

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOULOUD MAAMERI DE TIZI-OUZOU  
FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

Thèse de  
Doctorat en Génie Mécanique

Thème

Modélisation du comportement  
tribologique des élastomères chargés

Présenté par  
Mr. DJERIDI Rachid

Devant le jury composé de ::

|                   |               |                 |            |
|-------------------|---------------|-----------------|------------|
| NECIB Kamel       | Professeur    | EMP Alger       | Président  |
| OULD OUALI Mohand | professeur    | U.M.M.T.O.      | Rapporteur |
| CHAOUI Kamel      | Professeur    | U.B.M.Anaba     | Examineur  |
| BEZZAZI Boudjema  | Professeur    | U.M.B.Boumerdès | Examineur  |
| ASMA Farid        | M.C./classe A | U.M.M.T.O.      | Examineur  |
| HOCINE Smain      | Professeur    | U.M.M.T.O.      | Invité     |

Soutenu le

# Remerciements

*Je tiens à remercier toutes les personnes qui m'ont aidé durant cette expérience, qui m'ont soutenu ou qui ont tout simplement pris le temps d'échanger leurs points de vue avec moi. Durant ces années, les multiples rencontres, débats ou projets font de la thèse une réelle aventure. La phase de rédaction permettant de faire un bilan (Si une thèse ne peut se réaliser hors d'un environnement scientifique, le cadre humain est tout aussi indispensable !), j'en profite pour remercier l'ensemble des personnes qui ont participé de près ou de loin à cette dernière.*

*Je commencerais par mon directeur de thèse, Dr. OULD OUALI Mohand, qui m'a fait confiance en acceptant de me prendre en sa responsabilité d'encadrement. Il a été disponible et patient avec toujours l'envie de me transmettre son savoir.*

*Je remercie également l'ensemble des membres du jury d'avoir accepté de consacrer un peu de leur temps à examiner mes travaux. Merci donc au Pr. NELIB Kamel à l'EMP d'Alger d'avoir accepté de présider le jury, aux membres examinateurs Pr. BEZZAZI Boudjema à l'université de Boumerdès, Pr. CHAOUJ Kamel à l'université d'Anaba et Dr. ASMA Farid maître de conférence A à l'université de Fizi-Ouzou et à mon invité Pr. HOJINE Smain à l'université de Fizi-Ouzou.*

*Je remercie sincèrement le Dr. Bilek A. et Dr. Larbi S. qui ne cessent de contribuer à l'évolution du département Génie Mécanique de l'Université M. Mammeri de Fizi-Ouzou depuis l'inauguration du département jusqu'à ce jour. Je suis en particulier très reconnaissant à eux pour avoir mis à ma disposition le tribomètre qui a été conçu par leur équipe.*

*Je souhaite témoigner toute ma gratitude à toute personne qui m'a soutenu, aidé ou conseillé le long de tout mon parcours de réalisation de cette thèse. Je trouve que vous avez pu me supporter le long de mon aventure (supporter au quotidien un thésard n'est pas une tâche facile !!!).*

*Je voudrais également remercier les techniciens de Hall de Technologie de l'UMMTO pour leur sympathie, leur bonne humeur et leur apport considérable au bon déroulement des travaux pratiques liées aux projets de recherche et d'enseignement.*

*Merci à tous ceux que je n'aurais pas dû oublier...*

# *Dédicace*

*« A toute personne noble qui se sacrifie pour le bonheur et le bien d'être des  
autres... »*

*Parents...*

*Amis...*

*Collègues...*

*Personne noble rencontrée ou qui travaille dans l'ombre...*

# Introduction générale ..... 1

Chapitre 1

## Comportement mécanique et tribologique des élastomères

|  |    |
|--|----|
| <b>1. Introduction</b> .....                                     | 5  |
| <b>2. Caractérisation des élastomères</b> .....                  | 5  |
| 2.1 - Structure .....  | 6  |
| 2.2 - La cristallinité .....                                     | 6  |
| 2.3 - Vulcanisation/Réticulation .....                           | 7  |
| 2.4. Elastomère chargé .....                                     | 8  |
| 2.4.1. Caractéristiques générales .....                          | 8  |
| 2.4.2. Notions sur la dispersion .....                           | 9  |
| 2.4.3. Interaction polymères/charges .....                       | 11 |
| 2.4.4. Microstructure .....                                      | 11 |
| 2.4.4. 1. Gomme occluse .....                                    | 11 |
| 2.4.4. 2. Gomme liée .....                                       | 12 |
| 2.4.4. 3. Réseau percolant de charges .....                      | 13 |
| 2.5. Comportement mécanique des élastomères chargés .....        | 13 |
| 2.5.1. Caractéristiques générales .....                          | 13 |
| 2.5.2. Comportement aux grandes déformations –effet Mullin ..... | 15 |
| 2.5.3. Faibles déformations - Effet Payne .....                  | 16 |
| <b>3 .Modélisation des comportements hyperplastiques</b> .....   | 18 |
| 3.1. Thermodynamique des milieux continus .....                  | 18 |
| 3.2. Principes généraux .....                                    | 19 |
| 3.2.1 Objectivité .....  | 19 |
| 3.2.2 Conditions aux limites .....                               | 20 |
| 3.2.3 Symétries Matérielles .....                                | 20 |
| 3.3. Modèles hyperélastiques .....                               | 22 |
| 3.3.1. Approche physique ou statistique .....                    | 22 |
| 3.3.1.1. Théorie statistique - Approche gaussienne.....          | 23 |
| 3.3.1.2. Elasticité d'un réseau moléculaire affine.....          | 24 |
| 3.3.1.3. La chaîne de Langevin .....                             | 24 |
| 3.3.2 Approche phénoménologique .....                            | 25 |
| <b>4. Tribologie des élastomères</b> .....                       | 26 |
| 4.1. Phénomènes tribologique de base des élastomères .....       | 26 |
| 4.2. Mécanismes du frottement des élastomères. ....              | 28 |
| 4.3. Usure des élastomères .....                                 | 31 |
| 4.3.1. Modèles d'usure .....                                     | 31 |
| 4.3.1.1. Usure par abrasion .....                                | 32 |
| 4.3.1.2. Usure 'slip line' .....                                 | 34 |
| 4.3.1.3. Modèle d'usure 'Standard Linear Solid' .....            | 35 |
| 4.3.2. Modes d'usure - Faciès d'usure des élastomères .....      | 37 |
| <b>5. Synthèse</b> .....   | 41 |

**Chapitre 2**  
**Etude numérique du comportement  
hyperélastique anisotrope**

|   |           |
|---|-----------|
| <b>1. Introduction .....</b>  | <b>45</b> |
| <b>2. Simulation numérique du comportement hyperélastique anisotrope.....</b>   | <b>46</b> |
| 2.1. Implémentation numérique d'une loi hyperélastique anisotrope.....  | 46        |
| 2.1.1-Introduction .....  | 46        |
| 2.1.2.2. Construction d'une loi constitutive hyperélastique anisotrope .....  | 47        |
| 2.1.3. Implémentation d'une loi hyperélastique anisotrope dans un code de calcul<br>par la méthode des éléments finis (MEF) ..... | 49        |
| 2.2. Simulation numérique .....   | 50        |
| 2.2.1. Modèles de comportement.....   | 50        |
| 2.2.2. Géométrie et conditions aux limites.....   | 50        |
| 2.2.3. organigramme de calcul .....   | 51        |
| 2.2.4. Résultats et discussions.....  | 52        |
| 2.2.4.1. Sensibilité au maillage .....  | 52        |
| 2.2.4.2. Influence de la compressibilité .....  | 52        |
| 2.2.4.3. Contraintes et déformations .....  | 53        |
| 2.2.4.4. Relation rigidité-orientation des fibres .....   | 54        |
| 2.2.4.5. Influence des paramètres du matériau .....   | 56        |
| 2.2.4.6. Analyse de l'influence de l'orientation des fibres sur la réponse<br>contrainte-déformation du matériau .....            | 58        |
| 2.2.4.7. Contribution des fibres .....  | 60        |
| 2.2.4.8. Résumé .....   | 60        |
| <b>3. Simulation numérique d'endommagement du comportement<br/>visco-hyperelastic anisotrope – Effet Mullins. ....</b>            | <b>61</b> |
| 3.1. Introduction .....   | 61        |
| 3.2. Motivation micromécanique .....  | 62        |
| 3.3. Modèle Constitutive .....  | 63        |
| 3.4. Simulation numérique .....   | 64        |
| 3.5. Résumé .....   | 69        |

**Chapitre 3**  
**Etude expérimentale de l'usure des élastomères  
chargés**

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introduction.....</b>                            | <b>70</b> |
| <b>2. Techniques expérimentales .....</b>              | <b>70</b> |
| 2.1. Etude de l'usure adhésive-Contact Plan/Plan ..... | 70        |
| 2.1.1. Introduction.....                               | 70        |
| 2.2. 2.Procédure expérimentale .....                   | 71        |
| 2.2.2.1. Description générale .....                    | 71        |
| 2.2.2.2. Paramètres et conventions tribologiques ..... | 72        |
| 2.2.2.3. Dispositif expérimental .....                 | 72        |
| 2.2.2.4. Présentation des couples tribologiques .....  | 75        |

|   |            |
|---|------------|
| 2.2.3. Matériels du contrôle .....  | 78         |
| 2.2.4. Modèle adopté et Conditions d'essais .....                               | 80         |
| <b>2.2- Etude de l'usure abrasive- Contact linéaire.....</b>                    | <b>81</b>  |
| 2.2.1 Introduction .....  | 81         |
| 2.2.2. Dispositif expérimental .....  | 82         |
| 2.2.2. Conditions d'essais .....  | 84         |
| 2.2.3. Matériau d'études.....   | 84         |
| <b>3. Résultats et Discussions .....</b>  | <b>85</b>  |
| 3.1. Usure adhésive.....  | 85         |
| 3.1.1 Influence de la vitesse de glissement .....                               | 85         |
| 3.1.2. Influence de la pression de contact et de la distance de glissement..... | 86         |
| 3.1.3. Influence de rugosité .....  | 88         |
| 3.1.4. Energie dissipée par frottement (Produit $P \cdot V$ ) .....             | 91         |
| 3.1.5. Etude de l'usure des élastomères vieillis .....                          | 93         |
| 3.1.6. Modèle d'usure des élastomères chargés .....                             | 96         |
| 3.2. Usure abrasive .....   | 98         |
| 3.2.1. Micrographie des surfaces usées .....                                    | 98         |
| 3.2.2. Influence de l'angle de l'arrêt de la lame .....                         | 99         |
| 3.2.3. Influence de vitesse de glissement .....                                 | 102        |
| 3.2.4. Influence de la durée d'utilisation (nombre de cycle) .....              | 104        |
| 3.2.5. Influence des charges de noir de carbone et de silice.....               | 105        |
| 3.2.6. Adoption d'un modèle analogique pour usure abrasive.....                 | 107        |
| 3.3. Etude micrographique des surfaces usées .....                              | 111        |
| 4. Technique de modélisation par éléments finis de l'usure .....                | 116        |
| <br>  |            |
| <b>Conclusion générale et perspectives .....</b>                                | <b>119</b> |
| <br>  |            |
| <b>Annexe 1 .....</b>   | <b>123</b> |
| <b>Annexe 2 .....</b>   | <b>125</b> |
| <b>Annexe 3 .....</b>   | <b>127</b> |
| <br>  |            |
| <b>Références bibliographiques.....</b>   | <b>131</b> |

## Liste des tableaux

| <b>Tableau</b> | <b>Désignation</b>  | <b>Page</b> |
|----------------|---|-------------|
| 2.1            | Ensemble de paramètres du matériau  | 50          |
| 3.1            | Matériau d'étude pour l'usure adhésive  | 76          |
| 3.2            | Composition du matériau M1  | 77          |
| 3.3            | Résultats des essais de dureté Vickers (Hv) de l'acier XC48 à différents états                  | 78          |
| 3.4            | Composition chimique en charges des éprouvettes en % masse.                                     | 85          |
| 3.5            | Valeurs limites de l'énergie dissipée sous forme de chaleur par frottement.                     | 91          |
| 3.6            | Valeurs de la pente de la droite de la variation de perte de masse en fonction de l'énergie P.V | 92          |
| 3.7            | Valeurs des constantes adimensionnelles du modèle d'Archard modifié                             | 97          |
| 3.8            | Valeurs des constantes du matériau pour l'usure abrasive  | 99          |
| 3.9            | Valeurs du module Young <b>E</b> calculé par la relation CITEM                                  | 100         |
| 3.10           | Valeurs des vitesses critiques pour l'usure maximale  | 102         |
| 3.11           | Valeurs d'usure maximales pour les élastomères chargés  | 115         |

## Liste des figures

| <b>Figure</b> | <b>Désignation</b>   | <b>Page</b> |
|---------------|--|-------------|
| 1.1           | Evolution du module avec la température a)- élastomère vulcanisé et cru[10,11] b)- classes des élastomères | 7           |
| 1.2           | Schéma général de vulcanisation  | 7           |
| 1.3           | Formation de ponts de réticulation disulfures  | 8           |
| 1.4           | Influence de taux de réticulation sur les propriétés de l'élastomère                                       | 8           |
| 1.5           | Les modes de fixations et de configuration des chaînes de polymères sur une surface solide                 | 10          |
| 1.6           | Adsorption de polymère sur la surface de particule   | 10          |
| 1.7           | Déplétion de polymère sur la surface de particule  | 11          |
| 1.8           | Interactions charges/polymères : échelles d'infractions  | 12          |
| 1.9           | schéma d'une gomme occlusse.   | 12          |
| 1.10          | Représentation schématique des élastomères chargés   | 13          |
| 1.11          | Courbe de traction d'un élastomère vulcanisé non chargé  | 14          |
| 1.12          | Effet du taux de charges sur la rigidité d'un élastomère   | 14          |
| 1.13          | Endommagement discontinu   | 15          |
| 1.14          | Mécanisme de déformation selon a)- BUECHE b)- DANNENBERG c)- KALISKE                                       | 15          |
| 1.15          | Essai de diffraction X et mesure de déformation simultanée   | 15          |
| 1.16          | Diagramme de Payne – effets des charges sur le module d'élasticité   | 16          |
| 1.17          | Représentation schématique de la désorganisation des agglomérats pour un élastomère SBR chargé de silice   | 18          |
| 1.18          | Exemples d'anisotropie a) isotropie transverse b) isotropie orthotrope                                     | 21          |
| 1.19          | Configuration d'une chaîne simple lorsque la direction de r n'est pas fixée                                | 24          |
| 1.20          | Modèle à huit chaînes. (a) Configuration non-étirée. (b) Configuration étirée                              | 25          |
| 1.21          | Principales composantes de coefficient de frottement   | 28          |
| 1.22          | Courbes maitresses de frottement (NBR non chargé) a)-SiC à sec b)- SiC                                     | 28          |

|              |  |    |
|--------------|--|----|
|              | <i>pollué c)- surface lisse en verre.</i>  |    |
| <b>1. 23</b> | <i>Schéma d'équivalence entre <math>\tan\delta</math> et <math>\mu</math> relatifs aux propriétés viscoélastiques des élastomères en fonction de la température, de la fréquence de sollicitation et donc de la vitesse de glissement</i>  | 30 |
| <b>1. 24</b> | <i>glissement d'un élastomère sur un substrat rigide et ondulé. La contribution à la friction à partir de l'amortissement interne dans l'élastomère est le même dans (a) et (b) car le ratio entre l'amplitude h et la longueur <math>\lambda</math> des ondulations est le même. (c) montre schématiquement les courbes <math>\mu(v)</math> pour les profils de rugosité dans (a) et(b)</i> | 31 |
| <b>1. 25</b> | <i>a)- Module viscoélastique <math>E(\omega)=E_1+iE_2</math> d'un matériau élastomère typique b)- La tangent de perte <math>E_2/E_1</math> (schématique)</i>   | 31 |
| <b>1. 26</b> | <i>Lissage du substrat en présence de lubrification</i>  | 32 |
| <b>1. 27</b> | <i>Diagramme présentant les relations entre le frottement des élastomères et leurs mécanismes d'usure</i>  | 32 |
| <b>1. 28</b> | <i>Schéma d'une lame tirant un simple sillon sous une force d'abrasion montrant la propagation de fissure suivant un angle <math>\theta</math> par rapport à la surface. Micrographie d'un sillon formé sur un spécimen SBR</i>  | 33 |
| <b>1. 29</b> | <i>Schéma du modèle physique d'usure par formation de rides</i>  | 34 |
| <b>1. 30</b> | <i>a)- champs 'Slip-line' pour un contact aspérité-polymère b)-ligne de déformation dans la micro-déchirure (microcuting).</i>   | 36 |
| <b>1. 31</b> | <i>Diagramme du modèle Standard Linéaire d'un Solide (SLS) de la viscoélasticité formé de deux ressorts <math>E_1, E_2</math> et un amortisseur <math>\eta</math>.</i>   | 36 |
| <b>1. 32</b> | <i>a)-Aspérités en contact b)-vue de point de contact</i>  | 36 |
| <b>1. 33</b> | <i>Force de friction en fonction du déplacement tangentiel</i>   | 37 |
| <b>1. 34</b> | <i>Principaux d'usure d'élastomères : a)-Stries d'usure b)- Rides d'usure c)- Rouleau d'usure d)- Cratères d'usure.</i>  | 39 |
| <b>1. 35</b> | <i>a)-Endommagements d'un corps frottant b)- Endommagement d'un élastomère</i>   | 39 |
| <b>1. 36</b> | <i>Schéma de l'endommagement d'une surface d'un élastomère par un indenteur pointu « Aiguille »</i>  | 39 |
| <b>1. 37</b> | <i>Schéma de formation des 'figures' d'abrasion et leurs rupture</i>   | 40 |
| <b>1. 38</b> | <i>Schéma de différentes étapes de la formation de rouleaux</i>  | 41 |
| <b>1. 39</b> | <i>Mécanisme de formation des rouleaux</i>   | 41 |
| <b>1. 40</b> | <i>Mécanisme de formation de cratère par déformations de la matrice et d'un agglomérat : a)- avant le passage de l'indenteur b)- sous passage de l'indenteur c)- après le passage de l'indenteur</i>   | 41 |
| <b>1. 41</b> | <i>Représentation schématique d'un cratère type vu de dessus</i>   | 42 |
| <b>2. 1</b>  | <i>Dimensions du cube et plans de symétrie.</i>  | 51 |
| <b>2. 2</b>  | <i>Organigramme de calcul</i>  | 51 |
| <b>2. 3</b>  | <i>Variation de l'énergie de déformation en fonction de maillage et d'angle d'orientation des fibres.</i>  | 52 |
| <b>2. 4</b>  | <i>Réponse contrainte-déformation de matériau compressible et incompressible</i>   | 53 |
| <b>2. 5</b>  | <i>Variation de la différence de comportement en contrainte ou énergie de déformation ente les cas compressible et incompressible</i>  | 53 |
| <b>2. 6</b>  | <i>Influence de la direction d'anisotropie (direction de fibre) sur le comportement mécanique du matériau compressible (<math>c/\alpha^*</math>) et matériau incompressible (<math>1/\alpha^*</math>).</i>   | 54 |

|              |   |    |
|--------------|---|----|
| <b>2.7</b>   | <i>Influence de direction d'anisotropie (direction de fibre) sur la rigidité du matériau anisotrope comportement mécanique du matériau compressible (<math>c/\alpha^2</math>).</i>  | 55 |
| <b>2.8</b>   | <i>Rigidité en fonction de l'orientation des fibres (EIII incompressible).</i>  | 55 |
| <b>2.9</b>   | <i>Influence du choix des paramètres du matériau sur le comportement hyperélastique anisotrope pour le cas du matériau compressible</i>   | 57 |
| <b>2.10</b>  | <i>Influence du choix des paramètres du matériau sur le comportement hyperélastique anisotrope pour le cas du matériau incompressible</i>   | 57 |
| <b>2.11</b>  | <i>Courbes contrainte /déplacement pour différents Sets (matériaux compressibles).</i>  | 58 |
| <b>2.12</b>  | <i>Courbes contrainte /déplacement pour différents groupes de paramètres (matériaux incompressibles).</i>   | 58 |
| <b>2.13</b>  | <i>Courbe contrainte- déplacement à différentes directions d'anisotropie (le modèle HGO).</i>   | 59 |
| <b>2.14</b>  | <i>Variation de l'énergie potentielle en fonction de constante <math>C_3</math> (Matériau EIII)</i>   | 60 |
| <b>2.15</b>  | <i>Energie de déformation dissipée dans le modèle Ogden-Roxburgh en fonction du: a) - constant <math>\beta</math> b) - constant <math>m</math> c) - constant <math>r</math>.</i>  | 66 |
| <b>2.16</b>  | <i>Influence des constantes du matériau.</i>  | 67 |
| <b>2.17</b>  | <i>Influence sur la boucle d'hystérésis de l'orientation fibres (cas incompressible).</i>   | 68 |
| <b>2.18</b>  | <i>Influence sur la boucle d'hystérésis de : a) – l'orientation fibres dans le cas incompressible c) – la compressibilité (EI).</i>   | 68 |
| <b>2.19</b>  | <i>Influence de la dispersions de fibres dans le modèle HGO avec les constants du modèle d' Ogden-Roxburgh (<math>r=1.1</math> , <math>m=100</math> , <math>\beta=0.1</math>).</i>  | 69 |
| <b>3. 1</b>  | <i>photographie du tribomètre d'étude</i>   | 73 |
| <b>3. 2</b>  | <i>Chaine d'acquisition</i>   | 73 |
| <b>3. 3</b>  | <i>Corps d'épreuve du capteur et les zones d'emplacement des jauges</i>   | 75 |
| <b>3. 4</b>  | <i>Géométrie du disque</i>  | 75 |
| <b>3. 5</b>  | <i>Photographie et dimensions des pions</i>   | 75 |
| <b>3. 6</b>  | <i>Courbe contrainte-déformation</i>  | 77 |
| <b>3. 7</b>  | <i>schéma du rouleau et conditions d'expositions</i>  | 77 |
| <b>3. 8</b>  | <i>Photographie d'emplacement du matériau</i>   | 78 |
| <b>3. 9</b>  | <i>Duromètres de type « WOPERT DIA TESTOR RC »</i>  | 79 |
| <b>3. 10</b> | <i>schéma du pénétrateur en dureté Shore A.</i>   | 79 |
| <b>3. 11</b> | <i>a)- Rugosimètre à palpeur b)- balance analytique.</i>  | 80 |
| <b>3. 12</b> | <i>Dispositif expérimental d'étude d'usure abrasive</i>   | 82 |
| <b>3. 13</b> | <i>Mécanismes de fixation a)- fixation de lame d'abrasion b)- fixation de l'échantillon.</i>  | 83 |
| <b>3. 14</b> | <i>Dimensions de l'échantillon pour usure abrasive</i>  | 84 |
| <b>3. 15</b> | <i>Courbes de variation de perte de masse en fonction de la vitesse glissement</i>  | 86 |
| <b>3. 16</b> | <i>Perte de masse en fonction de la distance parcourue : a)-Disque <math>Ra_2</math> b)-Disque <math>Ra_3</math> c)-Disque <math>Ra_4</math></i>  | 87 |
| <b>3.17</b>  | <i>Variation de la perte de masse en fonction de distance parcourue (Rugosité <math>Ra_1</math>)</i>  | 87 |
| <b>3. 18</b> | <i>Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact à différentes vitesses : a)-disque de rugosité <math>Ra_2</math> b)- disque de rugosité <math>Ra_3</math> c)- disque de rugosité <math>Ra_4</math></i> | 88 |

|              |   |     |
|--------------|---|-----|
| <b>3. 19</b> | <i>Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact à différentes vitesses (disque de rugosité <math>Ra_1</math>).</i>   | 88  |
| <b>3. 20</b> | <i>Schéma du profil d'une surface et définition de paramètres</i>   | 89  |
| <b>3. 21</b> | <i>Influence de la rugosité du disque pour différents charges et vitesses de rotation</i>   | 90  |
| <b>3. 22</b> | <i>Variation de perte de masse en fonction de l'énergie dissipée par frottement pour différents disques.</i>  | 92  |
| <b>3. 23</b> | <i>Variation de rapport énergie dissipée /perte de masse en fonction de la pression de contact et rugosité du disque.</i>   | 93  |
| <b>3. 24</b> | <i>Influence des conditions de vieillissement climatique sur le comportement à l'usure des élastomères chargés.</i>   | 93  |
| <b>3. 25</b> | <i>Micrographie de différentes classes des élastomères vieillis.</i>  | 93  |
| <b>3. 26</b> | <i>Coefficient de frottement des classes des matériaux vieillis</i>   | 95  |
| <b>3. 27</b> | <i>Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact du matériau MI</i>   | 97  |
| <b>3. 28</b> | <i>Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact du matériau I vierge et vieillis</i>   | 97  |
| <b>3. 29</b> | <i>Micrographie au MEB des surfaces usées.</i>  | 98  |
| <b>3. 30</b> | <i>Courbe de variation de coefficient d'Archard en fonction de l'angle d'aspérité pour un polymère</i>  | 100 |
| <b>3. 31</b> | <i>Courbe typique perte de masse en fonction de l'angle d'inclinaison de lame.</i>  | 101 |
| <b>3. 32</b> | <i>Courbes de variation de perte de masse en fonction de l'angle d'inclinaison de la lame</i>   | 101 |
| <b>3. 33</b> | <i>Courbes de variation de la valeur des constante du matériau <math>C_1</math> et <math>C_2</math>.</i>  | 102 |
| <b>3. 34</b> | <i>Courbe typique de perte de masse en fonction de vitesse de glissement.</i>   | 103 |
| <b>3. 35</b> | <i>Influence de vitesse de glissement sur l'usure abrasive de l'élastomère</i>  | 104 |
| <b>3. 36</b> | <i>Evolution de la vitesse d'usure maximale en fonction de la dureté Shore A.</i>   | 104 |
| <b>3. 37</b> | <i>Variation de perte de msse en fonction de nombre de cycle</i>  | 105 |
| <b>3. 38</b> | <i>Influence de taux de noir de carbone sur l'usure abrasive des élastomères</i>  | 106 |
| <b>3. 39</b> | <i>Influence de taux de silicium sur l'usure abrasive des élastomères</i>   | 107 |
| <b>3. 40</b> | <i>Schéma général du modèle d'usure abrasive</i>  | 108 |
| <b>3. 41</b> | <i>Micrographie de la surface usée des échantillons (usure abrasive <math>P=7N</math>)</i>  | 112 |
| <b>3. 42</b> | <i>Micrographie de la surface usée des échantillons (contact Plan/Plan)</i>   | 113 |
| <b>3. 43</b> | <i>Etat de la surface des échantillons avec différents compositions de charges obtenue en usure abrasive (<math>N= 250 \text{ cyc}</math> , <math>v_g= 55\text{cyc/mn}</math> , <math>P = 7N</math> , <math>\alpha = 60^\circ</math>)</i> | 114 |
| <b>3. 44</b> | <i>Méthodologie pour l'implémentation le modèle d'usure dans un code de calcul par éléments finis.</i>  | 117 |
| <b>3. 45</b> | <i>Schéma d'implémentation du modèle d'usure pour le nœud i dans la soubroutine UMESHMOTION</i>   | 118 |

## RESUME

La modélisation du comportement anisotrope des matériaux renforcés de fibres, comme le caoutchouc, est actuellement de grande importance pour de nombreux secteurs industriels. En effet, une description précise de la réponse et l'endommagement mécaniques de tels matériaux permet d'augmenter la durée de vie de ces matériaux qui généralement évolue sous plusieurs conditions d'environnement. Dans cette investigation, la théorie et l'analyse par la méthode des éléments finis du matériau anisotrope renforcé sont présentés. Le modèle mécanique adopté pour cette étude est implémenté dans un code calcul « Abaqus » en utilisant un schéma implicite. Une famille de fibre est considérée dans ce travail. L'effet de l'orientation des fibres, compressibilité, incompressibilité et paramètres du matériau sont mis en évidence. Les résultats obtenus montrent la capacité du modèle de reproduire des résultats connus et une orientation optimale peut être retrouvée.

Plus loin, nous avons pris en compte l'endommagement du matériau sous chargement monotone et cyclique, connu par l'effet Mullins. En introduisant cet accouplement nous permet de distinguer le changement de rigidité due à l'orientation des fibres, l'état compressibilité, l'état incompressible et le choix des paramètres du matériau et l'endommagement dans le matériau.

La deuxième partie de l'étude du matériau hyperélastique est sa caractérisation expérimentale à la résistance à l'usure. Nous sommes confrontés aux difficultés complexes pratiques et la mise en œuvre d'une étude expérimentale due aux complexités des mécanismes de déformations et d'arrachement de la matière à la surface et les interactions très marquées entre les paramètres tribologiques. Nous avons présenté des résultats pour l'étude de deux types de contact : contact Plan/Plan et contact linéaire. L'étude de l'interaction « matériau/indenteur » implique des actions dépendante et momentanée des différents paramètres tribologiques. En conséquence, le phénomène régissant cette interaction n'est pas aisé à expliquer. L'analyse de l'influence des paramètres tribologique sur l'usure des élastomères nous a conduits à développer un schéma de modèle d'usure analogue au modèle de coupe en usinage. La visualisation de l'état de dégradations des élastomères au MEB nous fournit des informations sur la morphologie des faciès d'usure et des débris arrachés par frottement aux surfaces de contact.

# INTRODUCTION GENERALE

## Introduction générale

Les élastomères constituent une classe de matériaux qu'on retrouve dans plusieurs industries, telles que : l'industrie automobile (amortisseurs de chocs, transmission de puissance, joints d'étanchéité), l'industrie biomédicale (les cartilages vertébrales, les articulations, les tendons, la cardiologie), l'aéronautique...etc. L'importance de ces matériaux réside dans leurs caractéristiques mécaniques et physico-chimiques : ils présentent une grande élasticité, ils sont chimiquement inertes (relativement aux matériaux minéraux) et ont des caractéristiques mécaniques très variées liées à leurs compositions chimiques. Généralement, ils sont renforcés des renforts tels que les charges de noir de carbone ou de silice et les fibres de renforcement. Ces trois types sont les plus introduites dans une matrice élastomère en pourcentages plus au moins élevés. Les récentes innovations dans ce type de matériau concernent principalement les propriétés intrinsèques de la charge (taille, structure et activité chimique). La charge renforçante utilisée par les manufacturiers de pneumatique est principalement le noir de carbone. La nature chimique de ce type de charge, proche de celle de la majorité des élastomères hydrocarbonés, favorise son incorporation et sa compatibilité. L'introduction de la silice se présente comme une alternative intéressante car elle permet d'améliorer un certain nombre de propriétés mécaniques (abrasion, dissipation d'énergie). La morphologie de la silice est quasi identique à celle de noir de carbone. Elle se différencie par sa nature chimique et la présence de silanols de surface (caractère polaire) qui engendrent de très fortes interactions charge-charge. Cette forte réactivité surfacique peut se présenter comme un handicap pour la dispersion. L'ajout des charges renforçantes influe sur l'isotropie de comportement du matériau. L'expérience montre que le comportement hyperélastique devient anisotrope en présence de deux ou plusieurs types de charges. Ceci a poussé les chercheurs d'élaborer des modèles anisotropes reproduisant mieux le comportement hyperélastique de ces élastomères.

Le comportement tribologique de caoutchouc au contact glissant a constitué un considérable intérêt. Les élastomères sont utilisés pour la fabrication de nombreuses pièces « importantes » : pneumatiques, semelles de chaussures, joints d'étanchéités...etc. Qui n'a pas été confronté à l'usure des semelles de ses chaussures ?! Ainsi, il apparaît clairement que l'usure est le mode principal de dégradation de nombreuses pièces en élastomères. L'ajout de noir de carbone a constituée l'objet de nombreux travaux de recherche pour augmenter la performance des élastomères à l'usure. Il a été montré que L'ajout de noir de carbone

améliore la résistance à l'usure par contact des élastomères. La réduction de l'usure représente donc un enjeu important d'un point de vue économique et même écologique.

Les mécanismes d'usure de ces matériaux sont complexes et leur modélisation est plus difficile. La résistance à l'usure par adhésion, abrasion ou par autre mode d'usure plus particulier dépend des conditions d'utilisation du matériau ou bien des paramètres tribologiques à la surface du contact. L'étude théorique s'intéresse aux mécanismes d'arrachement de la matière qui est gouverné par la mécanique d'endommagement et de rupture par fatigue en mettant en évidence le comportement visco-hyperélastique des élastomères. Alors que les modèles empiriques s'intéressent à l'influence des paramètres tribologique et l'analyse micrographique de l'évolution de l'état de la surface usée.

L'usure est donc le principal mode de dégradation de nombreuses structures en élastomères (joints d'étanchéité, semelles de chaussures, pneumatiques...), les mécanismes qui en sont responsables ne sont pas connus avec précision. La complexité du phénomène d'usure est régit par la contribution couplée et simultanée des propriétés mécaniques, thermiques, physico-chimiques ainsi que la topographie des surfaces en contact dans le cadre de chargement généralement multiples (mécaniques, thermiques, chimiques...).

Cependant, l'une des études la plus approfondie de la modélisation d'usure est présenté par One Meng et Ludema[1], qui réalise un catalogue de plus de 300 modèles et équations développées depuis plusieurs années de ce siècle. Ils considèrent trois principales approches: modèles basés sur des relations empiriques, construits directement avec les résultats obtenus par les essais où certaines conditions d'essais sont variés; modèles basés sur la mécanique de contact, existence des modèles d'un système particulier qui suppose des relations simple entre les conditions d'utilisation; et des modèles basés sur la mécanique de la rupture, qui incluent les paramètres du matériau tels que : les dislocations mécaniques, les propriétés de fatigue, rupture par cisaillement et la rupture fragile. Les modèles basés sur la mécanique de contact sont les plus appropriés pour caractériser un modèle d'usure à partir des résultats des essais sur un tribomètre. Dans les modèles basés sur la mécanique de contacts, le modèle proposé par Archard [2], une relation linéaire entre le volume usé, la charge extérieure appliquée et la vitesse de glissement est pose aux moyens de taux d'usure spécifique. Le modèle d'Archard est aussi utilisé comme base pour les modèles proposés, qui incluent des modifications et des améliorations de modèles [3,4].

Le cadre général de cette étude est d'apporter des éléments complémentaires à l'étude numérique de l'hyperélasticité anisotrope (tels que le comportement des élastomères chargés

ou renforcés de fibres) et à la caractérisation expérimentale de l'usure des élastomères dans le but de formuler et d'identifier une loi d'usure d'un élastomère chargé. L'objectif a été donc double :

- **i)**- modéliser par éléments finis le comportement anisotrope des élastomères en utilisant le code de calcul « Abaqus ». Le modèle proposé a été couplé pour prendre en compte l'endommagement par effet Mullins. Notre étude s'est aussi focalisée sur la détermination des paramètres du matériau des lois hyperélastiques anisotrope. D'autre part, l'endommagement visco-hyperélastique par effet Mullins est mis en évidence.
- **ii)**-mettre en évidence l'influence des paramètres tribologiques sur les mécanismes d'usure des élastomères. A l'heure actuelle, les mécanismes responsables de l'usure des élastomères chargés réticulés ne sont toujours pas connus avec précision dans des configurations simples de sollicitation. Cette partie à forte commutation expérimentale nous a mené à proposer un modèle d'usure pour les élastomères chargés basé sur le modèle d'Archad.

La structure de cette thèse se présente comme suit:

- Une étude bibliographique (chapitre 1) constituée de trois parties :

La première partie représente un passage en revue des caractéristiques physico-chimique et mécanique de la matrice d'élastomères et des élastomères chargés. Nous présentons les différentes particularités de relations liantes la microstructure des élastomères à leurs comportements hyperélastiques. Nous étudions la formation des différents réseaux particuliers et leurs influences sur des comportements hyperélastiques spécifiques aux élastomères.

Les différentes approches de construction d'un modèle constitutive hyperélastique sont évoquées dans la seconde partie. Des éléments de base de milieux continus en grande déformation sont développés.

La troisième partie de ce premier chapitre est consacré à l'étude de comportement à l'usure des élastomères chargés. Les éléments de base liés à la théorie de contact et à la modélisation des mécanismes tribologiques et d'usure des élastomères sont présentés.

- Dans le second chapitre, nous abordons la simulation numérique par la méthode des éléments finis. La loi de comportement hyperélastique anisotrope utilisée a été implémenté dans le code de calcul par élément finis « Abaqus standard » en utilisant la sousroutine UANISOHYPER\_INV. Nous étudions le comportement des élastomères chargés d'une seule

famille de fibre (anisotropie transverse). L'influence des paramètres liées aux caractéristiques particulières du matériau d'étude (tels que l'orientation des fibres, la compressibilité, les constantes du matériau dans le modèle et l'hystérésis par effet Mullins) sur sa réponse mécanique est étudié.

- Dans le troisième chapitre, une étude expérimentale portant sur le comportement tribologique des élastomères chargés est présentée. Les résultats de caractérisations de l'usure pour les deux types de contact plan/plan et contact linéaire sont donnés et discutés. Nous étudions la construction de deux modèles d'usure des élastomères chargés (modèle d'usure adhésive en contact Plan/Plan et un autre pour le cas de l'usure abrasive) par la recherche des relations liant les différents paramètres tribologiques.
- Enfin, notre travail est clos par une conclusion générale où nous rassemblerons tous les points importants de notre étude et nous donnerons quelques perspectives de recherche.

CHAPITRE 1

**COMPORTEMENT MECANIQUE ET TRIBOLOGIQUE  
DES ELASTOMERES**

## Chapitre 1

# Comportement mécanique et tribologique des élastomères

## 1. Introduction

Ce chapitre présente une étude bibliographique qui englobe les notions nécessaires à la compréhension du comportement tribologique des élastomères chargés. Ce comportement est défini par le mécanisme de déformation des matériaux hyperélastiques au contact avec un indenteur. Par conséquent, le comportement mécanique des élastomères et sa modélisation sera nécessaire à exposer. Pour synthétiser la relation microstructure/comportement mécanique, on présentera tout d'abord la microstructure des élastomères.

Cependant, les polymères sont de plus en plus employés dans des applications mettant en jeu leurs propriétés tribologiques : paliers, engrenages, freins, joints, prothèses orthopédiques, semelles de ski...etc. La conception de ces pièces nécessite donc une bonne connaissance de leurs performances tribologiques. L'usure et frottement sont deux phénomènes étroitement liés, étudiés par la tribologie, mais leurs relations mutuelles sont loin d'être toutes comprises actuellement et dépendent fortement des conditions de contact (pression, vitesse relative), de l'environnement (température, humidité). Ces deux phénomènes sont très importants sur le plan pratique puisque l'usure détermine la durée de vie d'une pièce.

## 2 - Caractérisation des élastomères

Les élastomères ont des propriétés mécaniques d'élasticité, d'extensibilité et une capacité à dissiper de l'énergie. De plus, les nombreuses formulations possibles font élargir la gamme de ces matériaux. Dans ces formulations interviennent des charges qui, pour leur majorité, améliorent considérablement les propriétés d'usages et plus particulièrement les propriétés mécaniques (rigidité, résistance à la rupture, dissipation d'énergie, endommagement par effet Mullins et effet Payne). Ce qui paraît que l'amélioration de ces caractéristiques est en liaison directe avec la modification dans la microstructure du matériau (vulcanisation, gomme liée, gomme occluse, réseau percolant, dispersion...).

On présentera dans ce qui suit une revue sur l'influence des paramètres structuraux sur les propriétés mécaniques des élastomères chargés cités.

## 2.1 - Structure

Le choix de la matrice élastomérique, appelée gomme, impose au final une grande part des propriétés de matériau. Les élastomères font partie de la famille des polymères qui se divisent en trois types : naturel, semi-synthétique et synthétique.

Les élastomères « naturels » (NR : Naturel Rubber ou latex) sont synthétisés sous l'appellation de polyisoprène afin d'améliorer leur comportements et notamment leur comportement thermomécanique.

Il existe un grand nombre d'élastomères synthétiques « compound » :

- les élastomères de type SBR « Styrene Butadiene Rubber » : un copolymère statistique de Styrène et de Butadiène.
- les élastomères de type NBR « Nitrile Butadiene Rubber » : ils sont composés de butadiène et d'acrylonitrile (ACN de 50-80%en poids). Le taux d'ACN conditionne les propriétés des élastomères [5].

Le caoutchouc naturel est formé de très longues chaînes macromoléculaires composées d'un nombre de monomères compris entre 3000 et 5000. Dans certains polymères, d'autres atomes peuvent être présents (chlore, azote, oxygène, fluor) et conditionnent la forte cohésion atomique.

## 2.2 - La cristallinité

Deux types de liaisons sont présents dans les polymères amorphes:

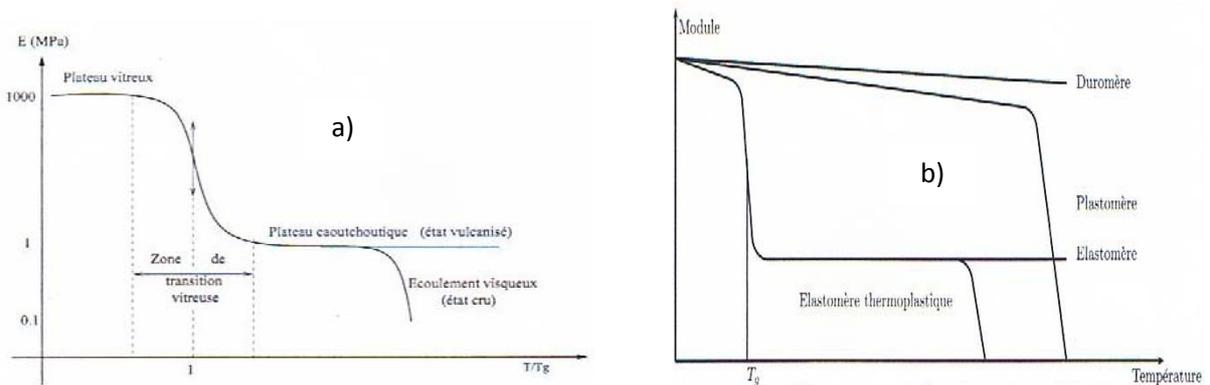
- Des liaisons covalentes fortes dont l'énergie à rupture est de l'ordre de 300kJ/mol.
- Des liaisons faibles, de type VAN DER WAALS, entre des atomes dont l'énergie à rupture est de l'ordre de 10kJ/mol.

La cristallisation dans les élastomères est de faible degré. Le NR présente une structure moléculaire régulière (stéréorégularité) qui favorise la cristallinité partielle. Dans les élastomères la phase cristalline est minoritaire et la température de fusion  $T_f$  de la phase cristalline est proche de la température ambiante.

Certains élastomères (NR) présentent une aptitude à cristalliser sous contraintes (lorsqu'ils sont très étirés). Le taux de cristallinité semble cependant être de l'ordre de 10% pour des déformations de l'ordre de 500% pour le caoutchouc naturel [6]. Les élastomères sont caractérisés par une température de transition vitreuse,  $T_g$ . C'est la température en dessous de laquelle l'agitation thermique est trop faible pour compenser les forces d'interactions entre les segments de chaînes qui confèrent au matériau un comportement de solide rigide elasto-viscoplastique [7]. Les élastomères présentent toujours une valeur de  $T_g$  très inférieure à la

température ambiante [8], ce qui leur confère un état caoutchoutique à la température ambiante.

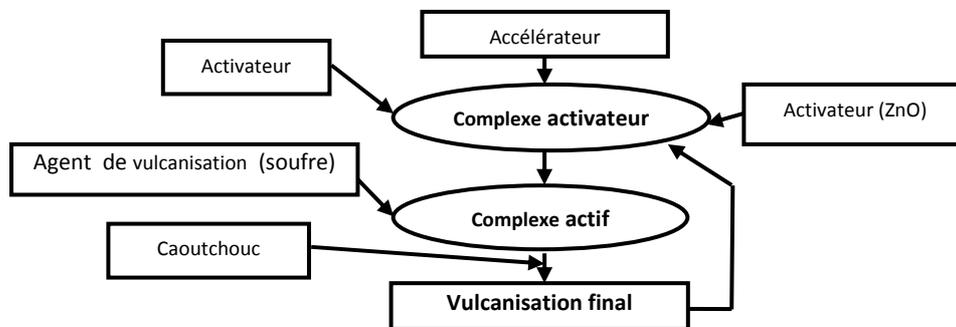
En conclusion, les caractéristiques des élastomères dépendent fortement des intervalles de températures dans lesquelles ils sont utilisés (figure1.1). Un autre paramètre qui influe sur la cristallinité est le taux d'élongation  $\lambda$  où une phase cristalline est enregistrée pour une élongation ( $\lambda = 2,6$ ) [9].



**Figure 1.1 :** Evolution du module d'élasticité avec la température a)- élastomère vulcanisé et cru[10] b)- classes des élastomères [11]

### 2.3 - Vulcanisation/Réticulation

La vulcanisation détermine la plupart des propriétés finales d'un l'élastomère ouu le soufre est l'agent utilisé. Le schéma de la figure 1.2 montre les éléments et les opérations de la vulcanisation.



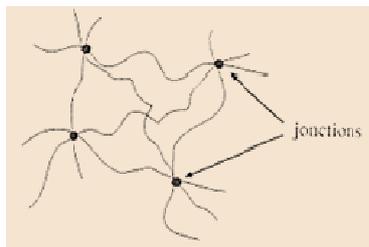
**Figure 1.2 :** Schéma général de vulcanisation [12]

La vulcanisation permis la création des liaisons covalentes fortes entre les chaînes macromoléculaires, points de réticulation, créant ainsi un réseau tridimensionnel (figure1.3). Le taux de réticulation (nombre de liaisons) augmente l'élasticité des élastomères et pilote leur comportement global. Un taux de réticulation très élevé permet d'obtenir un matériau à très haut module comme les duromeres (ébonite).

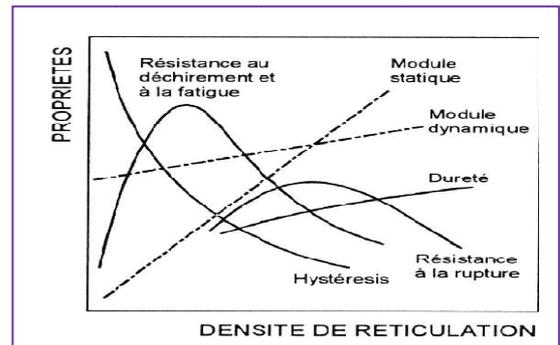
Les propriétés mécaniques varient avec le taux de réticulation (figure1.4). Le degré de taux de réticulation est contrôlé le couple de mélangeage déduit par mesure rhéométrique. Les

propriétés des élastomères sont liées aux paramètres de la vulcanisation [13]: nombre de ponts, longueur des ponts et répartition des ponts.

La vulcanisation permet d'augmenter l'élasticité, mais réduit leurs propriétés à la rupture au-delà d'un seuil. à même degré de réticulation, plus la longueur des ponts est importante, plus les mouvements entre les chaînes qu'ils relient sont facilités. L'influence de cette longueur des ponts sur les propriétés mécaniques de l'élastomère si ce n'est une légère augmentation de la résistance à la rupture et la déchirure. L'hétérogénéité de la réticulation permettrait d'améliorer les propriétés mécaniques par une meilleure dispersion de l'énergie de déformation [14].



*Figure 1.3 : Formation de ponts de réticulation disulfures*



*Figure 1.4: Influence de taux de réticulation sur les propriétés de l'élastomère [15]*

## 2.4- Elastomère chargé

### 2.4.1- Caractéristiques générales

Nous venons de voir que le comportement d'un élastomère ne dépend pas seulement de sa mise en œuvre (microstructure, taux de réticulation) mais aussi de la plage de température pour laquelle il est employé. D'un point de vue pratique, des facteurs tels que la résistance à la rupture ou à la fatigue sont primordiaux lors de l'utilisation industrielle de ces matériaux. L'amélioration des performances des élastomères en termes de rigidité et de résistance est réalisée par un renforcement du matériau par incorporation de charges. une charge renforçante est une charge qui augmente les modules et compense, en même temps, la faiblesse éventuelle d'autres propriétés (résistance à la rupture, au déchirement, à l'abrasion) des vulcanisats[16]. Différents types de charges peuvent être utilisés, selon les applications et le renforcement : Très peu renforçantes (craie naturelle, talc), Semi-renforçante (kaoulins, silicoalminiates, carbonates de calcium (étanchéité)) et Renforçante (noir de carbone, silice (pneumatique)). Les charges renforçantes sont caractérisées par trois paramètres principaux suivants :

- **La structure** : c'est le nombre de particules de noir de carbone dans l'agrégat supposé être une structure primaire indivisible. Elle comporte environ 20 à 200 particules pour le noir de carbone. Une attraction plus faible entre les agrégats conduit à la formation d'une

structure secondaire sous forme d'agglomérats. Elle est destructible sous l'effet d'une action mécanique durant le malaxage ou encore lors d'une sollicitation. Ce paramètre varie selon les types de noir de carbone [17].

- **La surface spécifique** : c'est la surface développée de la charge par unité de masse. Plus la taille de la particule est grande plus la surface spécifique est grande [18,19]. Elle influe sur le comportement du matériau par la taille et la distance entre les particules ce qui engendre des différences au niveau de la dispersion et des réseaux de charge.
- **L'activité chimique** : elle gouverne les différentes interactions charges/charges ou charges/matrice et la dispersion des particules dans les polymères.

#### 2.4 .2. Notions sur la dispersion

Une suspension ou dispersion est l'état d'un solide divisé, mêlé à la masse d'un liquide sans être dissous par lui-même. Le contrôle de la structure des suspensions constitue un intérêt primordial pour l'industrie. La stabilité et la rhéologie sont les deux paramètres qu'il faut maîtriser dans une suspension. La stabilité dépend de la taille des particules mais aussi du contrôle des propriétés physico-chimiques de leurs surfaces. Une particule est soumise ou non aux forces de gravitation, à l'agitation thermique et aura un comportement spécifique sous écoulement (force hydrodynamique).

- **Force volumique** : cette composante peut entraîner la sédimentation des particules de la dispersion. Nous définissons l'état critique par la taille d'une particule colloïdale. Le temps de sédimentation  $t_s$  et le temps équivalent  $t_d$  par agitation thermique sont liés à cette taille.
- **Forces de surfaces** : la sédimentation peut être évitée si les particules interagissent entre elles, par les forces de surfaces, pour former un réseau capable de résister à son propre poids. Une suspension est stable devant la gravité sous deux conditions : Les particules doivent avoir un rayon  $a$  inférieur à un rayon critique  $a_c$  et leur concentration doit être supérieure à une valeur critique.

Les particules ne sédimentent pas si la force de surface  $F$  est supérieur à la force de gravité  $P$  qui s'exerce sur la particule. Nous dénombrons six forces de surfaces différentes qui sont de nature : répulsive et attractive. L'activité chimique est déterminée par le potentiel total qui est la somme de toutes les contributions des potentiels issus des forces de surface.

- **Effet hydrodynamique ou inclusion rigide** :

Une particule en mouvement dans un fluide de viscosité  $\eta_s$  subit une force de frottement visqueux  $F_s$  de la part de fluide décrite par la loi de Stokes :

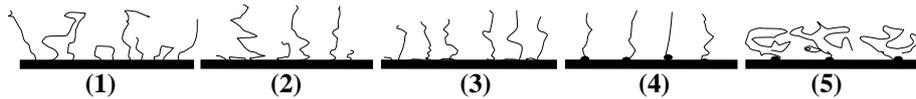
$$F_s = 6\pi\eta_s aV \quad (\text{où } a \text{ est le rayon de la particule sphérique et } V \text{ est sa vitesse).} \quad (1.1)$$

A faible taux cisaillement et à faible fraction volumique  $\phi$ , la viscosité effective  $\eta$  d'une suspension stabilisée obéit à la relation d'Einstein :

$$\frac{\eta}{\eta_s} = 1 + 2.5\phi + \mathcal{F}(\phi^2) \quad (1.2)$$

• **Interactions surfaces solides polymères :**

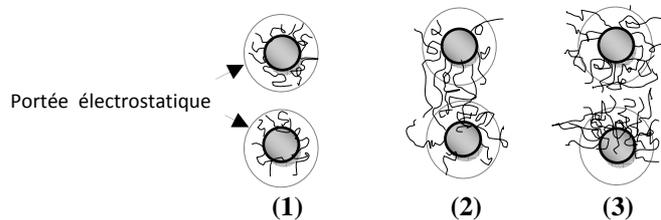
Les modes de fixations et de configuration des chaînes de polymères sur une surface solide est illustré en figure 1.5:



**Figure 1.5 :** Les modes de fixations et de configuration des chaînes de polymères sur une surface solide

- (1) : polymère statistique qui se greffe en quelques points sur la surface.
- (2) : polymère bloc avec une partie s'adsorbant sur la surface (ancree) et l'autre partie bien soluble dans le solvant qui forme une brosse.
- (3) : polymère avec greffons, la chaîne principale s'adsorbe sur la surface alors que les chaînes latérales sont solubles dans le solvant.
- (4) : greffage dense (ou chaîne rigide) avec un point d'encrage, les chaînes sont en forme d'une brosse.
- (5) : greffage peu dense (ou chaîne en mauvais solvant), les chaînes sont plus espacées et leurs configurations sont de type champignons.

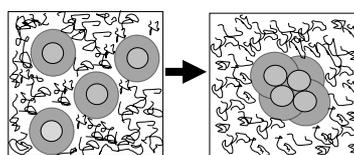
L'évolution de la couche de polymère neutre adsorbé sur la surface de particule est schématisée comme suit et est en fonction de la concentration en polymère :



**Figure 1.6:** Adsorption de polymère sur la surface de particule

- (1) : Faible quantité de polymère adsorbé qui adopte une conformation aplatie ; la couche de polymère est inférieure à la portée électrostatique, ce qui interdit le pontage entre les deux particules.
- (2) : En augmentant la concentration, la taille des boucles de polymère devient plus grande que l'épaisseur de la couche électrostatique, alors le pontage entre deux particules est rendu possible ce qui entraîne la floculation.
- (3) : la concentration en polymère en solution est telle que l'adsorption est maximum sur les particules. Bien que la couche de polymère soit plus grande que la couche de la répulsion électrostatique, le pontage est donc la floculation n'est pas possible. Les particules se repoussent par répulsion stérique.

Le polymère ne s'adsorbe pas sur la surface des particules, le volume exclu du polymère devient important. Il s'ensuit l'agrégation du système pour diminuer cet espace non disponible au polymère.



**Figure 1.7:** Déplétion de polymère sur la surface de particule

### 2.4.3. Interaction polymères/charges

L'énergie de surface déterminant les interactions charges/charges ou charges/polymère comprend deux composantes :

$$\gamma = \gamma_d^s + \gamma_s^{sp} \quad (1.3)$$

où  $\gamma_d^s$  est la composante dispersive due aux interactions charges/polymère,  $\gamma_s^{sp}$  est la composante spécifique ou polaire contrôlant interactions charges/charges.

Les silices subissent un traitement de leur de surface aux cours de l'élaboration de l'élastomère chargé [20]. Cette opération améliore la faible incompatibilité des groupements hydroxydes superficiels avec les chaînes hydrocarbonées. On utilise souvent le greffage des molécules de silane qui peuvent jouer le rôle de recouvrement et permettent de limiter les interactions [21], ou des d'agents de couplage qui permettent l'établissement des liaisons covalentes avec la silice [22].

Les Noirs de Carbone NdC présentent une nature chimique proche de celle des élastomères hydrocarbonés ce qui facilite leur incorporation dans la matrice. Le traitement de charge de l'acide ou plasma ne permet que limiter le nombre d'interaction en modifiant la charge [23,24]. Les Noirs de Carbone se caractérisent par leurs influences sur le processus de vulcanisation, taille moyenne des agrégats élémentaires et le niveau de structure (en relation avec le nombre de particules élémentaire dans un agrégat moyen). La figure 1.8 présente les différentes échelles d'interactions entre les particules de type NdC ou silice et la matrice de polymère et le modèle de formation des agrégats et d'agglomérats.

### 2.4. 4. Microstructure

La microstructure des élastomères résulte des interactions complexes entre la charge et le polymère. Ces interactions sont réalisées à l'étape de mélangeage. Les éléments essentiels obtenus dans la microstructure des élastomères sont : Gomme occluse, Gomme liée et Réseau percolant de charge.

#### 2.4.4.1. Gomme occluse

Lors de mélangeage, une partie de l'élastomère s'introduit dans les interstices intra particulaires des agrégats et des agglomérats. On définit une gomme occluse « intra » ou « inter » suivant qu'elle soit emprisonnée au sein de l'agrégat ou dans des régions relativement resserrées [22]. Cet élastomère ne contribue pas à la résistance aux sollicitations mécaniques subit par le matériau (figure 1.9). Le premier facteur déterminant pour la formation de la gomme occluse est la concentration en charges. En effet, à un taux élevé de charge, la quantité de gomme occluse « inter » l'emporte sur celle de gomme occluse



Des résultats ont été modélisés par des relations mathématiques [18 ,27]. Dans le cas d'un polymère peu dispersé la relation est de type :

$$BdR = 1 - \exp\left(\frac{M_w c S_p}{A_0 N_{Av}}\right) \quad (1.5)$$

où  $BdR$  la fraction massique de gomme liée,  $c$  la fraction massique de noir de blanc,  $N_{Av}$  le nombre d'Avogadro et  $A_0$  la surface d'un site actif sur la charge.

