

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
UNIVERSITE MOULOUE MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Spécialité : AUTOMATIQUE

Option : Commande des systèmes

Présenté par :

BEKRI Dalila

BOUCHERRAB Katia

Thème :

**Commande combinée : Logique Floue et la commande
LQR appliquée au canal longitudinal d'un drone.**

Encadreur :

M.A. Touat

MCB,UMMTO

Examineurs :

M.Amar HAMACHE

MCA,UMMTO

Président du jury :

M.ALIBEY

MCB,UMMTO

Nous tenons tout d'abord à exprimer notre profonde gratitude à Monsieur TOUAT, l'encadreur de notre travail pour nous avoir aidés à mener à bien ce travail et qui nous a témoigné son soutien et sa confiance. On le remercie également pour ses discussions profitables, ses encouragements, ses conseils judicieux, ses suggestions et la disponibilité constante dont il a fait toujours preuve.

Nous adressons nos sincères remerciements aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait d'avoir accepté de juger le présent travail. Ainsi que tous nos enseignants qui nous ont suivis le long de notre cursus universitaire.

Nous tenons aussi à remercier nos familles, pour leur confiance et leur soutien inconditionnel tout au long de nos études, sans le quel on aurait jamais pu réussir.

Nous remercions également nos amis pour leurs sincère amitié, encouragements et qui nous ont apporté leur support moral et intellectuel tout au long de ce travail.

A tous ces intervenants, nous leurs présentons nos remerciements, notre respect et gratitude en espérant que notre production sera à la hauteur de leur investissement et leurs attentes.

BOUCHERRAB et BEKRI

Dédicaces :

Je dédicace ce mémoire

A mes chers parents ma mère et mon père

*Pour leur patience, leur amour, leur soutien et leurs
encouragements.*

A mes frères et ma sœur.

A mon mari et ma belle famille.

A ma très chère amie et binôme BOUCHERRAB Katia.


A mes ami(e)s et mes camarades.

Sans oublier tout les enseignants de l'enseignement supérieur.

BEKRI Dalila



Dédicaces :



Je dédicace ce travail en premier lieu à mes parents pour leurs soutiens leur confiance leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse et leur soutien tout au long de mes études

A mes chères sœurs Ouiza, Lydia, Samira et à mon frère Younes pour leurs encouragements permanents, leur appui, et leur soutien moral.

A ma très chère amie et binôme BEKRI Dalila.

A mes ami(e)s et mes camarades.

Et pour à finir mes enseignants qui m'ont permis d'avoir une formation de qualité.

Merci d'être toujours là pour moi.

BOUCHERRAB Katia

Table des matières :

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 : Régulateurs flous	
1- Introduction.....	3
2- La logique Floue	4
3- Définition d'un régulateur flou	4
4- Les différentes parties d'un régulateur flou	4
4-1- Définition de chaque phases de traitement dans un régulateur flou	6
4-1-1- Phase de traitement 1	6
a- Normalisation	6
b- Fuzzification	6
4-1-2- Phase de transformation 2	6
a- Traitement des prémisses composées	6
b- Inférence	6
c- Agrégation des règles	7
4-1-3- Phase de transformation 3.....	7
a- Déffuzification	7
b- Dénormalisation.....	7
5- Types des régulateurs flous.....	8
5-1- Régulateurs flous de Mamdani	8
5-2- Régulateurs flous de Takagi-Sugeno	11
6- Avantages des régulateurs flous.....	12
7- Limites des régulateurs flous	12
8- Exemple	13
9- Conclusion	19

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

1- Introduction	20
2- Commande optimale	21
2-1- Principe d'optimalité de Bellman	21
2-2- Equation d'Euler-Lagrange	22
2-3- Commande Bang-Bang.....	23
2-4- Commande linéaire quadratique	23
2-4-1- Position du problème.....	23
2-4-2- Principe du minimum de Pontriaguine.....	24
2-5- Commande LQ à horizon infini.....	26
2-5-1- Equation algébrique de Riccati.....	27

2-5-2- Résolution de l'équation de Riccati.....	28
3- Exemple.....	33
4- Les avantages de la commande LQR	35
5- Conclusion.....	36

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

1- Introduction	37
2- Définition d'un drone	38
3- Caractéristiques du système	39
3-1- Schéma bloc du système contrôlé	40
3-2- Modèle sur SIMULINK	41
3-3- Représentation de la structure interne du système	42
4- Régulateur flou et régulateur LQ	43
4-1- Régulateur flou utilisé	43
4-2- Surface non linéaire du contrôleur flou	44
4-3- Régulateur LQ utilisé	45
4-4- structure interne du régulateur LQR sous SIMULINK	45
5- Simulation et interprétation des résultats	46
6- Conclusion.....	55
Conclusion générale	57
Référence bibliographique	58

Introduction générale

Introduction générale :

De nos jours, le développement d'un véhicule aérien sans pilote à haute performance (UAV) est un besoin croissant afin d'effectuer différentes missions civiles aussi bien que militaires ; le modèle dynamique de ce véhicule contient des incertitudes car il n'est pas bien connu, d'où la conception d'une loi de contrôle, qui pourrait gérer les exigences de vol assignées, au cours de cette conception, différents objectifs contradictoires devraient être pris en compte. Un problème majeur auquel se heurte le concepteur du système de commande d'un vol est l'indisponibilité d'un modèle exact, non seulement du véhicule lui-même; mais aussi l'environnement dans lequel il doit fonctionner, ces incertitudes doivent être prises en compte lors de la conception d'une loi de commande. Pour surmonter cette difficulté, certaines techniques ont été utilisées dans le domaine, l'une des plus utilisées est la commande par gains planifiés, où une loi de commande est conçue à chaque condition de fonctionnement.

Les années récentes ont connu une augmentation notable de l'application de la commande robuste, de nombreux systèmes d'aviation, y compris les drones, les missiles et les véhicules spatiaux. Un projet important a été réalisé par GARTEUR ACTION GROUP(AG08)[1], où un défi de conception de contrôle de vol robuste a été effectué afin de démontrer comment le control robuste peut être appliqué à des problèmes réalistes ; comme mentionné précédemment, pour concevoir une loi de commande pour un véhicule aérien sans pilote, plusieurs objectifs contradictoires devraient être satisfaits.

Une autre perspective importante dans la conception de contrôle d'un vol est l'application de logique floue. Ceci est essentiel, en particulier dans le domaine du véhicule aérien sans pilote, où il est difficile de calculer le modèle mathématique exact.

Ce mémoire s'articule autour de trois chapitres qui se résument comme suit :

Le premier chapitre sera consacré à la présentation du contrôleur flou, nous commencerons par énoncer une définition de la logique floue ainsi que les différentes parties de sa commande (fuzzification, inférence et defuzzification). Ensuite, nous présenterons deux différents types de régulateurs flous tout en se focalisant sur les régulateurs flous de Mamdani. Puis, nous décrirons le principe de fonctionnement d'un contrôleur flou dans un simple exemple illustratif.

Dans le deuxième chapitre, nous allons présenter quelques généralités sur la commande optimale. Ainsi, nous détaillerons plus précisément les différents éléments de la commande linéaire quadratique LQR qui est basée sur deux critères, notre focalisation sera sur le critère à horizon infini.

Dans le troisième chapitre, nous finaliserons notre travail par une application d'une commande combinée entre les deux régulateurs cités dans les deux chapitres précédents sur un canal longitudinal d'un drone, puis nous procéderons

Introduction générale

à une simulation et l'interprétation des résultats, afin de prouver que cette combinaison est adapter au maintien des mêmes performances entre les consignes et les sorties.

CHAPITRE 1 :

Régulateurs

Flous

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

1- Introduction :

Depuis quelques années déjà, on trouve sur le marché des appareils de grande consommation (appareils de photos, vidéo, ...) qui sont présentés comme faisant intervenir un réglage par logique floue. Au-delà de l'argument publicitaire évident, il est intéressant de comprendre ce nouveau concept de réglage et de l'appliquer à certains types de problèmes de commande [2]. De nos jours, la régulation floue constitue une branche majeure de la technique de régulation. Les procédures conventionnelles ne sont pas remplacées, mais elles sont essentiellement complétées en fonction du domaine d'application.

Jusqu'à présent, le régulateur flou a obtenu les plus grands succès au niveau des applications industrielles et commerciales. Le principe du réglage par logique floue part du constat suivant : dans les problèmes de régulation auxquels il est confronté, l'homme ne suit pas, à l'image de ses inventions, un modèle mathématique précis fait de valeurs numériques et d'équations. Au contraire, il utilise des termes tel que « un peu, beaucoup, plus, à fond, etc... », ainsi que les propres connaissances qu'il a dans le domaine. Ces connaissances sont, le plus souvent, acquises de façon empirique ; le réglage par logique floue s'approche de la démarche humaine dans le sens où les variables traitées ne sont pas des variables logiques (au sens de la logique binaire par exemple) mais des variables linguistiques sont traitées à l'aide de règles qui font référence à une certaine connaissance du comportement du système à régler.

À l'instar d'un régulateur traditionnel, un régulateur flou convertit des grandeurs d'entrée en grandeurs de sortie qui agissent ensuite sur le processus ou le système réglé. Plusieurs grandeurs d'entrée et de sortie sont reliées les unes aux autres de sorte que des systèmes complexes peuvent être régulés facilement. Les valeurs d'entrée et de sortie sont des valeurs nettes sous forme de signaux. Les imprécisions typiques des méthodes floues jouent un rôle uniquement à l'intérieur du régulateur.

Que-ce que la logique floue ? Que-ce qu'un régulateur flou ? Et comment est-il structuré ?

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

2- La logique floue :

Le terme d'ensemble flou apparaît pour la première fois en 1965 lorsque le professeur Lotfi A. Zadeh, de l'université de Berkeley aux USA, publie un article intitulé « Ensembles flous » (Fuzzy sets). Il a réalisé depuis de nombreuses avancées théoriques majeures dans le domaine et a été rapidement accompagné par de nombreux chercheurs développant des travaux théoriques.

La logique floue est une extension de la logique classique qui permet la modélisation des imperfections des données et se rapproche dans une certaine mesure de la flexibilité du raisonnement humain. Elle suscite actuellement un intérêt général de la part des chercheurs, des ingénieurs et des industriels, mais plus généralement de la part de tous ceux qui éprouvent le besoin de formaliser des méthodes empiriques, de généraliser des modes de raisonnement naturels, d'automatiser la prise de décision dans leur domaine, de construire des systèmes artificiels effectuant les tâches habituellement prises en charge par les humains [3].

3- Définition du régulateur flou :

Le contrôle flou tire son nom des applications de contrôle ou de commande en automatique, mais maintenant ce cadre déborde par ses multiples applications, partout où une modélisation mathématique est difficile. Le principe de cet algorithme de contrôle est très simple, il consiste à réaliser une «interpolation» entre un petit nombre de situations connues données par un expert sous la forme de règles floues du genre «si x est petit et y est modéré, alors z doit être très grand».

La mise au point des prédicats évoqués par ces règles se fait généralement de façon empirique, mais de plus en plus, différentes méthodes d'apprentissage ont été appliquées dans le but d'avoir des systèmes de contrôle auto-adaptatif. Trois phases de traitement ont lieu dans un régulateur flou (figure (1.1)) : **Fuzzification**, **Inférence** et **Défuzzification**.



Figure (1.1) : Phases de traitement dans un régulateur flou.

4- Les différentes parties d'un régulateur flou :

Un contrôleur flou est un système à base de connaissances particulières, utilisant un raisonnement en profondeur limité, dans une procédure de chaînage avant règles (activation des règles par les prémisses).

Les variables caractéristiques du système à commander et les consignes définissent les variables d'entrée du contrôleur flou, elles sont en général, les grandeurs de sortie du

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

processus et, le cas échéant, d'autres mesures déterminantes pour saisir l'évolution dynamique du processus.

La base de connaissances est composée d'une base de données et d'une base de règles.

La base de données regroupe :

- Les ensembles flous associés aux variables d'entrée et de sortie du contrôleur flou,
- Les facteurs d'échelle (gains) en entrée (normalisation) et en sortie (dénormalisation).

On peut distinguer plusieurs étapes dans le traitement des règles. Un schéma représentatif peut être le suivant :

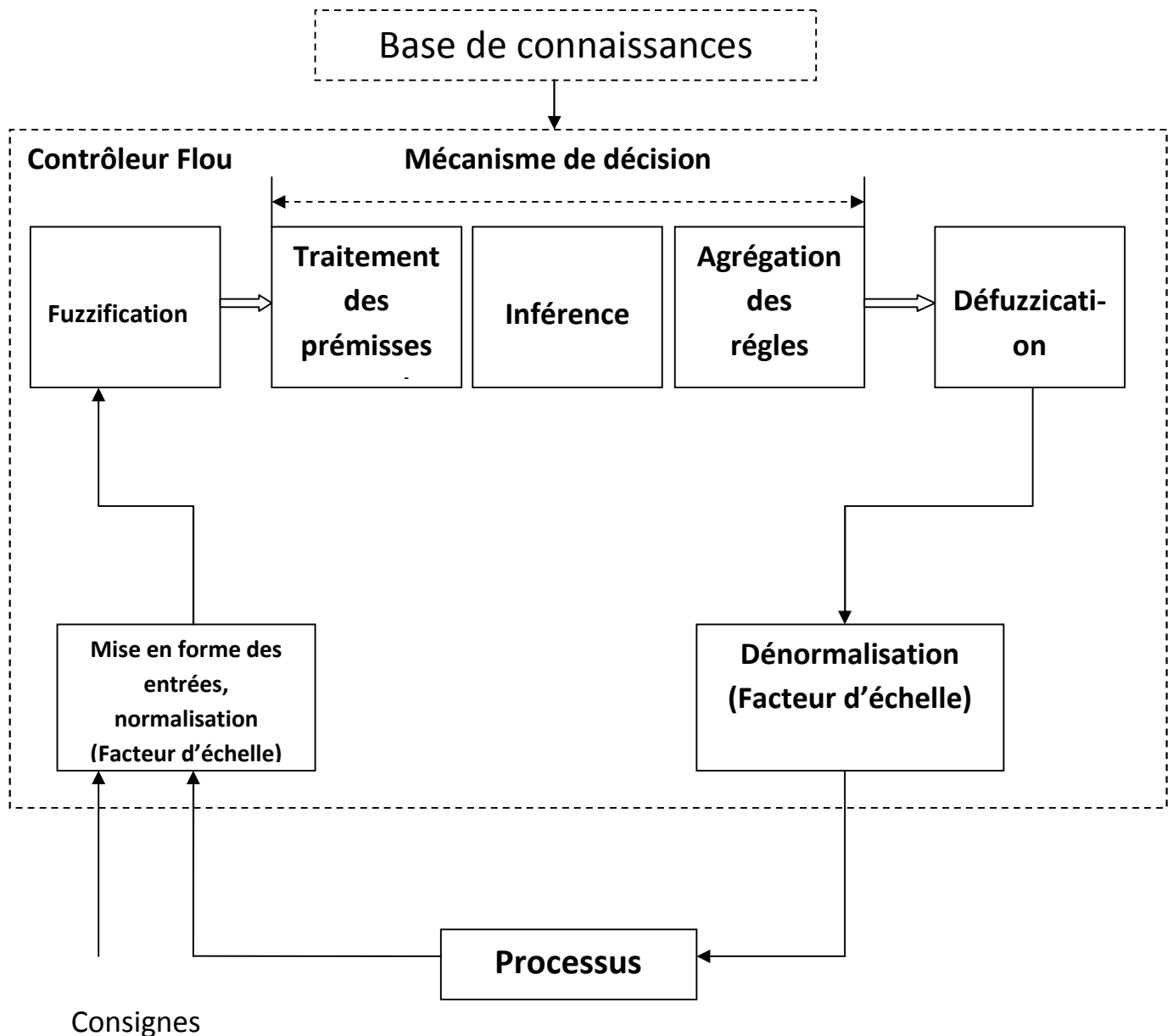


Figure (1.2) : Structure de base d'un contrôleur flou.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

4-1- Définition de chaque phase de traitement dans un régulateur flou :

4-1-1- Phase de traitement 1 :

a- Normalisation :

Cette première étape permet le traitement des variables d'entrée du contrôleur flou, par exemple, calcul de l'erreur et des variations d'erreurs. L'utilisation de domaines normalisés (univers de discours compris entre -1 et 1) nécessite une transformation d'échelle transformant les grandeurs physiques des entrées en des valeurs normalisées appartenant à l'intervalle [-1,1].

b- Fuzzification :

C'est l'opération de *projection* des variables physiques réelles sur des ensembles flous caractérisant les valeurs linguistiques prises par ces variables.

Le choix de la forme des fonctions d'appartenance (triangulaires, trapézoïdales, exponentielles, gaussiennes,...) est arbitraire, pour pouvoir réaliser cette étape, il est nécessaire de définir le nombre, la forme et la répartition des ensembles flous sur les différents univers de discours. Les formes triangulaires facilitent la programmation ce qui explique qu'elles soient le plus fréquemment utilisées. Quant au nombre de fonctions d'appartenance, il est généralement impair car elles se répartissent autour de zéro [4].

4-1-2- Phase de transformation 2 :

a- Traitement des prémisses composées :

En général, les prémisses des règles vont comporter plusieurs clauses liées par des connecteurs « ET », « OU » et « NON ». Dans la pratique, pour les opérations de conjonction et de disjonction, on a souvent recours, parmi les normes et conormes triangulaires, aux opérateurs *min* et *max*. Quant à la négation A^c d'un ensemble flou A , elle est caractérisée par :

$$\mu_{A^c}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (1.1)$$

b- Inférence :

Cette phase permet de relier les ensembles flous et de les comparer avec les différentes règles, le résultat de l'inférence est un ensemble flou de sortie, à savoir un ensemble flou pour la grandeur réglante, c'est le mécanisme qui applique les opérations d'inférence à partir des règles, le moteur d'inférence est le véritable cerveau du contrôleur flou, l'opération consiste à admettre une proposition en vertu de sa liaison avec d'autres propositions tenues pour vraies à partir de la base des règles fournie par l'expert et des sous-ensembles flous.[5]

Elle repose sur l'utilisation d'un opérateur d'implication permettant d'évaluer le degré de vérité d'une règle R de la forme « **Si** (X est A) **Alors** (Y est B) ».

