

*République Algérienne Démocratique et Populaire*

*Ministère de l'enseignement supérieur et de la recherche scientifique*

*Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou*

*Faculté du génie de la construction*

*Département du génie civil*



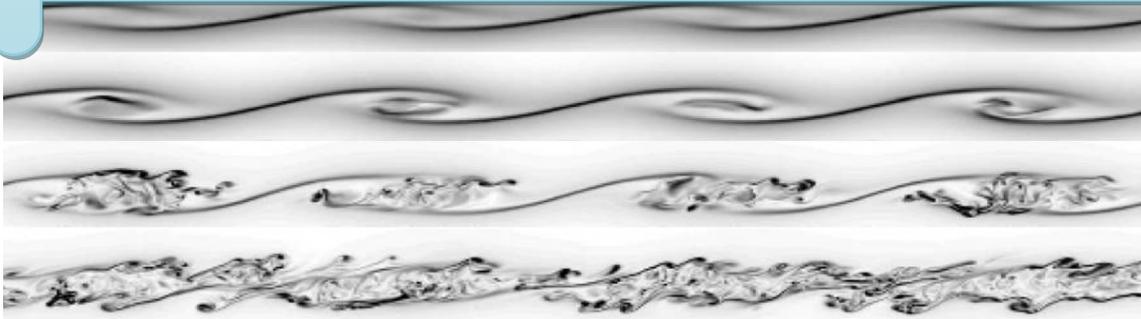
# Mémoire de fin d'études

*En vue d'obtention du diplôme de Master en génie civil*

*Option : Géotechnique et Environnement*

## *Thème*

# Introduction à l'étude des courants gravitaires miscibles



Travail réalisé par :

Ghezali Dihia

Proposé et dirigé par :

Prof. Khattaoui Mohammed

Promotion 2017

# *Remerciements*

*Je remercie en premier lieu Dieu, tout puissant de m'avoir donné le courage et la seconde chance pour continuer mes études et terminer ce travail.*

*En second, mes très chers parents qui m'ont soutenu et encouragé tout au long de ma vie, en particulier à mes moment difficiles ainsi au moment de réalisation de ce mémoire.*

*Je teins à exprimer ma profonde gratitude à mon promoteur Monsieur le Professeur Khattaoui Mohammed, pour le sujet qu'il m'a proposé et dirigé avec rigueur ainsi que pour sa disponibilité.*

*Je tiens à remercie chaleureusement les membres du jury, pour l'honneur qu'ils me font en acceptant d'examiner et de juger mon travail.*

*Je tiens à remercier mademoiselle Mokrani Lynda, pour ses précieux conseils.*

*Je tiens à remercier tous ceux qui ont contribués de loin ou de près pour que ce travail puisse être sous sa forme actuelle.*

*Merci à ma famille, mes frères et sœurs.*

*Enfin, à tous mes amis (es), pour leur soutien et leurs encouragements.*

# *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail*

*A mes chers parents, mon père « Larbi » qui ne cesse de m'encourager,  
ma mère « Nassera » symbole de sacrifice, sans eux je ne serais pas ce  
que je suis aujourd'hui, que Dieu vous garde pour nous.*

*A mes chères sœurs et frères « Samia, Hamida, Yacine, Mohamed  
Lamine ».*

*A mon beau-frère Toubal Ali et ma Chère nièce Lyna.*

*A toute la famille*

*A tous mes amis(es)*

*A tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.*

*A la mémoire de mes grands-parents « Mohamed, Fatma » ma tante  
« Baya ».*

*A la mémoire de mon grand-père « Ahmed » et mon oncle « Ahmed ».*

*A la fin je dédie ce travail à tous mes enseignants dans la faculté de  
génie civil et à mon médecin Dr.Si Said ainsi à toute personne qui me  
connais.*

*GHEZALI. D*

## Sommaire

---

Liste des figures .....	
Introduction générale.....	<b>Erreur ! Signet non défini.</b>

### Chapitre I : Généralité sur la mécanique des fluides

I.1.Introduction.....	2
I.2. Types des fluides .....	2
I.2-a Fluide idéal (parfait) .....	2
I.2-b Fluide réel .....	3
I.2-c Fluide incompressible .....	3
I.2-d Fluide compressible .....	3
I.3. Propriétés des fluides .....	3
I.3-b La densité .....	3
I.3-c Le poids spécifique .....	3
I.3-d La densité relative D .....	4
I.3-e Le volume spécifique .....	4
I.4. La viscosité .....	5
I.4-a Viscosité dynamique (absolue) $\mu$ .....	6
I.4-b La viscosité cinématique $\nu$ .....	6
I.5 Cinématiques des fluides .....	7
I.5.1 Méthodes de description de mouvement .....	7
I.5.1-a Méthode de Lagrange .....	7
I.5.1-b Méthode d'Euler .....	8
I.5.2 : Ligne de courant .....	9
I.6 Différents types d'écoulement.....	10
I.6.1 Ecoulement permanent .....	10
I.6.2 Ecoulement uniforme .....	10
I.6.3 Ecoulement unidimensionnel .....	11

## Sommaire

---

I.6.4	Ecoulement bidimensionnel .....	11
I.6.5	Ecoulement incompressible .....	11
I.6.6	Ecoulement laminaire et turbulent .....	11
I.6.7	Equation de continuité .....	12
I.7	Dynamique des fluides.....	14
I.7.1	Introduction .....	14
I.7.2	Equation du mouvement suivant une ligne de courant .....	16
I.7.3	Equation de l'énergie .....	17
I.7.4	Règles générales, pour l'application de l'équation de l'énergie.....	17
I.8	Conclusion.....	18

## Chapitre II : Les courants gravitaires

II.1.	Introduction .....	19
II.2	Classement des courants gravitaires .....	20
II.2.1	Situation géophysiques .....	20
II.2.1.a	Les brises de mer .....	22
II.2.1.b	Les vents catabatiques .....	23
II.2.3	En situation industrielle .....	25
II.2.3.a	Les systèmes de refroidissement de centrales électriques .....	25
II.2.3.b	Les marées noires .....	26
II.2.3.c	La propagation de gaz ou fumées dans les tunnels .....	26
II.3	Intrusion d'un courant de gravité .....	27
II.4	L'écoulement de Rayleigh-Taylor .....	29
II.5	Influence du nombre de Reynolds sur l'ensemble du courant .....	32
II.6	Influence du nombre de Schmidt sur l'ensemble du courant .....	33
II.7	Conclusion .....	34

**Chapitre III : Etude des fluides non miscible**

III.1.Introduction .....	36
III.2 Phénomènes capillaires - Tension interfaciale .....	36
III.3 La pression capillaire .....	38
III.4 Mouillabilité .....	39
III.5 Exemple d'une étude d'un mélange de deux fluides non miscible sous l'effet de la gravité à l'aide d'un logiciel OpenFoam .....	40
III.5 Conclusion .....	47

**Chapitre IV : Modélisation de la structure par élément finis**

IV.1 Etude d'un mélange de deux fluides miscible .....	49
IV.2 présentation de l'expérience .....	49
IV.3 Les phénomènes et les paramètres qui apparaissent lors de l'étude .....	50
IV.3.1 La pression .....	50
IV.3.2 l'accélération .....	51
IV.3.3 conservation de masse .....	51
IV.3.3-a Le champ de densité est .....	52
IV. 3.3-b Le nombre de Froude .....	53
IV.3.3-c Le nombre de Reynolds .....	53
IV.3.3-d Le nombre de Peclet .....	53
IV.4 Exemple d'une étude .....	53
IV.4.1 Analyse d'échelle .....	53
IV.4.1-a L'échelle de temps associée à l'accélération du repos .....	54
IV.4.1-b L'accélération .....	54
IV.4.1-c La longueur $L(t)$ du courant.....	54
IV.4.1-d la conservation de Flottabilité par unité de largeur .....	56
IV.4.1-e remarque .....	56

## Sommaire

---

IV.4.2 Etude du courant .....	56
IV.4.3 Théories pour le nombre de Froude .....	59
IV.4.3-a Théorie de Yih .....	60
IV.4.3-b Théorie de Von Karman .....	60
IV.4.3-c Théorie de Benjamin .....	62
IV.4.3-c-1 conservation de la masse et du moment .....	62
IV.4.3-c.2 Conservation de l'énergie .....	64
IV.5 Conservation de l'énergie .....	65
IV.6 La diffusion .....	67
IV.7 Conclusion .....	70
<b>Conclusion générale .....</b>	<b>71</b>
<b>Références bibliographiques .....</b>	<b>72</b>

Liste des figures :

<b>Figure I.1 :</b> Schéma représentatif de la force agissante sur un élément de surface $ds$ .....	2
<b>Figure I.2 :</b> cisaillement d'un fluide entre deux plaques parallèles espacées d'une distance $h$ , la plaque supérieure se déplace à la vitesse $U$ .....	4
<b>Figure I.3 :</b> schéma représentatif le profil de vitesse des particules lors de mouvement d'un fluide.....	5
<b>Figure I.4 :</b> schéma représentatif de la trajectoire d'une particule $P$ .....	8
<b>Figure I.5:</b> Image instantanée de l'écoulement qui est utilisé à chaque instant.....	9
<b>Figure I.6 :</b> schéma représentatif de la ligne de courant.....	10
<b>Figure I.7:</b> schéma représentatif des forces agissant sur une surface $S$ .....	16
<b>Figures II.1 :</b> images représentatifs des tempêtes de sable.....	21
<b>Figure II.2 :</b> Cumulonimbus en forme d'enclume (photo d'un super cellulaire classique avec ses attributs).....	21
<b>Figure II.3 :</b> Nuage de poussière de front de rafales (haboob) traversant lianoEstacado photo prise en directe du canyon du YellowHows, texas le 18 juin 2009.....	22
<b>Figure II.4 :</b> schéma représentatif d'une brise de mer.....	22
<b>Figure II.5 :</b> schéma représentatif des vents anabatiques et catabatiques.....	23
<b>Figure II.6:</b> avalanche photographiée aux Etats-Unis.....	24
<b>Figure II.7 :</b> structure en lobes et fentes typique des courants de gravité turbulents et le nez relevé du sol sont bien discernables (Nuée ardente à Montserrat (1997)).....	25
<b>Figure II.8 :</b> Schéma d'une évacuation d'eau chaude dans un réservoir plus froid.....	26
<b>Figure II.9 :</b> Schéma d'une poche de gaz se propageant dans un tunnel sous la forme d'un courant de gravité.....	27
<b>Figure II.10:</b> propagation d'un front à vitesse constante.....	27
<b>Figure II.11 :</b> courant de densité en laboratoire. Le courant intrusif a été produit en employant un fluide lourd (eau salée et colorée) dans un fluide plus léger (eau).....	28

<b>Figure II.12</b> : Développement de l’instabilité de Rayleigh Taylor pendant un orage (source Thèse: Instabilité de Rayleigh-Taylor dans les restes de supernovæ Application aux pleurions).....	29
<b>Figure II.13</b> : L’instabilité de Rayleigh-Taylor en régime linéaire, non-stationnaire, pour une géométrie sphérique : cas de l’expansion des éjectas d’une supernova soufflée par un pulsar situé en son centre (source: site CNRS Astrophysique en laboratoire).....	30
<b>Figure II.14</b> : Iso-surface de densité $(\rho_2 + \rho_1)/2$ (où $\rho_2$ et $\rho_1$ sont les densités des fluides lourd et léger respectivement) dans la dernière phase d’évolution de l’écoulement de Rayleigh-Taylor.....	32
<b>Figure II.15</b> : Ecoulement d’air froid sous de l’air plus chaud avec des écarts de températures de (a) 0.5°, (b) 1.5°, (c) 4°, (d) 7°, (e) 15°, (f) 35°. D’après Schmidt (1911).....	32
<b>Figure III.1</b> : Vision schématique de l’interface.....	37
<b>Figure III.2</b> : États des molécules du volume (cas (a)) et des molécules à l’interface (cas(b)).....	37
<b>Figure III.3</b> : Représentation de deux phases non miscibles 1 et 2 dans un tube capillaire...38	38
<b>Figure III.4</b> : Exemple de mouillage entre l’huile et l’eau.....	39
<b>Figure III.5</b> : goutte sur une surface solide dans le cas d’un fluide au repos (a) mouillant et (b) non mouillant.....	39
<b>Figure III.6</b> : images représentatif de deux fluides non miscibles dans un tube incliné et confiné. Source: Brunel Institute for Bioengineering (link is external).....	41
<b>Figure III.7</b> : représentation de déroulement de l’inter action entre les deux fluides lorsque la vanne soit ouverte au cour du temps (images present par le logiciel Le solveur interFoam ( $\beta = 0$ )).....	43
<b>Figure III.8</b> : images représentatifs de différentes déformations déroulées entre les deux fluides en fonction du temps et l’angle de l’inclinaison $\beta$ (captures prises par le logiciel Le solveur interFoam).....	45
<b>Figure III.9</b> : des captures present d’une vidéo lors de la simulation sur le logiciel Le solveur interFoam.....	46
<b>Figure IV.1</b> : Schéma d’un courant de gravité .....	49

<b>Figure IV.2 :</b> Un schéma des conditions initiales de la libération de la serrure. Le flux commence par enlever La porte verticalement.....	50
<b>Figure IV.3 :</b> Les courants gravitaire produits lors de soulèvement de la barrière verticalement au instant t.....	51
<b>Figure IV.4:</b> Un croquis de la libération d'un volume fini de fluide dense dans un environnement moins dense, environnement stationnaire de profondeur $H$ .....	54
<b>Figure IV.5 :</b> Représentation d'un alésage que se propagent le long de l'interface .Extrait de Rottman et Simpson (1983).....	58
<b>Figure IV.6 :</b> Les positions avant et arrière comme fonctions de temps après la sortie pour un Ensemble d'expériences avec serrures à pleine profondeur. Extrait de Rottman et Simpson (1983).....	58
<b>Figure IV.7 :</b> Parcelle logarithmique de positions avant sans dimension contre dimension Temps pour trois sorties de verrouillage en profondeur. Extrait de Rottman et Simpson (1983).....	59
<b>Figure IV.8 :</b> Un modèle idéalisé d'un courant de gravité fluide parfait dans une profondeur de fluide infiniment profonde, vu dans le cadre de repos du courant, dans lequel tout le fluide dense à l'intérieur, le courant est supposé être au repos.....	61
<b>Figure IV.9 :</b> Un diagramme schématique d'un courant de gravité dense.....	63
<b>Figure IV.10 :</b> Le flux d'énergie nette sans dimension $\Delta \hat{E}$ comploté contre le courant adimensionnel profondeur $\frac{h}{H}$ .....	67
<b>Figure IV.11 :</b> Une version complète de la profondeur-verrouillage avec la solution d'écoulement potentiel Benjamin (1968) (pointillé Courbe) pour la forme près de l'avant superposée sur les courants lourds et légers.....	67
<b>Figure IV.12 :</b> Le flux évolue à travers les cinq régimes auto-similaires présentés ici par simulation résultats.....	68
<b>Figure IV.13 :</b> Zoom local montrant la verticité non dimensionnelle autour d'un front lors du mélange de deux fluides.....	69
<b>Figure IV.14 :</b> Vitesses dans l'écoulement d'échange.....	69
<b>Figure IV.15 :</b> Détail de la figure IV.13 autour du front léger.....	70
<b>Figure IV.16 :</b> Détail de la figure IV.13 autour du front dense.....	70

## **Introduction générale :**

L'hydrodynamique est une science qui permet d'établir des relations analytiques et théoriques entre les éléments cinématiques du mouvement, en l'occurrence l'écoulement, et les forces qui les produisent et maintiennent.

Les courants gravitaires couvrent d'importants domaines d'intérêt, tant dans l'environnement que pour des problèmes industriels. Ils correspondent au cas où la mise en mouvement du système est due uniquement à la gravité, en partant d'une situation initiale instable.

Le courant de gravité est un flux induit par densité qui se produit lorsqu'un corps fluide plus dense s'introduit dans un corps dense de fluide ou vice versa. Le déséquilibre de force de flottabilité résultant de la différence de densité, de température, de salinités et de concentrations de produits chimiques induit le courant de gravité.

Les courants gravitaires ont été intensément étudiés dans le but de comprendre et de prédire des manifestations parfois très dangereuses.

Les études les plus récentes et détaillées des courants de gravité en géométrie confinée sont issues des travaux expérimentaux de Debacq et al. (2003) (pour un tube vertical) et Séon et al. (2005), Séon (2006), Séon et al. (2006) et Séon et al. (2007) pour un tube incliné entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ .

Si la gravité joue le rôle de moteur dans un mélange de fluides sous l'effet de la gravité en géométrie confinée, c'est parce que les fluides en question ont des densités différentes. Pour qu'il y ait un mouvement, il faut que les fluides soient en situation instable vis-à-vis de la gravité. Il y a alors deux configurations possibles : soit le fluide "lourd" est placé au-dessus du fluide "léger", soit il est placé à côté. Le premier cas conduit à un écoulement de Rayleigh-Taylor, tandis que le deuxième engendre un courant de gravité.

Le mémoire comporte quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à des généralités sur la dynamique des fluides. Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté quelques exemples de courant gravitaires. Les courants gravitaires entre fluides non miscibles sont présentés au troisième chapitre. Pour les fluides miscibles, le dernier chapitre, soit le quatrième, leur est réservé. Le mémoire se termine par une conclusion générale dans laquelle nous avons rappelé les points importants.

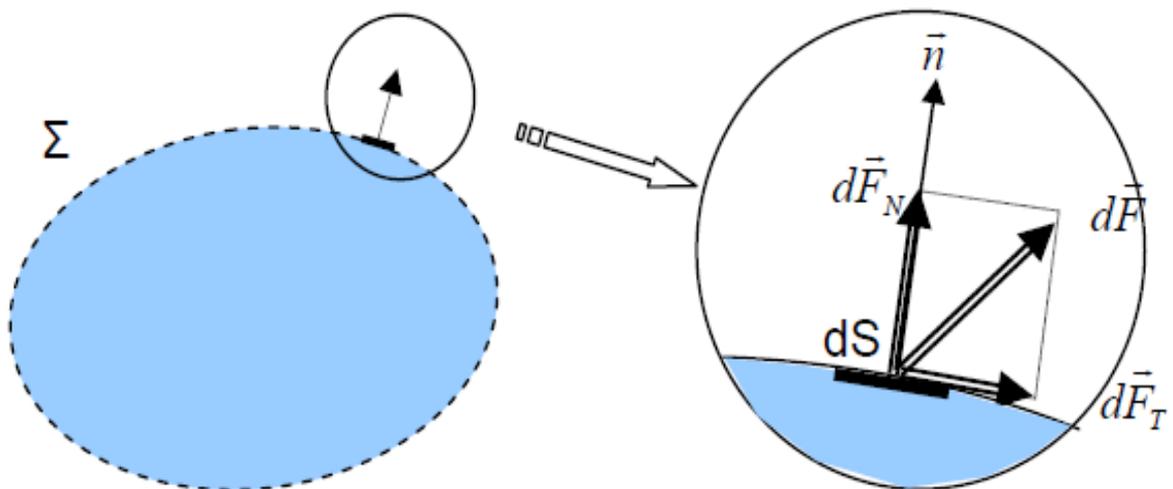
# Chapitre I

**I.1. Introduction:** Un fluide peut être considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. C'est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Les forces de cohésion entre particules élémentaires sont très faibles de sorte que le fluide est un corps sans forme propre qui prend la forme du récipient qui le contient. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz [1].

## I.2. Types des fluides :

**I.2-a Fluide idéal (parfait) :** c'est un fluide dans les molécules se déplacent sans aucun frottement les unes par rapport aux autres.

Soit un système fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée  $\Sigma$  fictive ou non.



**Figure I.1 :** Schéma représentatif de la force agissant sur un élément de surface  $ds$ .

Considérons  $\vec{dF}$  la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire  $dS$  de normale  $\vec{n}$  entre le fluide et le milieu extérieur.

On peut toujours décomposer  $\vec{dF}$  en deux composantes:

- une composante  $\vec{dF}_T$  tangentielle à  $dS$ .
- une composante  $\vec{dF}_N$  normale à  $dS$ .

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la

composante  $\vec{dF}_T$  est nulle. Autrement dit, la force  $\vec{dF}$  est normale à l'élément de surface  $dS$  [1].

**I.2-b Fluide réel :** Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits [1].

**I.2-c Fluide incompressible :** Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.) [1].

**I.2-d Fluide compressible :** Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles.

Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles [1].

### I.3. Propriétés des fluides :

**I.3-b La densité :** appelé aussi masse volumique se définit comme la masse par unité de volume.

$$\rho = \frac{m}{v} \quad (\text{I-1})$$

Sa dimension est :  $ML^{-3} = FL^{-4}T^2$ .

**I.3-c Le poids spécifique :**  $\varpi$  est le poids de l'unité de volume.

$$\varpi = \frac{s}{v} = \rho g \quad (\text{I-2})$$

s : le poids.

v : le volume.

$g$  : l'accélération de la pesanteur.

Sa dimension est  $L^3 = ML^{-2}T^{-2}$ .

**I.3-d La densité relative  $D$**  :, appelée aussi poids spécifique relative, est le résultat de la division de son poids par le poids d'un porion d'eau à 4°C ayant le même volume.

$$D = \frac{s}{s_e} = \frac{M}{M_e} = \frac{\rho}{\rho_e} = \frac{\varpi}{\varpi_e} \quad (\text{I-3})$$

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

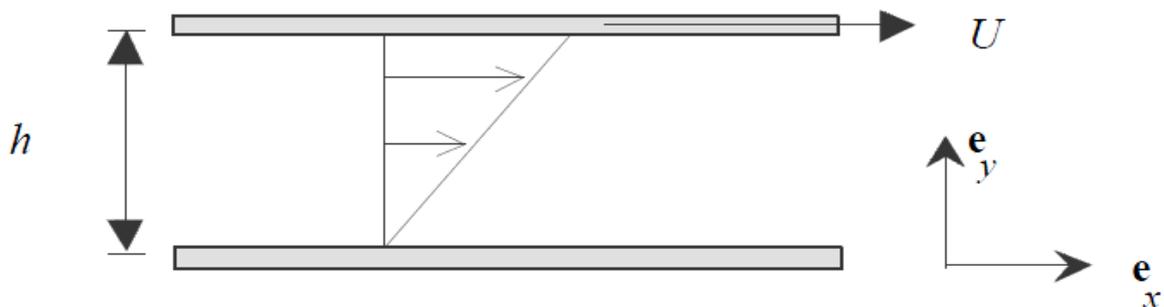
**I.3-e Le volume spécifique** :  $V_s$  est le volume de l'unité de poids, donc c'est l'inverse du poids spécifique.

$$V_s = \frac{V}{s} = \frac{1}{\varpi} \quad (\text{I-4})$$

Beaucoup de fluides de l'environnement courant sont des fluides *newtoniens*. Ces fluides se caractérisent notamment par une dépendance linéaire des contraintes et des vitesses de déformation. Ainsi, Newton montra que lorsqu'on cisaille un fluide (voir figure 2) :

– il se produit une force de résistance du fluide contre cette action de cisaillement.

