$\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) + \mu_B(u) - \mu_A(u) \cdot \mu_B(u) \quad (III.9)$$

III.2.8.4 La conjonction floue, 'ET' ou intersection :

La fonction d'appartenance *Figure (III.6)* $\mu_{A \cap B}$ est définie, pour tout $u \in U$, par :

Mamdani :
$$\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\} \quad (III.10)$$

Sugeno :
$$\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(u) \quad (III.11)$$

III.2.8.5 La complémentation, négation ou inverse :

La fonction d'appartenance *Figure (III.7)* $\mu_{\bar{A}}$ du complément d'un ensemble A est définie, pour tout $u \in U$, dans les deux cas par :

$$\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(u) \quad (III.12)$$

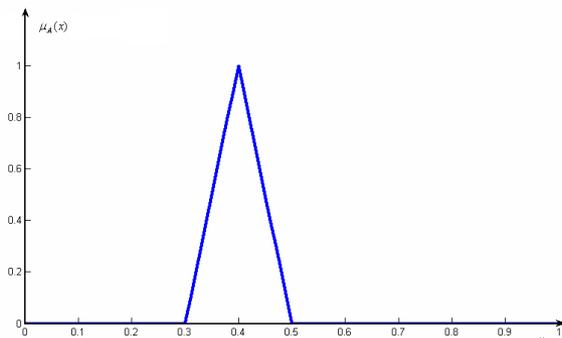


Figure III.3: Fonction d'appartenance A

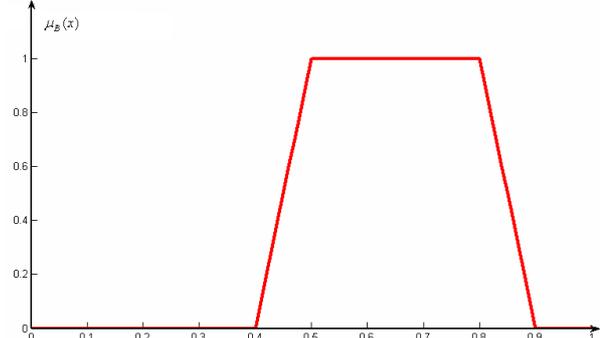


Figure III.4: Fonction d'appartenance B

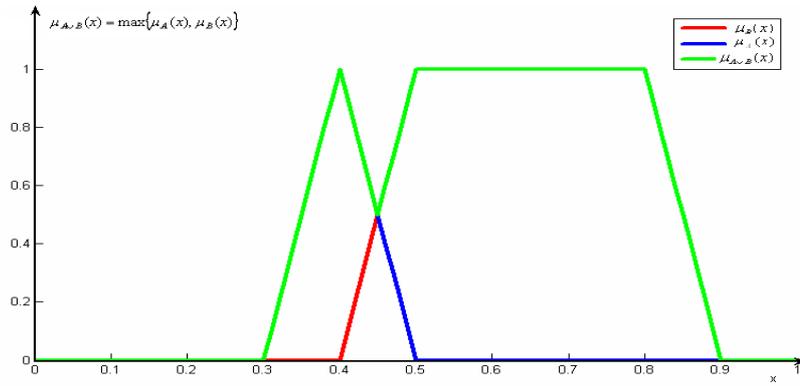


Figure III.5 : Fonction d'appartenance de l'union

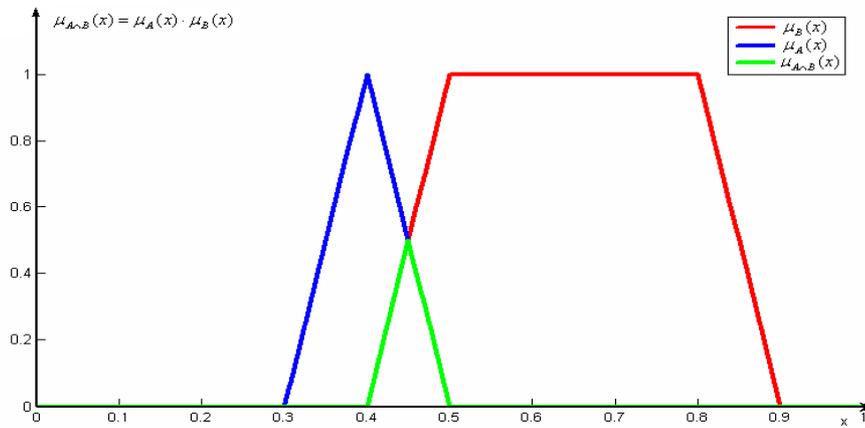


Figure III.6 : Fonction d'appartenance d'intersection

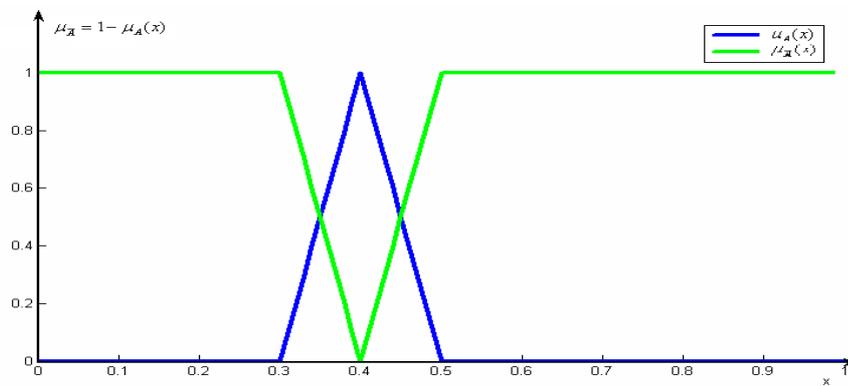


Figure III.7 : Operateur de complémentation de la fonction d'appartenance A

III.2.9 Structure d'un réglage par logique floue [BÜH.94].

Le contrôleur par logique floue est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle u (non floue) à appliquer au système afin de réaliser l'objectif de contrôle qui est l'annulation de l'erreur de réglage $e = y - r$ (la sortie mesurée – la référence)

Les entrées de réglage sont en général :

- La valeur réelle de l'erreur e
- La dérivée de l'erreur \dot{e}

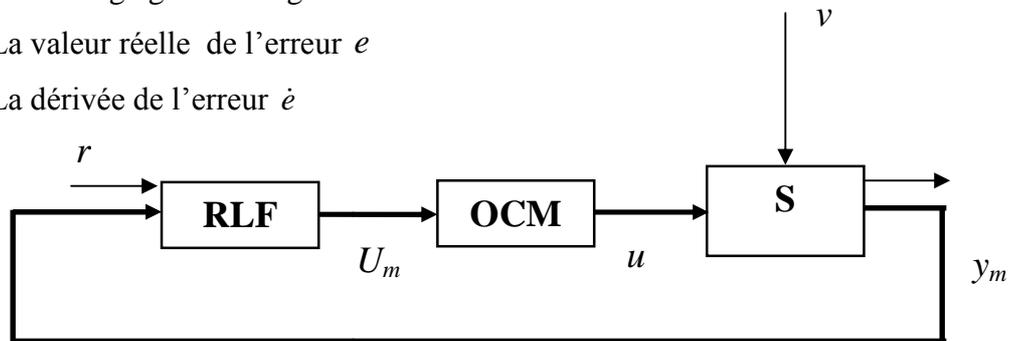


Figure III.8 : Structure d'un réglage par logique floue

OCM : c'est l'organe de commande, S : c'est le système à régler. c : la grandeur de consigne, U_m : le signal de commande fournit par le RLF, U : la grandeur de commande fournie par l'OCM. V : une perturbation, Y : la grandeur à régler (ou sortie). Y_m : le vecteur qui contient les grandeurs mesurées.

III.9.10 Configuration interne d'un système d'inférence floue (SIF)

Un système flou est un système à base de connaissances particulières, dont l'architecture de base est illustrée par la figure (III.9), se compose essentiellement de quatre modules.[LAB.98]

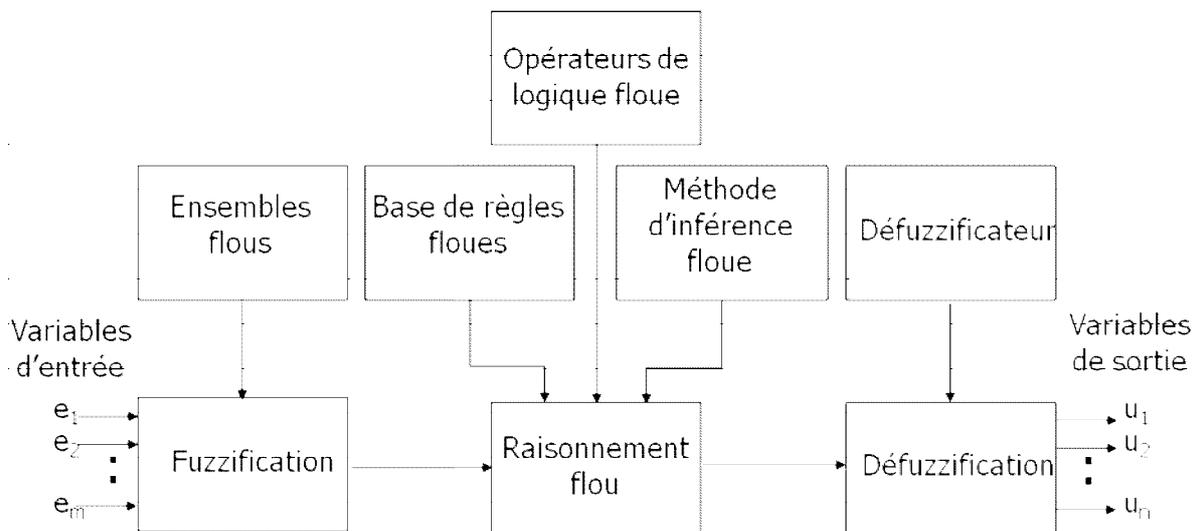


Figure III.9 : Architecture d'un contrôleur par logique floue

III.2.10.1 Fuzzification

C'est le mécanisme réalisant l'interface " Numérique - Linguistique" qui permet de transformer une grandeur générée par un capteur à l'entrée en partie floue définie sur un espace de représentation lié à l'entrée. Du choix de cet espace de représentation (numérique ou linguistique) dépend la nature de la partie floue E résultante de la partie fuzzification. Cette dernière peut être un sous ensemble numérique (élément de $F(X)$) ou un sous ensemble flou symbolique (élément $F(L(X))$). On distingue alors deux types de fuzzification respectivement appelées fuzzification numérique et fuzzification symbolique [NAK.97].

III.2.10.1.1 Fuzzification numérique

Une fuzzification numérique transforme toute valeur numérique x de l'entrée en valeur floue numérique, c'est-à-dire un élément de $F(X)$, en utilisant la fuzzification singleton ou non singleton.

La fuzzification Singleton de la valeur $x = x_0$ est la partie floue numérique $N(x_0)$ dont la fonction d'appartenance est définie par [BYU.98]

$$\mu_{N(x_0)}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x = x_0 \\ 0 & \text{Si } x \neq x_0 \end{cases} \quad (\text{III.13})$$

Dans la fuzzification non Singleton de la valeur $x = x_0$, la fonction d'appartenance de la partie floue numérique $N(x_0)$ peut être définie par une fonction gaussienne.

$$\mu_{N(x_0)}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x - x_0}{\beta}\right)^2\right) \quad (\text{III.14})$$

Où β est paramètre qui caractérise la largeur de la fonction d'appartenance.

III.2.10.1.2 Fuzzification Symbolique [MEL.98]

Elle transforme toute valeur numérique x en une partie floue linguistique, c'est-à-dire un élément de $F(L(X))$. Cette partie floue permet de caractériser à quel point la valeur numérique peut être décrite par le symbole $L(X)$, en utilisant la description supérieure ou inférieure de l'entrée x , comme suit :

Supposons que l'ensemble des symboles relatifs à l'entrée x soit défini par $L(x) = \{N, Z, P\}$, où N= Négative, Z= Zéro, P= Positive et que l'univers de discours associé

X, soit défini par $X = [-0.4, 0.4]$. La signification floue des différents symboles est donnée par M_X . Ainsi, la figure suivante montre la description floue d'une entrée $x = 0.3$.

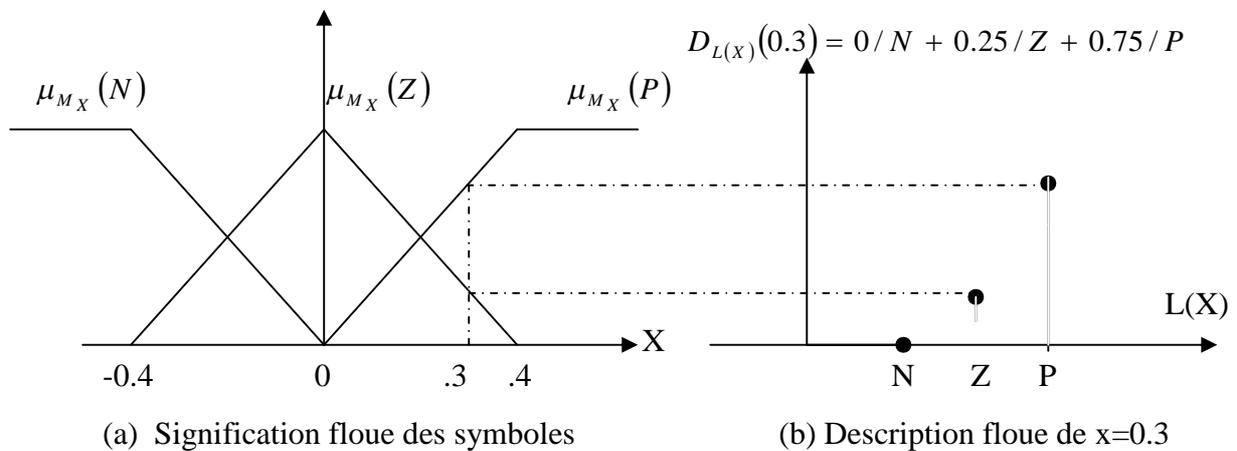


Figure III.10: Lien entre signification floue et description floue

III.2.10.2 Base de règles floues

C'est une base de connaissances qui contient les règles floues décrivant le comportement du système. L'ensemble des règles se présente sous la forme d'une énumération de type:

- Si condition 1 et/ou condition 2 (et/ou...) alors action sur les sorties
- Si condition 3 et/ou condition 4 (et/ou...) alors action sur les sorties
- Si condition 5 et/ou condition 6 (et/ou...) alors action sur les sorties

III.2.10.3 Le moteur d'inférence flou

Il transforme à l'aide des techniques de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue, afin d'évaluer le degré de vérité d'une règle i à partir des fonctions d'appartenance liées à la prémisse et à la conclusion. L'agrégation des n règles s'effectue en combinant les différentes règles floues à l'aide de l'opérateur **Ou**. En effet, une telle énumération est comprise dans ce sens:

- Si condition 1 et/ou condition 2 (et/ou...) alors action sur les sorties
- ou**
- Si condition 3 et/ou condition 4 (et/ou...) alors action sur les sorties
- ou**
- Si condition 5 et/ou condition 6 (et/ou...) alors action sur les sorties

III.2.10.4 Défuzzification [MEL 98]

C'est une interface "Linguistique - Numérique" qui transforme la partie floue de l'inférence en valeurs numériques directement exploitables par le processus. Le résultat de l'inférence peut être soit une partie floue numérique, soit une partie floue symbolique. Afin de les transformer en une valeur numérique, on aura besoin de deux types de défuzzification: une défuzzification numérique δ_1 , et une défuzzification symbolique δ_2 [MEL.98]. La figure (III.3) montre ces deux types de défuzzification dans le cadre de la topologie SIF [NAK.97].

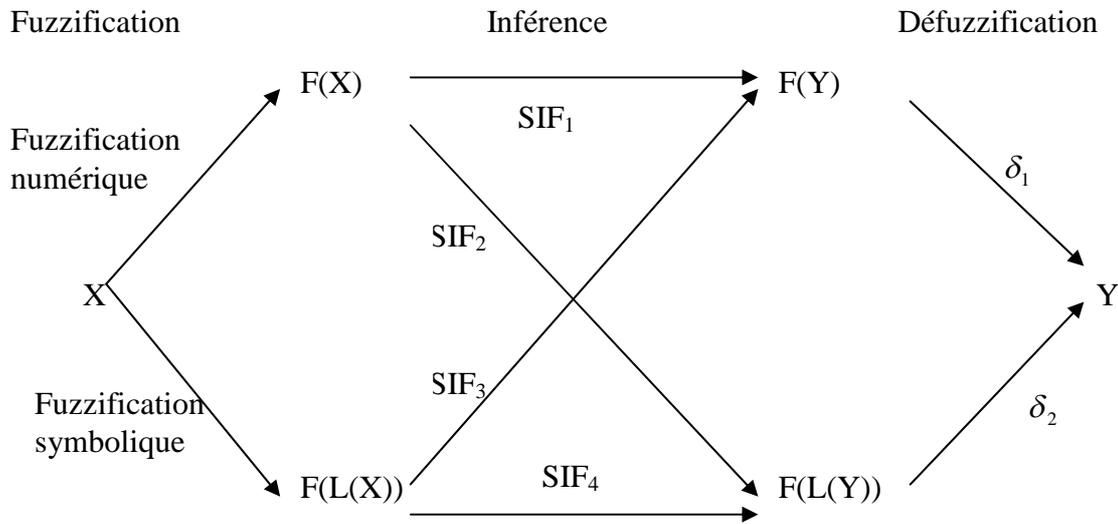


Figure III.11 : Défuzzification numérique et symbolique

Le choix de t-norme \perp min et t-conorme T max permet de retrouver les quatre familles SIF suivantes:

- Famille SIF₁, $(U = X, V = Y), \forall x \in X, \forall y \in Y,$

$$\mu_F(y) = \perp_{x \in X} (\mu_X(x) T \mu_R(x, y)). \tag{III.15}$$

- Famille SIF₂, $(U = X, V = L(Y)), \forall x \in X, \forall L' \in L(Y),$

$$\mu_F(L') = \perp_{x \in X} (\mu_X(x) T \mu_R(x, L')). \tag{III.16}$$

- Famille SIF₃, $(U = L(X), V = Y), \forall L \in L(X), \forall y \in Y,$

$$\mu_F(y) = \perp_{L \in L(X)} (\mu_X(L) T \mu_R(L, y)). \tag{III.17}$$

- Famille SIF₄, $(U = L(X), V = L(Y)), \forall L \in L(X), L' \in L(Y),$

$$\mu_F(L') = \perp_{L \in L(X)} (\mu_X(L) T \mu_R(L, L')). \tag{III.18}$$

III.2.10.4.1 Défuzzification numérique

Ce type de défuzzification δ_1 dans la figure (III.11) est utilisé pour les familles SIF₁ et SIF₃ par la méthode la plus couramment utilisée dite défuzzification par calcul centre de gravité dont l'énoncé est le suivant:

Soit $F \in F(Y)$, la partie floue numérique issue de l'inférence. La valeur numérique y^* produite par l'application de la méthode de centre de gravité est donnée par:

$$y^* = \delta_1(F) = \frac{\int_{y \in Y} \mu_F(y) \cdot y \cdot dy}{\int_{y \in Y} \mu_F(y) \cdot dy} \quad \text{si } Y \text{ est continue} \quad (\text{III.19})$$

La valeur y^* produite par défuzzification δ_1 est définie comme étant la coordonnée y du centre de gravité (G) de la surface située sous μ_F voir la figure (III.12). Cependant, son calcul est relativement complexe puisqu'il nécessite le calcul d'une intégrale, ou d'une somme pondérée dans le cas discret.

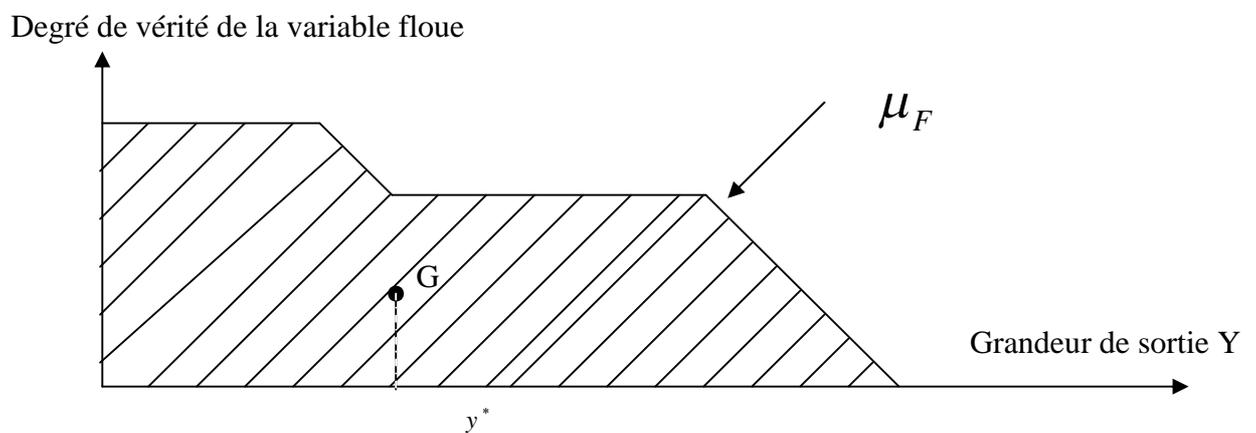


Figure III.12: Défuzzification par calcul du centre de gravité

III.2.10.4.2 Défuzzification symbolique

La défuzzification symbolique δ_2 dans la figure(III.3) transforme un sous ensemble flou symbolique en une valeur numérique, en considérant la défuzzification symbolique comme étant la composition de deux opérations δ_3 et δ_1 , c'est-à-dire $\delta_2(F) = \delta_1(\delta_3(F))$ où

δ_1 est la fonction de la défuzzification numérique et δ_3 est une fonction qui transforme un sous ensemble flou symbolique de $F(L(Y))$ en un sous ensemble flou numérique de $F(Y)$, par application de la règle compositionnelle d'inférence

$$\forall y \in Y \quad \mu_{\delta_3(F)}(y) = \perp_{L' \in L(Y)} T(\mu_F(L'), \mu_R(L', y)) \tag{III.20}$$

III.2.11 Les différents systèmes d'inférence floue [GER.04] [JAN.92]

Le système d'inférence flou est composé essentiellement de la base de règles, de la base de données (les paramètres des fonctions d'appartenance) et du raisonnement flou. Les types les plus courants sont représentés sur les deux figures suivantes:

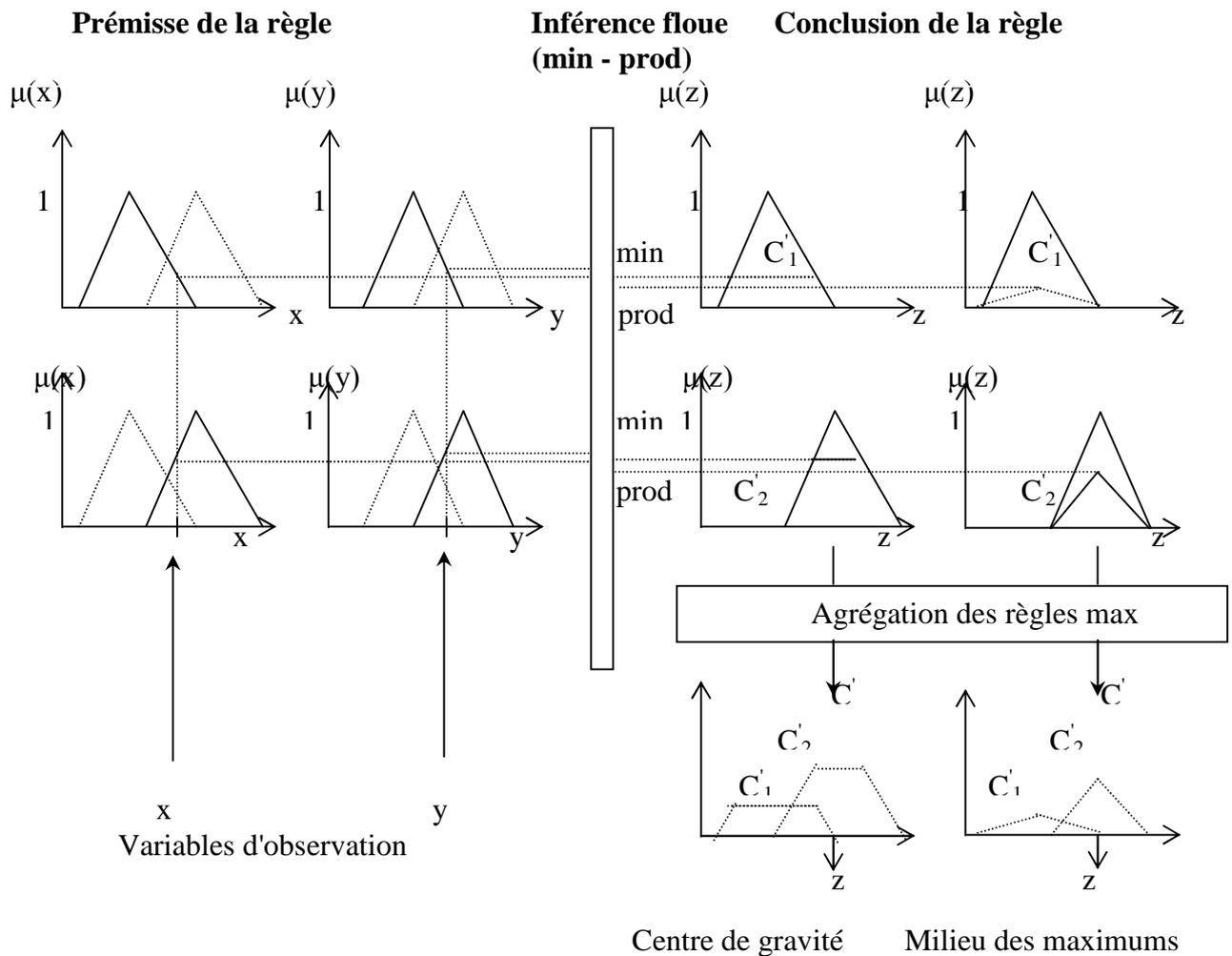


Figure III.13: Système d'inférence floue de Mamdani

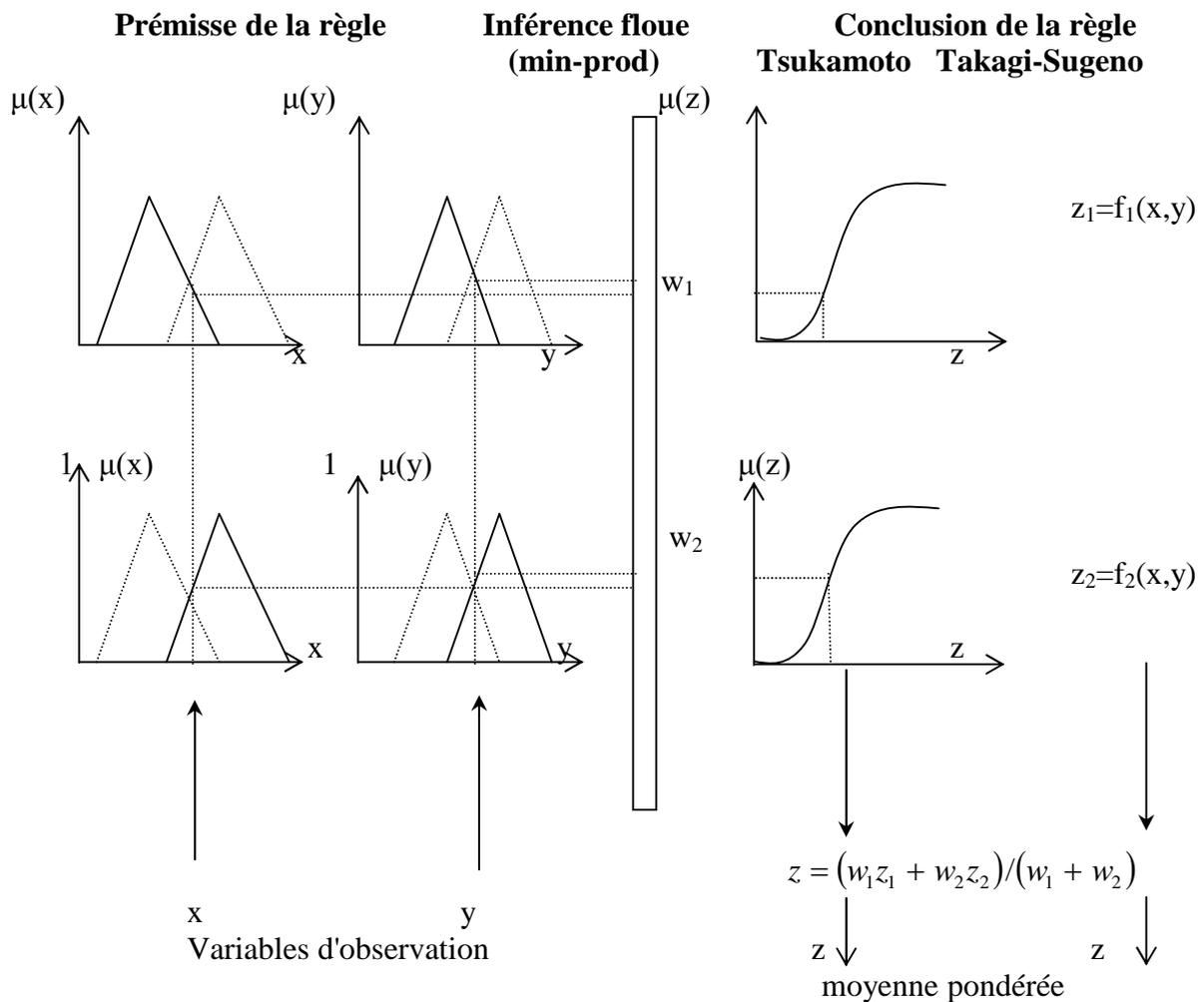


Figure III.14: Système d'inférence flou de Tsukamoto et Takagi-Sugeno

Dans la méthode de Mamdani, les prémisses et les conclusions des règles sont floues. L'inférence floue est réalisée à l'aide de l'opérateur min (minimum) ou prod (produit) et l'agrégation des règles à l'aide de l'opérateur max (maximum). La défuzzification est généralement effectuée par la méthode du centre de gravité.