En fonction de la fraction volumique  $\phi$  de noir de carbone, on écrit :

$$BdR = 2.5A\phi + 14.1B\phi^2 \quad \text{avec } A \text{ et } B \text{ constante liées à l'assymétrie de l'agrégat.} \quad (1.6)$$

L'évolution de la gomme liée reste fonction de la fraction volumique, de stockage et du mélangeage sur un polybutadiène chargé [28].

### 2.4.4.3. Réseau percolant de charges

Le réseau percolant des charges est un réseau continu de charges. Il apparait au-delà d'un seuil de fraction volumique appelé seuil de percolation géométrique (figure 1.10).

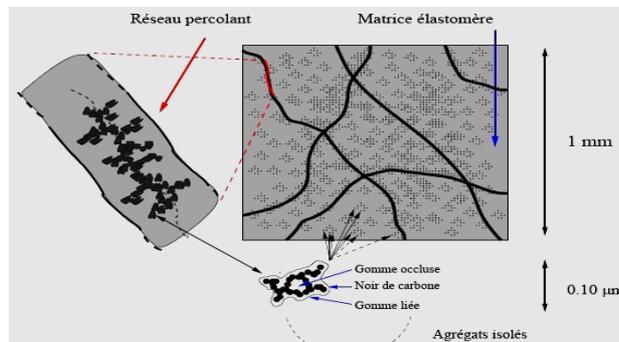


Figure 1.10: Représentation schématique des élastomères chargés [28]

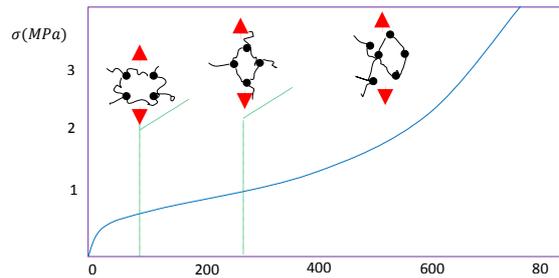
## 2.5. Comportement mécanique des élastomères chargés

### 2.5.1. Caractéristiques générales - Elasticité

La caractérisation mécanique des élastomères vulcanisés de noir de carbone va permettre de comprendre l'influence du type et de la fraction volumique du noir de carbone mais également de constituer la base des données expérimentales nécessaires à l'identification des coefficients des modèles micromécaniques. La forme générale de la courbe de traction est en « S ». Cette courbe ne présente pas un point d'inflexion et peut être décomposé en trois phases (figure 1.11) :

- Phase 1 : rigidité initiale de l'élastomère et processus de déplacement de chaînes les unes par rapport aux autres à partir d'un allongement critique.
- Phase 2 : les chaînes entre les nœuds s'orientent dans le sens de la sollicitation, augmentant légèrement la contrainte.
- Phase 3 : les segments de chaînes alignées peuvent cristalliser ou tout simplement permettre une rigidification provenant de l'extensibilité limite des chaînes

macromoléculaires. La contrainte augmente fortement jusqu'à la rupture à des très fortes elongations.



**Figure 1.11** : Courbe de traction d'un élastomère vulcanisé non chargé [29]

L'élasticité caoutchoutique est une élasticité à caractère entropique. Elle est modélisée par la théorie statistique de chaîne idéale d'où elle découle la relation suivante :

$$\sigma = G \left( \lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) \quad (1.7)$$

(avec :  $G = nkT$ , où on considère un réseau constitué de  $n$  chaînes moléculaires par unité de volume,  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$  la constante de Boltzmann,  $T$  la température en kelvin et  $\lambda$  l'élongation.)

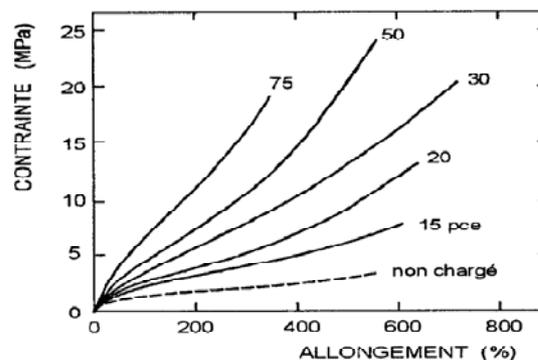
Ce modèle lisse correctement la courbe de traction aux faibles déformations. Une autre approche statistique non gaussienne, avec une extensibilité limite des chaînes, permet de décrire le comportement de la matrice élastomère pour des grandes déformations, on a ainsi :

$$\sigma = \frac{nkT}{3} n^{1/3} \left( \frac{\lambda^n - \lambda^{-2}}{\lambda_c} \right) \mathcal{L}^{-1} \left( \frac{\lambda_c}{n^{1/2}} \right) \quad \text{avec } \lambda_c = [(\lambda^2 + 2/\lambda)/3]^{1/2} \quad (1.8)$$

Pour l'étude de comportement mécanique, on s'est intéressé en premier lieu au variation du module de Young du matériau  $E$ . Smallwooda établi une équation appliquée pour les milieux très dilués [30]:

$$\frac{E}{E_0} = 1 + 2.5\phi \quad (1.9)$$

Le résultat expérimental de la figure1.12 montre l'effet du taux de charge sur la rigidité d'un élastomère. L'augmentation de la rigidité est expliquée par l'apparition des nœuds de charges qui s'opposent à l'étirement des chaînes macroscopiques lors de sollicitations.



**Figure 1.12**: Effet du taux de charges sur la rigidité d'un élastomère

## 2.5.2. Comportement aux grandes déformations – effet Mullin

L'effet Mullin consiste en un adoucissement de la loi de comportement après une première sollicitation. L'effet Mullin se traduit expérimentalement sur une courbe de chargement cyclique (figure 1.13) par :

- Une diminution successive de la contrainte lors des premiers cycles,
- Apparition de phénomène hystérésis dans un cycle charge/décharge
- Apparition d'une déformation résiduelle.

Mullins et Tobin [32,33] proposent une explication de ce phénomène en considérant le matériau comme un milieu hétérogène biphasée constituée d'une phase molle (la matrice) et de phases dures (les charges). L'accommodation de la déformation est alors principalement assurée par la phase molle. La phase dure peut cependant être rompue sous l'action de la contrainte. On assiste alors à la transformation d'une phase dure en phase endommagée, plus souple, expliquant ainsi l'adoucissement observé. Les travaux de modalisation de l'effet Mullins proposent des mécanismes microphysiques de déformation des chaînes (figure 1.14).

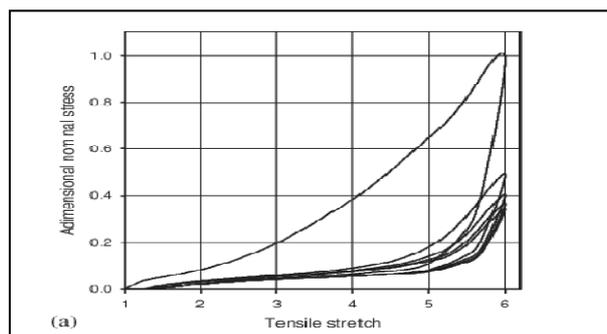


Figure 1.13: Endommagement discontinu [34]

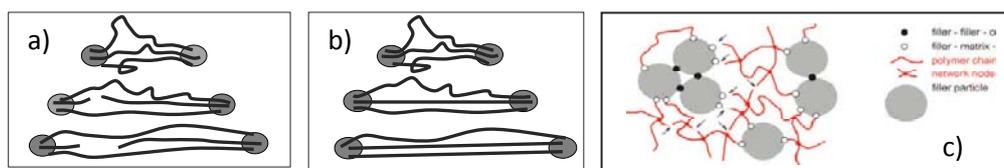


Figure 1.14 : Mécanisme de déformation selon a)- BUECHE b)- DANNENBERG c)- KALISKE

L'analyse de la courbe de charge-décharge en termes d'évolution microstructurale (figure 1.15) ainsi :

- **O-A** : la contrainte augmente en accord avec la théorie de l'élasticité caoutchoutique,
- **A'** : début de la cristallisation débute ( $\lambda = 3$ ).
- **A-B** : l'augmentation rapide de la contrainte est due au fort module des portions de chaînes cristallisées.
- **B-C** : légère augmentation du taux de cristallinité due à une seconde forme de cristallisation, de type chaînes repliées
- **C-D** : la concentration totale en cristallite diminue progressivement avec la déformation.

- **D** : les cristallinités ont complètement disparu.

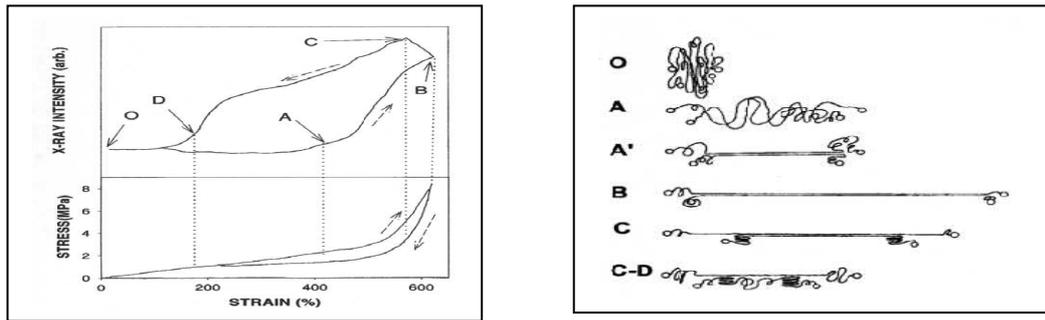


Figure 1.15 : Essai de diffraction X et mesure de déformation simultanée [33]

### 2.5.3. Faibles déformations - Effet Payne

L'évolution Payne est définie par une évolution non linéaire du module d'élasticité en fonction de déformation (figure 1.16). Aux faibles déformations, on observe un plateau (module initial  $G_0$ ) correspondant à un plateau caoutchoutique. La valeur du module d'élasticité diminue avec la déformation imposée et se stabilise à une valeur de saturation  $G_\infty$ . La chute du module élastique est associée à un maximum du module de perte  $G''$  traduisant une dissipation d'énergie, d'autant plus élevée que la chute de  $G$  est importante.

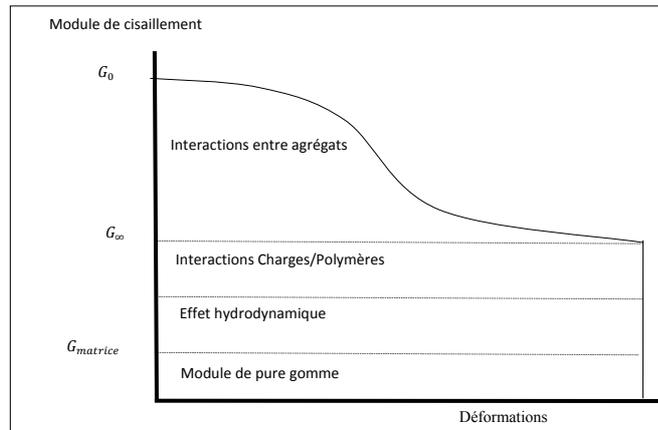


Figure 1.16 : Diagramme de Payne – effets des charges sur le module d'élasticité

Le phénomène est sensible à différents paramètres : taux de charge, surface spécifique, structure et dispersion.

L'effet Payne augmente ainsi avec le taux de charges et il est plus accentué quand le seuil de percolation est dépassé. IL augmente lorsque la surface spécifique de la charge augmente. Ce facteur influe beaucoup plus sur la valeur du module d'élasticité initial  $G_0$  que sur le module de saturation  $G_\infty$ . Alors que la structure (taille, forme et nombre de particule par agrégat) a peu d'influence sur le module d'élasticité initial  $G_0$  mais le module de saturation  $G_\infty$  augmente avec la structure [35]. Le module  $G_0$  diminue avec l'augmentation du temps

de malaxage au moment de la mise en œuvre d'un élastomère chargé de noir de carbone [35].

La première interprétation de ce phénomène est donnée par Payne. Il considère que la valeur du module à une déformation donnée résulte d'un état d'équilibre dans le processus de rupture et de reformation du réseau de charge. Cette analyse est exprimée par la relation suivante :

$$G_{\infty} = G_{matrice} \cdot F(f, \phi) \cdot F(A) \quad (1.10)$$

avec  $F(f, \phi)$  facteur hydrodynamique qui est fonction de facteur  $e$  forme et de la concentration volumique de charge  $\phi$  et  $F(A)$  terme lié à la nature de charge.

Ce modèle est la base de deux autres modèles : Le premier modèle n'introduit que les forces de Van Der Waals entre les charges [36], alors que le deuxième modèle tient compte des interactions charges/polymère par désadsorption [37]. L'évolution des deux modules (module d'élasticité  $G$  et module de perte  $G'$ ), en fonction de déformation en cisaillement  $\gamma$ , est donnée par [36]:

$$\frac{G-G_{\infty}}{G_0-G_{\infty}} = \left(1 + \left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^{2m}\right)^{-1} \quad \text{et} \quad \frac{G'-G'_{\infty}}{G'_0-G'_{\infty}} = \frac{2\left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^m}{1+\left(\frac{\gamma}{\gamma_c}\right)^{2m}} \quad (1.11)$$

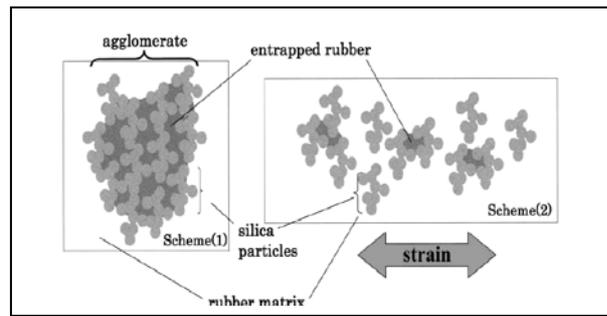
avec  $\gamma_c$  la déformation correspondante à la moitié de module et  $m$  paramètre ajustable.

Une autre interprétation de l'effet Payne est liée à la formation de clusters interpénétrés de charge quand la fraction volumique est au-dessus du seuil de percolation [38]. Le modèle prend en compte que la dissipation d'énergie dû à la rupture du réseau et néglige la perte d'énergie résultant du désenchevêtrement et de glissement des chaînes au voisinage de la charge aux grandes déformations. Le modèle est exprimé par la relation suivante :

$$G_0 = G_p \left[ \frac{(d+2\Delta)^3 - 6d\Delta^2}{d^3} \right]^{\frac{3+d_{fb}}{3-d_f}} \quad (1.12)$$

Ou  $G_p$  est le module de clusters de charges,  $d$  la taille de particule,  $\Delta$  l'épaisseur de la couche de polymère lié et  $d_{fb}, d_f$  sont respectivement les dimensions fractales du squelette (clusters) et des agrégats.

Le module initial pourrait correspondre à un couplage viscoélastique de la matrice avec la structure plus au moins agglomérée de la charge. Les mécanismes engendrant alors l'effet Payne doivent considérer non seulement le mécanisme de désagglomération et d'agglomération mais aussi le phénomène thermiquement activé de désorption-adsorption de chaînes en surface de la charge où désenchevêtrèrent les chaînes de la couche de polymère lié. L'effet Payne est schématisé par la désorganisation des agglomérats qui modifie le mécanisme à l'interface charge/polymère (figure 1.17).



*Figure 1.17: Représentation schématique de la désorganisation des agglomérats pour un élastomère SBR chargé de silice [38][40]-[[[*

### 3 .Modélisation des comportements hyperélastiques

Les caractéristiques mécaniques des élastomères peuvent être, donc, représenté par une loi de comportement hyperélastique. La modélisation du comportement mécanique des élastomères passe par le choix d'une loi de comportement permettant de reproduire qualitativement et quantitativement la réponse mécanique du matériau. Le comportement complexe des élastomères est difficile à modéliser et une multitude de modèles a vu le jour depuis plus d'un demi-siècle, chacun possédant des qualités et des défauts. La définition d'une loi de comportement à partir d'une densité d'énergie libre, est évidemment fortement conditionnée par le type de matériau que l'on souhaite modéliser. Afin de postuler une forme de la densité d'énergie, le recours à l'expérience pour caractériser les phénomènes physiques en jeu est primordial. Néanmoins, il existe un certain nombre de principes généraux que doit respecter la densité d'énergie, indépendamment du matériau étudié.

La suite de ce paragraphe sera consacrée au développement mathématique d'une fonction d'énergie de déformation pour un système hyperélastique. On considère les deux classes des modèles hyperélastiques qui sont de type phénoménologiques ou de type microphysiques. Cette étude est présentée dans le but de montrer les difficultés liées à la construction d'un modèle hyperélastique pour le comportement mécanique des élastomères. Ceci nous permettrait de comprendre et de choisir un modèle hyperélastique pour notre étude et particulièrement dans la simulation numérique d'un comportement d'un matériau hyperélastique comme les élastomères.

#### 3.1. Thermodynamique des milieux continus

En utilisant le premier et le second principe de la thermodynamique, on trouve l'inégalité de Clausius-Duhem [39] :

$$\Phi = -\rho(\dot{s}T - \dot{e}) + \bar{\sigma} : \bar{D} - \frac{\bar{q} \text{grad} T}{T} \geq 0 \quad (1.13)$$

avec :  $\rho$  : Masse volumique ;  $S$  : Entropie ;  $\dot{e}$  : taux d'énergie interne;  $\bar{\sigma}$ : Tenseur des contraintes de Cauchy;  $\bar{D}$ : Tenseur taux des déformations ;  $\bar{q}$ : Vecteur flux de chaleur ;  $T$  : Température.

$\Phi$  est appelée dissipation et se décompose en une dissipation thermique et une dissipation intrinsèque :

$$\Phi_{th} = -\frac{\overline{qgradT}}{T}; \quad \Phi_{int} = \rho(\dot{s}T - \dot{e}) + \overline{\sigma} : \overline{D} \quad (1.14)$$

Soit :  $\psi = e - T s$  ;  $\psi$  es appelée énergie libre spécifique. La dissipation intrinsèque d'énergie devient :

$$\Phi_{int} = \rho(\dot{\psi} - s\dot{T}) + \overline{\sigma} : \overline{D} \quad (1.15)$$

Dans le cas de comportement réversible, la dissipation intrinsèque est nulle. Par conséquent, on en déduit que le tenseur des contraintes dérive de  $\psi$  suivant l'expression suivante [39] :

$$\overline{\sigma} = \rho \overline{F} \frac{\partial \psi}{\partial \overline{E}} \overline{F}^T \quad (1.16)$$

Dans le cas de transformation isotherme, l'énergie libre spécifique ne dépend que du tenseur des déformations de Green-Lagrange  $\overline{E}$ . A partir de  $\psi$ , on définit une fonctionnelle dénommée énergie de déformation volumique  $W$ , par :

$$W = \rho_0 \psi(\overline{E}) \quad (1.17)$$

En utilisant le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchhoff  $S$  et la relation de conservation de la masse, on aura alors dans les différentes configurations:

$$\overline{S} = \frac{\partial W}{\partial \overline{E}} = 2 \frac{\partial \psi}{\partial \overline{C}} \quad \text{et} \quad \overline{\pi} = \frac{\partial \psi}{\partial \overline{F}} \quad (1.18)$$

### 3.2. Principes généraux :

Nous développons dans ce paragraphe les principes liées à la formulation d'un modèle hyperélastique représenté par la fonction de la densité d'énergie de déformation. Ces principes sont : le principe d'objectivité, conditions aux limites et la symétrie matérielle.

#### 3.2.1 Objectivité

L'objectivité est un principe fondamental que doit respecter toute loi de comportement. Il s'agit de s'assurer que la loi de comportement du milieu étudié est indépendante de la position et de l'orientation du référentiel d'observation. Autrement dit, si l'on change la position ou l'orientation d'un milieu après l'avoir déformé, l'énergie interne doit demeurer inchangée. Dans le cadre de l'hyperélasticité, l'objectivité consiste donc à s'assurer que tout mouvement de corps rigide superposé à une déformation donnée ne change pas la valeur de  $\psi$ . Pour caractériser cette propriété, on définit tout d'abord le groupe des tenseurs orthogonaux noté Orth :  $Q \in \text{Orth} : Q = Q^T$

L'énergie  $\psi$  ne doit pas être une fonction arbitraire de  $F$ , elle doit vérifier l'égalité suivante :

$$\psi(F) = \psi(QF) \quad \forall F \in M^{+3}, \quad \forall Q \in \text{Orth} \quad (1.19)$$

tenant compte que  $F = RU$  et avec  $Q = R^T$ , on obtient :  $\psi(F) = \psi(R^T F) = \psi(R^T R U) = \psi(U)$

Une énergie de déformation fonction du tenseur droit de déformation pure est donc nécessairement objective. On peut également remarquer que le tenseur de Cauchy-Green droit s'écrit,  $C = U^2$  et que le tenseur des déformations de Green-Lagrange est défini à partir de :  $E = \frac{1}{2}(C-I)$ , les trois formes suivantes sont donc nécessairement objectives:

$$\psi(U) = \psi(C) = \psi(E) \quad (1.20)$$

avec l'objectivité de  $\psi$ , les équations constitutives s'écrivent comme suit :

$$\left. \begin{aligned} \left[ \bar{\sigma} - 2\rho \frac{\partial \psi}{\partial \bar{B}} \right] : \bar{D} &= 0 & \forall D & \text{ configuration Eulérienne} \\ \left[ \bar{\pi} - 2\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{F}} \right] : \bar{F} &= 0 & \forall \dot{F} & \text{ configuration mixte} \\ \left[ \bar{S} - 2\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial \bar{E}} \right] : \bar{E} &= 0 & \forall \dot{E} & \text{ configuration Lagrangienne} \end{aligned} \right\} (1.21)$$

### 3.2.2 Conditions aux limites

Condition de normalisation ou condition de minimum d'énergie :

$$\psi(F=I) = 0 \quad (1.22)$$

On peut également choisir de définir une énergie n'induisant pas un état de contrainte particulier à l'état naturel (non déformé). On doit donc avoir :

$$\frac{\partial \psi}{\partial F} |_{F=I} = 0 \quad \frac{\partial \psi}{\partial C} |_{C=I} = 0 \quad \frac{\partial \psi}{\partial E} |_{E=I} = 0 \quad (1.23)$$

De plus, il faut fournir une énergie infinie pour réduire à zéro ou étirer à l'infini un volume de matière. Aux élongations principales  $\lambda_i$ , ces conditions sur une densité d'énergie libre s'écrivent:  $\psi(F) \rightarrow +\infty$  si  $\lambda_i \rightarrow +\infty$ ,  $\psi(F) \rightarrow +\infty$  si  $\det F \rightarrow +\infty$  et  $\psi(F) \rightarrow +\infty$  si  $\det F \rightarrow 0^+$  où  $\lambda_i$  sont les élongations principales.

### 3.2.3 Symétries Matérielles

- **Isotropie**

Un matériau est isotrope si sa réponse est indépendante (ou faiblement dépendante) de la direction de sollicitation. Cette propriété se traduit par la relation suivante:

$$\left\{ \begin{aligned} \psi(F) &= \psi(FQ^T) \quad \forall F \in M^{+3}, \forall Q \in \text{Orth} \\ \psi(C) &= \psi(QF^T FQ^T) = \psi(QCQ^T) \end{aligned} \right. \quad (1.24)$$

On a ici utilisé le fait que le tenseur de Cauchy-Green gauche est relié au tenseur gauche de dilatation par la relation :  $B = V^2$ ;  $\psi(V)$  et  $\psi(B)$  sont donc des formes isotropes de l'énergie libre.

L'hypothèse d'isotropie, pour un milieu hyperélastique, induit la question de la représentativité de la fonction d'énergie libre, c'est à dire la nécessité de conserver des variables tensorielles ou vectorielles pour définir cette fonction. Les trois premiers invariants fondamentaux d'un tenseur  $X$  (qui dans ce cas peut être  $F$ ,  $B$  ou  $C$ ) sont :

$$I_1(X) = \text{tr}(X) \quad I_2(X) = \frac{1}{2}(\text{tr}^2(X) - \text{tr}(X^2)) \quad I_3(X) = \det(X^2) \quad (1.25)$$

On peut écrire la densité d'énergie comme une fonction des invariants de  $C$ ,  $B$  ou de  $F$  :

$$\psi = \psi (I_1(C), I_2(C), I_3(C)) = \psi (I_1(B), I_2(B), I_3(B)) = \psi (I_1(F), I_2(F), I_3(F)) \quad (1.26)$$

L'hypothèse d'isotropie et le principe de représentation permettent donc d'exprimer la loi de comportement à partir des relations constitutives suivantes :

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 2\rho_0 J^{-1} B (\partial\psi(I_1(B), I_2(B), I_3(B)))/\partial B \\ \pi &= \rho_0 \frac{\partial\psi(I_1(F), I_2(F), I_3(F))}{\partial F} \\ \mathbf{s} &= 2\rho_0 \frac{\partial\psi(I_1(C), I_2(C), I_3(C))}{\partial C} \end{aligned} \right\} \quad (1.27)$$

De manière générale si l'on définit une énergie, isotrope, en fonction des invariants d'un tenseur  $\mathbf{X}$ , la variation de  $\psi(\mathbf{X})$  par rapport à  $\mathbf{X}$  s'écrit :

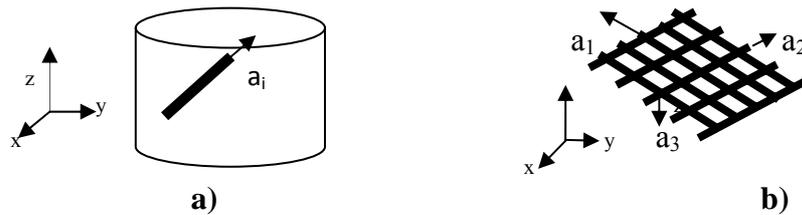
$$\frac{\partial\psi(\mathbf{X})}{\partial\mathbf{X}} = \frac{\partial\psi}{\partial I_1} \frac{\partial I_1}{\partial\mathbf{X}} + \frac{\partial\psi}{\partial I_2} \frac{\partial I_2}{\partial\mathbf{X}} + \frac{\partial\psi}{\partial I_3} \frac{\partial I_3}{\partial\mathbf{X}} \quad \text{avec : } \frac{\partial I_1}{\partial\mathbf{X}} = I, \quad \frac{\partial I_2}{\partial\mathbf{X}} = I_1 I - \mathbf{X}, \quad \frac{\partial I_3}{\partial\mathbf{X}} = I_3 \mathbf{X}^{-1} \quad (1.28)$$

$$\text{et dans le cas } \mathbf{X} = \mathbf{F} : \quad \frac{\partial I_1}{\partial\mathbf{F}} = 2\mathbf{F} \quad \frac{\partial I_2}{\partial\mathbf{F}} = 2\mathbf{F}(I_1 I - \mathbf{C}) \quad \frac{\partial I_3}{\partial\mathbf{F}} = I_3 \mathbf{F}^{-T} \quad (1.29)$$

La représentation des milieux isotropes à l'aide des invariants fondamentaux présente un avantage mathématique, mais n'est pas exempte de critiques. La première d'entre elles étant le sens physique de ces invariants (hormis pour  $I_3$ ).

### • Anisotropie

Une loi de comportement anisotrope n'est pas complètement défini en se limitant aux trois premiers invariants d'un tenseur de déformation : Il est nécessaire d'ajouter un certain nombre de variables pour construire un modèle d'énergie libre. Nous présentons les approches tirées de la littérature pour des matériaux orthotropes ou isotropes transverses (figure 1.18). Les vecteurs  $\mathbf{a}_i$  sont liés à la matière et correspondent à une direction privilégiée du matériau (une direction de fibre, ...).



**Figure 1.18 :** Exemples d'anisotropie a) isotropie transverse b) isotropie orthotrope.

Une approche consiste à trouver une forme de l'énergie qui soit isotrope de ses arguments afin d'utiliser le principe de représentation et de se ramener à une fonction d'énergie dépendante d'invariants [40]. On définit tout d'abord les tenseurs d'anisotropie notés  $\mathbf{M}_i$ , construits à l'aide des vecteurs de base unitaires  $\mathbf{a}_i$  définis dans la configuration de référence, tels que l'on ait :

$$\left\{ \begin{aligned} \mathbf{M}_i &= \mathbf{a}_i \otimes \mathbf{a}_i \quad i = 1, 2, 3. && \text{dans le cas orthotrope} \\ \mathbf{M}_1 &= \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1 \quad \mathbf{M}_2 = \mathbf{M}_3 = \frac{1}{2}(\mathbf{I} - \mathbf{a}_1 \otimes \mathbf{a}_1) && \text{dans le cas isotrope transverse} \end{aligned} \right. \quad (1.30)$$

$$\text{Avec : } \sum_{i=1}^3 Mi = I \quad Mi Mj = 0, \quad \text{tr}(Mi) = 1, \quad i \neq j; \quad i, j = 1,2,3 \quad (1.31)$$

À partir des  $Mi$  on peut définir le groupe de symétrie  $g$ , (qui est un sous-groupe de Orth) caractérisant les symétries matérielles :

$$g = \{Q \in \text{Orth} : QMiQ^T = Mi, \quad i = 1,2,3\} \quad (1.32)$$

La densité d'énergie doit vérifier une condition d'invariance par rapport au groupe de symétrie  $g$ , qui s'exprime par :

$$\psi(QCQ^T) = \psi(C), \quad \forall Q \in g \quad (1.33)$$

Le théorème de Rychlewski montre que cette condition est satisfaite si et seulement si la densité d'énergie peut-être représentée par une fonction tensorielle qui inclut les tenseurs d'anisotropie dans ses arguments [41]. On a donc :

$$\psi = \psi_m(C, Mi) = \psi_m(QCQ^T, QMiQ^T), \quad i = 1,2,3 \quad \forall Q \in \text{Orth} \quad (1.34)$$

L'énergie  $\psi_m$  peut donc être construite à partir d'un jeu d'invariants, proposé par Spencer [44], formant une base pour les tenseurs considérés. Les modèles isotropes transverses ou orthotropes utilisent alors les invariants  $I_1, I_2, I_3$  de  $C$  et des invariants mixtes de  $C$  et  $M$ :

$$J_{i4} = \text{tr}(CMi) \quad \text{et} \quad J_{i5} = \text{tr}(C^2Mi) \quad (1.35)$$

on a donc  $\psi = \psi(I_1, I_2, I_3, J_{i4}, J_{i5})$ . En utilisant les dérivées des invariants de  $C$  et des invariants

$$\text{mixtes définis par : } \frac{\partial J_{i4}}{\partial C} = Mi \quad \frac{\partial J_{i5}}{\partial C} = CMi + MiC \quad (1.36)$$

on obtient la forme suivante des équations constitutives :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_{isotrope} + \sum_{i=1}^3 2J^{-1} F \left( \frac{\partial \psi}{\partial J_{i4}} Mi + \frac{\partial \psi}{\partial J_{i5}} (CMi + MiC) \right) F^T \\ \pi = \pi_{isotrope} + \sum_{i=1}^3 2 F \left( \frac{\partial \psi}{\partial J_{i4}} Mi + \frac{\partial \psi}{\partial J_{i5}} (CMi + MiC) \right) \\ S = S_{isotrope} + \sum_{i=1}^3 \left( \frac{\partial \psi}{\partial J_{i4}} Mi + \frac{\partial \psi}{\partial J_{i5}} (CMi + MiC) \right) \end{cases} \quad (1.37)$$

$S_{isotrope}, \pi_{isotrope}, \sigma_{isotrope}$  sont les parties des contraintes qui sont analogues à la forme isotrope en remplaçant  $\psi(I_1, I_2, I_3)$  par la fonction  $\psi(I_1, I_2, I_3, J_{i4}, J_{i5})$  dans les expressions (33).

### 3.3. Modèles hyperélastiques

Il existe différents travaux présentant des synthèses sur les modèles hyperélastiques [41-43]. Nous présentons dans la suite de ce chapitre un passage en revue sur les modèles hyperélastiques présentés dans la littérature. L'étude est menée en une classification des modèles et le principe de la construction de chaque classe de modèles. Nous présentons ensuite d'une manière succincte les modèles

#### 3.3.1 Approche physique ou statistique

Le principe consiste à rechercher une explication physique des phénomènes observés à partir d'hypothèses sur la structure microscopique du matériau, sur l'élasticité de ses

constituants et sur la loi statistique de répartition des atomes [41, 44, 45]. La théorie statistique de l'élasticité caoutchoutique suppose que les longues macromolécules constituant le matériau peuvent prendre un grand nombre de configurations. En l'absence de forces extérieures, les macromolécules adoptent des configurations qui correspondent à l'entropie maximum. Sous l'action d'une force, les macromolécules s'étirent dans la direction de l'effort et l'entropie diminue car la configuration est plus ordonnée que précédemment. Pour calculer l'entropie de configuration de l'ensemble des chaînes en fonction de la déformation, on procède en deux étapes : calcul de l'entropie d'une chaîne puis d'un réseau de chaînes [46].

### 3.3.1.1. Théorie statistique - Approche gaussienne

L'entropie d'une chaîne simple est calculée avec l'hypothèse simplificatrice d'une chaîne constituée d'un grand nombre  $n$  de segments monomères. Les atomes sont liés par des liaisons de longueurs égales à  $L$  et sans restriction sur les angles de valence. Le vecteur longueur d'une chaîne simple est :

$$\vec{r} = \sum_{i=1}^n \vec{L}_i \quad (1.38)$$

Pour un grand nombre de chaînes  $q$ , le vecteur moyen s'écrit :

$$\overline{\vec{r}(q)} = \frac{1}{q} \sum_{j=1}^q \vec{r}_j \quad (1.39)$$

car les vecteurs longueur ont une orientation quelconque.

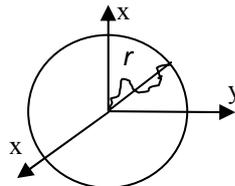
Pour calculer la distance la plus probable, il faut considérer un élément concentrique  $4\pi r^2 dr$  (figure 1.19). La probabilité cette distance se trouve dans cet élément est :

$$\wp(r) dr = 4 \frac{b}{\pi} r^2 \exp(-b^2 r^2) dr \quad (1.40)$$

$\wp(r)$  dépend de la longueur des liens  $L$  et de leur nombre  $n$ . Cette distribution est de la forme gaussienne et ne dépend que de  $r$ .

La loi de Boltzmann permet de relier l'entropie de la chaîne au nombre de configurations  $\Omega$  que peut adopter cette chaîne. Ce nombre  $\Omega$  est la distribution statistique des distances entre les extrémités de la chaîne:

$$S = k \ln \Omega = k \ln(\wp(r)) \quad \text{où } k \text{ est la constante de Boltzmann.} \quad (1.41)$$



**Figure 1.19** – Configuration d'une chaîne simple lorsque la direction de  $r$  n'est pas fixée.

### 3.3.1.2. Elasticité d'un réseau moléculaire affine

Le réseau est considéré comme idéal, c'est-à dire que chaque fragment de macromolécule entre les liaisons pontales est considéré comme une chaîne gaussienne. Des hypothèses supplémentaires sont introduites et l'entropie du réseau est la somme des entropies élémentaires des chaînes constitutives :

$$\Delta S_{tot} = -\frac{1}{2} mk (\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad \lambda_1, \lambda_2 \text{ et } \lambda_3 \text{ sont les élongations principales.} \quad (1.42)$$

Pour une transformation réversible isotherme et en supposant que l'énergie interne ne varie pas avec la déformation, la variation de l'énergie libre d'Helmholtz est proportionnelle à celle de l'entropie, en effet  $dw = -T dS$ . L'équation (1.42) permet d'écrire l'énergie de déformation par unité de volume du corps non déformé :

$$w = -\frac{1}{2} Nk T(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) \quad (1.43)$$

avec  $N$ , le nombre de chaînes par unité de volume du corps non déformé. Le potentiel  $\omega$  est pris nul dans l'état non déformé.

une énergie de déformation, fonction seulement du premier invariant  $I_1$ , appelée aussi fonction néo-hookéenne est exprimé par la relation suivante:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) \quad \text{avec } C_{10} = \frac{1}{2} NkT, \text{ le paramètre matériau.} \quad (1.44)$$

### 3.3.1.3. La chaîne de Langevin

Lorsque les élongations sont importantes, une approche non gaussienne, fondée sur la fonction de Langevin est utilisée par Arruda et Boyce [47] et la variation d'entropie s'écrit :

$$\Delta S = -k\lambda_L^2 \left[ y\beta(y) + \ln \left( \frac{\beta(y)}{\sinh \beta(y)} \right) \right] \quad \text{avec : } y = \frac{\lambda_{chaîne}}{\lambda_L} \text{ et } \beta(y) = \mathcal{L}^{-1}(y) \quad (1.45)$$

$\lambda_L$  est l'élongation maximum de la chaîne, d'où  $\lambda_L = \sqrt{n}$ . L'élongation d'une chaîne est toujours donnée par :  $\lambda_{chaîne} = \frac{r_{chaîne}}{r_0}$ , avec  $r_{chaîne}$  la longueur actuelle de la chaîne et  $r_0$ , sa longueur initiale, et  $y = \mathcal{L}^{-1}(y) = \coth(\beta) - 1/\beta$  est la fonction de Langevin.

La densité d'énergie de déformation par unité de corps non déformé est donc :

$$w = -\mu \lambda_L^2 \left[ y\beta(y) + \ln \left( \frac{\beta(y)}{\sinh \beta(y)} \right) \right] \quad \text{avec } \mu \text{ et } \lambda_L \text{ les paramètres matériau.} \quad (1.46)$$

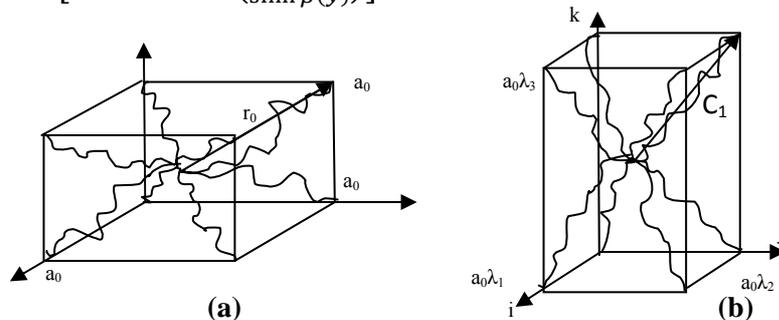


Figure 1.20 – Modèle à huit chaînes. (a) Configuration non-étirée. (b) Configuration étirée.

### 3.3.2 Approche phénoménologique

Dans cette approche, le matériau est considéré comme une boîte noire pour l'étude de son comportement et l'expression mathématique du potentiel est difficile à lui donner un sens physique. L'expression mathématique des potentiels hyperélastiques est donnée en se référant aux phénomènes observés lors d'essais expérimentaux et sans se préoccuper de la structure moléculaire du matériau. Quelques potentiels hyperélastiques couramment utilisés sont publiés [48-49]. Cette approche peut être décomposée en deux sous-types. Le premier consiste à trouver une forme mathématique générale (décomposition en séries mathématiques en  $I_i$  ou en  $\lambda_i$ ) reproduisant au mieux les expériences. Le deuxième consiste à rechercher directement les formes mathématiques des  $\frac{\partial W}{\partial i}$  à partir des expériences plus aux moins indépendamment des paramètres  $I_i$ . Un modèle peut tenir de la compressibilité isotrope ou anisotrope. Nous présentons ici des modèles anisotropes.

La littérature offrait jusqu'à présent un choix beaucoup plus restreint pour les modèles anisotropes. Cependant la récente extension du domaine d'application des comportements élastiques non linéaires à de nouveaux types de matériaux, en particulier les biomatériaux, amène de plus en plus d'auteurs à se pencher sur le problème de l'hyperélasticité anisotrope.

Un modèle anisotrope a été développé pour le cas des matériaux renforcés de fibres alignés [50]. On suppose que l'orientation des fibres est localement définie par un vecteur unitaire  $\mathbf{a}_0$ . Le groupe de symétrie isotrope transverse caractérisant au mieux un milieu contenant de fibre alignées est généralement noté  $\mathbf{g}_5$  et est donné par :  $\mathbf{g}_5 = Q \in R^{3+} / \{Q\mathbf{a}_0 = \mathbf{a}_0 \text{ ou } -\mathbf{a}_0\}$ . Un tenseur d'anisotropie est défini comme étant le tenseur caractérisant le groupe de symétrie. Le groupe  $\mathbf{g}_5$  est caractérisé par le tenseur d'ordre deux  $\mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0$ , noté  $M$ . On a alors :

$$QMQ^T = M \quad (1.46)$$

Ainsi,  $\bar{\psi}$  est une fonction isotrope de deux tenseurs. On peut donc appliquer le théorème de représentation et écrire  $\psi$  comme une fonction des invariants de  $C, M$  et de leurs produits :

$$\Psi(\mathbf{C}) = \bar{\Psi}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5) \quad (1.47)$$

$$\text{avec : } I_1 = \text{tr}(\mathbf{C}), I_2 = \frac{1}{2} (\text{tr}^2(\mathbf{C}) - \text{tr}(\mathbf{C}^2)), I_3 = \det(\mathbf{C}^2), I_4 = \text{tr}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{A}) \text{ et } I_5(\mathbf{C}) = \text{tr}(\mathbf{C}^2 \mathbf{A})$$

Dans le cas isotrope, le tenseur d'anisotropie est le tenseur identité et le jeu d'invariants est réduit aux trois premiers.

En écrivant l'énergie de déformation comme une fonction de ce jeu d'invariants, l'objectivité de la loi de comportement et les relations de symétrie imposée par l'orientation des fibres alignées dans le matériau sont assurées. Pour les matériaux incompressibles, on

peut de plus éliminer  $I_3$  ( $I_3 = I$  pour une transformation à volume constante). Le tenseur de contrainte de Piola-Kirchhoff se calcule alors par différenciation de l'énergie de déformation par rapport à  $\mathbf{C}$  [51] :

$$\mathbf{S} = -p\mathbf{C}^{-1} + 2 \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{C}} = -p\mathbf{C}^{-1} + 2 \sum_{i=1}^5 \frac{\partial \psi}{\partial I_i} \cdot \frac{\partial I_i}{\partial \mathbf{C}} \quad (1.48)$$

ou  $p$  est pression hydrostatique interdisant les variations de volume dans le cas incompressible.

Les dérivées des invariants par rapport à  $\mathbf{C}$  sont données par :

$$\frac{\partial I_1}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{I} ; \quad \frac{\partial I_2}{\partial \mathbf{C}} = I_1 \mathbf{I} - \mathbf{C} ; \quad \frac{\partial I_3}{\partial \mathbf{C}} = I_3 \mathbf{C}^{-1} ; \quad \frac{\partial I_4}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{a}_0 ; \quad \frac{\partial I_5}{\partial \mathbf{C}} = \mathbf{a}_0 \otimes \mathbf{C} \cdot \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_0 \cdot \mathbf{C} \otimes \mathbf{a}_0 \quad (1.49)$$

Pour définir complètement un modèle de comportement pour un matériau hyperélastique isotrope transverse incompressible, il reste donc à choisir une fonction  $\bar{\psi}$  des quatre invariants  $I_1, I_2$  et  $I_4$ . Comme proposé par Kyriakou[50], on choisit un modèle linéaire par rapport aux trois premiers invariants, généralisant le modèle de Mooney Rivlin:

$$\bar{\psi} = \Theta_1(I_1 - 3) + \Theta_2(I_2 - 3) + \Theta_4 I_4 \quad \text{avec } \Theta_1, \Theta_2 \text{ et } \Theta_4 \text{ des constantes matérielles} \quad (1.50)$$

## 4. Tribologie des élastomères

L'interaction entre un corps rigide et un matériau hyperélastique tels que l'élastomère chargé définit le comportement tribologique de ce dernier. Ce comportement tribologique se manifeste par des mécanismes d'arrachement de la matière à la surface de glissement du matériau hyperélastique.

Dans cette partie de notre étude bibliographique, nous présenterons les modes d'usure et leurs relations avec les paramètres tribologiques. Ces derniers sont de deux types : type microstructural définie par la nature et type de charges et type lié aux conditions d'utilisation (charge appliquée, géométrie de l'indenteur, vitesse de glissement...). L'usure adhésive et l'usure abrasive seront exposées comme deux principaux modes dans cette étude.

### 4.1. Phénomènes tribologique de base des élastomères

Les lois classiques de friction comme il a été décrit par les travaux de da Vinci, Amontons et Coulomb peuvent être résumés comme suit [52] :

- La force de friction est proportionnelle à la charge.
- Le coefficient de frottement est indépendant de l'aire de contact apparente.
- Le coefficient de frottement statique est largement supérieur au coefficient cinématique.
- Le coefficient de frottement est indépendant de vitesse de glissement.

Il a été établi que seul la première loi est correcte, à l'exception aux pressions élevés où l'aire de contact réelle est proches à l'aire de contact apparente. Dans le cas de l'environnement sec, le coefficient de frottement est indépendant de la vitesse et prend une

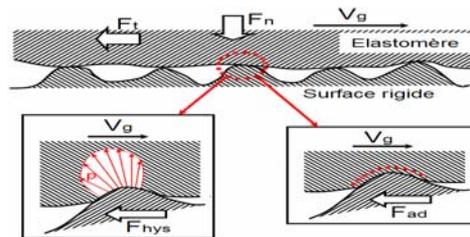
valeur maximale à quelques centimètres par secondes [53, 54]. L'interprétation de phénomène diffère des auteurs :

- Une succession d'adhésion et rupture des ondes de Schallamach apparues sont prélevés aux faibles vitesses [53]. Une vitesse critique favorisant l'interaction par frottement adhésive ou un frottement maximal est observée.
- Une seconde théorie conclue que le frottement est proportionnelle au module tangent ( $\tan\delta$ ) pour prendre en compte la viscoélasticité du caoutchouc et elle est inversement proportionnelle à la dureté du matériau,  $H$ :

$$\mu = \tan\delta/H \quad (1.51)$$

Ces auteurs réclame que le glissement de l'élastomère induit une succession de création et rupture des connections et confirment la dépendance du coefficient de frottement et vitesse de glissement. Le module tangent, la fréquence et la température sont liés. La transformation WLF montre que le glissement du caoutchouc par frottement aux différentes vitesses et températures peut être entièrement décrit par une simple courbe principale et la température de transition vitreuse de la partie d'élastomère [55-58].

Après cette présentation succinct des particularités des paramètres tribologiques des élastomères, nous allons détaillée cette étude bibliographique. Nous décrivons les deux composantes principales : composante d'adhésion et composante de déformation viscoplastique ou d'hystérésis. Le schéma de la figure 1.21 montre que deux principaux paramètres tribologiques définissent l'importance des composantes de frottement adhésive et hystérésis : la vitesse de glissement et l'état de surface ou la rugosité de la surface.

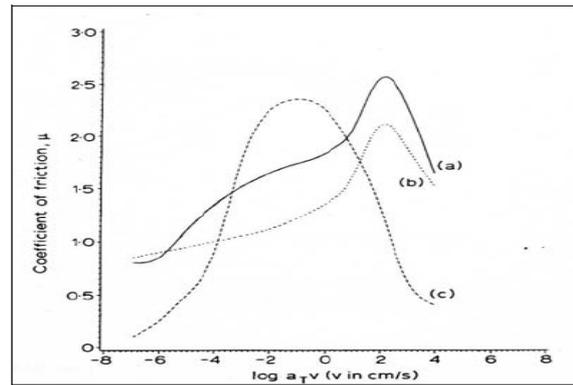


**Figure 1.21:** Principales composantes de coefficient de frottement

L'étude de frottement d'un élastomère sur une surface propre et lisse montre que seule la part adhésive est mise en jeu dans la résistance au glissement. La courbe de frottement présente une symétrie autour d'un maximum (figure 1.22). La vitesse au maximum de friction  $V_s$  augmente quand la température de transition vitreuse diminue. On donne la relation suivante [59] :

$$V_s = K \cdot (10^{-7} f_{max}(E'')) \quad (1.52)$$

Ou  $K$  est une constante numérique et  $f_{max}(E'')$  est la fréquence à la quelle le module de perte a son maximum (pour une température d'essai supérieur à  $T_g$ ).



**Figure 1.22.** Courbes maitresses de frottement (NBR non chargé) a)-SiC à sec b)- SiC pollué c)- surface lisse en verre.[59]

## 4.2. Mécanismes du frottement des élastomères

Le contact est généralement présenté selon un aspect mécanique et ne prend donc pas en compte un quelconque caractère adhésif [60,61]. Toutefois, des théories prennent en compte les forces d'adhérence dans le contact. Ces théories ne reposent pas sur les mêmes hypothèses et ont appliquées à des cas différents de contact. Des transitions existent entre ces théories si leurs développements sont complexes [62-64].

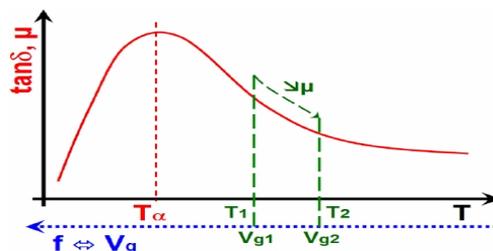
La force d'adhésion se définit comme la force nécessaire au cisaillement ou la scission  $\tau$  de jonction en agissant sur la surface réelle (S) de contact et ( $F_{ad} = S \cdot \tau$ ) [65]. Dans le cas d'une counterface métallique lisse et sans lubrification seule la composante adhésive prend ampleur. Le mécanisme d'usure adhésive des polymères consiste à la création d'un fort joint local d'adhésion qui produit des déformations dans la partie supérieure de la couche, rupture de cohésion des chaînes dans la plus grande part des polymères et ces transferts sur la surface counterface-échantillon [65-68]. Après courte période de frottement, un film de polymère est créé sur la surface métallique, la surface de polymère devient mate et spécifique dans son apparence (nombreuses fines cavités après détachement des particules du matériau). Dans la phase suivante de mouvement, le matériau transféré se détache de la counterface-élément et est enlevé de la zone de friction comme produit d'usure. Ce processus est cyclique et contribue, avant tout, à l'usure du polymère. Le taux d'apparition de phénomène particulier d'adhésion dépend des propriétés physiques, chimiques et mécaniques et de la structure de la couche supérieure de matériau, mais aussi des propriétés du matériau de l'indenteur et sa rugosité. L'énergie de la surface de polymère influe aussi sur l'adhésion.

Le coefficient de frottement d'une surface caoutchoutique contre un counterface dur peut être exprimé en termes des contributions des composantes d'adhésion, déformation

(hystérésis), visqueux et cohésion (déchirure) (figure1.21). L'adhésion consiste dans la naissance et la rupture successive des jonctions au niveau moléculaire. Le frottement d'hystérésis résulte de perte d'énergie associée à l'amortissement interne dans un corps viscoélastique [69-73]. La composante cohésive de frottement est la contribution d'usure à la plus grande partie des pertes et la composante visqueuse est l'arrachement visqueux sous conditions mouillées [70]. La plupart des auteurs ne considèrent que deux termes de composantes de friction à partir où la composante de déformation peut représenter à la fois les composantes d'hystérésis et de déchirure, tandis que la composante de friction visqueuse est un sous ensemble de la partie de la composante adhésive [69]. On montre que l'indépendance des composantes de friction adhésives et de déformation est seulement une supposition simplificatrice. On suppose que la force d'adhésion par unité de surface doit être constante durant une déformation pendant que l'énergie libre de surface est fonction de l'énergie interne et d'entropie. Elle doit changer si l'énergie interne et/ou l'entropie change due à la plupart des déformations [73].

La contribution des frictions adhésive et d'hystérésis dépend de la température, de la vitesse de glissement, de la géométrie et de la propreté des surfaces conjuguées [55, 74]. La composante adhésive est significative pour un élastomère glissant sur une surface d'un counterface propre, sec et lisse[74-76]. Elle peut être aussi importante aux faibles charges et uniforme dans les conditions de lubrification à cause des forces attractives de Van der Waals importantes, en comparaison avec la charge normale, dans le collement temporaire entre les surfaces [56, 77].

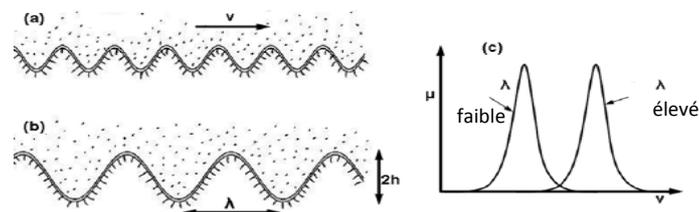
La force de friction d'un élastomère glissant aux différentes vitesses et températures d'une surface donnée peut s'exprimer par une simple courbe maitresse et par la température de transition vitreuse du matériau (figure 1.23) [78]. Cette transformation agrée avec la transformation William-Landel-Ferry (W.F.L.), ce qui montre ainsi la nature viscoélastique de la friction.



**Figure 1.23:** Schéma d'équivalence entre  $\tan\delta$  et  $\mu$  relatifs aux propriétés viscoélastiques des elastomers en fonction de la température, de la fréquence de sollicitation et donc de la vitesse de glissement [79].

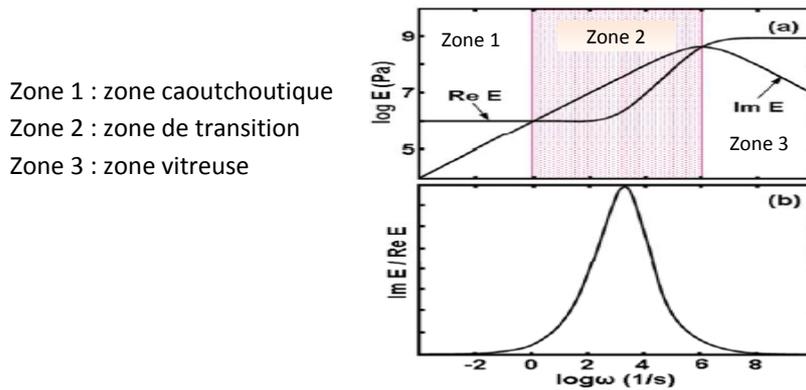
Dans beaucoup d'applications réelles sur la friction des élastomères, seule la composante d'hystérésis prend ampleur [80-82]. L'influence de la rugosité de la surface est mise en évidence par le rapport de l'amplitude et la longueur de l'ondulation de la rugosité. Si ce rapport est constant, il est possible que les différentes rugosités de surfaces (des échelles de longueur variables) contribuent de même manière dans la force de friction. Cependant, il est possible que la longueur courte d'ondulation qui peut contribuer à la force de friction soit limitée par certains paramètres tels que la contamination de surface [83].

Quand un élastomère glisse contre une surface rugueuse rigide, avec une rugosité d'échelles de longueur  $\lambda$ , il est exposé à des forces en fluctuation avec des fréquences  $\omega \sim v/\lambda$ . Une surface réelle présente une large distribution d'échelles de longueur qui correspond à une large distribution des composantes de fréquence dans la décomposition de Fourier de la rugosité de surface qui agit sur le glissement de l'élastomère. La contribution de la rugosité de surface avec échelle de longueur  $\lambda$  au coefficient de friction  $\mu$  atteint un maximum si  $(v/\lambda = 1/\tau)$ , où  $1/\tau$  est la fréquence où  $ImE(\omega)/|E(\omega)|$  est à son maximum. Ce point est localisé dans la région de transition entre la région caoutchouteuse (faibles fréquences) et la région vitreuse (fréquences élevés) [83]. La contribution des différentes échelles de longueur est schématiquement montrée en figure 1.24.



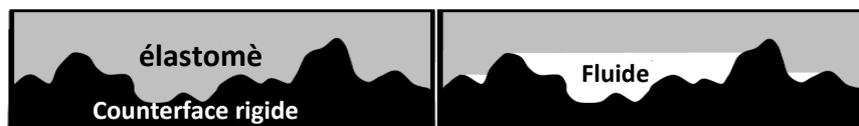
**Figure 1.24:** glissement d'un élastomère sur un substrat rigide et ondulé. La contribution à la friction à partir de l'amortissement interne dans l'élastomère est le même dans (a) et (b) car le ratio entre l'amplitude  $h$  et la longueur  $\lambda$  des ondulations est le même. (c) montre schématiquement les courbes  $\mu(v)$  pour les profils de rugosité dans (a) et (b) [83].

Au cours de glissement d'un élastomère contre une counterface rigide, il résulte un échauffement frictionnel (élévation de température), en conséquence un déplacement dans le spectre viscoélastique vers des fréquences plus élevées (figure 1.25). Puisque la plupart des applications, la perturbation de fréquences est inférieure à  $\omega_1$  (ou  $ImE(\omega) / |E(\omega)|$  est au maximum). L'élévation de la température (due à l'échauffement frictionnel) diminue le coefficient de frottement [84].



**Figure 1.25 :** a)- Module viscoélastique  $E(\omega)=E_1+iE_2$  d'un matériau élastomère typique  
 b)- La tangente de perte  $E_2/E_1$  (schématique)[84].

