

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITÉ MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DES SCIENCES  
DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

DOMAINE : SCIENCES MÉDICALES ET SANITAIRES  
FILIÈRE : MÉDECINE

---

Biophysique : électricité et optique géométrique

---

Rappels de cours et exercices corrigés

Auteur :  
BRAHIMI Samy

# Avant-propos

Ce polycopié qui est l'aboutissement de quatre années d'enseignement à la Faculté de Médecine de l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouou, se veut un support pédagogique à destination des étudiants de la première année médecine.

Les apports de la physique à la médecine sont insondables et importants. En premier lieu elle permet une bonne compréhension du corps humain, notamment les systèmes sanguins qui obéissent aux lois de la mécanique des fluides. Aussi, grâce à la physique des ondes une meilleure appréhension de la vision et de l'audition est possible. Elle présente aussi des aspects utiles d'un point de vue diagnostique et thérapeutique. Dans ce sillage, nous pouvons citer le remarquable développement de l'imagerie médicale à base de rayons X tels que la traditionnelle radiologie et son prolongement moderne qu'est le scanner, mais aussi l'imagerie par résonance magnétique (IRM). La radiothérapie permet, quant à elle, non seulement une précision dans la localisation des tumeurs par imagerie mais aussi une maîtrise des rayonnements ionisants pour détruire les cellules cancéreuses.

Dans ce polycopié, des rappels de cours relativement à l'électricité ainsi qu'à l'optique géométrique sont présentés. Les solutions aux séries d'exercices traitées y figurent également.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Électricité</b>	<b>1</b>
1.1	Phénomène d'électrisation	1
1.2	Charges électriques	1
1.3	Loi de Coulomb	2
1.4	Champ et potentiel électrostatique	3
1.5	Énergie potentielle d'interaction électrostatique	5
1.6	Dipôle électrique	6
1.6.1	Potentiel électrique crée en un point de l'espace	6
1.6.2	Champ électrique crée en un point de l'espace	7
1.6.3	Couple de forces exercées sur un dipôle en présence d'un champ électrique	7
1.6.4	Énergie potentielle d'un dipôle dans un champ électrique	9
1.7	Conducteur électrique	9
1.7.1	Densité surfacique de charge	9
1.7.2	Champ électrique au voisinage d'un conducteur	10
1.7.3	Conducteurs électriques en influence totale	10
1.7.4	Condensateur	10
1.7.4.1	Condensateurs en série	11
1.7.4.2	Condensateurs en parallèle	12
1.8	Exemples pratiques des phénomènes électriques	12
1.9	Exercices	13
1.10	Solutions des exercices	18
<b>2</b>	<b>Optique géométrique</b>	<b>34</b>
2.1	Bref aperçu sur l'aspect ondulatoire de la lumière	34
2.1.1	Spectre électromagnétique dans le vide	36
2.1.2	Phénomène des couleurs	36
2.2	Indice de réfraction	37
2.3	Chemin optique	38
2.4	Lois de Snell-Descartes	38

2.4.1	Lois de la réfraction . . . . .	38
2.4.2	Lois de la réflexion . . . . .	39
2.4.3	Angle de réfraction limite . . . . .	40
2.4.4	Phénomène de dispersion de la lumière . . . . .	41
2.5	Notions d'image, d'objet et de stigmatisme . . . . .	42
2.5.1	Images réelles et images virtuelles . . . . .	42
2.5.2	Objets réels et objets virtuels . . . . .	43
2.5.3	Stigmatisme . . . . .	44
2.5.3.1	Conditions de Gauss . . . . .	45
2.6	Dioptries sphériques . . . . .	47
2.7	Lentilles sphériques . . . . .	51
2.8	Exemples pratiques de l'optique géométrique . . . . .	53
2.9	Exercices . . . . .	54
2.10	Solutions des exercices . . . . .	58

<b>Bibliographie</b>		<b>77</b>
----------------------	--	-----------

# Chapitre 1

## Électricité

### 1.1 Phénomène d'électrisation

L'électrisation désigne le passage de charges, par arrachage ou capture, d'un corps à un autre (déplacement de charges électriques) comme c'est le cas au sein du corps humain par exemple. Plusieurs types d'électrisation existent, notamment l'électrisation par frottement, par influence et par contact. L'exemple le plus connu est celui de la règle en plastique qui attire les petits bouts de papier quand on lui fait subir des frottements. En effet, en frottant la règle à son pantalon ou à ses cheveux un déplacement de charges se produit. Par conséquent, l'objet isolant (la règle en plastique) se charge électriquement. Le champ électrique résultant agit sur les charges positives et négatives contenues dans le papier, attirant les charges de signe opposé à celles portées par la règle et repoussant celles de même signe ; c'est le phénomène d'influence. Du fait que le barycentre<sup>1</sup> des charges positives et négatives ne soit plus le même, l'effet de l'attraction l'emporte (les charges de même signe sont plus loin) et le papier est attiré. L'électrisation par contact signifie quant à elle le passage d'un courant électrique à travers un conducteur (le corps humain est un bon conducteur d'électricité puisqu'il regorge d'eau) lorsque celui-ci entre en contact avec une source électrique.

### 1.2 Charges électriques

La charge électrique est relative à la perte de neutralité d'une substance. La matière ordinaire est généralement neutre, c'est trivial. Cependant, si cette neutralité est rompue, nous parlons alors d'un système chargé électriquement. L'unité de la charge électrique dans le système international (SI) est le Coulomb qu'on note "C", et toute charge est multiple de la charge élémentaire :

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

---

1. À ce niveau on peut confondre le barycentre avec le centre de gravité.

En fait, elle constitue pour l'interaction électrostatique ce que constitue la masse pour l'interaction gravitationnelle :

$$\vec{F} = m \vec{g}, \quad (1.1)$$

$$\vec{F} = q \vec{E}, \quad (1.2)$$

où  $m$  est la masse,  $q$  la charge électrique,  $\vec{g}$  l'accélération gravitationnelle et  $\vec{E}$  le champ électrique. Cette analogie montre bien que dans le cas de la gravitation, la propriété de l'objet considérée est la masse, tandis qu'en électricité la propriété prise en compte est la charge électrique. Cependant, contrairement à la masse, on a des charges positives et négatives. Les charges de même signe se repoussent alors que celles de signes contraires s'attirent.

Les constituants de la matière que sont les atomes, comportent des particules chargées :

- les électrons notés ( $e^-$ ) :

$$\text{charge : } q_e = -e = -1.6 \times 10^{-19} \text{ C},$$

$$\text{masse : } m_e = 9.10 \times 10^{-31} \text{ kg}.$$

- les protons notés ( $p^+$ ) :

$$\text{charge : } q_p = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C},$$

$$\text{masse : } m_p = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg (1835.17 } m_e).$$

On a aussi les ions qui sont des atomes portant une charge électrique (le nombre d'électrons n'est pas identique au nombre de protons comme c'est le cas habituellement, du fait que l'atome ait capté ou cédé un ou plusieurs électrons).

\* **Charge ponctuelle** : elle est supposée être sans dimensions, analogiquement au point matériel.

### 1.3 Loi de Coulomb

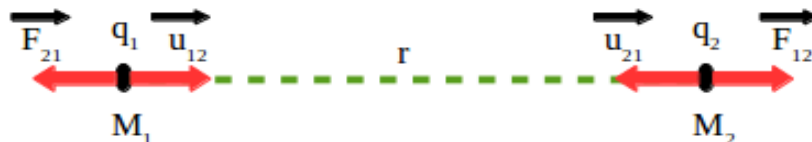


FIGURE 1.1 – Schéma illustrant l'interaction coulombienne entre deux charges électriques.

Si  $q_1$  et  $q_2$  sont deux charges électriques placées respectivement en  $M_1$  et  $M_2$  distants de  $r$ , alors il existe une force d'interaction électrostatique entre  $q_1$  et  $q_2$ , régie par la loi de Coulomb :

$$\vec{F}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}, \quad (1.3)$$

$$\vec{F}_{21} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{21}, \quad (1.4)$$

avec  $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9$  S.I,  $\epsilon_0$  représente la permittivité du vide qui décrit le comportement électrique du milieu (vide) vis-à-vis du champ électrique dans lequel il baigne. Notons que si le milieu n'est pas le vide, alors sa permittivité est  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  ( $\epsilon_r$  est la permittivité relative du milieu qui est une normalisation de la permittivité du milieu par rapport à la permittivité du vide). Les vecteurs  $\vec{u}_{12}$  et  $\vec{u}_{21}$  sont des vecteurs unitaires.

La première formule représente la force exercée par la charge  $q_1$  sur  $q_2$ , tandis que la deuxième régie la force exercée par la charge  $q_2$  sur  $q_1$ . Il est clair d'après cet exemple (figure 1.1) que les charges prises en compte sont de même signe. Par conséquent, la force d'interaction est de nature répulsive. Si les charges étaient de signes opposés, la force serait attractive (schéma ci-dessous).

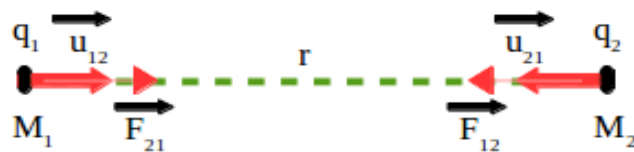


FIGURE 1.2 – Schéma illustrant l'attraction entre deux charges électriques.

**\* Remarques :**

- la force électrostatique est une grandeur vectorielle ;
- l'intensité (module) de la force électrostatique varie en carré inverse de la distance séparant les deux charges, et est proportionnelle au produit des charges en question ;
- les forces sont égales en intensité et opposées en sens conformément au principe de l'action et de la réaction (troisième loi de Newton) ;
- les forces sont portées par la droite joignant les deux charges ;
- la force électrostatique s'exprime en Newton (N) ;
- le sens des vecteurs unitaires est choisi dans le sens qui va de la cause vers l'effet.

## 1.4 Champ et potentiel électrostatique

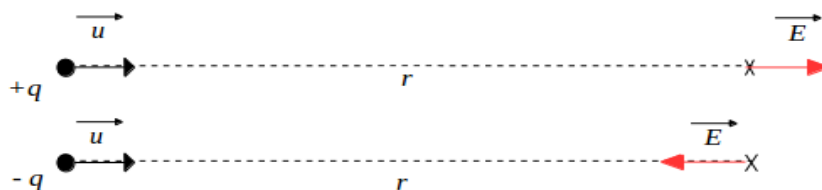


FIGURE 1.3 – Orientation du champ électrostatique selon le signe de la charge électrique.

Par convention, le champ électrostatique créé par une charge positive en un point de l'espace est sortant (de la charge positive). Si la charge est négative, alors il sera rentrant (vers la charge négative).

Une charge ponctuelle se trouvant en un point,  $q_1$  en  $M_1$  (exemple précédent), crée au point  $M_2$  un champ électrostatique qui est un champ de vecteurs, donné par la relation ci-dessous :

$$\vec{E}_{12} = K \frac{q_1}{r^2} \vec{u}_{12}. \quad (1.5)$$

Toute autre charge  $q_2$  localisée en ce point subira une force électrostatique qui s'écrit :

$$\vec{F}_{12} = q_2 \vec{E}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12}. \quad (1.6)$$

En d'autres termes, le champ électrostatique constitue le vecteur ou le médiateur de la force de Coulomb.

La charge  $q_1$  crée aussi au point  $M_2$  une grandeur scalaire, en l'occurrence le potentiel électrostatique :

$$V_{12} = K \frac{q_1}{r}. \quad (1.7)$$

La relation entre le champ et le potentiel électrostatique peut être définie comme suit :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad} V \quad (1.8)$$

Le vecteur  $\overrightarrow{grad}$  est un opérateur aux dérivées partielles permettant d'obtenir à partir d'une grandeur scalaire (le potentiel électrique), une grandeur vectorielle (le champ électrique). Son expression en coordonnées cartésiennes est :

$$\overrightarrow{grad} = \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}, \quad (1.9)$$

d'où :

$$V = - \int \vec{E} \cdot \vec{d\ell}, \quad (1.10)$$

où  $\vec{d\ell}$  est un déplacement infinitésimal.

Notons que si le potentiel en tout point d'une surface donnée est constant, alors la surface en question est une équipotentielle.

### \* Remarques :

- le champ électrostatique est une grandeur vectorielle ;
- le champ électrostatique dérive d'un potentiel ;
- le champ électrostatique est orienté vers les potentiels décroissants ;
- l'unité du champ électrostatique est  $V \cdot m^{-1}$  ;
- le potentiel électrostatique est défini à une constante près ;
- l'unité du potentiel électrostatique est le Volte (V).

Il y a lieu de signaler que lorsque on est en présence d'un système à plusieurs charges, le potentiel ou le champ électrostatique créé par la distribution de charges en question, est la somme algébrique des potentiels ou des champ individuels (créés par chacune des charges de la distribution). De même s'agissant de la force électrostatique. C'est le principe de superposition.

## 1.5 Énergie potentielle d'interaction électrostatique

La charge  $q_2$  en  $M_2$  baigne dans le champ électrique du à la présence de la charge  $q_1$  en  $M_1$ . Par conséquent, l'énergie potentielle de  $q_2$  dans le champ de  $q_1$  est :

$$E_p = q_2 V_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r}. \quad (1.11)$$

En tenant compte de l'équation (1.6) et (1.8) régissant respectivement la force électrostatique et la relation entre le champ et le potentiel électrostatique, on aboutit à la relation suivante :

$$\vec{F}_{12} = -\text{grad} E_p. \quad (1.12)$$

### \* Remarques :

l'énergie potentielle définie ci-dessus est :

- l'énergie potentielle est une grandeur scalaire ;
- l'énergie de  $q_2$  dans le champ électrostatique de  $q_1$  ;
- l'énergie de  $q_1$  dans le champ électrostatique de  $q_2$  ;
- l'énergie potentielle du système isolé constitué par les charges  $q_1$  et  $q_2$ .

Pour un système constitué de "n" charges ( $n > 2$ ) :

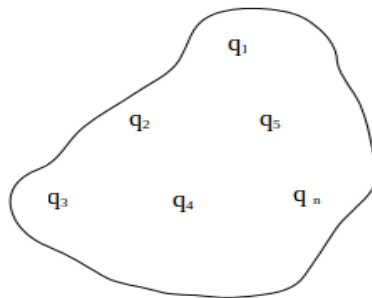


FIGURE 1.4 – Système constitué de "n" charges.

l'expression de  $E_p$  se généralise comme suit :

$$E_p = \sum_{i < j} E_{p_{ij}} = \sum_{i < j} K \frac{q_i q_j}{r_{ij}} = \sum_i \sum_{j > i} E_{p_{ij}} = \frac{1}{2} \sum_{i \neq j} E_{p_{ij}}. \quad (1.13)$$

La condition ( $i < j$ ) est nécessaire pour éviter de compter deux fois la même interaction et aussi faire abstraction de la self-interaction. De même pour ( $i \neq j$ ) qui permet de soustraire la self-interaction, et le facteur  $\frac{1}{2}$  est utile afin de ne pas comptabiliser doublement une interaction.

## 1.6 Dipôle électrique

Un ensemble de deux charges électriques  $-q$  et  $+q$  placées respectivement aux points A et B, distants de " $a=AB$ ", est appelé dipôle électrique. Les dimensions " $AB$ " du dipôle sont très petites devant les distances " $r$ " par rapport au centre du dipôle "O", auxquelles on se place ( $AB \ll r$ ), c'est l'approximation dipolaire.

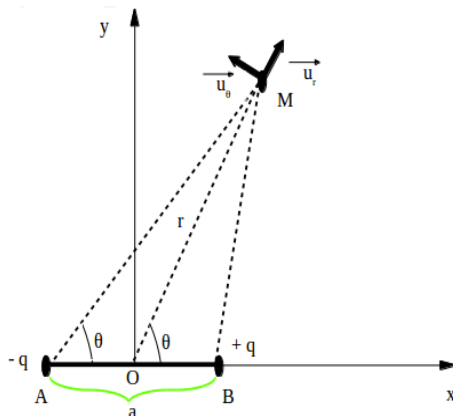


FIGURE 1.5 – Dipole électrique.

Ici nous avons considéré un système de deux charges électrique. Un système constitué de plusieurs charges électrique peut être assimilé à un dipôle électrique s'il satisfait aux conditions suivantes :

- 1)  $\sum q_i = 0 \Leftrightarrow \sum q_i^+ = \left| \sum q_i^- \right|$ .
- 2) Les barycentres des charges positives et négatives ne coïncident pas.

### 1.6.1 Potentiel électrique crée en un point de l'espace

Le potentiel crée au point M est la somme des contributions des charges localisées en A et B :

$$V_M = Kq \left( \frac{1}{MB} - \frac{1}{MA} \right) = Kq \left( \frac{MA - MB}{MB \cdot MA} \right). \quad (1.14)$$

Or  $r \gg a$ , on aura donc :

$$MA \simeq r + \frac{a}{2} \cos \theta \text{ et } MB \simeq r - \frac{a}{2} \cos \theta,$$

$$MB \cdot MA \simeq r^2,$$

ce qui donne :

$$V_M = \frac{Kqa \cos \theta}{r^2}. \quad (1.15)$$

La quantité " $qa$ " n'est rien d'autre que le module d'un vecteur  $\vec{p}$  appelé moment dipolaire :

$$\vec{p} = q\vec{AB} = qa\vec{u}_{AB}, \quad (1.16)$$

$$V_M = \frac{Kp \cos \theta}{r^2} = K \frac{\vec{p} \cdot \vec{u}_r}{r^2}. \quad (1.17)$$

Le moment dipolaire  $\vec{p}$  est orienté de la charge négative vers la charge positive, et la charge "q" est toujours prise en valeur absolue.

### 1.6.2 Champ électrique crée en un point de l'espace

On sait d'après l'équation (1.8) que le champ électrique et le potentiel électrique sont reliés par :

$$\vec{E}_M = -\overrightarrow{\text{grad}} V_M. \quad (1.18)$$

Notons qu'à deux dimensions la composante suivant "z" dans l'équation (1.9) donnant l'expression du vecteur  $\overrightarrow{\text{grad}}$ , n'a pas lieu d'être. En appliquant cet opérateur à la grandeur scalaire  $V_M$  :

$$\vec{E}_M = -\overrightarrow{\nabla} V_M = -\frac{\partial V_M}{\partial x} \vec{i} - \frac{\partial V_M}{\partial y} \vec{j}, \quad (1.19)$$

on aura les composantes du champ électrique  $\vec{E}_M$ . L'expression du potentiel à dériver est :

$$V_M = K \frac{px}{(x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}}, \quad (1.20)$$

avec  $r = (x^2 + y^2)^{1/2}$  et  $\cos \theta = x/(x^2 + y^2)^{1/2}$ ,

$$\vec{E}_M = Kp \frac{3 \cos^2 \theta - 1}{r^3} \vec{i} + Kp \frac{3 \sin \theta \cos \theta}{r^3} \vec{j}. \quad (1.21)$$

Il y a lieu de signaler que le potentiel et le champ électrique dans le cas d'un dipôle sont inversement proportionnels à  $r^2$  et  $r^3$ , contrairement au cas de la charge ponctuelle où ils sont inversement proportionnels à  $r$  et  $r^2$  respectivement.

### 1.6.3 Couple de forces exercées sur un dipôle en présence d'un champ électrique

Soit  $\theta$  l'angle entre le support du moment dipolaire (AB) et l'axe  $\vec{Ox}$ . Le champ appliqué  $\vec{E}$  est pris dans la direction de  $\vec{Ox}$ . La force  $\vec{F}$  qui s'applique sur le dipôle n'est rien d'autre que la résultante des forces  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$  :

$$\vec{F} = \vec{F}_A + \vec{F}_B = qE \vec{e}_x - qE \vec{e}_x = \vec{0}. \quad (1.22)$$

Quand bien même la force résultante est nulle, le moment du couple de forces ( $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$ ) ne l'est cependant pas :

$$\vec{\Gamma}_{/O} = \vec{OA} \wedge \vec{F}_A + \vec{OB} \wedge \vec{F}_B$$

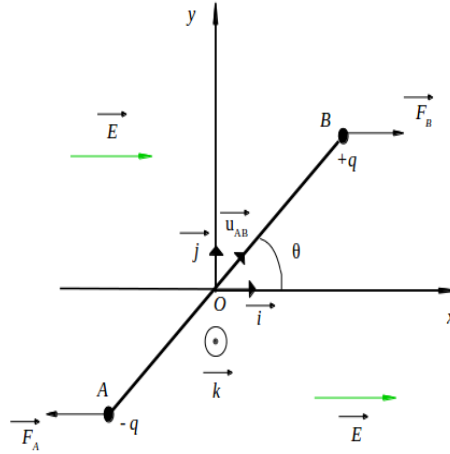


FIGURE 1.6 – Dipôle électrique dans un champ électrostatique.

$$\begin{aligned}
 &= \vec{AO} \wedge (-\vec{F}_A) + \vec{OB} \wedge \vec{F}_B \\
 &= \vec{AO} \wedge \vec{F}_B + \vec{OB} \wedge \vec{F}_B \\
 &= (\vec{AO} + \vec{OB}) \wedge \vec{F}_B = \vec{AB} \wedge \vec{F}_B.
 \end{aligned}$$

Le dipôle  $\vec{p}$  placé dans un champ électrique subit une action en rotation de valeur :

$$\vec{\Gamma}_{/O} = \vec{AB} \wedge \vec{F}_B = \vec{AB} \wedge q\vec{E} = \vec{p} \wedge \vec{E} = -pE \sin \theta \vec{k}. \quad (1.23)$$

Le centre du dipôle "O" est aussi le centre de rotation. Ce moment tend à aligner le dipôle parallèlement au champ  $\vec{E}$  ( $\theta = 0$ ).

**\* Remarque :**

- pour trouver le sens de  $\vec{\Gamma}$ , on utilise ce qu'on appelle la règle de la main droite : on pose notre main dans le sens du premier vecteur ( $\vec{p}$ ) et on tourne vers le deuxième vecteur ( $\vec{E}$ ), et le pouce nous indique le sens du vecteur produit vectoriel, comme indiqué sur la figure ci-dessous.

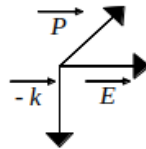


FIGURE 1.7 – Règle de la main droite.

Dans le cas d'une molécule ou substance assimilée à un dipôle, le barycentre des charges négatives est le point A, et le point B le barycentre des charges positives. Le moment dipolaire de la molécule en question aura tendance à s'aligner avec le champ  $\vec{E}$ . La substance va ainsi se polariser.

### 1.6.4 Énergie potentielle d'un dipôle dans un champ électrique

$$\begin{aligned}
 E_p &= E_{p_A} + E_{p_B} \\
 &= -qV_B(A) + qV_A(B) \\
 E_p &= q(V_A(B) - V_B(A)).
 \end{aligned}$$

On sait que le champ  $\vec{E}$  peut s'écrire en fonction de  $V_A(B) - V_B(A)$  :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V = -\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \vec{i} = -\frac{V_A(B) - V_B(A)}{a \cos \theta} \vec{i},$$

Ce qui fait que :

$$E_p = -qaE \cos \theta = -pE \cos \theta = -\vec{p} \cdot \vec{E}. \tag{1.24}$$

Le dipôle électrique est en équilibre quand le moment dipolaire  $\vec{p}$  est orienté parallèlement au champ  $\vec{E}$ , autrement dit lorsque  $\theta = 0$ .

## 1.7 Conducteur électrique

C'est un type de matériau où se trouvent des charges libres susceptibles de se mouvoir sous l'effet d'une excitation externe (un champ électrique par exemple). Des exemples de milieux conducteurs sont les métaux, les gaz ionisés et les électrolytes<sup>2</sup>. Ces charges libres peuvent être vues comme un "gaz d'électrons" qui, sous l'action d'un champ électrique acquerra une vitesse moyenne :

$$\langle \vec{v} \rangle = \mu \vec{E}, \tag{1.25}$$

où  $\mu$  est la mobilité des électrons.

### 1.7.1 Densité surfacique de charge

Soit un plan chargé :

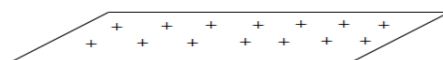


FIGURE 1.8 – Plan chargé en surface.

2. les électrolytes sont des minéraux qui si ils sont dissous dans un liquide tel que le sang transportent des charges électriques ioniques. Les électrolytes du sang comme le sodium et le potassium permettent de réguler la fonction nerveuse et musculaire.

On définit la densité surfacique de charge  $\sigma$ , qui est la quantité de charge électrique par unité de surface, par :

$$\sigma = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta S} = \frac{dQ}{dS}. \quad (1.26)$$

Elle s'exprime en  $C \cdot m^{-2}$ .