Pour TSUKAMOTO, la fonction d'appartenance de chaque conclusion est une fonction monotone croissante. L'inférence floue est réalisée par l'opérateur min ou prod. La sortie numérique est une moyenne pondérée des valeurs issues des fonctions monotones.

La méthode de TAKAGI-SUGENO, est très efficace du point de vue de calcul car elle privilégie l'analyse mathématique, elle fonctionne bien avec les techniques linéaires, l'optimisation et les techniques dites adaptatives. L'inférence floue est réalisée avec l'opérateur min ou prod. Les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à partir des entrées et la valeur finale est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions.

III.2.12 Synthèse du correcteur PID classique [JAN.98] [BOU.05]

La sortie agissant du correcteur proportionnel intégral dérivé idéal est liée à l'erreur en entrée par :

$$u = K_c \left[e + \frac{1}{T_i} \int_0^t e \, d\tau + T_d \frac{de}{dt} \right] \quad (\text{III.21})$$

Avec : $e = w - y$

Puisque le correcteur flou est un correcteur numérique, alors il faut déterminer l'équivalent discret du correcteur PID classique continu. Pour des petites valeurs de la période d'échantillonnage T_s , la relation (III.21) devient :

$$u_k = K_c \left[e_k + \frac{1}{T_i} \sum_{j=1}^k e_j T_s + T_d \frac{e_k - e_{k-1}}{T_s} \right] \quad (\text{III.22})$$

Où u_k représente le signal de commande à l'instant k .

III.2.12.a Détermination des paramètres d'adaptation d'un correcteur flou en fonction des paramètres classique [JAN.98]

En premier lieu, il faut choisir le type de correcteur, puis en discrétisant le correcteur classique obtenu on détermine les relations donnant les paramètres d'adaptation du correcteur flou équivalent. Dans le cas d'un PID nous avons :

$$GE = f_1(K_c, T_i, T_d)$$

$$GCE = f_2(K_c, T_i, T_d)$$

$$GU = f_3(K_c, T_i, T_d)$$

Avec K_c , T_i , et T_d sont les paramètres d'un correcteur classique, et GCE, GE et GU sont les paramètres d'adaptation du correcteur flou. Dans cette section, nous allons présenter ces relations de passage pour les différents types de correcteur.

III.2.12.1 Correcteur proportionnel flou (FP)

Ce type de correcteur est donné par la figure (III.15):

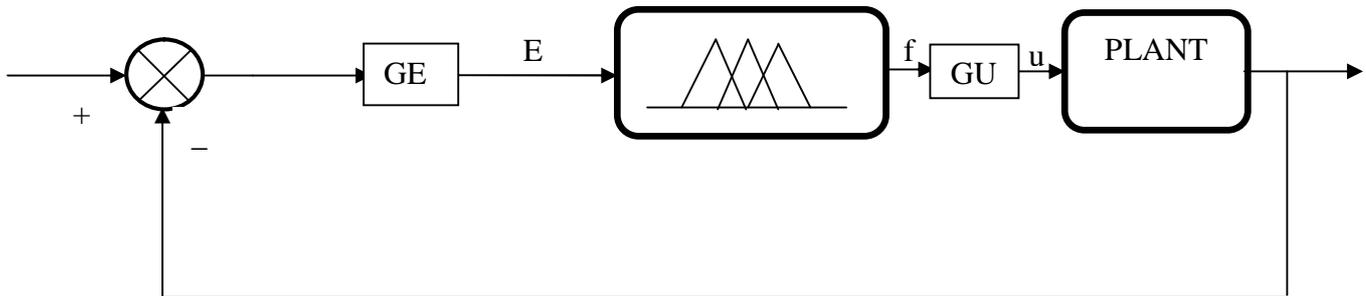


Figure III.15: Structure d'un régulateur flou type P

L'entrée du correcteur est l'erreur, la sortie est le signal de commande u . Ce correcteur possède deux paramètres d'adaptations (gains) GE et GU . On symbolise le signal avant le gain par une lettre minuscule et après le gain par une lettre majuscule, par exemple $E = GE \cdot e$.

Le signal de commande u_k , est une fonction non linéaire en fonction de e_k :

$$u_k = f(GE \cdot e_k) \cdot GU \quad (\text{III.23})$$

Par des choix judicieux au niveau de la structure interne du correcteur flou, on peut employer l'approximation linéaire de f comme suit [JAN.98] :

$$f(GE \cdot e_k) = GE \cdot e_k \quad (\text{III.24})$$

La relation (III.23) devient :

$$u_k = GE \cdot e_k \cdot GU = GE \cdot GU \cdot e_k \quad (\text{III.25})$$

Dans le cas d'un correcteur proportionnel classique la sortie agissante est proportionnelle à l'erreur en entrée :

$$u_k = K_c \cdot e_k \quad (\text{III.26})$$

Ces deux dernières relations donnent :

$$GE \cdot GU = K_c \quad (\text{III.27})$$

III.2.12.2 Correcteur proportionnel dérivée flou (FPD)

Le correcteur proportionnel dérivé a comme entrée : l'erreur « e » et sa dérivée « de » illustré par la figure (III.16):

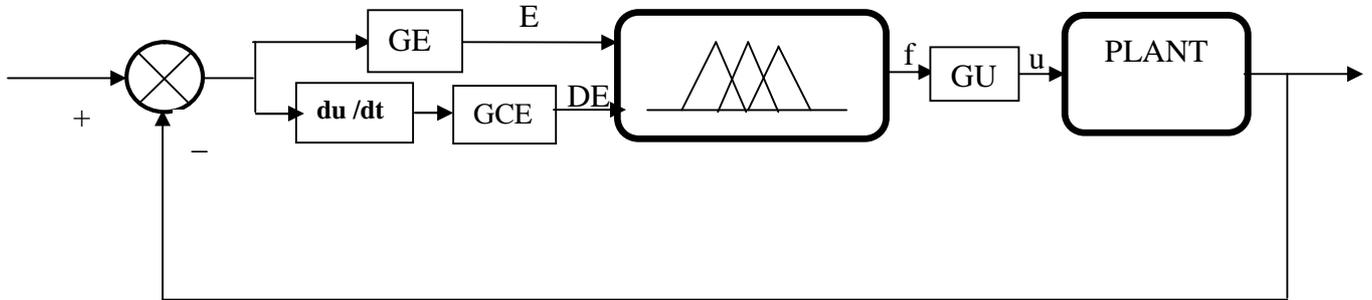


Figure III.16: Structure d'un régulateur flou type PD

Dans ce cas le signal de commande u_k est une fonction non linéaire en fonction de l'erreur « e » et la dérivée de l'erreur « de », u_k est donné comme suit :

$$u_k = f(GE . e_k, GCE . de_k) . GU \tag{III.28}$$

De même un choix de structure interne peut conduire à employer l'approximation linéaire de f comme suit :

$$u_k = (GE . e_k + GCE . de_k) . GU \tag{III.29}$$

Avec $de_k = \frac{e_k - e_{k-1}}{T_s}$.

Ce qui donne :

$$u_k = GE . GU . (e_k + \frac{GCE}{GE} . \frac{e_k - e_{k-1}}{T_s}) \tag{III.30}$$

Dans le cas d'un correcteur proportionnel dérivé classique la relation (III.22) donne :

$$u_k = K_c . \left(e_k + T_d . \frac{e_k - e_{k-1}}{T_s} \right) \tag{III.31}$$

Par identification les deux dernières relations donnent :

$$GE \cdot GU = K_c \quad (III.32)$$

$$\frac{GCE}{GE} = T_d \quad (III.33)$$

III.2.12.3 Correcteur flou proportionnel intégral (FPI)

Le correcteur proportionnel intégral a comme entrées : l'erreur « e », sa dérivée « de » et l'intégral de la sortie comme commande, voire la figure (III.17):

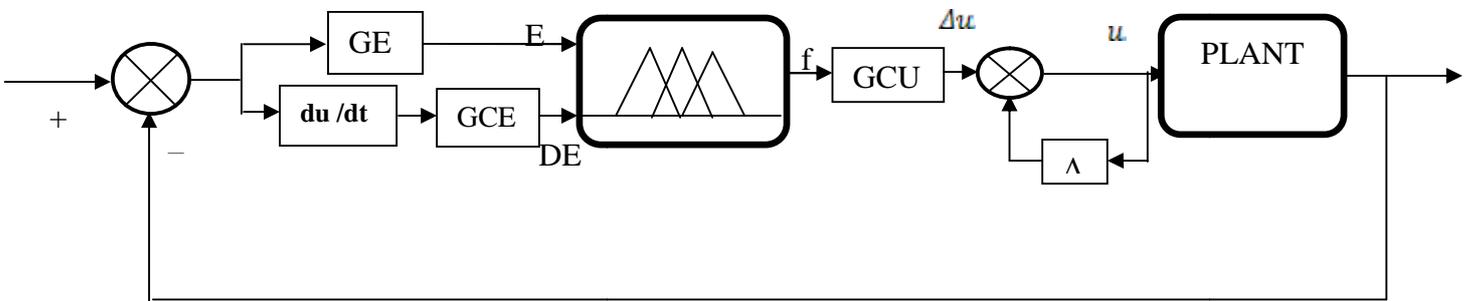


Figure III.17: Structure d'un régulateur flou type PI

Pour ce type de correcteur le signal de commande u_k est déterminé en incrémentant la valeur de la commande à l'instant $k - 1$ par la variation Δu_k , comme suit :

$$u_k = u_{k-1} + \Delta u_k \quad (III.3')$$

Avec la relation (III.22) pour $T_d = 0$ on a :

$$\Delta u_k = u_k - u_{k-1} = K_c \cdot \left(e_k - e_{k-1} + \frac{1}{T_i} \cdot e_k \cdot T_s \right) \quad (III.35)$$

Dans ce cas le signal de commande u_k est la somme des incréments précédents :

$$u_k = \sum_{i=1}^k \Delta u_i \cdot GCU \cdot T_s \quad (III.36)$$

Un choix judicieux pour la structure interne permet d'écrire l'approximation linéaire suivante :

$$\begin{aligned}
 u_k &= \sum_{i=1}^k (E_i + DE_i) \cdot GCU \cdot T_s \\
 &= GCU \cdot \sum_{i=1}^k \left[GE \cdot e_i + GCE \cdot \frac{e_i - e_{i-1}}{T_s} \right] \cdot T_s \\
 &= GCU \left[GE \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s + GCE \cdot \sum_{i=1}^k (e_i - e_{i-1}) \right] \\
 &= GCE \cdot GCU \cdot \left[\frac{GE}{GCE} \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s + e_k \right]
 \end{aligned} \tag{III.37}$$

Dans le cas d'un correcteur proportionnel intégral classique la relation (III.22) donne :

$$u_k = K_c \cdot \left[e_k + \frac{1}{T_i} \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s \right] \tag{III.38}$$

Par identification les deux dernières relations donnent :

$$GCE \cdot GCU = K_c \tag{III.39}$$

$$\frac{GE}{GCE} = \frac{1}{T_i} \tag{III.40}$$

III.2.12.4 Correcteur flou proportionnel intégral dérivée (FPID)

Le correcteur proportionnel intégral dérivé flou a trois entrées : l'erreur, sa dérivée et son intégrale, donné par la figure (III.18).

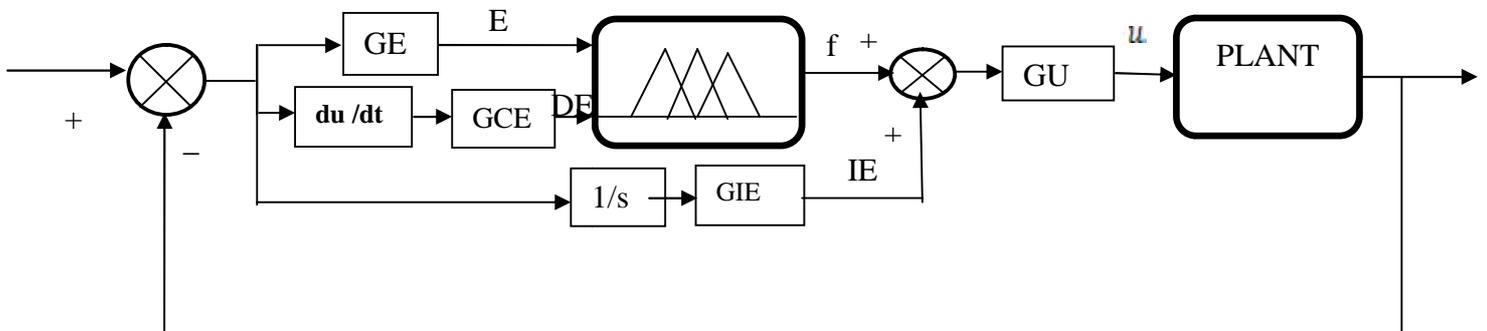


Figure III.18: Structure d'un régulateur flou type PID

L'avantage de cette structure de commande basée sur le moteur flou proportionnel dérivée, est qu'il est possible de construire un correcteur de type PID sans avoir à calculer la

dérivée seconde de l'erreur, qui risquerait d'amplifier de façon trop importante le bruit de mesure.

La sortie du correcteur est ainsi une fonction non linéaire des trois entrées, u_k est donnée comme suit :

$$u_k = \left[f(GE \cdot e_k, GCE \cdot de_k) + GIE \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s \right] \cdot GU \quad (III.41)$$

L'approximation linéaire de f est:

$$\begin{aligned} u_k &= \left[GE \cdot e_k + GCE \cdot \frac{(e_k - e_{k-1})}{T_s} + GIE \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s \right] \cdot GU \\ &= GE \cdot GU \left[e_k + \frac{GIE}{GE} \cdot \sum_{i=1}^k e_i \cdot T_s + \frac{GCE}{GE} \cdot \frac{e_k - e_{k-1}}{T_s} \right] \end{aligned} \quad (III.42)$$

Par identification de la relation (III.42) avec la relation (III.22), on trouve :

$$GE \cdot GU = K_c \quad (III.43)$$

$$\frac{GCE}{GE} = T_d$$

(III.44)

$$\frac{GIE}{GE} = \frac{1}{T_i} \quad (III.45)$$

III.2.12.5 Relation de passage

Le tableau (III.2) résume les relations donnant les paramètres d'adaptation d'un correcteur flou en fonction des paramètres d'un correcteur PID classique :

		Correcteur PID classique		
		K_c	$\frac{1}{T_i}$	T_d
Correcteur flou	FP	GE.GU	–	–
	FPI	GCE.GCU	GE/GCE	–
	FPD	GE.GU	–	GCE/GU
	FPID	GE.GU	GIE/GE	GCE/GE

Tableau III.2 : Relation entre les gains flous et classiques.

III.2.13 Réglage d'un contrôleur flou [BÜH.94][NAK.97]

Un contrôleur flou possède de nombreux paramètres de réglage, ce qui peut, à priori, effrayer ses utilisateurs potentiels. En effet, contrairement aux contrôleurs classiques, le contrôleur flou possède un nombre plus conséquent de paramètres, qui lui offre, davantage de degrés de liberté.

On peut distinguer parmi les choix et les réglages à faire :

- L'expression des règles,
- La définition des variables et des valeurs linguistiques,
- La méthode d'implication et la méthode d'inférence,
- La méthode de défuzzification,
- Les facteurs d'échelle sur les entrées et les sorties du contrôleur.

Cependant, on constate une certaine insensibilité du résultat au choix des méthodes d'implication, d'inférence et de défuzzification. Pour les autres paramètres, un réglage séquentiel est possible.

III.2.14 Avantages et désavantages du réglage par la logique floue :

Evidemment, le réglage par logique floue réunit un certain nombre d'avantages et de désavantages. Les avantages essentiels sont [HAN 94] :

- La non nécessité d'une modélisation (cependant, il peut être utile de disposer d'un modèle convenable).
- La maîtrise du système à régler avec un comportement complexe (fortement non linéaire et difficile à modéliser).
- L'obtention fréquente de meilleures prestations dynamiques (régulateur non linéaire).
- La disponibilité de système de développement efficace, soit pour microprocesseur ou PC (solution logicielle), soit pour circuit intégrés (processeurs dédiés, fuzzy processors).

Par contre les désavantages sont :

- Le manque de directives précises pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzzification, des inférences et de la défuzzification).
- L'approche artisanale et non systématique (implémentation des connaissances de l'opérateur, est souvent difficile).
- L'impossibilité de la démonstration de la stabilité du circuit de réglage en toute généralité (en l'absence d'un modèle valable).
- La précision de réglage souvent peut élever.
- La cohérence des inférences non garantie à priori (apparition de règles d'inférence contradictoires possible).

III.2.15 Application de la commande floue sur le pendule inversé**III.2.15.1. Analyse du problème**

L'objet de notre travail consiste à assurer la stabilité verticale du pendule inverse dans un système réel. Pour cela, il est nécessaire de gérer l'équilibre vertical du bras du pendule en tenant compte de la position du chariot sur son rail de guidage dont les dimensions mécaniques sont fixées. En effet, si la position n'est pas maîtrisée, ses variations qui contribuent à l'équilibre du bras vont entraîner l'activation des butées de fin de course, limitant ainsi le déplacement du chariot. Cette détection d'une des butées, soit à droite soit à gauche, provoque alors la coupure de l'alimentation du moteur d'entraînement du chariot, donc chute du pendule, interrompant de ce fait l'expérience.

En conséquence, il importe d'effectuer une commande du moteur à la fois en fonction de l'angle du bras du pendule mais aussi de la position du chariot, donc d'assurer l'équilibre du pendule pour une consigne de position de donnée.

III.2.15.2. Structure de la commande floue**III.2.15.2.1. Enoncé de la méthode**

La commande floue repose sur l'élaboration de règles décrivant le fonctionnement du pendule. Un raisonnement physique appliqué à l'équilibre du bras du pendule, analogue à la stabilité verticale d'un bâton dans la paume de la main, nécessite l'utilisation implicite de deux informations, à savoir :

- La déviation de l'angle.
- La vitesse de la déviation de l'angle.

Dans ce raisonnement, la position du chariot n'est pas prise en compte alors que son contrôle est impératif pour les raisons rappelées précédemment. Aussi, pour assurer sa gestion tout en contrôlant efficacement l'équilibre du bras à une position donnée du chariot, nous utiliserons comme dans le cas de l'angle deux informations du même type.

III.2.15.2.2. Choix des éléments des régulateurs flous

III.2.15.2.2.1. Choix de la forme des classes

Pour permettre une commande progressive et non pas par paliers, la forme triangulaire semble préférable pour toutes les classes des variables d'entrée et de sortie, ce qui permet également de simplifier les calculs.

III.2.15.2.2.2. Définition des référentiels pour les quatre variables d'entrées $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta})$

Dans le but d'effectuer la transformation numérique symbolique, il est nécessaire de connaître la plage de variation réelle de chaque grandeur d'entrée afin d'y faire correspondre son ensemble flou, ce dernier étant lui-même divisé en sous-ensembles flous. Nous avons donc défini 5 sous-ensembles flous (ou classes) respectivement nommés : **Grand Négatif** (GN), **Petit Négatif** (PN), **Zéro** (ZR), **Petit Positif** (PP), **Grand Positif** (GP).

Ecart de position

Il est calculé par différence entre la consigne de position et la mesure de position réelle du chariot par rapport au centre de l'axe de guidage. Les limites physiques de la position du chariot sont comprises entre -50 cm et 50 cm. Le constructeur du pendule ne stipule qu'un écart de position de 40 cm qui ne doit pas être dépassé car la commande correspondante entraîne une inclinaison du bras du pendule, ce qui provoque un arrêt du programme de commande du pendule.

Malgré cette spécification du constructeur, la plage d'écart de position a été élargie à 100 cm en valeur absolue voire la figure (III.19).

Vitesse linéaire

Il est très difficile, voire impossible sans expérimentation, de déterminer les examens de la vitesse linéaire. Néanmoins des mesures ont été effectuées pour un échelon de tension maximale de la commande du moteur. La variation maximale de tension, correspondant à la variation maximale de vitesse du chariot entre deux intervalles de temps consécutifs, est de l'ordre de 1 m/s.

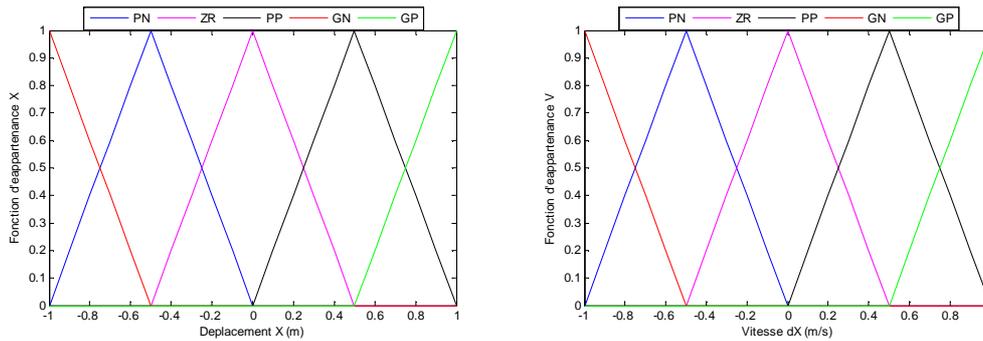


Figure III.19: Définition des classes de position et de vitesse du chariot

Ecart angulaire

Il est calculé par différence entre la consigne angulaire et l'inclinaison prise par le bras du pendule. Les limites physiques de la mesure de l'angle sont fixées entre -20 et +20 degrés; limite de commutation entre les deux contrôleurs une fois le domaine d'attraction est atteint.

Vitesse angulaire

Comme pour la vitesse linéaire, nous avons fixé les limites de la vitesse angulaire. Soit une vitesse angulaire entre -1 et +1 rad/s.

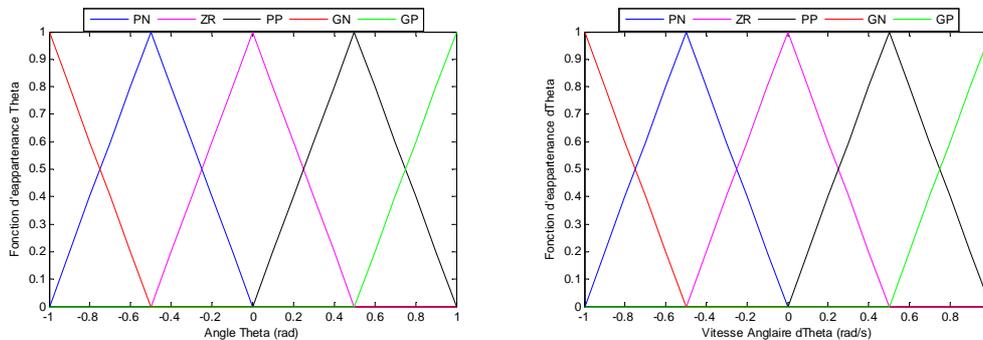


Figure III.20: Définition des classes de position et de vitesse angulaire du pendule

III.2.15.2.3. Définition des référentiels pour les variables de sortie des deux régulateurs

Les deux grandeurs de sortie, exprimées sous forme symbolique à convertir en valeur numérique sont les deux tensions de commande moteur fournies par les deux régulateurs. La forme des classes sera triangulaire et trapézoïdale, même le nombre de sous-ensembles flous reste à cinq.