Lorsque un élastomère doux glisse contre une piste rigide, ou un counterface rigide glisse contre une piste en élastomère doux, le mouvement relatif entre les deux membres est souvent due au 'détachement des ondulations' à travers l'aire de contact à vitesse élevée de front vers l'arrière. Ces ondulations sont les 'ondes de Schallamach' et se déplacent beaucoup plus rapidement que les deux corps glissants [52]. Les ondes de Schallamach apparaissent à une vitesse de glissement critique à qui ses valeurs sont liées aux propriétés adhésives de l'interface, à la géométrie de contact, propriétés élastiques de l'élastomère, la charge normale et la température [85, 86]. La lubrification diminue l'aire de contact réelle entre l'élastomère et la counterface rigide et par conséquent à une diminution de coefficient de frottement. La présence de fluide entre l'élastomère et un substrat rigide ne réduit pas seulement l'adhésion mais aussi la composante flaque mare d'hystérésis de friction. Avec lubrifiant, les vallées se transforment en flaques de fluide emprisonné qui contribue à un lissage effectif de la surface du substrat (Figure 1.26). Ce phénomène de lissage réduit la déformation viscoélastique causée par les aspérités de la surface et ceci réduit la friction de l'élastomère [58, 87].



**Figure 1.26:** Lissage du substrat en présence de lubrification [58]

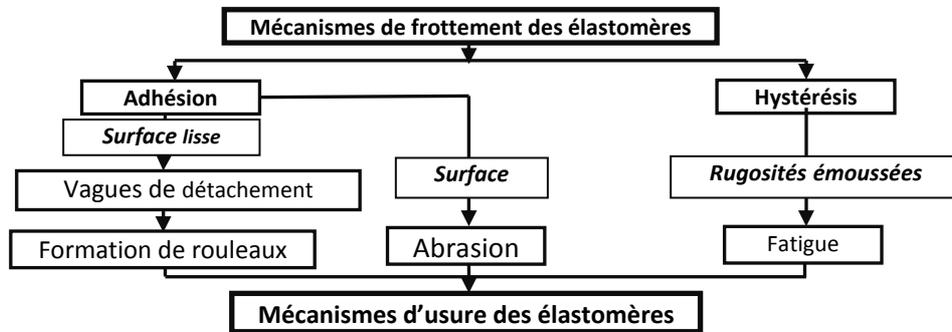
### 4.3. Usure des élastomères

L'usure des élastomères est un phénomène complexe qui met en jeu une combinaison de processus mécaniques, mécano-chimiques et thermo-chimiques. Dans cette partie d'étude bibliographique, nous développons les points suivants :

- Différents faciès et mode d'usure qui nous permettra d'en apercevoir la singularité.
- Différents modes et mécanismes d'usure.
- Modèles d'usure établis pour la prédiction de la résistance à l'usure des élastomères.

### 4.3.1. Mode d'usure

Lorsque deux solides sont en contact, ils peuvent être soumis à quatre phénomènes élémentaires : de l'adhésion, de la déformation plastique, des fissures et transformations physico-chimiques. Dans son approche unifiée du frottement et de l'usure des élastomères Moore présente un diagramme des principaux mécanismes de dégradation (figure 1.27).



**Figure 1.27 :** Diagramme présentant les relations entre le frottement des élastomères et leurs mécanismes d'usure [87].

#### 4.3.1.1. Usure par abrasion

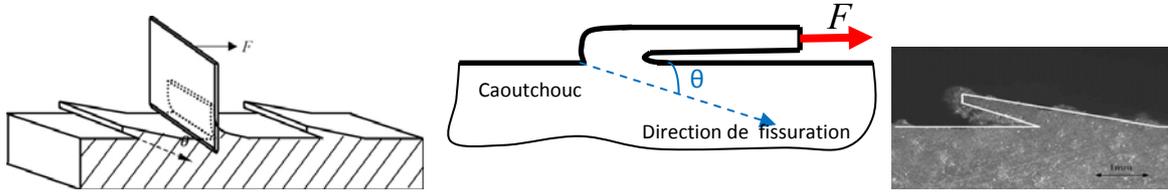
L'abrasion continue dans une simple direction mène à la formation d'une surface caractéristique de mode par abrasion. Ceci apparaît comme une série de périodique sillons parallèles et perpendiculaires à la direction de glissement. Le mode abrasion se forme sur une surface moulée initialement lisse après un certain nombre de passages de l'abraseur. L'espacement et la hauteur des sillons sont caractéristiques d'un processus d'abrasion spécifique. Comme procédé d'abrasion, les sillons sont inclinés en arrière de l'abraseur qui protège la surface juste derrière la forme de l'abrasion favorisée. L'abrasion se concentre à la racine des sillons. Les fissures se propagent dans cette région et le mode d'abrasion affecte la surface avec un angle,  $\theta$  (figure 1. 28).

Schmalach a étudié l'abrasion de caoutchouc en utilisant une aiguille pour rayure sous des conditions contrôlées [88]. Cette technique ne fournit pas beaucoup d'information sur la nature de processus d'abrasion. Plus tard, des auteurs développent un essai à contact linéaire [89]. Alors que d'autres proposent une théorie simple qui relie l'abrasion de caoutchouc au comportement de fissuration par fatigue de caoutchouc [90,91]. Ils montrent aussi expérimentalement que la relation existant entre les vitesses de croissance de la fissuration cyclique et l'énergie maximale emmagasinée d'un taux approprié atteint durant un chargement cyclique est indépendante de la géométrie de pion de l'essai. On propose une équation de corrélation entre la force de frottement horizontale mesurée,  $F$  et taux approprié de l'énergie maximale emmagasinée,  $W$  :

$$W = F/h (1 + \cos \theta) \quad (1.53)$$

avec  $h$ , est la largeur de l'échantillon d'essai et  $\theta$  est l'angle de propagation de la fissure.

Comme il est montré en figure 1.28, cette équation suppose que la force de frottement totale est utilisée pour conduire la fissuration. L'importance de la charge normale sur le taux approprié de l'énergie maximale emmagasinée,  $W$ , et le processus d'abrasion n'est pas considéré dans cette équation.



**Figure 1.28 :** Schéma d'une lame tirant un simple sillon sous une force d'abrasion  $F$  montrant la propagation de fissure suivant un angle  $\theta$  par rapport à la surface. Micrographie d'un sillon formé sur un spécimen SBR[92].

Ce modèle permet de relier le volume abrasé à la force tangentielle et à la propagation de fissure par fatigue. On considère que la loi de propagation suit la loi de Paris :

$$dc/dN = \beta W^\alpha \quad \text{Ou : } c \text{ est la longueur de fissure, } N \text{ est le nombre de cycle,} \quad (1.54)$$

$W$  est le taux de restitution d'énergie et  $\alpha$ ,  $\beta$  sont des constantes de matériau.

Le volume abrasé par cycle est :

$$V/N = \beta l \sin\theta [W/l (1 + \cos\theta)]^\alpha \quad (1.55)$$

L'hypothèse de l'arrachement brutale (loi de Paris) des débris de ce modèle a fait l'objet d'une observation microscopique. On montre que l'enlèvement du débris s'effectue en plusieurs fois et relève d'un phénomène de fatigue [92].

Un autre modèle physique qui complète ce modèle est celui de Zhang [93](Figure 1.29). Ce modèle reste complexe pour un expérimentateur. Ceci est dû aux difficultés de détermination des paramètres physiques du modèle. L'usure résulte de la propagation de fissures dans le matériau à chaque cycle de sollicitation  $\frac{dc}{di}$ , constante et suit la loi de Paris, et de la déchirure de la languette formant la ride. La déformation à la rupture,  $\varepsilon_r$ , et l'angle de propagation de la fissure,  $\theta$ , sont exprimés par les relations suivants :

$$\varepsilon_r = \frac{\Delta X_i}{l_i} \quad \text{et} \quad tg\theta = \frac{dY_1}{dX_1} = \frac{dY_1}{dX_1 + dX_2} = \dots = \frac{dY_i}{\sum_{i=1}^N dX_i} \quad (1.56)$$

avec :  $\Delta X_i$ , et  $\Delta Y_i$  sont la longueur et l'épaisseur de la  $i^{\text{ème}}$  débris arraché à la languette respectivement et  $l_i$  est la longueur totale de la languette.

Si la propagation de la fissure est constante, le volume abrasé par ride après  $i$  cycles de frottement est approximé par l'expression suivante:

$$V_i = \frac{1}{2} (dx_1 + \dots + dx_i) dy_i h \quad (1.57)$$

et pour  $\gg 1$ , l'expression s'écrit :

$$V_i = \frac{1}{2} i^2 \left( \frac{dc}{di} \right)^2 \varepsilon_k \sin \theta \left( \frac{1}{\varepsilon_k} + \frac{1-\varepsilon_k}{\varepsilon_k} (1 - (1 - \varepsilon_k)) \right) \quad (1.58)$$

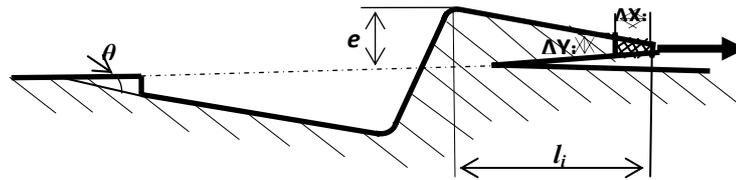


Figure 1.29: Schéma du modèle physique d'usure par formation de rides [93]

#### 4.3.1.2. Usure 'slip line'

Le composite d'un polymère peut être utilisé dans le cas d'un système de frottement sec ou d'un frottement avec lubrification limité, si ses propriétés tribologiques satisfont les exigences suivantes [94,95]:

- Le coefficient d'usure d'Archard  $k_A$  défini comme rapport de volume d'usure  $V_U$  et le produit de la charge normale  $F_n$  et la distance de glissement  $L_g$  :

$$k_A = V_u / (F_n \cdot L_g) < 10^{-6} \text{mm}^3 \text{N}^{-1} \text{m}^{-1} . \quad (1.59)$$

- Le coefficient conventionnel de frottement  $\mu$ , défini comme rapport de la force de frottement tangentielle  $F_t$  et normal  $F_n$  :  $\mu < 0,2$
- Les coefficients de frottement et d'usure varient peu avec les paramètres opératoires, spécifiquement avec la vitesse de glissement et la température.

La rugosité métallique et les propriétés de polymère définissent le frottement et l'usure des polymères au contact d'un acier. La déformation plastique locale des métaux et Hencky 'slip-line field' sont aussi utilisés pour expliquer la composante adhésive et le processus de l'usure avec 'microcutting' des métaux [96,97]. Briscoe propose une carte de déformation plastique du matériau à l'aide de test au cône de rayure [98,99]. La réponse des matériaux polymériques à la charge normale et à la surface de traction peut être élastique, élastoplastique, labour et microdéchirures comme fonction de déformation critique et contraintes de contact du polymère. On présente le modèle de frottement et d'usure utilisant la théorie de champs 'Slip-Line' de Henky[100-102].

Le modèle simple pour le contact glissant polymère-métal suggère que la force de friction et la perte de poids à la surface dépend de la géométrie de l'aspérité et la contrainte de cisaillement de polymère (figure 1.30). L'aspérité rigide a un angle  $\theta$ , et une vitesse de mouvement  $V_a$ . La résistance de cisaillement du polymère est  $\tau_{lp}$ . L'hypothèse de l'analyse 'slip-line' est que le polymère est rigide-parfaitement plastique et que l'aspérité métallique est sous contrainte et déformation plane.

La perte du volume  $U_v$  de polymère pour une distance de glissement  $L_f$  est donnée par la relation suivante [51, 52, 55,56] :

$$\frac{U_v}{L_f F_n} = \frac{1}{2\tau_{ap}} * \frac{\sin^2\alpha + 0.5\sin 2\alpha}{1+2\sin\alpha} \quad (1.60)$$

Le coefficient d'usure d'Archard pour le couple (polymère/aspérité rigide)  $k_A$ , est :

$$k_A = \frac{U_v H}{L_f F_n} = \frac{H}{2\tau_{ap}} * \frac{\sin^2\alpha + 0.5\sin 2\alpha}{1+2\sin\alpha} \quad (1.61)$$

Le volume de polymère usé après  $N_f$  cycle de frottement est donné en accord avec la théorie de Mansson-Coffin :

$$N_f = (c/\gamma)^D \quad (1.61)$$

ou  $C$  la résistance critique à la rupture du polymère,  $\gamma$  la deformation de cisaillement de l'aspérité rigide et  $D$  est une constante du matériau.

Si l'angle d'aspérité dépasse une valeur critique ( $\alpha_{cr}$ ), il y aura des microdéchirures de polymère par l'aspérité dure. Les valeurs des angles critiques ( $\alpha_{cr}$ ), de plan de cisaillement ( $\phi$ ) et angle de déchirure ( $\theta$ ) sont évaluées par le model de Challen-Oxley[103] :

$$tg\theta = 1 + 2\left(\frac{\pi}{4} - \phi\right) - C_n \quad \text{ou bien} \quad \theta = \frac{\pi}{2} + \phi + 0.5 \arcsin(f\sin 2\theta) - \alpha \quad (1.62)$$

la constante  $C_n$  représente le durcissement du polymère déformé (si la dureté de polymère ne change pas  $C_n = 1$ ).

Le copeau est apparu si l'angle de cisaillement devient positif. Le coefficient de friction dans la micro-déchirure est définie seulement dans le cas où l'angle d'aspérité est supérieur à la valeur critique :

$$\mu_a = ctg(\theta - \phi)$$

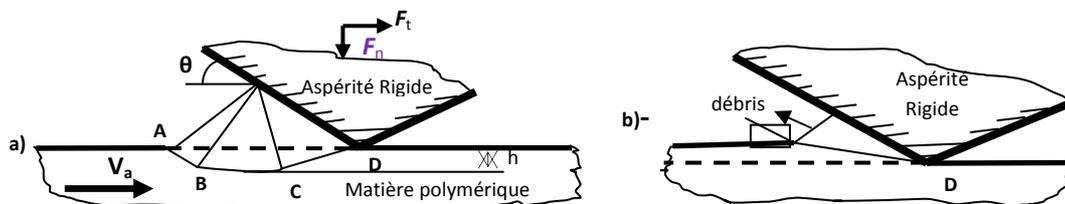
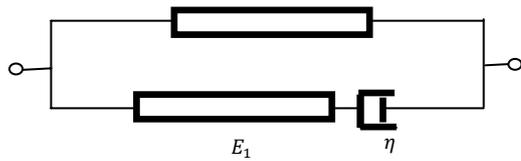


Figure 1.30 : a)- champs 'Slip-line' pour un contact aspérité-polymère b)-ligne de déformation dans la micro-déchirure (microcutting).

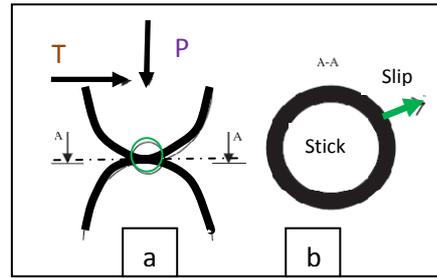
#### 4.3.1.3. Modèle d'usure 'Standard Linear Solid'

Le problème tribologique ordinaire est qu'un solide élastomérique au contact d'un solide métallique. Dans de nombreuses applications d'ingénierie, les forces de frottement sont calculées en se basant sur le contact métal-métal plus que le contact métal-élastomère. Dans certain applications, ceci constitue une bonne approximation de comportement au frottement, dans d'autres applications, il reste incorrect [104]. Des modèles plus exactes introduisent la viscoélasticité, ensuite étendent au modèle multi-aspérité/macrosopique basé sur le principe « stick-slip ». le model 'Standard Linear Solid' (appelé aussi model de Zener, figure 1.31) est généralement utilisé et a plus d'exactitude pour le caoutchouc ou les

matériaux élastomère [105]. En utilisant la loi de Hooke, la relation contrainte-déformation en égard de temps est obtenue [106].



**Figure 1.31 :** Diagramme du modèle Standard Linéaire d'un Solide (SLS) de la viscoélasticité formé de deux ressorts  $E_1$ ,  $E_2$  et un amortisseur  $\eta$ .



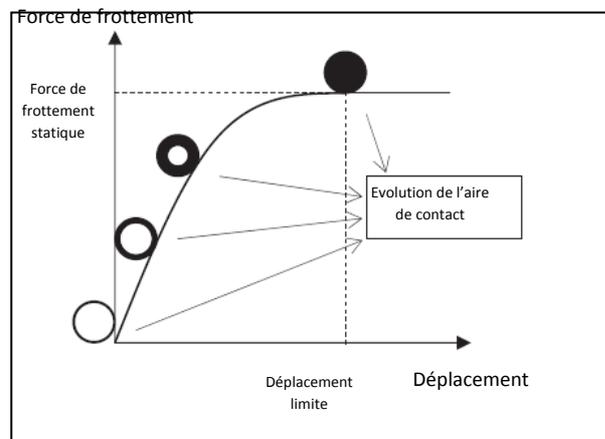
**Figure 1.32 :** a)-Aspérités en contact b)-vue de point de contact [105].

La solution viscoélastique est fournie pour deux cas : Cas de déplacement contrôlé (variation de déformation imposée) ou Cas de chargement contrôlé (charge imposée).

Les détails des calculs peuvent être trouvés dans [107] :

$$\left. \begin{aligned} \text{Rayon de Contact :} \quad & a(t) = \sqrt[3]{\frac{3}{8} R F_n \phi(t)} \\ \text{Distribution de la Pression :} \quad & p(r, t) = \frac{4}{\pi R} \sqrt{a^2(t) - r^2} \frac{1}{\phi(t)} \end{aligned} \right\} \quad (1.63)$$

Le mécanisme de frottement statique dans un contact d'aspérité simple viscoélastique-rigide est représentée en figure 1.32-33. Au début de ce mécanisme, la charge tangentielle est très faible, quand les aspérités sont collées ensemble dans l'aire de contact (stick). Alors que la charge tangentielle continue à augmenter, un anneau de glissement (slip) se développe le long de contour extérieur du contact où un micro-glissement entre les deux aspérités aura lieu. Quand la charge tangentielle atteint une valeur critique égale à la force statique de friction, l'aire de contact entière entre les aspérités est en transition de glissement (macro-glissement entre les deux aspérités dans la direction tangentielle).



**Figure 1.33 :** Force de friction en fonction du déplacement tangentiel [106].

Si, par la suite de l'application d'une force normal P, un force tangentielle Q est appliquée au couple d'aspérités, on suppose que les aspérités adhèrent entre elles dans la région central pendant qu'un anneau de glissement se développe au bord de la région de contact. La distribution de contrainte de cisaillement dans le contact est donnée [106]:

$$q(r) \begin{cases} 3\mu \frac{P}{2\pi a^3} (a^2 - r^2)^2 & \text{si } c < r \leq a & \text{'stick' } \\ 3\mu \frac{P}{2\pi a^3} (\sqrt{a^2 - r^2} - \sqrt{c^2 - r^2}) & \text{si } 0 < r \leq c & \text{'slip' } \end{cases} \quad \text{où } c \text{ est le rayon de la zone 'stick' : } c = a \sqrt{1 - \frac{Q}{\mu P}} \quad (1.64)$$

La progression naturel du model de contact d'aspérité simple est le modèle multi-aspérités. L'approche de Greenwood-Williamson est utilisée pour modéliser le contact des surfaces multi-aspérités. Les hypothèses inhérentes à l'approche G-W sont [76]:

- La surface rugueuse est couverte d'un nombre d'aspérités élevé qui sont approximativement sphériques;
- Les sommets d'aspérités ont un rayon constant ;
- La variation des hauteurs d'aspérités est arbitraires ;
- La distribution des hauteurs des pics à la surface est Gaussian.

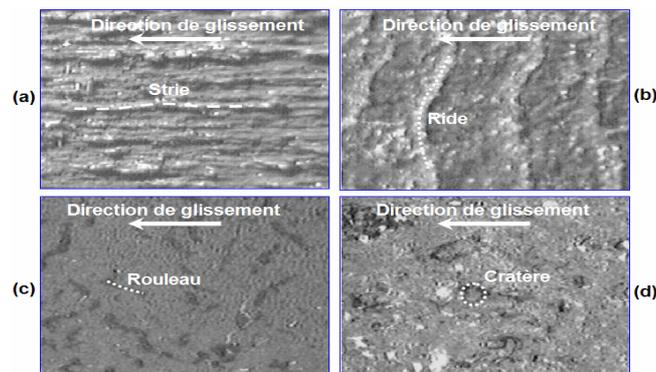
#### 4.3.2. Modes d'usure – Faciès d'usure des élastomères

Dans ce paragraphe, nous allons passer en revue les principaux modes observés sur les matériaux métalliques et non métalliques. Un intérêt particulier est donné aux principaux modes d'usure spécifiques des élastomères. L'usure des élastomères se manifeste principalement par quatre faciès (figure 1.34) : Stries; Rides; Rouleau et Cratères d'usure.

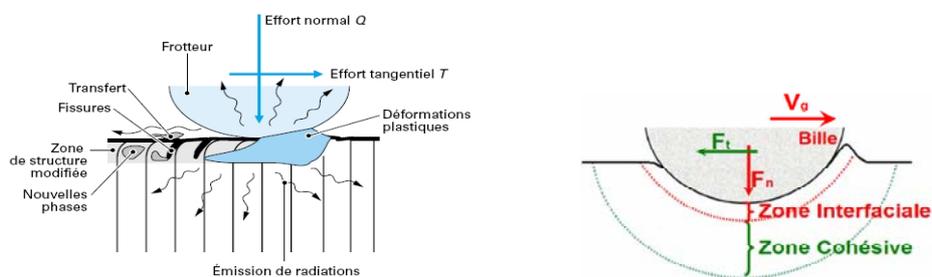
Les modes d'usure par abrasion, par érosion, par cavitation, adhésive et par fatigue sont liées aux paramètres tribologiques qui sont aussi variées. Ceci peut introduire d'autres modes d'usure plus particuliers. Nous citons comme exemple l'usure d'un système tribologiques à trois corps [108].

Sous l'effet des sollicitations tribologiques, une surface subit des modifications et des endommagements dont les principales formes sont schématisées dans la figure1.35. Les endommagements peuvent être décrits simplement en faisant appel à un nombre réduit de phénomènes élémentaires mécaniques, physiques ou chimiques, déformations plastiques ; transformations physico-chimiques de surface et adhésion entre les corps frottants conduisant à la formation de transferts de l'un des matériaux sur l'antagoniste. Ces différents phénomènes élémentaires peuvent se produire simultanément ou successivement dans un contact donné [109]. les modes d'usure adhésive, abrasive, corrosive, érosive et par fatigue mettent en jeu des phénomènes complexes, parfois couplés, incluant des aspects mécaniques, chimiques et thermomécaniques [110]. Ces divers modes, pour les élastomères, peuvent être

regroupés en deux catégories, une usure cohésive et une usure interfaciale (figure 1.35-b) [111,112]. L'usure cohésive se définit comme un mécanisme contrôlé par les propriétés volumiques de matériau (Résistance à la rupture, ténacité, fatigue...). La dissipation de l'énergie de frottement et d'endommagement concerne alors un volume de l'ordre de la longueur de la zone de contact (cas de l'usure abrasive ou par fatigue). Alors que l'usure 'interfaciale intervient dans une zone interfaciale de faible épaisseur ou se produit une forte dissipation d'énergie de frottement (cas de l'usure adhésive). Cette séparation de zones d'usure a constitué une base pour la modélisation des mécanismes d'usure pour les élastomères.



**Figure 1.34:** Principaux d'usure d'élastomères [113] : a)-Stries d'usure b)- Rides d'usure c)- Rouleau d'usure d)- Cratères d'usure.

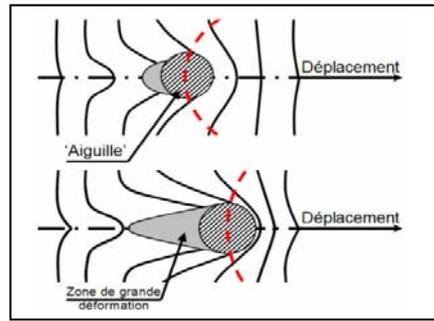


**Figure 1.35 :** a)-Endommagements d'un corps frottant b)- Endommagement d'un élastomère

Le mécanisme de formation des faciès d'usure des élastomères se manifeste par trois types de faciès :

- **Stries d'usure**

Les premiers travaux se rapportant à l'étude des stries d'usure sont publiés par Grosh [114]. Les stries sont des bandes parallèles à la direction de glissement leur dimensions varient de micromètre au millimètre (même au centimètre pour leur longueur) (figure 1.36). Le mécanisme se traduit par déformation puis déchirure de l'élastomère avec propagation des fissures perpendiculairement à la direction de glissement de l'indenteur pointu (Aiguille).

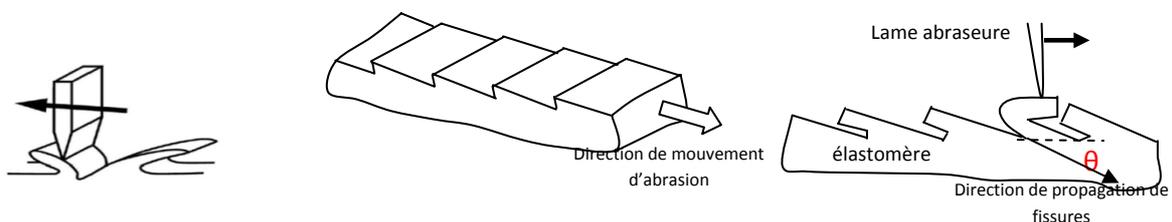


**Figure 1.36:** Schéma de l'endommagement d'une surface d'un élastomère par un indenteur pointu « Aiguille » [114]

### • Rides d'usure

La formation des rides commence par l'initiation des fissures en arrière de la région du contact due au contrainte de cisaillement élevée et continue par propagation de ces fissures sous chargement répété (Figure 1.37) [90]. Les rides d'abrasion ont été étudiées en utilisant une aiguille [114], de papiers abrasifs [115] ou une lame tranchante [90]. Les rides d'abrasion sont une conséquence de l'abrasion, après leur formation, elles constituent la principale origine de perte de matière (cisaillement des débris de grande dimension). Les élastomères chargés présentent des rides de hauteur réduite qui diminuent leur usure.

L'abrasion des surfaces d'élastomères en contact linéaire est largement étudiée et la plupart se focalise sur l'abrasion à sec [114-118]. On présente une théorie décrivant la corrélation entre le taux d'usure et la force de friction qui caractérise la propagation de fissure de l'élastomère. Il mentionne aussi que l'espacement des 'figures' d'abrasion dépend de la température [90]. D'autres études ont montré que les 'figures' évoluent à partir des rides primaires faiblement espacées jusqu'à des rides secondaires grandement espacées. On suggère aussi que des micro-vibrations et des oscillations de stick-slip engendrant respectivement l'amorçage des fissures et la formation des figures d'abrasion spécifiques.



**Figure 1.37 :** Schéma de formation des 'figures' d'abrasion et leurs ruptures [90]

### • Rouleaux d'usure

Les rouleaux d'usure sont des débris d'usure très adhérents à la surface usée. Ils apparaissent dans le cas de fort coefficient de frottement (figures 1.38-39) [119]. Les rouleaux se détachent sous une contrainte critique atteinte aux cours de leur formation [120]. Ce mode d'usure correspond à une combinaison précise entre les propriétés de l'élastomère et les

conditions tribologiques , notamment la température, et le rend très peu fréquent spécialement dans le cas des élastomères NBR chargé de noir de carbone[121]. Les conditions d'apparitions de ces rouleaux ont été résumées pour un polymère comme suit [122]:

- La contrainte de rupture de ces aspérités du polymère doit être inférieure à celle des aspérités antagonistes et également inférieure à la force de frottement interfacial.
- Une des surfaces doit être élastique et/ou ductile (capacité de subir une déformation de masse).
- La pression de contact ne doit être ni trop haute (les rouleaux sont cisailés) ni trop basse (les rouleaux ne se forment pas).

Pour un élastomère, Reznovski propose un mécanisme de formation des rouleaux comme montrée en figure 1.39. Les rouleaux apparaissent si:

$$F_T \leq f \cdot F_N \text{ et } \varepsilon < \varepsilon_k \quad (1.65)$$

Ou :  $\varepsilon$  est la déformation dans le rouleau ou la rupture va se passer et  $\varepsilon_k$  est la déformation à la rupture.

L'énergie dissipée par le système par frottement s'exprime comme la somme des trois parties : énergie de fissuration, énergie élastique stockée dans le rouleau et l'énergie dissipée par roulement.

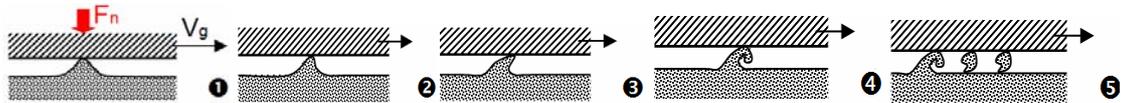


Figure 1.38: Schéma de différentes étapes de la formation de rouleaux

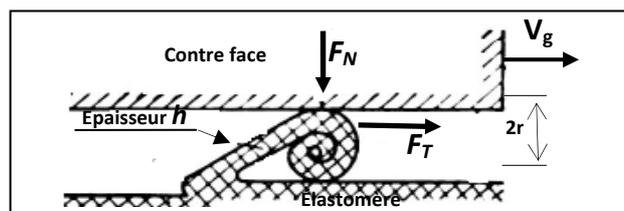
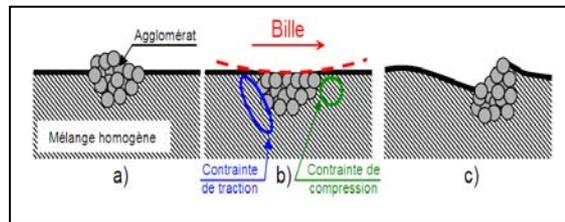


Figure 1.39. Mécanisme de formation des rouleaux [119].

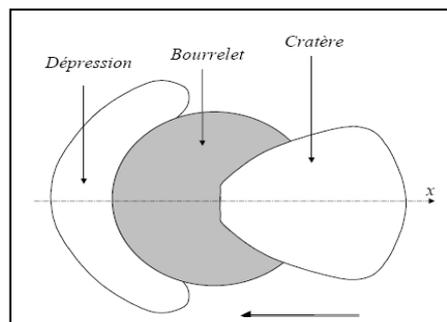
### • Cratères d'usure

Les cratères d'usure sont des trous circulaires sur la surface qui apparaît à l'œil nu. Une morphologie encore plus précise des cratères, qui ne peut être facilement quantifiée est représenté en figure 1.40-41 [113]. En effet, de nombreux cratères ont une forme trapézoïdale lorsqu'ils sont observés en vue de dessus. Le bourrelet situé à l'arrière du cratère est accompagné d'une dépression profonde en forme de croissant. Le mécanisme de formation d'un cratère avec ou sans perte de matière s'explique à l'échelle d'hétérogénéités présentes dans la matrice d'élastomère comme les agglomérats de noir de carbone et le passage de

l'indenteur à l'avant de contraintes de compression et à l'arrière de contraintes de traction (figure 1.41). Ces contraintes conduisent alors à la déformation (ou basculement) d'agglomérats et par la suite à une plastification à la surface de l'élastomère.



**Figure 1.40:** Mécanisme de formation de cratère par déformations de la matrice et d'un agglomérat :  
a)- avant le passage de l'indenteur b)- sous passage de l'indenteur c)- après le passage de l'indenteur



**Figure 1.41:** Représentation schématique d'un cratère type vu de dessus [113]

## 5. Synthèse

La description bibliographique nous a permis de montrer que les paramètres importants déterminant les propriétés mécaniques des élastomères, ne sont pas liés uniquement à la microstructure de l'élastomère mais aussi aux conditions de mise en œuvre et aux conditions de sollicitation (sens, vitesse) ou d'environnement (température, pression, milieu environnant). Le comportement est donc gouverné par les paramètres, fortement liés, suivants : l'architecture, la formulation, la mise en œuvre et les conditions d'utilisation de l'élastomère.

La nature et le nombre de co-monomères sont les premiers points à prendre en compte; En effet, c'est le choix des monomères qui conditionne la souplesse des enchaînements covalents du squelette des chaînes et en partie leur cohésion, par les interactions physico chimiques inter chaînes que les substituants autorisent.

Mais il faut aussi prendre en compte la nature des chaînes : leur linéarité, le taux et les longueurs de branchements, la nature des enchaînements des monomères dans le cas des copolymères, la réticulation.

Enfin la longueur des chaînes conditionne leur capacité à développer des interactions « physiques », tels que les enchevêtrements, qui interviennent dans la tenue mécanique du matériau final.

Un élastomère industriel est toujours formulé par l'ajout des éléments de nature différentes et à des taux variables tels que :

- additifs divers, plastifiants, charges, fibres, ... ;
- éléments de mélanges : nature des constituants, dispersion des phases (réseau percolant, gomme liée et gomme ocluse...)
- L'existence d'un agent de vulcanisation.

La mise en œuvre peut modifier :

- L'architecture du matériau, c'est-à-dire : la nature des chaînes en provoquant des ramifications ou des réticulations ; la longueur des chaînes par dégradation.

La réponse d'un élastomère peut dépendre :

- Du type de sollicitation : traction, compression ou cisaillement ;
- De la température qui est un paramètre primordial;
- De la vitesse de sollicitation qui est d'importance équivalente à celle de la température, il est important de le noter;
- De la pression (du moins à haute pression) ;
- Du taux de déformation, car la déformation se traduit par une évolution structurale et donc une évolution des propriétés ;
- Du passé thermomécanique (Cycle de mise en œuvre);
- De l'environnement. Dans certains cas le taux d'humidité peut changer le comportement des polymères hydrophiles ; Des hydrocarbures peuvent gonfler le matériau.

Tous les élastomères ne sont pas sensibles dans les mêmes proportions à chacun de ces paramètres. Il convient donc de les traiter au cas par cas. En particulier, l'influence sur le comportement mécanique des charges élastomères a été analysée. L'origine de ces modifications est due aux différentes interactions existantes entre les charges elles-mêmes et la matrice élastomère. Plusieurs paramètres semblent intervenir dans l'établissement de ces interactions comme la nature de l'activité chimique des charges. Le renforcement des élastomères s'explique par diverses théories qui s'appuient sur les effets hydrodynamiques, les interactions possibles entre les différentes phases voir la forme des agrégats ou des réseaux percolants.

Les principaux phénomènes mécaniques liés aux élastomères chargés ont été évoqués dans cette bibliographie comme l'effet Payne, l'effet Mullins, la cristallisation sous contrainte ainsi que la notion d'hystérésis.

La modélisation d'un comportement, quel qu'il soit, passe par la description de l'état de matière, donc par la construction d'une relation entre contrainte et déformation, représentant le plus fidèlement possible la réponse à une sollicitation d'un matériau, en tout point d'un système. Dans le cas des élastomères, la modalisation doit tenir compte des mécanismes tels que les linéarités géométriques et matérielles, la dissipation et la forte dépendance avec la température.

Les élastomères ont des propriétés de grande déformabilité et l'allure caractéristique en «S» inversé de la courbe de traction uniaxiale ont bien longtemps représenté un challenge en termes de modélisation. Dans ce contexte deux branches de modélisation sont présentées, la première est le développement des modèles hyperélastiques issues de la théorie statistique (modèles physiques) et la seconde apparaitre avec les modèles phénoménologiques. La modélisation continue à se développer à nos jours par la mise en évidence d'autres nouveaux modèles isotropes ou anisotropes. Les modèles anisotropes constituent plus d'importance, notamment, dans le cas des élastomères chargés qui peuvent présentés un comportement anisotrope.

La modélisation numérique du comportement mécanique des élastomères fait appel à des modèles mathématiques complexes. Pour représenter au mieux le comportement en grandes transformations, les lois constitutives peuvent faire intervenir un nombre important de paramètres du matériau qui n'ont souvent pas tous une signification physique immédiate. Nous développons cette difficulté dans l'étude de la simulation numérique pour un modèle hyperélastique anisotrope pour un biomatériau renforcé de fibre.

En troisième partie de cette étude bibliographique, un intérêt particulier a été donné au comportement tribologique des élastomères. Nous avons pu nous rendre compte que ce matériau est assez complexe. Cela est lié à la complexité de son comportement mécanique déjà présenté dans la première partie de ce chapitre. Nous notons la sensibilité des mécanismes d'usure aux nombreux paramètres et parfois qui sont dépendants entre eux tels que : la sollicitation, les charges la vitesse de glissement, température, la rugosité de la surface de l'antagoniste...etc.

Nous avons pu passer en revue quelques modèles théoriques développés pour prédire le taux d'usure et la cinétique d'usure, lors d'un frottement d'un élastomère contre un antagoniste. Ces modèles sont issues des lois de comportement mécanique et de rupture de

l'élastomère. On décrit les divers phénomènes rencontrés lors de contact d'un élastomère-counterface rigide, notamment, l'usure adhésive, abrasive et hystérésis. Ces mécanismes d'usure peuvent se présenter couplés ou séparés résultants, suivant le cas, des faciès d'usure (stries, rides, cratères d'usure). L'utilisation de ses modèles par un expérimentateur, parfois, est rendue délicate à cause de nombre de constantes physiques qui les construisent.

Les techniques utilisées pour l'étude est le contact bille/plan, plan/plan et contact linéaire. Le contact bille/plan est utilisé en relation avec l'étude d'usure des matériaux métalliques, dans ce cas le contact est assimilé parfois au contact des aspérités à l'échelle macrométrique. Dans l'étude expérimentale de l'usure des élastomères l'essai est réalisé au faibles charges et en plus de leurs caractéristiques visco-hyperélastiques (grandes déformations au contact), il est plus commode d'utiliser le contact plan/plan. Ce contact nous permet mieux d'étudier le frottement adhésif des élastomères et correspond au domaine d'utilisation réelle des élastomères. Dans l'état actuel, les chercheurs focalisent plus leurs travaux dans l'étude des mécanismes de l'usure abrasive par le contact linéaire.

A travers tous les travaux menés, très peu d'études traitent l'usure avec la présence de troisième corps qui nous laisse à dire que l'influence de la présence de troisième corps est négligée. L'usure sèche est la plus étudiée et correspond à la majorité des applications des élastomères. En ce moment, l'étude de l'usure lubrifiée des élastomères est consacrée à des cas particuliers (joints d'étanchéité).

CHAPITRE 2

**ETUDE NUMERIQUE DU COMPORTEMENT  
HYPERELASTIQUE ANISOTROPE**

## Chapitre 2

# **Etude numérique du comportement hyperélastique anisotrope**

### **1. Introduction**

Les lois constitutives hyperélastiques permettent de décrire le comportement mécanique des élastomères. Ces lois se basent sur la détermination de quelques paramètres matériau. Le nombre de ces paramètres varie selon le modèle hyperélastique étudié. Il est donc nécessaire de réaliser des essais expérimentaux variés pour déterminer ces paramètres et pour tester la pertinence du potentiel utilisé sur un ensemble réponses aux déformations. Ces tests sont complexes et spécifiques (voir Annexe 1). Cependant, l'usure se manifeste par le mécanisme d'arrachement de la matière à la surface de contact élastomère/indenteur qui est gouverné par la réponse du matériau hyperélastique aux sollicitations. Dans le but de contribuer à la compréhension de cette réponse, nous effectuons une étude numérique par la méthode des éléments finis de ce comportement hyperélastique.

L'objectif de ce chapitre est la présentation de la technique d'implémentation d'une loi du comportement hyperélastique anisotrope dans un code de calcul « Abaqus ». Cette implémentation est nécessaire pour l'étude numérique par la méthode des éléments finis de l'usure en définissant le matériau du modèle numérique (voir chapitre 3). La simulation numérique par la méthode des éléments finis du comportement d'un matériau hyperélastique anisotrope tel que les élastomères renforcés est ensuite présentée. L'anisotropie est induite par les charges dans les élastomères renforcés. Le but est donc de construire une base de données numérique. Nous avons fixé une investigation d'étude sur les caractéristiques particulières d'un matériau hyperélastique anisotrope (élastomère chargé ou renforcé de fibres). Nous présenterons la réponse du matériau hyperélastique en fonction de la compressibilité, la direction d'anisotropie, et des constantes du matériau dans le modèle. En seconde étape, le comportement d'endommagement par effet Mullins est présenté. Cet endommagement se manifeste dans le cas d'un chargement cyclique du matériau hyperélastique (comme dans le cas d'usure abrasive : voir chapitre 3). A cet effet, Nous avons utilisé un modèle hyperélastique anisotrope formulé à partir des invariants de tenseur de déformation (voir section 3 de chapitre 1) couplé au modèle d'Ogden et Roxburgh pour effet Mullins. Le modèle anisotrope (l'anisotropie donnée par les directions de fibre) présente un nombre de paramètres allant jusqu'à trente-deux paramètres. Le nombre de paramètres peut être réduit par des considérations phénoménologiques et physiques simplificatrices.

## **2. Simulation numérique du Comportement hyperélastique anisotrope**

Dans cette partie, nous étudions le comportement hyperélastique des élastomères renforcés de fibres. Ce renforcement induit l'anisotropie du matériau. Les directions d'anisotropie sont données par les directions des fibres. Nous exposons l'influence du renforcement sur la rigidité des élastomères. Les résultats sont présentés sur les courbes contrainte-déformations, modes de déformation en relation avec le mode de renforcement, influence des paramètres set du modèle, rigidité et compressibilité des élastomères renforcés.

### **2.1. Implémentation numérique d'une loi hyperélastique anisotrope**

#### **2.1.1-Introduction**

Pour un régime de non linéarité géométrique, l'approche élastique linéaire est souvent utilisée dans la littérature (modélisation considérant le matériau comme un matériau de St. Venant Kirchhoff. Klee and Stein [123]) et montre que la formulation est employée juste pour l'intervalle des petites déformations (jusqu'à 5% de déformation). Des considérations générales d'élasticité anisotrope aux déformations finies sont données [124-126]. Spencer a développé une fonction d'énergie de déformation constitutive en termes d'invariants [127]. Dans ce contexte, ils étendent les trois quantités caractéristiques de l'isotropie aux cinq invariants de l'isotropie transverse. Weiss [128] a étudié l'élasticité non linéaire finie et anisotrope. Il présente une fonction d'énergie de déformation spécifique appliquée pour la simulation par éléments finis du comportement d'un matériau hyperélastique anisotrope. Ces matériaux, soumis aux grandes déformations en rotations et déplacements, ont un comportement fortement non-linéaire. Ils possèdent des propriétés mécaniques anisotropes et montrent une grande dépendance du temps et de la vitesse de déformation. Leur comportement anisotropique typique est causé par plusieurs familles de fibres collagènes. Généralement un ou deux fibres coïncident en chaque point et qui sont arrangées dans une matrice du matériau doux appelée substance renforcée [129]. Des exemples typiques des matériaux hyperélastiques renforcés de fibres sont : vaisseau du sang, tendons, ligaments, cornée et cartilage [130,131].

Le but de ce travail est de présenter une méthodologie de construction de lois hyperélastique anisotrope ainsi qu'une procédure d'implémentation de telles lois. Cette technique semble directe avec des équations mathématiques plus ou moins complexes qui nécessitent des méthodes de résolutions particulières avec des considérations simplificatrices

du problème étudié. Le calcul de « la matrice Jacobienne » des contraintes vis-à-vis des déformations pour le modèle d'étude est présenté.

### 2.1.2.2. Construction d'une loi constitutive hyperélastique anisotrope

Dans ce paragraphe, nous développons une méthodologie de formulation de la loi de comportement hyperélastique anisotrope qui nous mènera au choix de notre modèle. Une très grande classe des matériaux montrent un comportement hyperélastique anisotrope tel que les élastomères et les biomatériaux [132]. Les matériaux hyperélastiques montrent un comportement anisotropique induit par le renforcement par fibres ou par des particules de charges (l'effet Mullins). Comme le caoutchouc, il est instructif de subdiviser l'anisotropie en trois classes : anisotropie du matériau, anisotropie induite par la géométrie et l'anisotropie induite par le chargement.

Soit  $F$  le tenseur gradient de déformation d'un solide,  $X$  et  $x$  définissent les positions respectives d'une particule dans les configurations de référence  $\Omega_0$  et déformée  $\Omega$  tels que :

$$F = \frac{dx}{dX}. \quad (2.1)$$

le Jacobien de cette transformation du matériau est  $J = \det F$ ,  $C = F^T F$  est tenseur de Cauchy- Green droit et  $B = FF^T$  est le tenseur de Cauchy- Green gauche.

Il existe deux approches pour introduire la dépendance directionnelle de la déformation dans la fonction d'énergie de déformation : se limiter à la méthode dans laquelle l'énergie de déformation peut dépendre de la déformation [132], ou bien introduire un vecteur représentant explicitement la direction préférentielle du matériau dans l'expression de l'énergie de déformation [133]. Dans la première approche, l'énergie de déformation peut être exprimée comme fonction des composantes Lagrangiennes de déformation dans un système de coordonnées aligné avec la direction des fibres. Ainsi, tout calcul doit être exécuté dans ce système de coordonnées locales. Dans la présentation qui suit, nous choisissons la seconde approche.

Les densités d'énergie les plus utilisées en hyperélasticité anisotrope impliquent des lois puissance [134] ou des lois exponentielles [135,136]. Il est généralement admis que l'anisotropie est due aux fibres alors que la matrice se comporte de manière isotrope. C'est la raison pour laquelle la densité d'énergie  $W$  est classiquement séparée en une partie isotrope et une partie anisotrope [137] :

$$W = W_{iso} + \sum_{a=1}^n w_{ani}^a \quad (2.2)$$

Les matériaux hyperélastiques sont caractérisés par l'existence d'une fonction d'énergie de déformation,  $W$ , à partir de laquelle les contraintes peuvent être dérivées. En écrivant cette énergie comme fonction de  $C$  :

$$(W = W(C)) \quad (2.3)$$

La fonction d'énergie de déformation  $W$  satisfait automatiquement le principe d'objectivité.

L'hypothèse d'isotropie induit la question de la représentativité de la fonction d'énergie  $W$  :

$$(W(C) = W(QCQ^T) \forall Q: \text{tenseur orthogonal}). \quad (2.4)$$

On peut écrire la densité d'énergie comme une fonction des invariants  $(I_1, I_2, I_3)$  de  $C, B$  ou  $F$ . en utilisant les relations d'états, les contraintes de cauchy,  $\sigma$ , et de Piola-Kirchhoff,  $S$ , s'expriment comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_{isotr} = 2J^{-1}(W_1 + W_2 I_1)B - W_2 B^2 + W_3 I_3 I \\ S_{isotr} = 2J^{-1}(W_1 + W_2 I_1)I - W_2 C + W_3 I_3 C^{-1} \end{cases} \quad (2.5)$$

(avec  $W_i = \frac{\partial W}{\partial I_i}$  vec  $i = 1, 2, 3$  et  $I$ : tenseur identité).

Dans le cas des matériaux anisotropes (matériaux renforcés de fibres), le principe de représentation ne suffit plus. Donc en plus des trois invariants, il faut ajouter un certain nombre de variables pour construire un modèle d'énergie libre [138]. On suppose l'orientation des fibres localement définie par un vecteur unitaire,  $a_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ), et un tenseur d'anisotropie  $M_i = a_i \otimes a_i$  est construit. On montre que [139] :

$$W(C) = \bar{W}(C, M_i) = \bar{W}(QCQ^T, QM_i Q^T) \forall Q \in g \quad (2.6)$$

Ainsi,  $\bar{W}$  est une fonction isotrope de deux tenseurs, on peut donc lui appliquer les théorèmes de représentation et écrire  $W$  comme une fonction des invariants de  $C$ ,  $M_i$  et leurs produits. Les modèles isotropes transverses ou orthotropes utilisent alors les invariants  $(I_1, I_2, I_3)$  de  $C$  et des invariants mixtes de  $C$  et  $M_i$  ( $I_4^i, I_5^i, I_6^{ij}$ ):

$$I_4^i = M_i \cdot C M_i, I_5^i = M_i \cdot C^2 M_i, I_6^{ij} = (M_i \cdot M_j) M_i \cdot C M_j \quad (2.7)$$

Et la fonction d'énergie est de forme :

$$W(C) = W(I_1, I_2, I_3, I_4^i, I_5^i, I_6^{ij}) \quad (2.8)$$

Les invariants  $I_4, I_5$  caractérisent la réponse constitutive anisotrope des fibres:  $I_4$  possède un sens physique du moment qu'il est le carré de l'extension dans la direction des fibres. Afin de réduire le nombre des paramètres du matériau, nous négligeons la dépendance de l'énergie

libre  $W$  du cinquième invariant  $I_5$ . On obtient la forme des équations constitutives en contraintes (Equation 1.41)

### 2.1.3. Implémentation d'une loi hyperélastique anisotrope dans un code de calcul par la méthode des éléments finis (MEF)

Nous décrivons ici la démarche à suivre pour intégrer une loi de comportement dans un code de calcul par éléments finis. Nous allons calculer les champs mécaniques à partir d'un modèle défini par les dérivées dans certaines directions de la densité d'énergie élastique. L'utilisateur doit fournir l'ensemble des contraintes et la matrice « *Jacobienne* » des contraintes vis-à-vis des déformations

$$\sigma = \frac{1}{J} F S F^T \quad (2.9)$$

On suppose qu'un élément de volume subit un incrément de déplacement  $\delta u$ . Le gradient de déplacement sur la configuration réactualisée est :

$$\delta L = \frac{\partial \delta u}{\partial x} = F(t + \delta t) \quad (2.10)$$

Le taux de déformation, qui est lui associé, est :

$$\delta D = \frac{1}{2} (\delta L + \delta L^T) \quad (2.11)$$

La « *Jacobienne* », que nous devons calculer, est un tenseur d'ordre quatre :

$$\mathbb{J} = \frac{\partial \delta \sigma}{\partial \delta D} \quad (2.12)$$

pour un matériau incompressible ( $J = I_3 = \det F = 1$ ), on aura:

$$\dot{\sigma} = \sigma \cdot \nabla \vartheta + \nabla \vartheta^T \cdot \sigma + \frac{1}{J} F \left[ \frac{\partial S}{\partial E} : \dot{E} \right] F^T \quad \text{avec : } \nabla \vartheta = \dot{F} F^{-1}, \dot{E} = F^T \dot{D} F \quad \text{et } \dot{F} = \dot{L} F \quad (2.13)$$

L'énergie de déformation hyperélastique peut s'écrire aussi [139] :

$$W = \frac{1}{2} E : \mathbb{A} : E \quad (2.14)$$

ou  $E$  est le tenseur de déformation de Green Lagrange et  $\mathbb{A} = 4 \frac{\partial^2 W}{\partial C^2} = 2 \frac{\partial S}{\partial C} = \frac{\partial S}{\partial E}$  est le tenseur de constante du matériau de quatrième ordre (voir annexe 3). Ce dernier est calculé en accord avec le schéma implicite standard [140]. La structure entière du tenseur général du matériau est large. Cette structure, donnée en annexe 3, est construite des quantités de facteurs scalaires et de tenseur d'ordre quatre. Les facteurs scalaires sont composés des dérivés de premières et second ordre  $w_{1,1} = \partial^2 W / \partial I_1 \partial I_1$ ,  $w_{1,2} = \partial^2 W / \partial I_1 \partial I_2$ ,  $w_{1,3} = \partial^2 W / \partial I_1 \partial I_3$  etc... de potentiel élastique  $W$  par rapport aux cinq invariants.

## 2.2-Simulation numérique du comportement hyperélastique anisotrope

### 2.2. 1. Modèles de comportement

Dans ce qui suit, nous étudions l'influence de certains paramètres sur la réponse du matériau. Nous considérons une isotropie transverse et un matériau hyperélastique où son comportement constitutif est défini par sa fonction d'énergie potentielle élastique suivante [141] :

$$\bar{W} = U(J) + W(\bar{C}, M_1) = \frac{1}{D} (\log(J))^2 + c_1 (\bar{I}_1 - 3) + c_2 (\bar{I}_2 - 3)^2 + \frac{c_3}{c_4} [e^{c_4(\bar{I}_4 - 1)} - 1] \quad (2.15)$$

où  $c_3 \geq 0$  est paramètres du matériau défini comme contrainte, etc<sub>4</sub>  $\geq 0$  est un paramètre adimensionnel.

Quatre ensembles de constantes des matériaux élastiques sont choisis (Tableau2.1). Nous avons adopté ces ensembles fournis par la bibliographie [142]. La fonction d'énergie de déformation est la somme d'une composante isotrope (fonction de premier et second invariant) et d'une composante anisotrope (fonction de quatrième invariant) (voir équation2.2) . Ces ensembles permettent d'étudier la réponse d'un matériau composé de deux parties : la matrice supposée isotrope et représentée par le couple des constantes (C<sub>1</sub>,C<sub>2</sub>) et la partie anisotrope induite par le renforcement représentée par le couple des constantes (C<sub>3</sub>,C<sub>4</sub>). L'apport des deux parties est évalué par la valeur de rapport entre les constantes matérielles des deux parties constituant le matériau hyperélastique anisotrope.

| Ensemble     | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$   | $c_4$   | <b>D</b>  |
|--------------|-------|-------|---------|---------|-----------|
| <b>E I</b>   | 10    | 10    | 100     | 1       | 0.0036844 |
| <b>E II</b>  | 10    | 10    | 0.1     | 1       | 0.0036844 |
| <b>E III</b> | 10    | 0     | 100     | 1       | 0.0036844 |
| <b>E IV</b>  | 2.7   | 0     | 15.3146 | 107.473 | 0.004938  |

*Tableau 2.1 : Ensemble de paramètres du matériau [142]*

### 2.2.2. Géométrie et conditions aux limites

La structure étudiée est un bloc en élastomère fixé à ces extrémités avec deux plaques parfaitement rigide comme montré sur la figure 2.1. Par raison de symétrie, seulement(1 / 8) de la géométrie globale de l'élément est modélisé. Le type d'éléments utilisé dans le maillage est l'élément cubique à huit nœuds avec intégration réduite (C3D8R). La distribution des fibres est alignée suivant la direction de l'axe.

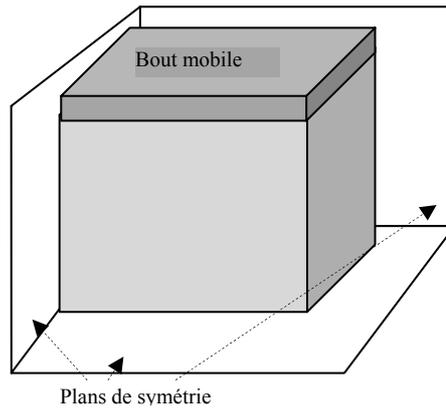


Figure 2.1 : Dimensions du cube et plans de symétrie.

### 2.2.3. Organigramme de calcul :

L'organigramme de calcul est représenté le schéma de la figure 2.2. L'exécution des calculs fait appel à la sous-routine UNISOHYPER\_INV.

