

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE POPULAIRE ET DÉMOCRATIQUE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMÉRI DE TIZI-OUZOU
FACULTÉ DU GENIE DE LA CONSTRUCTION
DÉPARTEMENT GENIE-CIVIL



THÈSE DE DOCTORAT « LMD »

Spécialité : GENIE CIVIL

Option : STRUCTURES ET MATERIAUX

Présentée par :

Mlle BELHADJ Naima

THÈME

Modélisation du comportement du béton de fibres par la mécanique de l'endommagement

Devant le Jury composé de :

Président	BEZZAZI	Boudjema	Professeur	Univ. Boumerdès
Rapporteur	BOUAFIA	Youcef	Professeur	UMMTO
Examineur	ZERIZER	Abdellatif	Professeur	Univ. Boumerdès
Examineur	DERRADJ	Mohamed	Maître de conférences A	UMMTO
Invité	DJEBALI	Said	Maître de conférences B	UMMTO

Soutenue, le : / / 2015

Remerciements

*Tout d'abord, je tiens à exprimer ma sincère gratitude au Professeur **Youcef Bouafia** pour m'avoir donné l'occasion de travailler sur ce sujet de recherche et pour tous les conseils qu'il m'a prodigués tout au long de la réalisation de cette thèse.*

Je suis également très reconnaissante envers Madame R. Smahi pour ses conseils et encouragements. Je remercie aussi mes collègues et amis (es) thésards pour l'ambiance chaleureuse dont ils m'ont entourée.

Je tiens à exprimer ma gratitude aux membres de jury, les Professeurs Bezzazi Boudjemaa et Zerizer Abdellatif, de l'université de Boumerdès, ainsi que les Docteurs Derradj Mohamed et Djebali Said, Maîtres de Conférences à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail et d'y avoir consacré de leur temps pour son expertise.

Je tiens à remercier toutes les personnes ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Je tiens, tout particulièrement, à remercier mes parents pour leur soutien, leur sacrifice et leur encouragement indéfectibles tout au long de mon parcours universitaire ; ils m'ont tant aidé à parvenir au point où j'en suis aujourd'hui.

Naima Belhadj

RESUME

La mécanique de l'endommagement permet une modélisation fine du phénomène de dégradation du béton de fibres. La théorie d'endommagement isotrope conduit à des résultats assez satisfaisants aussi bien dans le cadre de l'approche locale que globale.

Il s'agit dans le cadre de ce travail de proposer un modèle d'endommagement basé sur le comportement mécanique non linéaire du béton de fibres, habituellement admis dans le cadre de la théorie des poutres, aussi bien en compression qu'en traction.

Ce modèle prendra en compte le caractère ductile du matériau observé lors des essais de traction directe et ce, même après fissuration. La modélisation est effectuée sous chargement monotone croissant tout en vérifiant les principes de la mécanique de l'endommagement en utilisant les fondements de la mécanique continue des matériaux.

Il est question de combiner les lois de la mécanique des matériaux continus (loi de Hooke généralisée) et la théorie de la mécanique de l'endommagement (théorie de l'isotropie du dommage et principe de la déformation équivalente) pour proposer une loi de variation du dommage. Des confrontations avec les résultats d'essais sont effectuées.

Mots-Clés: béton de fibres; endommagement ; calcul non linéaire ; rupture ; loi de Hooke généralisée ; éléments finis ; isotropie.

ABSTRACT

The damage mechanics allows a fine modeling of the phenomenon of degradation fibers reinforced concrete. The isotropic damage theory leads to quite satisfactory results as well as in the description of the local behavior as in that of the global behavior.

It is in the context of this work to provide a damage model based on the nonlinear mechanical behavior of fibers reinforced concrete both in compression than in tension.

This model takes into account the material ductility observed in direct tension tests and after cracking. The modeling will be performed under increasing monotonic loading while checking the principles of damage mechanics using the foundations of continuous materials mechanics.

It is about combining the laws of continuum materials mechanics (generalized Hooke's law), and the damage mechanics theory (the isotropic damage theory and equivalent strain principle) to propose a variation damage law. Confrontations with tests on specimens are planned.

Keywords: Fiber reinforced concrete, Damage, Nonlinear calculation, Break, Finished elements, Isotropy.