Tension de commande du moteur

L'ensemble flou de cette grandeur doit s'adapter à la caractéristique demandée par le constructeur, soit une tension évoluant entre 0 et +5 V nécessaire pour attaquer l'étage de puissance du moteur.

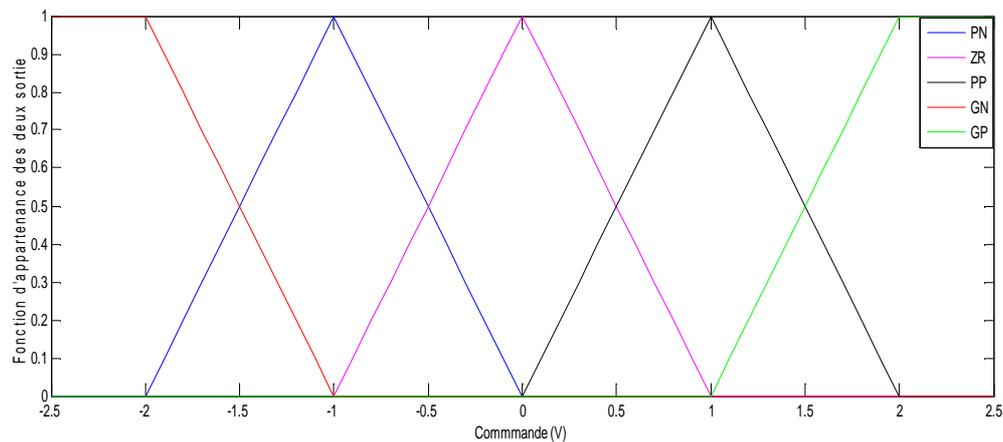


Figure III.21: Définition des classes de la consigne de commande (V)

III.2.15.2.4. Tableaux de règles

L'utilisation de deux régulateurs structurellement identiques, élaborant chacun une commande en sortie, impose la définition d'un jeu de règles décrivant respectivement le fonctionnement de chacun.

La base de connaissance de chaque contrôleur flou peut être synthétisée sous forme d'un tableau de règles où chaque règle associe sous forme conditionnelle les états des variables d'entrées à une caractéristique de la variable de sortie. Comme chacune des deux entrées est fuzzifiée en cinq classes, on obtient un jeu de 25 règles.

Les règles du premier contrôleur se déduisent des observations faites précédemment c'est-à-dire, lorsque le chariot est situé à gauche de la consigne, l'écart de position est positif et s'il se déplace dans la même direction, alors il faut incliner le pendule vers la droite. Le tableau(III.3) présente les règles du premier régulateur.

\dot{x} \ / x	GN	PN	ZR	PP	GP
GN	ZR	PP	GP	GP	GP
PN	PN	ZR	PP	GP	GP
ZR	GN	PN	ZR	PP	GP
PP	GN	GN	PN	ZR	PP
GP	GN	GN	GN	PN	ZR

Tableau III.3 : Règles d'inférence pour RLFX

$\dot{\theta}$ \ / θ	GN	PN	ZR	PP	GP
GN	GN	GN	GN	PN	ZR
PN	GN	GN	PN	ZR	PP
ZR	GN	PN	ZR	PP	GP
PP	PN	ZR	PP	GP	GP
GP	ZR	PP	GP	GP	GP

Tableau III.4 : Règles d'inférence pour RLFT

Les règles du second régulateur gérant la stabilisation du bras sont simples à élaborer. Par exemple, si le bras tombe vers la gauche très rapidement alors le chariot doit se déplacer très vite vers la gauche pour rétablir l'équilibre. Ceci peut se traduire par une règle exprimée sous la forme conditionnelle suivante :

Si l'angle téta est très négatif, entraînant un écart angulaire très positif et que la variation angulaire est aussi très négative alors la force appliquée au chariot doit être très grande et dirigée vers la gauche donc très négative.

III.2.15.2.5. Le moteur d'inférence

La loi de composition MAX MIN est utilisée d'une part pour élire les règles au moyen du tableau correspondant et d'autre part pour faire l'agrégation des résultats flous de la variable de sortie associée à ce tableau.

III.2.15.2.6. La transformation symbolique numérique

La méthode du centre de gravité simplifiée a été choisie pour sa rapidité de calcul sans compromettre la précision du résultat.

Pour satisfaire une mise au point plus conviviale de cette commande floue, un facteur d'échelle est affecté à chaque variable d'entrée et de sortie. Ces différents facteurs d'échelle sont entrés au clavier lors d'une phase d'initialisation qu'ils sont synthétisés à partir des paramètres d'un correcteur PID classique donné par le constructeur pour affecter les sous-ensembles flous de chaque variable.

•Gains de normalisation :

$$\begin{cases} GE_1 = 0.08 ; GCE_1 = 0.25 ; GIE_1 = 0.001 \\ GE_2 = 1 ; GCE_2 = 0.2 ; GIE_2 = 0.01 \end{cases}$$

•Gains des commandes :

$$\begin{cases} GU_1 = 30.6 \\ GU_2 = 47.6 \end{cases}$$

A partir de cette étape du travail, nous pouvons présenter les résultats de simulation de la méthode de commande floue du pendule à notre disposition.

III.2.15.6 Résultats de simulation

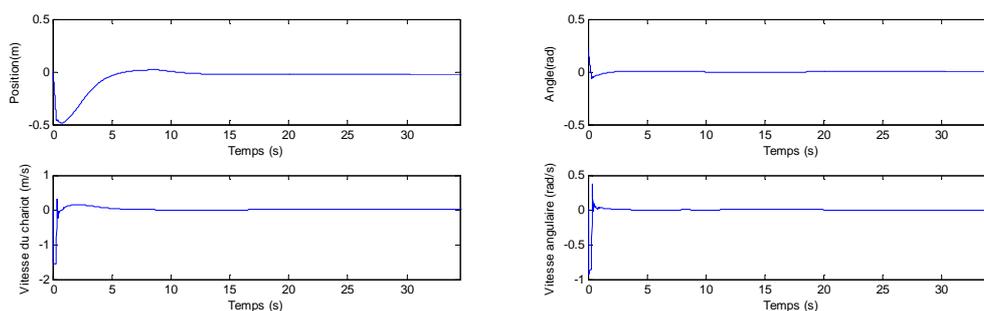


Figure III.22: Résultats de simulation de stabilisation du pendule par la commande floue

La figure ci-dessus représente l'évolution respective de la position et vitesse du chariot par rapport à la consigne ainsi que celle de l'angle et de vitesse angulaire du pendule par rapport à la verticale par un régulateur Mamdani à 25 règles.

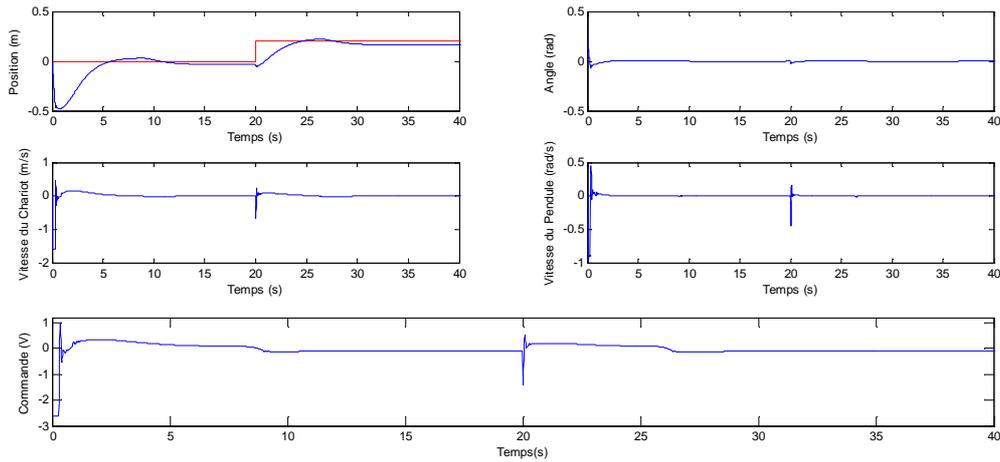


Figure III.23.a: visualisation d'une poursuite échelon

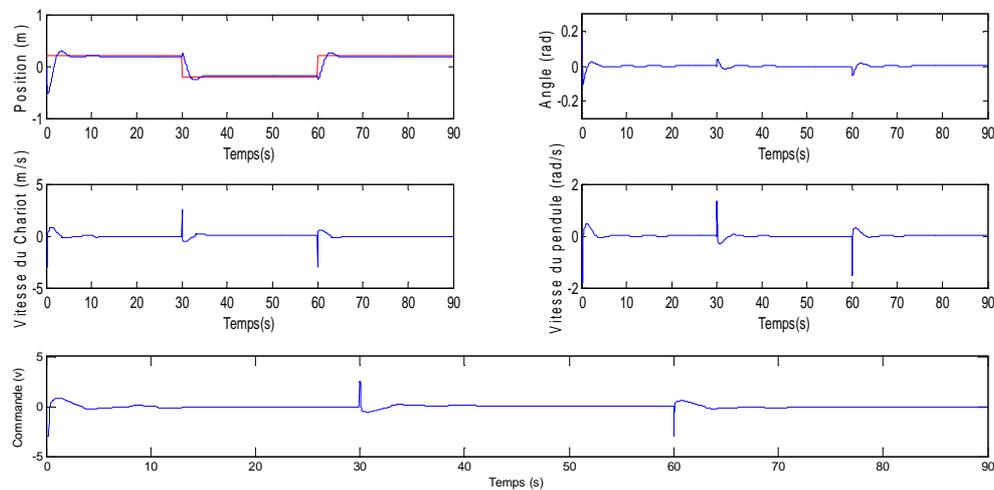


Figure III.23.b: visualisation d'une poursuite rectangulaire

Les deux figures ci-dessus représentent l'évolution de la poursuite de position du chariot par rapport à la consigne échelon et rectangulaire respectivement par un régulateur Mamdani à 25 règles.

Perturbations appliquées

Une des manières possibles de vérifier la stabilité verticale du pendule consiste à appliquer une force latérale sur la masse vissée à l'extrémité du bras afin de visualiser si l'équilibre est rétabli. Les mesures concernant cette expérimentation sont représentées sur la figure ci-dessous :

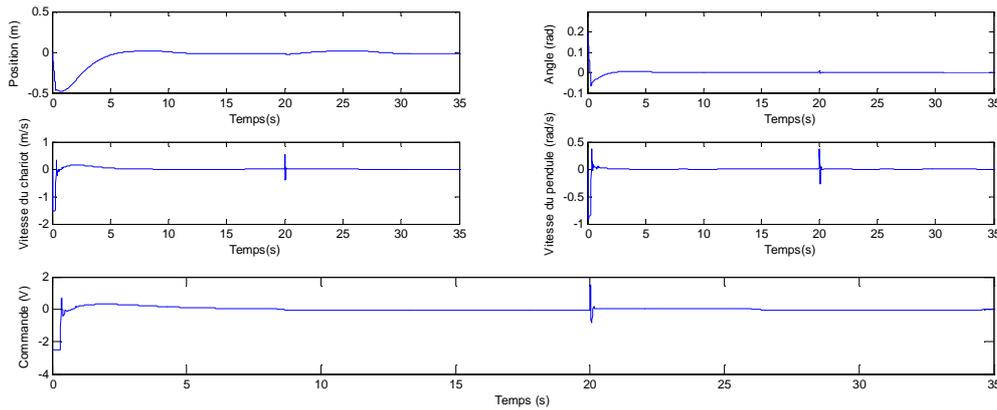


Figure III.24 : visualisation des perturbations

III.2.15.4 Interprétation des résultats de simulation

1. D'après les résultats de la figure (III.22), on constate :

- Le temps de réponse est de 4 Sec.
- La commande n'est pas énergétique et réalisable pratiquement.
- Le déplacement du chariot ne dépasse pas les limites physiques.
- Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot sont tolérables.

2. Dans les figures (III.23) le cas d'une poursuite référence échelon ou rectangulaire imposée au chariot, nous notons :

- La stabilisation du pendule avec des petites oscillations dues à la trajectoire du chariot.
- La bonne poursuite des deux références sans dépassement des limites.
- Commande acceptable et réalisable pratiquement.
- La tolérance des dynamiques des sous systèmes pendule et chariot.

3. Quand une perturbation a été appliquée sur le pendule, le chariot s'est déplacé de 20 cm avec une déviation angulaire de 0,075 rad (environ 4 degré), et un temps supérieur à 2 secondes pour retrouver le régime stable voir figure (III.24). Ce qui confirme la robustesse et la performance de cette commande.

Nous sommes donc en mesure maintenant de transposer cette commande floue sur notre dispositif afin de réaliser un système de commande autonome tout en améliorant le fonctionnement du point de vue rapidité et résistance de la commande aux perturbations d'origines diverses.

III.2.15.5 Implémentation de la commande floue

Lors de l'implémentation, on a du adapter l'algorithme de commande pour des raisons et des limitations pratiques afin d'obtenir les résultats désirés, en l'occurrence les facteurs d'échelle sur les entrées et les sorties des contrôleurs, le nombre de classes et de règles.

Fuzzification

Le régulateur flou utilisé est de type Mamdani. Les formes des fonctions d'appartenance sont triangulaires et trapézoïdales voir figure (III.25).

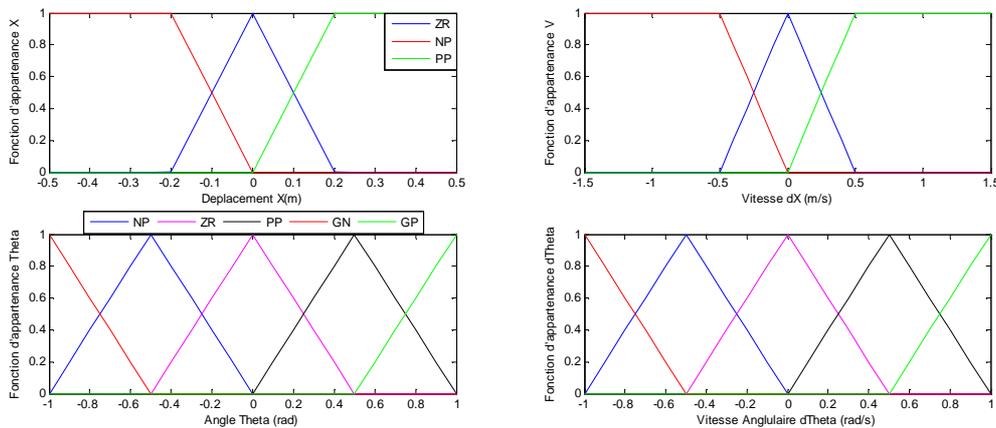


Figure III.25: Fonctions d'appartenance des entrées pour la commande floue

Tableaux de règles

Les désignations restent les mêmes que les précédentes données à la section (III.2.15.2). La méthode d'inférence utilisée afin de tirer les conclusions est la méthode max-min, du fait qu'elle est facile à implanter et donne de bons résultats. Les bases de règles sont données par les tableaux (III.5) et (III.6) de la position du chariot et l'angle du pendule respectivement.

\dot{x}	PN	ZR	PP
PN	ZR	PP	GP
ZR	PN	ZR	PP
PP	GN	PN	ZR

Tableau III.5 : Règles d'inférence pour RLFX

$\theta \backslash \dot{\theta}$	GN	PN	ZR	PP	GP
GN	GN	GN	GN	PN	ZR
PN	GN	GN	PN	ZR	PP
ZR	GN	PN	ZR	PP	GP
PP	PN	ZR	PP	GP	GP
GP	ZR	PP	GP	GP	GP

Tableau III.6 : Règles d'inférence pour RLFT

Défuzzification

La méthode utilisée pour la défuzzification reste inchangée, il s'agit de la défuzzification par centre de gravité. Les fonctions d'appartenance de la sortie U sont des formes triangulaires et trapézoïdales voir figure (III.26)

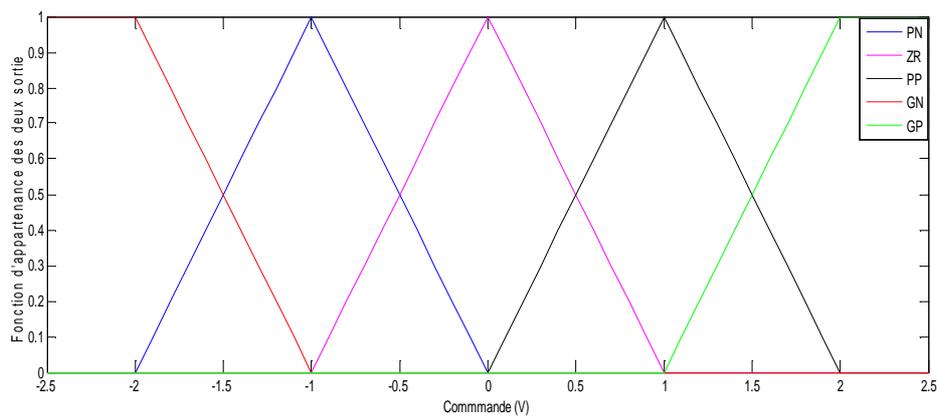


Figure III.26: Fonctions d'appartenance pour la commande stabilisante

•Gains de normalisation :

$$\begin{cases} GE_1 = 0.5 & ; GCE_1 = 0.5 \\ GE_2 = 1 & ; GCE_2 = 1 \end{cases}$$

•Gains des commandes :

$$\begin{cases} GU_1 = 23 \\ GU_2 = 25 \end{cases}$$

III.2.15.6 Résultats expérimentaux

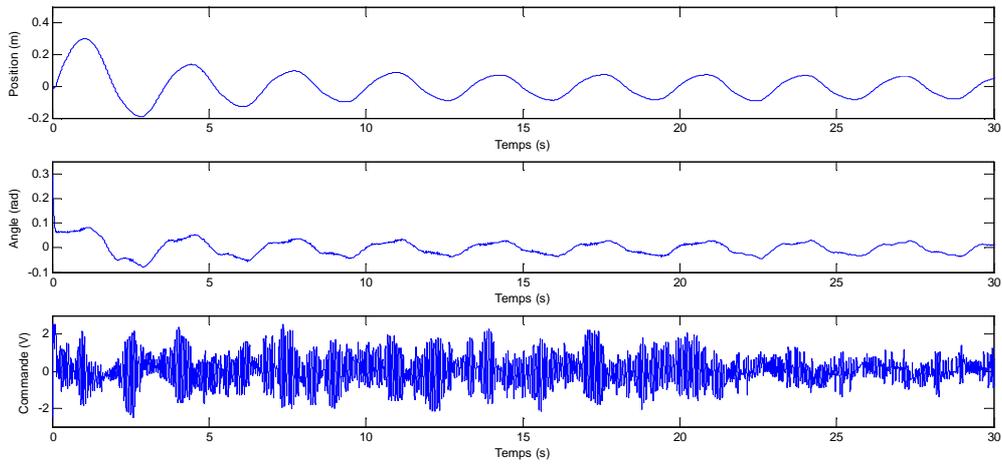


Figure III.27 : Résultat de stabilisation flou expérimental pour condition initiale $(0, 0, 0.3, 0)$

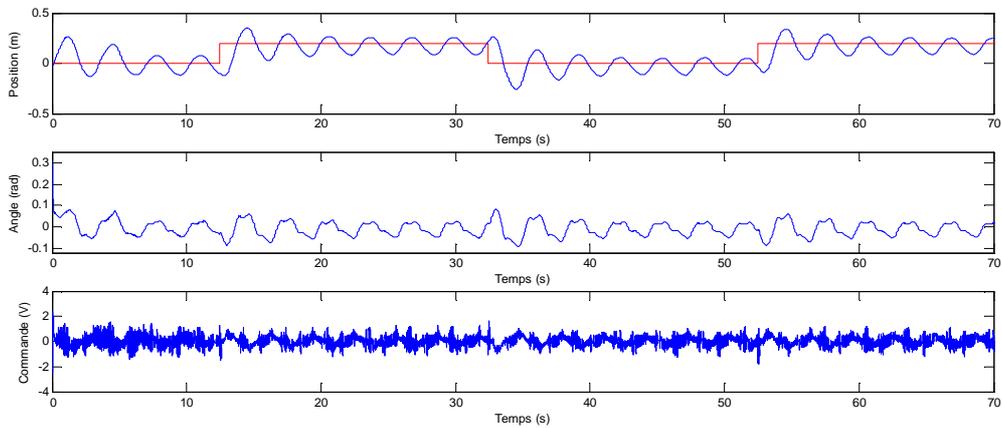


Figure III.28: Résultat de poursuite rectangulaire flou expérimental pour condition initiale $(0,0, 0.3, 0)$

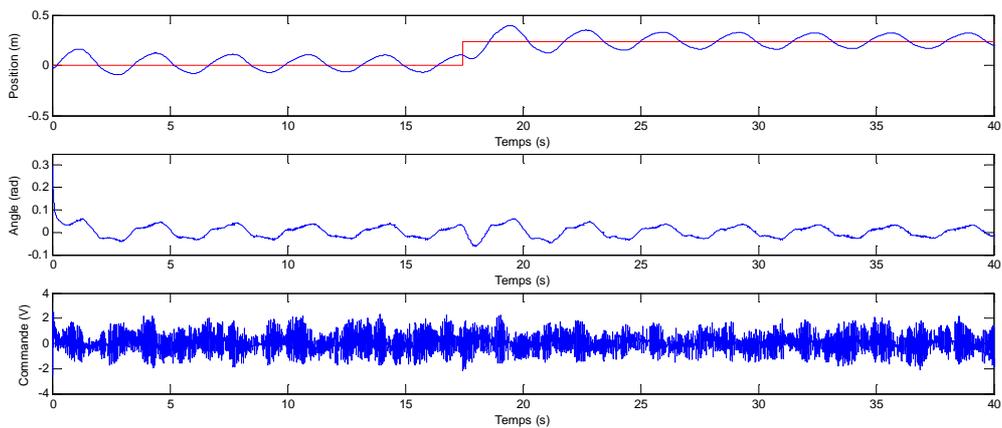


Figure III.29 Résultat de poursuite échelon expérimental pour condition initiale $(0.3, 0, 0, 0)$

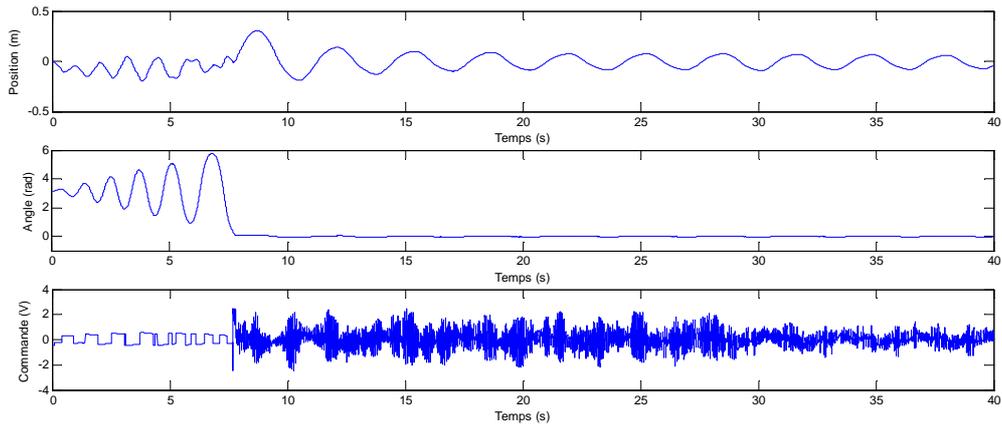


Figure III.30 Résultat expérimental pour redressement et stabilisation

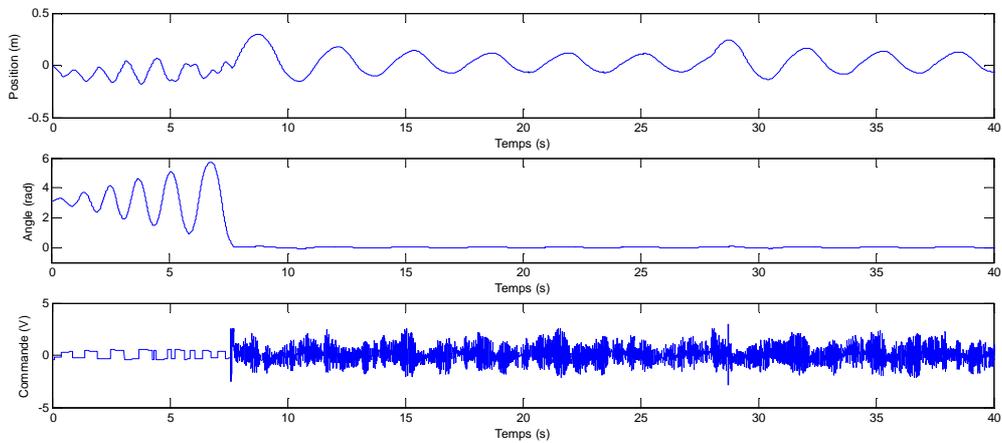


Figure III.31 Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec perturbation externe à l'instant $t=28s$.

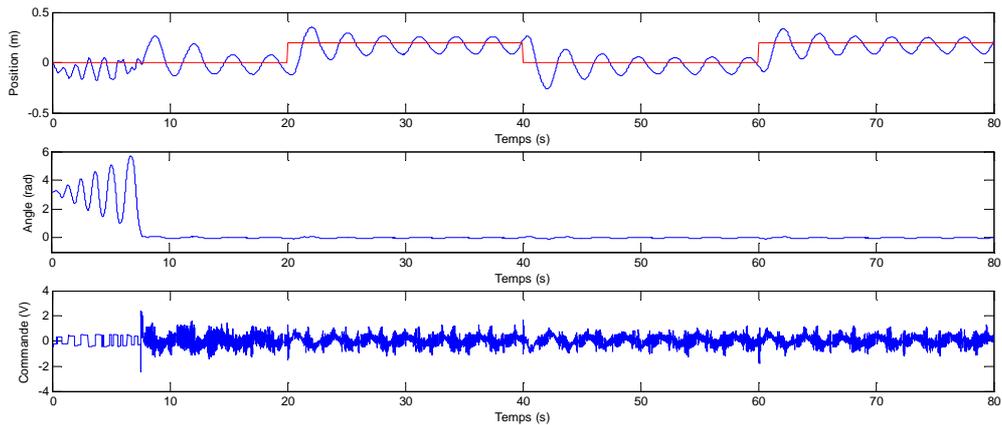


Figure III.32 Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une poursuite rectangulaire de fréquence 0.025.