### 1.7.2 Champ électrique au voisinage d'un conducteur

À l'équilibre le champ électrique à l'intérieur d'un conducteur est nul, car toutes les charges se répartissent en surface ; c'est l'équilibre électrostatique. Cependant, en son voisinage immédiat extérieur le champ est régi par la loi suivante :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}. \quad (1.27)$$

C'est le théorème de Coulomb. Le vecteur unitaire  $\vec{n}$  est normal au conducteur et orienté vers l'extérieur.

À la surface du conducteur le champ vaut :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n}. \quad (1.28)$$

### 1.7.3 Conducteurs électriques en influence totale

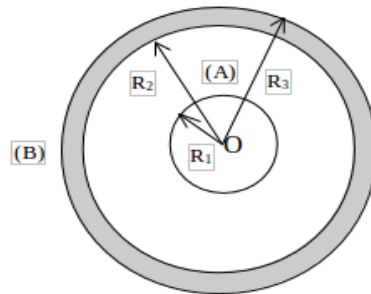


FIGURE 1.9 – Illustration de deux conducteurs en influence totale.

On dit que deux conducteurs sont en influence totale si l'un est à l'intérieur de l'autre, comme le montre la figure ci-dessus. Toutes les lignes de champ qui sortent du conducteur A atteignent le conducteur B.

### 1.7.4 Condensateur

Il existe plusieurs types de condensateurs, en l'occurrence le condensateur sphérique, le condensateur cylindrique et le condensateur plan. Nonobstant, relativement au sillage de ce module nous nous intéresserons uniquement au condensateur plan.

Un condensateur plan est un dipôle constitué par :

- deux conducteurs plans, parallèles, appelés armatures ;
- un isolant, appelé diélectrique, qui sépare les deux armatures.

Conventionnellement, un condensateur est représenté par le schéma suivant :



FIGURE 1.10 – Représentation schématique d'un condensateur.

Les armatures d'un condensateur peuvent être des lames ou des feuilles métalliques. Les isolant peuvent être du vide, du verre ou tout autre matériau non conducteur tel que du carton par exemple.

Les deux conducteurs d'un condensateur sont très proches et de même superficie. Ils sont par conséquent en influence totale ; si une des faces est chargée en surface positivement (+Q), alors l'autre face portera une charge égale et de signe opposé (-Q). La quantité (Q) représente la charge du condensateur.

On définit la capacité (C) d'un condensateur comme étant le quotient de (Q) par (V) :

$$C = \frac{Q}{V}, \quad (1.29)$$

avec (V) la différence de potentiel entre les deux armatures du condensateur. Cependant, on peut utiliser une autre formule pour le calcul de la capacité (C) :

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d}, \quad (1.30)$$

où (S) est la surface des deux armatures distantes de (d). Le  $\epsilon_0$  représente la permittivité du vide (généralement on prends le vide comme diélectrique).

### 1.7.4.1 Condensateurs en série

Les condensateurs en série sont disposés comme suit :

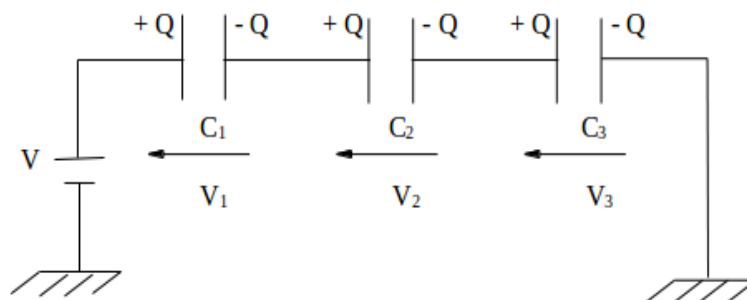


FIGURE 1.11 – Condensateurs en série.

La charge  $Q$  traversant le circuit se conserve :

$$Q = C_1V_1 = C_2V_2 = C_3V_3. \quad (1.31)$$

La somme de toutes les d.d.p. (différence de potentiel) donne :

$$V_1 + V_2 + V_3 = V. \quad (1.32)$$

On peut aussi écrire :

$$\frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = V = \frac{Q}{C}. \quad (1.33)$$

La capacité équivalente  $C$  est :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}. \quad (1.34)$$

#### 1.7.4.2 Condensateurs en parallèle

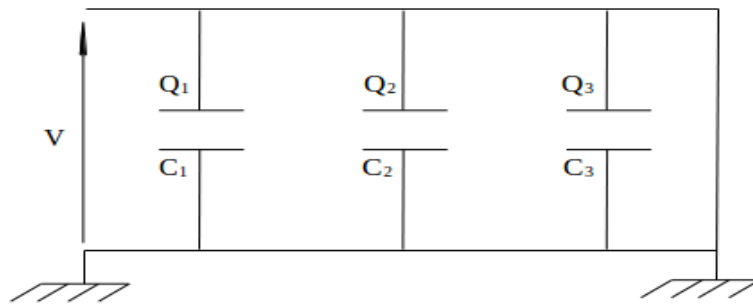


FIGURE 1.12 – Condensateurs en parallèle.

La tension  $V$  est commune à tous les condensateurs :

$$\begin{cases} Q_1 = C_1V \\ Q_2 = C_2V \\ Q_3 = C_3V \end{cases} \quad (1.35)$$

La somme des charges donne la charge totale  $Q=CV$  :

$$C_1V + C_2V + C_3V = CV. \quad (1.36)$$

D'où la capacité équivalente :

$$C = C_1 + C_2 + C_3. \quad (1.37)$$

## 1.8 Exemples pratiques des phénomènes électriques

On peut citer plusieurs exemples, parmi eux :

- L'électrocardiogramme (ECG) qui est un enregistrement de l'activité électrique du cœur ;
- L'électroencéphalogramme qui permet la mesure et l'enregistrement de l'activité électrique du cerveau.

### 1.9 Exercices

#### Exercice 1

Calculer la force électrostatique de répulsion  $\vec{F}_E$  entre deux particules  $\alpha$  (la particule  $\alpha$  est le noyau d'hélium  ${}^4_2\text{He}^{++}$ ) distantes de  $1 \text{ \AA}$  et comparer cette force de répulsion à la force d'attraction d'origine gravitationnelle  $\vec{F}_G$ .

Pour simplifier les calculs on considère que  $m_p = m_n = 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$ . On donne  $K = 9 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$ . La constante d'attraction universelle  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ . La charge élémentaire  $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ .

#### Exercice 2

On place quatre charges ponctuelles aux sommets ABCD d'un carré de côté  $a = 1 \text{ m}$ , et de centre O, origine d'un repère orthonormé (Oxy).

On donne :  $q_1 = q = 10^{-8} \text{ C}$ ;  $q_2 = -2q$ ;  $q_3 = 2q$ ;  $q_4 = -q$ ;  $K = 9 \times 10^9 \text{ S.I.}$

- 1) Déterminer le champ électrique  $\vec{E}$  au centre O du carré. Préciser la direction, le sens et la norme de  $\vec{E}$ .
- 2) Calculer le potentiel V créé en O par les quatre charges.
- 3) Calculer le potentiel sur les parties des axes x et y intérieures au carré. Quelle est, en particulier, la valeur de V aux points d'intersection de ces axes avec les cotés du carré ?.

#### Exercice 3

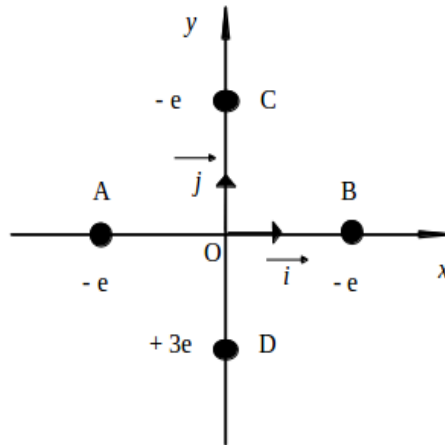
Quatre charges ponctuelles identiques  $-q (q > 0)$  sont fixées aux sommets ABCD d'un carré de côté  $a$ . Une cinquième charge  $q_o > 0$  est maintenue fixe au centre O du carré.

Déterminer la valeur de  $q_o$  en fonction de  $q$  pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle.

#### Exercice 4

On considère le système ( $\Sigma$ ) de charges représenté sur la figure ci-dessous et formé par quatre charges électriques fixes dans le plan (Oxy) telles que :  $q_A = -e$ ,  $q_B = -e$ ,  $q_C = -e$ ,  $q_D = +3e$  et les distances  $OA = OB = OC = OD = a$ .

- 1) Calculer le potentiel électrique  $V(O)$  créée par ces quatre charges à l'origine O du système de coordonnées.
- 2) Déterminer le champ électrique  $\vec{E}(O)$  en O créée par les quatre charges. Préciser sa direction, son sens et son module. Le représenter sur un schéma clair.



- 3) On place une charge  $q' = -e$  au point O. Déterminer la force exercée sur  $q'$ . On précisera sa direction son sens et son module. Faire un schéma.
- 4) Déterminer l'énergie potentielle de  $q'$ .
- 5) On enlève la charge  $q'$  du point O. Déterminer l'énergie potentielle d'interaction  $E_P$  de l'ensemble des quatre charges  $q_A, q_B, q_C$  et  $q_D$  du système ( $\Sigma$ ) (ou énergie interne du système). Ce système tend-il à se rassembler ou à se disperser ? justifier votre réponse.
- 6) Montrer que le système ( $\Sigma$ ) est équivalent à un dipôle électrique de moment dipolaire  $\vec{p}$ . Donner son expression. Préciser sa direction, son sens et son module.

### Exercice 5

Calculer le moment dipolaire d'une molécule d'eau en supposant que tous les électrons de la molécule forment un nuage sphérique centré sur le noyau de l'atome d'oxygène. La distance de liaison OH est  $0.96 \text{ \AA}$  et les deux liaisons forment un angle de  $104^\circ$ . Comparer avec la valeur expérimentale de  $1.83 \text{ Debye}$  ( $1\text{D} = \frac{1}{3} \times 10^{-29} \text{ C.m}$ ).

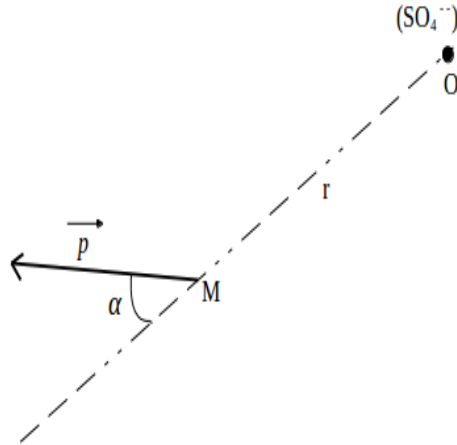
En fait, les électrons des atomes d'Hydrogènes ne sont captés par l'Oxygène mais seulement déplacés. On considère alors le moment de liaison  $p_{O-H} = 1.53 \text{ D}$ . Donner la nouvelle valeur calculée du moment dipolaire de la molécule d'eau. La comparer aux valeurs précédentes.

### Exercice 6

- 1) Soit un ion  $\text{SO}_4^{--}$  occupant une position fixe O dans l'espace. Quel est l'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  créé dans le vide par cet ion en un point M tel que  $OM=r$  ?.
- 2) On assimile une molécule  $\text{AB}_2$  à une répartition de trois charges ponctuelles  $q_A, q_{B_1}$  et  $q_{B_2}$  telles que  $q_{B_1} = q_{B_2} = +e$  et  $q_A = -2e$ . La longueur de chaque liaison AB est  $d$ , l'angle entre les deux liaisons AB est  $\beta$ . Calculer le moment dipolaire  $\vec{p}$  de cette molécule en utilisant la notion de barycentre des charges (positives et négatives). Préciser sa direction, son sens et son module. Faire un schéma. Donner la valeur numérique de  $p$  pour  $d=0.15 \text{ nm}$  et  $\beta = 92^\circ$  et

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

3) Cette molécule polaire  $AB_2$  est maintenant placée au point M à la distance  $r$  de l'ion  $SO_4^{--}$ , son moment dipolaire  $\vec{p}$  étant orienté comme l'indique la figure suivante :



- Représenter le champ électrique  $\vec{E}(M)$  et déterminer l'énergie potentielle d'interaction  $E_p$  entre la molécule polaire et l'ion  $SO_4^{--}$ . Tracer l'allure de la courbe  $E_p(\alpha)$ .
- En déduire la valeur de l'angle  $\alpha$  pour laquelle il y a équilibre stable. Représenter dans ce cas la disposition de la molécule polaire et de l'ion  $SO_4^{--}$  sur un schéma.

### Exercice 7

Soit un dipôle  $\vec{p}$  constitué d'un ensemble de deux charges ponctuelles égales et de signes contraires  $-q$  en A et  $+q$  en B, séparées d'une distance  $AB=d$ , petite par rapport à la distance  $r$ , du centre O du dipôle au point M où on calcule le champ  $\vec{E}$ . Calculer l'expression littérale du champ en  $M_1$  situé du côté de B sur la droite passant par AB et en  $M_2$  situé sur la médiatrice de AB.

### Exercice 8

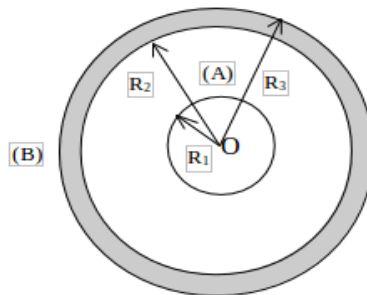
Deux disques métalliques A et B de rayon  $R=0.3$  m et distants de  $d=2.5$  mm, constituent les armatures d'un condensateur plan (P).

- Quelles sont la capacité C et la charge Q de ce condensateur quand il est soumis à une différence de potentiel (d.d.p)  $V_A - V_B=500$  V ?.
- On isole le condensateur (P). Une feuille métallique circulaire (M) initialement neutre, de même rayon  $R=0.3$  m et d'épaisseur  $e=1$  mm est alors introduite dans le condensateur, parallèlement aux armatures, à la distance  $d_1$  du disque A.
  - Quelles sont les charges portées par les deux faces ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) de la feuille métallique ?.
  - Quelle est la force électrostatique résultante agissant sur la feuille métallique (M) ?.

c) Calculer la capacité  $C'$  du condensateur équivalent à l'ensemble (P)+(M). En déduire la nouvelle d.d.p  $V_A - V_B$  entre les armatures A et B.

### Exercice 9

- 1) Quelle est la charge  $Q_1$  d'une sphère métallique isolée (A) de rayon  $R_1=6$  cm lorsqu'elle est portée au potentiel  $V_0=45000$  V ?.
- 2) On entoure la sphère (A) par une autre sphère métallique creuse (B) concentrique, de rayons  $R_2=12$  cm et  $R_3=15$  cm, initialement neutre et isolée.

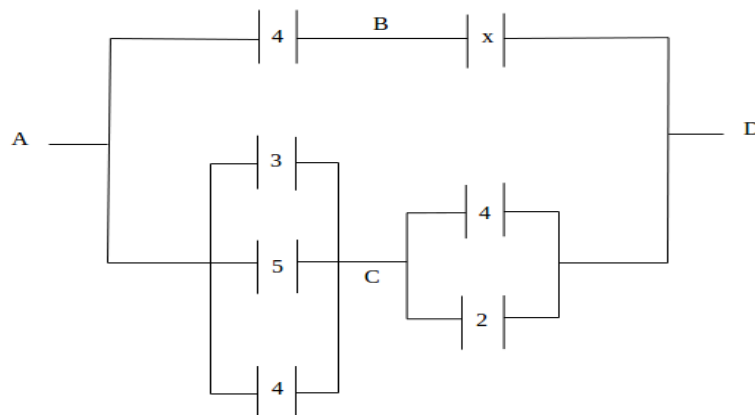


- a) Quelles sont les charges portées par (B) ?.
  - b) En déduire les potentiels  $V_A$  et  $V_B$  des deux sphères.
  - 3) La sphère (B) est reliée à la terre ( $V_B=0$ ). Quel est le nouveau potentiel  $V_A$  de (A) ?.
- On donne :

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 \text{ S.I.}$$

### Exercice 10

On considère le groupement de condensateurs suivant où les chiffres entre les armatures donnent les capacités en  $\mu F$  des différents condensateurs. La capacité du condensateur équivalent est de  $6 \mu F$  ; en déduire dans la même unité la valeur inconnue  $x$  du condensateur placé entre B et D.



### Exercice 11

Calculer en  $nF$  la capacité d'un condensateur plan horizontal constitué de deux armatures métalliques de surface  $6 \times 10^{-2} m^2$  distantes de  $2 \times 10^{-5} m$ , sachant que la moitié supérieure du diélectrique est constituée par un isolant de permittivité relative  $\epsilon_r = 2.4$  et l'autre moitié par un isolant de permittivité relative  $\epsilon_r = 4.6$ .

On donne  $\epsilon_0 = 8.8 \times 10^{-12} F \cdot m^{-1}$ .

## 1.10 Solutions des exercices

### Exercice 1

Par application de la loi de Coulomb on a :

$$F_E = K \frac{q_\alpha q_\alpha}{r^2} \quad q_\alpha = 2 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} \quad {}^4_2\text{He}^{++}$$

La particule  $\alpha$  n'est rien d'autre que le noyau d'hélium.

En remplaçant chaque quantité par sa valeur on obtient :

$$F_E = 9 \times 10^9 \frac{(3.2 \times 10^{-19})^2}{(10^{-10})^2} = 9.18 \times 10^{-8} \text{ N},$$

avec  $r = 10^{-10} \text{ m}$

D'autre part :

$$F_G = G \frac{m_\alpha m_\alpha}{r^2} \quad m_\alpha = 2m_p + 2m_n = 4m_p = 4m_n = 4 \times 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$F_G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{(6.68 \times 10^{-27})^2}{(10^{-10})^2} = 2.97 \times 10^{-43} \text{ N}$$

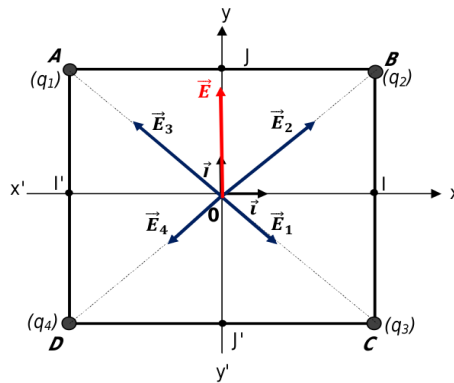
En physique, comparer deux grandeurs, c'est en faire le rapport :

$$\frac{F_E}{F_G} = \frac{9.18 \times 10^{-8}}{2.97 \times 10^{-43}} = 3.09 \times 10^{35}$$

**Conclusion :** en électrostatique, on peut négliger les forces d'origine gravitationnelle.

### Exercice 2

1) Le Champ électrique au centre O du carré :



Chacune des quatre charges va créer un champ électrique au point O, comme indiqué sur la figure ci-dessus. Le signe de la charge imprime un sens au champ électrique. Si la charge est positive le champ sera sortant, et si elle est négative il sera rentrant.

Au centre O du carré, le champ est donné par :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4.$$

En projetant l'équation vectorielle sur les axes (ox) et (oy) on aura :

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} - E_{3x} - E_{4x} \\ E_y = -E_{1y} + E_{2y} + E_{3y} - E_{4y} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = E_1 \cos(45^\circ) + E_2 \cos(45^\circ) - E_3 \cos(45^\circ) - E_4 \cos(45^\circ) \\ E_y = -E_1 \sin(45^\circ) + E_2 \sin(45^\circ) + E_3 \sin(45^\circ) - E_4 \sin(45^\circ) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( \frac{Kq}{OA^2} + \frac{2Kq}{OB^2} - \frac{2Kq}{OC^2} - \frac{Kq}{OD^2} \right) \\ E_y = \frac{\sqrt{2}}{2} \left( -\frac{Kq}{OA^2} + \frac{2Kq}{OB^2} + \frac{2Kq}{OC^2} - \frac{Kq}{OD^2} \right) \end{cases}$$

O est le centre du carré, ce qui fait que :

$OA=OB=OC=OD=a\frac{\sqrt{2}}{2}$  (le rapport de la diagonale du carré à son coté vaut  $\sqrt{2}$ ).

On obtient alors :

$$\begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \frac{2\sqrt{2}Kq}{a^2} \end{cases}$$

$$\vec{E}(O) = \frac{2\sqrt{2}Kq}{a^2} \vec{j}.$$

Le champ total créé au centre O du carré est :

- porté par l'axe (y/y) ;
- orienté dans le sens des "y" positifs ;
- de module  $E = \frac{2\sqrt{2}Kq}{a^2}$ .

**2) Le potentiel créé au centre O du carré par l'ensemble des quatre charges :**

$$V(O) = V_A(O) + V_B(O) + V_C(O) + V_D(O)$$

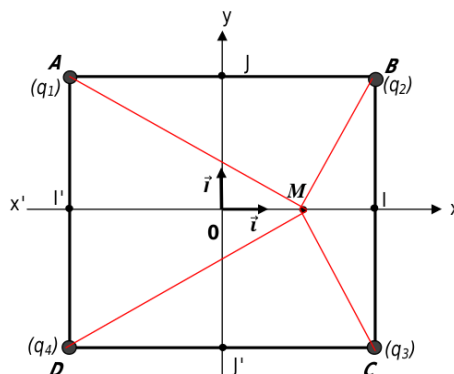
$$V(O) = \frac{Kq_1}{OA} + \frac{Kq_2}{OB} + \frac{Kq_3}{OC} + \frac{Kq_4}{OD}$$

$$V(O) = \frac{2}{\sqrt{2}a} Kq(1 - 2 + 2 - 1) = 0 \text{ V.}$$

Les charges considérées n'ont pas d'influence au point O (leurs influences se compensent en ce point).

**3) Le potentiel sur les parties des axes (x/x) et (y/y) intérieures au carré :**

**a) L'axe (x/x) :**



On prend un point M sur l'axe (x/x), le potentiel au point M est alors donné par :

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) + V_C(M) + V_D(M)$$

$$V(M) = Kq \left( \frac{1}{AM} - \frac{2}{BM} + \frac{2}{CM} - \frac{1}{DM} \right).$$

On a  $AM=DM$  et  $BM=CM$ , donc  $V(M)=0$  V.

Quelque soit le point pris sur l'axe (x/x) le potentiel V sera nul. L'axe (x/x) est une ligne équipotentielle telle que  $V=0$  V. Par conséquent,  $V(I)=V(I')=0$  V.

**b) L'axe (y/y) :**

Le potentiel en un point M sur l'axe (y/y) est :

$$V(M) = V_A(M) + V_B(M) + V_C(M) + V_D(M)$$

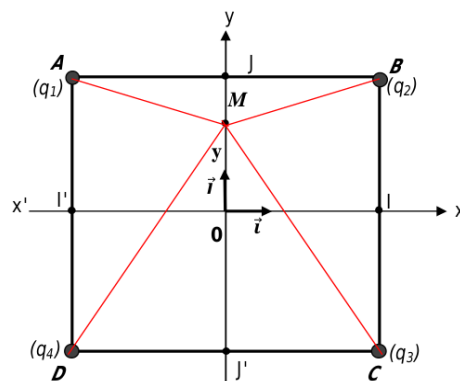
$$V(M) = Kq \left( \frac{1}{AM} - \frac{2}{BM} + \frac{2}{CM} - \frac{1}{DM} \right).$$

On a  $AM=BM$  et  $CM=DM$ , alors :

$$V(M) = Kq \left( -\frac{1}{AM} + \frac{1}{CM} \right).$$

On pose  $OM=y$ . On écrit les distances AM et CM en fonction de a et de y :

$$\begin{cases} (AM)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} - y\right)^2, (\text{triangle } AMJ) \\ (CM)^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{2} + y\right)^2, (\text{triangle } CMJ') \end{cases}$$



En remplaçant dans l'expression du potentiel, on aura :

Au point J  $y = \frac{a}{2}$  :

$$V(J) = \frac{2Kq}{a} \left( \frac{-\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5}} \right).$$

Au point J'  $y = -\frac{a}{2}$  :

$$V(J') = \frac{2Kq}{a} \left( \frac{\sqrt{5} - 1}{\sqrt{5}} \right)$$

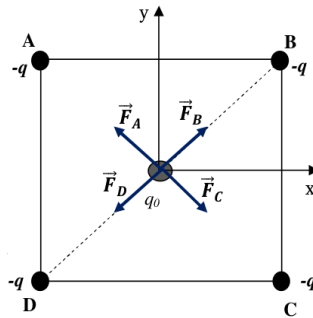
$$V\left(-\frac{a}{2}\right) = -V\left(\frac{a}{2}\right).$$

En deux points symétriques par rapport à O sur l'axe (y/y), les potentiels sont opposés.