– cette force est proportionnelle au taux de cisaillement, ici  $\frac{U}{h}$  [2].



**Figure I.2** : cisaillement d'un fluide entre deux plaques parallèles espacées d'une distance  $h$ , la plaque supérieure se déplace à la vitesse  $U$ .

Si on définit la contrainte de cisaillement  $\tau$  comme la force par unité de surface

[ $Pa = N/m^2$ ], alors on a la relation :

$$\tau = \mu \frac{U}{h} \quad (\text{I-5})$$

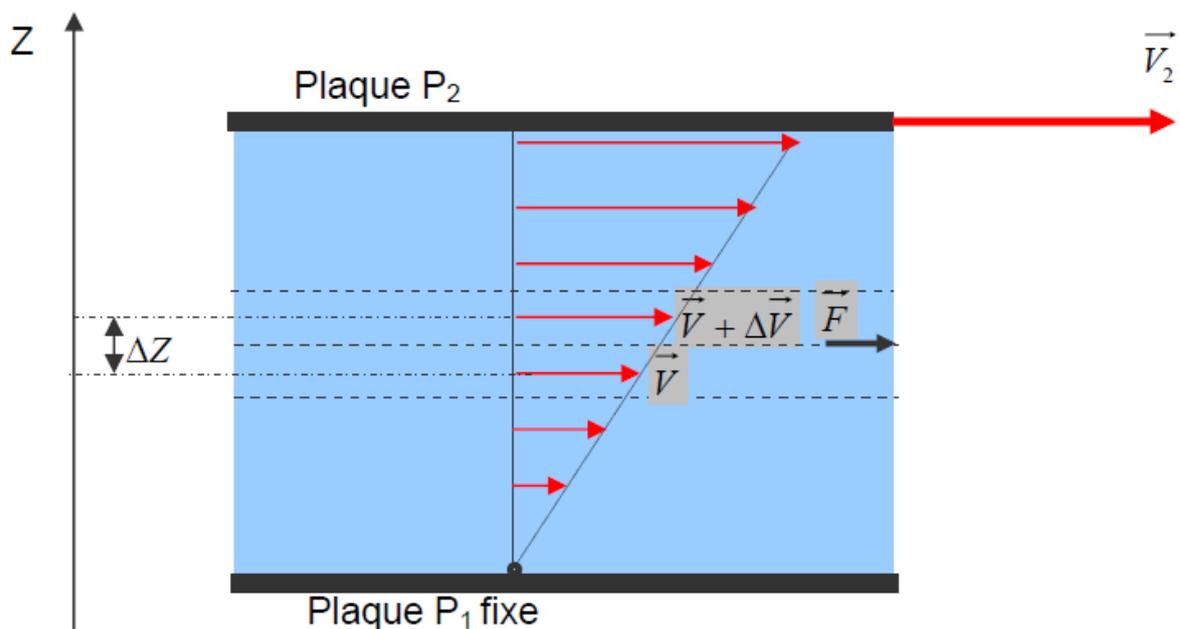
Où  $\mu$  est le coefficient de viscosité dynamique [2].

#### I.4. La viscosité :

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. Elle peut être mesurée par un viscosimètre à chute de bille, dans lequel on mesure le temps écoulé pour la chute d'une bille dans le fluide. Elle peut également être mesurée par un récipient dont le fond comporte un orifice de taille standardisée. La vitesse à laquelle le fluide s'écoule par cet orifice permet de déterminer la viscosité du fluide.

La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes.

Par exemple, si on considère un fluide visqueux placé entre deux plaques  $P_1$  et  $P_2$ , tel que la plaque  $P_1$  est fixe et la plaque  $P_2$  est animée d'une vitesse  $V_2$ [1].



**Figure I.3 :** schéma représentatif le profil de vitesse des particules lors de mouvement d'un fluide.

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme

résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de chaque couche est une fonction de la distance  $Z$ .

On distingue deux types de viscosités :

**I.4-a Viscosité dynamique (absolue)  $\mu$**  : La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut exercer sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et la variation de vitesse des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque. ...Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière [1].

D'une manière générale :

$$\mu = \frac{\tau}{\frac{du}{dy}} \quad (\text{I-6})$$

$du/dy$  : la vitesse angulaire de déformation.

$\mu$  : la viscosité absolue.

La dimension de la viscosité  $\mu = FL^{-2}T$ . Puisque  $F = MLT^{-2}$

$M$  : dimension de masse.

$L$  : dimension de longueur.

$T$  : dimension de temps.

$F$  : dimension de force.

$$[\mu] = [ML^{-1}T^{-1}].$$

L'unité est selon le système utilisé.

Remarque : Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde (Pa.s) ou Poiseuille (Pl) :

$$1\text{Pa}\cdot\text{s} = 1\text{Pl} = 1\text{kg}/\text{m}\cdot\text{s}$$

**I.4-b La viscosité cinématique  $\nu$**  : elle est donné par :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{I-7})$$

$\nu$  : viscosité cinématique.

$\mu$  : la viscosité dynamique.

$\rho$  : la densité du fluide.

La dimension :  $[v] = \frac{ML^{-1}T^{-1}}{ML^{-1}} = L^2T^{-1}$  l'unité selon le système choisi où demandé. [1]

Remarque :

- On utilise souvent le Stokes (St) comme unité de mesure de la viscosité cinématique.  $1 St = 10^{-4} m^2/s$ .
- Influence de la température lorsque la température augmente, la viscosité d'un fluide décroît car sa densité diminue.
- Différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique : La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autre terme, cette dernière exprime la « rigidité » d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement [1].

### **I.5 Cinématiques des fluides :**

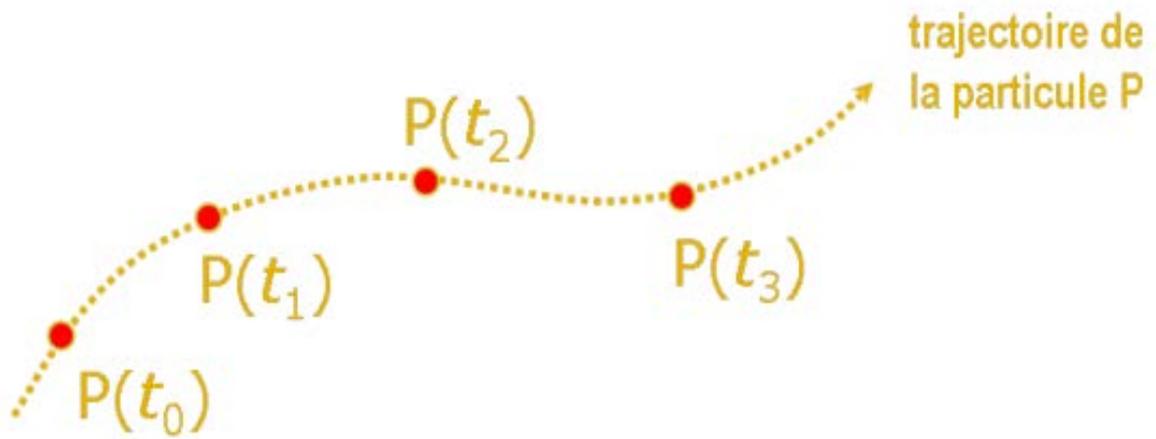
C'est l'étude du mouvement des particules fluides indépendamment de ce qui provoque ou modifie l'écoulement. On n'étudie pas les forces mises en jeu au sien de l'écoulement, mais on cherche à accéder à une description de l'écoulement en termes de trajectoires, vitesses, accélérations et évolution spatio-temporelles [5].

**I.5.1 Méthodes de description de mouvement :** La cinématique des fluides regroupe les différentes manières de décrire les mouvements d'un fluide. Deux méthodes sont utilisées pour décrire le mouvement du fluide :

- la description lagrangienne (Louis-Joseph Lagrange, 1736-1813).
- la description eulérienne (Léonard Euler, 1703-1783).

**I.5.1-a Méthode de Lagrange :** Cette méthode consiste à suivre dans l'espace la position d'une particule en fonction du temps.

Cette méthode permet d'étudier les vecteurs positions, vitesse et accélération, et éventuellement la trajectoire ou le chemin suivi par la particule dans son mouvement en fonction du temps. Compte tenu du nombre de particules fluides, cette description n'est pas souvent envisageable [5].



**Figure I.4 :** schéma représentatif de la trajectoire d'une particule P.

Le mouvement de chaque particule est connu si on a les vecteurs positions, vitesse et accélération :

$$\vec{op} = \begin{cases} x = x(t_0, x_0, y_0, z_0, t) = x(t) \\ y = y(t_0, x_0, y_0, z_0, t) = y(t) \\ z = z(t_0, x_0, y_0, z_0, t) = z(t) \end{cases} \quad (\text{I-8})$$

$$\vec{V} = \begin{cases} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{cases} \quad (\text{I-9})$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{du}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} \\ a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} \\ a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases} \quad (\text{I-10})$$

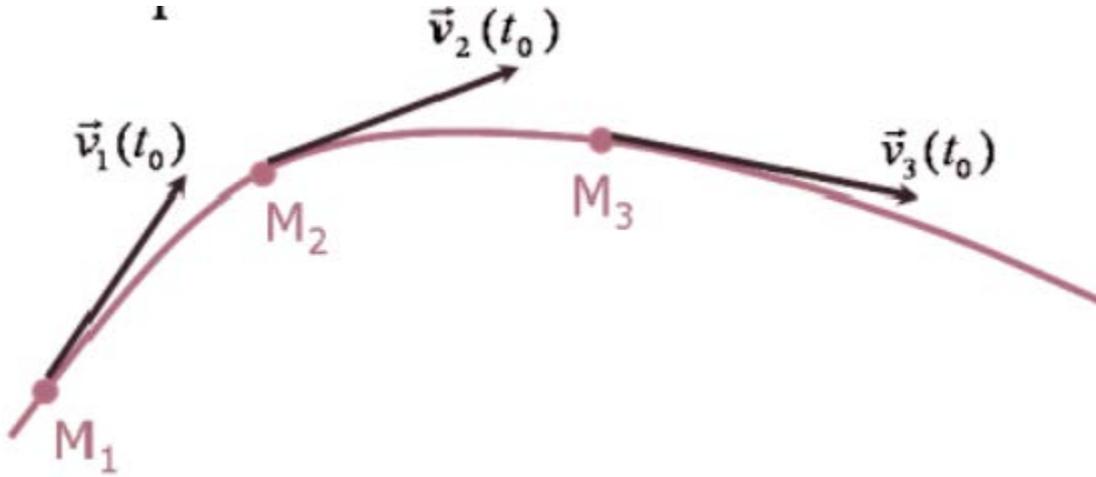
La méthode de Lagrange étudie chaque particule individuellement en suivant son mouvement, dans beaucoup de cas pratiques, il n'est pas important de connaître la trajectoire de chaque particule, mais l'important c'est d'étudier les propriétés de l'écoulement en certains points déterminés (dans les champs de vitesses) [5].

Cette méthode est délicate car il n'est pas facile de suivre les particules.

**I.5.1-b Méthode d'Euler :** Cette méthode consiste à établir à chaque instant  $t$  donné, l'ensemble des vitesses associées à chacun des points de l'espace fluide.

A chaque point M est associée une vitesse  $\vec{V}_M(x, y, z, t)$  susceptible d'évoluer dans le temps.

L'écoulement est alors décrit par un ensemble de vecteurs vitesse appelé 'champ de vecteurs vitesse'



**Figure I.5:** Image instantanée de l'écoulement qui est utilisé à chaque instant.

Utilisant la description d'Euler pour caractériser à chaque instant, et en chaque point de l'espace la vitesse et l'accélération des particules fluides [5].

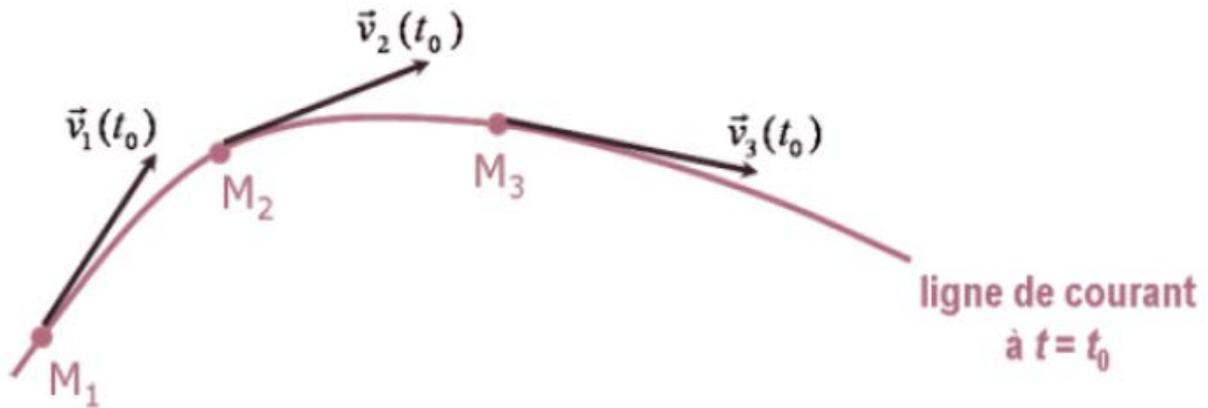
$$\vec{V} = \begin{cases} u = \frac{dx}{dt} \\ v = \frac{dy}{dt} \\ w = \frac{dz}{dt} \end{cases} \quad (\text{I-11})$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{dx}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial t} \\ a_y = \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial t} \\ a_z = \frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \times \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y} \times \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial z} \times \frac{\partial z}{\partial t} \end{cases} \quad (\text{I-12})$$

$$\vec{a} = \begin{cases} a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \\ a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \\ a_z = \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{I-13})$$

D'une manière général :  $a_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$  (I-14)

**I.5.2 : Ligne de courant :** On appelle ligne de courant (Stream line), toute courbe dont la tangente en chacun de ses points, à un instant donné, est parallèle au vecteur vitesse du champ d'écoulement. C'est une courbe qui dérive de la description eulérienne.



**Figure I.6 :** schéma représentatif de la ligne de courant.

Les lignes de courant évoluent dans le temps au même titre que le champ des vecteurs vitesses.

Elle est caractérisée par l'équation :  $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} = \frac{dz}{w}$ , où  $x, y, z$ , sont les coordonnées de la particule fluide et  $u, v, w$  les composantes de la vitesse [5].

## I.6 Différents types d'écoulement :

L'écoulement c'est le mouvement irréversible d'un fluide.

**I.6.1 Ecoulement permanent :** L'écoulement d'un fluide est permanent (stationnaire) si les paramètres qui caractérisent ce fluide ont une valeur constante au cours du temps (telle que la pression, la température, la vitesse, la masse volumique,...). Dans le cas d'un écoulement permanent, les lignes de courant sont confondues avec les trajectoires, ces conditions peuvent être exprimées par les équations suivantes [4] :

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{I-15})$$

**I.6.2 Ecoulement uniforme :** C'est lorsque le vecteur vitesse ne change pas dans le sens de l'écoulement. La section transversale étant constante le long de l'écoulement (cette condition est réalisée si seulement si l'écoulement est permanent).

Si  $x$  est la coordonnée longitudinale, l'uniformité de l'écoulement exprimée par :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial x} = 0 \quad (\text{I-16})$$

L'écoulement peut être permanent sans être uniforme est pas le contraire.

**I.6.3 Ecoulement unidimensionnel :** Toutes les variables ne dépendent que d'une seule coordonnée d'espace. L'écoulement peut être rapporté à une abscisse curviligne le long de laquelle se fait l'écoulement. Il suppose que les composantes de la vitesse dans le plan orthogonal à cette abscisse soient très faibles et que la vitesse de l'écoulement dans toute section transversale soit uniforme.

**I.6.4 Ecoulement bidimensionnel :** C'est un écoulement dont les vitesses sont toutes parallèles à un plan et dont les composantes des vitesses ne dépendent pas des coordonnées de ce plan.

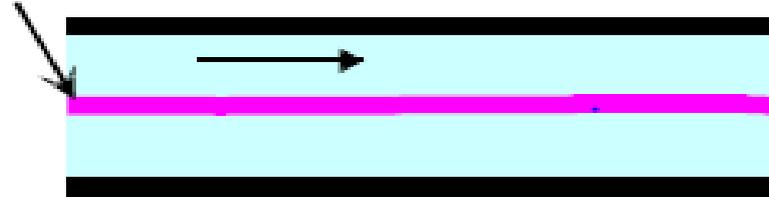
**I.6.5 Ecoulement incompressible :** Un écoulement est incompressible si le volume de toute particule de fluide reste constant au cours de son mouvement. Les particules de fluide ayant une masse constante par construction, leur masse volumique est donc constante au cours de leur écoulement.

$\rho = \text{cte}$ . Lorsqu'on suit une particule dans son mouvement :  $\text{div } \vec{v} = 0$ .

**I.6.6 Ecoulement laminaire et turbulent :** Les expériences réalisées par Reynolds en 1883 lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : Régime laminaire et régime turbulent [1].

**I.6.6-a Régime laminaire :** Les filets fluides sont des lignes régulières, sensiblement parallèles entre elles.

**Filet coloré**



**I.6.6-b Régime turbulent :** Les filets fluides s'enchevêtrent, s'enroulent sur eux-mêmes.



Vue instantanée



Vue en pose

Des études plus fines ont montré qu'il existe encore une subdivision entre :

- les écoulements turbulents lisses et
- les écoulements turbulents rugueux.

La limite entre ces différents types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender.

En utilisant divers fluides à viscosités différentes, en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds donné par l'expression suivante [1]:

$$R_e = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (\text{I-17})$$

$$\text{Où : } R_e = \frac{VD}{\nu} \quad (\text{I-18})$$

Avec :

$\rho$  : masse volumique du fluide.

$\nu$  : viscosité cinématique ( $m^2/s$ ).

$\mu$  : viscosité dynamique du fluide.

$D$  : diamètre de la conduite (m).

$V$  : vitesse moyenne (m/s).

Si  $R_e < 2000$  l'écoulement est laminaire.

Si  $2000 < R_e < 4000$  l'écoulement est critique (transitoire).

Si  $R_e > 4000$  l'écoulement est turbulent [1].

**I.6.7 Equation de continuité :** Cette équation doit traduire le principe de conservation de la masse dans un écoulement de fluide.

La variation de masse pendant un temps  $dt$  d'un élément de volume fluide doit être égal à la somme des masses de fluide entrant diminuée de celle du fluide sortant.

On considère un élément de volume fixe de fluide :  $dV = dx dy dz$ . (I-19)

Sa masse peut s'exprimer comme :  $\rho dV$ .

La variation de cette masse pendant  $dt$  s'écrit :

$$dm = \frac{\partial(\rho dV)}{\partial t} dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt \quad (\text{I-20})$$

Cette variation doit alors être égale à la somme des masses de fluide qui entrent et sortent par les six faces de l'élément de volume  $dv$ .

La masse de ce volume est donné par :

$$m = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (I-21)$$

La variation de cette masse pendant  $dt$  est :

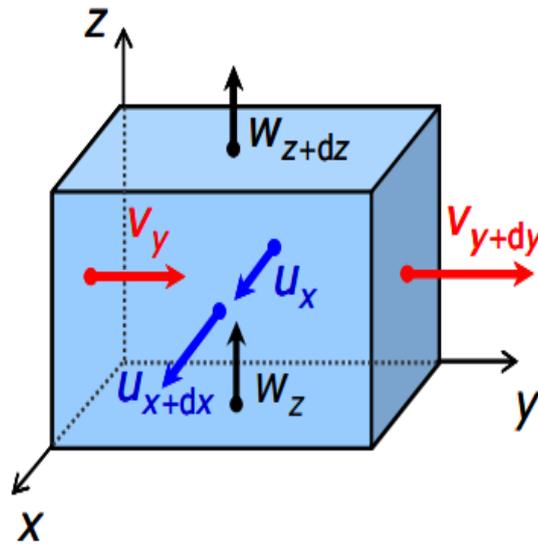
$$dm = \frac{\partial m}{\partial t} dt = \frac{\partial \rho}{\partial t} dt \cdot dx \cdot dy \cdot dz \quad (I-22)$$

Cette variation doit alors être égale à la somme des masses de fluide qui entrent et sortent par les six faces de l'élément de volume  $dV$ .

Suivant l'axe  $y$ , le fluide entre avec la vitesse  $v_y$  et sort avec la vitesse  $v_{y+dy}$ . Par conséquent, la masse entrant pendant le temps  $dt$  s'exprime par  $(\rho v dx dz dt)_y$

et la masse sortant par  $(\rho V dy dx dz dt)_{y+dy}$  [3].

Le bilan sur l'axe  $y$  donne :  $[(\rho V)_y - (\rho V)_{y+dy}] dx dz dt$ . Un développement au premier ordre permet d'écrire :



$$(\rho V)_{y+dy} = (\rho V)_y + \frac{\partial \rho V}{\partial y} dy. \quad (I-24)$$

Il reste alors :  $-\frac{\partial(\rho V)}{\partial y} dy dx dz dt$  suivant l'axe  $y$ .

Par analogie sur les deux autres axes, on trouve :

$$-\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} dx dy dz dt \text{ suivant l'axe } x, \text{ et } -\frac{\partial(\rho W)}{\partial z} dz dx dy dt \text{ suivant l'axe } z.$$

Au total, à travers les six faces on a, puisque

$$dxdydz = dV = -\left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z}\right] dV dt \quad (\text{I-25})$$

La conservation de la masse du volume  $dV$  s'écrit donc :

$$dm = \frac{\partial \rho}{\partial t} dV dt = -\left[\frac{\partial(\rho U)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho V)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho W)}{\partial z}\right] dV dt \quad (\text{I-25})$$

Soit l'équation de continuité qui traduit le principe de conservation de la masse [3] :

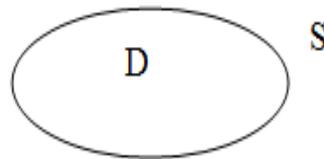
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\text{div}(\rho \vec{V}) \quad (\text{I-26})$$

## I.7 Dynamique des fluides :

**I.7.1 Introduction :** L'hydrodynamique étudie le mouvement des liquides en tenant compte des forces qui lui donne naissance.

Dans les problèmes de mécanique des fluides, il importe souvent de comprendre la structure de l'écoulement et de calculer les répartitions de variables comme la pression, la vitesse, la température et la masse volumique dans le milieu fluide. On cherche aussi dans beaucoup de cas à déterminer les contraintes ou des quantités intégrées comme la force et le moment [3].

Soit un volume  $D$  de fluide limité par une surface  $S$ .