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

En d'autres termes, cet opérateur quantifie la force de la liaison entre la prémisse et la conclusion de la règle.

Les opérateurs les plus courants en commande sont de type conjonctif :

- L'implication de Mamdani (1974) :

$$\mu_R(x,y)=\min (\mu_A(x),\mu_B(y)) \quad (1.2)$$

c- Agrégation des règles :

Selon le type de l'implication, classique ou conjonctive, l'opérateur utilisé pour agréger les règles est de type conjonctif ou disjonctif. Ainsi, en commande, l'implication étant généralement de type conjonctif, cela revient à considérer que les règles sont liées par un opérateur OU [6]. En pratique, on utilise l'opérateur *max* :

$$\mu_B(y)=\max_i (\mu_{B_i}(y)) ; i =1, \dots, N \quad (1.3)$$

4-1-3- Phase de transformation 3 :

a- Défuzzification :

A la fin de l'inférence, l'ensemble flou de sortie est déterminé, mais il n'est pas directement utilisable pour donner une information précise à l'opérateur ou commander un actionneur. Il est nécessaire de passer du « monde flou » au « monde réel ».

La défuzzification consiste à transformer l'ensemble flou résultant de l'agrégation des règles en une grandeur de commande précise. Là aussi il existe plusieurs méthodes [7], parmi lesquelles :

- La méthode de la hauteur,
- Le premier des maximas,
- La moyenne des maximas,
- Le centre de gravité,
- Le centre de la plus grande surface,
- Le centre des maximas.

Les méthodes de défuzzification les plus utilisées en commande floue sont le centre de gravité, le centre des aires et le centre des maximas.

b-Dénormalisation :

Cette dernière étape transforme les valeurs normalisées des variables de commande en des valeurs appartenant à leur domaine physique respectif.

5- Types de régulateurs flous :

Parmi les différents types de régulateurs flous, nous allons nous intéresser à ceux de Mamdani et Sugeno.

Bien qu'ils soient équivalents sous certaines conditions, ils sont dans un premier temps clairement dissociés et traités indépendamment les uns des autres, ce choix est avant tout lié au fait que ces deux types de systèmes sont généralement exploités dans des contextes différents. En effet, les systèmes de Sugeno sont souvent associés à une recherche de performance numérique alors que ceux de Mamdani sont orientés vers une possible prise en compte de connaissances expertes. Dans les deux cas, la recherche d'équivalence avec une loi cible peut donc être vue comme une phase d'initialisation du système flou qui devra ensuite être affiné.[8]

Dans ce qui suit, la présentation des deux types de systèmes flous est réduite à celle des mécanismes de calcul associés, l'objectif visé dans un premier temps étant simplement la réalisation d'un transfert entrées/sortie numérique connu, nul besoin est d'étudier en détails le fonctionnement interne des contrôleurs flous considérés. Enfin, pour alléger les notations, la présentation est restreinte à des systèmes à deux entrées, x et y , et une sortie z .

5-1- Régulateurs flous de type Mamdani :

Un système flou de Mamdani est basé sur une collection de règles, supposons que la base de connaissances est constituée de n règles d'inférence contenant chacune m prémisses et une conclusion. Le fait est également constitué de m propositions floues [8].

Règle 1 : Si (X_1 est A_{11}) et ... et (X_m est A_{1m}) ; **alors** (Y est B_1)

Règle 2 : Si (X_1 est A_{21}) et ... et (X_m est A_{2m}) ; **alors** (Y est B_2)

.

.

.

Règle n : Si (X_1 est A_{n1}) et ... et (X_m est A_{nm}) ; **alors** (Y est B_m)

Fait : (X_1 est A_1) et ... et (X_m est A_m) ; **Conclusion** : (y est B) (1.4)

dans lequel X_1, \dots, X_m sont des éléments des universs de discours X_1, \dots, X_m et A_{ji} ; avec ($j = 1, \dots, m$), A_i sont des quantités floues sur l'univers du discours X_i , et B_j , avec ($j = 1, \dots, m$), B sont également des quantités floues sur l'univers du discours Y .

Afin de définir une seule prémisse pour une règle i , les propositions « X_j est A_{ij} », ($j = 1, \dots, m$), sont combinées par l'opérateur minimum. La fonction d'appartenance de cette prémisse unique est donc donnée par :

$$\mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) = \mu_{A_{i1}}(x_1) \wedge \dots \wedge \mu_{A_{im}}(x_m) = \bigwedge_{j=1}^m \mu_{A_{ij}}(x_j) \quad (1.5)$$

En ce qui concerne le fait, les propositions « X_1 est A_i » sont aussi combinées par l'opérateur minimum, ce qui permet de déduire la fonction d'appartenance :

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

$$\mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) = \bigwedge_{j=1}^m \mu_{A'_j}(x_j) \quad (1.6)$$

D'après Mamdani, l'implication $A \Rightarrow B$ est également construite par un opérateur de minimum, selon :

$$(A \Rightarrow B) = (A \wedge B)$$

On peut ainsi déterminer simplement la fonction d'appartenance de la règle R_i :

$$\mu_{R_i}(x_1, \dots, x_m, y) = \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y) \quad (1.7)$$

Les différentes règles sont ensuite combinées par un opérateur de maximum. La fonction d'appartenance de l'équivalence de toutes les règles est alors donnée par :

$$\begin{aligned} \mu_{R_i}(x_1, \dots, x_m, y) &= \mu_{R_1}(x_1, \dots, x_m, y) \vee \dots \vee \mu_{R_n}(x_1, \dots, x_m, y) \\ &= \bigvee_{i=1}^n \mu_{R_i}(x_1, \dots, x_m, y) \\ &= \bigvee_{i=1}^n \{ \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y) \} \end{aligned}$$

utilisant la règle de combinaison des relations floues, on peut obtenir l'expression de la fonction d'appartenance de B , selon :

$$\begin{aligned} \mu_{B'}(y) &= \bigvee_{x_1, \dots, x_m} \{ \mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_i}(x_1, \dots, x_m, y) \} \\ &= \bigvee_{x_1, \dots, x_m} \{ \mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge [\bigvee_{i=1}^n \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y)] \} \\ &= \bigvee_{x_1, \dots, x_m} \{ \bigvee_{i=1}^n [\mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y)] \} \quad (1.8) \\ &= \bigvee_{x_1, \dots, x_m} \{ \bigvee_{i=1}^n [(\mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m)) \wedge \mu_{B_i}(y)] \} \\ &= \bigvee_{i=1}^n \{ [\bigvee_{x_1, \dots, x_m} (\mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m))] \wedge \mu_{B_i}(y) \} \end{aligned}$$

où $\bigvee_{x_1, \dots, x_m}$ est l'opérateur *sup* qui consiste à rechercher la valeur maximale de tous les x_1, \dots, x_m . En notant :

$$a_i(x_1, \dots, x_m) = \bigvee_{x_1, \dots, x_m} \{ \mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) \} \quad (1.9)$$

On obtient finalement l'expression suivante pour la fonction d'appartenance de B , qui définit l'inférence selon Mamdani :

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

$$\mu_{B'}(y) = \bigvee_{i=1}^n \{a_i(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y)\} \quad (1.10)$$

On constate que $a_i(x_1, \dots, x_m)$ est l'intersection entre le fait A et la prémisse A_i de la règle numéro i . Cette expression est donc donnée par la hauteur de l'intersection de A et A_i :

$$a_i(x_1, \dots, x_m) = \mu_{R_{A'}}(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{R_{A_i}}(x_1, \dots, x_m) = H(R_{A'} \cap R_{A_i}) \quad (1.11)$$

$a_i(x_1, \dots, x_m)$ peut également être considéré comme le degré de compatibilité de A avec A_i . Si on se limite au cas de deux règles contenant deux prémisses ($m = n = 2$), l'inférence s'exprime par :

Règle 1: Si (X_1 est A_{11}) et (X_2 est A_{12}) ; alors (Y est B_1)

Règle 2: Si (X_1 est A_{21}) et (X_2 est A_{22}) ; alors (Y est B_2)

Fait : (X_1 est A'_1) et (X_2 est A'_2) ; **Conclusion :** (Y est B') (1.12)

La fonction d'appartenance du sous-ensemble flou B est alors donnée par La figure (1.3) ci-dessous montre un synoptique de ce processus d'inférence. Dans cet exemple, au niveau des conditions, les opérateurs logiques standard «et» et «ou» sont remplacés respectivement par les opérateurs de minimum et de maximum. La conclusion de chaque règle, introduite par «alors» est également calculée par l'opérateur minimum. C'est pourquoi on appelle également l'inférence de Mamdani inférence max-min.[10]

$$\mu_{B'}(y) = \bigvee_{i=1}^2 \{a_i(x_1, \dots, x_m) \wedge \mu_{B_i}(y)\} \quad (1.13)$$

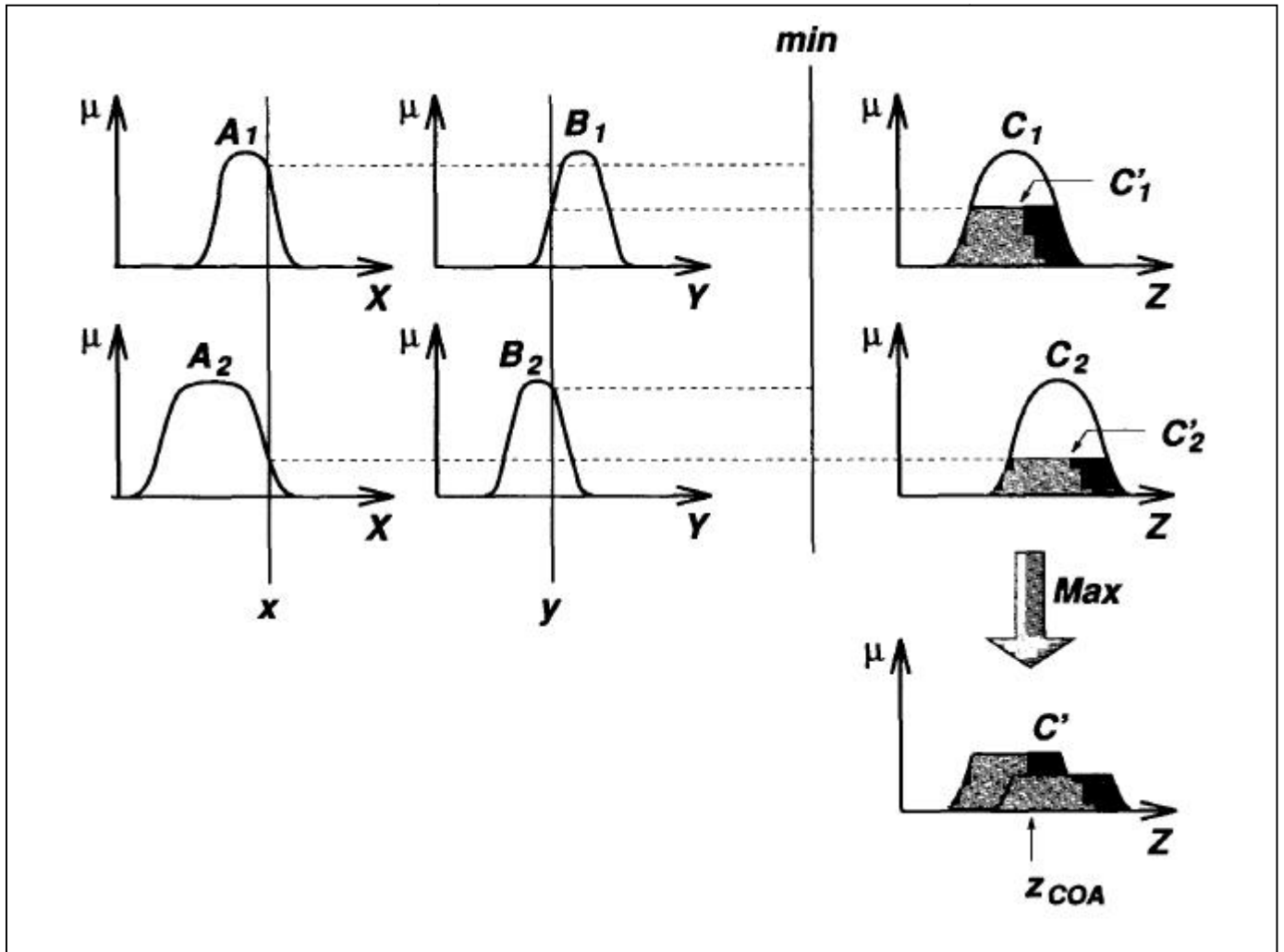


Figure (1.3) : Exemple d'inférence max-min (Mamdani).

5-2- Régulateurs flous de type Takagi-Sugeno (T-S) :

Les contrôleurs flous de Takagi–Sugeno sont, comme ceux de Mamdani, construits à partir d'une base de règles "Si ... Alors ...". Les prémisses sont toujours exprimées linguistiquement et donc similaires à celles utilisées dans un contrôleur flou de Mamdani alors que les conclusions sont de nature numérique.

Un système flou de type Takagi-Sugeno (T-S) utilise des règles écrites de la manière suivante:

$$R_{(i,j,k)} = \text{Si } x \text{ est } A_i \text{ ET } y \text{ est } B_j \text{ Alors } z = f_k(x) \quad (1.14)$$

$$\text{Fait : } (x \text{ est } A_i) \text{ et } (y \text{ est } B_j) ; \text{ Conclusion : } (z = f_k(x)) \quad (1.15)$$

Où $f_k(x)$ représente une fonction réelle quelconque.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

Les fonctions de sortie $f_k(x)$, peuvent être en principe des fonctions arbitraires des entrées, mais d'une manière générale elles sont choisies telles qu'elles soient une combinaison linéaire des entrées.

La particularité d'un modèle T-S est que la logique floue est seulement utilisée dans la partie prémisse des règles. La partie conclusion est décrite par des valeurs numériques.

Pour les valeurs d'entrée précises x_0 et y_0 , la sortie z est évaluée selon le mécanisme suivant :

$$z = \frac{\sum_{i,j,k} (w_{ij} f_k(x_0, y_0))}{\sum_{i,j,k} w_{i,j}} \quad ; \quad \text{avec } w_{i,j} = \mu_{A_i}(x_0) \cdot \mu_{B_j}(y_0) \quad (1.16)$$

Ce type de modèle est aussi très intéressant pour la représentation des systèmes non linéaires tels que les systèmes mécaniques ou chaotiques.

6- Avantages des régulateurs flous :

- Les régulations à variables multiples peuvent être effectuées rapidement, compréhensible et orientées vers les problèmes. Cela s'applique surtout lorsqu'il n'existe aucun modèle de système réglé ou lorsque le modèle de système réglé présente une structure non linéaire défavorable.
- Le comportement d'un système est décrit en termes linguistiques, et, dès lors, il est plus simple qu'une description mathématique.
- La base de règles et la définition de l'ensemble flou peuvent être étendues ou adaptées ultérieurement.

7- Limites des régulateurs flous :

- En technique de régulation traditionnelle, un modèle du système réglé est d'abord mis au point. Le régulateur est ensuite projeté sur la base de ce modèle. Par contre, le régulateur flou est directement projeté sur la base des expériences découlant des régulateurs existants ou des expériences individuelles. Dès lors, les erreurs dans la phase de création ne peuvent guère être corrigées ultérieurement.
- En raison de la complexité croissante du système, les dépenses pour la mise au point d'un régulateur flou augmente de façon disproportionnée.
- Il est difficile de trouver la méthode correcte pour la défuzzification. Le calcul de la valeur de sortie nette est soit :
 - complexe, lent et correct **ou** rapide, mais avec un mauvais résultat.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

8- Exemple :

Afin d'exemplifier chacune des définitions, nous allons concevoir au fil de cette introduction à la logique floue. Un système d'inférence flou concret dont l'objectif est de décider du pourboire à donner à la fin d'un repas au restaurant en fonction de la qualité du service ainsi que de la qualité de la nourriture.

Dans notre exemple du pourboire, il nous faudra redéfinir des fonctions d'appartenance pour chaque sous-ensemble flou de chacune de nos trois variables :

- Entrée 1 : qualité du service. Sous-ensembles : mauvais, bon et excellent.
- Entrée 2 : qualité de la nourriture. Sous-ensembles : exécration et délicieux.
- Sortie : montant du pourboire. Sous-ensembles : faible, moyen et élevé.

La forme de la fonction d'appartenance est choisie arbitrairement en suivant les conseils de l'expert ou en faisant des études statistiques : formes sigmoïde, tangente hyperbolique, exponentielle, gaussienne ou de toute autre nature sont utilisables.