### Exercice 3

-) La valeur de  $q_0$  en fonction de  $q$  pour que la force électrostatique totale qui s'exerce sur chacune des cinq charges soit nulle :

a) La force exercée sur la charge  $q_0$  :

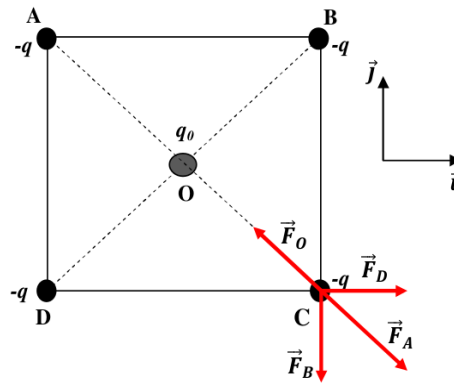


$$\vec{F}_{q_0} = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_C + \vec{F}_D = \vec{0}.$$

Par raison de symétrie, la force exercée sur  $q_0$  est nulle quelque soit la valeur de  $q_0$ .

b) La force totale exercée sur chacune des charges  $q$  :

On prend la charge placée en C, et le résultat trouvé pourra être transposé sur les trois autres charges placées en A, B et D :



$$\vec{F}_C = \vec{F}_A + \vec{F}_B + \vec{F}_D + \vec{F}_O = \vec{0}.$$

La projection sur les axes de coordonnées donnera :

$$\begin{cases} F_{Cx} = F_{Dx} + F_{Ax} - F_{Ox} \\ F_{Cy} = -F_{Ay} - F_{By} + F_{Oy} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{Cx} = \frac{Kq^2}{a^2} + \frac{\sqrt{2}Kq^2}{2 \cdot 2a^2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Kqq_0}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} \\ F_{Cy} = -\frac{\sqrt{2}Kq^2}{2 \cdot 2a^2} - \frac{Kq^2}{a^2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{Kqq_0}{\left(\frac{\sqrt{2}a}{2}\right)^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} F_{Cx} = \frac{Kq}{a^2} \left( q + \frac{\sqrt{2}}{4}q - \sqrt{2}q_0 \right) \\ F_{Cy} = -\frac{Kq}{a^2} \left( q + \frac{\sqrt{2}}{4}q - \sqrt{2}q_0 \right) \end{cases}$$

$$\vec{F}_C = F_{Cx} \vec{i} + F_{Cy} \vec{j}$$

$$\vec{F}_C = \vec{0} \Rightarrow F_{Cx} = F_{Cy} = 0$$

$$\Rightarrow q + \frac{\sqrt{2}}{4}q - \sqrt{2}q_0 = 0,$$

ce qui donne :

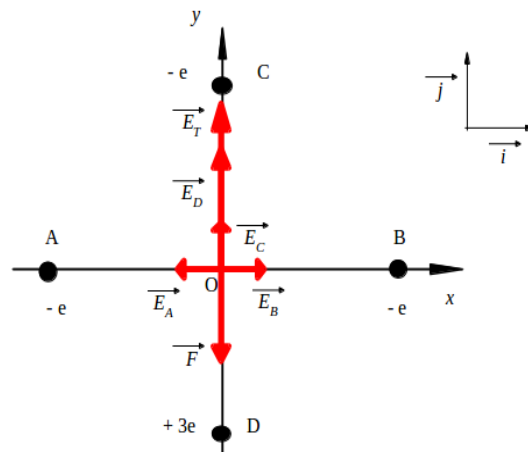
$$q_0 = \left( \frac{4 + \sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \right) q = \left( \frac{1 + 2\sqrt{2}}{4} \right) q.$$

### Exercice 4

1) Potentiel électrique  $V(O)$  créé par ces quatre charges à l'origine  $O$  du système de coordonnées :

$$\begin{aligned} V(O) &= V_A(O) + V_B(O) + V_C(O) + V_D(O) \\ &= \frac{Kq_A}{a} + \frac{Kq_B}{a} + \frac{Kq_C}{a} + \frac{Kq_D}{a} \\ &\Rightarrow V(O) = 0 \text{ V.} \end{aligned}$$

2) Le champ électrique  $\vec{E}(O)$  en  $O$  créé par les quatre charges :



Au point O, le champ électrique est donné par :

$$\vec{E}(O) = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D.$$

La projection sur les axes (ox) et (oy) donne :

$$\begin{cases} E_x = -E_A + E_B + 0 + 0 \\ E_y = E_C + E_D + 0 + 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = -\frac{Ke}{a^2} + \frac{Ke}{a^2} = 0 \\ E_y = \frac{Ke}{a^2} + \frac{3Ke}{a^2} = \frac{4Ke}{a^2} \end{cases}$$

$$\vec{E}(O) = \frac{4Ke}{a^2} \vec{j}.$$

Le champ total créé au point O est donc :

- porté par l'axe (y/y);
- orienté dans le sens des "y" positifs;
- de module  $E = \frac{4Ke}{a^2}$ .

**3) La force exercée sur la charge  $q' = -e$  placée au point O :**

$$\vec{F} = q' \vec{E} = -e \vec{E} = -\frac{4Ke^2}{a^2} \vec{j}.$$

La force  $\vec{F}$  est :

- porté par l'axe (y/y);
- orienté dans le sens des "y" négatifs;
- de module  $F = \frac{4Ke^2}{a^2}$ .

**4) L'énergie potentielle de  $q'$  :**

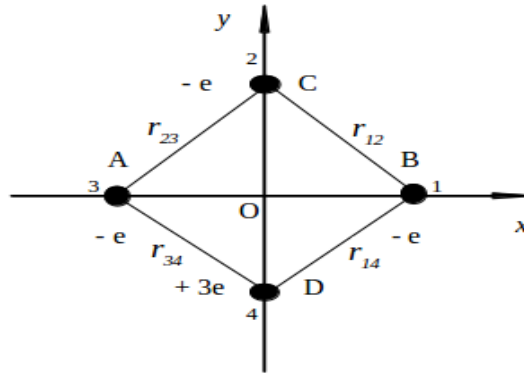
$$E_{p_{q'}} = q'V_{q'} = -e \left[ \frac{K(-e)}{a} + \frac{K(-e)}{a} + \frac{K(-e)}{a} + \frac{K(+3e)}{a} \right]$$

$$E_{p_{q'}} = 0 \text{ J.}$$

**5) L'énergie potentielle d'interaction  $E_p$  de l'ensemble des quatre charges :**

$$r_{12} = r_{23} = r_{34} = r_{14} = \sqrt{2}a.$$

$$\begin{aligned} E_p &= \sum_{i < j} E_{p_{ij}} = \sum_{i < j} K \frac{q_i q_j}{r_{ij}} \\ &= E_{p_{12}} + E_{p_{13}} + E_{p_{14}} + E_{p_{23}} + E_{p_{24}} + E_{p_{34}} \\ &= \frac{Ke^2}{\sqrt{2}a} + \frac{Ke^2}{2a} - \frac{3Ke^2}{\sqrt{2}a} + \frac{Ke^2}{\sqrt{2}a} - \frac{3Ke^2}{2a} - \frac{3Ke^2}{\sqrt{2}a} \end{aligned}$$



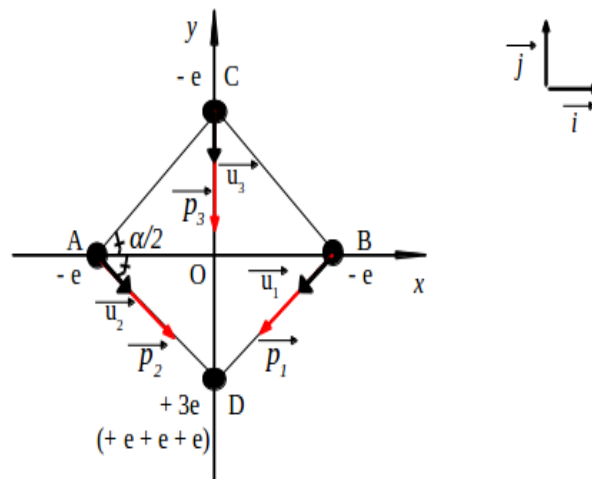
$$E_p = -Ke^2 \left( \frac{1 + 2\sqrt{2}}{a} \right).$$

Le système tend à se rassembler car  $E_p < 0$ . En physique, des énergies négatives signifient plus de stabilité.

**6) Le système ( $\Sigma$ ) est un dipôle électrique :**

L'unité du moment dipolaire est  $C \cdot m$  ou Debye (D). Le facteur de conversion est :

$$1D = 3.33564 \times 10^{-30} C \cdot m.$$



On peut séparer avec notre esprit la charge  $+3e$  en D en trois charges individuelles ( $+e +e +e$ ), comme c'est indiqué dans le schéma ci-dessus. Ainsi, on aura trois dipôles électriques de moments dipolaires  $\vec{p}_1$ ,  $\vec{p}_2$  et  $\vec{p}_3$  entre les charges se trouvant en A, B et C et chacune des charges constituant la charge en D :

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$$

$$\vec{p} = e\sqrt{2}a \vec{u}_1 + e\sqrt{2}a \vec{u}_2 + e2a \vec{u}_3$$

$$\vec{p} = e\sqrt{2}a(\vec{u}_1 + \vec{u}_2) - e2a \vec{j},$$

avec  $\vec{u}_3 = -\vec{j}$ .

$$\vec{p} = -e\sqrt{2}a(u_{1y} + u_{2y}) \vec{j} - e2a \vec{j}$$

$$\vec{p} = -e2\sqrt{2}a \cos \frac{\alpha}{2} \vec{j} - e2a \vec{j},$$

où  $\frac{\alpha}{2} = 45^\circ$ , d'où :

$$\vec{p} = -4ae \vec{j}.$$

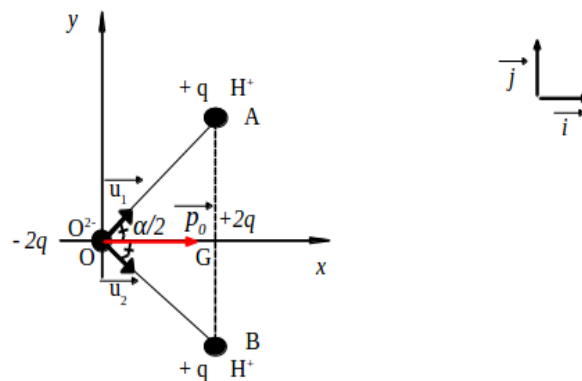
Le moment dipolaire  $\vec{p}$  est :

- porté par l'axe (y/y);
- orienté dans le sens des "y" négatifs;
- de module  $p = 4ae$ .

## Exercice 5

### 1) Calcul du moment dipolaire d'une molécule d'eau :

La molécule d'eau H — O — H est une molécule coudée, d'angle  $\alpha = 104^\circ$  et de longueur de liaison O — H,  $a = 0.96 \text{ \AA}$ . L'atome d'oxygène présente un excès de charges négatives  $-2q$  et chaque atome d'hydrogène un défaut de charge  $+q$ . De ce fait, une telle molécule possède un moment dipolaire permanent  $\vec{p}_0$ . On utilise la méthode du barycentre pour calculer  $\vec{p}_0$ . Le



système forme un dipôle électrique car les charges  $+q$  et  $+q$  des ions d'hydrogènes peuvent être assimilées à une charge  $q' = +2q$  placée en un point G tel que :

$$q\vec{AG} + q\vec{BG} = \vec{0}. \quad (1)$$

G est le barycentre des charges  $+q$  et  $+q$ . L'équation (1) n'est rien d'autre que la définition mathématique du barycentre (la somme des charges que multiplie les distances les séparant respectivement du barycentre prises vectoriellement, est égale au vecteur nul).

$$\begin{aligned} (1) &\Rightarrow q(\vec{AG} + \vec{BG}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow q(\vec{AO} + \vec{OG} + \vec{BO} + \vec{OG}) = \vec{0} \\ &\Rightarrow q(\vec{AO} + \vec{BO} + 2\vec{OG}) = \vec{0}. \end{aligned}$$

Sachant que  $q \neq 0$ , alors :

$$\begin{aligned} \vec{AO} + \vec{BO} + 2\vec{OG} &= \vec{0}. \\ \Rightarrow 2\vec{OG} &= \vec{OA} + \vec{OB} \\ &= a(\vec{u}_1 + \vec{u}_2) \\ &= 2au_{1x} \vec{i}. \end{aligned}$$

En en déduit que :

$$\vec{OG} = a \cos \frac{\alpha}{2} \vec{i}.$$

Le point G ne peut être situé qu'au milieu du segment de droite  $\overline{AB}$  pour qu'il satisfasse l'équation ci-dessus.

Le moment dipolaire  $\vec{p}_0$  aura donc comme expression :

$$\vec{p}_0 = 2q\vec{OG} = 2qOG \vec{i} = 2qa \cos \frac{\alpha}{2} \vec{i}.$$

**Application numérique :**

$$p_0 = 1.89 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m} = 5.56 \text{ D},$$

$$\text{avec } q = e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}.$$

On constate que la valeur théorique est supérieur à la valeur donnée par l'expérience et valant 1.83 D. Cela signifie que notre raisonnement ne décrit pas la réalité. Pour y remédier on doit adopter d'autres considérations.

**2) La nouvelle valeur du moment dipolaire :**

On considère que les électrons des atomes d'hydrogènes ne sont pas complètement captés par l'oxygène mais seulement déplacés vers celui-ci. Le moment de liaison  $p_{O-H}$  sera alors égale à 1.53 D (c'est une donnée de l'exercice). Ainsi, le moment total sera la somme des moments des deux liaisons O—H :

$$\vec{p}_0 = \vec{p}_{O-H} + \vec{p}_{O-H} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2.$$

En élevant au carré on aura :

$$\begin{aligned} \vec{p}_0^2 &= \vec{p}_1^2 + \vec{p}_2^2 + 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \\ \Rightarrow p_0 &= \sqrt{p_1^2 + p_2^2 + 2p_1 \cdot p_2 \cos(104^\circ)}, \end{aligned}$$

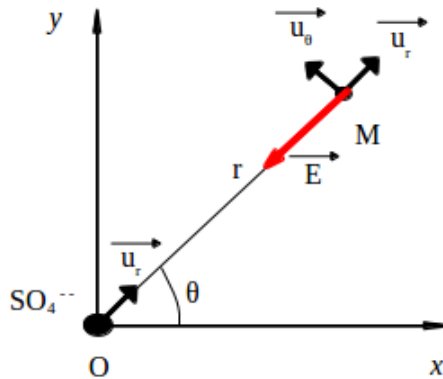
ce qui donne :

$$p_0 = 1.88 \text{ D}.$$

Ceci est conforme à l'expérience.

Exercice 6

1) L'expression du champ électrique  $\vec{E}(M)$  :



$$\vec{E}(M) = - \left| \frac{Kq}{r^2} \right| \vec{u}_r = - \frac{2Ke}{r^2} \vec{u}_r.$$

2) Calcul du moment dipolaire de la molécule AB<sub>2</sub> :

Idem que la question (1) de l'exercice 5 :

$$\vec{p} = 2ed \cos \frac{\beta}{2} \vec{i}.$$

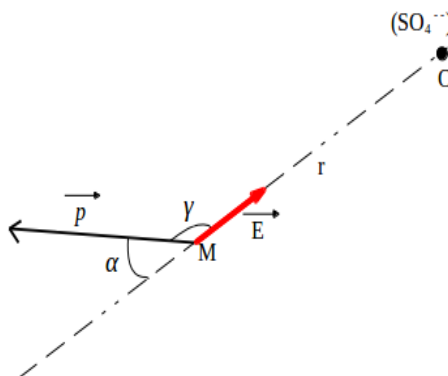
Le moment dipolaire  $\vec{p}$  est :

- porté par l'axe (x/x) ;
- orienté dans le sens des "x" positifs ;
- de module  $p = 2ed \cos \frac{\beta}{2}$ .

Application numérique :

$$p = 3.33 \times 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m} = 9.81 \text{ D}.$$

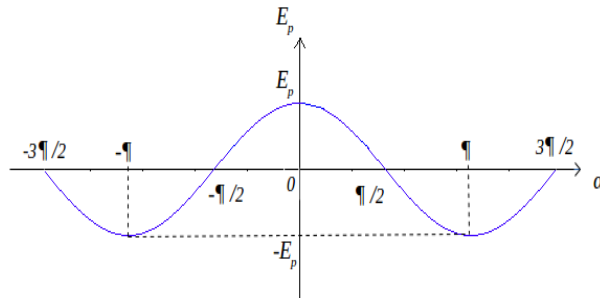
3-a) Représentation du champ électrique  $\vec{E}(M)$  et calcul de l'énergie potentiel d'interaction  $E_p$  :



$$E_p = - \vec{p} \cdot \vec{E} = -p \cdot E \cos \gamma$$

$$= -p \cdot E \cos(\pi - \alpha) = p \cdot E \cos \alpha.$$

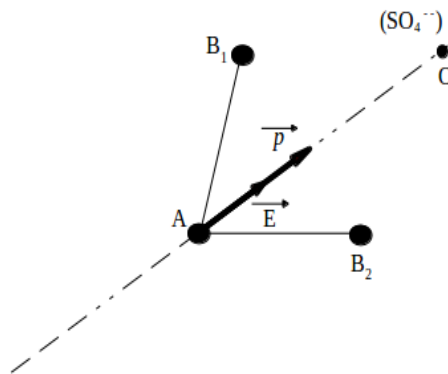
\*) L'allure de  $E_p(\alpha)$  :



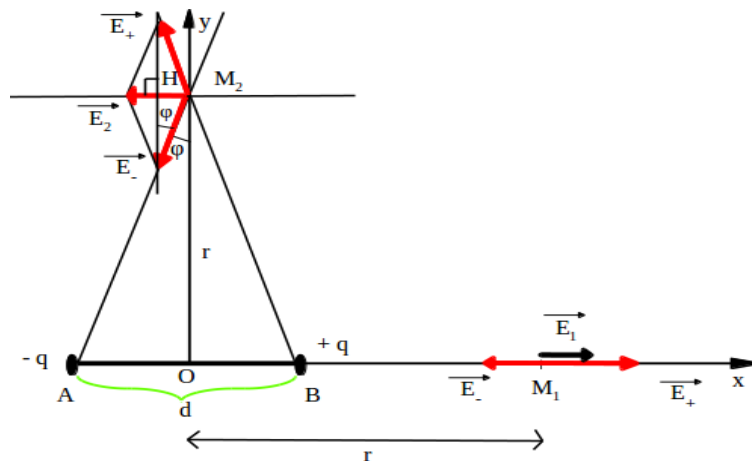
3-b) La valeur de l'angle  $\alpha$  pour laquelle il y a équilibre stable :

L'équilibre stable se produit lorsque le moment dipolaire  $\vec{p}$  est parallèle au champ électrique  $\vec{E}$ . Une telle configuration ne peut avoir lieu que si  $\alpha = \pi$ , ce qui donne  $E_p = -pE$ .

\*) La disposition de la molécule polaire et de l'ion  $\text{SO}_4^{--}$  :



### Exercice 7



\*) 1<sup>er</sup> cas : calcul de  $\vec{E}_1$  en  $M_1$

$$E_1 = K \left[ \frac{q}{(r - \frac{d}{2})^2} - \frac{q}{(r + \frac{d}{2})^2} \right] = Kq \left[ \frac{(r + \frac{d}{2})^2 - (r - \frac{d}{2})^2}{(r - \frac{d}{2})^2 (r + \frac{d}{2})^2} \right].$$

On applique au numérateur et au dénominateur l'égalité remarquable :

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2,$$

d'où

$$E_1 = Kq \left[ \frac{2rd}{(r^2 - \frac{d^2}{4})^2} \right].$$

Comme  $d \ll r$ , on a donc a fortiori  $\frac{d^2}{4} \ll r^2$ .

Après simplification on aura :

$$E_1 = Kq \frac{2rd}{r^4},$$

soit :

$$E_1 = Kq \frac{2d}{r^3}.$$

\*) 2<sup>e</sup> cas : calcul de  $\vec{E}_2$  en  $M_2$ .

Le point  $M_2$  est à égale distance de A et de B.

$$AM_2 = BM_2 = \sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}},$$

donc en module  $E_+ = E_-$ .

Le quadrilatère formé par les vecteurs  $\vec{E}_+$  et  $\vec{E}_-$  est par conséquent un losange, ses diagonales se concourent en leur milieu et sont perpendiculaires. On a donc :

$$E_2 = 2E_+ \sin \phi = 2E_- \sin \phi,$$

car

$$E_2 = 2HM_2,$$

soit :

$$E_2 = K \frac{2q \sin \phi}{r^2 + \frac{d^2}{4}},$$

comme dans le triangle rectangle  $AOM_2$   $\sin \phi = \frac{d/2}{\sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}}}$

$$E_2 = K \frac{2q}{(r^2 + \frac{d^2}{4})} \frac{d/2}{\sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}}}$$

$$E_2 = K \frac{qd}{(r^2 + \frac{d^2}{4})^{\frac{3}{2}}},$$

comme  $\frac{d^2}{4} \ll r^2$  et  $(r^2)^{3/2} = r^3$ , donc :

$$E_2 = K \frac{qd}{r^3}.$$

**Exercice 8**

**1) La capacité C et la charge Q du condensateur :**

La capacité d'un condensateur plan est donnée par :

$$C = \epsilon_0 \frac{S}{d},$$

avec  $S = \pi R^2$ .

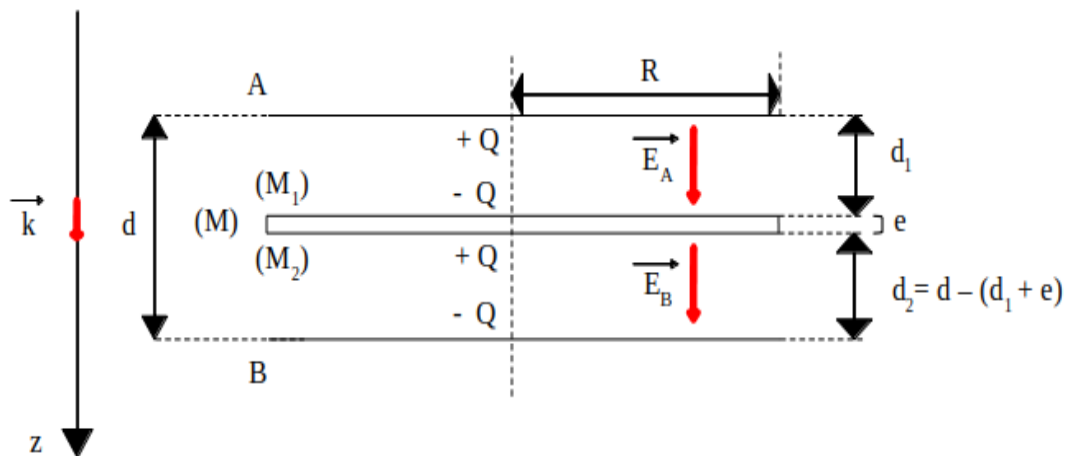
Sa charge est :

$$Q = C(V_A - V_B).$$

**Application numérique :**

$$C = 10^{-9} F \quad Q = 5 \times 10^{-7} C.$$

**2) Les charges portées par les deux faces (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>) de la feuille métallique :**



L'influence entre les deux conducteurs est totale. Par conséquent, la répartition des charges qui en résulte est indiquée sur la figure ci-dessus.

**3) La force électrostatique résultante agissant sur (M) :**

Les deux faces (M<sub>1</sub>) et (M<sub>2</sub>) de la feuille métallique sont soumises aux forces électrostatiques  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  égales et opposées, de norme :

$$\vec{F}_{M_1} = \vec{F}_{+Q/-Q} = -Q \vec{E}_A = -\frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} \vec{k}$$

$$\vec{F}_{M_2} = \vec{F}_{-Q/+Q} = +Q \vec{E}_B = \frac{\sigma^2 S}{2\epsilon_0} \vec{k}.$$

La résultante des forces est donc égale à :

$$\vec{F}_R = \vec{F}_{M_1} + \vec{F}_{M_2} = \vec{0}.$$

**4) La capacité C' du condensateur équivalent :**

$$V_A - V_B = (V_A - V_{M_1}) + (V_{M_1} - V_{M_2}) + (V_{M_2} - V_B).$$

Comme la surface de la feuille métallique est une équipotentielle (la feuille est très fine, les charges  $+Q$  et  $-Q$  se compensent), donc :

$$(V_{M_1} - V_{M_2}) = 0.$$

Ce qui fait que :

$$\begin{aligned} V_A - V_B &= (V_A - V_{M_1}) + (V_{M_2} - V_B) \\ \frac{Q}{C'} &= \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}, \end{aligned}$$

où  $C_1 = \epsilon_0 \frac{S}{d_1}$  et  $C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2}$ .

