

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET  
DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DÉPARTEMENT D'ÉLECTROTECHNIQUE

THÈSE DE DOCTORAT-LMD

Spécialité  
MODÉLISATION ET CONCEPTION DES SYSTÈMES  
ÉLECTROMAGNÉTIQUES

Présentée par  
**MOUAS L'Hocine**

Sujet

---

# Modélisation de phénomènes électromagnétiques basses fréquences : Application au magnétisme du navire

---

Soutenue le 22/09/2019

devant le jury d'examen composé de :

M. Ahmed	MAIDI	Professeur	U.M.M.T.O	Président
M. Hassane	MOHELLEBI	Professeur	U.M.M.T.O	Rapporteur
M. M'hemed	RACHEK	Professeur	U.M.M.T.O	Examineur
M. Souri Mohamed	MIMOUN	Professeur	Université de Biskra	Examineur
M. Lotfi	ALLOUI	Professeur	Université de Biskra	Examineur

# Table des matières

<b>1 Les phénomènes basses fréquences en électromagnétisme : Application au magnétisme du navire</b>	<b>10</b>
1.1 Introduction . . . . .	10
1.2 Environnement des navires . . . . .	10
1.2.1 Le milieu marin . . . . .	10
1.2.2 Le champ magnétique terrestre . . . . .	12
1.3 Le risque magnétique . . . . .	14
1.3.1 Les différents types de mines . . . . .	14
1.3.2 Indiscrétion des navires . . . . .	16
1.3.3 La détection . . . . .	18
1.4 Les Champs induits par les mouvements marins . . . . .	20
1.5 Champs électriques induits par la corrosion des métaux . . . . .	22
1.5.1 La boucle corrosive . . . . .	24
1.5.2 Comment lutter contre la corrosion . . . . .	26
1.6 Les aimantations du navire . . . . .	27
1.6.1 Processus de polarisation et le diagramme B-H . . . . .	27
1.6.2 Aimantation permanente . . . . .	29
1.6.3 Aimantation induite . . . . .	29
1.6.4 Aimantation rémanente . . . . .	30
1.6.5 Aimantation d'équilibre . . . . .	30
1.7 Principaux phénomènes de variation de l'aimantation . . . . .	31
1.7.1 Effet Joule transversal et longitudinal . . . . .	31
1.7.2 Effet Widemann . . . . .	32
1.7.3 Effet Villari . . . . .	32
1.7.4 Effets de variation de volume . . . . .	33
1.7.5 Effet de flexion . . . . .	33
1.7.6 Effet de variation de module d'Young ou effet $\delta E$ . . . . .	34
1.8 Dispositif de désaimantation d'un navire . . . . .	36
1.9 Conclusion . . . . .	37

<b>2</b>	<b>Modèles de représentation des milieux magnétiques</b>	<b>38</b>
2.1	Introduction . . . . .	38
2.2	Magnétisme à l'échelle microscopique . . . . .	38
2.2.1	Moment magnétique [Van Vleck, 1965],[Herpin, 1968] . . . . .	39
2.3	Les matériaux magnétiques en général et les alliages Fer-Silicium en particulier . . . . .	41
2.3.1	Les alliages Fer-Silicium . . . . .	41
2.4	Classification des matériaux magnétiques . . . . .	42
2.4.1	Diamagnétisme . . . . .	43
2.4.2	Paramagnétisme . . . . .	43
2.4.3	Antiferromagnétisme . . . . .	44
2.4.4	Ferrimagnétisme . . . . .	45
2.4.5	Ferromagnétisme . . . . .	46
2.5	Physique du ferromagnétisme . . . . .	46
2.5.1	Energie d'échange . . . . .	47
2.5.2	Energie d'anisotropie magnéto-cristalline . . . . .	47
2.5.3	Energie magnéto-élastique . . . . .	47
2.5.4	Energie magnétostatique . . . . .	47
2.6	Le ferromagnétisme à différentes échelles . . . . .	48
2.7	Discontinuités du processus d'aimantation . . . . .	49
2.8	Le cycle d'hystérésis et les propriétés magnétiques . . . . .	50
2.9	Comportements statique et dynamique . . . . .	53
2.9.1	Comportement statique . . . . .	53
2.9.2	Comportement dynamique . . . . .	54
2.10	Modèles d'hystérésis . . . . .	56
2.10.1	Modèles analytiques statiques . . . . .	56
2.10.2	Modèles dynamiques . . . . .	61
2.11	Les hypothèses du magnétisme du navire . . . . .	71
2.11.1	Approximation de la loi de comportement en champ faible : loi de Rayleigh . . . . .	71
2.11.2	Les champs inducteurs et les matériaux du magnétisme du navire . . . . .	73
2.12	Conclusion . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Équations électromagnétiques et méthodes de résolution</b>	<b>74</b>
3.1	Introduction . . . . .	74
3.2	Equations de Maxwell . . . . .	74
3.2.1	Forme différentielle des équations de Maxwell . . . . .	74
3.2.2	Forme intégrale des équations de Maxwell . . . . .	76
3.2.3	Les lois constitutives du milieu . . . . .	77
3.2.4	Loi d'Ohm . . . . .	78
3.2.5	Relation de passage [Durand, 1968],[Fournet, 1985] . . . . .	78

3.2.6	Conditions aux limites	79
3.3	Propriétés et conséquence des équations de Maxwell	80
3.4	Equations aux dérivées partielles	81
3.4.1	Les différents types d'équations aux dérivées partielles	81
3.5	Les Modèles électromagnétiques	82
3.5.1	Le Modèle électrostatique	82
3.5.2	Le Modèle électrocinétique	83
3.5.3	Le Modèle magnétodynamique	84
3.5.4	Le Modèle magnétostatique scalaire	85
3.5.5	Le Modèle magnétostatique vectoriel	86
3.6	Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques	86
3.6.1	Méthodes analytiques	86
3.6.2	Méthodes Semi-analytiques	87
3.6.3	Méthodes numériques	87
3.7	Formulation éléments finis des modèles électromagnétiques	95
3.7.1	Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique bidimensionnel	96
3.8	Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis	98
3.8.1	Avantages	98
3.8.2	Inconvénients	99
3.9	Conclusion	99
<b>4</b>	<b>Intégration du modèle d'hystérésis de Rayleigh dans le calcul par éléments finis appliqué au magnétisme du navire</b>	<b>100</b>
4.1	Introduction	100
<b>I</b>	<b>Simulation du système</b>	<b>101</b>
4.2	Modèle d'hystérésis	102
4.3	Organigramme de calcul du problème d'étude	104
4.4	Description du dispositif d'étude	105
4.4.1	Les propriétés physiques et géométriques	105
4.4.2	Dispositif d'étude	105
4.4.3	Maillage du domaine d'étude	106
4.5	Formulation électromagnétique du problème d'étude	106
4.6	Formulation par éléments finis du modèle magnétostatique	107
4.7	Procédure de calcul intégrant la courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis	108
4.7.1	Algorithme de résolution de l'équation magnétostatique non linéaire	108
4.8	Résultats de simulation	109

4.8.1	Comportement des grandeurs magnétiques sur les frontières de la coque ferromagnétique . . . . .	110
4.9	Interprétation des résultats . . . . .	116
4.10	Effet de la rémanence sur l'énergie du système . . . . .	116
4.10.1	Expression de l'énergie magnétique . . . . .	116
4.10.2	La coque ferromagnétique est dans son état désaimanté . . . . .	117
4.10.3	La coque ferromagnétique présente une rémanence . . . . .	120
<b>II</b>	<b>Partie expérimentale</b>	<b>127</b>
4.11	Caractéristiques des tôles marines . . . . .	128
4.11.1	Généralités . . . . .	128
4.11.2	Grades d'acier . . . . .	128
4.11.3	Composition chimique et procédé de désoxydation . . . . .	129
4.12	Dispositif expérimental . . . . .	130
4.12.1	Présentation du cadre d'Epstein utilisé . . . . .	130
4.12.2	Analyseur d'Epstein . . . . .	131
4.13	Modes de fonctionnement et analyseur . . . . .	135
4.13.1	Généralités . . . . .	135
4.13.2	Observation des courbes d'Hystérésis . . . . .	135
4.13.3	Caractéristiques des tôles étudiées . . . . .	136
4.14	Résultats expérimentaux . . . . .	136
4.14.1	Caractéristiques magnétiques sans recuit (juste après découpe) . . . . .	136
4.14.2	Caractéristiques magnétiques avec recuit . . . . .	137
4.14.3	Comparaison entre les caractéristiques magnétiques avec et sans recuit . . . . .	138
4.15	Visualisation des cycles d'hystérésis . . . . .	139
4.15.1	Cycles d'hystérésis juste après découpe . . . . .	140
4.15.2	Cycles d'hystérésis après un recuit de normalisation . . . . .	142
4.15.3	Discussion et interprétation des résultats expérimentaux . . . . .	142
4.15.4	Intégration des cycles expérimentaux dans un calcul éléments finis . . . . .	144
4.16	Conclusion . . . . .	147
	Conclusion Générale . . . . .	148
	Perspectives . . . . .	149

# Remerciements

Le présent travail a été réalisé au département d'Électrotechnique de la faculté de Génie Électrique et Informatique de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

Je tiens à présenter mes remerciements très particuliers et à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur Hassane MOHELLEBI, Professeur à l'Université de Tizi-Ouzou, Directeur de thèse pour m'avoir proposé et dirigé ce sujet, ainsi que pour sa disponibilité et son soutien indéfectible. Je lui suis très reconnaissant pour la confiance qu'il m'a témoignée et pour m'avoir fait bénéficier de ses compétences et de son expérience dans le domaine tout au long de la préparation de cette thèse. Sa rigueur et ses compétences m'ont permis de profiter de ses grandes connaissances. Ma gratitude et mes sincères remerciements vont au Pr Ahmed MAIDI pour avoir accepté de juger ce travail et d'en présider le jury de soutenance.

Un grand merci va également aux professeurs M'hemed RACHEK, Souri Mohamed MIMOUN et Lotfi ALLOUI pour avoir accepté de juger ce travail en tant qu'examineurs et pour tout le temps consacré à la lecture approfondie du manuscrit.

J'adresse aussi mes remerciements :

Au responsable de l'électro-industrie d'Azazga ainsi qu'à l'ensemble de l'équipe du laboratoire qui m'a accueilli et qui a mis à ma disposition les moyens dont ils disposent. En particulier à Monsieur BELABAS, qui a aussi suivi et guidé mes travaux expérimentaux.

À Monsieur R. SADOUDI qui m'a accueilli et m'a encadré durant le stage que j'ai effectué au sein de l'Entreprise Nationale de Réparation Navale (ERENAV), sans oublier tout particulièrement le personnel du bureau d'études (Fatah, Amine, Lyes).

À Messieurs S. H. OULD OUALI, F. HOCINI, A. NAIT OUSLIMANE, M. HAMEL, A. BOUHEDDA, A. DICHE et S. REZGUI pour leurs encouragements et leurs conseils avisés et pour les discussions scientifiques que nous avons pu entamer, sans oublier bien sûr Mesdames F. BOUALI, G. YOUSFI et Z. OUDNI.

Je remercie vivement Messieurs N. MOKRANI, B. BACHA et M. Nachef pour leur aide.

Mes remerciements vont encore à tous mes profs d'université, de lycée, de collège et de primaire.

# Dédicaces

Je dédie cette thèse à la mémoire de :

Mon cher grand-père,  
Ma chère grand-mère,  
Mon oncle R. MOKRANI.

Je la dédie aussi à :

Celle que j'aime le plus au monde, ma mère et la remercie pour m'avoir aidé,  
Mon père,  
Mes très chères sœurs Ahdjila et Nora pour leurs encouragements,  
Mes chers frères Mohamed, Rabah, Farid et Chabane,  
Mes beaux-frères Said et Zohir,  
Mes belles-sœurs,  
Mes neveux et nièces (Ghiles, Hanane, Hayat, Manel, Yasmine, Amina, Maria),  
Mes cousins et cousines,  
Mes oncles et tantes,  
Tous mes amis (es), particulièrement H. Daffeur, S. Ait Belkacem, N. Mokrani, M. Nachef, S. Ait Maamar, A. Djellaoui, F. Ziani, L. Belhimer, M. Djouder, M. Kessi, S. Slimani, Y. Aliouane, Y. Nemmar, I. Ben Saidj, Nadir, Mourad, Hassane, Madjid, Naima, Katia, Lilia, Tindhinane, Zahra, Sarah, Souad.

# Introduction générale

Le magnétisme du navire s'inscrit dans un cadre beaucoup plus général, à savoir la discrétion d'un bâtiment vis-à-vis de tout moyen de détection. En effet, la présence d'un navire dans l'océan ainsi que son déplacement s'accompagnent de nombreux phénomènes physiques différents et éventuellement dépendants les uns des autres. Chacun de ces phénomènes peut se traduire par la génération d'une source qui peut être détectée. La première qui vient sans doute à l'esprit est la source sonore, qu'elle soit active (bruit causé par la machinerie du navire ou de son sillage dans l'eau) ou passive (écho d'une onde sonore envoyée par un sonar)[Le Dorze, 1997]. Les sources électromagnétiques liées à un bâtiment sont nombreuses et complexes [Poulbot, 1993]. Tout d'abord, un bâtiment possède des moments magnétiques et électriques statiques, respectivement engendrés par l'aimantation des masses ferromagnétiques du navire et par les courants de corrosion circulant entre les différentes parties de la coque. A ces effets statiques peuvent se superposer des phénomènes dynamiques liés aux mouvements des parties tournantes, aux mouvements périodiques (roulis, tangage), au rebouclage des courants du réseau électrique de bord dans l'eau de mer... qui modulent les anomalies statiques précédentes. De même que les mouvements naturels de l'eau de mer, fluide conducteur, induisent des champs électriques qui interagissent avec le champ magnétique terrestre, les ondes hydrodynamiques créées par le déplacement d'un navire ou la rotation de son propulseur peuvent générer des effets électromagnétiques détectables.

Dans la construction navale, l'acier est actuellement le matériau le plus répandu. C'est aussi le plus durable et même le plus avantageux en termes du rapport coût et robustesse. Ce matériau est largement utilisé pour la plupart des éléments constitutifs d'un navire (coque, cloisons..), ainsi que pour ses éléments propulsifs et énergétiques [Rosu et al., 2014]. L'élément principal du navire est sa coque, et l'insertion d'un tel corps dans un champ magnétique et sous l'influence des forces mécaniques s'exerçant sur elle, s'aimante [Aird, 2000],[Balanis, 1989],[Baltag et al., 2001] et par conséquent change le comportement de ce champ. Il crée alors une anomalie locale de ce champ, qui peut être la source de sa localisation et ou même de sa destruction par les mines magnétiques et d'autres armes sont déclenchées par ce changement. La force globale du changement dépend des dimensions du navire et de sa conception, de la perméabilité du matériau de la coque et du matériel qu'il possède. L'aimantation  $M$  qu'acquiert un tel bâtiment lorsqu'il est placé dans un champ  $H$  comporte deux termes (loi de Rayleigh) : un terme d'aimantation réversible, linéaire en  $H$  (qui disparaît quand le champ appliqué s'annule), et

un terme irréversible, quadratique en  $H$  (qui reste lorsque le champ appliqué devient nul). Les termes réversible et irréversible, peuvent s'expliquer par "la signature magnétique du navire", cette dernière est constituée d'une aimantation permanente qui est causée par la structure du navire, la méthode de fabrication employée et le matériel installé. Cette aimantation dépend de manière non linéaire des champs appliqués et reste inchangée, même si le champ magnétique total à proximité du navire est nul [Néel, 1946]; l'aimantation induite qui est causée par l'influence du champ magnétique terrestre sur la masse ferromagnétique du navire et le magnétisme des courants de Foucault, qui est causé par le mouvement du navire dans le champ magnétique terrestre. La réduction des deux aimantations est réalisée par différentes méthodes [Baltag et al., 2001],[TIMOTHY, 2002],[Constantinescu, 2010].

La méthode ancienne d'immunisation des navires consistait à créer un champ magnétique permanent, grâce à des bobines ou des aimants embarqués, s'opposant au champ créé par l'aimantation  $M$  du bateau dans le champ magnétique terrestre  $H_t$ , rendant le navire « invisible » pour une mine magnétique. Avec ce procédé l'acier du navire n'était pas désaimanté.

La méthode imaginée par Néel repose sur l'existence d'une aimantation irréversible (rémanente) en champ nul, caractéristique des matériaux ferromagnétiques. Elle consistait à placer le navire tout entier, en cale sèche, à l'intérieur d'un bobinage parcouru par un courant électrique de sens tel que le champ  $H_a$  créé soit opposé au champ magnétique terrestre  $H_t$ . L'intensité du courant est calculée de manière à ce que le terme d'aimantation irréversible qu'il produit - le seul qui restera une fois que le navire aura quitté le port où a eu lieu la désaimantation - compense les deux termes (réversible et irréversible) de l'aimantation qu'acquiert le navire dans le champ magnétique terrestre. L'acier qui forme la coque du navire est alors désaimanté; le navire ne produit aucune anomalie du champ terrestre et passe sans encombre au-dessus des mines.

Cette étude présente une méthode très efficace pour réduire le champ magnétique rayonné par les feuilles marines, basées sur la détermination expérimentale des caractéristiques magnétiques ( $B - H$ ) de l'acier S235 avec et sans recuit de normalisation. On le montre que dans le cas de la température de recuit, l'anomalie magnétique est très grande en comparaison à celle de l'échantillon non soumis à la température de recuit. Les résultats expérimentaux sont comparés à la simulation .

Le but de la présente thèse consiste à faire une modélisation par éléments finis de l'équation de la magnétostatique sans courant en hypothèse 2 D non linéaire. Le problème étudié est composé d'une coque ferromagnétique d'un navire et de son environnement (champ terrestre). Le milieu ferromagnétique est représenté par la courbe  $B - H$  obtenue à partir du modèle de Rayleigh. L'hystérésis magnétique est ainsi intégrée dans le calcul par éléments finis du champ produit par la coque ferromagnétique à travers le modèle du Rayleigh. Une distribution du champ magnétique en tout point du domaine de résolution est ainsi obtenue et en particulier au voisinage de la coque ferromagnétique.

En considérant ce qui précède, notre étude sera exposée comme suit :

Dans le premier chapitre sont exposés les phénomènes électromagnétiques basses fréquences

et les effets de ces derniers sur le magnétisme du navire. Les différentes aimantations et les principaux phénomènes de variation de ces aimantations sont présentés. Le deuxième chapitre portera sur la présentation des matériaux magnétiques à différentes échelles, comme nous avons présenté les différents modèles de présentation des matériaux magnétiques.

Le troisième chapitre traitera les équations électromagnétiques et les méthodes de résolution, ainsi que la formulation par éléments finis du modèle électrodynamique.

Le quatrième chapitre est dédié à l'intégration du modèle d'hystérésis de Rayleigh dans le calcul par éléments finis appliqué au magnétisme du navire. Il comporte deux grandes parties : la première consiste en la simulation du système par la méthode des éléments finis dans le cas bidimensionnel (2D). La seconde partie est réservée à la détermination expérimentale des caractéristiques magnétiques des tôles marines (S235) utilisées dans la construction des coques de navires. Une comparaison avec les résultats déterminés théoriquement.

Enfin, nous terminons notre travail par une conclusion générale et des perspectives.

# Chapitre 1

## Les phénomènes basses fréquences en électromagnétisme : Application au magnétisme du navire

### 1.1 Introduction

La signature totale d'un navire est composée de la signature magnétique, la signature acoustique et la signature du potentiel électrique sous-marin. Aujourd'hui, les signatures magnétique et acoustique sont les plus importantes dans le contexte de la guerre navale, parce qu'elles ont été exploitées intensivement depuis la Seconde Guerre mondiale. Les sources électromagnétiques liées à un bâtiment sont nombreuses et complexes [Wiesenburg and Little, 1988]. Un navire, par sa présence, crée une anomalie électromagnétique locale qui peut entraîner le déclenchement de mines électromagnétiques ou sa détection pour le cas d'un sous-marin. Les sources de cette anomalie sont très diversifiées (ferromagnétisme de la coque, champs rayonnés par les équipements électriques embarqués, courants de corrosion, courants de Foucault qui sont dus aux mouvements du bateau dans le champ magnétique terrestre, . . .)

### 1.2 Environnement des navires

#### 1.2.1 Le milieu marin

Du point de vue de l'électromagnétisme, l'eau de mer est un milieu relativement complexe. De conductivité finie, il est également diélectrique et présente des pertes. La conductivité est quant à elle une fonction de différents paramètres : salinité, température, pression, profondeur.

### 1) Composition de l'eau de mer

Les composants principaux, ceux qui fournissent au milieu marin ses propriétés macroscopiques, sont au nombre de 13, parmi lesquels dominent les ions chlorure  $Cl^-$  (55% de la masse des constituants, soit  $19 \frac{g}{l}$ ) et les ions sodium  $Na^+$  (30 %, soit  $11 \frac{g}{l}$ ) [Wiesenburg and Little, 1988]. Bien que l'eau de mer ait une composition relativement constante, la salinité globale présente des fluctuations d'une mer à l'autre. Cependant, on peut considérer comme valeur moyenne une salinité de 3,5%, soit environ  $35 \frac{g}{l}$ . La salinité peut par ailleurs s'apprécier en fonction de la chlorinité, selon la relation empirique suivante [Rogers, 1968].

$$Salinité = 0,03 + 1,805 * Chlorinité \quad (1.1)$$

### 2) Composition physique de l'eau de mer

Les propriétés physiques qui influent directement sur la propagation électromagnétique dans le milieu, soit la conductivité, la perméabilité et la permittivité électrique. Une synthèse très complète des propriétés physico-chimiques de l'eau de mer est effectuée de façon beaucoup plus générale dans [Wiesenburg and Little, 1988].

**a) Conductivité électrique** La conductivité de l'eau de mer est relativement élevée (entre 3 et  $5 S.m^{-1}$ ), en comparaison de celle des sols ( $10^{-3}$ ) ou de l'eau douce ( $5.10^{-6} S.m^{-1}$ ), par exemple. Elle est fonction entre autres de la salinité, de la température et de la pression (donc de la profondeur). Un changement de salinité de  $1 \frac{g}{l}$  donne par exemple une variation de 2,5 % de la conductivité pour une eau de mer dans des conditions normales ( $35 \frac{g}{l}$ ) à  $20^\circ C$  [Filloux, 1987]. La dépendance de la conductivité de l'eau de mer par rapport aux différents facteurs physico-chimiques, ainsi que les méthodes de mesure, sont décrites dans [Bradshaw and Schleicher, 1980].

Les variations de la conductivité et de ses paramètres sont susceptibles d'induire des signaux électriques parasites non négligeables sur les électrodes des instruments de mesure de champ électrique.

La conductivité induit ainsi une forte atténuation des signaux alternatifs dans la mer et rend nécessaire une sensibilité élevée des appareils de mesure. Pour des sources externes au milieu, une bonne approximation du facteur d'atténuation est donnée par la profondeur de pénétration  $\delta$  ("skin depth", ou épaisseur de peau en électrotechnique), qui correspond à la distance à laquelle le signal subit une réduction relative de  $\frac{1}{e}$  (où  $e$  est tel que  $\ln(e) = 1$ ). En notant  $\sigma$  la conductivité,  $\mu$  la perméabilité,  $f$  la fréquence et  $T$  la période du signal :

$$\delta = \left(\frac{1}{\pi f \mu \sigma}\right)^{\frac{1}{2}} = 503 * \left(\frac{T}{\sigma}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

**b) Perméabilité électrique** La perméabilité  $\mu$  de l'eau de mer peut être considérée comme pratiquement identique à celle de l'air. Elle est indépendante des autres paramètres et de la fréquence des signaux. On prendra pour les calculs :  $\mu = \mu_0 = 4 * 10^{-7} \frac{H}{m}$

**c) Permittivité électrique** La permittivité électrique relative  $\varepsilon_r$  de l'eau de mer, telle que  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$  ( $\varepsilon_0 = \frac{1}{\pi} * 10^{-9} C/m$ ) varie entre 78 et 81 en fonction de la salinité, de la température et de la profondeur. La plupart des auteurs utilisent une valeur moyenne de  $\varepsilon_r=80$  pour la modélisation [Farail, 1990].

## 1.2.2 Le champ magnétique terrestre

### 1) Variations spatiales

La terre se comporte presque comme une sphère uniformément aimantée (figure 1.1) et présente donc un champ magnétique de nature pratiquement dipolaire, dont l'axe fait un angle de  $11^\circ 30'$  avec l'axe de rotation de la planète [Mouël, 1975]. Selon une théorie aujourd'hui universellement admise, ce champ prend sa source dans la couche externe du noyau, entre 3000 km et 5000 km de profondeur, par un mécanisme magnétohydrodynamique auto-entre-tenu communément appelé géodynamo terrestre.

En un point du globe, on repère le champ magnétique terrestre par son inclinaison (I) par rapport au plan horizontal (est l'angle entre le champ total et sa composante horizontale c'est-à-dire l'inclinaison de l'aiguille de la boussole vers le haut ou vers le bas), et son angle par rapport au méridien géographique, appelé déclinaison (D) (c'est la déviation de l'aiguille de la boussole par rapport au Nord géographique). En France, ces angles valent respectivement  $64^\circ$  pour l'inclinaison I et  $-6^\circ$  pour la déclinaison D, pour une intensité totale de 46 500 nT environ, et une composante horizontale (notée H) de l'ordre de 20 000 nT. La figure 1.2 illustre les composantes du champ terrestre dipolaire.

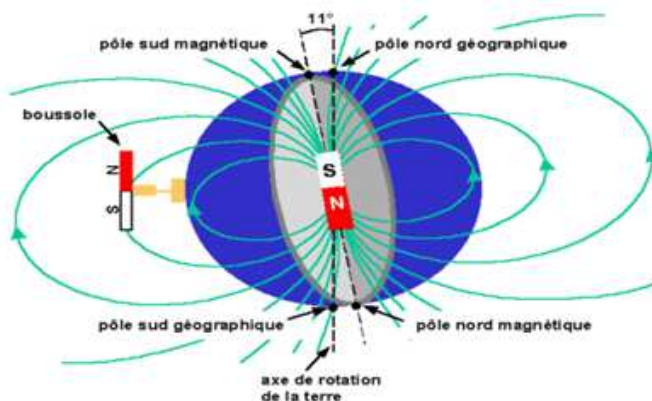


FIGURE 1.1 – Le champ magnétique terrestre dipolaire

A ce champ dipolaire s'ajoutent des champs d'anomalies dites mondiales distribuées sur des régions très étendues, pouvant dépasser localement 15 000 nT, et des anomalies locales dues au magnétisme des roches de la croûte terrestre, qui peuvent atteindre jusqu'à 3000 nT, au-dessus des dorsales océaniques par exemple [Achache et al., 1988]. La partie dipolaire représente cependant en moyenne 90% du champ total. [Mouël, 1975] permet d'avoir une vue d'ensemble du champ terrestre dipolaire et de ses anomalies ; [Achache et al., 1979] s'intéressent plus particulièrement aux anomalies en milieu océanique. Les océans, comme l'ensemble du globe, baignent dans le champ magnétique terrestre, qui constitue en mer la source d'excitation des champs électriques induits par les mouvements marins.

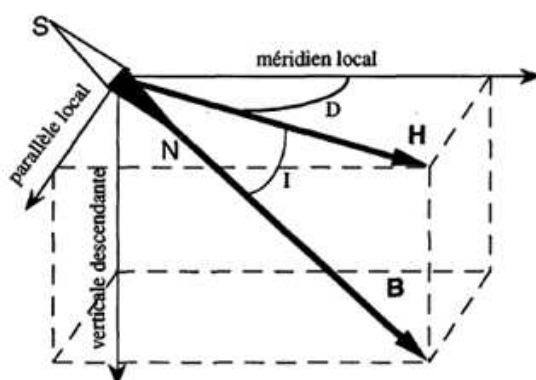


FIGURE 1.2 – Les composantes du champ terrestre dipolaire.

## 2) Variations temporelles

Les variations dites séculaires dues à l'inversion de la polarité du dipôle et la dérive des anomalies mondiales ( $0.2^\circ$  par an) [Valet and Courtillot, 1992], sont de fréquence trop faible pour intervenir dans le magnétisme du navire. Leur étude renseigne les paléomagnéticiens sur l'évolution du globe [HOFFMAN, 1988], [J. BLOXHAM, 1990].

En revanche, le champ géomagnétique subit fortement l'effet du vent solaire, flux de protons et d'électrons de haute énergie. Ce vent est à l'origine de la forme dissymétrique de la magnétosphère, c'est-à-dire de l'espace autour du globe où le champ terrestre est confiné. Plusieurs types d'anomalies magnétiques dues aux effets du soleil existent. Les plus irrégulières mais aussi les plus violentes sont les orages magnétiques, répercussions des éruptions solaires. Elles sont responsables de l'augmentation de la composante horizontale de 100 à 200 nT pendant une durée allant d'une heure à une semaine.

## 3) Variations dues aux mouvements marins

Inversement, les mouvements de l'eau de mer dans le champ géomagnétique induisent également des courants et des champs électriques. Ceux-ci donnent naissance en retour à un champ

magnétique de perturbation. Les courants marins pouvant provoquer de telles perturbations sont très divers, en fréquence comme en intensité (de la houle au tsunami).

On comprend donc que le champ magnétique local subit, en plus de la perturbation propre au navire, des perturbations de diverses natures. Elles peuvent être du même ordre de grandeur ou dans la même bande de fréquence que l'anomalie du bâtiment, ce qui complique la mesure de celle-ci, faisant de la magnétométrie un domaine complexe et multidisciplinaire, au confluent de l'électromagnétisme, de l'électrotechnique, du géomagnétisme, de l'électronique et du traitement du signal.

#### 4) Variations en fonction de la profondeur, de la proximité du fond ou de la côte

Les variations temporelles du champ géomagnétique induisent dans le fluide conducteur qu'est l'eau de mer des champs électriques. L'onde électromagnétique ainsi formée est bien sûr d'autant plus atténuée en fonction de la profondeur que sa fréquence est élevée, mais aussi que le fond est proche. Enfin toute inhomogénéité de conductivité du fond ou de la zone côtière est susceptible de modifier le champ magnétique local.

## 1.3 Le risque magnétique

Pendant les deux guerres mondiales, les mines marines étaient relativement peu coûteuses, mais elles étaient des armes de destruction massive qui pouvaient mettre hors service et faire couler des centaines de navires marchands et de navires de guerre de part et d'autre du conflit. L'histoire commence en septembre 1939 lorsque la Marine Française découvre que les Allemands mouillent des mines magnétiques, dont la mise à feu est déclenchée par les changements du champ magnétique environnant lors du passage d'un navire. Or un navire de guerre est constitué de plusieurs milliers de tonnes d'acier qui s'aimantent sous l'effet du champ magnétique terrestre (aimantation induite et permanente) provoquant une anomalie locale de ce champ. C'est à cette anomalie que sont sensibles les déclencheurs des bombes magnétiques.

Bien souvent la notion de bruit rayonné par les bâtiments, notamment de guerre, est présentée comme étant la signature (acoustique ou magnétique) à partir de laquelle le navire peut être détecté et ensuite classifié.

### 1.3.1 Les différents types de mines

#### 1) Mines à orin

La mine à orin se constitue d'un bloc lesté, le crapaud, qui largue la mine à flottabilité positive au moment de la mise à l'eau. Elle est alors maintenue par un câble et immergée à une profondeur prédéterminée. Le dispositif de mise à feu se déclenche en entrant en contact avec la coque du bateau.



FIGURE 1.3 – Mine à orin

## 2) Mines dérivantes

Mine flottante, elle dérive au gré des courants. Son système de mise à feu est le même que la mine à orin, par contact.

## 3) Mines de fond

Posée sur le fond, cette mine a pour cible les bâtiments de surface ou les sous-marins selon les modèles. Leur immersion se situe entre 10 et 100 mètres. Certains modèles sont à influence acoustique : le système de mise à feu s'enclenche lorsque la mine perçoit les bruits acoustiques émis par les bateaux. D'autres, telles que la mine ROCKAN produite en Suède, sont à influence magnétique : elle réagit au champ magnétique des navires.

**3) Mine-bombes** Le principe consiste à changer la « tête » de la bombe et de la remplacer par une « logique », un dispositif permettant de détecter le passage d'un bateau (à influence acoustique, magnétique comme sur une mine classique).



FIGURE 1.4 – Mine-bombes

## 4) Mines furtives

Les mines furtives ne constituent pas une catégorie de construction à part entière, mais correspondent davantage à une modernisation des mines susmentionnées. Certains modèles,

tels que la mine MANTA MP 80 fabriquée en Italie, combinent plusieurs systèmes de mise à feu. Ce modèle est à la fois à influence acoustique, magnétique et dépressionnaire. La mine est en effet sensible au bruit acoustique et au champ magnétique émis par les navires, ainsi qu'à la variation de la pression de l'eau due à leur passage.



FIGURE 1.5 – Mines furtives

#### 1.3.2 Indiscrétion des navires

La menace mine possède deux aspects bien distincts : la destruction d'un navire qui aurait été préalablement détecté mais surtout la possibilité de cette détection qui est en fait une arme psychologique particulièrement redoutable. Ainsi, certaines embouchures du globe sont infestées de mines, dissuadant les marines, qu'elles soient marchandes ou navales, de s'y risquer. C'est dans ce contexte que se situe la problématique de détection des mines et donc de la discrétion des navires [Daya et al., 2005].

Mises à part les mines dites de « contact », qui comme leur nom l'indique, se déclenchent au moment du contact direct avec le navire (mines à Orin plus particulièrement), la constitution et le déplacement d'un navire sont les principales causes de détection. Les indiscrétions associées touchent différents domaines physiques, déclenchant les mines dites d'influence qui repèrent différents phénomènes : acoustiques, dépressionnaires et électromagnétiques. La précédente liste se veut chronologique. Les mines à contact, de coût de construction très faible (elles nécessitent uniquement une batterie de voiture et un acide pour déclencher les plus basiques), sont toujours très utilisées de nos jours. Les dernières en date ayant été utilisées pour la seconde guerre d'Iraq. Les constructeurs navals contrant ou limitant une à une les indiscrétions des navires, les concepteurs de mines visent à détecter des phénomènes de plus en plus difficiles à déceler. Historiquement, la première utilisation de mines eut lieu lors de la guerre de Sécession (1861-1865), les mines magnétiques apparaissant au moment de la Seconde Guerre mondiale. Ces différentes indiscrétions sont ainsi répertoriées ci-dessous :

##### 1) Indiscrétion acoustique

L'indiscrétion acoustique est le phénomène physique ayant été le plus étudié et également, le plus simple à repérer. En effet, les ondes acoustiques se déplacent à d'importantes distances de la

zone émettrice, risquant d'être détectées par un observateur distant. Ces ondes acoustiques sont engendrées par le système de propulsion (turbines et cavitation) du navire, qui lorsqu'elles sont captées par l'observateur, permettent de distinguer son type ou sa classe. Ce système d'écoute acoustique est réalisé par le biais d'un sonar. Celui-ci peut être actif, c'est-à-dire qu'il envoie une onde acoustique et étudie son retour (il peut se faire alors également détecter) ou passif s'il se contente de scruter les bruits environnants. Dans le cadre de la détection sous-marine, le second mode de fonctionnement est évidemment privilégié.

#### 2) Indiscrétion dépressionnaire

Cet effet ne sera que très brièvement décrit, car son principe est globalement une « amélioration » apportée aux systèmes de détection permettant de détecter le phénomène décrit précédemment. Lors du passage d'un navire, il se crée une dépression, c'est-à-dire une chute de pression de l'eau, au niveau du système de propulsion. Cet effet est relativement simple à détecter, les capteurs de pression étant performants de nos jours. Un couplage entre la mesure de pression et l'analyse acoustique est ainsi un nouveau type de détection.

#### 3) Indiscrétion électromagnétique

Il existe des champs électriques et magnétiques persistant à la surface du globe et en milieu sous-marin, produits par d'importantes sources, telles le noyau terrestre ou les couches atmosphériques. Ainsi, la présence d'un objet étranger crée une anomalie électromagnétique dans son voisinage. Ce phénomène est dû à plusieurs facteurs, qu'il est possible de séparer en deux grandes catégories, les indiscrétions statiques et les indiscrétions dynamiques.

**a) Indiscrétions électromagnétiques statiques** Elles se décomposent en quatre nouvelles sous-classes, correspondant à leur origine :

- Le ferromagnétisme de Coque : Les coques de navires sont réalisées en acier, matériau ferromagnétique, pouvant s'aimanter selon la localisation géographique (position dans le champ terrestre), l'histoire magnétique du matériau, les contraintes thermiques ou mécaniques... Ces tôles génèrent donc un champ magnétique statique, détectable.
- Les courants de protection contre la corrosion : Ces courants continus, servant à la protection cathodique, se développent dans l'océan et créent à leur tour un champ électromagnétique.
- Les courants de Foucault : Un navire gîte en mer à faible fréquence dans le champ magnétique terrestre. Des courants de Foucault se développent alors dans ses structures conductrices, induisant à leur tour un champ magnétique. Selon le repère où ces courants sont étudiés, le phénomène peut être considéré comme statique ou dynamique.

**b) Indiscrétions électromagnétiques dynamiques** Les indiscrétions dynamiques, sujettes à la diffusion et à la propagation et donc détectables par filtrage des signaux sous-marins,

sont les suivantes :

- Les courants de protection contre la corrosion : Les courants statiques créés par la protection contre la corrosion sont modulés par leur passage par les paliers (pièces qui maintiennent la ligne d'arbre) qui sont des chemins électriques dont la résistance varie de manière harmonique (à la fréquence de rotation de la ligne d'arbre). Ces courants induisent des champs électriques et magnétiques à cette fréquence et aux harmoniques associées [Hoitham et al., 1999]. Ce phénomène apparaît également près des pales de l'hélice.
- Les courants de bord : Les générateurs des courants précédents peuvent avoir des défauts de filtrage et ainsi insérer des composantes alternatives dans les courants injectés dans l'eau (surtout électrique). Outre ces courants, ceux circulant dans les différents appareils de bord fuient et se répartissent dans les parties métalliques du bâtiment (coque et ponts), créant également une anomalie magnétique.
- Les équipements de bord : Les différents équipements de bord ainsi que les moteurs de propulsion créent des perturbations en rayonnant des champs électromagnétiques. Ces champs se situent dans la gamme de fréquence 60 – 400 Hz. Ces champs peuvent traverser la coque et se propager dans l'eau. Pour les éviter, des blindages sont possibles, mais ils sont difficiles à mettre en œuvre, la réduction de masse et de volume étant primordiale lors de l'élaboration d'un navire.

#### 1.3.3 La détection

##### 1) Par contact

Le moyen le plus naturel pour détecter un navire reste de le toucher physiquement. C'est le principe des mines à contact, dont la première utilisation avec des barils de poudre flottants est répertoriée au XIV<sup>ème</sup> siècle par l'armée chinoise. Depuis, ce genre de mines a été amélioré, par exemple avec les « cornes de Hertz », se trouvant sur des mines sphériques, permettant un transfert d'énergie à l'explosif par réaction électrochimique se déclenchant lors du contact avec un navire. Ces mines restent de nos jours artisanales et couramment utilisées par les armées aux moyens modestes. Quelques améliorations existent, telles les mines dites « amarrées » au fond de la mer ou celles se collant à la coque d'un navire, telles des coquillages d'où leur nom « Limpet » (bernique)...

##### 2) Par écoute acoustique et dépressionnaire

Comme évoqué précédemment, l'indiscrétion acoustique peut être une source de détection. Cette écoute est souvent passive pour la détection navale, l'objet tentant de repérer ne voulant pas être à son tour repéré. C'est le cas des fameuses « oreilles d'or », personnel capable de distinguer ces signatures acoustiques et de définir la classe du bâtiment repéré. Les mines possèdent des capteurs acoustiques permettant de faire la différence entre navires alliés ennemis

ou neutres, pour se déclencher ou non. Comme indiqué précédemment, des capteurs de pression sont souvent ajoutés pour la détection des phénomènes dépressionnaires.

### 3) Par mesure de la signature électromagnétique

Reprenons les différentes indiscretions électromagnétiques décrites. Leur amplitude étant significative, il est logique que les marines aient mis au point des techniques de détection de ces champs. Les indiscretions magnétiques ont été un phénomène rapidement identifié si bien que des capteurs magnétiques ont été élaborés pour équiper les mines à influence.

**a) Capteurs magnétiques** Les capteurs magnétiques peuvent être vectoriels (ils donnent les composantes vectorielles du champ magnétique) ou scalaires (mesurant uniquement l'amplitude du champ). Il en existe différentes sortes, selon la technologie utilisée. Ils sont brièvement présentés ici, selon un ordre de précision décroissante :

- Les sondes à RMN : ce sont des sondes à Résonance Magnétique Nucléaire ou magnétomètre à précession protonique. Le principe global est de mesurer la fréquence de résonance de protons dans un champ magnétique que l'on veut mesurer. En pratique, un fort courant est appliqué dans une bobine, créant un champ magnétique important, dans un fluide riche en hydrogène. Les protons s'alignent alors selon ce champ. En stoppant ce courant, les protons réalisent une précession en se réalignant avec le champ à mesurer à une fréquence lui étant directement liée. Ce ratio, appelé gyromagnétique est à peu près de  $4,25 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Hertz}}{nT}$ . Ces capteurs sont encombrants mais très précis [Guichon, 1994],[Duret, 1994],[Kernevez et al., 1992].

- Les magnétomètres à vapeur de Césium :

La description complète du fonctionnement du magnétomètre à césium ayant déjà été faite dans un certain nombre de publications [Grivet and Malnar, 1967][Meilleroux, 1970]. Ces capteurs, plus précis que les précédents, sont constitués d'une source de lumière au césium émettant des photons, une chambre contenant de la vapeur de césium et un gaz tampon. Un détecteur de photons est disposé en bout de chaîne. En pratique, un faible champ magnétique alternatif est appliqué à la chambre, conférant aux électrons présents un état énergétique correspondant au champ magnétique extérieur. Cela leur permet d'absorber les photons issus de la lumière. Le détecteur photo repère et quantifie le changement d'état lumineux, évaluant ainsi précisément le champ extérieur. La précision et la réactivité de ces capteurs en font un avantage par rapport aux protoniques. A noter que pour des champs d'amplitude inférieure à  $0,5 \mu T$ , une version plus sensible et précise existe, par échange de spin des électrons (SERF : Spin Exchange Relaxation Free).

- Les magnétomètres SQUIDS : Ce sont des capteurs permettant de mesurer de très faibles champs. Leur précision, inégalée, est bien supérieure aux SERF. Ils permettent de quantifier le flux d'induction par les supraconducteurs [Thomas, 1986].

- Les magnétomètres Fluxgate : Ces magnétomètres sont constitués d'un cœur en matériau magnétique entouré de deux bobines. Une de ces bobines fait subir des cycles de saturation

magnétique au matériau magnétique, induisant, en l'absence de champ extérieur, une tension alternative symétrique dans la seconde bobine. Si le matériau est exposé à un champ magnétique extérieur, le signal de sortie se disymétrise proportionnellement à la valeur de ce champ. Un traitement électronique approprié permet alors d'en obtenir une valeur précise. Les plus connus sont les Geoscan et les Bartington, dont la précision avoisine 1 nT.

**b) Capteurs électriques** Ils sont couramment appelés électromètres et mesurent une différence de potentiel. Les définitions les plus communes sont en lien avec les voltmètres, à la différence près qu'ils divisent le résultat par la distance séparant ces mesures. Les électromètres modernes s'adressent à la physique nucléaire, évaluant de très faibles charges. Il est ainsi possible de citer les électromètres à anse vibrante ou à valve. La mesure de courants marins est une application possible des électromètres. En effet, un déplacement d'un volume d'eau de mer, conductrice, dans un champ magnétique constant, crée un champ électrique. Faraday fut le premier à avoir l'intuition de ce phénomène, mais il ne put jamais le mesurer faute d'instrument assez sensible. Le premier électromètre ayant permis de mettre en évidence la présence de champs électriques dus aux mouvements océaniques (marées notamment) dans le champ magnétique terrestre a été développée en 1920 par Young [Young et al., 1920].

## 1.4 Les Champs induits par les mouvements marins

Le déplacement d'un milieu conducteur dans un champ magnétique crée, par interaction avec celui-ci, un champ électrique dans l'espace environnant et donc des courants associés dans les domaines conducteurs. Ceux-ci donnent naissance en retour à un champ magnétique de perturbation. Ce principe physique est utilisé par exemple dans les systèmes de freinage électromagnétique. Le champ électrique n'est pas forcément lié à l'existence de courants dans le conducteur, bien que se soit souvent le cas, (les courants de Foucault, évoqués à tout propos, n'expliquent pourtant pas tous les phénomènes d'induction) et peut prendre son origine dans l'apparition de charges électriques réelles, induites par le mouvement. C'est le cas, par exemple, si un contour fermé quelconque, tracé dans le conducteur, est traversé par un flux d'induction constant [JOUQUET, 1960]. Il apparaît alors sur la surface de ce conducteur une distribution invariante de charges, de la même façon que s'il était immobile dans un champ électrostatique. Ce processus d'induction, rapporté par J.C. MAXWELL et étudié entre autres par H. LORENTZ, a été mis en évidence auparavant par des manipulations expérimentales aujourd'hui classiques, comme l'expérience dite du disque de FARADAY. C'est FARADAY qui le premier, suppose l'existence de champs électriques induits par les courants marins dans le champ magnétique terrestre [Faraday, 1832].

Les premières observations effectives de champs électriques induits par les mouvements marins sont effectuées par F.B. YOUNG en 1920 [Young et al., 1920]. La mesure du champ magnétique

en mer bénéficie quant à elle des études menées sur les mines magnétiques et de l'expérience acquise pendant la Seconde Guerre mondiale par les marines militaires [Barber, 1948]. Les premières études théoriques significatives sur le sujet sont ainsi publiées dans le début des années 1950 par H. STOMMEL, M.S. LONGUET-HIGGINWS, V.R. MALKUS et M.E. STERN de la "Woods Hole Oceanographic Institution" [Stommel, 1948], [Longuet-Higgins and Deacon, 1949], [Longuet-Higgins et al., 1954], [Malkus and Stern, 1952]. L'article de 1954 de M.S. LONGUET-HIGGINS fait encore référence aujourd'hui comme l'un des plus clairs sur les aspects théoriques bidimensionnels de l'effet de LORENTZ, et surtout sur l'interprétation des mesures de champ électrique en mer. Par la suite, le problème a été reformalisé par différents auteurs : on citera parmi les travaux les plus significatifs et les plus généraux ceux de T.B. SANFORD [Sanford, 1967], [Sanford, 1971], W. WASYLKIWSKYJ [Wasyliwskyj, 1979]. De manière extrêmement simplifiée, lorsqu'un conducteur se déplace dans un champ magnétique préexistant, il apparaît selon la loi d'induction de MAXWELL - FARADAY un champ électrique de la forme :

$$\vec{E}_0 = \vec{v} * \vec{B} \quad (1.3)$$

où  $\vec{B}$  représente l'induction magnétique. Ce champ est faible : le simple produit du champ terrestre vertical par une vitesse de déplacement de 1 cm.s-1 donne un champ électrique de l'ordre de  $0.5\mu V.m^{-1}$ . L'orientation des différents champs est illustrée sur la figure 5 suivante : le champ électrique produit est tridimensionnel, avec une composante horizontale perpendiculaire à la vitesse et proportionnelle au module de celle-ci et au champ magnétique vertical, et une composante verticale, proportionnelle au module du champ magnétique horizontal. C'est la première qui semble être la plus exploitée, mais certains auteurs se préoccupent également de la partie verticale [FONAREV, 1970], [Harvey, 1974], [Podney, 1975]. Le courant produit par ce champ électrique, ainsi que le champ magnétique secondaire induit en retour, dépendent directement de la répartition de la conductivité de l'eau et des fonds sous-marins.

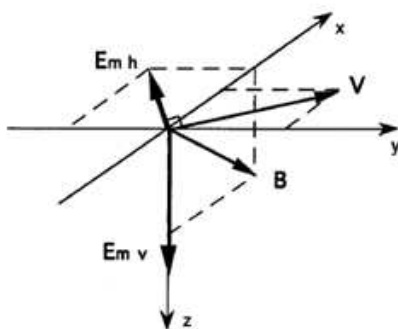


FIGURE 1.6 – Champ électrique induit par le mouvement

Les champs dus aux ondes progressives de surface et à la houle ont reçu une attention considérable depuis de nombreuses années. Ils ont été étudiés en détail de façon théorique depuis les

années 1960. WARBURTON et CAMINITI fournissent une solution analytique pour le champ magnétique induit par les vagues de surface en mer profonde [Warburton and Caminiti, 1964]. GROSKAYA étend les résultats aux eaux peu profondes [Groskaya et al., 1972]. WEAVER s'intéresse au champ magnétique de la houle [Weaver, 1965], LARSEN puis PODNEY revisitent ensuite le problème dans son ensemble en examinant également le champ électrique [Larsen, 1971]. [Podney, 1975], [Podney, 1975]. Plus récemment DAVEY et BARWES fournissent de nouvelles méthodes qui comparent les champs électromagnétiques créés par les vagues à ceux d'un dipôle électrique horizontal (HED : Horizontal Electric Dipôle) [K.R. DAVEY, 1985]. CHAILLOUT, POULBOT et BLANPAIN en fin proposent une formulation générale et la résolution en 3D des équations de Maxwell dans un repère lié à la vitesse de phase de la houle par la méthode des éléments finis [Chaillout et al., 1992]. Les études expérimentales sont également nombreuses, réalisées par des équipes américaines [Maclure et al., 1964], [Fraser, 1966], françaises [Klein et al., 1975], ou russes [Krotevich et al., 1977]. Par exemple une houle de période de 20 secondes et de 10 cm d'amplitude est susceptible d'engendrer un champ magnétique de 0,2 nT à 100 m sous la surface de l'eau, et de 0,1 nT à 50 m d'altitude au-dessus [Weaver, 1965].