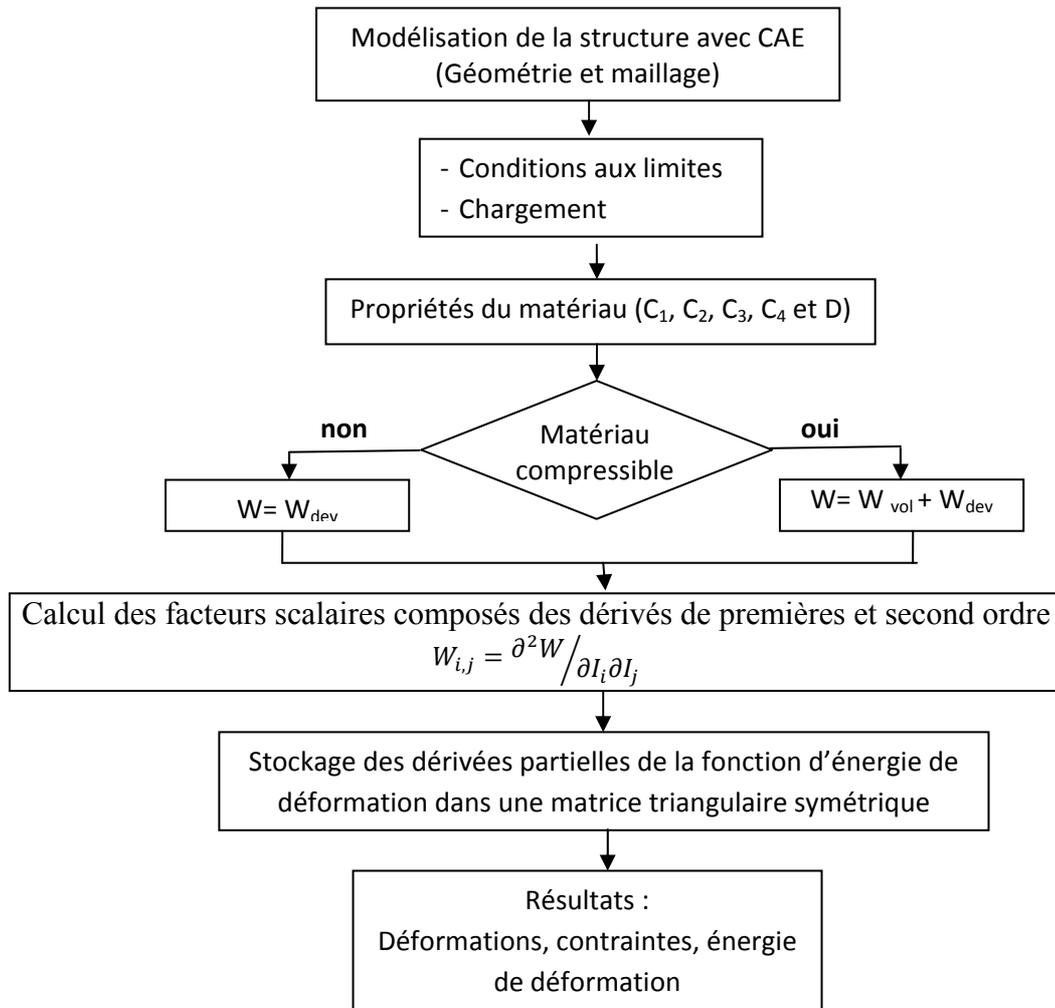
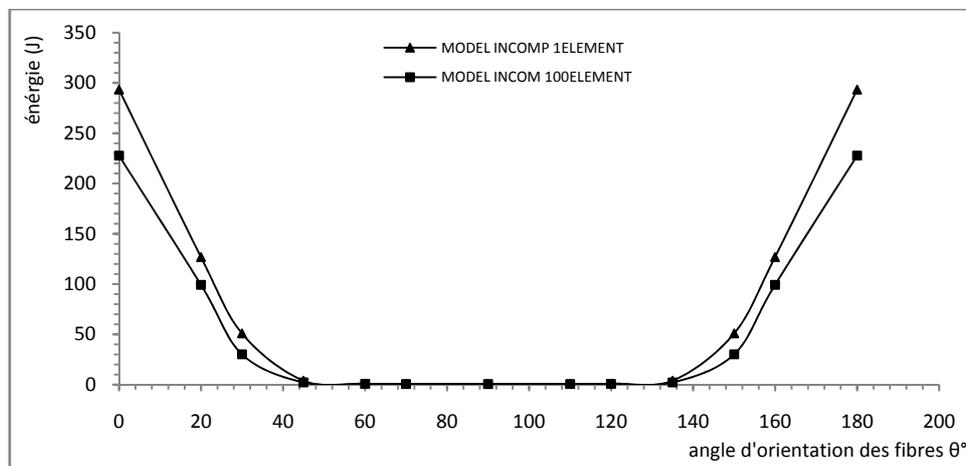


Figure 2.2 : Organigramme de calcul

## 2.2.4. Résultats et discussions

### 2.2.4.1. Sensibilité au maillage

Il est démontré que la simulation numérique par la méthode des éléments finis est sensible au maillage. Nous présentons les résultats de l'étude de la sensibilité au maillage (figure 2.8). Nous avons utilisé deux maillages (structure avec un (001) élément et cent (100) éléments). Les résultats sont portés sur la figure 2.3. Nous présentons la variation de rigidité du matériau incompressible hyperélastique en fonction de l'orientation des fibres. Nous constatons que l'influence dépend de l'orientation des fibres : elle est maximale pour une orientation des fibres suivant l'axe de chargement ( $\alpha = 0^\circ$ ), et s'annule pour l'orientation des fibres égale à  $45^\circ$ .



*Figure 2.3 : Variation de l'énergie de déformation en fonction de maillage et d'angle d'orientation des fibres.*

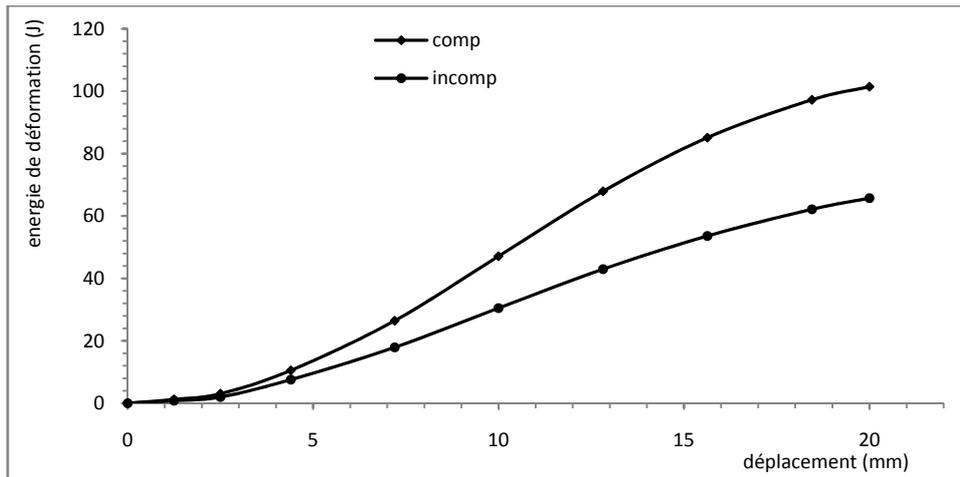
### 2.2.4.2. Influence de la compressibilité

Nous incluons l'influence de la compressibilité en reportant dans la formulation de densité d'énergie de déformation. Relativement à l'équation du modèle hyperélastique, la partie qui mesure la variation de la densité d'énergie de déformation due au changement de volume est donnée par la partie volumique comme suit :

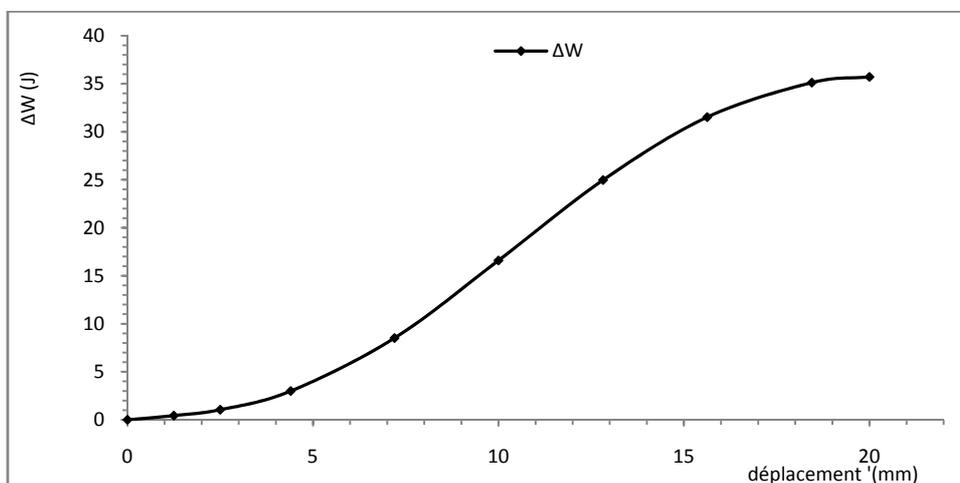
$$U_{vol} = U(J) = \frac{1}{D} (\log(J))^2 \quad (2.16)$$

Sur la figure 2.4, nous superposons deux comportements typiques, compressible et incompressible. À partir de ce résultat, nous avons tracé la différence entre les cas compressible et incompressible (Figure 2.5). L'allure de cette courbe représente, donc, la variation de la partie volumique de la densité de l'énergie de déformation. Nous notons que

cette courbe peut être répartie en trois zones. Pour faible valeur de déformations la pente de cette courbe est faible, autrement dit, la prise en compte ou non de la compressibilité a peu d'influence sur le comportement du matériau. En augmentant la déformation du matériau, nous constatons une élévation très notable dans la pente de la courbe. Nous attribuons ce phénomène physique au fait que la compressibilité (changement du volume) est proportionnelle aux sollicitations subit par le matériau. Ensuite, en troisième zone, la pente de la courbe a tendance à se stabiliser.



**Figure 2.4 :** Réponse contrainte-déformation de matériau compressible et incompressible

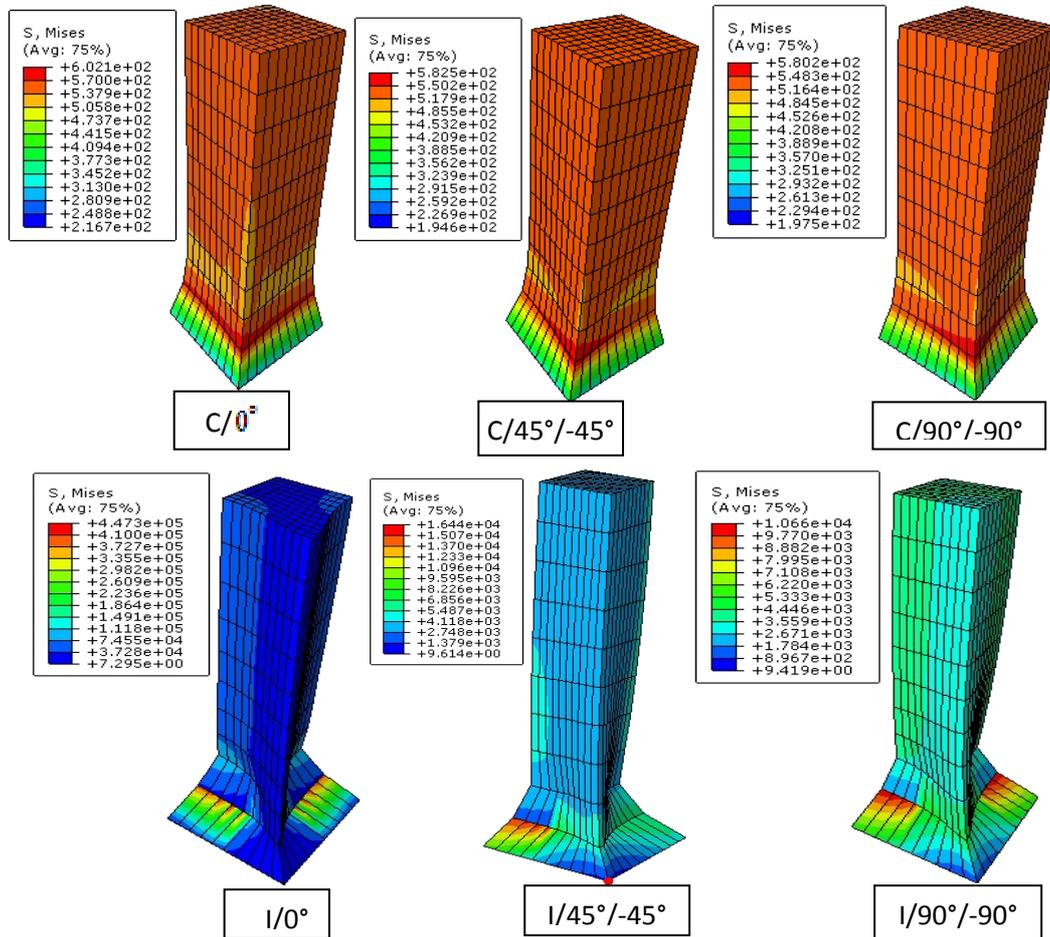


**Figure 2.5 :** Variation de la différence de comportement en contrainte ou énergie de déformation entre les cas compressible et incompressible

### 2.2.4.3. Contraintes et déformations

Dans le premier cas de cet exemple, le cube est soumis à une élongation  $\lambda=2$ . En considérant le matériau de l'ensemble EII compressible puis incompressible et pour différentes directions de fibres (figure 2.6). Nous pouvons noter que la contrainte maximale

de Von Mises varie en fonction de l'orientation des fibres : elle passe d'une valeur égale à  $6,021 \cdot 10^2$  MPa pour une orientation  $\alpha=0^\circ$  à une valeur égale à  $5,802 \cdot 10^2$  MPa pour  $\alpha=90^\circ$ . Cette variation est plus marquée dans le cas incompressible ou les valeurs sont de  $2,48 \cdot 10^3$  MPa pour  $\alpha=90^\circ$  et de  $3,589 \cdot 10^3$  MPa pour  $\alpha=0^\circ$ . Elle est claire aussi que la contrainte est augmentée par l'incompressibilité du matériau ce qui est évident.



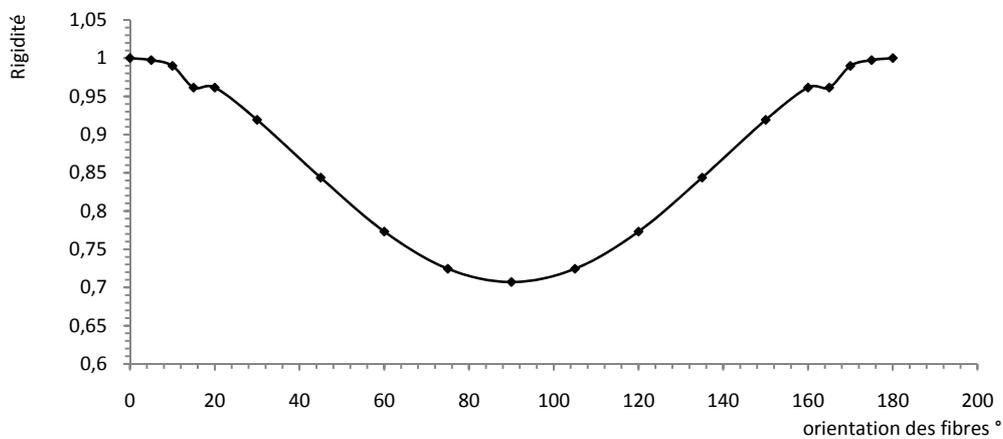
**Figure 2.6:** Influence de la direction d'anisotropie (direction de fibre) sur le comportement mécanique du matériau compressible ( $C/\alpha^\circ$ ) et matériau incompressible ( $I/\alpha^\circ$ ).

#### 2.2.4.4. Relation rigidité-orientation des fibres

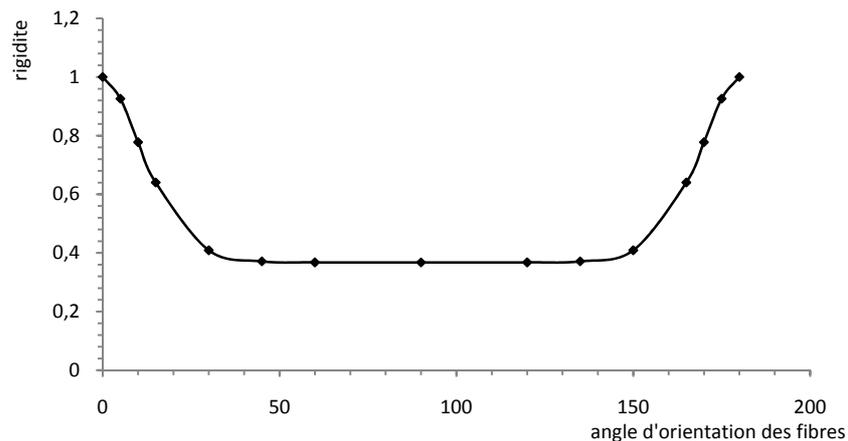
Après les résultats de simulations sur les contraintes et les déformations de notre matériau, on a étudié la relation entre la rigidité du matériau hyperélastique et l'orientation des fibres. La rigidité est définie comme l'énergie élastique mise en jeu lors d'une déformation de l'élément du cube égale à 40%. Le résultat est représenté par la courbe de la figure 2.3. Ce résultat semblable à celui retrouvé par Kaliske [143]. La courbe a une forme sinusoïdale pour le matériau compressible et la rigidité minimale est obtenue pour une orientation des fibres  $\alpha = 90^\circ$  (Figure 2.7). La rigidité maximale est enregistrée quand les fibres sont

orientées suivant l'axe du matériau qui est aussi la direction de sollicitation. Ceci s'explique par la contribution maximale des fibres dans la rigidité du matériau.

Les courbes des figures 2.7 et 2.8 représentent la variation de la rigidité du matériau en fonction de l'orientation des fibres obtenue pour un matériau incompressible. Nous remarquons que cette courbe peut être décomposée en deux parties : la première où la rigidité est très sensible à la variation de l'angle d'orientation des fibres,  $\alpha$  ( $0^\circ \leq \alpha \leq 30^\circ$  ou  $150^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ ) et la seconde où la rigidité reste stable ( $30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$ ). Nous montrons ainsi l'existence d'une orientation critique de fibre qui permet une rigidité minimale de fibres. Pour le matériau modélisé par le modèle Holzapfel-Ogden-Gasser, la valeur minimale est obtenue pour une direction  $\alpha = 45^\circ$  (Figure 2.8).



**Figure 2.7 :** Influence de direction d'anisotropie (direction de fibre) sur la rigidité du matériau anisotrope comportement mécanique du matériau compressible ( $c/a^2$ ).



**Figure 2.8:** Rigidité en fonction de l'orientation des fibres (EIII incompressible).

### 2.2.4.5. Influence des paramètres matériau

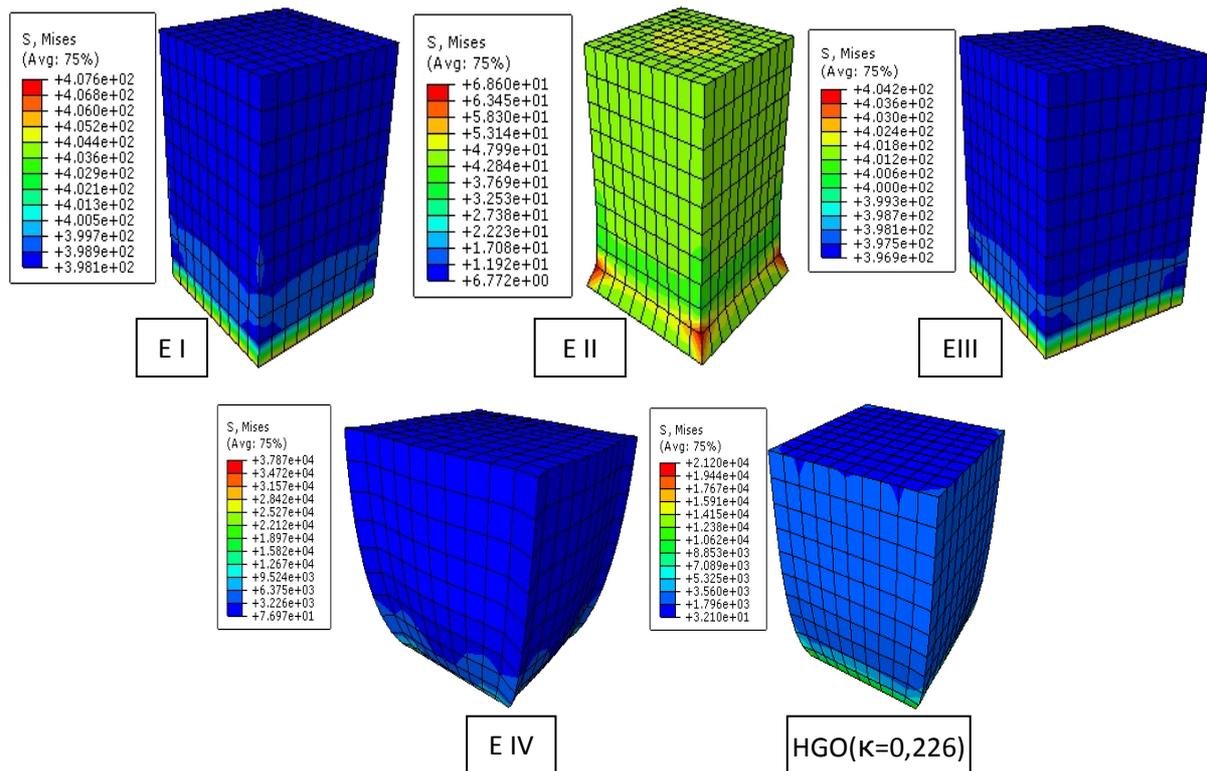
Dans ce paragraphe nous présentons une étude paramétrique des paramètres du matériau sur le comportement hyperélastique du matériau. Nous avons simulé la déformation d'un élément cube renforcé de fibre suivant son axe ( $\alpha=0^\circ$ ), avec différents groupes de paramètres, à une déformation de 40%. Nous avons considéré le modèle de Holzapfel, Gasser and Ogden (HGO)[136,144]:

$$\bar{W} = \frac{1}{D} \left( \frac{J^2 - 1}{2} - \ln J \right) + C_1 (\bar{I}_1 - 3) + \frac{c_3}{2c_4} \sum_{i=1}^N \{ \exp[c_4 (\bar{E}_i)^2] - 1 \} \quad (2.17)$$

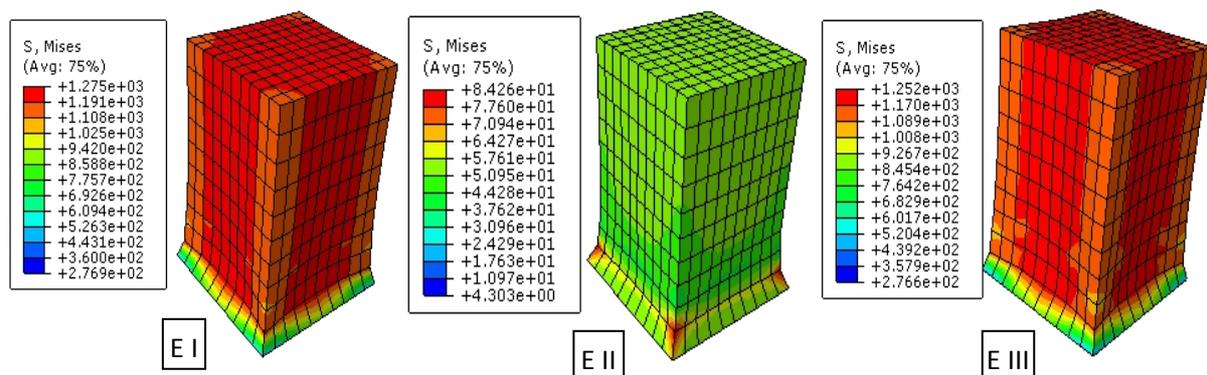
avec  $\bar{E}_i = \kappa (\bar{I}_1 - 3) + (1 - 3\kappa) (\bar{I}_4 - 3)$  ou  $c_1, c_2, c_3, D$  et  $\kappa$  sont des paramètres de matériau dépendants de la température;  $N$  le nombre de familles de fibres ( $N \leq 3$ ),

Dans notre cas  $N = 1$ ,  $c_1 = 7,64 \cdot 10^{-3}$ ,  $D = 0.0036844$ ,  $c_3 = 996.610^{-3}$ ,  $c_4 = 524.6$  et  $\kappa = 0/0.226$ .

Les résultats sont présentés sur la figure.2.9. L'analyse se fait sur les deux parties de l'énergie de déformation : la partie isotropique (la contribution mécanique deviatorique de la matrice) et la partie anisotropique (contribution des fibres). Ceci nous mène à comparer le rapport  $\frac{c_3}{c_4}$  ou  $c_4$  par rapport à  $c_1$ . Nous constatons que plus la constante  $c_4$  est importante que  $c_1$ , le comportement du matériau à la déformation est anisotropique et la contrainte de Van Mises est importante. Ceci traduit l'apport des fibres au comportement mécanique du matériau. Dans le cas de EII et de EIII, les valeurs de  $c_3$  et  $c_4$  sont identiques avec la constante  $c_2$  nul pour Set III : nous constatons que les deux Sets ont un comportement proche en contrainte et en déformation. L'étude comparative des deux matériaux représentés par EIV et HGO ( $\kappa=0,226$ ) que la partie exponentielle de la fonction d'énergie de déformation domine et représente l'apport de renfort. En conséquence, les valeurs sont 168.9212 et 107.473 pour HGO( $\kappa=0,226$ ) et EIV respectivement. En particulier, pour le matériau HGO( $\kappa=0,226$ ), la partie exponentielle de la fonction d'énergie est composée de terme en quatrième invariant (ou  $I_4 = a \cdot a = a_0 \cdot \bar{C} \cdot a_0$  est le carré de l'élongation de fibre;  $a_0$  la direction de fibre dans la configuration de référence;  $C_3$  mesure la contrainte exponentielle et  $C_4$  est liée au taux de glissement des fibres) et un terme en premier invariant ce qui traduit une déformation isotrope de la matrice.

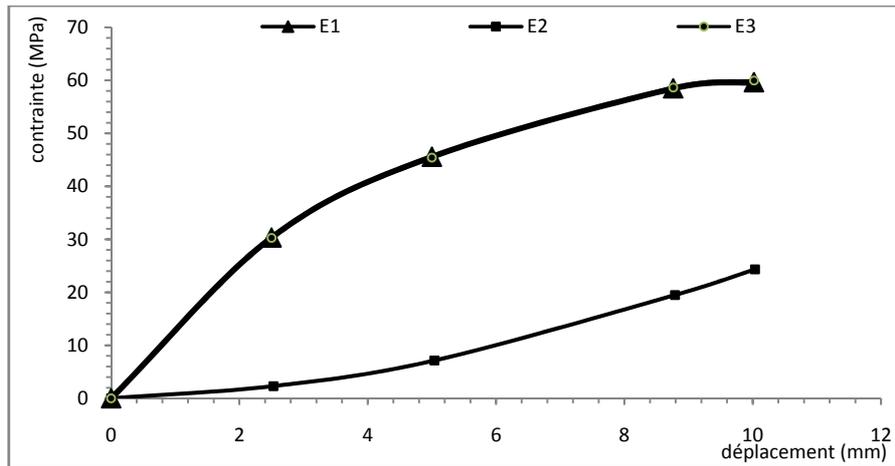


**Figure 2.9 :** Influence du choix des paramètres du matériau sur le comportement hyperélastique anisotrope pour le cas du matériau compressible

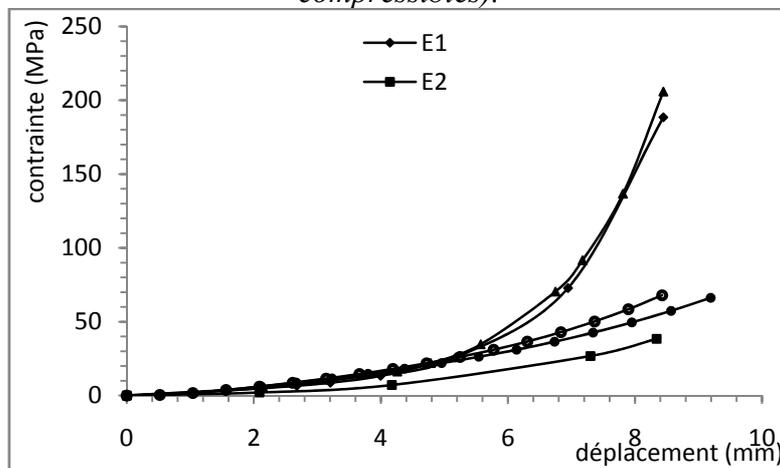


**Figure 2.10 :** Influence du choix des paramètres du matériau sur le comportement hyperélastique anisotrope pour le cas du matériau incompressible

Les courbes contrainte/déplacement des matériaux compressibles sont représentés sur la figures 2.11 et 2.12. Nous constatons que le comportement du matériau de groupe II est semblable à celui de la matrice hyperélastique, ce qui n'est pas le cas de l'ensemble EII. Ce résultat est en accord avec notre analyse : l'apport des fibres est négligeable par rapport à celui de la matrice (le rapport des constantes  $C_3/C_4 = 0.1$  est le plus faible devant les constantes  $C_1 = C_2 = 10$ ). De plus, les courbes des deux matériaux EI et EII sont confondues. Dans ce cas, nous contribuons une valeur nulle pour la constante  $C_3$ . Ceci nous confirme la faible influence du deuxième terme de la fonction d'énergie de déformation isotrope.



**Figure 2.11 :** Courbes contrainte /déplacement pour différents Sets (matériaux compressibles).

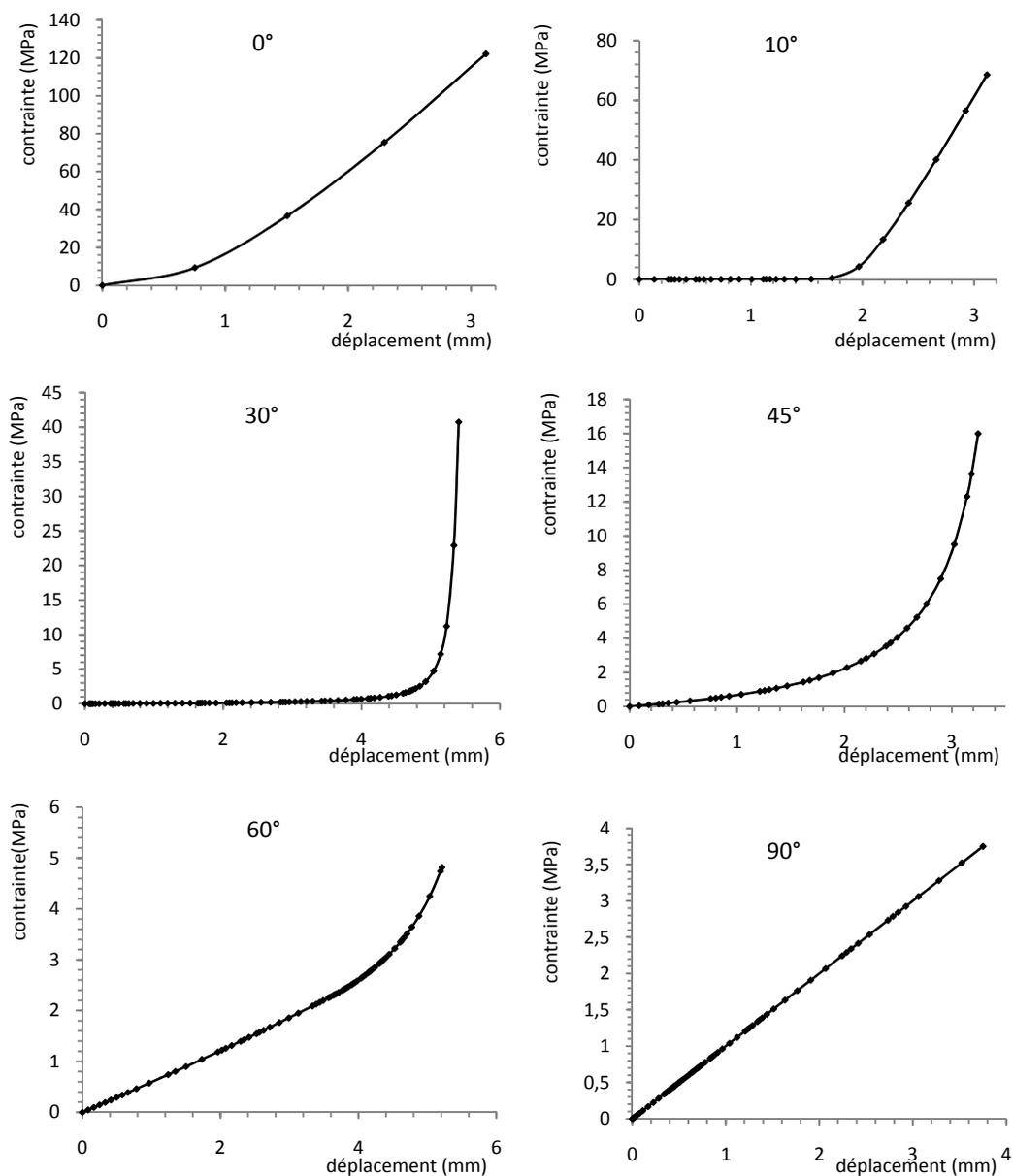


**Figure 2.12-** Courbes contrainte /déplacement pour différents groupes de paramètres (matériaux incompressibles).

#### 2.2.4.6. Analyse de l'influence de l'orientation des fibres sur la réponse contrainte-déformation du matériau

Nous avons étudié la réponse d'un matériau hyperélastique anisotrope modélisé par le modèle de Holzapfel-Gasser-Ogden pour des orientations de fibres égales à  $0^\circ/180^\circ$ ,  $10^\circ/170^\circ$ ,  $20^\circ/160^\circ$ ,  $30^\circ/150^\circ$ ,  $45^\circ/135^\circ$ ,  $60^\circ/120^\circ$  et  $90^\circ/-90^\circ$ . Les résultats de la simulation numérique obtenus sont représentés sur la figure 4.13. Une simple analyse de ces résultats, nous permet de constater que l'angle d'orientation des fibres  $\alpha=45^\circ$  constitue la limite entre deux types de comportement globale (matrice+ fibre) du matériau. Un comportement plus linéaire pour  $\alpha > 45^\circ$  alors que le comportement non linéaire est observé pour des directions des fibres  $\alpha < 45^\circ$ . Nous constatons une diminution notable dans les valeurs de la contrainte pour les angles  $60^\circ$  et  $90^\circ$ . Les valeurs de la contrainte pour ces deux derniers angles sont négligeables devant les valeurs de la contrainte pour des orientations de fibres, donnés par

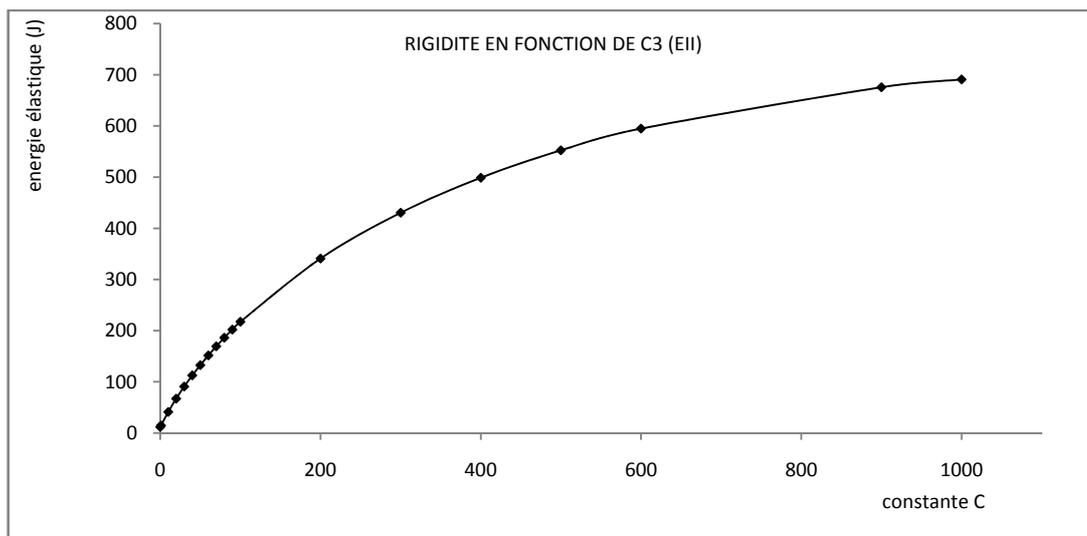
rapport à l'axe de matériau, inférieur ou égale à  $45^\circ$  (pour une même déformation). Nous suggérons que la répartition de la charge appliquée pour le matériau peut être découpée en deux parties, comparativement à la décomposition de la fonction de l'énergie de déformation : Une composante de la charge donnée suivant la direction des fibres, mesure la contribution de ces derniers, et la deuxième composante de la matrice d'élastomère. Ceci nous permet de confirmer la contribution des fibres dans la résistance du matériau. A partir de cette logique, il est normal que la variation de l'apport des fibres est une fonction sinusoidale qui atteint un maximum. Ce maximum peut être lié aux composantes de la fonction de densité d'énergie de modèle d'étude.



**Figure 2.13 :** Courbe contrainte- déplacement à différentes directions d'anisotropie (le modèle HGO).

### 2.2.4.7. Contribution des fibres

Les constantes dans l'expression du modèle anisotrope expriment la contribution des deux parties constituant le matériau : la matrice et les fibres renforçantes. Nous avons étudié la variation de la contribution des fibres renforçantes représentée par la variation de la constante  $C_3$ . Les constantes dans l'expression du modèle anisotrope expriment la contribution des deux parties constituant le matériau : la matrice et les fibres renforçantes. Les résultats sont représentés sur la figure 2.14. On note que l'énergie potentielle de déformation est une fonction logarithmique de la troisième constante  $C_3$ . Pour  $C_3 = 10$  la rigidité du matériau, représentée par l'énergie emmagasinée, est de  $206 J$  et passe à la valeur de  $1087 J$  pour  $C_3 = 100$ . Aux valeurs élevées de la constante matérielle  $C_3$  (dépassant la valeur 200) la contribution des fibres converge vers une valeur stable. Nous dirons qu'il est possible de choisir donc un rapport  $\frac{C_3}{C_4}$  dans le modèle à partir de la rigidité des fibres seules. Cette rigidité peut être déterminée simplement à l'aide d'un essai de traction simple.



**Figure 2.14-** Variation de l'énergie potentiel en fonction de constante  $C_3$  (Matériau EIII)

### 2.2.4.8- Résumé

Dans cette première partie de l'étude numérique, nous avons pu présenter une formulation constitutive pour un matériau idéalisé par une isotropie transverse. Cette approche couvre les matériaux avec une microstructure fibreuse comme les tissu biologiques et tout sorte d'une combinaison matrice-une direction de fibre. Nous nous somme focalisé sur l'étude à l'échelle macroscopique, d'un matériau afin d'obtenir la formulation souhaitable pouvant répondre à un besoin précis. Nous avons aussi exposé une méthode d'implémentation d'une loi de comportement hypeelastique dans le code de calcul Abaqus. L'étape d'implémentation est

résumée dans le calcul de la matrice jacobienne. La simulation numérique d'un élément du cube nous a permis d'étudier l'influence de l'anisotropie (direction de fibre, paramètres, compressibilité et déformation du matériau).

## **4. Simulation numérique d'endommagement du comportement visco-hyperélastique anisotrope par effet Mullins.**

### **4.1. Introduction**

La méthode des éléments finis (FEM) est rapidement développée durant les dernières décennies. De nos jours, la simulation des problèmes complexes et fortement non linéaire n'est pas encore portée. La MEF est un outil numérique idéal pour l'analyse de pièce en caoutchouc. Généralement, ces structures ne peuvent pas être décrites analytiquement à cause des nonlinéarités et leur géométrie complexe. Souvent, le comportement de la dépendance de temps et de dissipation du matériau est observé simultanément avec la réduction de rigidité dépendant de la charge. Les élastomères chargés et les tissus biologiques se placent dans cette classe de matériaux. Les deux phénomènes, i.e. viscoélasticité et endommagement, sont incorporés dans une formulation en élasticité en déformation finie [144]. L'un ou l'autre phénomène peut être utilisé ensemble ou par superposition de l'un ou de l'autre caractéristique par un choix adéquat des paramètres du matériau.

Les polymères sont caractérisés par leurs microstructures. Ces matériaux présentent des aspects spécifiques de la dépendance du comportement contrainte-déformation de ces paramètres de la microstructure [146-148].

L'adoucissement de la contrainte induite par le premier cycle de chargement, connue sous le nom « effet Mullins » [149], est introduit dans des équations constitutives en additionnant l'effet Mullins. Un paramètre isotrope,  $d$ , est aussi introduit pour modifier la densité d'énergie par un facteur multiplicatif  $(1 - d)$  [150,151].

Dans ce travail, nous présentons brièvement les paramètres définissant le comportement dissipatif visco-hyperélastique par effet Mullins ainsi que la modélisation du phénomène. Nous choisissons un modèle d'étude implémenté dans un code de calcul. Pour la simulation numérique, nous utilisons un modèle hyperélastique anisotrope. Nous focalisons l'étude sur l'influence de l'anisotropie induite par les directions des fibres. Nous considérons le cas d'anisotropie transverse pour la modélisation des élastomères renforcés de fibres. Ce travail complète la caractérisation mécanique déjà présentée au paragraphe précédent.

## 4.2. Motivation micromécanique

L'effet Mullins est beaucoup moins étudié que le comportement hyperélastique dans l'optique de trouver des lois de comportement. Il y a des modèles qui tentent de reproduire l'effet Mullins. La plupart ne donne pas des lois explicites en 3D [152]. Le modèle micro-macro de Govindjee et Simo s'est traduit effectivement par une loi de comportement exploitable dans un calcul de structure [153]. On se heurte dans le cas de l'effet Mullins à un vieux débat sur la nature de l'interaction gomme-charge. De nombreuses études essayent de préciser les phénomènes prépondérants dans l'interaction microstructurale [154]. On rapporte deux modèles de dissipation : dissipation attachée à l'amplification des contraintes occasionnée par la présence des charges [155] ou dissipation liée « bond rubber » [156].

On définit l'endommagement comme un scalaire, donc un phénomène isotrope. Or il manque un détail très délicat dans leur modélisation: la déformation rémanente. Ce phénomène est retrouvé en considérant que l'endommagement est anisotrope et attachée à sa direction [157]. Dans le cas des axes principaux, il semblait naturel d'avoir plutôt :

$$\mu_i = \text{Max}(\lambda_i^m) \quad (2.18)$$

Des lois hyperélastiques pour matériaux, comme les élastomères, basées sur l'ensemble des directions d'anisotropie dans le matériau, ont été proposés [158,159]. Dans tels modèles, capables de tenir compte de l'anisotropie, la densité d'énergie de déformation hyperélastique est approximée par la sommation des contributions dans les directions d'anisotropie dans le matériau. On considère un vecteur unitaire, noté  $u_i$ , donné dans  $m$  directions; il est défini dans la configuration de référence, i.e., il ne varie pas quand le matériau se déforme. Si un gradient de déformation  $F$  est appliqué, chaque direction est soumise à un allongement égale à:

$$\lambda_i = \sqrt{(Fu_i)^T \cdot (Fu_i)} \quad (2.19)$$

Ainsi, l'énergie de déformation totale de système est donnée par:

$$W = \sum_I n_i w(\lambda_i, N_i) \quad (2.20)$$

où  $n_i$  est la fraction de volume des chaînes moléculaires à qui les vecteurs fin à fin sont parallèles à  $u_i$ , et  $w$  est une énergie élémentaire de déformation. Le paramètre  $N_i$  est relié à l'extension maximale possible le long de la direction  $u_i$  et est égal au nombre de maillon ou réticulation dans une chaîne dans le contexte classique macromoléculaire.

On peut généraliser la forme des densités d'énergie de Vlanis-Landel sous la forme:

$$W = \sum_I p_i w(\lambda_i, \lambda_{im}) \quad (2.21)$$

Ou  $\lambda_i$  sont les elongations actuelles attachées aux directions  $u_i$ ,  $\lambda_{im}$  sont les plus grandes déformations dans ces directions au cours de l'histoire et  $p_i$  des poids d'intégration. On définit un paramètre d'endommagement  $\alpha$  comme suit:

$$N_i/N_i^0 = \alpha(\lambda_i^m - 1)^2 + 1 \quad \text{avec} \quad \lambda_i^m(t) = \max_{0 \leq \tau \leq t} \lambda_i(\tau) \quad (2.22)$$

Dans les étapes d'écriture des équations constitutive pour l'effet Mullins, généralement, la densité d'énergie totale de la première réponse du matériau est découpée en deux parties, la première est déviatorique et la seconde est volumique, comme suit:

$$W = W_{dev} + W_{vol} \quad (2.23)$$

avec  $W$ ,  $W_{dev}$ , et  $W_{vol}$  sont les parties deviatoric et volumétrique de la densité d'énergie de déformation, respectivement.

La formulation d'endommagement continue est définie par une extension de la fonction de densité d'énergie de déformation [160]:

$$W = W_{vol} + (1 - d)W_{dev}^0(C) \quad (2.24)$$

Introduisant la variable scalaire d'endommagement  $d \in [0,1]$  et  $W_{dev}^0$  est la partie deviatorique de la densité d'énergie de déformation de la première réponse du matériau. Ici, l'évolution de l'endommagement est associée avec la partie isochore de la déformation, qui est une supposition constitutive. Ce comportement peut être trouvé pour un matériau caoutchoutique chargé.

### 4.3. Modèle Constitutif

Pour tenir compte de l'effet Mullins, Ogden et Roxburgh proposent une modélisation du comportement du matériau basée sur une fonction d'énergie de la forme  $W(F, \eta)$ , où  $\eta$  est une variable scalaire [161]. Cette variable scalaire contrôle les propriétés du matériau dans le sens qu'elle permet d'avoir une réponse du matériau dirigée par une fonction d'énergie au déchargement et le maximum dans le chargement ultérieur diffère de premier allé de chargement (chargement initial) d'un état vierge. A cause de l'interprétation et de l'influence de variable  $\eta$ , il n'est pas loin d'approprier et de considérer que l'énergie  $W$  comme énergie potentiel élastique emmagasinée. En fait, une partie de l'énergie est emmagasinée comme énergie de déformation, pendant que le reste est dissipé par effet d'endommagement. Comme il a été souligné par Ogden et Roxburgh, l'introduction de la variable d'endommagement  $\eta$  résulte dans l'équation supplémentaire suivante, correspondant à l'équilibre:

$$\frac{\partial W}{\partial \eta}(F, \eta) = 0 \quad (2.25)$$

L'équation ci-dessus détermine l'évolution de  $\eta$  au cours de la déformation. Au cours d'un processus de déformation, le variable  $\eta$  peut être soit active ou inactive et le matériau se comporte encore comme un matériau élastique mais avec une fonction d'énergie de déformation différente  $W(F, \eta(F))$  ou  $W(F, \eta)$ . L'effet Mullins est calculé en utilisant une fonction d'énergie augmentée de la forme:

$$W(\lambda_i, \eta) = \eta W_{dev}^0(\lambda_i) + \phi(\eta) + W_{vol} \quad (\lambda_i: \text{l'élongation principale déviatorique.}) \quad (2.26)$$

La fonction  $\phi(\eta)$  est une fonction continue en variable d'endommagement  $\eta$  et se reporte comme "fonction d'endommagement". Comme il a été suggéré par l'expression ci-dessus, la partie déviatorique de l'augmentation de la fonction d'énergie est liée à la partie déviatorique de l'énergie correspondant à la première réponse à l'échelle de facteur  $\eta$ . La partie volumique de la fonction d'énergie augmentée est la même que pour la première réponse. Une conséquence de la forme ci-dessus de la fonction d'énergie augmentée est que l'effet Mullins est associé seulement à la partie déviatorique de déformation. La valeur de  $\eta$  varie continument comme résultat de déformation. La forme ci-dessus de la fonction d'énergie est une extension de la forme proposée par Ogden et Roxburgh pour le calcul de la compressibilité d'un matériau. On peut démontrer que la variable d'endommagement  $\eta$  varie avec la déformation en accord avec l'expression suivante:

$$\eta = 1 - \frac{1}{r} \operatorname{erf} \left( \frac{W_{dev}^m - W_{dev}^0}{m + \beta W_{dev}^m} \right). \quad (2.27)$$

L'équation ci-dessus définit l'évolution de la variable d'endommagement  $\eta$  avec la déformation  $W_{dev}^0$ , la valeur maximale de la densité d'énergie exprimée par le point matériel au cours de son histoire de déformation  $W_{dev}^m$ , et les constants du matériau  $r$ ,  $m$ , et  $\beta$ . Bien que les paramètres  $r$  et  $\beta$  sont adimensionnels, le paramètre  $m$  a les dimensions de l'énergie.

#### 4.4. Simulation numérique

En premier temps, nous allons étudier les limites de validité du modèle proposé par Ogden et Roxburgh. L'analyse est faite à partir de nombreux résultats expérimentaux présentés dans la littérature [162-167]. Nous jugeons que ces résultats représentent la majorité des réponses dissipatives des matériaux hyperélastiques (Figure 2.15). Les courbes d'hystérésis ont une forme plus ou moins large en surface et diffèrent aussi par leurs pentes représentant la rigidité du matériau dans la direction de sollicitation. Les résultats de simulation sont obtenus pour un cas simple en état de contrainte et déformation planes. Nous appelons les limites d'un modèle sa capacité de reproduire avec efficacité satisfaisante les courbes cycliques

expérimentales et pour différents matériaux. Ces derniers sont définis dans le modèle par les paramètres du matériau  $r$ ,  $m$  et  $\beta$ . Ces constants matériaux caractérisent l'hystérèse dans le chargement cyclique i.e. le coefficient de dissipation viscoélastique de l'énergie de déformation. Les résultats sont présentés sur les courbes des figures 4.18. Le modèle n'exprime pas le taux de cristallinité aux cours de cycle. Autre paramètres non considérer dans le modèle sont les conditions des essais tels que la vitesse de déformation et la température d'essais. On peut introduire des paramètres dans le modèle liés à la vitesse et à la température. Les constantes de matériaux peuvent être écrites comme fonction de la vitesse de déformation  $\dot{\lambda}$  et de la température  $T$  :

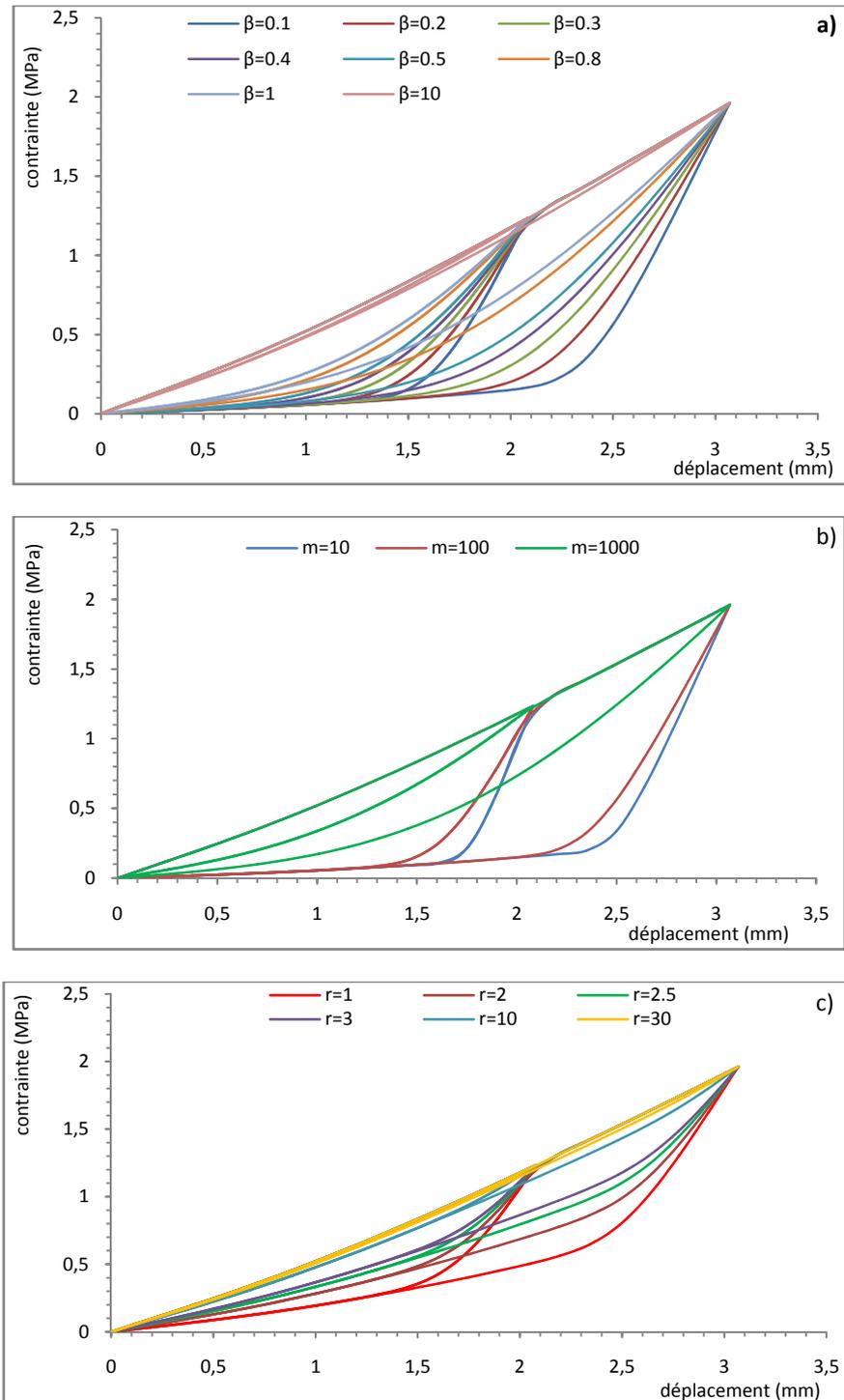
$$r = f(T, \dot{\lambda}) \text{ et } \beta = g(T, \dot{\lambda}). \quad (2.28)$$

Nous constatons que la valeur de  $m$  peut être fixée à une valeur égale à 100 (figure 4.18). L'hystérésis change très légèrement en changeant la valeur de  $m$  entre 10 et 100. Pour avoir une élévation notable dans la surface de la courbe dissipative, la constante du matériau  $m$  est passée à une valeur égale à 100. Nous pouvons donc conclure qu'à partir de ces résultats de simulation de comportement dissipatif à l'aide de modèle d'Ogden-Roxburgh, il reste à fixer les deux paramètres  $r$  et  $\beta$  influençant l'énergie dissipée au cours de chargement cyclique du matériau. L'influence de ces deux constantes matérielles sur l'énergie dissipée au cours de cycle est représentée sur les figures 4 et 6. En prenant soit une valeur de  $\beta$  égale à 10 ou une valeur de  $r$  égale à 30, la dissipation d'énergie est pratiquement nulle. Ces valeurs de constants matériels représentent les matériaux hyperélastiques sans aucun endommagement. Ajouter un paramètre du matériau représentant la partie d'énergie dissipée par cristallisation au cours de chargement cyclique. Nous pouvons modifier le modèle Ogden-Roxberg comme suit ;

$$W(\lambda_i, \eta) = \eta W_{dev}^0(\lambda_i) + \phi(\eta) + \varphi(c) + W_{vol} \quad (2.29)$$

ou  $\varphi(c)$  représente l'énergie de cristallisation qui est fonction de l'aptitude de cristallisation sous contrainte,  $c$  pour un matériau donné et pour une elongation maximale de cycle  $\lambda_{max}$ .

Notre but se limite à la validation de modèle à l'aide des résultats de simulation ce qui est achevé avec succès. De plus, le modèle trouve son implémentation dans un code de calcul par la méthode des éléments finis « Abaqus ». Ceci nous a motivé à choisir ce modèle pour la suite de notre étude.



**Figure 2.15-** *Energie de déformation dissipée dans le modèle Ogden-Roxburgh en fonction du: a) - constant  $\beta$  b) - constant  $m$  c) - constant  $r$ .*

Les courbes des figures 2.16, 17 et 18 représentent les résultats de la simulation par la méthode des éléments finis pour le cas des matériaux hyperélastiques anisotropes et des élastomères renforcées des fibres. Dans cette étude, on s'intéresse en particulier à l'ensemble des paramètres, l'orientation des fibres et à la compressibilité du matériau. Ces matériaux hyperélastiques sont donc des matériaux rigidifiés : par ailleurs c'est le but de renforcement.

Autrement dit, il est logique que cette rigidité diminue la dissipation viscoélastique. Cette dissipation est évaluée par l'aire de la surface de la courbe d'hystérésis du chargement cyclique. Ceci justifie le choix des constantes des matériaux dans ce cas en prenant des valeurs élevées. La contribution des fibres renforçantes se traduit par la valeur des constantes  $C_3$  et  $C_4$ . La rigidité de la matrice est évaluée par les constantes  $C_1$  et  $C_2$ . En figure 2.16, nous notons que la perte de rigidité par endommagement varie en fonction des paramètres Set dans l'ordre croissant suivant :  $EII < EI < EIII$ . Cet ordre de variation est en accord avec l'ordre de variation des constantes liées à l'apport des fibres caractérisé par la constante  $C_4$ .

La figure 2.17 illustre les résultats de simulation numérique en étudiant l'influence de la direction de fibres sur l'effet Mullins du matériau hyperélastique. En considérant le cas de matériau incompressible, la variation de l'hystérésis par effet Mullins est très faiblement influencée par l'orientation des fibres. Nous trouvons qu'à partir d'une direction critique  $\alpha_c$  la variation est intensifiée (dans notre cas  $20^\circ < \alpha_c < 30^\circ$ ).