Cette figure montre graphiquement la différence entre un ensemble classique et l'ensemble flou correspondant à une nourriture délicieuse

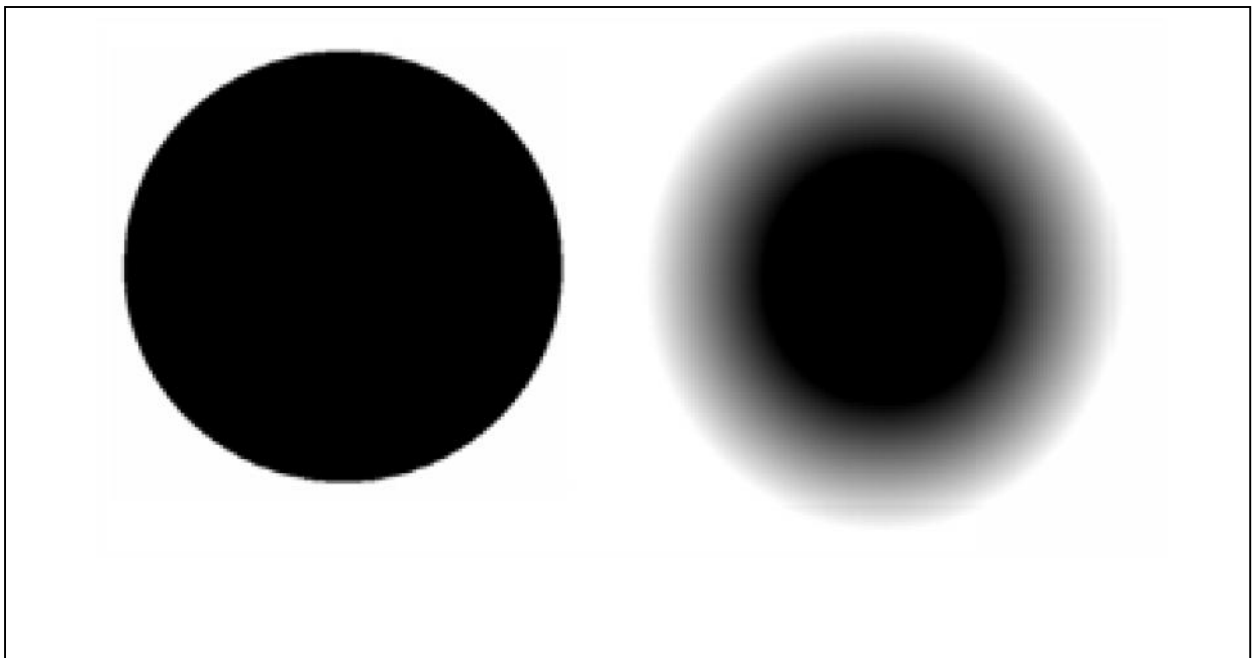


Figure (1.4) : Représentation graphique d'un ensemble classique et d'un ensemble flou.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

Si nous choisissons l'implication de Mamdani, voici ce que nous obtenons pour la règle floue 'Si (la qualité de la nourriture est délicieuse), alors (le pourboire sera élevé)' lorsque la qualité de la nourriture est notée 8,31 sur 10 :

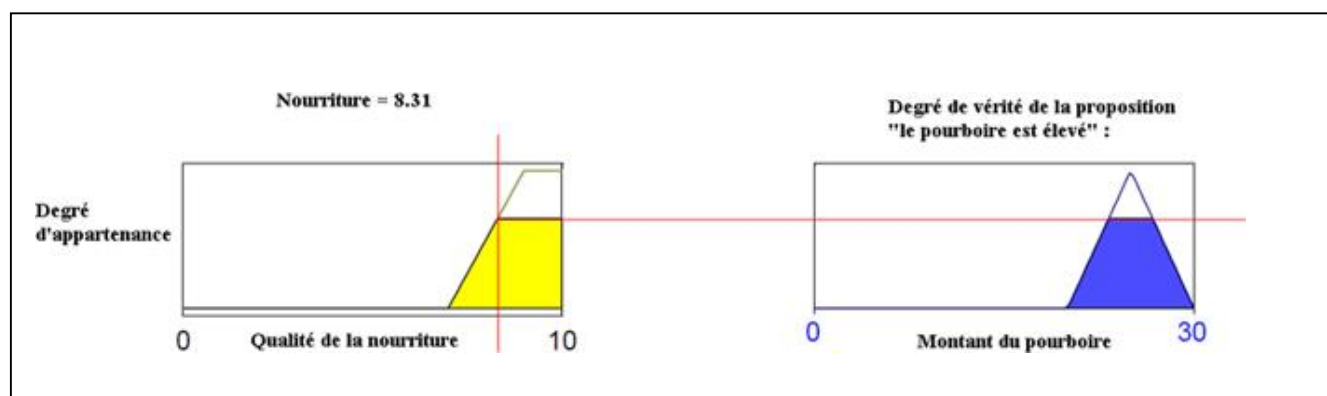


Figure (1-5) : Exemple d'implication floue.

Comme nous avons défini les opérateurs flous ET, OU et NON, la prémisse d'une règle floue peut très bien être formée d'une conjonction de propositions floues. L'ensemble des règles d'un système flou est appelé la **matrice des décisions**. Voici celui de notre exemple du pourboire :

Si le service est mauvais ou la nourriture est exécrable	alors le pourboire est faible.
Si le service est bon	alors le pourboire est moyen.
Si le service est excellent ou la nourriture est délicieuse	alors le pourboire est élevé.

Nous allons maintenant appliquer l'ensemble des 3 règles de notre matrice des décisions. Cependant, nous allons obtenir 3 ensembles flous pour le pourboire : nous les agrégerons par l'opérateur MAX qui est presque toujours utilisé pour l'agrégation. Cette figure montre cette agrégation :

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

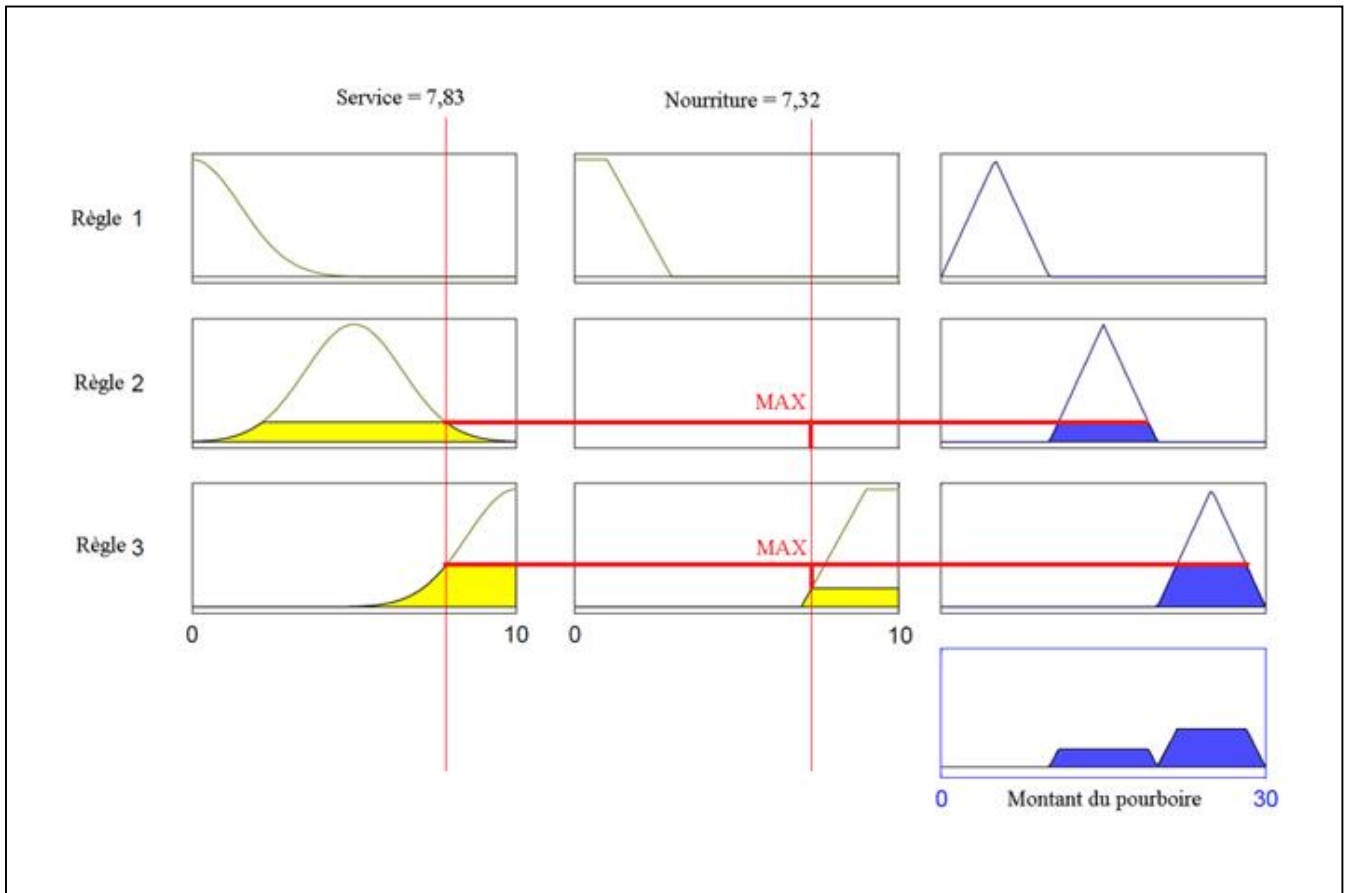


Figure (1.6) : Exemple d'implication floue en utilisant la matrice des décisions.

Comme nous le voyons, il ne nous reste plus qu'à prendre la décision finale, à savoir quel pourboire nous allons réellement donner sachant que la qualité du service est notée 7,83 sur 10 et la qualité de la nourriture 7,32 sur 10. Cette étape finale, qui permet de passer de l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions à une décision unique, (**la défuzzification**).

Comme pour tous les opérateurs flous, le concepteur du système flou doit choisir parmi plusieurs définitions possibles de défuzzification. Nous allons présenter brièvement les deux principales méthodes de défuzzification : la méthode moyenne des maxima (MM) et la méthode du centre de gravité (COG).

La défuzzification MM définit la sortie (décision du montant du pourboire) comme étant la moyenne des abscisses des maxima de l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

$$\text{Décision} = \frac{\int_s y \cdot \mu_y dy}{\int_s \mu_y dy} ; \quad \text{où : } S = \{y_m \in R, \mu_y = \text{SUP}_{y \in R} \mu_y\}$$

Et : R est l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

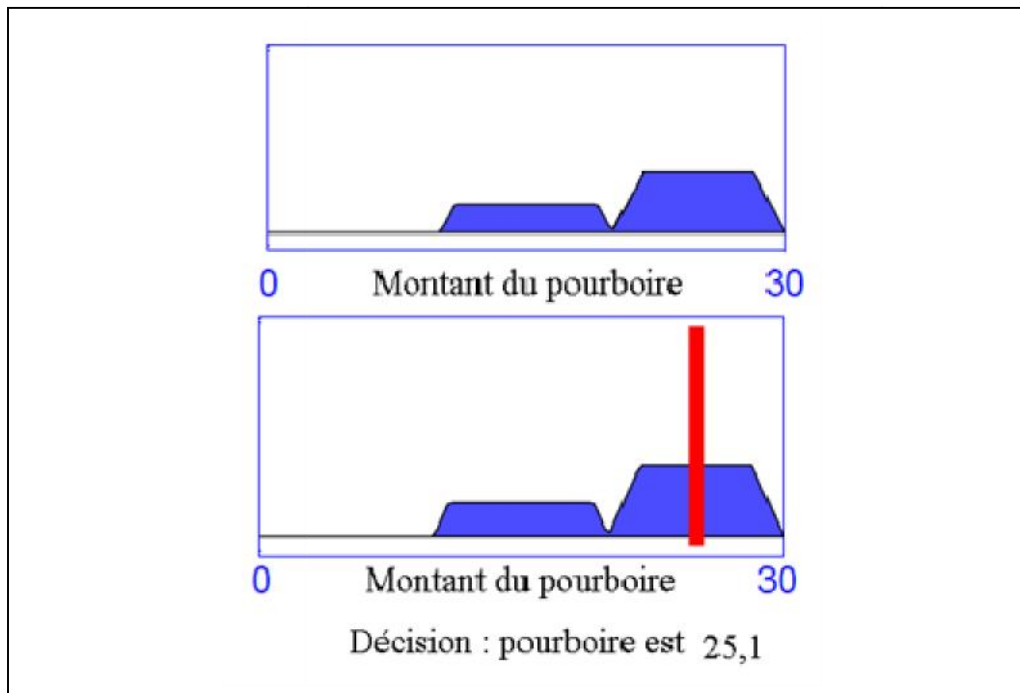


Figure (1.7) : Défuzzification avec la méthode moyenne des maxima (MM).

La défuzzification COG est plus couramment utilisée. Elle définit la sortie comme correspondant à l'abscisse du centre de gravité de la surface de la fonction d'appartenance caractérisant l'ensemble flou issu de l'agrégation des conclusions.

$$\text{Décision} = \frac{\int_S y \cdot \mu(u) \cdot dy}{\int_S \mu(u) \cdot dy}$$

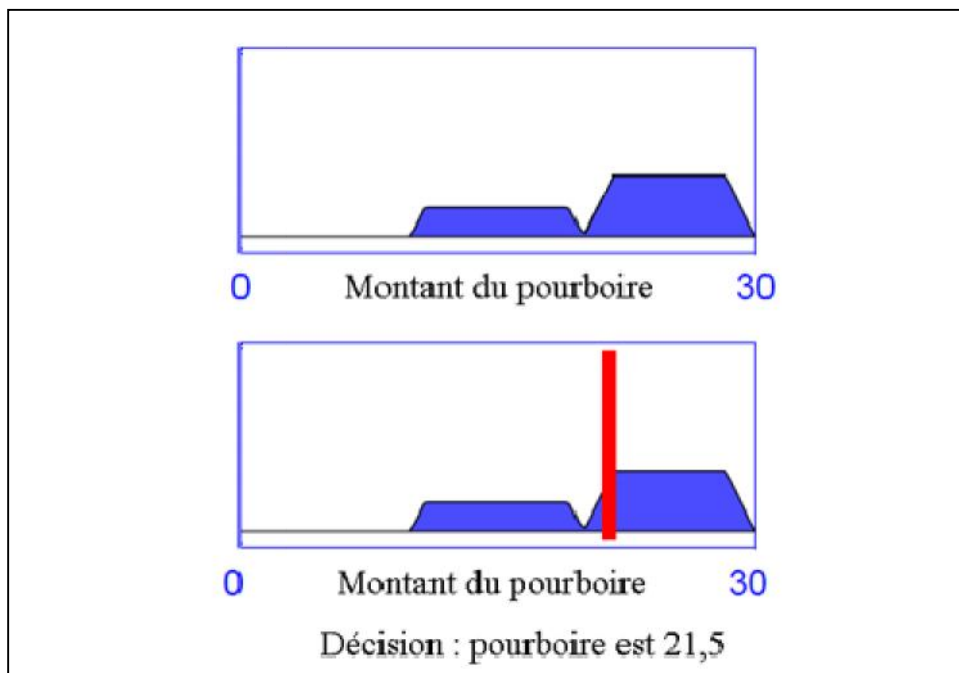


Figure (1.8) : Défuzzification avec la méthode centre de gravité (COG).

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

Au cours des définitions, nous avons vu que le concepteur d'un système flou doit faire un nombre de choix important. Ces choix se basent essentiellement sur les conseils de l'expert ou sur l'analyse statistique des données passées, en particulier pour définir les fonctions d'appartenance et la matrice des décisions.

Dans notre exemple :

- L'entrée est 'la qualité du service **QS** (notée 7,83 sur 10) et la qualité de la nourriture **QN** (notée 7,32 sur 10)';
- le **fuzzifier** correspond aux 3 variables linguistiques 'qualité du service **QS**', 'qualité de la nourriture **QN**' et 'montant du pourboire **MP**' ;
- le **moteur d'inférence** est constitué du choix des opérateurs flous ;
- la **base de connaissances** floues est l'ensemble des règles floues ;
- le **defuzzifier** est la partie où entre en jeu la méthode de défuzzification ;
- la sortie correspond à la décision finale : 'le montant du pourboire est 25,1 {**MP=25.1**}'

Voici son aperçu synoptique :

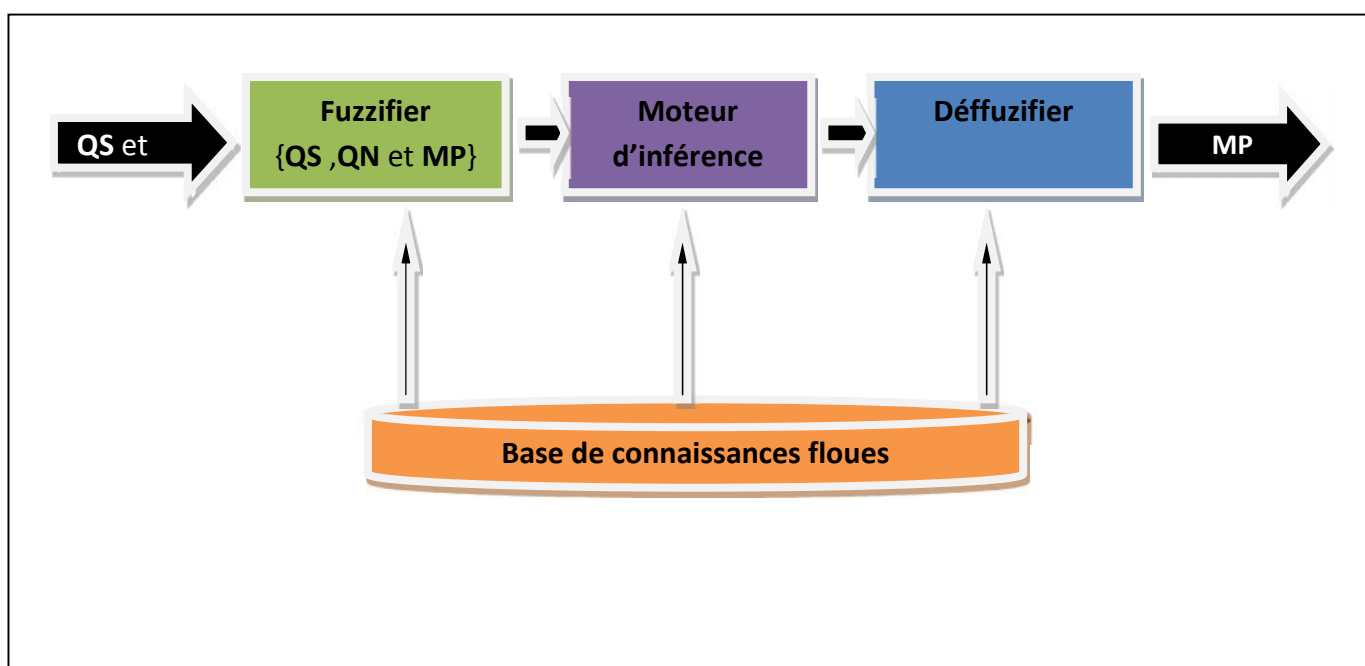


Figure (1.9) : Aperçu synoptique d'un système flou.