## 1.5 Champs électriques induits par la corrosion des métaux

La corrosion est par définition "l'interaction destructrice d'un matériau avec un environnement agressif" [RAMEAU, 1990]. Le phénomène de corrosion correspond à la dégradation d'un métal, ou d'un alliage métallique, par des réactifs gazeux ou en solution. À l'échelle de la planète, chaque seconde, cinq tonnes d'acier sont oxydées en rouille, mélange complexe d'oxydes et d'hydroxydes de fer plus ou moins hydratés.

La corrosion est un phénomène électrochimique dans un milieu aqueux. Ce phénomène met en présence un alliage métallique et un électrolyte capable de conduire l'électricité. La corrosion se traduit par le passage d'ions métalliques en solution.

La nature électrochimique de la corrosion en milieux aqueux d'un métal M de valence z qui se corrode est le siège de deux réactions simultanées :

- La réaction anodique d'oxydation qui correspond à la dissolution du métal dans la solution ou électrolyte avec libération d'électrons :



- La réaction cathodique de réduction d'un oxydant dissous dans la solution s'écrit d'une manière générale :



Dans le cas du fer, il s'agit de la réduction de l'ion métallique  $Fe^{3+}$  en un ion métallique  $Fe^{2+}$  de valence inférieure



La corrosion d'un métal tel que le fer nécessite la présence d'un oxydant dans la solution car la réaction de réduction utilise les électrons produits lors de la réaction de dissolution du métal. Comme dans toute réaction électrochimique, les réactions anodique d'oxydation et cathodique de réduction ont un potentiel d'équilibre noté :

- $E_K$  pour la réaction cathodique ;
- $E_A$  pour la réaction anodique d'oxydation.

Le potentiel d'équilibre  $E_K$  correspond au potentiel que prend un métal inattaquable dans une solution qui contient un système oxydoréducteur  $Ox^{n+}/Red$ . En l'absence de tout courant imposé, il se produit un échange entre le métal et la solution et à l'équilibre, la vitesse de réduction de l'oxydant est égale à la vitesse d'oxydation au réducteur. La réaction correspondante s'écrit :



Si à l'aide d'une source extérieure, on impose un potentiel  $E$  différent du potentiel d'équilibre  $E_K$ , on provoque soit une réaction anodique si  $E$  est inférieure à  $E_K$  ( $E < E_K$ ), soit une réaction cathodique si  $E$  est supérieure à  $E_K$  ( $E > E_K$ ). Les réactions anodique (A) et cathodique (K) se traduisent par des densités de courant électrique anodique ( $i_A$ ) et cathodique ( $i_K$ ) évoluant en fonction de la différence de potentiel entre le métal ou alliage et la solution aqueuse.

La courbe résultante (courbe globale)  $i \doteq h(E)$ , obtenue en faisant varier de manière continue le potentiel ( $E$ ), est la somme algébrique des courbes individuelles de polarisation relatives à l'oxydation et à la réduction (5). La valeur absolue de la densité de courant d'échange varie avec le métal ou l'alliage, son état de surface, la concentration des espèces  $Ox^{n+}$  et  $Red$ , et également avec la température.

Le potentiel d'équilibre  $E_A$  de la réaction de dissolution anodique représente le potentiel pris par le métal par rapport à la solution. Pour qu'un métal puisse se corroder, il faut qu'il existe dans la solution un oxydant tel que le potentiel d'équilibre  $E_K$  de sa réaction cathodique de réduction soit plus élevé que le potentiel d'équilibre de la réaction anodique de dissolution, c'est-à-dire que  $E_K > E_A$ . Dans le cas contraire ( $E_K < E_A$ ), un processus de corrosion ne peut s'établir. Le raisonnement basé sur les deux potentiels d'équilibre  $E_A$  et  $E_K$  reste théorique, car la complexité des alliages métalliques et des solutions ne permet pas un accès direct à ces potentiels ou aux courbes de polarisation individuelles. Par contre, la courbe globale, qui est la résultante des courbes individuelles, peut être déterminée expérimentalement. Le point  $E_C$  pour lequel la densité de courant totale est nulle ( $i_C \doteq -i_K$ ) est dit potentiel de corrosion dans le milieu considéré. La densité du courant de corrosion au point  $E_C$  est :

$$i_C \doteq i_A \doteq |i_K| \quad (1.8)$$

Lorsqu'on s'éloigne du potentiel de corrosion  $E_C$  en imposant une différence de potentiel positive  $E - E_C > 0$ , la réaction de dissolution ou réaction anodique d'oxydation l'emporte et la densité de courant anodique  $i_A$  augmente.

$E - E_C > 0 \rightarrow$  il existe une protection

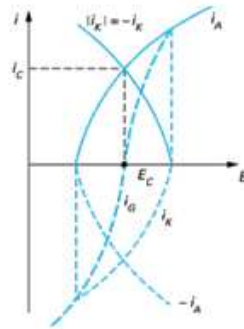


FIGURE 1.7 – Courbes individuelles  $i_A = f(E)$  et  $i_K = g(E)$  et globale  $i = h(E)$  de polarisation en fonction de la différence de potentiel métal-solution  $E$

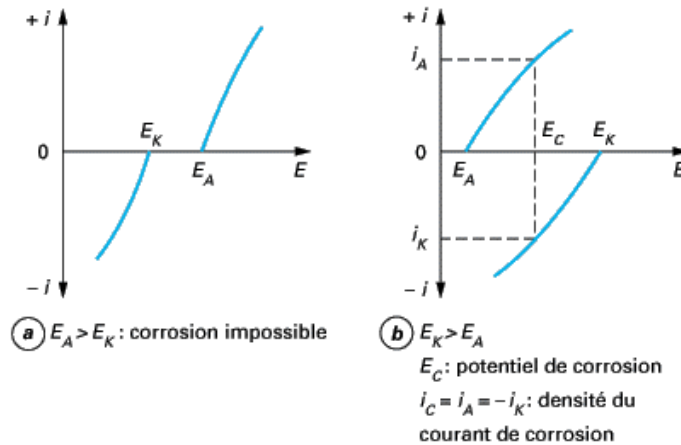


FIGURE 1.8 – Courbes de polarisation individuelles de la réaction anodique  $i_A = f(E)$  et de la réaction cathodique  $i_K = g(E)$

### 1.5.1 La boucle corrosive

La boucle corrosive est l'unique responsable de la corrosion des équipements métalliques immergés. Elle peut être de nature galvanique, électrolytique ou bien les deux à la fois.

1) Aspect galvanique

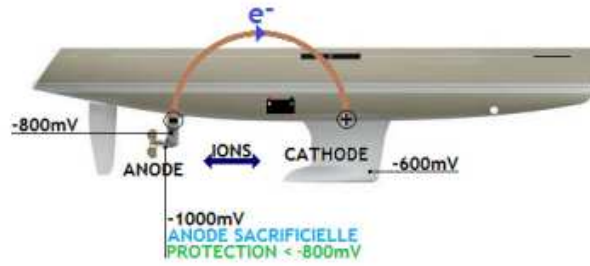


FIGURE 1.9 – Aspect galvanique

Lorsqu’il existe une liaison métallique, volontaire ou accidentelle entre deux métaux de nature différente (arc brun), il y a circulation d’un courant naturel de la cathode à l’anode et circulation d’électrons dans le sens inverse. L’anode est alors le métal présentant le potentiel le plus électronégatif. Dans l’électrolyte (l’eau), ce sont les ions, positifs ou négatifs, qui ferment la boucle et assurent le transfert de charge. Le métal qui assure la sortie du courant perd ses électrons, s’oxyde et se corrode (le carter de sail-drive). Les électrons quittant toujours le métal le plus électronégatif, il suffit donc, pour le protéger efficacement, de créer une nouvelle liaison métallique avec un métal plus électronégatif que lui-même. C’est le rôle de l’anode sacrificielle et le principe de la protection cathodique : le carter de sail-drive devient ainsi cathode au lieu d’anode et se trouve en conséquence protégé.

2) Aspect électrolytique

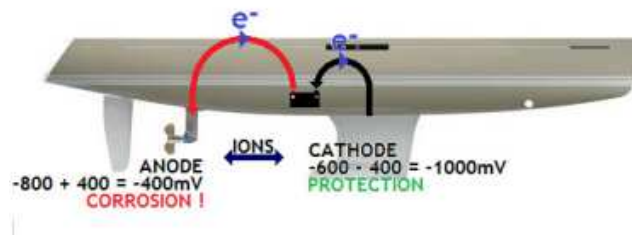


FIGURE 1.10 – Aspect électrolytique

Dans un contexte similaire, lorsque s’ajoute au courant galvanique naturel un courant extérieur, volontaire ou accidentel (fuite), le métal connecté au (+) devient l’anode. Le courant circulant toujours de la cathode à l’anode et les électrons en sens inverse, il renforce ainsi le courant de corrosion de la boucle galvanique : Conformément à la loi d’Ohm, le sail-drive est d’autant plus en danger que le courant est durablement intense, la perte de matière résultante obéissant aux lois de Faraday.

Ainsi, un sail-drive en aluminium dont le potentiel est de (-) 800 mV (sans anode sacrificielle) « gagnera » 400 mV (exemple) et passera ainsi à (-) 400 mV, valeur très supérieure à son potentiel de corrosion. Plus ce potentiel sera élevé, plus les dégâts seront rapides et importants.

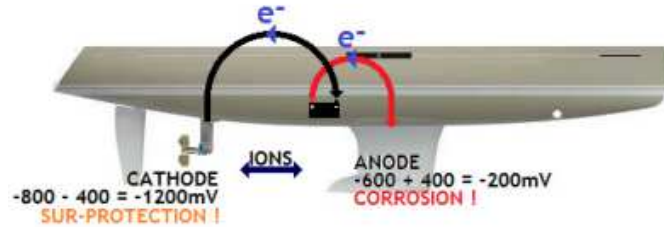


FIGURE 1.11 – Protection active

Il est un cas, toutefois, où le courant extérieur, toujours accidentel ou non, peut s'avérer bénéfique. En effet, le métal connecté au (-) devient la cathode et reçoit des électrons, ce qui a pour résultat d'abaisser son potentiel et le protège de la corrosion. La boucle galvanique est inhibée : c'est le principe de la protection active. La quantité de courant doit toutefois être adaptée en conséquence, au risque de surprotéger le métal en question. Attention ! Lorsqu'un métal est fortement surprotégé, il perd ses revêtements de protection (peinture) et peut se fragiliser. Ainsi en est-il de l'aluminium, particulièrement sensible à la surprotection.

### 1.5.2 Comment lutter contre la corrosion

L'évaluation et la mise en œuvre d'une protection adaptée du navire contre la corrosion dès sa construction est essentielle compte tenu, entre autres, des coûts relatifs aux actions correctives lors de l'exploitation tels que la mise au sec, la durée de l'arrêt technique, la réfection des revêtements (coque, soutes, mailles vides,...) et les moyens d'accès (nacelles, échafaudages,...). On estime qu'une réfection des revêtements de peintures coûte environ dix fois plus que les opérations d'application lors de la construction. La mise en place des protections doit donc s'effectuer avec rigueur et en étant pleinement conscient des différents phénomènes de corrosion en jeu.

Il existe plusieurs systèmes de protection contre la corrosion que l'on peut répartir en trois catégories : la protection cathodique, les revêtements de protection et la protection dite géométrique.

#### 1) La protection cathodique

Ce type de protection repose sur le fait d'abaisser le potentiel de corrosion du métal à protéger en plaçant des anodes. Sur les navires nous retrouvons deux types de protection cathodique.

a) **Les anodes sacrificielles** Il s'agit de répartir de telles anodes dans le but de créer un courant galvanique. Le plus souvent en zinc ou en aluminium, ces anodes subissent à elles seules la corrosion et préservent ainsi les métaux plus nobles. Elles sont placées dans les équipements utilisant l'eau de mer (circuits, échangeurs, ballasts, . . . ), sur la coque et les appendices immergés du navire.

b) **La protection cathodique par imposition de courant** Cette protection est assurée par un générateur de courant continu à partir duquel le pôle négatif est relié à l'équipement à protéger et le pôle positif à l'anode.

## 2) Revêtement de protection

Il s'agit de revêtements superficiels, de trois types :

- métalliques pour protéger en particulier les aciers. On utilise pour cela du chrome, du cuivre ou du zinc.
- polymériques à l'aide de thermoplastes, de caoutchouc ou de thermodurcissables.
- par peintures successives : une couche primaire dite anticorrosion, des couches secondaires pour assurer l'étanchéité et parfaire l'état de surface puis une couche de finition terminant le pouvoir d'étanchéité et, si nécessaire, donnant une touche esthétique. L'application des peintures nécessitent de respecter impérativement les prescriptions du fabricant pour garantir une tenue efficace dans le temps. Le respect des conditions hygrométriques ambiantes et la préparation de la surface sont primordiaux. Notons que plus de 90 % des désordres de revêtements des carènes des navires sont dus à une mauvaise application.

## 3) Protection dite géométrique

Cette protection consiste à concevoir les pièces et les montages mécaniques de telle sorte à limiter les risques de corrosion. Par exemple, il convient de :

- réaliser des courbes de collecteurs permettant un écoulement de fluide non turbulent. Les turbulences étant en partie responsables des corrosions par cavitation et par érosion.
- concevoir des récipients et des réservoirs ne favorisant pas la stagnation de l'eau.

# 1.6 Les aimantations du navire

## 1.6.1 Processus de polarisation et le diagramme B-H

Le diagramme B-H, appelé aussi courbe d'aimantation ou cycle d'hystérésis est la courbe de réponse de matériaux magnétiques. La simplicité de l'équation  $B = \mu H$  n'est qu'apparente. En fait, cette relation n'est pas linéaire puisque la perméabilité  $\mu$  dépend de H, d'où la nécessité d'une représentation de la fonction B(H). La non-linéarité des matériaux magnétiques ne rend

pas leur utilisation particulièrement aisée. Par contre, elle permet la réalisation de certains dispositifs intéressants, tels que les registres à bulles magnétiques, les mémoires magnétiques, les régulateurs à noyaux saturables, etc.

La forme du diagramme B-H dépend de la mobilité des parois de Bloch, elle-même fonction des énergies et du champ H appliqué. Selon les cas, un modèle mathématique détaillé du diagramme est nécessaire, ou au contraire la connaissance d'un ou deux paramètres représentatifs est suffisante.

Soit un monocristal de fer, pratiquement sans défauts, dans lequel les domaines magnétiques se présentent tels qu'à la figure 1.12(a).

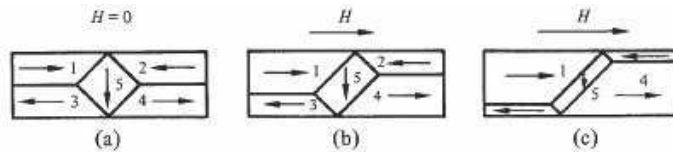


FIGURE 1.12 – Monocristal de Fer

Dès qu'on applique un champ H comme indiqué, l'énergie des moments magnétiques est augmentée dans les domaines 2 et 3, et dans une plus faible mesure dans le domaine 5. Le respect de la condition de l'énergie minimum dans l'échantillon entraîne alors une diminution du volume de ces domaines. Dans un champ H croissant, la structure des domaines prendra donc successivement les allures représentées à la fig. 11 (b) puis 11 (c). Finalement, un seul domaine orienté selon H subsistera. Dans cette exemple idéal, le déplacement des parois de Bloch est parfaitement libre. En coupant H, on se retrouve donc à l'état initial (fig. 11 (a)), le processus de polarisation est réversible. Les défauts cristallins ont un effet important sur la forme du diagramme B-H. L'action de défauts ponctuels sur le déplacement des parois de Bloch, à l'intérieur d'un monocristal, est illustrée à la figure 1.13

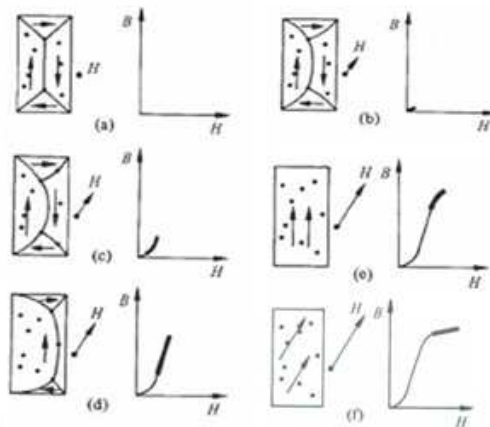


FIGURE 1.13 – Effet du champ extérieur sur le déplacement des parois de Bloch, à l'intérieur d'un monocristal [Robert, 1987]

- figure 1.13.a : Sur cette structure en domaine typique, les parois de Bloch, épinglées par deux défauts apparaissent rectilignes.
- figure 1.13.b : Un champ faible provoque une déformation réversible des parois qui se comportent comme des membranes élastiques. Les d'épingles ne changent pas.
- figure 1.13.c : A champ la pression sur les parois fait céder les points d'épinglage. Les parois se déplacent par une série de sauts mis en évidence par l'expérience de Barkhausen. Ces mouvements de parois sont irréversibles. La pente de  $B(H)$  est maximum.
- figure 1.13.d : La polarisation est maintenue parallèle à la direction d'aimantation facile la plus proche de  $H$ . L'augmentation de la polarisation par déplacements irréversible des parois est terminée.
- figure 1.13.e :  $H$  augmentant encore. La polarisation s'écarte de la direction d'aimantation facile pour s'aligner sur  $H$ . Ce phénomène est à nouveau réversible.

### 1.6.2 Aimantation permanente

Les navires sont tous en fer. Les tôles utilisées pour leur fabrication n'ont pas beaucoup d'aimantation, mais elles restent stationnaires, pendant les longs mois de la construction, et acquièrent une légère aimantation sous l'influence du champ magnétique terrestre et des martèlements et vibrations qu'on leur fait subir. Une fois en mer, le navire battu par les vagues perdra peu à peu son aimantation, mais, elle ne disparaîtra jamais complètement. Il restera ce qu'on appelle l'aimantation permanente du navire. Cette aimantation a une direction bien définie et on la compense à l'aide de petits aimants placés à proximité du compas.

### 1.6.3 Aimantation induite

Le fer acquiert aussi une aimantation quand on le place dans un champ magnétique. Cette aimantation dépend de l'intensité et de la direction du champ magnétique. Elle change quand le champ magnétique change. Elle disparaît si le champ est supprimé. C'est ce que l'on appelle l'aimantation induite. Un navire est toujours soumis au champ magnétique terrestre et cette aimantation induite variera, donc quand le navire change de direction ou se déplace, puisque la variation magnétique change d'un point à un autre de la terre. Les aimants correcteurs ne peuvent être employés car leur effet est constant. Il faut que la correction change avec le champ qui induit l'effet. La solution est d'utiliser des masses de fer doux placées à proximité du compas qui aurait une influence équivalente à celle du navire lui-même. C'est la raison de ces boules de fer. Comme la masse du navire est surtout dans le sens de la longueur, les boules sont placées dans le sens perpendiculaire. On ajoute leur distance au compas pour que l'aimantation qu'elles prennent sous l'influence du champ terrestre compense celle prise par la coque.

### 1.6.4 Aimantation rémanente

L'aimantation rémanente est l'aimantation du matériau pour un champ interne nul. Il ne faut pas la confondre avec l'aimantation permanente pour laquelle c'est le champ inducteur qui est nul. Même si le champ inducteur est nul, le champ à l'intérieur de la coque n'a aucune raison de l'être : la tôle aimantée créant évidemment un champ sur elle-même. Dans la pratique, il est beaucoup plus aisé d'avoir accès aux effets de l'aimantation permanente puisqu'il suffit de se placer en champ nul. Annuler le champ interne d'un matériau est en pratique impossible sauf dans le cas très particulier de l'ellipsoïde [de Lacheisserie, 2012].

### 1.6.5 Aimantation d'équilibre

L'aimantation varie donc autour d'un minimum d'énergie local plus ou moins stable. Pourtant sous certaines conditions, soit magnétiques, soit mécaniques, l'aimantation peut franchir une barrière de potentiel et rejoindre un autre état localement stable. L'aimantation permanente se met donc à varier, évidemment si le champ inducteur reste le même sa partie induite reste inchangée. Si nous n'avons encore que peu d'informations sur l'aimantation permanente et en particulier sur ses variations, il existe pourtant un état magnétique le plus probable sous un champ inducteur donné. Cet état ne réalise plus un minimum d'énergie local mais un minimum global. C'est l'état de plus faible énergie. On l'appelle aimantation permanente d'équilibre. Cette aimantation est obtenue, à plus ou moins long terme, par l'effet conjugué de contraintes mécaniques et d'un champ inducteur constant. Elle demeure pourtant théorique, le navire tendant vers cet état mais ne l'atteignant jamais. Cette aimantation est alors un point sur la courbe réversible anhystérétique, obtenue à partir du cycle d'hystérésis statique limite. La courbe anhystérétique est réversible. De plus, nous travaillons toujours dans le domaine des champs faibles, le couple  $(H, M)$  se situe donc dans une région où cette courbe peut être assimilée à une droite.  $H$  et  $M$  sont alors directement proportionnels suivant la loi :

$$M = \chi_a H \tag{1.9}$$

$$M = (\mu_a - 1)H \tag{1.10}$$

où  $\chi_a$  et  $\mu_a$  sont respectivement appelées susceptibilité et perméabilité anhystérétiques.

## 1.7 Principaux phénomènes de variation de l'aimantation

### 1.7.1 Effet Joule transversal et longitudinal

En mettant, par exemple, une barre de compositions ferromagnétique dans un champ magnétique orienté parallèlement à la direction longitudinale de la barre, on constate des variations de la longueur de la barre. L'accroissement relatif de la longueur de la barre causé par la magnétostriction (effet Joule) est très modeste : à titre indicatif  $10^{-6}$  (fig. I.14)

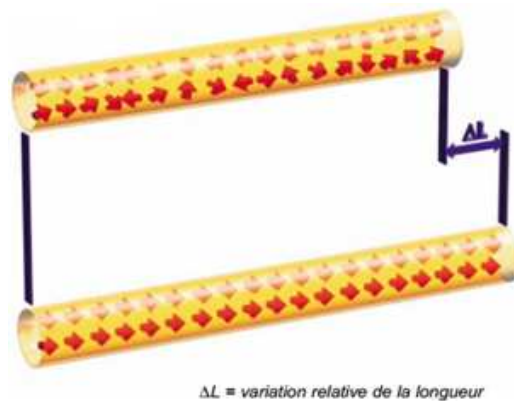


FIGURE 1.14 – L'effet magnétostrictif ( $\Delta L$ ) est dû à l'orientation des micros-champs soumis à l'influence du champ magnétique externe parallèle à la barre

L'effet Joule transversal est observé quand la direction de mesure de la dimension est perpendiculaire à l'aimantation (Figure 1.15). Les effets Joule suivant les directions longitudinal et transversal n'introduisent pas de variation de volume si le matériau est isotrope ou constitué d'un ensemble désordonné de cristaux cubiques. Il n'en est pas de même pour des cristaux élémentaires présentant d'autres symétries.

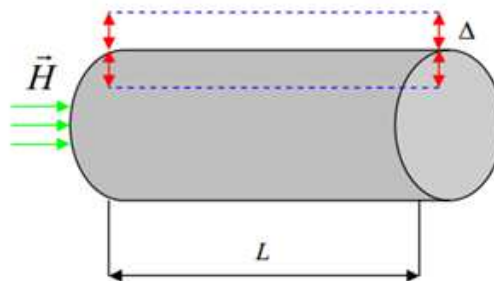


FIGURE 1.15 – Effet Joule transversal

### 1.7.2 Effet Widemann

Cet effet se produit dans un barreau ou aimant ferromagnétique soumis à un champ longitudinal. Si ce barreau est traversé par un courant axial, le champ associé à ce courant provoque une torsion du barreau (Figure I.16) : c'est l'effet Wiedemann. L'effet inverse produit une variation d'aimantation longitudinale et l'apparition d'une aimantation circulaire dans un élément long aimanté axialement et soumis à un couple de torsion.

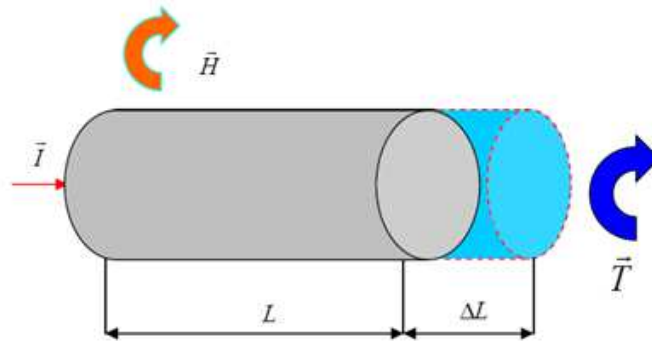


FIGURE 1.16 – Effet Widemann

### 1.7.3 Effet Villari

La variation de l'aimantation par l'application d'une contrainte mécanique a été mesurée et modélisée par plusieurs chercheurs [de Lacheisserie, 2000], [D.C, 1995], [Sablík and Jiles, 1993], [Sablík and Jiles, 1999], pour l'acier et le fer. Ce phénomène est l'effet longitudinal inverse. Lorsque la longueur du barreau est modifiée mécaniquement, deux phénomènes sont possibles : soit le barreau s'aimante en créant un champ magnétique le long de son axe, soit son état d'aimantation se modifie. C'est le phénomène utilisé dans les capteurs magnétostrictifs de déformation. Par exemple si le barreau a été placé à l'intérieur d'un solénoïde, un courant transitoire parcourt la bobine (Figure 1.17). Ce courant correspond à une variation de flux magnétique associée à la variation de l'aimantation. La déformation  $\Delta L$  associée à une force diffère de celle prédite par la loi de Hooke classique. Cependant on peut écrire :

$$F = ES_e \left( \frac{\Delta}{L} L \right) \quad (1.11)$$

avec :

$E$  : module de d'Young apparent

$S_e$  : section droite de barreau

$\left( \frac{\Delta}{L} L \right)$  : déformation relative totale (élastique  $\left( \frac{\Delta}{L} L \right)_e$  plus magnétostrictive  $\left( \frac{\Delta}{L} L \right)_m$

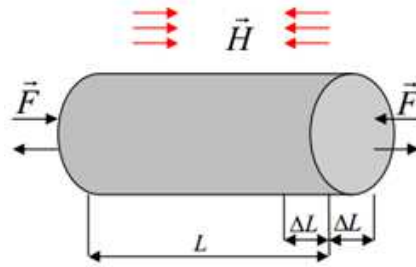


FIGURE 1.17 – Effet Villari

### 1.7.4 Effets de variation de volume

- L'effet de forme : variation de volume à champ faible, elle dépend de la géométrie de l'échantillon.

- L'effet de cristal : Il se produit pour un champ magnétique plus élevé et devient plus important pour des valeurs très élevées du champ magnétique (c'est la magnétostriction forcée).

Ces deux effets sont extrêmement faibles. Le principal effet de volume se produit pour des champs très importants (quelques  $10^{-5}$  A/m). La variation de volume  $\frac{\Delta V}{V}$  est alors après saturation une fonction linéaire du champ : c'est la magnétostriction forcée. Pour la plupart des métaux ou alliages magnétostrictifs, cette dernière variation reste faible, cependant des effets de volume plus importants ont été mesurés dans des composés de terres rares. Par exemple, avec le nickel  $\frac{\Delta V}{V}$  varie de  $1,1 \cdot 10^{-6}$  par MA/m et de  $110 \cdot 10^{-6}$  par  $(\frac{MA}{m})$  pour le composé  $Tb_{0.03} Fe_{0.97}$  [Cyr, 2007].

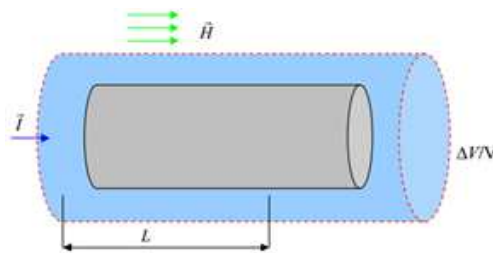


FIGURE 1.18 – Effet de variation de volume

### 1.7.5 Effet de flexion

Sous l'action du champ magnétique longitudinal, un barreau encastré à une extrémité subit une courbure, comme s'il travaillait à la flexion. Cet effet se traduit par un déplacement transversal de l'ensemble de l'extrémité libre du barreau sous l'action d'un champ magnétique (Figure I.19).

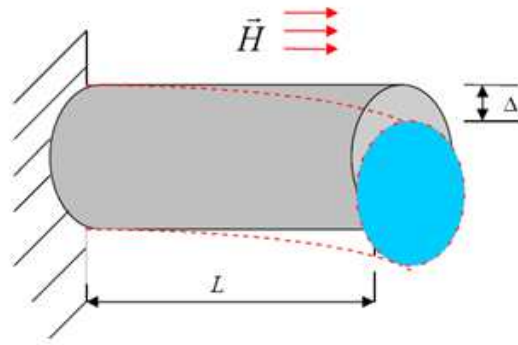


FIGURE 1.19 – Effet de flexion

### 1.7.6 Effet de variation de module d'Young ou effet $\delta E$

Lorsque l'on applique une contrainte à un matériau ferromagnétique, celle-ci provoque une variation d'aimantation qui introduit une déformation en supplément de la déformation créée par élasticité. Ce phénomène correspond à une modification des constantes élastiques du matériau, donc de son module d'Young  $E$  (Figure I.20). Le module  $E$  est toujours réduit quel que soit le signe du coefficient de magnétostriction  $\lambda_s$  de matériaux ferromagnétiques doux qui présentent un alignement des moments magnétiques pour une très faible contrainte à champ nul, pour une traction saturante.

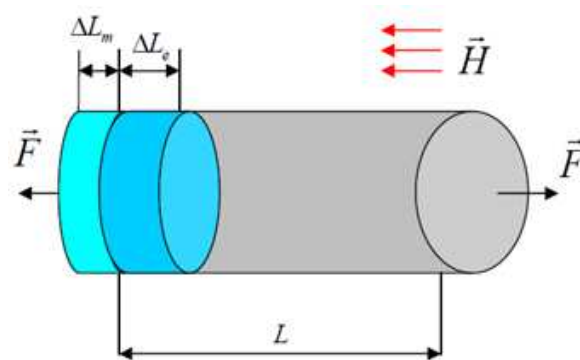


FIGURE 1.20 – Effet de variation de module d'Young

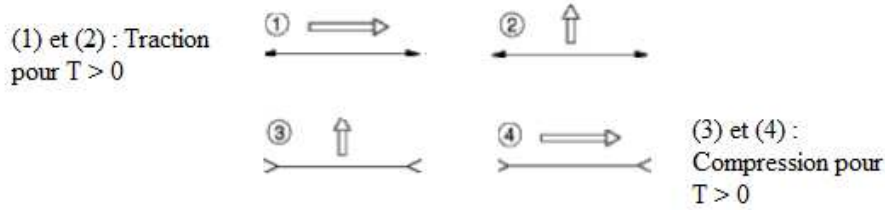


FIGURE 1.21 – Influence de la contrainte sur la direction de facile aimantation d'un matériau magnétostrictif isotrope à champ nul, (1), (3) pour  $\lambda_s > 0$  et (2), (4) pour  $\lambda_s < 0$  [Cyr, 2007]

- Si  $\lambda_s > 0$ ;  $\left(\frac{MA}{m}\right) = \lambda_s$
- Si  $\lambda_s < 0$ ;  $\left(\frac{MA}{m}\right) = \frac{-\lambda_s}{2} > 0$

$$\Delta E = E - E_0 \tag{1.12}$$

avec :

- $E_0$  : module d'Young à l'état non magnétique.

Pour une contrainte nettement supérieure à celle saturant l'aimantation,  $\Delta L$  tend vers zéro  $[\frac{\Delta}{L}L)_m \ll \frac{\Delta}{L}L)_e]$ . L'effet  $\Delta E$  est important pour la zone de champ où les domaines magnétiques sont mobiles. Sous champ saturant, une faible contrainte n'affecte pas l'aimantation et introduit uniquement une déformation élastique.  $\Delta E$  est nulle.

Quelques valeurs mesurées de  $\frac{\Delta E}{E_0}$  sont présentées dans le tableau 1.1. Le comportement du nickel est comparé à celui d'un composé terres rares-fer très magnétostrictif à forte anisotropie et d'un matériau amorphe  $F_e - S_i - B$  ayant un très faible champ coercitif.

TABLE 1.1 – Valeurs de  $\frac{\Delta E}{E_0}$  du champ statistique appliqué a  $H_a$  pour différents matériaux [Cyr, 2007].

Matériau	$\frac{\Delta E}{E_0}$	$H_a$
$N_i$	15	/
$Tb_{0.28}Dy_{0.72}Fe_2$	160	$342 * 10^3$
$Fe_{78}Si_{10}B_{12}$	190	240

En général le module d'Young E d'un matériau non magnétostrictif est une fonction décroissante de la température. Une déformation due à la magnétostriction diminue en augmentant la température et s'annule au point de Curie (à la température de Curie un matériau ferromagnétique devient paramagnétique et les moments magnétiques sont dans un état désordonné). Une réduction de l'effet magnétostrictif induit une augmentation de E. Donc les variations thermiques de E d'origine soit élastique soit magnétostrictive ont tendance à se compenser.

## 1.8 Dispositif de désaimantation d'un navire

L'aimantation que possède un objet perturbe le champ magnétique terrestre. Cette perturbation est appelée signature magnétique de cet objet et est exploitée dans le domaine militaire pour la détection de cet objet. C'est notamment un phénomène utilisé pour la détection des sous-marins et pour le déclenchement des mines. Il est donc d'un grand intérêt de réduire le plus possible la perturbation du champ magnétique terrestre causée par les véhicules militaires, notamment les sous-marins et les navires.

L'aimantation d'un navire, par exemple, est constituée d'une aimantation permanente qui est indépendante du lieu où est situé le navire et de l'orientation du navire par rapport au champ magnétique terrestre, et d'une aimantation induite par le champ magnétique terrestre et qui est fonction du lieu où est situé le navire et de son orientation par rapport au champ magnétique terrestre. Il n'est pas possible de neutraliser définitivement et complètement l'aimantation d'un navire à cause des variations du champ magnétique terrestre en fonction du lieu et à cause des mouvements du navire dans ce champ. D'autre part, l'aimantation d'un très gros objet tel qu'un navire n'est pas répartie uniformément dans cet objet, par conséquent elle devrait être neutralisée en chaque point du navire pour obtenir une signature magnétique nulle. En pratique, il n'est donc pas possible d'annuler totalement la signature magnétique d'un navire. Dans le meilleur des cas, il est possible d'annuler sa composante verticale en créant une aimantation verticale compensant exactement la composante verticale de l'aimantation induite par le champ magnétique terrestre, et il est possible de réduire ses composantes horizontales en annulant les composantes horizontales de l'aimantation permanente.

On distingue deux types de dispositifs permettant de réduire la signature magnétique d'un navire : des dispositifs indépendants des navires appelés station de démagnétisation et des dispositifs embarqués sur les navires, appelés dispositifs d'immunisation magnétique. Un dispositif de premier type constitue une grosse installation située dans un port et permet de traiter différents navires à intervalles réguliers.

Un dispositif du second type permet de neutraliser en permanence la signature magnétique d'un navire en lui opposant un champ magnétique variable en fonction de la position géographique du navire et en fonction de son attitude par rapport au champ magnétique terrestre. Ce second type de dispositifs est efficace mais coûteux en matériel et en énergie. Les navires équipés d'un dispositif d'immunisation magnétique sont en outre traités périodiquement dans une station de démagnétisation pour ramener leur magnétisation permanente à une valeur parfaitement définie, ce qui facilite le réglage de leur dispositif d'immunisation magnétique et permet de réduire sa consommation d'énergie.

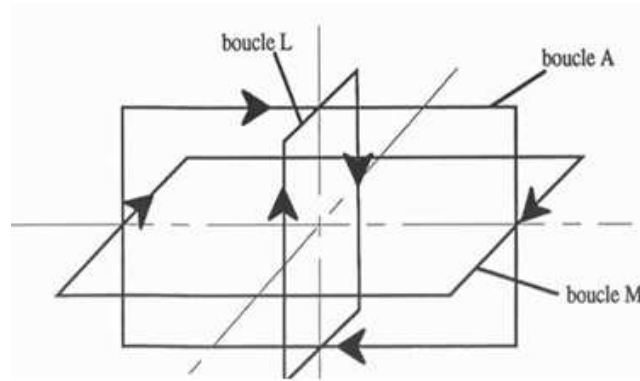


FIGURE 1.22 – Les boucles d’immunisation M, L et A

Ces circuits d’immunisation se divisent en trois classes suivant les trois directions (figure 1.22) : • les boucles M pour "main" selon la convention anglo-saxonne, qui compensent la composante verticale de l’anomalie, la plus intense,

- les boucles L pour "longitudinal",
- les boucles A pour, "atwarthship", c’est-à-dire transversales.

Les courants typiques injectés sont de quelques centaines d’Ampère-tour pour les navires à coque magnétique et de quelques dizaines d’Ampère-tour pour les navires à coque amagnétique.

## 1.9 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons fait une recherche bibliographique approfondie concernant les phénomènes électromagnétiques basses fréquences et les effets de ces derniers sur le magnétisme du navire.

Nous avons abordé dans un premier temps le milieu lui-même du point de vue de l’électromagnétisme, puis nous avons donné les différentes aimantations du navire sous l’action du champ environnant. tout en suivant une démarche très détaillée sur les principaux phénomènes de variation de l’aimantation. À la fin de ce chapitre, nous avons présenté la méthode la plus utilisée dans la désaimantation des navires.

# Chapitre 2

## Modèles de représentation des milieux magnétiques

### 2.1 Introduction

Lorsqu'un matériau est placé dans un champ magnétique, les forces magnétiques des électrons du matériau seront affectées. Cet effet est connu comme la loi de Faraday de l'induction magnétique. Cependant, les matériaux peuvent réagir très différemment à la présence d'un champ magnétique externe. Cette réaction dépend d'un certain nombre de facteurs, tels que la structure atomique et moléculaire de la matière, et le champ magnétique net associé aux atomes. Les moments magnétiques associés aux atomes ont trois origines. Ce sont le mouvement orbital des électrons, le changement du mouvement orbital causé par un champ magnétique externe et le spin des électrons.

### 2.2 Magnétisme à l'échelle microscopique

Pour comprendre les phénomènes de magnétisme, les grandeurs macroscopiques telles que l'induction  $B$  ou la perméabilité  $\mu = \frac{B}{H}$ , rapport de l'induction  $B$ , prise dans le champ d'intensité  $H$ , sur ce champ, le chercheur s'intéresse en premier lieu à des grandeurs microscopiques telles que le moment de l'atome, l'ordre des moments sur les divers atomes de la molécule. Évidemment, il y a une relation entre la valeur du moment d'un atome et l'induction de la substance ; et la compréhension des propriétés magnétiques d'un matériau, non seulement sur le plan de la physique, mais aussi en vue des applications, nécessite de comprendre, autant que possible, ce magnétisme microscopique.

### 2.2.1 Moment magnétique [Van Vleck, 1965],[Herpin, 1968]

#### 1) Origine du moment magnétique

Le moment magnétique atomique, de l'ordre de  $10^{-23} A.m^2$ , dont on veut rendre compte, est d'origine électronique. Le noyau possède, dans certains cas, un moment magnétique, mais celui-ci est beaucoup plus petit ; il est de l'ordre de  $5 \times 10^{-27} A.m^2$  ; on le néglige en général. Le moment magnétique électronique est lui-même la résultante de deux contributions : une contribution orbitale, associée au mouvement de l'électron sur son orbite, et une contribution du spin, associée au moment cinétique intrinsèque de spin de l'électron.

#### 2) Moment magnétique orbital [Vonsovski, 1971]

Le modèle de l'atome de Bohr permet une compréhension simple des deux types de magnétisme électronique. Un électron de Masse  $m$  et de charge  $-e$  se déplace à la vitesse  $\vec{v}$  sur une orbite circulaire de rayon  $r$  (figure 2.1). Au mouvement de l'électron correspond un moment cinétique orbital :

$$\vec{\gamma}_l = \vec{r} \wedge m_e \vec{v} \quad (2.1)$$

dont l'amplitude est :  $v_l = m_e . r^2 \omega$  avec :  $\omega$  est la pulsation de mouvement. À ce même mouvement de l'électron correspond un courant électrique, d'intensité  $i = (e \times \omega) / (2 \times \pi)$  circulant en sens inverse du mouvement de l'électron. Ce courant crée un moment magnétique orbital d'amplitude :  $\mu_l = \frac{(e \times \omega \times r^2)}{2}$  Ce moment magnétique orbital, égal au produit de l'intensité du courant par la surface de l'orbite. Avec les conventions de signe habituelles, le vecteur moment magnétique ( $\vec{\mu}_l$ ) pointe dans une direction opposée à celle du vecteur moment cinétique ( $\vec{\gamma}_l$ ) .

Le rapport des amplitudes de ces deux grandeurs :

$$\frac{\mu_l}{\gamma_l} = \frac{e}{2m_e} \quad (2.2)$$

est le rapport magnétomécanique ; on l'exprime généralement en unité  $\frac{e}{2m_e}$  ; ce rapport est alors égal à  $g_l = 1$ . Et aussi le moment magnétique cinétique est un multiple entier du quantum  $\frac{h}{2\pi}$ ,  $h$  désignant la constante de Planck.

On écrit :  $\gamma_l = \frac{l \times h}{2\pi}$  Où  $l$  : le nombre quantique orbital (nombre entier)

On exprime, du reste, ce vecteur moment cinétique orbital sous la forme :

$$\vec{\gamma}_l = \vec{l} \times h \quad (2.3)$$

Et on en déduit que le moment magnétique orbital :

$$\mu_l = g_l \times l \times \frac{e \times h}{2 \times m} \quad (2.4)$$

est lui-même un multiple entier du moment magnétique élémentaire :

$$\mu_B = \frac{e \times \hbar}{2 \times m} \quad (2.5)$$

qui est désigné sous le nom de magnéton de Bohr ; la valeur du magnéton de Bohr est  $0,927 \times 10^{-23} A.m^2$  ; elle est de l'ordre de grandeur du moment atomique du fer.

En appliquant les résultats de la mécanique quantique [Laloë et al., 1973], on montre que la projection  $\gamma_{lz}$  du moment cinétique  $\vec{\gamma}_l$  suivant l'axe de quantification, pris comme axe Oz, est égale à  $m_l \times \frac{\hbar}{2 \times \pi}$ , où le nombre quantique  $m_l$  peut prendre les  $(2l+1)$  valeurs :  $l, (l-1), \dots, 0 \dots, (-l+1), (-l)$ . On en déduit alors que la projection  $\mu_{lz}$  du moment magnétique orbital  $\vec{\mu}_l$  suivant Oz peut prendre les  $(2l+1)$  valeurs  $g_l m_l \mu_B$ .

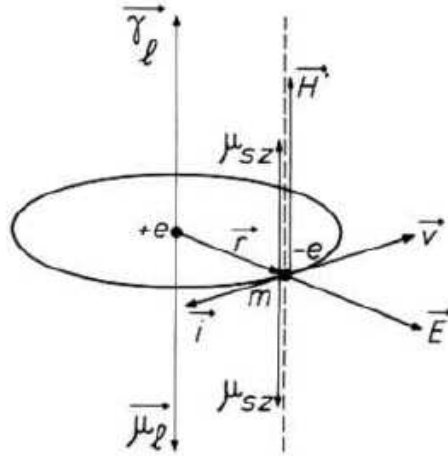


FIGURE 2.1 – modèle de l'atome de Bohr.

### 3) Moments magnétiques de spin

On postule qu'il existe à côté de ce moment magnétique orbital, lié au moment cinétique orbital, un moment magnétique de spin, associé au moment cinétique de spin  $\vec{s}$  de l'électron, la projection  $s_z$  du moment cinétique de spin suivant l'axe de quantification est  $m_s \times \frac{\hbar}{2\pi}$  avec le nombre quantique  $m_s = \pm \frac{1}{2}$ . Le rapport magnétomécanique  $g_s$ , en unité  $\frac{e}{2m}$ , est égal à 2 et les composantes suivant Oz du moment magnétique de spin sont (figure 2.1) :

$$\mu_{sz} = g_s \times m_s \times \mu_B = \pm \mu_B \quad (2.6)$$

La composante du moment magnétique de spin est orientée dans une direction opposée à celle de la composante du moment cinétique de spin suivant Oz.

## 2.3 Les matériaux magnétiques en général et les alliages Fer-Silicium en particulier

Parmi les métaux purs, seuls le fer, le nickel, le cobalt et les lanthanides présentent des propriétés ferromagnétiques. Le tableau 2.1 donne une liste non-exhaustive d'alliages de fer fréquemment rencontrés, et précise leurs principales caractéristiques et leur domaine d'utilisation.

TABLE 2.1 – Caractéristiques des matériaux ferromagnétiques et leurs utilisations

Matériaux	Caractéristiques	Utilisation
Fer pur	Nombreuses impuretés	Petit appareillage électroménager
Fer-Silicium	-Isotropie, Texture de Goss, -Texture cubique.	-Machines tournantes, -Transformateurs, etc.
Fer-Nickel	-Propriétés magnétiques élevées, - Anisotropie...	-Stabilisation thermique des systèmes électromécaniques,...
Fer-Cobalt	- Faible résistivité, - Forte anisotropie	-Matériels d'avions, - Matériels sous-marins, etc.

### 2.3.1 Les alliages Fer-Silicium

#### 1) Influence du silicium

Le silicium modifie sensiblement certaines propriétés du fer, ces variations pouvant être tantôt bénéfiques, tantôt néfastes.

#### 2) Modification des propriétés physiques

La résistivité électrique  $\rho$  croît linéairement avec l'apport en silicium pour un pourcentage compris entre 0% et 7% (en masse) [Matsumura and Fukuda, 1984]. Cette modification est la principale raison qui motive l'emploi des alliages fer-silicium dans l'industrie des machines électriques. Elle entraîne une diminution de l'intensité des courants de Foucault et des pertes d'énergie dynamiques.

### 3) Modification des propriétés magnétiques

La constante d'anisotropie magnétocristalline  $K_1$  diminue linéairement en fonction de la concentration en silicium [Matsumura and Fukuda, 1984]. Cette baisse entraîne une diminution de l'énergie d'anisotropie. Le couplage entre les moments magnétiques et la direction de facile aimantation  $\langle 100 \rangle$  devient également moins rigide. L'énergie magnétostatique du volume ferromagnétique peut alors être plus facilement réduite [Degauque, 1985]. La diminution de l'anisotropie magnétocristalline entraîne également une réduction des pertes par hystérésis car elles sont corrélées à l'énergie de paroi qui est proportionnelle à  $(K_1)^{\frac{1}{2}}$  [Matsumura and Fukuda, 1984], [Brissonneau, 1980]. L'ajout de silicium modifie aussi l'aimantation à saturation  $M_s$  et la magnétostriction  $\lambda_s$ . Il s'agit de la principale conséquence négative de l'apport de silicium. La diminution de l'aimantation à saturation  $M_s$  suit une loi linéaire [Matsumura and Fukuda, 1984]. Cette évolution est liée à la diminution du nombre d'atomes ferromagnétiques par unité de volume [Brissonneau, 1980]. Concernant la magnétostriction  $\lambda_s$ , la modification n'est pas linéaire et dépend de la direction du champ dans le cristal.  $\lambda_{100}$  augmente d'abord jusqu'à environ 3% de silicium puis diminue jusqu'à s'annuler pour des compositions supérieures à 6% [Brissonneau, 1980]. On montre également que  $\lambda_{111}$  augmente jusqu'à devenir positif pour un pourcentage de silicium supérieur à 4,5%. Pour un polycristal isotrope théorique, la valeur de magnétostriction à saturation moyenne  $\lambda_s$  est issue d'un mélange pondéré entre les caractéristiques  $\lambda_{100}$  et  $\lambda_{111}$  du matériau considéré [Bozorth and Ferromagnetism, 1951].

$$\lambda_s = \frac{2\lambda_{100} + 2\lambda_{111}}{5} \quad (2.7)$$

Quand la teneur en silicium augmente, la magnétostriction à saturation  $\lambda_s$  devient progressivement positive. Sa norme a également tendance à baisser, ce qui diminue le bruit lié aux déformations magnétostrictives à l'intérieur des machines [Jiles, 2015].

### 3) Modification des propriétés mécaniques

La présence de silicium modifie également les propriétés mécaniques du fer. Le silicium a la particularité d'attirer la plupart des impuretés pour former de gros précipités, et ainsi purifier la matrice [Dijkstra and Wert, 1950]. Quand le pourcentage de silicium augmente, la dureté et la rigidité de l'alliage Fer Silicium s'accroissent. Un ajout de 3% de silicium améliore la découpe. Cependant, au-dessus de 4%, le métal devient trop fragile pour être mis en forme facilement à froid. Il ne peut plus être laminé.

## 2.4 Classification des matériaux magnétiques

Dans la plupart des atomes, les électrons se produisent par paires. Les électrons d'une paire tournent dans des directions opposées. Ainsi, quand les électrons sont appariés ensemble, leurs

spins opposés font que leurs champs magnétiques s'annulent. Par conséquent, il n'existe pas de champ magnétique net. Alternativement, les matériaux avec quelques électrons non appariés auront un champ magnétique net et réagiront davantage à un champ externe. La plupart des matériaux peuvent être classés comme diamagnétiques, paramagnétiques, ferrimagnétiques, antiferromagnétiques et ferromagnétiques.