Par conséquent, l'ensemble (P)+(M) est équivalent à deux condensateurs mis en série. On en déduit :

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}.$$

En réduisant au même dénominateur et en remplaçant  $C_1$  et  $C_2$  par leurs expressions, on obtient :

$$C' = \frac{C}{1 - \frac{\epsilon}{d}}.$$

**Application numérique :**

$$C' = 1.7 \times 10^{-9} F.$$

\*) **La nouvelle d.d.p :**

$$V_A - V_B = \frac{Q}{C'} = \frac{C}{C'} (V_A - V_B)$$

**Application numérique :**

$$V_A - V_B = 300 V.$$

### Exercice 9

**1) La charge  $Q_1$  de la sphère (A) :**

La capacité de la sphère (A) est :

$$C_1 = 4\pi\epsilon_0 R_1 = 6.67 \times 10^{-12} F$$

$$Q_1 = C_1 V_0 = 0.3 \mu C.$$

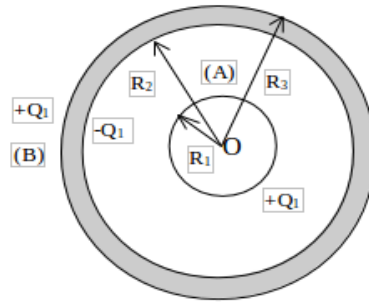
**2-a) Les charges portées par la sphères (B) :**

Par influence totale entre (A) et (B), la surface interne de (B) prend la charge  $-Q_1$  et la surface externe la charge  $+Q_1$ , mais globalement elle reste neutre.

**2-b) Les potentiels  $V_A$  et  $V_B$  des deux sphères :**

$$V_A = \frac{KQ_1}{R_1} - \frac{KQ_1}{R_2} + \frac{KQ_1}{R_3} = 40.5 kV = 40500V.$$

$$V_B = \frac{KQ_1}{R_3} = \frac{KQ_1}{R_1} \frac{R_1}{R_3} = V_0 \frac{R_1}{R_3} = 18 kV = 18000V.$$



3) Le nouveau potentiel  $V_A$  de (A) :

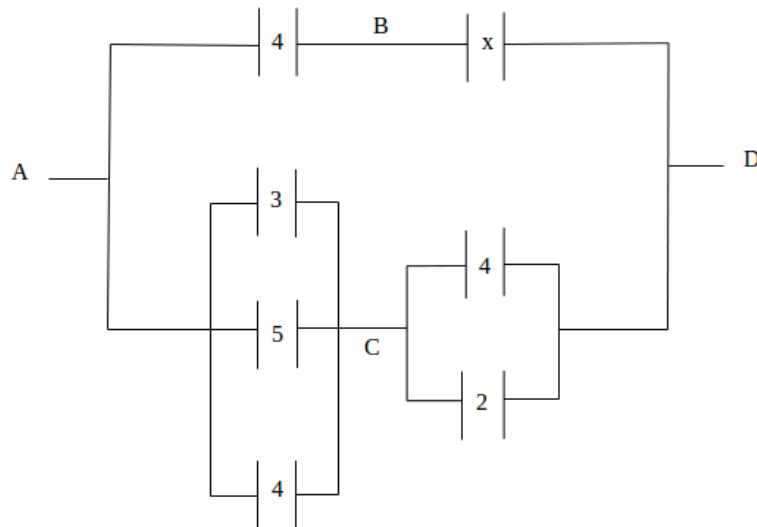
La sphère (B) étant reliée à la terre, elle perd sa charge extérieure  $+Q_1$  ; le potentiel de la sphère (A) devient :

$$V_A = \frac{KQ_1}{R_1} - \frac{KQ_1}{R_2} = V_0 \left( 1 - \frac{R_1}{R_2} \right) = 22.5kV = 22500V.$$

Exercice 10

-) La valeur inconnue  $x$  du condensateur placé entre B et D :

On calcul la capacité équivalente dans les différentes branches du circuit.



Entre A et C :

$$C_{AC} = 3 + 5 + 4 = 12 \mu F.$$

Entre C et D :

$$C_{CD} = 4 + 2 = 6 \mu F.$$

Branche ACD :

$$\frac{1}{C_{ACD}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{3}{12} \Rightarrow C_{ACD} = 4 \mu F.$$

Branche ABD :

$$\frac{1}{C_{ABD}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{x} \Rightarrow C_{ABD} = \frac{4x}{4+x}.$$

Finalement la capacité du condensateur équivalent sera donnée par :

$$C_{\text{équi}} = C_{ACD} + C_{ABD} = 4 + \frac{4x}{4+x} = 6 \mu F,$$

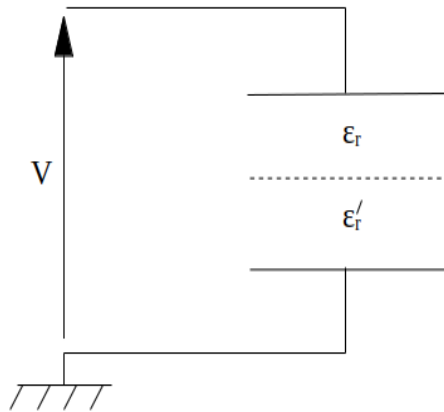
d'où :

$$x = 4 \mu F.$$

### Exercice 11

-) **La capacité du condensateur :**

Tout se passe comme si on avait deux condensateurs en parallèle  $C_1$  et  $C_2$ , chacun ayant la moitié de la surface totale :



Rappelons que si le diélectrique n'est pas le vide mais un milieu isolant homogène, la capacité du condensateur est :

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{S}{d}.$$

$$C_1 = \frac{2.4 \times 8.8 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-5}} = 31.7 \times 10^{-9} F.$$

$$C_2 = \frac{4.6 \times 8.8 \times 10^{-12} \times 3 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-5}} = 60.7 \times 10^{-9} F.$$

D'où la capacité équivalente :

$$C_{\text{équi}} = C_1 + C_2 = 92.4 \times 10^{-9} F = 92.4 nF.$$

# Chapitre 2

## Optique géométrique

L'optique est une branche de la physique qui s'occupe de l'étude de la lumière et de son comportement. Cette dernière est relative à la partie visible du rayonnement électromagnétique.

On distingue :

- \* **L'optique géométrique** : elle considère la lumière sous un aspect géométrique.
- \* **L'optique physique ou ondulatoire** : elle stipule que la lumière est une onde électromagnétique conformément à la théorie de Maxwell.
- \* **L'optique quantique** : elle appréhende la lumière sous un angle purement quantique, c'est à dire, la lumière est constituée de "photons" qui sont des quantum d'énergie associés aux ondes électromagnétiques.

On peut affirmer aujourd'hui que la lumière est de nature ambivalente, tantôt elle se présente sous un aspect ondulatoire et tantôt sous forme corpusculaire. Cependant, dans le cadre de ce chapitre, on traitera uniquement de l'optique géométrique tout en faisant allusion de temps à autre aux concepts quantiques et ondulatoires.

### 2.1 Bref aperçu sur l'aspect ondulatoire de la lumière

Selon la théorie électromagnétique la lumière est une propagation d'un champ électrique  $\vec{E}$  couplé à un champ magnétique  $\vec{B}$  ; on parle alors de champ électromagnétique. La direction de propagation  $\vec{k}$  forme avec  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  un trièdre droit. Le champ électrique  $\vec{E}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$  ont une variation sinusoïdale. Si on suppose que  $\vec{E}$  soit dirigé suivant l'axe (ox) et  $\vec{B}$  selon (oy), alors :

$$E_x(\vec{i}, t) = E_0(\vec{i}) \sin \omega t, \quad (2.1)$$

$$B_y(\vec{j}, t) = B_0(\vec{j}) \sin \omega t, \quad (2.2)$$

avec  $E_0$  et  $B_0$  l'amplitude du champ électrique et du champ magnétique respectivement. Leurs directions définissent ce qu'on appelle la polarisation du champ électromagnétique.

Les ondes électromagnétiques dont la lumière fait partie se propagent dans toutes les directions

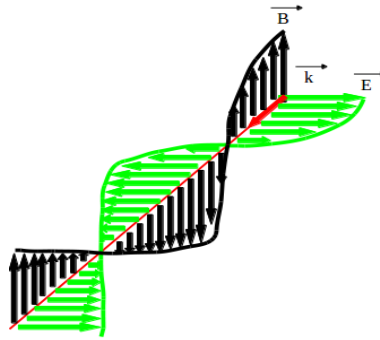


FIGURE 2.1 – Propagation d’une onde électromagnétique.

de l’espace, y compris en l’absence de milieu matériel. En d’autres termes, on peut avancer l’idée que la lumière est un objet physique contrairement à l’onde sonore qui est un mode vibratoire et nécessitant un milieu matériel pour sa propagation (l’onde sonore ne se propage pas dans le vide). Une onde électromagnétique sinusoïdale telle que définie antérieurement est caractérisée par :

- **une période**  $T$  qui représente le temps nécessaire pour parcourir une longueur d’onde. Elle est indépendante du milieu traversé. Son unité est la seconde (s) ;
- **une fréquence**  $f$  ou  $\nu$  qui se rapporte au nombre de longueur d’onde par seconde. Elle est indépendante du milieu traversé et s’exprime en Hertz (Hz) ou en ( $s^{-1}$ ). Elle est donnée par :  $f = \nu = \frac{1}{T}$  ;
- **une longueur d’onde**  $\lambda$  qui est relative comme son nom l’indique à la distance parcourue par l’onde pendant une période  $T$ . Elle dépend du milieu traversé et s’exprime en mètres (m). On peut la calculer en utilisant :  $\lambda = vT = \frac{v}{f}$ , avec  $v$  la vitesse de propagation qui est caractéristique du milieu.
- **une pulsation**  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$ . Elle s’exprime en radians par seconde (rad/s).

Lorsque une onde électromagnétique est caractérisée par une seule fréquence  $\nu$  (ou bien  $T$ ,  $\omega$  ou encore  $\lambda$ ), alors elle est dite monochromatique. Autrement, elle est polychromatique.

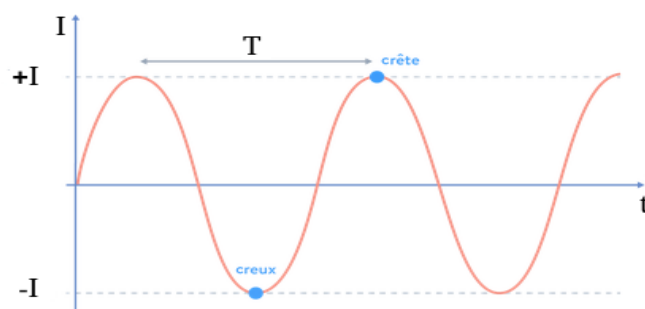


FIGURE 2.2 – Signal sinusoïdal périodique.

### 2.1.1 Spectre électromagnétique dans le vide

La fréquence  $\nu$  d'un rayonnement monochromatique dans le vide est reliée à sa longueur d'onde par :

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = cT, \quad (2.3)$$

où  $c$  est la célérité ou la vitesse du rayonnement en question dans le vide. Elle vaut exactement  $299792.458 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ . On l'approxime par  $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Type d'ondes	Longueur d'onde $\lambda$ (m)	Fréquences ( $\nu = c/\lambda$ ) (Hz)
Radio basse fréquence (LF)	$10^3 - 10^5$	$3 \times 10^3 - 3 \times 10^5$
Radio moyenne fréquence	$10^2 - 10^3$	$3 \times 10^5 - 3 \times 10^6$
Radio haute fréquence	$10 - 10^2$	$3 \times 10^6 - 3 \times 10^7$
Radio VHF	$1 - 10$	$3 \times 10^7 - 3 \times 10^8$
Radio UHF	$10^{-1} - 1$	$3 \times 10^8 - 3 \times 10^9$
Micro-ondes	$10^{-3} - 10^{-1}$	$3 \times 10^9 - 3 \times 10^{11}$
Infrarouge (IR)	$0.7 \times 10^{-6} - 10^{-3}$	$3 \times 10^{11} - 4 \times 10^{14}$
Visible	$0.4 \times 10^{-6} - 0.7 \times 10^{-6}$	$4 \times 10^{14} - 7.5 \times 10^{14}$
Ultraviolet (UV)	$10^{-9} - 0.4 \times 10^{-6}$	$7.5 \times 10^{14} - 3 \times 10^{17}$
Rayon X	$10^{-11} - 10^{-9}$	$3 \times 10^{17} - 3 \times 10^{19}$
Rayon $\gamma$	$10^{-14} - 10^{-11}$	$3 \times 10^{19} - 3 \times 10^{22}$

### 2.1.2 Phénomène des couleurs

Le spectre visible est constitué de plusieurs couleurs. Le tableau ci-dessous montre la relation entre la longueur d'onde, la fréquence et les couleurs du spectre visible dans le vide.

Couleur	Longueur d'onde (nm)	Fréquence ( $10^{14}$ Hz)
Violet	420	7.14
Bleu	470	6.40
Vert	530	5.70
Jaune	580	5.17
Orange	600	5.00
Rouge	650	4.62

**\* Remarques :**

- La lumière blanche est l'association de toutes les couleurs, telle que la lumière du soleil ;
- Un corps blanc émet toutes les couleurs ;
- Un corps noir n'émet aucune couleur.

Le phénomène de couleur provient des transitions électroniques au sein des atomes constituant un objet donné. Si un atome est irradié par un photon, l'électron de l'atome absorbe de l'énergie qui lui permet de passer à un niveau supérieur ; c'est le phénomène d'absorption (figure ci-après). L'électron dans cette posture se trouve dans un état excité. Il se désexcite (il reprend sa position initiale) en restituant l'excès d'énergie sous forme de photon ; c'est le phénomène d'émission. L'énergie du photon émit est :

$$h\nu = E_2 - E_1, \quad (2.4)$$

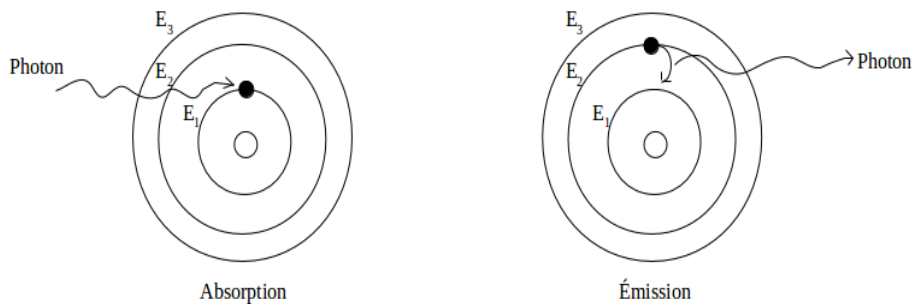


FIGURE 2.3 – Phénomène d'absorption et d'émission.

où  $h$  est la constante de Planck ( $h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ ).

Si l'énergie du photon incident est plus importante, l'électron peut atteindre le niveau d'énergie  $E_3$ . À chaque transition électronique correspond une fréquence, et à chaque fréquence correspond une couleur.

## 2.2 Indice de réfraction

Dans le vide la lumière se propage avec une célérité  $c = 3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ . Dans un milieu autre que le vide, elle voyage à une vitesse  $v \neq c$ . On définit l'indice de réfraction de ce milieu par :

$$n = \frac{c}{v}. \quad (2.5)$$

L'indice de réfraction  $n$  dépend du milieu mais aussi de la longueur d'onde du rayonnement considéré, comme c'est le cas des milieux dispersifs<sup>1</sup>.

**\* Ordre de grandeur :**

- L'air :  $n = 1.00292 \approx 1$  est confondu avec le vide ;
- L'eau :  $n = 1.33$  ;
- Le verre :  $n = 1.50$  à  $1.70$ .

---

1. Un milieu dispersif est un milieu dont l'indice de réfraction dépend de la fréquence (ou de la longueur d'onde).

## 2.3 Chemin optique

Dans un milieu homogène (caractérisé par un indice  $n$  uniforme), le chemin optique entre deux points  $A$  et  $B$  est la distance  $AB$  parcourue par un rayon lumineux multipliée par l'indice de réfraction  $n$  du milieu de propagation :



FIGURE 2.4 – Schéma illustrant le chemin optique.

$$L_{AB} = nAB. \quad (2.6)$$

## 2.4 Lois de Snell-Descartes

Ces lois ont été établies par Willebrord Snell en 1621 et retrouvées par et René Descartes en 1637. Elles sont relatives au changement de direction, par réflexion ou par réfraction, d'un rayon lumineux rectiligne, en traversant une surface de séparation de deux milieux d'indices différents.

### 2.4.1 Lois de la réfraction

Considérons une surface (dioptre) séparant deux milieux homogènes d'indices différents  $n_1$  et  $n_2$  ( $n_1 < n_2$ ), et un rayon lumineux tombant sur ce dioptre au point  $I$ .

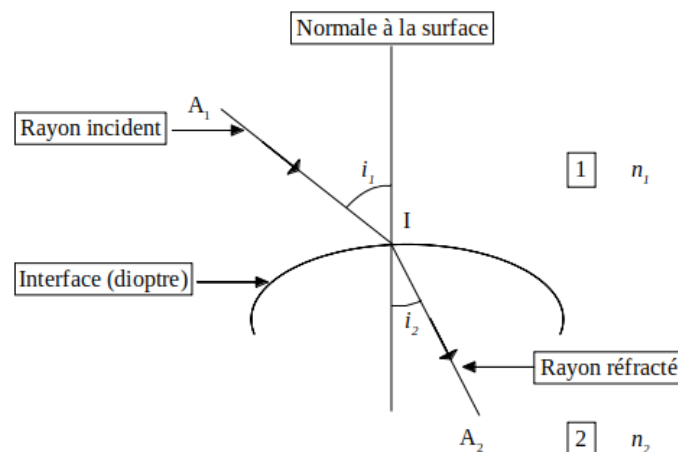


FIGURE 2.5 – Phénomène de réfraction.

**\* Première loi sur la réfraction :**

Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.

**\* Deuxième loi sur la réfraction.**

$$n_2 \sin i_2 = n_1 \sin i_1. \quad (2.7)$$

Si maintenant  $n_1 > n_2$ , l'angle de réfraction  $i_2$  sera supérieur à l'angle d'incidence  $i_1$  ( $i_2 > i_1$ ), car  $\sin i_2 > \sin i_1$ .

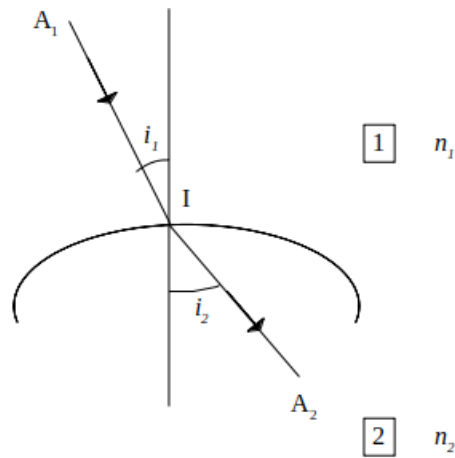


FIGURE 2.6 – Phénomène de réfraction.

### 2.4.2 Lois de la réflexion

Dans ce cas de figure, le point  $A_2$  se trouve dans le milieu (1). La lumière est réfléchi au point  $I$ .

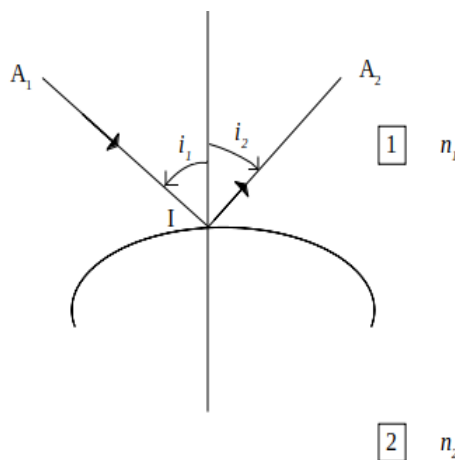


FIGURE 2.7 – Phénomène de réflexion.

#### \* Première loi sur la réflexion :

Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.

#### \* Deuxième loi sur la réflexion :

Les angles d'incidence et de réflexion sont dans des sens opposés :

$$i_1 = -i_2$$

$$|i_1| = |i_2|.$$

En valeur absolue, les angles d'incidence et de réflexion sont égaux.

### 2.4.3 Angle de réfraction limite

Considérons un rayon provenant d'un milieu d'indice  $n_1$  et pénétrant dans un milieu d'indice  $n_2$ , tel que  $n_2 > n_1$ . La loi régissant la réfraction s'écrit :

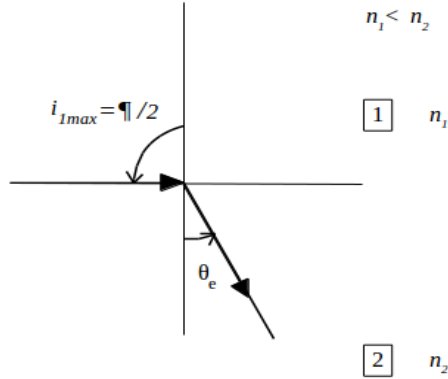


FIGURE 2.8 – Angle de réfraction limite dans le cas où l'indice du milieu d'incidence ( $n_1$ ) est inférieur à l'indice du milieu réfringent ( $n_2$ ).

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1.$$

On sait que :

$$-1 \leq \sin i_1 \leq +1 \Rightarrow -\frac{n_1}{n_2} \leq \sin i_2 \leq \frac{n_1}{n_2}.$$

Si l'angle d'incidence vaut  $\frac{\pi}{2}$ , alors l'angle limite de réfraction est :

$$\theta_e = \arcsin \frac{n_1}{n_2}. \tag{2.8}$$

Un rayon prenant source d'un milieu d'indice  $n_1$  et se dirigeant vers un milieu plus réfringent (d'indice  $n_2 > n_1$ ) est toujours réfracté.

Si par contre on a un rayon se dirigeant vers un milieu moins réfringent ( $n_2 < n_1$ ), on aura :

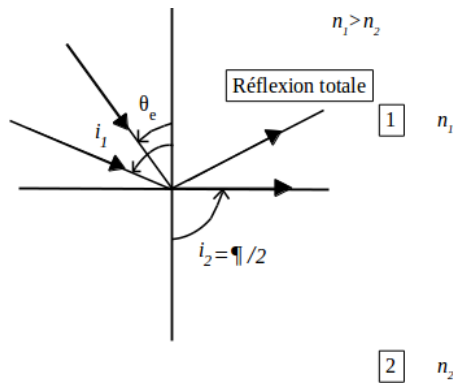


FIGURE 2.9 – Angle de réfraction limite dans le cas où l'indice du milieu d'incidence ( $n_1$ ) est supérieur à l'indice du milieu réfringent ( $n_2$ ).

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow \sin i_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin i_1$$

$$-1 \leq \sin i_2 \leq +1 \Rightarrow -\frac{n_2}{n_1} \leq \sin i_1 \leq \frac{n_2}{n_1}.$$

L'angle limite de réfraction est :

$$\theta_e = \arcsin \frac{n_2}{n_1}. \tag{2.9}$$

Pour  $i_1 = \theta_e$ ,  $i_2 = \frac{\pi}{2}$ .

Pour  $i_1 > \theta_e$ , il n'y a pas de réfraction, on a une réflexion totale.