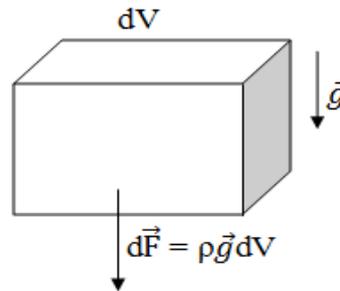


Les forces agissant sur  $D$  sont de trois types :

- a) Les forces intérieures dues à l'action des particules entre elles et dont le système est équivalent à 0.
- b) Les forces de volumes qui sont proportionnelle au volume. Ces forces sont dues à des champs de forces extérieures tels que la pesanteur, champs magnétique champs électrique

La densité des forces exercées par la gravité sur un milieu continu est l'un des exemples les plus classiques :

$$d\vec{F} = dm g = \rho g dV \quad (\text{I-27})$$



Par conséquent, la densité volumique de force à laquelle est soumis le fluide est :

$$f = \rho g \quad (\text{I-28})$$

c) Les forces de surface agissant sur la surface  $S$  délimitant  $D$  (force de pression et force de frottement).

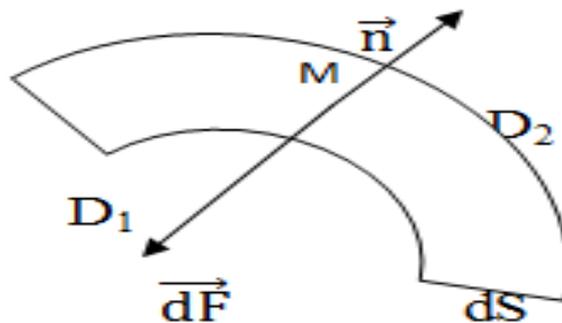
Les forces de pression sont des forces normales qui agissent toujours vers l'intérieur de volume délimité par l'élément de surface [3].

Elles sont données par :

$$d\vec{F} = -p\vec{n}dS \quad (\text{I-29})$$

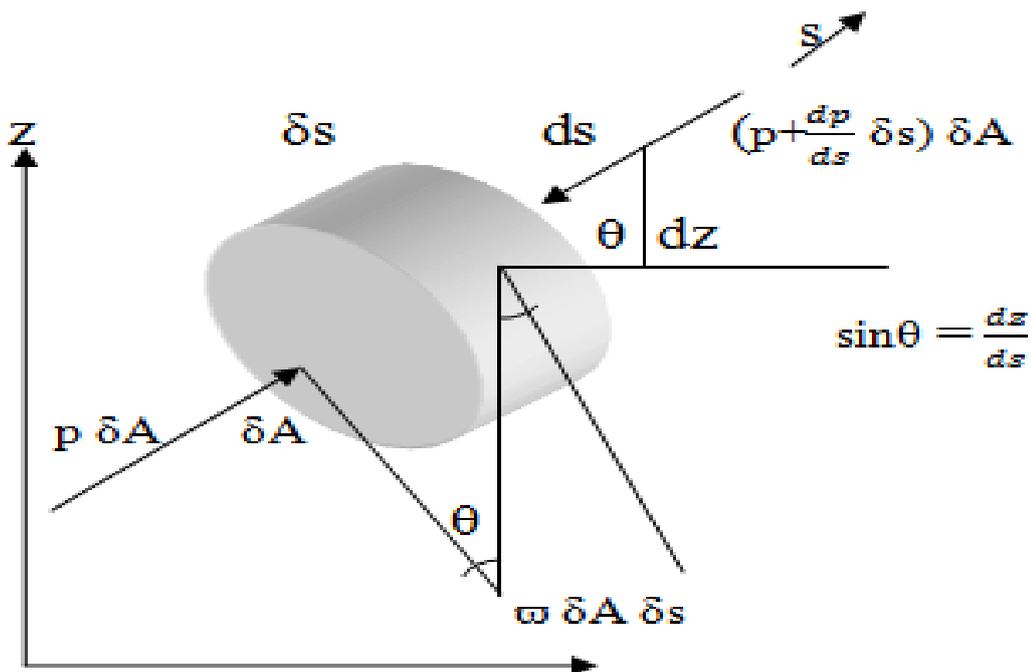
$d\vec{F}$  : est la force exercée sur l'élément de surface  $dS$ .

$p$ : la pression régnant au point  $M$ .



**I.7.2 Equation du mouvement suivant une ligne de courant :**

Soit la ligne de courant (s) d'un écoulement permanent. Considérons les forces agissant dans la direction de cette même ligne de courant sur un élément prismatique ayant l'aire de sa section droite  $\delta A$  et sa longueur  $\delta s$ . Pour simplifier l'équation résultante nous supposons que le mouvement est sans frottement, de manière à ce que les tensions de cisaillement n'interviennent pas.



**Figure I.7:** schéma représentatif des forces agissant sur une surface S.

La force due à la pression agissant sur la surface amont est :

$$P \delta A \tag{I-30}$$

La force due à la pression agissant sur la face aval est :

$$\left( P + \frac{dP}{ds} \delta s \right) \delta A \tag{I-31}$$

Le poids propre du prisme  $\varpi \delta s \delta A$  dont la composante suivant  $s$  ( $-\varpi \delta s \delta A$ ) .

En appliquant la  $\sum F_s = ma$ , on obtient :

$$P \delta A \left( P + \frac{dP}{ds} \delta s \right) \delta A - \varpi \delta s \delta A \sin \theta = \frac{\varpi}{g} \delta s \delta A a_s \tag{I-32}$$

Après simplification, il vient :  $\frac{dP}{ds} + \sin \theta + \frac{\varpi}{g} a_s = 0 \tag{I-33}$

En divisant par  $\varpi$ , on aboutit à :  $\frac{1}{\varpi} \frac{dP}{ds} + \sin\theta + \frac{a_s}{g} = 0$  (I-34)

D'après la figure, on a :  $\sin\theta = \frac{\delta z}{\delta s} = \frac{dz}{ds}$  et  $a_s = \frac{dV}{dt} \frac{ds}{ds} = V \frac{dV}{ds}$  (I-35)

On aura alors :  $\frac{1}{\varpi} \frac{dP}{ds} + \frac{dz}{ds} + \frac{V}{g} \frac{dV}{ds} = 0$  (I-36)

Cette relation représente l'équation fondamentale de l'énergie, sous sa forme différentielle, qui peut être intégrée connaissant  $\varpi$  en fonction de P.

### I.7.3 Equation de l'énergie :

En multipliant la relation (7) par  $g \cdot ds$  on obtient :

$$\frac{dP}{\rho} + g dz + V dV = 0 \quad (I-37)$$

Après intégration :  $\int \frac{dP}{\rho} + g dz + \frac{V^2}{2} = \text{cst}$  (équation de Bernoulli) (I-38)

La constante varie, si l'on passe d'une ligne de courant à une autre et conserve la même valeur sur la longueur d'une même ligne de courant.

### I.7.4 Règles générales, pour l'application de l'équation de l'énergie :

- Un écoulement en régime permanent.
- Suivant une même ligne de courant.
- Un fluide idéal, sans frottement.
- Caractérisé par une densité  $\rho$  qui ne dépend pas de la pression P et éventuellement de la température T. Si le fluide est incompressible, l'équation d'énergie s'écrira sous la forme :

$$gz + \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \text{cst} \quad (I-39)$$

Les dimensions de chaque terme de cette équation sont  $L^2 T^{-2}$ . En divisant cette équation par  $g$ , on obtient une équation plus fréquemment utilisée :

$$z + \frac{P}{\varpi} + \frac{V^2}{2g} = \text{cst} \quad (I-40)$$

$z$  : énergie potentielle du fluide par unité de poids.

$\frac{P}{\varpi}$  : Énergie de pression par unité de poids.

$\frac{V^2}{2g}$  : Énergie cinétique par unité de poids.

**I.8 Conclusion :**

Les fluides peuvent être classés en fluides parfaits (sans frottement), fluides réels (avec frottement), fluides incompressibles (liquides) et fluides compressibles (gaz). Les fluides sont caractérisés par les propriétés suivantes: la masse volumique, le poids volumique, la densité et la viscosité. Ces propriétés seront utilisées ultérieurement.

Le comportement mécanique et les propriétés physiques des fluides compressibles et ceux des fluides incompressibles sont différents. En effet, les lois de la mécanique des fluides ne sont pas universelles. Elles sont applicables uniquement pour une classe de fluides donnée.

L'équation de Bernoulli traduit le principe de conservation de l'énergie mécanique pour un courant réel, elle représente l'équation de bilan d'énergie compte tenu des pertes de charge. L'énergie qui est perdue par le liquide se transforme en énergie thermique, qui entraîne un réchauffement du liquide.

# Chapitre II

**II.1 Introduction:** Les courants gravitaires sont généralement des déplacements le long d'une surface horizontale ou inclinée d'un fluide dense au sein d'un fluide moins dense.

Les différences de densité qui les engendrent sont parfois grandes, comme dans le cas d'une rupture de barrage. En effet, dans cette situation, les deux fluides mis en présence sont de l'eau et de l'air, et le rapport de densité est d'environ 1000. Cependant, les écarts de densité à l'origine des courants de gravité sont le plus souvent très faibles. Ces courants apparaissent par exemple lorsque de l'eau salée se trouve en présence d'eau douce, ou encore lorsque de l'air chaud est mis en présence d'air froid.

Les différences de densité ne sont alors que de quelques pourcents. Bien que ces écarts soient faibles, ils ne peuvent être ignorés puisque les courants engendrés sont souvent, malgré tout, très puissants. Ils transportent par exemple des sédiments marins sur plusieurs centaines de kilomètres, ou forment les impressionnants murs de sable des tempêtes en milieu désertique.

Les courants gravitaires ont été intensément étudiés dans le but de comprendre et de prédire des manifestations parfois très dangereuses [6].

Un courant de gravité se présente sous la forme d'une structure allongée (que nous appellerons le corps) coulant le long d'une surface, et terminée par une tête. Dans la plupart des cas, un fort mélange se produit entre le courant et le fluide ambiant le long du corps. Cependant, au niveau du front une frontière très nette est conservée en toutes circonstances, quel que soit le nombre de Reynolds et le niveau de turbulence produit à l'arrière du front. Cette description très succincte est la seule qui puisse être appliquée à n'importe quel courant de gravité tant la forme de ce dernier est susceptible de changer en fonction du nombre de Reynolds, du nombre de Schmidt, de la hauteur de fluide ambiant au-dessus du courant, du régime d'écoulement, de la géométrie, de la nature et de l'inclinaison de la surface le long de laquelle il se propage, etc.

Ainsi, un courant gravitaire issu d'une marée noire sera très différent d'un front de rafales venant d'un orage ou d'une avalanche par exemple. Nous pouvons tout de même recenser quelques caractéristiques des courants très souvent retrouvées. En particulier, la tête du courant est un élément crucial puisque, à nombre de Reynolds suffisamment grand, c'est elle qui impose la vitesse de propagation du courant.

## II.2 Classement des courants gravitaires :

D'après les chercheurs on peut classer les courants gravitaires sous trois catégories :

**II.2.1 Situation géophysiques :** La forme d'enclume des nuages orageux, est en fait liée à l'existence d'un courant gravitaire créé au sommet du nuage, l'air chaud chargé de vapeur d'eau monte sous l'effet des forces de flottabilité, puis il est bloqué verticalement au sommet du nuage par une couche d'air stable résultant d'une inversion de température (la tropopause, qui marque la frontière entre la troposphère et la stratosphère). Il doit alors se répandre horizontalement en suivant cette frontière invisible sous la forme d'un courant de gravité et forme le sommet de l'enclume. Le courant est ici marqué par les cristaux de glace qui se forment en son sein. Mais ce n'est pas le seul courant de gravité qui puisse apparaître lors d'un orage. En effet, lorsque l'air chaud et humide arrive en altitude, la vapeur d'eau qu'il contient se condense pour donner naissance aux précipitations. En tombant, ces précipitations entraînent de l'air froid vers le sol.

Dans la plupart des orages, cet air froid descendant va interagir avec la colonne d'air chaud montant alimentant l'orage et ainsi inhiber l'alimentation du nuage.

L'orage va alors s'arrêter. Cependant, il existe parfois un cisaillement vertical fort dans le profil de vent qui peut incliner la colonne d'air chaud alimentant le cumulonimbus. Les précipitations et le courant d'air froid descendant se produisent alors à l'écart de la colonne d'alimentation de l'orage.

Ainsi l'air froid est en mesure de descendre jusqu'au sol puis se répand horizontalement sous la forme d'un courant de gravité dense au sein de l'air ambiant chaud et donc peu dense. Il s'agit d'un « front de rafales ». Lors de son passage, il soulève aussi de l'air chaud et humide [6].

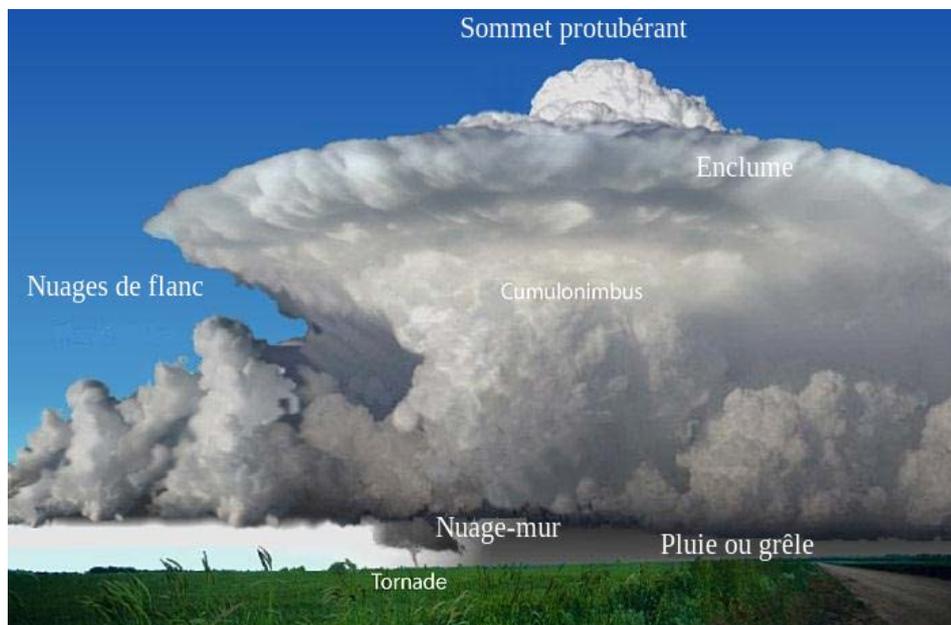
c. April 1935 - Dust Bowl region - southeastern Colorado, western Kansas, Oklahoma/Texas panhandle (photos Library of Congress)



April 22, 2013 - 3 miles north of Campo, Colorado on US Hwy 287 (photos by Kaye Spencer)



**Figures II.1** : images représentatifs des tempêtes de sable.

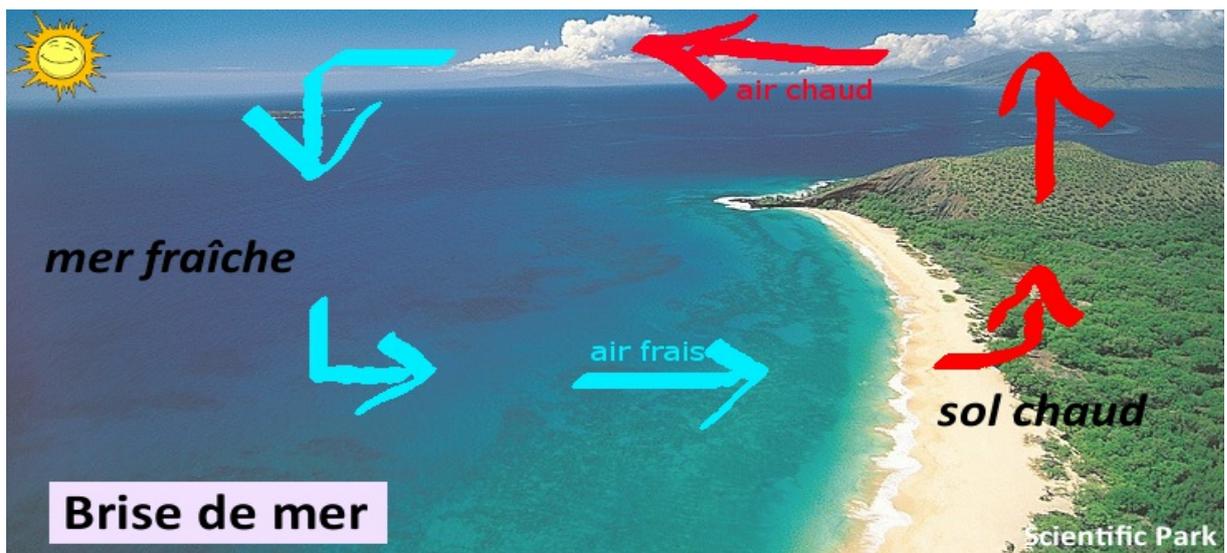


**Figure II.2** : Cumulonimbus en forme d'enclume (photo d'un super cellulaire classique avec ses attributs).



**Figure II.3 :** Nuage de poussière de front de rafales (haboob) traversant Llano Estacado photo prise en direct du canyon du YellowHows, Texas le 18 juin 2009.

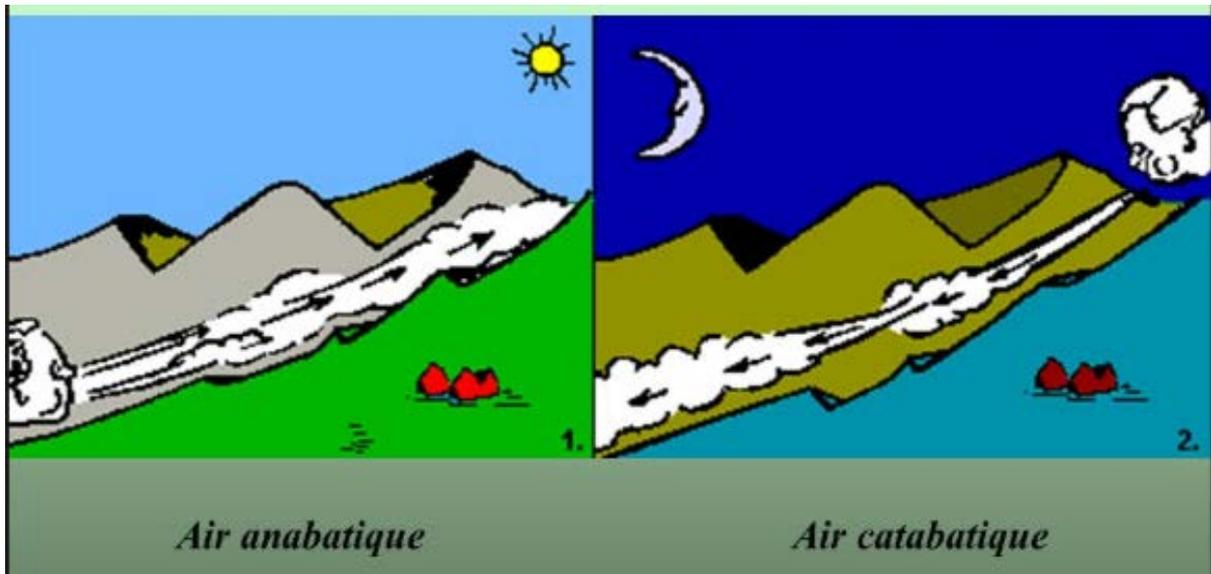
**II.2.1.a Les brises de mer :** Les courants de gravité dans l'atmosphère peuvent aussi exister sous une forme beaucoup plus calme. Il s'agit de brises fraîches venues du large. Pour qu'elles se produisent, il est nécessaire d'avoir en présence un air chaud sur terre et un air froid au-dessus de la mer, ce qui est possible lorsque le temps est très ensoleillé. Ce courant est encore plus marqué lorsqu'un léger vent venant des terres souffle vers le large. Sa hauteur est de l'ordre de quelques centaines de mètres, mais il peut être ressenti à une centaine de kilomètres à l'intérieur des terres [6].



**Figure II.4 :** schéma représentatif d'une brise de mer.

### II.2.1.b Les vents catabatiques :

Les vents catabatiques sont des vents froids descendant des reliefs le soir ou la nuit. La journée, un vent ascendant peut exister le long des reliefs montagneux, mais lorsqu'il s'arrête, souvent le soir, l'air froid au sommet des montagnes peut descendre sous la forme d'un courant de gravité s'engouffrant dans une vallée.



**Figure II.5 :** schéma représentatif des vents anabatiques et catabatiques.

**II.2.2 En situation risques naturels :** Le déclenchement des avalanches de neige reste mal compris malgré les études qui sont faites. Elles sont provoquées par le lâcher d'un volume de neige donné en haut d'une pente. Les avalanches peuvent être considérées comme des courants de gravité descendant le long d'une pente, à cet instant on peut les considérer comme un courant de boue (lorsqu'elle emprisonne peu d'air) et comme un courant gazeux (lorsque la neige est très aérée).

Pendant l'évolution, les avalanches vont entraîner des particules de neige soulevées du sol et de l'air ambiant au-dessus d'elle, exactement à la manière des courants de densité descendant une pente (courants sous-marins d'eau plus froide ou plus salée que l'eau ambiante par exemple). Les avalanches peuvent atteindre des vitesses de  $100\text{ms}^{-1}$ . C'est pourquoi leur prévision, et notamment l'évaluation de la distance qu'elles peuvent parcourir, est très importante.



**Figure II.6:** avalanche photographiée aux Etats-Unis.

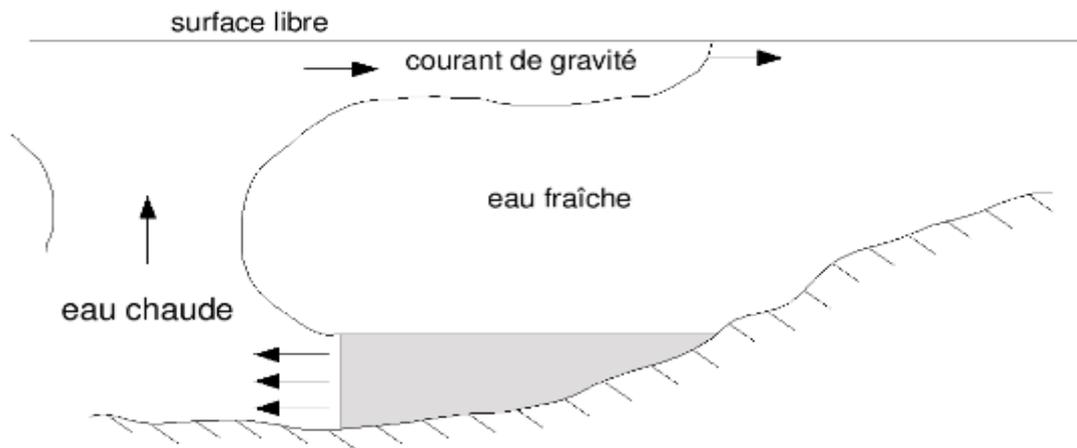
Les débris de roche et/ou de lave sont mis en suspension dans l'air, ce qui crée un fluide plus dense que l'air ambiant qui se propage le long de la pente du volcan sous la forme d'un courant de gravité. Il est souvent possible de discerner leur nez légèrement relevé au-dessus du sol et leur front présentant les lobes et fentes typiques des courants de gravité [6].