### 2.4.1 Diamagnétisme

Les métaux diamagnétiques ont une susceptibilité très faible et négative aux champs magnétiques [Magnétisme and Fondements, 2000],[Kittel et al., 1996]. Les matériaux diamagnétiques sont légèrement repoussés par un champ magnétique et le matériau ne conserve pas les propriétés magnétiques lorsque le champ externe est enlevé. Les matériaux diamagnétiques sont des solides avec tous les électrons appariés, ce qui n'entraîne pas de moment magnétique net permanent par atome. Les propriétés diamagnétiques résultent du réalignement des orbites électroniques sous l'influence d'un champ magnétique externe. Si nous traçons  $M = f(H)$  et l'évolution de la susceptibilité magnétique en fonction de la température les matériaux diamagnétiques sont caractérisés par une susceptibilité négative, indépendante de la température (figure 2.2). La plupart des éléments de la table périodique, y compris le cuivre, l'argent et l'or, sont diamagnétiques.

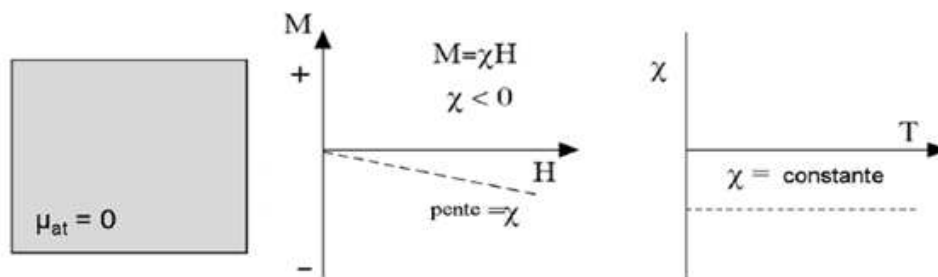


FIGURE 2.2 – Evolution de l'aimantation ( $M$ ) en fonction du champ magnétique appliqué ( $H$ ) pour un matériau diamagnétique et évolution de la susceptibilité  $\chi$  en fonction de la température ( $T$ ) [Magnétisme and Fondements, 2000]

Lorsque le champ est zéro, l'aimantation est nulle. Ces matériaux sont caractérisés en général par une perméabilité magnétique relative  $\mu_r < 1$  et des valeurs de la susceptibilité comprises entre  $10^{-5}$  et  $10^{-6}$ .

### 2.4.2 Paramagnétisme

Les métaux paramagnétiques ont une faible susceptibilité aux champs magnétiques. Ces matériaux sont légèrement attirés par un champ magnétique et le matériau ne conserve pas les propriétés magnétiques lorsque le champ externe est enlevé. Les propriétés paramagnétiques sont

dues à la présence de quelques électrons non appariés [Buschow et al., 2003],[Chicinaş, 2002], et du réalignement des orbites électroniques provoquées par le champ magnétique externe. Les matériaux paramagnétiques comprennent le magnésium, le molybdène, le lithium et le tantale. Il en résulte une susceptibilité dépendant de la température, connue sous le nom de loi de Curie :

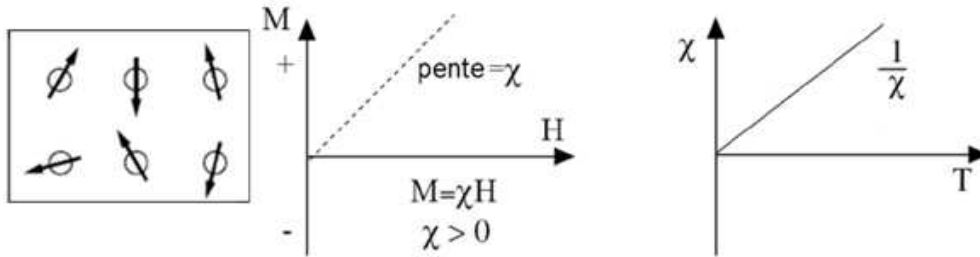


FIGURE 2.3 – Evolution de l’aimantation ( $M$ ) en fonction du champ magnétique appliqué ( $H$ ) pour un matériau paramagnétique et évolution de la susceptibilité ( $\chi$ ) en fonction de la température ( $T$ ) [Chicinaş, 2002]

$$\chi = \frac{c}{T} \quad (2.8)$$

où  $c$  est la constante de Curie et  $T$  est la température.

À des températures normales et dans des domaines de champs magnétiques modérés, la susceptibilité paramagnétique est petite ( $10^{-3} \sim 10^{-5}$ ) mais, plus grande que dans le cas des substances diamagnétiques. À moins que la température soit très basse ( $T \ll 100$  K) ou que le champ soit très élevé, la susceptibilité paramagnétique est indépendante du champ appliqué (figure 2.3). Ces matériaux sont caractérisés en général par une perméabilité magnétique relative  $\mu_r > 1$ .

### 2.4.3 Antiferromagnétisme

Dans le cas des matériaux antiferromagnétiques, les moments magnétiques interagissent entre eux, mais ces substances sont constituées en général de deux réseaux magnétiques dont les moments magnétiques sont couplés antiparallèlement [Kittel et al., 1996],[Buschow et al., 2003]. Les aimantations des deux réseaux se compensent et les matériaux antiferromagnétiques ne présentent pas d’aimantation macroscopique.

Les matériaux antiferromagnétiques ont également une rémanence nulle, pas d’hystérésis, mais une susceptibilité faible et positive qui varie d’une manière particulière avec la température comme s’est illustré dans la figure 2.4. La clé de l’antiferromagnétisme est le comportement de la susceptibilité au-dessous d’une température critique, la température de Néel ( $T_N$ ) [Chicinaş, 2002]. En dessus de la température de Néel, la susceptibilité suit la loi de Curie – Weiss :

$$\chi = \frac{c}{T_N + \theta} \quad (2.9)$$

Où  $C$  est la constante de Curie,  $T$  la température de Néel et  $\theta$  est la température de Curie paramagnétique (asymptotique).

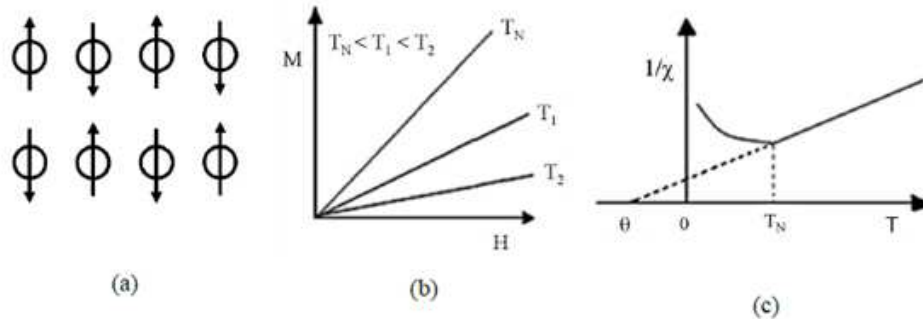


FIGURE 2.4 – Illustration schématique des deux sous-réseaux d’un matériau antiferromagnétique couplé antiparallèlement (a), évolution de l’aimantation en fonction de la température (b) et évolution de  $\frac{1}{\chi}$  en fonction de la température (c) [Chicinaş, 2002]

### 2.4.4 Ferrimagnétisme

Sa structure cristalline est composée de deux structures de réseaux qu’on appellera A et B ayant des moments  $m_a$  et  $m_b$  de modules différents et avec des orientations antiparallèles. Aussi, ce matériau présente une aimantation globale non nulle même avec la disparition d’un champ extérieur (Théorie de Néel).

Le ferrimagnétisme présente donc des similitudes avec le ferromagnétisme. Les matériaux ferrimagnétiques présentent de nombreuses caractéristiques des matériaux ferromagnétiques : aimantation spontanée, température d’ordre, hystérésis et rémanence. Toutefois, ferro-et ferrimagnétiques sont très différents au niveau de l’ordre magnétique. Par exemple, l’évolution de  $\frac{1}{\chi}$  pour les ferrimagnétiques présente une augmentation rapide au voisinage de la température de Curie (figure 2.5 (c)).

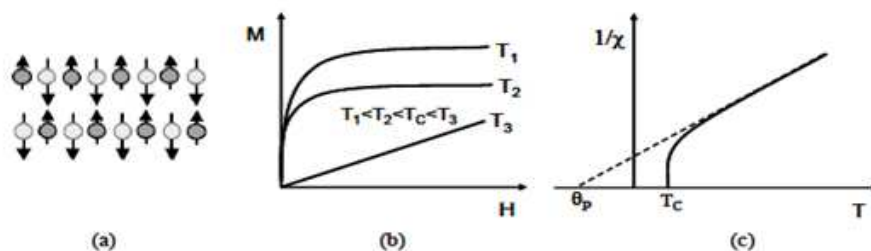


FIGURE 2.5 – Structure magnétique d’un matériau ferrimagnétique (a), évolution de l’aimantation en fonction de la température (b) et évolution de la susceptibilité magnétique en fonction de la température (c) [Moskowitz, 1991]

### 2.4.5 Ferromagnétisme

Les matériaux ferromagnétiques ont une grande susceptibilité positive à un champ magnétique externe. Ils présentent une forte attraction aux champs magnétiques et sont capables de conserver leurs propriétés magnétiques après que le champ externe a été enlevé. Les matériaux ferromagnétiques ont des électrons non appariés, de sorte que leurs atomes ont un moment magnétique net. Ils obtiennent leurs propriétés magnétiques fortes en raison de la présence de domaines magnétiques. Dans ces domaines, un grand nombre de moments atomiques (10<sup>12</sup> à 10<sup>15</sup>) sont alignés parallèlement de sorte que la force magnétique dans le domaine est forte. Lorsqu'un matériau ferromagnétique est à l'état non magnétisé, les domaines sont organisés de façon presque aléatoire et le champ magnétique net pour la pièce dans son ensemble est nul. Lorsqu'une force magnétisante est appliquée, les domaines deviennent alignés pour produire un fort champ magnétique dans la pièce. Le fer, le nickel et le cobalt sont des exemples de matériaux ferromagnétiques. Les composants avec ces matériaux sont généralement inspectés en utilisant la méthode des particules magnétiques.

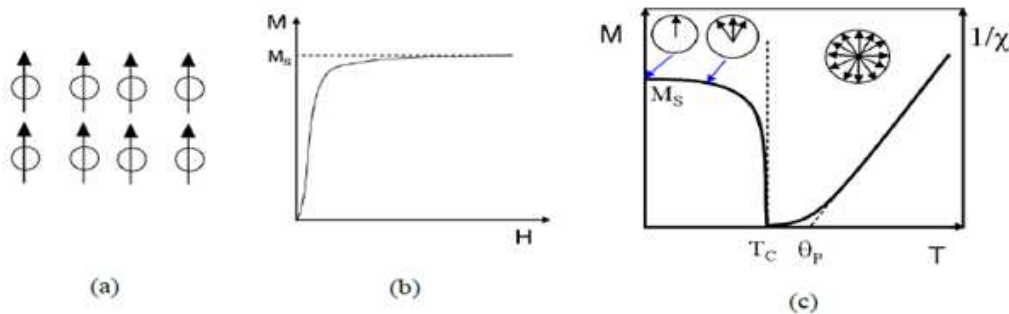


FIGURE 2.6 – Illustration de l'alignement du moment magnétique atomique dans le réseau d'un matériau ferromagnétique (a) et évolution de l'aimantation en fonction de l'amplitude du champ magnétique appliqué (b) et évolution de l'aimantation spontanée pour  $T < T_c$  et de la susceptibilité magnétique pour  $T > T_c$  (c) [Magnétisme and Fondements, 2000]

## 2.5 Physique du ferromagnétisme

Le ferromagnétisme est un magnétisme dit ordonné : c'est-à-dire qu'il existe une organisation des moments magnétiques élémentaires des atomes dans le cristal. Cette organisation, couramment appelée microstructure magnétique, est constituée de domaines de Weiss, dans lesquels les moments élémentaires sont tous orientés dans la même direction, séparés par des parois de Bloch.

Cette organisation de la microstructure magnétique résulte d'une minimisation des énergies qui s'appliquent au cristal. Il est intéressant de connaître ces énergies, car elles sont à la base de la sensibilité du magnétisme à l'état métallurgique et aux contraintes.

### 2.5.1 Energie d'échange

Provoque l'alignement des moments magnétiques des atomes entre eux. Elle est à l'origine du magnétisme ordonné.

### 2.5.2 Energie d'anisotropie magnéto-cristalline

L'arrangement cristallographique de la matière signifie une répartition anisotrope des atomes. Il en résulte des directions privilégiées du cristal suivant lesquelles s'alignent spontanément les moments magnétiques élémentaires : ce sont les axes de facile aimantation (les arêtes de la maille cubique, dans le cas du fer). Dans le cas d'un matériau à structure cristallographique cubique, l'énergie d'anisotropie magnéto-cristalline dépend du premier et du deuxième paramètre d'anisotropie  $K_1$  et  $K_2$  et peut être évaluée ([Hubert et Schäfer, 1998]) de la manière suivante :

$$E_{ani} = K_1 \times (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 (\alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2) \quad (2.10)$$

où  $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  sont les cosinus directeurs de l'aimantation par rapport aux axes cubiques. Les constantes d'anisotropie ont les unités d'une densité d'énergie et représentent la force de l'anisotropie dans le matériau.

Par exemple, pour le Fer,  $K_1 = 4,7 \times 10^4 (\frac{J}{m^3})$  le long les directions  $\langle 111 \rangle$  et nulle suivant les directions  $\langle 100 \rangle$ . Dans le cristal, l'aimantation préfère s'aligner le long les axes suivant lesquels l'énergie est minimale. Donc, pour le Nickel, les directions d'orientation sont suivant  $\langle 111 \rangle$ . Cependant, un monocristal de Fer (système cubique centré) s'aimante plus facilement dans la direction  $\langle 100 \rangle$  et plus difficilement dans la direction  $\langle 111 \rangle$  [Thoelke, 1993].

### 2.5.3 Energie magnéto-élastique

Représente l'interaction entre la direction de l'aimantation et la déformation du réseau cristallographique. Pour le fer, la maille est allongée dans la direction des moments magnétiques. Inversement, une déformation imposée au cristal provoque la réorientation des moments magnétiques : ce phénomène est à l'origine de la sensibilité à la contrainte.

### 2.5.4 Energie magnétostatique

Représente l'impossibilité d'avoir l'orientation d'un moment magnétique perpendiculaire à une interface. Elle incarne l'influence du milieu (c'est-à-dire de l'état métallurgique) dans lequel se trouve la microstructure magnétique.

L'énergie magnétostatique se divise en deux contributions [Daniel, 2003],[Daniel et al., 2014] :

- L'énergie associée au champ magnétique appliqué  $H_a$ , ou énergie de Zeeman :

$$E_z = -\mu_0 \times H_a \times M \quad (2.11)$$

## 2.6. LE FERROMAGNÉTISME À DIFFÉRENTES ÉCHELLES

Ce terme énergétique tend à aligner la direction de l'aimantation avec celle du champ appliqué. Il est minimum quand l'aimantation est parallèle à  $H_a$  et de même sens.

- les variations spatiales d'aimantation provoquent un champ dit démagnétisant  $H_d$  auquel est associée une énergie qui s'écrit :

$$E_z = -\left(\frac{1}{2}\right) \times \mu_0 \times H_d \times M \quad (2.12)$$

Ce champ démagnétisant s'oppose à l'effet du champ magnétique appliqué  $H_a$  et vérifie :

$$\vec{H}_d = -\vec{M} \quad (2.13)$$

L'énergie magnétostatique s'écrit donc :

$$E_{mag} = -\mu_0 \times H_a \times M - \left(\frac{1}{2}\right) \times \mu_0 \times H_d \times M = -\mu_0 \times H^{eff} \times M \quad (2.14)$$

$$H^{eff} = H_a + \frac{1}{2} \times H_d \quad (2.15)$$

avec :

$H^{eff}$  : Champ effectif

## 2.6 Le ferromagnétisme à différentes échelles

La figure 2.7 représente la microstructure magnétique à différentes échelles, de l'atome à l'organisation du cristal.

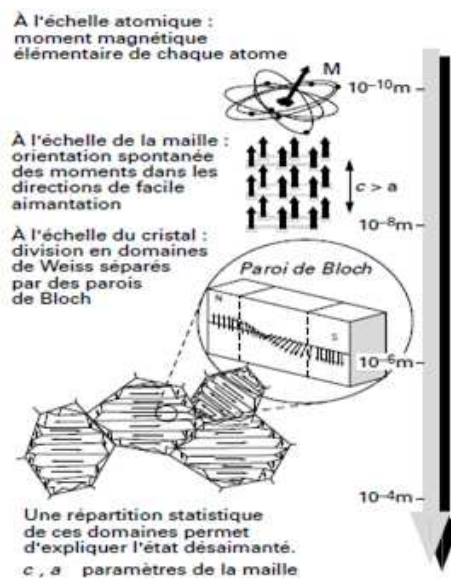


FIGURE 2.7 – Le ferromagnétisme à différentes échelles

Une représentation de la microstructure magnétique sous la forme d'un modèle à quatre (4) domaines est très couramment utilisée pour décrire les phénomènes (figure 2.8).

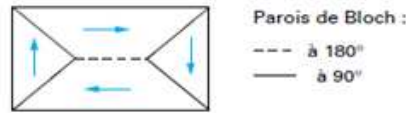


FIGURE 2.8 – Modèle à 4 domaines

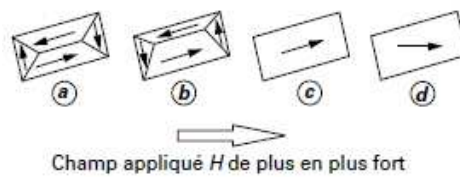


FIGURE 2.9 – Évolution de la microstructure magnétique pendant la magnétisation

Les deux types de parois de Bloch sont possibles : paroi à  $180^\circ$ , qui sépare deux domaines dont les directions d'aimantation sont antiparallèles, et paroi à  $90^\circ$ , qui sépare deux domaines dont les directions d'aimantation sont perpendiculaires.

## 2.7 Discontinuités du processus d'aimantation

Sous l'application d'un champ magnétique, cette microstructure magnétique se modifie : les domaines dont l'aimantation est proche en sens du champ appliqué vont grandir aux dépens des autres (figure 2.10). Cette modification de la morphologie de la microstructure magnétique se traduit par les déplacements des parois de Bloch. Sur leurs trajets, les parois rencontrent toutes les imperfections présentes dans le cristal, telles que les lacunes, les précipités, les dislocations... Tous ces défauts vont agir comme autant de points d'ancrage qui stoppent le déplacement de la paroi. Si le champ appliqué augmente encore, l'énergie apportée est suffisamment importante pour provoquer le décrochage de la paroi, qui se déplace brusquement jusqu'au défaut suivant.

La capacité des défauts à gêner le déplacement des parois de Bloch dépend de la nature et de la taille de ces défauts. Par exemple, un atome de carbone en solution solide dans le fer ne représentera pas la même force d'ancrage pour une paroi qu'un précipité de cémentite. Il est en général admis que les ancrages les plus puissants sont donnés par les défauts de taille équivalente à l'épaisseur d'une paroi de Bloch ( $0,1 \mu m$ ).

L'ensemble de ces discontinuités qui interviennent pendant le processus d'aimantation constitue l'effet Barkhausen.

Le cycle d'hystérésis est la représentation la plus connue du processus d'aimantation d'un matériau ferromagnétique (figure 2.10). Il représente l'aimantation  $\vec{M}$  du matériau en réponse à un champ appliqué  $\vec{H}$ . L'aimantation  $\vec{M}$  est la somme vectorielle de toutes les aimantations de tous les domaines de Weiss, pondérées par leur volume. À l'état désaimanté, cette somme est nulle à cause de l'orientation aléatoire de l'ensemble des domaines. Lorsque la microstructure magnétique se réorganise sous l'effet du champ appliqué, cette somme vectorielle n'est plus nulle. Le comportement magnétique est décrit par la susceptibilité  $\chi$ , telle que  $\vec{M} = \chi \times H$ . On utilise souvent l'induction magnétique  $\vec{B}$  qui est définie par :

$$\vec{B} = \mu_0 \times (\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(1 + \chi) \times \vec{H} = \mu_0 \times \mu_r \times \vec{H} = \mu \times \vec{H} \quad (2.16)$$

avec :

$\mu_0$  : Perméabilité de vide,

$\mu_r$  : Perméabilité relative,

$\mu$  : Perméabilité.

Mais le cycle d'hystérésis n'est que la représentation macroscopique de la réorganisation des domaines magnétiques ; les discontinuités microscopiques sont lissées par le facteur d'échelle et la courbe ( $\vec{M} = f(\vec{H})$ ) semble continue.

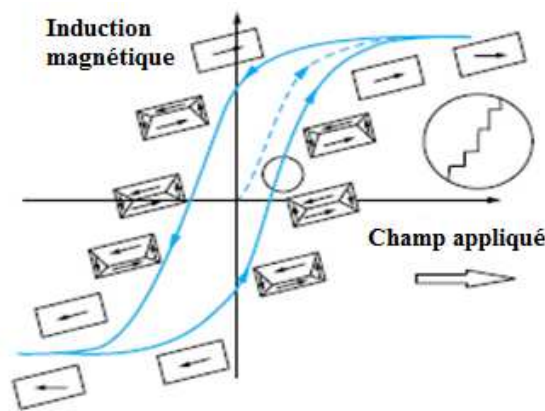


FIGURE 2.10 – Cycle d'hystérésis avec le comportement des moments dans les domaines magnétiques

## 2.8 Le cycle d'hystérésis et les propriétés magnétiques

Beaucoup d'informations peuvent être apprises sur les propriétés magnétiques d'un matériau en étudiant sa boucle d'hystérésis. Une boucle d'hystérésis montre la relation entre la densité de flux magnétique induite ( $\vec{B}$ ) et la force magnétisante ( $\vec{H}$ ). Il est souvent appelé la boucle  $B - H$ . Un exemple de boucle d'hystérésis est illustré ci-dessous (figure 2.11).

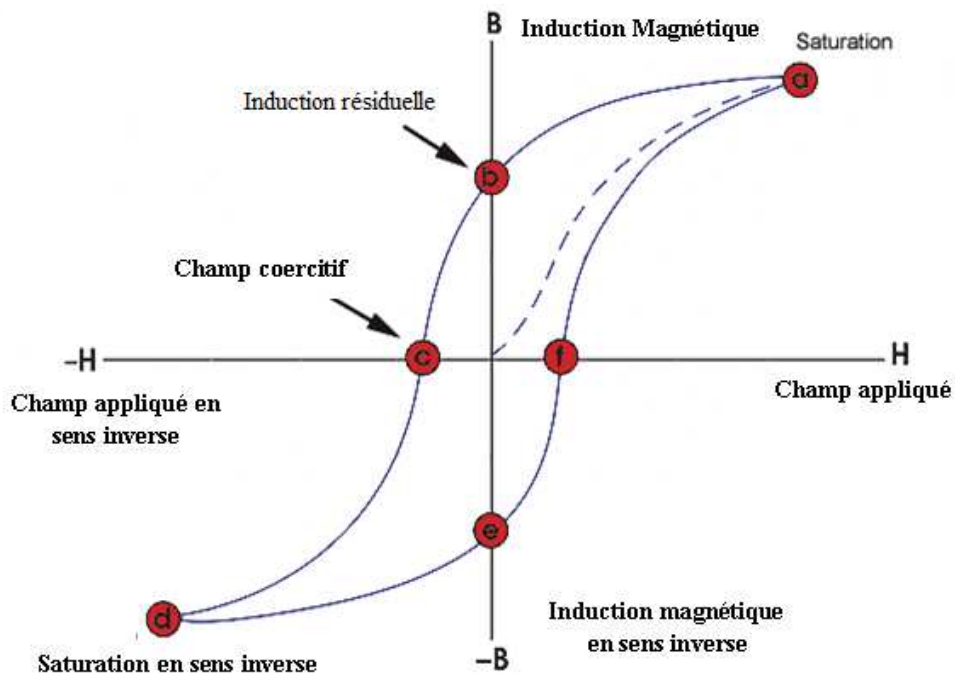


FIGURE 2.11 – Courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

La boucle est générée en mesurant le flux magnétique d'un matériau ferromagnétique tandis que la force d'aimantation est modifiée. Un matériau ferromagnétique qui n'a jamais été magnétisé auparavant ou qui a été complètement démagnétisé suivra la ligne en tirets lorsque  $H$  est augmenté. Comme le démontre la ligne, plus le courant appliqué ( $+H$ ) est grand, plus le champ magnétique du composant ( $+B$ ) est fort. Au point "a", presque tous les domaines magnétiques sont alignés et une augmentation supplémentaire de la force d'aimantation produira une très faible augmentation du flux magnétique. Le matériau a atteint le point de saturation magnétique. Lorsque  $H$  est réduit à zéro, la courbe passe du point "a" au point "b". A ce stade, on peut voir qu'un certain flux magnétique reste dans le matériau même si la force magnétisante est nulle. Ceci est appelé point de rémanence sur le graphique et indique la rémanence ou le niveau de magnétisme résiduel dans le matériau. (Certains des domaines magnétiques restent alignés tandis que d'autres ont perdu leur alignement). Comme la force de magnétisation est inversée, la courbe se déplace au point "c", où le flux a été réduit à zéro. C'est ce que l'on appelle le point de coercivité sur la courbe. (La force d'aimantation inversée a retourné suffisamment de domaines pour que le flux net dans le matériau soit nul). La force nécessaire pour éliminer le magnétisme résiduel du matériau est appelée force coercitive ou coercivité du matériau. Lorsque la force magnétisante est augmentée dans le sens négatif, le matériau redeviendra saturé magnétiquement mais dans le sens opposé (point "d"). Réduire  $H$  à zéro amène la courbe au point "e". Il aura un niveau de magnétisme résiduel égal à celui obtenu dans l'autre sens. En augmentant  $H$  dans la direction positive,  $B$  retournera à zéro. Notez que la courbe n'a pas

retourné à l'origine du graphe car une certaine force est nécessaire pour éliminer le magnétisme résiduel. La courbe prendra un chemin différent à partir du point "f" de nouveau au point de saturation où il complète la boucle.

A partir de la boucle d'hystérésis, on peut déterminer un certain nombre de propriétés magnétiques primaires d'un matériau.

**Rémanence** : Mesure de la densité de flux résiduel correspondant à l'induction de saturation d'un matériau magnétique. En d'autres termes, c'est la capacité d'un matériau de retenir une certaine quantité de champ magnétique résiduel lorsque la force magnétisante est retirée après avoir atteint la saturation. (La valeur de  $B$  au point b sur la courbe d'hystérésis).

**Magnétisme résiduel ou flux résiduel** : La densité de flux magnétique qui reste dans un matériau lorsque la force magnétisante est nulle. Notez que le magnétisme résiduel et la rémanence sont les mêmes lorsque le matériau a été magnétisé au point de saturation. Cependant, le niveau de magnétisme résiduel peut être inférieur à la valeur de rémanence lorsque la force magnétisante n'atteint pas le niveau de saturation.

**Force coercitive** : La quantité de champ magnétique inverse qui doit être appliquée à un matériau magnétique pour rendre le flux magnétique à zéro. (La valeur de  $H$  au point c sur la courbe d'hystérésis).

**Perméabilité** : Propriété d'un matériau qui décrit la facilité avec laquelle un flux magnétique est établi dans le composant.

**Réductance** : Est l'opposition qu'un matériau ferromagnétique montre à l'établissement d'un champ magnétique. La réductance est analogue à la résistance dans un circuit électrique.

**Perméabilité** Comme mentionné précédemment, la perméabilité est une propriété de matériau qui décrit la facilité avec laquelle un flux magnétique est établi dans un composant. C'est le rapport de la densité de flux à la force magnétisante et est représentée par l'équation suivante :

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (2.17)$$

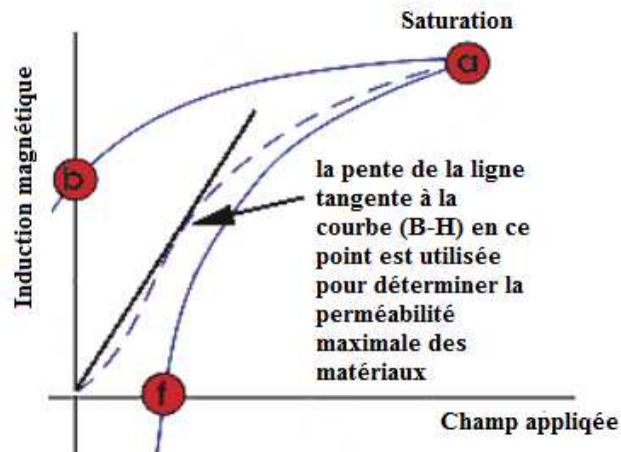


FIGURE 2.12 – Présentation graphique de la perméabilité magnétique

Il est clair que cette équation décrit la pente de la courbe en tout point de la boucle d'hystérésis. La perméabilité indiquée est habituellement la perméabilité maximale ou la perméabilité relative maximale. La perméabilité maximale est le point où la pente de la courbe  $\frac{B}{H}$  pour la matière non aimantée est la plus grande. Ce point est souvent considéré comme le point où une droite à partir de l'origine est tangente à la courbe  $\frac{B}{H}$ .

## 2.9 Comportements statique et dynamique

### 2.9.1 Comportement statique

On constate qu'en excitation alternative à fréquence faible (inférieure à 1Hz), pour la même amplitude du champ d'excitation magnétique  $H$ , la forme du cycle d'hystérésis n'évolue plus. On dit que le matériau est dans un état quasi-statique et le cycle d'hystérésis correspondant est appelé « cycle quasi-statique ou statique ».

L'aire noire (figure 2.13) représente l'énergie dissipée par unité de volume pendant une période d'excitation. A l'origine de cette énergie dissipée, on trouve des courants induits microscopiques à travers la matière. Ces courants ont pour origine une variation de flux magnétique créée par le déplacement des parois de Bloch. Les courants microscopiques sont peu dépendants de la fréquence d'excitation de la tôle parce que la vitesse propre des parois est principalement imposée par la structure [Chen, 2013],[Kedous-Lebouc and Rapport, 2005].

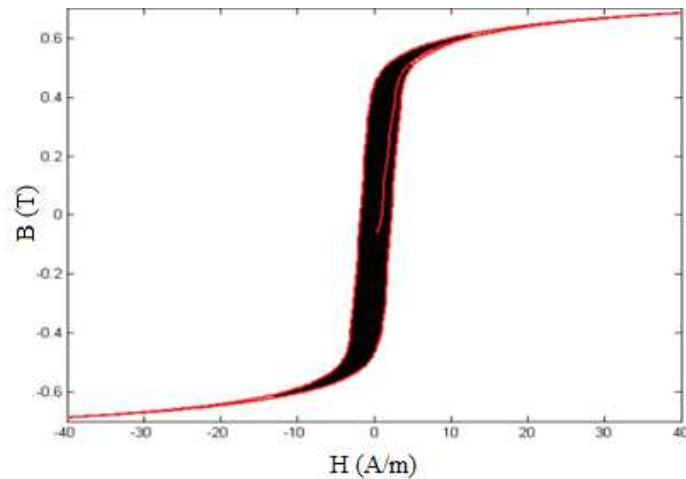


FIGURE 2.13 – Cycle d'hystérésis quasi-statique (0.5Hz) du FeNi80/20

### 2.9.2 Comportement dynamique

Quand on augmente la fréquence avec la même amplitude de champ, le cycle est plus large qu'en régime quasi-statique [Miljavec and Zidarič, 2008] (figure 2.14). Donc l'énergie dissipée augmente.

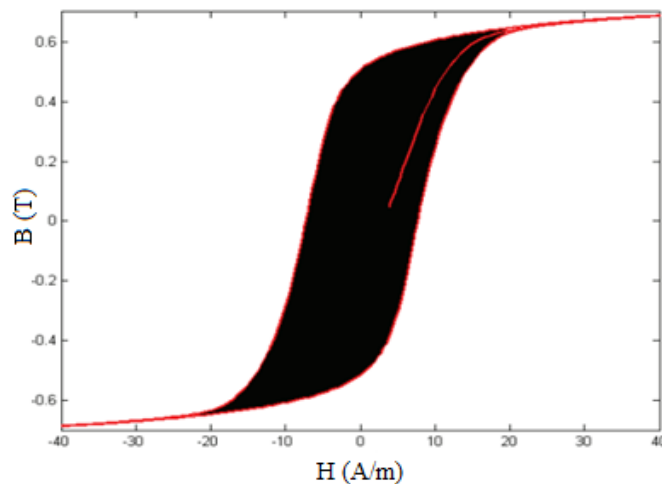


FIGURE 2.14 – Cycle d'hystérésis dynamique (50Hz) du FeNi 80/20

Cette augmentation de l'énergie dissipée provient de deux origines :

**Les courants induits macroscopiques** Qui se développent dans l'ensemble de système et directement liés des dimensions du circuit magnétique, à la conductivité et de l'épaisseur du matériau considéré [Do, 2010]. En régime d'induction variable, le matériau magnétique est le siège de courants induits qui circulent autour des lignes de flux magnétiques. La circulation

de ces courants qui se fait selon des sections droites dans le noyau (Figure 2.15) s’oppose a la pénétration du flux et génère des pertes appelées pertes par courants du Foucault.

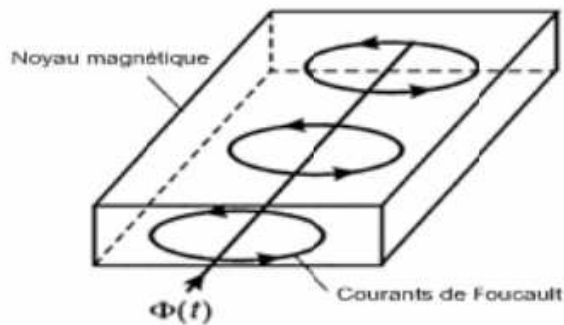


FIGURE 2.15 – Courant de Foucault dans le noyau magnétique

**Les courants induits microscopiques** Les parois, en se déplaçant, donnent naissance à une variation localisée de l’aimantation (figure 2.16). Cette variation donne naissance à des courants induits microscopiques supplémentaires autour de la paroi pour s’opposer à cette variation. Ces courants vont “freiner” le déplacement des parois. Les pertes d’énergie dues à ce phénomène sont appelées “pertes supplémentaires” [Bertotti, 1988].

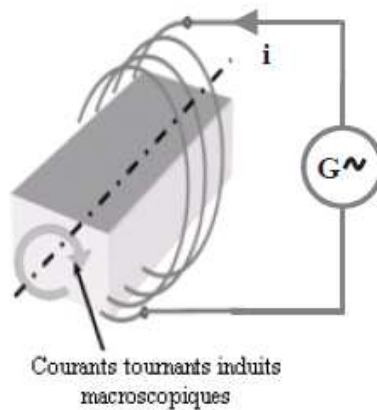


FIGURE 2.16 – Illustration des courants induits macroscopiques [Sixdenier, 2005]

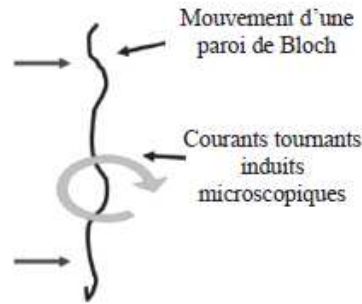


FIGURE 2.17 – Illustration des courants induits microscopiques [Sixdenier, 2005]

- L'utilisation de matériaux magnétiques à résistivité très élevée, permet de réduire les pertes par courant de Foucault. Pour les matériaux ferromagnétiques, l'addition de quelques pourcentages de Silicium ou de Nickel est efficace pour assurer une augmentation de la résistivité électrique du métal. Aussi, l'utilisation de ces matériaux sous forme de tôles mince a pour effet de limiter les courants induits macroscopiques dans le matériau [Brissonneau, 1997].

## 2.10 Modèles d'hystérésis

Le cycle d'hystérésis est la réponse du matériau magnétique à un champ magnétique extérieur appliqué. La maîtrise et l'exploitation de ces matériaux nécessite une bonne reproduction de la fonction  $B(H)$  ou  $M(H)$ . Ceci permettra l'introduction du comportement hystérétique dans l'analyse numérique des champs magnétiques dans les problèmes et applications de l'ingénierie [Nadjet, 2006]. Il existe plusieurs approches pour la modélisation de l'hystérésis proposé dans la littérature scientifique : certaines sont purement mathématiques sous forme de présentations graphiques de l'hystérésis (modèles analytiques). D'autres sont basées sur des considérations physiques et la distribution des énergies au sein de la matière soumise à un champ magnétique extérieur [Nadjet, 2006],[Mait, 2001].

En dehors de la classification établie sur la base du caractère scalaire ou vectoriel des différents modèles, on peut aussi distinguer :

- Les modèles statiques
- Les modèles dynamiques

### 2.10.1 Modèles analytiques statiques

Les modèles les plus simples pour décrire le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques sont généralement des modèles analytiques. Ils se caractérisent par la description du phénomène par des formulations mathématiques. Généralement ces expressions, qui sont

définies de façon empirique, ne permettent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis. Ces modèles ne permettent de développer qu'une relation entre l'induction magnétique ou l'aimantation et le champ d'excitation sans prendre en compte l'histoire ou l'état d'aimantation initiale du matériau.

1) **Modèle polynomial** [Trutt et al., 1968] [Mayergoyz et al., 1984]

Ce modèle est basé sur l'approximation du phénomène non linéaire des matériaux ferromagnétiques par des séries polynomiales. La forme générale qui donne l'induction magnétique  $B$  en fonction du champ  $H$  s'écrit [Nadjet, 2006] :

$$B = kH^{\frac{1}{n}} \tag{2.18}$$

$K$  et  $n$  sont des paramètres caractérisant le matériau magnétique. Ils peuvent être déterminés à partir de la courbe de première aimantation.

Pour des matériaux ferromagnétiques « $n$ » est défini tel que ( $5 \leq n \leq 14$ ).

Ce modèle ne décrit que la courbe de première aimantation et de première désaimantation, il ne peut décrire ni le cycle majeur ni les cycles mineurs.

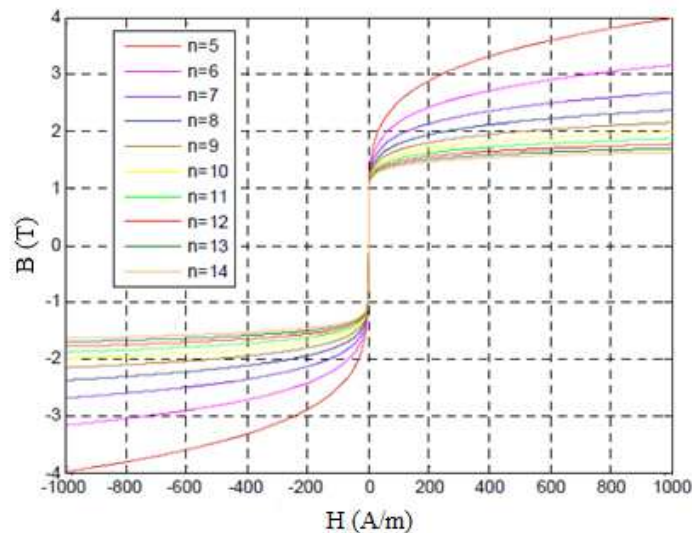


FIGURE 2.18 – Cycles d'hystérésis obtenus en utilisant le modèle polynomial

2) **Modèle fractionnel** [Ould Ouali, 2010]

Le modèle de type fractionnel n'est valable que si les champs appliqués sont au voisinage du champ de saturation. Dans ce type de modèle le phénomène d'hystérésis est approximé par

des termes fractionnels ( $\frac{1}{H^i}; i = 1, 2, \dots, n$ ) [Nadjet, 2006] :

$$B_0 = M_s \times \left(1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - \dots - \frac{z}{H^i}\right) + \mu_0 \times H \quad (2.19)$$

L'aimantation  $M$  en fonction du champ  $H$  est donnée en associant le modèle à la loi du comportement des matériaux magnétiques :

$$B = \mu_0 \times (H + M) \quad (2.20)$$

Ce qui donne :

$$M = M_s \times \left[1 - \frac{a}{H} - \frac{b}{H^2} - \frac{c}{H^3} - \dots - \frac{z}{H^i}\right] \quad (2.21)$$

Une nouvelle formulation du modèle est obtenue avec les travaux de Dionnet Weiss et Allen [Mayergoyz et al., 1984] :

$$M = M_s \times \left[1 - \frac{a}{(H - H_n \pm H_c)} - \frac{b}{(H + H_K)^2}\right] \quad (2.22)$$

avec :

$H_n$  : le champ supplémentaire  $H_K$  : le champ d'anisotropie  $H_c$  : le champ coercitif

**Détermination de a et b** La détermination des constantes a et b se base sur la connaissance des points  $M = 0, H = -H_c$  et  $M = M_r, H = 0$ , cela nous permet de déduire un système de deux équations (II-23 et II-24) dont les inconnues sont les constantes recherchées.

$$M = M_s \times \left[1 - \frac{a}{H_c} - \frac{b}{(H + H_K)^2}\right] = 0 \quad (2.23)$$

$$M = M_s \times \left[1 - \frac{a}{H_c} - \frac{b}{(H + H_K)^2}\right] = M_r \quad (2.24)$$

### 3) Modèle de Frolich [Ould Ouali, 2010]

Ce modèle est également une approximation de la relation entre l'induction  $B$  et le champ  $H$ , permettant la description de la courbe de première aimantation uniquement :

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta|H|} \quad (2.25)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  caractérisent le matériau étudié. Les travaux de recherches cités dans la littérature, ont amélioré le modèle en subdivisant la caractéristique en deux parties, la première est définie lorsque  $B \leq B_s$  et la seconde lorsque  $B \geq B_s$ , tel que l'on a :

$$B = \frac{H}{a_1 + b_1|H|} \quad (2.26)$$

$$B = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + 2|H - H_s|} \quad (2.27)$$

En introduisant le champ coercitif  $H_c$ , l'expression du modèle respectivement sur la courbe montante et sur la courbe descendante du cycle majeur sera donnée par :

$$B = \frac{H - H_c}{\alpha + \beta|H - H_c|} \quad (2.28)$$

$$B = \frac{H + H_c}{\alpha + \beta|H + H_c|} \quad (2.29)$$

Le paramètre  $\beta$  est défini au point  $(B_s, H \rightarrow \infty)$  par :

$$B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta|H + H_c|} = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \quad (2.30)$$

Quant au paramètre  $\alpha$ , il est défini au point  $(B_r, H \rightarrow 0)$  par :

$$B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{H + H_c}{\alpha + \beta|H + H_c|} = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left[ \frac{1}{B_s} - \frac{1}{B_r} \right] \quad (2.31)$$

Les modèles de type Frolich permettent d'avoir une approximation du phénomène de saturation ainsi qu'une représentation du cycle majeur, mais ne peuvent décrire certains phénomènes physiques liés au processus d'aimantation (les cycles mineurs) associés à l'hystérésis magnétique.

#### 4) Modèle à fonctions auxiliaires [Ould Ouali, 2010]

Un nouveau modèle a été établi par l'approximation de l'aimantation  $M$ . Il consiste à représenter  $M$  par une fraction de polynômes du second ordre.

$$B = \frac{a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 |H + b_2 H^2|} \quad (2.32)$$

Les coefficients  $a_1, a_2, b_1, b_2$  sont déterminés par des formules données en considérant connues les valeurs de  $M_s, M_r$ , la susceptibilité initiale  $K$ , la constante de Néel  $\alpha$  et la constante de Rayleigh  $\eta$ . Les expressions des coefficients sont données par :

$$\begin{cases} a_1 = K \\ \chi = \frac{M_s \eta + K^2}{M_s - K a} \end{cases} \quad (2.33)$$

$$\begin{cases} b_1 = \frac{K + a \eta}{M_s - K a} \\ b_2 = \frac{M_s \eta + K^2}{M_s (M_s - K a)} \end{cases} \quad (2.34)$$

Le cycle majeur est construit à partir de deux fonctions auxiliaires  $g_1(H)$  (fonction impaire) et  $g_2(H)$  (fonction paire) et dont les expressions sont telles que :

$$\begin{cases} g_1(H) = \frac{B^- + B^+}{2} \\ g_2(H) = \frac{B^- - B^+}{2} \end{cases} \quad (2.35)$$

avec :

$B^+$  : représente la branche montante du cycle,  $B^-$  : représente la branche descendante du cycle. L'induction magnétique  $B$  est déterminée alors par :

$$B = \begin{cases} g_1 + g_2 & \text{si } H \downarrow \\ g_1 - g_2 & \text{si } H \uparrow \end{cases} \quad (2.36)$$

Les fonctions auxiliaires peuvent être approximées par des fractions rationnelles du second ordre :

$$g_1(H) = \mu_0 \left[ H + \frac{a_1 H + a_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 |H|^2} \right] \quad (2.37)$$

$$g_2(H) = \mu_0 \left[ H + \frac{c_1 (H_s - |H|) + c_2 (H_s^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 |H|^2} \right] \quad (2.38)$$

Les coefficients  $b_1$  et  $b_2$  sont déterminés par la relation (II.34), et  $a'_1, a'_2, c_1$  etc  $c_2$  à partir de relevés expérimentaux du cycle d'hystérésis.

**Remarque** Ce modèle est facile à mettre en œuvre grâce à la simplicité de ses fonctions auxiliaires. Cependant, il ne peut décrire les boucles mineures du cycle d'hystérésis et il n'est valable que pour certains échantillons ferromagnétiques.

### 5) Modèle avec séries de Fourier [Nadjet, 2006],[Josephs et al., 1986],[Davis, 1971]

Si un champ d'excitation parfaitement sinusoïdal est appliqué à un échantillon ferromagnétique, l'induction magnétique recueillie possède une forme plus complexe et non sinusoïdale. Cette forme complexe est présentée en séries de Fourier.

L'équation de l'induction magnétique est donnée par la formule suivante :

$$B - B_s = \sum_{j=0}^n \gamma_{2j+1} \sin\left(\frac{(2j+1)\pi}{4H_s}(H - H_s)\right) \quad (2.39)$$

avec :

$H_s$  : champ à saturation ;

$B_s$  : induction à saturation ;  $n$  : nombre de termes de la série de Fourier ;

$\gamma_{2j+1}$  : Coefficients de Fourier définis par :

$$\gamma_{2j+1} = \frac{16H_{max}}{((2j+1)\pi)^2} \left[ \alpha_k \sin\left(\left(2j+1\right)\frac{\pi}{2}\right) + \sum_{K=1}^{w-1} (\alpha_K - \alpha_{K-1}) \sin\left(\left(2j+1\right)\frac{\pi}{4}\right) \right]. \quad (2.40)$$

Les paramètres  $\alpha_k (K = 1, 2, \dots, n)$  sont des pentes de segments reliant les points de mesure de la courbe de première aimantation.

**Remarque** Ce type de modèle permet de donner une approximation du cycle majeur d'hystérésis comme les autres modèles mais il ne permet pas de décrire les cycles mineurs du phénomène.

### 6) Modèle de Potter [Potter and Schmulian, 1971]

Le modèle de Potter est basé sur des données expérimentales. La connaissance des valeurs de l'aimantation à saturation, l'aimantation rémanente, le champ à saturation, le champ coercitif, est nécessaire pour l'élaboration du modèle.

Le cycle d'hystérésis est décrit par l'équation suivante :

$$M(H, \alpha) = M_s \left[ \sin(\alpha) - \alpha \left[ 1 + \tanh \frac{H_c - H \sin(\alpha)}{H_c} \right] \tanh^{-1} \left( \frac{M_r}{M_s} \right) \right] \quad (2.41)$$

avec :

$M_s$  : aimantation à saturation ;

$M_r$  : aimantation rémanente ;

$H_c$  : champ coercitif.

Le facteur  $\alpha$  vaut +1 pour la branche montante du cycle majeur et -1 pour la branche descendante du cycle majeur.

**Remarque** Le modèle de Potter est simple à mettre en œuvre mais présente l'inconvénient de ne pas écrire convenablement les cycles mineurs s'ils ne sont pas centrés autour de zéro.

### 2.10.2 Modèles dynamiques

Les modèles dynamiques tiennent compte de la fréquence de la variation du champ d'excitation. Contrairement aux modèles statiques où la fréquence du champ d'excitation est faible ce qui, par conséquent, confère à l'échantillon suffisamment de temps pour réagir à l'excitation.

1) Modèles de Duhen [Bottauscio et al., 1999]

Selon le modèle de Duhen, pour décrire le phénomène d'hystérésis, il suffit de résoudre l'équation différentielle suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = F \times [B(t)H(t)\frac{\partial H}{\partial t}] \\ B(0) = 0 \end{cases} \quad (2.42)$$

La fonction F est définie comme suit :

$$F \times [B(t)H(t)\frac{\partial H}{\partial t}] = g \times [B(t)H(t)\sin(\frac{\partial H}{\partial t})] \times \frac{\partial H}{\partial t} \quad (2.43)$$

La fonction g est une fonction continue qui change de forme selon la position de point de fonctionnement sur le cycle d'hystérésis :

$$\begin{cases} g \times [B(t)H(t)\sin(\frac{\partial H}{\partial t})] = g_1(H, B) & \text{si } \sin(\frac{\partial H}{\partial t}) > 0 \\ g \times [B(t)H(t)\sin(\frac{\partial H}{\partial t})] = g_2(H, B) & \text{si } \sin(\frac{\partial H}{\partial t}) < 0 \end{cases} \quad (2.44)$$

L'équation suivante représente la caractéristique dynamique de phénomène :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = [g_1(H, B)\frac{\partial H}{\partial t}]^{H\uparrow} - [g_2(H, B)\frac{\partial H}{\partial t}]^{H\downarrow} \quad (2.45)$$

**Remarque** Ce modèle est complexe dans sa mise en œuvre. Son application nécessite l'identification des deux fonctions  $g_1$  et  $g_2$  pour chaque échantillon ferromagnétique.

2) Modèles de Hodgdon [Hodgdon, 1988a],[Hodgdon, 1988b]

Hodgdon a élaboré deux modèles basés sur la description thermodynamique du processus d'aimantation. Dans son premier modèle, développé sous la forme (2.46), il ne tient pas compte de la fréquence du champ d'excitation :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \begin{cases} -\alpha[f(H) - B] + g(H) & \text{si } (\frac{\partial H}{\partial x}) > 0 \\ \alpha[f(H) - B] + g(H) & \text{si } (\frac{\partial H}{\partial x}) < 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

$\alpha$  est un coefficient strictement positif.