Il est intéressant de voir l'ensemble des décisions en fonction de chacune des variables avec notre système d'inférence flou par rapport au type d'ensemble de décisions que nous obtiendrions en utilisant la logique classique :

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

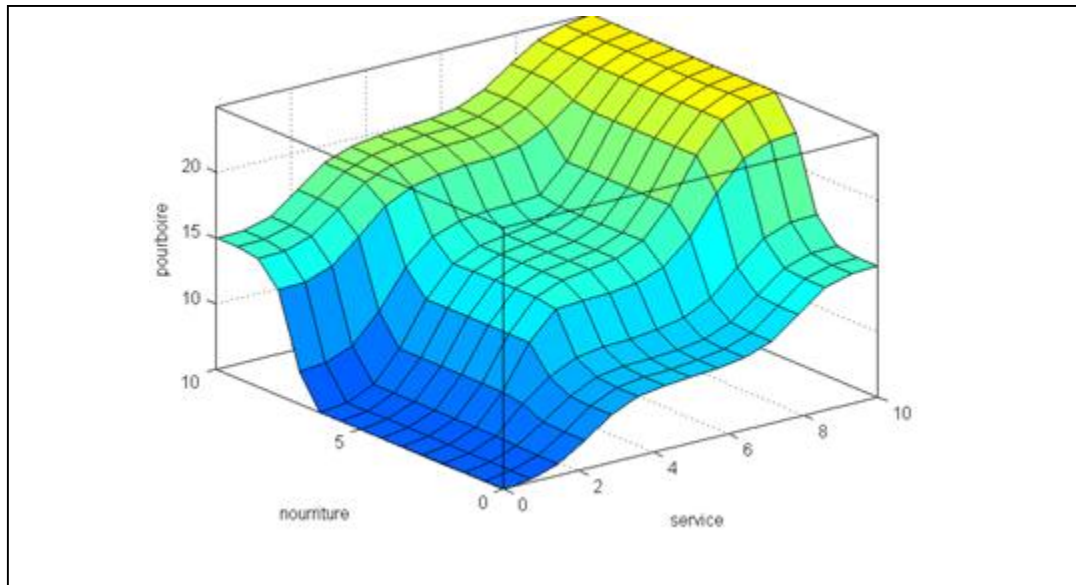


Figure (1.10) : Ensemble des décisions d'un système flou.

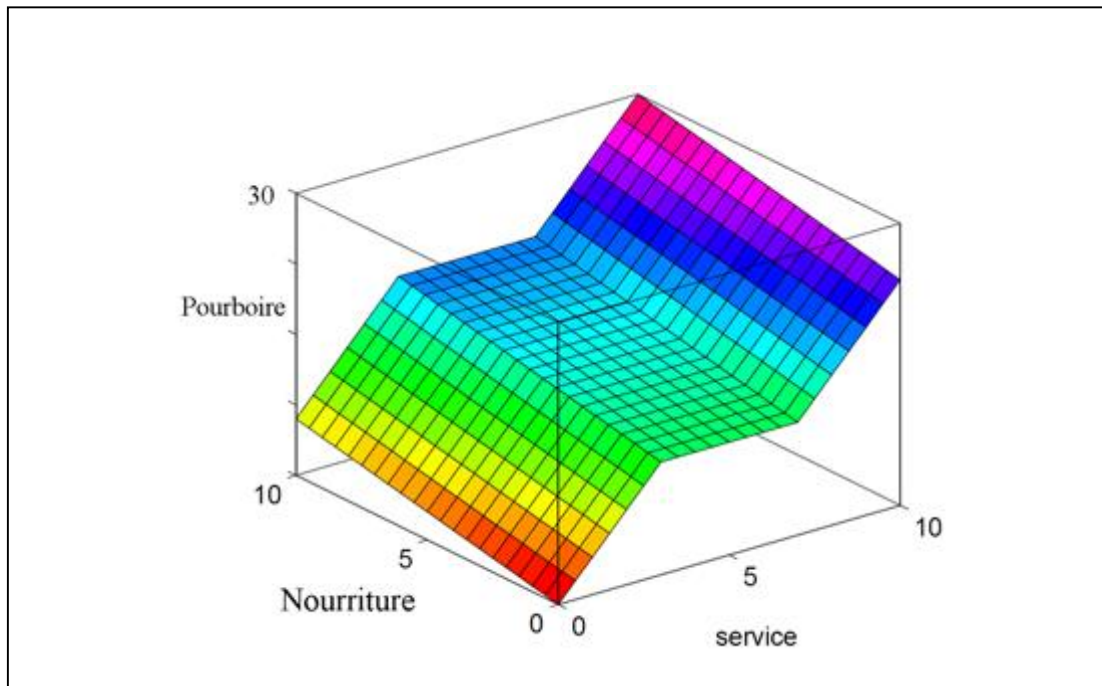


Figure (1.11) : Ensemble des décisions d'un système se basant sur la logique classique.

Ainsi, toute la puissance de la logique floue est de rendre possible la mise en place de systèmes d'inférence dont les décisions sont sans discontinuités, flexibles et non linéaires, plus proche du comportement humain que ne l'est la logique classique. De plus, les règles de la matrice des décisions sont exprimées en langage naturel, ce qui comporte de nombreux avantages, comme par exemple inclure des connaissances d'un expert non informaticien au cœur d'un système décisionnel ou encore modéliser plus finement certains aspects du langage naturel.

Chapitre 1 : Régulateurs flous.

9- Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présentés les notions générales de la régulation floue et la composition d'un système de commande floue. L'accent a particulièrement été mis sur les différentes étapes dans le traitement des règles d'un contrôleur flou et les différents types de commande en utilisant la logique floue.

Retenons que l'intérêt majeur de la logique floue en commande réside dans sa capacité à traduire une stratégie de contrôle d'un opérateur qualifié en un ensemble de règles linguistique facilement interprétables.

CHAPITRE 2 :

Commandes

linéaire

quadratique

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

1- Introduction :

La théorie de la **commande optimale** permet de déterminer la commande d'un système qui minimise (ou maximise) un critère de performance, éventuellement sous des contraintes. Le cas le plus classique (et le plus simple) est celui de contraintes de type inégalité sur la commande, mais on peut aussi envisager des contraintes de même type sur l'état. Cette théorie est une généralisation du calcul des variations. Elle comporte deux volets : le principe du maximum (ou du minimum) dû à Lev Pontriaguine et à ses collaborateurs du Steklov Institute de Moscou, et l'équation de Hamilton-Jacobi-Bellman, généralisation de l'équation de Hamilton-Jacobi, et conséquence directe de la programmation dynamique initiée aux États-Unis par Richard Bellman. La théorie de la commande optimale fait partie de l'automatique et des mathématiques appliquées (optimisation des processus). Puisque cette théorie généralise le calcul des variations, elle a également un champ d'application en physique mathématique, et les développements théoriques actuels rejoignent les mathématiques pures. [12]

Les problèmes de commande optimale se rencontrent dans la vie de tous les jours : comment arriver à destination le plus rapidement possible, comment minimiser sa consommation... ? Pour un système dynamique donné et dont les équations sont connues, le problème de commande optimale consiste alors à trouver la commande minimisant un critère donné. Notons néanmoins que les difficultés soulevées par ce genre de problème sont loin d'être complètement résolues comme en témoignent les sessions dédiées à la commande optimale dans les conférences d'automatique. La commande optimale reste donc un sujet de recherche d'actualité.[13]

Dans ce chapitre, on s'intéressera dans une première partie à la commande optimale telle qu'elle a été posée initialement et dans le cas des systèmes les plus généraux. Dans une seconde partie, on s'intéressera plus particulièrement aux systèmes linéaires dans le cas d'un critère quadratique, cas connu sous le nom de commande linéaire quadratique (LQ ou LQR), et qui s'exprime sous la forme d'un retour d'état statique.

1- La commande optimale :

L'objet de la commande optimale est l'optimisation de systèmes dynamiques suivant différents objectifs est l'atteinte d'une cible en temps ou énergie minimale, maximisation du rendement d'un processus industriel par exemple. Pour cela on joue à la fois sur des paramètres indépendants du temps et sur les commandes qui, elles, dépendent du temps.[14]

Plutôt que de présenter de manière approfondie le problème de la commande optimale, cette partie constitue une introduction au sujet, mais en ce qui concerne notre travail, nous sommes basés sur la commande optimale Linéaire Quadratique (LQ ou LQR).

2-1- Principe d'optimalité de Bellman :

Soit le critère :

$$J(x_0, t_0, u) = \varphi(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} W(x, u, t) dt \quad (2.1)$$

La trajectoire optimale sur $[t_0, t_f]$ est et le critère optimal :

$$\tilde{J} = \min_{u[t_0, t_f]} J(x_0, t_0, u) \quad (2.2)$$

Soit $t_1 \in [t_0, t_f]$. Le principe d'optimalité de Bellman énonce que la trajectoire optimale sur $[t_0, t_f]$ contient la trajectoire optimale sur $[t_1, t_f]$ avec comme condition initiale $x_1 = x(t_1)$, autrement dit :

$$\tilde{J}(x_0) = \min_{u[t_0, t_1], x_1} \left(\int_{t_0}^{t_1} W(x, u, t) dt + \tilde{J}(x_1) \right) \quad (2.3)$$

où $\tilde{J}(x_1)$: est la trajectoire optimale sur $[t_1, t_f]$

Bien que les développements suivants ne s'appuient pas directement sur ce principe, mais sur le principe du maximum, ce principe est un résultat classique de la commande optimale et se trouve souvent utilisé dans la littérature. Il permet d'obtenir une solution optimale en découpant l'intervalle et en résolvant un problème récursif.

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

2-2- Equation d'Euler-Lagrange :

L'équation d'Euler-Lagrange, bien connue en mécanique, peut être retrouvée à partir du principe du minimum. En notant T , l'énergie cinétique et U l'énergie potentielle d'un système mécanique, le principe de moindre action énoncée par Maupertuis postule que le système évolue en minimisant l'intégrale :

$$\int_{t_0}^{t_f} (T - U) dt \quad (2.4)$$

Notons q les coordonnées généralisées du système. Soit $L(q, \dot{q}) dt = T(q, \dot{q}) - U(q)$ le lagrangien, avec le critère :

$$J(q_0, t_0, \dot{q}) = \int_{t_0}^{t_f} L(q, \dot{q}) dt \quad (2.5)$$

On considère un système dont on commande la vitesse, l'équation d'état du système s'écrivant alors simplement :

$$\dot{q} = u \quad (2.6)$$

L'hamiltonien s'écrit alors :

$$H(q, \dot{q}) = L(q, \dot{q}) + q^T \dot{q} \quad (2.7)$$

et le principe du minimum donne les deux équations suivantes :

$$\frac{\partial H}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial q} + p = 0 \quad (2.8)$$

avec , p : Le vecteur adjoint.

$$\frac{\partial H}{\partial q} = \frac{\partial L}{\partial q} = -\dot{q} \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} + p = 0$$

alors

$$(2.10)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$

2-3- Commande bang-bang :

Un type de commande optimal particulier bien connu est la commande à temps minimal. Prenons un exemple : vous commandez l'accélération d'un véhicule que vous devez amener d'une position initiale d'arrêt à une position finale également à l'arrêt dans le temps le plus court possible. Si l'on considère un mouvement en ligne droite, on conçoit intuitivement que la commande optimale est dans ce cas une accélération maximale jusqu'à un certain instant à partir duquel il faudra freiner au maximum. On parle de commande bang-bang parce que la commande est toujours saturée alternativement à sa valeur minimale ou à sa valeur maximale.

2-4- Commande Linéaire Quadratique :

On parle de commande linéaire quadratique : LQ ou LQR pour Linear Quadratic Regulator. Le système est linéaire, la commande est quadratique et la commande optimale est un retour d'état.

Après avoir cité brièvement quelques principes et méthodes d'optimisations, nous allons nous baser sur la commande Linéaire Quadratique sachant qu'il existe deux commandes LQ (une à horizon fini et une autre à horizon infini)

Si le système bouclé est stable sur un horizon fini, l'état ne tend pas vers zéro, c'est donc pour cela que le système qui nous intéresse, c'est le cas du système Linéaire à Temps Invariant (LTI) où : la commande optimale est un retour d'état statique.

2-4-1- Position du problème :

Soit un système à temps continu de représentation d'état :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.11)$$

et de condition initiale $x(t_0) = x_0$, où $t \in \mathbb{R}$, $u \in \mathbb{R}^m$ et $x \in \mathbb{R}^n$. Les signaux u et x sont des fonctions de \mathbb{R} vers respectivement \mathbb{R}^m et \mathbb{R}^n . Pour la condition initiale x_0 et la commande u , l'équation d'état (2.11) définit une trajectoire unique x pour l'état sur $[t_0, t_f]$. Celle-ci est en fonction de la condition initiale x_0 et de la commande u sur $[t_0, t_f]$

Soit un critère :

$$J(x_0, t_0, u) = \phi(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} W(x, u, t) dt \quad (2.12)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

avec $x_f = x(t_f)$. Les fonctions θ et ϕ ainsi que les instant t_0 et t_f étant donnés, ce critère ne dépend que de x_0 et de u sur $[t_0, t_f]$. L'application qui au signal de commande u associe le critère scalaire $J(x_0, t_0, u)$ est une fonctionnelle.

L'optimisation dans le cas d'une commande LQ est donnée par ce critère :

$$J(x(t), u(t), t) = \frac{1}{2} x^T(t_f) Q_f x(t_f) + \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [(x^d(t) - x(t))^T Q(x^d(t) - x(t) + u^T(t) R u(t))] dt \quad (2.13)$$

On remarque que la première partie de cette équation s'annulera car la commande utilisée dans notre travail est à horizon infini *i.e* : $t_f \rightarrow \infty$ ce qui signifie l'inexistence du coût terminal c'est-à-dire que : $\lim_{t_f \rightarrow \infty} x^T(t_f) Q x(t_f) = 0$

On remarque qu'en plus de l'équation d'état qui lie les trajectoires de u et de x , d'autres contraintes peuvent intervenir (sans pour autant remettre en cause le critère choisi) [15]. Typiquement :

- l'instant final peut être imposé ou libre ;
- la commande peut appartenir à un ensemble $u \in U \neq \mathbb{R}^m$;
- des contraintes peuvent exister sur l'état final : $x_f \in X$.

Le problème de la commande optimale consiste alors à trouver la commande minimisant $J(x_0, t_0, u)$:

$$\tilde{u} = \min_{u(t)} J(u(t)) \quad (2.14)$$

Tel que, la définition de la commande LQ à horizon infini la minimisation de ce critère :

$$\min_{u(t)} J(u(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (2.15)$$

2-4-2- Principe du minimum de Pontriaguine :

Le principe du minimum de Pontriaguine [16] est ici brièvement énoncé. Soit le système d'équation d'état :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (2.16)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

Le but est de définir la commande u qui minimisera la fonction de coût, en terme mathématique :

$$\min_{u(t)} J(u(t)) = \varphi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} W(x(t), u(t), t) dt \quad (2.17)$$

Sujet à :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$$

$$x(t_0) = x_0$$

$$x(t_f) = x_f \quad \text{où } \textit{libre}$$

On définit l'hamiltonien du système :

$$H(x(t), u(t), p(t), t) = W(x(t), u(t), t) + p^T f(x(t), u(t), t) \quad (2.18)$$

Où p est appelé état-adjoint. Le principe du minimum de Pontriaguine énonce que la trajectoire optimale minimise l'hamiltonien du système.

Le critère à minimiser devient :

$$J(u(t)) = \varphi(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} H(x(t), u(t), p(t), t) - p^T(t) \dot{x}(t) \quad (2.19)$$

On dispose d'un certain nombre d'équations le long de la trajectoire optimale qui permettent la résolution d'un problème de commande optimale, elles sont généralement établies en utilisant le calcul des variations [17], notre but est d'annuler la variation de J signifiant :

$$\delta J = 0$$

d'où le besoin de calcul de la variation δJ comme suit :

$$\begin{aligned} \Delta J &= J(x + \delta x, u + \delta u, p + \delta p, t) - J(x, u, p, t) \\ &= \delta J_X + \delta J_U + \delta J_P \end{aligned} \quad (2.20)$$

Avec : $\delta X = (\delta x, \delta u, \delta p)$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

En annulant uJ , on obtient les conditions d'optimalités suivantes :

$$\nabla_u H(x(t), u(t), p(t), t) = 0 \quad (2.21)$$

$$\dot{x}(t) = \nabla_p H(x(t), u(t), p(t), t) \quad (2.22)$$

$$\dot{p}(t) = -\nabla_x H(x(t), u(t), p(t), t) \quad (2.23)$$

On étudie la deuxième dérivée (la matrice Hessienne), afin de définir la nature de la solution :

$$\nabla_x^2 H(x(t), u(t), p(t), t) \succ 0 \quad (2.24)$$

En plus de la condition initiale $x(t_0)$, on doit disposer des conditions au limite, pour la résolution des équations différentielles (2.22) et (2.23).

D'où l'obligance de l'utilisation de la condition suivante appelée équation de transversalité :

$$u^T x(t_f) \left[p(t_f) - \frac{\partial_u (x(t_f), t_f)}{\partial x(t_f)} \right] = 0 \quad (2.25)$$

2-5- Commande LQ à horizon infini :

Nous avons vu le critère (2.15), étant un cas du système Linéaire à Temps Variant (LTV), ce dernier est fini si le système est stabilisable à tout instant t , (c'est-à-dire qu'à chaque instant, il existe un K tel que les valeurs propres soient à partie réelle négative). Remarquons par ailleurs que la partie du critère concernant l'état final n'est plus pertinente, ce qui ne correspond pas à nos attentes car, sur un horizon infini, l'état tend vers zéro, si le système bouclé est stable, c'est donc pour cela que le système qui nous intéresse, c'est le cas du système Linéaire à Temps Invariant (LTI) où : la commande optimale est un retour d'état statique $u(t) = -Kx(t)$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

2-5-1- Equation algébrique de Riccati :

Soit le système d'équations différentielles à coefficients constants :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases} \quad (2.26)$$

Où $x \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{n \times n}, B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $u \in \mathbb{R}^m$, d'où la définition d'une fonction coût purement quadratique sur un horizon infini :

$$J(u) = \frac{1}{2} x^T(t_f) K_f x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_f}^{\infty} x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (2.27)$$

Où $x, t_f \in \mathbb{R}^n$ est fixé, K_f et Q sont des matrices constantes symétriques d'ordre $n \times n$ et à coefficients réels avec > 0 .

La résolution de ce problème LQ revient à déterminer $u(t)$ qui minimisera le critère précédent (2.27) :

D'où l'application du principe du minimum :

$$H = \frac{1}{2} [x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)] + p^T(t) [Ax(t) + Bu(t)] \quad (2.28)$$

L'expression de $u(t)$ est obtenue comme suit :

$$u(t) = -R^{-1} B^T p(t) \quad (2.29)$$

grâce à ce qui résulte de la condition d'optimalité (2.21) : $Ru(t) + B^T p(t) = 0$.