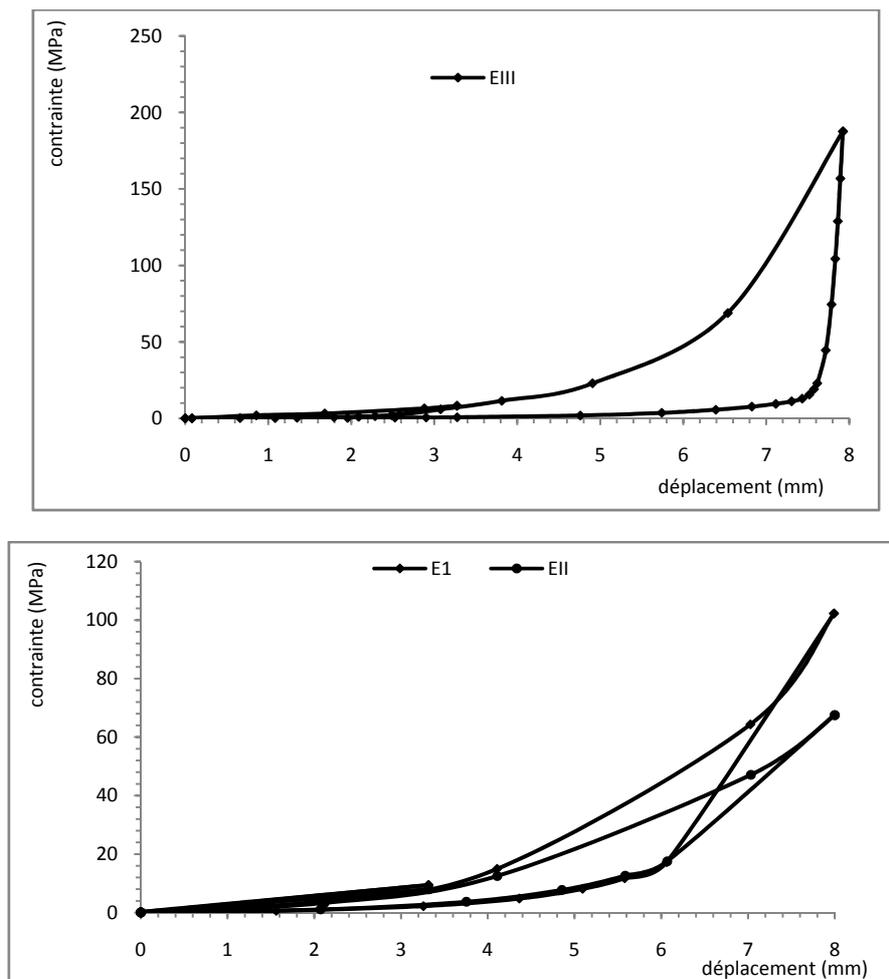


Figure 2.16- Influence des constantes du matériau.

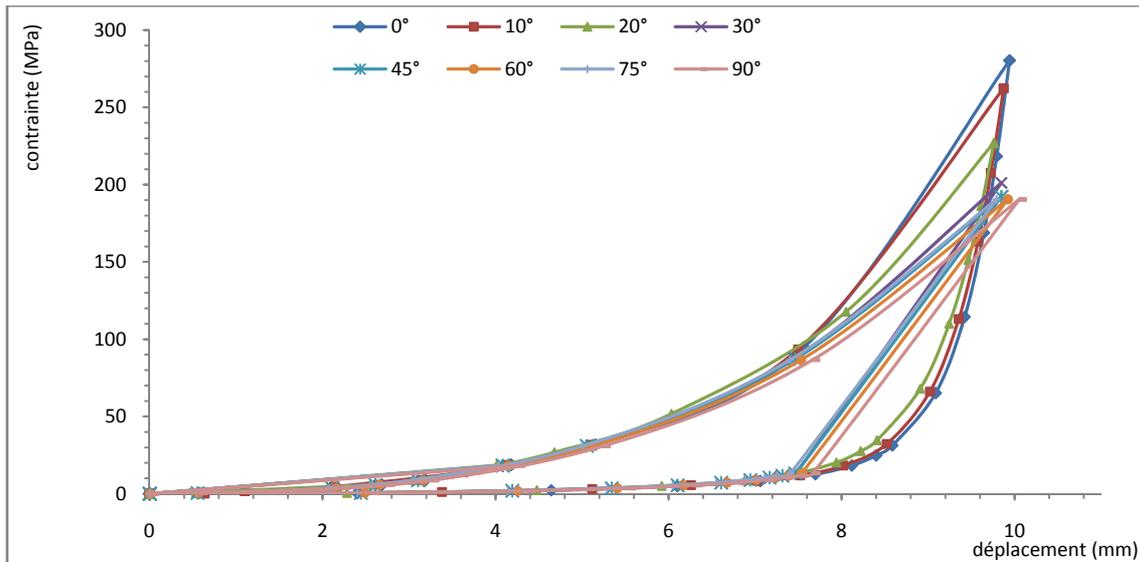


Figure 2.17- Influence sur la boucle d'hystérésis de l'orientation fibres (cas incompressible).

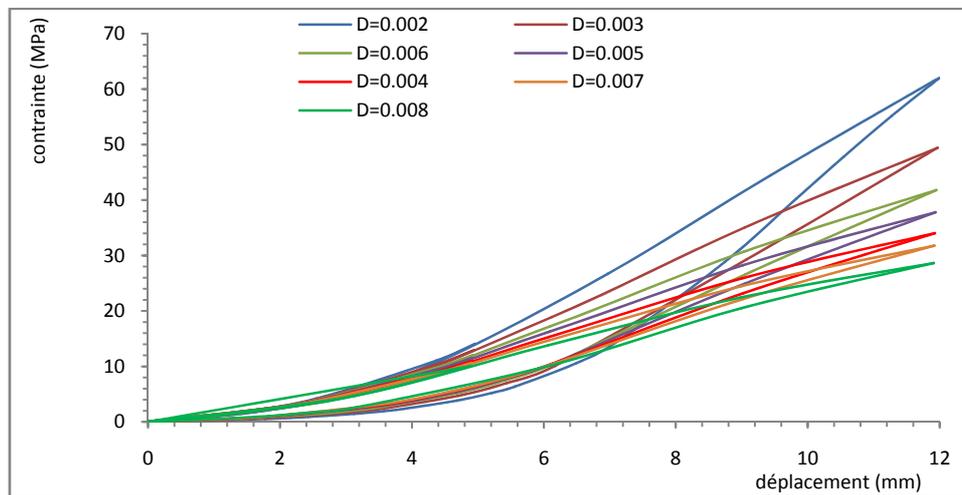
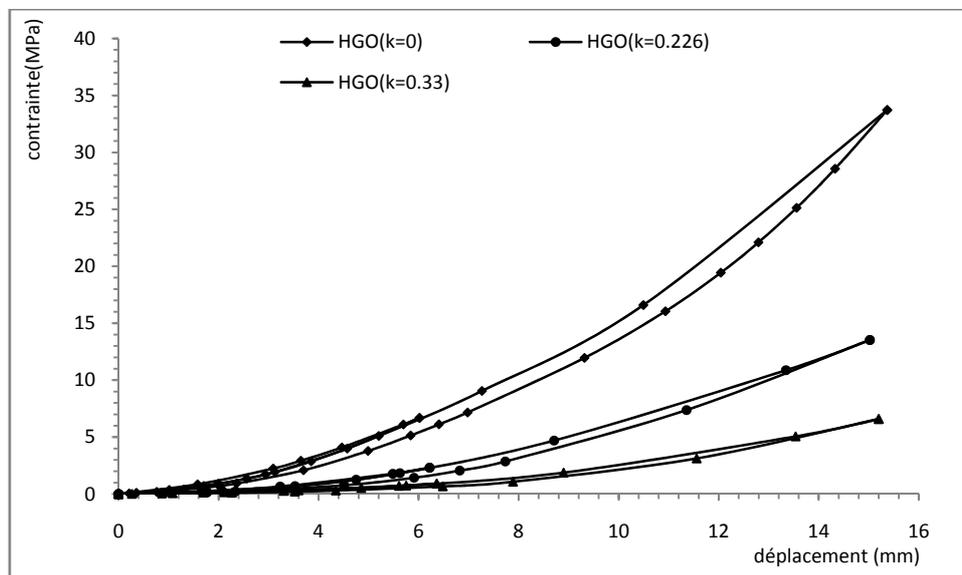


Figure 2.18- Influence sur la boucle d'hystérésis de : a) – l'orientation fibres dans le cas incompressible c) – la compressibilité (EI).

Nous avons aussi exposé les résultats de simulations numériques d'un modèle Holzapfel-Gasser-Ogden (figure 2.19). Ce modèle est utilisé pour les matériaux hyperélastiques anisotropes compressibles. Une direction d'anisotropie est donnée par l'orientation d'une famille de fibres. On suppose aussi que toutes les familles de fibres ont les mêmes caractéristiques mécaniques et la même dispersion. Quand  $k = 0$ , les fibres sont dans un alignement préférentiel (non dispersion). Quand  $k = 1/3$ , la distribution est répartie et le matériau devient isotrope; ceci correspond à une fonction de densité d'orientation sphérique [146]. La dispersion des fibres dans le matériau influe sur la rigidité du matériau ainsi que sur la surface de la courbe d'hystérésis. Nous avons présenté les courbes de simulation pour les valeurs extrêmes de dispersion (valeur minimale  $k = 0$  et valeur maximale  $k = 0.33$ ) et pour

une valeur intermédiaire  $k = 0,226$ . Nous notons que la rigidité du matériau et l'énergie dissipative viscoélastique diminue avec l'augmentation de coefficient de dispersion  $k$ . La dissipation d'énergie pour la valeur maximale de  $k$  est pratiquement nulle mais avec une rigidité minimale.



**Figure 2.19-** Influence de la dispersions de fibres dans le modèle HGO avec les constants du modèle d'Ogden-Roxburgh ( $r=1.1$  ,  $m=100$  ,  $\beta=0.1$ ).

#### 4.5. Résumé

Nous constatons que les tentatives de trouver un modèle reproduisant le comportement dissipatif par effet Mullins des matériaux hyperélastique restent complexes. Ces difficultés sont liées à la complexité des interactions microstructurales dans le matériau hyperélastique. Le modèle d'Ogden-Roxburgh reproduit avec efficacité le comportement mécanique hyperélastique du matériau isotrope. Dans le cas du comportement hyperélastique anisotrope pour un matériau renforcé de fibres ou de charges, les résultats de la simulation ont montré aussi, que ce modèle reste efficace pour reproduire le comportement dissipatif visco-hyperélastique par effet Mullins. Le modèle Ogden-Roxburgh peut reproduire le comportement les matériaux hyperélastiques en attribuant des constantes du matériau élevées relativement au cas du matériau isotrope. Les résultats montrent que le renforcement n'influe pas directement sur la dissipation viscoélastique de l'énergie de déformation pour les biomatériaux (direction de fibres). Par contre, l'endommagement par dissipation est lié à la rigidité du matériau qui peut être liée directement au renforcement.

CHAPITRE 3

**ETUDE EXPERIMENTALE DE L'USURE DES  
ELASTOMERES CHARGES**

## Chapitre 3

# **Etude expérimentale de l'usure des élastomères chargés**

## **1. Introduction**

Dans ce chapitre une étude du comportement à l'usure des élastomères chargés est menée. L'objectif de cette étude est de mettre en évidence l'influence des paramètres tribologiques : nature de contact et de mouvement, topographie (rugosité), sollicitations (charge ou pression de contact, vitesse de glissement, durée de fonctionnement ou nombre de cycles) et l'environnement (Réactivité chimique, Propriétés physiques, Température) et l'angle d'abrasion sur le comportement au frottement et à l'usure des pions d'élastomère chargé pour l'établissement d'un modèle d'usure des élastomères chargés. L'étude expérimentale de ce chapitre comporte deux parties : la première est consacrée à l'étude de l'usure adhésive et l'autre porte sur l'usure abrasive. Nous présentons pour chacune des deux études les techniques expérimentales utilisés et les résultats obtenus. L'analyse des résultats se focalise en fin de l'étude par l'adoption des modèles expérimentales pour l'usure adhésive et l'usure abrasive. Dans la fin de ce chapitre nous décrivons une technique intéressante pour prendre en compte dans un code de calcul éléments finis l'usure éventuelle d'un matériau.

## **2. Techniques expérimentales**

Nous présenterons les techniques expérimentales en deux parties. Ces techniques sont liées au mode d'usure étudié.

### **2.1. Etude d'usure adhésive - Contact Plan/plan**

#### **2.1.1. Introduction**

La performance de l'élastomère est particulièrement pertinente dans le domaine de transmission de puissance et dans la réalisation d'étanchéité ou les propriétés de l'adhésion et de frottement ont un aspect important. De nombreux additifs tels que les plastifiants, agents performants, agents de protections, etc., sont ajoutés pour faciliter l'élaboration des élastomères et augmenter leurs propriétés mécaniques. Les évolutions dans les techniques de la formulation d'élastomère résultent leur utilisation à grande échelle. Ces dernières décades témoignent sur un progrès significatif dans la mécanique de contact adhésive entre des corps élastiques [168-170]. Ces travaux sont focalisés sur les tractions à l'intérieur de la région de contact pour expliquer la large aire de contact apparente, qui est sous-estimé par la théorie de Hertz pour des corps élastiques. On se pose la question qu'est ce qui se passe quand un

mouvement se produit. Deux principaux facteurs contribuent à la friction entre surfaces dans un mouvement relatif sec [52]. Le premier, généralement le plus important, est dans la force adhésive qui se manifeste dans la région de l'aire de contact réel. Le second peut être décrit comme une composante liée à la déformation [52]. Si un découplage existe entre ces deux facteurs, il est possible de calculer, à une charge normale constante, un coefficient de friction ( $\mu$ ) comme suit:

$$\mu = \mu_{adhésive} + \mu_{déformation} \quad (3.1)$$

Le but de ce travail est d'étudier le comportement à l'usure d'un élastomère SBR avec des lois d'usure. Avec ces derniers, l'influence des paramètres tribologiques, tels que : nature de contact et de mouvement, topographie (rugosité), sollicitations (Charge ou pression de contact, Vitesse de glissement, Durée de fonctionnement ou Nombre de cycles) et Ambiance (Réactivité chimique, Propriétés physiques, Température), peuvent être mise en évidence et analysés. Le mode d'usure prédominant en contact plan/plan est donc l'usure adhésive. Le deuxième point de cette étude constitue l'originalité de ce travail. L'exposition d'un élastomère SBR aux conditions d'intempéries naturelles marines et climatiques, considérés comme paramètres de vieillissement pour le matériau d'étude, font varier le mécanisme d'usure de notre élastomère vierge.

## 2.2.2. Procédure expérimentale

### 2.2.2.1. Description générale

On a utilisé un tribomètre pour notre étude. Un tribomètre est une machine assurant le mouvement relatif de deux corps solides sous une force normale  $P$  et maintenue constante le plus souvent ;  $P$  permet d'ajuster la pression de contact au niveau voulu. Le coefficient de frottement de Coulomb ou la cission moyenne de contact s'obtiennent directement à partir de la force tangentielle  $F$  et de l'aire de contact macroscopique ou apparente  $A_a$  :

$$\mu = \frac{F}{P} \quad \bar{\tau} = \frac{F}{A_a} \quad (3.2)$$

- **Contact plan/plan ou contact entre pièces de surface conforme:** la force  $P$  impose une pression (apparente) de contact  $p = P/A_a$  bien définie où  $A_a$  est constante et fixée par la géométrie des pièces. Il faut noter toutefois qu'il est relativement difficile d'assurer, au moins initialement, une répartition uniforme de la pression de contact du fait des défauts de planéité des deux antagonistes et des difficultés pour assurer un bon parallélisme de la surface des deux corps ; ce point n'est pas trop critique en général à faible pression de contact, car la

valeur de  $\mu$  et le volume d'usure dépendent au premier ordre de la force normale  $P$  et non de la pression apparente de contact  $p$ . Il est possible, à l'aide de montages assez complexes, d'imposer des pressions de contact supérieures à la limite d'élasticité  $R_e$  du matériau, mais à condition de confiner latéralement l'éprouvette correspondante, ce qui la maintient dans un domaine de déformation élastique [171].

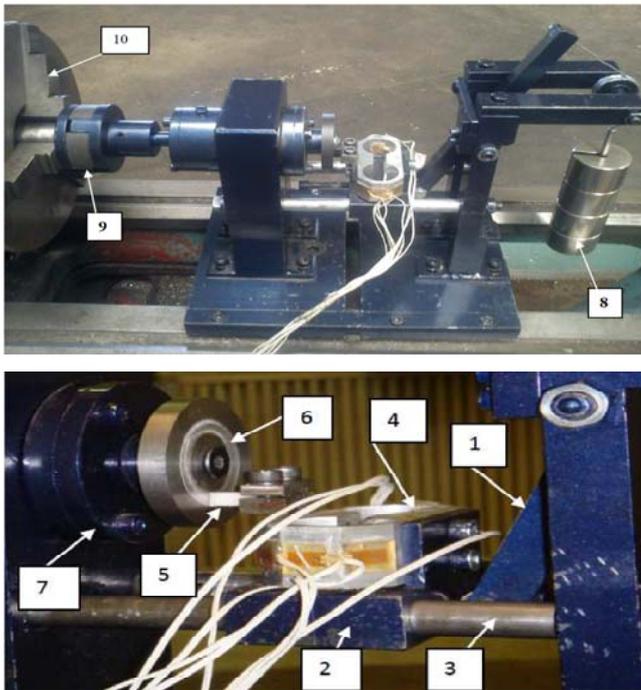
### 2.2.2.2. Paramètres et conventions tribologiques

Une convention précisant les paramètres d'essais et définissant une terminologie commune commence à se dessiner. Ces paramètres sont nécessaires pour valider le résultat, préciser un dessin de pièces ou une procédure industrielle. La liste générale des groupes de paramètres tribologiques est la suivante [171]:

- paramètres opératoires (force normale, vitesse...);
- numéro clef d'un fichier;
- paramètres structuraux et dimensions des échantillons;
- description complète de l'état des surfaces;
- définition précise des matériaux, lubrifiants, revêtements avec leurs dénominations, composition, normalisation et nom des fournisseurs et sous-traitants (traitements thermiques, de surface, de dépôt de revêtement...);
- résultats d'essais;
- différentes caractéristiques tribologiques des corps/échantillons.

### 2.2.2.3. Dispositif expérimental

Les essais tribologiques ont été effectués sur un tribomètre pion/disque (figure 3.1). Ce dispositif nous permet d'étudier le frottement et l'usure des matériaux, il mesure les efforts normal et tangentiel. La détermination du coefficient de frottement, du taux d'usure et de la perte de masse pour un couple de matériaux donné se fait après dépouillement des résultats des mesures par le biais du tableur Excel.



**\* Nomenclature du banc**

- 1- levier,
- 2- support du capteur,
- 3- glissière,
- 4- capteur,
- 5- éprouvette,
- 6- disque,
- 8- masses,
- 9- accouplement élastique,
- 10- mandrin du tour.

*Figure 3.1 : photographie du tribomètre d'étude*

**\* Principe de fonctionnement**

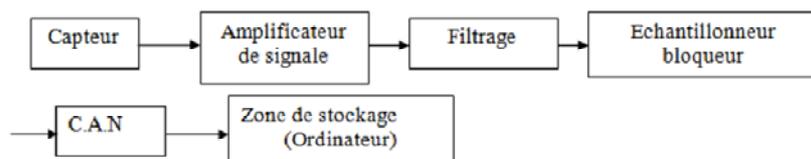
Le dispositif, se monte sur les glissières d'un tour. Le mouvement de rotation est transmis au disque (6) via un accouplement élastique(9). L'effort normal est appliqué en continu pendant le processus de frottement entre le pion (5) et le disque (6) grâce au levier (1) sur lequel on monte les masses mortes (8). La force tangentielle  $F_T$  induite par le contact (pion /disque) et l'effort normal  $F_N$  sont mesurés en temps réel et simultanément par le capteur de force (4) qui est relié à une chaîne d'acquisition qui traite et enregistre les données.

**\* Chaîne d'acquisition**



*Figure 3.2 : Chaîne d'acquisition*

Une chaîne d'acquisition numérique peut se représenter par le schéma suivant :



- Amplificateur du signal : cette étape permet d'adapter le niveau du signal issu du capteur à la chaîne globale d'acquisition.
- Filtre d'entrée : ce filtre est communément appelé filtre anti-repliement. Ainsi il élimine les parasites. C'est un 'filtre passe bas' que l'on caractérise par sa fréquence de coupure et son ordre.
- L'échantillonneur bloqueur : son rôle est de prélever à chaque période d'échantillonnage ( $T_e$ ), la valeur du signal. On l'associe de manière quasi-systématique d'un bloqueur. Le bloqueur va figer l'échantillon pendant le temps nécessaire à la conversion. Ainsi dans la phase de numérisation, la valeur de la tension de l'échantillon reste constante assurant une conversion aussi juste que possible.
- Le convertisseur analogique numérique (CAN) : il transforme la tension de l'échantillon (analogique) en un code binaire (numérique).
- La zone de stockage : elle peut être un support de traitement (ordinateur), un élément de sauvegarde (RAM, disque dur).

La chaîne d'acquisition utilisée dans notre étude est de type COTROLS représentée dans la figure 5.2 dont les caractéristiques sont les suivantes :

- Un clavier de 16 boutons.
- Un port série RS232 pour la communication des données à une unité de traitement et de stockage.
- Port série RS484/CAN.
- huit (8) canaux indépendants possédant chacun six connecteurs femelles, pour la connexion du transducteur et délivrant une tension d'alimentation de 2V. A l'aide de deux connecteurs, on branche les deux ponts du capteur aux deux canaux. On procède à l'étalonnage de capteur, et on connecte la chaîne à un ordinateur pour enregistrer et traiter les données en utilisant une connexion hyper terminal.

#### \* Description du capteur de force

Pour capter les deux forces normale et tangentielle dues aux frottements simultanément et sans interférence, on utilise un montage de jauges. Le détail de montage des jauges de contraintes sur l'élément capteur (4) fixé sur le coulisseau (2) et guidé à l'aide des glissières (3) est visible sur la (figure 3.3). Les jauges  $J_1$ ,  $J_2$ ,  $J_3$  et  $J_4$  arrangées en pont complet de Wheatstone permettent de mesurer l'effort normal et les jauges  $J_5$ ,  $J_6$ ,  $J_7$  et  $J_8$  arrangées aussi en pont complet de Wheatstone permettent de mesurer l'effort tangentiel. La compensation en température des deux ponts est donc ainsi assurée, la variation des résistances des jauges sous

l'effet de la température s'annule directement dans le circuit du pont. Le signal de sortie du pont représentera donc l'effort appliqué sur le pion.

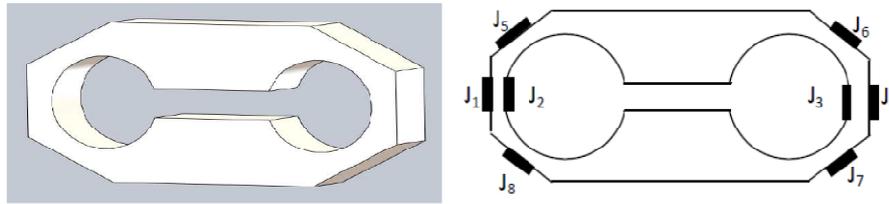


Figure 3.3 : Corps d'épreuve du capteur et les zones d'emplacement des jauges

#### 2.2.2.4. Présentation des couples tribologiques

- **Le disque**

Le disque (figure 3.4) de diamètre 60 mm et d'épaisseur 8 mm possède un trou au centre. Ce dernier permet la fixation du disque à l'aide d'une vis sur le support du tribomètre. Il a été réalisé en tournage à partir de barres rondes laminées à chaud et recuit en XC48.

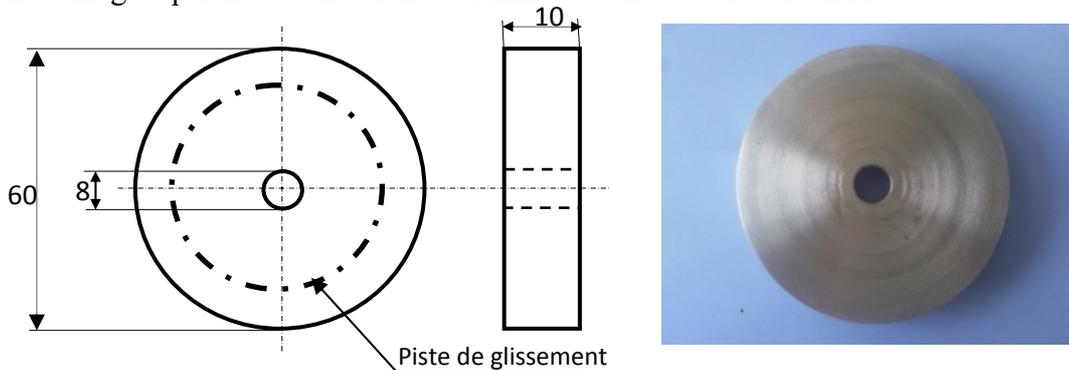


Figure 3.4 : Géométrie du disque

Le disque subit des traitements thermiques de trempe suivie d'un revenu. La trempe a été effectuée à une température de 850°C pendant une heure et trente minutes (1h30mn) de maintien. Le processus opératoire du revenu est le suivant : chauffage à une température de 250°C, maintien à cette température pendant quarante minutes (40mn) ensuite refroidissement à l'air ambiant.

- **Matériau d'étude**

Les pions sont découpés en morceaux de section carrée 6x6 mm<sup>2</sup> et de longueur 11 mm (Figure 3.5).

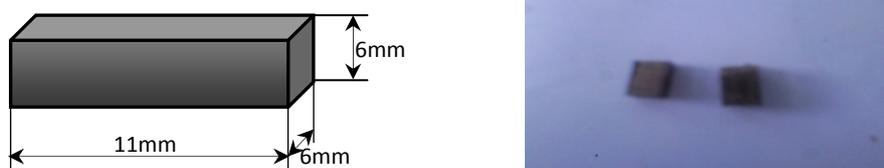


Figure 3.5 : Photographie et dimensions des pions

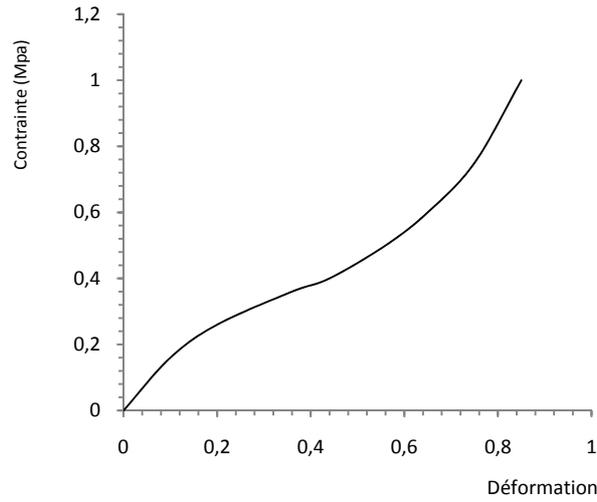
Nous avons utilisé un élastomère (M1) qui est un élastomère chargé «styrene butadiene rubber SBR (SBR-25)» donné dans le Tableau 3.2. Ce matériau est utilisé pour les pneumatiques. L'élastomère SBR a été caractérisé par des essais de traction comme indiqué sur la figure 3.6.

Pour l'étude de l'influence de vieillissement des élastomères, nous avons procédé à un prélèvement des différents types d'échantillons le long d'un rouleau fournie par l'entreprise nationale des produits en caoutchouc (ENPC). Ces différents échantillons sont découpés dans les trois zones de la figure 3.7 en fonction du degré de leurs expositions au soleil où au milieu marin. Le degré d'exposition est estimé par le temps d'exposition au cours de la journée de la partie considérée aux conditions climatiques (rayons solaires et l'eau de mer). Ce rouleau a une durée de service de quatre ans.

Les échantillons sont découpés à l'aide d'une lame tranchante permettant d'éviter toute détérioration des surfaces de contact des échantillons (avoir des états de surfaces reproductibles).

| <b>Matériau</b>  | <b>Désignation</b>  | <b>Dureté ShoreA</b> |
|------------------|---|----------------------|
| <b>M1</b>        | Elastomère utilisé pour les pneumatiques  | 61                   |
| <b>Classe C0</b> | Elastomère vierge du rouleau.   | 52                   |
| <b>Classe C1</b> | Partie du rouleau faiblement exposée au soleil et au milieu marin (partie exposée pendant une durée partielle de la journée aux rayons solaires et momentanément à l'eau de mer au cours de l'élévation de niveau de l'eau de mer). | 64                   |
| <b>Classe C2</b> | Partie du rouleau sévèrement exposée au soleil (partie exposée durant toute la journée aux rayons solaires).  | 89                   |
| <b>Classe C3</b> | Partie du rouleau sévèrement exposée au milieu marin (partie immergé dans l'eau de mer).  | 68                   |

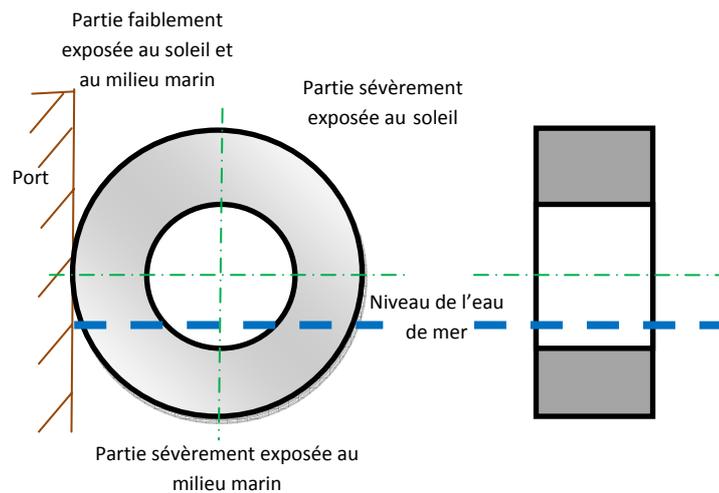
*Table 3.1: Matériau d'étude pour l'usure adhésive.*



**Figure 3.6.** Courbe contrainte-déformation

| Ingrédients                        | Masse en % |
|------------------------------------|------------|
| Caoutchouc Styrène butadiène (SBR) | 100        |
| Noir de Carbone (HAF N220)         | 25         |
| Sulfure                            | 3          |
| Oxyde de zinc                      | 3          |

**Table 3.2:** Composition du matériau M1



**Figure 3.7 :** schéma du rouleau et conditions d'expositions



Figure 3.8 : Photographie d'emplacement du matériel

### 2.2.3. Techniques de contrôle

- Dureté vickers des disques

Les mesures de la dureté des disques ont été effectuées à l'aide des duromètres de type « WOPERT DIA TESTOR RC » (figure 3.9). Constitué de deux parties : la première est la partie d'essai nous permet d'effectuer l'essai de type Vickers qui consiste à appliquer une charge de (588 N) sur un pénétrateur en forme de pyramide à base carrée. La deuxième partie nous permet de mesurer l'empreinte de la pyramide avec un agrandissement de 70 fois sur l'écran de verre dépoli.

Nous avons réalisé les essais de dureté Vickers(HV) pour des échantillons de l'acier XC48 sous les deux états de la matière. Une filiation de cinq mesures de dureté pour chaque état a été réalisée. La valeur moyenne est ensuite calculée. La formule qui nous permet de calculer la dureté (HV) est la suivante :

$$Hv = 0.189 * F/D^2 \quad \text{avec: } F : \text{ la charge appliquée (588N), } D : \text{ diagonale de l'empreinte en mm}$$

Le tableau suivant résume les valeurs trouvées :

| Essais         | 1      | 2      | 3      | 4      | 5      | moyenne |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Etat recuit    | 192,55 | 214,37 | 182,66 | 178,06 | 214,37 | 196,40  |
| Trempe+Revenue | 574,03 | 630    | 548,8  | 584,8  | 525,19 | 579,76  |

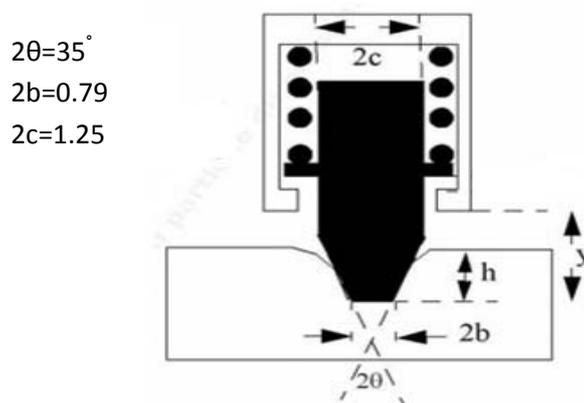
Tableau 3.3 : Résultats des essais de dureté Vickers (Hv) de l'acier XC48 à différents états



**Figure 3.9 :** Duromètres de type « WOPERT DIA TESTOR RC »

- **Dureté Shore A :**

La dureté des élastomères est effectuée à l'aide d'un duromètre de type Shore A. La propriété mesurée est l'enfoncement d'un pénétrateur spécifique appliqué par pression sur la surface du caoutchouc dans des conditions déterminées. Le pénétrateur est relié à un ressort étalonné et la valeur d'enfoncement est reportée sur un cadran gradué de 0 à 100 points. L'éprouvette d'essai a une épaisseur minimale de 6 mm, en une seule couche ou par empilage de trois feuilles (élastomère utilisé pour l'étude de l'usure abrasive). La distance entre le pénétrateur et les bords de l'échantillon est d'au moins 12 mm. La mesure est effectuée à température ambiante. La lecture est obtenue après 30 secondes d'application de la charge.



**Figure 3.10 :** schéma du pénétrateur en dureté Shore A.

- **Rugosité des disques**

Avant de réaliser les essais tribologiques, les paramètres de rugosité des disques ont été mesurés à l'aide d'un appareil *Mitu Toyo SJ.201* (figure 3.11-a) qui est un rugosimètre à palpeur, qui délivre à partir de l'exploration suivant une ligne de contact. Avant de commencer les mesures on doit étalonner l'appareil, on mesure la rugosité d'une pièce de

référence (étalon de rugosité) et on règle la différence potentielle entre la valeur mesurée et la valeur de référence. L'opération de mesure se fait à l'aide d'un palpeur (stylet) installé sur l'unité de détection (échenillons) qui se déplace sur une distance choisit dans un intervalle de 0,25 mm à 12,5 mm et qui permet de détecter les irrégularités infimes présentes sur la surface de la pièce, les résultats sont ensuite affichés sur l'écran de l'unité d'affichage.

Afin d'étudier l'influence de la rugosité de la surface de l'indenteur sur l'usure de l'élastomère, quatre disques avec différentes valeurs de rugosité arithmétique,  $R_a$  sont usinés ( $R_{a1} = 2.18$ ,  $R_{a2} = 5.83$ ,  $R_{a3} = 7.63$  et  $R_{a4} = 9.57 \mu\text{m}$ ). Ces valeurs sont obtenues en faisant varier les conditions de coupe et elles représentent la moyenne des cinq mesures obtenues dans la direction radiale du disque. La longueur de palpation est de 12,5 mm.

- **Mesure de perte de masse**

À la fin de chaque essai, l'usure des échantillons d'élastomère est contrôlée par la perte de masse. Nous avons utilisé une balance analytique avec un système de pesé à cellule unique, type KERN ABT 100-5M (figure 3.11-b) de haute sensibilité égale à  $10^{-5}$ g. La perte de masse est donc la différence de la masse de l'éprouvette avant et après l'essai.



*Figure 3.11: a)- Rugosimètre à palpeur et*

*b)- balance analytique.*

### 2.2.4. Modèle adopté et Conditions d'essais

Les études expérimentales rapportent que l'usure de l'élastomère augmente avec la pression de contact et la longueur glissée. Cette observation est conforme à la loi d'Archard qui relie le taux d'usure (perte de masse par unité de longueur) à la force normale et la dureté. Cette relation est confirmée dans le cas des élastomères par Moore [173]

L'analyse des résultats est présentée en dépendance et en accord avec le modèle d'Archard modifié:

$$q = \alpha \cdot d \cdot A \cdot (P / ShA)^\beta \quad (3.3)$$

où  $q$  [ $\text{mm}^3$ ] est la perte par usure,  $d$ [m] la distance parcourue,  $A$  [ $\text{mm}^2$ ] l'aire de contact,  $p$  [ $\text{N}/\text{mm}^2$ ] la pression de contact,  $\alpha$  et  $\beta$  des constants sans dimensions et  $ShA$  la dureté shore du matériau.

Le modèle d'Archard modifié sera adopté dans cette étude. On se propose d'introduire dans ce modèle la dureté Shore A qui caractérise les élastomères

Les tests sont réalisés en utilisant des charges normales de 5 N, 10 N, 15 N and 20N. Ces valeurs correspondent à des pressions moyennes où la valeur de contraintes dans le matériau reste dans la partie linéaire de la courbe contrainte/déformation, et des durées d'utilisation définies par les distances parcourues de 200, 300, 400, 600, 800 et 1200m. Ces valeurs permettent d'atteindre une usure quantifiable. Plusieurs essais sont réalisés pour chaque condition. À la fin de chaque test, l'usure de l'élastomère SBR est contrôlée par la mesure de la perte de masse. De plus, il est nécessaire de contrôler les autres paramètres : la rugosité des counterface et la présence des débris d'usure de l'élastomère SBR à la counterface afin d'assurer une reproductibilité des résultats au cours des essais.

## 2.2- Usure abrasive – Glissement linéaire

### 2.2.1. Introduction

L'abrasion continue de l'élastomère dans une seule direction mène à la formation d'un mode caractéristique d'abrasion de la surface. Ceci apparaît comme une série périodique de stries parallèles et perpendiculaires à la direction de glissement. Les modes d'abrasion se forment même sur une surface moulée initialement lisse après un certain nombre de passages de l'indenteur d'abrasion. L'espacement et la hauteur des stries sont des caractéristiques d'un processus spécifique d'abrasion. Quand l'abrasion survient, les stries sont déployés vers l'arrière par la lame d'abrasion ce qui protège la surface sise immédiatement en arrière de l'abrasion suivante. L'abrasion devient concentrée à la racine des rides. Schallamach a étudié l'abrasion en utilisant une aiguille pour le scratch d'une surface d'élastomère sous conditions contrôlées. Cette technique fournit un aperçu sur la nature du processus d'abrasion, mais il a des limitations: i)-une très petite quantité d'élastomère est arraché dans chaque cycle de fait du contact ponctuel; ii)-l'état de contrainte autour de la région de contact en dessous de l'aiguille est complexe au cours de l'abrasion.

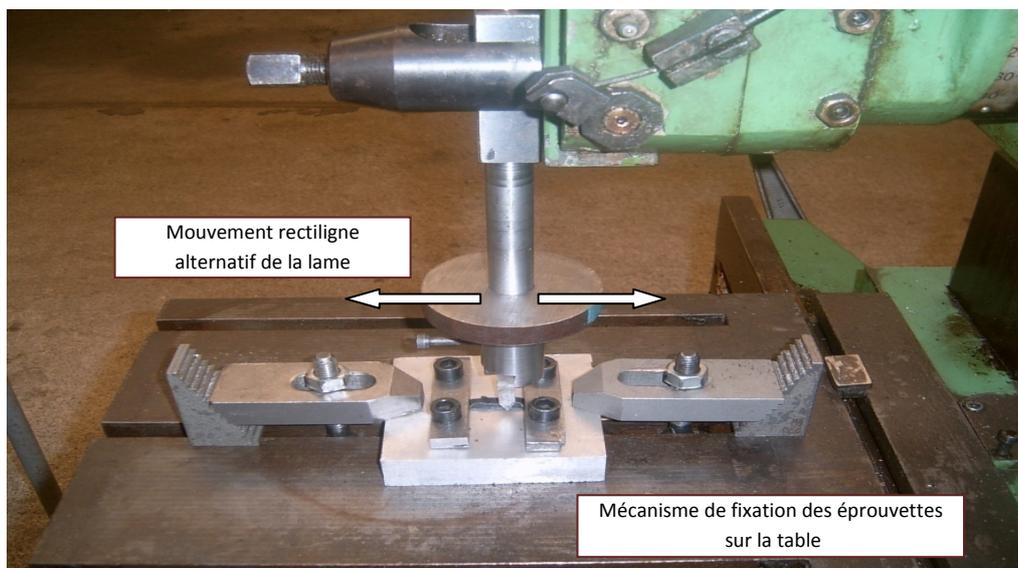
## 2.2.2. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est monté sur une machine-outil, étau limeur. Le mécanisme utilisé est composé de deux parties : un mécanisme de fixation de la lame d'abrasion et un mécanisme de fixation des échantillons (figure 3.12).

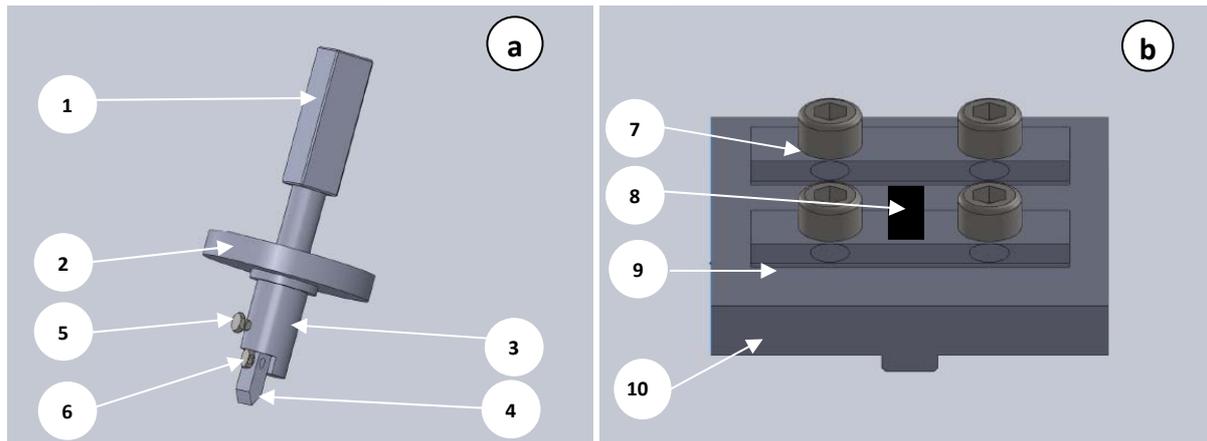
L'étau limeur est une machine à raboter mais travaillant à l'inverse d'une raboteuse, dans le sens que la pièce reste immobile pendant la passe alors que l'outil effectue le mouvement de coupe rectiligne.

L'étau limeur est constitué:

- d'un bâti qui représente la robustesse de la machine. Cette robustesse permet d'éviter les vibrations durant le mouvement des éléments de la machine.
- d'un coulisseau qui se déplace horizontalement sur le dessus du bâti et qui porte le chariot porte-outil, sur lequel est monté le mécanisme de fixation des lames. Le coulisseau est entraîné en translation dans un mouvement alternatif par une bielle commandée par un plateau manivelle portant une couronne dentée entraînée par la boîte de vitesses. La gamme des vitesses nous fixe le choix des vitesses de glissement. La course de coulisseau est fixée à 15 mm. Cette course reste faible de telle sorte qu'on peut négliger la variation de la vitesse linéaires due au système de commande bielle/manivelle et vitesse de rotation constante de moteur.
- d'une table qui porte le mécanisme de fixation des échantillons qui reste immobile dans une position définie par la position relative échantillon/lame : l'échantillon est au milieu de l'arrête de la lame. L'ensemble du mécanisme est bridé sur le dessus de cette table.



*Figure 3.12 : Dispositif expérimental d'étude d'usure abrasive*



**Figure 3.13:** Mécanismes de fixation a)- fixation de lame d'abrasion b)- fixation de l'échantillon.

### • Description des mécanismes de fixation

La conception des mécanismes de fixation doit assurer un bon fonctionnement et déroulement des essais dans les conditions fixées: l'axe de l'outil étant vertical et perpendiculaire sur la surface de l'échantillon. D'autre part, le déplacement de la lame doit être parallèle à la surface d'abrasion et avec des vibrations minimales. Ceci nous impose un ajustement juste glissant entre les pièces constituant le mécanisme de travail tel que masse/tige et porte lame/tige. Le dispositif expérimental se compose des pièces suivantes (Figure 3.13):

- **La tige** (1): comporte une partie parallélépipède qui sert à fixer l'outil sur l'étau limeur et une partie cylindrique d'ajustement  $\Phi 20g6$  sur laquelle glisse le poids et le porte lame. Une partie méplate pour annuler la rotation de porte lame par l'intermédiaire d'une vis *CHCM6* (5).
- **Le porte lame** (3) comme son nom l'indique il sert à porter les lames, il comporte un alésage  $\Phi 20H7$  pour glisser facilement sur la partie cylindrique de la tige, une partie cylindrique ayant un trou taraudé *M6* pour annuler sa rotation sur la tige par l'intermédiaire d'une vis. Une partie méplat menée d'un trou taraudé *M6* pour la fixation de la lame par une vis *CHCM6* (6).
- **La lame** (4): c'est l'élément actif de l'outil, il contient un perçage pour le passage de la vis de fixation. L'arrête de la lame est perpendiculaire sur l'axe de l'outil. On dispose de 5 lames d'angle différent ( $15^\circ$ - $30^\circ$ - $45^\circ$ - $60^\circ$ - $75^\circ$ ).
- **La masse morte** (2): un disque de diamètre 150mm et d'épaisseur 10mm percé à son centre d'un trou  $\Phi 20H7$  pour glisser facilement sur la partie cylindrique de la tige.

- **Le support échantillons** (10) : sur lequel on fixe l'échantillon, il comporte 4 trous taraudés *M10*, il se fixe sur la table de l'étau limeur avec des brides et il comporte une languette sur son dos qui sert de guidage dans la rainure de la table. Le support comporte un tenon qui permet de tenir son axe parallèle à la trajectoire de la lame.
- **La plaque** (9) : deux plaques qui servent pour la fixation de l'échantillon. Le serrage des éprouvettes est obtenu à l'aide de deux vis *CHCM10* (7).

### 2.2.3. Conditions d'essais

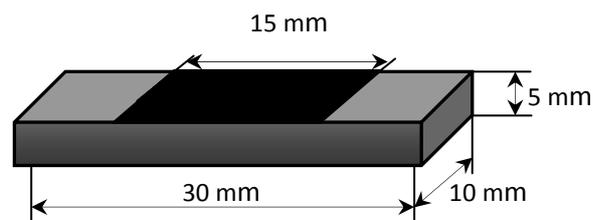
La lame d'abrasion est bloquée rigidement dans le chariot porte-outil. Ce dernier est monté en bout du coulisseau, orientable selon l'axe vertical et commandé par une vis et manivelle, permet de positionner la lame par rapport à l'éprouvette d'essais. Un vernier gradué contrôle la hauteur de l'éprouvette-lame. Le coulisseau est entraîné en translation dans un mouvement alternatif par une bielle commandée par un plateau manivelle portant une couronne dentée entraînée par la boîte de vitesses. Ces vitesses sont donc les vitesses de glissement données en coup par minute. La gamme des vitesses utilisée est  $N=15, 31, 55, 79$  et  $110 \text{ cycle/minute}$ . L'éprouvette en élastomère a une largeur de  $l=5\text{mm}$  et une longueur utile de  $L=15\text{mm}$ . La vitesse de glissement peut être calculée par la relation classique suivante :

$$v_g = 2LN \quad \text{en (mm/mn)} \quad (3.9)$$

Tous les essais sont réalisés à l'ambiante et l'effet de la température est négligé. Le contact est sans lubrification.

### 2.2.4. Matériau d'étude

L'étude de l'influence des charges sur le comportement à l'usure des élastomères est réalisée sur sept éprouvettes avec des pourcentages différents en charges de noir de carbone et de silice (Tableau 3.4). La matrice est un caoutchouc NBR. Les échantillons sont découpés d'une plaque d'élastomère d'épaisseur 5mm. Les dimensions des éprouvettes ont 5mm x 10mm x 30 mm (figure 3. 14). La longueur utile qui représente la longueur de travail est de 15mm. L'échantillon est fixé à ses deux extrémités.



**Figure 3.14** : Dimensions de l'échantillon pour usure abrasive

| Matériau | Gomme NBR | Noir de carbone N220 | Silice | Dureté Shore A |
|----------|-----------|----------------------|--------|----------------|
| S-50     | 100       | 50                   | 50     | 67             |
| S-30     | 100       | 50                   | 30     | 58             |
| N-50     | 100       | 50                   | 0      | 38             |
| S-20     | 100       | 50                   | 20     | 45             |
| N-100    | 100       | 100                  | 0      | 81             |
| N-80     | 100       | 80                   | 0      | 61             |
| N-60     | 100       | 60                   | 0      | 55             |

*Tableau 3.4 : Composition chimique en charges des éprouvettes en % masse.*

### 3. Résultats et Discussions

Les résultats sont présentés en deux parties : usure adhésive en contact plan/plan et usure abrasive en contact linéaire. Les résultats de l'étude de l'influence des paramètres tribologiques sont présentés. Ces résultats sont discutés en adoptant un modèle d'usure adhésive. Pour l'usure abrasive, on conclue avec une analyse globale de l'influence des paramètres tribologique qui nous mène à adopter un schéma d'un modèle abrasive. Une présentation micrographique de l'état de surfaces usée est donnée montrant l'influence des paramètres tribologiques sur la dégradation de la surface des échantillons.

#### 3.1. Usure adhésive - Contact Plan/plan

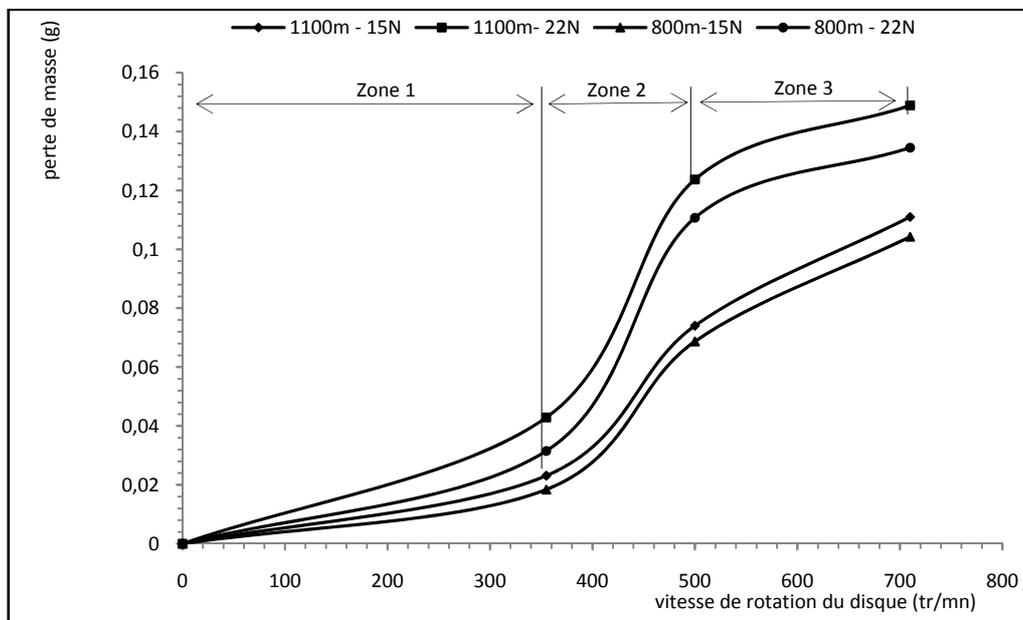
Les vitesses d'études sont limitées par la boîte des vitesses de la machine servant pour support de notre tribomètre. Les vitesses de rotations de disque sont: 125, 250, 355, 500 et 710tr/mn. Les vitesses linéaires de glissement sont calculées en adoptant un rayon de glissement de pion d'élastomère égal à 17mm.

Dans cette étude, on s'intéresse à la caractérisation des propriétés d'usure du matériau non vieillis ainsi qu'à l'influence des paramètres de vieillissement de notre matériau.

##### 3.1.1. Influence de la vitesse de glissement

Nous avons utilisé deux charges ( $p= 15N$  et  $22N$ ) avec deux distances de glissement ( $d= 1100m$  et  $d=800m$ ). Ces valeurs sont choisies pour l'obtention d'une perte de masse suffisamment quantifiable et les résultats obtenus sont présentés par quatre courbes sur la figure 3.15. Ceci nous permettra de s'assurer de la reproductibilité des résultats.

La vitesse de glissement peut être analysée par répartition de la courbe, perte de masse en fonction de la vitesse de glissement, en trois zones (Figure 3.15). Ces trois zones diffèrent par leurs pentes. A faibles valeurs de vitesse de glissement, la perte de masse varie peu. Cette dernière est largement affectée dans la gamme des vitesses moyennes en zone 2. En augmentant d'avantage la vitesse la pente de la courbe diminue de nouveau. Cette évolution de la perte de masse est généralement observée lors de l'usure par formation des rides. Nous avons constaté au cours des essais que l'augmentation de la vitesse de glissement donne naissance à des vibrations. L'amplitude de ces vibrations est proportionnelle aux valeurs des vitesses. A partir de ce constat, il est important de préciser que la vitesse de déroulement d'un essai d'usure d'un élastomère est primordiale pour un expérimentateur. En plus de l'élasticité de matériau, il est logique que cette vitesse détermine les dimensions de rides formées par déformation viscoplastique à la surface de contact.



**Figure 3.15:** Courbes de variation de perte de masse en fonction de la vitesse glissement

### 3.1.2. Influence de la pression de contact et de la distance de glissement

L'influence des deux autres paramètres essentiels (distance de glissement et pression de contact) est mise en évidence. La variation de perte de masse en fonction de la distance parcourue est linéaire (figure 3.16 et 3.17). On constate que l'interpolation de ces courbes est efficacement obtenue par des droites. Les résultats expérimentaux sur la variation de la perte de masse en fonction de la pression de contact sont présentés sur les figures 3.18 et 3.19. Les courbes de ces figures suivent une loi en puissance de la pression de contact. Ces deux constats sont en accord avec le modèle d'Archard modifié adopté pour notre étude. Ces

résultats seront discutés en confrontation avec le modèle d'Archard modifié à la fin de l'étude du contact plan/plan.