### 2.4.4 Phénomène de dispersion de la lumière

La lumière blanche quelle provienne d'une source naturelle comme le soleil ou artificielle comme une ampoule, est constituée de toutes les couleurs. Afin de prouver qu'elle contient toutes les couleurs, une petite expérience s'impose. On prend une source de lumière blanche et on la fait passer à travers un prisme. Sur l'écran (figure ci-dessous) on récupère toutes les couleurs relatives au spectre visible à savoir : le violet, l'indigo, le bleu, le vert, le jaune, l'orange et le rouge. Notons que  $n_0$  est l'indice de l'air et  $n$  l'indice du milieu constituant le prisme. Une

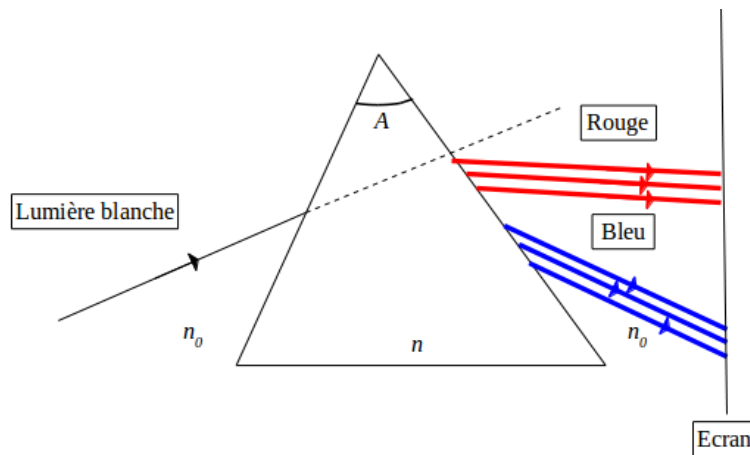


FIGURE 2.10 – Phénomène de dispersion à travers un prisme.

question s'impose : pourquoi est ce que chaque couleur est déviée différemment des autres ?. En fait, l'indice du milieu dépend de la longueur d'onde, et comme chaque couleur a une longueur d'onde bien spécifique, donc chaque couleur sera caractérisée par son propre indice de réfraction et ainsi des angles de déviation différents. Un milieu dont l'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la lumière le traversant est appelé milieu dispersif. Ce phénomène se rencontre dans la nature sous forme d'arc-en-ciel. Dans ce cas précis ce sont les petites gouttelettes d'eau dans les nuages qui jouent le rôle de milieu dispersif.

## 2.5 Notions d'image, d'objet et de stigmatisme

Afin qu'un œil puisse voir ou distinguer des objets donnés, ceux-ci doivent être lumineux, soit parce qu'ils émettent directement de la lumière, soit parce qu'ils la renvoient par diffusion. Bien évidemment, cette lumière doit atteindre l'œil en question. On parle alors de sources primaires (émission direct de lumière) et de sources secondaires (émission de lumière par diffusion). Le soleil, une lampe et un laser sont des sources primaires, contrairement à la lune et au ciel qui sont des sources secondaires.

### 2.5.1 Images réelles et images virtuelles

Dans le cas de l'exemple ci-dessous, l'observateur a l'impression que le rayon lumineux arrive de la source rectilignement. L'image  $A'$  du point  $A$  est issue de l'intersection du prolongement des rayons réfractés. Par conséquent, cette image n'existe pas réellement, elle ne peut être matérialiser sur un écran. Elle n'existe pas physiquement, on dit qu'elle est virtuelle.

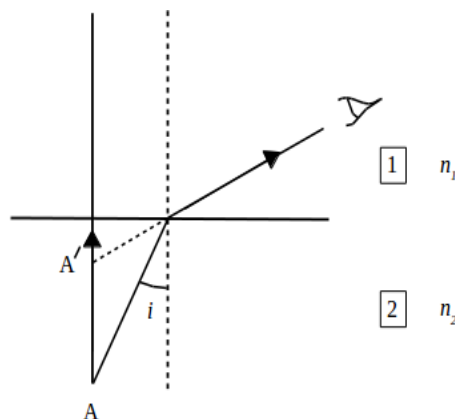


FIGURE 2.11 – Illustration schématique d'une image virtuelle.

Considérons à présent un autre dispositif optique tel un projecteur, qui donne une image pour un objet situé au point  $B$  comme le montre la figure ci-dessous. L'image au point  $B'$  est obtenue

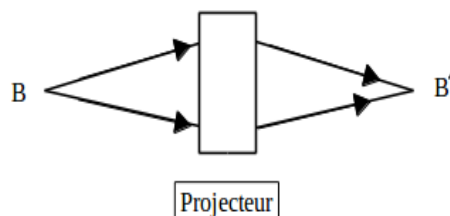


FIGURE 2.12 – Illustration schématique d'une image réelle.

par l'intersection des rayons réfractés. C'est donc une image réelle pouvant être matérialisée sur un écran.

### 2.5.2 Objets réels et objets virtuels

Si  $A$  est un objet positionné devant un miroir, les rayons émanant de  $A$  seront réfléchis par le miroir et formeront une image. Nous remarquons bien que les rayons lumineux proviennent de  $A$ ; cela est amplement suffisant pour qualifier cet objet de réel.

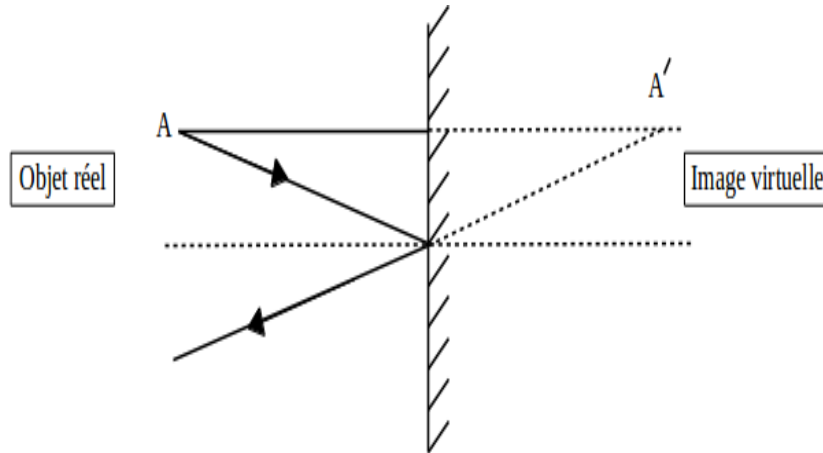


FIGURE 2.13 – Illustration schématique d'un objet réel.

Supposons qu'on place une lentille convergente devant l'objet  $A$ . L'intersection des rayons réfractés donne une image (figure ci-dessous). Si on place maintenant un miroir entre la lentille

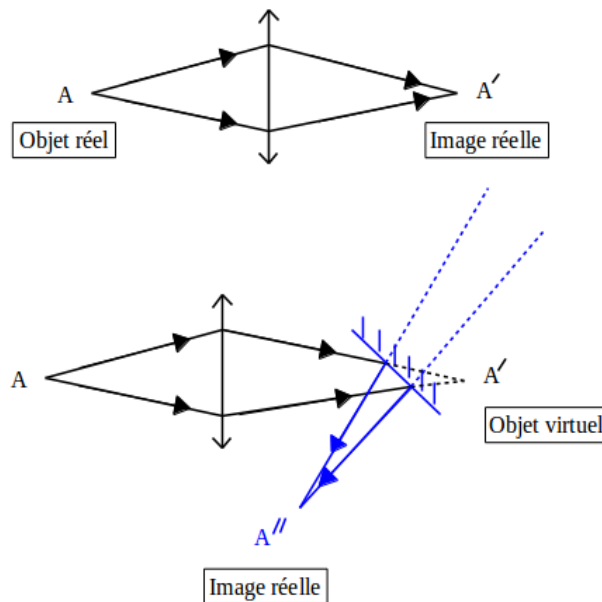


FIGURE 2.14 – Illustration schématique d'un objet virtuel.

et l'image  $A'$ , le miroir dévie les rayons et forme une nouvelle image  $A''$  qui est réelle. L'ancienne image  $A'$  fait office d'objet virtuel pour l'image  $A''$ . En effet,  $A'$  est placé derrière le miroir et est du au prolongement des rayons lumineux, comme le montre la figure ci-dessous. Les rayons lumineux semblent converger vers  $A'$ , en conséquence,  $A'$  est bien un objet virtuel.

### 2.5.3 Stigmatisme

Un système est dit stigmatique si tous les rayons issus d'un point objet convergent en un seul point image après la traversée du système optique (figure ci-dessous). Les points  $A$  et  $A'$  sont dit conjugués. Autrement, on dit que le système est astigmatique.

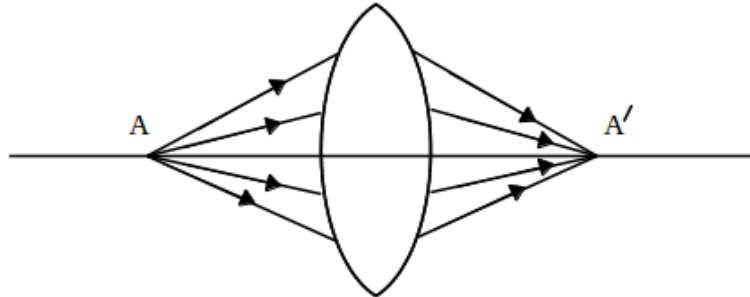


FIGURE 2.15 – Phénomène de stigmatisme.

On distingue deux types de stigmatisme : le stigmatisme rigoureux et le stigmatisme approché. Lorsque à chaque point objet correspond un point comme image, alors le système est dit rigoureusement stigmatique. Il est à noter que le stigmatisme rigoureux n'existe que très rarement. Le miroir plan est le seul dispositif optique permettant l'obtention d'un stigmatisme rigoureux.

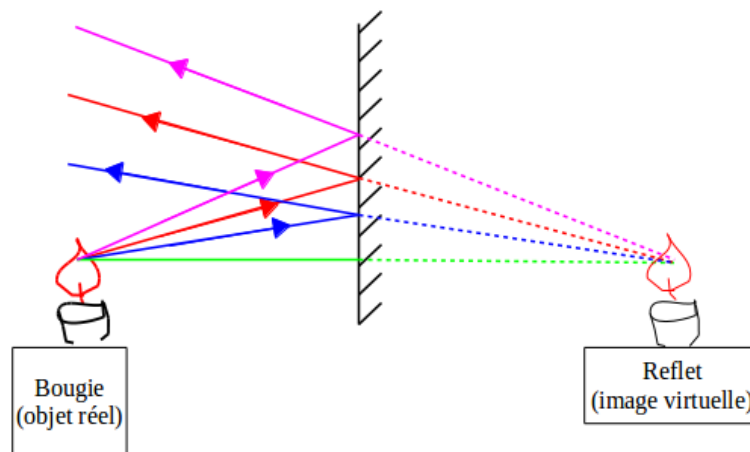


FIGURE 2.16 – Stigmatisme rigoureux.

Si les rayons lumineux ne convergent pas tous au même point, mais dans une petite zone formant ainsi une tache, on parle alors de stigmatisme approché. L'exemple le plus illustratif d'un tel stigmatisme est un aquarium contenant un poisson (figure ci-dessous). On voit bien que les prolongements des rayons issus de l'œil du poisson ne convergent pas en un seul point. L'image du poisson est donc un peu floue (le poisson est quand même visible). Le stigmatisme dans ce cas ne peut être qu'approché.

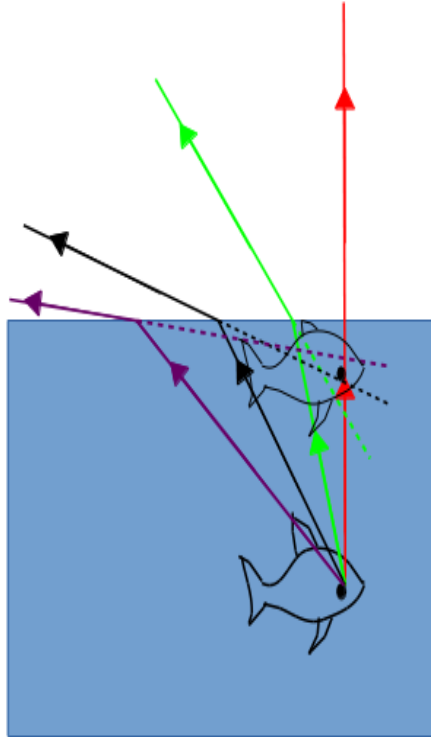


FIGURE 2.17 – Stigmatisme approché.

### 2.5.3.1 Conditions de Gauss

Ce sont ces conditions qui permettent d'obtenir un stigmatisme approché. Prenons un faisceau lumineux traversant un système optique (une lentille par exemple). Comme illustré par la figure qui suit, les rayons de lumière convergent mais pas nécessairement au même point. On est donc loin du stigmatisme.

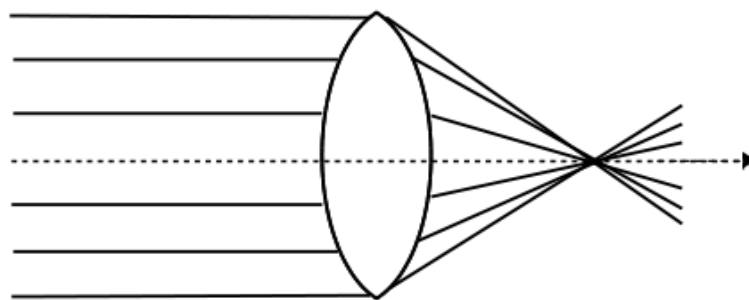


FIGURE 2.18 – Système optique avec des rayons lumineux loin de l'axe optique.

Si on met un diaphragme au travers du faisceau, tous les rayons se trouvant loin de l'axe optique seront arrêtés. Ce mécanisme permet donc de se rapprocher des conditions de stigmatisme.

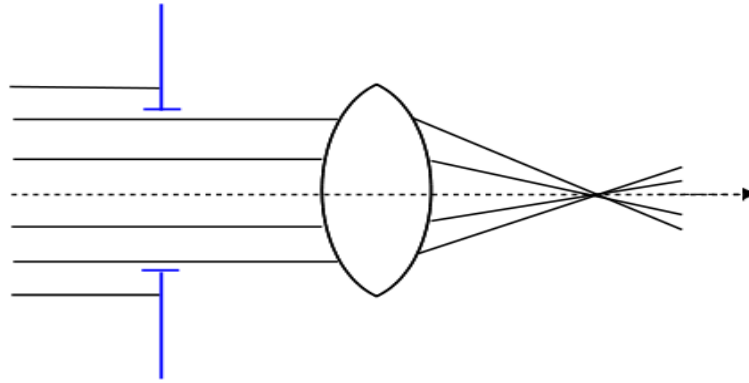


FIGURE 2.19 – Système optique muni d'un diaphragme.

Si les rayons incidents sont très inclinés relativement à l'axe optique, on sera également dans une configuration où les conditions de stigmatisme ne sont pas respectées (figure ci-dessous).

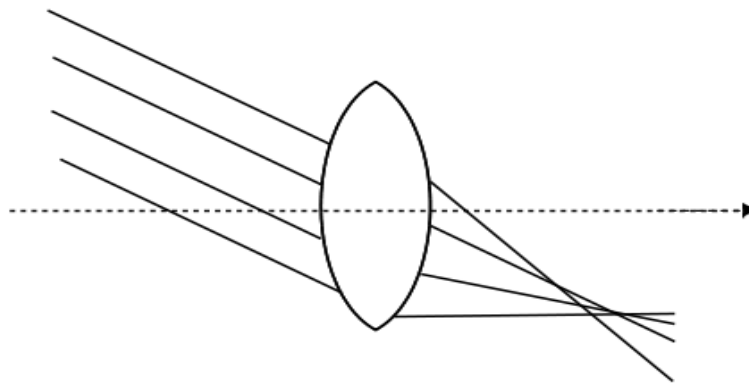


FIGURE 2.20 – Système optique avec des rayons lumineux très inclinés par rapport à l'axe optique.

Pour avoir les conditions d'un stigmatisme approché, il faut considérer des angles d'incidences très faibles par rapport à l'axe optique, comme le montre la figure suivante. Ainsi, l'approxi-

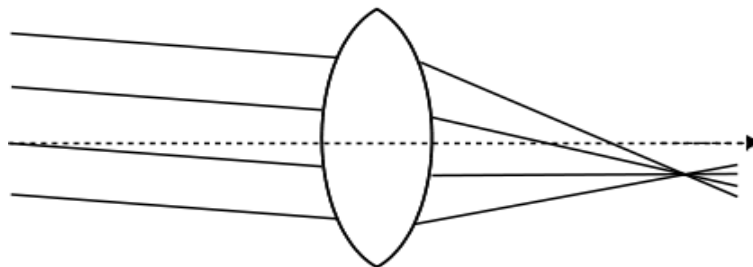


FIGURE 2.21 – Système optique avec des rayons lumineux paraxiaux.

mation de Gauss est obtenue en considérant des rayons lumineux paraxiaux, c'est à dire des rayons peu éloignés et possédant des angles d'incidences très faibles par rapport à l'axe optique.

## 2.6 Dioptries sphériques

Ce type de système optique se rencontre dans beaucoup de dispositifs, tels que la loupe, la paire de jumelles et aussi l'objectif photographique. D'ailleurs ce sont les dispositifs les plus utilisés relativement aux dispositifs vus précédemment.

Un dioptre sphérique est une surface courbée séparant deux milieux d'indices  $n$  et  $n'$ , caractérisé par un centre  $C$ , un sommet  $S$  et un rayon de courbure noté  $R$ . Le meilleur exemple est la surface de l'œil (surface transparente) qui sépare un milieu externe d'indice  $n = 1$  (l'air), d'un milieu interne aqueux d'indice  $n = 4/3$ . La réfraction est prononcée et c'est ce qui fait que les rayons lumineux convergent à l'intérieur de l'œil. Un dioptre sphérique peut être représenté comme indiqué sur la figure ci-dessous. L'axe principale (axe optique) est parallèle au sens conventionnel de propagation de la lumière (de gauche à droite) et passe par  $C$ . L'origine de

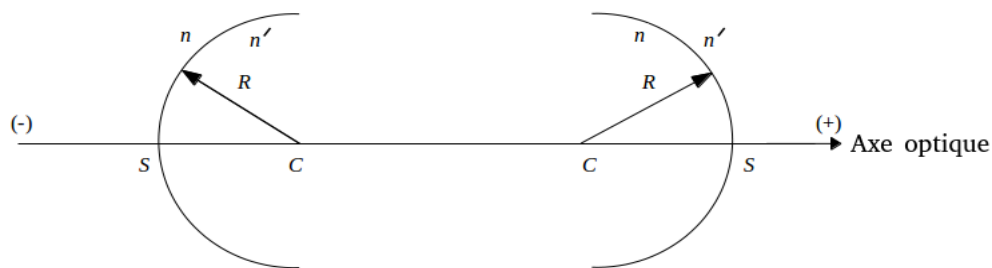


FIGURE 2.22 – Dioptres sphériques. À gauche : dioptre convexe. À droite : dioptre concave.

mesure des positions sur cet axe orienté est le sommet  $S$  du dioptre. Le rayon de courbure défini comme  $R = \overline{SC}$  est une grandeur algébrique. Si  $R > 0$  alors le rayon incident rencontre une surface bombée : le dioptre est convexe. Par contre, si  $R < 0$  le rayon incident rencontre une surface creuse : le dioptre est concave.

### a) Relation de conjugaison :

C'est une relation universelle qui relie la position d'un objet  $A$  à son image  $A'$ . C'est la relation de conjugaison des dioptres sphériques :

$$\frac{n'}{P'} - \frac{n}{P} = \frac{n' - n}{R}, \quad (2.10)$$

avec  $P = \overline{SA}$  et  $P' = \overline{SA'}$  sont respectivement les positions de l'objet et l'image. L'objet  $A$  et son image  $A'$  sont conjugués. Le second membre de l'équation noté  $\phi$  est ce qu'on appelle la vergence du dioptre ( $\phi = \frac{n' - n}{R}$ ). Si  $\phi > 0$  alors le dioptre est convergent, par contre le dioptre est divergent pour  $\phi < 0$ .

### b) Foyers et plans focaux :

Sur l'axe optique principal, un dioptre sphérique possède deux points remarquables notés  $F$  et  $F'$ , appelés respectivement foyers objet et image.

\* Le foyer objet  $F$  est défini comme étant un point objet dont l'image se trouve à l'infini sur l'axe optique principal.

\* Le foyer image  $F'$  est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique principal.

Les positions de  $F$  et  $F'$  sur l'axe principal sont données par  $\overline{SF} = f$  et  $\overline{SF'} = f'$ , avec  $f$  et  $f'$  les distances focales objet et image respectivement.

On appelle les plans orthogonaux à l'axe optique principale et contenant  $F$  et  $F'$ , les plans focaux objet et image respectivement. Bien évidemment, si une image (un objet) se trouve à l'infini mais en dehors de l'axe optique, alors l'objet (l'image) auquel se rapporte cette image (cet objet) se situe sur le plan focal objet (image).

### b-1) Calcul des distances focales :

On a la relation de conjugaison d'un dioptre sphérique donnée par l'équation (2.10). Lorsque l'image est rejetée à l'infini  $\Rightarrow \overline{SA'} = P' \rightarrow \infty \Rightarrow \overline{SA} = P = \overline{SF} = f$ . D'après l'équation (2.32) on aura :

$$-\frac{n}{f} = \frac{n' - n}{R} \Rightarrow f = \frac{-Rn}{n' - n} = \frac{-n}{\phi},$$

$$f = \frac{-n}{\phi}. \quad (2.11)$$

On remarque que  $f$  et  $\phi$  sont de signes opposés. Pour un dioptre convergent  $f$  est négatif, ce qui signifie que le foyer  $F$  est situé à gauche (en avant) du dioptre. Dans le cas d'un dioptre divergent  $f$  est positif; le foyer objet  $F$  est localisé à droite (en arrière) du dioptre.

Quand c'est l'objet qui est rejeté vers l'infini  $\Rightarrow \overline{SA} = P \rightarrow \infty \Rightarrow \overline{SA'} = P' = \overline{SF'} = f'$ .

$$\frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{R} \Rightarrow f' = \frac{Rn'}{n' - n} = \frac{n'}{\phi},$$

$$f' = \frac{n'}{\phi}. \quad (2.12)$$

On remarque que  $f'$  et  $\phi$  sont de même signe ( $f'$  est situé à droite du dioptre si celui-ci est convergent, par contre pour un dioptre divergent  $f'$  est situé à gauche de celui-ci).

### \*) Exemple :

La cornée de l'œil est un dioptre sphérique convergent de rayon  $R = 5 \text{ mm}$  séparant deux milieux d'indices  $n = 1$  et  $n' = 4/3$ . Elle est caractérisée par  $f = 15 \text{ mm}$  et  $f' = 20 \text{ mm}$ .

### \*) Remarque :

$$\frac{-n}{\phi} = -\frac{n}{n'}.$$

Les quantités  $f$  et  $f'$  sont toujours de signes opposés. Les foyer  $F$  et  $F'$  sont situés de part et d'autre du dioptre et ils ne sont pas symétriques car  $n \neq n'$ .

### c) Construction géométrique d'images à travers un dioptre sphérique :

Avant toute chose on se place dans le contexte des conditions de Gauss. Tout objet placé dans un plan perpendiculaire à l'axe optique principale possède une image qui est aussi placée dans un plan perpendiculaire à l'axe principale. On suppose  $F$  et  $F'$  connus.

c-1) Dioptré sphérique convexe :

c-1-1) Dioptré sphérique convexe convergent :

On a  $n \sin i = n' \sin r \Rightarrow ni = n'r \Rightarrow \frac{n}{n'} = \frac{r}{i}$ . Sachant que  $n' > n \Rightarrow r < i$ .

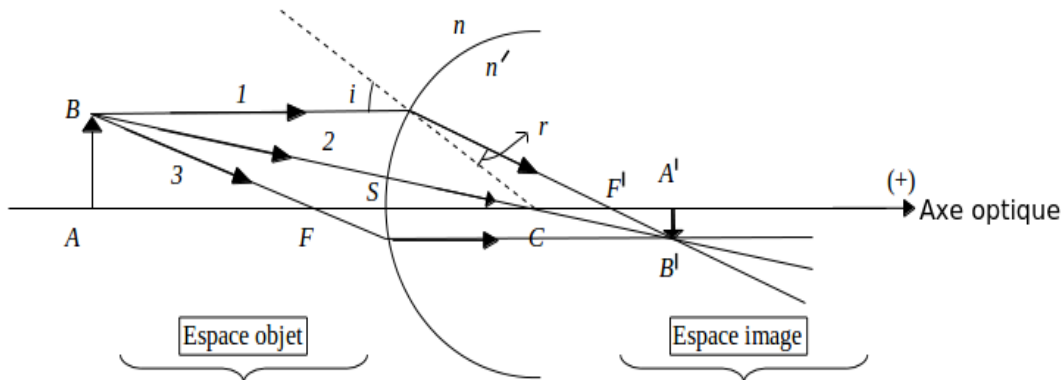


FIGURE 2.23 – Construction géométrique d’images à travers un dioptré sphérique convexe convergent.

Le rayon (2) passant par le centre du dioptré n’est pas dévié. Le rayon (1) parallèle à l’axe optique converge vers le foyer  $F'$ . Quant au rayon (3) incluant le foyer  $F$ , il ressort parallèlement à l’axe optique. Le point d’intersection entre ces trois rayons donne l’image du point  $B$  notée  $B'$ . L’image  $A'$  de  $A$  ne peut être que sur l’axe optique.

\*) Remarque :

Il y a lieu de noter qu’on peut aisément se passer du rayon (3). Les rayons (1) et (2) suffisent pour avoir l’image  $B'$  de  $B$ .