Les équations (2.22) et (2.23) équations nous ont aidées à déterminer respectivement l'équation d'état du système en BF, ainsi que le système adjoint, qu'on a regroupé afin de définir le système recherché à la résolution qui est le suivant :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{p}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ p(t) \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

On prend :

$$p(t) = K(t)x(t) - V(t) \quad (2.31)$$

Et cela et pour but d'engendrer un retour d'état, et en dérivant $p(t)$, on aboutie alors à déterminer K et $V(t)$ tel que :

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

$$\dot{p}(t) = \dot{K}(t)x(t) + K(t)\dot{x}(t) - \dot{V}(t) \quad (2.32)$$

En remplaçant les équations (2.31) et (2.32) dans (2.30) on obtient les résultats suivants :

$$\dot{x}(t) = (A - BR^{-1}B^T K(t))X + BR^{-1}B^T V \quad (2.33)$$

et

$$\dot{p}(t) = -(A^T K(t) + Q)x(t) + A^T V \quad (2.34)$$

D'après les derniers résultats (2.32) et (2.33), on trouve que :

$$\dot{p}(t) = \dot{K}(t)x(t) + K(t)[A - BR^{-1}B^T K(t)]x(t) + K(t)BR^{-1}B^T V(t) - \dot{V}(t) \quad (2.35)$$

On égalise alors les deux équations précédentes (2.34) et (2.35) comme ceci :

$$\dot{K}(t)x(t) + K(t)Ax(t) - K(t)BR^{-1}B^T K(t)x(t) + K(t)BR^{-1}B^T V(t) - \dot{V}(t) = -Qx(t) - A^T K(t)x(t) + A^T V(t) \quad (2.36)$$

$$\left(\dot{K}(t) + K(t)A + A^T K(t) - K(t)BR^{-1}B^T K(t) + Q\right)x(t) - \dot{V}(t) + \left(K(t)BR^{-1}B^T - A^T\right)V(t) = 0 \quad (2.37)$$

Pour assurer la vérification de cette équation nous devons imposés les conditions suivantes :

$$\dot{K}(t) + K(t)A + A^T K(t) - K(t)BR^{-1}B^T K(t) + Q = 0 \quad (2.38)$$

et

$$-\dot{V}(t) + \left(K(t)BR^{-1}B^T - A^T\right)V(t) = 0 \quad (2.39)$$

Vu qu'on travail dans le cas d'un temps à horizon infini $[t_f \rightarrow \infty]$ où K est l'unique solution semi-définie positive de l'équation algébrique de Riccati qui est la suivante :

$$KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + Q = 0 \quad (2.40)$$

2-5-2- Résolution de l'équation de Riccati :

Il existe différentes façon de résoudre l'équation de Riccati, d'une façon algébrique ou analytique[18] ; dans notre cas, on a son équation matricielle, alors la résolution se fera par la méthode analytique comme suit :

Soit l'équation différentielle suivante :

$$\dot{X} = AX + XB + XCX + D \quad (2.41)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

La jonction des trois équations suivante nous donne la solution :

$$\dot{Y} = -BY - CZ \quad (2.42)$$

$$\dot{Z} = DY + AZ \quad (2.43)$$

$$X = ZY^{-1} \quad (2.44)$$

La vérification se fait par simple substitution, nous avons :

$$\dot{X} = \dot{Z}Y^{-1} + Z\dot{Y}^{-1} \quad (2.45)$$

et

$$\dot{Y}^{-1} = -Y^{-1}\dot{Y}Y^{-1} \quad (2.46)$$

Donc :

$$\begin{aligned} \dot{X} &= (DY + AZ)Y^{-1} + Z(-Y^{-1})(-BY - CZ)Y^{-1} \\ &= D + AX + XB + XCX \\ &= AX + XB + XCX + D \end{aligned} \quad (2.47)$$

Notre étude est basée sur un **horizon infini** :

Soit le problème défini par :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} (\dots x_1^2 + v x_2^2 + pu^2) dt \quad (2.48)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (2.49)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

L'équation matricielle d'état s'écrit :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad (2.50)$$

Les matrices dont nous avons besoin afin de simplifier les calculs sont les suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.51)$$

et

$$2q = \dots x_1^2 + v x_2^2 + p u^2 \Rightarrow M = \begin{bmatrix} \dots & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

et

$$R = p ; S = BR^{-1}B^T \quad (2.53)$$

D'où on déduit que :

$$S = \frac{1}{p} BB^T = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.54)$$

On pose :

$$K = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} ; \text{ avec : } k_{12} = k_{21} \quad (2.55)$$

Afin de simplifier les calculs, il est préférable de prendre :

$$K = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

Nous calculons alors les différentes matrices (KA , A^TK et KSK) apparentes dans l'équation de Riccati :

$$KA = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

On déduit la matrice $A^TK = (KA)^T$ en transposant le résultat de l'équation (2.58) précédente d'où :

$$A^TK = (KA)^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

$$KSK = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} b^2 & bd \\ bd & d^2 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

D'où l'écriture de l'équation de Riccati est la suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{a} & \dot{b} \\ \dot{b} & \dot{d} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix} - \frac{1}{p} \begin{bmatrix} b^2 & bd \\ bd & d^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots & 0 \\ 0 & v \end{bmatrix} = 0_{4 \times 4} \quad (2.60)$$

Ce qui est équivalent aux équations différentielles qui suivent :

$$\dot{a} - \frac{1}{p}b^2 + \dots = 0 \quad (2.61)$$

et

$$\begin{cases} \dot{b} + a - \frac{1}{p}bd = 0 \\ \dot{b} + a - \frac{1}{p}bd = 0 \end{cases} \quad (2.62)$$

Remarque : on doit toujours retrouver cette égalité entre ces deux équations différentielles, le cas contraire prouve une erreur de calcul.

$$\dot{d} + 2b - \frac{1}{p}d^2 + v = 0 \quad (2.63)$$

Etant donné que qu'on est sur un horizon infini, alors $\dot{a} = \dot{b} = \dot{d} = 0$, donc :

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

$$b^2 = p... \Rightarrow b = \sqrt{p...} \quad (2.64)$$

et

$$d^2 = p(2\sqrt{p...} + v) \Rightarrow d = \sqrt{p(2\sqrt{p...} + v)} \quad (2.65)$$

et

$$a^2 = ... (2\sqrt{p...} + v) \Rightarrow a = \sqrt{... (2\sqrt{p...} + v)} \quad (2.66)$$

La commande optimale est donnée par :

$$u = -R^{-1}B^T Kx \quad (2.67)$$

Or :

$$B^T K = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} = [b \quad d] \quad (2.68)$$

Nous avons : $R = p$, $B^T K = [b \quad d]$ et le vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$.

On en déduit alors que :

$$\begin{aligned} u &= -p^{-1} [b \quad d] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{p} (bx_1 + dx_2) \end{aligned} \quad (2.69)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

3- Exemple :

Nous allons tenter l'application de la méthode de résolution vue précédemment en s'exerçant sur un simple exemple :

Déterminons la commande optimale u sous la forme d'un retour d'état pour le système du second ordre suivant :

$$\min_{u(t)} J(u(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} [\dots^2 x_1^2(t) + u^2(t)] dt, \text{ avec : } \dots^2 = 1.$$

Sujet à :

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = u(t)$$

en utilisant l'équation de Riccati.

Nous travaillons toujours sur un horizon infini, alors : $t \rightarrow \infty$ d'où $\dot{K} = 0$.

On sait maintenant que :

$$A^T K + KA - KSK + Q = 0, \text{ avec } S = BR^{-1}B^T$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, Q = \begin{bmatrix} \dots^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ et } R = 1$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a & b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & a \\ 0 & b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & b \\ 0 & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & a \\ a & 2b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b^2 & bd \\ bd & d^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dots^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

On obtient alors :

$$-b^2 + \dots^2 = 0 \quad (*)$$

$$\begin{cases} a - bd = 0 \\ a - bd = 0 \end{cases} \quad (**)$$

$$2b - d^2 = 0 \quad (***)$$

Chapitre 2 : Commande linéaire quadratique.

$$\text{De (*)} \Rightarrow b^2 = \dots^2 \Rightarrow b = \dots$$

$$\text{De (***)} \Rightarrow d^2 = 2b = 2\dots \Rightarrow d = \pm\sqrt{2\dots}$$

$$\text{de (**)} \Rightarrow a = bd = \dots\sqrt{2\dots}$$

on remplace dans la matrice $K = \begin{bmatrix} a & b \\ b & d \end{bmatrix}$, la solution de l'équation de Riccati sera comme suit :

$$K = \begin{bmatrix} \dots\sqrt{2\dots} & \dots \\ \dots & \sqrt{2\dots} \end{bmatrix}; \text{ sans oublié que la valeur de } \dots \text{ est donnée tel que } \dots = 1, \text{ alors la}$$

nouvelle valeur de K redevient :

$$K = \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Sachant que :

$$\begin{aligned} u &= -R^{-1}B^T K x \\ &= -(1)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 1 \\ 1 & \sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -1 & -\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \\ &= -x_1 - \sqrt{2}x_2 \end{aligned}$$

On remarque que l'application direct de l'équation (2.70) donne le même résultat, ceci est prouvé comme suit :

$$u(t) = -\frac{1}{p}(bx_1(t) + dx_2(t))$$

Chapitre 2 :Commande linéaire quadratique.

En remplaçant directement les valeurs de p, b et d on obtient alors la commande optimale désirée sous la forme d'un retour d'état qui est :

$$u(t) = -\left(x_1(t) + \sqrt{2}x_2(t)\right)$$

4- Les avantages de la commande LQ :

Des techniques d'estimation optimale peuvent être utilisées pour déterminer la trajectoire de l'état, notamment si l'ensemble de l'état n'est pas mesuré.[19]

La commande LQ présente un certain nombre d'avantages, par rapport aux autres méthodes, parmi lesquels on trouve :

- son principe intuitif et le réglage relativement facile de ses paramètres la rendent accessible aux personnes avec des connaissances limitées en automatique ;
- elle peut être utilisée pour commander une grande variété de processus, ceux avec des dynamiques simples à ceux plus complexes, par exemple les systèmes à grand retard, à phases non minimales ou instables ;
- elle est capable intrinsèquement de compenser les retards ou les temps morts ;
- le correcteur obtenu est une loi de commande linéaire facile à implémenter et qui requiert peu de temps de calcul ;
- le traitement de contraintes sur le système à commander peut être inclus systématiquement dans la définition du correcteur;
- elle est très utile lorsque les consignes à suivre sont connues à l'avance.

5- Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques généralités sur la commande optimale, après avoir présenté le principe de cette commande, nous avons détaillé plus précisément les différents éléments de la commande LQR, ainsi que ses concepts de base et ses avantages qui s'avèrent prometteurs dans le domaine de la commande des systèmes dans le milieu industriel.

Nous avons pu constater que la commande LQR est basée sur deux critères, l'un à horizon fini et l'autre à horizon infini ; concernant notre projet nous nous sommes focalisé sur le critère à horizon infini.

Dans le chapitre qui suivra, on appliquera une commande combinée entre le contrôleur flou vu dans le premier chapitre et la commande LQR vu dans ce chapitre, afin d'appliquer cette combinaison au canal longitudinal d'un drone.

CHAPITRE 3 :
**Commande
combinée
appliquée au
canal
longitudinal d'un
drone**

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

1- Introduction :

Conçus principalement à des fins militaires, les drones font désormais partie des moyens tactiques et stratégiques du champ de bataille, et aussi des applications civils diverses. Ils suscitent donc un intérêt tel que plusieurs régulateurs ont été conçus pour la commande de ces systèmes.

L'objectif de ce chapitre est d'appliquer une commande combinée de deux contrôleurs : un contrôleur flou et un contrôleur LQ afin de stabiliser la vitesse longitudinale et l'altitude d'un drone et ce en négligeant les perturbations externes et internes du drone. Notre approche sera donc déterministe.

2- Définition d'un drone :

Les drones sont des aéronefs inhabités, pilotés à distance, semi-autonomes ou totalement autonomes, susceptibles d'emporter différentes charges utiles afin d'effectuer des missions spécifiques.

Les drones détiennent un avantage opérationnel indéniable. Ceci est dû tout d'abord à leur grande discrétion. En effet, la signature radar des drones est négligeable. Ils sont souvent confondus avec des oiseaux par la plupart des radars terrestres. Ils peuvent avoir une faible signature infrarouge grâce à une motorisation discrète. D'autre part, certains drones sont équipés de caméras infrarouges très performantes et de systèmes de liaison de données permettant d'envoyer des vidéos de façon instantanée aux postes de contrôle. Ils peuvent être liés à ceux-ci par des liaisons de télécommunications à des milliers de kilomètres de distance. L'intérêt pour les drones n'est pas seulement dû à ses caractéristiques, mais aussi au fait qu'il représente un défi de taille de contrôle et de conception. L'intégration des capteurs, actionneurs et des algorithmes d'auto navigation dans un léger système volant avec un temps de fonctionnement optimal n'est pas une tâche triviale.

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

• Modèle d'état du système :

Matrice d'état :

```
A=[ -0.2933    0.3877    -0.5578    -9.7843    0.0138;  
    -0.5509    -5.3691    29.2779    -0.1849    0;  
     0.3382    -5.6317    -6.1948     0    -0.0107;  
         0         0         1.0000     0         0;  
    41.5394    0.7850     0         0    -3.8541];
```

Matrices de controls :

```
B=1.0e+003*[-0.0003    0;  
            -0.0037    0;  
            -0.0502    0;  
              0         0;  
              0    2.6639]
```

```
C=eye(5,5)  
D=zeros(5,2)
```

Les paramètres du système :

h : altitude.

u : vitesse longitudinale.

w : vitesse verticale.

q : vitesse de variation de theta.

Theta : angle entre l'axe x sortant du nez de l'avion et la vitesse de l'air.

Alpha : angle d'attaque.

Va : vitesse réelle.

Elv : empennage de profondeur.

Thr : étrangleur.

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

3- Caractéristiques du système :

Le tableau suivant résume les paramètres du système utilisé :

spécification	
Poids, envergure	13-15 kg, 2.9 m
Moteur	24 cc, Fuel Injected H type
Pleine charge de carburant	5 Kg
navigation	GPS
Gamme de communication via UHF	180 km en fonction de la hauteur et du terrain
Energie générée à bord	Générateur Maxon fournissant 18v DC à 1 ampère
MTBF	250 heures
Opération	
Personnel pour le lancement et le recouvrement	2-3: contrôleur, ingénieur, Pilote / Entretien
Communication terrestre et aérienne	UHF ou SatComms à / de l'Aerosonde, VHF au personnel de terrain et à d'autres avions, internet à Centre de commandement et clients
Les Performances	
Vitesse, montée	18-32 m/s, montée > 2.5 m/s
Endurance, portée	Mode météo 20 à 30 h, 2000 à 3000 Km
Plage d'altitude	100 m -> 7000 m (poids intermédiaire)
Charge utile	Max 5 Kg ~ 10 heures d'endurance. Max 2 Kg ~ Resistance de 30 heures

Tableau (3.1) : Paramètres du drone utilisé.

3-1- Schéma bloc du système contrôlé :