Sommaire

Liste des Figures.....	x
------------------------	---

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Partie 1 : Etude Bibliographique

CHAPITRE I : Technologie du béton de fibres

<i>I.1 Historique sur les bétons de fibres.....</i>	<i>2</i>
<i>I.2 Constituants d'un béton renforcé de fibres.....</i>	<i>2</i>
<i>I.2.1. Matrice à base de ciment.....</i>	<i>3</i>
<i>I.2.2. Fibres pour les liants Matrices.....</i>	<i>3</i>
<i>I.3 Types de fibres.....</i>	<i>4</i>
<i>I.4 Avantages et inconvénients des bétons de fibres.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4.1 Avantages du béton fibré.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4.1.1. Aspect technique.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4.1.2 Aspect économique.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4.2 Les inconvénients des bétons de fibres.....</i>	<i>6</i>
<i>I.5 Applications actuelles des bétons de fibres.....</i>	<i>7</i>
<i>I.6 Quelques exemples d'application des bétons fibrés.....</i>	<i>8</i>
<i>I.6.1 Poteau en béton fibré.....</i>	<i>8</i>
<i>I.6.2 Panneau préfabriqué en béton fibré.....</i>	<i>9</i>
<i>I.7 Rôle des fibres et leurs influences dans le béton.....</i>	<i>9</i>
<i>I.7.1 Rôle des fibres dans le béton.....</i>	<i>9</i>
<i>I.7.2 L'influence des fibres noyées dans le béton.....</i>	<i>11</i>

I.7.2.1	La longueur des fibres.....	11
I.7.2.2	Orientation préférentielle des fibres.....	12
I.7.2.3	Distribution des fibres.....	13
I.7.2.4	Interaction fibre-matrice.....	13
I.8	Mécanisme de rupture des bétons de fibres	14
I.9	Composition et Formulation des bétons de fibres.....	16
I.9.1	Influence de la dimension et du dosage en fibres.....	17
I.9.2	Influence du rapport sable/granulat et fuseau granulométrique.....	18
I.10	Conclusion.....	19

CHAPITRE II : Caractéristiques mécaniques des BFM

II.1	Introduction.....	20
II.2	Résistance à la compression.....	20
II.3	Résistance à la traction directe.....	23
II.4	Résistance à la traction par flexion.....	26
II.5	Résistance à la traction par fendage.....	28
II.6	Comportement des bétons de fibres au cisaillement.....	30
II.7	Caractéristiques mécaniques dynamiques.....	30
II.7.1	Résistance à la fatigue.....	30
II.7.2	Comportement sous sollicitations impulsionnelles (chocs).....	31
II.8	Conclusion.....	31

CHAPITRE III : La mécanique de l'endommagement

III.1	Introduction.....	32
III.2	Mécanique de l'endommagement.....	32

III.2.1	<i>La variable d'endommagement</i>	32
III.2.2	<i>Endommagement isotrope</i>	34
III.3	<i>Hypothèse de la contrainte effective</i>	34
III.3.1	<i>Définition</i>	34
III.3.2	<i>Hypothèse d'équivalence en déformation</i>	35
III.4	<i>Mesures d'endommagement</i>	36
III.4.1	<i>Mesures directes</i>	37
III.4.2	<i>Mesures indirectes</i>	37
III.5	<i>Formulation thermodynamique de l'endommagement</i>	38
III.5.1	<i>Choix des variables</i>	38
III.5.2	<i>Potentiel thermodynamique</i>	39
III.5.3	<i>Potentiel de dissipation</i>	39
III.6	<i>Les modèles d'endommagement</i>	40
III.6.1	<i>Modèle de Mazars</i>	41
III.6.2	<i>Modèle de G. Camps et al</i>	44
III.6.3	<i>Modèle de R. Hameed</i>	46
III.7	<i>Conclusion</i>	49

Partie2 : La Modélisation

CHAPITRE I : Proposition d'un nouveau modèle du béton fibré

I.1	<i>Introduction</i>	50
I.2	<i>Hypothèses de l'étude</i>	50
I.3	<i>La théorie des milieux continus</i>	52
I.3.1	<i>Définition</i>	52
I.3.2	<i>Vecteur contrainte et tenseur des contraintes</i>	52

I.3.3	Contrainte principales.....	54
I.3.4	Etats de contraintes particuliers.....	55
I.3.5	Tenseur linéarisé des déformations.....	56
I.3.6	Relations entre contraintes et déformations : Lois de comportement.....	56
I.3.6.1	Comportement élastique linéaire.....	56
I.3.6.2	Isotropie.....	57
I.3.6.3	Loi de comportement élastique linéaire isotrope.....	57
I.3.7	Etats de contraintes et déformations planes.....	59
I.3.7.1	Etat de contraintes planes.....	59
I.3.7.2	Etat de déformations planes.....	60
I.4	L'hypothèse d'équivalence en déformation, son application aux lois de comportement du béton de fibres en uni axial et application de la méthode de la sécante.....	61
I.4.1	La loi de comportement en compression uni axiale : Loi de Sargin.....	61
I.4.2	Loi d'évolution du dommage en compression.....	63
I.4.3	Fonction seuil du dommage cas d'un état de compression uni axiale.....	66
I.4.4	La loi de comportement en traction uni axiale : Loi de Bouafia et al.....	68
I.4.5	Loi d'évolution du dommage en traction uni axiale.....	73
I.4.5.1	Variable du dommage en traction uni axiale D_{t1}	73
I.4.5.2	Variable du dommage en traction uni axiale D_{t2}	74
I.4.6	Fonction seuil du dommage, pour un état de traction uni axiale.....	74
I.5	Conclusion.....	76