L’objet est réel et l’image aussi est réelle.

c-1-2) Dioptré sphérique convexe divergent :

$n' < n \Rightarrow r > i$ .

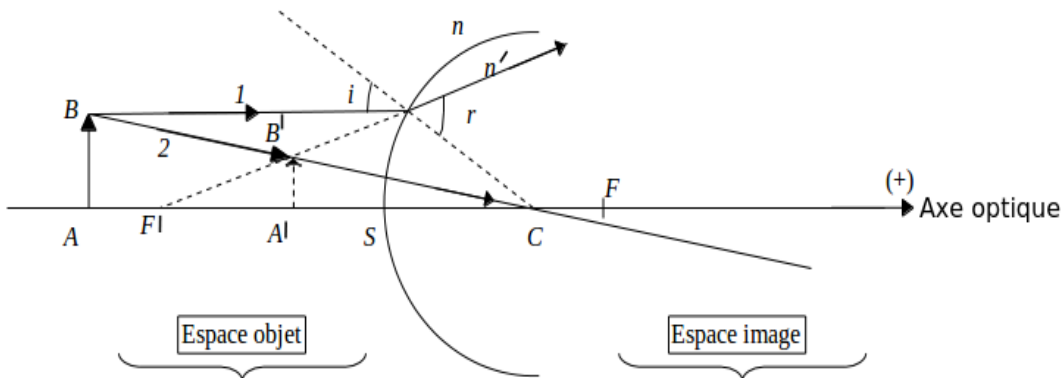


FIGURE 2.24 – Construction géométrique d’images à travers un dioptré sphérique convexe divergent.

Le rayon (1) arrivant parallèlement à l’axe optique diverge de telle manière à ce que son prolongement passe par le foyer  $F'$  qui est ici virtuel. Le point d’intersection du prolongement du

rayon (1) divergeant avec le rayon (2) passant par le centre du dioptre, donne l'image  $B'$  du point  $B$ . L'objet est réel mais l'image est virtuelle.

**c-2) Dioptre sphérique concave :**

**c-2-1) Dioptre sphérique concave convergent :**

$$n' < n \Rightarrow r > i.$$

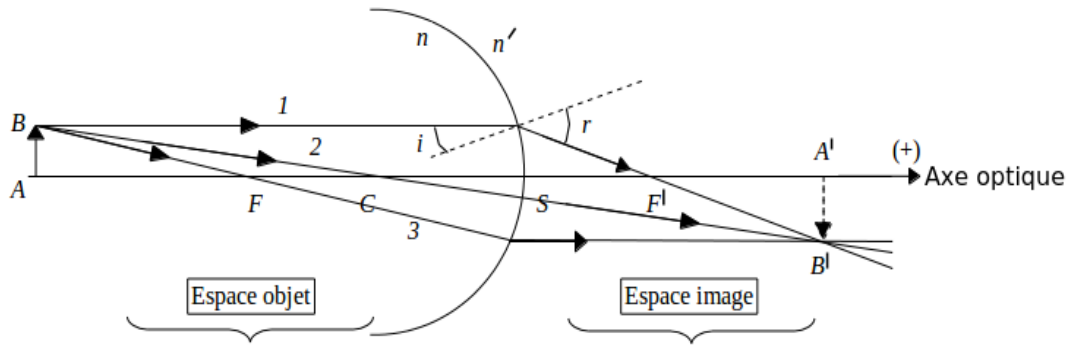


FIGURE 2.25 – Construction géométrique d'images à travers un dioptre sphérique concave convergent.

Objet réel et image réelle.

**c-2-2) Dioptre sphérique concave divergent :**

$$n' > n \Rightarrow r < i.$$

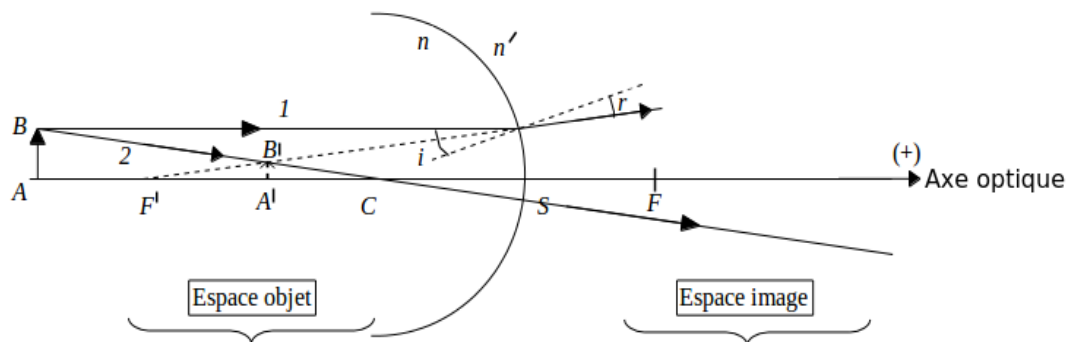


FIGURE 2.26 – Construction géométrique d'images à travers un dioptre sphérique concave divergent.

Objet réel et image virtuelle.

d) Grandissement transversal

On a :

$$\gamma = \frac{nP'}{n'P} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}. \tag{2.13}$$

On constate que  $\gamma$  peut être positif ou négatif en fonction des signes de  $P = \overline{SA}$  et  $P' = \overline{S'A'}$ . Si  $\gamma > 0$  alors l'image obtenue est droite, par contre si  $\gamma < 0$  l'image est renversée par rapport à l'objet.

## 2.7 Lentilles sphériques

Une lentille est un corps transparent homogène d'indice absolu  $n$ . Elle est constituée par une association de deux dioptries dont l'un au moins est sphérique. La droite passant par leurs centres de courbure est l'axe optique. Selon la forme des dioptries, on peut avoir plusieurs types de lentilles (figure ci-jointe). Lorsque l'épaisseur d'une lentille est négligeable devant sa longueur, on l'appelle une lentille mince.

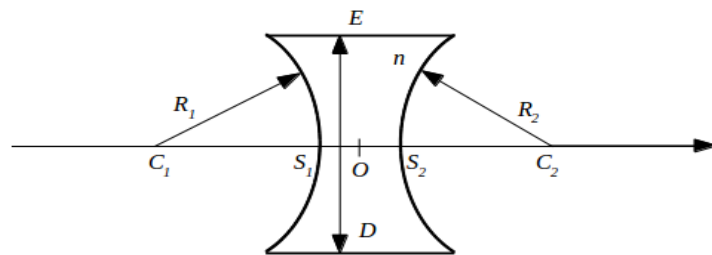
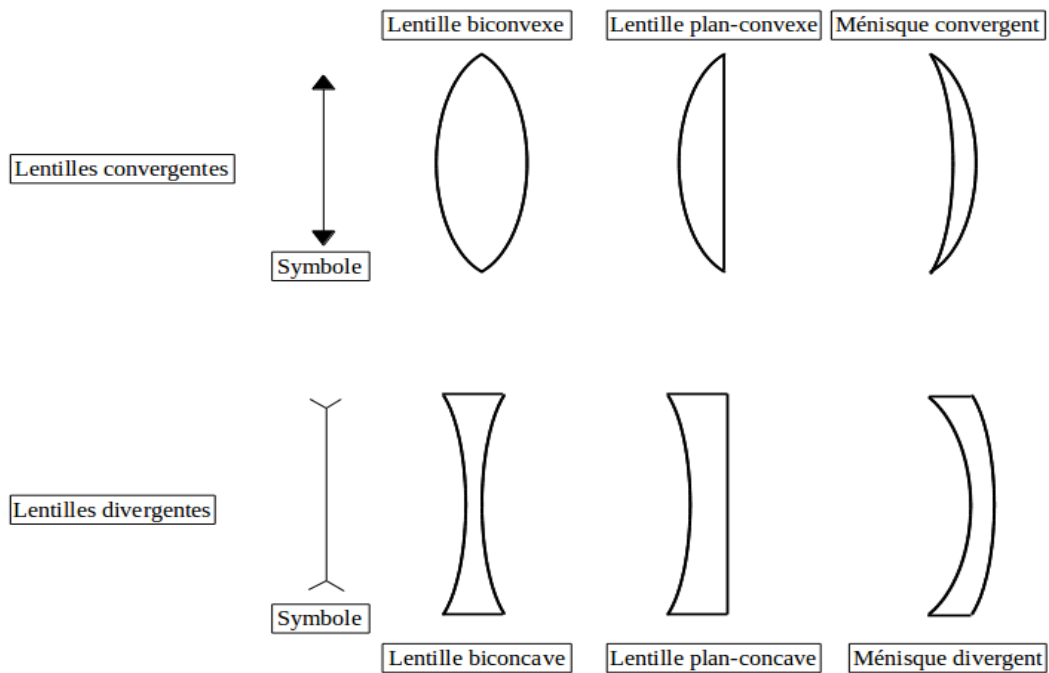


FIGURE 2.27 – Différents types de lentilles existant.

a) Nomenclature :

- $C_1$  et  $C_2$  : centre des dioptries sphériques constituant la lentille ;
- $R_1$  et  $R_2$  : rayon de courbure des dioptries sphériques rentrant dans la composition de la lentille ;
- $S_1$  et  $S_2$  : sommet des dioptries de la lentille ;
- $O$  : centre optique de la lentille ;
- $n$  : indice de réfraction de la lentille ;
- $D$  : diamètre d'ouverture de la lentille ;
- $E$  : Épaisseur de la lentille.

b) Formule de conjugaison :

Dans le cas des dioptries sphériques, la relation de conjugaison s'écrit comme suit :

$$\frac{n'}{P'} - \frac{n}{P} = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}.$$

Ici on considère des lentilles plongées dans l'air, conséquemment,  $n' = n = 1$ . on aura donc :

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}. \quad (2.14)$$

Les quantité  $1/f'$  et  $-1/f$  sont la vergence  $\phi$  de la lentille (dans certains ouvrages la vergence est aussi notée  $V$  ou même  $C$ ). C'est le chiffre inscrit sur les ordonnances :

- $\phi > 0 \Rightarrow f' > 0$  et  $f < 0 \Rightarrow$  la lentille est convergente  $\Rightarrow$  le chiffre sur l'ordonnance est + ;
- $\phi < 0 \Rightarrow f' < 0$  et  $f > 0 \Rightarrow$  la lentille est divergente  $\Rightarrow$  le chiffre sur l'ordonnance est -.

\*) Remarque :

Les foyers  $F$  et  $F'$  sont symétriques par rapport à la lentille car  $n' = n = 1$ .

c) Construction optique :

c-1) Lentille convergente :

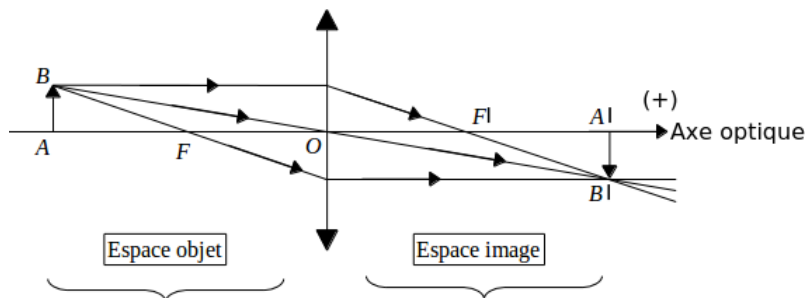


FIGURE 2.28 – Construction géométrique d'images à travers une lentille convergente.

Objet réel et image réelle.

c-2) Lentille divergente :

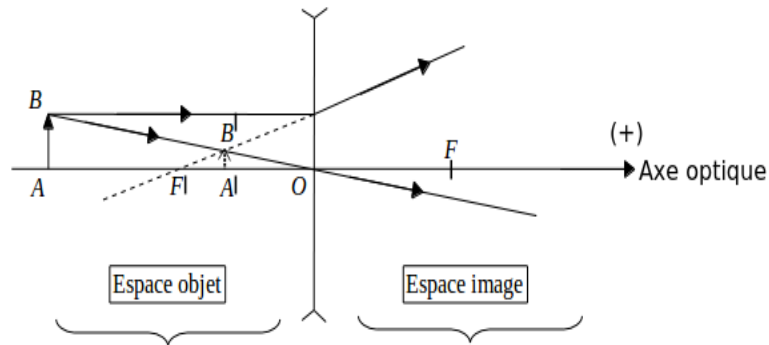


FIGURE 2.29 – Construction géométrique d’images à travers une lentille divergente.

Objet réel et image virtuelle.

d) **Grandissement transversal :**

Pour le grandissement transversal, il suffit de remplacer dans l’équation (2.12)  $n'$  et  $n$  par 1 (puisque  $n' = n = 1$ ) ; ce qui donne :

$$\gamma = \frac{P'}{P} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}. \quad (2.15)$$

## 2.8 Exemples pratiques de l’optique géométrique

Tous les instruments optiques traités dans le cadre de ce cours sont d’une importance capitale dans le domaine médicale. De tels instruments sont utilisés particulièrement pour corriger les défauts de l’œil (lunettes, lentilles de contact). On a aussi la loupe qui est une lentille convergente permettant d’obtenir d’un objet une image agrandie. Il y a aussi le microscope optique qui permet une observation plus détaillée comparativement aux loupes qui présentent des grossissement ne dépassant pas quelques dizaines.

## 2.9 Exercices

### Exercice 1

- 1) Calculer la vitesse de la lumière dans l'air ( $n = 1.00$ ), l'eau ( $n = 1.33$ ) et le verre ( $n = 1.50$ ).
- 2) Dans une pierre précieuse, la vitesse de propagation d'une lumière monochromatique est de l'ordre de  $1.9 \times 10^8$  m/s.
  - a) Déterminer l'indice de réfraction de la pierre précieuse.
  - b) Calculer la longueur d'onde de cette lumière dans la pierre précieuse sachant que sa fréquence est  $f = 5.0 \times 10^{14}$  Hz.
  - c) Calculer la quantité d'énergie transportée par un photon de cette lumière.

### Exercice 2

Une onde lumineuse est caractérisée par sa fréquence  $f$ , c'est à dire : la fréquence est une grandeur intrinsèque et invariante de l'onde.

- 1) Dans l'air, une diode émet une radiation rouge de longueur d'onde  $\lambda = 750$  nm.
  - ) Calculer la longueur d'onde de cette radiation dans l'eau dont l'indice est  $n = 1.33$ ; cette radiation a-t-elle changée de couleur ?.
- 2) Calculer la vitesse des radiations rouge et violette dans le verre si les indices du verre correspondant à ces radiations sont respectivement :  $n_1 = 1.504$  et  $n_2 = 1.521$ . En déduire que plus la vitesse de la radiation est petite plus elle est déviée.

### Exercice 3

Un rayon lumineux tombe sur la surface de séparation (S) de deux milieux, il passe du milieu d'indice  $n = 1.20$  au milieu d'indice  $n = 1.60$ , il donne un rayon réfracté formant un angle de  $60^\circ$  avec la surface (S).

- ) Calculer l'angle d'incidence et représenter le rayon incident correspondant à ce rayon réfracté.
- 2) Un rayon lumineux passe de l'air ( $n = 1.00$ ) vers l'eau ( $n = 1.33$ ), l'angle d'incidence étant  $\theta_i = 65^\circ$ .
  - a) Calculer l'angle de réfraction  $\theta_r$ .
  - b) Calculer l'angle limite de réfraction  $\theta_L$ .
- 3) Maintenant, le rayon lumineux passe de l'eau vers l'air, que se passe-t-il si l'angle d'incidence est égal à  $50^\circ$  ?.

### Exercice 4

On fait flotter sur l'eau un bouchon circulaire mince opaque de rayon  $R = 5$  cm portant en son centre une aiguille plongeant verticalement dans l'eau.

-) Quelle doit être la longueur maximale de l'aiguille pour qu'on ne puisse pas voir sa pointe même si on regarde à ras de la surface de l'eau ?.

### Exercice 5

Une lame de verre d'indice  $n$  et d'épaisseur  $e$  est plongée dans l'air. Un rayon arrive dans l'air sur la lame avec un angle d'incidence  $i$  par rapport à la normale à la lame.

- 1) Montrer que le rayon émergent de la lame est parallèle au rayon incident.
- 2) Calculer le déplacement latéral  $\delta$  subi par le rayon émergent suite à son passage dans la lame.

### Exercice 6

Un observateur regarde un poisson dans un aquarium contenant de l'eau d'indice  $n = 1.33$ , le poisson se trouve à la distance  $h = 20$  cm de la surface de l'eau.

-) A quelle distance  $h'$  de la surface de l'eau l'observateur voit-il le poisson (donner le résultat dans l'approximation des faibles angles) ?.

### Exercice 7

Soit un prisme se situant dans l'air.

- 1) Calculer l'angle au sommet en fonction de  $r_1$  et  $r_2$ .
- 2) Calculer la déviation  $D$  entre les rayons incident et émergent en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$  et  $A$ .
- 3) Montrer que lorsque  $i_1$  varie,  $D$  passe par un minimum  $D_m$ .
- 4) Exprimer  $n$  en fonction de  $A$  et  $D_m$ .

### Exercice 8

Un dioptré sphérique convexe de rayon  $R = 50$  cm sépare deux milieux, du verre d'indice  $n_1 = 1.50$  et de l'eau d'indice  $n_2 = 1.33$ , la lumière se propage du milieu d'indice  $n_1$  vers le milieu d'indice  $n_2$ .

- 1) Donner la relation de conjugaison des dioptrés sphériques.
- 2) Calculer la vergence de ce dioptré. Quelle est sa nature ?.
- 3) Déterminer les positions de ses foyers objet et image. Faire un schéma où seront indiqués tous les paramètres du dioptré.

4) Un objet  $AB$  de taille 1 cm est placé à 2 m en avant du sommet du dioptre. Déterminer la position, la nature et la taille de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  obtenue à travers le dioptre.

### Exercice 9

Une sphère transparente d'indice  $n$  par rapport à l'air a un rayon  $r$ . Un objet est placé en avant à une distance  $4r$  du centre de la sphère.

- 1) Trouver la position de son image finale ainsi que le grandissement.
- 2) Tracer le chemin d'un rayon à travers la sphère.

### Exercice 10

Un dioptre sphérique convexe de 10 cm de rayon de courbure sépare deux milieux d'indices  $n_1 = 1.0$  et  $n_2 = 1.5$ .

- 1) Déterminer la position des foyers.
- 2) Calculer et représenter la position de l'image d'un objet  $AB$  dans les situations suivantes :
  - a objet réel placé à 60 cm du sommet du dioptre (en avant) ;
  - b objet réel placé à 10 cm du sommet du dioptre (en avant) ;
  - c objet virtuel placé à 5 cm en arrière du dioptre.
- 3) Mêmes questions si l'on inverse les indices.

### Exercice 11

Nous voulons obtenir l'image d'un objet à travers une lentille mince convergente.

- ) Déterminer géométriquement la position de l'image  $A'B'$  d'un objet  $AB$  en fonction de sa position dans les trois cas suivant, on précisera dans chaque cas la nature de l'image obtenue :
- a l'objet est réel, situé avant le point focal objet  $F$  ;
  - b l'objet est réel, placé entre le point focal objet  $F$  et le centre optique  $O$  de la lentille ;
  - c l'objet est virtuel.

Dans chaque cas étudié, préciser si le calcul du grandissement linéaire de l'objet est possible.

### Exercice 12

1) Déterminer géométriquement la position de l'image d'un objet  $AB$  en fonction de la position de celui-ci, face à une lentille mince divergente. On note  $f'$  la distance focale de la lentille,  $O$  son centre,  $F$  et  $F'$  respectivement ses points focaux objet et image. On étudiera le cas de la lentille mince divergente dans les trois cas suivants :

- a l'objet est réel ;
- b l'objet est virtuel placé entre  $O$  et  $F$  ;
- c l'objet est virtuel placé au-delà de  $F$ .

2) Quelle différence d'observation y a-t-il entre une image réelle et une image virtuelle ?.

### Exercice 13

Un objet  $AB$  de 3 cm est placé à 8 cm devant une lentille convergente de distance focale 20 cm.

- 1) Déterminer la position et la nature de l'image de l'objet  $AB$ .
  - 2) À travers cette lentille, on veut obtenir d'un objet réel une image réelle quatre fois plus grande que l'objet.
- ) À quelles distances de l'objet faut-il placer la lentille et l'écran ?.

## 2.10 Solutions des exercices

### Exercice 1

#### 1) La vitesse de la lumière :

On sait que :

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{c}{n}.$$

- Dans l'air :

$$v = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

Comme première approximation, on confond l'air avec le vide. Bien évidemment, l'air qui nous entoure n'est en aucun cas du vide car il contient toutes sortes de particules, de gazes...etc. Le vide se rencontre dans l'espace lointain, et peut être également créé dans un laboratoire.

- Dans l'eau :

$$v = 2.26 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

- Dans le verre :

$$v = 2.00 \times 10^8 \text{ m/s}.$$

#### 2-a) L'indice de réfraction de la pierre :

$$n = \frac{c}{v} = \frac{3.0 \times 10^8}{1.9 \times 10^8} \Rightarrow n = 1.58.$$

#### 2-b) La longueur d'onde de la lumière monochromatique dans la pierre :

Dans le vide, on a :

$$\lambda = cT,$$

avec  $c$  la célérité de la lumière.

Dans un milieu d'indice  $n$  :

$$\lambda_n = vT,$$

où  $v$  est la vitesse de la lumière dans le milieu en question.

$$\lambda_n = vT = \frac{v}{f} = \frac{1.9 \times 10^8}{5.0 \times 10^{14}} = 0.38 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.38 \text{ } \mu\text{m}.$$

#### 2-c) La quantité d'énergie transportée par un photon de la lumière monochromatique :

On sait que :

$$E = h\nu = hf,$$

$h$  est la constante de Planck valant  $6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ .

$$E = h\nu = 6.63 \times 10^{-34} \times 5.00 \times 10^{14} = 33.15 \times 10^{-20} \text{ J} = 2.07 \text{ eV}.$$

\* Remarque :

- l'électron-volte (eV) est une unité de mesure d'énergie ( $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ ).

Exercice 2

1) La longueur d'onde de la radiation dans l'eau ( $n = 1.33$ ) :

$$\lambda_n = vT.$$

À partir de la propagation de cette radiation dans l'air, on peut retrouver la période  $T$  :

$$\lambda = cT \Rightarrow T = \frac{\lambda}{c} = \frac{750 \times 10^{-9}}{3 \times 10^8} = 2.5 \times 10^{-15} \text{ s.}$$

S'agissant de la vitesse  $v$  :

$$v = \frac{c}{n} = 2.26 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Ce qui donne :

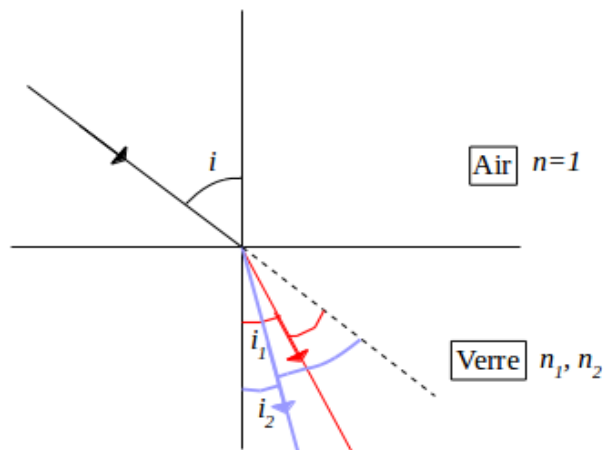
$$\lambda_n = 0.57 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.57 \text{ } \mu\text{m.}$$

La lumière ne va pas changer de couleur car ce phénomène ne dépend pas de la longueur d'onde, mais de la fréquence qui est une grandeur intrinsèque de l'onde.

2) La vitesse des radiations rouge et violette :

$$v_{\text{rouge}} = \frac{c}{n_1} = 2.00 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

$$v_{\text{violette}} = \frac{c}{n_2} = 1.97 \times 10^8 \text{ m/s.}$$



La loi de Snell-Descartes stipule que :

$$n \sin i = n_1 \sin i_1, \quad (1)$$

$$n \sin i = n_2 \sin i_2. \quad (2)$$

En faisant le rapport entre (1) et (2) on obtient :

$$\frac{(1)}{(2)} \Leftrightarrow \frac{n_1 \sin i_1}{n_2 \sin i_2} = 1 \Rightarrow \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

On a  $\frac{n_2}{n_1} > 1$ , par conséquent,  $\sin i_2 < \sin i_1$  et  $i_2 < i_1$ .

Ainsi, plus la vitesse de la radiation est petite plus elle est déviée (la déviation se mesure par rapport à au prolongement du rayon incident).