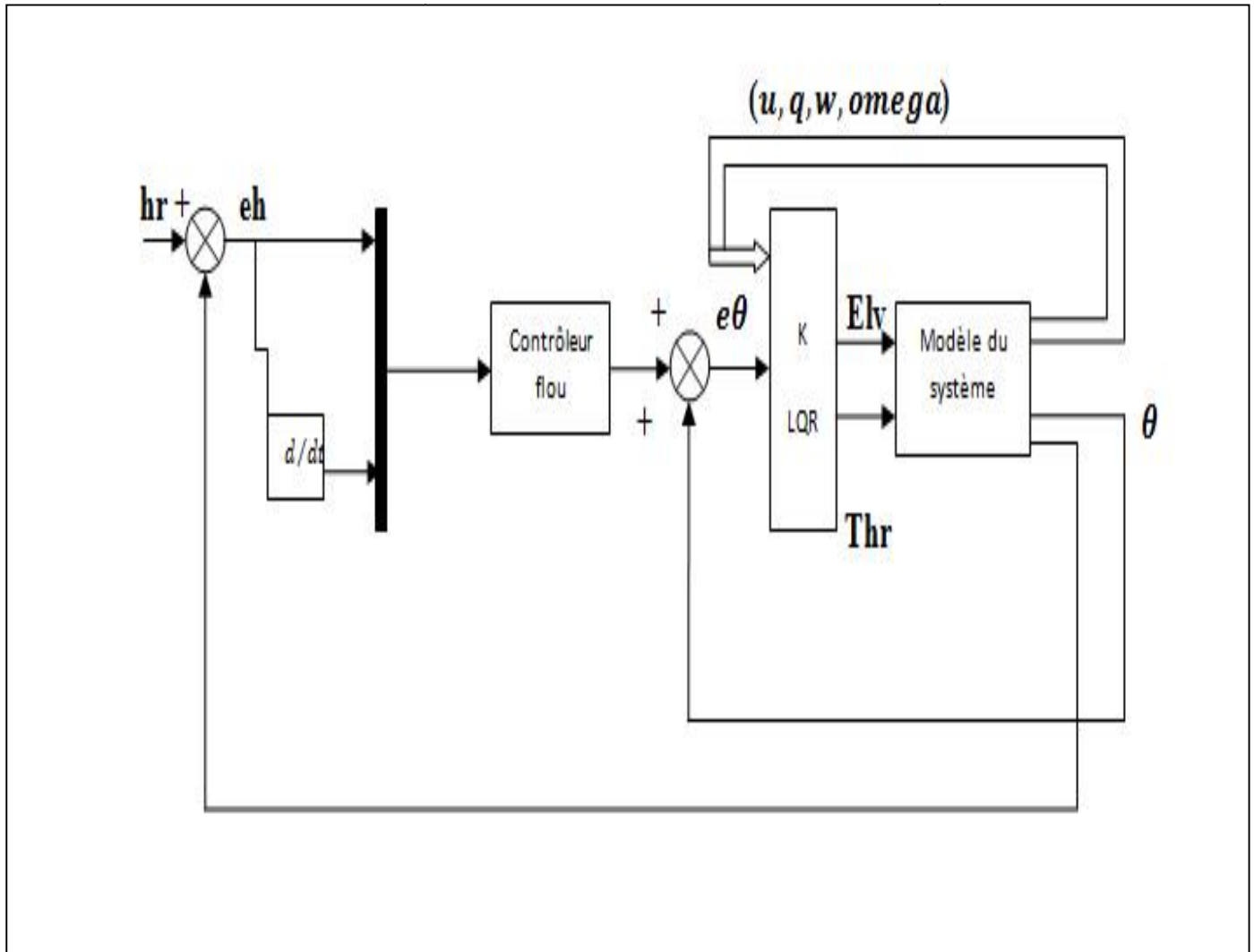
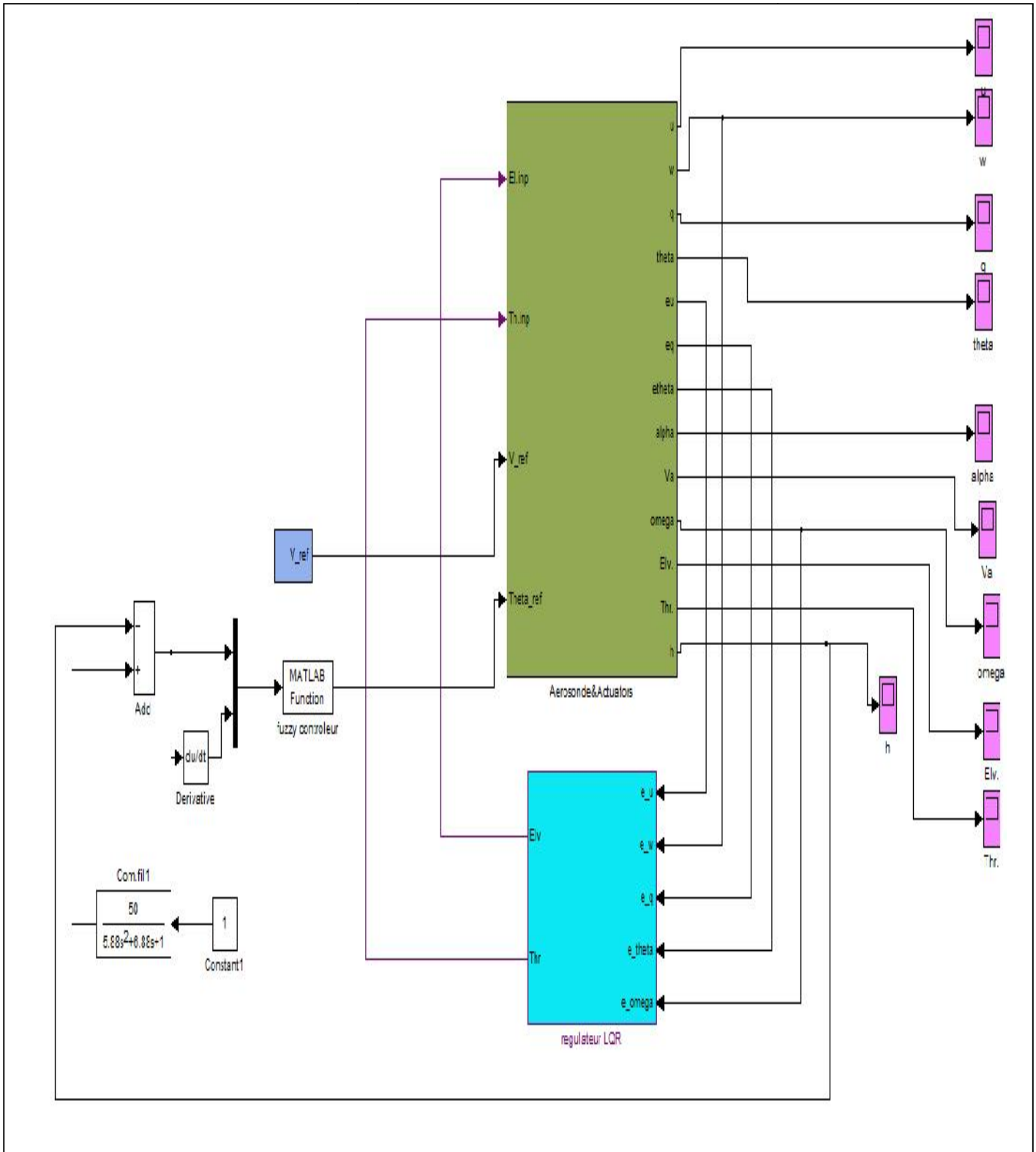


Figure (3.1) : Schéma bloc du système.

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

3-2- Modèle sur SIMULIK :



4- Régulateur flou et régulateur LQ :

4-1- Régulateur flou utilisé :

Pour notre travail on a utilisé un régulateur flou comporte 2 entrées et une sortie avec 3 fonctions d'appartenance de types triangulaires , il en résulte 9 règles floues, ces dernières sont représentées dans le tableau suivant :

de \ e	NB	ZO	PB
NB	PB	PB	ZO
ZO	PB	ZO	NB
PB	ZO	NB	NB

Tableau (3.2) : Les règles floues.

4-2- Surface non linéaire du contrôleur flou :

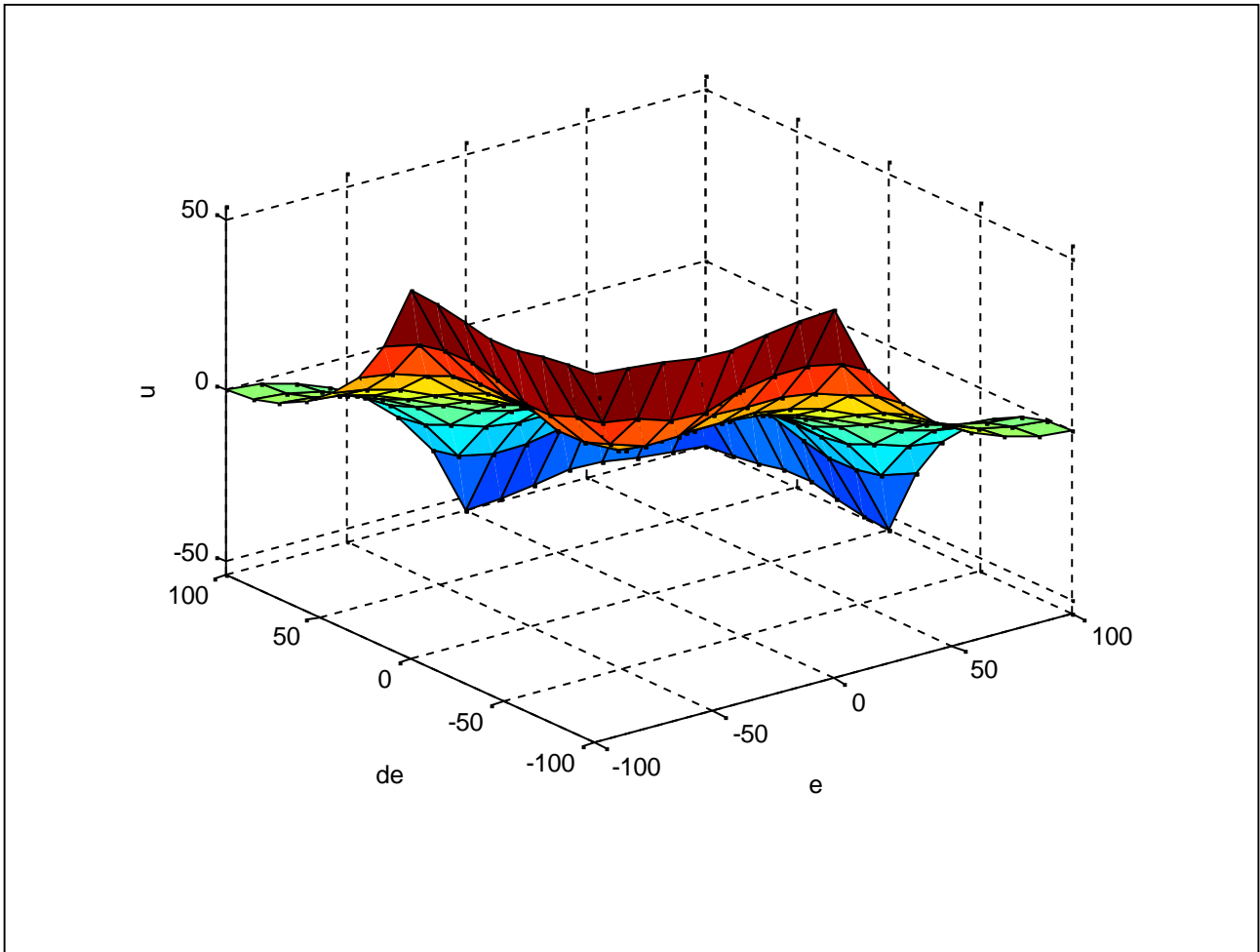


Figure (3.4) : Surface non linéaire du contrôleur flou.

4-3- Régulateur LQR utilisé :

Le régulateur LQR qu'on a utilisé et un régulateur proportionnel avec un gain K qui a comme paramètre :

$$K = \begin{bmatrix} 0.3232 & 0.0687 & -0.8555 & -3.4038 & 0.0016 \\ 1.2810 & 0.1816 & 0.1042 & -6.0045 & 0.0033 \end{bmatrix}$$

4-4- Structure interne du régulateur LQ sous SIMULINK

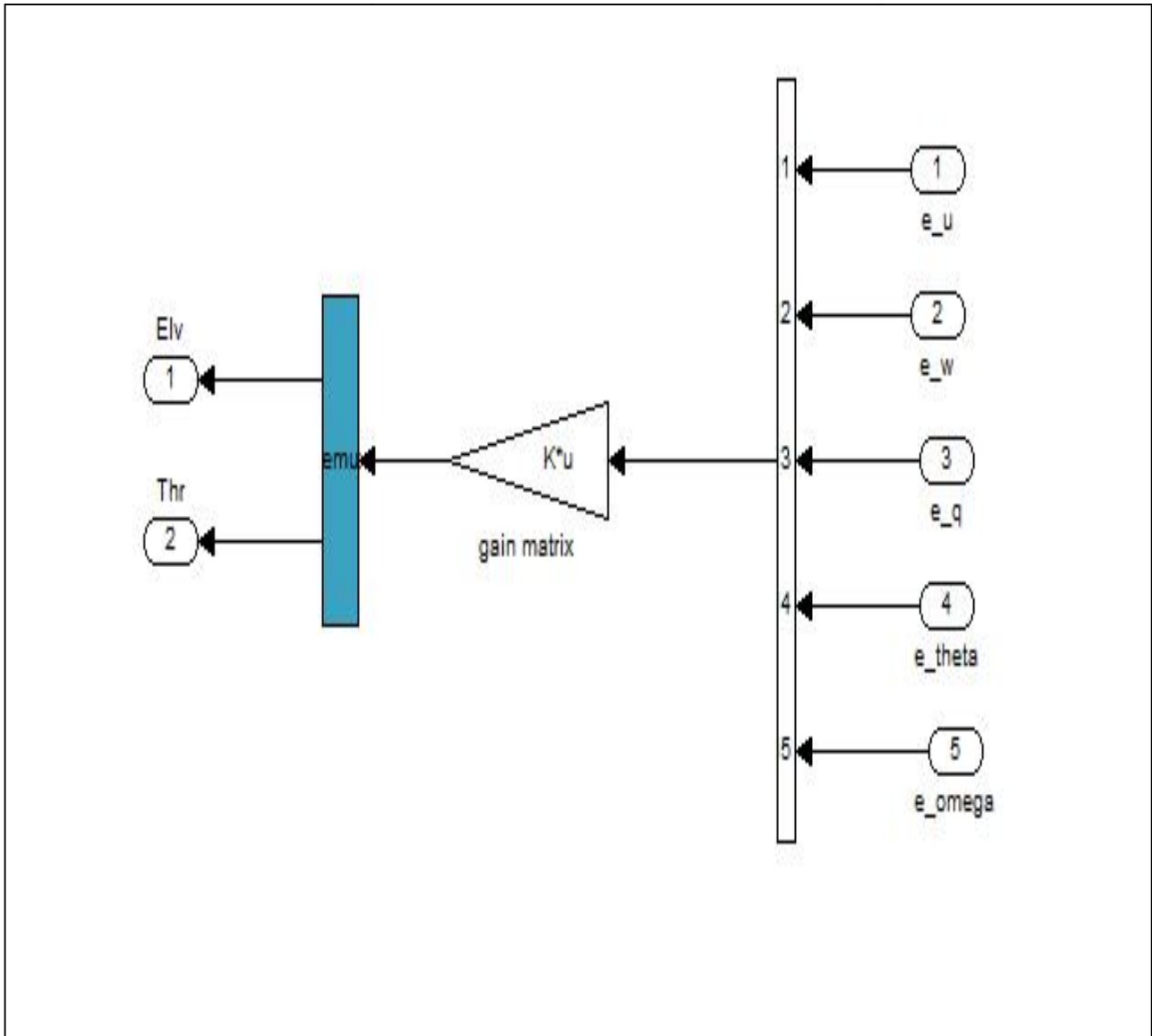


Figure (3.5) : Schéma SIMULINK de la structure du régulateur LQR.

5- Simulation et interprétation des résultats :

- **Figures obtenues après simulation :**

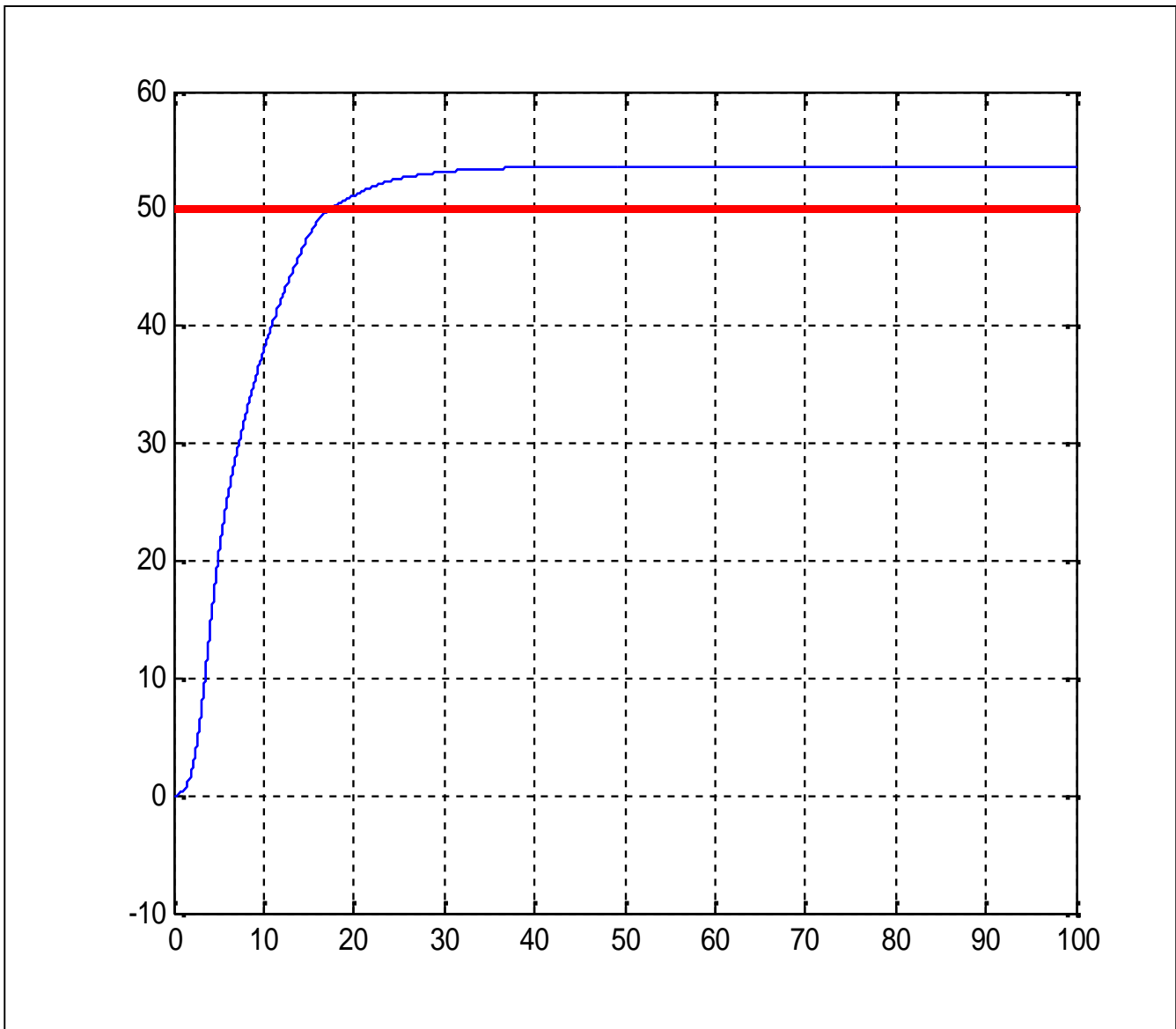


Figure (3.6) : Représentation du signal de l'altitude (h).