CHAPITRE II : Simulation numérique du modèle d'endommagement

II.1	Introduction.....	78
II.2	Introduction à la méthode des éléments finis.....	78
II.3	Etapas logiques du calcul par éléments finis.....	80
II.3.1	Définitions.....	80

II.3.2	Position du problème.....	80
II.3.3	Principe variationnel.....	81
II.3.3.1	Système d'élasticité linéaire.....	81
II.3.3.2	Minimisation de l'énergie potentielle ou PTV.....	82
II.3.4	Discrétisation géométrique (Maillage).....	83
II.3.5	Formulation d'un élément.....	84
II.3.5.1	Approximation du champ des déplacements.....	84
II.3.5.2	Expression des déformations en fonction des variables nodales.....	86
II.3.5.3	Expression des contraintes en fonction des variables nodales.....	86
II.3.5.4	Energie potentielle de l'élément.....	87
II.3.5.5	Evaluation de la matrice de rigidité élémentaire.....	87
II.3.5.6	Système global – calcul des résidus.....	89
-	Stratégie de résolution.....	90
-	Test de convergence.....	91
II.4	Elaboration du programme de calcul.....	91
II.5	Organigramme de calcul.....	91
II.6	Conclusion.....	94

CHAPITRE III : Validation et confrontation des résultats

III.1	Introduction.....	95
III.2	But recherché.....	95
III.3	Simulation du comportement du béton de fibres métalliques.....	96
III.3.1	Réponse d'un élément de volume sollicité.....	96
III.3.1.1	En traction.....	96
III.3.1.2	En Compression.....	101
III.4	Réponse d'un cube en sollicitation uni axiale.....	103

III.4.1	<i>En Traction</i>	103
III.4.2	<i>En compression</i>	105
III.5	<i>Confrontation de la relation contrainte – déformation</i>	106
III.5.1	<i>En traction</i>	106
III.5.2	<i>En compression</i>	112
III.6	<i>Etude paramétrique du comportement du béton de fibres</i>	115
III.6.1	<i>Influence des paramètres de la loi de comportement du béton de fibres en Compression</i>	115
III.6.1.1	<i>Le comportement post rupture</i>	115
III.6.1.2	<i>La déformation à la rupture</i>	117
III.6.2	<i>Paramètres concernant le comportement du béton de fibres en traction</i>	118
III.6.2.1	<i>L'influence de l'orientation des fibres</i>	119
III.6.2.2	<i>L'influence de la longueur des fibres</i>	121
III.6.2.3	<i>L'influence du pourcentage des fibres</i>	122
III.6.2.4	<i>L'influence du diamètre des fibres</i>	124
III.6.2.5	<i>L'influence de la contrainte d'adhérence sur la loi de comportement</i>	125
III.6.2.6	<i>Influence du rapport Sable / Gravier sur le comportement</i>	127
III.7	<i>Conclusion</i>	131
	 Conclusion générale	 132
	 Références bibliographiques	 136

Partie 1 : Etude Bibliographique

Chapitre I : Technologie du béton de fibres

<i>Figure I.1 : Composite considéré comme un système à deux composants</i>	2
<i>Figure I.2 : Les caractéristiques principales des fibres</i>	3
<i>Figure I.3 : Les différents types de fibres d'acier</i>	5
<i>Figure I.4 : Rénovation des poteaux en béton fibré/fibres métalliques</i>	8
<i>Figure I.5 : Panneau préfabriqué en béton fibré</i>	9
<i>Figure I-6-a: La propagation des fissures</i>	10
<i>Figure I-6-b : Le comportement du béton avec et sans fibres</i>	10
<i>Figure I.7 : Schéma de disposition des fibres</i>	11
<i>Figure I.8 : Effet de l'orientation des fibres sur la résistance du composite en flexion</i>	12
<i>Figure I.9.a : Processus de fissuration du béton</i>	15
<i>Figure I.9.b : courbe contrainte déformation du béton</i>	16
<i>Figure I.10 : Effet des fibres incorporées dans un béton sur son affaissement</i>	17
<i>Figure I.11 : Effet de l'élançement sur l'ouvrabilité du béton</i>	17
<i>Figure I.12 : Influence du pourcentage et la longueur des fibres sur la quantité de ciment</i> ...	18
<i>Figure I.13 : Effet du rapport sable/gravier sur la maniabilité du béton fibré</i>	19

Chapitre II : Caractéristiques mécaniques des BFM

<i>Figure II.1 : Courbe contrainte déformation en compression simple</i>	21
<i>Figure II.2 : " Contrainte-déformation" en compression</i>	21