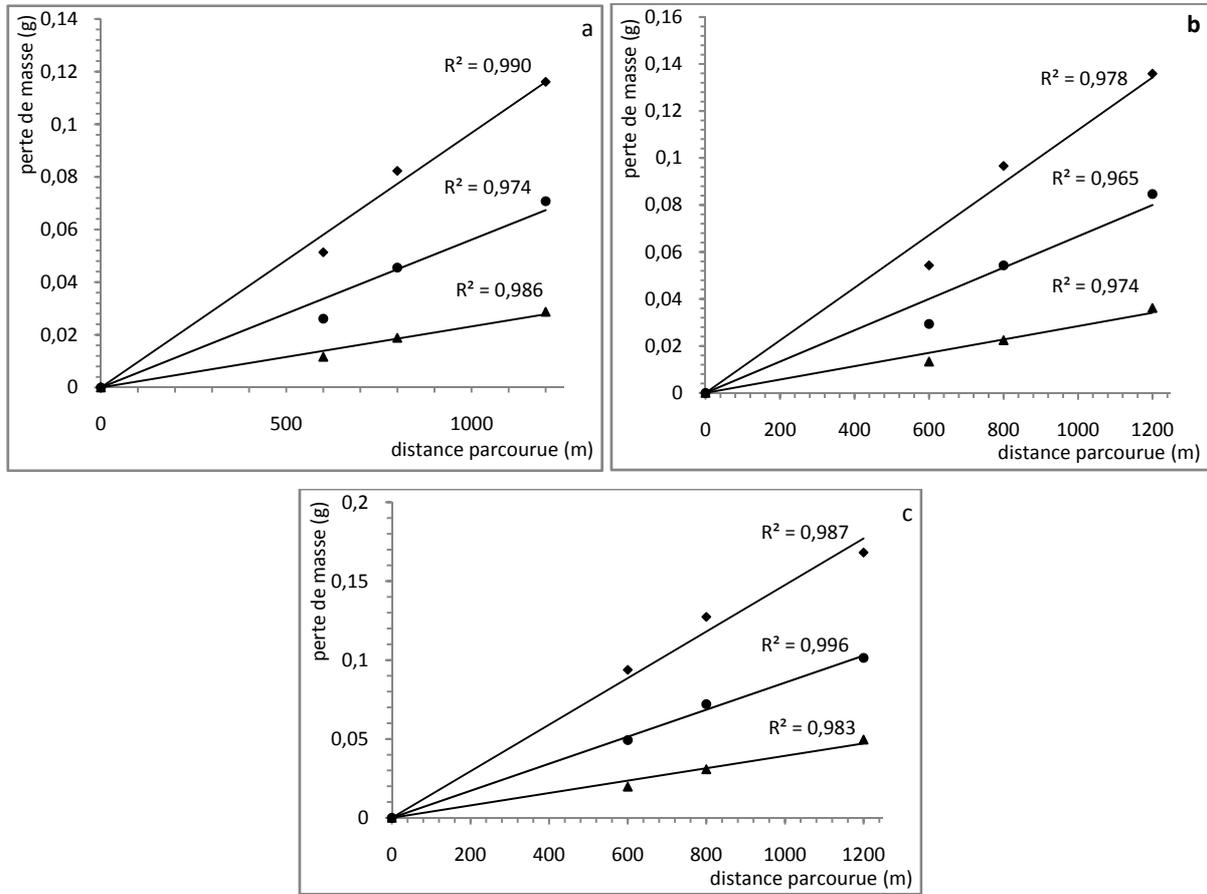


Figure 3.16: Perte de masse en fonction de la distance parcourue :

a)-Disque Ra<sub>2</sub> b)- Disque Ra<sub>3</sub> c)-Disque Ra<sub>4</sub>

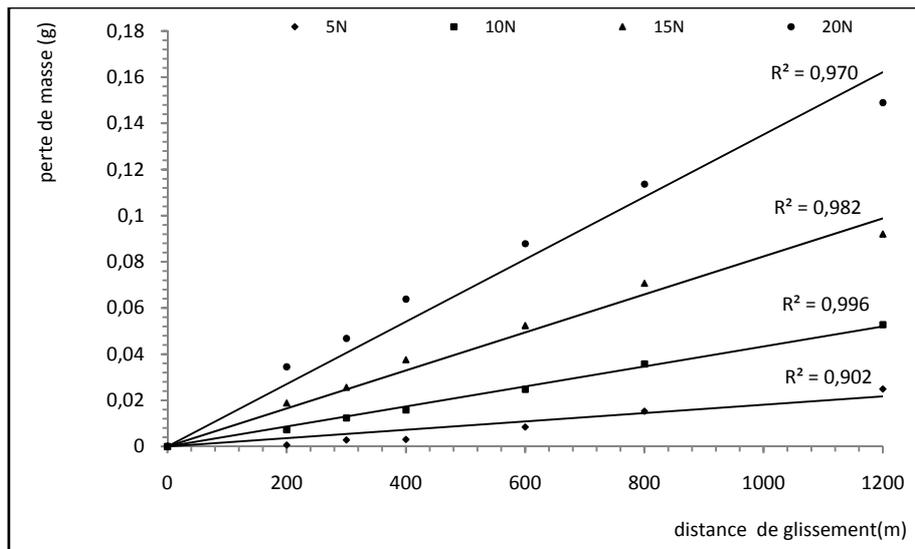
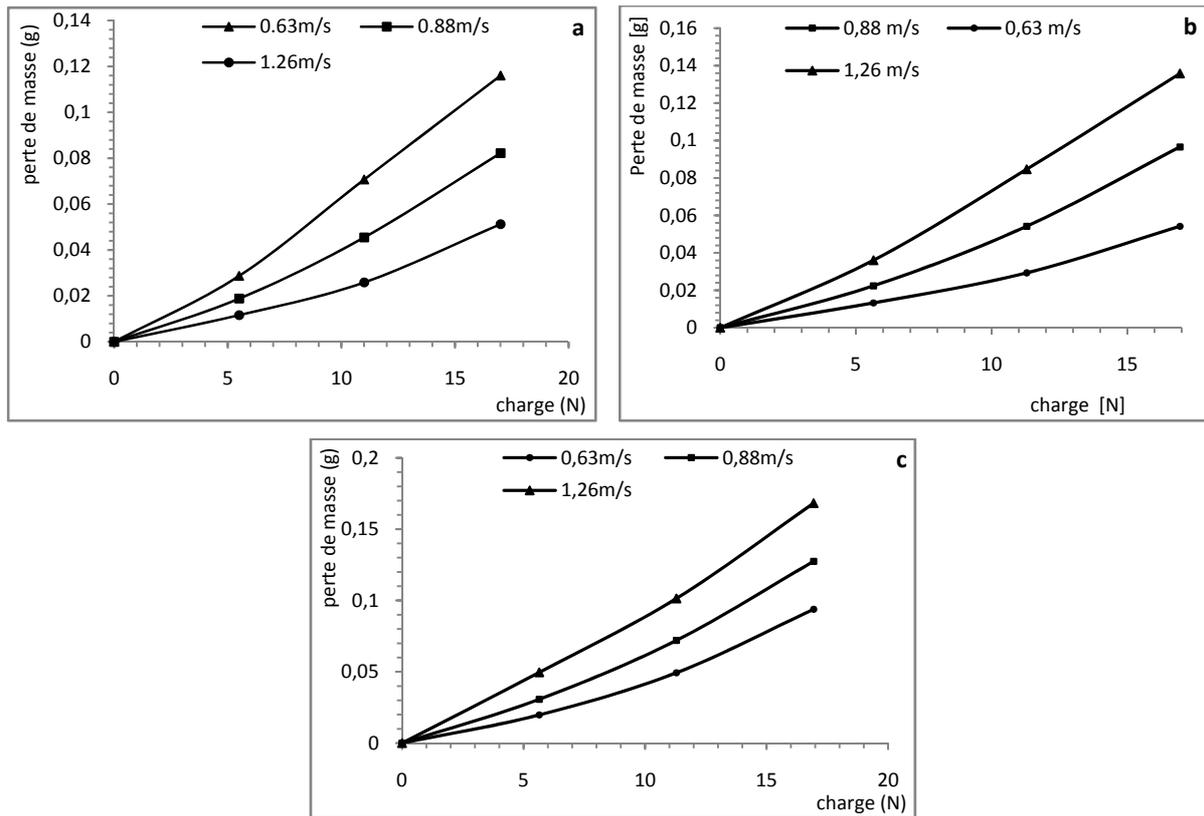
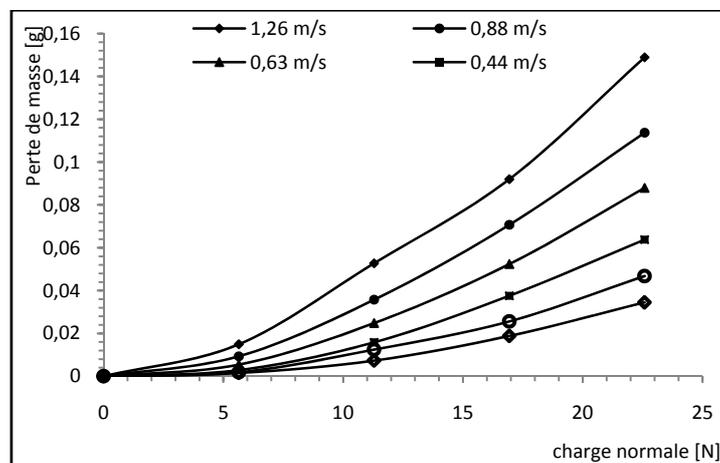


Figure 3.17 : Variation de la perte de masse en fonction de distance parcourue (Rugosité Ra<sub>1</sub>)



**Figure 3.18:** Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact à différentes vitesses : **a)**-disque de rugosité  $R_{a2}$  **b)**- disque de rugosité  $R_{a3}$  **c)**- disque de rugosité  $R_{a4}$



**Figure 3.19 :** Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact à différentes vitesses (disque de rugosité  $R_{a1}$ ).

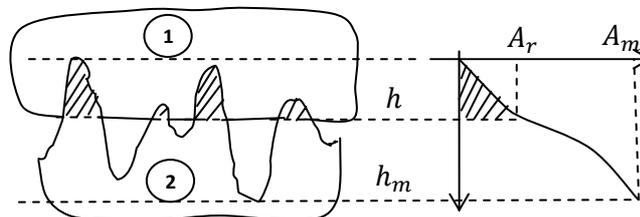
### 3.1.3. Influence de la rugosité

L'analyse des courbes représentant la variation de la perte de masse pour différentes rugosités de disque (figure 3.21) confirme l'influence des valeurs de vitesse de glissement et de la pression de contact :

- L'usure du matériau augmente linéairement avec la rugosité. A faible charge,  $P=5\text{N}$  (figure 3.21-a), la perte de masse est faiblement augmentée, ou pratiquement constante, pour des valeurs de rugosité inférieure à  $5,8\mu\text{m}$ . Au-delà d'une rugosité supérieure à cette valeur, l'usure augmente énormément et cela pour les différentes vitesses de glissement utilisées.
- Les courbes de la figure 3.21-b-c montre qu'en augmentant la pression de contact ( $P=10\text{N}$  et  $P=16\text{N}$ ) l'influence de la rugosité est liée à la valeur de la vitesse de glissement. Autrement dit, à faibles vitesses, le constat est le même que celui évoqué en premier point. A des vitesses élevés (vitesse de rotation de disque  $N=500\text{tr/mn}$  et  $N=710\text{tr/mn}$ ), la pente de la courbe reste pratiquement constante ou varie peu.

Ce mode d'usure lié à la hauteur des aspérités est l'usure cohésive. Plusieurs formulations ont été proposées pour décrire l'usure cohésive. Nous utilisons celle proposée par Kragel'skii qui prend en compte la rugosité de surface [174]. En accord avec ce modèle, on explique l'influence de la rugosité par les valeurs du rapport entre l'aire réelle de contact,  $A_r$ , et l'aire de contact maximale,  $A_m$ , et du rapport entre la profondeur maximale,  $h_m$ , et la profondeur des aspérités,  $h$  (voir figure 3.20).

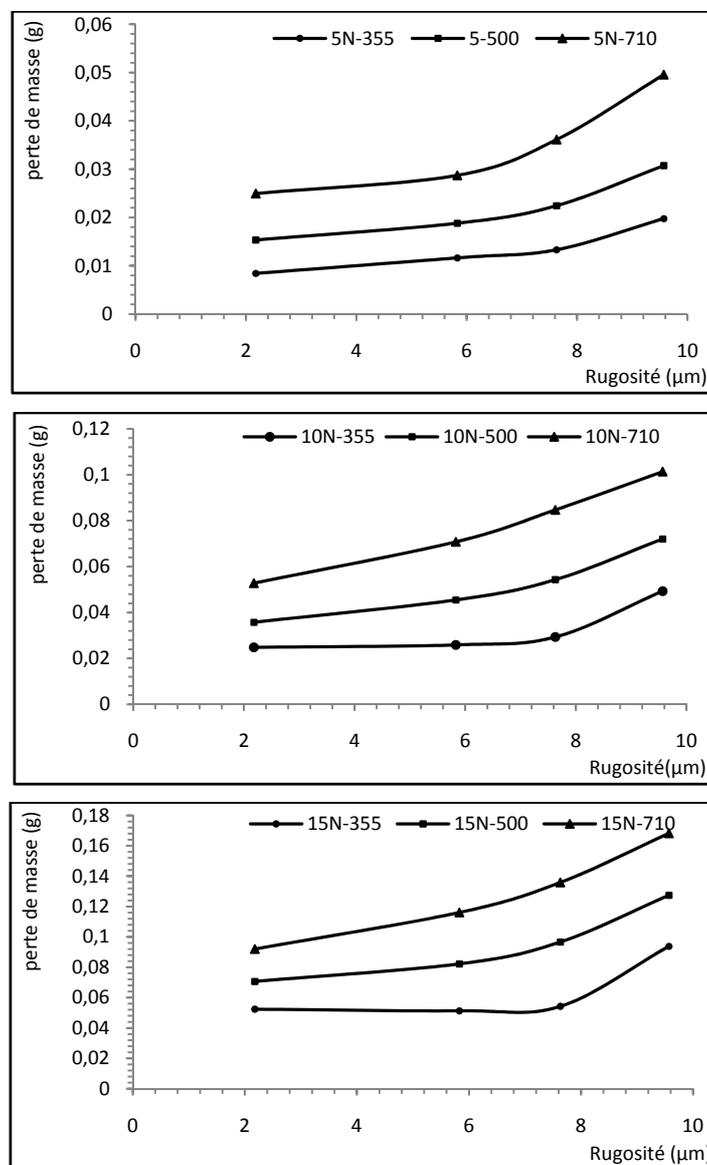
En suivant cette logique développée dans ce modèle, nous pouvons dire qu'à faible rugosité le profil de la surface présente un nombre élevé de points au sommet avec une hauteur d'aspérités faible. Connaissant que le taux d'usure est proportionnelle aux valeurs des deux rapports entre les surfaces  $A_r$  et  $A_m$ , et les hauteurs  $h$  et  $h_m$ , il est évident que la variation de perte de masse reste aussi insignifiant. Ce qui est le contraire dans le cas des valeurs de rugosité élevées : les aspérités de surface de contact sont plus profondes et moins nombreuses, ce qui favorise la dispersion importante dans les valeurs des rapports des surfaces de contact et des hauteurs des aspérités.



**Figure 3.20** : Schéma du profil d'une surface et définition de paramètres [174]

Il est important d'ajouter que la connaissance des paramètres morphologiques peut dans certaines conditions informer sur des grandeurs physiques comme par exemple la pression de contact réelle ou l'aire réelle de contact. Dans le cas d'un contact plan/plan rugueux, Greenwood [77] donne l'expression de la pression réelle moyenne de contact pour des surfaces exponentielles ou gaussiennes ou des surfaces assimilables à une sinusoïde. Le type

de surface est déterminé en analysant certains paramètres topographiques [175]. Les plus appropriées sont, donc, la moyenne arithmétique ( $R_a$ ) et l'écart type de la distribution des hauteurs ( $R_q$ ) après redressement de la surface. En première approximation et pour des considérations raisonnables, notre surface est considérée, donc, de profil sinusoïdale pour des rugosités faible ( $R_a < 3,2\mu\text{m}$ ) et gaussienne au-delà de la valeur critique de rugosité  $R_a > 3,2\mu\text{m}$ . Cette valeur critique de rugosité varie en fonction de la vitesse de glissement et la charge normale (figure 3.21). Les surfaces sinusoïdale peuvent avoir un rapport entre les surfaces de contact réelle,  $A_r$ , et l'aire de contact maximale,  $A_m$  plus stable ce qui n'est le cas pour les surfaces gaussiennes. Cela peut être l'une des interprétations de la courbe perte de masse en fonction de la rugosité.



**Figure 3.21** : Influence de la rugosité du disque pour différents charges et vitesses de rotation de disque aux différentes distances.

### 3.1.3. Energie dissipée par frottement (Produit P\*V)

Nous étudions l'énergie mise en jeu dans le contact qui est de la forme :

$$W = P \cdot v \cdot f \quad (3.10)$$

avec  $P$  : charge appliquée au contact,  $v$  : vitesse de déplacement,  $f$  : coefficient de frottement.

Cette énergie donne une représentation approximative de la quantité de chaleur générée par frottement. Les courbes de variation de cette puissance dissipée au contact par quantité de matière usée sont représentées sur les figures 3.22.

Notre objectif est d'optimiser l'ampleur prise par l'effet de la température et l'influence de rugosité de disque sur la variation de l'énergie dissipé par le contact.

Le critère de «  $Q = p \times v$  (*pression x vitesse*) admissible » est un référentiel généralement employé pour estimer les conditions limites d'utilisation de matériaux à usage tribologique tels que les polymères. Ces données, utilisables comme base de choix et de comparaison, ne sont pas des propriétés intrinsèques des matériaux, compte tenu du nombre de facteurs qui interviennent : partage des flux thermiques, possibilités de refroidissement liées par exemple à l'ambiance, modifications de répartition de charge ou de température pour les matériaux utilisés sous forme de revêtement. Ainsi, certains matériaux à propriétés mécaniques ou thermomécaniques limitées (polymères par exemple) voient leur produit  $P \times V$  limite augmenter sensiblement lorsqu'ils sont mis en œuvre sous forme de film mince. Les conditions limites des essais donnent les valeurs de l'énergie dissipée par chaleur au frottement (Tableau 3.4). Les charges et les vitesses de glissement choisis restent dans des limites où on peut négliger l'effet de température. Autrement dit, l'énergie, mise en jeu dans le contact par frottement est suffisamment faible (inférieur à  $0.5 \text{MPa.m.s}^{-1}$ ) [172]. Ceci qui nous permet de confirmer la négligence de l'élévation de la température au cours des essais.

| Charge (N) | Energie limite dissipée par unité de surface (MPa.m/s) |
|------------|--|
| 5          | 0,166  |
| 11         | 0,366  |
| 15         | 0,5  |
| 22         | 0,733  |

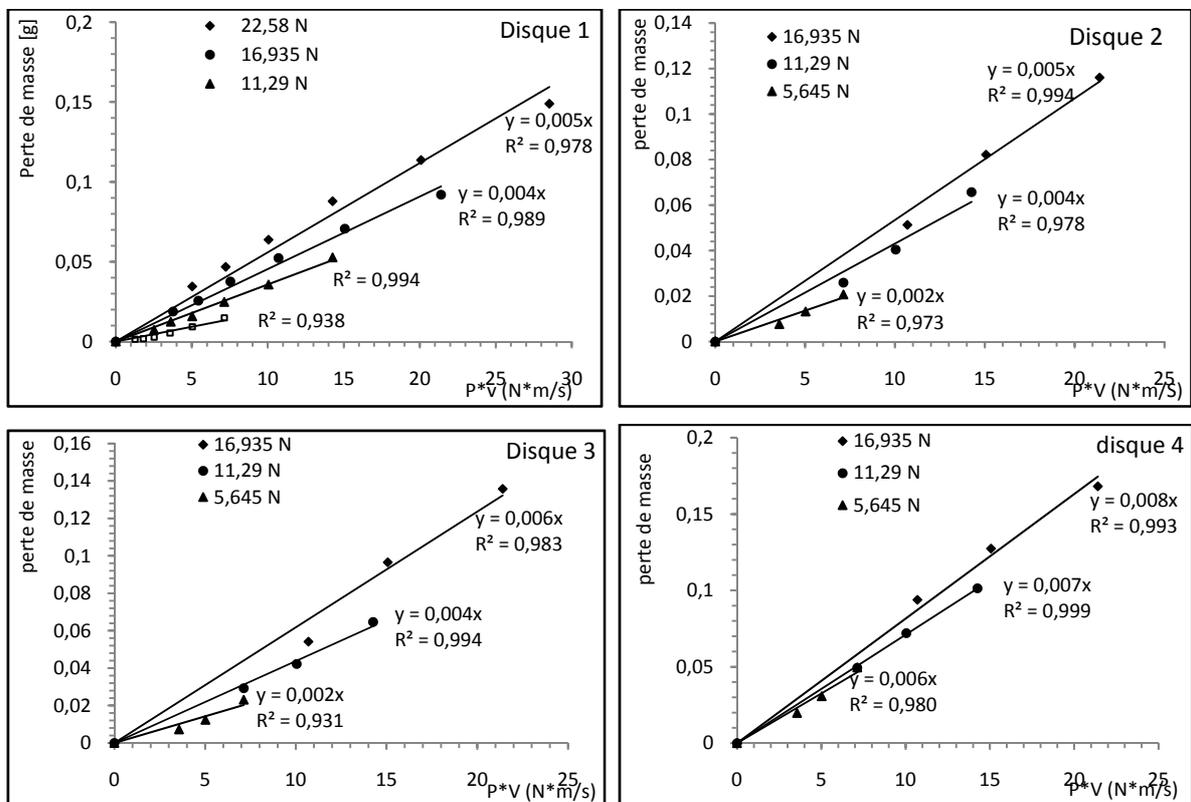
**Tableau 3. 5:** Valeurs limites de l'énergie dissipée sous forme de chaleur par frottement.

Nous notons que les courbes de variation de l'énergie dissipée au cours de l'essai d'usure en fonction de perte de masse (matière arrachée) ont une forme linéaire (figure 3.22). Ceci se traduit par une proportionnalité entre la masse de la matière usée et l'énergie mise en jeu à la surface de contact. Une partie de cette énergie est transformée en chaleur qui

augmente la température de contact. La pente de ces droites est directement liée aux paramètres tribologiques fixés par les conditions d'essais tels que la pression de contact, la rugosité de la surface antagoniste et la vitesse de glissement admissible. Ces derniers seront choisis donc de telle sorte que l'effet de la température par frottement aura un effet négligeable. Les pentes des droites sont proportionnelles aux charges appliquées et à la rugosité du disque (Tableau 3.6). Le disque 1 présente les pentes les plus faibles et elles varient linéairement avec la charge appliquée. Le disque 4 a les pentes les plus élevées qui varient d'une manière exponentielle avec la pression de contact (Figure 3.23). On explique ce phénomène par la contribution de l'effet topographique de la surface de contreface rigide à l'arrachement de la matière par usure. Ce résultat est en accord avec le résultat ci-dessus qui mis en évidence l'influence de la rugosité du disque sur l'usure des élastomères.

| Charge (N) | $10^{-3}\Delta m/\Delta Q$ (Disque 1) | $10^{-3}\Delta m/\Delta Q$ (Disque 2) | $10^{-3}\Delta m/\Delta Q$ (Disque 3) | $10^{-3}\Delta m/\Delta Q$ (Disque 4) |
|------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 5,64       | 1,85                                  | 2,90                                  | 2,51                                  | 6,12                                  |
| 11,29      | 3,56                                  | 4,03                                  | 4,05                                  | 7,10                                  |
| 16,93      | 4,69                                  | 5,42                                  | 6,35                                  | 8,45                                  |
| 22,58      | 5,65                                  | /                                     | /                                     | /                                     |

**Tableau 3.6 :** Valeurs de la pente de la droite de la variation de perte de masse en fonction de l'énergie P.V



**Figure 3.22:** Variation de perte de masse en fonction de l'énergie dissipée par frottement pour différents disques.

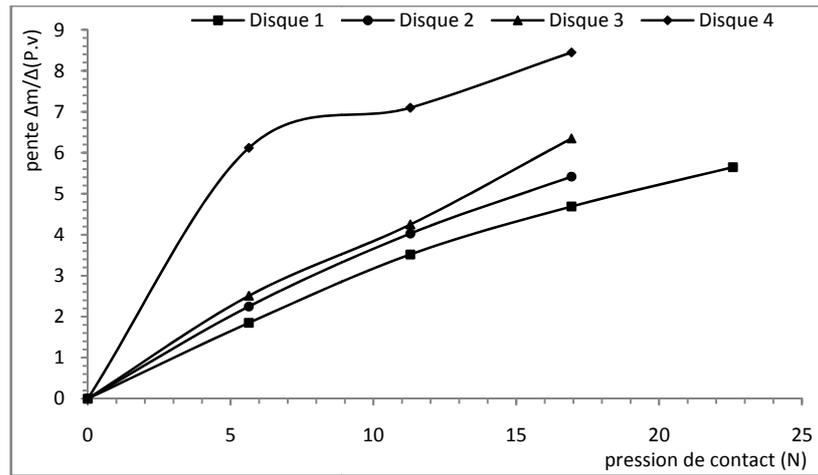


Figure 3.23 : Variation de rapport énergie dissipée /perte de masse en fonction de la pression de contact et rugosité du disque.

### 3.1.3. Etude de l'usure des élastomères vieillis

Les résultats d'étude de l'influence des conditions de vieillissement sur le comportement à l'usure de l'élastomère SBR sont présentés en figure 3.24. Ces courbes montrent que le matériau vieillis suit toujours un comportement qui peut être modélisé par le même modèle que celui du matériau vierge (non vieillis).

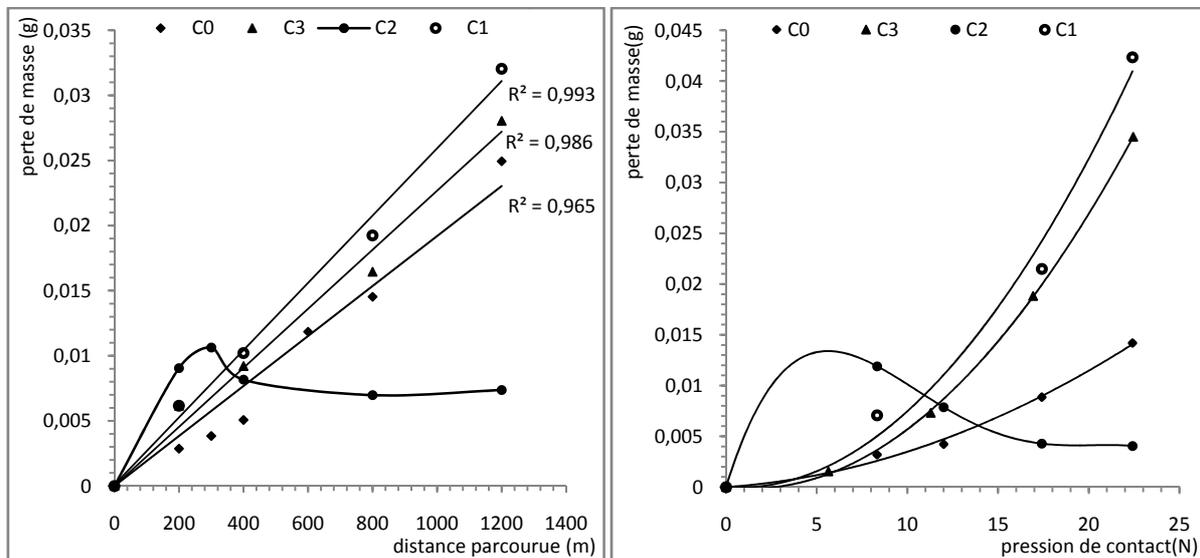
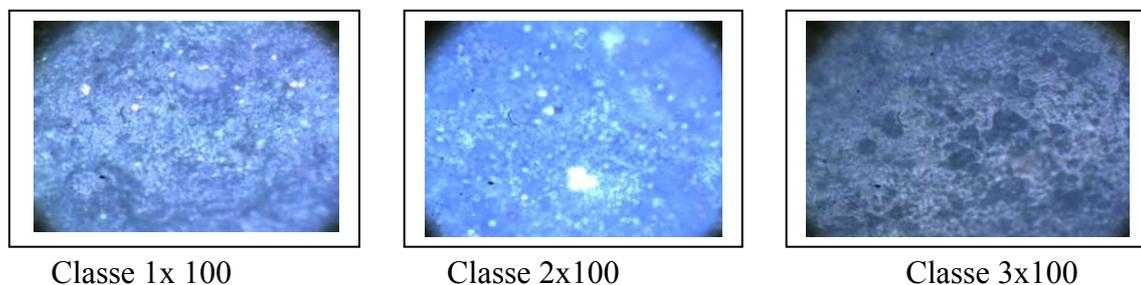


Figure 3.24 : Influence des conditions de vieillissement climatique sur le comportement à l'usure des élastomères chargés.

L'étude micrographique permet de constater l'état de dégradation causé par les différentes conditions de vieillissement. On note une rupture de la structure du matériau de classe 3 et qui n'est pas le cas pour le matériau de classe 2. Ce qui paraît, donc, que le milieu marin est très agressif pour le matériau et peut entraîner la dégradation intense au niveau de la structure du

matériau, alors que l'exposition au soleil fait changer la microstructure par l'attaque de charges de carbone ainsi qu'un durcissement du matériau (le matériau devient moins élastique). Cette observation macrographique explique les résultats de pertes de masse pour les trois classes du matériau vieillis i.e. la perte de masse est liée au degré de dégradation de la microstructure de l'élastomère SBR vieillis.

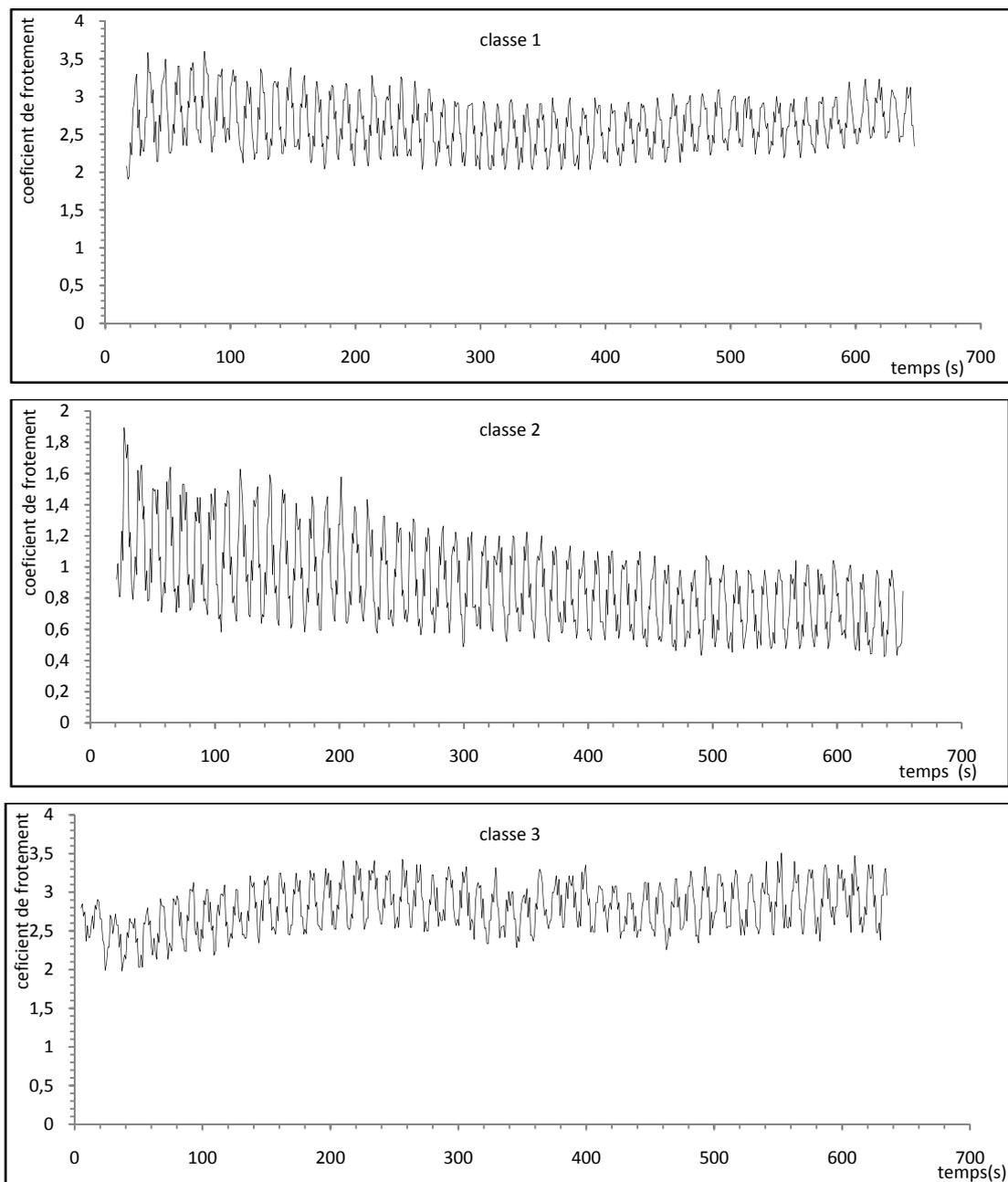
Les différentes microstructures de ces classes du matériau sont présentées en clichés micrographiques au microscope optique sur la figure 3.25. Nous constatons l'existence des évolutions de la microstructure due à la réaction du matériau avec son environnement. Les taches blanches sont présentes dans les deux classes d'élastomères vieillis et absentes dans la classe d'élastomère vierge. Nous présentons sur la figure 3.25 les résultats des essais d'usure d'un élastomère chargé vieillis sous des conditions climatiques (Tableau 3.1). Nous nous sommes intéressés à l'influence des conditions de vieillissement sur la résistance à l'usure de l'élastomère. Nous notons que l'allure de la variation de perte de masse en fonction de la distance parcourue par l'échantillon reste le même pour les matériaux vierge, soumis au soleil et soumis au milieu marin. Alors que le matériau sévèrement soumis aux rayons solaire présente un comportement particulier. Nous constatons que l'usure de cette dernière classe augmente d'une même façon linéaire que les trois autres types d'élastomère jusqu'à atteindre une valeur limite ou l'usure se stabilise.



**Figure 3.25:** Micrographie de différentes classes des élastomères vieillis.

Nous obtenons des résultats de mesure de coefficient de frottement qui sont en accord avec ce constat (Figure 3.26). Pour le matériau de classe 3, le coefficient de frottement ( $\mu = 2,9$ ) est légèrement supérieur au coefficient de frottement de classe 1 ( $\mu = 2,6$ ). L'évolution du coefficient de frottement du matériau de classe 2 (matériau soumis sévèrement au rayon solaire) est différente des deux autres classes du matériau vieillis : le coefficient de frottement a tendance de diminuer jusqu'à atteindre une valeur égale à 0,6 après un temps égal à 400 secondes environ. La distance parcourue dans l'essai correspond à la distance pour laquelle la perte de masse se stabilise ( $d = 280m$ ). Nous contribuons ce faible coefficient par la formation

d'une couche visqueuse formée au contact disque/échantillon (ceci est constaté au cours des essais). Cette couche est formée donc par l'énergie dissipée par frottement qui correspond au produit de la pression de contact et de la vitesse de glissement. En conséquence, le résultat de perte de masse en fonction de la pression de contact de l'échantillon vieillis de classe 3 est en accord avec ce phénomène de dissipation d'énergie par unité de masse. La matière usée reste collée sur la surface de contact (disque) en arrêtant le mécanisme d'arrachement de la matière. Cette couche joue le rôle d'un lubrifiant qui diminue l'effort tangentiel (par diminution de coefficient de frottement) à une valeur inférieure à l'effort nécessaire à l'arrachement des débris d'usure.



**Figure 3.26** : Coefficient de frottement des classes des matériaux vieillis

### 3.1.4. Modèle d'usure des élastomères chargés

Nous avons utilisé le modèle d'Archard modifié et nous avons procédé à la représentation des résultats expérimentaux par les courbes liant l'usure, mesurée par la perte de masse, aux paramètres tribologiques tels que : la pression de contact, la distance de glissement, les caractéristiques mécaniques d'élasticité du matériau et l'aire de contact (figure 3.16-19 et figure 3. 24). Ces résultats sont en corrélation avec le modèle de friction entre élastomère chargé et disque en acier XC38 adopté (Equation 3.8).

En effet, les courbes des figures présentées précédemment et la représentation du modèle adopté en figure 3.27 et Figure 3.28, nous permettent d'écrire l'équation de perte de masse en fonction de la distance parcourue  $d$  comme suit (l'équation est de forme linéaire) :

$$q = C \cdot d \quad (3.11)$$

avec :  $C = \alpha \cdot A \cdot (P/ShA)^\beta$  est une constante donnée pour une section d'un matériau et à une pression de contact fixe ( $A$  et  $P$  fixes).

Alors que l'équation de perte de masse en fonction de la pression de contact est représentée par une branche d'équation parabolique :

$$q = B \cdot (P/ShA)^\beta \quad (3.12)$$

avec :  $B = \alpha \cdot A \cdot d$  est une constante donnée pour une section d'un matériau et à une distance de glissement donnés ( $A$  et  $d$  fixes).

Avec les valeurs de la pression de contact atteindre par l'itération de procédure de fitting pour l'obtention de la loi de friction de matériau-counterface, le Fitting de l'équation ci-dessus est montré en figure 3.27-28. Les résultats de fitting donnent les valeurs des constantes matérielles présentés en Tableau 3.6.

Nous suggérons que les constantes  $\alpha$  et  $\beta$  sont des paramètres fonction de la sensibilité à l'usure du matériau à la variation de la vitesse de glissement et à la variation de la pression de contact respectivement. Nous constatons que la valeur de ces constantes peut définir la classe du matériau.

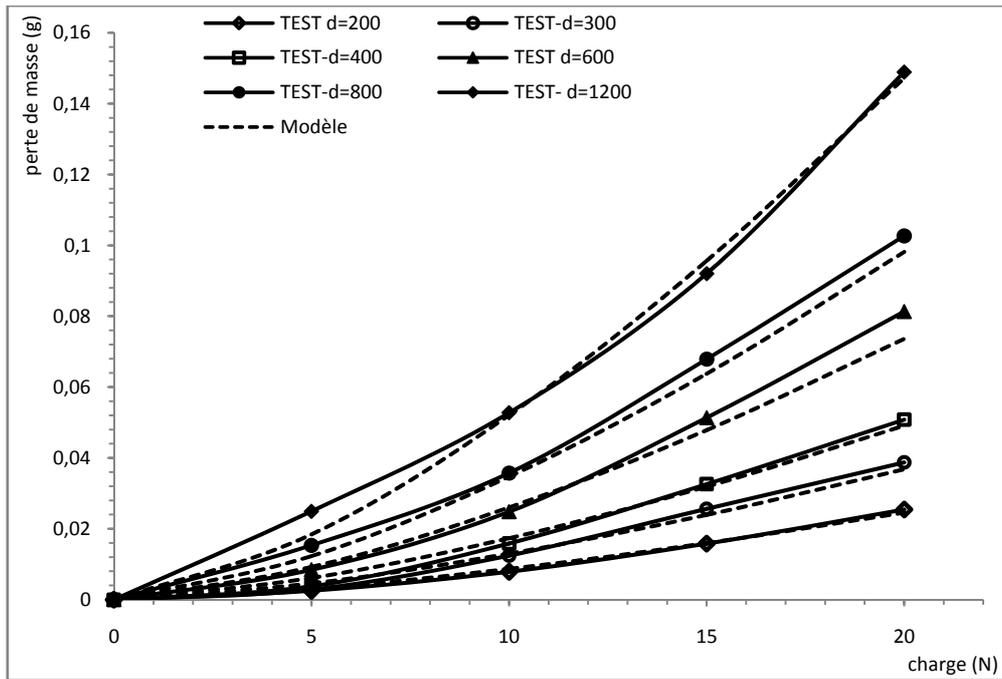


Figure 3.27 : Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact (Matériau M1)

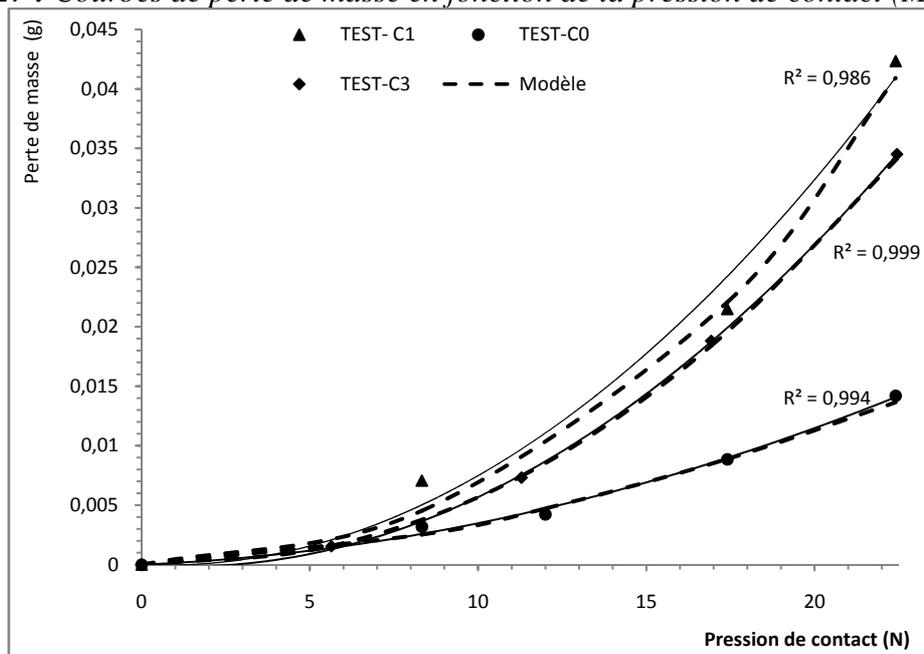


Figure 3.28. Courbes de perte de masse en fonction de la pression de contact (Matériau vierge et vieillis)

| Matériau  | $\alpha$ | $\beta$ |
|-----------|----------|---------|
| M 1       | 18,10    | 1,50    |
| Classe C0 | 41,09    | 1,71    |
| Classe C1 | 28,54    | 2,22    |
| Classe C3 | 20,76    | 2,22    |

Tableau 3.7 : Valeurs des constantes adimensionnelles du modèle d'Archard modifié

## 3.2. Usure abrasive

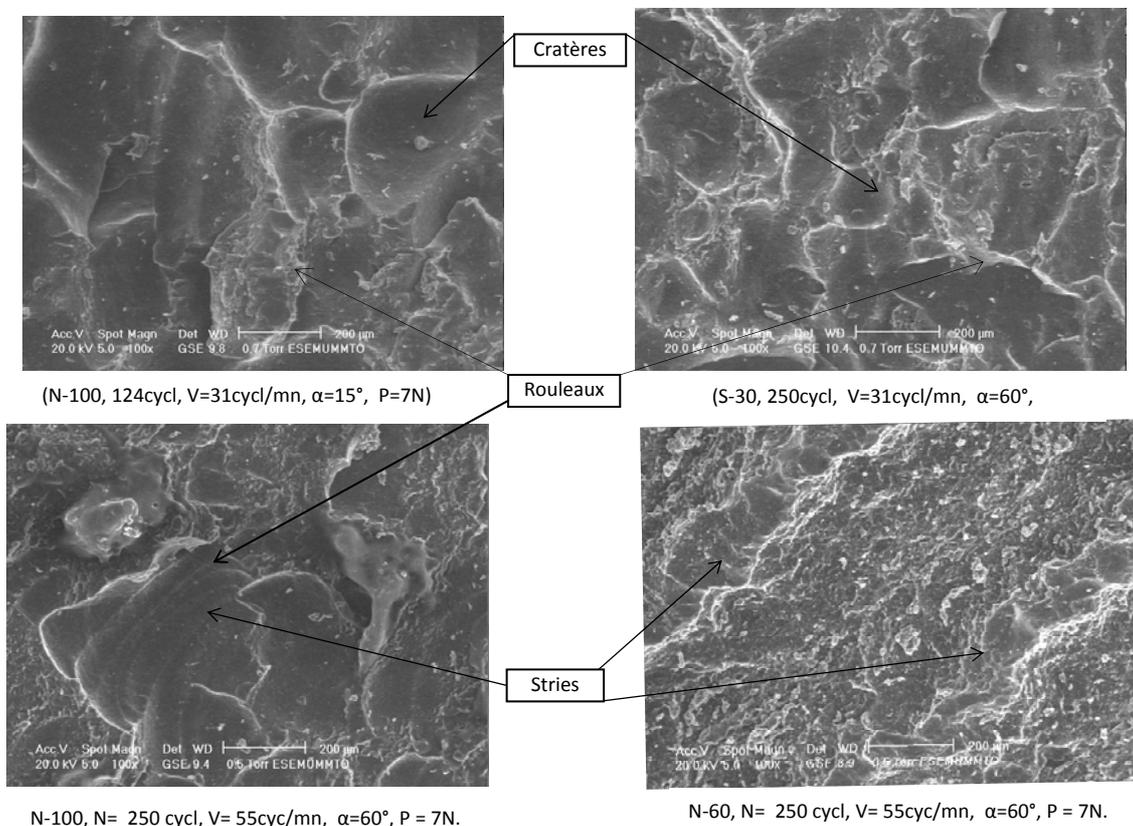
Les paramètres essentiels pour notre modélisation expérimentale de l'usure abrasive de l'élastomère sont :

- Le taux de charges dans la matrice de l'élastomère
- La vitesse de glissement de la lame abrasive
- L'angle de la lame à la surface de contact avec l'élastomère
- Influence des charges de noir de carbone et de silice
- L'évolution de la surface de contact au cours de l'essai d'usure abrasive

Ces paramètres sont les principaux qui influent sur le mécanisme d'usure abrasive qui est décrit par des modèles bases sur la mécanique de la rupture et les paramètres du matériau.

### 3.2.1. Micrographie des surfaces usées

Nous présentons des micrographies au MEB qui montrent l'état des surfaces usées (figure 3.29). Nous complétons nos résultats par une étude micrographique au MEB en suivant l'évolution de l'état de surface au cours de l'usure. Cette analyse nous permet de mettre en évidence les modes d'usure (usure en cratères, usure en stries par formation des rides et les rouleaux d'usure). Leurs dimensions et leurs nombres sont variables. Ils dépendent des valeurs des paramètres tribologiques.



**Figure 3.29** : Micrographie au MEB des surfaces usées.

### 3.2.2. Influence de l'angle de l'arrêt de la lame

L'influence de l'angle d'inclinaison de l'arrêt de la lame sur le taux d'usure linéaire est donnée sur la figure 3.32. Le mécanisme d'usure est influencé par le mode de déformation élastoplastique à la surface de glissement de l'indenteur au contact de l'élastomère. L'interprétation des résultats est en accord avec la combinaison de deux approches de Thomas et de Kopalinsky- Torrance. La première approche mis en évidence l'influence de l'angle de propagation des fissures sur la perte de masse. Le deuxième, appliqué aux polymères, en utilisant le modèle d'Archard, permet de lier le coefficient d'abrasion d'Archard à l'angle d'aspérité rigide en contact avec la surface de notre matériau (Approche de Kopalinsky-Torrance-Xie) [140]:

$$k_A = \frac{U_v}{L_F F_n} = \frac{1}{2\tau_{ap}} * \frac{\sin^2\alpha + 0.5\sin 2\alpha}{1 + 2\sin\alpha} \quad (3.13)$$

La courbe de la figure 3.30 représente graphiquement cette relation. Nous dirons que l'angle de l'arrêt est en liaison directe avec le mode de rupture et le mécanisme de déformation dans la matière se trouvant en zone d'arrachement. La relation entre l'angle d'inclinaison  $\theta$ , et la perte de masse peut être écrite comme suit :

$$\Delta m = C_1 \frac{\cos^2(\theta) + 0.5 \sin(\theta)}{1 + \sin(\theta)} + C_2 \quad (3.14)$$

Avec :

$C_1$  : Une constante caractérisant la rigidité du matériau. Cette rigidité est donnée par sa dureté Shore A.

$C_2$  : Une constante du matériau pour un angle  $\theta=90^\circ$  (contact plan/plan).

Le modèle d'usure (équation (3.11)) et les résultats expérimentaux sont montrés en figure 3.32. ce fitting nous permet de déterminer les constantes du matériau  $C_1$  et  $C_2$ . Les résultats de fitting sont donnés en Tableau 3.7.

| Matériau | Valeur de $C_1$ | Valeur de $C_2$ |
|----------|-----------------|-----------------|
| S-50     | 0,051           | 0,033           |
| N-50     | 0,017           | 0,0016          |
| N-100    | 0,122           | 0,041           |
| N-60     | 0,034           | 0,011           |

**Tableau 3.8 :** Valeurs des constantes du matériau pour l'usure abrasive

En comparant la relation représentant le modèle théorique (équation 3.10) et le modèle expérimentale (équation 3.11), nous constatant que la constante  $C_2$  est déterminée par la résistance du matériau qui est liée à son tour à la rigidité du matériau. Afin de déterminer expérimentalement la constante  $C_2$ , nous exprimons cette constante par une relation entre  $C_2$  et la dureté Shore A. pour ce faire, nous utilisons la relation suivante donnée par CETIM :

$$E = \frac{15,75+2.15ShA}{100-ShA} \left(1 + 0,3 \frac{ShA}{100}\right) \quad (3.15)$$

Cette relation exprime le module de young d'un caoutchouc en fonction de sa dureté Shore A. les résultats de calcul de  $C_2$  à l'aide la relation 3.12 est résumé donne le Tableau 3.8.

| Matériau | Valeur de $E$ |
|----------|---------------|
| S-50     | 5,55          |
| N-50     | 1.61          |
| N-100    | 12,42         |
| N-60     | 3,61          |

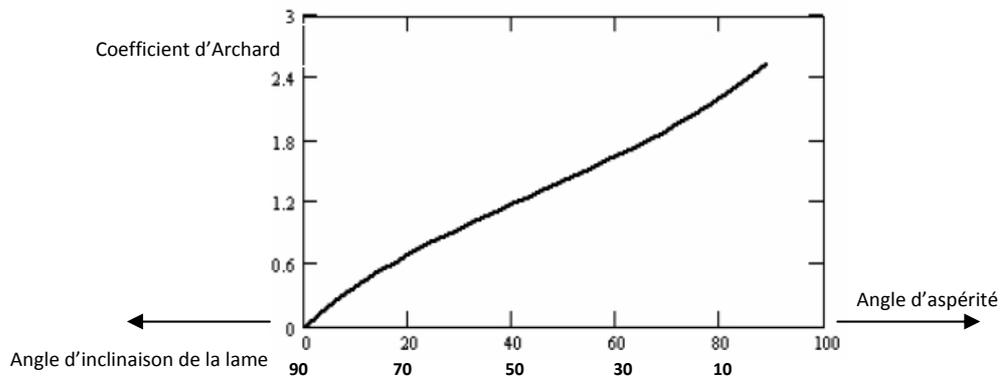
**Tableau 3.9:** Valeurs du module Young  $E$  calculé par la relation CITEM

Les valeurs obtenues de la constante  $C_1$  par fitting et les valeurs e module de young se concordent et la constante  $C_1$  est estimer par la relation suivante :

$$C_1 = \frac{E}{100} \quad (3.16)$$

La figure 3.33 représente la variation des constantes du matériau  $C_1$  et  $C_2$  en fonction de la dureté Shore A de l'élastomère NBR. Les deux courbes suivent une allure exponentielle et les constantes sont données par les relations suivantes :

$$C_1 = 10^{-3} e^{0,056.ShA} \quad \text{et} \quad C_2 = 2.10^{-9} ShA^{3,942} \quad (3.17)$$



**Figure 3.30:** Courbe de variation de coefficient d'Archard en fonction de l'angle d'aspérité pour un polymère [140]

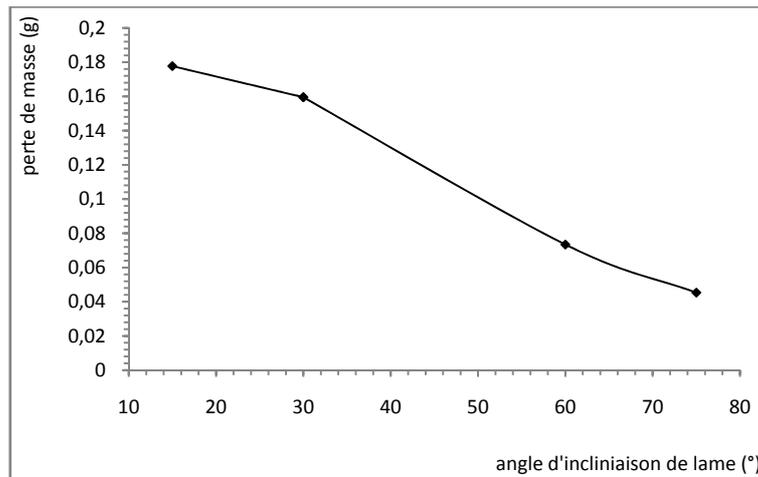


Figure 3.31: Courbe typique perte de masse en fonction de l'angle d'inclinaison de lame.

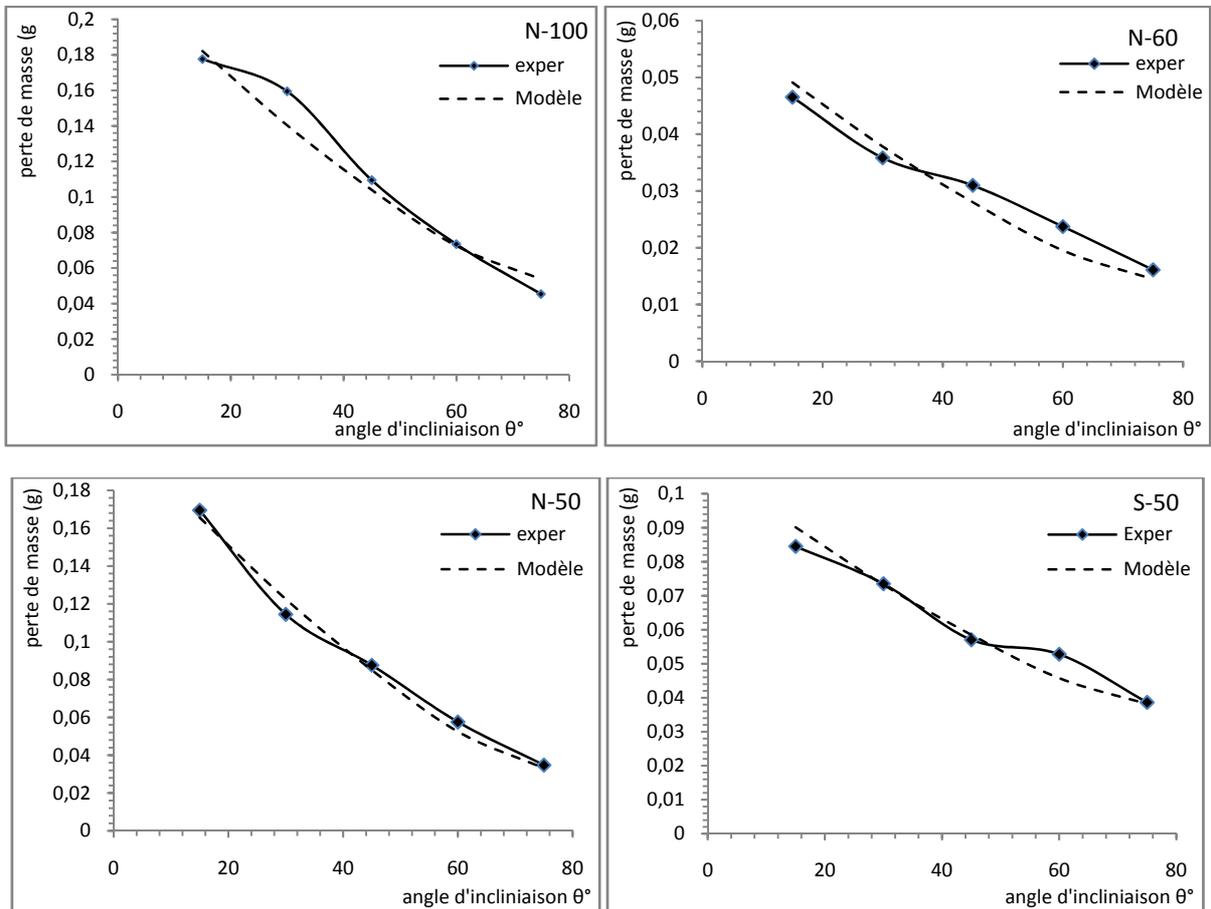


Figure 3.32: Courbes de variation de perte de masse en fonction de l'angle d'inclinaison de la lame

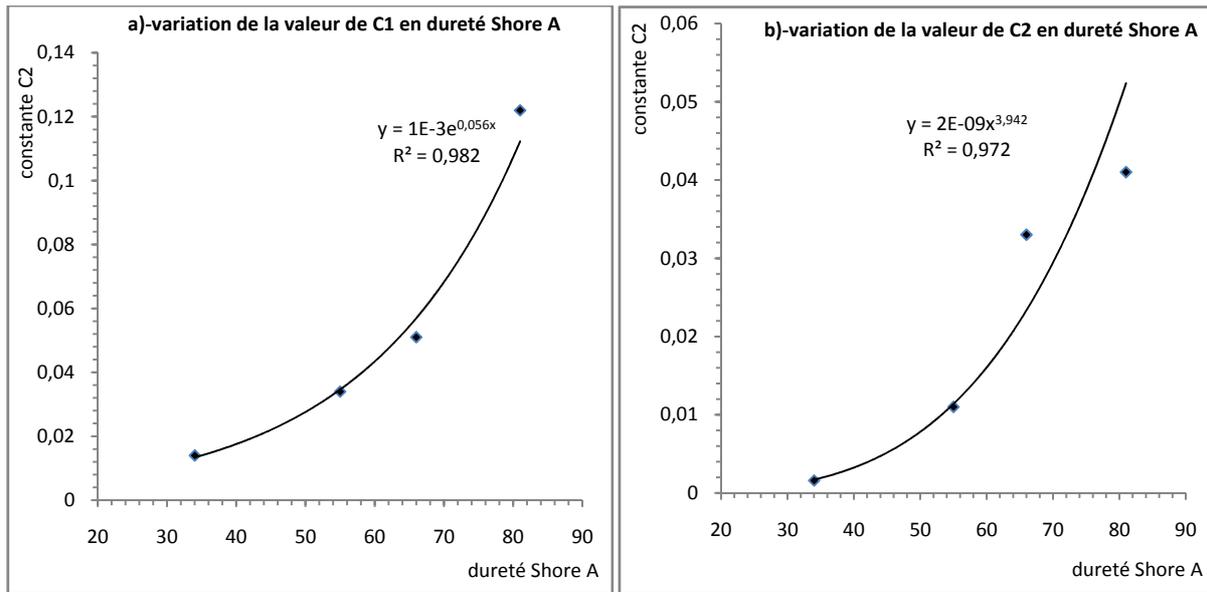


Figure 3.33: Courbes de variation de la valeur des constante du matériau  $C_1$  et  $C_2$ .

### 3.2.3. Influence de vitesse de glissement

Nous étudions dans ce qui suit l'influence des vitesses de glissement en utilisant des élastomères de différents taux de charges (Figure 3.35). Nous utilisons une charge normale égale à 8N avec les gammes de vitesses disponibles sur la machine.

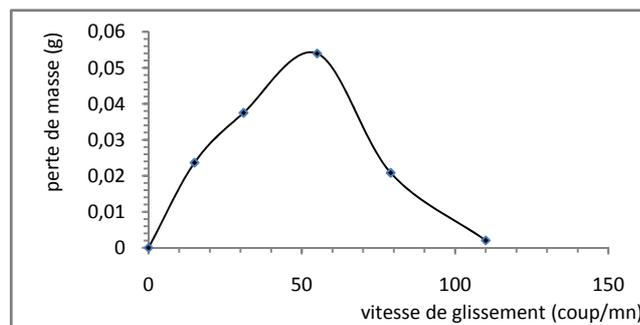
L'analyse de l'ensemble des courbes de variation de la perte de masse en fonction des vitesses de glissement, pour les différents matériaux avec des taux de charges différents, permet de constater l'existence d'un pic. Nous constatons que l'usure augmente avec l'augmentation de la vitesse jusqu'à atteindre une valeur maximale puis décroît en augmentant d'avantage la vitesse de glissement. Donc, nous suggérons l'existence d'une vitesse critique ou bien vitesse d'usure maximale. Cette vitesse est liée aux paramètres tribologiques de l'essai. Les valeurs de cette vitesse critique, en fonction de la dureté shore A du matériau, sont données au Tableau 3.10. L'évolution de la valeur de cette vitesse est inversement proportionnelle à la dureté Shore du matériau et elle est présentée sur la figure 3.36. On peut écrire la relation suivante :

$$\log V_{crit} = -0,375 \log ShA + 5,32 \quad (3.18)$$

|                            |    |    |    |    |
|----------------------------|----|----|----|----|
| Vitesse critique (cycl/mn) | 20 | 25 | 35 | 55 |
| Dureté Shore A             | 66 | 61 | 55 | 45 |

Tableau 3.10 : Valeurs des vitesses critiques pour l'usure maximale.