L'intégration de cette équation sous les conditions initiales  $B_0$  et  $H_0$ , nous permet de déterminer l'induction magnétique sur les branches montante et descendante du cycle majeur.

$$B^+(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)]e^{-\alpha(H-H_0)} + e^{-\alpha H \int_{H_0}^H [[g(x)-f'(x)e^{\alpha x}]dx]} \quad (2.47)$$

$$B^+(H) = f(H) + [B_0 - f(H_0)]e^{-\alpha(H-H_0)} - e^{-\alpha H \int_{H_0}^H [[g(x)-f'(x)e^{-\alpha x}]dx]} \quad (2.48)$$

Les fonctions  $f$  et  $g$  définissent le modèle. Ces fonctions donnent des résultats satisfaisants pour la représentation du cycle d'hystérésis sous les formes suivantes :

$$f(H) = \begin{cases} b_1 \tan^{-1}\left(\frac{H_s}{b_2}\right) + \mu_0(H - H_s) & \text{si } H > H_s \\ b_1 \tan^{-1}\left(\frac{H_s}{b_2}\right) & \text{si } |H| \ll H_s \\ -b_1 \tan^{-1}\left(\frac{H_s}{b_2}\right) + \mu_0(H - H_s) & \text{si } |H| < -H_s \end{cases} \quad (2.49)$$

$$g(H) = \begin{cases} f'(H)[1 - b_3 e^{\left(\frac{-b_4|H|}{H_s - |H|}\right)}] & \text{si } H < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| < H_s \end{cases} \quad (2.50)$$

avec :

$$\begin{cases} b_1 = \frac{B_s}{2\pi} \\ b_2 = \frac{2B_s}{\pi b_1} \\ b_3 = 1 + \frac{\alpha B_r - \mu_r}{f'(0)} \\ b_4 = 1 + \frac{H_s - H_c}{H_c} \ln\left(\frac{b_3 f(H_s)}{\alpha f(H_c + f'(H_c - \mu_c))}\right) \end{cases} \quad (2.51)$$

Dans son deuxième modèle, Hodgdon tient compte des évolutions du champ d'excitation et la formulation (2.47) décrit le modèle :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \alpha \left| \frac{\partial H}{\partial t} \right| [f(H) - B] + \frac{\partial H^-}{\partial t} \times g\left(H \left( H \frac{\partial H}{\partial t} \right)\right) \quad (2.52)$$

La fonction  $g(H)$  est remplacée par  $\hat{g}(H \frac{\partial H}{\partial t})$ . Cette dernière est définie par :

$$g(H) = \begin{cases} f'(H)[1 - b_3 c\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) e^{\left(\frac{-b_4|H|}{H_s - |H|}\right)}] & \text{si } H < H_s \\ f'(H) & \text{si } |H| < H_s \end{cases} \quad (2.53)$$

où :

$$g(H) = \begin{cases} 1 + c_1\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) & \text{si } H < H_1 \\ 1 + c_1\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) + c_2\left(\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right| - \frac{\partial H}{\partial t}\right) & \text{si } |H| < \frac{\partial H}{\partial t} < H_2 \\ 1 + c_1\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) + c_2\frac{\partial H_{21}}{\partial t}\left(-\frac{\partial H}{\partial t}\right) + c_3\left(\left|\frac{\partial H}{\partial t}\right| - \frac{\partial H_{21}}{\partial t}\right) & \text{si } H_2 < \left|\frac{\partial H}{\partial t}\right| \end{cases} \quad (2.54)$$

### 3) Modèle de Preisach

**a) Modèle classique de Preisach** Le modèle de Preisach est un modèle phénoménologique proposé par le physicien allemand Frederik Preisach en 1935 pour décrire le phénomène de dissipation d'énergie par hystérésis. Aujourd'hui encore il fait l'objet de nombreuses études pour étendre son domaine d'application. Il est en particulier très utilisé dans le domaine du

magnétisme pour la description des matériaux ferromagnétiques [Benabou, 2002].

**b) Principe du modèle** L'idée principale de ce modèle est de considérer le matériau magnétique comme un ensemble d'un très grand nombre de particules élémentaires dite entités magnétiques ayant deux états de saturations possibles ( $M = \pm 1$ ). Chacune de ces particules est définie par un cycle élémentaire rectangulaire dissymétrique par rapport à l'origine (fig. 2.19).

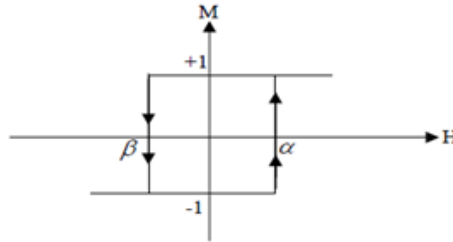


FIGURE 2.19 – Cycles élémentaires de Preisach

Ces cycles élémentaires sont caractérisés par les champs de basculement haut et bas respectivement  $\alpha$  et  $\beta$  avec  $\alpha \geq \beta$ , pour lesquels il y a transition irréversible de l'état ( $M = -1$ ) vers l'état ( $M = +1$ ) lorsque le champ augmente vers  $H = \alpha$ , et de l'état ( $M = +1$ ) vers l'état ( $M = -1$ ) lorsque le champ diminue pour atteindre  $H = \beta$ . Le cas  $\alpha = \beta$  est un processus réversible. La non-symétrie du cycle par rapport à  $H = 0$ , est une sorte d'approximation de l'influence des domaines adjacents qui vont créer un champ résiduel connu par champ d'interaction,  $h_i$  au niveau du domaine en question. A cet effet, le cycle possède un largeur de  $2h_c$ , ou  $h_c$  est le champ coercitif.

La détermination de l'aimantation du matériau, nécessite une connaissance complète de la distribution des cycles élémentaires. Cette distribution est appelée généralement fonction de distribution de Preisach, et peut être déterminée expérimentalement ou analytiquement. Elle est indépendante de l'état magnétique du matériau. L'aimantation  $M(t)$ , résultant de l'application du champ  $H(t)$  à l'instant  $t$ , s'écrit alors :

$$M(H) = \iint \rho(\alpha, \beta) \Phi_{\alpha\beta}[H(t)] d\alpha d\beta \quad (2.55)$$

avec :

$\rho(\alpha, \beta)$  Fonction de distribution de Preisach ;

$\Phi_{\alpha\beta}[H(t)]$  : Opérateur associé à l'entité magnétique en admettant que les champs de basculement  $\alpha$  et  $\beta(+1)$  dans l'état positif et  $(-1)$  dans l'état négatif.

**c) Interprétation géométrique** La fonction de distribution de Preisach  $\rho(\alpha, \beta)$  dépend de la nature du matériau. Sachant que pour  $|H| \geq H_s$  le matériau est saturé et que tous les dipôles ont l'aimantation  $\pm 1$  suivant le signe de  $H_s$ . Cette fonction présente les propriétés suivantes :

- Elle est définie dans le domaine  $S = \{\alpha \geq \beta, \beta \geq -H_s, \alpha \leq H_s\}$  ;
- Elle est symétrique par rapport à la droite  $\alpha = -\beta$  ;
- Le cycle majeur étant fermé, la fonction est bornée.

Le domaine de définition de la fonction de distribution est représenté par un triangle de surface  $\ll S \gg$  limité par la droite  $\alpha = \beta$ ,  $\alpha = H_s$  et  $\beta = H_s$ , dans le plan fermé par les deux axes  $(O\alpha)$  et  $(O\beta)$ . Ce plan, représenté sur la (figure 2.20), est appelé le plan de Preisach.

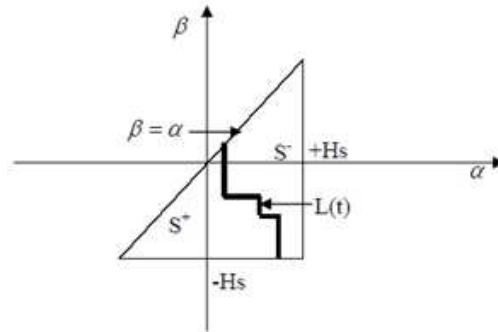


FIGURE 2.20 – Plan de Preisach

La surface  $S$  est divisée en deux parties  $S^+$  et  $S^-$ , séparées par une frontière  $L(t)$  variable dans le temps. Elles représentent respectivement les opérateurs  $\Phi_{\alpha\beta}$  dans l'état  $+1$  et dans l'état  $-1$ . En tenant compte de cette subdivision du plan de Preisach, l'expression de l'aimantation totale s'écrit :

$$M(H) = \iint_{S^+} d\alpha d\beta + \iint_{S^-} d\alpha d\beta \quad (2.56)$$

D'après l'équation (2.57), l'aimantation du matériau dépend uniquement de la répartition du domaine  $S$ , ou plus exactement de la frontière  $L(t)$  séparant  $S^+$  et  $S^-$ . C'est une frontière qui contient implicitement l'histoire du matériau. Elle varie selon l'évolution du champ magnétique appliqué.

#### d) Propriétés du modèle • Symétrie

Les cycles d'hystérésis sont symétriques, pour valider cette propriété, on choisit  $\rho(\alpha, \beta) = \rho(-\alpha, -\beta)$

- Désaimantation

Si à l'état saturé on applique une excitation alternative dont l'amplitude décroît progressivement vers zéro, le modèle tend vers la configuration d'un état désaimanté.

- Propriété d'effacement

L'application, d'un champ  $H$  élimine tous les états antérieurs  $(\alpha_i, \beta_i)$  tels que  $\alpha_i \leq H$  ou  $\beta_i \geq -H$ . Partant par exemple de l'état saturé bas  $-H_{max}$  et effectuons le trajet suivant :  $H$  croissant jusqu'à une valeur  $H_1$  puis décroissant jusqu'à  $H_2$ . La limite  $L(t)$  conserve bien une information relative à  $H_1$  (fig 2.20). En particulier, un champ d'excitation appliqué  $H \geq H_s$

ou  $H \leq -H_s$  effacera toute l'histoire du matériau, celui-ci ne gardera que le minimum absolu  $-H_s$  et le maximum absolu  $+H_s$ .

- Congruence des cycles mineurs

Un champ  $H$  oscillant entre deux valeurs extrêmes  $H_1$  et  $H_2$  va toujours produire des cycles congruents au sens géométrique. Quelle que soit l'histoire et l'état magnétique initial du matériau, ces cycles mineurs sont superposables par une translation verticale (fig 2.21) [Werling, 2002].

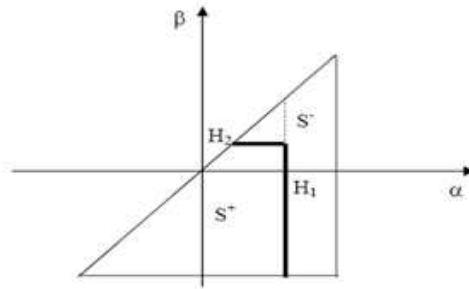


FIGURE 2.21 – Illustration de l'effet d'effacement partiel d'informations

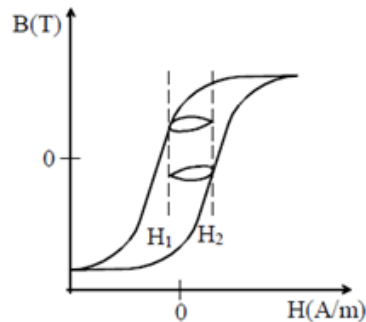


FIGURE 2.22 – Congruence des cycles mineurs

**e) Détermination de la fonction de distribution** Il existe deux grandes familles de méthodes pour déterminer la densité de Preisach  $\rho(\alpha, \beta)$  : les méthodes analytiques et les méthodes numériques [Deblecker, 2001]. Ainsi, les méthodes analytiques sont des méthodes simples d'application, elles ne requièrent que des données expérimentales très facilement accessibles (exemple le cycle majeur). Quant aux méthodes numériques, elles ont besoin de relevés supplémentaires et un plus grand nombre de données. Ces méthodes relient directement certaines mesures aux valeurs de  $\rho(\alpha, \beta)$  dans le triangle de Preisach discrétisé [Ducharne, 2003]. csubparagraphe.1) Les méthodes numériques [Amel, 2013] Il existe principalement trois méthodes numériques permettant l'identification de la densité de Preisach. On trouve :

- La méthode de Mayergoyz ;
- La méthode de Biorci- Pescetti ;

- La méthode des cycles centrés.

**e.2) Méthodes analytiques** Certaines formes analytiques (fonctions gaussiennes, fonctions lorentziennes...), peuvent servir de fonctions de distributions pour la répartition des hystérons dans le triangle de Preisach. Parmi ces fonctions on a :

**e.2.1) La distribution de type Gauss** Dans le cas de la répartition Gaussienne, la fonction de distribution peut s'écrire sous la forme :

$$\rho(h_c, h_i) = \frac{B_s}{2\pi\sigma_i\sigma_c} e^{-\frac{(h_c - h_{cm})^2}{2\sigma_c^2}} e^{-\frac{h_i^2}{2\sigma_i^2}} \quad (2.57)$$

Les grandeurs  $h_c$  et  $h_i$  se rapportent à un changement de repère dans le plan de Preisach. Cinq paramètres sont à déterminer dans cette équation. Il s'agit de  $B_s$  (l'induction de saturation),  $\sigma_c$  et  $\sigma_i$  (les écarts-types relatifs à  $h_c$  et  $h_i$ ) et  $h_{cm}$  (le champ coercitif moyen). Malgré le nombre de paramètres, elle permet une relative flexibilité au niveau de la forme des cycles. Le choix de cette forme de fonction de distribution reste limité [Bernard, 2000]

**e.2.2) La distribution de type Lorentz** Elle est donnée par :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{K}{(1 + (\frac{\alpha}{H_c}) - 0.5)^2 (1 + (\frac{\alpha}{H_c}) + 0.5)^2} \quad (2.58)$$

avec :

$H_c$  : champ coercitif;

$K$  : coefficient de régulation ou constante de normalisation.

L'application du modèle de Preisach associé à la fonction de distribution de Lorentz permet de suivre précisément l'évolution de l'aimantation du matériau et de son histoire [Bernard, 2000]. Néanmoins, la précision des cycles d'hystérésis reproduits par ce modèle est affectée par l'utilisation de ce type de fonction.

Pour remédier à ce problème, et afin d'augmenter le nombre de degrés de liberté, une forme modifiée de la fonction de distribution de Lorentz a été proposée [Ahamada et al., 2001].

**e.2.3) La distribution de type Lorentz modifiée** La fonction de Lorentz dite classique définie précédemment est caractérisée par les paramètres  $K$  et  $H_c$ . Pour un  $K$  et  $H_c$  donnés, la distribution spatiale du plan de Preisach est unique, donc le cycle d'hystérésis généré par une telle configuration est également unique, pourtant deux échantillons ayant  $K$  et  $H_c$  identiques ne possèdent pas forcément le même cycle d'hystérésis.

Des travaux de recherche ont été effectués dans cet axe, ils ont abouti à la définition de la

fonction de Lorentz modifiée donnée comme suit :

$$\rho(\alpha, \beta) = \frac{K a^2}{(1 + (\frac{\alpha}{H_c}) - b)^2 (1 + (\frac{\alpha}{H_c}) + a)^2} \quad (2.59)$$

avec :

$$a \in \mathbb{R}^+ \text{ et } b \in [1, \frac{H_s}{H_c}]$$

L'expérience a montré que  $a$  et  $b$  sont deux paramètres qui dépendent du champ coercitif  $H_c$  et de la perméabilité du matériau  $\mu$ .

### Avantages et Inconvénients du Modèle de Preisach

- Avantages**
- Le plus complet sur les plans mathématique et phénoménologique ;
  - Etudie le phénomène de saturation et la représentation des cycles d'hystérésis mineur et majeur ;
  - Le plus utilisé dans la modélisation des matériaux magnétiques.

**Inconvénients**

- Le problème principal du modèle de Preisach réside dans la détermination de la fonction de distribution.

### 4) Modèle de Jiles – Atherton

Le modèle de Jiles – Atherton est un modèle qui décrit l'origine du phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques à partir d'une approche physique. Cette description est essentiellement basée sur des considérations énergétiques liées aux déplacements de parois au sein du système magnétique [Benabou, 2002].

**a) Loi de comportement anhystérétique** Le premier modèle de l'aimantation basé sur la microstructure des matériaux est la fonction d'approximation de Langevin pour les matériaux paramagnétiques. Cette fonction exprime l'aimantation en fonction du champ appliqué, elle est donnée par :

$$M = M_s (\coth(\frac{H}{a} - \frac{a}{H})) \quad (2.60)$$

avec :  
 $a = \frac{KT}{\mu_0 m}$   
 où

$\kappa = 1.3810 - 23 J.K^{-1}$  désigne la constante de Boltzman,

$T$  : Température en degré Kelvin,

$m$  : Moment magnétique,

$M_s$  : L'aimantation spontanée (à saturation) du matériau correspond à l'alignement des moments suivant le champ appliqué  $H$ .

$a$  : Paramètre équivalant à un champ magnétique relié à l'énergie d'agitation thermique selon les statistiques de Boltzmann.

Dans les matériaux ferromagnétiques, Weiss avait découvert que les interactions entre moments magnétiques voisins donnent lieu à un champ magnétique  $H_m$  proportionnel à l'aimantation, dont l'effet s'ajoute à celui du champ extérieur  $H$ , et donc le champ agissant sur les moments est un effectif  $H_e$  exprimé par :

$$M_e = H_e + \alpha M \quad (2.61)$$

où le terme  $\alpha M$  représente le champ d'interaction et  $\alpha$  le facteur de correction de Weiss représentant le couplage entre domaines et peut être déterminé expérimentalement ; [Benabou, 2002], [Nait-Kaci, 2001].

En remplaçant  $H_e$  au lieu de  $H$  dans la fonction de Langevin, on obtient la fonction de Langevin modifiée qui donne l'expression de l'aimantation en ne tenant compte que de la réponse au champ magnétique et de la valeur moyenne des interactions entre domaines sous de champ moyen  $\alpha M$ . Ce modèle ignore la possibilité de changement de l'aimantation sous l'effet du mouvement des parois freinées par les sites d'épinglage. Il décrit le cas idéal d'un cristal parfait dont les parois des domaines ne rencontrent aucune résistance et se déplacent librement pour atteindre l'équilibre thermodynamique. Ainsi la courbe obtenue par cette expression est la courbe d'aimantation idéale, connue souvent par l'aimantation anhystérétique [Nait-Kaci, 2001].

L'expression de l'aimantation anhystérétique aura donc la forme suivante :

$$M = M_s \left( \coth \left( \frac{H + \alpha M}{a} - \frac{a}{H + \alpha M} \right) \right) \quad (2.62)$$

La courbe de première aimantation d'un ferromagnétique se situe toujours au-dessous de la courbe anhystérétique, et s'approche asymptotiquement d'elle dans la région des champs forts.

**b) Épinglage des parois des domaines** En considérant  $m$  et  $m'$ , les moments magnétiques par unité de volume de deux domaines adjacents,  $m$  étant aligné suivant le champ d'excitation  $H$  et  $m'$  faisant un angle quelconque  $\theta$  avec  $H$ . Si  $\varepsilon_\pi$  est l'énergie d'épinglage pour  $\theta = 180^\circ$ , alors :

$$\varepsilon_\pi = \frac{1}{2} \varepsilon_\pi (1 - \cos \theta) \quad (2.63)$$

L'énergie d'épinglage moyenne sera donnée par :

$$\langle \varepsilon_\pi \rangle = \frac{1}{2} \langle \varepsilon_\pi \rangle (1 - \cos \theta) \quad (2.64)$$

où :  $\langle \varepsilon_\pi \rangle$  est l'énergie d'épinglage moyenne au niveau des sites à  $\theta = 180^\circ$  entre les moments magnétiques des domaines adjacents. La densité d'énergie pour un déplacement de paroi d'un

domaine, de région  $A$ , d'une distance  $x$  est donnée par :

$$dE = \frac{\mu_0 \pi \langle \varepsilon_\pi \rangle}{2} (1 - \cos \theta) A dx \quad (2.65)$$

où  $n$  est la densité moyenne des sites d'épinglage. La variation de l'aimantation étant donnée par :

$$dM = m(1 - \cos \theta) A dx \quad (2.66)$$

En remplaçant (2.67) dans (2.66) et mettant  $K = \frac{n \langle \varepsilon_\pi \rangle}{2m}$ , on obtient :

$$dE = \mu_0 K dM \quad (2.67)$$

Sachant que l'aimantation est fonction du champ appliqué c'est-à-dire, les pertes d'énergie par unité de volume générées par le déplacement des parois peuvent être exprimées par :

$$dE = \mu_0 K \delta \frac{dM}{dH} dH \quad (2.68)$$

où  $K$  est coefficient d'épinglage, et  $\delta$  un paramètre directionnel peut prendre la valeur (+1) pour  $H$  croissant  $\frac{dM}{dH} > 0$ , la valeur (-1) pour  $H$  décroissant  $\frac{dM}{dH} < 0$  [Bastos and Sadowski, 2003].

**c) Aimantation irréversible** La composante irréversible représente le déplacement irréversible des parois et des domaines magnétiques [Bastos and Sadowski, 2003], elle peut être déterminée à partir de l'équilibre énergétique pendant le processus d'aimantation comme suit : Dans le processus d'aimantation et en absence des pertes par hystérésis, la variation de l'énergie magnétique doit être égale à l'énergie totale fournie au matériau, et l'aimantation suivra la caractéristique anhystérétique  $M_s(H)$  donnée par la fonction de Langevin modifiée. Le bilan énergétique dans ce cas est exprimé par :

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M(H) dH + \mu_0 \int K \delta \frac{dM}{dH} dH \quad (2.69)$$

En présence de l'hystérésis due au déplacement des parois, l'équilibre énergétique sera exprimé par :

$$\mu_0 \int M_{an}(H) dH = \mu_0 \int M(H) dH \quad (2.70)$$

De l'équation (2.67), on peut écrire la relation reliant l'intensité du champ magnétique à l'aimantation :

$$M_{an}(H) = M + K \delta \frac{dM}{dH} \quad (2.71)$$

En tenant compte de l'interaction entre domaines magnétiques à travers le champ effectif de Weiss donné par l'équation (2.22), et à partir de l'équation (2.72), la composante irréversible

de l'aimantation sera définie par l'équation différentielle suivante :

$$M_{an}(H_e) = M_{irr} + K\delta \frac{dM}{dH_e} \quad (2.72)$$

En dérivant (2.73) par rapport à  $H$ , la formulation différentielle de la composante irréversible prend la forme :

$$\frac{M_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H) - M_{irr}}{K\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} \quad (2.73)$$

**d) Aimantation réversible** La composante réversible représente la translation réversible des parois et la rotation réversible des domaines (rotation de l'aimantation). Après quelques considérations énergétiques sur la déformation d'une paroi et pour de petits déplacements, Jiles et Atherton montrent que l'aimantation réversible est proportionnelle à la différence entre l'aimantation anhystérétique et l'aimantation irréversible :

$$M_{rev} = C(M_{an}(H_e) - M_{irr}) \quad (2.74)$$

ou  $C$  est le coefficient de réversibilité. Et la constante  $K$  est liée à la densité d'énergie moyenne d'ancrage des parois [Benabou, 2002].

**e) Aimantation totale** L'aimantation totale est la somme des composantes réversible et irréversible :

$$M = (M_{rev} + M_{irr}) \quad (2.75)$$

En combinant l'équation (II.81) dans l'expression de l'aimantation totale, nous pouvons écrire :

$$M = (M_{rev} + M_{irr}) = (1 - C)M_{irr} + CM_{an}(H_e) \quad (2.76)$$

Par conséquent, la formulation différentielle de l'aimantation s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = (1 - C) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{K\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} + \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} \quad (2.77)$$

## 2.11 Les hypothèses du magnétisme du navire

### 2.11.1 Approximation de la loi de comportement en champ faible : loi de Rayleigh

C'est probablement le plus ancien des modèles analytiques développé par Lord Rayleigh en 1887. Il fournit une expression mathématique des cycles d'hystérésis caractérisant le comportement des matériaux ferromagnétiques dans le domaine des champs faibles. Dans le cas du magnétisme du navire (champ faible), le modèle de Rayleigh est le plus utilisé [Chadebec, 2001],

[Guerin, 2005],[Vuillermet, 2008]. Ce modèle suppose que pour les échantillons soumis à un champ magnétique faible, la perméabilité magnétique sur la courbe de première aimantation peut être représentée par les deux termes d'un polynôme de puissance croissante [Ivanyi, 1997] :

$$\mu(H) = \mu_{in} + \eta H \quad (2.78)$$

avec :

$\mu$  : perméabilité magnétique (H/m) ;

$\mu_{in}$  : Perméabilité initiale ;

$\eta$  : Constante de Rayleigh.

L'équation (2.79) conduit à une relation parabolique entre B et H sur la première portion de la courbe de première aimantation :

$$B(H) = \mu_{in}H + \eta H^2 \quad (2.79)$$

Les termes  $\mu_{in}H$  et  $\eta H^2$  représentent respectivement les composantes réversible et irréversible de l'induction magnétique.

Sous l'effet d'un champ d'excitation sinusoïdale (figure (2.2.a)), l'induction magnétique sera décrite par :

**1) Si le champ magnétique  $H$  est croissant :**

A partir d'un état initial  $(-H_{max}, -B_{max})$ , obtenu par des valeurs décroissantes du champ, toute augmentation du champ appliqué  $H$ , entraîne une augmentation de l'induction magnétique [Thoelke, 1993] :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{max})H + \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (2.80)$$

**2) Si le champ magnétique  $H$  est décroissant :**

Si inversement, on part d'un état initial  $(H_{max}, B_{max})$ , obtenu par valeurs croissantes de H, toute diminution du champ appliqué entraîne une diminution de l'induction magnétique :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{max})H - \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (2.81)$$

avec :

$$B_{max} = \mu_{in}H_{max} + \eta H_{max}^2$$

A partir des équations (2.81) et (2.82), on peut déduire la formulation du modèle de Rayleigh, en affectant au deuxième terme un signe (+) pour la branche ascendante et un signe (-) pour la branche descendante du cycle d'hystérésis. Le modèle sera décrit comme suit :

$$B(H) = (\mu_{in} + \eta H_{max})H \pm \frac{\eta}{2}(H^2 - H_{max}^2) \quad (2.82)$$

Les paramètres de ce modèle  $(\eta, \mu_{in})$  sont déterminés par :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{max}^2} \quad (2.83)$$

avec :

$B_r$  : Induction rémanente

La perméabilité initiale est donnée par :

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max}^2 \quad (2.84)$$

### 2.11.2 Les champs inducteurs et les matériaux du magnétisme du navire

Les matériaux typiques des navires sont des aciers durs écrouis (par exemple le 80HLES) qui présentent des susceptibilités magnétiques de l'ordre de la centaine, un champ coercitif compris entre 300 et 800  $Am^{-1}$  et une aimantation à saturation de l'ordre de 1,5 Tesla. Cette dernière valeur n'a cependant pas beaucoup d'intérêt dans le domaine du magnétisme du navire puisque nous restons toujours très loin de la saturation [Vuillermet, 2008]. Les champs inducteurs sont, évidemment, les différents champs terrestres accessibles sur le globe. Le module de ce champ varie globalement entre  $20A.m - 1$  à l'équateur et jusqu'à  $50 Am^{-1}$  aux pôles. Par exemple, les valeurs typiques dans la direction Nord/Sud en France sont : une composante longitudinale de  $18 Am^{-1}$  et une composante verticale de  $32 Am^{-1}$ .

## 2.12 Conclusion

Les modèles précédents servent à pour décrire le comportement des matériaux ferromagnétiques. Ces modèles ne permettent de développer qu'une relation entre la densité de flux magnétique  $B$  ou l'aimantation  $M$  et le champ magnétique  $H$ . Dans le cas du magnétisme du navire (champ faible), le modèle de Rayleigh est le plus utilisé. Dans ce cas, l'aimantation suit des morceaux de paraboles. Le terme linéaire représente la partie réversible de la variation de l'aimantation tandis que le terme au carré représente la partie irréversible. Dans le cas de petites variations, le terme réversible peut être négligé vis-à-vis du terme irréversible.

# Chapitre 3

## Équations électromagnétiques et méthodes de résolution

### 3.1 Introduction

Le phénomène d'induction est la pierre angulaire d'un édifice théorique imposant, l'électromagnétisme, décrit aujourd'hui par les équations de Maxwell. Vers 1865, Maxwell a réalisé une synthèse harmonieuse des diverses lois expérimentales découvertes par ses prédécesseurs (lois de l'électrostatique, du magnétisme, de l'induction...). Mais cette synthèse n'a été possible que parce que Maxwell a su dépasser les travaux de ses devanciers, en introduisant dans une équation un «chaînon manquant», appelé le courant de déplacement, dont la présence assure la cohérence de l'édifice unifié.

### 3.2 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell se traduisent sous forme locale par différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne le réunissent sous forme d'équations intégrales. Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, le champ électrique et le champ magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variable.

#### 3.2.1 Forme différentielle des équations de Maxwell

- L'équation de Maxwell-Gauss :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.1)$$

- L'équation de Maxwell flux magnétique :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.2)$$

- L'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.3)$$

- L'équation de Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (3.4)$$

avec :

$\rho$  : La densité de charge volumique.

$\vec{D}$  : Vecteur induction électrique [ $C/m^2$ ].

$\vec{E}$  : Vecteur champ magnétique [ $V/m$ ].

$\vec{B}$  : Vecteur induction magnétique [ $T$ ].

$\vec{H}$  : Vecteur champ magnétique [ $A/m$ ].

$\vec{J}$  : représente la densité de courant.

Lorsque le milieu est à la fois conducteur, magnétique et diélectrique, l'équation (3.4) s'exprimera de manière détaillée par :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H}_t = \vec{J}_c + \vec{J}_D + \vec{J}_M \quad (3.5)$$

$\vec{H}_t$  : Vecteur de champ magnétique total résultant des effets conducteur, magnétique et diélectrique.

$\vec{J}_c$  : exprime la densité de courant de conduction électrique induit et inducteur formulée par :

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind} \quad (3.6)$$

avec :

$\vec{J}_s$  : étant la densité de courant source [ $A/m^2$ ].

$\vec{J}_{ind}$  : représente la densité de courant résultant du phénomène induit [ $A/m^2$ ].

$\vec{J}_D$  : représente la densité de courant de déplacement [ $A/m^2$ ] dont l'expression est la suivante :

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.7)$$

$\vec{J}_M$  est la densité de courant due a la présence de milieu magnétique exprimée par :

$$\vec{J}_M = \vec{\nabla} \wedge \vec{M} \quad (3.8)$$

$\vec{M}$  : Vecteur aimantation du milieu magnétique.

Lorsqu'on introduit l'équation (3.7) et (3.8) dans (3.4), l'équation (3.5) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H}_t = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{\nabla} \wedge \vec{M} \Rightarrow \vec{\nabla} \wedge (\vec{H}_t - \vec{M}) = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.9)$$

avec :

$$\vec{H}_t - \vec{M} = \vec{H}$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3.10)$$

$\vec{H}$  représente dans ce cas le champ magnétique d'excitation.

### 3.2.2 Forme intégrale des équations de Maxwell

#### 1) Contenu physique des équations de Maxwell

Chacune de ces équations prise individuellement décrit un effet physique. La forme intégrale des équations de Maxwell permet de reconnaître facilement cet effet.

- Equation de Maxwell Gauss :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon} \quad (3.11)$$

Sous forme intégrale on reconnaît le théorème de Gauss :

$$\oiint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\epsilon} \quad (3.12)$$

$$Q = \iiint_v \rho \cdot d\tau \quad (3.13)$$

Cette équation est la même qu'en électrostatique. Elle exprime la manière dont les charges électriques sont à l'origine du champ électrique.

- Conservation du flux :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.14)$$

Par analogie avec l'équation précédente, on déduit que cette équation montre qu'il n'existe pas de charge magnétique.

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (3.15)$$

- Maxwell-Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.16)$$

Sous forme intégrale, il s'agit du théorème d'Ampère.

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu I + \mu\varepsilon \iint_S \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad (3.17)$$

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{S} \quad (3.18)$$

Lorsque le champ électrique est stationnaire, il n'y a que le terme  $\mu I$  et on reconnaît le théorème d'Ampère de la magnétostatique. Dans le cas général, le second terme est appelé courant de déplacement.

Cette équation exprime la manière dont un courant électrique est à l'origine d'un champ magnétique. On remarquera qu'un champ électrique dépendant du temps crée lui aussi un champ magnétique.

- Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.19)$$

Cette équation décrit le phénomène d'induction : un champ magnétique variable est à l'origine d'un champ électrique :

$$\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.20)$$

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (3.21)$$

### 3.2.3 Les lois constitutives du milieu

Elles expriment les relations qui existent entre le champ magnétique et l'induction magnétique, à travers la perméabilité magnétique ainsi que celle entre l'induction électrique et le champ électrique, à travers la permittivité électrique [Hamel, 2009].

$$\vec{B} = \mu(\vec{H})\vec{H} \quad (3.22)$$

$$\vec{D} = \varepsilon(\vec{E})\vec{E} \quad (3.23)$$

### 3.2.4 Loi d'Ohm

$$\vec{J} = \sigma_i \vec{E}_i \quad (3.24)$$

$\sigma_i$  Conductivité électrique du milieu  $i$  [ $\Omega/m$ ] .

### 3.2.5 Relation de passage [Durand, 1968],[Fournet, 1985]

A la limite de séparation de deux milieux correspondant  $i$  et  $j$ , les grandeurs électromagnétiques subissent des discontinuités et ne sont donc mathématiquement plus différentiables.

Soit :

$\mu$  : Perméabilité magnétique [H/m]

$\varepsilon$  : Permittivité électrique [F/m]

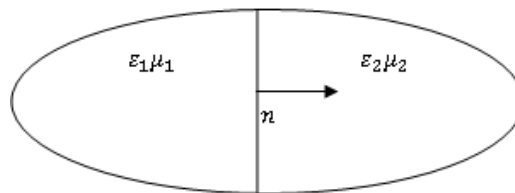


FIGURE 3.1 – Schématisation des conditions d'interface

A l'interface de ces deux milieux, les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'énoncent comme suit [Hamel, 2009] :

#### 1) Conservation de la composante tangentielle du champ électrique

$$E_{t1} - E_{t2} = 0 \quad (3.25)$$

$E_{t1}$  : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1.  $E_{t2}$  : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2.

#### 2) Conservation de la composante normale de l'induction magnétique

$$B_{n1} - B_{n2} = 0 \quad (3.26)$$

$B_{n1}$  : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.  $B_{n2}$  : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

**3) Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique**

$$H_{t1} - H_{t2} = k \quad (3.27)$$

$k$  : Densité de courant à la surface de séparation.

**4) Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique**

$$D_{n1} - D_{n2} = \sigma_s \quad (3.28)$$

$\sigma_s$  : Densité de charge électrique à la surface de séparation.  $D_{n1}$  : La composante normale du déplacement électrique dans le milieu 1.  $D_{n2}$  : La composante normale du déplacement électrique dans le milieu 2.

**5) La conservation de la composante tangentielle de la densité de courant**

$$J_{t1} - J_{t2} = 0 \quad (3.29)$$

$J_{t1}$  : La composante tangentielle de la densité de courant dans le milieu 1.  $J_{t2}$  : La composante tangentielle de la densité de courant dans le milieu 2.

**3.2.6 Conditions aux limites**

La résolution du système composé des équations de Maxwell et des lois de comportement admet une infinité de solutions. Par conséquent, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont appliquées.

**3.2.6.1 Condition type DIRICHLET**

Cette condition nous informe sur la valeur exacte de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude.

$$A|_s = A_0 \quad (3.30)$$

La valeur du potentiel vecteur est imposée à la surface du domaine de résolution S.

**3.2.6.2 Condition type NEWMANN**

Elle est appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière du domaine d'étude [Hamel, 2009].

$$\frac{\partial A}{\partial n}|_s = A_0 \quad (3.31)$$

La dérivée du potentiel vecteur par rapport à la normale à la surface  $S$  est imposée.

#### 3.2.6.3 Condition Mixte

C'est la combinaison des deux types précédents, elle est donnée par :

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (3.32)$$

où :  $\alpha, \beta, \gamma$  sont des constantes.

$A$  : L'inconnue du problème.

#### 3.2.6.4 Condition de périodicité et d'anti-périodicité

Cette condition intervient dans les machines telles les machines électrique tournantes ou linéaires où on repère une symétrie de la distribution du champ magnétique [Hamel, 2009]. Cette condition nous permet de réduire la taille du modèle numérique, elle est exprimée par :

$$A|_{\Gamma} = KA|_{\Gamma+d\Gamma} \quad (3.33)$$

$\Gamma$  : Contour de dispositif étudié.  $d\Gamma$  : Période spatiale suivant le contour .  $K$  : Paramètre égal à : 1 pour la condition de périodicité, -1 pour la condition d'anti-périodicité.

## 3.3 Propriétés et conséquence des équations de Maxwell

- Le théorème de superposition

Les équations de Maxwell sont des équations linéaires en  $\vec{E}, \vec{B}, \rho, \vec{J}$ .

- Cohérence des équations

Si jusqu'à présent, les équations de Maxwell ont été étudiées séparément, chacune a permis de rendre compte d'un effet physique : la création d'un champ électrique par les charges électriques, l'absence de charge magnétique, la création d'un champ magnétique par un courant électrique et le phénomène d'induction. Le génie de Maxwell a été de comprendre qu'il s'agit d'un tout et que ces équations doivent être considérées comme un ensemble.

Prises ensemble plutôt qu'individuellement, ces équations contiennent beaucoup plus que ces phénomènes. L'exemple le plus simple s'obtient en combinant Maxwell-Ampère et Maxwell-Gauss : On écrit Maxwell- Ampère :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.34)$$

On prend la divergence

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \wedge \vec{B}) = \mu (\vec{\nabla} \cdot \vec{J}) + \mu \varepsilon \frac{\partial \vec{\nabla} \cdot (\vec{E})}{\partial t} \quad (3.35)$$

Le premier terme est nul car la divergence d'un rotationnel est nulle. Le troisième terme peut se réécrire grâce à Maxwell-Gauss. Au final :

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{J}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3.36)$$

On obtient l'équation qui rend compte de la conservation de la charge. Ainsi, cette propriété n'est pas à ajouter, elle est déjà contenue dans les équations de Maxwell.

- Existence d'onde électromagnétique

En électrostatique, le champ électrique est dû à la présence de charges électriques : sans charge électrique, pas de champ électrique. En magnétostatique le champ magnétique est dû à la présence de courants électriques : sans courant électrique, pas de champ magnétique.

Lorsque l'on étudie des situations dynamiques où les différentes grandeurs dépendent du temps, on peut écrire Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.37)$$

Si l'induction magnétique dépend du temps, on peut avoir un champ électrique avec une densité de charge électrique  $\rho$  nulle. Il suffit qu'il y ait un courant électrique :  $\vec{J}$  dépend de temps  $\Rightarrow \vec{B}$  dépend de temps  $\Rightarrow \vec{E}$  dépend de temps.

On peut avoir encore plus et imaginer l'existence d'un champ électrique et d'un champ magnétique en l'absence de charge et de courant.

Maxwell-Faraday dit que  $\vec{B}$  qui dépend du temps crée  $\vec{E}$  (qui dépend donc aussi du temps). Et Maxwell-Ampère dit que  $\vec{E}$  qui dépend du temps crée  $\vec{B}$ . Le champ électromagnétique acquiert une existence autonome par rapport aux charges. Il est bien sûr nécessaire d'avoir initialement des charges et des courants pour créer une onde électromagnétique, mais dès que celle-ci est émise, son existence ne dépend plus de ces charges et courants.

## 3.4 Equations aux dérivées partielles

Une équation aux dérivées partielles ou équation différentielle partielle (EDP) est une équation dont les solutions sont les fonctions inconnues vérifiant certaines conditions concernant leurs dérivées partielles.

### 3.4.1 Les différents types d'équations aux dérivées partielles

Les différentes équations aux dérivées partielles régissant la plupart des phénomènes physiques sont de trois types :

### 3.4.1.1 Equations de type elliptique

Ce type d'équation traite les problèmes stationnaires, en coordonnées cartésiennes, l'équation est de la forme suivante :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0 \quad (3.38)$$

### 3.4.1.2 Equations de type parabolique

Ce type d'équations est lié à l'étude des régimes transitoires comme l'équation de la pénétration des courants induits ou la diffusion de la chaleur. Elle est donnée comme suit :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0 \quad (3.39)$$

### 3.4.1.3 Equations de type hyperbolique

Ce type d'équations traite les problèmes de propagation d'onde et il est régi par l'équation suivante :

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0 \quad (3.40)$$

## 3.5 Les Modèles électromagnétiques

Les équations de Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques. Suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, on en distingue [SABONNADIÈRE and COULOMB, 1988],[Coulomb and Sabonnadière, 1985]

- ◆ Modèle électrostatique.
- ◆ Modèle électrocinétique.
- ◆ Modèle magnétostatique scalaire.
- ◆ Modèle magnétostatique vectoriel.
- ◆ Modèle magnétodynamique.

### 3.5.1 Le Modèle électrostatique

La source du champ électrostatique est constituée par des charges fixes dans le référentiel d'étude.

Les équations correspondantes sont :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (3.41)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (3.42)$$

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (3.43)$$

La relation (3.41) permet de définir une fonction potentiel scalaire électrique  $V$ , ou tension électrique, telle que :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (3.44)$$

Le modèle se ramène alors à l'équation suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{\nabla}V) + \rho = 0 \quad (3.45)$$

On peut dire que les techniques actuelles apportent une solution à ce problème dans la plupart des cas. En effet, l'inconnue est un scalaire ( $V$ ), ce qui impose donc une seule valeur à calculer en chaque point, de plus on est assuré de l'existence et de l'unicité de la solution lorsque les conditions aux limites du problème à étudier s'expriment en fonction de ( $V$ ) ou de sa dérivée normale [Coulomb and Sabonnadière, 1985].

### 3.5.2 Le Modèle électrocinétique

Il est utilisable lorsque l'on veut étudier la répartition du courant électrique dans des conducteurs isolés soumis à des différences de potentiel continues.

Le modèle est défini par les équations suivantes :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = \vec{0} \quad (3.46)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = \vec{0} \quad (3.47)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (3.48)$$

L'équation (3.46) implique qu'il existe un potentiel électrique scalaire  $V$  tel que :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (3.49)$$

Ce potentiel est appelé la tension électrique, on aura donc à résoudre :

$$\vec{\nabla} \cdot (\sigma \vec{\nabla}V) = 0 \quad (3.50)$$

Ce modèle pose peu de problème et la technique actuelle permet de le traiter même dans les cas tridimensionnels complexes.

Dans le cas où le conducteur n'est plus soumis à des différences de potentiel continu, ce modèle n'est plus valable, car la variation du champ magnétique crée des courants induits qui modifient la répartition du courant global dans le conducteur.

### 3.5.3 Le Modèle magnétodynamique

Ce type de modèle s'applique à des systèmes contenant des sources d'alimentation variables dans le temps qui engendrent des courants induits suite aux variations des champs électriques et magnétiques dans l'espace et dans le temps. Ecrivons les deux équations (III.2) et (III.3) de Maxwell qui se présentent sans terme source :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.51)$$

- L'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3.52)$$

La première équation indique que  $\vec{B}$  est un champ de rotationnel. Ceci implique qu'il existe un vecteur  $\vec{A}$ , tel que :

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (3.53)$$

$\vec{A}$  : Potentiel vecteur magnétique.

La substitution de (3.53) dans (3.52) donne :

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0} \quad (3.54)$$

Ceci nous permet de constater que le champ  $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  est un champ conservatif, il vient alors que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V \quad (3.55)$$

Donc :

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V \quad (3.56)$$

$V$  est le potentiel électrique scalaire du champ électromagnétique ; on remarque qu'en régime variable, l'expression de  $\vec{E}$  dépend à la fois de  $V$  et de  $\vec{A}$  est :

$$\vec{J} = \sigma \left( -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \vec{\nabla} V \right) \quad (3.57)$$

D'où :

$$\vec{J} = -\sigma_{\text{inducteur}} \vec{\nabla} V - \sigma_{\text{induit}} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s + \sigma_{\text{induit}} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (3.58)$$

Nous avons :

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad (3.59)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} - \vec{M} \quad (3.60)$$

Donc l'équation magnétodynamique en termes de potentiel vecteur magnétique est donnée sous la forme suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \mu_0 \sigma_{induit} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu_0 (\vec{J}_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{M}) \quad (3.61)$$

L'utilisation de ce modèle est très répandue dans l'étude des machines électriques des dispositifs du chauffage par induction, des transformateurs, etc.

### 3.5.4 Le Modèle magnétostatique scalaire

Dans ce modèle, on suppose que les courants électriques sont nuls dans la pièce à étudier et que les champs ne dépendent pas du temps, on aura donc les relations suivantes :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{0} \quad (3.62)$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{B} = \vec{0} \quad (3.63)$$

C'est le cas des dispositifs pour lesquels les champs sont créés par des forces magnétomotrices extérieures et indépendantes du dispositif étudié, ou bien par l'effet d'aimants permanents pour lesquels on a la loi :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} + \vec{B}_r \quad (3.64)$$

La relation (3.62), implique qu'il existe une fonction potentiel scalaire magnétique telle que :

$$\vec{H} = -\vec{\nabla} \Phi \quad (3.65)$$

On obtient alors :

$$\vec{\nabla} (-\mu \vec{\nabla} \Phi) = \vec{\nabla} \vec{B}_r \quad (3.66)$$

En tridimensionnel, l'utilisation des potentiels scalaire et vectoriel sont indispensables tandis qu'en cylindrique axisymétrique, seul le potentiel vecteur apparaît, le potentiel scalaire s'annule naturellement. Ainsi, le fait que le vecteur  $\vec{\nabla}$ , n'a qu'une seule composante  $A_\Phi$ , facilitera énormément les calculs.

### 3.5.5 Le Modèle magnétostatique vectoriel

Comme dans le modèle précédent, on suppose que le champ magnétique est produit par des sources indépendantes du temps, le terme  $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  est nul et les champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  sont découplés, par contre on désire modéliser un objet parcouru par des courants non nuls, on obtient alors les équations suivantes [Coulomb and Sabonnadière, 1985] :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (3.67)$$

- L'équation de Maxwell-Faraday :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.68)$$

On doit associer à ces équations, la loi de comportement des matériaux magnétiques décrite par l'équation (3.60).

A partir des équations (3.67), (3.60), (3.53), on obtient la formulation du modèle magnétostatique exprimée en potentiel vecteur magnétique :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu_0(\vec{J}_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{M}) \quad (3.69)$$

## 3.6 Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des Équations aux Dérivées Partielles(EDP). Ces phénomènes se retrouvent dans des régions de géométries très variées. En général la résolution de ces équations est conduite en utilisant des méthodes analytiques, semi-analytiques ou numériques. Lorsqu'il s'agit de résoudre un problème de type EDP, en premier, nous pensons aux approches mathématiques analytiques, dès que la complexité de la géométrie s'accroît et que certains matériaux possèdent des caractéristiques non linéaires, la résolution de tels problèmes nécessite de recourir à des approches numériques [DICHE, ].

### 3.6.1 Méthodes analytiques

Ce sont les premières méthodes utilisées, restreintes à des géométries simples dans une approche unidimensionnelle, ou quelque fois dans des problèmes bidimensionnels. Elles permettent d'obtenir une solution mathématique exacte du problème. Les méthodes analytiques présentent une difficulté liée à la complexité de traitement des géométries complexes. Elles s'appliquent seulement pour les milieux à propriétés linéaires isotropes et chaque équation aux dérivées partielles nécessite un traitement spécial. La méthode analytique la plus puissante et

la plus couramment utilisée pour la résolution des EDP est la Méthode de Séparation des Variables. Le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable [DICHE, ]. Soit en coordonnées cartésiennes, l'inconnue  $A_z(x, y)$ , qui est écrite comme suit :

$$A_z(x, y) = A_z(x)A_z(y) \quad (3.70)$$

avec :

$A_z(x, y)$  : Solution de l'équation aux dérivées partielles.

$A_z(x)$  : Est une fonction ne dépendant que de  $x$ .

$A_z(y)$  : Est une fonction ne dépendant que de  $y$ .

Après avoir remplacé (3.70) dans l'EDP, on obtient autant d'équations que de composantes inconnues totalement indépendantes les unes des autres.

#### 3.6.2 Méthodes Semi-analytiques

Les méthodes semi-analytiques sont basées d'une part sur une discrétisation géométrique en petits éléments, sur lesquels on applique ensuite des formules analytiques (Biot-Savart ou des formules intégrales des équations de Maxwell), parmi ces méthodes on peut citer :

- ◆ La méthode des circuits couplés (MCC)
- ◆ La méthode PEEC (Partiel Electric Equivalent Circuits).

#### 3.6.3 Méthodes numériques

Ce sont des méthodes basées sur la discrétisation du domaine d'étude. Leur utilisation consiste à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution donne la valeur et la distribution des grandeurs recherchées. Parmi ces méthodes on a :

- ◆ La Méthode des Différences Finies (MDF).
- ◆ La Méthode des Intégrales de Frontière.
- ◆ La Méthode des Eléments Finis (MEF).
- ◆ Les Méthodes Mixtes
  - Eléments finis-intégrale de frontière (EF-IF).
  - Eléments finis-intégrale de surface (EF-IS).