<i>Figure II.3 : Courbe contrainte déformation des essais de compression faits sur des éprouvettes asservies.....</i>	<i>22</i>
<i>Figure II.4 : Courbes de contrainte-déformation: en compression.....</i>	<i>23</i>
<i>Figure II.5 : Courbe contrainte-déformation en traction directe du mortier renforcé par différents types de fibres, Shah.....</i>	<i>23</i>
<i>Figure II.6 : Comparaison de l'effet de la fraction volumique de fibres d'acier Dramix pour un béton renforcé de fibres.....</i>	<i>24</i>
<i>Figure II.7.a : Machine de traction.....</i>	<i>24</i>
<i>Figure II.7.b : Essai de traction en cours d'exécution.....</i>	<i>24</i>
<i>Figure II.8: Courbes contraintes-déformations en traction (béton de rapport S/G=0.8).....</i>	<i>25</i>
<i>Figure II.9: Courbes contraintes-déformations en traction (béton de rapport S/G=1).....</i>	<i>25</i>
<i>Figure II.10 : Courbe charge flèche en flexion simple pour le béton et le béton renforcé par des fibres métalliques Swamy et al.....</i>	<i>26</i>
<i>Figure II.11 : Courbes typiques de charge-déflexion expérimentales PC et DS.....</i>	<i>27</i>
<i>Figure II.12 : Variation de résistance à la flexion par rapport au taux volumique de fibres..</i>	<i>27</i>
<i>Figure II.13 : Effet du rapport d'aspect des fibres sur la capacité de charge de BFM en flexion.....</i>	<i>28</i>
<i>Figure II.14 : Essai de traction par fendage.....</i>	<i>28</i>
<i>Figure II.15 : Courbe charge-déplacement diamétrale par fendage en fonction du pourcentage de fibres.....</i>	<i>29</i>
<i>Figure II.16 : Courbe charge-déplacement diamétral par fendage pour différents matériaux, Zhan.....</i>	<i>29</i>

Chapitre III : La mécanique de l'endommagement

<i>Figure III.1 : Représentation de l'élément de volume endommagé.....</i>	<i>33</i>
<i>Figure III.2 : Section effective d'une éprouvette de traction.....</i>	<i>35</i>

<i>Figure III.3 : Contrainte effective et équivalence en déformation.....</i>	<i>36</i>
<i>Figure III.4 : Mesures de l'endommagement par variation du module d'Young.....</i>	<i>37</i>
<i>Figure III.5 : Evolution des variables d'endommagement en traction et en compression.....</i>	<i>43</i>
<i>Figure III.6 : Modèle de Mazars, comportement en traction et en compression.....</i>	<i>44</i>
<i>Figure. III.7 : Les paramètres du modèle liées aux des fibres métallique.....</i>	<i>49</i>

Partie2 : La Modélisation

Chapitre I : Proposition d'un nouveau modèle du béton fibré

<i>Figure I.1 : Contrainte effective et équivalence en déformation en compression.....</i>	<i>51</i>
<i>Figure I.2 : Vecteur contrainte.....</i>	<i>53</i>
<i>Figure I.3 : Composantes du tenseur contrainte.....</i>	<i>54</i>
<i>Figure I.4 : Loi de comportement ($\sigma_ \varepsilon$) du béton de fibres en compression simple.....</i>	<i>62</i>
<i>Figure I.5 : Loi de comportement ($\sigma_ \varepsilon$) en traction du béton de fibres en acier.....</i>	<i>69</i>
<i>Figure I.6.a : cas possibles d'orientation des fibres.....</i>	<i>71</i>
<i>Figure I.6.b : Orientation des fibres dans le plan et dans l'espace.....</i>	<i>72</i>
<i>Figure I.7 : Contrainte effective et équivalence en déformation en traction.....</i>	<i>73</i>

Chapitre II : Simulation numérique du modèle d'endommagement

<i>Figure II.1 : Schéma de la méthode des éléments finis.....</i>	<i>79</i>
<i>Figure II.2 Domaine de frontière.....</i>	<i>81</i>
<i>Figure II.3 : Discrétisation géométrique.....</i>	<i>83</i>

Chapitre III : Validation et confrontation des résultats

Figure III.1 : Géométrie et chargement du volume élémentaire.....	96
Figure III.2 : Fibres Dramix utilisé pour le Materiau1.....	98
Figure III.3 : Fibres issus des déchets d'usinage utilisé pour le matériau2.....	98
Figure III.4 : Evolution de la contrainte en fonction de la déformation.....	99
Figure III.5 : Evolution du dommage en fonction de la déformation.....	99
Figure III.6 : Réponse globale.....	100
Figure III.7 : Réponse local au point de gauss N°4.....	100
Figure III.8 : Evolution du dommage en fonction de la déformation.....	101
Figure III.9 : Evolution de la contrainte de compression.....	102
Figure III.10 : Evolution du dommage en compression.....	102
Figure III.11 : La réponse globale en compression.....	103
Figure.III.12 : Géométrie et chargement.....	104
Figure III.13 : Réponse en Traction uni axiale.....	104
Figure III.14 : Evolution du dommage en traction uni axiale.....	105
Figure III.15 : Réponse en Compression uni axiale.....	105
Figure III.16 : Evolution du dommage en compression.....	106
Figure III.17 : Forme des éprouvettes.....	106
Figure III.18 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction.....	107
Figure III.19 : Forme et dimensions des éprouvettes.....	107
Figure III.20 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S/G = 0.8$ et $\omega = 0.4\%$	108
Figure III.21 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S/G = 0.8$ et $\omega = 0.6\%$	108
Figure III.22 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport	