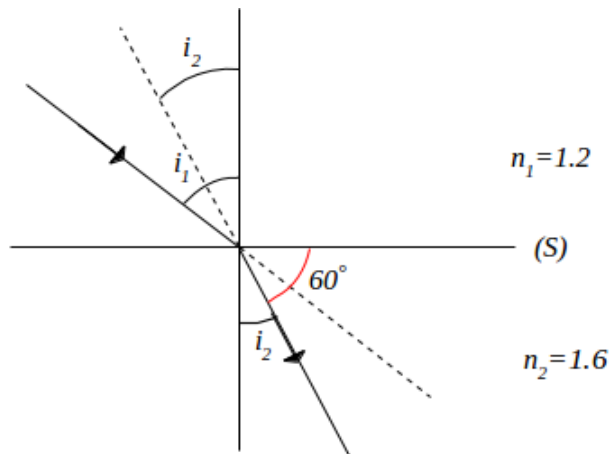
### Exercice 3

#### 1) L'angle d'incidence :

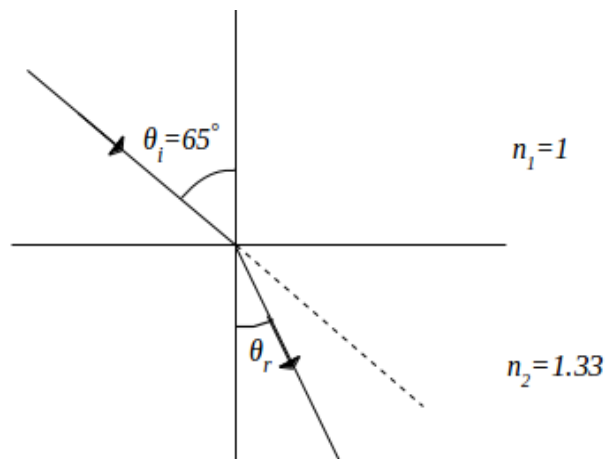
On sait que  $i_2 = 30^\circ = 90^\circ - 60^\circ$ .

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \Rightarrow \sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \sin i_2 = 0.67 \Rightarrow i_1 = 42.07^\circ.$$



#### 2-a) L'angle de réfraction $\theta_r$ :



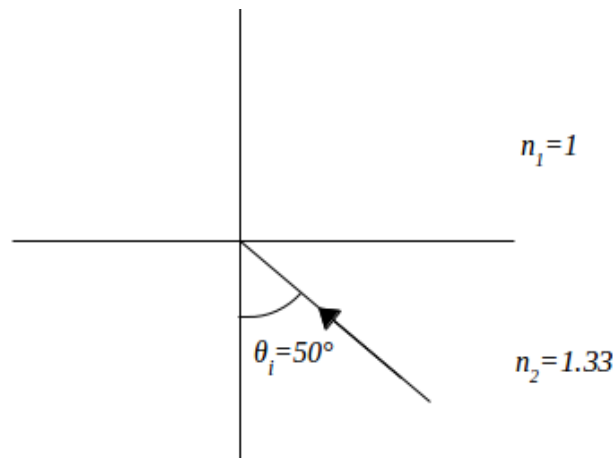
$$\begin{aligned}n_1 \sin \theta_i &= n_2 \sin \theta_r \Rightarrow \sin \theta_r = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_i, & (1) \\ \Rightarrow \theta_r &= 42.96^\circ.\end{aligned}$$

### 2-b) L'angle limite de réfraction $\theta_L$ :

Pour un angle d'incidence de  $90^\circ$ , c'est à dire lorsque le rayon incident rase la surface de l'eau, l'angle de réfraction atteint sa valeur maximale : c'est l'angle limite de réfraction. Sachant que  $\sin 90^\circ = 1$ , en remplaçant dans l'équation (1), on peut déterminer la valeur de l'angle limite :

$$\theta_r = \theta_L = 48.75^\circ.$$

### 3) Si l'angle d'incidence dépasse $50^\circ$ :



L'angle de réfraction sera donné par :

$$\sin \theta_r = \frac{n_2}{n_1} \sin \theta_i = \frac{1.33}{1} \sin 50^\circ > 1.$$

On obtient une aberration car la valeur du sinus ne peut dépasser 1. Par conséquent, il va y avoir une réflexion totale.

## Exercice 4

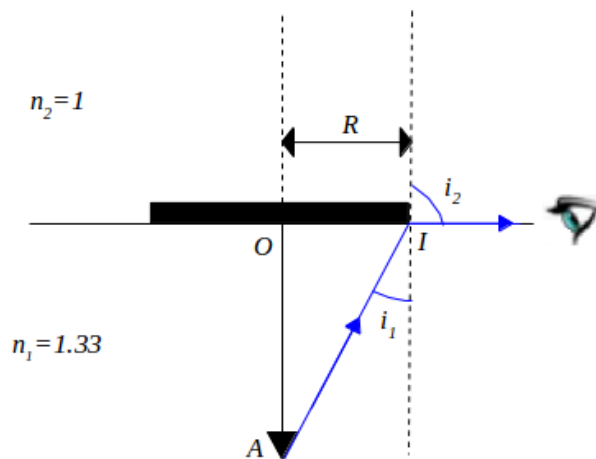
-) **La longueur maximale de l'aiguille pour qu'on ne puisse pas voir sa pointe même si on regarde à ras de la surface de l'eau :**

On peut reformuler la question de la manière suivante : quelle doit être la longueur minimale de l'aiguille pour qu'on puisse voir sa pointe si on regarde à ras de la surface de l'eau.

La pointe de l'aiguille est une source secondaire émettant de la lumière qui sera captée par l'œil de l'observateur.

Pour que la pointe de l'aiguille soit visible, on doit avoir une réfraction rasante ( $i_2 = \frac{\pi}{2}$ ), puisque l'observateur se place à ras de la surface de l'eau. L'angle d'incidence correspondant est obtenu en appliquant la relation de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \sin i_2, \quad (1)$$



Sachant que  $i_2 = \frac{\pi}{2}$ , on aura :

$$\sin i_1 = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow i_1 = 48.75^\circ.$$

Il existe un seul et unique point ( $A$ ) donnant un rayon incident en respectant l'angle  $i_1$  et qui tombe juste à limite entre le bouchon et la surface de l'eau. Trouver la longueur minimale de l'aiguille qui permet de voir sa pointe en regardant de manière rasante revient à trouver l'emplacement du point  $A$  sur la verticale plongeant dans l'eau.

On a :

$$\left. \begin{array}{l} \sin i_1 = \frac{1}{1.33} \\ \sin i_1 = \frac{R}{AI} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + OA^2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{1}{1.33} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + OA^2}} \Rightarrow OA = R\sqrt{(1.33)^2 - 1} = 4.38 \text{ cm}.$$

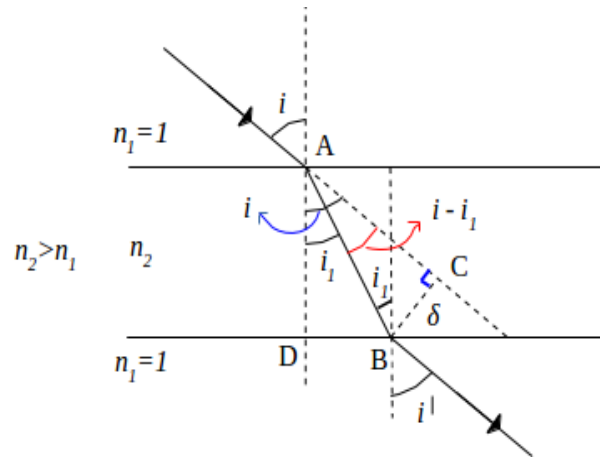
Ainsi, la longueur de l'aiguille est  $OA = 4.38 \text{ cm}$ .

Il est clair que si on considère un point au-dessus du point  $A$ , l'aiguille sera invisible car le bouchon est opaque ; et ce malgré qu'on aura imposé une incidence  $i_1$ . Pour un angle supérieur à  $i_1$ , le bouchon opaque ne sera plus un obstacle pour le rayon provenant du point en question. Cependant, il n'y aura pas de transmission car selon la relation (1)  $\sin i_2 > 1$  ; ce qui est une aberration. Par conséquent, l'aiguille sera invisible.

Au delà du point  $A$ , si l'incidence  $i_1$  est respectée l'aiguille sera visible car la réfraction sera rasante et l'observateur regarde de manière rasante. Si l'angle devient supérieur à  $i_1$ , à ce moment là, l'aiguille ne sera pas visible puisque il y aura une réflexion totale. Si maintenant l'incidence est inférieure à  $i_1$  tout en évitant le bouchon, on obtiendra une transmission mais pas d'une manière rasante ; l'aiguille ne sera donc pas visible (car l'observateur se place de manière rasante). Pour tout point au delà de  $A$  l'aiguille sera visible, à condition qu'une incidence donnée par l'angle  $i_1$  soit respectée.

Exercice 5

1) Le rayon émergent ressort-il parallèlement au rayon incident ? :



Un rayon lumineux arrive avec une incidence  $i$  sur une lame à faces parallèles d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n_2$ . Il y a réfraction sur le dioptre d'entrée. Le rayon émergent du dioptre d'entrée fait un angle  $i_1$  avec la normale à la face tel que :

$$n_1 \sin i = n_2 \sin i_1. \quad (1)$$

Ce rayon arrive sur le dioptre de sortie avec une incidence donnée par  $i_1$  et ressort de la lame avec un angle  $i'$  tel que :

$$n_2 \sin i_1 = n_1 \sin i'. \quad (2)$$

De (1) et (2) on en déduit que :

$$n_1 \sin i = n_1 \sin i' \Rightarrow i = i'.$$

Le rayon émergent est donc parallèle au rayon incident.

2) Calcul du déplacement latéral  $\delta$  subi par le rayon émergent suite à son passage dans la lame :

On a :

$$\sin(i - i_1) = \frac{\delta}{AB},$$

or :

$$\cos i_1 = \frac{DA}{AB} = \frac{e}{AB} \Rightarrow AB = \frac{e}{\cos i_1} \Rightarrow \sin(i - i_1) = \frac{\delta \cos i_1}{e},$$

ce qui donne :

$$\delta = \frac{e \sin(i - i_1)}{\cos i_1}.$$

Dans le contexte de l'approximation des petits angles,  $\sin \alpha \simeq \alpha$  et  $\cos \alpha \simeq 1$ . La relation précédente devient :

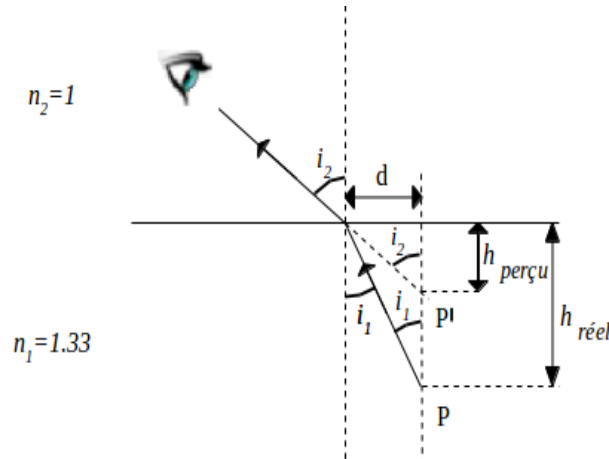
$$\delta = e(i - i_1).$$

On a aussi  $i = n_2 i_1$ , et donc :

$$\delta = i e \frac{n_2 - 1}{n_2}.$$

### Exercice 6

-) La distance  $h'$  de la surface de l'eau à laquelle l'observateur voit le poisson :



Pour un observateur placé dans le milieu caractérisé par l'indice  $n_2$ , le rayon émergent ne provient pas du point  $P$  mais plutôt de  $P'$  qui est l'image de  $P$  (l'œil de l'observateur ne se rendra pas compte du phénomène de réfraction ayant lieu en passant du milieu d'indice  $n_1$  vers le milieu d'indice  $n_2$ ). Ainsi, l'observateur verra le poisson ( $P$ ) à une profondeur beaucoup plus proche de la surface, qu'il ne l'est en réalité.

On suppose que les angles sont petits :

$$\begin{cases} \sin i_1 \simeq \tan i_1 \simeq i_1 \\ \sin i_2 \simeq \tan i_2 \simeq i_2 \end{cases}$$

Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2,$$

ou bien

$$n_1 \tan i_1 = n_2 \tan i_2. \quad (1)$$

Or :

$$\begin{aligned} \tan i_1 &= \frac{d}{h_{réel}} \\ \tan i_2 &= \frac{d}{h_{perçu}}. \end{aligned}$$

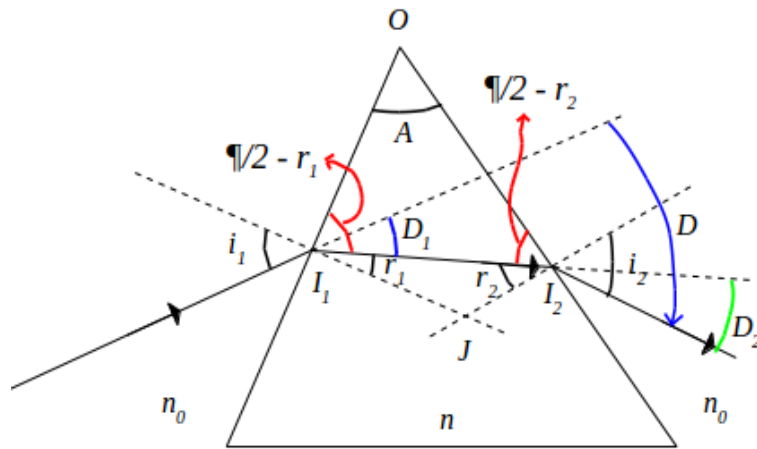
En portant ces expressions dans la relation (1), on obtient :

$$n_1 \frac{d}{h_{réel}} = n_2 \frac{d}{h_{perçu}} \Rightarrow h_{perçu} = \frac{n_2}{n_1} h_{réel}.$$

Ainsi,  $h' = h_{perçu} = 15.04 \text{ cm}$ .

Exercice 7

1) L'angle au sommet en fonction de  $r_1$  et  $r_2$  :



Considérons le triangle  $OI_1I_2$  :

$$A + \frac{\pi}{2} - r_1 + \frac{\pi}{2} - r_2 = \pi \Rightarrow A = r_1 + r_2. \quad (1)$$

2) La déviation entre les rayons incident et émergent en fonction de  $i_1$ ,  $i_2$  et  $A$  :

On a :

$$D = D_1 + D_2,$$

$$D_1 + r_1 = i_1 \Rightarrow D_1 = i_1 - r_1,$$

$$D_2 + r_2 = i_2 \Rightarrow D_2 = i_2 - r_2.$$

On aboutit donc à :

$$D = i_1 + i_2 - A.$$

3) Le minimum de déviation  $D_m$  :

Pour retrouver un minimum ou un maximum, il faut considérer la première dérivée, c'est à dire qu'il faut voir si pour certains points la première dérivée s'annule.

La différentielle de la déviation  $D$  est donnée par :

$$dD = \frac{\partial D}{\partial i_1} di_1 + \frac{\partial D}{\partial i_2} di_2,$$

$$dD = di_1 + di_2. \quad (2)$$

En appliquant la loi de Snell-Descartes aux point  $I_1$  et  $I_2$ , on aura :

$$n_0 \sin i_1 = n \sin r_1,$$

$$n \sin r_2 = n_0 \sin i_2,$$

avec  $n_0 = 1$ .

La différentielle de ces deux équations donnera :

$$\cos i_1 di_1 = n \cos r_1 dr_1, \quad (3)$$

$$n \cos r_2 dr_2 = \cos i_2 di_2. \quad (4)$$

La différentielle de l'équation (1) :

$$dA = dr_1 + dr_2.$$

Sachant que  $A$  est une constante, donc :

$$0 = dr_1 + dr_2 \Rightarrow dr_1 = -dr_2.$$

$$(3) \Rightarrow dr_1 = \frac{\cos i_1 di_1}{n \cos r_1},$$

$$(4) \Rightarrow dr_2 = \frac{\cos i_2 di_2}{n \cos r_2}.$$

Puisque  $dr_1 = -dr_2$ , il s'ensuit :

$$\frac{\cos i_1 di_1}{n \cos r_1} = -\frac{\cos i_2 di_2}{n \cos r_2},$$

ce qui nous amène à écrire :

$$di_2 = -di_1 \frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos r_1 \cos i_2}.$$

En reprenant l'équation (2) donnant la différentielle de la déviation  $D$ , on obtient :

$$dD = di_1 - di_1 \frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos r_1 \cos i_2},$$

$$dD = di_1 \left( 1 - \frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos r_1 \cos i_2} \right).$$

Pour avoir la dérivée, il suffit de diviser par  $di_1$  :

$$\frac{dD}{di_1} = 1 - \frac{\cos i_1 \cos r_2}{\cos r_1 \cos i_2}.$$

On cherche à prouver que  $D$  passe par un minimum. Par conséquent, on doit poser :

$$\frac{dD}{di_1} = 0 \Rightarrow \frac{\cos r_1 \cos i_2 - \cos i_1 \cos r_2}{\cos r_1 \cos i_2} = 0,$$

$$\Rightarrow \cos r_1 \cos i_2 = \cos i_1 \cos r_2.$$

Cette égalité ne peut avoir lieu que si :

$$\begin{cases} \cos r_1 = \cos r_2 \\ \cos i_1 = \cos i_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r_1 = r_2 \\ i_1 = i_2 \end{cases}$$

## Chapitre 2 : Optique géométrique

Il y a lieu de noter que  $\cos i_1 \neq \cos r_1$  et  $\cos r_2 \neq \cos i_2$ , car  $i_1 \neq r_1$  et  $r_2 \neq i_2$  selon la loi de Snell-Descartes. La déviation présente donc un minimum quand  $r_1 = r_2$  et  $i_1 = i_2$ . On a :

$$D = i_1 + i_2 - A \Rightarrow D_m = 2i_1 - 2r_1 = 2(i_1 - r_1).$$

On sait que  $r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$ , donc :

$$D_m = 2\left(i_1 - \frac{A}{2}\right). \quad (5)$$

### 4) L'indice $n$ en fonction de $A$ et $D_m$ :

Loi de Snell-Descartes au point  $I_1$  :

$$\sin i_1 = n \sin r_1 \Rightarrow n = \frac{\sin i_1}{\sin r_1},$$

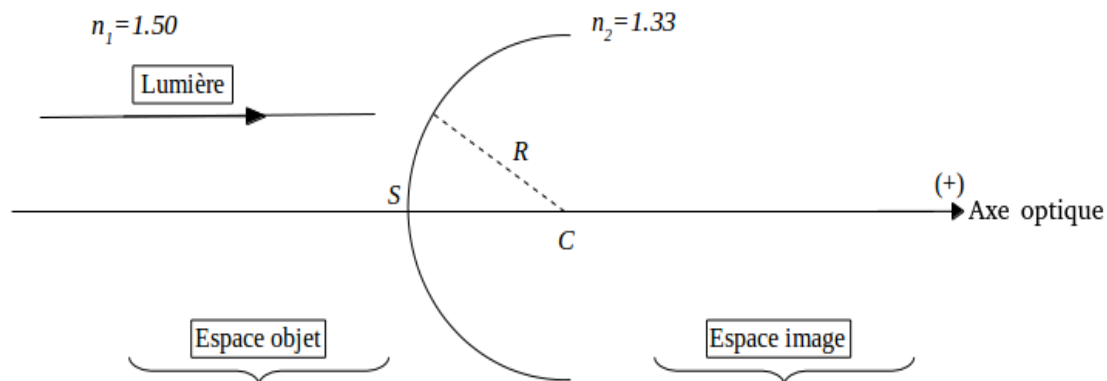
$$(5) \Rightarrow i_1 = \frac{D_m + A}{2}.$$

On a aussi  $r_1 = \frac{A}{2}$ , par conséquent :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\frac{A}{2}}.$$

## Exercice 8

### 1) La relation de conjugaison des dioptrés sphériques :



$$\frac{n_1}{SA} - \frac{n_2}{SA'} = \frac{n_1 - n_2}{SC} = -\phi,$$

avec  $\phi$  la vergence du dioptre.

### 2) La vergence et la nature du dioptre :

La vergence est :

$$\phi = \frac{n_2 - n_1}{R} = -0.34 \delta,$$

où  $\delta \equiv m^{-1}$  est le symbole de la dioptrie qui est l'unité de mesure de la vergence. Étant donné que la vergence est négative, donc le dioptre en question est divergent.

3) Les positions des foyers objet et image :

3-1) Position du foyer objet  $F$  :

Le foyer objet noté  $F$  est un point objet dont l'image se trouve à l'infini sur l'axe optique principal ; ce qui signifie que  $\overline{SA'} \rightarrow \infty$ . À partir de la relation de conjugaison, on aura :

$$\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = +4.4 \text{ m.}$$

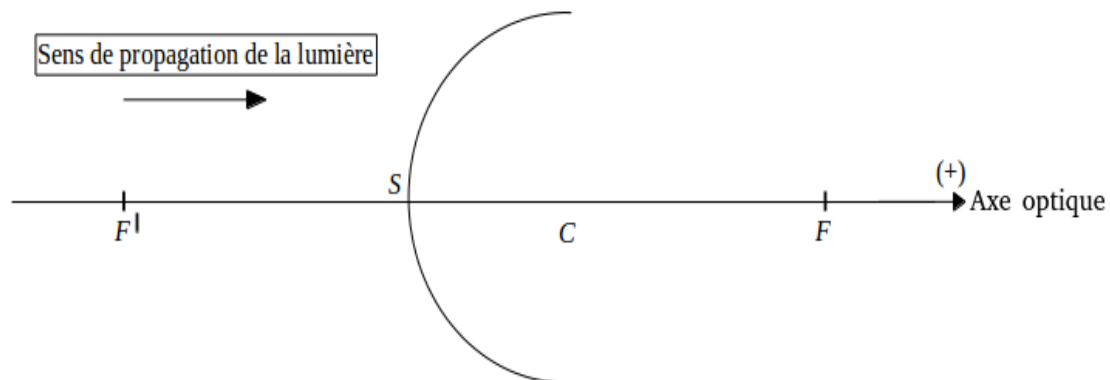
Le foyer objet se situe dans l'espace image, il est donc virtuel.

3-1) Position du foyer image  $F'$  :

Le foyer image  $F'$  est l'image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique principal ; ce qui veut dire que  $\overline{SA} \rightarrow \infty$ . On obtient par conséquent :

$$-\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = -3.9 \text{ m.}$$

Le foyer image est dans l'espace objet, alors il est virtuel.



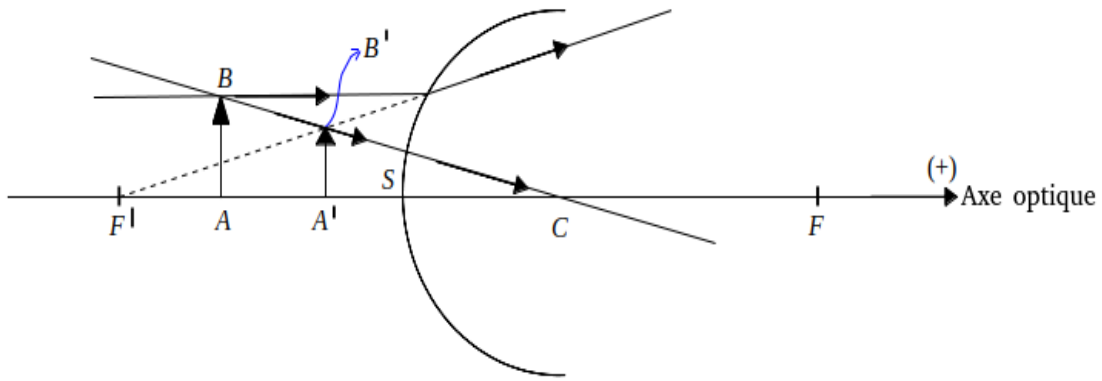
4) La position, la nature et la taille de l'image  $A'B'$  de l'objet  $AB$  obtenue à travers le dioptre :

Un objet situé à  $2 \text{ m}$  en avant du dioptre, c'est à dire que l'objet se trouve dans l'espace objet ; ce qui fait que  $\overline{SA} = -2 \text{ m}$ . En utilisant la relation de conjugaison donnée antérieurement, on trouve que  $\overline{SA'} = -1.22 \text{ m}$ . L'image est localisée dans l'espace objet, conséquemment, elle est virtuelle.