##### 3.6.3.1 Méthode des différences finies

La méthode des différences finies est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences où chaque dérivée est approchée par une différence de valeur de l'inconnue à déterminer en un certain nombre de points du domaine de résolution, ainsi que

l'EDP est transformée en équation algébrique en chacun des points [Radja Nadia, 2018]. La méthode des différences finies a été rendue très populaire par l'événement de l'ordinateur et consiste à discrétiser le problème posé et à le résoudre au calculateur numérique. La discrétisation d'une fonction  $U(x, y)$  définie en tout point  $(x, y)$  du domaine  $\Omega$ , avec des conditions aux limites données sur le contour  $\Gamma$  délimitant ce domaine consiste à :

- ◆ Remplacer le domaine  $\Omega$  des variables  $(x, y)$  par un ensemble fini  $S$  de  $N$  éléments.
- ◆ Remplacer la fonction  $U(x, y)$  par une fonction  $U(P)$  définie sur  $S$ , l'équation aux dérivées partielles déterminant  $U(x, y)$  donc remplacer par un système fini d'équations simultanées déterminant  $U(P)$  [Lucas.J, 1996],[L, 2005].

Pour l'approximation, on utilise le réseau carré suivant :

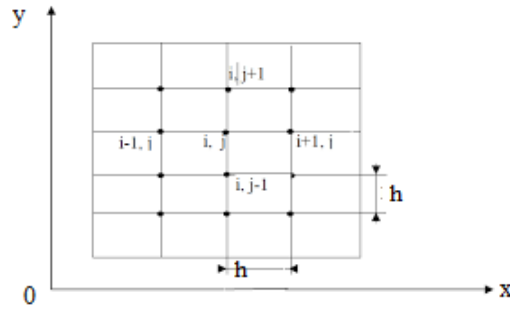


FIGURE 3.2 – Maillage différences finies

▲ Pour la dérivée d'ordre 1 :

$$\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right) = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2\Delta x} \quad (3.71)$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial y}\right) = \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2\Delta y} \quad (3.72)$$

▲ Pour la dérivée d'ordre 2 :

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right) = \frac{A_{i+1,j} - 2A_i + A_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (3.73)$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right) = \frac{A_{i,j+1} - 2A_i + A_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \quad (3.74)$$

Ainsi l'opérateur laplacien peut s'écrire pour tous les nœuds comme suit :

$$(\Delta)_{i,j} = \frac{A_{i,j+1} + A_{i-1,j} + A_{i,j-1} - 4A_i + A_{i,j}}{h^2} \quad (3.75)$$

### 3.6.3.2 Méthode d'intégrale de frontière

La méthode d'intégrale de frontière permet la représentation du domaine tout en limitant la discrétisation à la frontière. Elle est souvent utilisée dans l'étude des structures de grande dimen-

sion, et elle s'adapte aux problèmes à frontières ouvertes. En revanche elle a comme inconvénient la difficulté de prendre en considération la structure, et elle nécessite un espace mémoire considérable et un temps de calcul long, car le système algébrique issu de cette méthode est à matrice pleine. Cette méthode est mise en œuvre par la méthode directe qui est basée sur la loi de Biot et Savart ou bien sur la méthode de l'identité de Green [Nait Ouslimane, 2002],[Robert, 1979].

### 3.6.3.3 Méthode des éléments finis

Cette méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en éléments finis, et approcher l'inconnue dans chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de premier ou deuxième degré [Dhatt and Touzot, 1981]. L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction de ses valeurs nodales, ce qui impose la continuité de l'inconnue sur les interfaces des éléments [Bastos and Sadowski, 2003].

Le principe de la méthode des éléments finis est la transformation de l'équation aux dérivées partielles (EDP) qui régit le problème traité à un système d'équation algébrique dont la résolution permet de définir l'inconnue à un ensemble de points (nœuds) de la discrétisation.

Dans le cas de la méthode des éléments finis, on cherche tout d'abord à exprimer, à partir du modèle local, constitué des équations aux dérivées partielles et des conditions aux limites, une formulation intégrale qui porte sur le domaine de résolution. Cette représentation intégrale peut se faire à partir de l'une des deux principales méthodes suivantes [Dhatt et al., 2005] :

- ◆ la formulation variationnelle ou méthode de Ritz.
- ◆ la méthode des résidus pondérés.

Les différentes étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis sont présentées dans la figure (3.3).

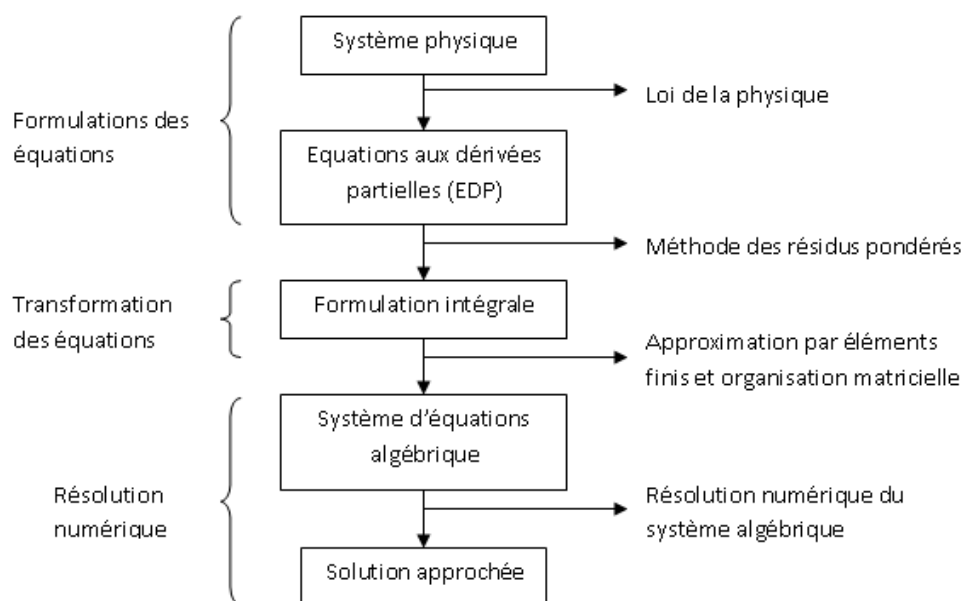


FIGURE 3.3 – Différentes étapes de mise en œuvre de la (MEF)[Dhatt et al., 2005]

**3.6.3.3.1 Principe de la méthode variationnelle** La formulation variationnelle se base sur la connaissance de l'expression de l'énergie du système à étudier qui est appelée variationnelle d'énergie [Gié, 1982],[Oukacine, 2012].

La fonctionnelle d'énergie est donnée par :

$$F(A) = \int L(A)d\Omega \tag{3.76}$$

$\Omega$  : Domaine d'étude.  $L(A)$  : Fonction de Lagrange déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

$$L(A) = W_c - W_p \tag{3.77}$$

avec :

$W_c$  : Énergie cinétique du système.

$W_p$  : Énergie potentielle du système.

Pour un problème magnétostatique la fonction  $L$  est donnée par l'expression :

$$L(A) = \int_0^B \nu dB - J_s A \tag{3.78}$$

La fonction d'énergie est donnée alors comme suit :

$$F(A) = \int_{\Omega} [\int_0^B \nu dB - J_s A] d\Omega \tag{3.79}$$

avec :

$L$  : Fonction de Lagrange.

$A$  : Potentiel vecteur magnétique [T.m].

$J$  : Densité de courant [A/m<sup>2</sup>].

$\nu$  : Réflectivité magnétique [H/m]<sup>-1</sup>.

$B$  : Module de l'induction magnétique [T] .

La résolution du problème variationnel défini par la fonction d'énergie  $F(A)$  revient à minimiser cette fonction.

La minimisation s'effectue en utilisant le principe de Rayleigh-Ritz qui consiste à écrire :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \tag{3.80}$$

où :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_3} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \tag{3.81}$$

avec :

$n$  : Nombre de noeuds dans le domaine d'étude.

$A_i$  : Inconnue au noeud  $i$  du domaine.

**3.6.3.3.2 Formulation résidus pondérés** La méthode des résidus pondérés utilise des fonctions de pondération  $\Phi_i$  qui permettent de passer d'un système d'équation EDP à une fonction d'intégrale [Dhatt and Touzot, 1981],[Ould Ouali, 2010].

La méthode des résidus pondérés est basée sur la détermination du résidu par :

$$R(A) = L(A) - f \quad (3.82)$$

avec :

$R$  : est le résidu de l'approximation.

$L(A)$  : Opérateur différentiel.

$f$  : Fonction source dans le domaine d'étude.

A l'aide de la fonction de projection bien choisie, on impose à l'intégrale du résidu de s'annuler en  $n$  points du domaine  $\Omega$ .

$$\int \Phi_i R(A) d\Omega = \int \Phi_i (L(A) - f) d\Omega \quad (3.83)$$

$\Phi_i$  : Fonction de projection ou de pondération.

La méthode des résidus pondérés présente un intérêt particulier par rapport a la formulation variationnelle dans la mesure où son application ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie. Le choix de la fonction de pondération, conduit à plusieurs méthodes, parmi celles-ci nous citons :

- ◆ La méthode de collocation par point
- ◆ La méthode des moindres carrés
- ◆ La méthode de Galerkin

Parmi ces fonctions de projection on choisit la méthode de GALERKINE. Cette méthode choisit les fonctions de projection identiques aux fonctions d'approximation.

La méthode de GALERKINE est la plus utilisée en Electrotechnique, puisque elle conduit à un système matriciel symétrique.

**3.6.3.3.3 La discrétisation du domaine d'étude** La méthode des éléments finis est basée sur un discrétisation du domaine  $\Omega$  en un nombre fini de petits sous-domaines appelés éléments (figure (3.4)) et noté,  $\Omega^e$  ( $e = 1, 2, \dots N$ ) dont on aura au préalable choisi la géométrie selon la dimension d'étude en s'appuyant sur les éléments de référence, auxquels on associe un système de coordonnées normées [Dhatt et al., 2005].

Les points caractéristiques de ces éléments sont les noeuds et les arrêtes en 2D auxquels on ajoute les facette en 3D.

La figure 3.4 montre un exemple de discrétisation d'un domaine.

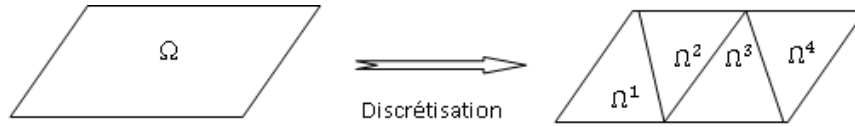


FIGURE 3.4 – Exemple de discrétisation d'un domaine

**3.6.3.3.1 Eléments réels** Avant de présenter la procédure de construction des fonctions de formes, nous présenterons les éléments de références les plus courants dans la mise en œuvre de la méthode des éléments finis. Les éléments de références sont des éléments finis définis sur une base orthonormée.

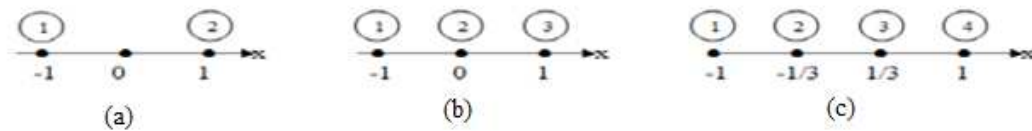


FIGURE 3.5 – Eléments de références à une dimension-(a) : Linéaire(2 noeuds); (b) : Quadratique (3 noeuds);(c) : Cubique(4 noeuds)

1)Eléments de références à une dimension

2)Eléments de références à deux dimensions ♦ Eléments triangulaires

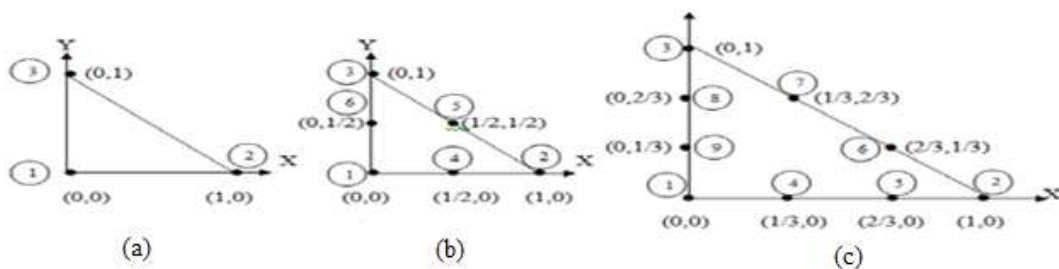


FIGURE 3.6 – Eléments de références à deux dimensions (type : triangulaires)-(a) : Linéaire (3 noeuds);(b) : Quadratique (6 noeuds); (c) : Cubique (9 noeuds)

♦ Eléments carrés

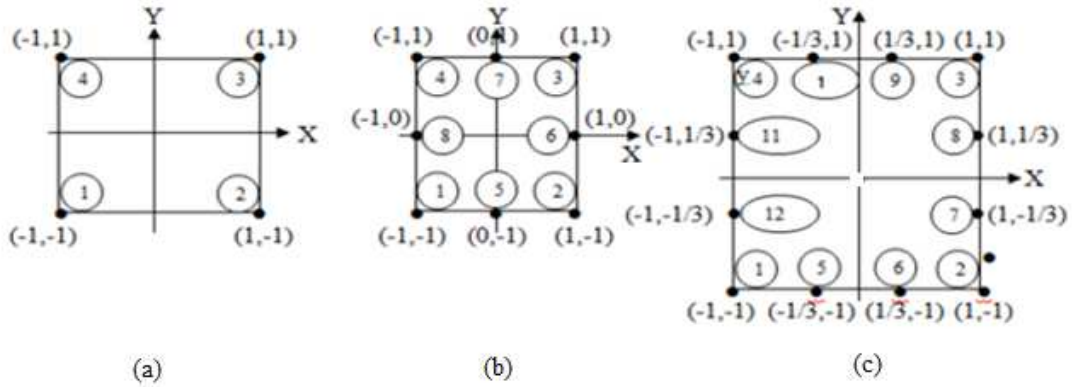


FIGURE 3.7 – Eléments de références à deux dimensions (type : carrés)-(a) : Linéaire (3 nœuds);(b) : Quadratique (8 nœuds);(c) : Cubique (12 nœuds)

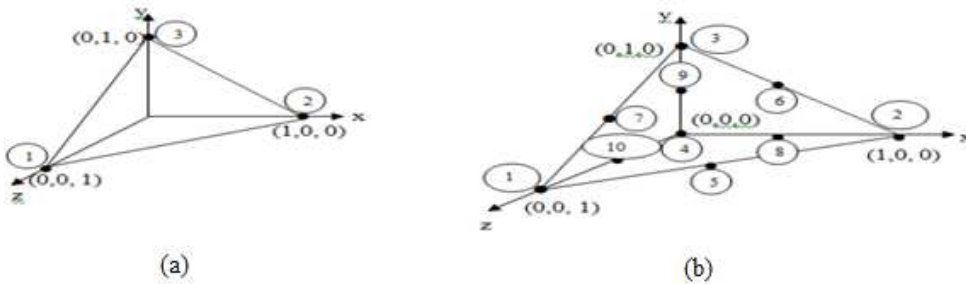


FIGURE 3.8 – Eléments de références à trois dimensions-(a) : Linéaire (tétraèdre 3 nœuds);(b) : Quadratique (tétraèdre 10 nœuds)

### 3)Eléments de références à trois dimensions

**3.6.3.3.2 Fonctions d'interpolation** La fonction d'approximation consiste à chercher la meilleure approximation d'une fonction  $F(x)$  dans le domaine de manière à satisfaire au mieux les lois physiques auxquelles elle obéit.

$$F(A) = \langle \Phi_i^e(x) \cdots \Phi_n^e(x) \rangle \times \begin{pmatrix} U_i^e \\ \vdots \\ U_n^e \end{pmatrix} \quad (3.84)$$

avec :

$\langle \Phi_i^e(x) \cdots \Phi_n^e(x) \rangle(x)$  : sont les valeurs aux nœuds d'interpolation de l'élément.

$\Phi^e$  : sont les fonctions d'interpolation sur l'élément.

**a) Calcul de la fonction d'interpolation** Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de Pascal donné sur la figure 3.5.

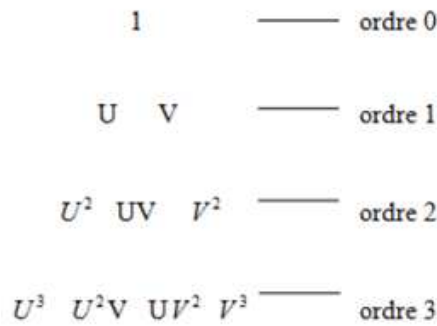


FIGURE 3.9 – Triangle de Pascal

Ces fonctions sont construites de telle sorte à obéir à deux principes.

◆ Principe de l'état complet

- Le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément.
- La fonction doit contenir un terme constant.

◆ Principe de comptabilité

Il stipule que la fonction d'interpolation doit être continue.

Dans le cas d'un élément triangulaire linéaire, la fonction d'interpolation est donnée par :

$$A(x, y) = ax + by + c \tag{3.85}$$

L'équation (3.85), peut s'écrire comme suit :

$$A(x, y) = [x \quad y \quad 1] \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} \tag{3.86}$$

Soit :  $(A_i, A_j, A_k)$  les valeurs de la fonction d'interpolation aux nœuds  $(i, j, k)$

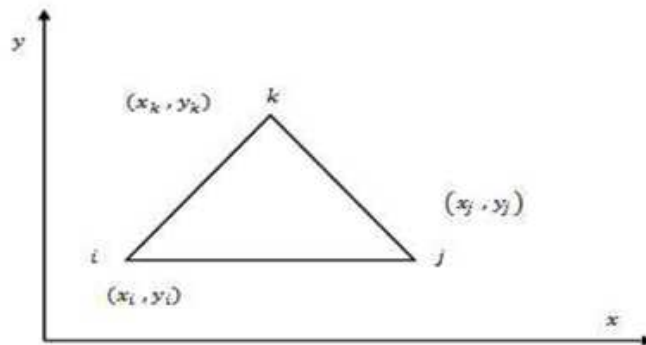


FIGURE 3.10 – Coordonnées d'un élément triangulaire

$$\begin{cases} A(x_i, y_i) = ax_i + by_i + 1 = A_i \\ A(x_j, y_j) = ax_j + by_j + 1 = A_j \\ A(x_k, y_k) = ax_k + by_k + 1 = A_k \end{cases} \quad (3.87)$$

De ces trois équations on obtient :

$$\begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix} \quad (3.88)$$

$$A(x, y) = [x \quad y \quad 1] \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{pmatrix}^{-1} \times \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix} \quad (3.89)$$

$$A^e(x, y) = \langle \Phi_1^e(x, y) \quad \Phi_2^e(x, y) \quad \Phi_3^e(x, y) \rangle \times \begin{pmatrix} A_i \\ A_j \\ A_k \end{pmatrix} \quad (3.90)$$

tel que :

$$\begin{cases} \Phi_1^e(x, y) = \frac{1}{2B} \times [(y_k - y_i)(x_k - x) - (x_k - x_j)(y_i - y)] \\ \Phi_2^e(x, y) = \frac{1}{2B} \times [(y_i - y_k)(x_k - x) - (x_j - x_i)(y_i - y)] \\ \Phi_3^e(x, y) = \frac{1}{2B} \times [(y_i - y_j)(x_i - x) - (x_i - x_j)(y_k - y)] \end{cases} \quad (3.91)$$

$$2B = \det[c] = [(y_i - y_j)(x_k - x_j) - (x_i - x_j)(y_k - y_j)] \quad (3.92)$$

avec :

$$[c] = \begin{pmatrix} x_i & y_i & 1 \\ x_j & y_j & 1 \\ x_k & y_k & 1 \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

$B$  : représente l'air d'un élément triangulaire.

### 3.7 Formulation éléments finis des modèles électromagnétiques

La résolution des modèles magnétostatiques et magnétodynamiques en potentiel vecteur magnétique et potentiel scalaire électrique passe par l'application de la méthode des éléments finis aux équations aux dérivées partielles dans les systèmes de coordonnées cartésiennes bidimensionnelles. Dans ce qui suit on présentera les différents modèles en utilisant la méthode des éléments finis.

A partir du modèle général en potentiel vecteur magnétique et en potentiel scalaire électrique cité auparavant et en considérant des matériaux dont les propriétés sont linéaires ou non linéaires, on peut extraire les modèles magnétostatique et magnétodynamique. Dans les dispositifs perpendiculaires au plan d'étude, le potentiel vecteur n'a plus alors qu'une seule composante  $A_z$  également orthogonale au plan de l'étude  $\vec{J}_s = (0, 0, J_z)$ . Dans le cadre des systèmes à deux dimensions la jauge de Coulomb définie par  $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} = 0$  est vérifiée. Le modèle général en potentiel vecteur magnétique se réduit alors à :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \mu_0 \sigma_{induit} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu_0 (\vec{J}_s + \vec{\nabla} \wedge \vec{M}) \quad (3.94)$$

avec

- $\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = \frac{\partial A_z}{\partial y} \vec{e}_x - \frac{\partial A_z}{\partial x} \vec{e}_y$
- $\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \vec{e}_x - \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} \vec{e}_y$
- $\vec{\nabla} \wedge \vec{M} = \frac{\partial M_y}{\partial x} \vec{e}_z - \frac{\partial M_x}{\partial y} \vec{e}_z$

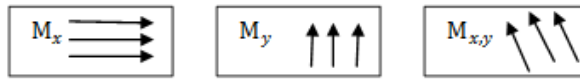


FIGURE 3.11 – Différents types d'aimantations

### 3.7.1 Formulation éléments finis du modèle magnétodynamique bi-dimensionnel

Pour le problème magnétodynamique et dans un système de coordonnées cartésiennes, le champ magnétique et l'aimantation du matériau évoluent dans le plan  $(x, y)$ , donc l'équation (3.94) s'écrit comme suit :

$$-\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \mu_0 \sigma_{induit} \frac{\partial A_z}{\partial t} = \mu_0 (J_{sz} + \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}) \quad (3.95)$$

où  $J_{sz}$  est la densité de courant de source,  $M_x$  et  $M_y$  sont respectivement la projection de l'aimantation sur l'axe  $ox$  et  $oy$ . En appliquant la méthode de Galerkin à l'équation (3.95), on a :

$$\iint_{\Omega} \Phi_i \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) + \sigma \mu_0 \frac{\partial A_z}{\partial t} - \mu_0 J_{sz} - \mu_0 \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] d\Omega = 0 \quad (3.96)$$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \iint_{\Omega} \Phi_i \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] d\Omega = \\ &\iint_{\Omega} \Phi_i \mu_0 \left[ -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} + J_{sz} + \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] d\Omega \end{aligned} \quad (3.97)$$

avec :

$d\Omega = dx dy$  ,  $\Omega$  est le domaine de résolution ;

$\Phi_i$  : Fonction de projection.

Cette expression est la forme forte de la formulation éléments finis. Mais, l'intégration par partie des termes en dérivées secondes nous donne la forme faible de cette formulation. Cette dernière permet d'expliciter les conditions aux limites naturelles.

En utilisant le théorème de Green, l'équation (3.97) devient :

$$\begin{aligned} &\iint_s \left[ -\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy - \int_{\Gamma} \Phi_i \frac{\partial A_z}{\partial n} d\Gamma = \\ &\iint_s \Phi_i \mu_0 \left[ -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} \right] dx dy + \iint_s \Phi_i \mu_0 J_{sz} dx dy + \iint_s \Phi_i \mu_0 \left[ \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.98)$$

Par l'introduction des conditions de Neumann homogènes  $\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0$ , ou des conditions de Dirichlet en y imposant l'annulation de  $\Phi_i$ , il est possible de forcer l'intégrale sur  $\Gamma$  à zéro [Dhatt and Touzot, 1981],[Segerlind, 1976].

$$\begin{aligned} &\Rightarrow \iint_s \left[ -\frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = \\ &\iint_s \Phi_i \mu_0 \left[ -\sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} \right] dx dy \\ &+ \iint_s \Phi_i \mu_0 J_{sz} dx dy + \iint_s \mu_0 \left[ \left( \frac{\partial \Phi_i M_y}{\partial x} - \frac{\partial \Phi_i M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.99)$$

La forme intégrale faible s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} - \iint_s \left[ \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] dx dy = & - \iint_s \Phi_i \mu_0 \sigma \left[ \frac{\partial A_z}{\partial t} \right] dx dy + \iint_s \Phi_i \mu_0 J_{sz} dx dy \\ & + \iint_s \mu_0 \Phi_i \left[ \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (3.100)$$

En utilisant l'approximation nodale, la discrétisation de  $A$  peut être approchée comme suit :

$$A(x, y) = \sum_{j=1}^{nn} \Phi_j(x, y) A_j \quad (3.101)$$

avec :

$nn$  : Nombre de nœuds du domaine discrétisé.

$\Phi_j$  : Fonctions de forme.

$A_j$  : Valeurs inconnues du potentiel A en chaque nœud j du domaine subdivisé.

La formulation intégrale devient :

$$-\frac{1}{\mu_0} \sum_{j=1}^{nn} \left[ \iint_{\Omega^e} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right) \right] d\Omega^e \right] A_{zj} + \sum_{j=1}^{nn} \left[ (\sigma \Phi_i \Phi_j) d\Omega^e \right] \frac{\partial A_{zj}}{\partial t} = \iint_{\Omega} [\Phi_i J_{sz}] d\Omega + \iint_s \Phi_i \left[ \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (3.102)$$

Le système algébrique après quelques arrangements est donné par :

$$[M][A] + [C] \left[ \frac{\Delta A}{\Delta t} \right] = [F] + [G] \quad (3.103)$$

avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial y} \frac{\partial \Phi_j}{\partial y} \right) \right] dx dy \quad (3.104)$$

$$C_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \mu_0 \Phi_i \Phi_j dx dy \quad (3.105)$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \mu_0 \Phi_i J_{sz} dx dy \quad (3.106)$$

$$G_i = \iint_{\Omega} \mu_0 (M_y(H) \frac{\Phi_i}{\partial x} - M_x(H) \frac{\partial \Phi_i}{\partial y}) dx dy \quad (3.107)$$

où :

$F_i$  : Eléments de la matrice représentant le terme source relatif au courant d'excitation.

$G_i$  : Eléments de la matrice représentant le terme source contenant les non linéarités introduites par la loi de comportement d'un matériau.

En ce qui concerne la formulation des éléments finis du modèle magnétostatique bidimensionnel, elle sera présentée dans le chapitre qui suit.

## 3.8 Avantages et inconvénients de la méthode des éléments finis

### 3.8.1 Avantages

- ◆ Adaptation aux géométries complexes.
- ◆ Prise en compte des non-linéarités accrues.
- ◆ Temps de calcul relativement avantageux.

#### 3.8.2 Inconvénients

- ◆ Mise en œuvre relativement difficile.
- ◆ Prise en considération de domaine infini.
- ◆ Présence de singularité dans le domaine d'étude.

### 3.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de Maxwell. La combinaison de ces équations nous a permis de retrouver les modèles mathématiques, en l'occurrence, le modèle magnétostatique et le modèle magnétodynamique après insertion de certaines hypothèses simplificatrices. Par ailleurs nous avons donné un aperçu général sur les méthodes les plus utilisées pour la résolution de ces modèles. afin de résoudre ces modèles, nous avons présenté la formulation éléments finis basée sur la méthode de Galerkin qui permet d'aboutir à un système algébrique symétrique facile à résoudre.

# Chapitre 4

## Intégration du modèle d'hystérésis de Rayleigh dans le calcul par éléments finis appliqué au magnétisme du navire

### 4.1 Introduction

Ce chapitre sera consacré à la modélisation par éléments finis de l'équation de la magnéto-statique sans courant en hypothèse  $2D$  non linéaire. Le problème étudié traite de l'interaction magnétique entre le champ magnétique produit par une source de champ lointaine (terrestre) et un milieu ferromagnétique représentant la coque d'un navire. Le milieu ferromagnétique est représenté par la courbe  $B - H$  obtenue à partir du modèle de Rayleigh. L'hystérésis magnétique est ainsi intégrée dans le calcul par éléments finis du champ produit par la coque ferromagnétique à travers le modèle de Rayleigh. Une distribution du champ magnétique en tout point du domaine de résolution est ainsi obtenue et en particulier au voisinage de la coque ferromagnétique.

**Première partie**

**Simulation du système**

## 4.2 Modèle d'hystérésis

Pour des variations très inférieures au champ coercitif, la variation de l'aimantation suit la loi de Rayleigh décrite dans le chapitre (2). A partir de l'équation (2.86), on peut représenter le cycle d'hystérésis sur la figure (4.3), pour une évolution temporelle du champ magnétique représentée par la figure (4.1), et une évolution temporelle de l'induction donnée par la figure (4.2). Ce test est effectué avec les paramètres suivants :  $H_{max} = 1500 \frac{A}{m}$  ,  $B_{max} = 0.35T$  ,  $B_r = 0.2T$

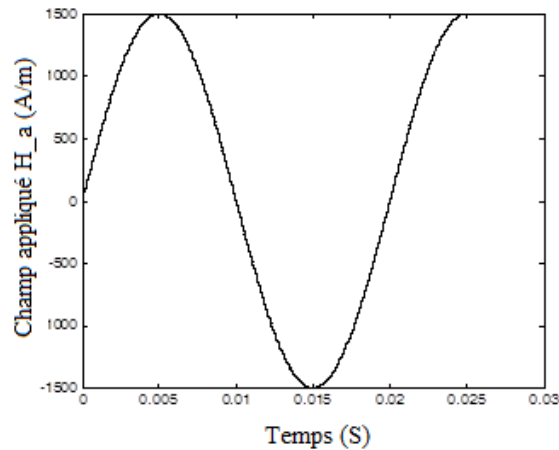


FIGURE 4.1 – Champ d'excitation  $H = f(t)$ .

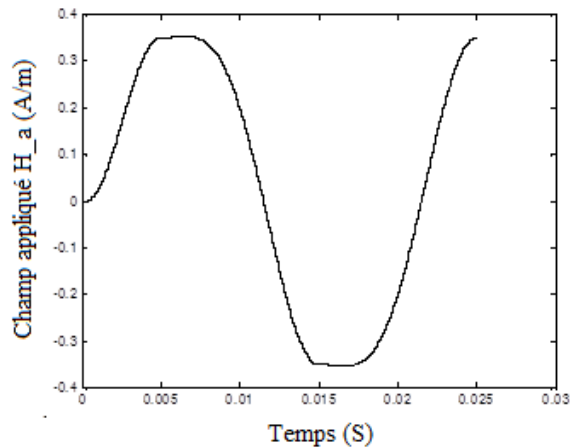


FIGURE 4.2 – Induction magnétique  $B = f(t)$ .

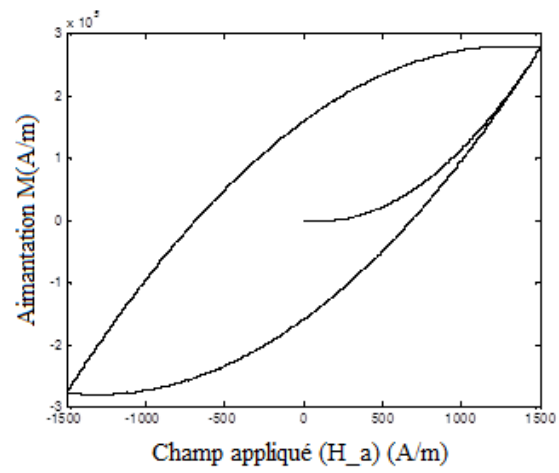


FIGURE 4.3 – Cycle d'hystérésis avec le modèle de Rayleigh

### 4.3 Organigramme de calcul du problème d'étude

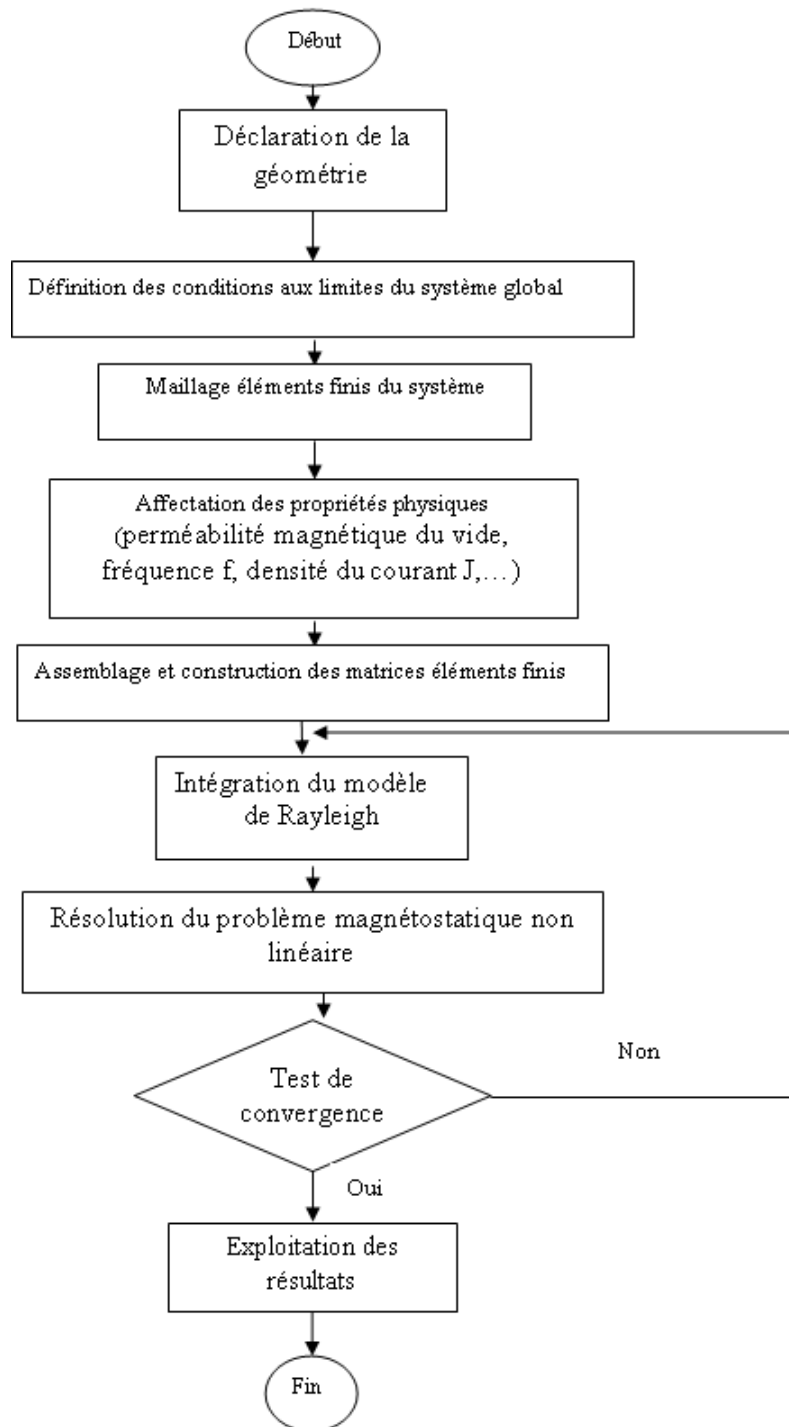


FIGURE 4.4 – Organigramme de calcul du problème magnétostatique non linéaire.

## 4.4 Description du dispositif d'étude

### 4.4.1 Les propriétés physiques et géométriques

Pour évaluer la magnétisation de la coque ferromagnétique, la figure (4.5) représente un modèle virtuel d'un bateau soumis à un champ externe ( $\vec{H}_{ext}$ ) considéré dans l'étude courante et simulé en utilisant le code par éléments finis développé sous l'environnement de calcul MATLAB, caractérisé par les dimensions principales suivantes : longueur  $0.04m$ , hauteur  $0.02m$ .

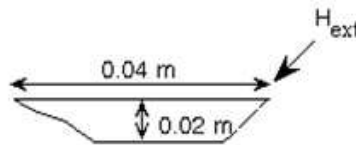


FIGURE 4.5 – Exemple de modèle virtuel du navire.

TABLE 4.1 – Paramètres physiques de la coque ferromagnétique.

<i>Paramètres Physiques</i>	<i>Valeurs</i>
<i>Perméabilité Magnétique</i> [ $H/m$ ]	$\mu_r = f(H)$
<i>Induction magnétique à saturation</i> [ $T$ ]	$B_s = 0.35$
<i>Champ à saturation</i> [ $A/m$ ]	$H_s = 1500$
<i>Induction rémanent</i> [ $T$ ]	$B_r = 0.2$

### 4.4.2 Dispositif d'étude

Le modèle géométrique du système étudié est représenté par la figure (4.6) représentant une coque ferromagnétique soumise à un champ extérieur  $\vec{H}$ . Et sur les frontières du domaine extérieur (air) on appliquera les conditions aux limites de type Dirichlet  $A = 0$  supposées à l'infini .

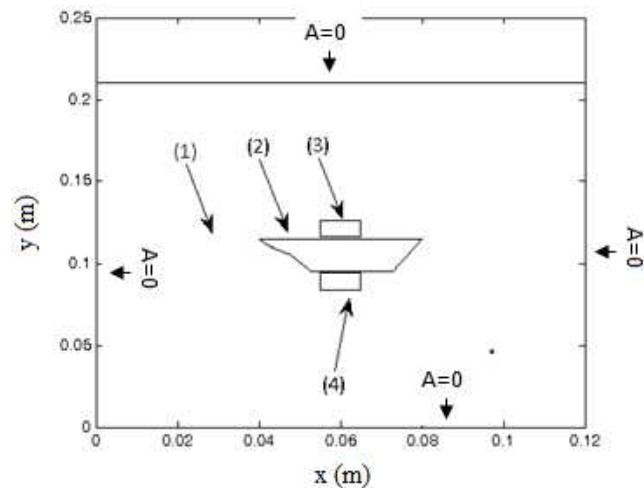


FIGURE 4.6 – Domaine d'étude avec les conditions aux limites associées.

Le dispositif est composé de :

(1) : air ; (2) : coque ferromagnétique ; (3) et (4) les inducteurs

#### 4.4.3 Maillage du domaine d'étude

Le domaine d'étude maillé en éléments finis (maillage triangulaire) qui fera l'objet de traitement est celui représenté par la figure (4.7) ci-dessous :

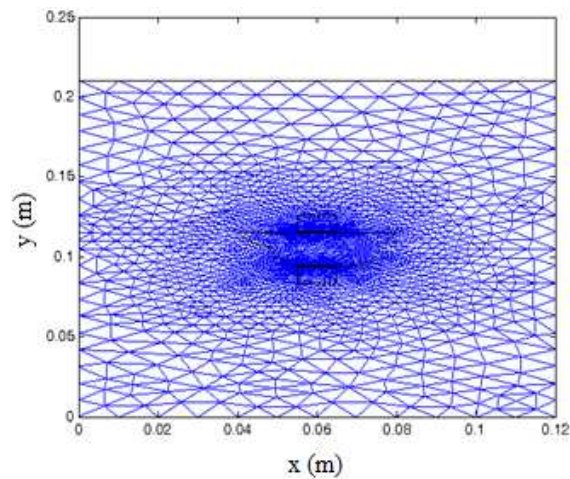


FIGURE 4.7 – Maillage du domaine d'étude.

### 4.5 Formulation électromagnétique du problème d'étude

Les équations qui régissent notre problème d'étude interprètent la magnétostatique sans courant. Et si on considère un système de coordonnées cartésiennes, le champ magnétique et

l'aimantation de la coque ferromagnétique évoluent dans le plan  $(x, y)$  comme suit :

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = J_{sz} + \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right) \quad (4.1)$$

L'adaptation de l'équation (IV.1) pour les différentes régions du système donne :

◆ Dans l'air

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = 0 \quad (4.2)$$

◆ Dans les inducteurs

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = J_{sz} \quad (4.3)$$

◆ Dans la coque ferromagnétique

$$-\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\mu_0}\frac{\partial A_z}{\partial y}\right) = \left(\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y}\right) \quad (4.4)$$

## 4.6 Formulation par éléments finis du modèle magnéto-statique

La formulation par éléments finis de l'équation (4.1) est donnée comme suit :

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu_0} \Phi_i \left[ -\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] d\Omega \\ & - \iint_{\Omega} \left[ \Phi_i \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] d\Omega - \iint_{\Omega} \Phi_i J_{sz} d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (4.5)$$

En appliquant la méthode de Galerkin à l'équation (4.5) on a :

$$\begin{aligned} \sum_{ne=1}^{nn} \left[ \iint_{\Omega^e} \left[ \left( \frac{\partial \Phi_i}{\partial x} \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} \right) + \left( \frac{\partial \Phi_i^e}{\partial y} \frac{\partial \Phi_j^e}{\partial y} \right) d\Omega^e \right] A_{zjj} \right] = \iint_{\Omega} [\Phi_i^e \mu_0 J_{sz}] d\Omega + \\ \sum_{ne=1}^{nn} \iint_s \mu_0 \Phi_i^e \left[ \left( \frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right) \right] dx dy \end{aligned} \quad (4.6)$$

avec :

$$A_z = \sum_{j=1}^{nd} \Phi_j A_j$$

$A_j$  : Valeurs inconnues du potentiel A en chaque nœud de chaque élément du domaine subdivisé ;

$ne = 1 \dots nd$ ,  $nd$  : Le nombre d'éléments ;

$N$  : Nombre des éléments du maillage ;

$\Phi_j^e$  Fonctin d'interpolation au nœud j.

$\Phi_i^e$  : Fonctions de formes au nœud i. Le système d'équations algébriques obtenues après discrét-

tisation et assemblage se met sous la forme matricielle suivante :

$$[M] \{A\} = [F] + [G] \quad (4.7)$$

avec :

$[M]$  : Matrice de raideur.

$\{A\}$  : vecteurs des inconnues.

$[F]$  : vecteur source.

$[G]$  : vecteur représentant le terme source (due à la coque ferromagnétique).

## 4.7 Procédure de calcul intégrant la courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis

### 4.7.1 Algorithme de résolution de l'équation magnétostatique non linéaire

La méthode des éléments finis, permet de résoudre les équations de Maxwell dans les conditions très générales et en particulier en prenant en compte le comportement non linéaire des matériaux magnétiques. Pour cette raison, un programme a été développé sous environnement Matlab, permettant la résolution du problème magnétostatique non linéaire. Pour faire cette résolution, il y a lieu de résoudre l'équation magnétostatique itérativement avec une méthode numérique (exemple : Newton-Raphson) jusqu'à la convergence de la solution en intégrant chaque fois le calcul de la courbe de première aimantation au moyen de modèle de Rayleigh. Le Champ magnétique effectif  $H_e$  comporte deux parties, le champ de réaction  $H_r$  et le champ appliqué  $H_a$  [Mouas et al., 2016],[Kim et al., 2000],[Amor et al., 2000],[OULD OUALI et al., 2008]. Le processus itératif consiste à rechercher la solution du système à une itération ( $i$ ) donnée à partir d'une estimation de l'aimantation basée sur les résultats de l'itération précédente ( $i - 1$ ). Supposons qu'initialement, la coque est dans son état désaimanté, la résolution du système d'équations (4.8) permet le calcul du potentiel vecteur magnétique  $A$ . Celui-ci permet à son tour la détermination de l'induction magnétique  $B$ , cette induction fournit le champ magnétique appliqué  $H_a$  qui sera relaxé afin d'assurer le critère de convergence. Une fois  $B$  et  $H$  d'une itération sont connus, on peut calculer la nouvelle aimantation  $M$  au moyen du modèle de Rayleigh. Et le critère de convergence utilisé sur le calcul de précision relativement à la valeur du champ appliqué est exprimé par :

$$\frac{\sum |H_a^i - H_a^{i-1}|}{|H_a^i|} \quad (4.8)$$

La figure (4.8) illustre le schéma de cet algorithme.

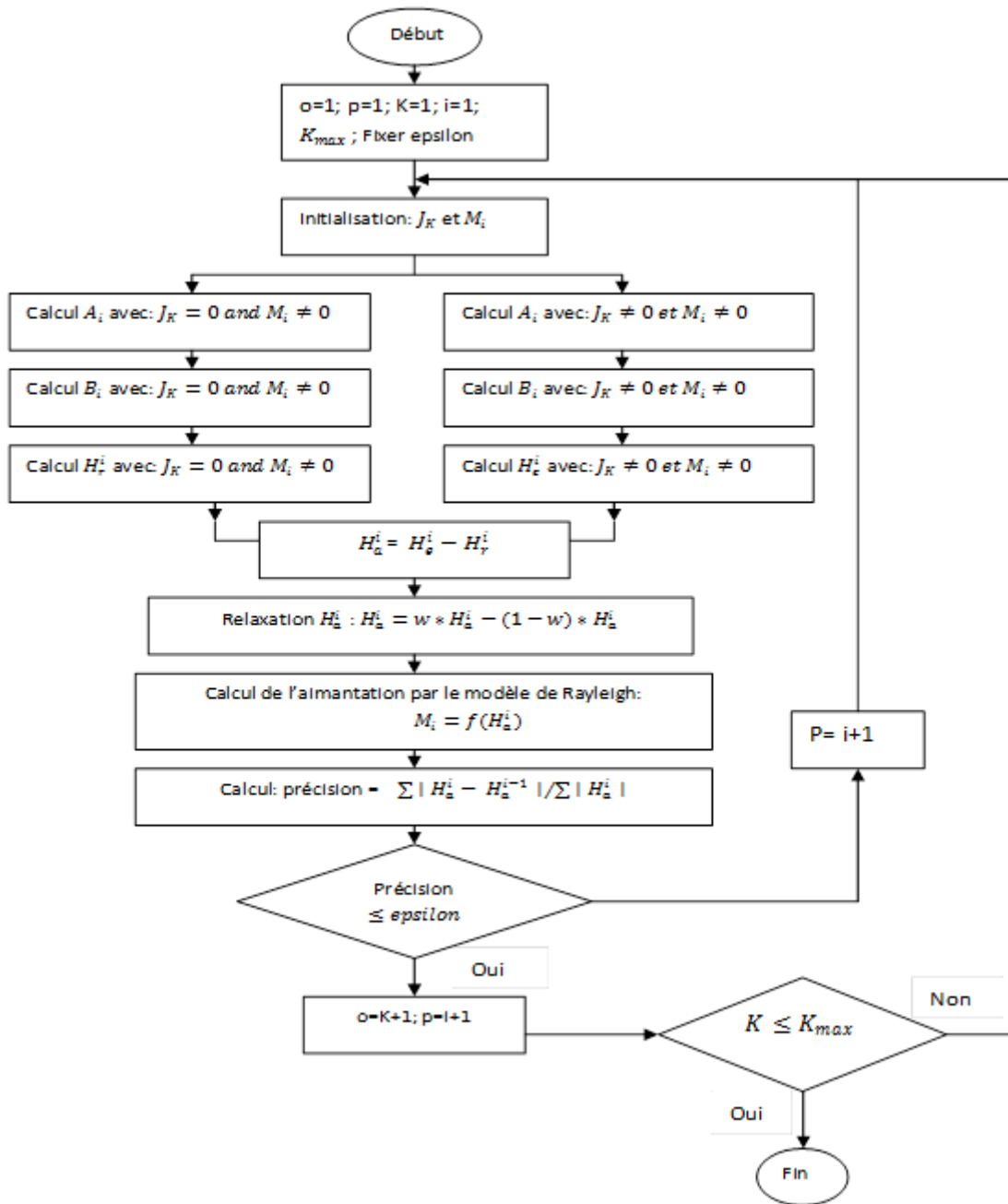


FIGURE 4.8 – Procédure de calcul intégrant la courbe de première aimantation et le cycle d’hystérésis.

## 4.8 Résultats de simulation

Les simulations ont été effectuées en utilisant un programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab et intégrant le calcul du cycle d’hystérésis exploitant le modèle de Rayleigh. Les résultats obtenus pour la courbe de première aimantation sont fournis

dans la figure (4.9).

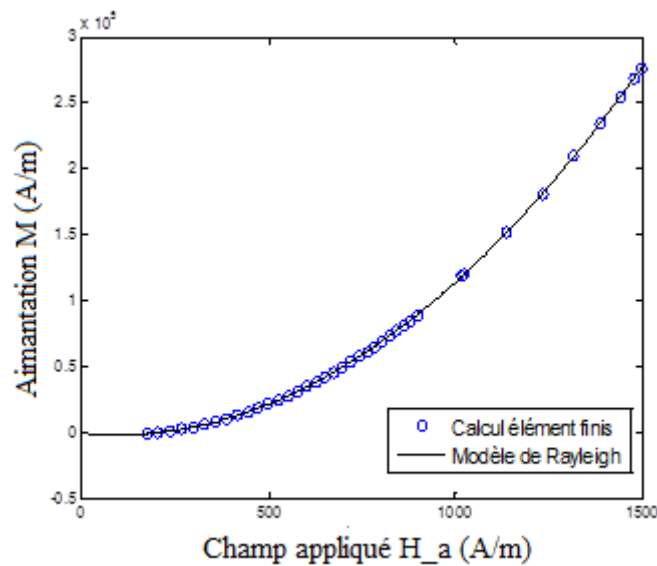


FIGURE 4.9 – Confrontation des courbes de premières aimantations obtenues par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh.