<i>S / G = 0.8 et $\omega = 0.8$ %.....</i>	<i>109</i>
<i>Figure III.23 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport S / G = 1 et $\omega = 0.4$ %.....</i>	<i>109</i>
<i>Figure III.24 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport S / G = 1 et $\omega = 0.6$ %.....</i>	<i>110</i>
<i>Figure III.25 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport S / G = 1 et $\omega = 0.8$ %.....</i>	<i>110</i>
<i>Figure III.26 : L'évolution du dommage en fonction de la déformation.....</i>	<i>111</i>
<i>Figure III.27 : Maillage.....</i>	<i>112</i>
<i>Figure III.28: Simulation du comportement du béton de fibre en compression.....</i>	<i>113</i>
<i>Figure III.29 : Simulation du comportement du béton de fibre en compression.....</i>	<i>113</i>
<i>Figure III.30 : Evolution du dommage en compression pour le Matériau 3.....</i>	<i>114</i>
<i>Figure III.31 : Comparaison de l'évolution de l'endommagement dans les deux cas de traction et de compression.....</i>	<i>114</i>
<i>Figure III. 32 : Evolution de la contrainte de compression en fonction du paramètre Rc...116</i>	<i>116</i>
<i>Figure III.33 : Evolution du dommage en compression dans un élément de volume en compression ($\varepsilon = \varepsilon_{rc}$).....</i>	<i>116</i>
<i>Figure III.34 : Evolution de la contrainte de compression dans un élément de volume en compression pour ($\varepsilon_{rc} = 3.5$ ‰).....</i>	<i>117</i>
<i>Figure III.35 : Evolution du dommage en compression dans un élément de volume en compression ($\varepsilon_{rc} = 3.5$ ‰).....</i>	<i>118</i>
<i>Figure III.36 : Contrainte – déformation en fonction de l'orientation des fibres.....</i>	<i>119</i>
<i>Figure III.37 : Dommage – déformations en fonction de l'orientation des fibres.....</i>	<i>120</i>
<i>Figure III.38 : La réponse globale en fonction de l'orientation des fibres.....</i>	<i>120</i>
<i>Figure III.39 : Contrainte-déformation en fonction de la longueur des fibres.....</i>	<i>121</i>
<i>Figure III.40 : Evolution du dommage en fonction de la longueur des fibres.....</i>	<i>121</i>
<i>Figure III.41 : L'influence de longueur des fibres sur la réponse globale.....</i>	<i>122</i>

<i>Figure III.42 : Contrainte-déformation en fonction du pourcentage des fibres.....</i>	<i>122</i>
<i>Figure III.43 : Evolution du dommage en fonction du Pourcentage des fibres.....</i>	<i>123</i>
<i>Figure III.44 : La réponse globale.....</i>	<i>123</i>
<i>Figure III.45 : Contrainte-déformation en fonction du diamètre des fibres.....</i>	<i>124</i>
<i>Figure III.46 : Dommage-déformation en fonction du diamètre des fibres.....</i>	<i>124</i>
<i>Figure III.47 : L'influence du diamètre sur la réponse globale.....</i>	<i>125</i>
<i>Figure III.48 : Contrainte-déformation en fonction de la contrainte d'adhérence.....</i>	<i>125</i>
<i>Figure III.49 : Dommage-déformation en fonction la contrainte d'adhérence.....</i>	<i>126</i>
<i>Figure III.50 : Réponse globale force-déplacement.....</i>	<i>126</i>
<i>Figure III.51 : Evolution de la contrainte en fonction de la déformation pour $\omega = 0.4\%$.....</i>	<i>127</i>
<i>Figure III.52 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.4\%$.....</i>	<i>127</i>
<i>Figure III.53 : Evolution de la contrainte de traction pour $\omega = 0.6\%$.....</i>	<i>128</i>
<i>Figure III.54 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.6\%$.....</i>	<i>128</i>
<i>Figure III.55 : Evolution de la contrainte de traction pour $\omega = 0.8\%$.....</i>	<i>129</i>
<i>Figure III.56 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.8 \%$.....</i>	<i>129</i>

Introduction générale

Ce travail s'inscrit dans le cadre de la modélisation du comportement mécanique du composite béton renforcé de fibres métalliques. Il s'agit plus précisément de proposer un modèle d'endommagement basé sur le comportement mécanique non linéaire du béton de fibres aussi bien en compression qu'en traction. Les fibres sont supposées réparties de manière homogène et uniforme dans le composite.