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

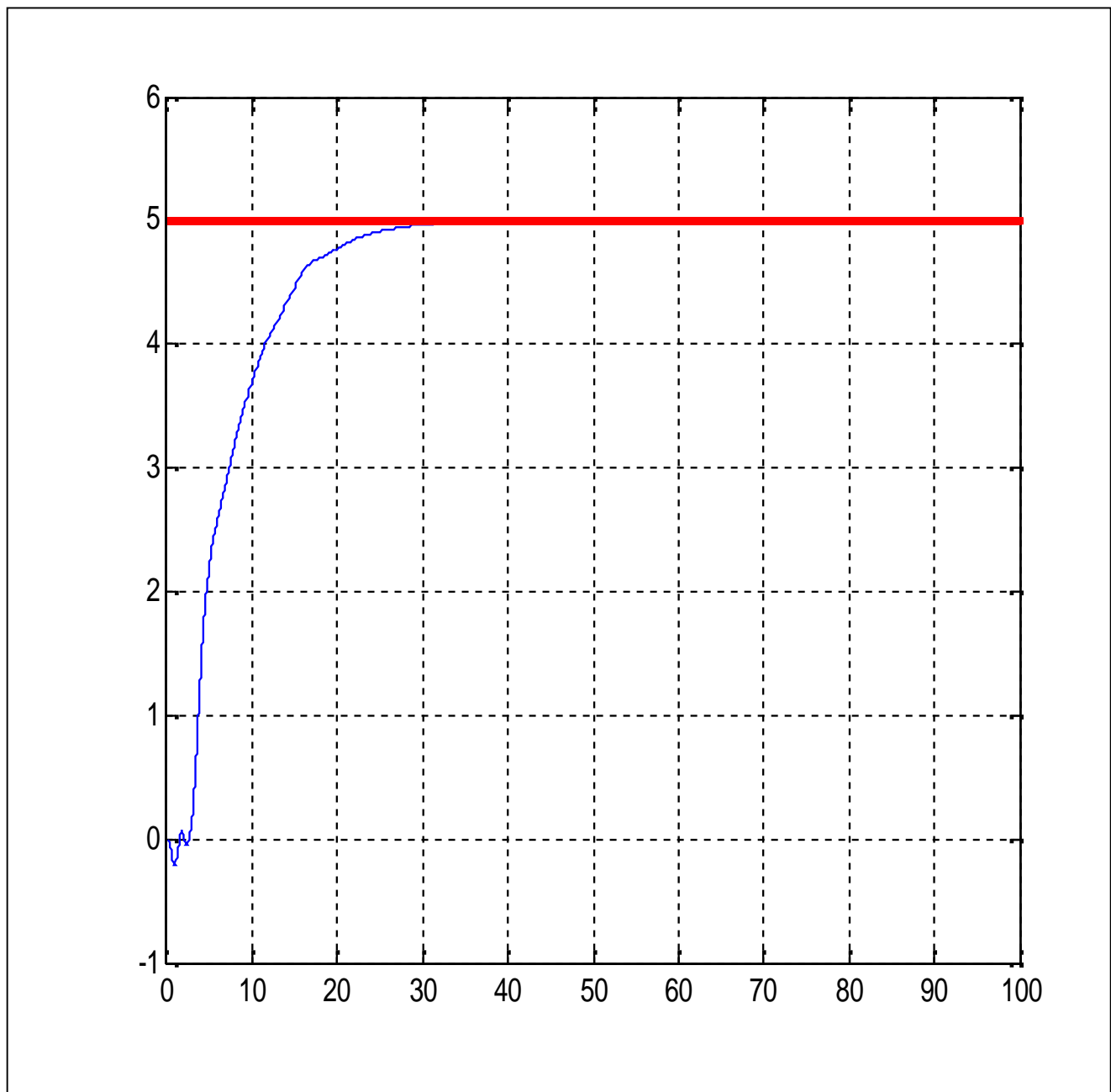


Figure (3.7) : Représentation du signal de la vitesse longitudinale (u).

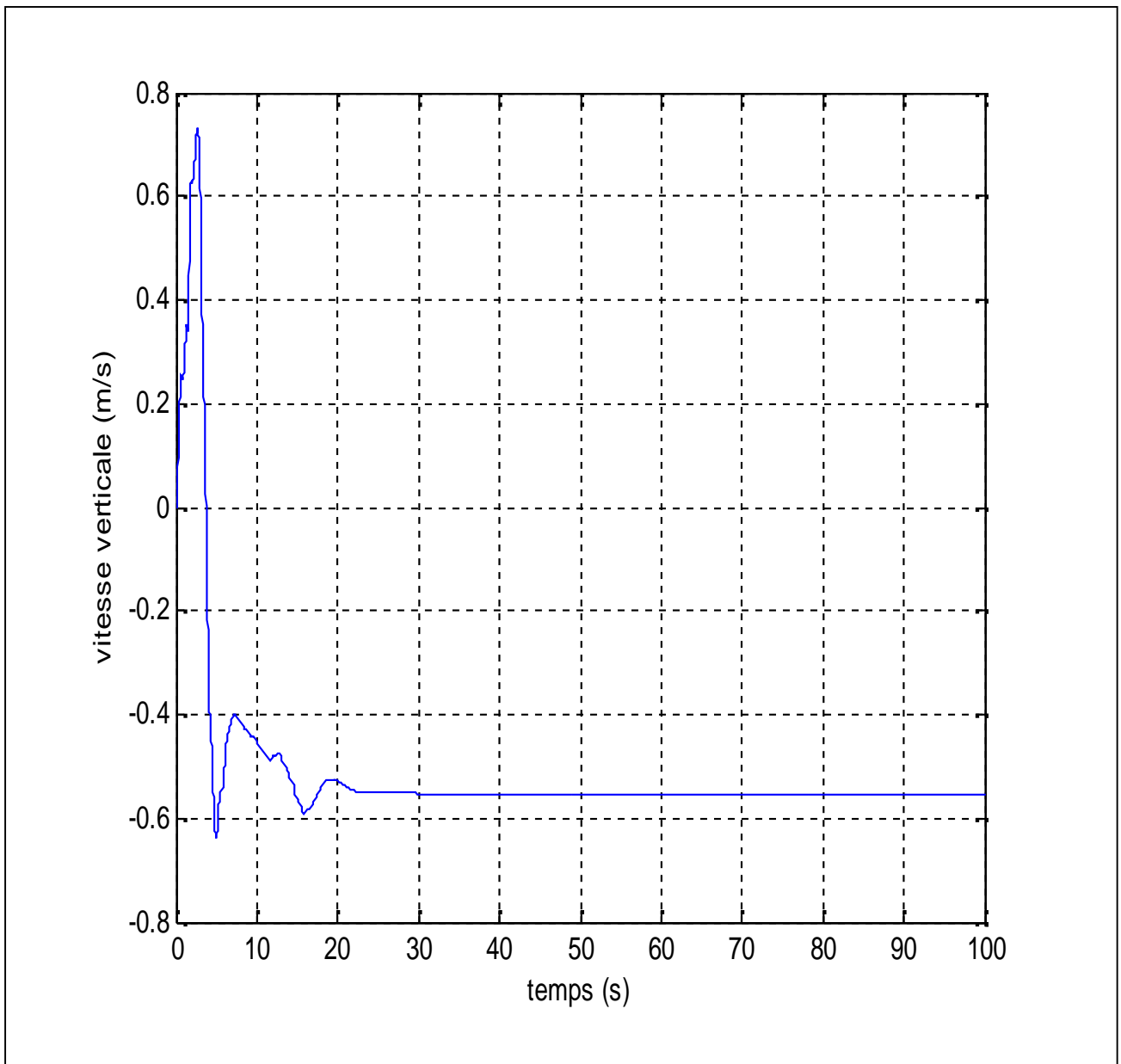


Figure (3.8) : représentation du signal de la vitesse verticale (w).

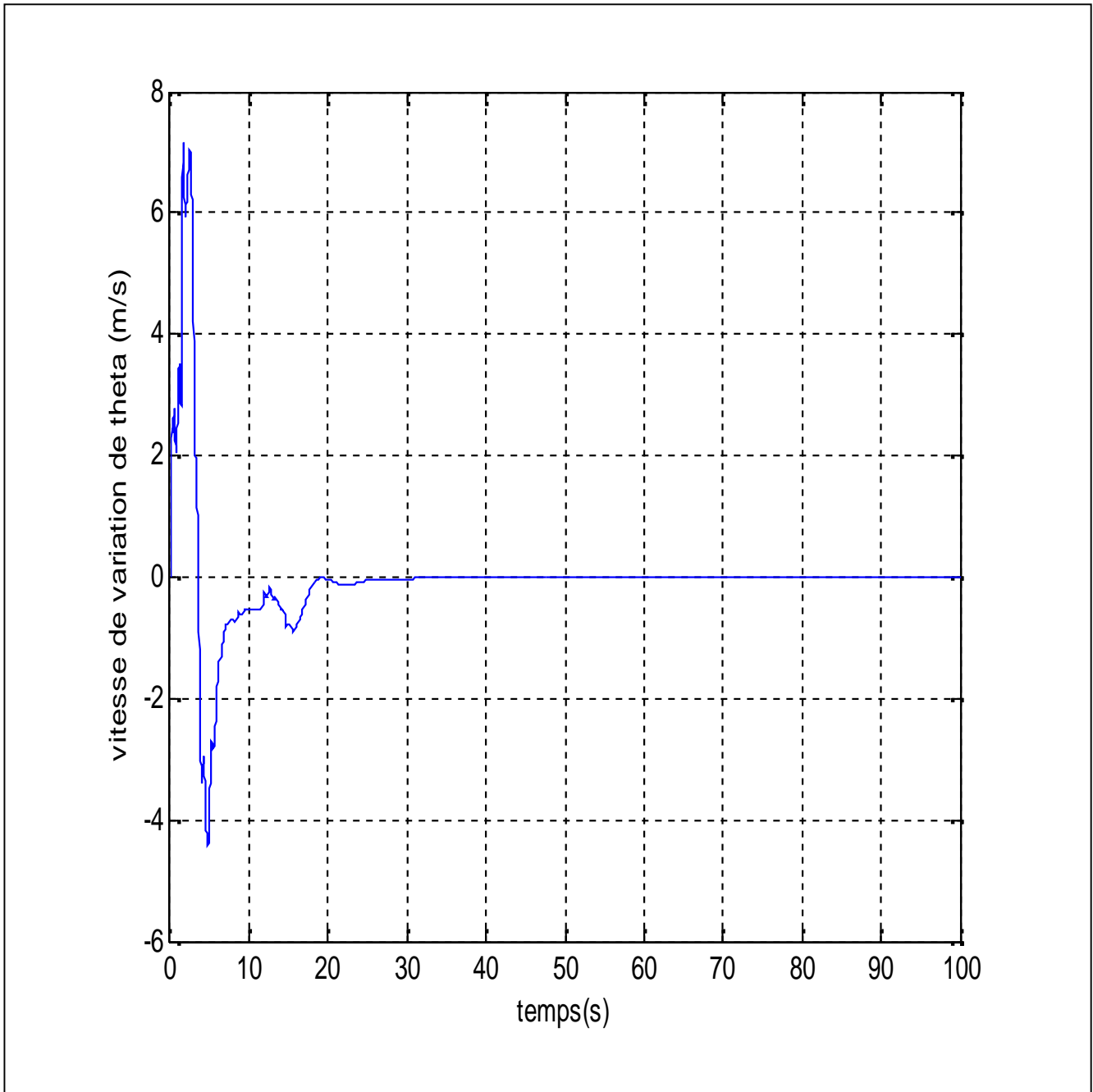


Figure (3.9) : représentation du signal de la vitesse de variation de theta (q).

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

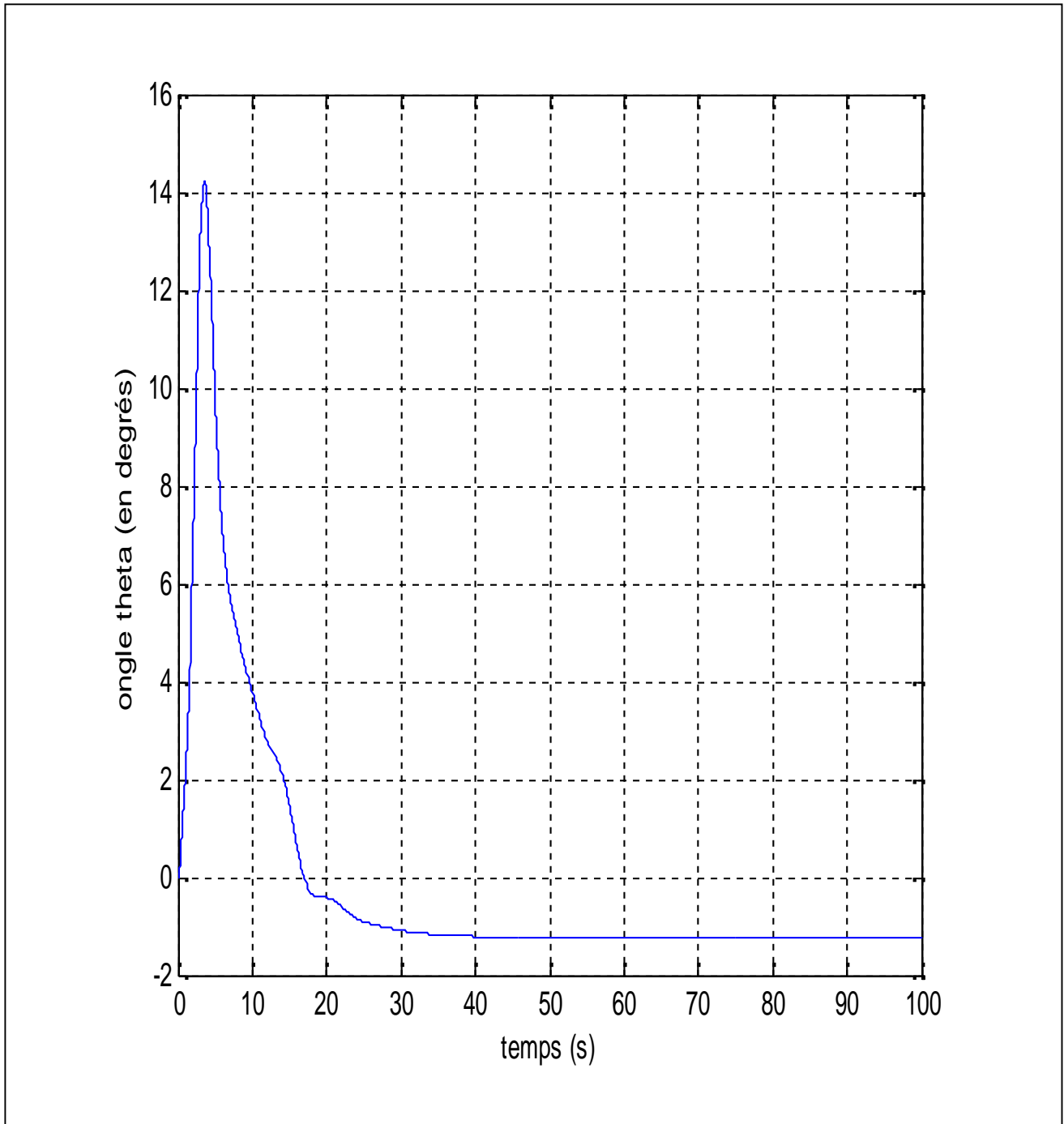


Figure (3.10): Représentation du signal de l'angle entre l'axe x sortant du nez de l'avion et la vitesse de l'air (theta).

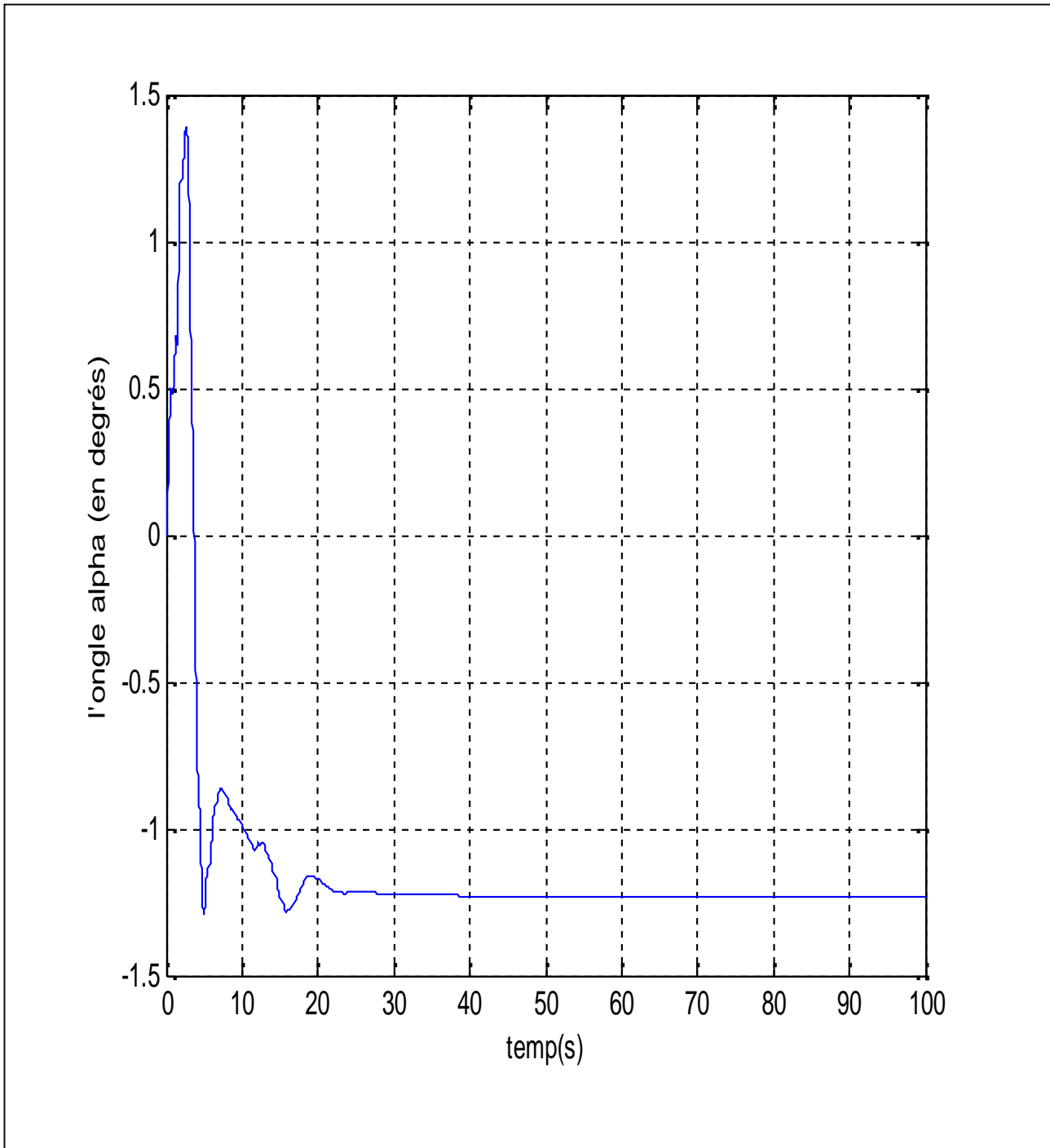


Figure (3.11) : Représentation du signal de l'angle d'attaque (alpha).