On explique l'existence du pic par l'augmentation du phénomène d'usure due à la formation des rides par déformation de la matière à la surface de contact. La vitesse de glissement représente la vitesse de déformation du matériau. A faible valeur de la vitesse de glissement, on occasionne la relaxation de la matière par le mécanisme de formation des rides avec des dimensions qui augmentent en augmentant la valeur de la vitesse de glissement jusqu'à atteindre une valeur critique. En augmentant d'avantage la vitesse de glissement, il est probable que le taux de déformation diminue ce qui explique la diminution de l'usure jusqu'à atteindre une valeur faible. La valeur critique de la vitesse de glissement dépend de la nature du matériau, notamment de l'élasticité mécanique. Les courbes de variation de l'usure en fonction de la vitesse de glissement montrent par exemple que pour le matériau N-80 présente une vitesse critique égale à 20cyc/mn alors que le matériau S-20 plus élastique donne une valeur critique de vitesse de glissement égale à 55cyc/mn. Nous avons le même constat en comparant les valeurs des vitesses critiques des matériaux S-50, N-80 et N-60 qui sont respectivement 15cyc/mn, 20cyc/mn et 25cyc/mn. Par analogie avec les paramètres régissant le mécanisme de coupe et le mécanisme d'usure abrasive d'élastomères, nous traduisant l'influence de vitesse de coupe sur la variation de l'effort de coupe par la formation d'arrête rapportée ; ceci est analogue à la formation des rides d'usure en fonction de la vitesse de glissement. En suivant cette logique, il nous semble correct de penser que l'augmentation dans les dimensions des rides augmente avec l'augmentation de la vitesse par l'augmentation des déformations viscoélastoplastiques de l'élastomère à la surface d'abrasion. Ces déformations sont donc en fonction d'une caractéristique du matériau qui peut être affecté par l'effet de la température. Ainsi, on attribue l'élévation de température par l'augmentation de la vitesse de glissement. En conséquence, la viscoplasticité de l'élastomère diminue ce qui traduit une diminution dans les dimensions des rides apparus. Ceci explique la diminution de nouveau la perte de masse en fonction de la vitesse de glissement dans la deuxième partie de la courbe représentant le phénomène.



**Figure 3.34:** Courbe typique de perte de masse en fonction de vitesse de glissement.

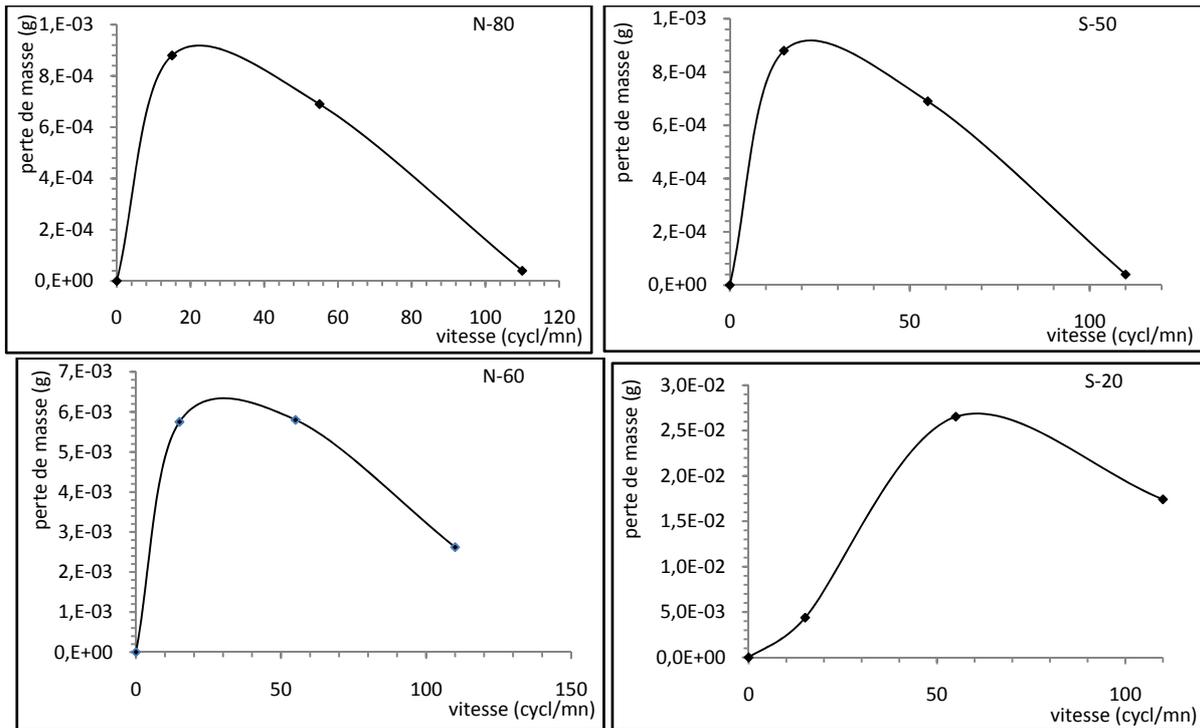


Figure 3.35: Influence de vitesse de glissement sur l'usure abrasive de l'élastomère

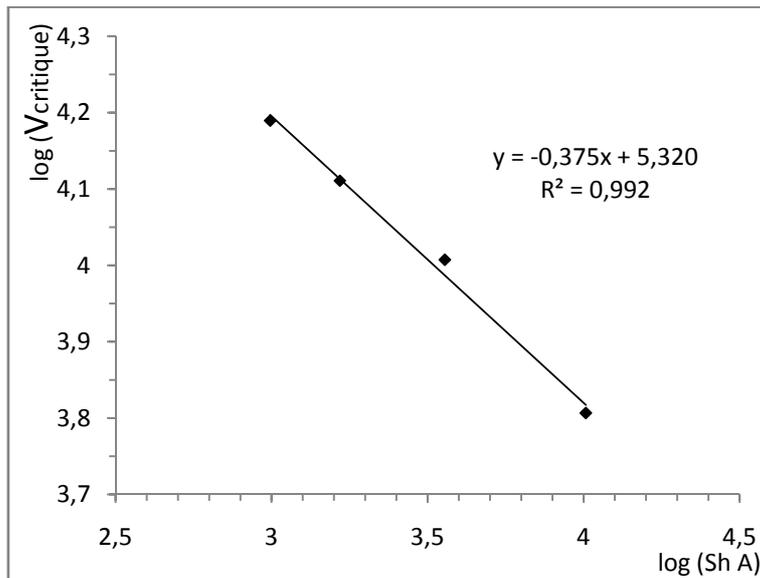


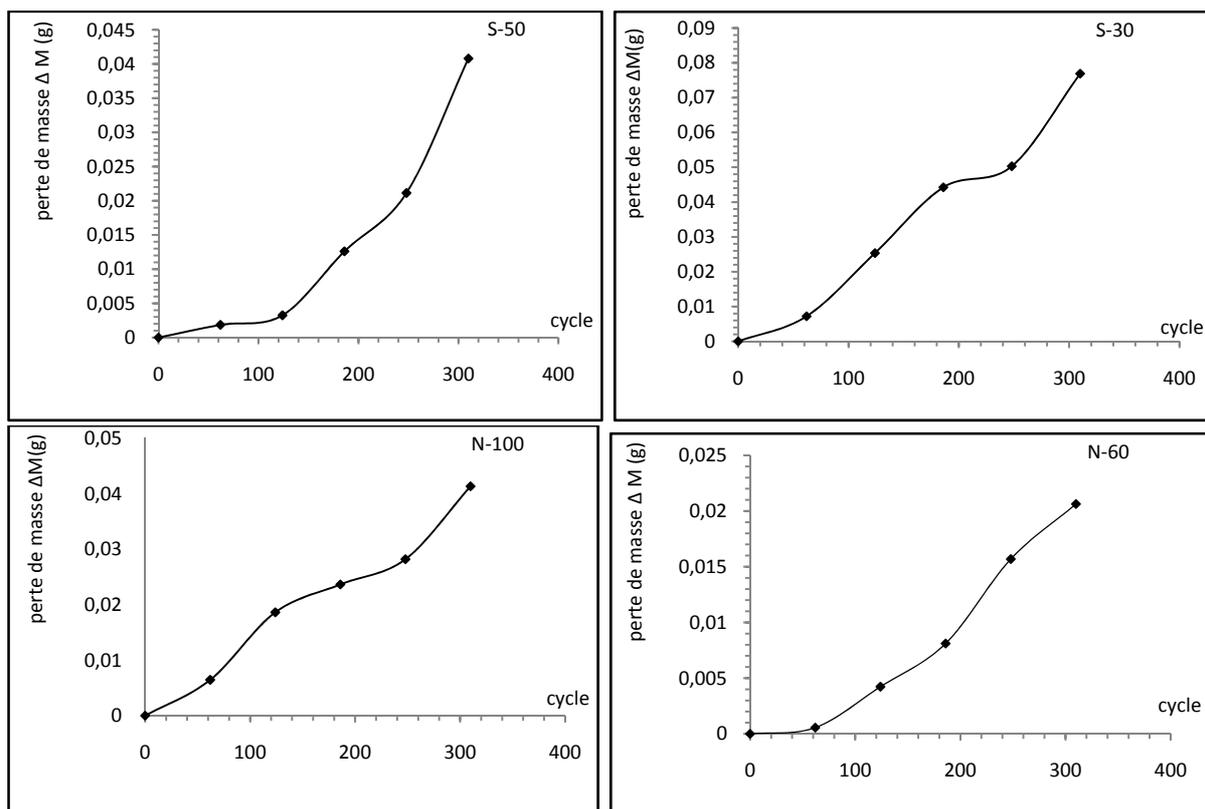
Figure 3.36 : Evolution de la vitesse d'usure maximale en fonction de la dureté Shore A.

### 3.2.4. Influence de la durée d'utilisation (nombre de cycle)

Les résultats de l'étude expérimentale de la variation de la perte de masse par usure abrasive en fonction de l'angle d'inclinaison de la lame d'élastomère sont représentés sur la figure 3.37 pour différent matériau. L'étude de l'influence du nombre de cycle met en jeu l'usure abrasive par fatigue. Nous résumons les étapes d'arrachements de la matière en trois étapes :

- La première étape, il y a endommagement de la matière à la surface. Le nombre de cycle est  $N_1$ .
- La deuxième étape, c'est la naissance des fissures à la surface de contact.
- En dernières étapes, c'est la propagation des fissures.

Au début de l'usure abrasive, l'arrachement de la matière est limité aux points qui présentent des défauts de structure où l'énergie de rupture est la plus faible comme les agglomérats ou bien les défauts des trous à la surface de la matière. En suite avec l'augmentation du nombre de cycle, l'endommagement augmente à la surface de contact ce qui augmente le nombre des fissures et par conséquent la perte de masse. Le cycle d'arrachement de la matière s'accroît par la propagation de fissures existantes et la naissance autres fissures. Cette analyse est donc conforme avec les résultats de la perte de masse en fonction du nombre de cycles. Nous constatons que la variation suit une loi exponentielle qui est aussi la même pour les lois de rupture par fatigue (lois de Paris).

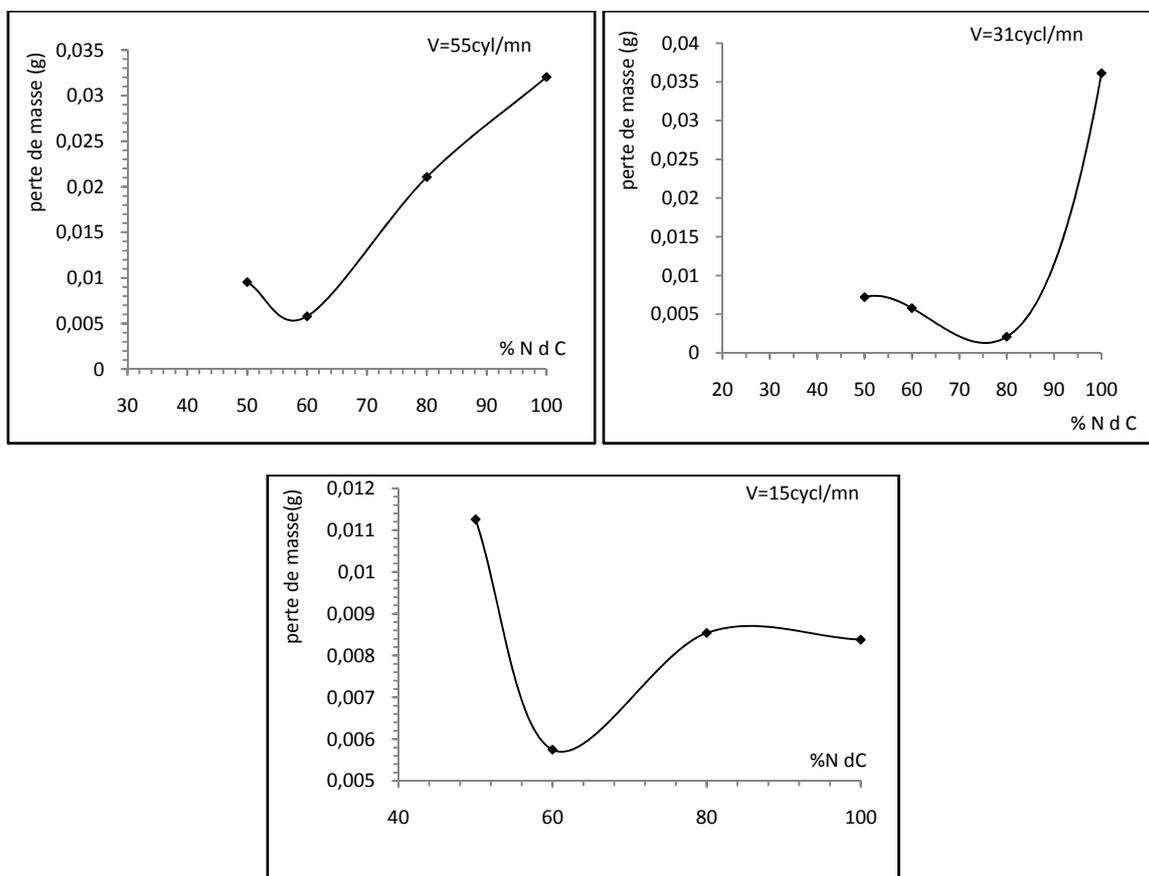


*Figure 3.37: Variation de perte de msse en fonction de nombre de cycle*

### 3.2.5. Influence des charges de noir de carbone et de silice

Les résultats de l'influence des charges de noir de carbone et de silice sont présentés en figure 3.38 et 3.39. Les résultats sont obtenus pour des différentes valeurs de vitesse de glissement de 15cyc/mn, 31cyc/mn et 55cyc/mn que nous admettant relativement faibles,

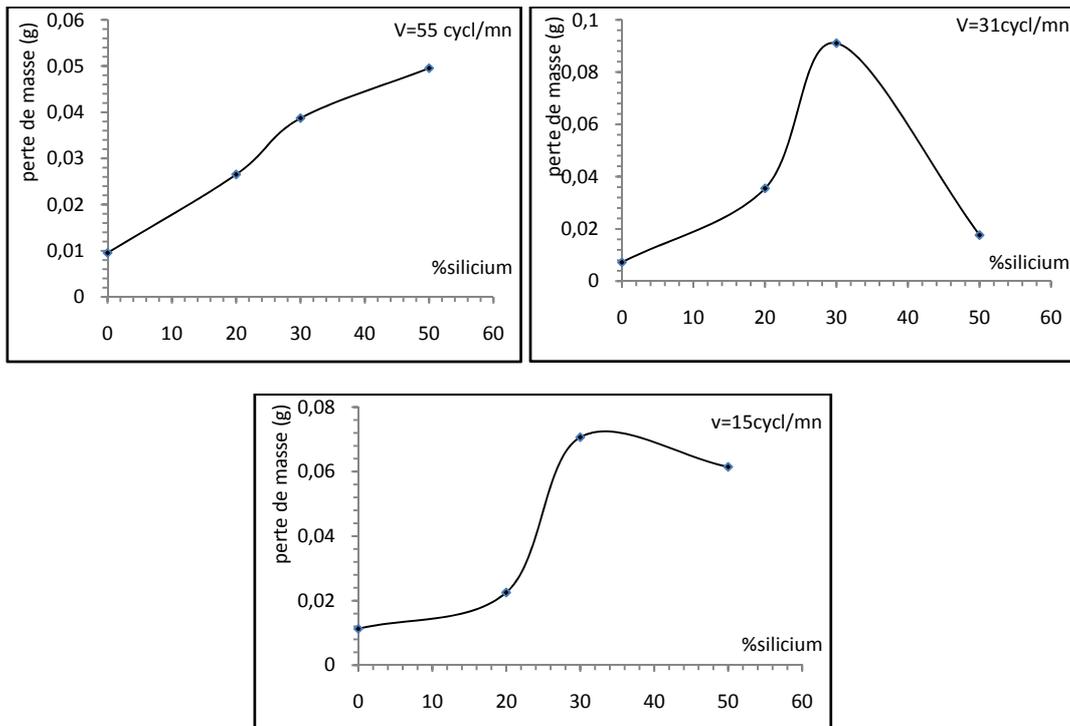
moyenne et élevée respectivement. Pour l'ajout de noir de carbone, l'allure des courbes obtenue est facile à reproduire et présente un minimum. Ce minimum est lié à la vitesse de glissement ; nous obtenons une usure minimale avec des taux de noir de carbone égaux à 65, 75 et 58% respectivement. Ce résultat est en accord avec le résultat déjà obtenu pour l'influence de la vitesse de glissement sur l'abrasion des élastomères de l'étude. Nous expliquons le phénomène liant l'usure minimale au taux de charge, au mécanisme de formation d'agglomérat dans la matrice d'élastomère. Nous attribuons l'accroissement de l'usure abrasive des élastomères avec l'augmentation de taux de charge de carbone au deux paramètres de types microstructurale et mécanique : le premier s'exprime par la taille des agrégats qui peuvent être des sites d'usure par cratères et le deuxième caractérisé par la résistance à la rupture qui suit une courbe enveloppe.



**Figure 3.38:** Influence de taux de noir de carbone sur l'usure abrasive des élastomères

Pour les charges de silice, nous notons la dispersion des résultats. Ces résultats représentés par la figure 3.39 montrent que les courbes sont à l'inverse à celle obtenus dans le cas des charges de noir de carbone. Ces résultats obtenus sont inverse à l'influence de noir de carbone. L'usure augmente jusqu'à une valeur maximale d'usure puis décroît en augmentant

le taux de charge. Les charges renforçantes sont caractérisées par trois paramètres principaux à savoir la structure, la surface spécifique et l'activité chimiques [176]. Contrairement aux noirs de carbones (charges traditionnelles pour le renforcement des élastomères) pour lesquels les interactions avec la matrice sont spontanées, la silice nécessite l'emploi d'un agent de couplage et de recouvrement.



*Figure 3.39 : Influence de taux de silicium sur l'usure abrasive des élastomères*

### 3.2.6. Adoption d'un modèle d'usure abrasive

L'étude de l'interaction au surface de contact élastomère/antagoniste rigide en usure implique la prise en compte d'un très grand nombre de paramètres afin d'expliquer les phénomènes qui s'y déroulent (Figure 3.40). La compréhension n'est pas aisée parce qu'il s'agit d'un problème pluridisciplinaire faisant intervenir les sciences tels que :

- La chimie d'élaboration (transformation structurale, agglomérat, interaction charge/matrice, gomme percolant...).
- La thermodynamique (échauffement, écoulement)
- La tribologie (frottement, contact, usure)
- La métrologie (macro et micro géométrique, intégrité des surfaces)
- La mécanique des matériaux (lois de comportement)

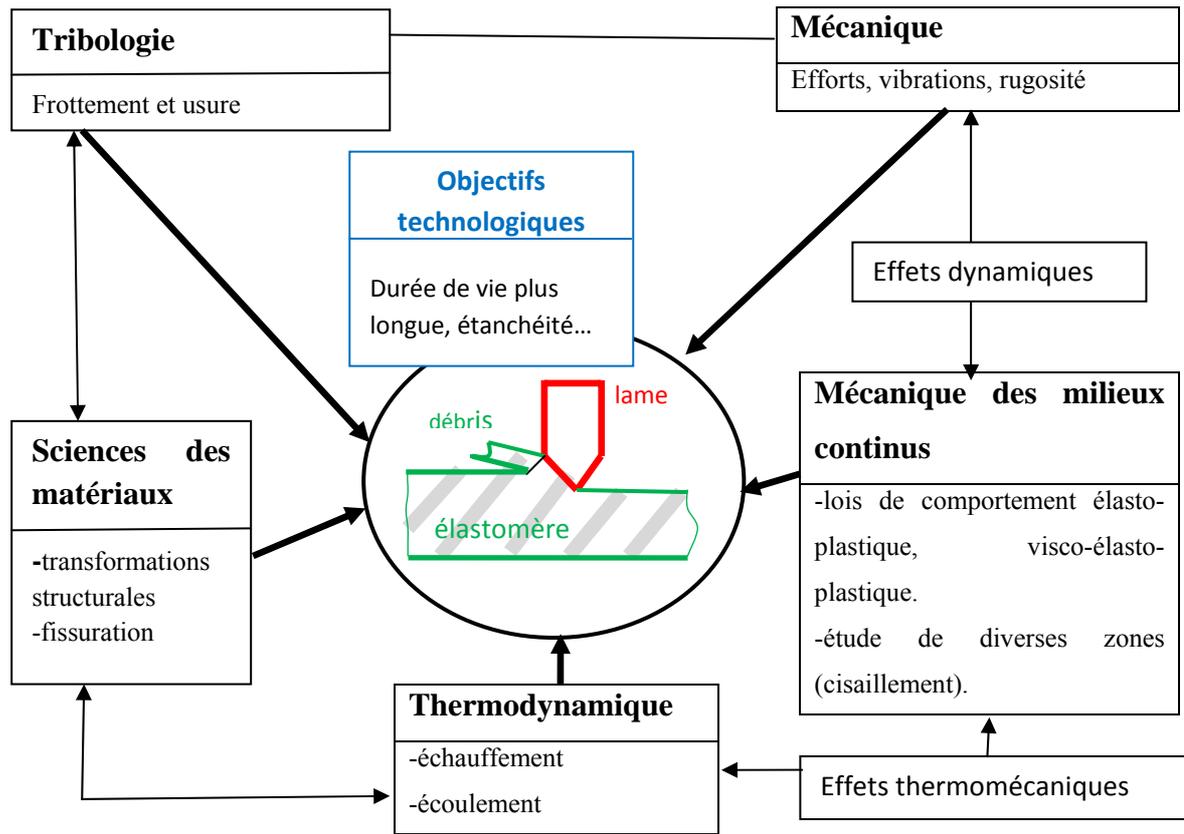


Figure 3.40: Schéma général du modèle d'usure abrasive

Si nous faisons une analogie entre le phénomène de coupe orthogonale des métaux et le mécanisme d'abrasion des élastomères, nous pourrions développer des relations semblables entre les paramètres tribologiques. Cette analogie est basée sur :

- la variation de la masse abrasée en fonction de la vitesse de glissement (figure 3.35) et la variation de débit de coupe enlevé en fonction de la vitesse de coupe.
- L'influence de l'angle de la lame sur la perte de masse dans l'usure abrasive (figure 3.32) et l'influence de l'angle de coupe sur l'effort de coupe.
- L'évolution de l'usure de l'arrête de coupe au cours de temps (durée de vie d'un outil) et l'usure abrasive avec le nombre de cycle de fonctionnement de l'élastomère (figure 3.37).

Notons que l'effort tangentiel par unité de surface à l'arrachement de coupeau,  $k_c$ , peut être désigné comme « coefficient spécifique de coupe » ou « pression spécifique de coupe ». Nous nous intéressons à la composante tangentielle et par la définition de la force de coupe par unité de surface, s'écrit :

$$F_t = k_c \cdot S \quad (3.19)$$

avec  $F_t$  en N,  $k_c$  en N/mm<sup>2</sup> et S section de cisaillement des coupeaux en mm<sup>2</sup>.

Nous faisons une approximation de débit volumique de matière enlevé par abrasion et par unité de distance parcourue (usure),  $V$ , en supposant que ce dernier est linéairement proportionnel à l'effort tangentiel :

$$V = k'_c \cdot S \quad (3.20)$$

Nous appuyons sur le modèle mécaniste de coupe tiré du modèle de Merchant [177]. De nombreux paramètres influencent  $k'_c$ , les principaux sont : la nature de l'élastomère (caractéristiques mécaniques), l'épaisseur minimale du coupeau et la forme géométrique de la lame (angle d'inclinaison et rugosité).

- Influence des caractéristiques mécaniques de l'élastomère : afin de quantifier l'influence des caractéristiques mécaniques du matériau abrasé, il est nécessaire d'abréger différentes classes d'élastomères dans des conditions identiques et de mesurer  $V$ , dans tous les cas. Alors, on calcule la pression spécifique à l'abrasion. Les modèles de calculs d'usure devront donc forcément intégrer le type de matériau par l'intermédiaire d'une valeur associée à chacun. Et par analogie avec le modèle de la coupe, nous proposons un modèle de forme générale suivant :

$$k'_c = C \cdot g(V_g, a, \alpha) \quad (3.21)$$

avec  $C$  constante liée au matériau,  $V_g$  vitesse de glissement,  $a$  est la profondeur de pénétration de la lame dans l'élastomère liée à la charge appliquée et  $\alpha$  est l'angle d'inclinaison de lame.

- Influence de la vitesse de coupe : nous avons constaté que l'allure des courbes de la variation de l'effort de coupe en fonction de la vitesse de coupe (en coupe) est analogue à celle de la courbe de variation d'usure abrasive en fonction des vitesses de glissement. L'évolution est probablement liée au mécanisme des rides (ondes de Schamallach) dans l'abrasion de l'élastomère qui est analogue au mécanisme de formation de l'arête rapportée en coupe.
- Influence de l'inclinaison de la lame : même constat peut être fait que celle concernant l'influence de la vitesse glissement. L'angle de coupe dans un outil de coupe est équivalent à l'outil d'inclinaison de la lame d'abrasion.
- Influence de nombre de cycle ou durée d'abrasion : si le temps de coupe est un paramètre capital dans l'émoussement de l'arête de l'outil, par analogie l'évolution de l'endommagement et de la dégradation de la surface d'abrasion des élastomères par fissuration et détachement de la matière est primordial pour la perte de masse ou bien sur l'évolution du « coefficient de pression spécifique à l'abrasion ». Cette analogie

est faite en comparant les courbes de variation de pression spécifique de coupe en fonction du temps et les courbes de variation de perte de masse en fonction de nombres de cycle obtenues dans les essais d'abrasion. Ces courbes peuvent donc être réparties en trois zones plus moins longues :

Zone 1 : l'abrasion est relativement insensible au nombre de cycle ; la surface résiste à l'endommagement.

Zone 2 : l'abrasion augmente avec le nombre de cycle. Dans cette zone, l'endommagement par fatigue de la surface de l'élastomère abrasé devient significatif. Aussi, il peut avoir des arrachements par fissure qui contribue à l'accélération de l'abrasion de la matière à la surface.

Zone 3 : l'augmentation de l'abrasion peut être d'une façon accentuée. Ceci revient à la détérioration critique de la surface après arrachement de la matière. Cet arrachement augmente la « rugosité » de la surface et l'arrachement n'est pas à la racine des débris.

- Influence de la section d'abrasion : l'analogie entre les deux phénomènes pour ce paramètre est évidente et vérifiée. La variation de la pression spécifique de coupe en fonction de la largeur de coupe est linéaire ce qui l'est aussi pour la variation de quantité de matière arrachée par abrasion en fonction de la largeur de l'échantillon.

Nous examinons l'extension de cette étude analogique sur les autres paramètres déterminant les conditions d'utilisation des élastomères, comme l'équivalence entre la vitesse de moindre usure, débit du coupeau dans la coupe et la vitesse d'abrasion maximale, temps d'abrasion volumique (nombre de cycle) dans l'usure abrasive respectivement. Il est clair que la vitesse d'abrasion maximale correspond à la vitesse critique d'abrasion retrouvée sur les courbes de variation de perte de matière en fonction de vitesse de glissement. Nous écrivons aussi, par analogie à la loi de Taylor et pour un matériau donné, la relation suivante :

$$v_g N^\alpha = C \quad (3.22)$$

avec  $v_g$  est la vitesse de glissement,  $N$  est le nombre de cycle d'utilisation de l'élastomère,  $\alpha$  et  $C$  constante sans dimension du matériau.

Cette relation présente un intérêt pratique pour un constructeur ingénieur, elle permet de fixer la durée de vie ou d'utilisation de l'élastomère sous une vitesse de glissement donnée avant d'atteindre une usure maximale de fonctionnement d'un mécanisme.

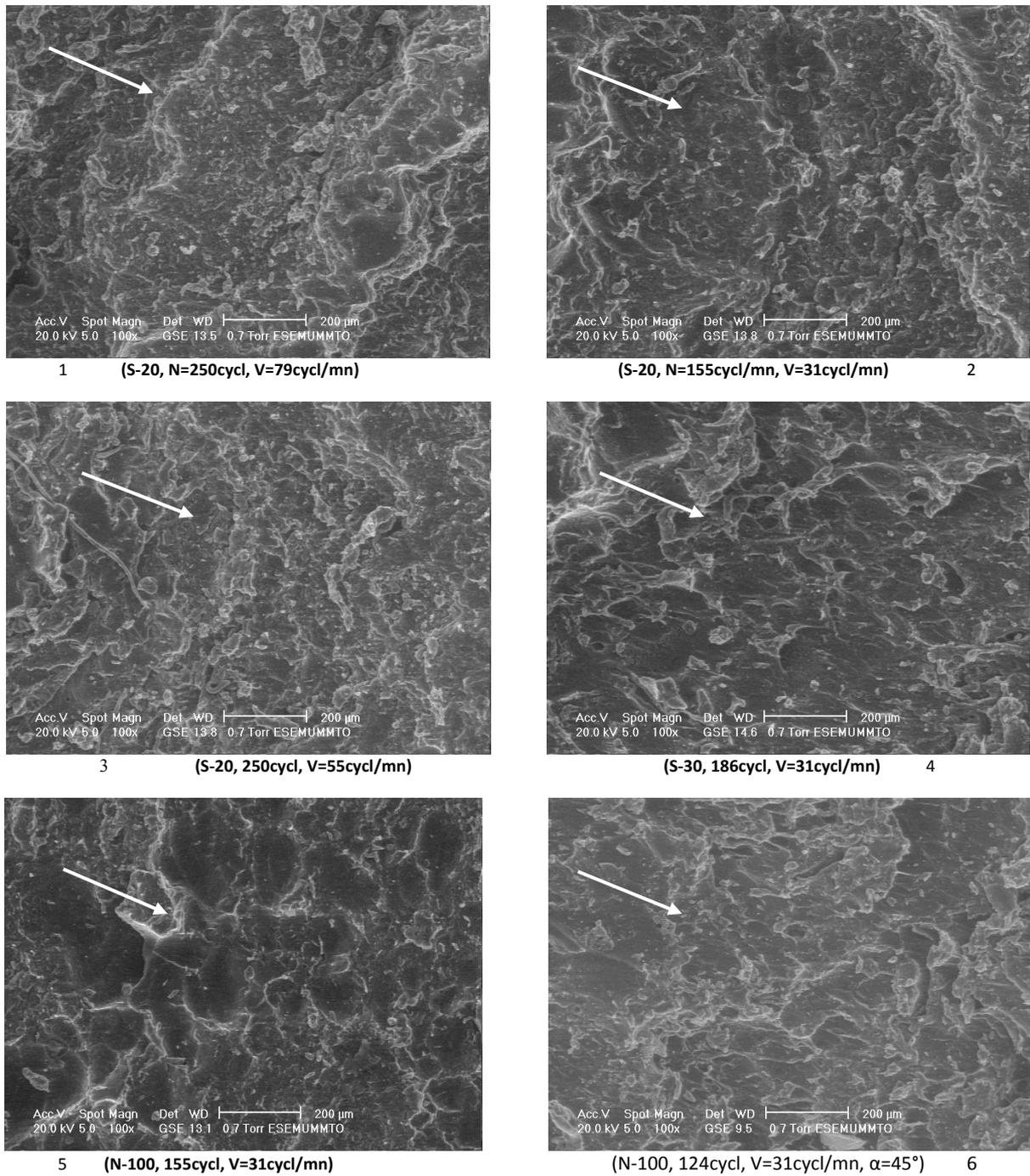
### 3.3. Micrographie des surfaces usées

#### 3.3.1. Influence des paramètres tribologique

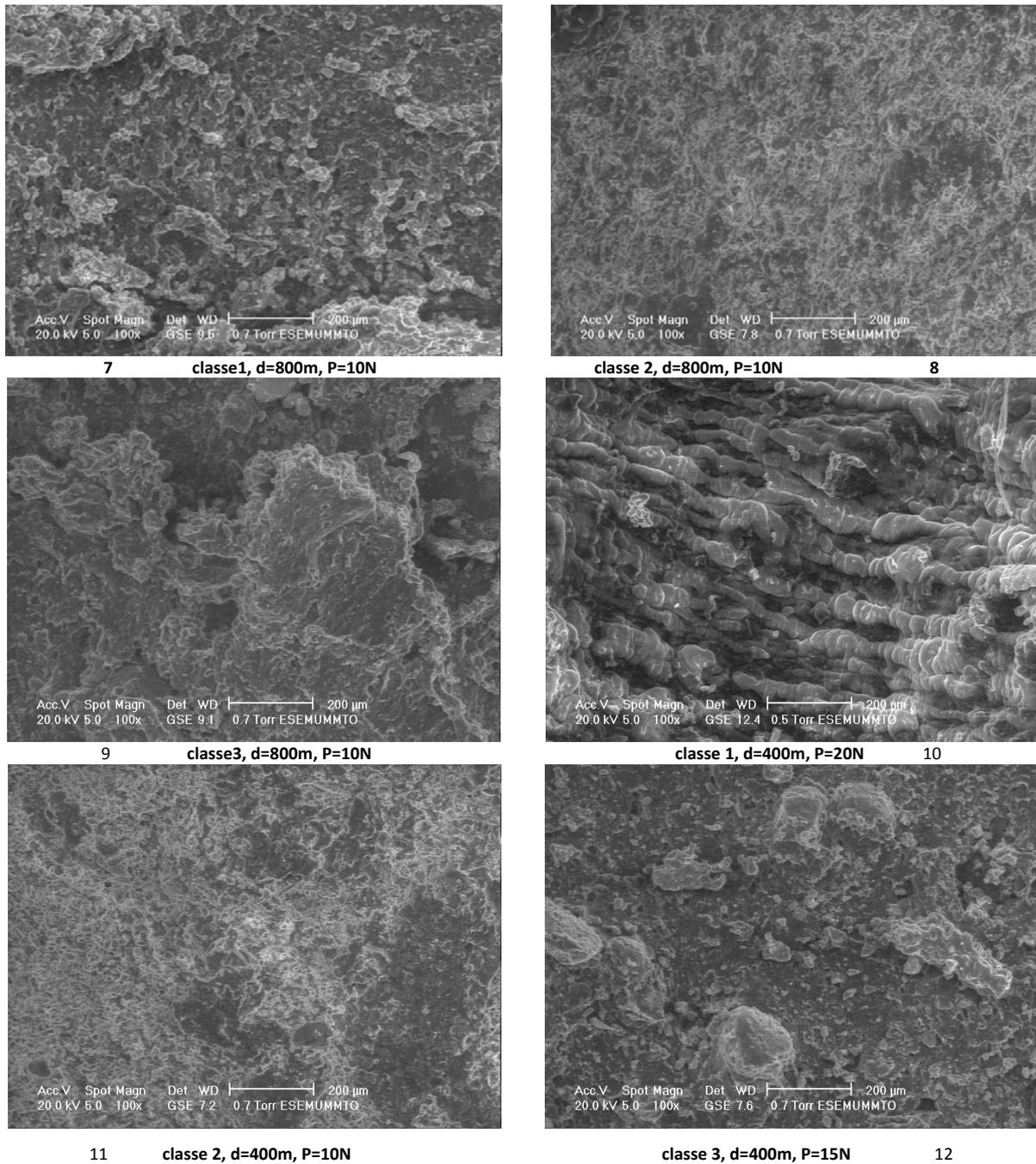
-L'étude micrographique est réalisée dans le but d'analyser l'évolution de dégradation des surfaces des élastomères abrasés en fonction des paramètres tribologiques tels la vitesse de glissement, l'angle d'inclinaison de la lame, le nombre de cycle, la pression de contact et la composition chimique du matériau. Les modes d'usure tels que les rides et cratères d'usure, ainsi que l'uniformité de mécanisme d'arrachement de la matière sont mises en évidence micrographique des surfaces usées des échantillons choisis parmi d'autres (Figure 3.41). Nous constatons que les paramètres tribologiques influent sur l'état de dégradation des surfaces.

L'analyse des faciès de rupture montre que la rupture peut être fragile, ductile ou fragile-ductile. Ceci est lié aux conditions d'essais de l'usure des élastomères. La rupture ductile se caractérise par une déformation à rupture forte et une énergie à rupture forte. Le faciès de rupture ductile présente un aspect micrographique mat et fibreux. Un faciès de la rupture fragile se caractérise par une déformation à rupture faible et une énergie à rupture faible. Il présente des micro-reliefs des languettes. Le type de faciès nous renseigne sur le mécanisme d'arrachement de la matière à la surface usée.

Nous avons prélevés des clichés micrographiques de l'usure adhésive des différents classes de matériaux vieillis (clichés n°7, 8, 9, 10, 11 et 12 présentés sur la figure 3.42). Nous notons à travers ces micrographies l'influence de vieillissement sur la forme de la surface usée dans les mêmes conditions tribologiques en premier lieu puis en second lieu nous mettons en évidence l'influence de la pression de contact. L'arrachement micrographique de la matière est clairement influencé par les effets des conditions de vieillissement, nous observons des dimensions d'arrachement micrographique dans l'ordre croissante suivant : classe 2, classe 3 puis classe 1. Nous tenons d'avoir la même observation avec l'augmentation de pression de contact mais avec des dimensions d'arrachement qui sont amplifiées. Nous confirmons que l'arrachement de la matière est proportionnel à la valeur de la pression de contact.



**Figure 3.41.** Micrographie de la surface usée des échantillons (usure abrasive  $P=7N$ )

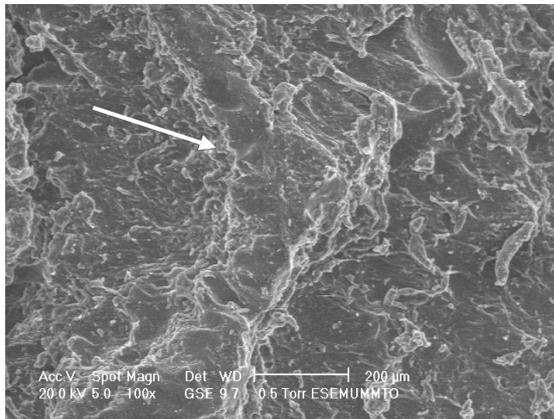


**Figure 3.42 :** Micrographie de la surface usée des échantillons (contact Plan/Plan)

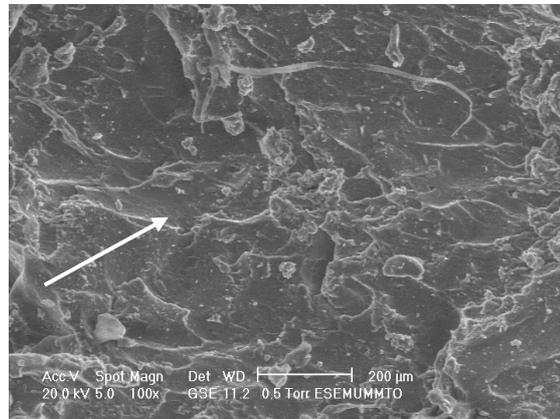
### 3.3.2. Influence des charges de noire de carbone et de silice

L'étude micrographique de l'influence de taux de charge en noire de carbone et de silice est prélevée par les différentes micrographies au MEB de la figure 3.43 pour les différentes compositions chimiques de notre étude. Ces micrographies sont obtenues avec les mêmes paramètres tribologiques. Nous constatons la présence des stries tracées par le passage de l'indenteur lame abrasive dans la direction de glissement. La nature et les dimensions des

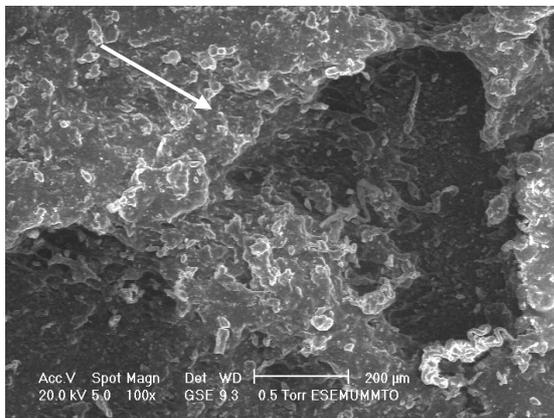
stries sont très sensibles à la nature du matériau, autrement dite au type et à la teneur de la matrice en charges.



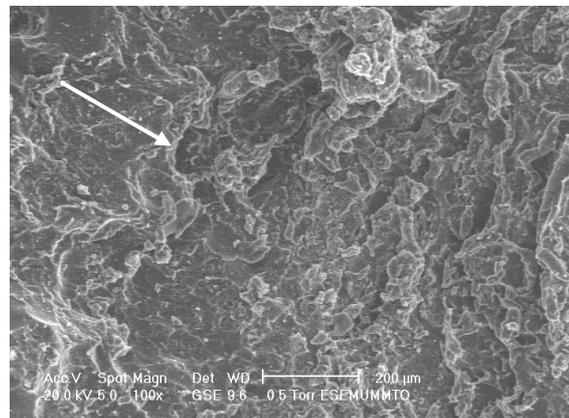
S-50



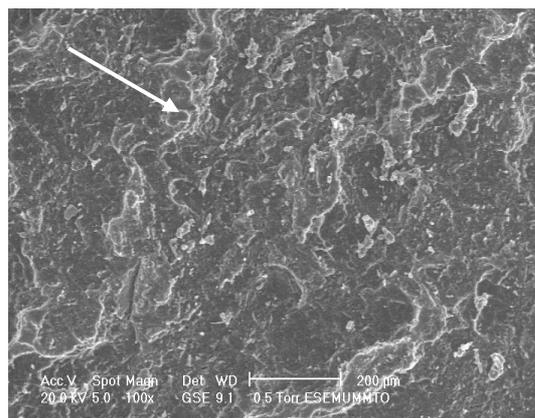
S-30



N-50



S-20



N-80

**Figure 3.43:** Etat de la surface des échantillons avec différentes compositions de charges obtenue en usure abrasive ( $N = 250$  cyc,  $v_g = 55$  cyc/mm,  $P = 7$  N,  $\alpha = 60^\circ$ )

L'analyse micrographique est faite par rapport au type et au teneur de charges.

- Analyse des échantillons chargés de noir de carbone : nous constatons que l'état de dégradations de la surface (liée aux taux d'arrachement de la matière par abrasion à la surface) est en accord avec les résultats donnés par les courbes de la figure 3.38. En comparant la surface usée du matériau N-50 (50% NC) et la surface usée du matériau N-80 (80% NC), l'état de surface usée du matériau N-80 présente des débris relativement plus important en dimension et avec un arrachement plus profond. Alors que la dégradation de la surface du matériau N-100 (contenant 100% de noir de carbone) est très marquée par le taux d'arrachement de la matière.
- Analyse des matériaux chargés de silice : nous observons dans ces matériaux des débris plus intenses en quantité et en dimensions relativement au cas des matériaux chargés de noir de carbone. Ce résultat est aussi constaté en comparant les courbes de variation de perte de masse en fonction des taux de charges (Figures 3.38 et 3.39). Nous résumons les résultats en donnant les valeurs maximales d'usure ou quantité de matière arrachée dans les deux cas des matériaux au Tableau 3.10.

| Vitesse de glissement | Perte de matière maximale (g) |                                      |
|-----------------------|-------------------------------|--------------------------------------|
|                       | Matériaux chargés de silice   | Matériaux chargés de noir de carbone |
| 15                    | 0.072                         | 0.011                                |
| 31                    | 0.088                         | 0.038                                |
| 55                    | 0.051                         | 0.033                                |

**Tableau 3.11:** Valeurs d'usure maximales pour les élastomères chargés

La micrographique du matériau S-30 (30% de silice) nous permet de visualiser l'usure uniforme par arrachement de la matière dans la direction parallèle et la direction perpendiculaire au sens de glissement et la formation des creux. Ces derniers sont éventuellement des cratères qui se forment sous les conditions tribologiques d'essais. De plus, nous enregistrons des très faibles débris résultant de formation des rouleaux au cours de glissement de la lame à la surface. L'état des surfaces micrographiques des matériaux S-50 (50% de silice) et matériau S-20 (20% de silice) sont nettement différents aux cas du matériau S-30 mais de natures relativement semblables. Néanmoins, nous pouvons observer une nette formation de rouleaux avec des stries très apparentes dans le cas du matériau S-50. Les cratères sont plus intense et de dimensions plus importants. La formation des stries d'usure

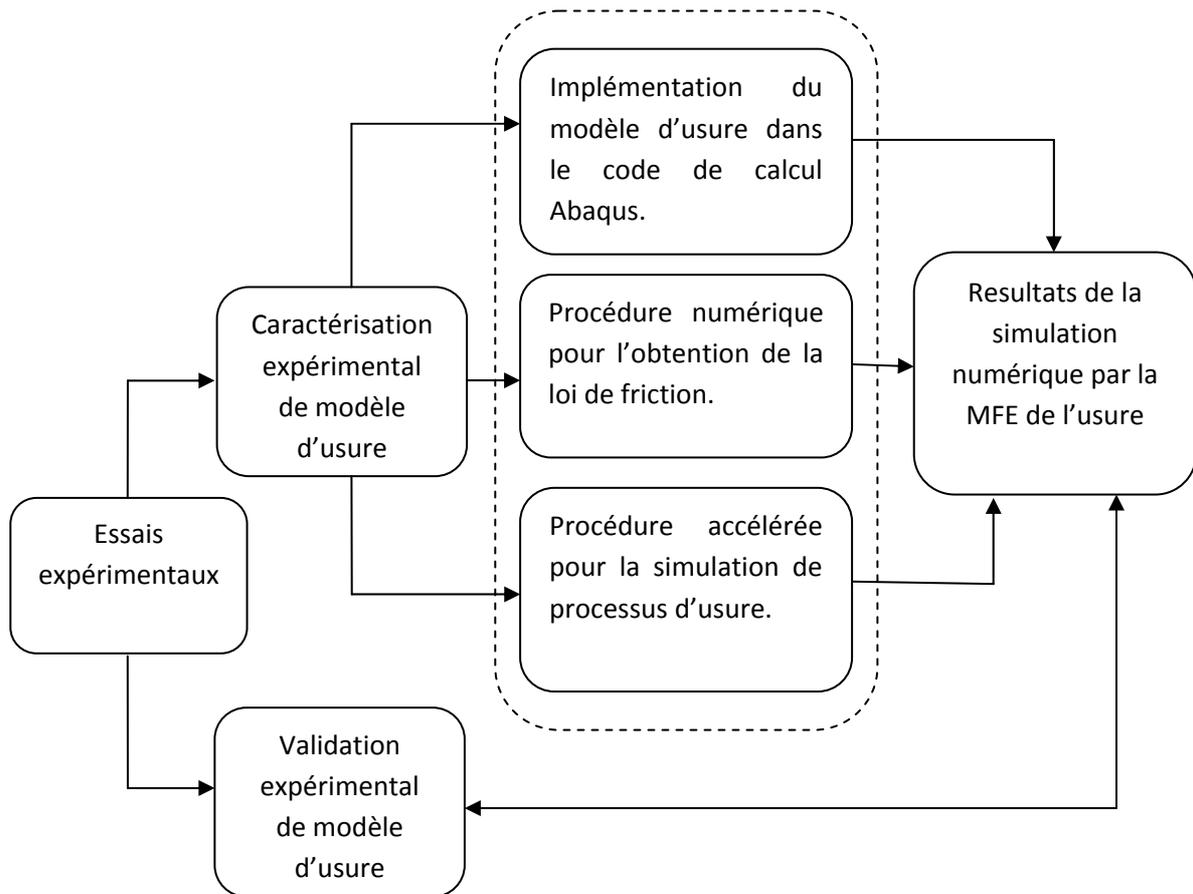
signifie la résistance de la matière à l'arrachement en un simple passage de lame ; ceci s'effectue donc par fatigue en un nombre de cycle défini permettant d'atteindre une dimension critique d'arrachement. Nous visualisons sur la micrographie de la surface abrasée du matériau<sup>4</sup> une dégradation plus uniforme avec des rouleaux non clairement repérés ce qui justifie la résistance de sa matière à l'arrachement, comparée au matériau S-50.

#### **4. Technique de Modélisation par éléments finis de l'usure :**

Nous présentons dans cette section une technique de modélisation de l'usure par élément finis. Cette technique se base sur l'implémentation du modèle d'usure dans un code de calcul et réalisation de simulations numérique par la méthode des éléments finis de l'usure des structures en élastomères chargés.

L'implémentation d'un modèle d'usure d'un élastomère en contact d'un acier XC38 dans un code de calcul Abaqus nécessite le développement des trois différentes techniques (figure 3.44):

1. développement d'un outil pour l'implémentation dans un code de calcul Abaqus, utilisation combinée de la soubroutine UMESHMOTION et plusieurs « Routine » pour l'accès aux résultats avec la technique de maillage adaptif pour éliminer la matière usée et maintenir une haute qualité de maillage pendant la simulation.
2. procédure numérique pour l'obtention d'une loi de friction qui doit être une relation proche entre la friction et le phénomène d'usure de l'élastomère.
3. développement d'une procédure numérique accélérée pour simuler le processus d'usure dans un temps abordable dû à la longue distance et au nombre de cycle élevé requis dans les essais d'usure.



**Figure 3.43:** Méthodologie pour l'implémentation le modèle d'usure dans un code de calcul par éléments finis.

Le problème est étudié en utilisant Abaqus et l'implémentation d'un modèle d'usure, tel qu'elle est donné en équation (3.8), s'effectue à l'aide de la sous-routine Umeshmotion en spécifiant le taux de perte de masse comme la vitesse d'aplatissement au nœud à la surface extérieur de contact. Cette sous-routine est utilisé en conjonction avec la technique de maillage adaptif dans Abaqus. Un outil de lissage de la maille est appliqué à la fin de chaque incrément.

Pour l'implémentation numérique, le modèle d'usure doit être exprimé comme valeurs réparties sur chaque nœud  $i$ , de la surface de contact comme suit :

$$q_i = \alpha A_i v_i \left( \frac{P_i}{ShA} \right)^\beta$$

Le processus de calcul avec la sous-routine Umeshmotion est suivi en définissant tout d'abord le modèle élément fini, maillage, matériau, conditions aux limites charges et les

paramètres de la loi de friction. A la fin de chaque incrément, la sousroutine calcule le taux de perte de masse aux nœuds de contact et applique une réorganisation de maillage de la zone de maillage adaptive. Durant ce processus, perte de matière est cumulée par la matière usée et la distribution de l'usure est traitée par Abaqus. L'implémentation de modèle d'usure dans la sousroutine Umeshmotion est schématisée sur la figure 3.45.

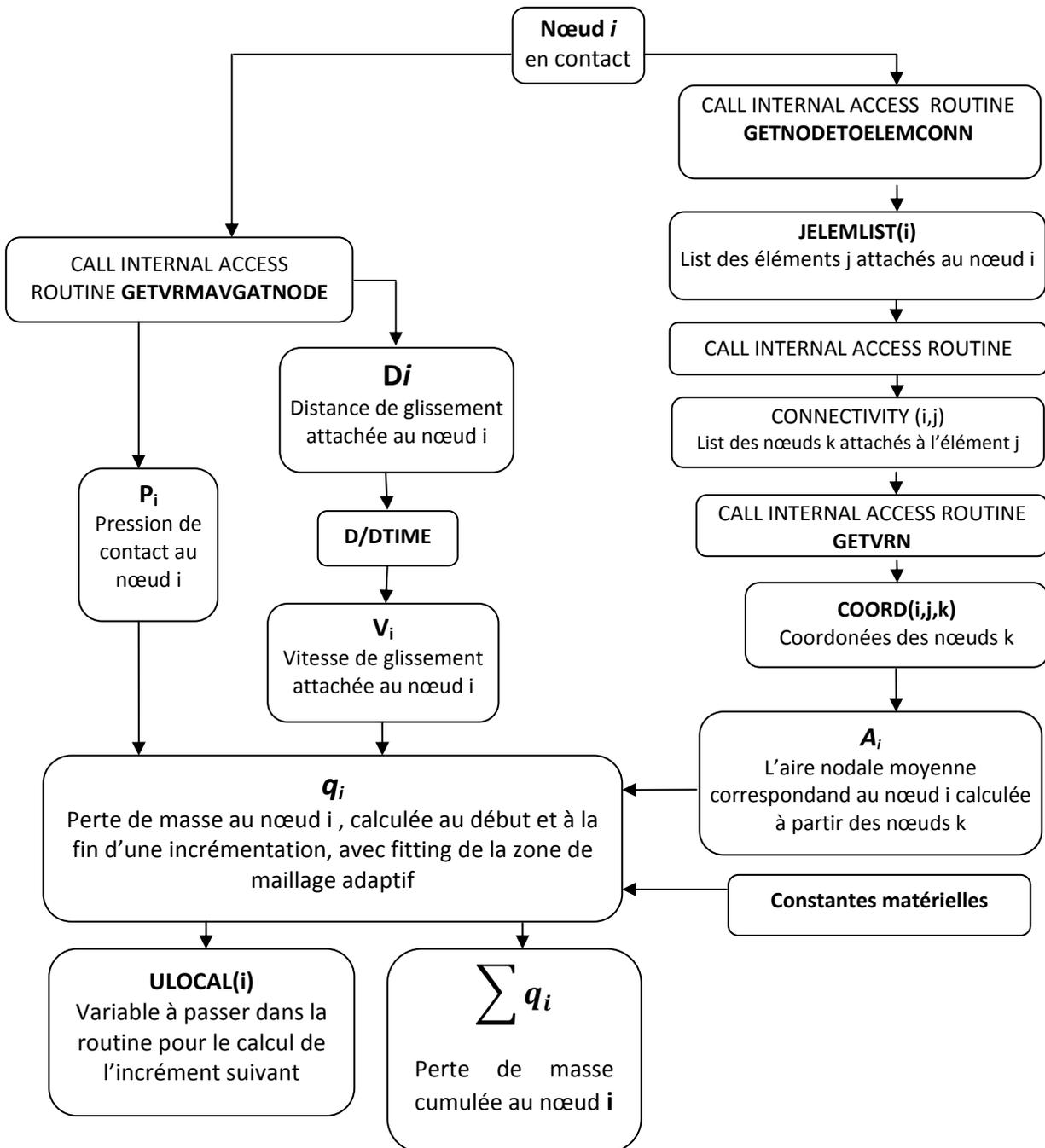


Figure 3.45: Schéma d'implémentation du modèle d'usure pour le nœud  $i$  dans la sousroutine UMEASHMOTION

**CONCLUSION GENERALE  
ET  
PERSPECTIVES**

Des simulations numériques par la méthode des éléments finis du comportement hyperélastique anisotrope des élastomères renforcés ont été réalisées en formulant et implémentant dans 'Abaqus' un modèle de comportement anisotrope prenant en compte l'effet Mullins. Nous avons focalisé l'étude sur les points suivants :

- implémentation d'une loi hyperélastique anisotrope dans le code de calcul par éléments finis 'Abaqus'.
- identification des paramètres du matériau, l'optimisation de l'orientation de fibres de renforcement ainsi que l'influence de la compressibilité / incompressibilité du matériau sur l'endommagement continu cycle par cycle du matériau.

Pour la loi de comportement, nous avons opté pour une forme exponentielle élaborée par une approche phénoménologique. Cette dernière suppose que le comportement est anisotrope. La simulation numérique a montré que la réponse du matériau aux sollicitations peut être décomposée en deux parties ; une partie liée à la réponse de la matrice considérée isotrope et une seconde partie liée à la contribution des fibres caractérisant l'anisotropie de matériau renforcé.