III.2.15.7 Analyse des résultats expérimentaux

On constate à partir des résultats expérimentaux présentés par les figures (III.27) et (III.30), que cette commande assure bien l'objectif de stabilisation, elle est considérablement rapide par rapport aux autres commandes, le temps de réponse est plus rapide avec des dépassements et oscillations moins importants, les performances sont altérées et se dégradent quand on augmente la taille de la base de règles, cela est due aux insuffisances que présente l'environnement de développement sur lequel on a travaillé.

Les figures (III.28), (III.29), (III.30) et (III.31) obtenues montrent bien que cette commande est robuste vis-à-vis des perturbations extérieures. Mais elle réagit moins correctement à une variation de consigne. Néanmoins, son défaut majeur réside dans le dépassement que présente la tension présentant plus de chahutement, ce qui est plus éprouvant pour le moteur et la courroie.

On constate aussi dans toutes les figures données, des oscillations d'amplitude importante autour de la consigne en régime établi, contrairement aux autres commandes vues dans le chapitre précédent, d'ailleurs pour un échelon d'amplitude supérieur à 0.3 m, il entraîne la chute du pendule provoqué par une détection des contacts de sécurité alors une coupure du moteur d'entraînement du chariot.

L'implémentation de la commande par logique floue demande une bonne expertise pour trouver les bons paramètres du régulateur surtout lorsque le nombre de variables entrant en jeu devient trop important, d'où des problèmes liés à sa réalisation pratique en découlent. Il est donc intéressant d'utiliser des techniques d'apprentissages afin d'automatiser la mise au point du contrôleur flou.

La suite de ce travail s'inscrit dans la mouvance des travaux actuels sur la commande floue liés au problème d'optimisation des paramètres des systèmes d'inférence flou.

III.3 Les Réseaux de neurones

III.3.1 Introduction

Les réseaux de neurones artificiels (RNA) sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique sur la base des informations qu'il reçoit. Ils infèrent des propriétés émergentes permettant de solutionner les problèmes jadis qualifiés de complexe.

Dans un réseau, chaque sous-groupe fait un traitement indépendant des autres et transmet le résultat de son analyse au sous-groupe suivant. L'information donnée au réseau va donc se propager de la couche d'entrée à la couche de sortie, en passant soit par aucune, une ou plusieurs couches intermédiaires. Il est à noter qu'en fonction de l'algorithme d'apprentissage, il est aussi possible d'avoir une propagation de l'information à reculons.

Dans cette partie, nous donnons un bref aperçu de ces nouveaux outils, leurs apprentissage et architectures que nous retenons pour la suite de notre travail.

III.3.2 Neurone biologique

Le neurone biologique est le composant cellulaire de base du cerveau, voire la figure (III.33), il comprend [BOR.07] :

Le corps cellulaire, qui fait la somme des influx qui lui parviennent ; si cette somme dépasse un certain seuil, il envoie lui-même un influx par intermédiaire de l'axone ;

L'axone qui permet de transmettre les signaux émis par le corps cellulaire aux autres neurones;

Les dendrites, qui sont les récepteurs principaux du neurone, captant les signaux qui lui parviennent ;

Les synapses, qui permettent aux neurones de communiquer avec les autres via les axones et les dendrites.

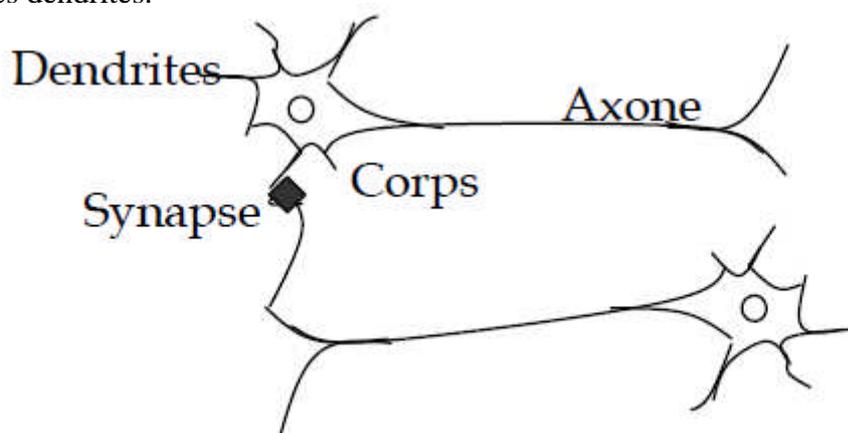


Figure III.33 Neurone biologique

III.3.3 Neurone artificiel [BOR.07]

Une analogie directe faite par Mac Culloches et Pitts, avec le neurone biologique a donné un neurone formel qu'est en effet l'élément de base d'un réseau de neurones. Il réalise une fonction $f(z)$ d'une sommation pondérée z des $n+1$ signaux x_0, x_1, \dots, x_n qui lui parviennent, voire la figure (III.34) :

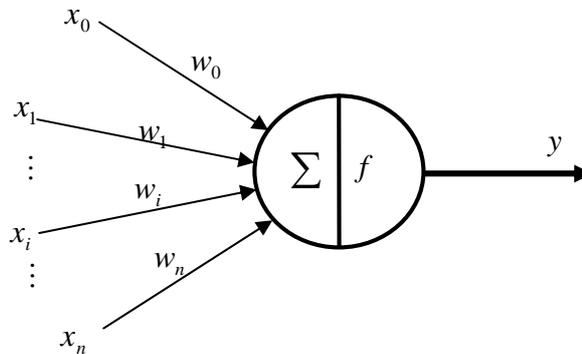


Figure III.34 Neurone artificiel

$$z = \sum_{i=0}^n W_i x_i \text{ et } y = f(z) \tag{III.46}$$

Les coefficients de pondération $w_i, i = 0, 1, \dots, n$ s'appellent les poids synaptiques. Si w_i est positif, l'entrée x_i est excitatrice alors que si w_i est négatif, elle est inhibitrice.

Les fonctions d'activation les plus utilisées sont les suivantes, voire la figure (III.35) :

- a) tout ou rien ;
- b) fonction signe ;
- c) plus ou moins à seuil ;
- d) fonction affine ;
- e) saturation ;
- f) sigmoïde ;
- g) fonction arc tangente ;
- h) fonction gaussienne.

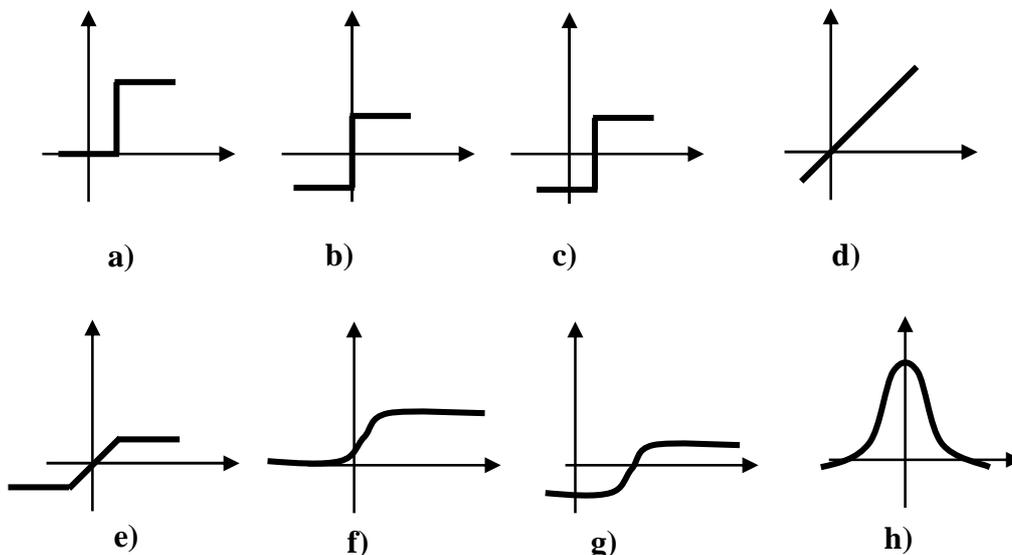


Figure III.35 Fonctions d'activation les plus utilisées

III.3.4 Les architectures neuronales

Les connexions entre les neurones qui composent le réseau, décrivent la topologie du modèle. Elle peut être quelconque, mais le plus souvent il est possible de distinguer une certaine régularité (réseau à connexion complète) [BOR.07].

III.3.4.1 Les réseaux de neurones non bouclés

Un réseau de neurone non bouclé ou réseau unidirectionnel (*feed forward networks*) est représenté par un ensemble de neurones connectés entre eux telle que l'information circulant des couches entrées vers les couches sorties au travers d'éventuelles couches intermédiaires sans retour en arrière.

Ce type de réseau comprend deux groupes d'architectures: les réseaux Mono-Couche et les réseaux Multi-Couche. La figure (III.35) illustre un RNA Multi-Couche non bouclé.

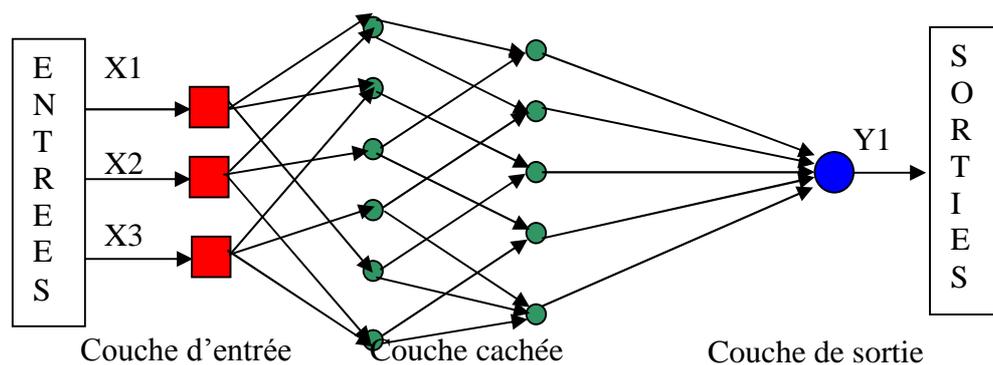


Figure III.35: Réseau de neurone non bouclé

III.3.4.1.1 Réseaux non boucles Mono-Couche

Ce type de réseau possède une couche d'entrée recevant les stimuli à traiter par l'intermédiaire des nœuds sources. Cette couche se projette en une couche de sortie composée de neurones (nœuds de calcul) transmettant les résultats du traitement au milieu extérieur.

La figure (III.36) présente un réseau proactif Mono-Couche a 4 nœuds d'entrée et 3 nœuds de sortie. La désignation Mono-Couche est attribuée à la couche de sortie.

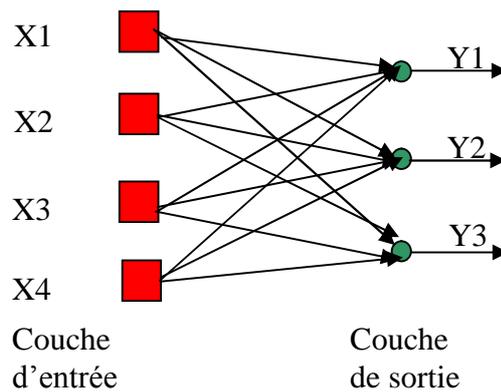


Figure III.36: Réseau non bouclé mono couche

III.3.4.1.2 Les réseaux non boucles Multi-Couches

Ce type de réseaux proactifs se caractérise par la présence d'une ou de plusieurs couches cachées, dont les nœuds de calcul correspondants s'appellent neurones cachés. Les couches cachées s'interposent entre l'entrée du réseau et sa sortie. Leurs rôle est d'effectuer un prétraitement des signaux d'entrée, reçus par la couche d'entrée en provenance du milieu extérieur, et de transmettre les résultats correspondants à la couche de sortie ou seront déterminées les réponses finales du réseau.

Ce rôle de prétraitement fait que, en ajoutant une ou plusieurs couches cachées, le réseau est capable d'extraire plus de propriétés statistiques que celles extraites d'un réseau similaire ayant moins de couches cachées. Ceci est utile pour réaliser des fonctions plus complexes que de simples séparations linéaires.

La figure (III.37) illustre un réseau à une seule couche cachée comportant 4 unités d'entrées, 3 unités cachées et 2 unités de sortie (réseau 4-3-2).

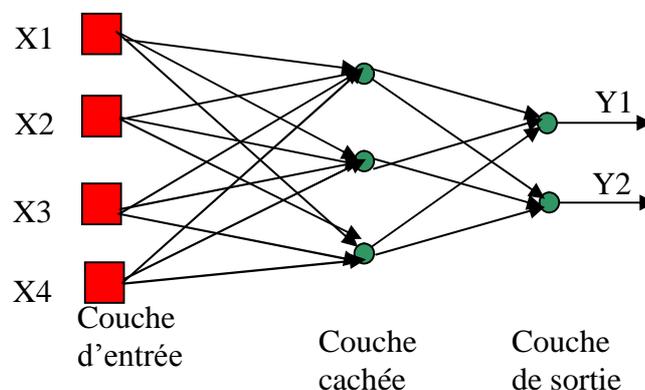


Figure III.37: Réseau non bouclé multi couches

Ce réseau est dit complètement connecté dans le sens que chaque nœud d'une couche est connecté à tous les nœuds de la couche adjacente suivante. Si éventuellement, des connexions manquaient entre des neurones de deux couches voisines, le réseau serait dit partiellement connecté.

III.3.4.2 Les réseaux de neurones bouclés

Les réseaux récurrents (*recurrent networks*) possèdent une structure similaire à celle des réseaux unidirectionnels mais complétée par des connexions entre éléments de la même couche ou vers des couches amont. Ces réseaux sont assez puissants, car leur fonctionnement est séquentiel et adopte un comportement dynamique.

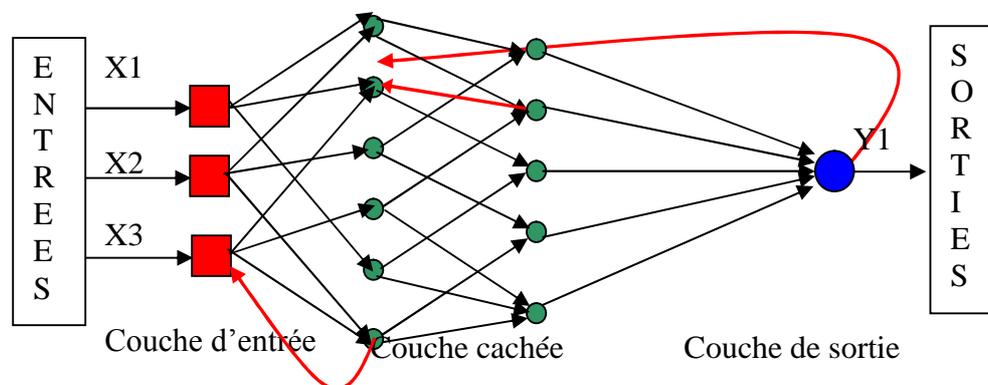


Figure III.38: Réseaux de neurones bouclés

III.3.4.3 Les réseaux de neurones à connexions complexes [OUL.05].

Dans la catégorie des réseaux à connexions complexes se trouve tous les réseaux qui ne trouvent pas leur place dans les deux catégories précédemment citées. Nous pouvons mentionner les SOM (*Self Organizing Map*), LVQ (*Learning Vector Quantization*), ART (*Adaptive Resonance Theorie*), RCE (*Restric-ted Coulomb Energy*), les réseaux probabilistes, etc.

III.3.5 Processus d'apprentissage

On appelle apprentissage des réseaux de neurones artificiels la procédure itérative qui consiste à estimer les paramètres des neurones du réseau afin que celui-ci remplisse au mieux la tâche qui lui est affectée [FAB.03].

L'apprentissage est la caractéristique principale des réseaux de neurones et il peut se faire de différentes règles et manières.

III.3.5.1 Apprentissage supervisé [BRE.99]

L'apprentissage supervisé consiste à présenter au réseau une série d'exemples sur ses entrées, ainsi le réseau calcule sur ses sorties un vecteur d'état qui est comparé au vecteur des états désirés. Une erreur est calculée entre le vecteur des sorties désirées et le vecteur des sorties calculées par le réseau. L'algorithme d'apprentissage adapte les poids du réseau de façon à corriger son comportement comme le montre la figure (III.39):

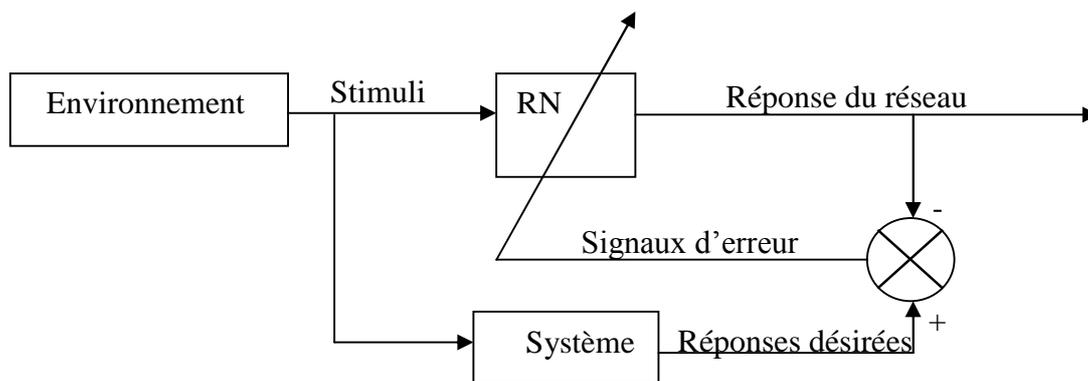


Figure III.39 : Apprentissage supervisé

III.3.5.1.1 La rétro-propagation du gradient de l'erreur

L'algorithme de rétro-propagation du gradient de l'erreur a été créé en généralisant les règles d'apprentissages de Widrow-Hoff, aux réseaux multicouches à fonction de transfert non linéaire.

La rétro-propagation du gradient de l'erreur est utilisée pour ajuster les poids et les biais du réseau afin de minimiser l'erreur quadratique entre la sortie du réseau et la sortie réelle. A chaque couple entrée/sortie, une erreur est calculée, le gradient, ou pente, de l'erreur est déterminé. Ensuite les poids et les biais sont modifiés en ligne sur le réseau. On réitère ces calculs jusqu'à l'obtention du critère d'arrêt.

Soit une réponse spécifique désirée D_p à chaque vecteur d'entrée X_p . La mise à jours des coefficients synaptiques W s'effectuent progressivement jusqu'à ce que l'erreur entre les sorties du réseau et les résultats désirés soit minimisée. Pour ce faire, considérons le problème de minimisation de la fonction coût défini pour n exemples ($X_p; D_p$) et Y_p la sortie du réseau, par l'erreur qui peut être quadratique de la forme [MEL.98]:

$$E(W) = \sum_p (Y_p - D_p)^2 \quad (\text{III.47})$$

L'apprentissage revient à déterminer $W = \text{Arg Min}(E)$

En général, on utilise des méthodes de gradient partiel, total ou stochastique :

$$W(t+1) = W(t) - \lambda \bullet grad_w(E) \quad (III.48)$$

$$\text{Gradient partiel : } W(t+1) = W(t) + \lambda(D_p - f(WX_p))f'(WX_p)X_p \quad (III.49)$$

$$\text{Gradient total : } W(t+1) = W(t) - \lambda \bullet grad_w(E(t)) \quad (III.50)$$

$$\text{Gradient stochastique : } W(t+1) = W(t) - \lambda \bullet grad_w(E_p(t)) \quad (III.51)$$

Où $E_p = (Y_p - D_p)^2$, erreur calculée sur un seul exemple que l'on tire au hasard à chaque t.

f : fonction d'activation.

$\lambda(t)$: pas de gradient (fixe, décroissant, ou adaptatif)

Pour calculer $\frac{dE_p}{dW_{ij}}$, on exploite la rétro propagation du gradient, qui est une méthode

astucieuse de calcul du gradient de la fonction coût en utilisant la dérivation composée pour rétro- propager l'erreur, comme le montre la figure suivante [FAB.03]:

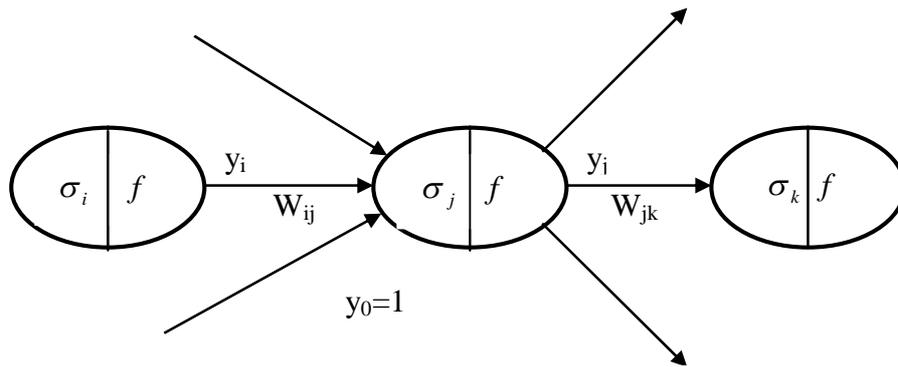


Figure III.40 : Rétro-propagation du gradient

$$\frac{dE_p}{dW_{ij}} = \frac{dE_p}{d\sigma_j} \frac{d\sigma_j}{dW_{ij}} = \left(\frac{dE_p}{d\sigma_j} \right) y_i \quad (III.52)$$

On pose $\delta_j = \frac{dE_p}{d\sigma_j}$, d'où

$$W_{ij}(t+1) = W_{ij}(t) - \lambda y_i \delta_j \quad (III.53)$$

$$\text{Mais } \delta_j = \frac{dE_p}{d\sigma_j} = \sum_k \left(\frac{dE_p}{d\sigma_k} \right) \left(\frac{d\sigma_k}{d\sigma_j} \right) = \sum_k \delta_k \left(\frac{d\sigma_k}{d\sigma_j} \right) = \sum_k \delta_k W_{jk} \left(\frac{dy_j}{d\sigma_j} \right) \quad (III.54)$$

$$\text{D'où } \delta_j = \left(\sum_k \delta_k W_{jk} \right) f'(\sigma_j) \text{ si neurone j est caché} \quad (III.55)$$

$$\text{Et } \delta_j = \left(\frac{dE_p}{d\sigma_j} \right) = \left(\frac{dE_p}{dy_j} \right) \left(\frac{dy_j}{d\sigma_j} \right) \quad (\text{III.56})$$

$$\text{D'où } \delta_j = 2(y_j - D_j)f'(\sigma_j) \text{ si neurone } j \text{ en sortie} \quad (\text{III.57})$$

Cependant δ_j se calcule de proche en proche par rétro-propagation de l'erreur.

III.3.5.2 Apprentissage non supervisé

L'apprentissage est qualifié de non supervisé lorsque, seules les valeurs d'entrée sont disponibles. Il repose sur un critère interne de conformité du comportement du réseau par rapport à des spécifications générales et non sur des observations externes. Dans ce cas, l'apprentissage est basé sur des probabilités. Le réseau va se modifier en fonction des régularités statistiques de l'entrée. L'algorithme d'apprentissage exploite pour se faire une mesure prédéterminée de la qualité de représentation de la connaissance afin d'ajuster les paramètres du réseau [BRE.99]. Ce type d'apprentissage est représenté schématiquement en figure (III.41):

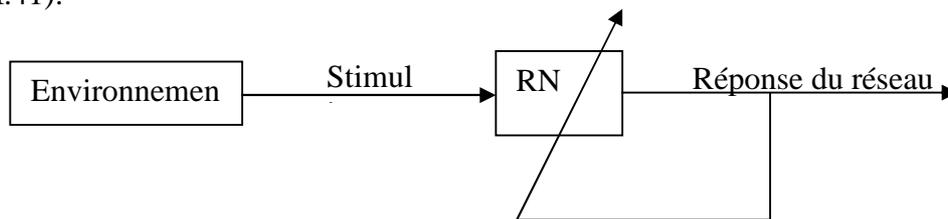


Figure III.41 Apprentissage non supervisé

III. 4 Systèmes Neuro-Flous

Les réseaux de neurones (RN) multicouches constituent des approximateurs universels grâce à leur capacité d'apprentissage, mais leurs structures et leurs paramètres n'ont pas toujours d'interprétation physique. De plus, la connaissance humaine ne peut pas être exploitée pour les construire.

En revanche les systèmes d'inférence flous possèdent deux points forts par rapport aux réseaux de neurones. D'une part, ils sont généralement construits à partir de la connaissance humaine, d'autre part, ils ont une capacité descriptive élevée due à l'utilisation de variables linguistiques. L'approche traditionnelle pour la conception des systèmes d'inférence flous est basée sur les connaissances acquises par des opérateurs experts. Cette approche a prouvé son efficacité dans plusieurs applications. Il se peut cependant que les opérateurs ne puissent pas

traduire leurs connaissances et expérience sous forme de contrôleur à logique floue. Il arrive parfois que le domaine d'expertise ne soit pas disponible. Il est donc naturel de construire des systèmes hybrides qui combinent les concepts des systèmes d'inférence flous et des réseaux de neurones, ce sont des réseaux neuro - flous, dont l'apprentissage permet d'ajuster les paramètres et de s'adapter aux changements de conditions. Les inférences sont ensuite extraites après convergence. Le schéma général d'une structure neuro-floue est illustré par la figure suivante:

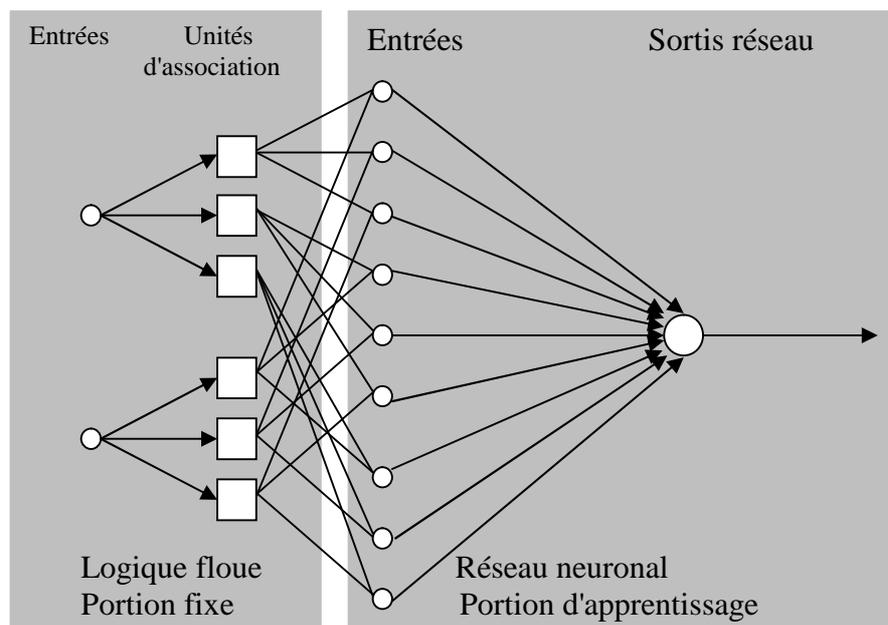


Figure III.42: Structure générale d'un réseau neuro-flou

III.4.1 Définition

George Lee (Lee *et al.* 2001) définit un système neuro-flou comme étant un réseau neuronal multicouche avec des paramètres flous, ou comme un système flou mis en application sous une forme distribuée parallèle [OUL.05].