**Figure II.7 :** structure en lobes et fentes typique des courants de gravité turbulents et le nez relevé du sol sont bien discernables (Nuée ardente à Montserrat (1997)).

### **II.2.3 En situation industrielle :**

**II.2.3.a Les systèmes de refroidissement de centrales électriques :** Les centrales électriques utilisent de la vapeur produite par divers moyens (réacteur nucléaire, combustion ...) pour faire tourner les turbines produisant l'électricité. Cette vapeur doit ensuite être refroidie avant d'être rejetée dans l'atmosphère. Pour ceci, les centrales pompent de l'eau dans une rivière ou dans la mer puis rejettent cette eau réchauffée dans son réservoir d'origine.



**Figure II.8 :** Schéma d'une évacuation d'eau chaude dans un réservoir plus froid.

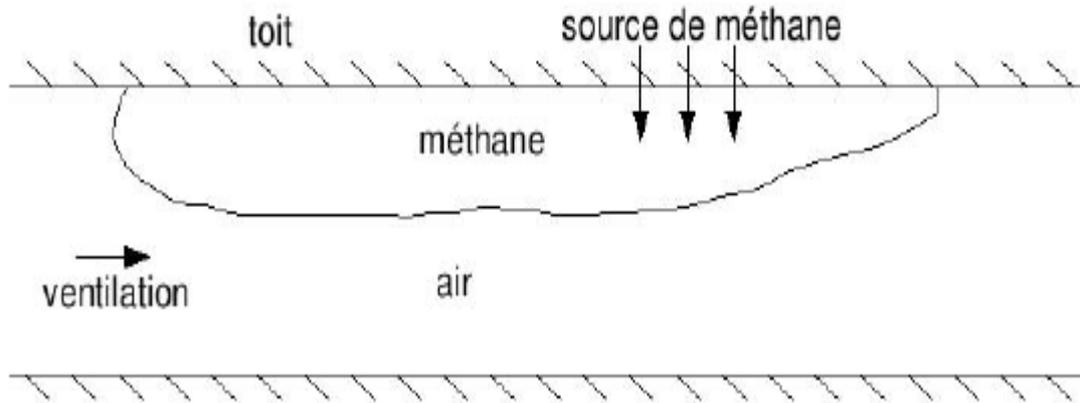
### II.2.3.b Les marées noires :

Les marées noires se propagent aussi sous la forme de courants de gravité. Dans ce cas la différence de densité n'est pas due à une différence de température comme précédemment mais est directement liée à la nature du fluide polluant. De nombreuses études sur les courants de gravité ont été menées dans le contexte de la prévision des marées noires (voir par exemple Fay (1969) et Hoult (1972)).

**II.2.3.c La propagation de gaz ou fumées dans les tunnels :** Dans le domaine industriel, et cette fois en milieu confiné, une attention toute particulière a été portée à certains courants de gravité rencontrés dans les tunnels miniers ou routiers. L'enjeu est de pouvoir prédire la vitesse d'une couche de fumée ou de gaz toxique se propageant le long du toit (ou du sol) du tunnel. On peut citer les investigations pionnières de Georgeson (1942).

Dans un tunnel incliné, il est possible qu'une poche de gaz léger se forme le long du toit et remonte la pente. Pour pouvoir entrer dans le tunnel par le haut sans rencontrer le gaz, il est nécessaire d'imposer une ventilation venant du haut. L'intensité de cette ventilation doit être suffisante pour que le courant de gravité ne remonte pas contre l'écoulement d'air qui peut aussi être responsable de la formation d'une poche de gaz le long du toit ou du sol de la galerie, avec tous les dangers que cela représente.

Une telle configuration a par exemple causé la mort de 31 personnes en 1965 dans la mine de charbon de Cambrian [6].

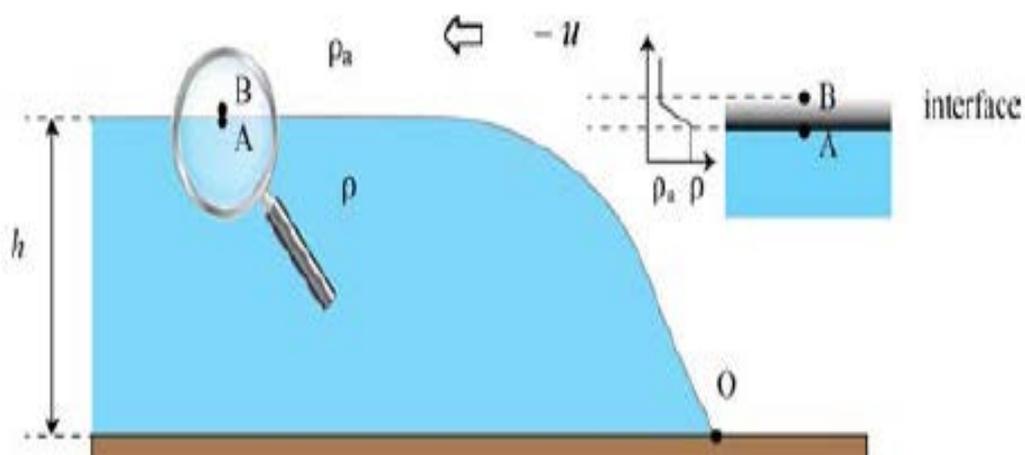


**Figure II.9 :** Schéma d'une poche de gaz se propageant dans un tunnel sous la forme d'un courant de gravité.

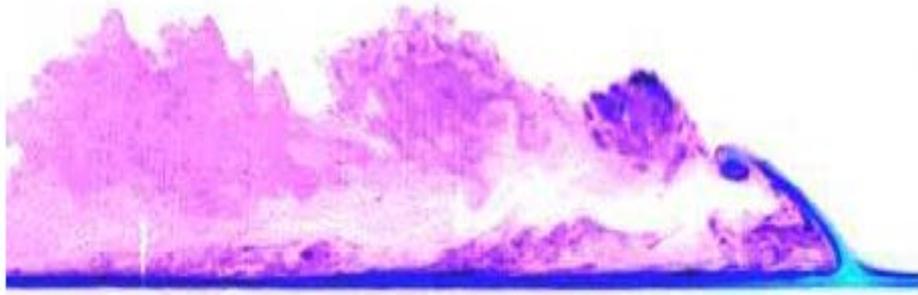
### II .3 Intrusion d'un courant de gravité :

La formule de Von Karman (1881–1963) permet de calculer la vitesse du front d'un fluide lourd dans un fluide plus léger. Ce problème a été résolu par Von Karman au moment de la seconde guerre mondiale, quand les Alliés lui demandaient de calculer la vitesse de propagation d'un gaz toxique dans l'atmosphère.

Cette formule a de nombreuses applications en météorologie (avancement d'un front froid), en océanographie (propagation d'un courant de turbidité), et dans les problèmes de mélange [2].



**Figure II.10:** propagation d'un front à vitesse constante.



**Figure II.11** : courant de densité en laboratoire. Le courant intrusif a été produit en employant un fluide lourd (eau salée et colorée) dans un fluide plus léger (eau).

On considère l'intrusion d'un fluide lourd de masse volumique  $\rho$  dans un fluide ambiant, plus léger ( $\rho_a < \rho$ ) au repos, et faiblement visqueux de telle sorte qu'on néglige la dissipation d'énergie. On souhaite calculer la vitesse du front ( $u$ ) en fonction de sa hauteur et des masses volumiques.

Pour cela, Von Karman admet que la vitesse du front est constante. Il se place dans le repère attaché au front. Dans ce repère, le front est fixe et c'est le fluide ambiant qui est en mouvement avec une vitesse ( $-u$ ). Comme l'écoulement est permanent, la ligne de la surface libre est également une ligne de courant et on peut appliquer le théorème de Bernoulli entre un point B situé à l'interface entre les fluides lourd et léger (B est dans le fluide ambiant) et le point O situé au front (point fixe situé à la fois dans le fluide lourd et dans le fluide ambiant) [2].

$$P_B + \frac{1}{2}\rho_a (-u)^2 + \rho_a g h = P_0 + 0 + 0 \quad (\text{II-1})$$

Il considère aussi un point A situé juste sous l'interface (A est dans le fluide lourd). Puisque dans le repère attaché au front, le fluide lourd est au repos, la loi de l'hydrostatique s'applique et on a notamment  $P_0 = P_A + \rho g h$ .

Si on prend maintenant A et B infiniment voisins, la différence de pression (en l'absence d'effet de tension de surface) doit être nulle :  $P_A = P_B$ , d'où :

$$u = \sqrt{2 \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a} g h} \quad (\text{II-2})$$

Ou encore :

$$\frac{u}{\sqrt{g'h}} = \sqrt{2} \quad (\text{II-3})$$

Avec  $g' = g \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a}$  la gravité réduite.

La dernière équation montre que le nombre de Froude  $\frac{u}{\sqrt{g'h}}$  est constant au front.

Expérimentalement, cette formule donne de bons résultats, mais il faut souvent ajouter un facteur correctif car on travaille avec des fluides ambiants qui ne sont pas infiniment épais. La démonstration apportée par Von Karman est considérée de nos jours comme fautive. Notamment, Benjamin (1968) a montré qu'on ne pouvait pas utiliser l'équation de Bernoulli le long d'une interface et que la résolution correcte du problème nécessitait d'employer des volumes de contrôlé et de faire des bilans de quantité de mouvement sur ces volumes. Toutefois, le résultat final reste inchangé [2].

#### II.4 L'écoulement de Rayleigh-Taylor :

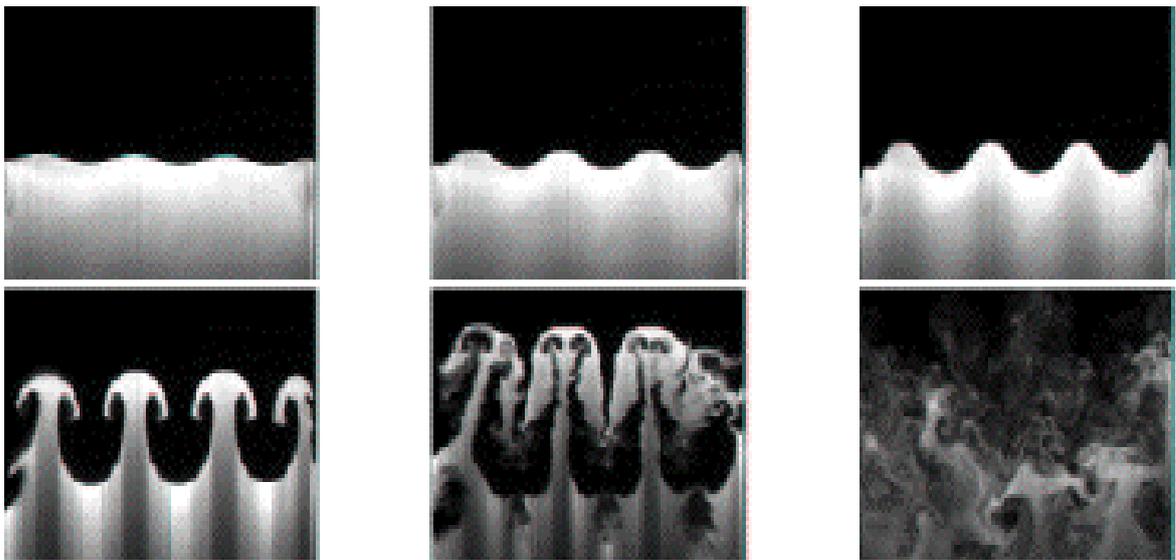


**Figure II.12 :** Développement de l'instabilité de Rayleigh Taylor pendant un orage (source Thèse: Instabilité de Rayleigh-Taylor dans les restes de supernovæ : Application aux pleurions).

Les premiers travaux sur ce phénomène d'instabilité ont été initiés au IX<sup>ème</sup> siècle par le Lord Rayleigh (1883) qui était le premier à réaliser une étude de la stabilité d'une interface entre deux fluides de densités différentes dans un champ de pesanteur. Ensuite,

Taylor (1950) généralisa l'étude du problème pour deux fluides dans un champ d'accélération [7].

Ces instabilités interviennent dans de nombreuses applications et font ainsi le sujet de beaucoup de recherches notamment en astrophysique, en météorologie (phénomène de la formation des nuages), dans la fusion par confinement inertiel dans le cas de l'implosion d'une coquille par Laser, en combustion supersonique...etc [7].



**Figure II.13 :** L'instabilité de Rayleigh-Taylor en régime linéaire, non-stationnaire, pour une géométrie sphérique : cas de l'expansion des éjectas d'une supernova soufflée par un pulsar situé en son centre (source: site CNRS Astrophysique en laboratoire).

Tout comme les courants de gravité l'instabilité de Rayleigh Taylor est générée par des forces de flottabilité dues à une différence de densité entre deux fluides. Plus précisément, et plus généralement, elle se produit lorsqu'un fluide dense (de densité  $\rho_2$ ) et un fluide moins dense (de densité  $\rho_1$ ) sont accélérés l'un vers l'autre perpendiculairement à l'interface les séparant initialement (Chandrasekhar (1961)). Cette accélération peut être due à la gravité, mais elle peut aussi être due à une explosion nucléaire, de supernova ou encore survenir lors de l'initiation de la fusion inertielle. Cette instabilité se manifeste par la croissance de structures de part et d'autre de l'interface. Si cette interface est initialement perturbée grâce à un bruit blanc, une longueur d'onde plus instable  $\lambda$  apparaît. C'est l'amplitude de ce mode le plus instable qui va définir la taille de la zone de mélange de l'instabilité dans le régime linéaire initial. Cette amplitude croît exponentiellement

jusqu'à ce qu'elle atteigne une valeur comprise entre  $0.1\lambda$  et  $0.4\lambda$ . Le taux de croissance peut être calculé analytiquement dans ce régime linéaire (Chandrasekhar (1961)) [6].

Pour une interface initiale infiniment fine et pour deux fluides miscibles et non-visqueux, il vaut :

$$\omega = \sqrt{At \cdot g \cdot k} \quad (\text{II-4})$$

où :

At : nombre d'Atwood, tq  $At = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$ .

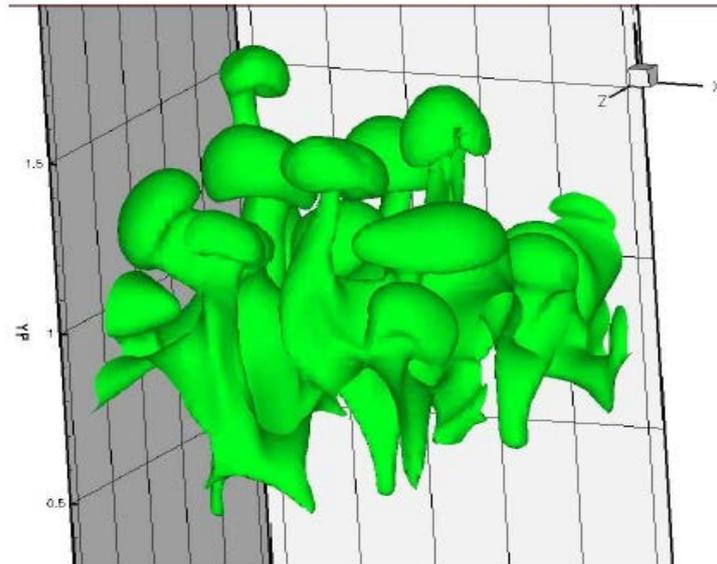
g : l'accélération imposée.

K : l'amplitude de perturbation, tq  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

Lorsque l'amplitude des perturbations devient importante, l'écoulement entre dans sa phase non-linéaire. Les perturbations forment des doigts, puis prennent une forme caractéristique de champignons (due à une instabilité secondaire de type Kelvin-Helmholtz) sans interagir entre eux. Viennent ensuite trois autres phases décrites par Cook *et al.* (2004).

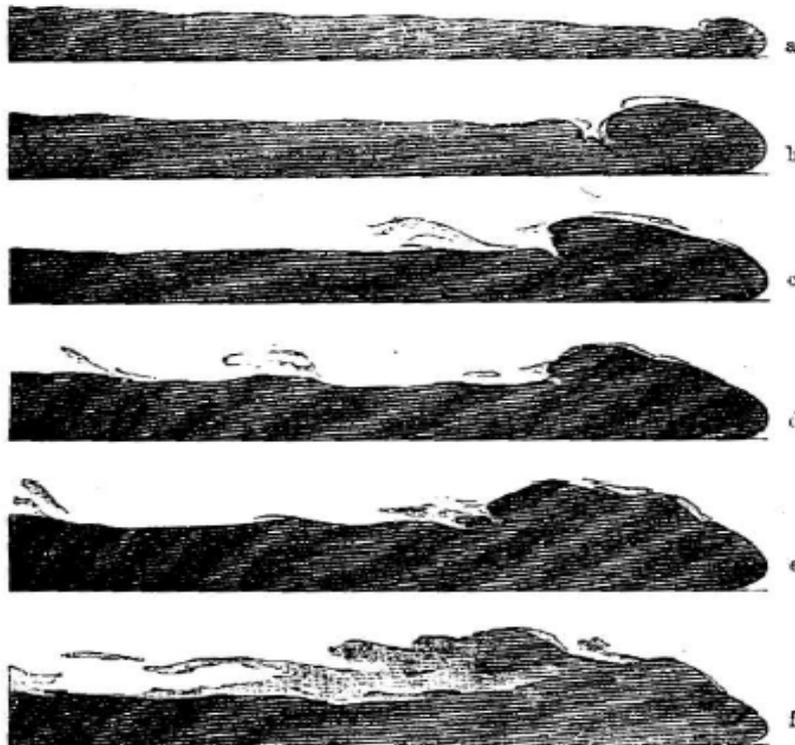
La première est une phase d'interaction horizontale et de mélange qui ralentit momentanément l'extension verticale et enrichit fortement le spectre horizontal. Si la perturbation initiale ne comprenait pas tous les modes possibles, ils sont susceptibles d'être créés grâce aux interactions non-linéaires horizontales.

La mémoire des conditions initiale est alors perdue et la zone de mélange continue de croître jusqu'à atteindre un régime de turbulence pleinement développée [6].



**Figure II.14 :** Iso-surface de densité  $(\rho_2 + \rho_1)/2$  (où  $\rho_2$  et  $\rho_1$  sont les densités des fluides lourd et léger respectivement) dans la dernière phase d'évolution de l'écoulement de Rayleigh-Taylor.

### II.5 Influence du nombre de Reynolds sur l'ensemble du courant :



**Figure II.15 :** Ecoulement d'air froid sous de l'air plus chaud avec des écarts de températures de (a)  $0.5^\circ$ , (b)  $1.5^\circ$ , (c)  $4^\circ$ , (d)  $7^\circ$ , (e)  $15^\circ$ , (f)  $35^\circ$ . D'après Schmidt (1911).

Les travaux de Schmidt (1911) montrent différentes formes de courants obtenus en faisant varier l'écart de température responsable de l'écart de densité. Ceci a pour effet de faire varier le nombre de Reynolds de l'écoulement. L'image (a) est obtenue pour un faible écart de température et cet écart grandit progressivement pour atteindre 35° sur l'image (f) (ce qui représente une variation du nombre de Reynolds de 10 à plus de 1000). Il est possible de remarquer qu'à très faible nombre de Reynolds l'épaisseur du courant varie avec la distance horizontale et que la tête du courant n'est quasiment pas marquée. Cette forme est caractéristique des courants dominés par des effets visqueux et non par des effets inertiels. Lorsque le nombre de Reynolds augmente (images (b) à (f)) le corps du courant devient de plus en plus horizontale et la tête grandit et se démarque de plus en plus. En augmentant encore le nombre de Reynolds au-delà de 1000, il n'apparaît plus de changement significatif de la forme du courant par rapport à l'image (f). En pratique, de nombreuses expériences (dont celles de Simpson et Britter (1979)) s'accordent sur le fait qu'au-delà d'un nombre de Reynolds critique  $R_e = \frac{\sqrt{g'DD}}{\nu}$  compris entre 500 et 1000 les courants de gravité ont tous une forme « convergée » vers la forme caractéristique des courants à grand nombre de Reynolds (f). Dans la nature ou les applications industrielles, ce nombre de Reynolds est souvent beaucoup plus grand que 1000. C'est pourquoi la plupart des études aussi bien expérimentales que numériques se sont focalisées sur des nombres de Reynolds grands : de l'ordre de  $10^4$  ou  $10^5$  pour les expériences et de  $10^3$  à  $10^4$  pour les simulations.

Cependant il existe tout de même des situations géophysiques où le nombre de Reynolds est modéré, comme les coulées de lave ou de boues, tout comme il existe des courants à faible nombre de Reynolds dans les écoulements industriels essentiellement lorsqu'ils se produisent en géométrie confinée [6].

## II.6 Influence du nombre de Schmidt sur l'ensemble du courant :

L'allure et la vitesse de propagation d'un courant de gravité peuvent être influencées par le nombre de Schmidt  $Sc = \frac{\nu}{k}$  représentant le rapport de la viscosité cinématique et de la diffusivité moléculaire. Bonomettiet *al.* (2007) ont étudié l'influence du nombre de Schmidt entre  $Sc = O(1)$  et  $Sc O(10^2)$ . Pour les faibles nombres de Reynolds le nombre de Schmidt a une influence drastique.

- A faible  $R_e$  ( $R_e < 100$ ) et à grand  $S_c$ , le courant de gravité peut présenter au début de son évolution une petite tête faiblement marquée par un creux à l'arrière. Dès que la diffusivité moléculaire entre en jeu, ce creux disparaît complètement.
- Le nombre de Reynolds intermédiaires (soit entre 100 et 1000 approximativement), un autre phénomène intéressant peut se produire : un courant à  $S_c \gg 1$  présente une tête bien marquée et un corps dont la surface est plate, tandis qu'à  $S_c = 1$ , des structures ressemblant à des rouleaux de Kelvin-Helmholtz apparaissent au-dessus du corps.
- Pour les grands nombres de Reynolds, le nombre de Schmidt n'a en revanche plus d'influence marquée. D'après (Chandrasekhar (1961), Drazin et Reid (1981)) le cisaillement devient très important et des rouleaux de Kelvin-Helmholtz intenses apparaissent le long du corps et derrière la tête pour participer au mélange entre les courants quel que soit le nombre de Schmidt [6].

## II.7 Conclusion :

Les courants gravitaires sont généralement des déplacements le long d'une surface horizontale ou inclinée, ils sont sous la forme d'une structure allongée (que nous appellerons le corps) coulant le long d'une surface, et terminée par une tête.

On peut classer les courants gravitaires sous trois catégories :

**Situation géophysiques :** La forme d'enclume des nuages orageux, les tempêtes de sable, le brise de mer ect ....

**En situation risques naturels :** déclenchement des avalanches de neige.

**En situation industrielle :** Les systèmes de refroidissement de centrales électriques, la propagation de gaz ou fumées dans les tunnels.

En (1881–1963) Von Karman a réussi à calculer la vitesse du front d'un fluide lourd dans un fluide plus léger.

$$u = \sqrt{2 \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a} gh}$$

En (1968) Benjamin (1968) a montré qu'on ne pouvait pas utiliser l'équation de Bernoulli le long d'une interface et que la résolution correcte du problème nécessitait d'employer des volumes de contrôlé et de faire des bilans de quantité de mouvement sur ces volumes.