La modélisation est effectuée sous chargement monotone croissant, en conditions isothermiques. Les phénomènes tels que le fluage, le retrait, les chocs, la fatigue, la température, ne sont pas pris en compte.

La démarche adoptée comprend trois aspects principaux :

- Une étude bibliographique,
- L'élaboration d'un nouveau modèle,
- La validation expérimentale de ce modèle.

L'étude bibliographique est un rappel sur quelques notions fondamentales du béton de fibres métalliques. Nous nous sommes intéressés aussi à la mécanique de l'endommagement.

Les différentes notions ainsi que les modèles élaborés dans le cadre de la théorie des poutres ont servi à élaborer un modèle d'endommagement aussi bien en compression qu'en traction.

Le modèle est basé sur les principes de la mécanique d'endommagement (théorie de l'isotropie du dommage et principe de déformation équivalente) et de la mécanique des matériaux continus (loi de Hooke généralisée) pour proposer une loi de variation du dommage en unidirectionnel. Ce modèle est ensuite confronté à des résultats expérimentaux

Les paramètres du modèle sont :

- ✚ paramètres choisis à priori : type de fibres, longueur et diamètre, dosage de fibres dans le béton.
- ✚ Pour une composition du béton donnée : résistance à la fissuration du béton et contrainte d'adhérence limite des fibres.
- ✚ Paramètres lié à la mise en œuvre des fibres : coefficient d'orientation des fibres.

I.1 Historique sur les bétons de fibres

Les matériaux cimentaires sont généralement caractérisés comme étant des matériaux fragiles à faible résistance à la traction et à faible capacité de cisaillement, cette fragilité peut être surmontée par l'introduction d'armatures filantes ; c'est le cas du béton armé traditionnel, et de renforts qui peuvent être des fibres courtes ; c'est le cas des matériaux composites et en particulier le béton de fibres [1].

L'utilisation des fibres discontinues pour améliorer les propriétés du béton a commencé en 1910 [2]. Dès le début des années 1920, les bétons renforcés de fibres ont été introduits ; on utilisait alors soit des fibres végétales souvent mélangées à des déchets de type animalier, soit des fibres en acier (clous) qui sont incorporés dans une matrice cimentaire [3].

I.2 Constituants d'un béton renforcé de fibres

Les bétons renforcés de fibres sont généralement définis comme des composites avec deux composantes principales : les fibres et la matrice (Figure I.1) [4]. Les fibres sont réparties de manière aléatoire dans la matrice en béton. Les fibres servent alors à renforcer la matrice qui présente un caractère plutôt fragile. La liaison est alors supposée parfaite [5]. Le matériau obtenu présente une meilleure résistance à la traction, devient ductile et capable de limiter la propagation de l'endommagement tout en assurant une durabilité accrue [6]. La résistance à la traction reste tout de même assez faible par rapport à la résistance à la compression [7-10].

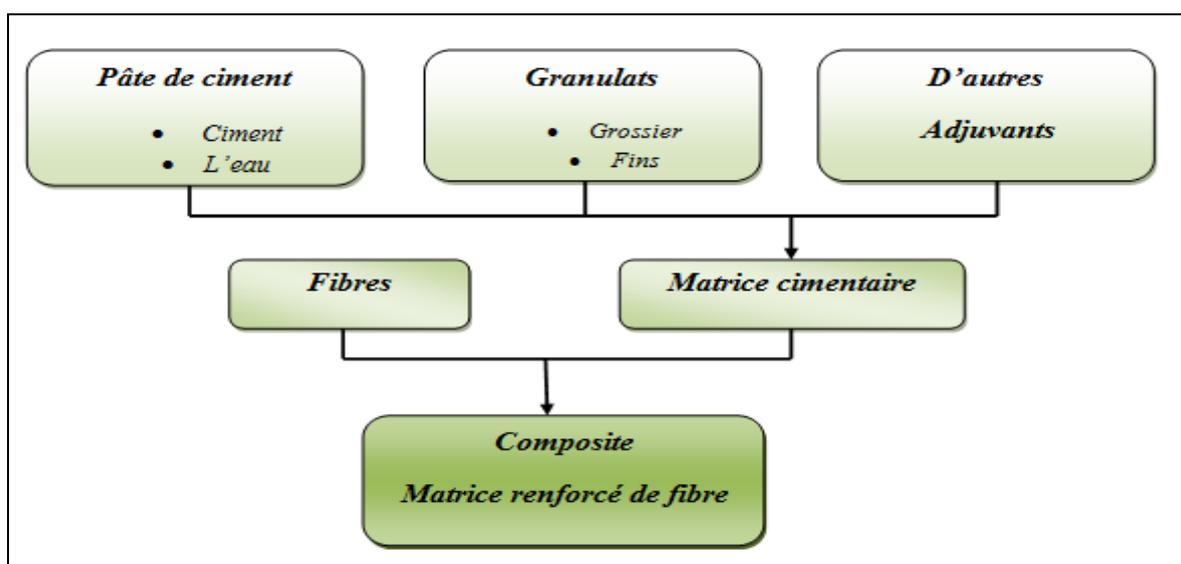


Figure I.1 : Composite considéré comme un système à deux composants [4]

I.2.1. Matrice à base de ciment

Typiquement, la matrice pour le composite peut être une pâte de ciment, un mortier ou un béton (un mortier avec gravillons). La pâte de ciment est constituée de ciment et d'eau, et peut contenir des additifs qui peuvent être osseux (cendres volantes) ou chimiques (adjuvants).