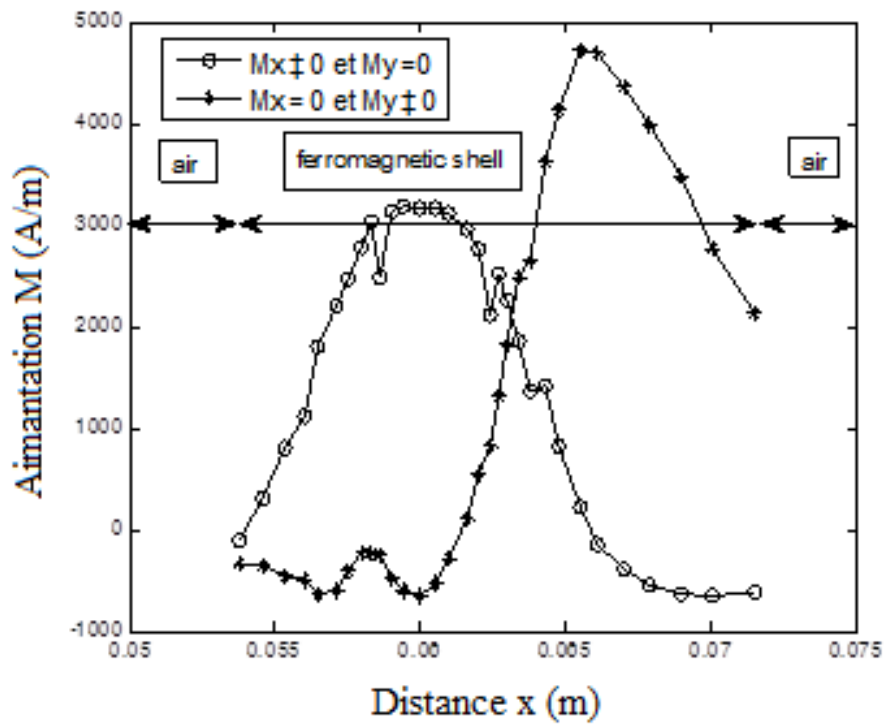
La figure (4.9) montre une parfaite concordance entre la courbe de première aimantation obtenue par calcul éléments finis et la courbe fournie par le modèle de Rayleigh théorique. Ceci nous permet de valider le programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab et intégrant le modèle d’hystérésis de Rayleigh. La validation de l’algorithme de calcul nous permet de présenter le comportement de l’aimantation et de l’induction magnétique sur les frontières inférieures et supérieures de la coque du navire pour chaque point de la courbe de première aimantation.

#### 4.8.1 Comportement des grandeurs magnétiques sur les frontières de la coque ferromagnétique

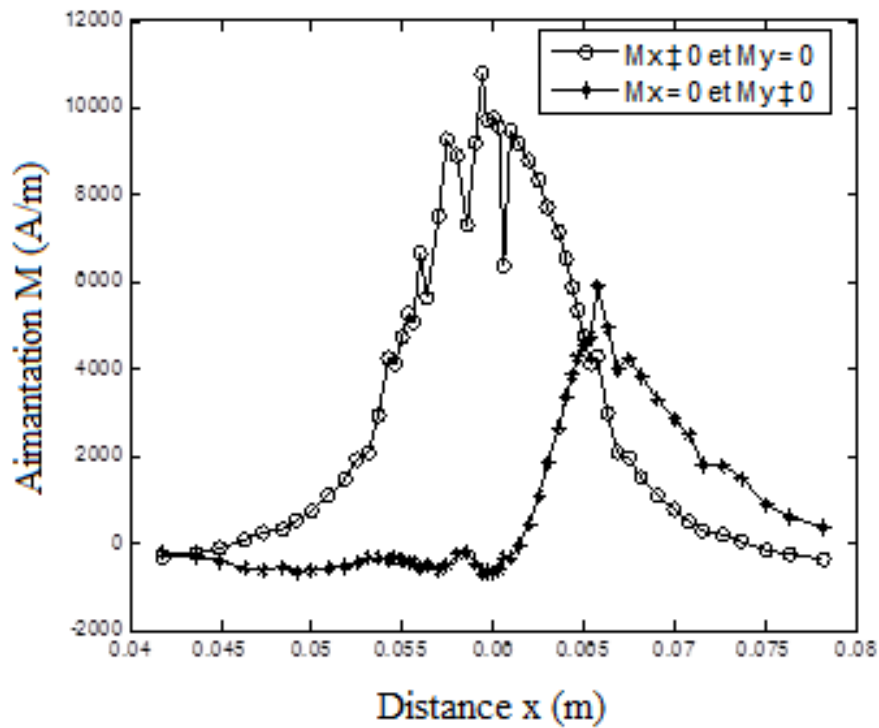
En choisissant deux points pour la confrontation, dans le cas où le champ appliqué, une fois inférieur et une autre fois supérieur au champ coercitif.

##### 4.8.1.1 Champ appliqué inférieur au champ coercitif ( $H_a < H_c$ )

Les figures (4.10), (4.11) et (4.12) représentent respectivement les variations de l’aimantation, l’induction magnétique et le champ de réaction lorsque le champ appliqué est inférieur au champ coercitif ( $H_a < H_c$ ).

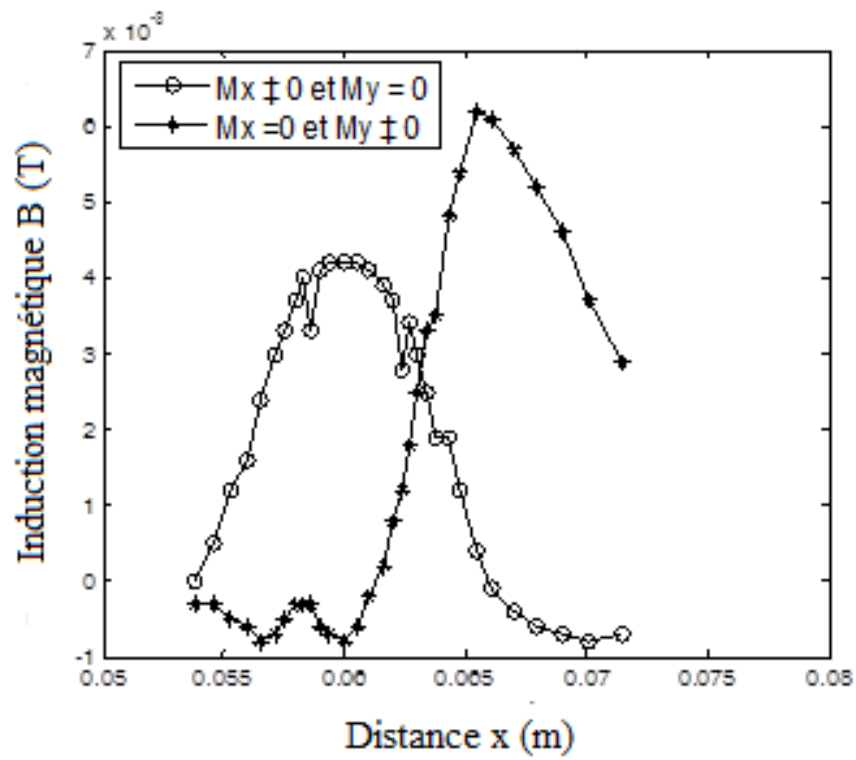


(a)

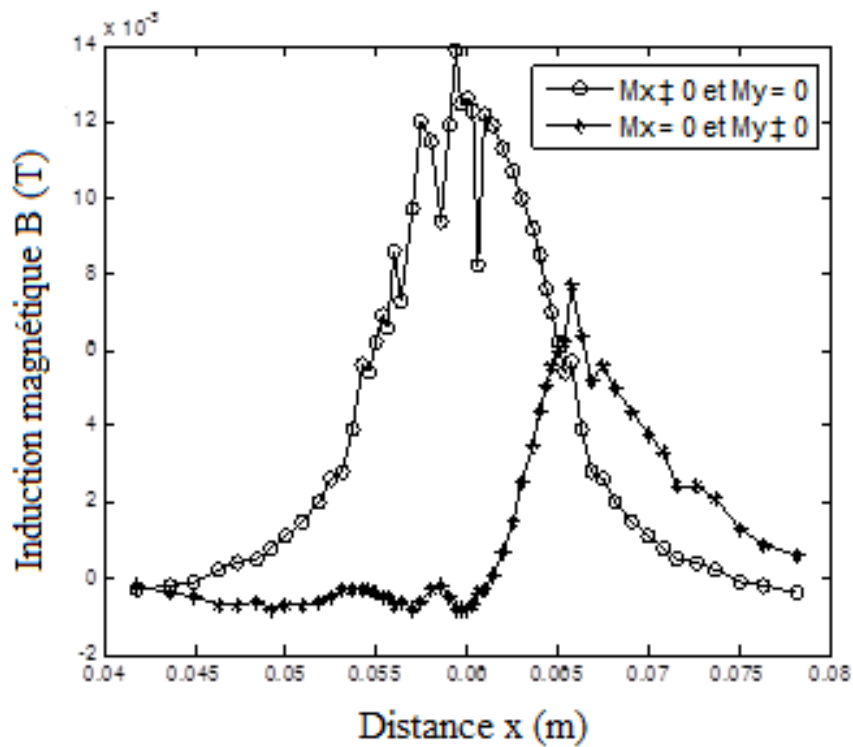


(b)

FIGURE 4.10 – Variation de l'aimantation en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (a) sur la partie inférieure; (b) sur la partie supérieure.



(c)



(d)

FIGURE 4.11 – Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (c) sur la partie inférieure ; (d) sur la partie supérieure.

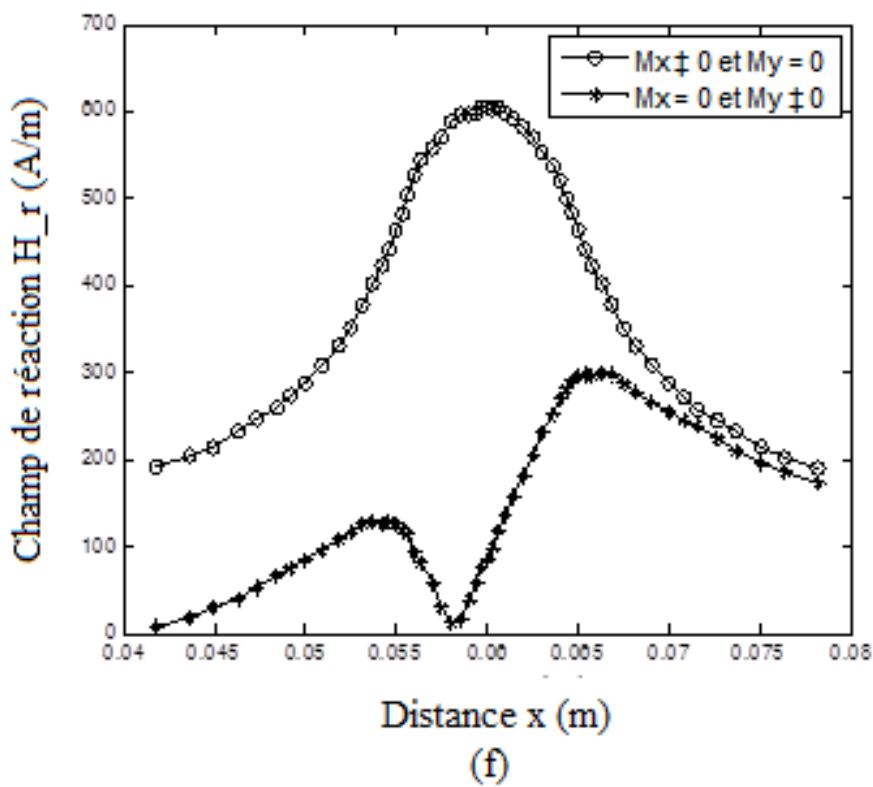
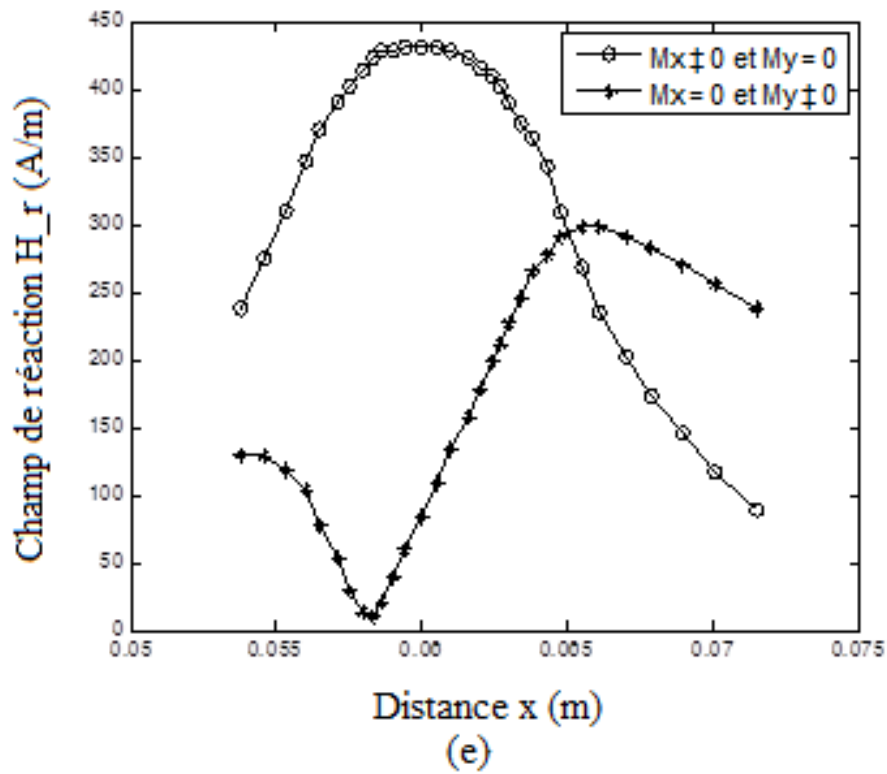


FIGURE 4.12 – Variation du champ de réaction en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (e) sur la partie inférieure ; (f) sur la partie supérieure.

#### 4.8. RÉSULTATS DE SIMULATION

La figure (4.13) montre la variation de l'induction magnétique, pour différentes orientations de l'aimantation magnétique, pour des valeurs du champ appliqué inférieures à la valeur du champ coercitif ( $H_a < H_c$ ).

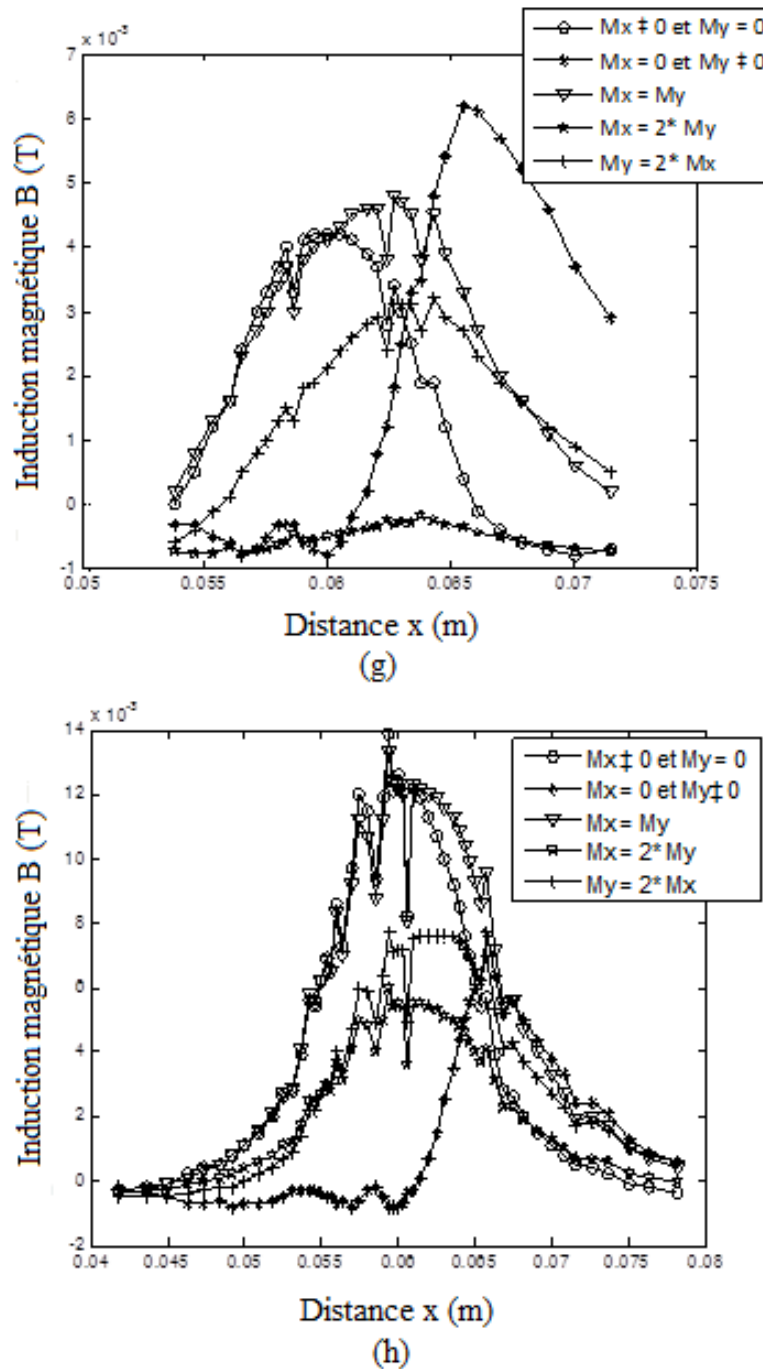
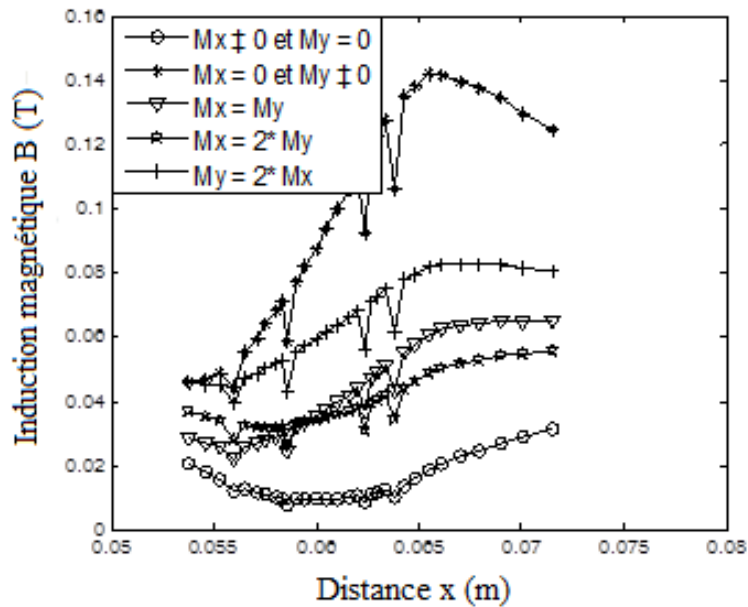


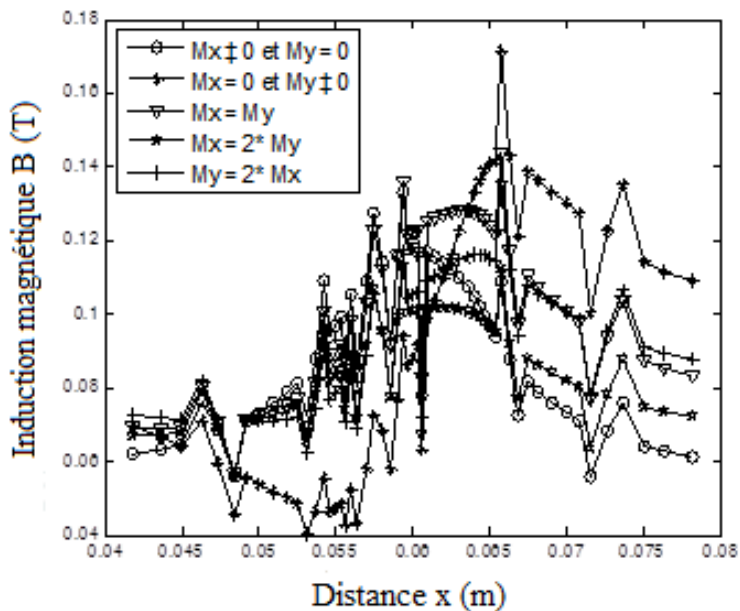
FIGURE 4.13 – Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (g) sur la partie inférieure; (h) sur la partie supérieure.

4.8.1.2 Champ appliqué supérieur au champ coercitif ( $H_a > H_c$ )

La figure (4. 14) illustre la variation de l'induction magnétique pour différentes orientations de l'aimantation magnétique, pour des valeurs du champ appliqué supérieures à la valeur du champ coercitif ( $H_a > H_c$ ).



(i).



(G)

FIGURE 4.14 – Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (i) sur la partie inférieure ; (G) sur la partie supérieure.

## 4.9 Interprétation des résultats

D'après les figures (4. 10, 4. 11 et 4.12) on constate que, lorsque le champ extérieur appliqué est parallèle à la coque ferromagnétique ( $H_y = 0$ ), l'aimantation horizontale ( $M_x$ ) peut atteindre une valeur maximale de (3200 A/m) et une valeur minimale de l'ordre (-800 A/m) sur la frontière inférieure. Par contre sur la partie supérieure sa valeur maximale, est de l'ordre (10500 A/m) et sa valeur minimale de (-100 A/m). De la même manière par rapport à l'induction magnétique, sa valeur varie de  $-0.8 \times 10^{-3}T$  à  $4 \times 10^{-3}T$  sur la frontière inférieure, et d'une valeur qui varie entre  $-0.5 \times 10^{-3}T$  à  $14 \times 10^{-3}T$ .

Et lorsque le champ appliqué est perpendiculaire à la coque ferromagnétique  $H_x = 0$ , l'aimantation verticale varie de -800 A/m à 4800 A/m et la signature magnétique  $B_y$  varie de  $-0.8 \times 10^{-3}T$  à  $6.2 \times 10^{-3}T$  sur la partie inférieure, et sur la partie supérieure de l'ordre de -1000 à 4800 A/m et  $-0.5 \times 10^{-3}T$  à  $7 \times 10^{-3}T$  par rapport à l'induction magnétique. En ce qui concerne les composantes horizontale et verticale du champ rayonné sur la frontière inférieure, elles varient respectivement de 60 à 420 A/m pour la composante horizontale et de 5 à 255 A/m pour la composante verticale, s'agissant de la frontière supérieure les variations sont respectivement de l'ordre 50 à 600 A/m et 0 à 220 A/m.

D'après les résultats présentés sur les figures (4. 13), nous pouvons constater facilement, que les signatures magnétiques sur la frontière inférieure présentent des amplitudes faibles par rapport à celles obtenues sur la frontière supérieure. Sur la figure (4. 13. g), la signature magnétique verticale est dominante par rapport aux autres orientations et valeurs de l'aimantation. Lorsque l'aimantation verticale est deux fois l'aimantation horizontale ( $M_y = 2 \times M_x$ ), la signature magnétique est moyenne et dans le cas où ( $M_x = 2 \times M_y$ ), la signature sera minimale variant de  $-0.8 \times 10^{-3}$  à  $-0.2 \times 10^{-3}T$ . Pour les résultats obtenus sur la frontière supérieure lorsque ( $M_y = 2 \times M_x$ ) ils présentent des amplitudes faibles comparativement aux autres composantes. Les résultats de la figure (4. 14) sont tracés pour des valeurs du champ appliqué supérieures à la valeur du champ coercitif ( $H_a > H_c$ ), les signatures magnétiques obtenues dans ce cas sont beaucoup plus élevées.

A partir des résultats obtenus, il est montré que sous l'effet d'un champ magnétique appliqué de faible valeur, la signature magnétique de la coque présente une amplitude qui est de l'ordre de ( $3 \times 10^{-3}T$ ). Le champ magnétique créé par cette aimantation ne permet pas de modifier le champ magnétique environnant et donc rend invisible la coque du navire.

## 4.10 Effet de la rémanence sur l'énergie du système

### 4.10.1 Expression de l'énergie magnétique

L'énergie magnétique s'obtient par la connaissance de l'évolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique.

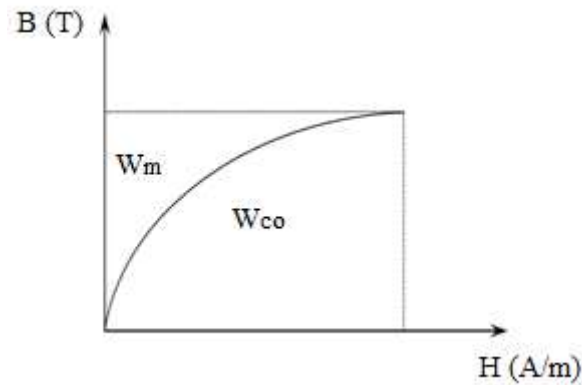


FIGURE 4.15 – Évolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique.

L'énergie magnétique est calculée en utilisant l'équation suivante :

$$W_m = \int_{\Omega} \left[ \int_0^B H dB \right] d\Omega \quad (4.9)$$

Les résultats ci-dessous sont réalisés pour deux conditions initiales différentes, à savoir :

- ◆ La coque ferromagnétique est dans son état désaimanté  $B(0)=0$  ;
- ◆ La coque présente une rémanence  $B(0)=B_r$ .

#### 4.10.2 La coque ferromagnétique est dans son état désaimanté

Les figures (4. 16) et (4.17) représentent l'évolution de l'induction magnétique et l'aimantation en fonction du champ magnétique appliqué dans le cas où la coque ferromagnétique est dans son état désaimanté.

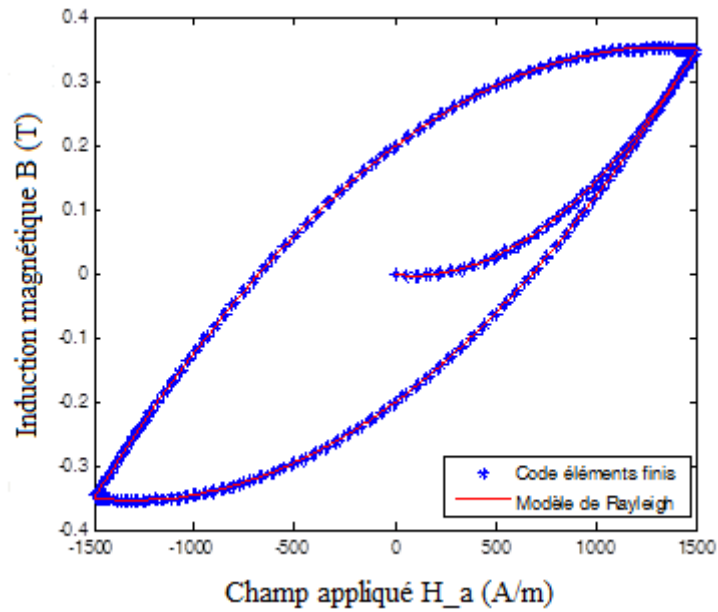


FIGURE 4.16 – Confrontation des cycles d’hystérésis obtenus  $B(H)$  par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique ne présente pas de rémanence  $B(0) = 0$ .

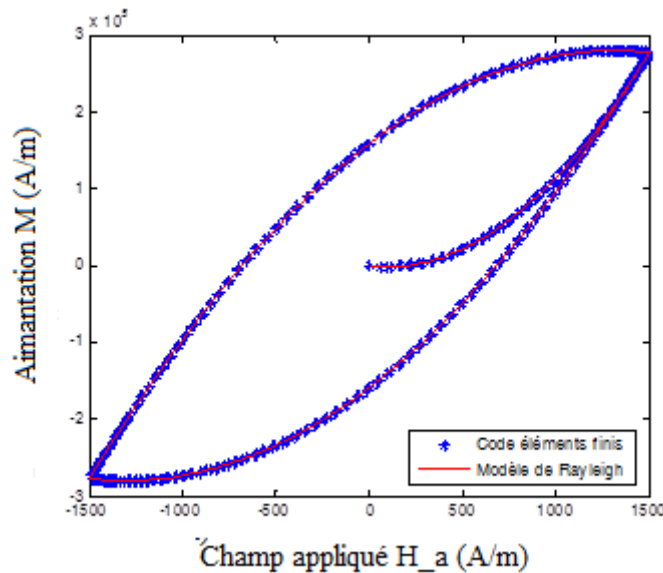


FIGURE 4.17 – Confrontation des cycles d’hystérésis obtenus par calcul éléments finis  $M(H)$  et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $M = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique ne présente pas de rémanence  $B(0) = 0$ .

La figure (4.18) représente la variation de l’induction magnétique en fonction de la distance, pour des valeurs du champ appliqué inférieures à la valeur du champ coercitif ( $H_a < H_c$ ) et lorsque la coque ferromagnétique ne présente pas de rémanence ( $B = 0$ ).

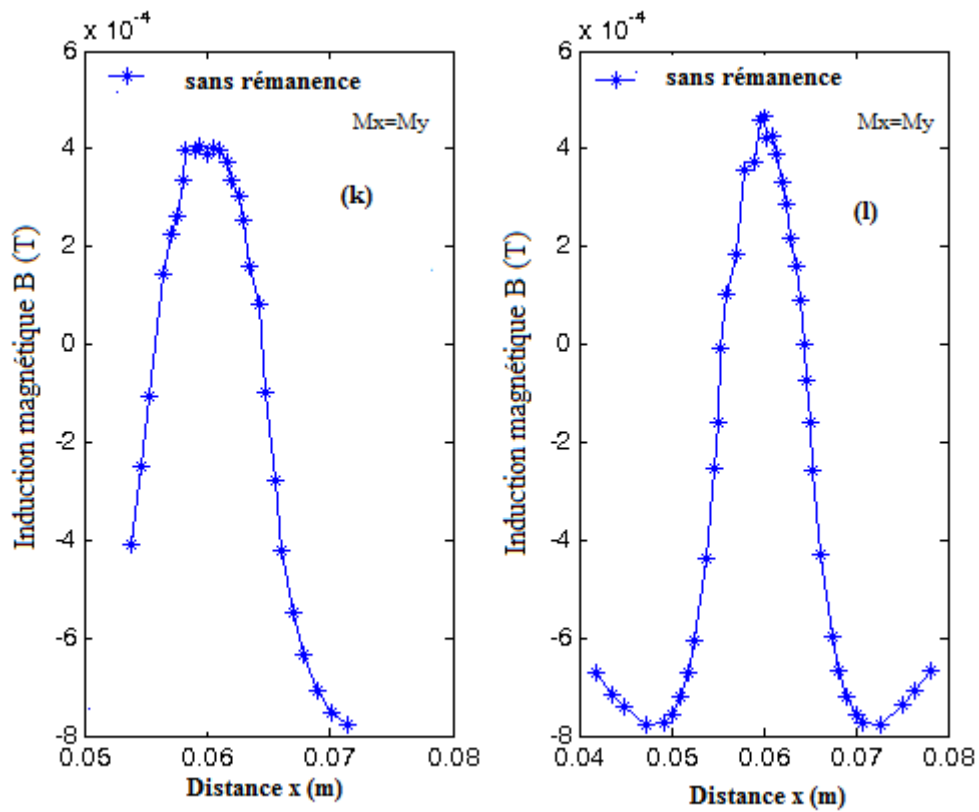


FIGURE 4.18 – Variation de l'aimantation en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (k) sur la partie inférieure ; (l) sur la partie supérieure.

#### 4.10.2.1 Evolution de l'énergie magnétique dans le cas où la coque ferromagnétique ne présente pas une rémanence.

Les figures (4. 19) et (4. 20) illustrent l'évolution de l'énergie magnétique en fonction de temps ( $\frac{5T}{4}$ ) d'excitation respectivement dans un point choisi dans la coque ferromagnétique.

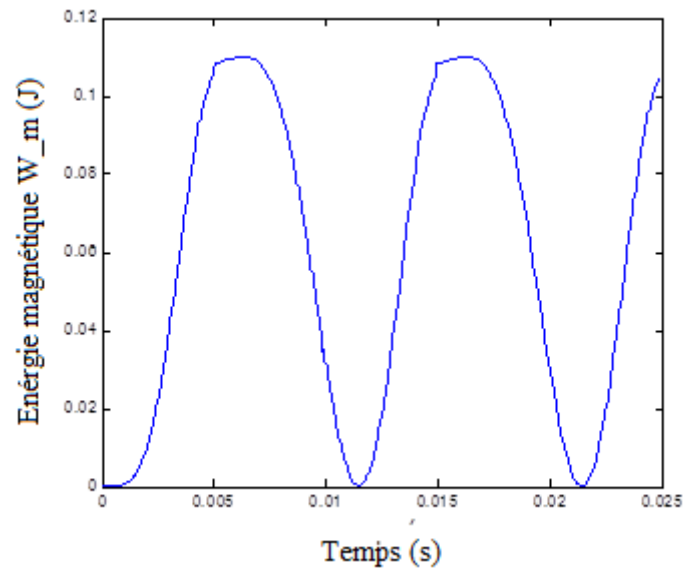


FIGURE 4.19 – Évolution de l'énergie magnétique par unité de volume pour un temps  $(\frac{5T}{4})$  d'excitation pour  $B(0) = 0$ .

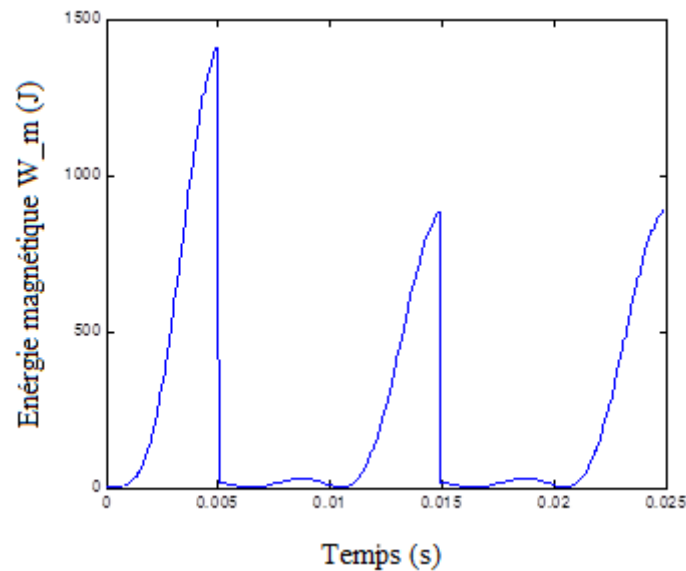


FIGURE 4.20 – Évolution de l'énergie magnétique totale pour un temps  $(\frac{5T}{4})$  d'excitation.

### 4.10.3 La coque ferromagnétique présente une rémanence

Les figures (4.21) et (4.22) illustrent l'évolution de l'induction magnétique et l'aimantation en fonction du champ appliqué dans le cas où la coque ferromagnétique présente une rémanence.

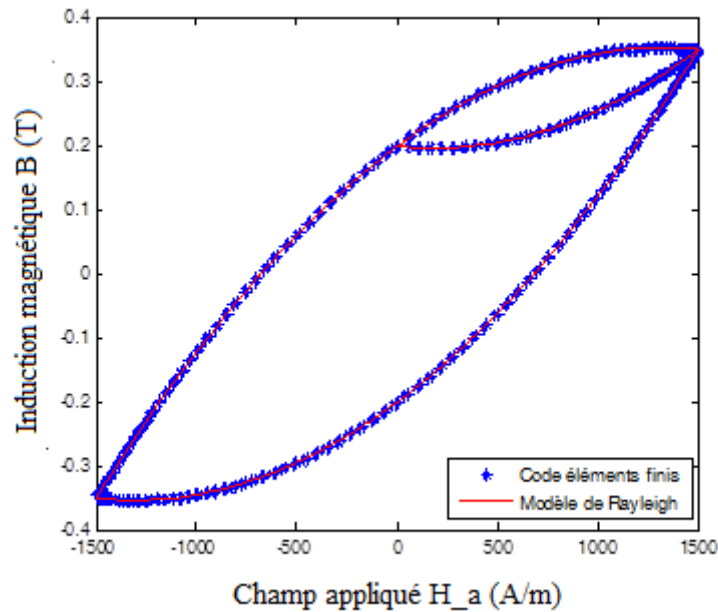


FIGURE 4.21 – Confrontation des cycles d’hystérésis obtenus par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ) ; lorsque la coque ferromagnétique présente une rémanence  $B(0) = B_r$ .

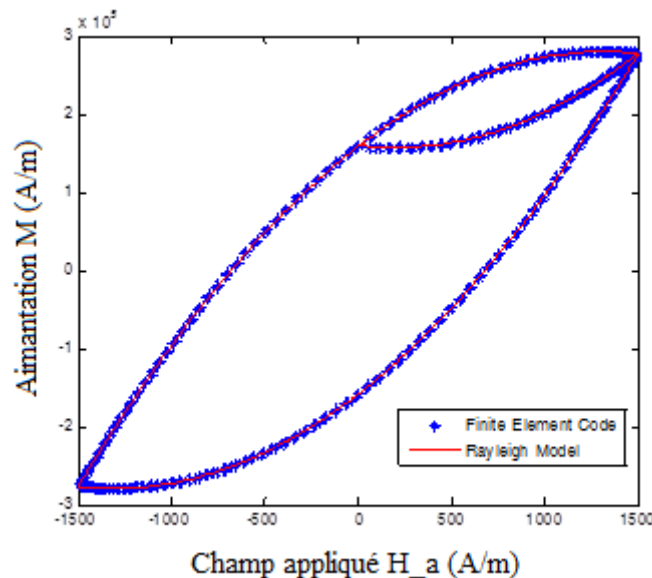


FIGURE 4.22 – Confrontation des cycles d’hystérésis obtenus par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ) ; lorsque la coque ferromagnétique présente une rémanence  $M(0) = M_r$ .

Les figures (4.23) et (4.24) représentent la variation de l’induction magnétique en fonction de la distance, pour des valeurs du champ appliqué inférieures à la valeur du champ coercitif ( $H_a < H_c$ ) et dans les deux cas (avec rémanence ( $B = B_r$ ) et sans rémanence ( $B = 0$ )).

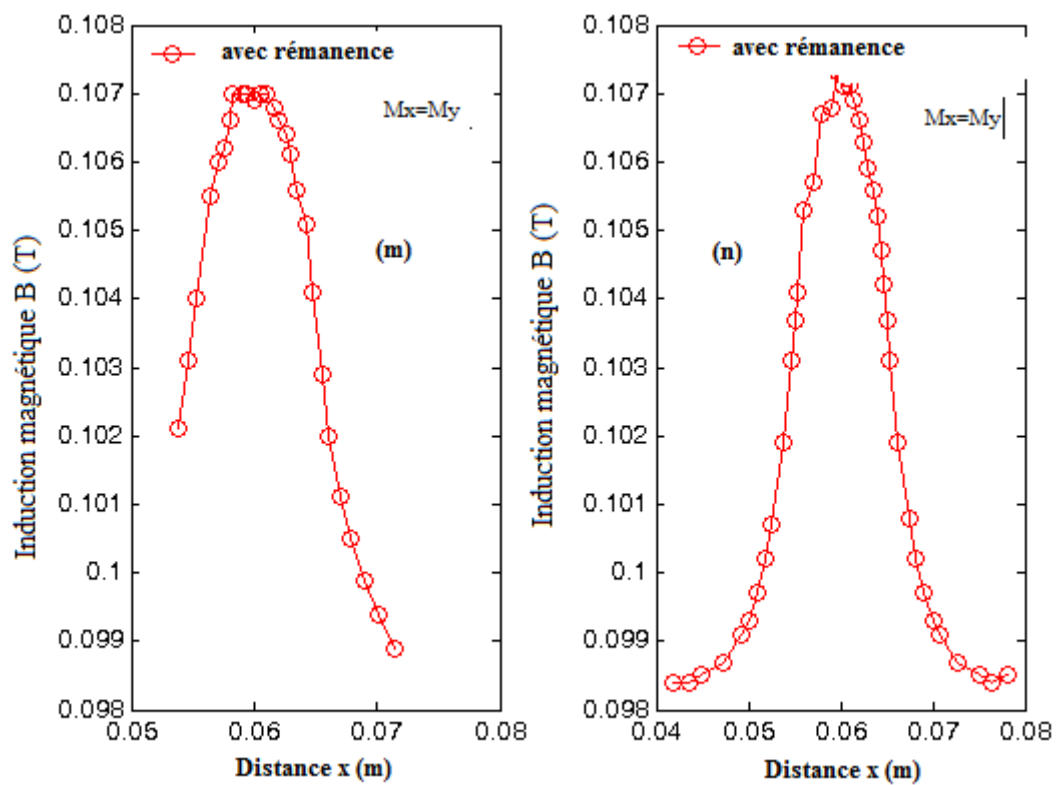


FIGURE 4.23 – Variation de l'induction en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (m) sur la partie inférieure; (n) sur la partie supérieure.

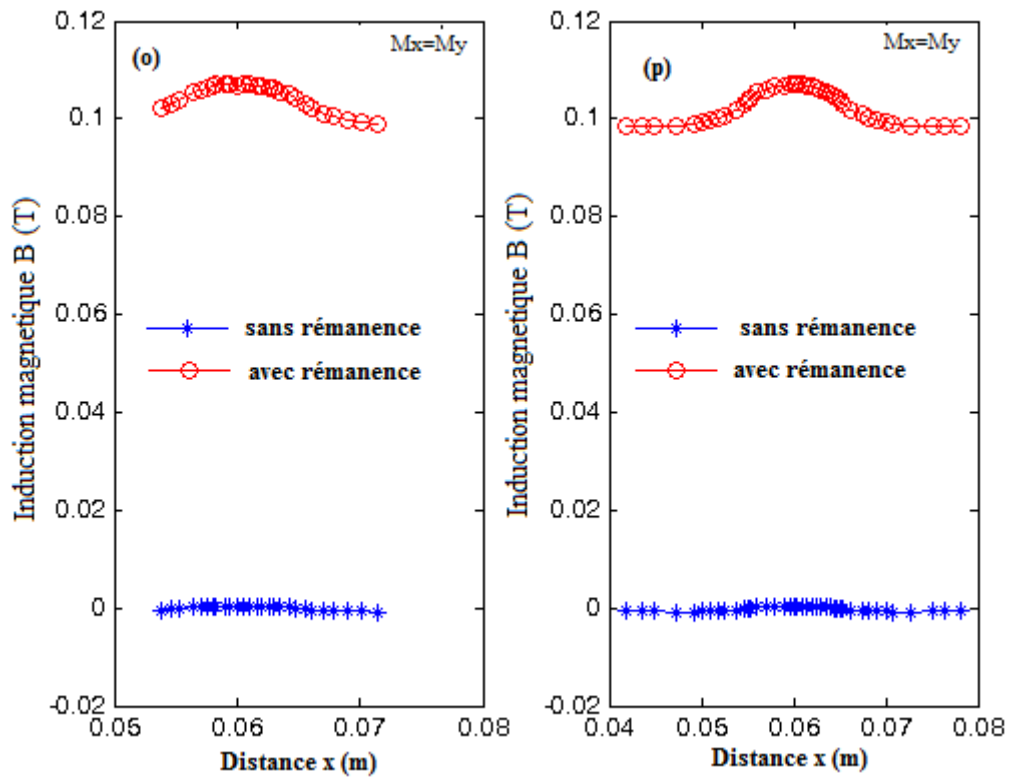


FIGURE 4.24 – Comparaison des courbes de l'induction magnétique dans les deux cas (avec et sans rémanence) en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (o) sur la partie inférieure ; (p) sur la partie supérieure.

4.10.3.1 Evolution de l'énergie magnétique dans le cas où la coque ferromagnétique présente une rémanence

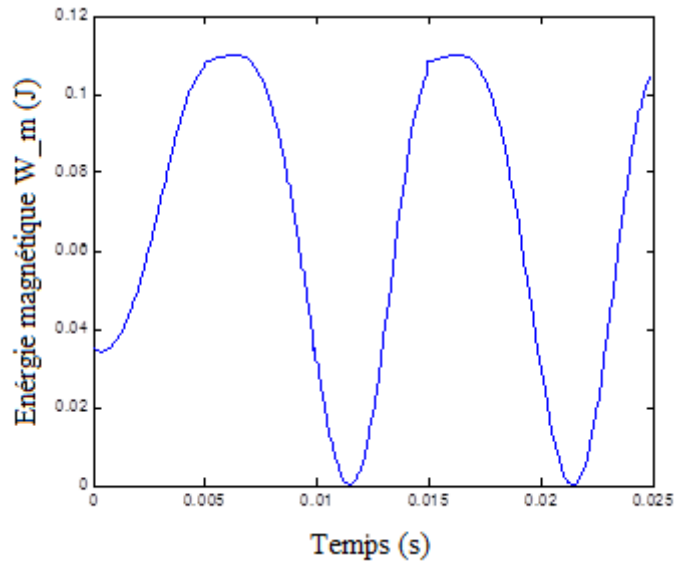


FIGURE 4.25 – Évolution de l'énergie magnétique par unité de volume pour  $(\frac{5T}{4})$  d'excitation pour  $B(0) = B_r$ .

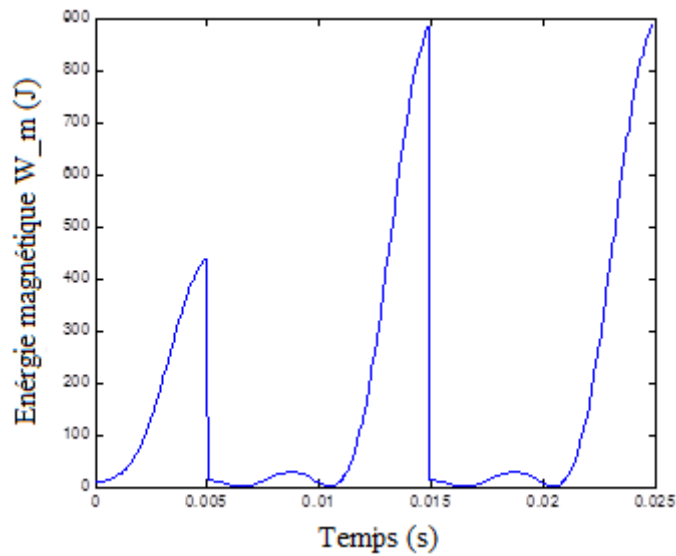


FIGURE 4.26 – Évolution de l'énergie magnétique totale pour  $(5T/4)$  d'excitation avec  $B(0) = B_r$ .

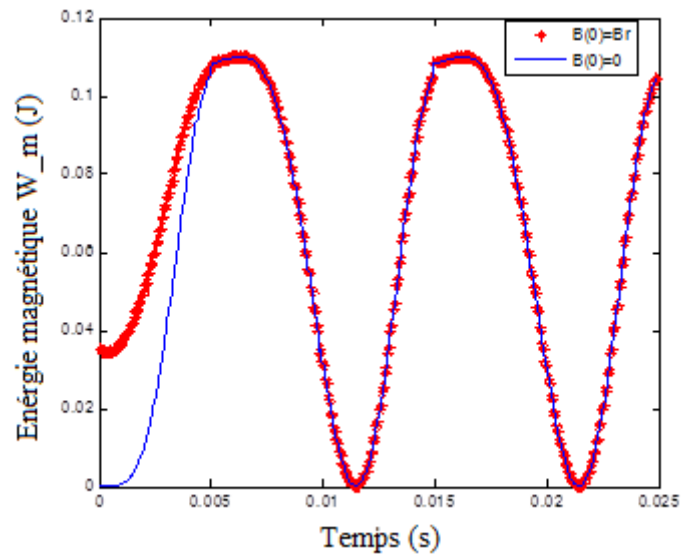


FIGURE 4.27 – Comparaison des courbes d'énergie magnétique par unité de volume pour  $(5T/4)$  d'excitation dans le cas  $B(0) = B_r$  et  $B(0) = 0$ .

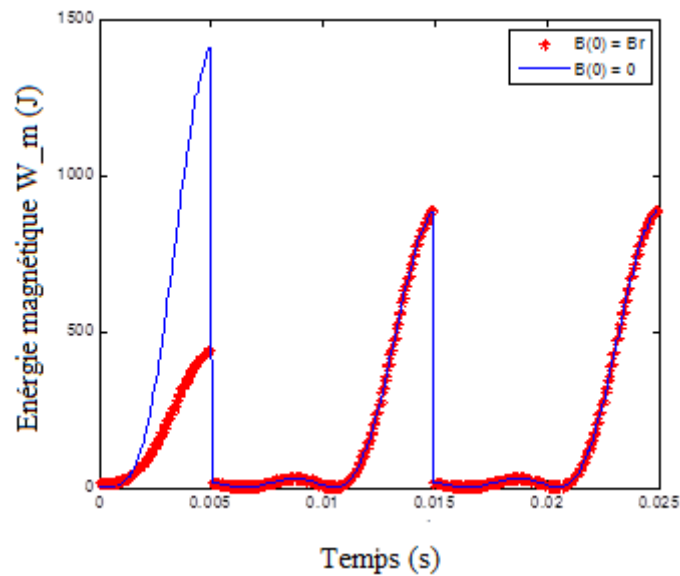


FIGURE 4.28 – Comparaison des courbes de l'énergie magnétique totale pour  $(5T/4)$  d'excitation dans le cas  $B(0) = B_r$  et  $B(0) = 0$ .

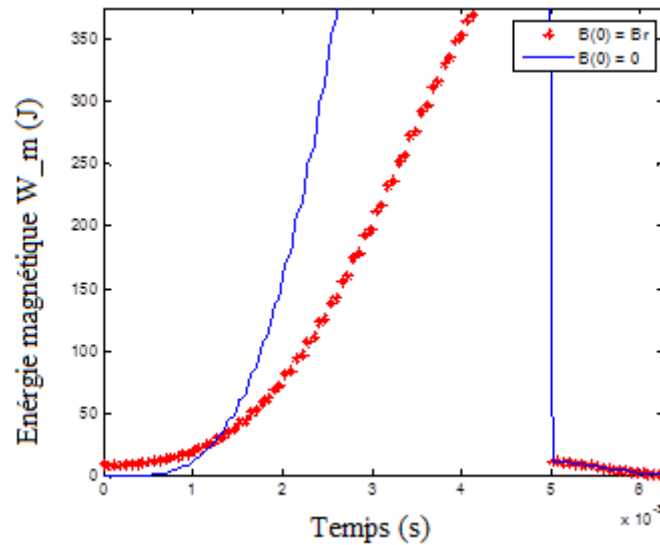


FIGURE 4.29 – Zoom des courbes de l'énergie magnétique totale pour  $B(0) = B_r$  et  $B(0) = 0$ .

Selon les résultats représentés dans les figures (4.27), (4.28) et (4.29), on remarque que l'énergie magnétique initiale dans le cas où le système présente une rémanence est grande par rapport à celle où le système est à son état démagnétisé. Ensuite, le système commence à perdre son énergie pour atteindre une valeur médiane de l'ordre de (435 J) avec un temps ( $\frac{T}{4}$ ) d'excitation; d'autre part, dans le deuxième cas, l'énergie est maximale (1410J). Au-delà de cette période, la variation d'énergie dans les deux cas ( $B(0) = 0, B(0) = B_r$ ) évolue de la même manière.