Enfaite, beaucoup de recherches en été faites dans le but est de comprendre ce phénomène en site les études de Taylor (1950) qui a généralisé l'étude du problème pour deux fluides dans un champ d'accélération, Chandrasekhar (1961), Simpson et Britter (1979), Drazin & Reid (1981), Bonometti *et al.* (2007), et chaque un d'eux vient pour vérifié les résultats et continué les études, d'où des nouvelles résultats ainsi l'appariation de certaines paramètres ou coefficients.

# Chapitre III

### III.1 Introduction :

De nombreux phénomènes naturels mettent en jeu des écoulements de fluides aux comportements variés, à différentes échelles : sève, fleuve, béton.

On identifie d'une part, les fluides newtoniens, comme l'eau, dont l'écoulement peut être décrit par la seule connaissance de leur viscosité et de leur densité. Ces fluides présentent une relation linéaire entre contrainte et déformation. Les fluides pour lesquels cette relation n'est pas linéaire sont appelés fluides non newtoniens, ou fluides complexes : en leur sein l'interaction des microstructures avec les déformations générées par l'écoulement donne lieu à une grande diversité de comportements mécaniques.

On trouve des exemples de ces fluides dans la nature, mais également dans la vie courante et dans l'industrie : sang, dentifrice, solutions d'injection utilisées dans les procédés de récupération améliorée du pétrole [9].

Dans ce chapitre en essaieras d'étudier la non miscibilité de deux fluides (huile/eau).

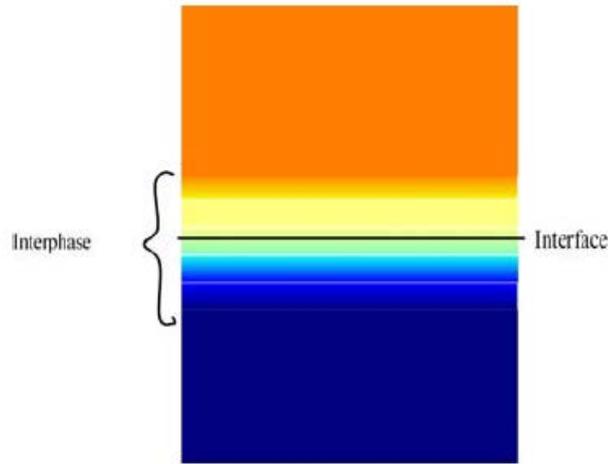
### III.2 Phénomènes capillaires - Tension interraciale :

L'interface est la zone qui définit la frontière entre plusieurs milieux. Elle assure la continuité entre les différentes phases par un gradient de concentration. On l'assimile souvent à une ligne ou une surface (voir la figure III.1).

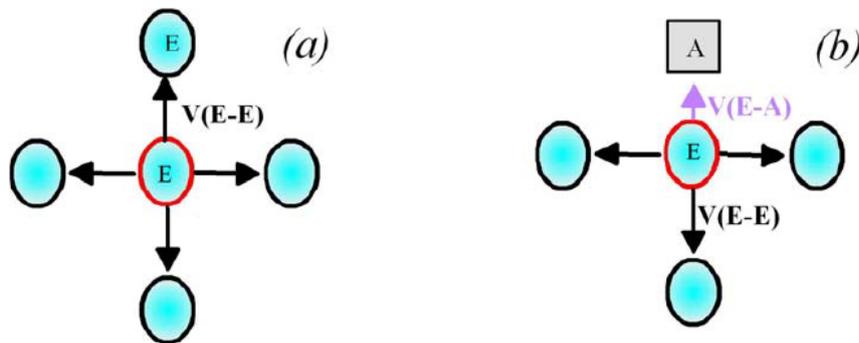
A l'intérieur d'un fluide, chaque molécule agit sur ses voisines et subit en retour une attraction ou une répulsion de la part de ces dernières (voir la figure III.2).

Les molécules du volume sont en équilibre car les différentes énergies d'interactions auxquelles elles sont soumises s'annulent. Il n'en est pas de même pour les molécules au voisinage de l'interface.

En effet, les énergies d'interactions avec les molécules du volume et avec les molécules de la phase supérieure ne se compensent pas, ce qui induit une attraction des molécules de l'interface dans le volume [8].



**Figure III.1 :** Vision schématique de l'interface.



**Figure III.2 :** États des molécules du volume (cas (a)) et des molécules à l'interface (cas(b)).

Il existe une force à la surface de contact qui permet de séparer les deux fluides et éviter leur imbrication ou leur mélange, cette force surfacique permettant de maintenir deux fluides en contact le long d'une interface commune.

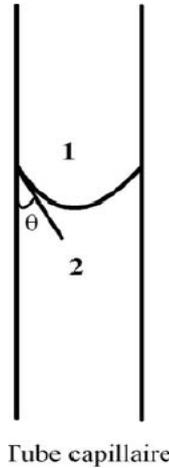
On la note  $\gamma$  ;  $\gamma$  a la dimension [Pa. m]. On l'exprime parfois aussi comme une énergie par unité de surface [J/m<sup>2</sup>].

Ce déséquilibre est à l'origine des forces à l'interface fluide-fluide et de la tension interraciale. Dans un tube capillaire (figure III.3), on observe à l'interface de deux phases non miscibles une différence de pression qui s'exprime par la loi de Laplace [8]:

$$P_1 - P_2 = \gamma \xi \tag{III.1}$$

Où  $P_1$  et  $P_2$  sont respectivement les pressions dans le fluide 1 et 2. La courbure  $\xi$  est définie au point de l'interface considéré, grâce aux deux rayons principaux  $r$  et  $r'$  par la relation :

$$\xi = \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \quad (\text{III.2})$$



**Figure III.3 :** Représentation de deux phases non miscibles 1 et 2 dans un tube capillaire.

Lorsque le rapport de forces de gravité et de tension inter-faciale est faible, l'interface entre les deux fluides est sphérique dans un tube capillaire de petit diamètre, ce qui permet d'écrire l'équation de Laplace sous la forme :

$$P_1 - P_2 = \frac{2\gamma \cos \theta}{r} \quad (\text{III.3})$$

Où  $r$  est le rayon du tube capillaire et  $\theta$  l'angle de mouillage.

### III.3 La pression capillaire :

La pression capillaire, notée  $P_c$ , est la différence de pression existant entre deux points infiniment voisins et situés de part et d'autre d'une interface à l'équilibre, délimitant un fluide non-mouillant 1 d'un fluide mouillant 2 [8].

$$P_c = P_1 - P_2 \quad (\text{III.4})$$

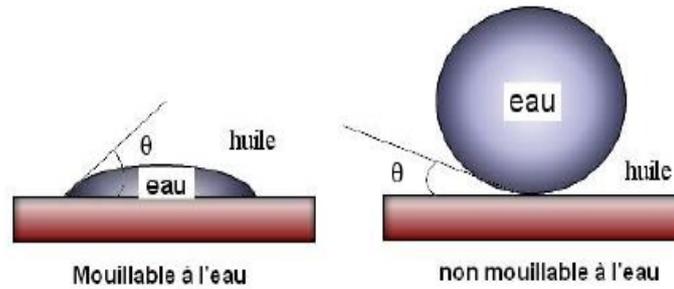
Dans le cas d'un tube capillaire mouillable à l'eau de rayon  $r$  contenant de l'huile et de l'eau, l'application des équations III.3 et III.4 permet d'obtenir la relation :

$$P_c = P_1 - P_2 = \frac{2\gamma(o,\omega) \cos \theta}{r} \quad (\text{III.5})$$

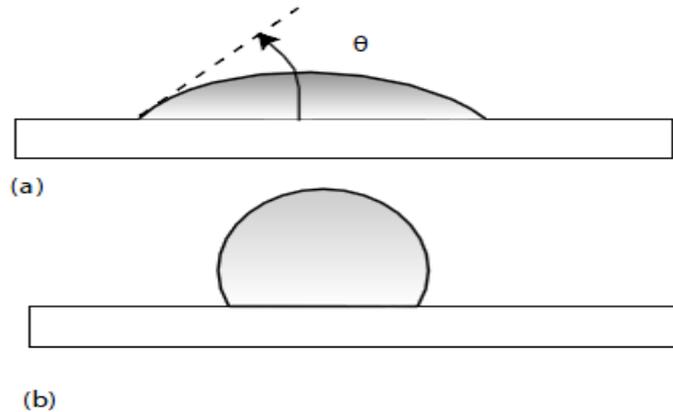
Où  $\gamma(o, \omega)$  est la tension interfaciale eau/huile et  $\theta$  l'angle de mouillage.

### III.4 Mouillabilité :

La mouillabilité est la capacité d'un liquide à recouvrir une surface solide ou un autre liquide. L'angle caractéristique définissant la mouillabilité d'un fluide est nommé angle de contact (angle de raccordement ou encore angle de mouillage) et noté  $\theta$ . Cet angle est mesuré à l'intérieur de l'un ou l'autre des deux fluides en présence [10].



**Figure III.4 :** Exemple de mouillage entre l'huile et l'eau.



**Figure III.5 :** goutte sur une surface solide dans le cas d'un fluide au repos (a) mouillant et (b) non mouillant.

Cette expérience montre donc que la force de tension agit comme une force normale (à la barre) proportionnelle à la longueur de film (en contact avec la barre). De manière générale, la force résultant de la tension de surface sur tout élément de longueur  $ds$  de la surface libre orientée par la normale  $n$  est [2] :

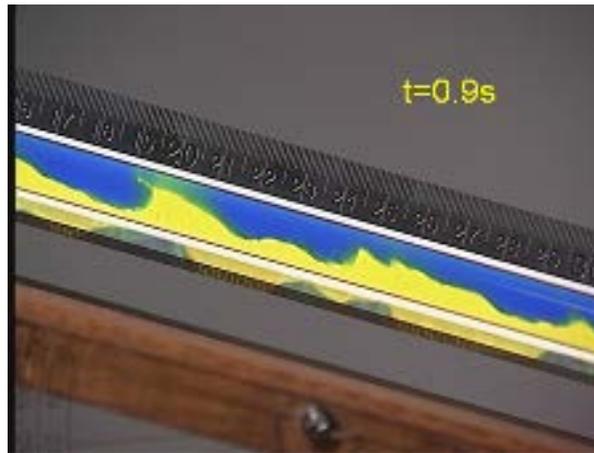
$$dF = \gamma n \times ds \quad (\text{III-6})$$

### III.5 Exemple d'une étude d'un mélange de deux fluides non miscible sous l'effet de la gravité à l'aide d'un logiciel Open Foam :

Beaucoup de recherches ont été faites dans le but de comprendre ce qui se passe au cours d'une agitation des fluides soit théoriquement ou à l'aides des logiciels. Parmi les études faites on cite la modélisation d'un écoulement diphasique sous Open Foam.

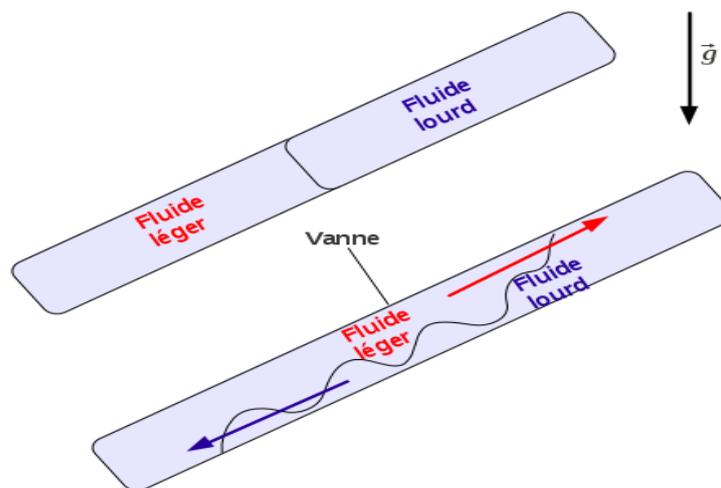
Dans cette étude ils ont intéressés au mélange spontané sous l'effet de la gravité de deux fluides non miscibles initialement séparés sous forme de deux couches superposées dans une géométrie confinée telle qu'un tube incliné. Ces deux fluides ne sont ni agités ni remués de l'extérieur.





**Figure III.6 :** images représentatif de deux fluides non miscibles dans un tube incliné et confiné. Source: Brunel Institute for Bio engineering (Link is external).

Le fluide léger est au-dessus, ils ont remarqué que dans ce cas les deux fluides s'interpénètrent d'une manière très lente via la diffusion moléculaire due à l'agitation thermique des molécules: ce mélange est inefficace. Aussi ils se sont intéressés au cas opposé où le fluide lourd est situé au-dessus du fluide léger dans un tube incliné sous l'effet de gravitation. Le schéma ci-dessous illustre la configuration qu'ils ont étudiée [7].



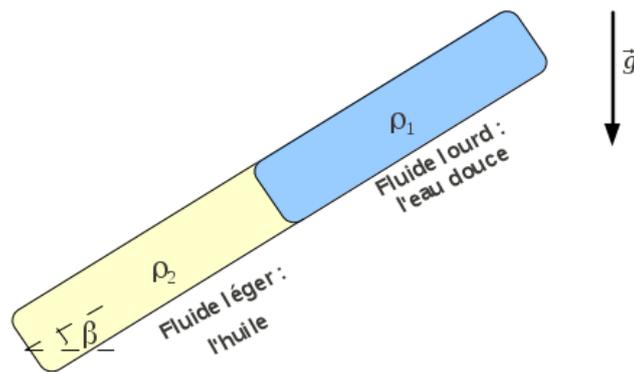
L'étude du comportement de deux fluides non miscibles dans un tube incliné soumis à l'effet de gravité s'avère très importante puisque ces problèmes se rencontrent fréquemment en océanographie, en hydrologie ou encore en génie pétrolier ou chimique.

En effet, les premières études menées ont été sur les mélanges de fluides injectés lors des opérations de "complétions" de puits de pétrole après leur forage. Ensuite, on les a abordées dans plusieurs domaines entre autres:

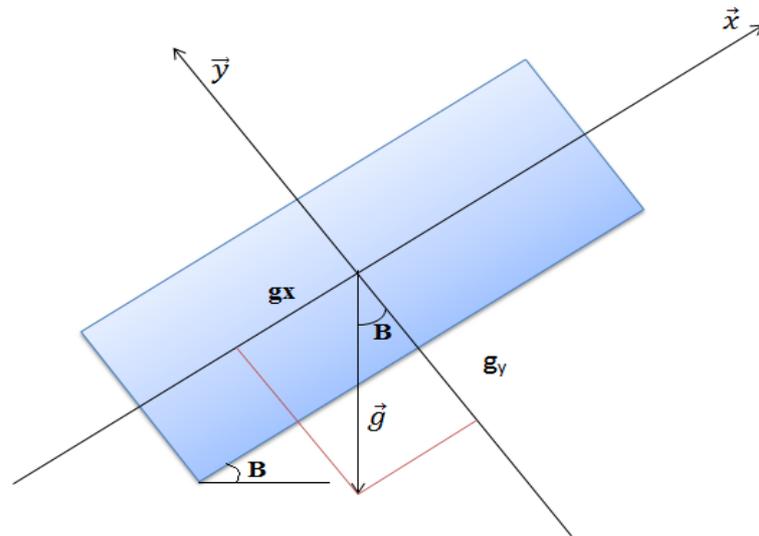
- Les réactions chimiques entre des fluides non miscibles dans des réacteurs tubulaires.
- Propagation d'incendie et de fumée dans une cage d'ascenseur, une galerie ou un tunnel...
- Dispersion de polluants denses dans des couches d'eau peu profonde.
- Sédimentation de particules dans des séparateurs inclinés utilisant l'effet Boycott.

Cette étude est faite à l'aide d'un logiciel « Le solveur inter Foam ».

Dans cette expérience ils ont considéré un tube rectangulaire incliné d'un angle  $\beta$  contenant deux fluides de densités différentes: l'eau douce de densité  $\rho_1$  et l'huile de densité  $\rho_2$ . Ces fluides sont initialement séparés dans une configuration instable: l'eau en dessus de l'huile et sont soumis au champ de gravité  $\vec{g}$ . Comme la montre la figure ci-dessous.



Afin de modifier l'angle d'inclinaison, il suffit de changer les valeurs de projection de la gravité sur le repère relatif à la géométrie.



$$g_x = g \sin \beta$$

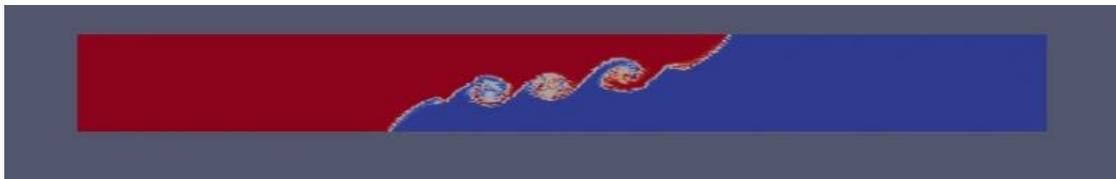
$$g_y = g \cos \beta$$

$$g_z = 0$$

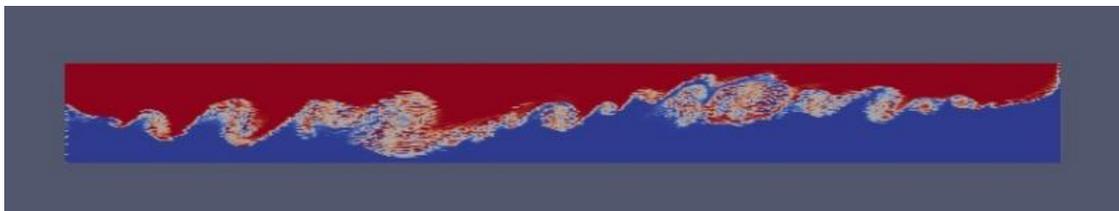
Résultats obtenus à partir de logiciel :

$$\beta = 0$$

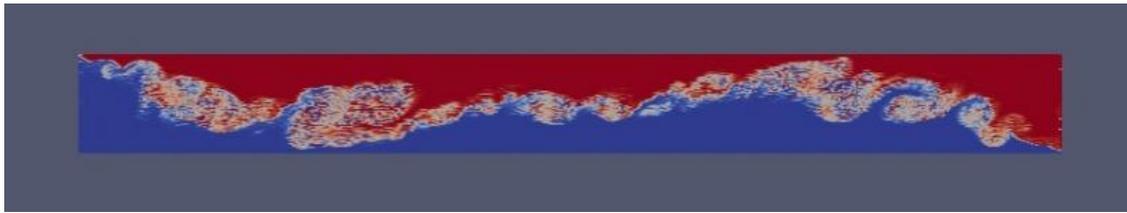
$$\text{À } t = 0.2s$$



$$t = 0.6s$$



$$t = 0.75s$$

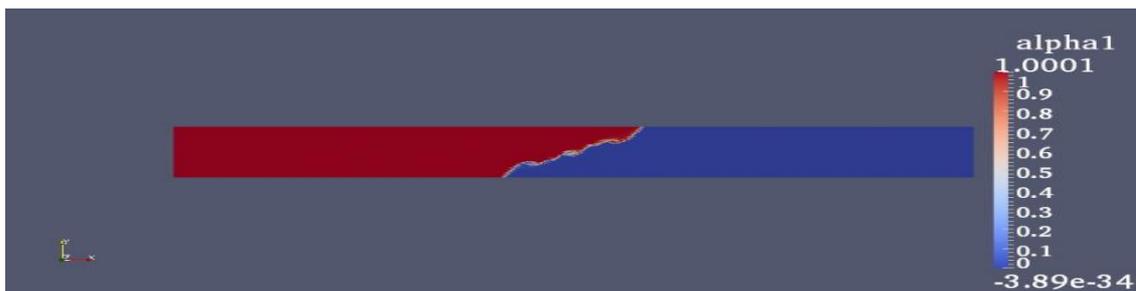


**Figure III.7 :** représentation de déroulement de l'interaction entre les deux fluides lorsque la vanne soit ouverte au cour du temps (images prisent par le logiciel Le solveur inter Foam  $\beta = 0$ ).