I.2.2. Fibres pour les liants Matrices

Les fibres discontinues utilisées dans le béton peuvent être caractérisées de différentes manières comme le montre la Figure I.2 [5].

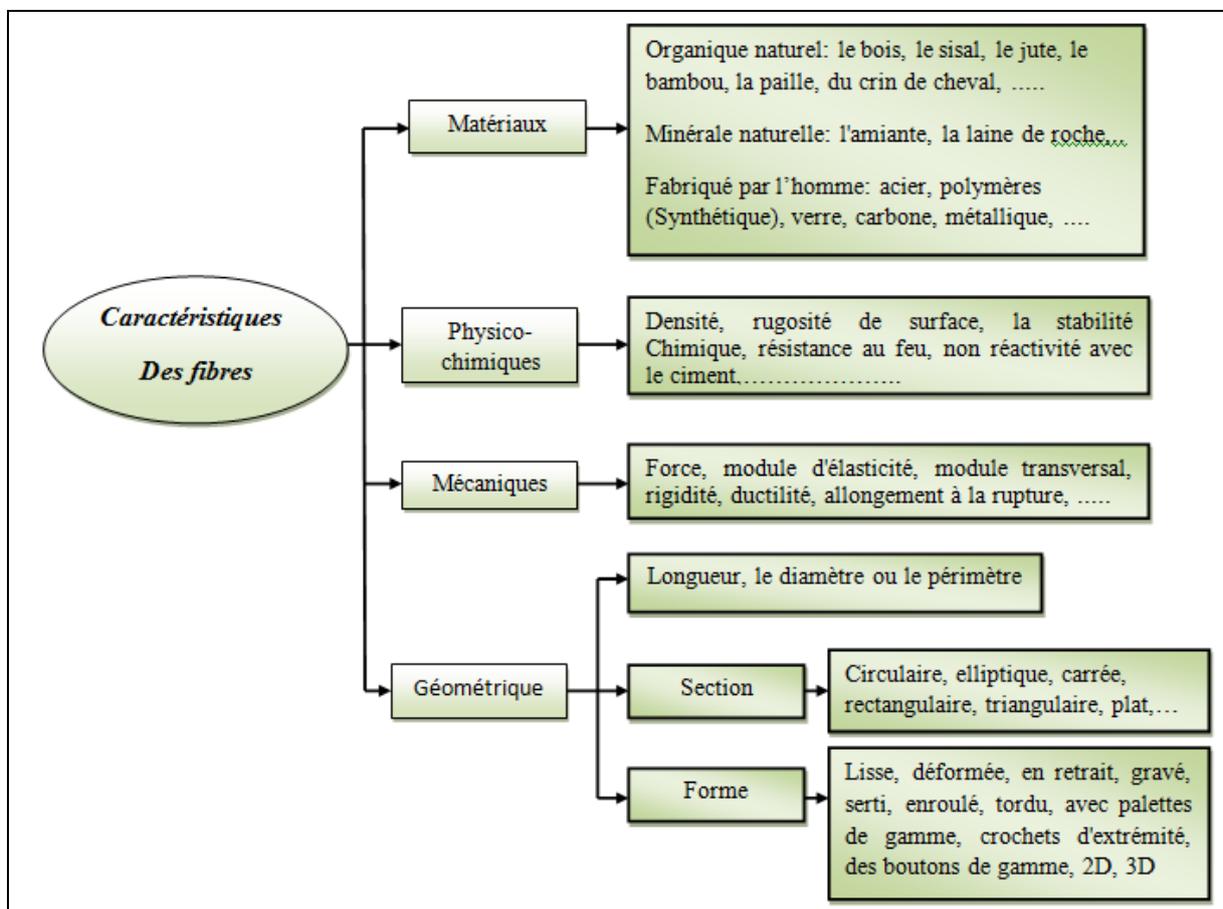


Figure I.2 : Les caractéristiques principales des fibres [5]

Les principaux facteurs qui contrôlent les performances du matériau composite sont les suivants:

- ✚ Les propriétés physiques des fibres et de la matrice,
- ✚ Adhérence et collage des fibres dans la matrice.