Un système neuro-flou ne devrait par contre pas être vu comme un système expert mais ils peuvent être utilisés comme des approximateurs universels.

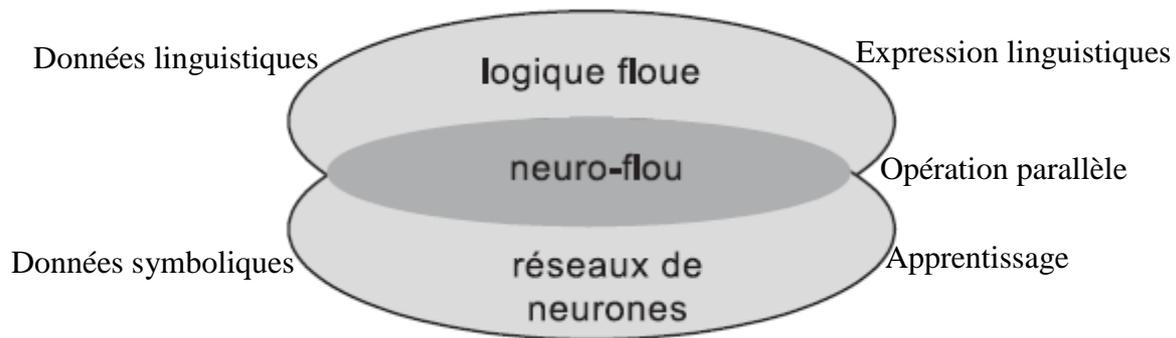


Figure III.43: Principe du système neuro-flou

La figure(III.43) résume le principe du système neuro-flou qui représente l'intersection entre la logique floue et les réseaux de neurones.

III.4.2 Méthodes des combinaisons Neuro-Floues

Il existe quatre grandes catégories de combinaisons des réseaux de neurones avec la logique floue [MOR. 04]:

III.4.2.1 Réseau flou neuronal

Dans ces réseaux, les techniques floues sont employées pour augmenter les possibilités du processus d'apprentissage et d'exécution des réseaux de neurones.

III.4.2.2 Système neuronal/flou simultanément

Le réseau de neurone et le système flou fonctionnent ensemble sur la même tâche, mais sans s'influencer, c'est-à-dire ni l'un ni l'autre n'est employé pour déterminer les paramètres de l'autre. Habituellement le réseau neuronal traite les entrées, ou post-traite les sorties du système flou.

III.4.2.3 Modèles neuro-flous coopératifs

Le réseau de neurone est employé pour déterminer les paramètres (les règles et les ensembles flous) d'un système flou. Après la phase d'apprentissage, le système flou fonctionne sans le réseau de neurone. C'est une forme simple des systèmes neuro-flous.

III.4.2.4 Modèles neuro-flous hybrides

Les approches neuro-floues modernes sont de cette forme. Un réseau neuronal et un système flou sont combinés dans une architecture homogène. Le système peut être interprété comme un réseau neuronal spécial avec des paramètres flous ou comme un système flou mis en application sous une forme distribuée parallèle.

III.4.3 Les types d'implémentation des réseaux neuro-flous [OUL.05]

Dans la littérature il y a une panoplie de systèmes neuro-flou comme : les systèmes neuro-flou coopératives, concurrents, les systèmes dit hybrides ou neuro-flou adaptatif, le modèle NEFCLASS, ANFIS, FALCON et GARIC .etc.

Selon l'interaction entre la logique floue et les réseaux de neurones, et compte tenu de nos objectifs, nous avons retenu deux types de systèmes neuro-flous à savoir : systèmes d'inférence neuro-flou adaptatifs (ANFIS) et inférence neuro-flou (INF).

III.4.3.1 Systèmes d'inférence neuro-flou adaptatifs(ANFIS)

Les systèmes d'inférence neuro-flou adaptatifs (ANFIS), sont des systèmes hybrides utilisant l'inférence floue de Takagi Sugeno. La structure ANFIS est constituée de cinq couches comme le montre la figure (III.44). La première couche cachée fuzzifie les variables d'entrées et les opérateurs type T-norme calculent la partie prémisse des règles dans la deuxième couche cachée. La troisième couche cachée normalise les poids des règles suivit par la quatrième couche cachée où les paramètres des parties conclusions des règles sont déterminés. La couche de sortie calcule la somme de tous les signaux venant de la quatrième couche [JAN.93].

Son entraînement est accomplit par l'algorithme du gradient descente (rétro propagation) pour l'optimisation des paramètres des parties prémisses, et l'algorithme des moindres carré pour la résolution des paramètres des parties conclusion. Afin de réduire l'erreur e [JAN.93].

Pour simplifier la compréhension, nous considérons un système à deux entrées x_1 et x_2 et une sortie y , modélisé par un système flou de type TSK, composé des deux règles suivantes:

$$\begin{aligned} \text{Si } x_1 \text{ est } A_1 \text{ et } x_2 \text{ est } B_1 \text{ alors } y_1 &= f_1(x_1, x_2) = a_1x_1 + b_1x_2 + c_1 \\ \text{Si } x_1 \text{ est } A_2 \text{ et } x_2 \text{ est } B_2 \text{ alors } y_2 &= f_2(x_1, x_2) = a_2x_1 + b_2x_2 + c_2 \end{aligned} \quad (\text{III.58})$$

Jang [JAN.95] a proposé la représentation de cette base de règles par le réseau adaptatif de la figure (III.44) :

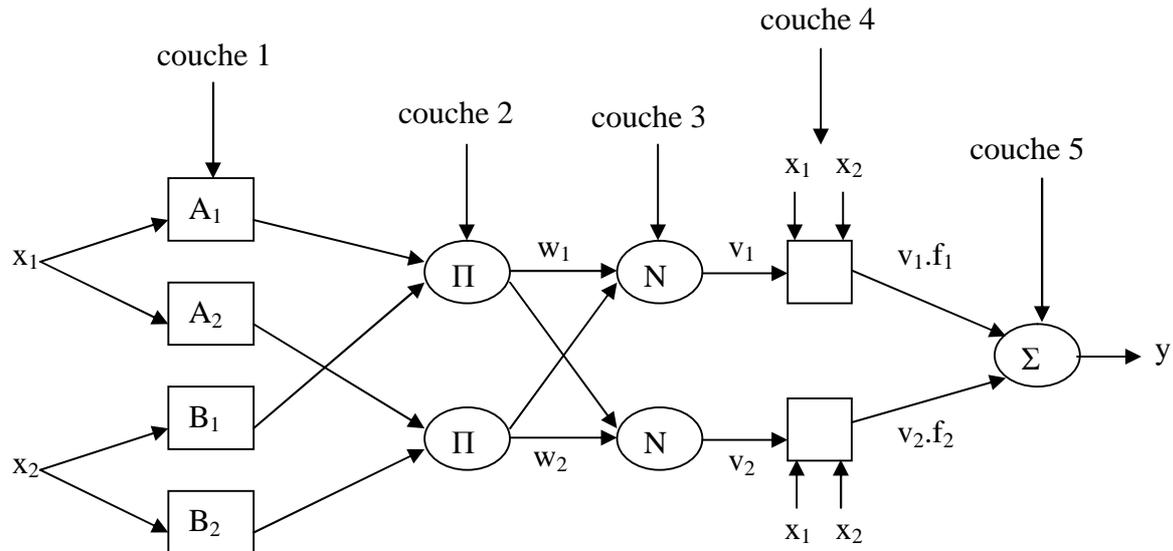


Figure III.44 : Architecture ANFIS

Le réseau adaptatif ANFIS est un réseau multi couches dont les connexions ne sont pas pondérées. Les nœuds sont de deux types différents selon leurs fonctionnalités: les nœuds carrés (adaptatifs) contiennent des paramètres, et les nœuds circulaires (fixes) n'ont pas de paramètres. Toutefois, chaque nœud (carré ou circulaire) applique une fonction sur ses signaux d'entrées. La sortie O_i^k du nœud i de la couche k (appelé nœud (i, k)) dépend des signaux provenant de la couche $(k-1)$ et des paramètres du nœud (i, k) , c'est-à-dire [NAK.97]:

$$O_i^k = f(O_1^{k-1}, \dots, O_{n_{k-1}}^{k-1}, a, b, c, \dots) \tag{III.59}$$

Où n_{k-1} est le nombre de nœuds dans la couche $k-1$, et a, b, c, \dots sont les paramètres du nœud (i, k) . Pour un nœud circulaire ces paramètres n'existent pas.

Dans le réseau de la figure (III.44), les nœuds d'une même couche ont des fonctions issues d'une même famille que nous explicitons ci-dessous.

Couche 1 Génération du degré d'appartenance :

Chaque nœud de cette couche possède des paramètres ajustables. La fonction du nœud est identique à la fonction d'appartenance à un sous-ensemble flou de l'univers de discours des entrées. Dans le modèle de Jang [JAN.95], les fonctions d'appartenance sont des gaussiennes.

$$O_i^1 = f_i^1(x) = \mu_{A_i}(x) \tag{III.60}$$

Où x est l'entrée du nœud i , et A_i le terme linguistique associé à sa fonction μ_{A_i} . En d'autres termes, O_i^1 est le degré d'appartenance de x à A_i , définie par une fonction d'appartenance $\mu_{A_i}(x)$.

Couche 2 Génération du poids de la règle i :

Chaque nœud circulaire appelé Π dans cette couche correspond à une règle floue Sugeno. Il reçoit les sorties des nœuds de fuzzification et calcule son activation. La conjonction des antécédents est réalisée avec l'opérateur produit.

$$w_i = \mu_{A_i}(x_1) \cdot \mu_{B_{i-2}}(x_2), \quad i = 1..2 \quad (\text{III.61})$$

Couche 3 Normalisation des poids de la règle i :

Chaque nœud de cette couche est un nœud circulaire appelé N . Il calcule le degré d'activation normalisé d'une règle floue donnée. La valeur obtenue représente la contribution de la règle floue au résultat final.

$$v_i = \frac{w_i}{w_1 + w_2} \quad (\text{III.62})$$

Couche 4 Calcul de la sortie des règles :

Chaque nœud de cette couche est un nœud carré avec une fonction réalisant le calcul suivant :

$$O_i^4 = v_i \cdot f_i = v_i(a_i x_1 + b_i x_2 + c_i), \quad i = 1..2 \quad (\text{III.63})$$

Où v_i est la sortie de la couche 3, et $\{a_i, b_i, c_i\}$ est l'ensemble des paramètres ajustables de sortie de la règle i .

Couche 5 Faire la somme de toutes les entrées à partir de la couche 4:

Comprend un seul nœud qui fournit la sortie de ANFIS en calculant la somme des sorties de tous les nœuds de défuzzification, c'est-à-dire,

$$O_1^5 = y = \sum_i v_i \cdot f_i \quad (\text{III.64})$$

III. 4.3.1.1 Algorithme d'apprentissage

L'apprentissage à partir d'un ensemble de données concerne l'identification des paramètres des prémisses et des conséquences, la structure du réseau étant fixée. L'algorithme d'apprentissage commence par construire un réseau initial, ensuite on applique une méthode d'apprentissage par rétro-propagation de l'erreur, en utilisant une règle hybride d'apprentissage qui combine un algorithme de descente de gradient avec une estimation par moindres carrées [NAK.97].

Pour ce faire, considérons les paramètres de prémisses (couche 1) sont ceux proposés par l'expert, par contre les paramètres de conséquence sont ajustés via la minimisation à la sortie de l'erreur quadratique instantanée suivante:

$$e(k) = \frac{1}{2}(h_d(k) - h(k))^2, k = 1..2 \quad (\text{III.65})$$

Avec $h(k)$ est sortie réelle et $h_d(k)$ est la cosigne désirée.

En outre, soit ϕ_i le vecteur des paramètres à ajuster pour chaque coordonnée cartésienne. Notre objectif est de trouver les composantes du vecteur ϕ_i , en utilisant l'approche du filtre de Kalman étendu qui consiste à linéariser à tout instant la sortie h autour du vecteur estimé $\hat{\phi}_i$. Cela revient à écrire:[MEL.10]

$$\begin{aligned} h_d(k) &= h(k) + \Psi_i^T(k) \left(\phi_i - \hat{\phi}_{i-1} \right) \\ \Psi_i^T(k) &= \frac{\partial h(k)}{\partial \phi_i} \end{aligned} \quad (\text{III.66})$$

Par conséquent, les paramètres sont ajustés selon la relation suivante:

$$\phi_i = \phi_{i-1} + P_i \Psi_i^T e_i \quad (\text{III.67})$$

$$\text{Avec} \quad \begin{cases} e_i = h_d - h \\ \Psi_i^T = \begin{bmatrix} O_{3,i} & O_{3,i} e_i & O_{3,i} \dot{e}_i \end{bmatrix} \\ P_i = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \Psi_i^T \Psi_i} \end{cases} \quad (\text{III.68})$$

Où α_1 et α_2 sont des gains d'adaptation pour modifier la vitesse de convergence.

III.4.3.2 Inférence Neuro-flou (INF)

L'objectif principal du système d'inférence neuro-flou est de réaliser un processus de raisonnement flou en utilisant, une architecture d'un réseau de neurones de telle manière que les paramètres du raisonnement flou représentent les poids du réseau de neurones[LIM.02].

Ainsi, le système d'inférence neuro-flou peut identifier automatiquement en ajustant les fonctions d'appartenance, par modification des poids de connexion du réseau de neurones via un algorithme d'ajustement paramétrique approprié. Par conséquent les fonctions d'appartenance peuvent être finalement optimisées par une architecture neuronale.

Comme, la configuration de base d'un système flou possède trois parties à savoir Fuzzification des entrées, engin d'inférence à base des règles floues et Défuzzification des sorties floues, dont chacune peut être réalisée par plusieurs méthodes. Si nous choisissons respectivement Singleton fuzzification pour les entrées de chaque règle floue, le produit d'inférence et la défuzzification par centre de gravité, on peut obtenir le modèle mathématique du système flou comme suit :

Supposons, que le système flou est décrit par L règles floues, dont chacune possède N variables d'entrées x_1, x_2, \dots, x_N . Ainsi, la 1^{ère} règle R^l est donnée sous cette forme:

$$\begin{aligned}
 R^{(l)}: & \text{ Si } x_1 \text{ est } F_1^l \text{ et } x_2 \text{ est } F_2^l \text{ et } \dots \text{ et } x_N \text{ est } F_N^l \\
 & \text{ alos } y_1^l \text{ est } H_1^l, y_2^l \text{ est } H_2^l, \dots, y_M^l \text{ est } H_M^l
 \end{aligned}
 \tag{III.69}$$

Par l'utilisation Singleton fuzzification et le produit d'inférence, la j^{ème} sortie floue de la 1^{ème} règle floue, $y_j^l (j = 1, 2, \dots, M)$ peut être exprimée sous cette forme :[LIM.02]

$$y_j^l = \bar{y}_j^l \left[\prod_{i=1}^N \mu_{F_i^l}(x_i) \right]
 \tag{III.70}$$

Avec \bar{y}_j^l est le point qui a la fonction d'appartenance maximale des ensembles flous H_j^l , de telle manière que $\mu_{F_j^l}(\bar{y}_j^l) = 1$, et $\mu_{F_i^l}(x_i)$ est la valeur de la fonction d'appartenance appropriée à la i^{ème} entrée de la i^{ème} règle.

Considérons la défuzzification par centre de gravité, la valeur numérique de la j^{ème} sortie y_j est donnée par cette relation [LIM.02]:

$$y_j = \frac{\sum_{l=1}^L y_j^{-l} \left[\prod_{i=1}^N \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}{\sum_{l=1}^L \left[\prod_{i=1}^N \mu_{F_i^l}(x_i) \right]} \tag{III.71}$$

Posant $G_l(x) = \frac{\prod_{i=1}^N \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^L \left[\prod_{i=1}^N \mu_{F_i^l}(x_i) \right]}$ (III.72)

Par conséquent la relation (III.71) peut être réécrite comme suit :

$$y_j = \sum_{l=1}^L y_j^{-l} G_l(x) \tag{III.73}$$

Avec $G_l(x)$ représente la structure non linéaire du réseau de neurone et y_j^{-l} les poids à ajuster du réseau de neurone.

III.4.4 Application de la commande Neuro-floue

Dans ce cas nous avons appliqué la commande neuro-floue, et nous avons exploité la capacité d'apprentissage du réseau de neurones, afin de produire la base de connaissances d'une manière automatique. Pour cela on a utilisé, deux régulateurs neuro-flou de type Sugeno, qui présentent deux avantages majeurs par rapport à celui de type Mamdani :

- Temps de calcul de la commande réduit (le temps consommé par la procédure de défuzzification est évité), moins de règles nécessaires pour réaliser une tâche donnée
- Facilité de mettre sous forme de réseau adaptatif non linéaire [JAN.92].

III.4.4.1 Architecture du système de contrôle

Le schéma bloc du système de contrôle à deux régulateurs séparés avec le modèle de simulation est illustré par la figure suivante :

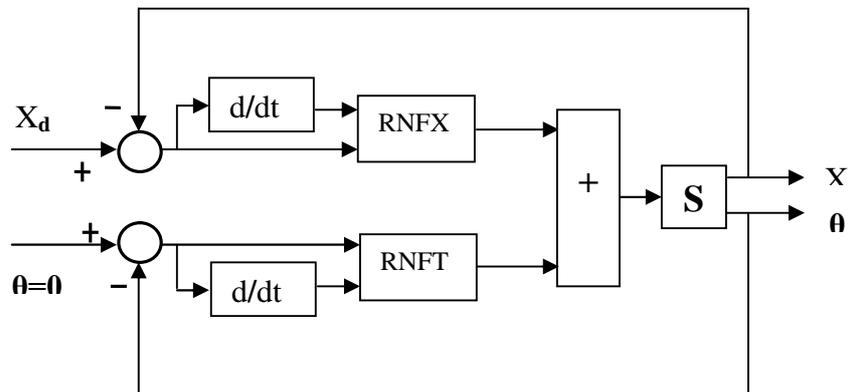


Figure III.45: Contrôle neuro-flou avec deux régulateurs

III.4.4.2 Méthodologie de conception

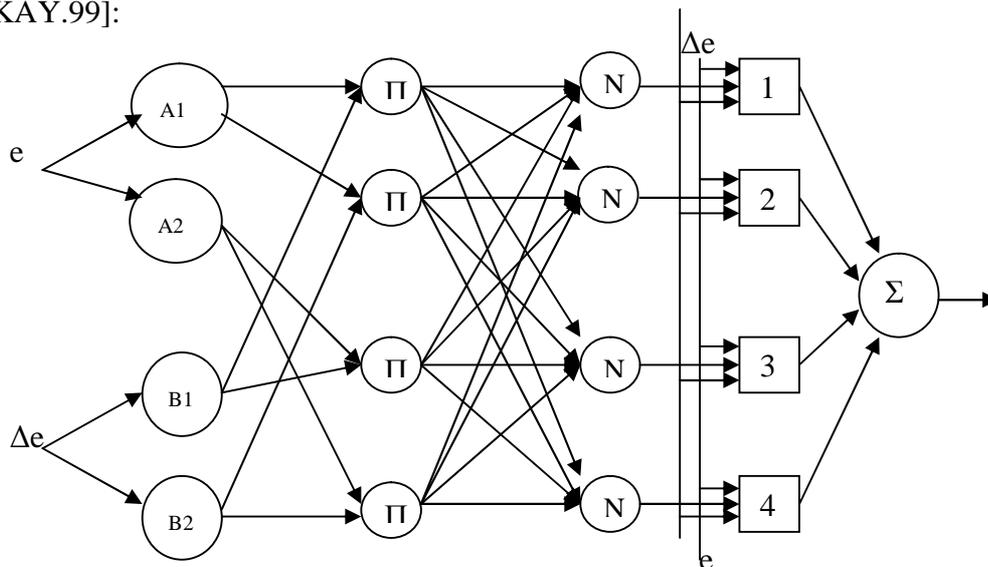
Dans l'évolution du contrôle flou, deux type de système ont été développés, notamment, le système de Mamdani ou standard, basé sur les règles purement floues et le système flou de Takagi Sugeno dont les règles sont semis flous.

La règle Takagi Sugeno présente à la différence de celle de Mamdani une conséquence qui n'est pas un ensemble flou mais une fonction

Dans notre cas on a quatre entrées, deux entrées pour chaque régulateur: $x(t), \dot{x}(t)$ position et vitesse du chariot, $\theta(t), \dot{\theta}(t)$: angle et vitesse angulaire du pendule, une sortie copulée $F(t)$ $p_i, q_i, et r_i$ représentent les coefficients de (TS)

III.4.4.3 Régulateur Neuro-flou (2x2)

La structure du régulateur sous forme d'un réseau adaptatif est présentée dans la figure suivante [KAY.99]:



Figure(III.46) : Le régulateur de type Sugeno (2x2) sous forme de RNA.

III.4.4.3.1 Algorithme de commande

Couche 1

La sortie de chaque nœud dans cette couche est exprimée par:

$$O_{1,i} = \mu_{A_i}(e) \quad , \quad \text{pour } i = 1,2. \quad (\text{III.74})$$

$$O_{1,i} = \mu_{B_{i-2}}(\Delta e), \quad \text{pour } i = 3,4. \quad (\text{III.75})$$

Tel que A_i et B_i sont les fonctions d'appartenances de forme triangulaire.

Couche 2

Les sorties des nœuds de cette couche sont exprimées par:

$$\begin{cases} O_{2,1} = O_{1,1} \cdot O_{1,3} = w_1 \\ O_{2,2} = O_{1,1} \cdot O_{1,4} = w_2 \\ O_{2,3} = O_{1,2} \cdot O_{1,3} = w_3 \\ O_{2,4} = O_{1,2} \cdot O_{1,4} = w_4 \end{cases} \quad (\text{III.76})$$

Couche 3

La sortie du nœud est exprimée par :

$$O_{3,i} = \overline{w_i} = \frac{w_i}{\sum_{K=1}^4 w_K} \quad (\text{III.77})$$

Couche 4

Les nœuds de cette couche sont à paramètres ajustables, leurs fonctions sont de la forme :

$$O_{4,i} = \overline{w_i} \cdot (p_i \cdot e + q_i \cdot \Delta e + r_i) \quad i=1,4. \quad (\text{III.78})$$

Tel que p , q , r sont les paramètres ajuster.

Couche 5

Cette couche contient un seul nœud qui réalise la somme des sorties des nœuds de la couche précédente :

$$O_5 = \sum_{i=1}^4 O_{4,i} \quad (\text{III.79})$$

Les paramètres des prémisses sont supposés fixes, donc O_5 peut être écrite sous la forme :

$$O_5 = \sum_{i=1}^4 (\overline{w_i} \cdot e) \cdot p_i + (\overline{w_i} \cdot \Delta e) \cdot q_i + (\overline{w_i}) \cdot r_i \quad (\text{III.80})$$

III.4.4.3.2 Algorithme d'apprentissage

Pour estimer les paramètres du réseau de neurones, nous avons utilisé le filtre de KALMAN étendu comme un algorithme d'apprentissage. Le régulateur est caractérisé par un vecteur de paramètres ϕ . Notre objectif est de trouver les valeurs du vecteur ϕ en minimisant l'erreur suivante:

$$e(k) = \frac{1}{2} (h_d(k) - h(k))^2, \quad k = 1..2 \quad (\text{III.81})$$

L'approche du filtre de KALMAN étendu consiste à linéariser à tout instant la sortie y autour du vecteur estimé $\hat{\phi}$. Ceci revient à écrire :

$$\begin{aligned} h_d(k) &= h(k) + \Psi_i^T(k) \left(\phi_i - \hat{\phi}_{i-1} \right) \\ \Psi_i^T(k) &= \frac{\partial h(k)}{\partial \phi_i} \end{aligned} \quad (\text{III.82})$$

Par conséquent, les paramètres sont ajustés selon la relation suivante:

$$\phi_i = \phi_{i-1} + P_i \Psi_i^T e_i \quad (\text{III.83})$$

Avec

$$\begin{cases} e_i = h_d - h \\ \Psi_i^T = \begin{bmatrix} O_{3,i} & O_{3,i} e_i & O_{3,i} \dot{e}_i \end{bmatrix} \\ P_i = \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \Psi_i^T \Psi_i} \end{cases} \quad (\text{III.84})$$

$p(k)$ est le gain de l'algorithme d'estimation, α_1 et α_2 fixés a 1 sont des gains d'adaptation pour modifier la vitesse de convergence.

Nous remarquons que cette méthode nécessite le calcul du gradient qui n'est rien d'autre que la méthode de rétro propagation utilisée dans les réseaux de neuronaux [ZHA.01].

$$\Psi = \frac{\partial h}{\partial \phi} \quad (\text{III.85})$$

pour le cas étudié, le vecteur des paramètres est:

$$\phi_i = [r_i \ p_i \ q_i]^T \quad (\text{III.86})$$

Par conséquent nous avons :

$$\Psi_i = \frac{\partial h}{\partial \phi_i} = \left[\frac{\partial h}{\partial r_i} \quad \frac{\partial h}{\partial p_i} \quad \frac{\partial h}{\partial q_i} \right]^T \quad (\text{III.87})$$

III.4.4.4 Structure du réseau contrôleur

La figure (III.46) présente un contrôleur neuronal flou à deux entrées, chaque entrée a deux sous ensembles (négatif, positif), ce qui forme quatre (4) règles. Dans notre cas la sortie dépend des entrées, donc il faut avoir une relation entre l'entée et la sortie donc le

raisonnement approximatif de Sugeno ne doit pas être d'ordre zéro. Le réseau contrôleur calcule le degré d'activation de chaque règle qui est multiplié par la fonction de Takagi Sugeno. Or son rôle est d'amplifier ou de diminuer la force.

Pour la création des règles on s'est basé sur le fonctionnement mécanique du système, pour illustrer cette idée, nous donnons un exemple :

Quand le pendule penche vers la droite, le chariot doit le rattraper en effectuant un mouvement vers la droite et inversement.