La première partie de ce chapitre sera consacrée à réaliser une modélisation par éléments finis de l'équation de la magnétostatique sans courant en hypothèse  $2D$  non linéaire. Le problème étudié traite de l'interaction magnétique entre le champ magnétique produit par une source de champ lointaine (terrestre) et un milieu ferromagnétique représentant la coque d'un navire. Le milieu ferromagnétique est représenté par la courbe  $B - H$  obtenue à partir du modèle de Rayleigh. L'hystérésis magnétique est ainsi intégrée dans le calcul par éléments finis du champ produit par la coque ferromagnétique à travers le modèle de Rayleigh. Une distribution du champ magnétique en tout point du domaine de résolution est ainsi obtenue et en particulier au voisinage de la coque ferromagnétique.

Deuxième partie

Partie expérimentale

L'objectif de cette partie est la détermination expérimentale des caractéristiques magnétiques des tôles marines (S235) utilisées dans la construction des coques de navires et leur comparaison avec les résultats déterminés théoriquement. Les tôles étudiées proviennent de l'entreprise nationale de réparation navale à Alger (ERENAV). La caractérisation de ces tôles est faite à l'aide du cadre d'Epstein en champ alternatif à la fréquence 50 Hz au niveau de l'entreprise Electro-industries d'Azazga.

### 4.11 Caractéristiques des tôles marines

#### 4.11.1 Généralités

Les tôles marines en acier noir de grade A seront conçues pour la construction et la réparation de navires. Elles doivent avoir une bonne finition, sans défauts de surface ou internes et être livrées sans déformation.

#### 4.11.2 Grades d'acier

Les aciers sont classés sur la base d'un niveau de limite d'élasticité minimum  $R_{eH}(N/mm^2)$ , résistance normale ( $R_{eH} = 235$ ) et haute résistance (32 :  $R_{eH} = 315$ , 36 :  $R_{eH} = 355$ , 40 :  $R_{eH} = 390$ ).

Les aciers de résistance normale sont divisés en quatre grades : A, B, D et E. Les lettres A, B, D et E signifient que les propriétés de flexion par choc sont vérifiées à +20, 0, -20 et  $-40^{\circ}C$ , respectivement.

Les aciers à haute résistance sont divisés en quatre grades identifiées par les lettres AH, DH, EH et FH suivies d'un nombre relatif au niveau de limite d'élasticité. Les lettres AH, DH, EH et FH signifient que les propriétés de flexion par choc sont vérifiées à 0, -20, -40 et  $-60^{\circ}C$ , respectivement.

### 4.11.3 Composition chimique et procédé de désoxydation

TABLE 4.2 – Tableau représentant la composition chimique et procédé de désoxydation

(1) : Après qualification spéciale de la Société, l'utilisation d'acier effervescent pour la fabrication de profilés jusqu'à une épaisseur de 12,5 mm peut être acceptée.

(2) : Quel que soit le grade pour l'état de livraison laminage thermomécanique, la Société peut permettre ou prescrire des variations de la composition chimique spécifiée ; ces dernières doivent être indiquées lors de la qualification.

(3) : La Société peut limiter le montant des éléments résiduels qui peuvent avoir un effet contraire sur la mise en œuvre et l'utilisation de l'acier, par exemple, le cuivre et l'étain.

(4) : Si des additions de tout autre élément font partie du procédé de fabrication de l'acier, la teneur doit en être indiquée dans le certificat d'analyse de coulée.

(5) :  $C + 1/6 Mn$  ne doit pas dépasser 0,40%. (6) : Max. 0,23 (7) : Quand on pratique des essais de flexion par choc sur de l'acier de grade B, la teneur minimum en manganèse peut être réduite à 0,60%.

(8) : Al est prescrit pour une épaisseur supérieure à 25 mm.

(9) : La teneur totale en aluminium peut être déterminée au lieu de la teneur soluble dans l'acide. Dans ce cas, la teneur totale en aluminium ne doit pas être inférieure à 0,020 %. On peut utiliser d'autres éléments affineurs de grain adéquats sous réserve de qualification particulière de la Société.

Grade d'acier	A	B	D	E
Procédé de désoxydation suivant l'épaisseur $t$ (mm)	$t \leq 50mm$ : tout procédé sauf effervescent (1) - $t > 50mm$ : calmé	$t \leq 50$ mm : tout procédé sauf effervescent - $t > 50$ mm : calmé	$t \leq 25$ mm : calmé - $t > 25$ mm : calmé et traité à grain fin	calmé et traité à grain fin
Composition chimique (%) (2), (3), (4)	/	/	/	/
$C_{max}$ (5)	0,21 (6)	0,21	0,21	0,18
$Mn_{min}$ (5)	2,5 x C	0,80 (7)	0,60	0,70
$Si_{max}$ (5)	0,50	0,35	0,35	0,35
$P_{max}$	0,035	0,035	0,035	0,035
$S_{max}$	0,035	0,035	0,035	0,035
Al (soluble dans l'acide) min	/	0,015 (8) (9)	/	0,015 (9)

## 4.12 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental, représenté sur la figure (4.30), est constitué de :

- ◆ Une source de tension alternative variable à 50 Hz ;
- ◆ Un cadre d'Epstein à 700 spires ;
- ◆ Analyseur d'Epstein ;
- ◆ Un oscilloscope numérique relié à un micro-ordinateur doté du logiciel « SP107E »



FIGURE 4.30 – Dispositif expérimental.

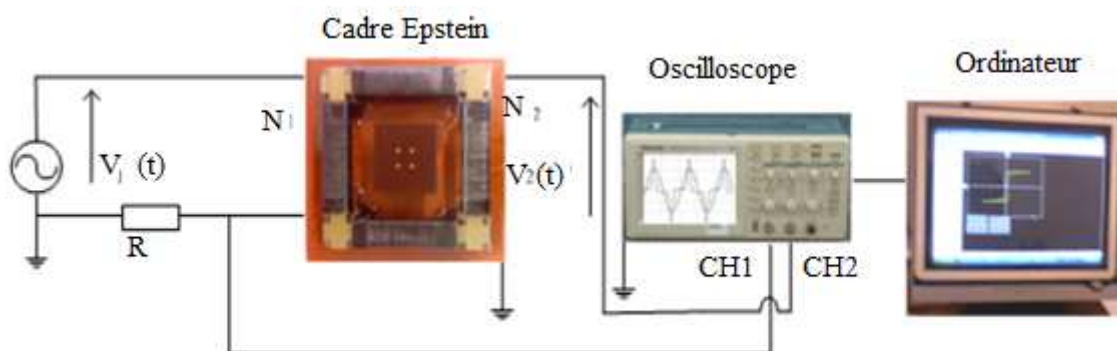


FIGURE 4.31 – Schéma synoptique du dispositif expérimental.

### 4.12.1 Présentation du cadre d'Epstein utilisé

Le cadre d'Epstein contenant les tôles pour lesquelles seront effectuées les mesures constitue un transformateur, avec des bobinages primaires et secondaires. Il est constitué de 4 caniveaux bobinés, montés en carré, recouverts de plusieurs bobinages à fonctions variées.

Une inductance mutuelle de compensation du flux dans l'air est présente au centre du cadre.

Les enroulements sont répartis uniformément sur plusieurs couches entrelacées et des bornes d'alimentation et de mesure sont raccordées à leurs extrémités.

L'enroulement d'alimentation (primaire) est bobiné à l'extérieur tandis que l'enroulement de tension (secondaire) est bobiné à l'intérieur.

L'inductance mutuelle a été ajustée afin de compenser le flux total dans l'air.

L'enroulement primaire de l'inductance mutuelle est connecté en série avec l'enroulement primaire du cadre d'Epstein, alors que l'enroulement secondaire de l'inductance mutuelle est connecté en opposition avec l'enroulement secondaire du cadre d'Epstein.

Des sabots isolants permettent un bon positionnement des tôles dans les angles. Les tôles doivent être insérées dans les caniveaux selon la méthode du joint à double recouvrement (Figure 4.32).

#### 4.12.1.1 Particularités du cadre d'Epstein

- ◆ Cadre normalisé dit " Cadre Epstein de 25 cm"
- ◆ Longueur conventionnelle effective du circuit magnétique :  $l_m = 0.94m$
- ◆ Enroulement primaire (excitation) en alternatif :
  - $N_1=700$  spires entre bornes A et B
- ◆ Enroulement secondaire (mesure) en alternatif :
  - $N_2=700$  spires entre bornes C et D
- ◆ Enroulement supplémentaire pour des mesures en courant continu :
  - Primaire :  $N_1 = 400$  spires entre bornes A et E
  - Secondaire :  $N_2 = 800$  spires entre bornes K et L

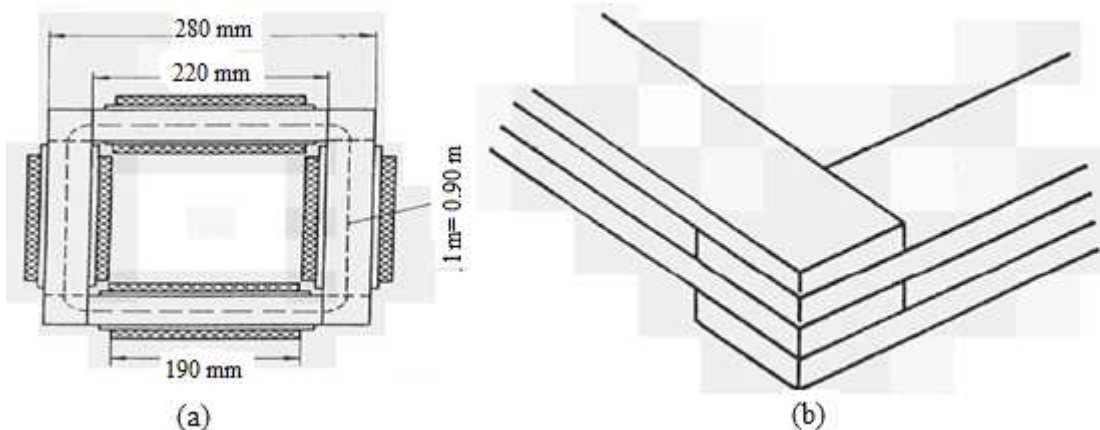


FIGURE 4.32 – (a) : Joint à double recouvrement, (b) : Cadre Epstein de 25 cm.

#### 4.12.2 Analyseur d'Epstein

Le cadre d'Epstein est relié a un analyseur via une liaison série RS232. Cette liaison permet à l'analyseur d'acquérir les données de mesures et d'imposer les grandeurs de commande de

l'essai voulu en termes de fréquence, d'induction maximale, etc. il contient aussi deux sorties, l'une pour l'induction et l'autre pour le champ magnétique, ce qui permet la visualisation du cycle à l'aide d'un oscilloscope. Cet analyseur comprend les éléments suivants :

#### 4.12.2.1 Voltmètre de flux

- Détermine la valeur crête de l'intégrale de la tension aux bornes de secondaire du cadre d'essai, seule méthode permettant une lecture directe de  $B$ , quelles que soient la forme d'onde et la fréquence.

- Valeur maximale :  $B = 2.5T$

- Les paramètres " Section d'échantillon " et " Nombre de spires au secondaire " doivent être renseignés pour une mise à l'échelle correcte.

- Le signal d'entrée du voltmètre de flux se trouve sur les bornes " tension " du wattmètre. - L'enroulement primaire du cadre est parcouru par le courant  $I_2$ . La variation du flux, induit dans l'enroulement secondaire une tension  $v_2$ .

- L'induction magnétique  $B$  est obtenue à partir de l'intégration de la mesure de la tension  $v_2$  au secondaire en utilisant la loi de Faraday.

$$U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (4.10)$$

avec

$$\Phi = B \times S_a \quad (4.11)$$

A partir de l'équation (4.10) et (4.11) on trouve :

$$B = \frac{1}{N_2} \int U_2 \cdot dt \quad (4.12)$$

• Section utile de l'éprouvette

La section  $S_a$  est donnée par l'équation :

$$S_a = \frac{m}{4l\rho} \quad (4.13)$$

avec :

$S_a$  : Section active du circuit magnétique [ $m^2$ ].

$l$  : Longueur d'une bande exprimée en mètre (ou moyenne des longueurs de toutes les bandes).

$\rho$  : Masse volumique du matériau en essai exprimée en kilogramme par mètre cube.

**Remarque :** ♦ La densité de courant ( $J$ ) et l'induction ( $B$ ) sont considérées suffisamment proches pour être confondues.

- ◆ Réellement, le voltmètre de flux mesure effectivement la polarisation magnétique ( $J$ )
- ◆ Pour retrouver la valeur exacte de l'induction, il convient de corriger les valeurs obtenues par le terme  $\mu_0 H$  selon la formule :

$$B = J + \mu_0 H \quad (4.14)$$

##### 4.12.2.2 Ampèremètre de champ

- La mesure du courant magnétisant crête est effectuée à l'aide du capteur à effet Hall à large bande et de grande précision.
- Valeur maximale :  $H = 100 \text{ KA/m}$ .
- Les paramètres " Longueur conventionnelle " et " Nombre de spires au primaire " doivent être renseignés pour une mise à l'échelle correcte.
- Le signal d'entrée de l'ampèremètre de flux se trouve sur les bornes A et S repérées " Ampèremètre de champ".
- Le champ est alors calculé par l'application du théorème d'ampère, de la façon suivante :

$$H = \frac{N_1}{l_m} \times I_1 \quad (4.15)$$

avec :

$H$  : champ magnétique crête appliqué sur une période [A/m].

$l_m$  : longueur moyenne du circuit magnétique constitué par le cadre d'Epstein.

$I_1$  : Courant crête au primaire.

##### 4.12.2.3 Wattmètre à faible $\cos\Phi$

- La mesure de puissance est effectuée par un multiplieur analogique de précision compensé en température.
- Les calibres de tension et de courant permettent l'extension des mesures pour un  $\cos\Phi$  allant jusqu'à 0.01.
- Toutes les pertes sont prises en compte dans cette mesure de puissance (pertes par courant de Foucault et pertes par hystérésis) qui correspond aux pertes totales spécifiques mesurées en watts par kilogramme.
- Les paramètres " Masse active " et " Nombre de spires au primaire et au secondaire " doivent être renseignés pour une mise à l'échelle correcte.
- Les signaux d'entrée du Wattmètre correspondent aux bornes courant et tension repérées " Wattmètre".
- Les pertes totales spécifiques sont calculées par la formule suivante :

$$P_s = \frac{P_w N_1}{m_a N_2} \quad (4.16)$$

avec :

$P_w$  : Puissance active absorbée, mesurée par un wattmètre [W].

$m_a$  : Masse active [Kg].

- Masse active de l'éprouvette.

Cette grandeur correspond à la masse de l'éprouvette qui est active magnétiquement (cette masse ne prend pas en compte la matière située en dehors du circuit magnétique).

La masse active de l'éprouvette est donnée par l'équation :

$$m_a = \frac{I_m}{4l} \times m \quad (4.17)$$

$m$  : Masse totale des bandes à tester [Kg].

$l$  : longueur d'une bande (ou moyenne des longueurs de toutes les bandes) [ $m^2$ ].

##### 4.12.2.4 Voltmètre efficace

- Détermine la valeur efficace varie de la tension de mesure au secondaire du cadre.
- Permet de calculer la puissance apparente spécifique.
- Le signal d'entrée du voltmètre efficace se trouve sur les bornes " tension " du Wattmètre.

##### 4.12.2.5 Ampèremètre efficace

- Détermine la valeur efficace varie du courant inducteur au primaire du cadre.
- Permet de calculer la puissance apparente spécifique.
- Le signal d'entrée de l'ampèremètre efficace se trouve sur les bornes A et S de l'ampèremètre de champ.

##### 4.12.2.6 Fréquencemètre

- Détermine la fréquence du signal de tension au secondaire du cadre.
- Nécessite une tension minimale afin de réaliser la mesure. - Le signal d'entrée du fréquencemètre se trouve sur les bornes " tension " du Wattmètre.

##### 4.12.2.7 Calcul de la puissance apparente

- Calcul effectué par le microcontrôleur à partir des informations fournies par l'ampèremètre efficace et le voltmètre efficace.

- Les paramètres " Masse active " et " Nombre de spires au primaire et au secondaire " doivent être renseignés pour une mise à l'échelle correcte.
- La formule de la puissance apparente est :

$$S_s = \frac{I_{RMS} \times U_{RMS} \times N_1}{m_a \times N_2} \quad (4.18)$$

avec :

$U_{RMS}$  : valeur efficace de la tension ;  $I_{RMS}$  : valeur efficace de courant ;

## 4.13 Modes de fonctionnement et analyseur

### 4.13.1 Généralités

L'analyseur possède trois modes de fonctionnement :

- ◆ Mode automatique avec pilotage par PC
- ◆ Mode manuel pour des mesures à des tensions sélectionnées manuellement par l'opérateur
- ◆ Mode paramétrage.

- A la mise sous tension, le mode par défaut est le mode automatique.

Dans le cas d'un essai en mode automatique, le paramétrage s'effectue sur le logiciel de contrôle.

- Pour passer du mode automatique au mode manuel, il suffit d'appuyer sur le bouton R.A.Z.
- Le passage du mode manuel au mode automatique est géré par le PC via la liaison série.
- En mode manuel, il est possible de passer au mode paramétrage en sélectionnant les touches < - > et « - >. Le retour au mode manuel s'effectue en appuyant sur les touches < VAL > ou < ESC >

### 4.13.2 Observation des courbes d'Hystérésis

Le rack Mesure d'Epstein possède en face avant deux prises coaxiales BNC de sorties induction et champ.

Le niveau de sortie est de  $\pm 4$  Volts pour 1 Tesla avec maxi  $\pm 10$  Volts, et  $\pm 1$  Volt pour :

0,1 KA/m sur calibre 1A crête ;

1 KA/m sur calibre 4A et 10 A crête ;

10 KA/m sur calibre 40A et 100 A crête ;

La précision des valeurs de sortie est de  $\pm 1\%$ .

Un oscilloscope à 2 Volts raccordé directement sur ces sorties, commuté en fonctionnent X-Y avec sensibilité adaptée à ces niveaux, représentera la courbe d'Hystérésis complète, avec possibilité de terminer, par le passage à zéro des deux axes, les valeurs de l'induction rémanente et du champ coercitif.

### 4.13.3 Caractéristiques des tôles étudiées

Nous nous sommes intéressés dans notre étude à un échantillon de tôles marines (S235) d'épaisseur 4 mm. Cet échantillon est composé de 04 tôles ayant subi un recuit de normalisation à une température de  $912^{\circ}\text{C}$  pendant trente minutes suivi d'un refroidissement lent au four (figure 4.33).



FIGURE 4.33 – Tôles d'acier étudiées.

La masse volumique de ces échantillons est  $\rho = 7850\text{kg}/\text{m}^3$  et de masse active  $m_a = 0.771\text{kg}$ .

## 4.14 Résultats expérimentaux

### 4.14.1 Caractéristiques magnétiques sans recuit (juste après découpe)

Les figures (4.34-4.37) illustrent l'évolution de la perméabilité magnétique, l'induction magnétique, pertes magnétiques et la puissance apparente en fonction du champ magnétique.

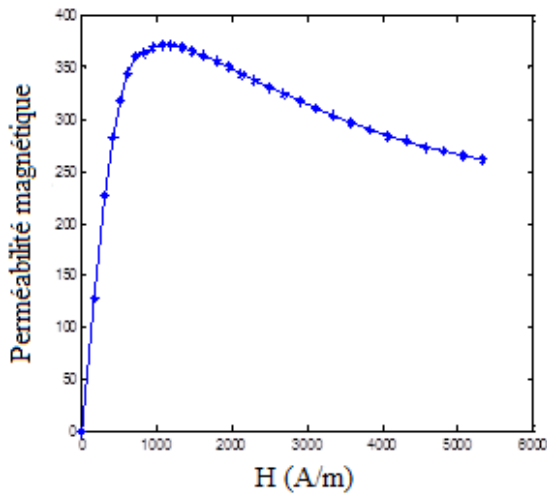


FIGURE 4.34 – (Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique)

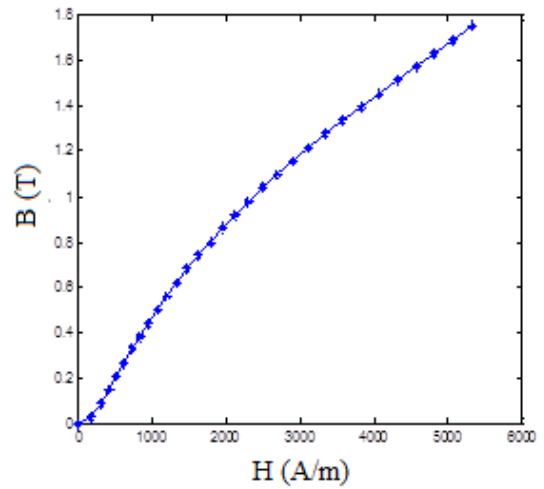


FIGURE 4.35 – (Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique).

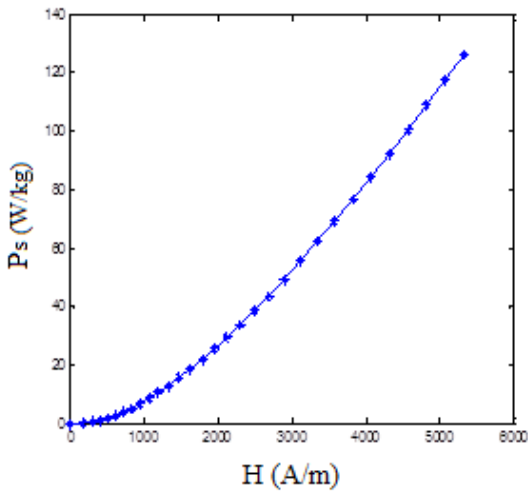


FIGURE 4.36 – (Caractéristiques des pertes magnétique en fonction du champ magnétique)

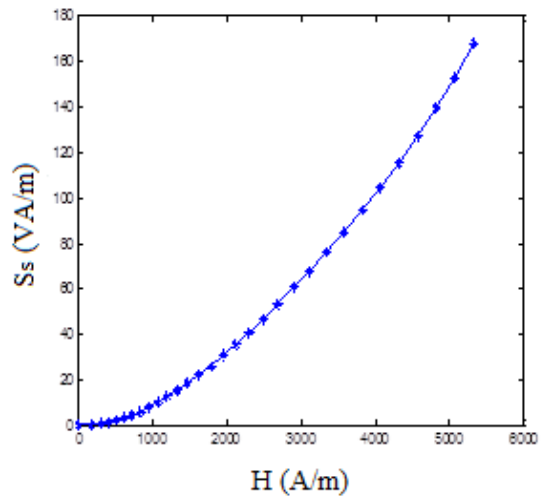


FIGURE 4.37 – Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique.

#### 4.14.2 Caractéristiques magnétiques avec recuit

Les figures (4.38-4.41) représentent la perméabilité magnétique, l'induction magnétique, pertes magnétiques et la puissance apparente en fonction de champ magnétique après avoir subit un traitement thermique (recuit de normalisation) consistant en un chauffage des tôles à une température suffisante pour assurer son équilibre physico-chimique et structural suivi d'un refroidissement lent au four.

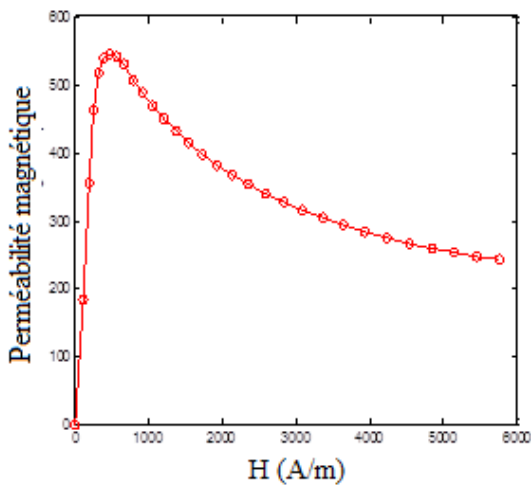


FIGURE 4.38 – Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique.

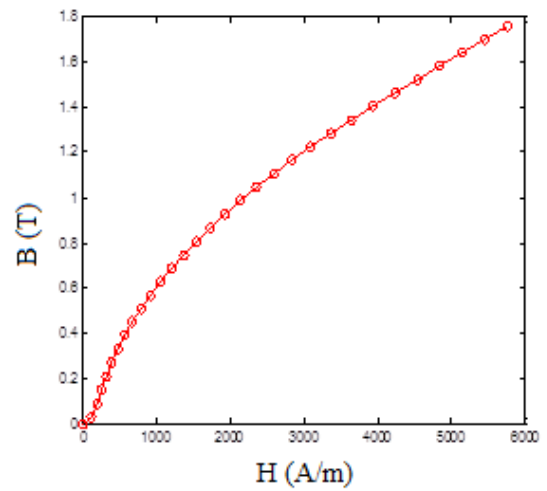


FIGURE 4.39 – Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique.

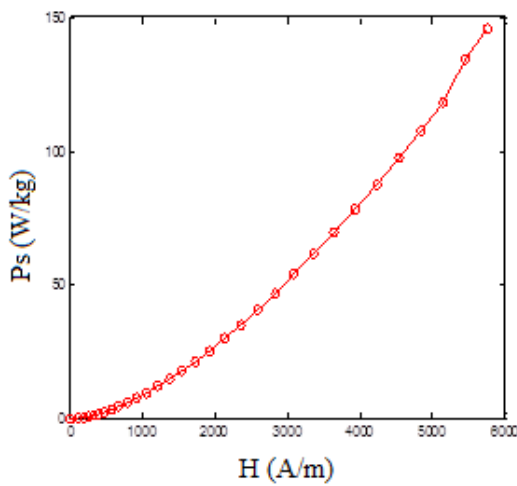


FIGURE 4.40 – Caractéristique des pertes magnétique en fonction du champ magnétique

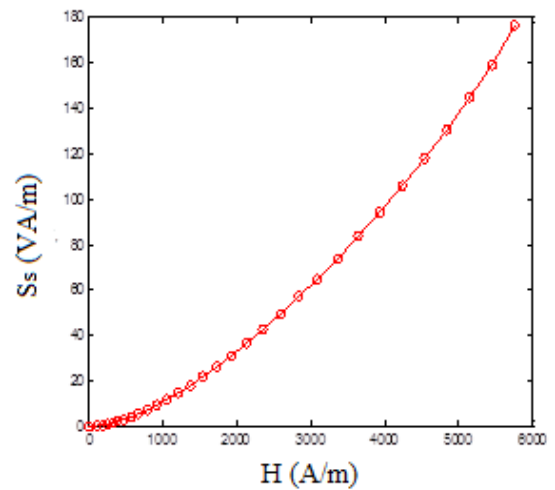


FIGURE 4.41 – Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique.

### 4.14.3 Comparaison entre les caractéristiques magnétiques avec et sans recuit

Les figures qui suivent (4.42 à 4.45) représentent la comparaison entre les caractéristiques magnétiques avec et sans recuit de normalisation.

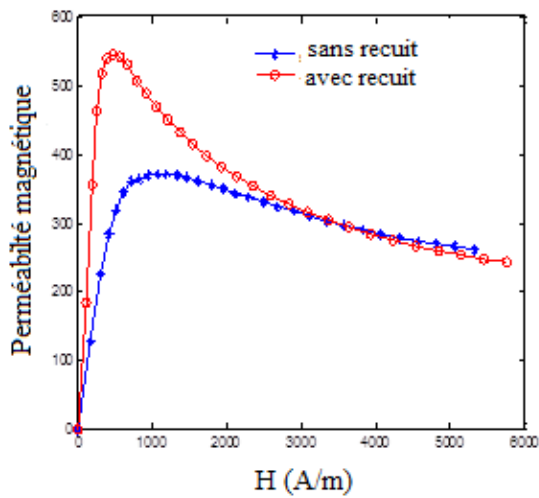


FIGURE 4.42 – Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique

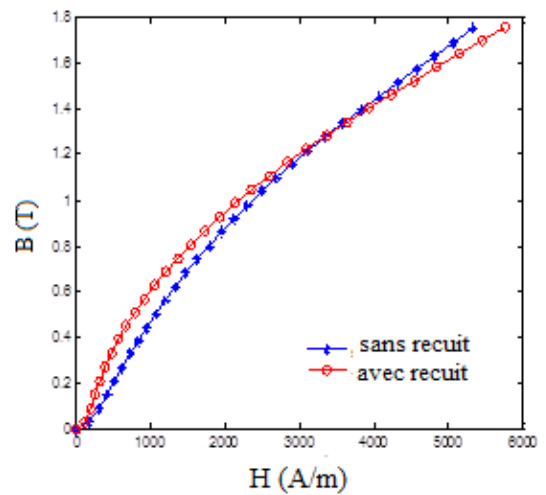


FIGURE 4.43 – Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique.

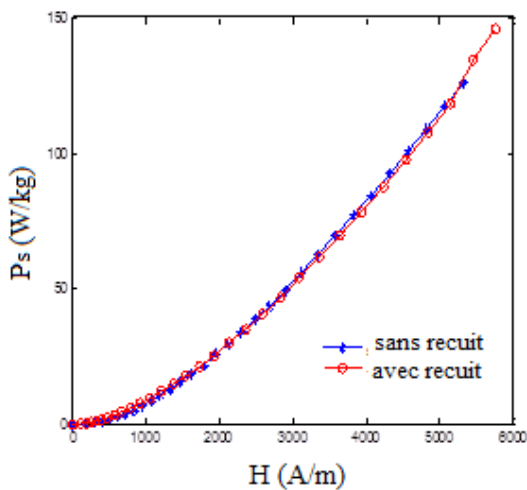


FIGURE 4.44 – Caractéristique des pertes magnétiques en fonction du champ magnétique.

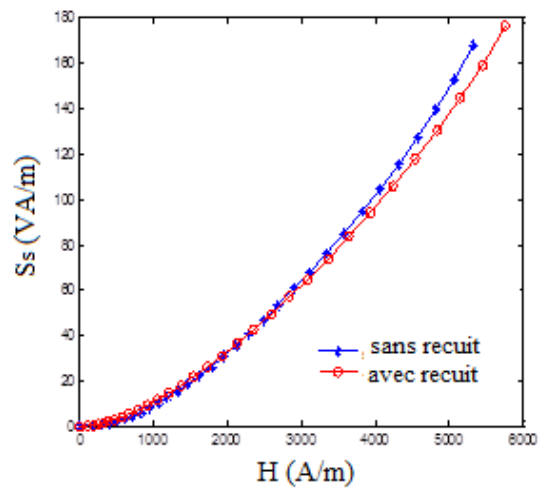


FIGURE 4.45 – Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique.

## 4.15 Visualisation des cycles d'hystérésis

Dans les figures ci-dessous, on donne l'allure de l'induction magnétique  $B(t)$ , l'allure du champ  $H(t)$  et les cycles d'hystérésis pour différentes valeurs de l'induction magnétique maximale sous une excitation sinusoïdale de fréquence 50 Hz pour les deux cas.

### 4.15.1 Cycles d'hystérésis juste après découpe

L'allure de l'induction magnétique, du champ magnétique et les cycles d'hystérésis engendrés juste après découpe sont donnés sur les figures 4.46 à 4.50.

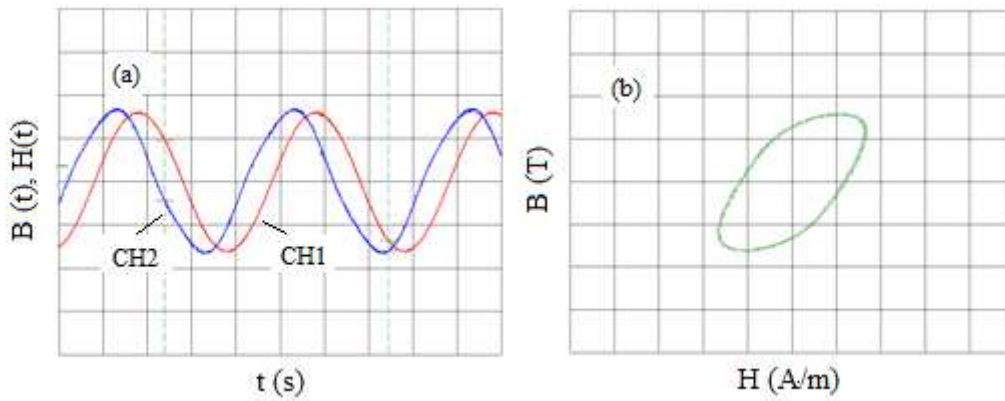


FIGURE 4.46 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.35\text{T}$ ,  $H_{max}=843\text{ A/m}$ , CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

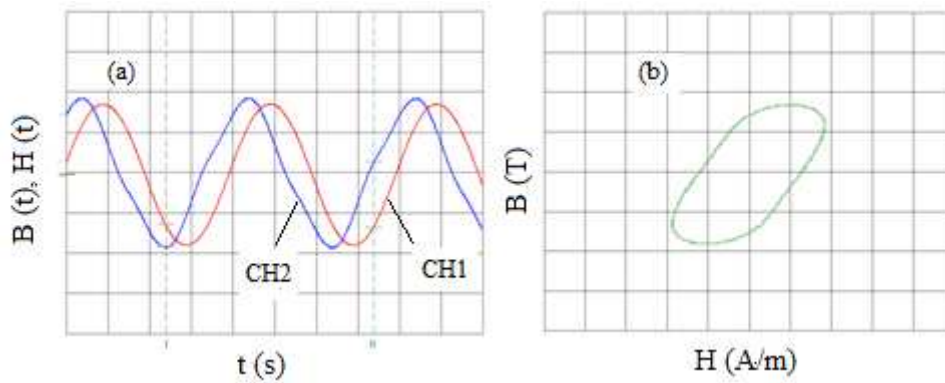


FIGURE 4.47 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.8\text{T}$ ,  $H_{max}=1857\text{ A/m}$ , CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

4.15. VISUALISATION DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS

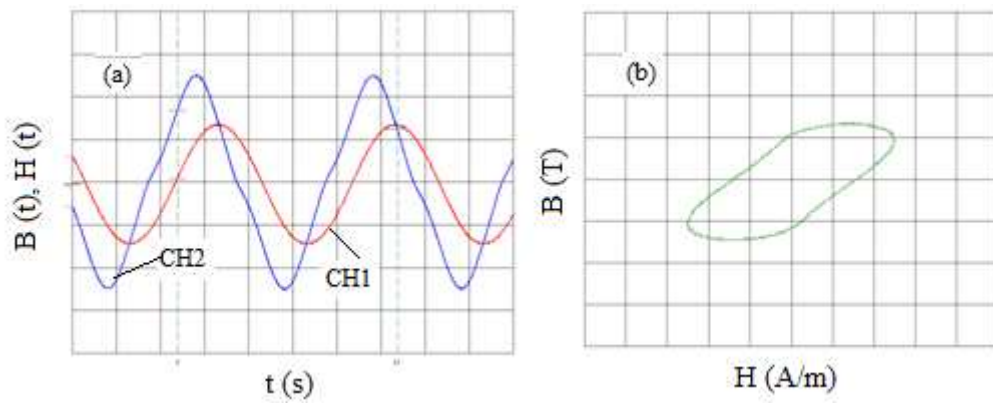


FIGURE 4.48 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1,622T$ ,  $H_{max}=5000$  A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

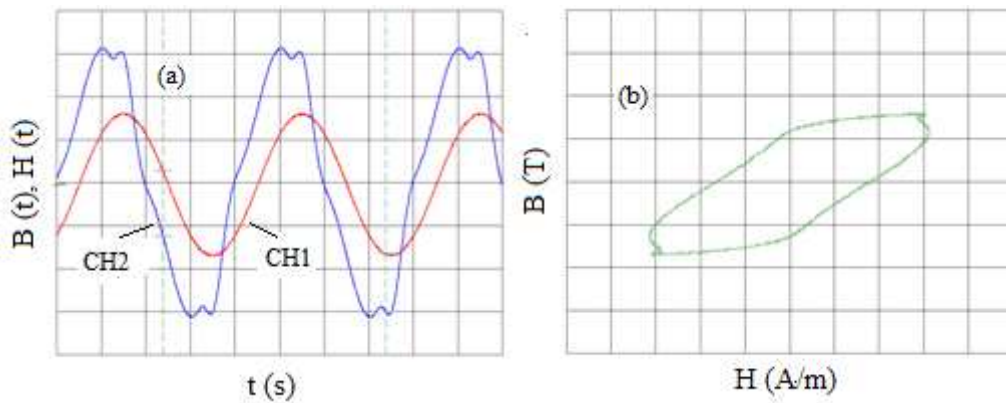


FIGURE 4.49 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1,919T$ ,  $H_{max}=6217$  A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

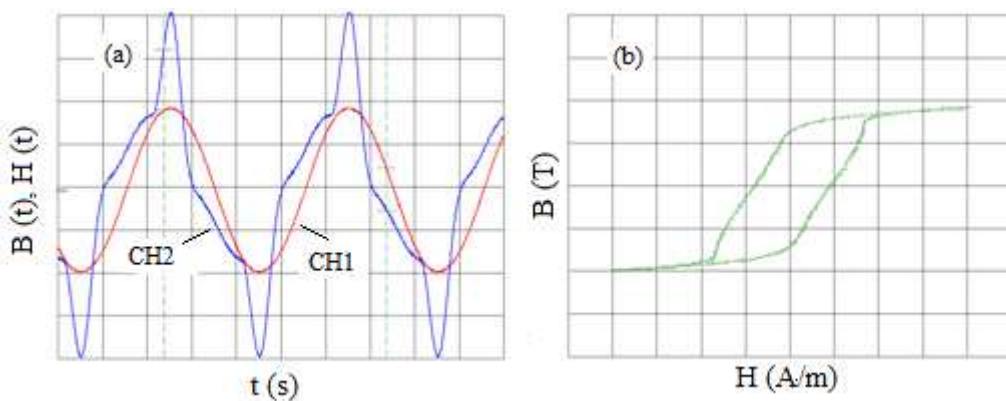


FIGURE 4.50 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=2,229T$ ,  $H_{max}=20300$  A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

### 4.15.2 Cycles d'hystérésis après un recuit de normalisation

L'allure de l'induction magnétique, du champ magnétique et les cycles d'hystérésis engendrés après avoir subi un recuit de relaxation sont donnés sur les figures 4.51 et 4.52.

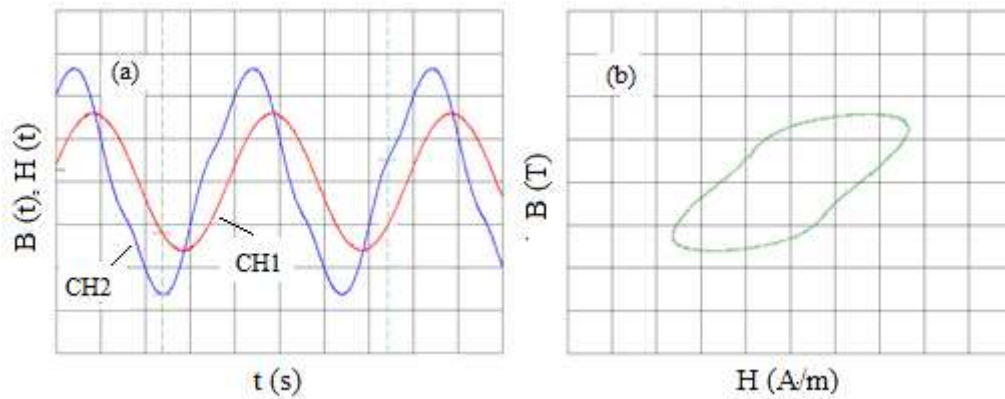


FIGURE 4.51 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.352\text{T}$ ,  $H_{max}=535\text{ A/m}$ , CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

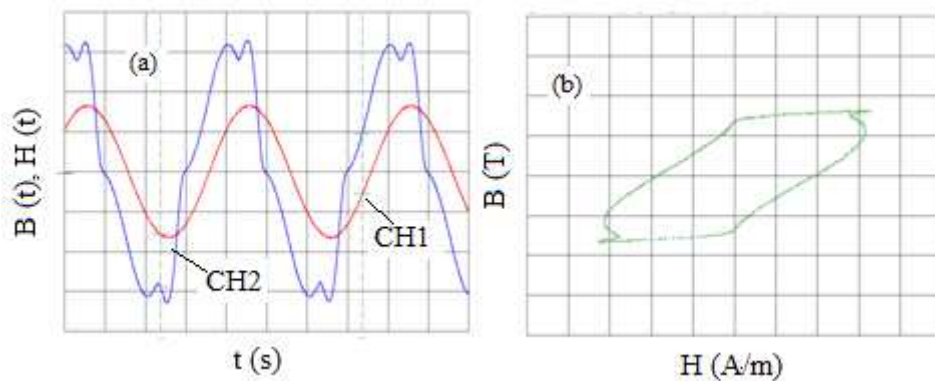


FIGURE 4.52 – Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1.919\text{T}$ ,  $H_{max}=6820\text{ A/m}$ , CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique)

### 4.15.3 Discussion et interprétation des résultats expérimentaux

D'après les figures (4.42) à (4.45), on voit qu'à l'application d'un champ croissant variant entre 0 et 2900 A/m sur un matériau soumis seulement à une découpe sans recuit de normalisation, les valeurs de l'induction magnétique, la perméabilité magnétique, les pertes et la puissance apparente sont inférieures par rapport à celles du matériau qui a subi un recuit de normalisation. Ainsi, la perméabilité magnétique maximale atteint 550 dans le cas d'un recuit et seulement 360 dans le cas sans recuit.

En comparant les figures (4.46) à (4.50) (et (4.51) à (4.52)), nous constatons que dans le cas sans recuit, les allures de l'induction magnétique, du champ magnétique et les cycles d'hystérésis sont plus larges par rapport à celles obtenues avec recuit de normalisation, c'est-à-dire

que l'énergie dissipée par unité de volume pendant une période d'excitation est plus grande par rapport au cas d'un recuit. On remarque bien dans la figure (4.46), pour que le matériau induise une induction ( $B_{max}= 0.35$  T), il fallait un champ de (843 A/m). Par contre dans le cas d'un recuit (figure 4.49), pour atteindre une induction de (0.35 T), il faudrait un champ de (535 A/m). Ainsi pour avoir une induction de (1.919 T), c'est-à-dire le point de saturation, il faut appliquer un champ de (6217 A/m, (figure 4. 50)). Par contre on voit que dans le cas d'un recuit de normalisation pour que le matériau puisse atteindre une induction (1.919 T), il faudrait un champ de (6820 A/m, figure (4.52)).

Pour expliquer plus nos résultats, les figures 4.53 (a et b) montrent respectivement ; un acier S235 sans recuit, qui présente une structure lamellaire en perlite et le même acier après recuit à 912°C présente une structure globulaire en perlite. L'observation a été réalisée au microscope optique métallographique après un polissage très fin et une attaque chimique par un Nital (formé de 96 % d'éthanol et de 4 % d'acide nitrique).

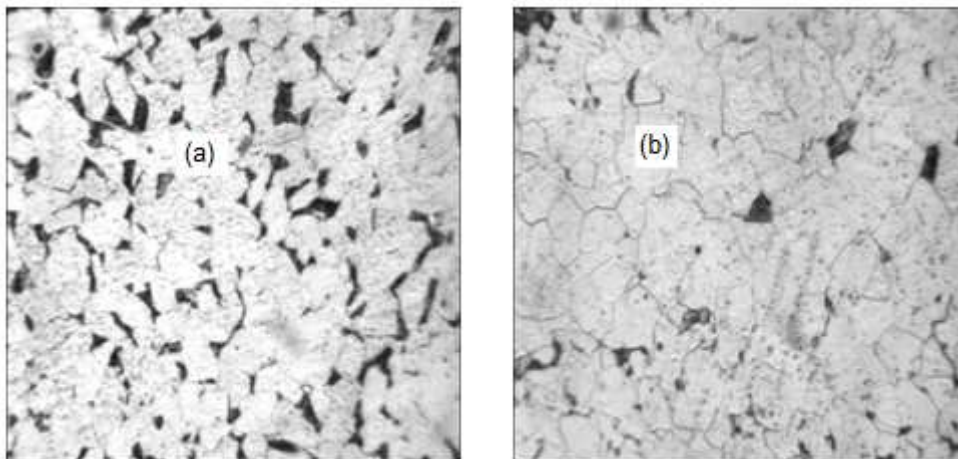


FIGURE 4.53 – Acier S235 observé au microscope avec un grossissement de 500 : (a) sans recuit (grains de ferrite «grains blancs» et colonies de perlite «grains noirs» ; b) avec recuit (dominance de la phase ferritique)

Dans le cas d'un recuit, nous observons la dominance de la phase ferritique et l'élargissement des grains, ce qui signifie qu'une partie de la phase perlitique est transformée en une phase ferritique. Ce recuit s'accompagne d'une réduction de l'anisotropie magnéto-élastique, en conséquence de la force coercitive ; l'élévation de température génère une mobilité croissante des atomes et permet d'obtenir une disposition microscopique homogène ; ce qui conduit à un état plus stable sur le plan thermodynamique. Cela montre que le point de Curie est sensiblement plus haut après le recuit. Cette réduction de l'anisotropie s'accompagne d'une augmentation de la perméabilité magnétique alors que les pertes par hystérésis diminuent. Les résultats précédents en termes de caractéristiques magnétiques (perméabilité, magnétisa-

tion) peuvent être expliqués par le mécanisme physique qui facilite le passage du champ par les grains. Les derniers sont subdivisés en domaines magnétiques et dislocation des grains avec la prédominance de la phase ferritique; ce qui donne la possibilité pour faire les mouvements des murs réversibles et moins obstrués par les grains; donc une direction privilégiée de magnétisation peut être facilement induite. Cette évolution dans les caractéristiques magnétiques est également expliquée par l'abondance de grains de ferrite, ainsi la microstructure magnétique est simple. Les moments magnétiques tendent à être parallèles, et la magnétisation peut être facilement induite. Dans ce type de structure - qui est rare - la réorganisation de la microstructure magnétique est facile. D'une part, dans le cas de perlite, la microstructure magnétique est complexe. L'abondance du cémentite maintient les grains fixes sans mouvement et provoque une décélération des mouvements de mur, donc afin de les obtenir pour déplacer les champs appliqués importants est nécessaire.

#### 4.15.4 Intégration des cycles expérimentaux dans un calcul éléments finis

La figure (4. 54) illustre la variation de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique dans les deux cas (avec et sans recuit de normalisation), les cycles d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.35\text{T}$ ,  $H_{max}=843\text{ A/m}$  (sans recuit),  $B_{max}=0.352\text{T}$ ,  $H_{max}=535\text{ A/m}$  (avec recuit)). Ces valeurs montrent que l'énergie dissipée pour avoir une induction de (0.35 T) dans le cas sans recuit est plus importante lorsque le matériau subit un recuit de normalisation.

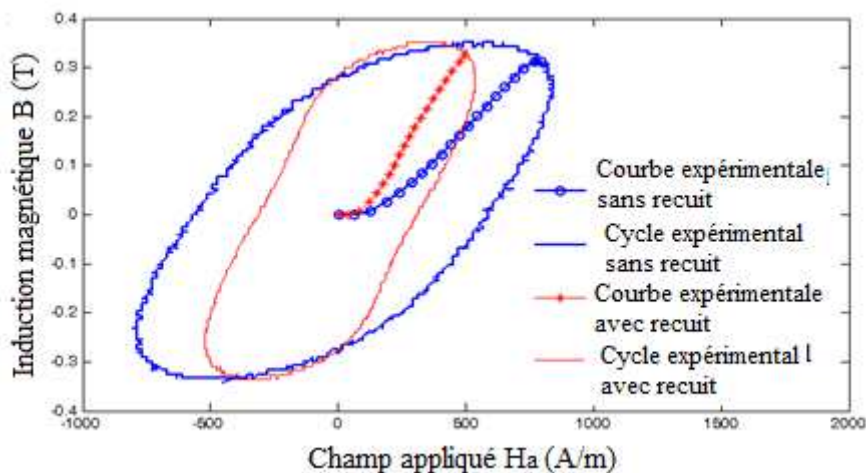


FIGURE 4.54 – Cycles d'hystérésis expérimentaux avec et sans recuit

Les figures (4.55) et (4.56) représentent une comparaison entre les cycles expérimentaux et les cycles calculés par le code éléments finis, dans le cas du matériau ayant subi seulement des contraintes de découpe et dans le cas d'un recuit (figure (4.56)). On voit que les cycles sont

#### 4.15. VISUALISATION DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS

preques similaires (se superposent), sachant que l'erreur entre les valeurs expérimentales et les valeurs du modèle (code éléments finis) sont de l'ordre  $10^{-4}$ . Ce qui nous permet de valider le programme de calcul par éléments finis mis en œuvre sous environnement Matlab et intégrant le modèle d'hystérésis de Rayleigh.