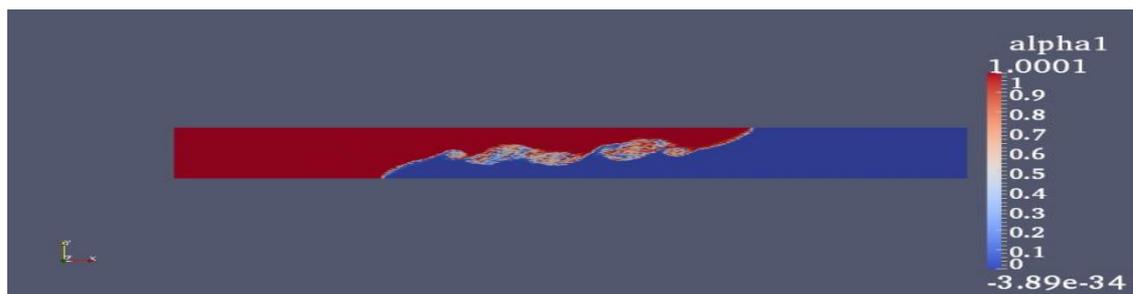
Interprétation de résultat : L'équipe GEREMIA Giuliano Alejandro, BENABDELLAH Maha et MEZGUELDI Ansar ont constaté une interaction entre les deux fluides et une instabilité au niveau de l'interface.

$$\beta = 10^\circ :$$

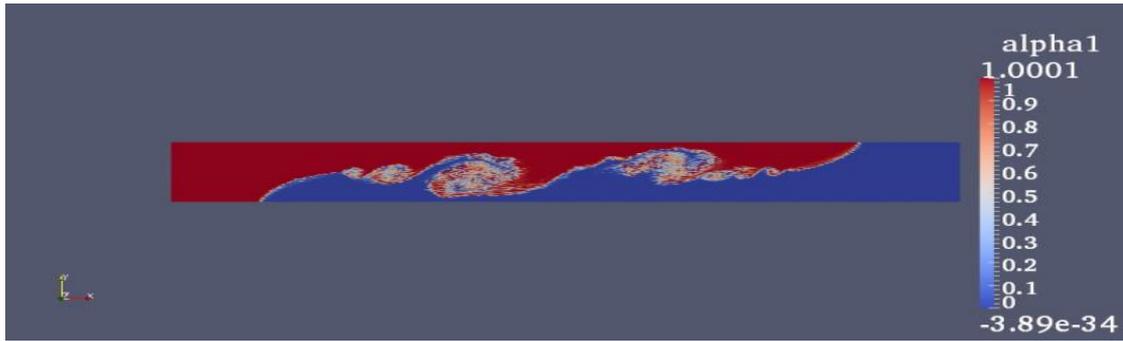
$$t = 0.1s$$



$$t = 0.25s$$

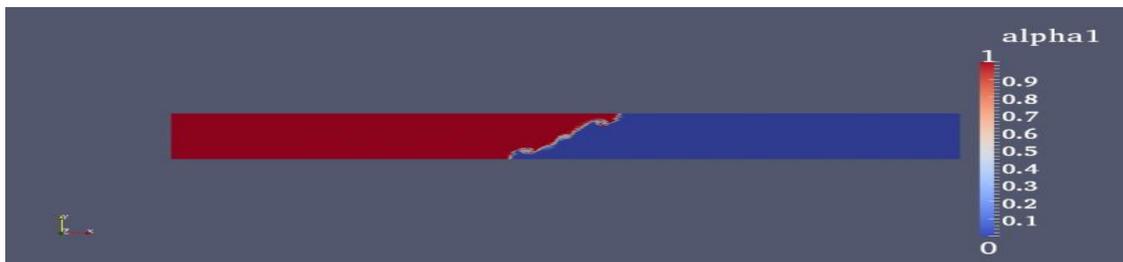


$$t = 0.4s$$

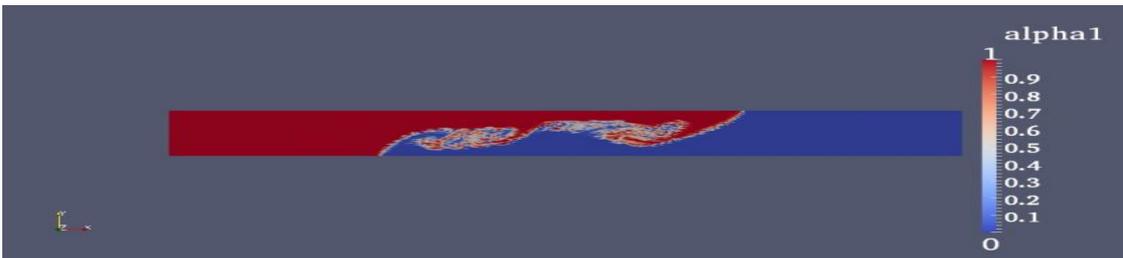


$$\beta = 60^\circ$$

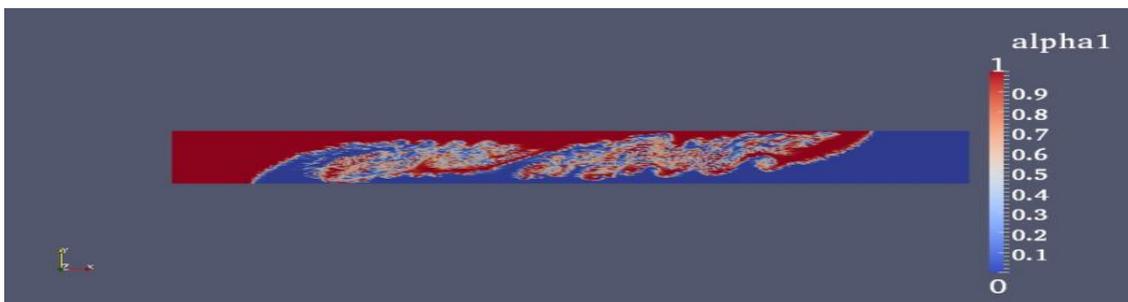
$$t = 0.1s$$



$$t = 0.25s$$



$$t = 0.4s$$



**Figure III.8 :** images représentatifs de différentes déformations déroulées entre les deux fluides en fonction du temps et l'angle de l'inclinaison  $\beta$  (captures prises par le logiciel Le solveur inter Foam).

Commentaire : L'équipe citée en haut ont remarqué que l'interface entre les deux fluides non miscibles de densités différentes se déforme en fonction du temps, des rouleaux

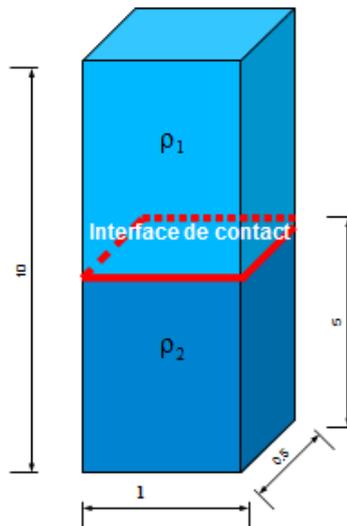
apparaissent aux premiers instants du mélange puis s'élargissent et l'interface s'étalant alors dans les deux dimensions.

Lorsqu'ils ont comparé le comportement des deux fluides en fonction de l'angle d'inclinaison, ils ont constaté que plus l'angle  $\beta$  est grand plus l'interface de l'instabilité est importante.

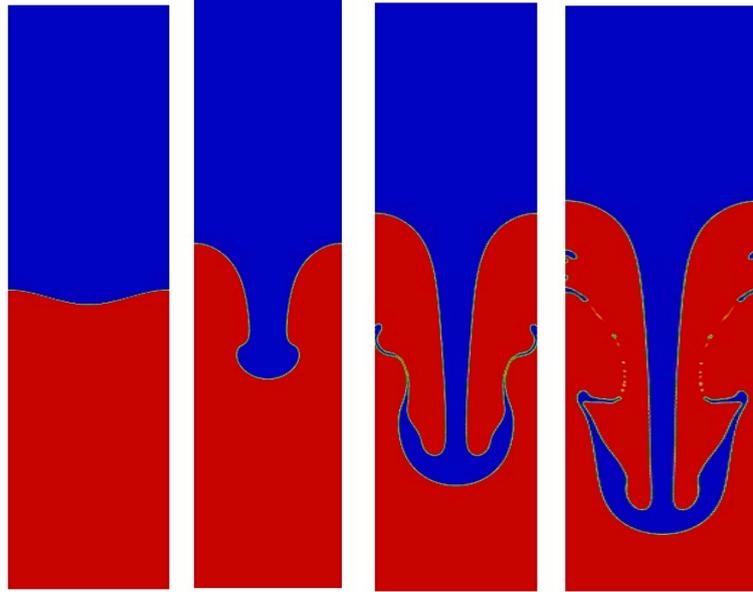
La résolution numérique ne décrit plus ce qui se passe en réalité quand l'interface de l'instabilité atteint les bords de la cuve rectangulaire vu que ces problèmes se déroulent dans des supports de dimensions très grandes voire infinies.

Par ailleurs, les rouleaux qui se forment dans l'interface de contact des deux fluides non miscibles correspondent aux instabilités de Kelvin Helmholtz qui se produisent dans ce cas à cause de deux facteurs: la gravité et la tension de surface. En effet, l'interface se déstabilise par une différence de vitesse critique, et par suite des ondes propagatrices apparaissent et évoluent d'une manière rapide et non linéaire.

GEREMIA Giuliano Alejandro et autres ont étudié le cas d'une cuve rectangulaire droite : le cas du tube incliné d'angle:  $\beta = 90^\circ$ .



Ils ont fait une simulation numérique et ils ont obtenus les résultats ci-dessous :



**Figure III.9 :** des captures prises d'une vidéo lors de la simulation sur le logiciel Le solveur inter Foam.

Le fluide de la couche supérieure possède une densité supérieure au fluide sur lequel il repose. Le fluide de la couche supérieure va donc pénétrer dans le fluide de la couche inférieure prenant une forme particulière qui caractérise parfaitement l'instabilité de Rayleigh Taylor.

La simulation numérique reste très proche des expériences réalisées en laboratoires. Ce qui les distingue est la façon de lancer la perturbation. En effet dans les conditions de laboratoire une petite vibration sur le dispositif permet d'initialiser l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Cette vibration n'existe pas naturellement dans les simulations numériques, il faut donc la reproduire numériquement en introduisant une interface de forme cosinus. Ainsi le calcul se lance naturellement et les résultats semblent être en accord avec les expériences décrites dans l'introduction de ce problème.

### **III.5 Conclusion :**

Dans les fluides complexes l'interaction des microstructures avec les déformations générées par l'écoulement donne lieu à une grande diversité de comportements mécaniques, on les trouve dans notre vie quotidienne sous forme : solutions d'injection utilisées dans les procédés de récupération améliorée du pétrole, sang, etc. ....

Plusieurs études en été faite dans le but de comprendre ce qui ce passe afin d'avoir des solutions pour résoudre certains problèmes (séparer le pétrole de ces impuretés) les phénomènes remarqué sous trois phénomènes :

- Phénomènes de capillarité.
- La pression capillaire.
- Mouillabilité.

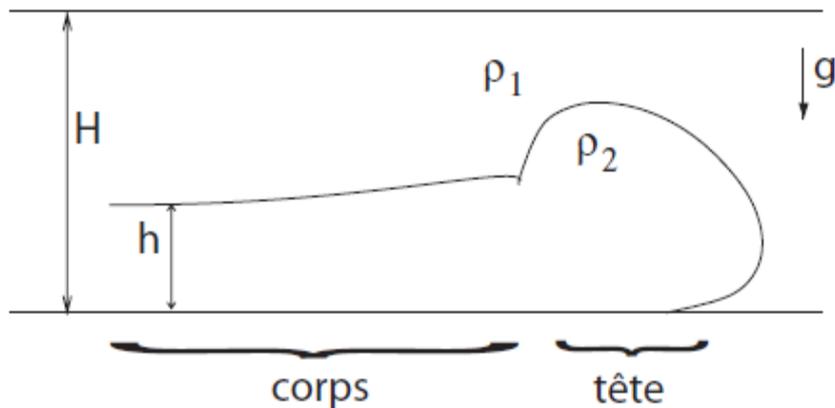
Enfaite, d'après la résolution numérique les études qui se réalisent au niveau de laboratoire ne donnent pas une vrais vision sur les résultats vu que des petites perturbations peuvent changés la description de ces résultats, de nos jours la résolution numérique est devenue importantes de point de vue économique et de précision.

# Chapitre IV

### IV.1 Etude d'un mélange de deux fluides miscible :

Les courants de gravité se produisent lorsqu'il existe des variations horizontales de densité dans un fluide sous l'action d'un champ gravitationnel [11].

Le modèle principal au laboratoire est la libération instantanée d'un volume fixe de fluide dense dans un plus grand volume de fluide plus léger par enlèvement d'une cloison. Il est largement admis que le comportement dynamique à grande échelle de ces écoulements s'explique par les modèles de boîte et par la théorie des eaux peu profondes (par exemple Houtt 1972 et Simpson Huppert, 1980) [11].

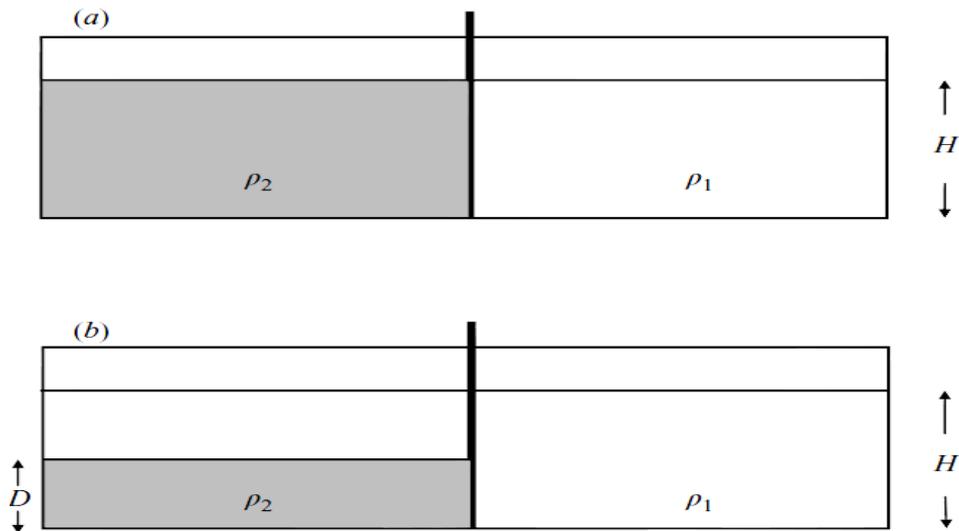


**Figure IV.1 :** Schéma d'un courant de gravité [13].

### IV.2 présentation de l'expérience :

Dans cette partie on s'intéresse à étudier un mélange de deux fluides miscibles de densités différentes.

Dans un réservoir de hauteur (H) et de longueur (L), on met les deux fluides qui sont séparés d'une barrière verticale voir la figure ci-dessous :



**Figure IV.2 :** Un schéma des conditions initiales de la libération de la barrière. Le flux commence par enlever la porte verticalement.

Le fluide dense  $\rho_2 > \rho_1$  occupe la profondeur  $H$  dans une version pleine profondeur (a) et une profondeur  $D < H$  dans une version de la profondeur partielle (b).

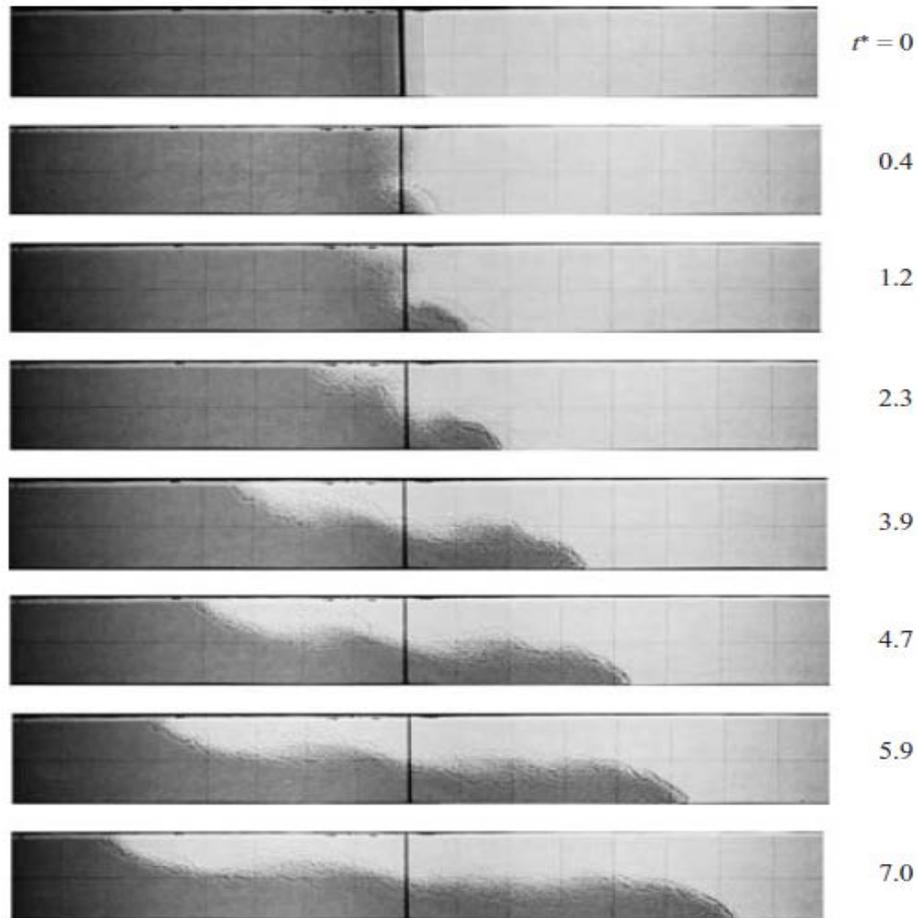
### IV.3 Les phénomènes et les paramètres qui apparaissent lors de l'étude :

#### IV.3.1 La pression :

Le fluide est au repos et la différence de pression sur chaque côté de la barrière au fond du fluide est :

$$\Delta p = g (\rho_2 - \rho_1) = g \Delta \rho H \quad (\text{IV-1})$$

Une fois que la barrière est enlevée le fluide de densité  $\rho_2$  accélère vers la droite le long du fond du canal et le fluide  $\rho_1$  sera accéléré vers la gauche le long de la partie supérieure du bassin [11].



**Figure IV.3 :** Les courants gravitaire produits lors de soulèvement de la barrière verticalement au instant  $t$ .

### IV.3.2 l'accélération :

L'accélération est la gravité réduite :

$$a = g \frac{\Delta\rho}{\rho} = g' \quad (\text{IV-2})$$

Considérons un fluide ayant une densité qui varie dans le plan horizontal seulement

$\rho = \rho(x)$ .  $\mathbf{U} = (u, 0, w, t)$ , le mouvement est bidimensionnel dans le plan x-z.

### IV.3.3 conservation de masse :

Le fluide est incompressible la conservation de l'équation de masse est :

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + u \frac{\partial\rho}{\partial x} = 0 \quad (\text{IV-3})$$

Equation de continuité :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{IV-4})$$

Dérivent (IV-3) par rapport à  $x$  et remplacent  $\frac{\partial \rho}{\partial x}$  dans (IV-4) on trouve :

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \rho}{\partial x} \quad (\text{IV-5})$$

Si le gradient de densité horizontal initial  $\frac{\partial \rho}{\partial x}|_0$  est constante dans l'espace, alors (IV-5) a une solution dans laquelle le gradient de densité horizontale ne change pas et  $w = 0$ .

Dans le cas d'un fluide de Boussinesq, et en l'absence d'effets visqueux, Les équations verticales du mouvement :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (\text{IV-6})$$

et :

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -g\rho \quad (\text{IV-7})$$

La dérivée par rapport à  $z$  de l'équation (IV-6) et sa substitution dans l'équation (IV-7) donne :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t \partial z} = \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x}|_0 \quad (\text{IV-8})$$

La continuité implique que  $u = u(z, t)$ , cette équation peut être intégrée pour donner :

$$u(z, t) = \frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial x}|_0 zt \quad (\text{IV-9})$$

Où le flux a été supposé commencer à partir de repos et que  $u(0, t) = 0$ .

Lorsque le gradient de densité horizontale est constant dans l'espace, à partir de (IV-3),

#### IV.3.3-a Le champ de densité est :

$$\rho(x, z, t) = -\frac{1}{2} \frac{g}{\rho_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x}|_0\right)^2 zt^2 \quad (\text{IV-10})$$

Le gradient de Richardson défini par :

$$R_i = -\frac{\frac{g}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial z}}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{IV-11})$$

D'après les chercheurs tout le mouvement et le flux sont stables à  $\frac{1}{2}$ .

Pour toutes les autres stratifications horizontales, (IV-5) implique que le gradient de densité augmente si  $\frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial \rho}{\partial x} > 0$  et diminue si le signe de ce terme est négatif.

### IV. 3.3-b Le nombre de Froude :

Le paramètre non dimensionnel du courant de gravité de Boussinesq est le nombre de Froude  $F_H$ , défini comme étant le rapport de la vitesse du courant  $u$  à la vitesse des ondes longues  $\sqrt{g'H}$  :

$$F_H = \frac{u}{\sqrt{g'H}} \quad (\text{IV-12})$$

### IV.3.3-c Le nombre de Reynolds :

Le deuxième paramètre important est le nombre de Reynolds  $Re$  :

$$Re = \frac{uH}{\nu} \quad (\text{IV-13})$$

Où  $\nu$  est la viscosité cinématique, qui mesure l'importance de la dissipation par viscosité par rapport à son inertie.

### IV.3.3-d Le nombre de Peclet :

Les effets de la diffusion de densité sont mesurés par le nombre de Peclet :

$$Pe = \frac{uH}{\kappa} \quad (\text{IV-14})$$

Où  $\kappa$  est le coefficient de diffusion moléculaire.  $Pe$  mesure l'ampleur relative de l'advection et la diffusion de la densité.

Pour les courants non Boussinesq, le rapport de densité :

$$\gamma = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (\text{IV-15})$$

## IV.4 Exemple d'une étude :

### IV.4.1 Analyse d'échelle:

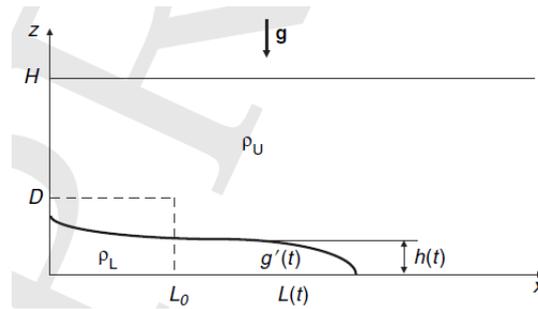
Ils ont commencé la description théorique avec une analyse d'échelle du courant de gravité qui résulte de la libération d'un volume fini de fluide dense dans un produit stationnaire non stratifié de fluide ambiant.

Ils ont considéré un volume  $V_0$  de fluide dense, de densité  $\rho_2$ , libéré à partir de  $t = 0$  reposé sur une frontière horizontale dans un fluide ambiant de masse volumique  $\rho_1 < \rho_2$ . Pour la simplicité, ils ont Supposé que le fluide soit confiné dans canal de largeur unitaire et que les propriétés du flux sont indépendantes de la coordonnée transversale. La taille de la libération est  $A_0 = DL_0$ , le volume par unité de largeur du canal voir la figure (IV.3).

Le courant se propage, il peut se mélanger avec le fluide ambiant et changer sa densité, et ils ont désigné la flottabilité initiale négative du fluide dense par  $g_0$  [12].

Ils ont supposé qu'au départ le débit accélère rapidement à une vitesse suffisamment grande. L'analyse dimensionnelle montre que la vitesse  $U$  de l'avancement à l'instant  $t$  est donnée par :

$$U = F(g'_0 D)^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{t}{T}\right) \quad (\text{IV-16})$$



**Figure IV.4:** Un croquis de la libération d'un volume fini de fluide dense dans un environnement moins dense, environnement stationnaire de profondeur  $H$ .

#### IV.4.1-a L'échelle de temps associée à l'accélération du repos :

$$T_a = \sqrt{\frac{D}{g_0}} \quad (\text{IV-17})$$

#### IV.4.1-b L'accélération :

Ils ont observé que le courant se déplace à une vitesse constante :

$$U = F_D (g'_0 D)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV-18})$$

Où  $F_D$  représente une constante adimensionnelle.

#### IV.4.1-c La longueur $L(t)$ du courant:

$$L(t) = L_0 + F_D (g'_0 D)^{\frac{1}{2}} t \quad (\text{IV-19})$$

À des moments ultérieurs, suffisamment de fluide a quitté la barrière de sorte que le fait que le volume  $A_0$ , par unité de largeur du réservoir, est fini influencera le mouvement. Ceci introduit une deuxième échelle de temps :

$$T_V = \frac{L_0}{\sqrt{g'_0 D}} \quad (\text{IV-20})$$

Le temps pris pour une onde gravitationnelle à vitesse  $\sqrt{g'_0 D}$  pour parcourir la longueur  $L_0$ . Après ce temps, le volume fini du réservoir devient un paramètre. Alors :

$$U = F_D (g'_0 D)^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{t}{T_a}, \frac{t}{T_V}\right) \quad (\text{IV-21})$$

La conservation de la masse implique que  $B_0 = g_0 D L_0$ , la flottabilité négative initiale dans la barrière par unité de largeur, reste constante. Étant donné que les dimensions de la flottabilité par unité de largeur ( $[B_0] = [L^3 T^{-2}]$ ) :

$$L = c B_0^{\frac{1}{3}} t^{\frac{2}{3}} \quad (\text{IV-22})$$

Où  $c$  : est une constante sans dimension (pour les nombres de Reynolds élevés). La vitesse  $U$  pendant cette phase diminue :

$$U = \frac{2}{3} c B_0^{\frac{1}{3}} t^{-\frac{1}{3}} \quad (\text{IV-23})$$

Ce mouvement dépendant du temps dans (IV-22) et (IV-23) est appelé phase de similarité, Simpson (1997) car il résulte également d'une solution de similarité de l'eau peu profonde de l'équation (IV-7).