L'analyse de la contribution du renforcement a aboutie à l'existence d'une orientation optimale qui permet une rigidité maximale du matériau renforcé. La courbe de variation de rigidité du matériau en fonction de l'angle d'orientation des fibres est de forme sinusoïdale.

Pour tenir compte de l'endommagement cyclique de l'élastomère composite renforcé de fibres, nous avons utilisé le modèle d'Ogden et Roxburgh qui tient compte de la perte de rigidité due aux différents mécanismes de rupture des liaisons au sein du matériau. A partir des résultats obtenus, nous avons conclu que le modèle d'Ogden et Roxburgh décrit correctement le comportement des élastomères sous différentes conditions de chargement à des vitesses de déformation et à des températures d'utilisations choisies.

Le second point abordé dans cette thèse a été l'étude expérimentale de l'usure des élastomères. Une fois les difficultés complexes pratiques liées à la mise en œuvre d'une étude expérimentale, nous avons pu aboutir aux résultats d'étude de deux type de contact : contact Plan/Plan et contact linéaire. Nous résumons les résultats obtenus comme suit :

**Usure adhésive:**

- L'étude de l'influence des paramètres tribologiques sur la résistance d'un élastomère a montré que le modèle d'Archard modifié reproduit correctement les résultats expérimentaux.
- L'influence de l'état de surface de l'antagoniste influe sur l'usure de l'élastomère par sa topographie et non pas par la valeur de sa rugosité arithmétique.
- L'étude a montré que le comportement à l'usure de l'élastomère est affecté par des paramètres de vieillissement sous des conditions particulières. Ceci est directement lié à la réactivité de l'élastomère avec son environnement qui modifie la microstructure de l'élastomère.

**Usure abrasive :**

- Nous avons entamé un débat sur le mécanisme d'usure abrasive à travers les résultats expérimentaux obtenus. Le mécanisme d'usure abrasive s'effectue suivant trois étapes : après un nombre de passage de la lame d'abrasion, l'usure s'initie par fatigue-fissuration, puis les fissures se propagent jusqu'à atteindre une dimension critique et le phénomène se termine par l'arrachement des débris.
- D'autres part, l'analyse de l'influence des paramètres tribologique sur l'usure des matériaux nous a conduit à développer une analogie entre le modèle d'usure type et un modèle de coupe en usinage. L'analogie est possible entre les paramètres de coupe qui gouverne le débit ou l'usure d'un outil de coupe et les paramètres tribologiques régissant l'usure par arrachement de la matière à la surface d'élastomère. Cette nouvelle approche pour la compréhension du mécanisme abrasive des élastomères est intéressante à développer.
- L'étude de l'interaction « matériau/indenteur » implique des actions dépendante et momentanée des différents paramètres tribologiques. Par conséquent, le phénomène régissant cette interaction n'est pas aisé à expliquer. Les résultats de l'influence des paramètres tribologiques permettent de confirmer l'existence de vitesses critiques et un taux critique de charges en silice et en noir de carbone. Nous avons montré que la vitesse de glissement définit donc la vitesse de déformation de la zone de contact. Nous attribuons l'ampleur de la perte de masse par abrasion à l'apparition des ondulations de Schalamach et leurs dimensions (hauteur et largeur des rides). Aux faibles vitesses, l'effet de relaxation de l'élastomère déformé dans la zone de contact agit sur l'augmentation des rides. Aux vitesses élevées, c'est l'effet de plastification

des agglomérats dans la matrice qui emporte et l'usure abrasive de l'élastomère diminue.

L'observation de l'état de surface des élastomères usés au MEB nous a permis d'étudier la morphologie des faciès d'usure et des débris arrachés par frottement contact. Cette analyse quantitative explique l'influence des paramètres tribologiques sur le mécanisme de la perte de masse. Dans le cas d'usure abrasive, la formation des cratères ne provoque pas directement de perte de masse. Les rides sont la principale source d'usure ; elles sont de grandes dimensions, larges et profondes, ce qui parfois masque les cratères.

A partir des résultats précédents, un modèle d'usure pour élastomères chargés a été proposé. Celui-ci est une modification du modèle d'Archard. Les prédictions de ce modèle ont été comparées avec succès.

Comme perspective de ce travail, les points suivants restent à développer:

- Implémentation du modèle d'Archard modifié dans un code de calcul et réalisation de simulations numérique par la méthode des éléments finis de l'usure des structures en élastomères chargés.
- Développer la nouvelle approche pour la compréhension de mécanisme abrasive des élastomères chargés.
- Utiliser des techniques permettant l'accès aux paramètres tribologiques pour l'élaboration d'un modèle d'usure tenant compte de l'évolution de la température à la surface de contact.
- Elaborer un modèle couplant l'usure et les paramètres d'endommagement par fatigue en combinant les tribomètres classiques avec de puissants capteurs, de mieux appréhender les processus d'usure et de frottement. Ces études de l'usure sont également d'un grand intérêt à la compréhension des durées de vie des différents mécanismes.

# ANNEXES

# Annexe 1

## Essais de caractérisation expérimentale des élastomères

Le conditionnement mécanique permettant de s'approcher de l'état d'équilibre s'effectue en transformant les données brutes de l'essai dans l'hypothèse d'une transformation homogène, en courbes contrainte de Piola-Kirchhoff /élongation ( $\lambda$ ). Les essais sont définis par le tenseur gradient de déformation comme suit :

### • essais de traction uniaxiale

Les contraintes dans la largeur et dans l'épaisseur de l'éprouvette sont alors considérées nulles. Dans le repère lié à l'éprouvette, où l'axe  $\vec{e}_1$  représente la direction d'extension,  $\bar{\bar{F}}$  :

$$\bar{\bar{F}} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \end{bmatrix}.$$

### • compression uniaxiale

La compression uniaxiale est cas un particulier d'extension simple. L'éprouvette est alors comprimée au lieu d'être étirée. La forme analytique est donc la même que pour l'extension simple et les courbes de compression et de traction simple doivent se prolonger avec  $\lambda < 0$  .

### • essais de cisaillement simple

Les essais de cisaillement simple réalisés sur les élastomères sont menés sur des éprouvettes de double ou de quadruple cisaillement [178,179]. L'utilisation de ces éprouvettes nécessite des moulages lourds en raison des problèmes d'adhésion du caoutchouc aux supports métalliques. Un dispositif de cisaillement simple est mis au point pour des tôles métalliques [180]. L'éprouvette est maintenue par deux mors, l'un fixe et l'autre mobile, distants de  $b$ , la largeur de la zone utile (figure A1.1). Le tenseur gradient de

la transformation est de la forme :

$$\bar{\bar{F}} = \begin{bmatrix} 1 & \gamma & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

### • traction équibiaxiale

L'extension équibiaxiale consiste à étirer un échantillon simultanément dans deux directions avec la même valeur d'extension, tandis que la troisième direction est libre. On utilise, en général, une membrane sur laquelle on applique le même effort  $F$  sur chacun de ces cotés dans les deux directions du plan de la membrane (figure A1.2). Les dispositifs sont lourds à mettre en œuvre et nécessitent une instrumentation particulière [181-182]. Le cas particulier de biaxialité est la traction plane. Le tenseur gradient est alors de la forme :

$$\bar{\vec{F}} = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\lambda^2} \end{bmatrix}$$

Les composantes du tenseur de contrainte de Cauchy sont alors :  $\sigma_1 = \sigma_2$  et  $\sigma_3 = 0$

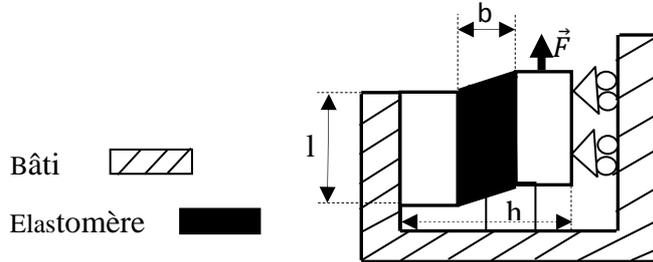


Figure A1.1 : Représentation schématique du dispositif de cisaillement simple

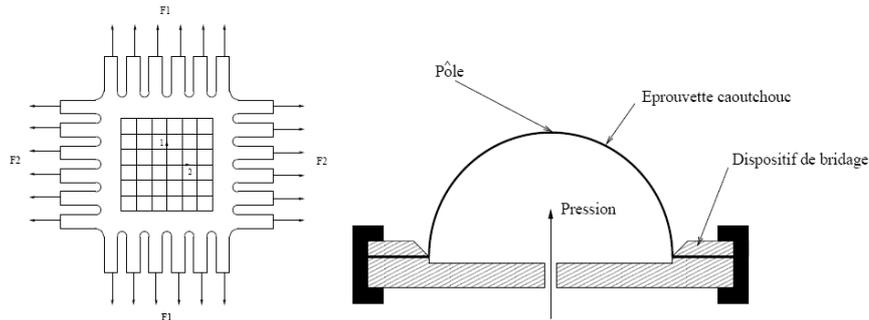


Figure A1.2 – (a) : Représentation schématique de l'éprouvette de traction biaxiale [183]  
(b) : Représentation schématique du dispositif de traction équibiaxiale par gonflement d'un disque d'élastomère.

• Cas particulier de traction plane :

Les essais de cisaillement pur, ou traction plane sont généralement réalisés sur des plaques de faible épaisseur, de grande largeur et de faible hauteur sollicitées en traction suivant la direction de la hauteur (figure A1.3). on utilise des éprouvettes ayant comme dimensions pour la zone utile  $h \times l \times e = 5 \times 75 \times 0.8 \text{ mm}^3$  ( $l/h=15$ ) [43].

Le tenseur des déformations est :

$$\bar{\vec{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11} \approx 0 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33} \end{bmatrix}$$

et celui du cisaillement pur dans les axes principaux est :

$$\bar{\vec{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \gamma & 0 & 0 \\ 0 & -\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

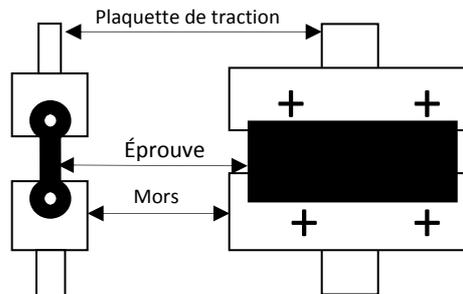


Figure A1.3. – Mise en place de l'éprouvette dans le dispositif de traction plane.



avec :  $\mathbb{I} = \frac{\partial C}{\partial c}$  : le tenseur unité d'ordre quatre

$I$ : le tenseur unité de second ordre

$\mathbb{M}_n = a_n \otimes C a_{ni} + C a_{in} \otimes a_n \quad n = \overline{1, N}$ . ( $N$ : familles de fibres.)

$$I_{C^{-1}} = \frac{\partial C^{-1}}{\partial C} = \frac{1}{2} (C_{ik}^{-1} C_{jl}^{-1} + C_{il}^{-1} C_{jk}^{-1}) e_i \otimes e_j \otimes e_k \otimes e_l$$

et pour un vecteur unité,  $\mathbf{a}$ , qui représente une direction de fibre :

$$I_a = \frac{\partial \mathbb{M}}{\partial C} = (I_a)_{ijkl} = \frac{1}{2} (a_i a_k \delta_{jl} + a_i a_l \delta_{jk} + a_j a_k \delta_{il} + a_j a_l \delta_{ik}) e_i \otimes e_j \otimes e_k \otimes e_l$$

La matrice « jacobienne » s'obtient alors :  $\mathbb{J} = \sigma \cdot \mathbb{I} + \mathbb{I} \cdot \sigma + \frac{1}{J} F [\mathbb{A} : (F^T \cdot \mathbb{I} \cdot F)] F^T$

Les composantes sont :

$$(\sigma \cdot \mathbb{I})_{ijkl} = \sigma_{im} \cdot \mathbb{I}_{mjkl}, (\mathbb{I} \cdot \sigma)_{ijkl} = \mathbb{I}_{ipkl} \cdot \sigma_{pj} \text{ et } (F^T \cdot \mathbb{I} \cdot F)_{ijkl} = F_{mi} \cdot \mathbb{I}_{mnkl} \cdot F_{nj}$$

Beaucoup de matériaux montrent un comportement différent pour des états de déformation déviatorique et isochore. La quasi compressibilité introduit une répartition supplémentaire sur la fonction d'énergie de déformation:

$$\bar{W} = W(\bar{C}, M_i) + U(J) \quad \text{avec } \bar{C} = \bar{F}^T \bar{F} \text{ et } \bar{F} = J^{-\frac{1}{3}} F$$

$U(J)$  : Le terme de pénalty est utilisé pour définir le comportement à la compression et il est en fonction du paramètre de pénalty correspondant au module de compressibilité qui contrôle le changement de volume.

Par la suite, les pseudo-invariants  $\bar{I}_i$  de tenseur droit de Cauchy Green  $\bar{C}$  est calculé, et on écrit:

$$W(\bar{C}, M_i) = W(\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_4, \bar{I}_5, \bar{I}_6) \quad i = \overline{1, 3}$$

Une structure découplée de second tenseur de Piola Kirchoff est dérivé:  $S = S_{vol} + S_{dev}$

Et par équivalence, on a :  $\mathbb{A} = \mathbb{A}_{vol} + \mathbb{A}_{dev}$

Dans la configuration de référence, les quantités de la pression hydrostatique sont:

$$S_{vol} = J \frac{\partial U}{\partial J} \cdot C^{-1}$$

et la composante de contrainte déviatorique:

$$S_{dev} = J^{-2/3} DEV \tilde{\mathbf{S}} \quad \text{où } \tilde{\mathbf{S}} = 2 \frac{\partial W}{\partial C} \text{ et par définition } DEV \tilde{\mathbf{S}} = \tilde{\mathbf{S}} - \frac{1}{3} (C : \tilde{\mathbf{S}}) C^{-1}$$

les relations exprimant les tenseur  $\tilde{\mathbf{S}}$  et  $\widetilde{\mathbb{A}}_{dev}$  s'obtiennent en remplaçant le tenseur de Green-Cauchy  $C$  par le pseudo tenseur de Green-Cauchy  $\bar{C}$  ainsi que les pseudo invariant et en tenant compte de fait que la partie déviatorique est indépendante de  $I_3$ . Alors que les expressions standards des tangentes volumique et isochore sont:

$$\mathbb{A}_{vol} = J^2 \frac{\partial^2 U}{\partial J^2} (C^{-1} \otimes C^{-1}) + J \frac{\partial U}{\partial J} (C^{-1} \otimes C^{-1} - 2 I_{C^{-1}})$$

$$\mathbb{A}_{dev} = \frac{2}{3} J^{2/3} (\tilde{\mathcal{S}} : C) \left( I_{C^{-1}} - \frac{1}{3} (C^{-1} \otimes C^{-1}) \right) - \frac{2}{3} (S_{dev} \otimes C^{-1} + C^{-1} \otimes S_{dev}) + J^{-4/3} DEV \widetilde{\mathbb{A}_{dev}}$$

Où on utilise :

$$DEV(\clubsuit) = (\clubsuit) - \frac{1}{3} C^{-1} \otimes ((\clubsuit) : C) - \frac{1}{3} ((\clubsuit) : C) \otimes C^{-1} - \frac{1}{9} (C : (\clubsuit) : C) C^{-1} \otimes C^{-1}$$

## **Annexe 3**

# **Simulation numérique de la réponse du matériau au contact**

### **1. Simulation numérique de réponse de matériau au contact – contact plan/plan**

Nous avons tenté de commencer la modélisation expérimentale par une simulation numérique pour la réponse du matériau élastomère modélisé par un comportement hyperélastique. Le but de cette simulation est donc double puisqu'elle nous permet aussi de tenir compte des difficultés rencontrées aux cours des essais. Nous citons dans ce contexte la grande déformation des échantillons au cours de son glissement sur le disque indenteur. Afin de se mettre dans les meilleures conditions possibles, nous minimisons les effets de la grande déformation en exploitant les résultats de simulation de contact échantillon/plan rigide de contact. La réponse en contrainte et en déformation est donnée en figure A3.1 et A3.2. Nous considérons que l'échantillon est encastré à l'extrémité fixée sur le porte échantillon et une déformation imposée qui résulte de l'application de la pression de contact considérée uniforme sur la surface de contact. La distribution des contraintes est non uniforme et symétrique par rapport à l'axe de l'échantillon. Nous constatons que la contrainte est maximale au milieu de l'éprouvette. De plus l'analyse de la déformation de l'échantillon montre un taux d'augmentation dans la surface de l'échantillon égale à :  $L^2/l^2$  (avec  $l$  est la dimension de l'échantillon carrée avant déformation et  $L$  est sa dimension après déformation).

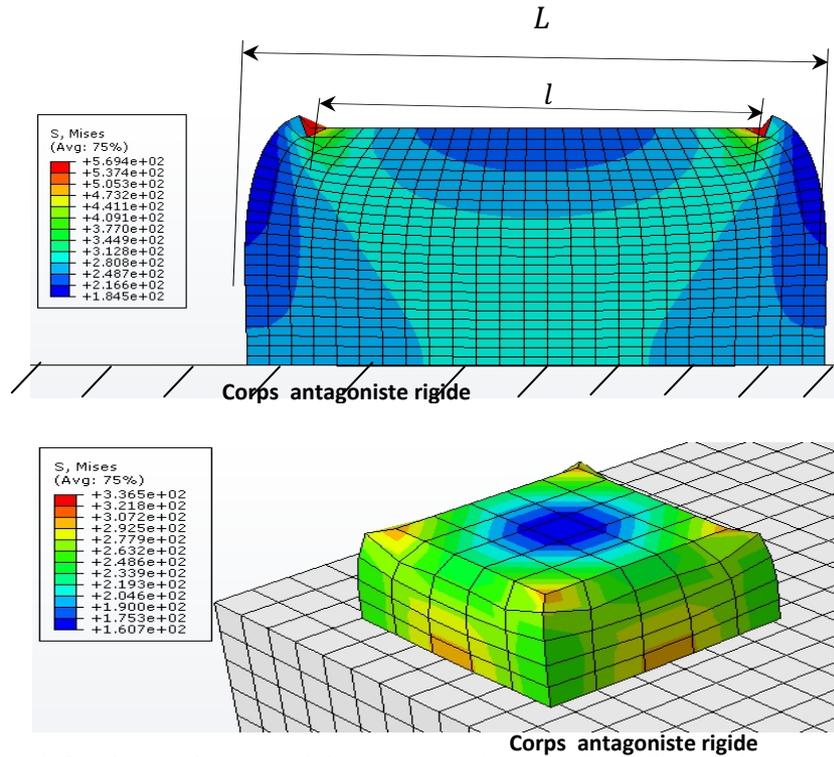


Figure A3.1: simulation numérique de la réponse d'un élastomère en contrainte

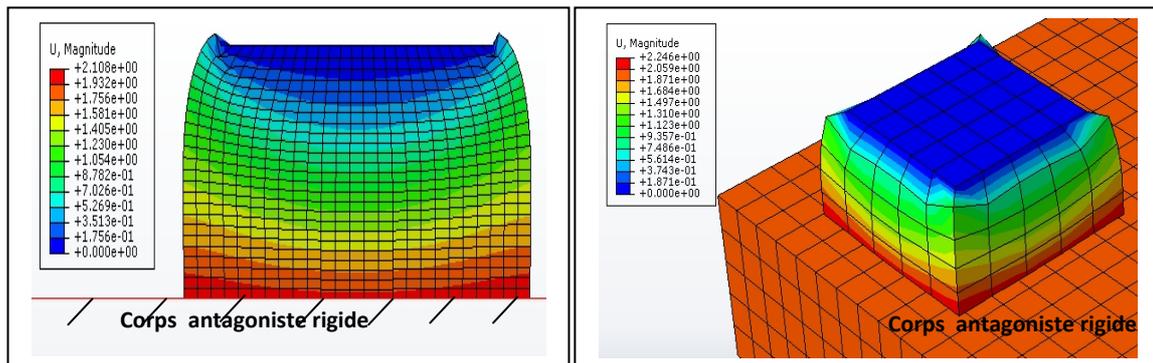


Figure A3.2.a)-: Simulation numérique de la réponse d'un élastomère en déformation

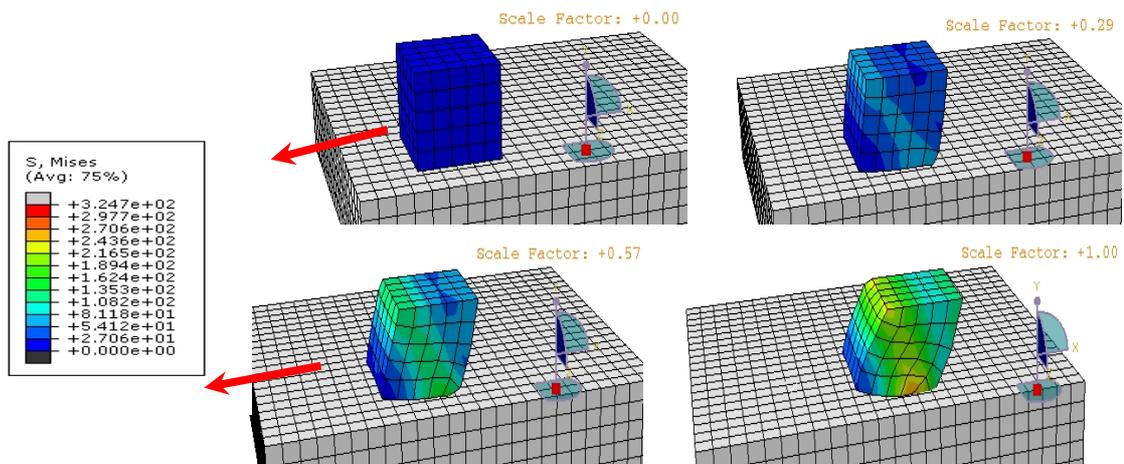


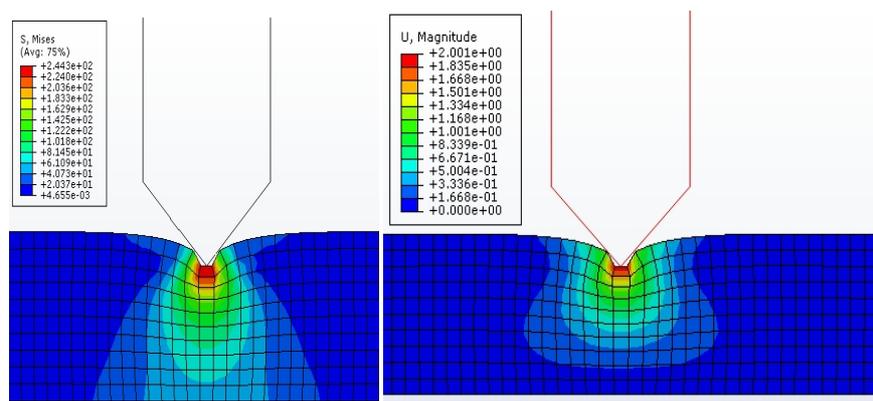
Figure A3.2.b)- évolution de l'état de contrainte et l'état de déformation au cours de glissement avec frottement de l'échantillon sur un plan rigide.

## 2. Simulation numérique de réponse de matériau au contact : cas de contact linéaire :

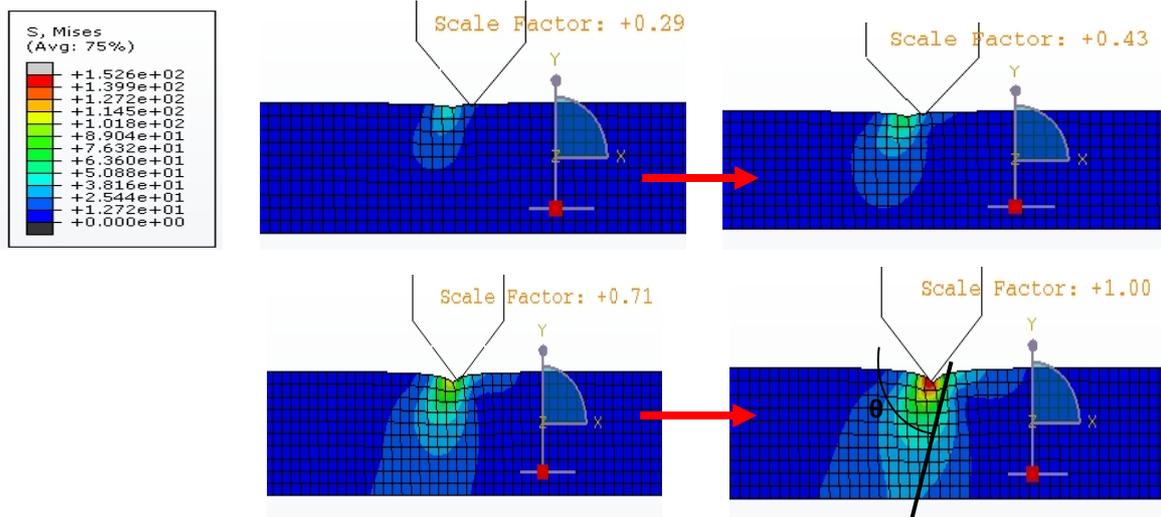
La simulation numérique par le code de calcul par élément finis Abaqus, du contact lame/élastomère est présenté sur la figure A3.3-a. La lame est supposée rigide et que l'échantillon est encastré sur la face opposée à la face de contact. L'analyse de la réponse de l'élastomère au contact montre une concentration de la contrainte au point de contact. La distribution de la contrainte est selon des zones circulaires de différents rayons. Il est logique que le rayon des différentes zones soit lié à la charge appliquée ou à la déformation imposée par les conditions d'essais.

Les résultats de la simulation de contact lame rigide/élastomère hyperélastique au cours de l'essai d'usure abrasive sont représentés par la figure A3.3-b. Nous constatons que:

- l'axe des répartitions des contraintes devient orienté selon un angle  $\theta$ . Il est donc la direction de fissuration. Ce phénomène est en accord avec les observations pratiques mise en évidence par des travaux de recherche ultérieurs.
- l'augmentation des valeurs de contraintes avec l'augmentation de la profondeur de passe (ou la pression de contact) induit une augmentions exponentielle de l'angle d'orientation des fissures  $\theta$ .



**Figure A3.3-a) :** Simulation numérique de la réponse statique d'un élastomère en contrainte et en déformation



**Figure A3.3-b) :** Simulation numérique de la réponse d'un élastomère en contrainte avec glissement.

**REFERENCES  
BIBLIOGRAPHIQUES**

## Références bibliographiques

- [1] H.C. Meng, K.C. Ludema, Wear models and predictive equations: their form and content, *Wear* 181–183 pp.443–457(1995).
- [2] J.F. Archard, Contact and rubbing of flat surfaces, *Journal of Applied Physics* 24 pp.981–988(1953).
- [3] J.F. Molinari, M. Ortiz, R. Radovitzky, E.A. Repetto, Finite element modeling of dry sliding wear in metals, *Engineering Computations* 18 pp.592–609 (2001).
- [4] S. Stancu-Niederkom, U. Engel et M. Geiger– Ultrasonic investigation of friction mechanism in metal forming. *J. Mater. Process. Technol.* 45, pp. 613-618(1994).
- [5] W. Hofmann, *Rubber Technology Handbook*, Cincinnati : Hanser-Grandier Publications, p264,1994
- [6] S.Murakami, K.Senoo, S.Toki, et S.Kohjiya, "Structural development of natural rubber during uniaxial stretching by in situ wide angle X-ray diffraction using a synchrotron radiation", *Polymer*, Vol. 43, pp. 2117-2120, 2002.
- [7] R. N. Haward et R. J.Young, *The physics of glassy polymers*. Chapman-Hall, 2nd edition, p.24. 1997
- [8] C. G'Sell et A. Coupard, *Génie Mécanique des Caoutchoucs*. ISBN 2-9510704- 0-3, Ecole des Mines de Nancy: Appollor et INPL,. 23, 24 (1997)
- [9] N.Saintier, « fatigue multiaxiale dans un élastomère de type NR chargé : mécanisme d'endommagement et critère local d'amorçage de fissure », These de Doctorat Ecole des Mines de Paris 2001
- [10] J. Curchod « synthèse, propriétés et technologie des élastomères. Institut nationale de formation et d'enseignement professionnel du caoutchouc (IFOCA) édition. 7-12,63-76,197(1984).
- [11] J.E. Mark, E. Erman, and F.R. Eirich. *Science and technology of rubber*, page 291. Academic press, 1978
- [12] ICOFAC. « synthèse, propriétés et technologie des élastomères », Strasbourg ; Groupe Français d'études et d'applications des polymères, (1984)
- [13] Bouchereau M-N., *Génie Mécanique des Caoutchoucs*, APOLLOR, INPL, 1997
- [14] Grobler J.H.A. et W.C. McGILL, « Effect of network heterogeneity on tensile and tear strengths of radiation, peroxide, efficiency and conventional cured polyisoprene », *J. Appl. Polym. Sci.* Vol.32, n°287, 1994
- [15] Coron A.Y., « *Science and Technology of Rubber* », F.R. Eirich, Ed., Academic press, New York, Ch.7, p292, 1978.
- [16] C.M. Blow et C. Hepburn« *Rubber Technology and Manufacture* » 2<sup>nd</sup> ed. London : Butterworth Scientific,. p680 (1982).
- [17] J.-H. Kim et H.-Y. Jeong « A study on the material properties and fatigue life of natural rubber with different carbon blacks » ; *Inter. J. of Fatigue* vol. 27, pp 263-272. (2004).
- [18] J.-L,Leblanc. « Rubber filler interactions and rheological properties in filled compounds », *Progress in Polymer Science*, Vol. 27, pp. 627-687(2002).
- [19] M.-J., Wang, S. Wolff et J.-B Donnet « Filler elastomer interactions. partVIII. The role of the distance between aggregates in the dynamic properties of filled vulcanisates. », *Rubber Chemistry and Technology*, vol. 66, pp. 178-195(1993).
- [20] S., Wolf Conference on tire Science and technology, , Akron, USA : The tyre Society (1984).
- [21] A. Lapra, « Caractérisation moléculaire et propriétés mécaniques des réseaux élastomères SBR renforcé par la silice. » Thèse de doctorat Université Pierre et Marie Curie, ParisIV, (1999).
- [22] J.Ramier, « Comportement mécanique d'élastomères chargés, influence de l'adhésion charges/polymère, influence de la morphologie. » These de doctorat, Ecole Doctorale Matériaux, INSA Lyon, (2004).
- [23] H.Serisawa, T.Nakamura, T.Ito, K.Tanaka et A.Nomura, « Effects of oxidation of carbon Black on the properties of Carbon Black-Natural Rubber system, *Polymer J.* vol 15, p.201(1983)..
- [24] A.Tressaud, T.Shirasaki, G.Nanse et E.Papirer, « Surface modifications of Carbon Black in CF4 radiofrequency plasmas, Third international conference on carbon black, Octobre (2000).

- [25] A. Medalia « Morphology of aggregates VI : effective volume of aggregates of carbon black from electron microscopy : application to vehicle absorption and to die swell of filled rubber. *J. of Colloidal Interface Science*, vol 32, p. 115(1970)..
- [26] D.J. Kohls et G. Beaucage « Rational design of reinforced rubber », *Solid State and Materials Science*, Vol. 6, pp. 183-194(2002). .
- [27] J.-L. Leblanc., « Elastomer filler interactions and the rheology of filled rubber compounds. *J. of Applied Polymer Science*, Vol. 78, pp. 1141-1150(2000).
- [28] B. Omnès. « Modélisation micromécanique du comportement d'élastomères chargés », Thèse de doctorat, Ecole doctorale pluridisciplinaire, Université de Bretagne-Sud (2007).
- [29] G. Ehrenstein et F. Montagne. *Matériaux polymères, structures, propriétés et applications*. Hermes science edition (2000).
- [30] H.M Smallwood.«Limiting law of the reinforcement of rubber. *J. Appl. Phys.* Vol. 15, p. 758.(1944).
- [31] B. Holownia « Effect of carbon black on the elastic constants of elastomers. Department of Mechanical Engineering, Loughborough University, p. 157-160(1974)..
- [32] L. Mullins et N. R. Tobin. Theoretical model for the elastic behavior of filled reinforced vulcanized rubbers. *Proceedings of the third Rubber Technology Conference*, p.397-412, (1956).
- [33] S. Toki, T. Fujimaki, et M. Okuyama. “Strain-induced crystallization of natural rubber as detected real-time by wide-angle x-ray diffraction technique. *Polymer*, 41: p.5423-5429, (2000).
- [34] G.Chagnon, E.Verron, L., Gormet G. Marckmann et P. Charrier « On the relevance of continuum damage mechanics as applied to the mullins effect in elastomers. » *J. of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 324, pp. 1-23(2003).
- [35] A.I. Medalia « Selecting carbon blacks for dynamic properties », *Rubber World*, Vol. 168, n°49 (1973).
- [36] G. Krauss « Mechanical losses in carbon black filled rubbers. », *J. of App. Polymer Sci.* Vol. 39, pp.75-92(1984).
- [37] P. Maier et D. Goiritz « Molecular interpretation of the Payne effect. », *KGK Kautschuk Gummi Kunststoffe*, vol. 49, pp.18-21(1996).
- [38] N., Suzuki, M. Ito et F. Yatsuyangi « effects of rubber/filler interactions on deformation behavior of silica filled SBR systems. », *Polymer*, vol 46, pp. 193-201(2005). .
- [39] P.Germain, *Mécanique de milieux continus*, Tome 1, Masson & Cie (1973).
- [40] A. J. M., Spencer, et Q. S. Zheng, Jean-paul boehler 1942-1998. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 49, 2455-2458(2001).
- [41] E. Laine. « Lois de comportement isotropes non-linéaires en grandes transformations. Application aux caoutchoucs. » Thèse, Université de Poitiers, (1998).
- [42] A. Boukamel. « Etude théorique et expérimentale d'un stratifié caoutchouc-acier en grandes déformations ». Thèse, Université d'Aix-Marseille II, (1988).
- [43] P. Heuillet et L. Dugautier. Modélisation du comportement hyperélastique des élastomères compacts. In *APOLLOR-Génie mécanique des caoutchoucs*, pages 67–104, 1997.
- [44] L.R.G. Treloar. *The physics of rubber elasticity*. Clarendon Press, Oxford, (1975).
- [45] P. Charrier. « Optimisation du collage souple des baies vitrées sur navires à passagers ». Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes, (1999).
- [46] I.M. Ward et D.W. Hadley. “An introduction to the mechanical properties of solid polymers”. Wiley, Chichester, (1993).
- [47] E.M. Arruda et M.C. Boyce, “A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials”. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 42, No. 2, p. 389–412,(1993).
- [48] L. Anand. “A constitutive model for compressible elastomeric solids.”, *Computational Mechanics*, vol. 18, pages 339–355, (1996).
- [49] P. Heuillet. « Modélisation du comportement hyperélastique des caoutchoucs et élastomères thermoplastiques, compacts ou cellulaires ». *SIA*, pages 1–26, (1995).
- [50] S.K.Kyriaou, C Schwab, et J.D Hurmphy.; “Finite element analysis of nonlinear orthotropic hyperelastic membranes, *Comput. Mech.*, 18, pp. 269-278 (2003).
- [51] A.G.James, A.Green, et G.M. Simpson. « Strain energy functions of rubber.(i) characterization of gum vulcanizates”, *The Journal of Applied Polymer Science*, vol. 19, pages 2033–2058, (1975).

- [52] Persson BNJ. "On the theory of rubber friction." *Surf. Sci*;401: p.445–454 (1998).
- [53] Schallamach. "How does rubber slide?", *Wear*;17: p.301–12 (1971).
- [54] J Blouet, M. Barquins, « Frottement, Usure et lubrification des élastomères » *Ingénieurs de l'automobile*, ;11–12:p. 687–706 , Novembre- decembre 1978.
- [55] R. Charles, "Elastic Insight into the periodicity of Schallamach waves in soft material friction". *Appl Phys Lett* 89(261907):3 (2006);
- [56] D. F. Moore, "Friction and wear in rubbers and tyres", *Wear* 61 p. 273-282(1980).
- [57] D. Maugis , "Adhesion and rupture of elastic solids". Berlin: Springer; (2000).
- [58] A, Koenen, A. Sanon, "Tribological and vibroacoustic behavior of a contact between rubber and glass (application to wiper blade)". *Valeo Wiper Syst* (2007).
- [59] Gorsh K.A. "Some factors influencing the traction of radial ply tiers", *Rubber Chemistry and Technology*, vol. 57, pp. 889 (1984).
- [60] K.L. Johnson, « Contact mecahanics », Cambrige University Press, Cambridge, G.B., (1994).
- [61] D., Francois, "Essais mécaniques et lois de comportement, Hermès Science, (2000).
- [62] D.S., Dugdale, "Yielding of steel sheets containing slits", *J. Mech. Phys. Solids*, Vol. 8, pp. 100-108, (1960).
- [63] D., Maugis, "Contact, adhesion and rupture of elastic solids", *Springer Series in solid- State Science* , Ed. (1999).
- [64] Morrow C., Lovell M. et al., "A JKR-DMT transition solution for adhesive rough surface contact", *J. Phys. D. Appl. Phys.*, Vol. 36, pp.534-540, (2003).
- [65] F.P., Bowden et D., Tabor, "The friction and Lubrification of solids, Part 2", Clarendon Press, Oxford, (1964).
- [66] N.K Myshkin., M.I., Petrokovets et A.V.: Kovalev, "Tribology of polymers: Adhesion, friction, wear, and mass-transfer", *Tribology International*, 38, pp. 910 (2005).
- [67] D., Gong, Q.J. Xue et H.L Wang. « Physical models of adhesive wear of polytetrafluoroethylene », *Proc. of the Japan International Tribology Conference*, Nagoya, , pp. 959 (1990).
- [68] Gong D., Zhang B., Xue Q.J., Wang H.L.: Investigation of adhesion of filled polytetrafluoroethylene by ESCA, AES and XRD". *Wear*, Vol. 137, pp. 25 (1990),.
- [69] K. C. Ludema, "Physical factors in tyre traction", *Physics in Technology* 6(1) p.11-17 (1975).
- [70] D. F. Moore, "A review of adhesion theories for elastomers", *Wear* 22 , p.113-141(1972).
- [71] D. F. Moore, "A review of hysteresis theories for elastomers", *Wear* 30 p.1- 34 (1974).
- [72] K. Maeda, A. Bismark, et B. Briscoe, "Effect of bulk deformation on rubber adhesion", *Wear* 263 p.1016-1022(2007).
- [73] A.D. Roberts, "Theories of dry rubber friction", *Tribol. Int.* 9(2) p.75-81(1976).
- [74] B. N. J. Persson, A. I., Volokitin, "Rubber friction on smooth surfaces", *Eur. Phys. J. E* Vol. 21(1) p.69-80(2006).
- [75] K. N. G. Fuller, D. Tabor, "The Effect of Surface Roughness on the Adhesion of Elastic Solids", *Proc. R. Soc. Lond. A*.345, p.327-342(1975).
- [76] J. A. Greenwood, D. Tabor, "The Friction of Hard Sliders on Lubricated Rubber: The Importance of Deformation Losses", *Proc. Phys. Soc.* 71, p.989-1001(1958).
- [77] K. A. Grosch, "The Relation between the Friction and Visco-Elastic Properties of Rubber", *Proc. R. Soc. Lond. A.* 27 p.4 21-39(1963).
- [78] M.L.Williams, R.F.Landel, J. D. Ferry, "The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids", *J.Am.Chem.Soc.*77(14) p.3701–3707(1955).
- [79] B. N. J. Persson, "Theory of rubber friction and contact mechanics", *J. Chem. Phys.* 115 p.3840-3861(2001).
- [80] Q.V., Bui, "Estimation of rubber sliding friction from asperity interaction modeling", *Wear*, Vol. 252, pp. 150-160 (2002).
- [81] B.N.J. Person, "Qualitative theory of rubber friction and wear", *J. of Chem. Phys.*, Vol. 112(4), pp. 2021-2029 (2000).
- [82] B.N.J Person., Volokitin A.I., "Theory of rubber friction: Nonstationary sliding", *Physical Review B*, Vol. 65, pp.1-11. (2002).

- [83] B. N. J. Persson, "Rubber friction: role of the flash temperature", *J. Phys.-Condes. Matter* 18 7789–7823(2006).
- [84] R. C. Klingender, "Handbook of specialty elastomers", CRC Press, Taylor & Francis Group, US, (2008).
- [85] M. Barquins, "Friction and wear of rubber-like materials", *Wear* 160, p.1-11(1993).
- [86] M. Barquins, "Sliding Friction of Rubber and Schallamach Waves – A Review, *Mater. Sci. Eng.* 73 , p.45 -63(1985).
- [87] D. F. Moore, "Friction and wear in rubbers and tires", *Wear* 61, p. 273-282(1980).
- [88] D.H. Champ, E. Southern, A.G. Thomas, "Fracture mechanics applied to rubber abrasion, *Coatings and Plastics preprints* 34 (1) , p.237–243(1974).
- [89] A.G. Thomas, "Rupture of rubber.V: cut growth in natural rubber vulcanizates," *J. of Polymer Science* 31, p.467–480(1958).
- [90] E. Southern, A.G. Thomas, "Studies of rubber abrasion, *Rubber Chemistry and Technology* 52 p.1008–1018(1979).
- [91] H. Liang, Y. Fukahori, A.G. Thomas, J.J.C. Busfield, « Rubber abrasion at steady state » *Wear*, Vol. 266 pp.288–296(2009).
- [92] Y., Uchima, Y.Ishino, « pattern abrasion mechanism of rubber », *Wear*, Vol.150, pp.141-155, 1992.
- [93] W.Zhang, « Mechanisms of rubber abrasion in unsteady state », *Rubber Chemistry and Technology*, Vol. 54, (4), pp.755-768, (1984).
- [94] H.Czichos, D.Flanke, M. W. Santer., "Advances in tribology: the materials point of view", *Wear* 190, pp.155-161. (1995).
- [95] S. W Zhang., "State of the art of polymer tribology", *New Directio in Tribology* 8-12 September, First World Trib. Congress, London, pp.469-481(1997).
- [96] E. M.Kopalinsky, P. L. Oxley, "Explaining the mechanics of metallic sliding friction and wear in terms of slipline field models of asperity deformation", *Wear*, 190, pp. 145-154 (1995).
- [97] P.Lacey, A. Torrance, "The calculation of wear for plastic contact, *Wear*, 145, pp.145– 154(1991).
- [98] B. J.,Briscoe, "Isolated contactstress deformations of polymers; the basis for interpreting polymer tribology", *New Directio in Tribology* 8-12 September, First World Trib. Congress, London, pp.191-196 (1997).
- [99] B. J.Briscoe, P. D.Evans, E.Pelillo, S. J.Sinha, "Scratching maps for polymers", *Wear* 200, pp.137-147 (1996).
- [100] K. L.Johnson, "Contact mechanics and the wear of metals", *Wear* 190, pp. 162-170 (1995).
- [101] A. A.Torrance, "The influence of surface deformation on mechanical wear" *Wear* 200, pp.45-54(1996).
- [102] Y.Yang, A. A.Torrance, "Wear by plastic ratcheting. An experimental evaluation", *Wear* 196, pp. 147-155 (1996).
- [103]J. A.Williams, "Wear modeling: analytical, computational and mapping, a continuum mechanics approach" *Wear*, pp.225-229 (1999).
- [104]Smith, R. Horigan. "Analyzing Friction in the Design of Rubber Products and Their Paired Surfaces". Boca Raton: Taylor and Francis Group, (2008).
- [105]E.L Deladi., M.B. de Rooij and D.J. Schipper. "Modelling of static friction in rubber-metal contact." *Tribology International* 40, p. 588-594(2007).
- [106]D. Roylance "Engineering Viscoelasticity." 24 October 2001. Department of Materials Science and Engineering, MIT. 3 December 2009
- [107]E.Deladi, "Static Friction in Rubber-Metal Contacts With Application to Rubber Pad Forming Processes". PhD Dissertation. Twente, The Netherlands: University of Twente, (2006).
- [108]L . Leed, « The third boby concept :interpretation of tribological phenomena », Elsever, Amsterdam, P.B., *Tribology Series*, (31), (1995).
- [109]P. Kapessa, M. Cartier « Usure de contacts m écaniques-Manifestations de l'usure » *Techniques d'ingenieur, traité n° BM 5067* (2008).
- [110]J.T., Burwell « Survey of possible wear mecanism », *Wear* , Vol.1, pp.119-141, (1957).
- [111]B.J Briscoe., « Wear of polymers : an essay on fundamental aspects », *Trib. Int.* Vol.14, pp.231-243, (1981).
- [112]M.Barquins, « Adherence, frottement et usure des élastomères », *Ind. Min*, pp.148-168, (1989).

- [113] G. Petit, « Contribution à la compréhension des mécanismes élémentaires d'usure douce des élastomères chargés réticulés », Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon (2003).
- [114] S. W. Zhang, "Tribology of Elastomers", Elsevier, Netherlands, (2004).
- [115][89]- S. W. Zhang, Z. Yang, "Energy theory of rubber abrasion by a line contact", *Tribol. Int.* 30(12), 839-843(1997).
- [116] Y. Fukahori, H. Yamazaki, "Mechanism of rubber abrasion, Part 1: Abrasion pattern formation in natural rubber vulcanizate, *Wear* 171, p. 195-202(1994).
- [117] Y. Fukahori, H. Yamazaki, "Mechanism of rubber abrasion, Part 2". General rule in abrasion pattern formation in rubber-like materials, *Wear* 178, p. 109-116(1994).
- [118] Y. Fukahori, H. Yamazaki, "Mechanism of rubber abrasion, Part 3: how is friction linked to fracture in rubber abrasion?, *Wear* 188 , p.19-26(1995).
- [119] M.M. Reznikovskii, G.I. Brodskii, « abrasion of rubber », McLaren Palmerton, (1967).
- [120] Uchiyama Y., « The effect of environment on the friction and wear of rubber », Vol.110, pp.369-389, (1986).
- [121] H.W. Greensmith, « Rupture of rubber IV: Tear propriétés of vulcanisates containing carbon black », *Polym. Sci.* Vol.21, pp.175-182, (1956).
- [122] S.M. Aharouni, « Wear of polymers by roll formation », *Wear*, Vol. 25, pp. 309-327 (1973).
- [123] K.-D. Klee, E. Stein, Discretization in nonlinear continuum mechanics and comparison of some finite element algorithms, in: *Proceedings of the Pressure Vessels and Piping Conference*, Orlando, (1982).
- [124] C. Truesdell, W.Noll, "The nonlinear field theories" S. Flugge (Ed.), *Handbuch der Physik*, Band III/3, Springer, Berlin, (1965).
- [125] E.S. Suhubi, *Thermoelastic solids*" A.C. Eringen (Ed.), *Continuum Physics II*, Academic Press, New York. (1998).
- [126] A.I. Lurie, "Nonlinear theory of elasticity", J.D. Achenbach et al. (Eds.), *North-Holland Series in Applied Mathematics and Mechanics*, North-Holland, Amsterdam, (1990).
- [127] A.J.M. Spencer, "Continuum Theory of the Mechanics of Fibre-Reinforced Composites" Springer-Verlag, New York, (1984).
- [128] J.A. Weiss, N.M. Bradley, S. Govindjee, Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 135, p.107-128(1996).
- [129] G.A. Holzapfel, , T.Gasser, , "A viscoelastic model for fiber-reinforced composites at finite strains: continuum basis, computational aspects and applications". *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 190,p. 4379–4403(2001).
- [130] M.A Puso,, J. Weiss, , Finite element implementation of anisotropic quasilinear viscoelasticity. *ASME J. Biomech. Eng.* 120, p. 162–170 (1998).
- [131] G. Johnson, , G. Livesay, , S.Woo, , K.Rajagopal, , "A single integral finite strain viscoelastic model of ligaments and tendons". *ASME J. Biomech. Eng.* 118, p.221–226 (1996).
- [132] A.E. Green, "Large Elastic Deformations", Clarendon Press, Oxford, UK, (1970).
- [133] A.J.M. Spencer, "Continuum Theory of the Mechanics of Fibre-Reinforced Composites Springer-Verlag, New York, (1984).
- [134] J. P. Schröder, D. Neff, Balzani, "A variational approach for materially stable anisotropic hyperelasticity", *Int. J. Solids Struct.* 42 , p.4352–4371(2005).
- [135] Y.C. Fung, K. Fronek, P. Patitucci, "Pseudoelasticity of arteries and the choice of its mathematical expression, *Am. J. Physiol.* 237 p. H620–H631(1979).
- [136] G.A. Holzapfel, T.C. Gasser, R.W. Ogden, "A new constitutive framework for arterial wall mechanics and a comparative study of material models", *J. Elasticity* 61, p. 1–48(2000).
- [137] J.A. Weiss, B.N. Maker, S. Govindjee, "Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity", *Comp. Meth. Appl. Mech. Engng.* 135, p. 107–128(1996).
- [138] A.J.M. Spencer, "Continuum theory of the mechanics of fibre-reinforced composites", *CISM Courses and Lectures*, No. 282, Springer, Wien, (1984).
- [139] J., Humphrey, "Mechanics of the arterial wall: review and directions". *Crit. Rev. Biomed. Eng.* 23, 1–162(1995).

- [140] M. Kaliske, "A formulation of elasticity and viscoelasticity for fibre reinforced material at small and finite strains. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 185, pp. 225-243 (2000).
- [141] J. Weiss, B. Maker, S. Govindjee, "Finite element implementation of incompressible, transversely isotropic hyperelasticity". *Comput. Meth. Appl. Mech. Eng.* 135, 107–128(1996).
- [142] E. Peña, B. Calvo, M.A. Martínez, M. Doblaré "An anisotropic visco-hyperelastic model for ligaments at finite strains. Formulation and computational aspects", *International Journal of Solids and Structures* 44, p.760–778(2007).
- [143] M. Timmel, M. Kaliske, S. Kolling "Phenomenological and Micromechanical Modeling of Anisotropic effects in hyperelastic Materials", proceedings of the 6th LS-DYNA Forum, Franctanhall Germany D-II, p. 1-24(2007).
- [144] G.A. Holzapfel, T. Gasser, M. Stadler, A structural model for the viscoelastic behaviour of arterial walls: continuum formulation and finite element analysis. *Eur. J. Mech. A/Solids* 21, p.441–463(2002).
- [145] J. Schmidt, M. Kaliske, « Introduction of a Viscoelastic Damage Approach into ANSYS » 22nd CAD-FEM Users' Meeting Intern. Cong. on FEM Technol. Germany (2004).
- [146] P.G. Llana, MC Boyce. "Finite strain behavior of PET above the glass transition temperature". *Polymer*;40: p.6729–51 (1999).
- [147] C.P Buckley, DC, Jones DP Jones. "Hot-drawing of poly(ethylene terephthalate) under biaxial stress: application of a three-dimensional glass-rubber constitutive model". *Polymer* 37: p.2403–2414 (1996).
- [148] J.S Zaroulis, MC Boyce. "Temperature, strain state and strain rate dependence of the evolution in mechanical behavior and structure of poly(ethylene terephthalate) with finite strain deformation". *Polymer*;38: p.1303–15 (1997).
- [149] L. Mullins, N.R Tobin,. "Theoretical model for the elastic behavior of filler-reinforced vulcanized rubbers". *Rubber Chem. Technol.* 30, p.551–571 (1947).
- [150] C. Miehe,. Discontinuous and continuous damage evolution in Ogden-type large-strain elastic materials. *Eur. J. Mech. A/Solids* 14, p.697–720 (1995).
- [151] M.F. Beatty, S., Krishnaswamy,. A theory of stress-softening in compressible isotropic materials. *J. Mech. Phys. Solids* 48, p.931–965 (2000).
- [152] H.G. Kilian, M. Strauss, W. Hamm,. "Universal properties in filler loaded rubbers", *Rbb. Chemm. Technol.*, 67, p.1-16 (1994).
- [153] S. Govindjee, J.C. Simo,. mullins effect and the strain amplitude dependence of the storage modulus, *Int.J. Sol. Struc.* 29, p.1737-1751 (1992).
- [154] J.B. Donnet, A. Vidal. Carbon black:surface properties and interactions with elastomers, *J. Polym. Sci.* 24, p.103-127 (1986).
- [155] J.A.C. Hardwood, A.R. Payne, "Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part IV. Unfilled vulcanizates", *Journal of applied polymer science*, 10, p. 1203-1211(1966).
- [156] E.M. Dannenberg. "The effect of surface chemical interactions on the properties of filler-reinforced rubbers", *Rbb. Chemm. Technol.*, 48-1, p.410-444 (1975).
- [157] R.S. Rivelin, A.G. Thomas, The effect of stress relaxation on the tearing of vulcanized rubber, *Eng. Fract. Mecan.*, 18-2, p. 389-401(1983).
- [158] H. Pawelski, "Softening behavior of elastomeric media after loading in changing directions". Besdo, D., Schuster, R.H., Ihlemann, J. (Eds.), *Proceedings of the Second European Conference on Constitutive Models for Rubber*, Balkema, pp. 27–34 (2001).
- [159] J. Diani, M. Brieu, V. J.M. Acherand, A. Rezugui, "Directional model for isotropic and anisotropic rubber-like materials". *Mech. Mater.* 36, p.313–321 (2004).
- [160] O.H. Yeoh. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology*, vol. 63, p.792–805, (1990).
- [161] R. W. Ogden, D. G. Roxburgh,. "A Pseudo-Elastic Model for the Mullins Effect in Filled Rubber," *Proceedings of the Royal Society of London, Series A*, 455, 2861–2877 (1999).
- [162] A.M Adams, C.P Buckley, D.P. Jones. "Biaxial, hot drawing of amorphous poly(ethylene terephthalate)". *Proceedings of the Ninth International Conference in Deformation, Yield and Fracture of Polymers*, Cambridge, UK, (1994).

- [163] A. Dorfmann, R. Ogden, "A constitutive model for the Mullins effect with permanent set in particulate reinforced rubber". *Int. J. of Solids and Structures*. 41 : p. 1855-1878 . (2003)
- [164] J. Marchal. « Cristallisation des caoutchoucs chargés et non chargés sous contraintes : Effet sur les chaînes amorphes ». Thèse de doctorat. Université Paris XI UFR Scientifique d'Orsay. Ecole Doctorale (2006).
- [165] L. Mullins, "Softening of rubber by deformation". *Rubber Chem. Technol.* 42, p.339–362 (1969).
- [166] J.A.C. Hardwood, A.R Payne., "Stress softening in natural rubber vulcanizates. Part IV. Unfilled vulcanizates", *Journal of applied polymer science*, 10, p. 1203-1211 (1966).
- [167] A. Dorfmann, R. Ogden. "A constitutive model for the Mullins effect with permanent set in particulate reinforced rubber". *Int. J. of Solids and Structures*. 41, p. 1855-1878 (2003).
- [168] J. Greenwood J. Williamson, "The mechanics of adhesion of viscoelastic solids". *Philos Mag* 1981;43:697–711.
- [169] J. Baney C. Hui , "A cohesive zone model for the adhesion of cylinders". *J Adhes Sci Technol* 1997;11:392–406.
- [170] D. Maugis. "Adhesion and rupture of elastic solids". Berlin: Springer; 2000.
- [171] W. Mathias « Application des données tribologiques des matériaux », *Techniques de l'Ingénieur*, BM 7 006
- [172] J.I.L. Ligier, « Matériaux pour paliers lisses, *Traité Génie Mécanique* », *Technique d'ingénieur B5 330*, (1995).
- [173] D.F. Moore, « The friction and lubrication of élastomers ». Pergamon Press, Oxford, G.B., 1972.
- [174] I.V. Kragelski, E.F.N. epomnyashchii , "fatigue wear under elastic contact conditions". *Wear* 8 (1965) 303-319
- [175] J.M. Georges, *Frottement, usure et lubrification*, Editions Eyrolles/CNRS Editions Paris France 2000.
- [176] G. Wypych *Handbook of fillers*. Chemtec publishing, 2<sup>nd</sup> edition 62-72. (2000)
- [177] J.P. Cordebois et coll., « Fabrication par usinage », Dunod 2003, ISBN 2 10 005586 0.
- [178] O.H. Yeoh. Characterization of elastic properties of carbon-black-filled rubber vulcanizates. *Rubber Chemistry and Technology*, vol. 63, pages 792–805, 1990.
- [179] D.J. Charlton et J. Yang. A review of methods to characterize rubber elastic behavior for use in finite element analysis. *Rubber Chemistry and Technology*, vol. 67, pages 481–503, 1993.
- [180] P.Y. Manach. Etude du comportement thermomécanique d'alliage à mémoire de forme NiTi. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1993.
- [181] L.R.G. Treloar. Stress-strain data for vulcanised rubber under various types of deformation. *Trans. Faraday Soc.*, vol. 40, pages 59–70, 1944.
- [182] P.J. Blatz et W.L. Ko. "Application of finite elastic theory to the deformation of rubbery materials."; *Transactions of the Society of Rheology*, VI, pages 223–251, 1962.
- [183] C .L. Chow and C.H. Cundiff. "On the characterization of mechanical properties of rubber vulcanizates". *Tire Science and Technology, TSTCA*, vol. 15, No. 2, pages 73–96, April/June 1987.