Si (θ est positive) ET ($\dot{\theta}$ est positive) ALORS (F est positive)

La synthèse du régulateur de Sugeno revient à la détermination des coefficients des conséquences des règles floues, l'obtention de ces coefficients à partir des connaissances vagues et imprécises est très difficile. Dans notre cas, nous exploitons les données entrées, sorties correspondant au régulateurs de Mamdani (tableau III.5 et III.6). Pour expliquer cette idée, nous donnons deux exemples :

Si la force suit l'angle, alors (p_1) reçoit une valeur numérique proche de (1) et (q_1) reçoit une valeur numérique proche de (0)

Et Si la force suit l'angle et valeur angulaire, alors (p_1) et (q_1) reçoivent une valeur numérique proche de (1)...etc.

• *Base de règles :*

$n = 2$ nombre de fonctions d'appartenances pour chaque entrée du régulateur.

$m = 4$ nombre de règles floues.

Les valeurs initiales des paramètres des conclusions des règles sont prises comme suit:

N° règle	e	Δe	p_1	q_1	r_1	p_2	q_2	r_2
1	N	N	0.209	0.3	0.01	0.56	0.325	0
2	N	P	0.209	0.3	0.01	0.56	0.325	0
3	P	N	0.209	0.3	0.01	0.56	0.325	0
4	P	P	0.209	0.3	0.01	0.56	0.325	0

Tableau (III.7): Paramètres TKS initiaux du régulateur (2x2)

La commande est donné par :

$$u = GU_2 u_{\text{teta}} - GU_1 u_x$$

•Gains de normalisation :

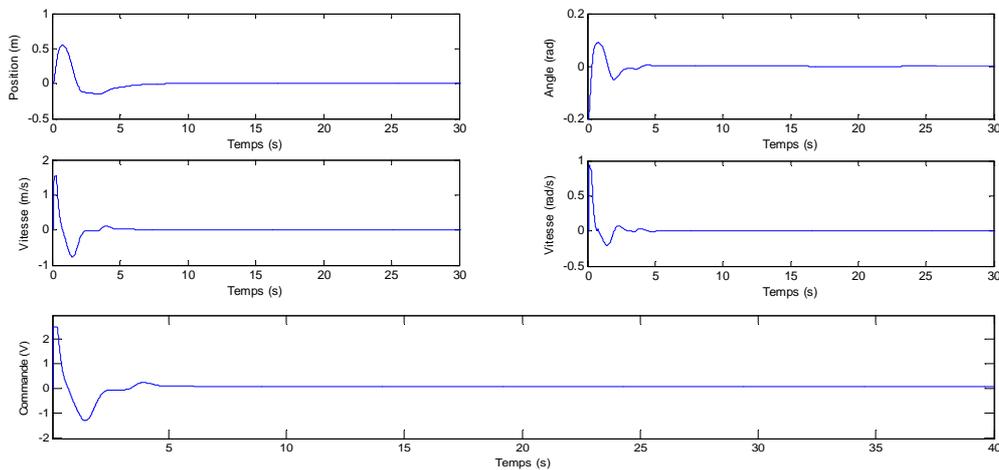
$$\begin{cases} GE_1 = 2 ; GCE_1 = 0.7 \\ GE_2 = 2.5 ; GCE_2 = 0.3 \end{cases}$$

•Gains des commandes :

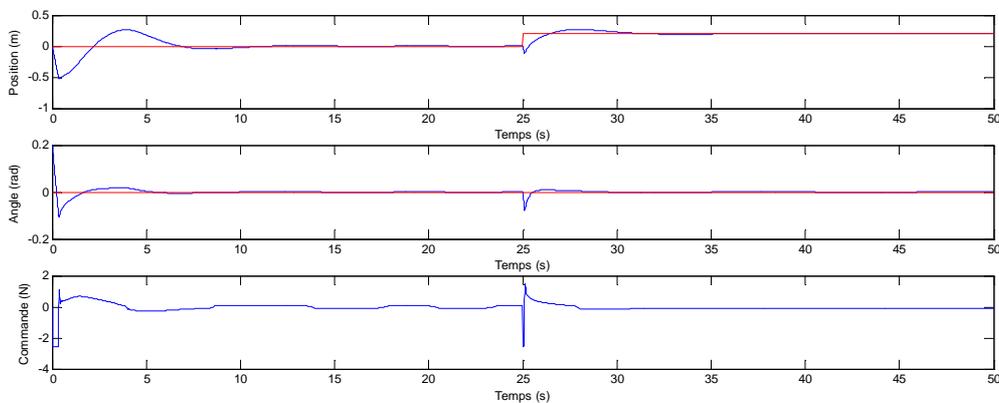
$$\begin{cases} GU_1 = 0.175 \\ GU_2 = 0.39 \end{cases}$$

Les simulations et les expérimentations suivantes sont obtenues pour les gains d'adaptation α_1 et α_2 qui sont fixés à 1.

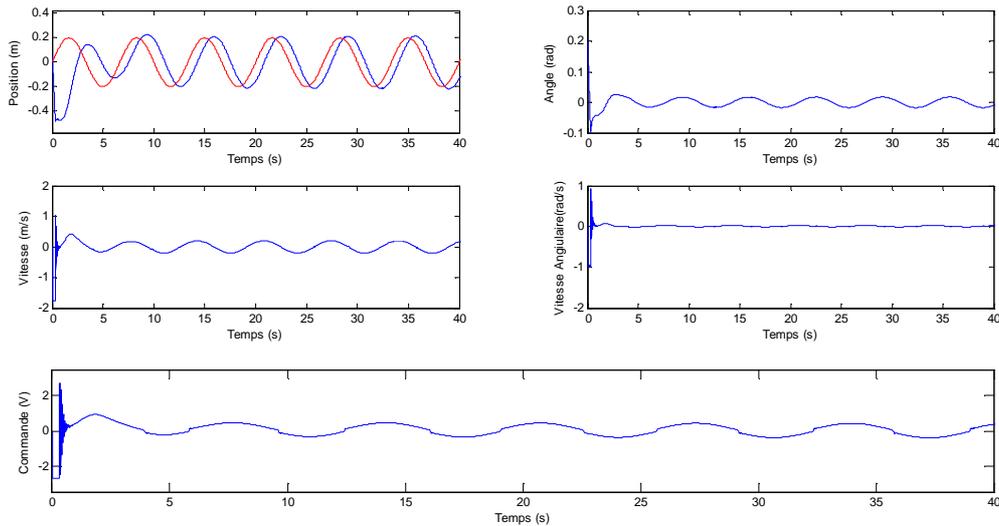
III.6.5 Résultats de simulation



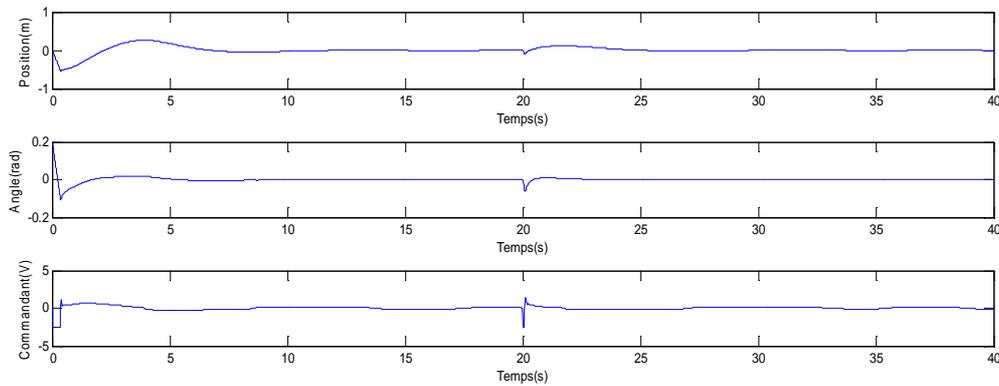
Figure(III.47):Résultats de simulation de stabilisation du pendule par la commande neuro floue



Figure(III.48):Résultats de simulation d'une poursuite échelon pour le déplacement du chariot par la commande neuro floue.



Figure(III.49) : Résultats de simulation d'une poursuite sinusoïdale pour le déplacement du chariot par la commande neuro floue



Figure(III.50): Résultats de simulation de stabilisation du pendule par la commande neuro floue avec rejet de perturbation

III.4.4.5.1 Interprétation des résultats de simulation

D'après les résultats de simulation présentés sur les figures (III.47), (III.48), (III.49) et (III.50), on constate bien qu'on a abouti à des résultats satisfaisants avec:

- Un temps de réponse de 3 sec.
- Une bonne poursuite de trajectoire et une erreur statique nulle.
- Une commande n'ont énergétique et réalisable pratiquement.
- Un déplacement du chariot dans les limites de rail.
- Un rejet de perturbations.
- Les dynamiques des sous systèmes pendule et chariot tolérables.

Nous notons une très bonne poursuite, sans dépassement des limites dans les deux cas de poursuite de référence rectangulaire et sinusoidale, illustrés par les figures (III.48) et (III.49), ainsi lors de la perturbation externe montré par la figure (III.50), le système répond avec oscillation très faible ou très négligeable du pendule et un déplacement du chariot de 0.1 mètres par rapport à la référence. Le régulateur réagit et corrige ces perturbations avec une énergie tolérable et stabilise le système après 2 sec.

D'après les résultats de simulation obtenus, nous concluons la robustesse et la performance de la commande neuro floue. Maintenant il ne reste plus qu'à valider sur le dispositif réel les résultats obtenus en simulation.

III.4.4.5.2 Implémentation de la commande neuro-floue

Lors de l'implémentation, nous avons gardé la même structure du réseau contrôleur et les mêmes coefficients Takagi Sugeno initiaux donnés au tableau (III.7). On a juste adapté les facteurs d'échelle sur les entrées et les sorties des contrôleurs. Le nombre de classes et de règles restent inchangé à ceux de résultats de simulation.

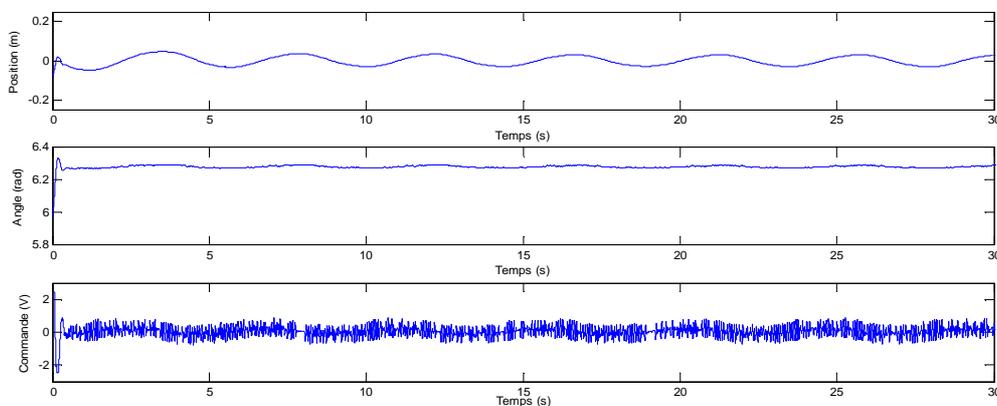
•Gains de normalisation :

$$\begin{cases} GE_1 = 1; GCE_1 = 1 \\ GE_2 = 1; GCE_2 = 1 \end{cases}$$

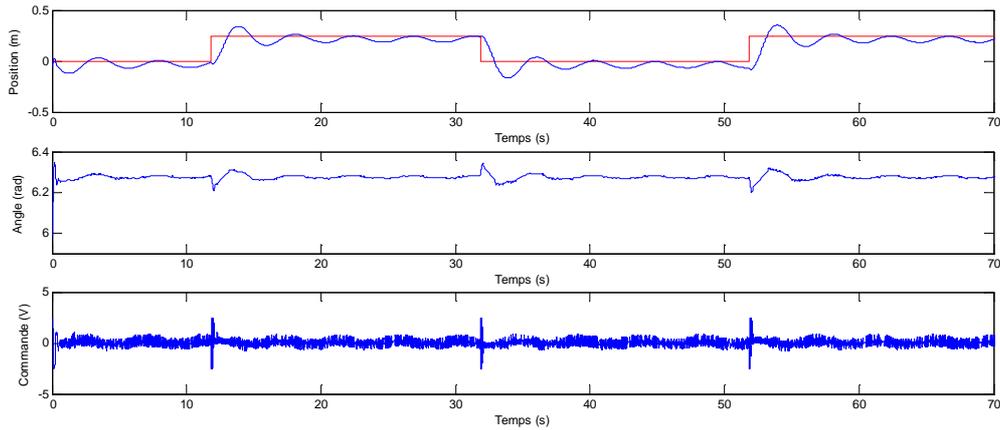
•Gains des commandes :

$$\begin{cases} GU_1 = 0.85 \\ GU_2 = 0.55 \end{cases}$$

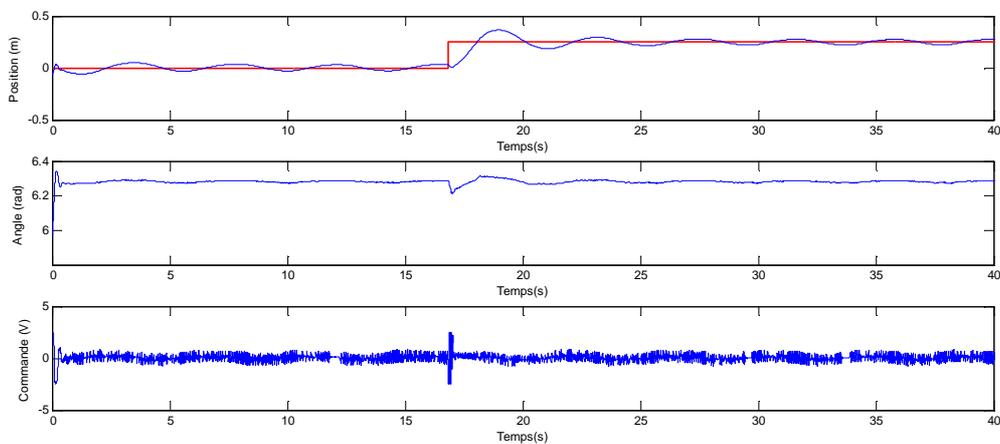
III. .4.4.5.3 Résultats expérimentaux



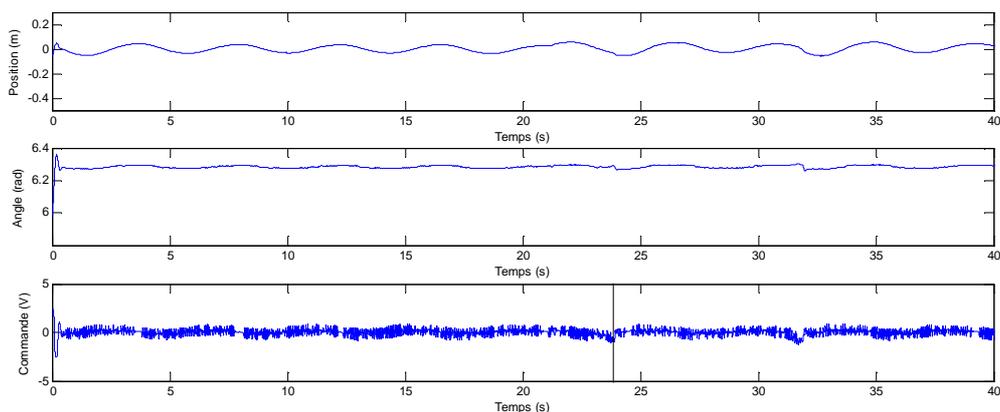
Figure(III.51) : Résultat de stabilisation neuro floue expérimental pour condition initiale (0 , 0, 0.3, 0)



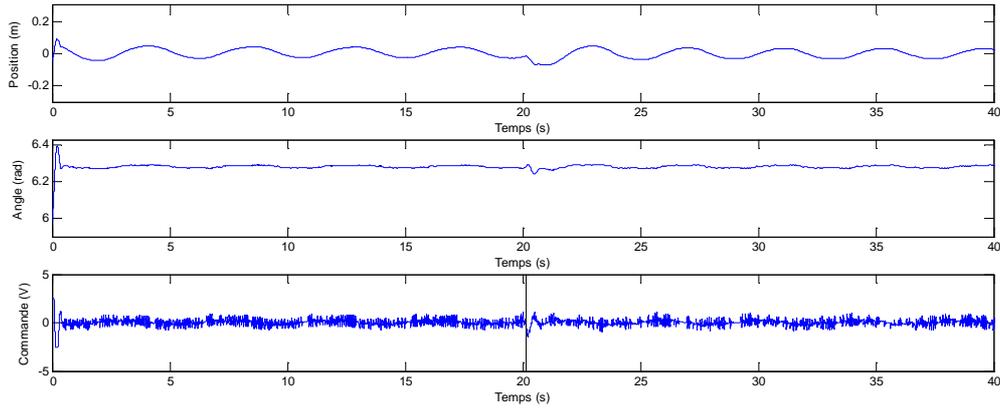
Figure(III.52) : Résultat de poursuite rectangulaire neuro floue expérimental pour condition initiale $(0, 0, 0.3, 0)$



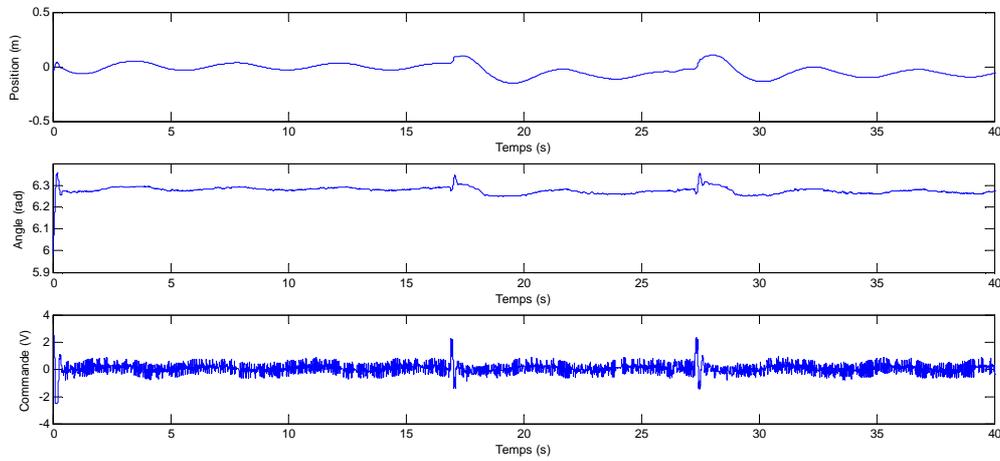
Figure(III.53) : Résultat de poursuite échelon neuro floue expérimental pour condition initiale $(0,0,0.3, 0)$



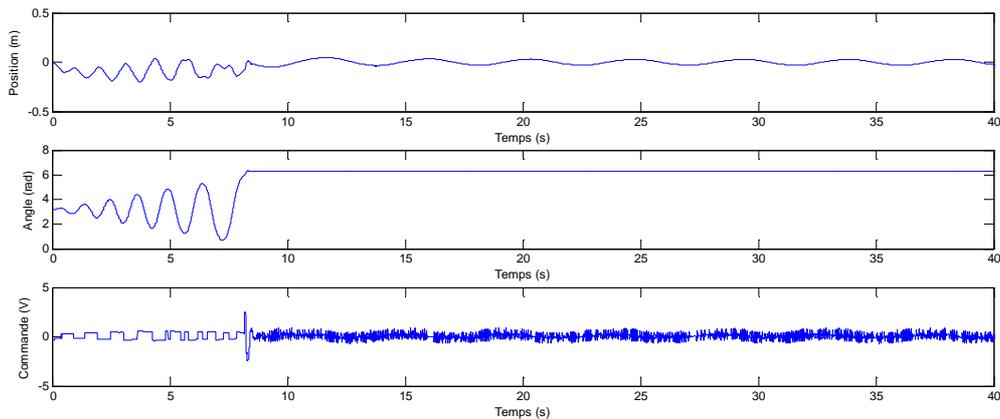
Figure(III.54) : Résultat expérimental pour une référence échelon et une variation paramétrique m de 40 % à partir de l'instant $t=24s$



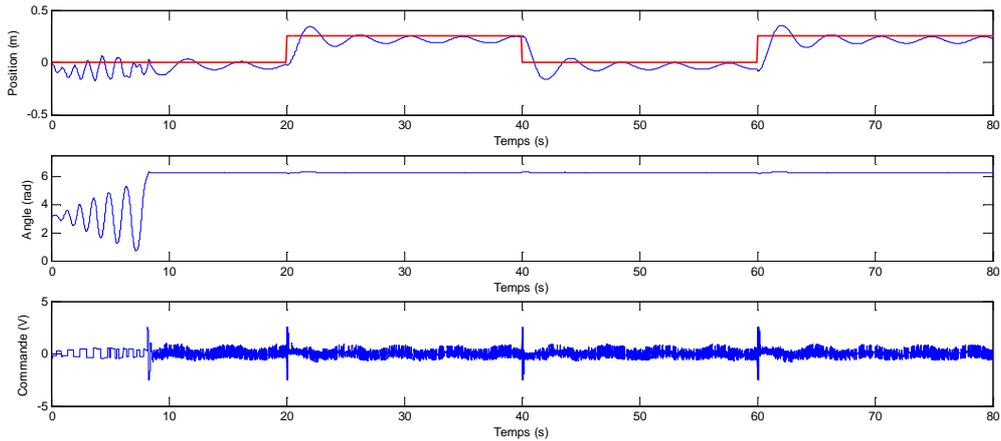
Figure(III.55) : Résultat expérimental pour une référence échelon et une variation paramétrique M de 40 % à partir de l'instant $t=20s$



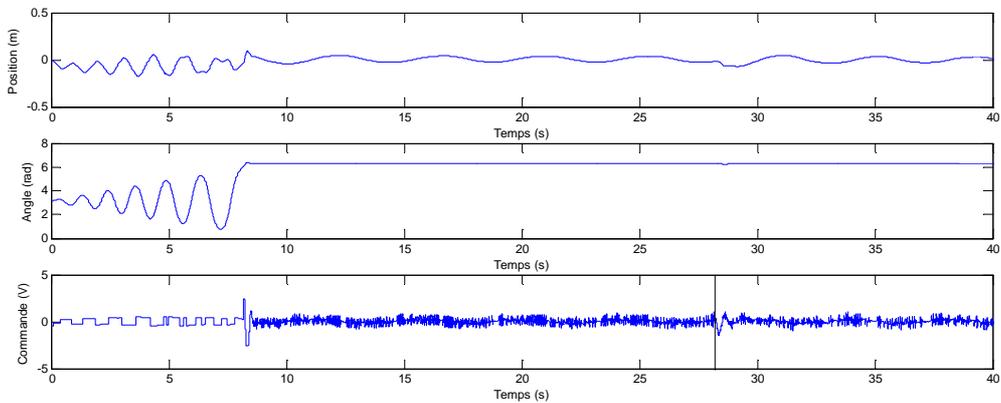
Figure(III.56) : Résultat expérimental pour une référence échelon et deux perturbations externe à partir de l'instant $t=17s$ et $t=27s$.



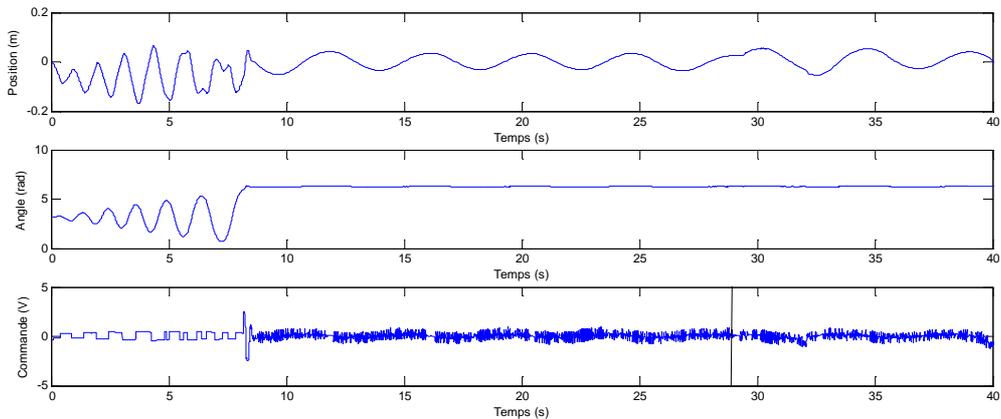
Figure(III.57) : Résultat expérimental pour redressement et stabilisation



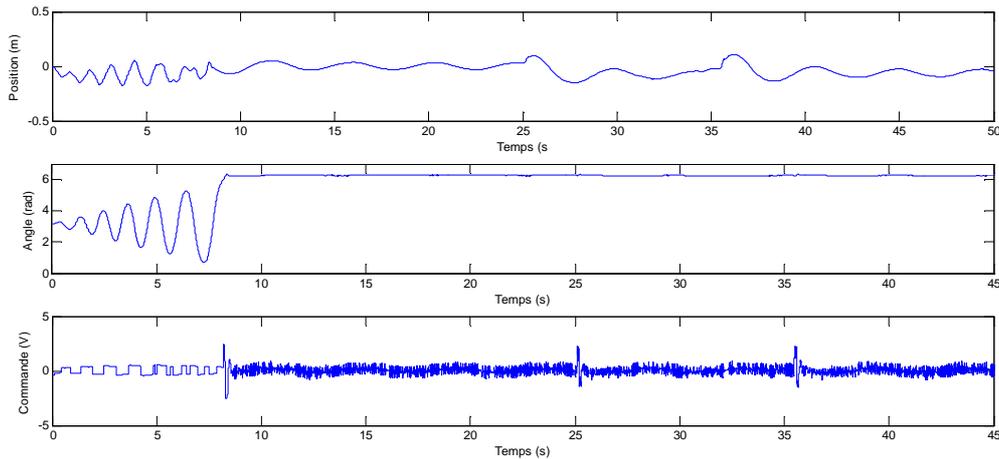
Figure(III.58) : Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une poursuite rectangulaire de fréquence 0.025.



Figure(III.59) : Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une variation paramétrique m de 40 % à partir de l'instant $t=28s$



Figure(III.60) : Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec une variation paramétrique M de 40 % à partir de l'instant $t=28s$



Figure(III.61) : Résultat expérimental pour redressement et stabilisation avec deux perturbations externe à partir de l'instant $t=25s$ et $t=36s$.

III. .4.4.5.4 Interprétation des résultats expérimentaux

Nous avons procédé à la vérification et le test de la commande développé en expérimentation au système pendule inversé. Les résultats d'expérimentation sont présentés sur les figures (III.51) à (III.61). Nous pouvons remarquer bien qu'on a abouti à des résultats concluants et satisfaisants en terme de poursuite avec de très faibles erreurs en régime permanent, un dépassement admissible de 0.07 à 0.1 m et un temps de réponse environ de 2 sec pour la stabilisation du chariot. L'angle du pendule reste quasiment inchangé avec une variation allant de 0.005 à 0.01 rad. Le signal de commande $u(t)$ est moins énergétique et plus doux par rapport aux commandes évoquées précédemment.