Quant à sa taille, elle est donnée par le grandissement :

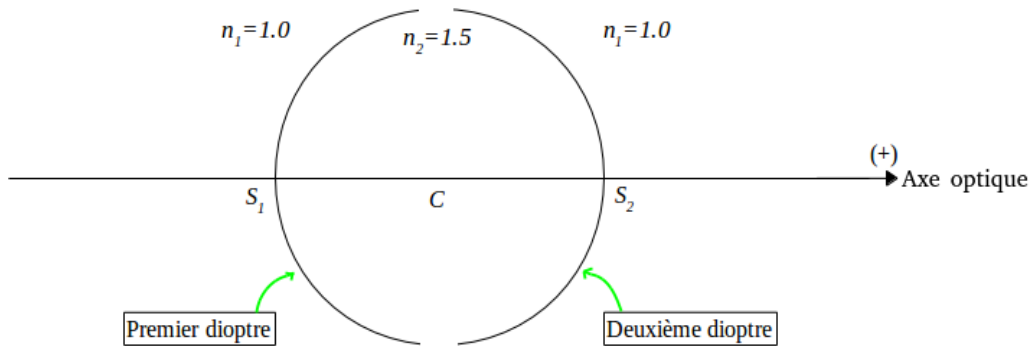
$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{n_1 \overline{SA'}}{n_2 \overline{SA}} \Rightarrow \gamma = +0.68.$$

Le grandissement est positif et inférieur à 1. Cela signifie que l'image obtenue est droite et plus petite que l'objet, comme le montre la construction ci-dessous.



**Exercice 9**

1) La position de l'image finale ainsi que le grandissement :



La lumière traverse deux dioptries. L'image fournie par le premier dioptre sera considérée comme étant un objet relativement au second dioptre.

**a) L'image fournie par le premier dioptre :**

On a la relation de conjugaison suivante :

$$\frac{n_1}{\overline{S_1A}} - \frac{n_2}{\overline{S_1A'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_1C}}$$

Sachant que  $\overline{S_1A} = -3r$  et  $\overline{S_1C} = +r$ , on obtient  $\overline{S_1A'} = +9r$ .

On a besoin de la vergence des dioptries afin de pouvoir faire la construction de l'image à travers la sphère :

$$\phi_1 = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_1C}} = \frac{1.5 - 1.0}{r} > 0.$$

Le premier dioptre est convergent.

La position du foyer image  $F'$  ( $\overline{S_1A} \rightarrow \infty$ ) :

$$-\frac{n_2}{\overline{S_1F'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_1C}} \Rightarrow \overline{S_1F'} = +3r.$$

Le grandissement  $\gamma_1$  du premier dioptre est :

$$\gamma_1 = \frac{n_1 \overline{S_1A'}}{n_2 \overline{S_1A}} \Rightarrow \gamma = -2.$$

L'image donnée par le premier dioptre est renversée par rapport à l'objet.

### b) L'image fournie par le deuxième dioptre :

Ici, on intervertit les indices de réfraction (dans la relation de conjugaison) comparativement au cas précédent :

$$\frac{n_2}{\overline{S_2 A'}} - \frac{n_1}{\overline{S_2 A''}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2 C}},$$

avec  $A'$  l'objet pour le second dioptre, et  $A''$  l'image fournie à partir de  $A'$ .

Bien évidemment  $\overline{S_2 A'} = +7r$  et  $\overline{S_2 C} = -r$ . En portant ces quantités dans la relation de conjugaison, on aboutit à  $\overline{S_2 A''} = +1.4r$ .

La vergence du second dioptre se calcule comme suit :

$$\phi_2 = \frac{n_1 - n_2}{\overline{S_2 C}} = \frac{1.0 - 1.5}{-r} > 0.$$

Par conséquent, le second dioptre est aussi convergent.

La position du foyer image  $F''$  ( $\overline{S_2 A'} \rightarrow \infty$ ) :

$$-\frac{n_1}{\overline{S_2 F''}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{S_2 C}} \Rightarrow \overline{S_2 F''} = +2r.$$

Le grandissement  $\gamma_2$  du deuxième dioptre :

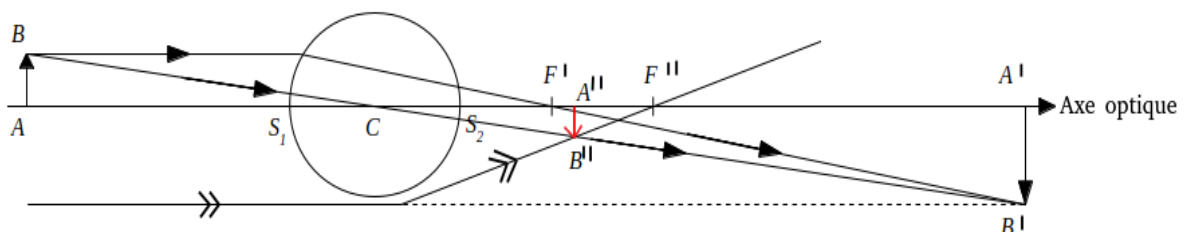
$$\gamma_2 = \frac{n_2 \overline{S_2 A''}}{n_1 \overline{S_2 A'}} \Rightarrow \gamma = +0.3.$$

L'image fournie par le second dioptre est droite par rapport à l'objet  $A'$ .

Le grandissement final sera donc :

$$\gamma = \gamma_1 \cdot \gamma_2 = -0.6.$$

Ainsi, l'image finale est renversée relativement à l'objet, et elle est de taille réduite (construction ci-dessous).

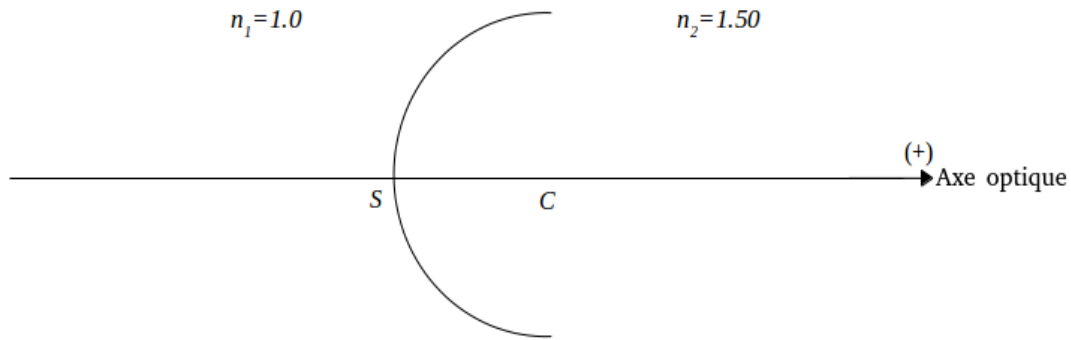


Exercice 10

1) La position des foyers :

La relation de conjugaison est :

$$\frac{n_1}{\overline{SA}} - \frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}}$$



Le foyer objet correspond à  $\overline{SA'} \rightarrow \infty$  :

$$\frac{n_1}{\overline{SF}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF} = -20 \text{ cm.}$$

Le foyer image correspond à  $\overline{SA} \rightarrow \infty$  :

$$-\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \Rightarrow \overline{SF'} = +30 \text{ cm.}$$

2) Calcul et représentation de la position de l'image d'un objet  $AB$  dans différentes situations :

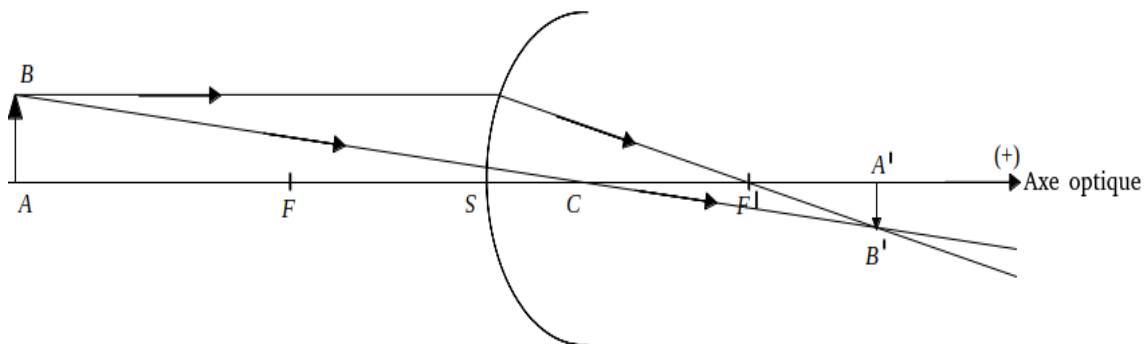
Bien évidemment, pour faire la construction géométrique il faut connaître la vergence du dioptre :

$$\phi = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = +5 \text{ } \delta.$$

Le dioptre est donc convergent.

a) Objet réel placé à 60 cm du sommet du dioptre :

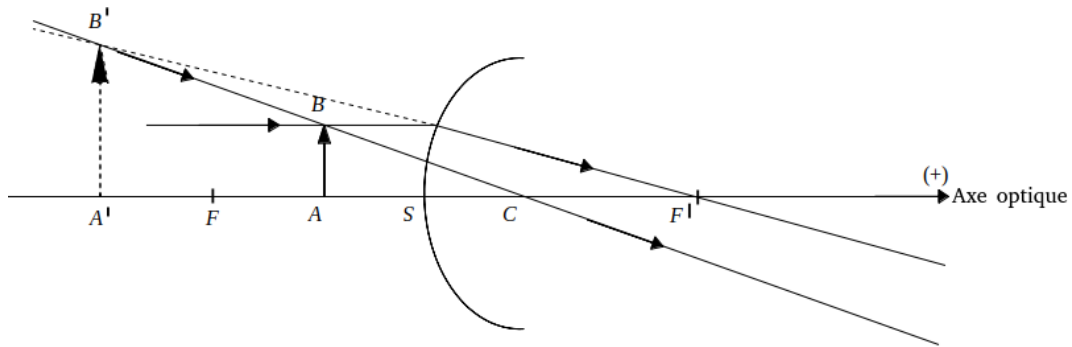
En utilisant la relation de conjugaison, on trouve que  $\overline{SA'} = 45 \text{ cm.}$



Objet réel et image réelle.

b) **Objet réel placé à 10 cm du sommet du dioptre :**

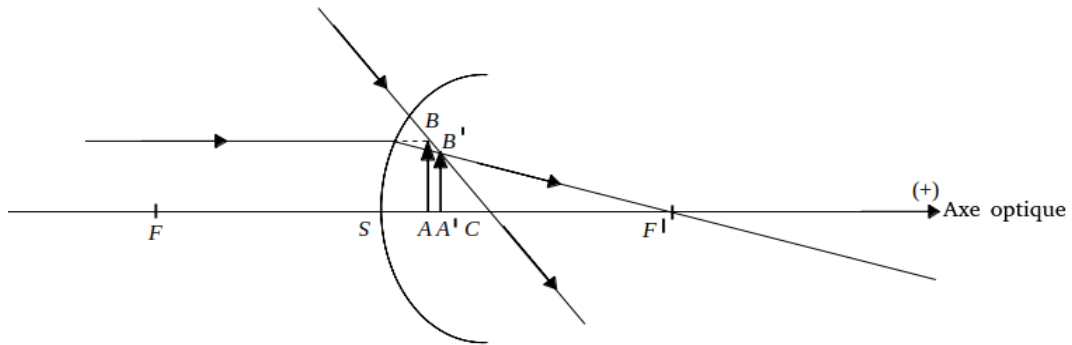
$$\overline{SA'} = -30 \text{ cm.}$$



Objet réel et image virtuelle.

c) **Objet virtuel placé à 5 cm en arrière du dioptre :**

$$\overline{SA'} = +6 \text{ cm.}$$



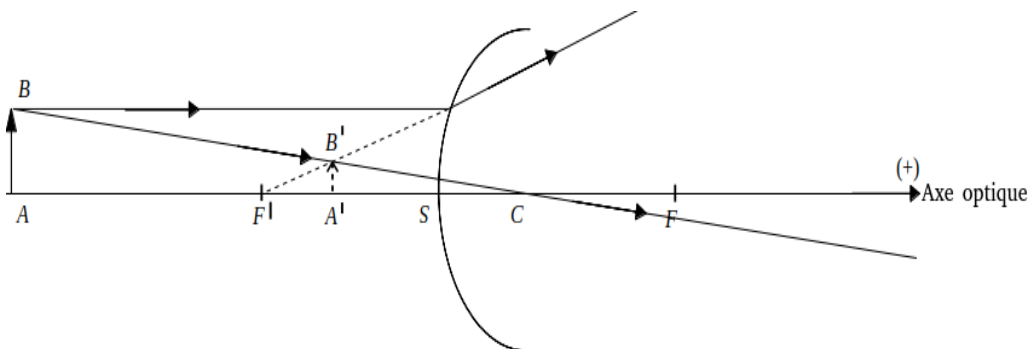
Objet virtuel et image réelle.

3) **Si on inverse les indices :**

On obtient  $\phi = -5 \delta$ ,  $\overline{SF} = 30 \text{ cm}$  et  $\overline{SF'} = -20 \text{ cm}$ . Dans ce cas de figure, le dioptre est divergent.

a) **Objet réel placé à 60 cm du sommet du dioptre :**

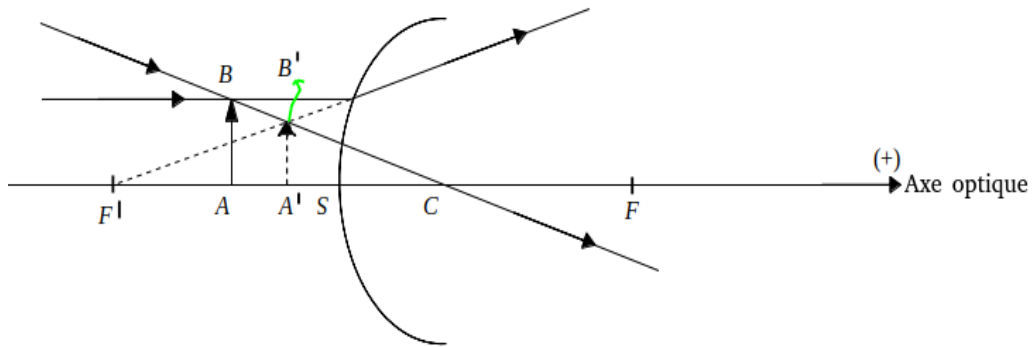
$$\overline{SA'} = -13.34 \text{ cm.}$$



Objet réel et image virtuelle.

b) Objet réel placé à 10 cm du sommet du dioptre :

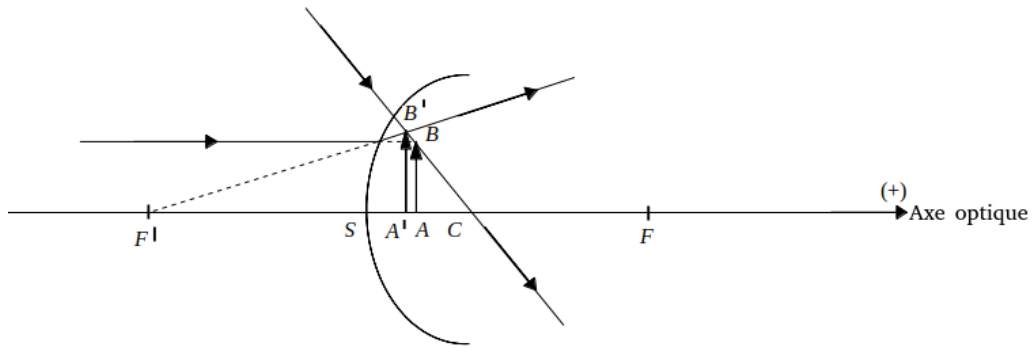
$$\overline{SA'} = -5 \text{ cm.}$$



Objet réel et image virtuelle.

c) Objet virtuel placé à 5 cm en arrière du dioptre :

$$\overline{SA'} = +4 \text{ cm.}$$

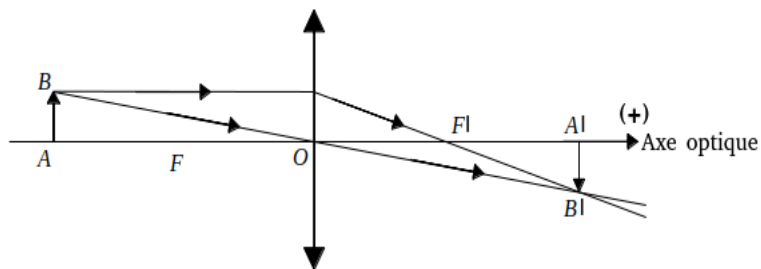


Objet virtuel et image réelle.

### Exercice 11

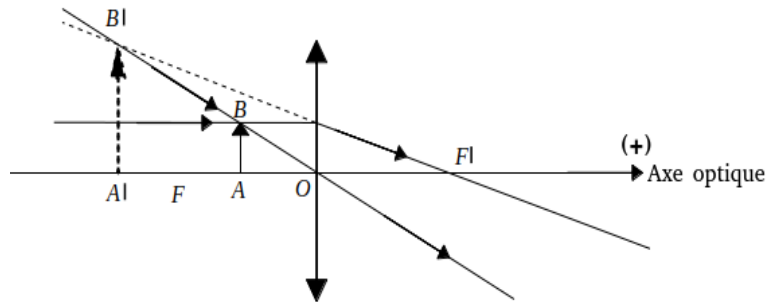
-) La position de l'image  $A'B'$  d'un objet  $AB$  en fonction de sa position dans les trois cas suivant :

a) L'objet est réel, situé avant le point focal objet  $F$  :



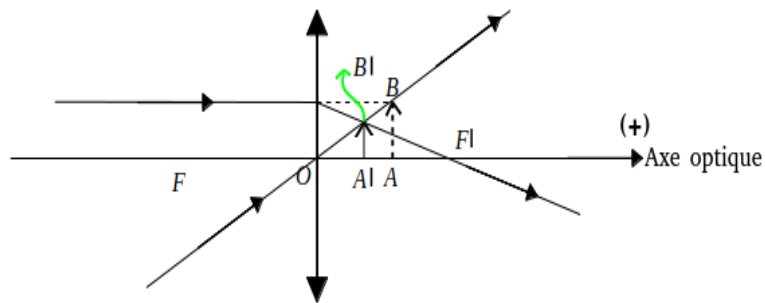
Objet réel et image réelle.

b) L'objet est réel, placé entre le point focal objet  $F$  et le centre optique  $O$  de la lentille :



Objet réel et image virtuelle.

c) L'objet est virtuel :



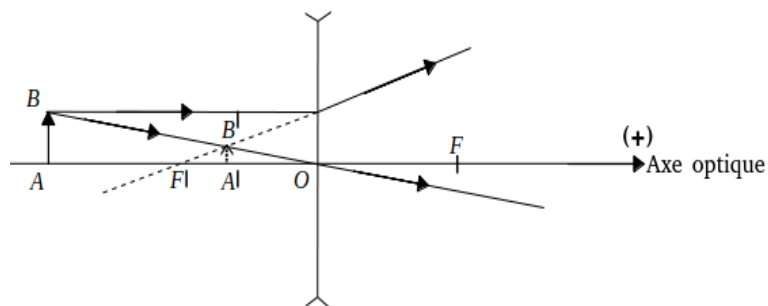
Objet virtuel et image réelle.

Quant au calcul du grandissement, il n'est pas possible car on ne connaît pas la position exacte de l'objet, ainsi que la distance focale de la lentille.

## Exercice 12

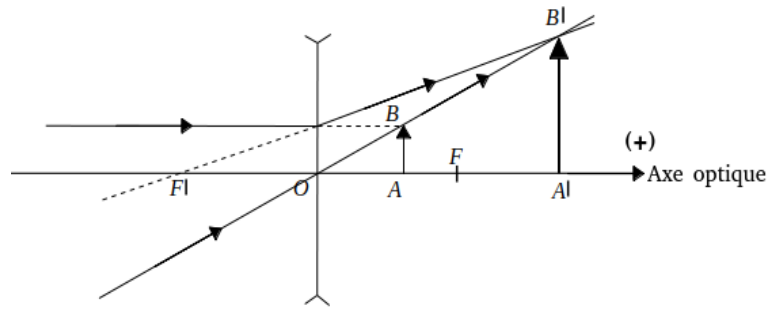
1) L'image d'un objet  $AB$  à travers une lentille mince divergente :

a) L'objet est réel :



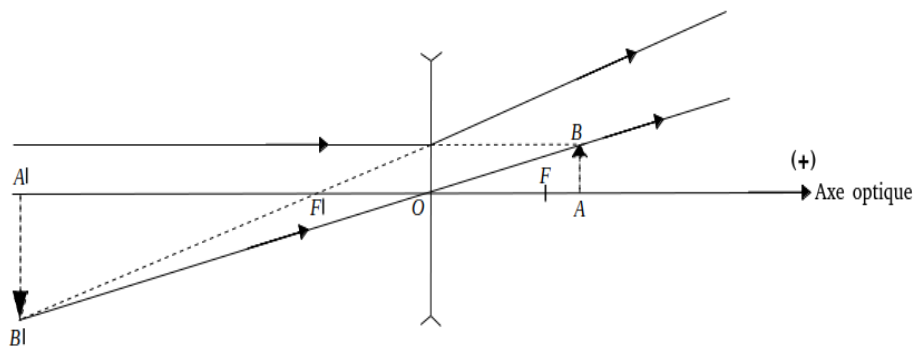
Objet réel et image virtuelle.

b) L'objet est virtuel placé entre  $O$  et  $F$  :



Objet virtuel et image réelle.

c) L'objet est virtuel placé au-delà de  $F$  :



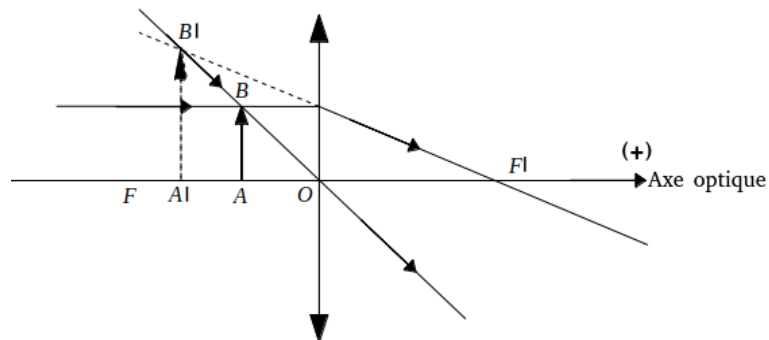
Objet virtuel et image virtuelle.

2) La différence d'observation entre une image réelle et une image virtuelle :

Une image réelle est une image qu'on peut observer sur un écran, par contre une image virtuelle est une image qui peut être observée par l'œil à travers un système optique (mais qu'on ne peut projeter sur un écran).

### Exercice 13

1) La position et la nature de l'image de l'objet  $AB$  :



Objet réel et image virtuelle.

On a la relation de conjugaison dans le cas des lentilles :

$$\frac{1}{P'} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f'}$$

avec  $P = \overline{OA} = -8$  cm et  $f' = 20$  cm ; ce qui donne  $P' = \overline{OA'} = -13.34$  cm.

**2) La distance à laquelle il faut placer la lentille et l'écran :**

On sait que le grandissement est donné par :

$$\gamma = \frac{P'}{P} \Rightarrow P' = \gamma P.$$

On veut obtenir une image quatre fois plus grande que l'objet, donc  $P' = -4P$  car  $P' > 0$  (image réelle) et  $P < 0$  (objet réel).

En remplaçant la relation de conjugaison donnée plus haut, on obtient :

$$\frac{1}{-4P} - \frac{1}{P} = \frac{1}{f'} \Rightarrow P = -\frac{5}{4}f' = -25 \text{ cm.}$$

$P$  est la position de l'objet. La distance lentille-objet est donc égale à 25 cm. La position de l'image est  $P' = -4P = 100$  cm. Par conséquent, l'écran doit être placé à 100 cm de la lentille.

# Bibliographie

1. Électrostatique et Électrocinétique cours et exercices corrigés, Émilie AMZALLAG, Joseph CIPRIANI, Jocelyne BEN AÏM et Norbert PICCIOU (2006).
2. Électrostatique, Électrocinétique, Magnétisme, Électromagnétisme et Accélérateur de particules rappels de cours et exercices corrigés, Jacques René MAGNÉ, Rose-Marie MAGNÉ-MARTY (2000).
3. Optique cours et exercices corrigés, Jean-Marie BRÉBEC, Thierry DESMARAIS, Bruno NOËL, Régine NOËL et Claude ORSINI (2003).
4. Optique cours et exercices corrigés, Jean-Paul PARISOT, Patricia SEGONDS et Sylvie Le BOITEUX (2003).