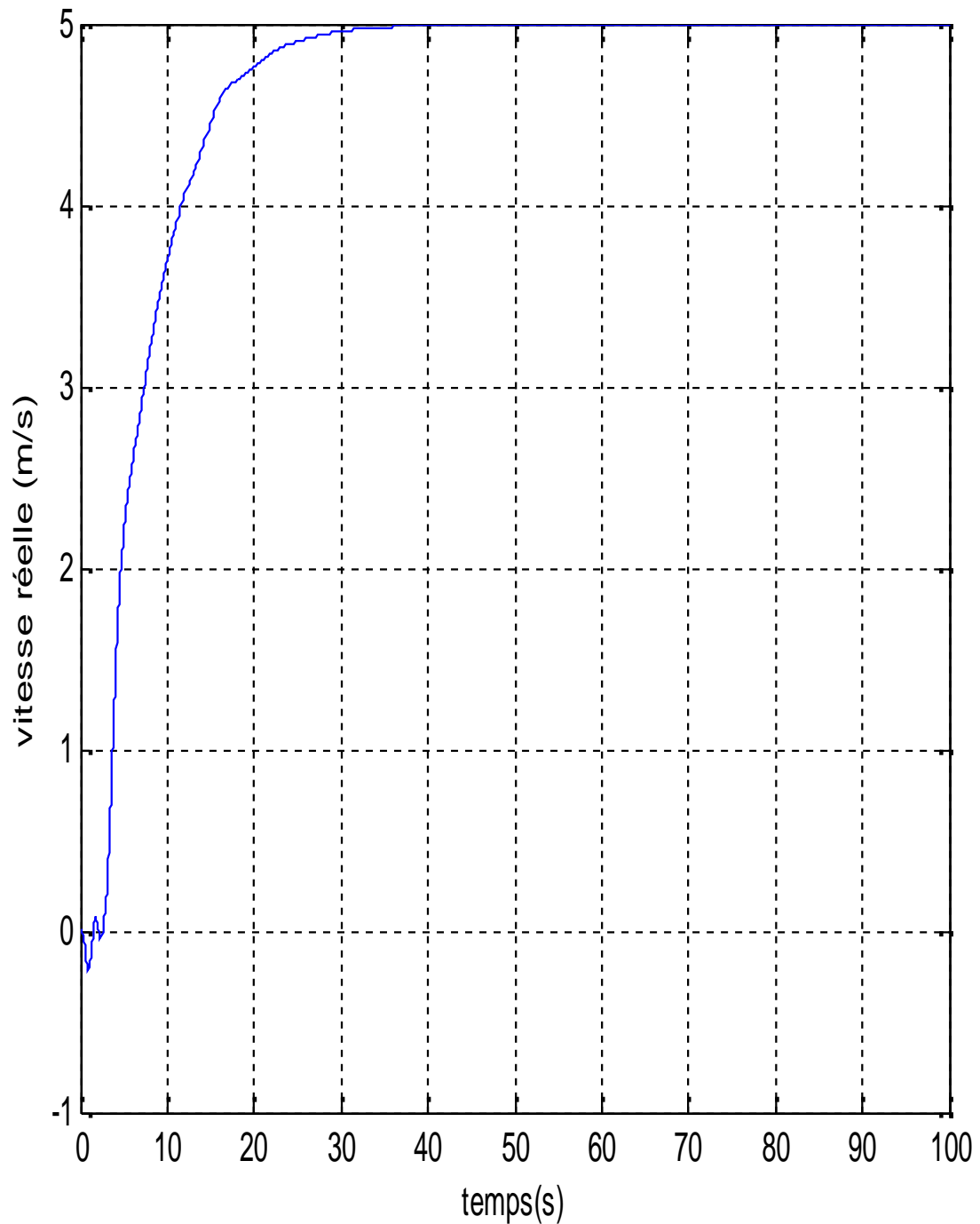


Figure (3.12) : Représentation du signal de la vitesse réelle (V_a).

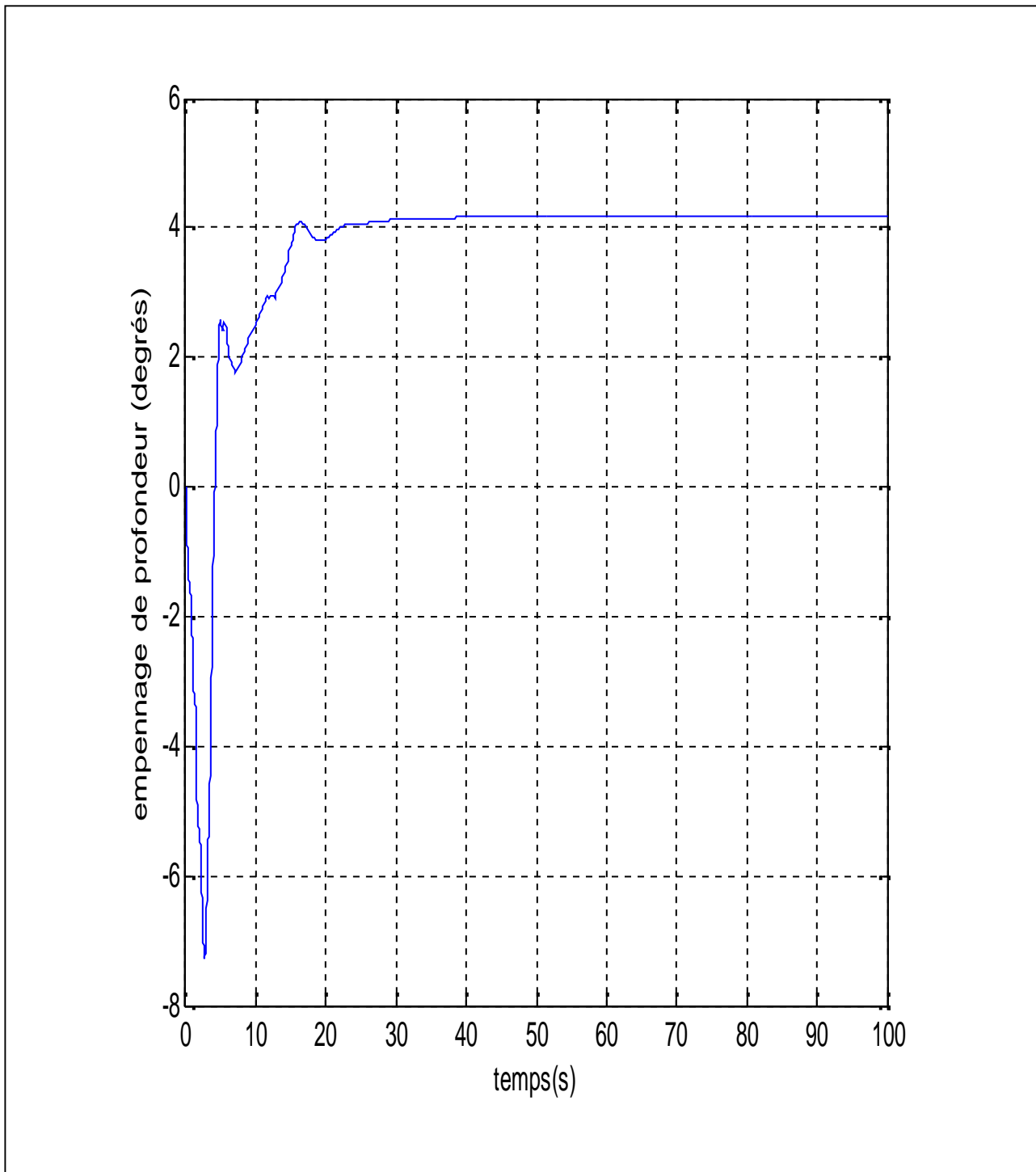


Figure (3.13) : Représentation du signal de l'empennage de profondeur (Elv).

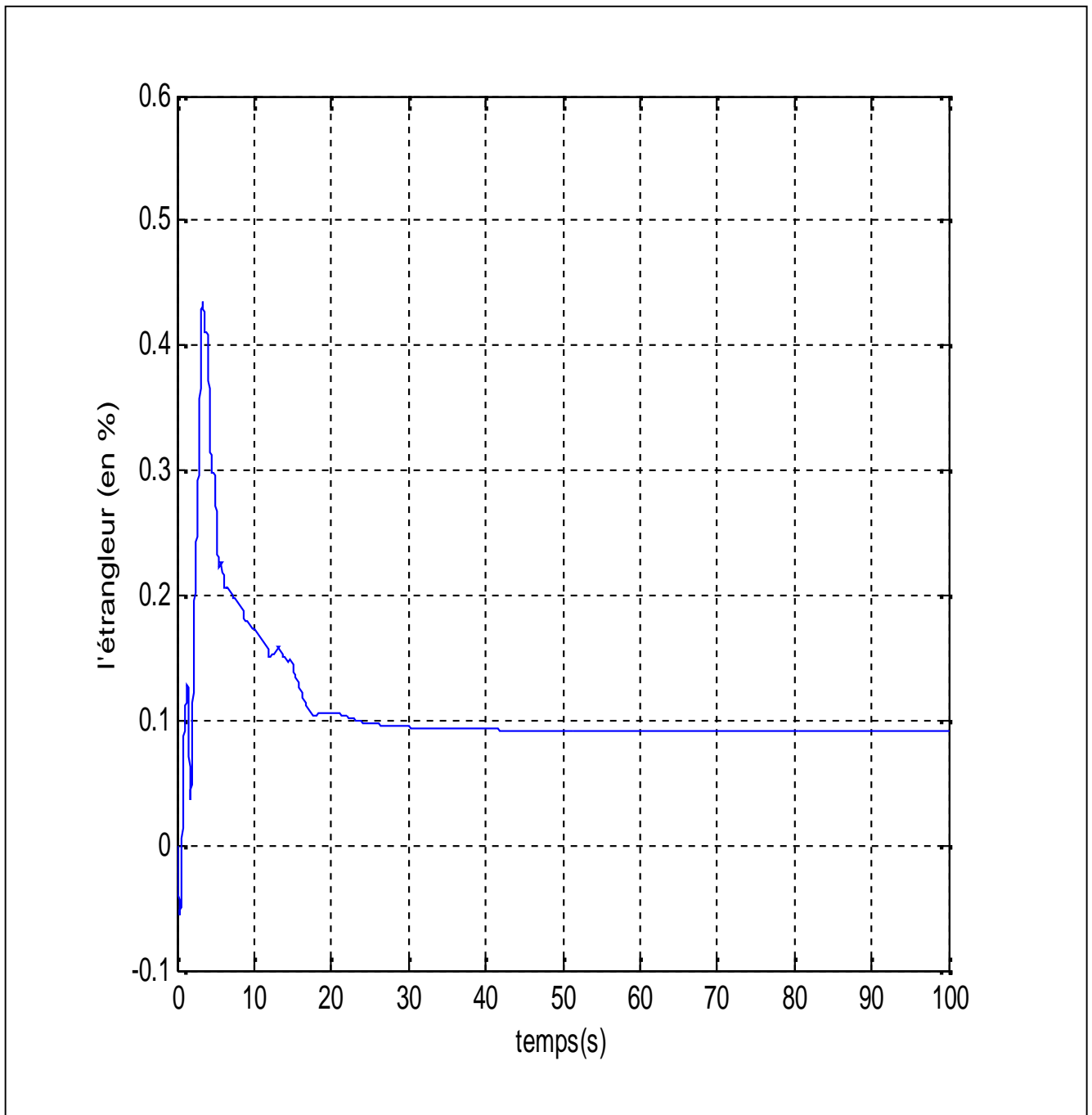


Figure (3.14) : représentation du signal de l'étrangleur (Thr).

Chapitre 3 : Commande combinée appliquée au canal longitudinal d'un drone.

- **Interprétation des résultats :**

Les résultats de simulation montre l'efficacité de l'approche proposée, tel qu'on constate dans la figure (3.6) que la sortie u qui représente la vitesse a atteint la valeur désirée donnée comme consigne qui est de 5m/s et ce à $t = 19s$.

On constate aussi dans la figure (3.7) que la sortie qui représente l'altitude a atteint la valeur désirée donnée comme consigne qui est de 50 m et ce à $t = 19s$, mais on peut voir qu'elle présente un dépassement d'environ 1m cela est dû à une erreur statique ,mais comme cette dernière est minime on peut dire qu'elle est négligeable .

En vu des résultats obtenus par cette simulation on peut dire que nos régulateurs sont performant et notre commande combinée a pue répondre a nos attentes elle a assurée l'atteinte du système de la consigne donnée, vitesse de 5m/s et d'une altitude de 50m, on peut donc dire que le contrôleur flou et le contrôleur LQR conviennent à l'objectif qu'on s'est fixé.

6- Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons appliqué une commande combinée (LQR et Logique flou) sur le canal longitudinal d'un drone en vue de stabiliser les deux paramètres vitesse et altitude. Nous avons commencé par présenter les paramètres du drone ainsi que ceux des deux régulateurs utilisés puis nous avons présentés les résultats de simulation des différents signaux des paramètres composants le système et on a déduit la performance de nos deux régulateurs et donc de notre commande combinée appliquée a ce système.

Conclusion générale

Conclusion générale :

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la commande combinée entre la commande LQR et la logique floue appliquée au canal longitudinal d'un drone .L'objectif est donc de concevoir un contrôleur flou de type Mamdani et un contrôleur LQR qui permettront la commande de ce dernier.

Nous avons d'abord présenté une introduction à la logique floue et le principe de fonctionnement d'un régulateur flou, puis, on a vu la commande optimale et plus particulièrement la commande LQR, nous nous sommes donc intéressés à cette commande malgré l'existence d'autres contrôleurs plus robustes et plus performants face à la non-linéarité du système dynamique, cependant le contrôleur linéaire quadratique est plus simple et plus économique en terme d'énergie consommée ; quand au régulateur flou, il reste le mieux adapté à ce type de systèmes car, ils sont télécommandés et doivent donc reproduire le raisonnement humain face à de différents obstacles qu'ils peuvent rencontrer. La régulation floue reste donc le mieux adapté pour commander ces systèmes.

Les résultats présentés, montrent que l'application du régulateur linéaire quadratique et du régulateur flou peut fournir un contrôle satisfaisant en termes de stabilisation et de commande des paramètres (vitesse et altitude du drone) notre approche est donc convenable aux objectifs fixés.

Bibliographie

Référence bibliographique :

- [1] : Touat M. A. Design of UAV robust autopilot based on adaptive neuro – fuzzy inference system / M.A. Touat, A.A. Tunik // . – 2008.
- [2] : H. Buhler, (Réglage par la logique floue), « Presses polytechniques et universitaires romandes, (1994) ».
- [3] : B.Bouchon-Meunier, (La logique floue), «COLLECTION ENCYCLOPEDIQUE, fondée par Paul Angoulvent ».
- [4] : La commande à base de la logique floue, ([thesis.Univ biskra.dz/1152/5/Chapitre%2002.pdf](https://thesis.univ-biskra.dz/1152/5/Chapitre%2002.pdf)).
- [5] : Thèses et mémoires, (Université Mohamed Khider Biskra). « La commande à base de la logique floue ».
- [6] : Livre,(application de MATLAB 5 et SIMULINK 2), « par M.Mokhtari et M.Marie , édition springer,1998 ».
- [7] : Amieur Toufik, (commande des systèmes non linéaires par mode glissant flou), « mémoire de fin d'étude université Mohamed Kheider Biskra, Algérie, 2009 ».
- [8] : Merabti Halim,(étude des systèmes flous à intervalle), « mémoire de fin d'étude université Mentouri de Constantine,2008 ».
- [9] : MOKEDDEM Diab, (Contrôle Flou des Processus Biotechnologiques à Base d'Algorithmes Génétiques). « Thèse de doctorat, université Ferhat Abbas de Setif, 2010 ».
- [10] : K.M,Passino and S.Yurkovich,(Fuzzy Control), « reading, MA:Addison-Wesley,1998».
- [11] : Samir MERADI,(conception d'un régulateur flou par la commande vectorielle de la machine asynchrone), « mémoire de fin d'étude université Mohamed KHIDER de Biskra,2007».
- [12] : Site internet : https://fr.wikipedia.org/wiki/Commande_optimale.
- [13] : Edouard Laroche (Option Ingénierie des Systèmes, Automatique et Vision).
- [14] :Technique de l'ingénieur, site internet : (<http://www.techniques-ingenieur.fr/basedocumentaire/sciences-fondamentales-th8/analyse-numerique-des-equations-differentielles-et-aux-derivees-partielles-42620210/commande-optimale-af1374>).
- [15] : Site internet : <http://eavr.u-strasbg.fr/~laroche/student>
- [16] : L. Pontriaguine, V. Boltianski, G. Gamkrelidze, and E. Michtchenko, Théorie Mathématique des Processus Optimaux, Moscou.

Bibliographie

[17] : E.LAROCHE,(cours automatique et commande optimale), « école nationale supérieure de physique de Strasbourg »,2009/2010.

[18] : P.NASLIN , (Théorie de la commande et de la conduite optimale),Dunod,Paris 1969.

[19] :Mohamed Larbi SAIDI, (thèse de Doctorat d'état), « commande des systèmes dynamiques linéaires et non linéaires par la stratégie prédictive ».

Résumé :

Le travail que nous avons présenté dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre de la commande combinée entre la commande LQ et la logique floue appliquées au canal longitudinal d'un drone .L'objectif est donc de concevoir un contrôleur flou et un contrôleur LQ qui nous ont permis la commande de ce dernier .Nous avons d'abord présenté des généralités sur la logique floue et le principe de fonctionnement d'un régulateur flou, suite à ça on a vu la commande optimale et plus particulièrement la commande LQ , après conception de ces deux régulateurs on a pu montrer que cette commande combinée fournit un contrôle satisfaisant en termes de stabilisation et de commande des variables tel que la vitesse et altitude du drone, notre approche est donc convenable aux objectifs fixés.

Mots clés :

Commande combinée

Drone

Canal longitudinal d'un drone

Logique floue

Régulateur flou

Commande LQR

Régulateur LQR