Cette commande manifeste une robustesse remarquable à la fois vis-à-vis de variations paramétriques jusqu'à 40% de la masse du chariot et du pendule respectivement montrés par les figures (III.54) (III.59) (III.55) et (III.60), ainsi que par rapport au rejet de perturbations extérieures appliquées sur la masse du pendule aux instants 25 et 36 sec illustré par les figures (III.56) et (III.61). En effet le système réagit avec un déplacement de 0.05 à 0.1 m et rejoint sa position au bout 2 sec après avoir dissipé la perturbation.

III.5 Comparaison des résultats obtenus avec les commandes appliquées

A partir d'un nombre d'essais expérimentaux statistiquement représentatif, nous présentons les tableaux qui résument les résultats obtenus en régime établi relevés sur les figures (II.7) à (II.14), (II.26) à (II.37), (III.27) à (III.32) et (III.51) à (III.61):

Le tableau (III.8) présente la comparaison des commandes développées pour une consigne de 0 m.

	Correcteur	LQR	MG	FLOU	NEURO FLOU
Position du Chariot (m)	Mini	-0.1733	-0.1653	-0.1904	-0.0477
	Maxi	0.0140	0.0594	0.3003	0.0486
Angle du pendule (rad)	Mini	-0.007	-0.077	-0.0797	-0.054
	Maxi	0.007	0.049	0.0828	0.024

Tableau (III.8): Comparaison des mesures de position et d'angle

Le tableau (III.9) présente la comparaison des dépassements du chariot et des déviations angulaire du pendule lors des changements de consigne de 0.25m.

	Correcteur	LQR	MG	FLOU	NEURO FLOU
Position du Chariot (m)	Mini	-0.0498	-0.0566	-0.0955	-0.1616
	Maxi	0.2621	0.3096	0.3925	0.3377
Angle du pendule (rad)	Mini	-0.0368	-0.065	-0.0920	-0.063
	Maxi	0.0736	0.058	0.0828	0.054

Tableau (III.9): Dépassement de la consigne de position et la déviation angulaire lors de changement de consigne de position de 0.25 m

Le tableau (III.10) présente la comparaison des réactions du système par les différentes commandes développées pour des variations paramétriques et les perturbations extérieures afin d'évaluer leurs robustesse.

Amplitude des oscillations	Type de perturbation	Correcteur	LQR	MG	FLOU	NEURO FLOU
Position du Chariot (m)	Variation de 40% de M	mini	-0.0367	-0.0110	+	-0.0277
		maxi	0.0253	0.0349	+	0.0196
Position du Chariot (m)	Variation de 40% de m	mini	-0.0408	-0.047	+	-0.0153
		maxi	0.0026	0.018	+	0.0471
Position du Chariot (m)	Extérieure	maxi	-0.0598	0.0485	-0.2406	0.0450
Angle du pendule (rad)	Extérieure	maxi	0.0307	-0.058	0.0797	-0.0463

Tableau (III.10): Synthèse comparative de la robustesse

Le tableau (III.11) présente la synthèse sur les aspects qualitatifs des commandes développées.

Correcteur	LQR	MG	FLOU	NEURO FLOU
Dynamique	Bonne	Bonne	Bonne	Bonne
Précision	Bonne	Excellente	Moins Bonne	Très Bonne
Complexité à régler	Facile	Facile	Difficile	Difficile
Complexité à synthétiser	Facile	Moins Facile	Difficile	Difficile
Commande	Eprouvante	Acceptable	Plus Eprouvante	Douce

Tableau (III.11): Aspects qualitatifs des commandes développées

III.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les concepts fondamentaux de la logique floue, des réseaux de neurones ainsi que les systèmes neuro-flous issus de la combinaison de la logique floue et les réseaux de neurones.

Nous avons d'abord introduit la structure interne d'un système d'inférence flou, nécessaire à la compréhension d'un système flou. Nous avons ensuite présenté une méthodologie complète de la construction de la relation entrée-sortie à partir des règles floues. Par la suite les modèles dynamiques des réseaux de neurones ont été décrits d'une manière détaillée avec l'algorithme d'apprentissage par rétro propagation.

Dans la troisième partie nous avons présenté la stratégie de commande neuro-floue ainsi que l'algorithme d'apprentissage utilisé dans notre application.

Enfin, nous avons présenté les résultats expérimentaux obtenus par application la commande floue et la commande neuro floue respectivement. Nous avons vu que celles-ci manifeste de très bonnes performances et une très bonne robustesse.

Le contrôleur neuro flou proposé dans cette partie peut être appliqué à une large classe de systèmes non linéaire, il combine les avantages de deux techniques; par la rapidité du temps de réponse, la commande moins énergétique, la meilleur limitation du déplacement du chariot et la très bonne robustesse vis-à-vis des erreurs paramétriques et perturbations extérieures.

Les simulations effectuées sur le modèle d'état du système pendule inversé ainsi les relevés expérimentaux montre l'efficacité de cette commande aussi bien en simulation qu'en expérimentation.

Conclusion générale

L'étude présentée dans ce mémoire a pour objectif d'aborder les techniques de l'intelligence artificielle qui constituent une alternative aux commandes classiques, généralement employées en automatique afin de répondre au mieux aux objectifs de performance et de robustesse pour la régulation d'un procédé. Les lois de commandes proposées sont appliquées et expérimentées à la stabilisation d'un pendule inversé qui est un système instable, SIMO, sous actionné et possède des non-linéarités non négligeables. C'est un outil didactique et un problème classique souvent utilisé pour tester les caractéristiques de nouvelles lois de commande.

Pour y parvenir, nous sommes amenés d'abord à connaître la constitution de ce système et à comprendre son fonctionnement. La modélisation du système pendule inversé était nécessaire afin de synthétiser les lois de commandes classiques et intelligentes proposées dans notre travail.

Dans le deuxième chapitre, nous avons développé la commande linéaire quadratique et la commande par mode de glissement avec succès et les résultats apportés sont aussi concluants. La première est capable de contrôler l'angle du pendule inversé et la position du chariot du système linéarisé, la seconde est capable de contrôler l'angle du pendule inversé et la position du chariot du système non linéaire. L'application de celle-ci sur le pendule a permis le rejet total des perturbations, une bonne poursuite des consignes, une insensibilité aux variations paramétriques et enfin une élimination du phénomène de broutement (chattering).

Les résultats de l'étude comparative entre ces commandes développées confirment que les deux commandes sont plus performantes ainsi que robustes. De plus, si le critère de précision est privilégié, par conséquent la commande LQR est la plus performante. Par contre si le critère énergétique est avantagé alors la commande par modes de glissement est plus performante.

Au troisième chapitre, après avoir donné quelques rappels théoriques de base de la logique floue et la représentation d'un régulateur flou et de ses différents constituants, ainsi

que l'application de la logique floue dans la commande, nous avons appliqué la commande par logique floue sur le simple pendule inversé. Les résultats de simulation ont montré l'efficacité de cette commande.

En effet, les régulateurs flou de type Mamdani avec des fonctions d'appartenance triangulaires et trapézoïdales, et la taille de la base des règles est de 25 règles ont donné de faibles erreurs de poursuite en régime permanent et une très bonne robustesse face aux perturbations en simulation, mais malheureusement nous n'avons pas pu obtenir les résultats attendus concrètement sur le banc d'essai dont nous disposons, même si le nombre de règle a été diminuer jusqu'à 9 règles, nous remettons cela aux insuffisances du calculateur de l'environnement de développement accompagnant la maquette.

En second lieu, nous avons appliqué la commande hybride neuro floue qui réunit la théorie puissante de la logique floue et celle des réseaux de neurones afin d'introduire des capacités d'apprentissage et d'adaptation dans les systèmes flous. Le régulateur flou est implémenté par un réseau connexionniste à quatre couches, et possède la capacité d'adaptation de ses paramètres en temps réel grâce à un algorithme de rétro propagation du gradient.

Certainement, la combinaison de ces deux approches nous a donné de meilleurs résultats; du côté performances, robustesse, poursuite et stabilité. Elle nous a apporté la rapidité par un meilleur temps de réponse, une commande moins énergétique que celle faite seulement, par le mode glissant, LQR ou par logique floue et une meilleure robustesse vis à vis des erreurs paramétriques tels que, même pour des erreurs considérables en présence de perturbations aléatoire, la stabilité demeure assurée et le déplacement du chariot reste dans l'intervalle tolérée.

Les travaux théoriques étudiés et les solutions retenues ont été testés sur l'application réelle. Les résultats obtenus ont été comparés avec ceux attendus et les hypothèses faites lors de l'étude théorique ont été validées ou remises en cause.

Les expériences que nous avons entreprises sur notre maquette nous a permis de voir l'écueil qui peut exister entre la simulation et la pratique, les paramètres théoriquement applicable à notre système ont été adaptés en pratique pour rapprocher au mieux la caractéristique de la stabilité. Les résultats de simulations et expérimentaux obtenus ont été

concluants mais pourrai être améliorés en jouant sur les paramètres des régulateurs ou sur les modifications matérielles de la maquette.

Notre principale contribution se situe donc sur le plan de la mise en œuvre et l'application pratique de ces commandes sur le procédé réel car beaucoup de schéma de commande des procédés donnent de très bons résultats en simulation et ne fonctionnent pas du tout concrètement une fois sont implémentés. Cette étude nous a permis d'aborder plusieurs aspects de l'électronique, de l'automatique et d'informatique.

On tient à citer les grands obstacles rencontrés dans ce mémoire sont:

Choix des matrices de pondération et la surface de glissement.

Créer le tableau de base de règles ainsi que les facteurs d'échelles.

Trouver les coefficients Takagi-Sugeno.

L'implantation des différentes commandes sur le procédé en question.

Les travaux décrits dans ce mémoire ouvrent un nombre de perspectives. Tout d'abord, il serait intéressant appliquer d'autres stratégies de commande afin d'apporter des améliorations tel que la Commande neuro-floue optimisée par des algorithmes génétiques, appliquer l'approche d'analyse de la commande utilisée dans ce mémoire à d'autres procédés.

Ensuite, en vue d'implémenter d'autres nouvelles commandes comme la logique floue classique, nous proposons comme perspective des travaux à venir d'adapter un environnement de développement plus performant et offrant plus de flexibilité à l'utilisateur.

Au terme de ce travail, nous pouvons conclure que chaque type de commande peut être avantageux dans un sens et désavantageux dans un autre, mais on peut affirmer que l'association de la logique floue et les réseaux de neurones s'avère très efficace dans le contrôle de processus complexes.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- [AND.89] Anderson C.W., « learning to control an inverted pendulum using neural net works», IEEE control system magazine, vol.9 page 31-37, 1989.
- [AST.00] K.J. Aström, K. Furuta,«Swinging up a pendulum by energy control», *Automatica*, Vol. 36, N°. 2, 2000, pp. 287 -295, 2000.
- [BAS.95] Bastin A., « handling the nonlinearity of a fuzzy logic controller at the transition between rules» *Fuzzy set and systems*, vol.71 , page 369-387,1995.
- [BON.85] Bondarev A. G, N. E. Kosteleva & V. I. Utkin.«Sliding modes in systems with asymptotic state observers», *Automation and remote control*, 46(6):49-64. 1985.
- [BOR.98] Borne P .Rozinoer J.Dieulot J.Dubois L."Introduction à la commande floue" Paris : Editions Technip, 1998.
- [BOR.07] Borne P. Haggege J. . "les réseaux de neurones présentation et applications" Paris : Editions Technip, 2007.
- [BOU.05] Boudjedaimi.M «commande floue»mémoire d'ingénieur université TO .05
- [BOU.03] Bouchon-Meunier, B. Marsala, C. " Logique floue, principes, aide à la décision" Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [BOU.06] Bourles. H « Systèmes linéaires, de la modélisation à la commande» Paris, Hermès Sciences Publication, 2006.
- [BOU.91] Boudjema.F, «Commande par mode glissement : Application aux convertisseurs multicellulaires», Thèse de Doctorat, Université Paul Sabatier de Toulouse, 1991.
- [BRE.99] Breton, S. " Une approche neuronale du contrôle robotique utilisant la vision binoculaire par reconstruction tridimensionnelle" Thèse de Doctorat, Université de haute alsace U.F.R. des Sciences et Techniques Juin 1999.
- [BUG.03] Bugeja.M « Non-Linear Swing-Up and Stabilizing Control of an Inverted Pendulum System» EUROCON 2003 Ljubljana, Slovenia
- [BÜH.86] Bühler.H : «réglage par mode de glissement », Presses Polytechniques Romandes, Lausanne, Switzerland, 1986.
- [BÜH.94] Bühler.H, "Réglage Par Logique Floue", Presse Polytechnique et Universitaire Romandes, 1994.
- [DOT.01] Dotoli.M, B. Maione, D. Naso and Biagio Turchiano«Fuzzy Sliding Mode Control for Inverted Pendulum Swing up with Restricted Travel».IEEE 2001.

- [DRE.02] Dreyfus, G. Martinez, J.M. Samuelides, M. Gordon, M.B. Badran, F. Thiria, S. Hérault, L. " Réseaux de neurones : Méthodologie et applications " Editions Eyrolles 2002, ISBN: 2-212-11019-7.
- [EME.67] Emelyanov. S.V «Variable structure control systems». Moscow Nauka, 1967.
- [FAB.03] Fabien, M. «Introduction aux réseaux de neurones et leurs application en Automatique ». Ecole des Mines de Paris, Décembre 2003.
- [FAU.06] Faucher. J, «les plans d'expériences pour le réglage et commande à base logique floue». Thèse de Doctorat, Institut national Polytechnique de Toulouse. Spécialité : Génie Electrique et Automatique
- [FAU.84] Faure.P, Robin.M. «Éléments d'automatique». Dunod, 1984.
- [GAC.97] Gacogne, Louis. «Eléments de logique floue». Paris : Hermès 1997.
- [GER.08] Gerald, H. «processeurs flous». *HE-ARC, BAPTISTE SAVOYE 26, CH-2610 ST-IMIER*, Mai 2008.
- [HAS.97] Hascoët, J.Y Legoff, O.«Extraction d'attributs et Réseaux Neuronaux en Programmation Hors-Ligne de Robots de Soudage». Recueil de Conférences: Les Applications des Réseaux de Neurones à la Mécanique. Publications CETIM, 1997.
- [ISI.95] Isidori. A «Nonlinear control system». Springer Verlag, Berlin, third edition. 1995.
- [ITK.76] Itkis.U «Control systems of variable structure». J. Wiley: New York, 1976.
- [JAI.06] JAIRO ESPINOSA, JOOS VANDEWALLE AND VINCENT WERTZ, "Fuzzy Logic, Identification and Predictive Control" Springer, 2006
- [JAN.93] J.S.R. Jang, ANFIS: "Adaptive-network-based fuzzy inference systems". IEEE Transactions on Systems, Man & Cybernetics 23(3), 665–685, 1993.
- [JAN.92] J. S.R. Jang «Neuro Fuzzy Modeling Architectures Analyses and Applications». Department of Electrical Engineering and Computer Science University of California Berkeley July 1992
- [JAN.98] Jantezen, J. "Tuning of Fuzzy PID Controllers", Technical University of Denmark: Dept. of Automation, Bldg326, DK-2800Lyngby, DANMARK. Tech. report no98-H871 (fpid), 30 Sep 1998.
- [JYH.95] Jyh-Shing R., Chuen-Tsai S., " *Neuro-Fuzzy Modeling and Control*" Proceedings of the IEEE, Vol. 83, N^o 3, March 1995 pp 378- 404.
- [KAN.93] Kandel A, « fuzzy inference and its applicability to control system», Fuzzy set and systems, vol.7, page 99-111,1993.

- [KAY.99] O. Kaynak, M. O. EFE, « Neuro-Fuzzy Approaches for Identification and Control of Nonlinear Systems», Bogazici University, Istanbul, TURKEY,1999.
- [KHA.01] F.KHABER, A.HAMZAOUI, K.BENMAHAMMED " *Commande floue d'un système non linéaire* ". Conférence Internationale sur la productique CIP Juin 2001. Alger
- [KHA.09] H. Khammar, S Tliba « *Commandes hybrides d'un système non linéaire sous actionné*», PFE ENSP, juin 2009.
- [LAM.03] Lamnabhi-Lagarrigue F.,Rouchon P., « *Commande non linéaires*» Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [LAM.04] Lam Johnny, « *Control of an Inverted Pendulum* », Dept. of Electrical & Computer Engineering, University of California, U.S.A, 2004.
- [LAR.96] Larminat.P, *Automatique : Commande des systèmes linéaires*. 2ème édition revue et augmente, Edition Hermès, Paris 1993-1996.
- [LAU.03] Laurant F. Sylvie G. Andre T. " *Commande floue 1, de la stabilisation à la supervision* " Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [LAU.03] Laurant F. Sylvie G. Andre T. " *Commande floue 2, de l'approximation à l'apprentissage* " Paris, Hermès Sciences Publication, 2003.
- [LIM.02] Limin P., Peng-Yung W., " *Neural - Fuzzy Control System for Robotic Manipulators* " IEEE Control Systems Magazine, February 2002. pp 53 - 63
- [LIN.96] Lin Z Saberi A Gutmann M., « *linear controller for an inverted pendulum having Restricted Travel: A High-and-Low Gain Approach*», *Automatica*, Vol. 32, N°.18,p. 1683 -1685, 1996.
- [MAD.08] Madaoui M. "Commande floue et neuro-floue d'un convertisseur direct AC/AC monophasé à structure minimale. Application à l'alimentation d'une machine asynchrone monophasé" Thèse de Magister, ENPAlger Février 2007.
- [MAM.06] Mammar.S Notes de cours de master RVSI : Automatique avancée. Université d'Evry Val d'Essonne, France . 2006.
- [MAN.01] Series User's Manual Advantech Co., Ltd. www.advantech.com PCI-1711 Part No. 2003171600 1st Edition 2001.
- [MAR.98] Marie M .Mokhtari M, "Applications de MATLAB 5 et SIMULINK 2, Springer-Verlag France, 1998 "
- [MCG.02] McGilvray S., *Self-Erecting Inverted Pendulum: « Swing up and Stabilization Control*»,IEEE Contest Paper, 2002.

- [MEL.98] Mellah R., " Contribution la commande adaptative neuro floue. Application à la robotique" Thèse de Doctorat, Université des sciences et de la Technologie Houari Boumediene. Alger. Mai 2006.
- [MEL.09] R. Mellah, F. Lahouazi, S. Djennoune, S. Guermah, R. Toumi « REAL TIME IMPLEMENTATION OF COMPOSITE NEURAL-FUZZY CONTROL OF INVERTED PENDULUM» The Mediterranean Journal of Measurement and Control, Vol. 5, No. 4, 2009.
- [MEL.10] R. Mellah, F. Lahouazi, S. Djennoune, S. Guermah, R. Toumi « Composite Sliding Mode Control of Inverted Pendulum» *Interational Conference on Electrical Engeneering, Electronics and Automatic ICEEA 10* Bejaia, Algeria.
- [MOR.04] Mordjaoui M" Modélisation des effets électromagnétiques Apport de la logique floue et Neuro-floue" Thèse de doctorat es-sciences, Université De Batna, Juin 2004.
- [NAK.97] Nakoula, Y. " Apprentissage des Modèles linguistiques flous, par Jeu de Règlrs Pondérées" Thèse de Doctorat, Université de Savoie, France, Juillet 1997.
- [NIC.96] Nicolas.B, «Contribution à la commande des convertisseurs statiques : définition de lois de commutation à l'aide de la théorie des modes glissants», Thèse de Doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 1996.
- [OUL.05] Ould Abdeslam .D "Techniques neuromimétiques pour la commande dans les systèmes électriques : application au filtrage actif parallèle dans les réseaux électriques basse tension" Thèse de Doctorat, université de Haute-Alsace. France. Décembre 2005.
- [OUL.06] Ould Abdou Taleb Mustapha, "Commande par Mode de Glissement Floue avec Observateur: Application à Différents Pendules Inversés". Thèse Magister, ENP 2006.
- [RIC.06] Richard P.Y, H. Cormerais, J. Buisson, «A generic design methodology for sliding mode control of switched systems», *Nonlinear Analysis* 65 (2006) 1751-1772, 0362-546X/\$- see front matter© 2006 Published by Elseiver Ltd.
- [SLO.84] Slotine. J.J.E « Sliding controller design for nonlinear systems». *Int. Jour. of Cont.*, 40(2) : 421.434, 1984.
- [SLO.91] Slotine. J.J.E« Applied Nonlinear Control », Prentice Hall 1991.
- [UTK.78] Utkin.V.I : « Sliding modes and their application in variable structure systems», Edition MIR, Moscou, 1978.
- [UTK.92] Utkin.V.I «Sliding modes in control optimisation », Springer-Verlag, 1992.
- [VAN.93] Van Der Linden GW., « H^∞ control of an experimental inverted pendulum with dry friction», *IEEE control system magazine*, vol.13 page 44-50, 1997.

- [VER.98] Vermeiren L, « proposition de loi commande pour la stabilisation de modèles flous thèse de doctorat, université valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, 1998 »
- [WEI.95] Wei Q.F.,Dayawansa W.P.,LEVIN W.S., « Nonlinear controller for an inverted pendulum having Restricted Travel », *Automatica*, Vol. 31, N°.6,p. 161 - 180, 1995.
- [WEL.04] G. Welch, G. Bishop, An Introduction to the Kalman Filter, Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill Chapel Hill, NC27599-3175, Avril 2004.
- [YAM.89] Yamakawa T., « stabilisation of inverted pendulum by a high-speed fuzzy logic controller hardware system», *Fuzzy set and systems*, vol.32, page 161-181,1989.
- [ZAH.00] Zaharieva.T«Commande a structure variable appliquée a un moteur synchrone», thèse pour l'obtention du Diplôme de Recherche de l'INSA de Toulouse, France, 2000.
- [ZAY.01] J. Zaytoon, « Systèmes dynamiques hybrides », Collection Hermès, Paris, France. Livre publié en 2001.
- [ZHA.01] J. Zhang,«Developing Robust Neural Network Models by Using both Dynamic and Static Process Operating Data», *Ind. Eng. Chem. Res.* 2001, 40, 234-241.

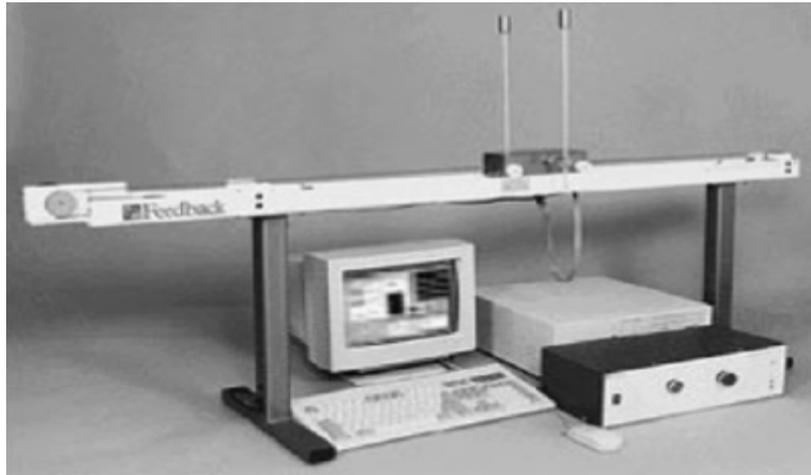


Figure A.1: Vue générale de l'équipement utilisé

Parameter	Value
K_m DC motor Torque Constant	0.05 Nm
K_g Gearbox Gearing ratio	0.05 N/A
R Motor Armature Resistance	2.5Ω
r Motor pinion radius	0.0148 m
M Cart mass	2.4 kg
m Pendulum mass	0.23 kg
g Gravity	9.81 m/s^2
l Pole length	0.36 m
I Moment of inertia of the pole	0.099 kg.m^2
b Cart friction coefficient	0.05 Ns/m
d Pendulum damping coefficient	0.005 Nms/rad

Table A.1: Spécifications techniques du système

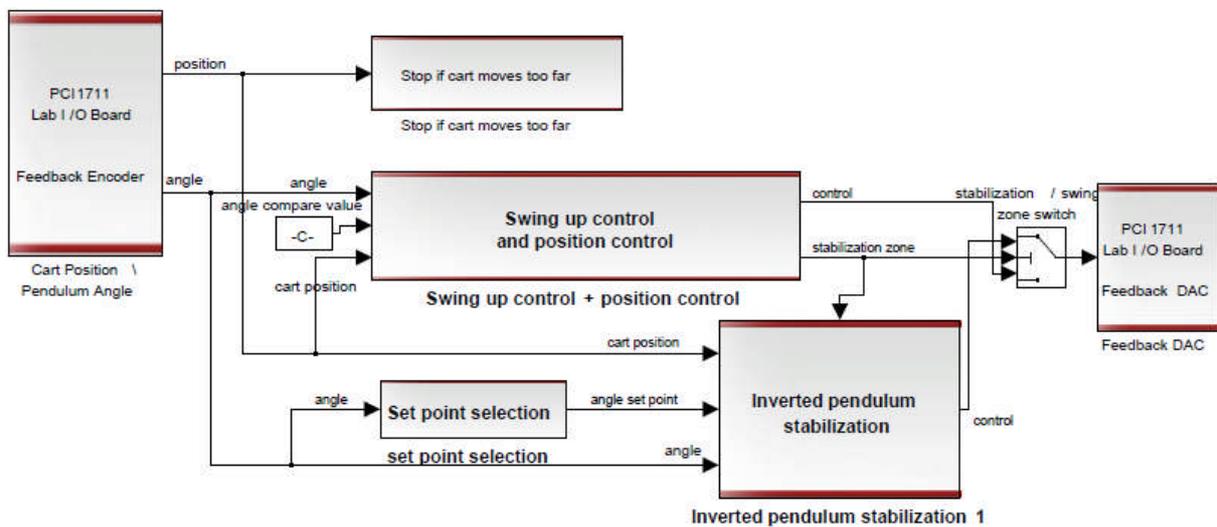


Figure A.2: Complete closed loop control system of an inverted pendulum

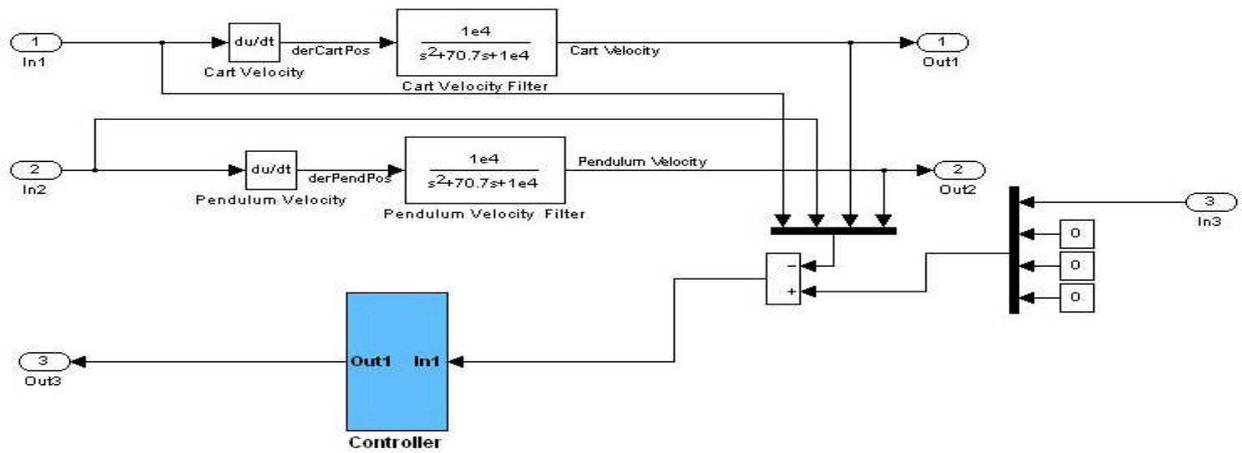


Figure A.3: Inverted pendulum stabilization subsystem (LQR Controller)