Ils ont dérivé (IV-18) et (IV-23), et ils ont supposé que le front se déplace avec un nombre de Froude local constant. Ce nombre de Froude locale est basé sur la profondeur locale  $h$  et la flottabilité locale  $g(t)$  à l'avant (voir la figure IV.3), plutôt que les valeurs initiales, de sorte que :  $F = F_h \frac{U}{\sqrt{g'h}}$

Le courant est représenté par une longueur caractéristique  $L(t)$  une profondeur  $h(t)$  et une flottabilité uniforme  $g(t)$  sur toute sa longueur et sa profondeur.

#### IV.4.1-d la conservation de Flottabilité par unité de largeur:

$$g'(t) L(t) h(t) = c_B g'_0 A_0 = c_B B_0 \quad (\text{IV-24})$$

Où,  $c_B$  est une constante de forme, ce qui serait l'unité si le courant conserverait une forme rectangulaire.

La constance du nombre de Froude  $F_h$  locale implique que :

$$U = \frac{dL}{dt} = F_h (g'(t)h(t))^{\frac{1}{2}} \quad (\text{IV-25})$$

L'utilisation de (IV-24) et l'intégration donnent :

$$L(t) = \left[ \frac{3}{2} F_h (c_B B_0)^{\frac{1}{2}} (L_0)^{\frac{3}{2}} \right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{IV-26})$$

Sous forme sans dimension, (IV-26) s'écrit :

$$\frac{L(t)}{L_0} = \left[ \frac{3}{2} F_h c_B^{\frac{1}{2}} \frac{t}{T_V} + 1 \right]^{\frac{2}{3}} \quad (\text{IV-27})$$

Lorsque  $t \ll T_V$ , l'équation (IV-27) donne :

$$\frac{L(t)}{L_0} \simeq 1 + F_h c_B^{\frac{1}{2}} \frac{t}{T_V} \quad (\text{IV-28})$$

De sorte que le courant circule à vitesse constante, et sa longueur se réduit à :

$F = F_h c_B^{\frac{1}{2}}$  quand  $t \gg T_V$  :

$$\frac{L(t)}{L_0} \simeq \left( \frac{3}{2} F_h \right)^{\frac{2}{3}} c_B^{\frac{1}{3}} \left( \frac{t}{T_V} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (\text{IV-29})$$

Ce qui donne le même résultat que (IV-22) si  $c = \left( \frac{9}{4} c_B F_h^2 \right)^{\frac{2}{3}}$ .

#### IV.4.1-e remarque :

Les chercheurs ont conclu que l'accord entre les calculs et l'analyse dimensionnelle supporte l'hypothèse que le front des déplacements a un nombre de Froude local constant et, par conséquent, que le front agit comme un contrôle sur le flux.

#### IV.4.2 Etude du courant :

Comme le courant décélère, le nombre de Reynolds diminue et les effets de frottement deviennent éventuellement importants. Le flux est ensuite affecté par la valeur  $\nu$  de la viscosité du fluide, et une autre échelle de temps :

$$T_v = \frac{\nu L_v^2}{g'_v h_v^3} \quad (\text{IV-30})$$

Lorsque l'indice  $\nu$  représente les valeurs de la profondeur, du volume, et la flottabilité du courant lorsqu'il entre dans la phase visqueuse. A moins que le fluide soit très visqueux, tels que le miel répandu sur pain grillé, ces valeurs seront en général différentes à partir des valeurs de la libération initiale.

La vitesse avant peut être écrite comme :

$$U = F(g'_V h_V)^{\frac{1}{2}} f\left(\frac{t}{T_a}, \frac{t}{T_V}, \frac{t}{T_\nu}\right) \quad (\text{IV-31})$$

Dans la phase visqueuse, le gradient de pression horizontal entraînant le courant est équilibré par des contraintes visqueuses :

$$\frac{\nu}{h(t)^2} \frac{dL}{dt} = \frac{c_V g'_V h(t)}{L(t)} \quad (\text{IV-32})$$

Où  $c_V$  est une constante de forme adimensionnelle. Pour aller plus loin, supposons que le volume est conservé :

$$L(t) h(t) = c_A A_\nu \quad (33)$$

Où  $c_A$  est une autre constante de forme. En Substituant  $h(t)$  dans (IV-33), la résolution de l'équation différentielle résultante donne :

$$L(T) = \left[ 5 \frac{c_V c_A^3 g'_V A_\nu^3}{\nu} t + L_\nu^5 \right]^{\frac{1}{5}} \quad (\text{IV-34})$$

Où  $L_\nu$  est la longueur de courant au début de la phase visqueuse.

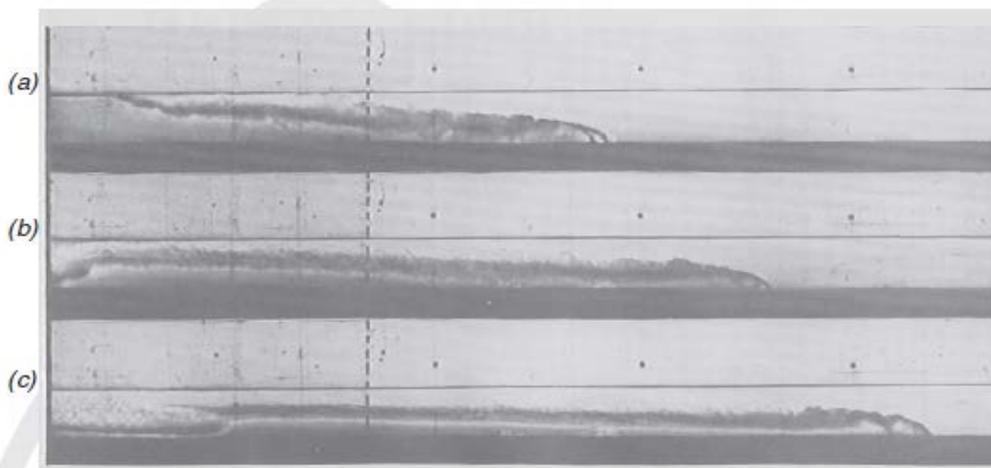
En forme sans dimension, (IV-34) s'écrit :

$$\frac{L(t)}{L_\nu} = \left[ 5 c_V \frac{t}{T_\nu} + 1 \right]^{\frac{1}{5}} \quad (\text{IV-35})$$

Ainsi, dans la phase visqueuse, la longueur de courant augmente proportionnellement à  $t^{\frac{1}{5}}$ .

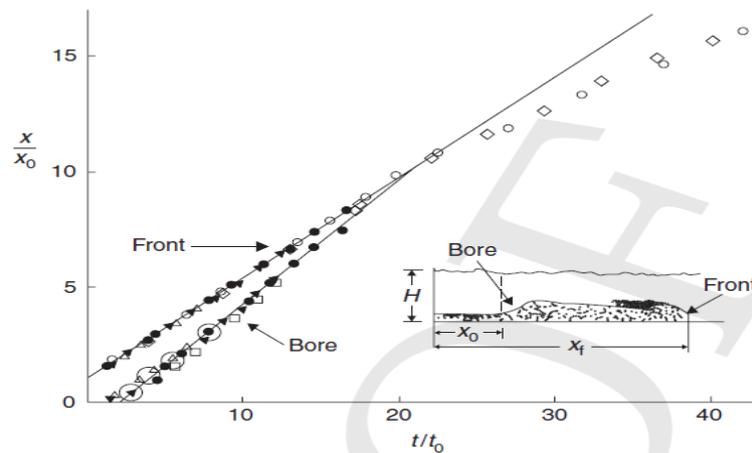
Le mécanisme par lequel le courant passe de la vitesse constante à la vitesse de la phase de similitude a été découverte par Rottman et Simpson (1983). Initialement, la vitesse de l'avant est constante. Par la suite, la pente diminue et que  $x$  augmente comme  $t^{\frac{1}{2}}$ .

En conformité avec les résultats de l'analyse d'échelle (IV-29), pour les versions complètes, Rottman et Simpson (1983) montrent qu'un alésage se propage le long de l'interface (voir deuxième et troisième images de la figure IV.5 [12]).



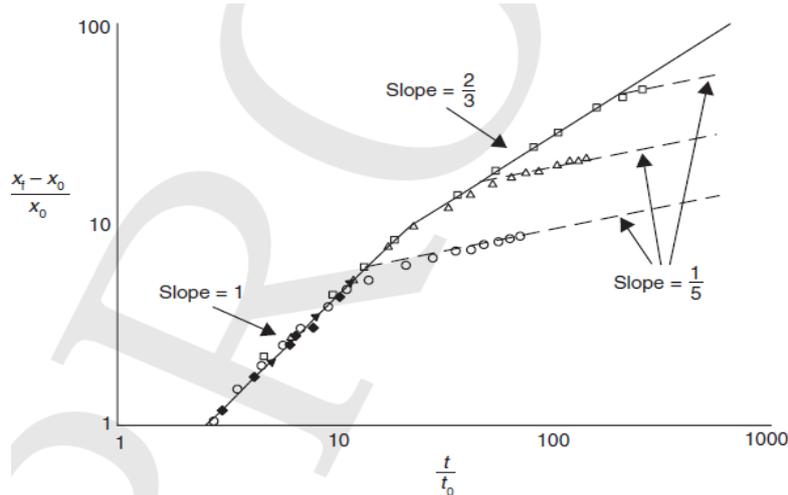
**Figure IV.5 :** Représentation d'un alésage que se propage le long de l'interface .Extrait de Rottman et Simpson (1983).

L'emplacement de la barrière est représenté par la ligne pointillée verticale. Dans(a) se propage dans la barrière. Cela se reflète à partir de la paroi arrière de la barrière et forme un alésage, vu comme le changement abrupt de profondeur à l'arrière du courant en (b) et (c). Alors que l'alésage est derrière le devant, l'avant se déplace à une vitesse constante comme indiqué par ses positions dans (b) et (c), car les deux images sont prises à intervalles de temps égaux.



**Figure IV.6 :** Les positions avant et arrière comme fonctions de temps après la sortie pour un Ensemble d'expériences avec serrures à pleine profondeur. Extrait de Rottman et Simpson (1983).

Les lignes droites montrent que les courses de l'alésage à des vitesses constantes jusqu'à ce que l'alésage saisisse l'avant, après que le front décélère.



**Figure IV.7 :** Parcelle logarithmique de positions avant sans dimension contre dimension

Temps pour trois sorties de verrouillage en profondeur. Extrait de Rottman et Simpson (1983).

L'effondrement des données montre qu'elles sont bien décrit (IV.16) pendant la phase de vitesse constante, lorsque  $x \sim t$  et par (IV.26) pendant la phase de similarité, lorsque  $x \sim t^{\frac{2}{3}}$ .

Les différentes expériences entrent dans le milieu de la phase visqueuse à des moments différents, puis obéir à (IV-34), avec  $x \sim t^{\frac{2}{5}}$ .

#### IV.4.3 Théories pour le nombre de Froude :

Comme le courant continua décéléré, le nombre de Reynolds diminue et vis-versa. Dans cette phase visqueuse finale, comme le montre la figure IV.7 par les lignes en pointillés, la position avant grandit proportionnellement à  $t^{\frac{2}{5}}$  tel que prédit par (IV-34).

D'après les études faites les chercheurs ont constaté que l'analyse d'échelle présentée dans la figure IV.4 ne détermine pas les vitesses quantitatives des échelles. Pour obtenir ces informations quantitatives, une théorie supplémentaire et les constantes adimensionnelles, telles que le nombre de Froude, qui surgissent. Ensuite Sous-sections, ils ont discutés les théories qui ont été développées pour estimer le nombre de Froude dans la phase à vitesse constante du flux [12].

**IV.4.3-a Théorie de Yih :**

Le courant dérive son énergie cinétique de l'énergie potentielle gravitationnelle stockée dans la distribution de densité d'origine. Yih (1965) a calculé cet échange d'énergie pour un Boussinesq. Lorsque  $\rho_1 \sim \rho_2$ , la symétrie implique que le courant occupera initialement la moitié de la profondeur. Dans un temps  $\Delta t$ , les fronts auront avancé une distance  $U\Delta t$ . L'énergie potentielle acquise par le fluide plus léger est  $\frac{1}{2}g\rho_1 H^2 U\Delta t$ , et celle perdue par le fluide dense est  $\frac{1}{4}(\rho_1 + \rho_2) HU^2\Delta t$ . Le gain d'énergie cinétique total est :

$$U = \sqrt{\frac{g(\rho_2 + \rho_1)H}{2(\rho_1 + \rho_2)}} \quad (\text{IV-36})$$

Dans le cas de Boussinesq ( $\rho_1 \approx \rho_2$ ) de (IV-36) implique que  $F_H = \frac{1}{2}$ .

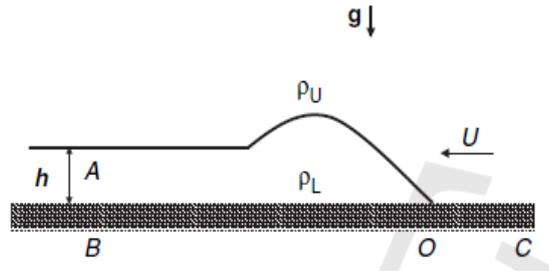
**IV.4.3-b Théorie de Von Karman :**

La première tentative d'obtenir une relation pour le nombre de Froude du front du courant a été faite par Von Karman en 1940. Il a considéré le cas d'un fluide ambiant infiniment profond de densité  $\rho_1$ , et un courant de densité  $\rho_2 > \rho_1$ . Il a supposé que, loin de l'avant, le flux est irrotationnel d'un fluide parfait et que les vitesses sont horizontales et la pression est hydrostatique. Il a également supposé qu'au repos, la vitesse partout dans le courant est partout nulle. Pour un écoulement irrotationnel, l'équation de Bernoulli s'écrit :

$$P + \frac{1}{2}\rho q^2 + \rho g z = \text{constante} \quad (\text{IV-37})$$

Où  $q$  est la vitesse de l'écoulement, et  $z$  est la hauteur.

L'équation de Bernoulli est appliquée le long de la ligne de courant le long du bas du point de stagnation à l'O.



**Figure IV.8 :** Un modèle idéalisé d'un courant de gravité fluide parfait dans une profondeur de fluide infiniment profonde, vu dans le cadre de repos du courant, dans lequel tout le fluide dense à l'intérieur, le courant est supposé être au repos.

Loin en aval du front, l'interface est supposée pour être plat tel que  $\rho_U = \rho_1$  et  $\rho_L = \rho_2$ .

En amont du point C où  $q = U$ , la vitesse du courant dans le référentiel du laboratoire

(Figure IV. 8). Par conséquent :

$$P_o = P_c + \frac{1}{2}\rho_1 U^2 \quad (\text{IV-38})$$

Pour un fluide parfait sans dissipation, (IV-37) peut également être appliqué le long de l'interface de O à A, ce qui donne :

$$P_o = P_A + g\rho_2 h \quad (\text{IV-39})$$

Où  $h$  est la hauteur de l'interface loin en aval du front. Ils ont supposé que, à une certaine hauteur bien au-dessus du courant, la pression est constante avec la position horizontale. Sinon, il y aurait un gradient de pression horizontal qui entraînerait l'écoulement dans le fluide ambiant. Comme la pression est hydrostatique:  $p_c = p_A + g\rho_1 h$ , L'élimination de  $p_o$  de (IV-38) et (IV-39) et son remplacement pour cette différence de pression :

$$U^2 = 2g \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1} h \quad (\text{IV-40})$$

Alternativement, l'équation de Bernoulli pourrait être appliquée le long du fond à l'intérieur du courant de O à B, donnant :

$$P_o = P_B \quad (\text{IV-41})$$

Car il n'y a pas de flux à l'intérieur du courant. Par ailleurs :  $P_B = P_A + g\rho_2 h$  Par conséquent  $P_B = P_c + g(\rho_2 - \rho_1)h$ . De (IV-38) et (IV-41), ils ont obtenu de nouveau le même résultat (IV-40) pour la vitesse du courant, qui peut être exprimée de manière :

$$F_h = \frac{U}{\sqrt{g(1-\gamma)h}} = \sqrt{\frac{2}{\gamma}} \quad (\text{IV-42})$$

Où :  $\gamma = \frac{\rho_1}{\rho_2}$  est le rapport de densité, défini tel que  $0 < \gamma < 1$ . Pour un flux Boussinesq,  $\gamma \approx 1$  et  $g(1-\gamma) = g'$  est la gravité réduite et (IV-42) se réduit au grand résultat cité pour le nombre de Froude avant d'un courant de Boussinesq dans un fluide infiniment profond :

$$F_h = \frac{U}{\sqrt{g'h}} = \sqrt{2} \quad (\text{IV-43})$$

Ce nombre de Froude est basé sur la profondeur du courant loin de la non hydrostatique région de tête.

#### IV.4.3-c Théorie de Benjamin :

##### IV.4.3-c-1 conservation de la masse et du moment :

Un courant de densité  $\rho_2$  se propage dans un fluide de densité  $\rho_1$ , comme représenté sur la figure IV.9.

La profondeur en aval du courant est noté  $h$ , et ils ont supposé que la vitesse du fluide ambiant, loin derrière l'avant où l'interface est plat est  $u_U$  et qu'il est indépendante de la profondeur. La continuité implique que :

$$U H = u_U(H - h) \quad (\text{IV-44})$$

Comme il n'y a pas de forces horizontales externes agissant sur le flux, dans un volume de contrôle incluant le front, ils ont considéré le volume de contrôle constitué par les deux plans verticaux, un en aval au  $BE$  et un en amont au  $CD$ , et les limites supérieure et inférieure du canal.

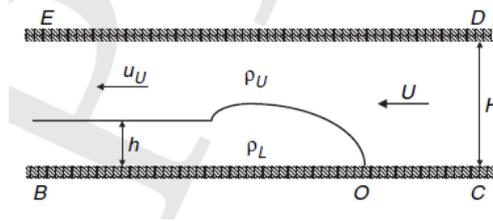
Les distributions de pression le long des deux lignes  $BE$  et  $CD$  peuvent être déterminées dès lors qu'ils ont supposé que la pression est hydrostatique. En  $BE$

$$P = \begin{cases} P_B - g\rho_2 z & 0 < z < h \\ P_B - g\rho_2 z - g\rho_1(z - h) & h < z < H \end{cases} \quad (\text{IV-45})$$

Où  $P_B$  est la pression en  $B$ . De la même façon le long de  $CD$ ,

$$P = P_c - g \rho_1 z \quad (\text{IV-46})$$

Où  $P_C$  est la pression en C.



**Figure IV.9** : Un diagramme schématisant d'un courant de gravité dense.

La conservation de la composante horizontale du flux de quantité de mouvement peut être écrite comme :

$$\int_B^E P dz + \int_B^E \rho u^2 dz = \int_C^D P dz + \int_C^D \rho u^2 dz \quad (\text{IV-47})$$

La substitution de (IV-45) et (IV-46) dans le bilan de moment (IV-47) donne :

$$P_B H + \frac{1}{2} g (\rho_2 - \rho_1) h^2 - g (\rho_2 - \rho_1) H h + \rho U u_U^2 (H - h) = P_C H + \rho_1 U^2 H \quad (\text{IV-48})$$

La pression au niveau du point de stagnation O est  $P_O$ . Puisque la vitesse du courant est nulle, l'application de l'équation de Bernoulli le long de BO donne :

$$P_B = P_C, \text{ le long OC donne } P_C = P_O - \frac{1}{2} \rho_1 U^2$$

En substituant  $P_B$  et  $P_C$  dans (IV-48) et en utilisant l'équation de continuité (IV-44), on trouve :

$$\frac{U^2}{gH} = \frac{1-\gamma}{\gamma} f(h) \quad (\text{IV-49})$$

$$\frac{U^2}{\sqrt{g(1-\gamma)h}} = \frac{1}{\gamma} f(h) \quad (\text{IV-50})$$

Où :

$$f(h) = \frac{h(2H-h)(H-h)}{H^2(H+h)} \quad (\text{IV-51})$$

Pour des courants de Boussinesq,  $\rho_1 \approx \rho_2$ ,  $\gamma \approx 1$ , et  $g(1-\gamma) = g'$  et la vitesse actuelle peut être écrite en termes de nombre de Froude  $F_H$  en fonction de la profondeur H du canal :

$$F_H = \frac{U}{\sqrt{g'H}} = \sqrt{\frac{h(2H-h)(H-h)}{H^2(H+h)}} \quad (\text{IV-52})$$

Le flux de volume par unité de largeur portée par le courant est  $Q = Uh$ . En utilisant (IV-52) le flux volumétrique sans dimension  $\frac{Q}{\sqrt{g'H^3}}$  est donné par :

$$\frac{Q}{\sqrt{g'H^3}} = \sqrt{\frac{h^3(2H-h)(H-h)}{H^4(H+h)}} \quad (\text{IV-53})$$

Le flux de volume  $Q$  augmente en monotone avec  $\frac{h}{H}$  jusqu'à la limite  $\frac{h}{H} = \frac{1}{2}$  tel que  $\frac{Q}{\sqrt{g'H^3}} = \frac{1}{4}$ .

#### IV.4.3-c.2 Conservation de l'énergie :

Les propriétés du courant de gravité dépendent de sa profondeur  $h$ . Pour spécifier, la profondeur une autre condition est nécessaire. Une possibilité explorée par Benjamin (1968) est d'appliquer la conservation d'énergie dans le volume de contrôle. Dans ce cas d'économie d'énergie, permet d'appliquer l'équation de Bernoulli (IV-37) le long des courants d'écoulement dans le flux [11].