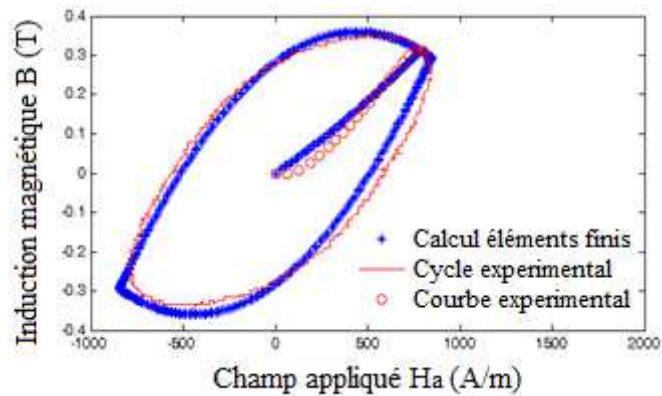


FIGURE 4.55 – Cycle expérimental et cycle calculé par éléments finis (sans recuit)

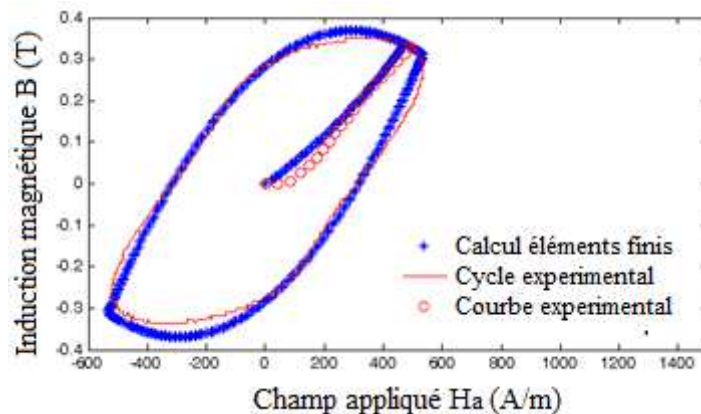


FIGURE 4.56 – Cycle expérimental et cycle calculé par éléments finis (avec recuit)

Les figures (4.57) et (4.58) représentent l'évolution de l'erreur en fonction du nombre d'itérations, entre les valeurs expérimentales et les valeurs simulées.

#### 4.15. VISUALISATION DES CYCLES D'HYSTÉRÉSIS

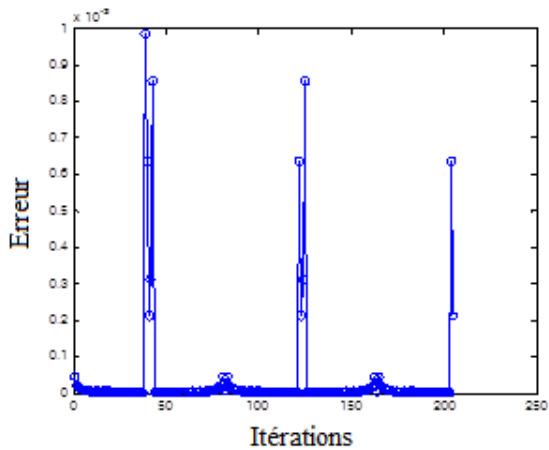


FIGURE 4.57 – Erreur en fonction du nombre d'itérations (cas sans recuit).

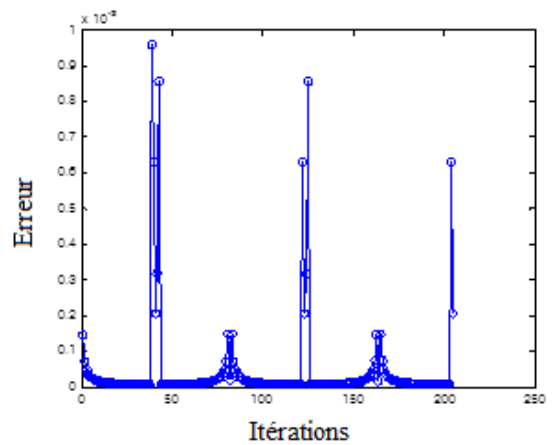


FIGURE 4.58 – Erreur en fonction du nombre d'itérations (cas avec recuit).

Les figures (4.59) représentent la variation de l'induction magnétique en fonction de la distance. Dans le cas où le champ appliqué est inférieur au champ coercitif ( $H_a < H_c$ ) et dans les deux cas (avec et sans recuit de normalisation). On voit que dans le cas d'un recuit, l'induction magnétique varie de 0.0134 à 0.0309 T sur la partie inférieure et de 0.0079 à 0.0353 T sur la partie supérieure. Et dans le cas sans recuit l'induction magnétique varie de 0.0083 à 0.0183 T sur la partie inférieure et de 0.0050 à 0.0209 T sur la partie supérieure.

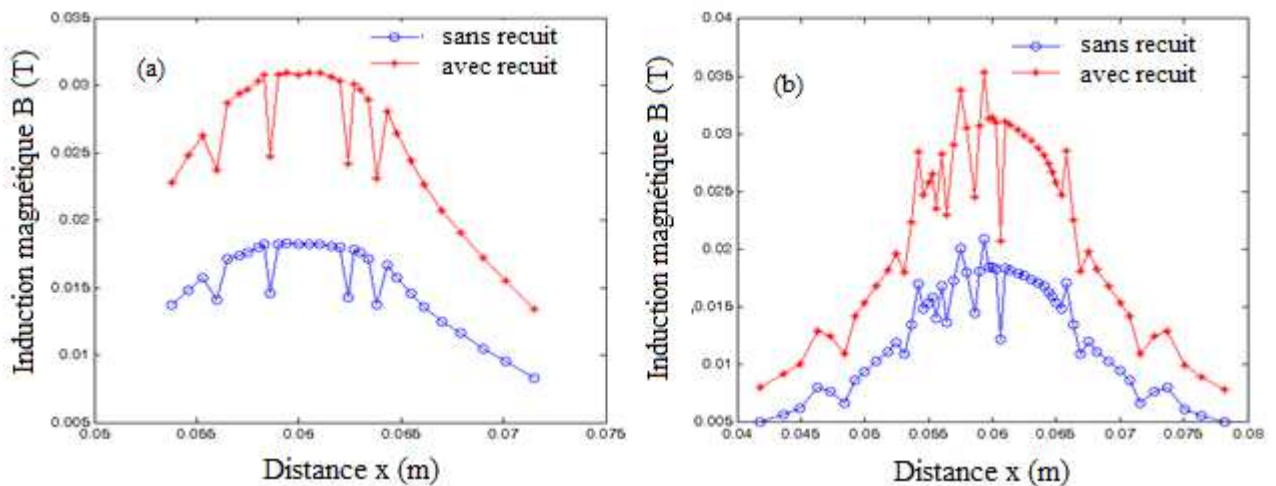


FIGURE 4.59 – la variation de l'induction magnétique en fonction de la distance (avec et sans recuit). a) : Partie inférieure ; b) : Partie supérieure

D'autre part, l'ensemble des résultats fournis par ces essais (cycles d'hystérésis, la variation de l'induction magnétique dans la coque ferromagnétique, ...) va nous permettre de valider le programme par éléments finis intégrant le modèle de Rayleigh que nous avons mis en œuvre sous MATLAB. Ainsi la corrélation entre les mesures et les résultats du modèle est jugée satisfaisante.

## 4.16 Conclusion

Le présent chapitre est subdivisé en deux grandes parties. La première partie est consacrée à l'intégration du modèle de Rayleigh dans un calcul éléments finis, ce qui nous permet de valider l'algorithme proposé. La deuxième partie, quant à elle, a été axée principalement à la détermination expérimentale des caractéristiques magnétiques des tôles marines (S235) utilisées dans la construction des coques de navires. Une comparaison des résultats expérimentaux avec ceux déterminés à partir d'un calcul éléments finis a également été faite. Un bon accord entre pratique et théorie a été mis en évidence.

## Conclusion Générale

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la modélisation par élément finis de l'équation de la magnétostatique sans courant en hypothèse 2D non linéaire. Le problème étudié traite de l'interaction magnétique entre le champ magnétique produit par une source de champ lointaine (terrestre) et un milieu ferromagnétique représentant la coque d'un navire. Le milieu ferromagnétique est représenté par la courbe B-H obtenue à partir du modèle de Rayleigh. L'hystérésis magnétique est ainsi intégrée dans le calcul par éléments finis du champ produit par la coque ferromagnétique à travers le modèle du Rayleigh. Une distribution du champ magnétique en tout point du domaine de résolution et ainsi obtenue et en particulier au voisinage de la coque ferromagnétique.

Nous avons aussi, au cours de cette thèse, réalisé l'intégration du modèle de Rayleigh dans un calcul éléments finis, ce qui nous permet de valider l'algorithme proposé par une comparaison des résultats de simulation avec des données issues d'une réalisation expérimentale. Une partie expérimentale est basée principalement sur la détermination expérimentale des caractéristiques magnétiques des tôles marines (S235), utilisées dans la construction des coques de navires. Une comparaison des résultats expérimentaux avec ceux déterminés à partir d'un calcul éléments finis a également été faite. Un bon accord entre pratique et théorie a été établi. Dans cette thèse, nous avons présenté une analyse comparative entre l'anomalie magnétique produite par deux échantillons de type tôles marines (acier S235). Un échantillon ayant subi un recuit de normalisation à une température de  $912^{\circ}\text{C}$  pendant trente minutes, puis suivi d'un refroidissement lent dans le même four. Selon les résultats obtenus, nous pouvons conclure que la perturbation de l'induction magnétique par un matériau (S235) qui est soumis à une température de recuit est très importante par rapport à celle d'un matériau non soumis à cette température de recuit.

- Dans cette étude, nous avons démontré expérimentalement et numériquement une nouvelle méthode très efficace pour réduire le champ rayonné généré par la structure en acier (S235) des coques de navires.

- La contrainte thermique peut être utilisée pour contrôler le champ magnétique généré par les matériaux ferromagnétiques. Cet effet est utilisé pour réduire les risques magnétiques dans la coque d'un navire.

- Selon les résultats expérimentaux présentés à la figure (4.54), on peut conclure que la densité d'énergie dans le cas du matériau (S235) qui est soumis à un recuit, est plus importante que la densité d'énergie dans le cas contraire.

- Nos résultats montrent que pour atteindre une induction magnétique de  $0,35\text{ T}$  dans le cas sans recuit, nous avons besoin de générer un champ de  $843\text{ (A / m)}$ , alors que dans le cas de recuit, nous avons besoin d'un champ de  $535\text{ (A / m)}$  pour avoir une induction de  $0,352\text{ T}$ .

- De plus, la signature magnétique dans le cas d'un recuit est de l'ordre de  $32 \times 10^{-3}\text{ T}$  sur la partie inférieure et de l'ordre de  $18 \times 10^{-3}\text{ T}$  sans recuit de standardisation, alors que, sur la partie supérieure, il est de l'ordre de  $36 \times 10^{-3}\text{ T}$  avec recuit et de l'ordre de  $2 \times 10^{-2}\text{ T}$  dans

le cas sans recuit.

- Les résultats donnés dans les figures (4.16, 4.17, 4.21 et 4.22) montrent une bonne intégration de la courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis dans le code de calcul éléments finis.

- La convergence du calcul est vérifiée en choisissant un facteur de relaxation  $w = 0,8$ .

- Les résultats obtenus montrent une bonne conformité avec la théorie, ce qui nous permet de conclure que le modèle de Rayleigh peut être appliqué efficacement et obtenir de bons résultats dans le domaine des champs faibles (magnétisme du navire).

## Perspectives

Ces perspectives sont susceptibles d'apporter des contributions intéressantes dans de futurs travaux :

- L'application du modèle élaboré aux problèmes magnéto-mécanique, magnéto-hydrodynamiques et Electro-hydrodynamiques.
- La possibilité de réaliser un dispositif de mesure de champ rayonné par les deux échantillons (recuit et sans recuit).
- L'extension à l'étude en trois dimensions d'une maquette réelle d'un navire.

# Table des figures

1.1	Le champ magnétique terrestre dipolaire . . . . .	12
1.2	Les composantes du champ terrestre dipolaire. . . . .	13
1.3	Mine à orin . . . . .	15
1.4	Mine-bombes . . . . .	15
1.5	Mines furtives . . . . .	16
1.6	Champ électrique induit par le mouvement . . . . .	21
1.7	Courbes individuelles $i_A = f(E)$ et $i_K = g(E)$ et globale $i = h(E)$ de polarisation en fonction de la différence de potentiel métal-solution E . . . . .	24
1.8	Courbes de polarisation individuelles de la réaction anodique $i_A = f(E)$ et de la réaction cathodique $i_K = g(E)$ . . . . .	24
1.9	Aspect galvanique . . . . .	25
1.10	Aspect électrolytique . . . . .	25
1.11	Protection active . . . . .	26
1.12	Monocristal de Fer . . . . .	28
1.13	Effet du champ extérieur sur le déplacement des parois de Bloch, à l'intérieur d'un monocristal [Robert, 1987] . . . . .	28
1.14	L'effet magnétostrictif ( $\Delta L$ ) est dû à l'orientation des micros-champs soumis à l'influence du champ magnétique externe parallèle à la barre . . . . .	31
1.15	Effet Joule transversal . . . . .	31
1.16	Effet Widemann . . . . .	32
1.17	Effet Villari . . . . .	33
1.18	Effet de variation de volume . . . . .	33
1.19	Effet de flexion . . . . .	34
1.20	Effet de variation de module d'Young . . . . .	34
1.21	Influence de la contrainte sur la direction de facile aimantation d'un matériau magnétostrictif isotrope à champ nul, (1), (3) pour $\lambda_s > 0$ et (2), (4) pour $\lambda_s < 0$ [Cyr, 2007] . . . . .	35
1.22	Les boucles d'immunisation M, L et A . . . . .	37
2.1	modèle de l'atome de Bohr. . . . .	40

2.2	Evolution de l'aimantation ( $M$ ) en fonction du champ magnétique appliqué ( $H$ ) pour un matériau diamagnétique et évolution de la susceptibilité $\chi$ en fonction de la température (T) [Magnétisme and Fondements, 2000] . . . . .	43
2.3	Evolution de l'aimantation ( $M$ ) en fonction du champ magnétique appliqué ( $H$ ) pour un matériau paramagnétique et évolution de la susceptibilité ( $\chi$ ) en fonction de la température (T) [Chicinaş, 2002] . . . . .	44
2.4	Illustration schématique des deux sous-réseaux d'un matériau antiferromagnétique couplé antiparallèlement (a), évolution de l'aimantation en fonction de la température (b) et évolution de $\frac{1}{\chi}$ en fonction de la température (c) [Chicinaş, 2002]	45
2.5	Structure magnétique d'un matériau ferrimagnétique (a), évolution de l'aimantation en fonction de la température (b) et évolution de la susceptibilité magnétique en fonction de la température (c) [Moskowitz, 1991] . . . . .	45
2.6	Illustration de l'alignement du moment magnétique atomique dans le réseau d'un matériau ferromagnétique (a) et évolution de l'aimantation en fonction de l'amplitude du champ magnétique appliqué (b) et évolution de l'aimantation spontanée pour $T < T_c$ et de la susceptibilité magnétique pour $T > T_c$ (c) [Magnétisme and Fondements, 2000] . . . . .	46
2.7	Le ferromagnétisme à différentes échelles . . . . .	48
2.8	Modèle à 4 domaines . . . . .	49
2.9	Évolution de la microstructure magnétique pendant la magnétisation . . . . .	49
2.10	Cycle d'hystérésis avec le comportement des moments dans les domaines magnétiques . . . . .	50
2.11	Courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique . . . . .	51
2.12	Présentation graphique de la perméabilité magnétique . . . . .	53
2.13	Cycle d'hystérésis quasi-statique (0.5Hz) du FeNi80/20 . . . . .	54
2.14	Cycle d'hystérésis dynamique (50Hz) du FeNi 80/20 . . . . .	54
2.15	Courant de Foucault dans le noyau magnétique . . . . .	55
2.16	Illustration des courants induits macroscopiques [Sixdenier, 2005] . . . . .	55
2.17	Illustration des courants induits microscopiques [Sixdenier, 2005] . . . . .	56
2.18	Cycles d'hystérésis obtenus en utilisant le modèle polynomial . . . . .	57
2.19	Cycles élémentaires de Preisach . . . . .	64
2.20	Plan de Preisach . . . . .	65
2.21	Illustration de l'effet d'effacement partiel d'informations . . . . .	66
2.22	Congruence des cycles mineurs . . . . .	66
3.1	Schématization des conditions d'interface . . . . .	78
3.2	Maillage différences finies . . . . .	88
3.3	Différentes étapes de mise en œuvre de la (MEF)[Dhatt et al., 2005] . . . . .	89

3.4	Exemple de discrétisation d'un domaine . . . . .	92
3.5	Éléments de références à une dimension-(a) : Linéaire(2 noeuds) ; (b) : Quadratique (3 noeuds) ;(c) : Cubique(4 noeuds) . . . . .	92
3.6	Éléments de références à deux dimensions (type : triangulaires)-(a) : Linéaire (3 noeuds) ;(b) : Quadratique (6 noeuds) ; (c) : Cubique (9 noeuds) . . . . .	92
3.7	Éléments de références à deux dimensions (type : carrés)-(a) : Linéaire (3 noeuds) ;(b) : Quadratique (8 noeuds) ;(c) : Cubique (12 noeuds) . . . . .	93
3.8	Éléments de références à trois dimensions-(a) : Linéaire (tétraèdre 3 noeuds) ;(b) : Quadratique (tétraèdre 10 noeuds) . . . . .	93
3.9	Triangle de Pascal . . . . .	94
3.10	Coordonnées d'un élément triangulaire . . . . .	94
3.11	Différents types d'aimantations . . . . .	96
4.1	Champ d'excitation $H = f(t)$ . . . . .	102
4.2	Induction magnétique $B = f(t)$ . . . . .	102
4.3	Cycle d'hystérésis avec le modèle de Rayleigh . . . . .	103
4.4	Organigramme de calcul du problème magnétostatique non linéaire. . . . .	104
4.5	Exemple de modèle virtuel du navire. . . . .	105
4.6	Domaine d'étude avec les conditions aux limites associées. . . . .	106
4.7	Maillage du domaine d'étude. . . . .	106
4.8	Procédure de calcul intégrant la courbe de première aimantation et le cycle d'hystérésis. . . . .	109
4.9	Confrontation des courbes de premières aimantations obtenues par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh. . . . .	110
4.10	Variation de l'aimantation en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (a) sur la partie inférieure ; (b) sur la partie supérieure. . . . .	111
4.11	Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (c) sur la partie inférieure ; (d) sur la partie supérieure. . . . .	112
4.12	Variation du champ de réaction en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (e) sur la partie inférieure ; (f) sur la partie supérieure. . . . .	113
4.13	Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (g) sur la partie inférieure ; (h) sur la partie supérieure. . . . .	114
4.14	Variation de l'induction magnétique en fonction de la distance sur les frontières inférieures et supérieures de la coque : (i) sur la partie inférieure ; (G) sur la partie supérieure. . . . .	115
4.15	Évolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique. . . . .	117

4.16	Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus $B(H)$ par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique ne présente pas de rémanence $B(0) = 0$ .	118
4.17	Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul éléments finis $M(H)$ et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $M = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique ne présente pas de rémanence $B(0) = 0$ .	118
4.18	Variation de l'aimantation en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (k) sur la partie inférieure; (l) sur la partie supérieure.	119
4.19	Évolution de l'énergie magnétique par unité de volume pour un temps $(\frac{5T}{4})$ d'excitation pour $B(0) = 0$ .	120
4.20	Évolution de l'énergie magnétique totale pour un temps $(\frac{5T}{4})$ d'excitation.	120
4.21	Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique présente une rémanence $B(0) = B_r$ .	121
4.22	Confrontation des cycles d'hystérésis obtenus par calcul éléments finis et en exploitant le modèle de Rayleigh ( $B = f(H_a)$ ); lorsque la coque ferromagnétique présente une rémanence $M(0) = M_r$ .	121
4.23	Variation de l'induction en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (m) sur la partie inférieure; (n) sur la partie supérieure.	122
4.24	Comparaison des courbes de l'induction magnétique dans les deux cas (avec et sans rémanence) en fonction de la distance sur les frontières inférieure et supérieure de la coque : (o) sur la partie inférieure; (p) sur la partie supérieure.	123
4.25	Évolution de l'énergie magnétique par unité de volume pour $(\frac{5T}{4})$ d'excitation pour $B(0) = B_r$ .	124
4.26	Évolution de l'énergie magnétique totale pour $(5T/4)$ d'excitation avec $B(0) = B_r$ .	124
4.27	Comparaison des courbes d'énergie magnétique par unité de volume pour $(5T/4)$ d'excitation dans le cas $B(0) = B_r$ et $B(0) = 0$ .	125
4.28	Comparaison des courbes de l'énergie magnétique totale pour $(5T/4)$ d'excitation dans le cas $B(0) = B_r$ et $B(0) = 0$ .	125
4.29	Zoom des courbes de l'énergie magnétique totale pour $B(0) = B_r$ et $B(0) = 0$ .	126
4.30	Dispositif expérimental.	130
4.31	Schéma synoptique du dispositif expérimental.	130
4.32	(a) : Joint à double recouvrement, (b) : Cadre Epstein de 25 cm.	131
4.33	Tôles d'acier étudiées.	136
4.34	(Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique	137
4.35	(Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique.	137
4.36	(Caractéristiques des pertes magnétique en fonction du champ magnétique	137
4.37	Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique.	137
4.38	Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique.	138

4.39	Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique. . . . .	138
4.40	Caractéristique des pertes magnétique en fonction du champ magnétique . . . . .	138
4.41	Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique. . . . .	138
4.42	Evolution de la perméabilité magnétique en fonction du champ magnétique . . .	139
4.43	Evolution de l'induction magnétique en fonction du champ magnétique. . . . .	139
4.44	Caractéristique des pertes magnétique en fonction du champ magnétique. . . . .	139
4.45	Evolution de la puissance apparente en fonction du champ magnétique. . . . .	139
4.46	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.35T$ , $H_{max}=843$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	140
4.47	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.8T$ , $H_{max}=1857$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	140
4.48	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1,622T$ , $H_{max}=5000$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	141
4.49	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1,919T$ , $H_{max}=6217$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	141
4.50	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=2.229T$ , $H_{max}=20300$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	141
4.51	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=0.352T$ , $H_{max}=535$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	142
4.52	Allure de l'induction magnétique, du champ et cycle d'hystérésis pour des valeurs maximales ( $B_{max}=1.919T$ , $H_{max}=6820$ A/m, CH1 : Induction, CH2 : Champ magnétique) . . . . .	142
4.53	Acier S235 observé au microscope avec un grossissement de 500 : (a) sans recuit (grains de ferrite «grains blancs» et colonies de perlite «grains noirs» ; b) avec recuit (dominance de la phase ferritique) . . . . .	143
4.54	Cycles d'hystérésis expérimentaux avec et sans recuit . . . . .	144
4.55	Cycle expérimental et cycle calculé par éléments finis (sans recuit) . . . . .	145
4.56	Cycle expérimental et cycle calculé par éléments finis (avec recuit) . . . . .	145
4.57	Erreur en fonction du nombre d'itérations (cas sans recuit). . . . .	146
4.58	Erreur en fonction du nombre d'itérations (cas avec recuit). . . . .	146
4.59	la variation de l'induction magnétique en fonction de la distance (avec et sans recuit).a) : Partie inférieure ; b) : Partie supérieure . . . . .	146

# Liste des tableaux

1.1	Valeurs de $\frac{\Delta E}{E_0}$ du champ statistique appliqué a $H_a$ pour différents matériaux [Cyr, 2007]. . . . .	35
2.1	Caractéristiques des matériaux ferromagnétiques et leurs utilisations . . . . .	41
4.1	Paramètres physiques de la coque ferromagnétique. . . . .	105
4.2	Tableau représentant la composition chimique et procédé de désoxydation (1) : Après qualification spéciale de la Société, l'utilisation d'acier effervescent pour la fabrication de profilés jusqu'à une épaisseur de 12,5 mm peut être acceptée. (2) : Quel que soit le grade pour l'état de livraison laminage thermomécanique, la Société peut permettre ou prescrire des variations de la composition chimique spécifiée ; ces dernières doivent être indiquées lors de la qualification. (3) : La Société peut limiter le montant des éléments résiduels qui peuvent avoir un effet contraire sur la mise en œuvre et l'utilisation de l'acier, par exemple, le cuivre et l'étain. (4) : Si des additions de tout autre élément font partie du procédé de fabrication de l'acier, la teneur doit en être indiquée dans le certificat d'analyse de coulée. (5) : $C + 1/6 Mn$ ne doit pas dépasser 0,40%. (6) : Max. 0,23(7) : Quand on pratique des essais de flexion par choc sur de l'acier de grade B, la teneur minimum en manganèse peut être réduite à 0,60%. (8) : Al est prescrit pour une épaisseur supérieure à 25 mm. (9) : La teneur totale en aluminium peut être déterminée au lieu de la teneur soluble dans l'acide. Dans ce cas, la teneur totale en aluminium ne doit pas être inférieure à 0,020 %. On peut utiliser d'autres éléments affineurs de grain adéquats sous réserve de qualification particulière de la Société. . . . .	129

# Bibliographie

- [Achache et al., 1979] Achache, J., Cohen, Y., and COUNIL, J.-L. (1979). Le géomagnétisme marin. *La Recherche*, 10(100) :456–464.
- [Achache et al., 1988] Achache, J., Cohen, Y., and COUNIL, J.-L. (1988). Les anomalies magnétiques de la croûte terrestre. *La Recherche*, 19(199) :586–594.
- [Ahamada et al., 2001] Ahamada, B., Alves, F., Abdallah, B. B., Benabou, A., Bernard, Y., Bouillault, F., Chabrierie, J., Clénet, S., Féliachi, M., Lebouc, A., et al. (2001). Caractérisation et modélisation de l’hystérésis scalaire statique : implantation dans un code de calcul élément finis. *Communication à une Journée Scientifique, GDR, Sécurité et Disponibilité des Systèmes Electrotechniques*.
- [Aird, 2000] Aird, G. J. (2000). *Modelling the induced magnetic signature of naval vessels*. PhD thesis, University of Glasgow.
- [Amel, 2013] Amel, B. (2013). *Modélisation-Identification paramétrique de l’hystérésis magnétique modèle de L.O. Chua*. PhD thesis.
- [Amor et al., 2000] Amor, Y. O., Féliachi, M., and Mohellebi, H. (2000). A new convergence procedure for the finite element computing associated to Preisach hysteresis model. *IEEE transactions on magnetics*, 36(4) :1242–1245.
- [Balanis, 1989] Balanis, C. A. (1989). *Advanced engineering electromagnetics*, John Wiley & Sons. Inc., New York.
- [Baltag et al., 2001] Baltag, O., Costandache, D., Robu, O., and Ignat, V. (2001). Magnetometry.
- [Barber, 1948] Barber, N. (1948). The magnetic field produced by earth currents flowing in an estuary or sea channel. *Geophysical Supplements to the Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 5(7) :258–269.
- [Bastos and Sadowski, 2003] Bastos, J. P. A. and Sadowski, N. (2003). *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press.
- [Benabou, 2002] Benabou, A. (2002). *Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d’une implantation dans un code de calcul de champ*. PhD thesis, Lille 1.
- [Bernard, 2000] Bernard, Y. (2000). *Contribution à la modélisation de systèmes électromagnétiques en tenant compte du phénomène d’hystérésis*. PhD thesis, Paris 11.
- [Bertotti, 1988] Bertotti, G. (1988). General properties of power losses in soft ferromagnetic materials. *IEEE Transactions on magnetics*, 24(1) :621–630.
- [Bottauscio et al., 1999] Bottauscio, O., Chiampi, M., Chiarabaglio, D., Ragusa, C., and Repetto, M. (1999). Ferromagnetic hysteresis and magnetic field analysis.
- [Bozorth and Ferromagnetism, 1951] Bozorth, R. M. and Ferromagnetism, D. (1951). Van Nostrand company. *New York*, 849.

- [Bradshaw and Schleicher, 1980] Bradshaw, A. and Schleicher, K. (1980). Electrical conductivity of seawater. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 5(1) :50–62.
- [Brissonneau, 1980] Brissonneau, P. (1980). Non-oriented si-fe sheets. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 19(1-3) :52–59.
- [Brissonneau, 1997] Brissonneau, P. (1997). *Magnétisme et matériaux magnétiques : pour l'électrotechnique*. Hermes.
- [Buschow et al., 2003] Buschow, K. H. J., Boer, F. R., et al. (2003). *Physics of magnetism and magnetic materials*, volume 7. Springer.
- [Chadebec, 2001] Chadebec, O. (2001). *Modélisation du champ magnétique induit par des tôles Identification de l'aimantation Application à l'immunisation en boucle fermée d'une coque ferromagnétique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.
- [Chaillout et al., 1992] Chaillout, J., Poulbot, V., and Blanpain, R. (1992). Some geophysical fields by finite element method.
- [Chen, 2013] Chen, C.-W. (2013). *Magnetism and metallurgy of soft magnetic materials*. Courier Corporation.
- [Chicinaş, 2002] Chicinaş, I. (2002). *Marimi magnetice de material*. Casa Cărţii de Ştiinţă.
- [Constantinescu, 2010] Constantinescu, M. (2010). Ship magnetic signature. *Mircea cel Batran Naval Academy Publishing House, Constanta*.
- [Coulomb and Sabonnadière, 1985] Coulomb, J.-L. and Sabonnadière, J.-C. (1985). *CAO en électrotechnique*. Hermes.
- [Cyr, 2007] Cyr, C. (2007). *Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques*. PhD thesis, Arts et Métiers ParisTech.
- [Daniel, 2003] Daniel, L. (2003). *Modélisation multi-échelle du comportement magnéto-mécanique des matériaux ferromagnétiques texturés*. PhD thesis, École normale supérieure de Cachan-ENS Cachan.
- [Daniel et al., 2014] Daniel, L., Rekik, M., and Hubert, O. (2014). A multiscale model for magneto-elastic behaviour including hysteresis effects. *Archive of Applied Mechanics*, 84(9-11) :1307–1323.
- [Davis, 1971] Davis, N. (1971). Derivation and application of an equation to the bh loop. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 4(7) :1034.
- [Daya et al., 2005] Daya, Z. A., Hutt, D. L., and Richard, T. C. (2005). Maritime electromagnetism and drdc signature management research. Technical report, Defence R and D Canada Atlantic Dartmouth, NS.
- [D.C, 1995] D.C, J. (1995). Theory of the magnetomechanical effect. *Journal of Physiques D*, 28 :1537–1546.
- [de Lacheisserie, 2012] de Lacheisserie, É. d. T. (2012). *Magnétisme*, volume 2. EDP sciences.
- [de Lacheisserie, 2000] de Lacheisserie, É. T. (2000). Magnétisme : Matériaux et applications, collection grenoble sciences, vol. ii. *EDP Sciences*.
- [Deblecker, 2001] Deblecker, O. (2001). *Contribution à la modélisation des champs magnétiques dans les systèmes comportant des milieux non linéaires et hystérétiques*. PhD thesis, Ph. D. Thesis, Faculté Polytechnique de Mons (Belgique).
- [Degauque, 1985] Degauque, J. (1985). Les pertes d'énergie dans les ferromagnétiques métalliques doux : origines physiques. *Mémoires et Etudes Scientifiques Revue de Métallurgie*, (1), pages 5706–5708.

- [Dhatt and Touzot, 1981] Dhatt, G. and Touzot, G. (1981). *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Presses Université Laval.
- [Dhatt et al., 2005] Dhatt, G., Touzot, G., and Lefrançois, E. (2005). *Méthode des éléments finis*. Lavoisier.
- [DICHE, ] DICHE, A. *Développement de modèles de transformations pour l'étude des capteurs à courants de Foucault*. PhD thesis, Université Mouloud Maammeri de Tizi Ouzou.
- [Dijkstra and Wert, 1950] Dijkstra, L. and Wert, C. (1950). Effect of inclusions on coercive force of iron. *Physical Review*, 79(6) :979.
- [Do, 2010] Do, T. P. (2010). *Simulation dynamique des actionneurs et capteurs électromagnétiques par réseaux de réductances : modèles, méthodes et outils*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.
- [Ducharne, 2003] Ducharne, B. (2003). *Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers le local*. PhD thesis, Lyon 1.
- [Durand, 1968] Durand, E. (1968). Magnétostatique.
- [Duret, 1994] Duret, D. (1994). Mesure du champ magnétique terrestre et de ses anomalies. *Proceedings de Champs Magnétiques faibles – Mesures et application, Grenoble*.
- [Faraday, 1832] Faraday, M. (1832). V. experimental researches in electricity. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, (122) :125–162.
- [Farail, 1990] Farail, F. (1990). *Modélisation de la réception d'ondes électromagnétiques en milieu sous-marin*. PhD thesis, Grenoble INPG.
- [Filloux, 1987] Filloux, J. (1987). Instrumentation and experimental methods for oceanic studies. *Geomagnetism*, 3 :143–247.
- [FONAREV, 1970] FONAREV, G. (1970). Vertical electric fields of sea currents (vertical electric fields of sea currents and utilization for measurement of current velocity). 1970., pages 320–325.
- [Fournet, 1985] Fournet, G. (1985). *Electromagnétisme à partir des équations locales*. Edition Masson.
- [Fraser, 1966] Fraser, D. (1966). The magnetic fields of ocean waves. *Geophysical Journal International*, 11(5) :507–517.
- [Gié, 1982] Gié, H. (1982). Electromagnétisme.
- [Grivet and Malnar, 1967] Grivet, P. and Malnar, L. (1967). Measurement of weak magnetic fields by magnetic resonance. In *Advances in Electronics and Electron Physics*, volume 23, pages 39–151. Elsevier.
- [Groskaya et al., 1972] Groskaya, Y. M., Skrynnikov, R., and Sokolov, G. (1972). Magnetic field variations induced by the motion of sea waves in shallow water. *Geomagnetism and Aeronomy*, 12 :131.
- [Guerin, 2005] Guerin, S. (2005). *Identification de sources magnétiques : robustesse et optimisation des mesures. Application à la reconstruction de l'aimantation des navires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.
- [Guichon, 1994] Guichon, H. (1994). détection sous-marine. *Proceedings de Champs Magnétiques faibles – Mesures et application, Grenoble*.
- [Hamel, 2009] Hamel, M. (2009). *Impact de la découpe sur les caractéristiques des circuits magnétiques. Mémoire de magister*. PhD thesis, Université Mouloud Maammeri de Tizi Ouzou.

- [Harvey, 1974] Harvey, R. R. (1974). Derivation of oceanic water motions from measurement of the vertical electric field. *Journal of Geophysical Research*, 79(30) :4512–4516.
- [Herpin, 1968] Herpin, A. (1968). Théorie du magnétisme. INSTN.
- [Hodgdon, 1988a] Hodgdon, M. L. (1988a). Applications of a theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on magnetics*, 24(1) :218–221.
- [Hodgdon, 1988b] Hodgdon, M. L. (1988b). Mathematical theory and calculations of magnetic hysteresis curves. *IEEE Transactions on Magnetics*, 24(6) :3120–3122.
- [HOFFMAN, 1988] HOFFMAN, K. (1988). L'évolution du champ magnétique terrestre. *Pour la science*, (129) :78–85.
- [Hoitham et al., 1999] Hoitham, P., Jeffrey, I., Brooking, B., and Richards, T. (1999). Electromagnetic signature modeling and reduction. *Undersea Defense Technology (UDT) Europe '99*.
- [Ivanyi, 1997] Ivanyi, A. (1997). *Hysteresis models in electromagnetic computation*. Akadémiai Kiadó Budapest.
- [J. BLOXHAM, 1990] J. BLOXHAM, D. G. (1990). L'évolution du champ magnétique terrestre. *Pour la science*, (148) :82–89.
- [Jiles, 2015] Jiles, D. (2015). *Introduction to magnetism and magnetic materials*. CRC press.
- [Josephs et al., 1986] Josephs, R., Crompton, D., and Krafft, C. (1986). Characterization of magnetic oxide recording media using fourier analysis of static hysteresis loops. *IEEE Transactions on Magnetics*, 22(5) :653–655.
- [JOUGUET, 1960] JOUGUET, M. (1960). *Traité d'électricité théorique*, volume 3. Gauthier-Villars.
- [Kedous-Lebouc and Rapport, 2005] Kedous-Lebouc, A. and Rapport, P. (2005). Electromagnétisme & matériaux magnétiques pour le génie électrique. *Ensieg, support du cours*, 2006.
- [Kernevez et al., 1992] Kernevez, N., Duret, D., Moussavi, M., and Leger, J.-M. (1992). Weak field nmr and esr spectrometers and magnetometers. *IEEE transactions on magnetics*, 28(5) :3054–3059.
- [Kim et al., 2000] Kim, H.-K., Hong, S.-K., and Jung, H.-K. (2000). An improved finite element analysis of magnetic system considering magnetic hysteresis. *IEEE transactions on magnetics*, 36(4) :689–692.
- [Kittel et al., 1996] Kittel, C., McEuen, P., and McEuen, P. (1996). *Introduction to solid state physics*, volume 8. Wiley New York.
- [Klein et al., 1975] Klein, M., Louvet, P., and Morat, P. (1975). Measurement of electromagnetic effects generated by swell. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 10(1) :49–54.
- [K.R. DAVEY, 1985] K.R. DAVEY, W. B. (1985). On the calculation of magnetic fields generated by ocean waves. *Journal of geomagnetism and geoelectricity*, 37(7) :701–714.
- [Krotevich et al., 1977] Krotevich, N., Semenov, V. Y., and Fonarev, G. (1977). Results of experimental-observations of magnetic-field from sea waves. *GEOMAGNETIZM I AERONOMIYA*, 17(6) :1088–1091.
- [L, 2005] L, T. (2005). *Modélisation par élément finis des phénomènes couplés magnétothermiques vue de l'étude des dispositifs de chauffage par induction de pièce au défilée et fixes*. PhD thesis.
- [Laloë et al., 1973] Laloë, F., Cohen-Tannoudji, C., and Diu, B. (1973). Mécanique quantique. *Hermann, Paris*.

- [Larsen, 1971] Larsen, J. (1971). The electromagnetic field of long and intermediate water waves.
- [Le Dorze, 1997] Le Dorze, F. (1997). *Modélisation des Effets de Boucles d'Immunitation dans les Navires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.
- [Longuet-Higgins and Deacon, 1949] Longuet-Higgins, M. and Deacon, G. (1949). The electrical and magnetic effects of tidal streams. *Geophysical Journal International*, 5 :285–307.
- [Longuet-Higgins et al., 1954] Longuet-Higgins, M. S., Stern, M. E., and Stommel, H. M. (1954). *The electrical field induced by ocean currents and waves, with applications to the method of towed electrodes*. Massachusetts Institute of Technology and Woods Hole Oceanographic Institution.
- [Lucas.J, 1996] Lucas.J (1996). Induction, conduction magnétique.
- [Maclure et al., 1964] Maclure, K., Hafer, R., and Weaver, J. (1964). Magnetic variations produced by ocean swell. *Nature*, 204(4965) :1290.
- [Magnétisme and Fondements, 2000] Magnétisme, I. and Fondements, E. (2000). du trémolet de lacheisserie. *EDP Sciences*.
- [Mait, 2001] Mait, K. (2001). *Modélisation de l'hystérésis magnétique tenant compte des contraintes thermique*. PhD thesis, Université de ummto.
- [Malkus and Stern, 1952] Malkus, W. and Stern, M. (1952). Determination of ocean transports and velocities by electromagnetic effects. *Journal of Marine Research*, 11(2) :97–105.
- [Matsumura and Fukuda, 1984] Matsumura, K. and Fukuda, B. (1984). Recent developments of non-oriented electrical steel sheets. *IEEE Transactions on Magnetics*, 20(5) :1533–1538.
- [Mayergoyz et al., 1984] Mayergoyz, I., Abdel-Kader, F., and Emad, F. (1984). On penetration of electromagnetic fields into nonlinear conducting ferromagnetic media. *Journal of applied physics*, 55(3) :618–629.
- [Meilleroux, 1970] Meilleroux, J. (1970). Progrès récents sur le magnétomètre à vapeur de césium type «asservi». *Revue de Physique Appliquée*, 5(1) :121–130.
- [Miljavec and Zidarič, 2008] Miljavec, D. and Zidarič, B. (2008). Introducing a domain flexing function in the jiles–atherton hysteresis model. *Journal of magnetism and magnetic materials*, 320(5) :763–768.
- [Moskowitz, 1991] Moskowitz, B. M. (1991). Hitchhiker’s guide to magnetism. In *Environmental Magnetism Workshop (IRM)*, volume 279, page 48. Inst. for Rock Magnetism Univ. of Minn., Minneapolis, Minn.
- [Mouas et al., 2016] Mouas, L., Mohellebi, H., and Ouali, S. H. O. (2016). Modeling of nonlinear electromagnetic phenomena of ship’s magnetism. In *2016 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE)*, pages 1–6. IEEE.
- [Mouël, 1975] Mouël, V. C. J.-L. L. (1975). Le champ magnétique de la terre. *La Recherche (Paris)*, 39 :720–730.
- [Nadjet, 2006] Nadjet, K. (2006). *Modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de son intégration dans un code de calcul de champ électromagnétique*. PhD thesis, Université de Batna 2-Mustafa Ben Boulaid.
- [Nait-Kaci, 2001] Nait-Kaci, B. (2001). Modélisation de l'hystérésis magnétique tenant compte des contraintes thermiques. *mémoire de magister, université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou*.

- [Nait Ouslimane, 2002] Nait Ouslimane, A. (2002). *Mise en œuvre du couplage magnétothermique pour l'étude de la répartition de la température en utilisant la méthode des éléments finis application aux dispositifs de chauffage par induction et lanceurs électromagnétiques*. PhD thesis, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou.
- [Néel, 1946] Néel, L. (1946). Recueil de mémoire sur la démagnétisation.
- [Oukacine, 2012] Oukacine, N. (2012). *Utilisation des réseaux de neurones pour la reconstitution de défauts en évaluation non destructive*. PhD thesis, Université Mouloud Mammeri.
- [Ould Ouali, 2010] Ould Ouali, S. H. (2010). *Intégration de l'hystérésis magnétique dans un calcul éléments finis en vue de l'estimation des pertes dans les tôles des machines électriques*. PhD thesis, Université Mouloud Mammeri.
- [OULD OUALI et al., 2008] OULD OUALI, S. H., Mohellebi, H., Hocini, F., Chaibi, R., and Féliachi, M. (2008). Eddy currents and hysteresis losses evaluation using dynamic Preisach model. *Journal of optoelectronics and advanced materials*, 10(5) :1093–1097.
- [Podney, 1975] Podney, W. (1975). Electromagnetic fields generated by ocean waves. *Journal of Geophysical Research*, 80(21) :2977–2990.
- [Potter and Schmulian, 1971] Potter, R. and Schmulian, R. (1971). Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media. *IEEE Transactions on Magnetics*, 7(4) :873–880.
- [Poulbot, 1993] Poulbot, V. (1993). *Contribution à l'étude des champs électriques très basses fréquences en milieu océanique*. PhD thesis, Ecole Centrale de Lyon.
- [Radja Nadia, 2018] Radja Nadia, Farida SELMANI, N. T. (2018). *Contribution à l'étude du contrôle non destructif des pièces tubulaires en utilisant la méthode des éléments finis*. PhD thesis, Université Mouloud Maameri de Tizi Ouzou.
- [RAMEAU, 1990] RAMEAU, J.-J. (1990). Corrosion électrochimique. principes, applications et protections. Technical report, Institut National Polytechnique de Grenoble (ENSEEG-INPG).
- [Robert, 1979] Robert, P. (1979). *Matériaux de l'électrotechnique*. Dunod.
- [Robert, 1987] Robert, P. (1987). *Traité d'électricité, vol. 2 : matériaux de l'électrotechnique*. Presses polytechniques et universitaires romandes.
- [Rogers, 1968] Rogers, T. H. (1968). *Marine corrosion*. G. Newnes.
- [Rosu et al., 2014] Rosu, G., Samoilescu, G., Baltag, O., Radu, S., and Iorgulescu, D. (2014). The effect of a magnetic treatment on ship magnetic signature. In *2014 International Symposium on Fundamentals of Electrical Engineering (ISFEE)*, pages 1–6. IEEE.
- [Sablík and Jiles, 1993] Sablík, M. J. and Jiles, D. C. (1993). Modeling the effects of torsional stress on hysteresis magnetization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(3) :2113–2123.
- [Sablík and Jiles, 1999] Sablík, M. J. and Jiles, D. C. (1999). Modeling the effects of torsional stress on hysteresis magnetization. *IEEE Transactions on Magnetics*, 35(1) :498–504.
- [SABONNADIÈRE and COULOMB, 1988] SABONNADIÈRE, J.-C. and COULOMB, J.-L. (1988). Calcul des champs électromagnétiques. *Techniques de l'ingénieur. Génie électrique*, 1(D3020) :D3020–1.
- [Sanford, 1967] Sanford, T. B. (1967). *Measurement and interpretation of motional electric fields in the sea*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.
- [Sanford, 1971] Sanford, T. B. (1971). Motionally induced electric and magnetic fields in the sea. *Journal of Geophysical Research*, 76(15) :3476–3492.

- [Segerlind, 1976] Segerlind, L. J. (1976). *Applied finite element analysis*, volume 316. Wiley New York.
- [Sixdenier, 2005] Sixdenier, F. (2005). *Prédiction de signatures électriques dans un actionneur en prenant en compte les lois de matériaux*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon I.
- [Stommel, 1948] Stommel, H. (1948). The theory of the electric field induced in deep ocean currents. *Journal of Marine Research*, 7(3) :386–392.
- [Thoelke, 1993] Thoelke, J. B. (1993). Magnetization and magnetostriction in highly magnetostrictive materials.
- [Thomas, 1986] Thomas, T. (1986). *Magnétoencéphalographie : modélisation des phénomènes développement d'un outil de mesure application aux champs évoqués auditifs*. PhD thesis.
- [TIMOTHY, 2002] TIMOTHY, M. (2002). *Analysis of the demagnetization process and possible alternative magnetic treatments for naval vessels*. PhD thesis, Sydney : The University of New South Wales.
- [Trutt et al., 1968] Trutt, F. C., Erdelyi, E. A., and Hopkins, R. E. (1968). Representation of the magnetization characteristic of dc machines for computer use. *IEEE transactions on Power Apparatus and Systems*, (3) :665–669.
- [Valet and Courtillot, 1992] Valet, J.-P. and Courtillot, V. (1992). Les inversions du champ magnétique terrestre. *La Recherche*, 246 :1002–1013.
- [Van Vleck, 1965] Van Vleck, J. H. (1965). Handbook of optics : The theory of electric and magnetic susceptibilities.
- [Vonsovski, 1971] Vonsovski, S. (1971). Magnetism wiley, ny, 1974.
- [Vuillermet, 2008] Vuillermet, Y. (2008). *IMMUNISATION EN BOUCLE FERMEE-APPLICATION AU SOUS-MARIN DOUBLE COQUE Identification de l'aimantation à partir de mesures du champ magnétique proche*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.
- [Warburton and Caminiti, 1964] Warburton, F. and Caminiti, R. (1964). The induced magnetic field of sea waves. *Journal of Geophysical Research*, 69(20) :4311–4318.
- [Wasyliwskyj, 1979] Wasyliwskyj, W. (1979). Electromagnetic fields induced by ocean currents. Technical report, INSTITUTE FOR DEFENSE ANALYSES ALEXANDRIA VA SCIENCE AND TECHNOLOGY DIV.
- [Weaver, 1965] Weaver, J. (1965). Magnetic variations associated with ocean waves and swell. *Journal of Geophysical Research*, 70(8) :1921–1929.
- [Werling, 2002] Werling, A. (2002). *Modélisation numérique de lenregistrement magnétique avec prise en compte de lhystérésis vectoriel*. GRIN Verlag.
- [Wiesenburg and Little, 1988] Wiesenburg, D. A. and Little, B. J. (1988). A synopsis of the chemical/physical properties of seawater. Technical report, NAVAL OCEAN RESEARCH AND DEVELOPMENT ACTIVITY STENNIS SPACE CENTER MS.
- [Young et al., 1920] Young, F., Gerrard, H., and Jevons, W. (1920). Xiii. on electrical disturbances due to tides and waves. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 40(235) :149–159.

## **Résumé**

La contrainte thermique peut être utilisée pour contrôler la force du champ magnétique généré par les matériaux ferromagnétiques. Cet effet est utilisé pour réduire les risques magnétiques dans la coque d'un navire. Dans la présente étude, nous allons discuter de l'utilité de cette technique pour réduire les pertes magnétiques dans les tôles marines - utilisées dans la construction de coques de navires - en utilisant un matériau ferromagnétique, à savoir l'acier de construction (S235). La caractérisation de ce métal est réalisée en utilisant le cadre Epstein dans un champ alternatif à une fréquence de 50 Hz. Une étude récente a été menée par la société algérienne Electro-industries d'Azaaga. L'expérience consistait en deux échantillons de quatre tôles d'acier de 4 mm d'épaisseur. Un échantillon a été soumis à une température de recuit de normalisation de 912 ° C pendant trente minutes, puis suivi d'une période de refroidissement lent dans le même four. Ensuite, une comparaison est faite entre les résultats de l'expérience avec et sans la température de recuit de normalisation. Les courbes B-H expérimentales obtenues sont ensuite intégrées avec succès dans le code d'éléments finis développé sous le logiciel MATLAB, à l'aide du modèle d'hystérésis de Rayleigh. Les résultats des simulations obtenus conformes aux mesures précédentes.

## **Mots clés**

Modélisation électromagnétique, magnétisme du navire, basses fréquences, éléments finis, signature magnétique, induction résiduelle, température de recuit.

## **Abstract**

Thermal stress can be used to control the strength of the magnetic field generated by ferromagnetic materials. This effect is used to reduce magnetic related risks in a ship hull. In the present study, we are going to discuss the usefulness of this technique to reduce magnetic losses in marine sheets - used in the construction of ship hulls - by using a ferromagnetic material, namely structural steel (S235). The characterization of this metal is made by using the Epstein frame in an alternating field at 50 Hz frequency. A recent study was conducted at the Algerian Electro-industries company in a city named Azaaga. The experiment consisted of two samples of four sheets of steel of 4 mm thick. One sample was submitted to a normalization annealing temperature of 912° C for thirty minutes, and then followed by a period of slow cooling in the same oven. Then a comparison is made between the results of the experiment with and without normalization annealing temperature. The experimental B-H curves obtained are then integrated successfully in the finite elements code developed in MATLAB software, using the Rayleigh hysteresis model. Simulations results are in accordance with the preceding measurements.

## **Key words**

Electromagnetic modeling, ship's magnetism, low frequencies, finite element, magnetic signature, residual induction, annealing temperature.