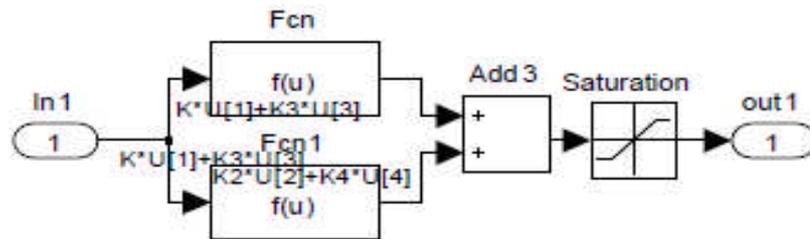


Figure A.4: Linear controller subsystem

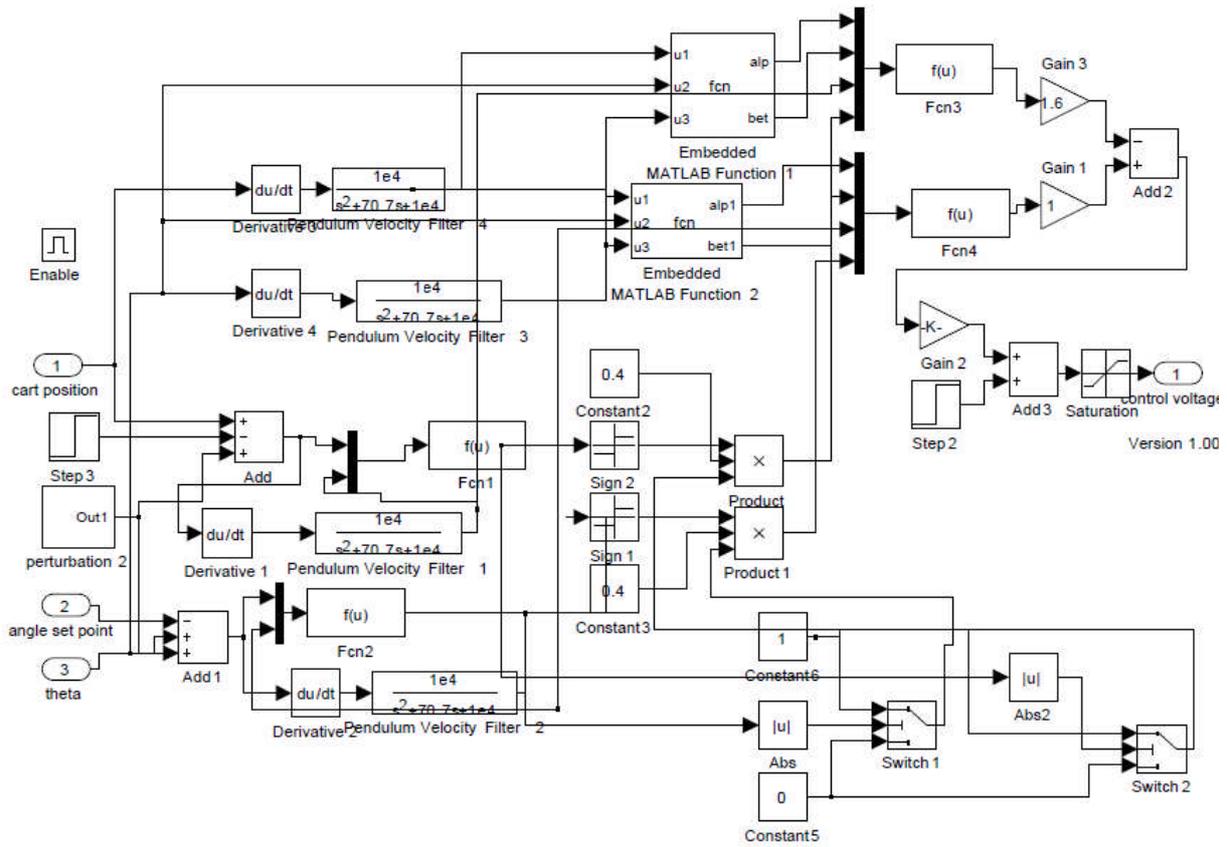


Figure A.5: Inverted pendulum stabilization subsystem (Sliding Mode Controller)

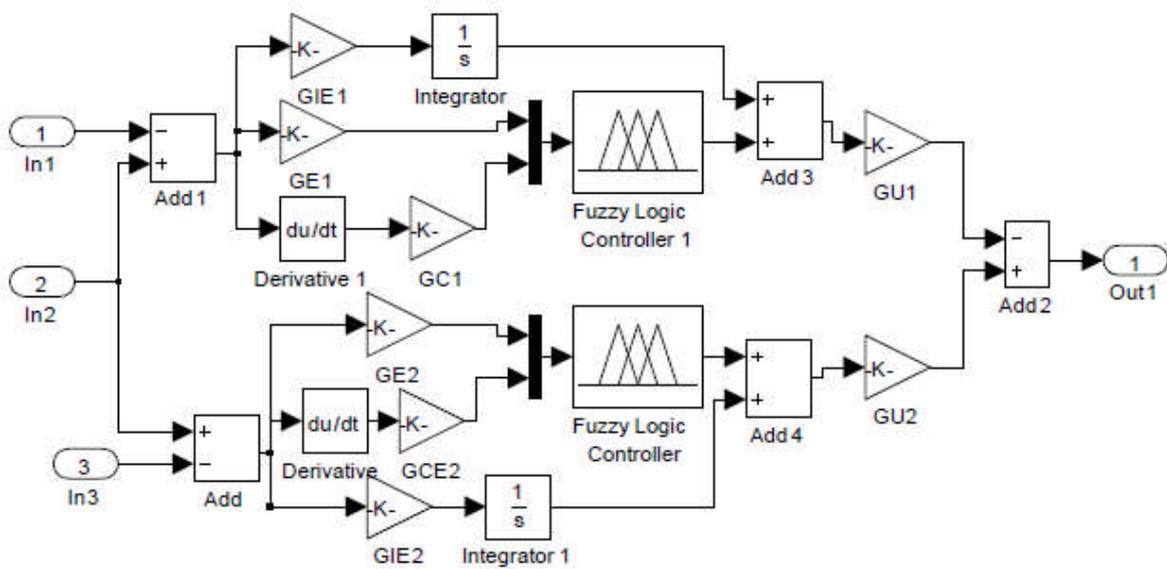


Figure A.6: Inverted pendulum stabilization subsystem (PID Fuzzy Controller)

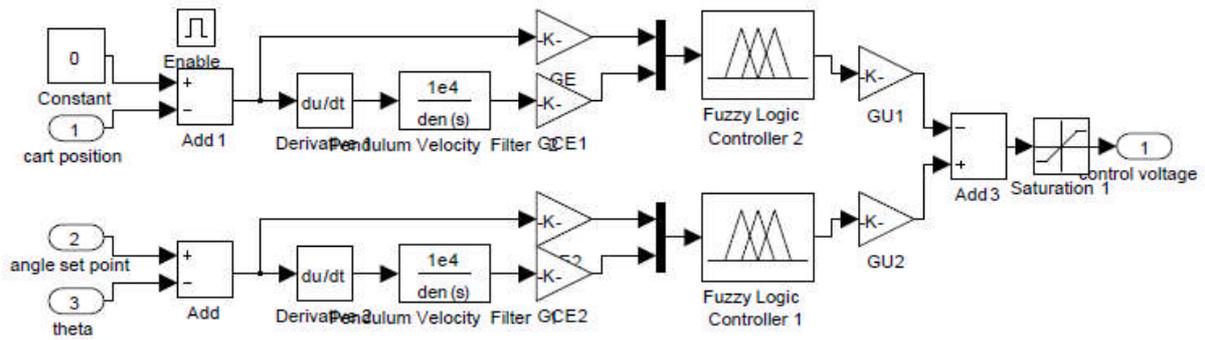


Figure A.7: Inverted pendulum stabilization subsystem (PD Fuzzy Controller)

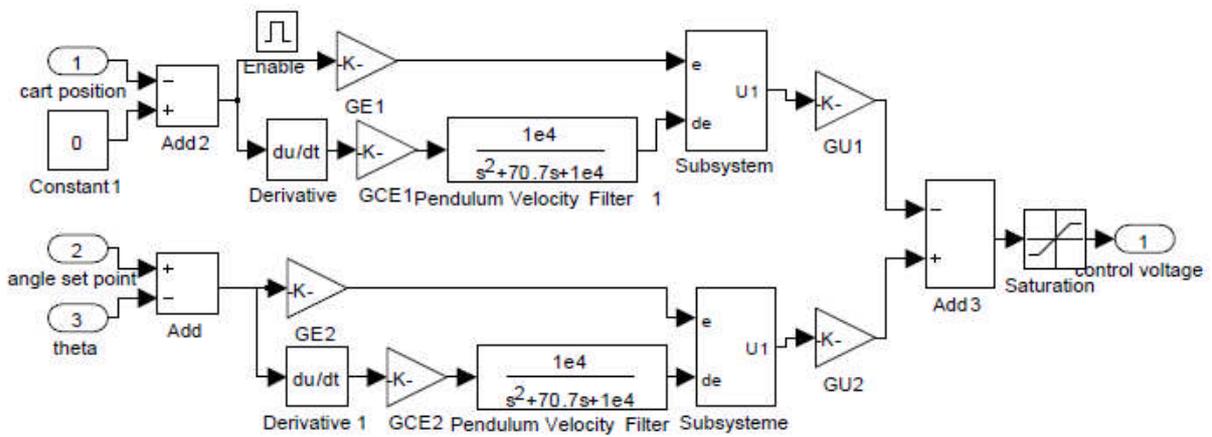


Figure A.8: Inverted pendulum stabilization subsystem (Neural Fuzzy Controller)

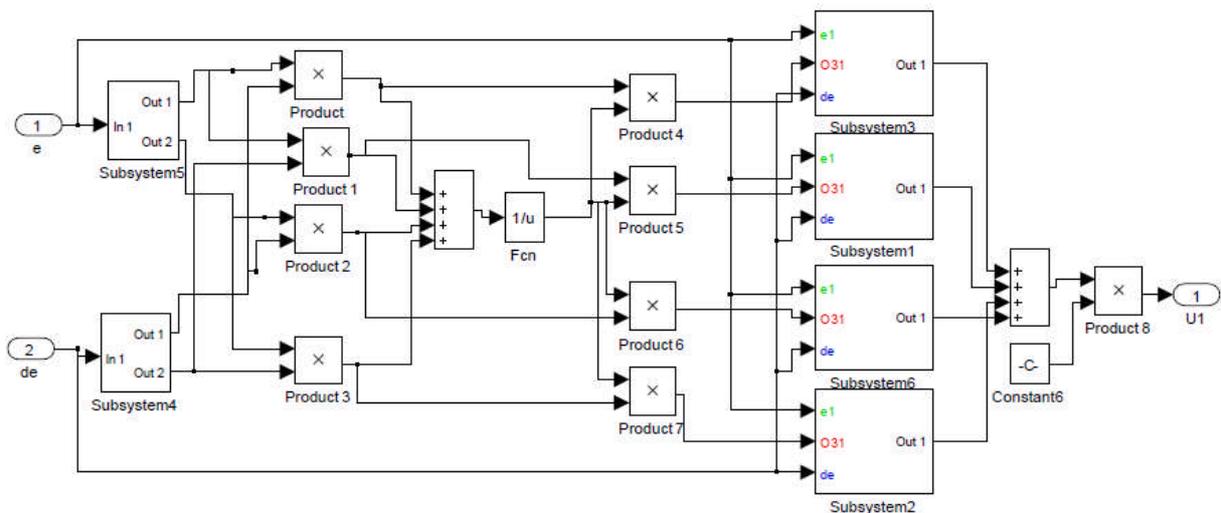


Figure A.9: Top Neural Fuzzy Controller subsystem

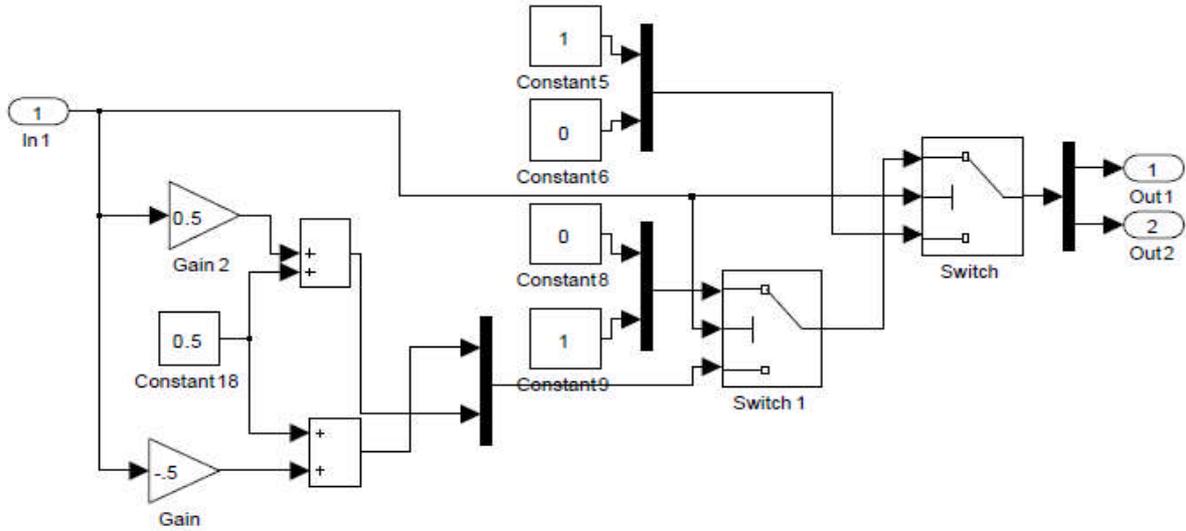


Figure A.10: Neural Fuzzy Controller subsystem (layer 1)

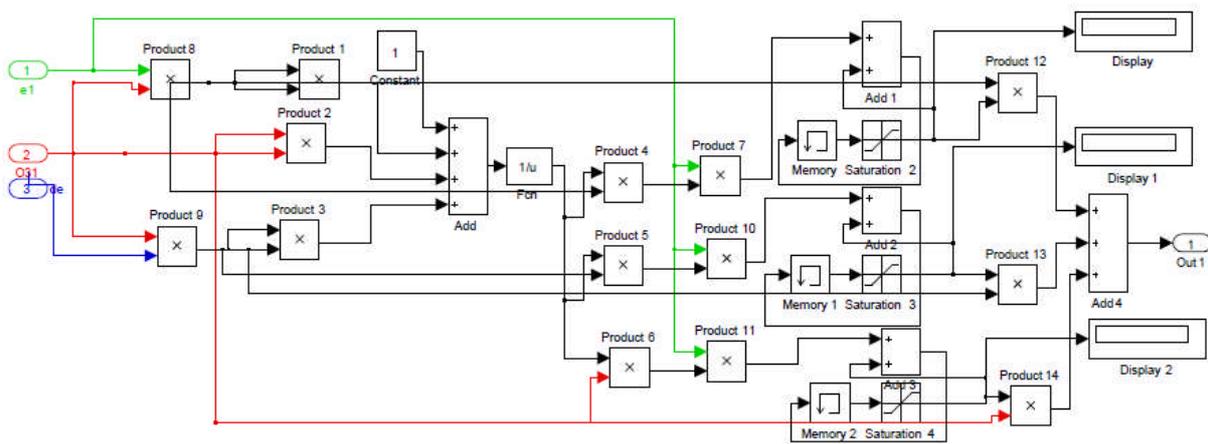


Figure A.11: Neural Fuzzy Controller subsystem (layer 4)

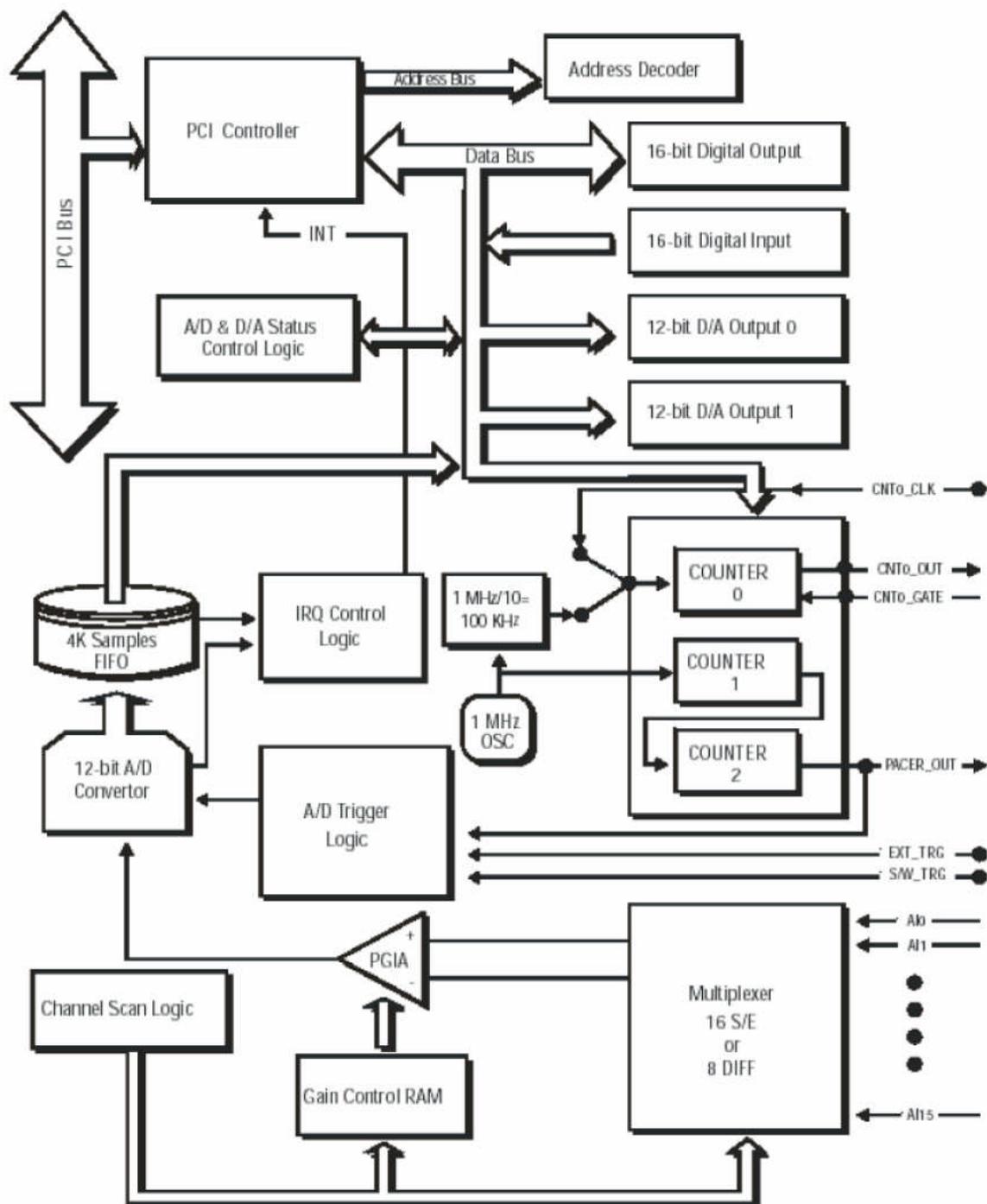


Figure A.12 : Diagramme de la carte d'acquisition PCI 1711

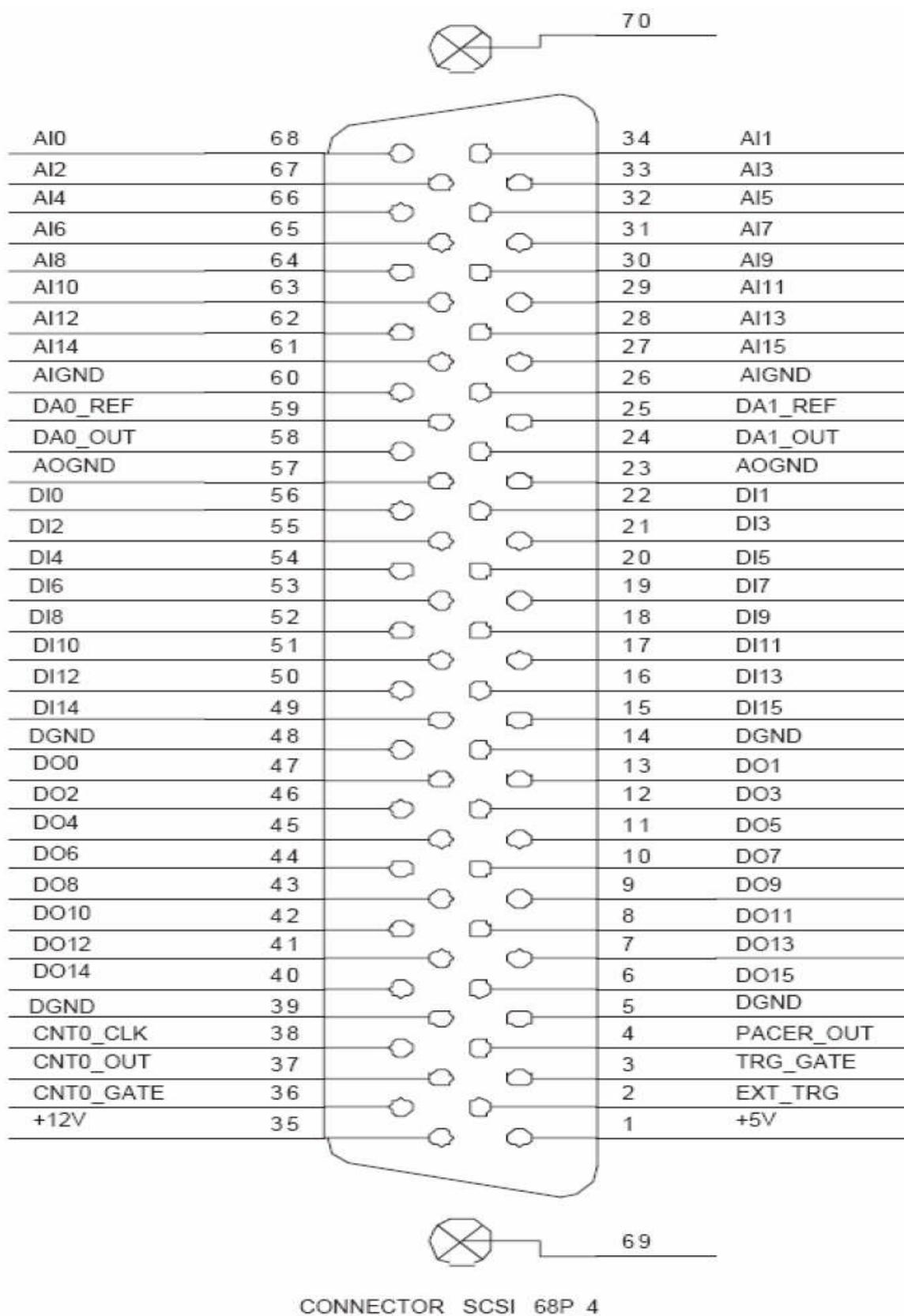


Figure A.13: Pins du connecteur E/S de la carte d'acquisition PCI 1711

Nom du signal	Référence	Direction	Description
AI<0...15>	AIGND	Entrée	Canal d'entrée analogique 0 jusqu'à 15. Chaque paire de canal, AI <i, i+1>, (i=0,1,2,...,14) peut être configuré aussi bien en single-ended qu'en entrées différentielles de la carte PCI-1711
AIGND	-	-	Entrée analogique de masse (ground). Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
AO0_REF AO1_REF	AOGND	Entrée	Canal de sortie analogique 0/1 de référence extérieure
AO0_OUT AO1_OUT	AOGND	Sortie	Canaux de sortie analogique 0/1
AOGND	-	-	Sortie analogique de masse (Ground). Les tensions analogiques de sortie ont cette pince comme référence. Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
DI<0...15>	DGND	Entrée	Canaux d'entrée digitale
DO<0...15>	DGND	Sortie	Canaux de sortie digitale
DGND	-	-	Masse digitale, cette pin fournit la référence pour les canaux digitaux aux connecteurs E/S tout comme pour l'alimentation continue + 5V. Les trois références de terre (AIGND, AOGND et DGND) sont connectées ensemble sur la carte PCI-1711
CNT0_CLK	DGND	Entrée	Entrée horloge du compteur 0. L'entrée horloge du compteur peut aussi bien être interne qu'externe, cela se détermine par programme.
CNT0_OUT	DGND	Sortie	Sortie du compteur 0
CNT0_GATE	DGND	Entrée	Control du pont compteur 0
PACER_OUT	DGND	Sortie	Sortie impulsion horloge. Cette pin donne une impulsion à chaque fois qu'une impulsion horloge se met à 1. Si le convertisseur A/N est mis sur l'état trigger cet sortie peut être utilisée comme signal de synchronisation pour d'autres applications. Un front montant détermine le début de la conversion
TRG_GATE	DGND	Entrée	Porte trigger externe A/D. quand TRG_GATE est connecté à +5V, il définit le signal trigger comme une entrée. Quand TRG_GATE est connecté à DGND, il désélectionne le signal trigger, et il n'est plus en entrée
EXT_TRG	DGND	Entrée	Trigger externe A/D. cette pin est un signal d'entrée trigger externe pour la conversion A/N. un front montant active la conversion A/N
+12V	DGND	Sortie	Source 12V continue
+5V	DGND	Sortie	Source 5V continue

Tableau A.2: Description des différents signaux de connexion E/S de la carte d'acquisition PCI 1711