Le long de la limite supérieure  $ED$  :

$$P_E = \frac{1}{2}\rho_1 u_U^2 = P_D + \frac{1}{2}\rho_1 U^2 \quad (\text{IV-54})$$

De (IV-45) et (IV-46) :

$$P_E - P_D = P_B - P_C - g(\rho_2 - \rho_1)h \quad (\text{IV-55})$$

En utilisant le fait que  $P_B - P_C = -\frac{1}{2}\rho_1 U^2$  et son remplacement par la différence de pression  $P_E - P_D$  à partir de (IV-55) dans (IV-54), ils ont obtenu :

$$\frac{1}{2}\rho_1 u_U^2 = g(\rho_2 - \rho_1)h \quad (\text{IV-56})$$

A partir de (IV-44), la vitesse actuelle de  $U$  est donnée par :

$$U^2 = 2g \frac{(1-\gamma) h(H-h)^2}{\gamma H^2} \quad (\text{IV-57})$$

La substitution de  $P_A - P_B$  dans (IV-45) donne le même résultat que celui de (IV-55) pour la couche supérieure accélérer  $u_U$ . Assimiler les deux expressions (IV-50) et (IV-57) pour la vitesse actuelle  $U$  donne deux solutions pour la profondeur actuelle :

$$\frac{h}{H} = 0 \text{ Ou bien } \frac{h}{H} = \frac{1}{2} \quad (\text{IV-58})$$

58)

De ce fait, un courant conservateur d'énergie occupe la moitié de la profondeur du canal et se déplace avec une vitesse non dimensionnelle :

$$\frac{U}{\sqrt{g'H}} = \frac{1}{2} \quad (\text{IV-59})$$

Les solutions montrent qu'un courant économisant l'énergie occupe la moitié de la profondeur du canal et voyage avec une vitesse non dimensionnelle :

$$\frac{U^2}{gH} = \frac{1(1-\gamma)}{4\gamma} \quad (\text{IV-60})$$

Pour un courant de Boussinesq,  $\gamma \approx 1$ , (IV-60) montre que le nombre de Froude défini en termes de la gravité réduite et la profondeur du canal est :

$$F_H = \frac{U}{\sqrt{g(1-\gamma)H}} = \frac{U}{\sqrt{g'H}} = \frac{1}{2} \quad (\text{IV-61})$$

#### IV.5 Conservation de l'énergie :

Les courants de gravité qui occupent moins de la moitié de la profondeur du canal ne conservent pas l'énergie, dans le sens où les flux d'énergie à travers les sections verticales du contrôle le volume n'est pas égal. Le flux d'énergie  $\dot{E}$  dans un plan vertical est donnée par :

$$\dot{E} = \int_0^H (P + \frac{1}{2}\rho u^2 + g\rho z)udz \quad (\text{IV-62})$$

La substitution des profils verticaux de vitesse, de densité et de pression donne à la CD en amont :

$$\dot{E}_{CD} = P_0UH \quad (\text{IV-63})$$

Et, au plan en aval, BE :

$$\dot{E}_{CD} = P_0UH - g(\rho_2 - \rho_1)UHh + \rho_1 \frac{U^3H^3}{2(H-h)^2} \quad (\text{IV-64})$$

En soustrayant (IV-64) de (IV-63) et en utilisant (IV-49), nous obtenons le flux d'énergie net entrant dans le volume de contrôle BECD en amont  $\Delta\dot{E} = \dot{E}_{CD} - \dot{E}_{BE}$

En remplaçant la vitesse actuelle de  $U$  dans (IV-49), nous obtenons l'énergie adimensionnelle Flux entrant en amont :

$$\hat{E}_{CD} = \frac{\Delta \dot{E}}{\rho_1 g \frac{1}{3} H^2} = \frac{H^{\frac{5}{2}} (H-2h) (2H-h)^{\frac{1}{2}}}{2H (H+h)^{\frac{3}{2}} (H-h)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{IV-65})$$

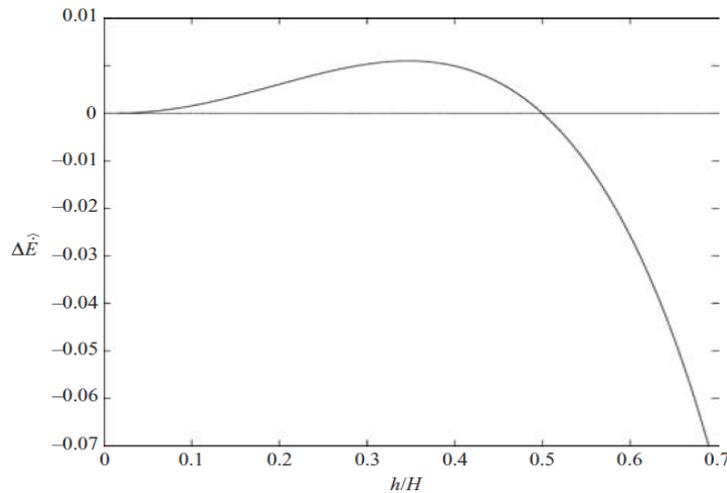
Le flux d'énergie nette sans dimension  $\Delta \hat{E}$  est tracé dans la figure IV.9. Le flux d'énergie augmente à partir de zéro avec  $h$ , atteint un maximum lorsque  $h = 0.347 H$ , la même profondeur à Dont le courant à la vitesse maximale, puis diminue à zéro, comme prévu, pour le courant de conservation de l'énergie  $h = \frac{1}{2} H$ . Au cours de cette gamme de  $\frac{h}{H}$ ,  $\Delta \hat{E} > 0$  ce qui implique que l'énergie entrant dans le volume de contrôle en amont à CD est supérieure à celle qui part à la section aval BE. Benjamin (1968) a interprété ce changement d'énergie comme une perte causée par un processus de dissipation, et a calculé une perte de charge équivalente. Pour le cas de  $h > \frac{1}{2} H$ , l'énergie quittant la section en aval est supérieure à qui entrent en amont. Ceci est clairement impossible à moins qu'il y ait une alternative l'approvisionnement énergétique dans le volume de contrôle [11].

Dans un environnement infiniment profond, la conservation de l'énergie solution  $\frac{h}{H} = 0$  est non triviale. Elle correspond à la limite  $H \rightarrow \infty$ , en gardant  $h$  fini, ce que la limite (IV-49) donne le nombre de Froude  $F_h$  sur la base de la profondeur actuelle comme  $\sqrt{2}$ . Le même résultat (IV-43) trouvé par Von Karman (1940). Il est intéressant de noter que, même lorsque la dissipation d'énergie est maximale, elle seule représente environ 10% du taux de perte d'énergie potentielle [11].

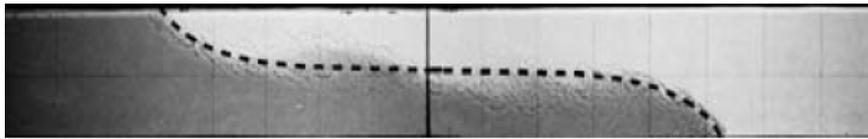
En effet, Benjamin (1968) a prédit la forme du courant pour la conservation de l'énergie Case (c'est une solution de flux potentielle similaire à l'onde de Stokes d'amplitude maximale, qu'il a calculé en utilisant une transformation conforme).

Un accord similaire pour une intrusion a été signalé par Lowe et al. (2002).

Malgré les preuves de ce genre, la détermination de la profondeur actuelle reste une question ouverte [11].



**Figure IV.10 :** Le flux d'énergie nette sans dimension  $\Delta\hat{E}$  complété contre le courant adimensionnel profondeur  $\frac{h}{H}$ .



**Figure IV.11 :** Une version complète de la profondeur-verrouillage avec la solution d'écoulement potentiel Benjamin (1968) (pointillé Courbe) pour la forme près de l'avant superposée sur les courants lourds et légers.

#### IV.6 La diffusion :

L'écoulement à densité de deux fluides miscibles horizontalement est décrit par un système couplé d'équations. Lorsque la différence de densité entre les fluides est petite par rapport à la densité des fluides, l'approximation de Boussinesq est valide et les équations d'après (Landman & Schotting 2007) sont :

$$\nabla \cdot u = 0 \quad (\text{IV-66})$$

$$u = \frac{-k}{\mu\phi} (\nabla P - \rho(c)g\hat{z}) \quad (\text{IV-67})$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \cdot \nabla c - D\nabla^2 c = 0 \quad (\text{IV-68})$$

L'équation (IV-66) exprime la conservation de la masse pour l'ensemble du mélange fluide, l'équation (IV-67) est la loi de Darcy et l'équation (IV-68) est l'équation de concentration.

$\rho$  : La densité est supposée être une fonction linéaire de la concentration :  $\rho = \rho_0 + \Delta\rho\left(\frac{c}{c_s}\right)$

Tel que :

$\Delta\rho$  : est la différence de densité maximale entre les fluides.

$c_s$  : est la concentration saturée ( $c_s = 1$  pour un système de deux fluides purs).

$u = (u, v)$  : est la vitesse des pores.

$k$  : est la perméabilité.

$\mu$  : viscosité dynamique.

$\emptyset$  : La porosité.

$P$  : La pression.

$g$  : l'accélération gravitationnelle.

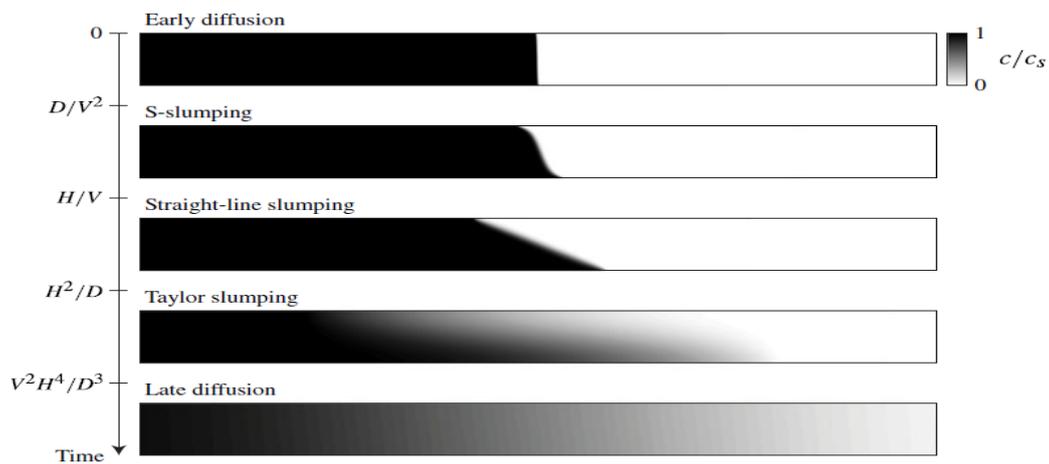
$D$  : le coefficient de la diffusion.

Pour simplifier, ils ont supposé que la dispersion hydrodynamique est négligeable. Les conditions initiales, la vitesse est nulle par tout, le fluide plus dense est confiné à la moitié gauche du domaine:

$$u(x, z, t = 0), \quad c(x, z, t = 0) = \begin{cases} c_s & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases} \quad (\text{IV-69})$$

$$v(z = 0, H) = u(x \rightarrow \pm\infty) = \frac{\partial c}{\partial z} \Big|_{z=0, H} = \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x \rightarrow \pm\infty} = 0 \quad (\text{IV-70})$$

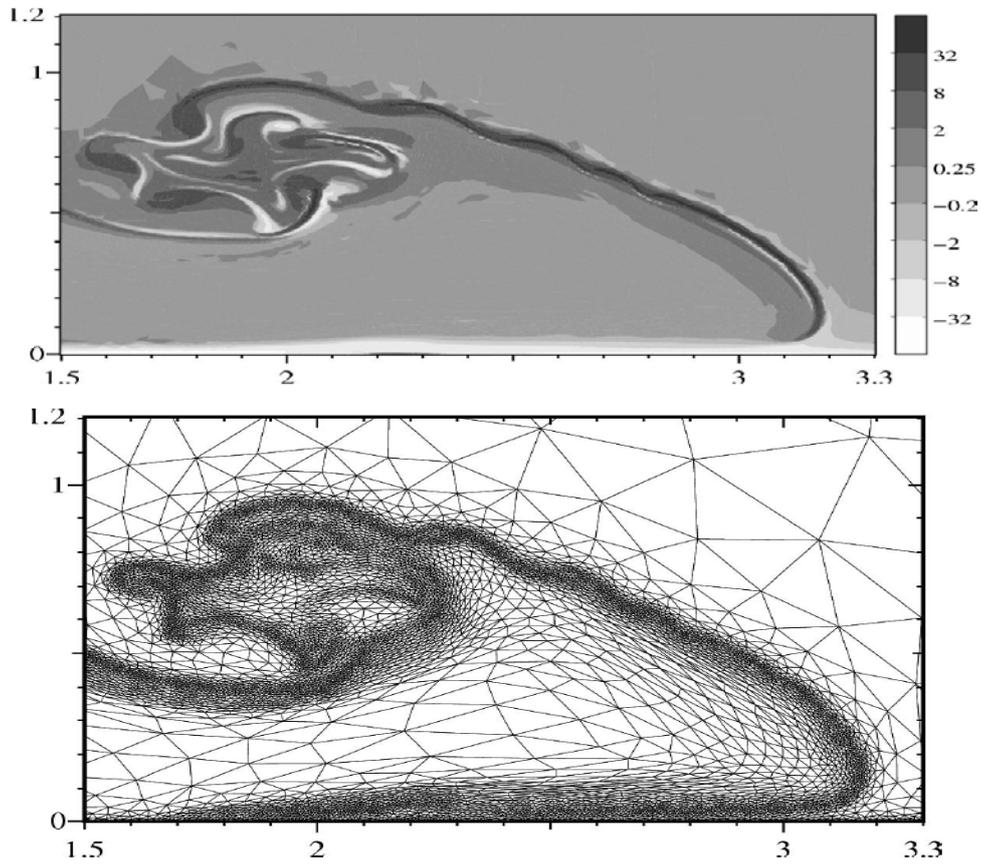
Il n'y a qu'un seul paramètre de gouvernance, le nombre de Rayleigh,  $R_a = \frac{\Delta\rho g k}{\mu\emptyset D}$ , qui compare la force de l'advection à la diffusion.



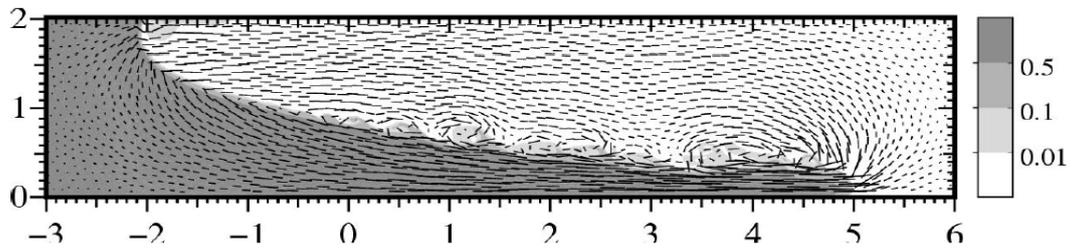
**Figure IV.12 :** Le flux évolue à travers les cinq régimes auto-similaires présentés ici par simulation résultats.

L'échelle de gris représente la concentration du fluide plus dense,  $c$ , normalisé à La concentration saturée,  $c_s$ . Les échelons des temps de transition entre les régimes sont montrés en termes d'épaisseur de couche,  $H$ , le coefficient de diffusion,  $D$  et la caractéristique Vitesse,

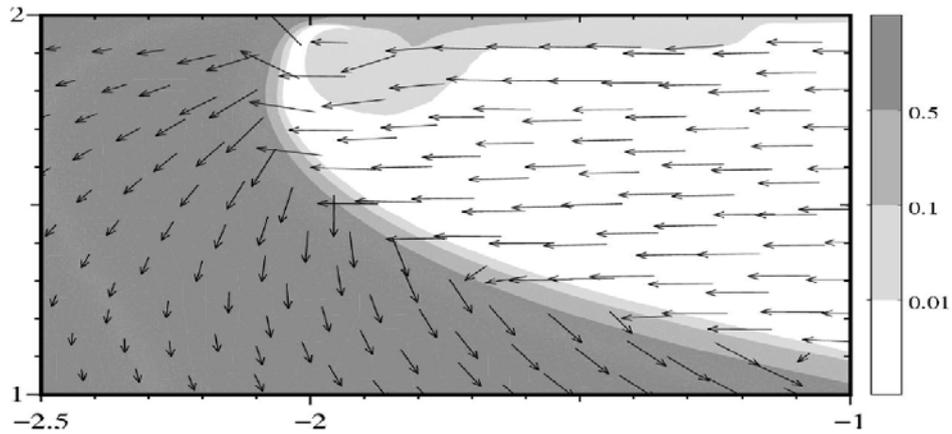
$V = \frac{\Delta\rho gk}{\mu\phi}$  lorsque  $\frac{HV}{D} \leq 1$ , les premiers et derniers temps de transition deviennent égaux, La durée des régimes intermédiaires devient nulle, et la diffusion latérale devient le mécanisme de transfert de masse dominant pour tous les temps.



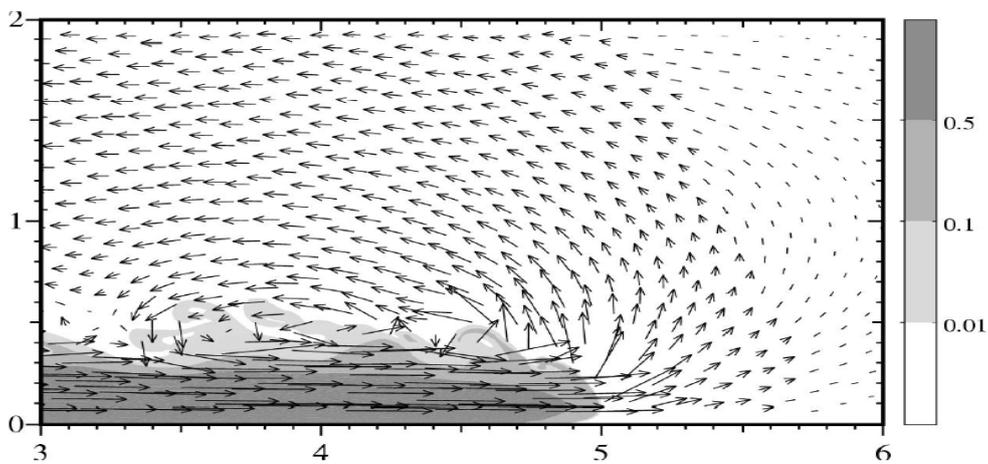
**Figure IV.13 :** Zoom local montrant la vorticité non dimensionnelle autour d'un front lors du mélange de deux fluides [14].



**Figure IV.14 :** Vitesses dans l'écoulement d'échange.



**Figure IV.15 :** Détail de la figure IV.13 autour du front léger.



**Figure IV.16 :** Détail de la figure IV.13 autour du front dense.

#### IV.7 Conclusion :

Les vitesses et les profondeurs des courants gravités sont généralement décrites par la théorie de conservation d'énergie. Cette théorie décrit des flux.

La description de la vitesse du courant de gravité est capturée par un paramètre sans dimension unique, qui est le nombre de Froude.

Les courants génèrent des ondes de gravité interne, selon la vitesse du courant, ces ondes peuvent voyager en amont et en aval et peuvent transporter de l'énergie et de mouvement.

conclusion générale

### Conclusion générale :

L'objectif préalablement défini dans ce travail consiste à étudier l'écoulement d'un courant gravitaire miscible.

Les lois de la mécanique des fluides ne sont pas universelles. Elles sont applicables uniquement pour une classe de fluides donnée [3].

Les courants gravitaires sont généralement des déplacements le long d'une surface horizontale ou inclinée, ils sont sous la forme d'une structure allongée (que nous appellerons le corps) coulant le long d'une surface, et terminée par une tête. A faible nombre de Reynolds, l'épaisseur du courant varie avec la distance horizontale et la tête de courant n'est presque pas remarquable, par contre lorsque le nombre de Reynolds augmente, le courant devient de plus en plus horizontal et la tête grandit.

Pour les grands nombres de Reynolds le cisaillement devient plus important et d'intenses rouleaux de Kelvin-Helmholtz apparaissent le long du corps et derrière la tête pour participer au mélange (les coulées de laves, fluides non miscible).

Dans les fluides miscibles quand le courant continu décélère, le nombre de Reynolds diminue et vis-versa.

Le courant dérive son énergie cinétique de l'énergie potentielle gravitationnelle stockée dans la distribution de densité d'origine. Yih (1965) a calculé cet échange pour un courant type Boussinesq, lorsque  $\rho_1 \sim \rho_2$ , il a trouvé  $F_H = \frac{1}{2}$ . Von Kàrmàn aussi à trouver que  $F_H = \sqrt{2} \approx \frac{1}{2}$  (il a utilisé l'équation de Bernoulli). Benjamin (1968) en appliquant l'équation de la conservation de l'énergie dans le volume de contrôle a aussi trouvé que  $F_H = \frac{1}{2}$ .

Les courants de gravité qui occupent moins de la moitié de la profondeur du canal ne conservent pas l'énergie [11].

Enfin, ce mémoire ne représente qu'une introduction à l'étude des courants gravitaires et particulièrement ceux miscibles. Celle-ci doit être poursuivie par des simulations sur des cas concrets en établissant un programme informatique adéquat. Des essais sur modèle réduit à concevoir sont aussi importants pour caler le modèle.

**Référence bibliographique :**

- [1] Riadh Ben Hamouda, Notion de la mécanique des fluides cours et exercices corrigés, Centre de publication Universitaire, Tunis 2008.
- [2] Christophe Ancey Notes de cours Mécanique des fluides une introduction à l'hydraulique pour les ingénieurs civils, Laboratoire Hydraulique Environnementale (LHE), Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne CH-1015 Lausanne, version 12,2 de 2 juin 2016.
- [3] Chantal Meuris, Mécanique des fluides, Licence de physique et application, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex.
- [4] Amar Lyes, mémoire de magistère en hydraulique urbaine et ouvrages modélisation et simulation numérique des écoulements transitoire en charge par la méthode des volumes finis, Université de Bejaïa, le 19 /06/2013.
- [5] Dr. Rajaa Akoury, Mécanique des fluides, semestre V civil-ULFGII, 2013-2014.
- [6] Yannick Hallez, Mélange gravitationnel de fluides en géométrie confinée, Thèse de Doctorat en dynamique des fluides, N° d'ordre : 2566, 10 décembre 2007.
- [7] Germaia Giuliano Alejandro et autres, Fluides non miscibles en tube incliné | Projets numériques Etude des écoulements diphasiques sous OpenFoam.
- [8] Djivedé Elvire Tognisso, Ecoulements de fluides complexes en milieu poreux Utilisation de Micelles Géantes pour la Récupération Améliorée du Pétrole, Thèse de Doctorat en Mécanique et Énergie, N° d'ordre : 4347, 09 Novembre 2011.
- [9] Aurélien Duboin, Ecoulements de fluides complexes en présence d'interfaces dans des systèmes microfluidiques, pour obtenir le grade de Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie, Spécialité Génie des Procédés et Technologies Avancées (ED 390), 24 mai 2013.
- [10] Vincent Blanchard, Etude d'une couche de polymère adsorbé sur des écoulements diphasiques (gaz/eau) dans des milieux poreux, 08 juin 2008.
- [11] J.O.Shin ,S.B.Dalziel and P.F.Linden, Gravity currents produced by lock exchange, J. Fluid Mech. (2004), vol. 521, pp. 1–34.
- [12] Paul Linden, Gravity Currents–Theory and Laboratory Experiments, Chap 01, Page 13, 10/10/2010.

- [13] Jemil Znaien, Etude locale du mélange induit par gravité de deux fluides dans la géométrie confinée d'un tube inclinée, Thèse de Doctorat, 2 octobre 2009.
- [14] Jocelu Etienne, Simulation numérique d'écoulements gravitaires à fortes différences de densité Application aux avalanches, Thèse de Doctorat.
- [15] J. Fluid Mech, The evolution of miscible gravity currents in horizontal porous layers, vol. 719, pp. 82-96, 2003.