1.3 Types de fibres

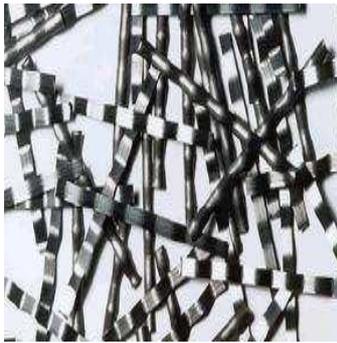
Les fibres sont normalement divisées en trois grandes catégories: Les fibres d'acier, naturelles, et synthétique. Dans cette présente étude, on se limitera au cas des fibres métalliques qui sont les plus utilisées pour le renforcement du béton.

✚ Les fibres à base d'acier

Les fibres d'acier destinées à armer le béton sont généralement courtes, les longueurs discrètes d'acier ayant un rapport d'aspect dans la gamme de 20 à 100 mm, qui sont suffisamment petites pour être dispersées au hasard dans un mélange de béton non durci [11]. Les fibres d'acier sont disponibles en longueurs de 6 à 80 mm et ayant une surface transversale entre 0,1 et 1,5 mm. La résistance à la traction est normalement dans la plage comprise entre 300 et 2400 MPa. Elles sont de forme circulaire ou rectangulaire et sont produites par découpage des fils d'acier ou par des feuilles de cisailage de tôles métalliques aplaties. Les fibres sont généralement serties ou déformée soit avec un crochet à chaque extrémité de la fibre ou une petite tête pour améliorer l'ancrage dans la matrice béton [12].

Le dosage des fibres en volume peut varier jusqu'à 2% dans le béton. Pour des teneurs plus élevées en volume, le mélange a tendance à produire une agglomération de fibres pendant le processus de malaxage et l'ouvrabilité ne peut pas être facilement obtenue [12].

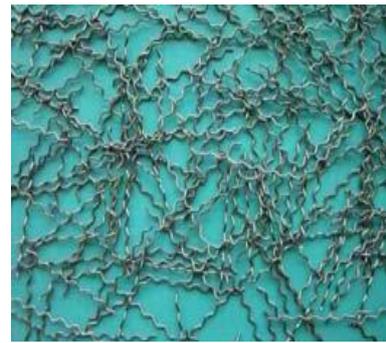
Les différents types de fibres d'acier sont montrés dans la Figure I.3.



Fibres sertie



fibres d'acier amorphes



Fibres ondulées



Fibres droite



Fibres ondulées



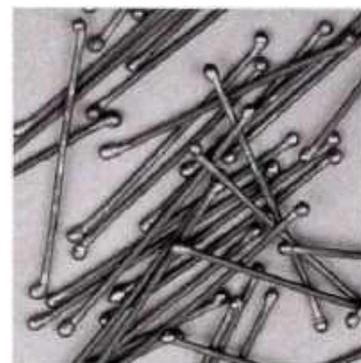
Fibres à crochets



Fibres pagayé



Fibres torsadées



Fibres d'acier en forme d'os



Fibres droites



Fibres d'acier ondulées



La laine d'acier

Figure I.3 : Les différents types de fibres d'acier [4]

1.4 Avantages et inconvénients des bétons de fibres métalliques (B.F.M)

1.4.1 Avantages du B.F.M

Les avantages de l'utilisation des fibres dans le béton sont présentés selon l'aspect technique et économique.

1.4.1.1 Aspect technique

L'utilisation d'un béton fibré est avantageuse principalement au niveau du contrôle de la fissuration ainsi que du support de charge, tout dépendamment du type de fibres et du dosage utilisé. Les principaux avantages techniques sont :

- un renforcement tridimensionnel uniformément distribué à travers le béton,
- une augmentation de la ténacité (résistance résiduelle),
- une énergie d'absorption élevée,
- une résistance aux impacts, à la fatigue élevée,
- une augmentation de la résistance en cisaillement.

1.4.1.2 Aspect économique

Les principaux avantages économiques des bétons fibrés sont :

- Une réduction des intervenants sur le chantier, ce qui implique une réduction du coût de mise en place et du temps de construction,
- une optimisation du dimensionnement et principalement une substitution d'un certain pourcentage d'armatures traditionnelles dans le cas des pièces nécessitant un fort pourcentage d'acier et aussi dans le cas des fondations profondes.

1.4.2 Les inconvénients du béton de fibres

- Réduction de la maniabilité (quand le pourcentage est élevé),
- Introduction d'un certain type de fibres dans le béton avec les moyens traditionnels se révèle très difficile,
- Actuellement le prix des fibres est relativement très élevé et de ce fait le prix de revient du m^3 de béton de fibre peut paraître excessif par rapport à celui du béton traditionnel.

1.5 Applications actuelles du béton de fibres

Les bétons de fibres métalliques (**BFM**), sont de plus en plus utilisés dans le Bâtiment et les Travaux Publics. Deux grands groupes d'application peuvent être distingués : il s'agit de la préfabrication et du coulage in-situ sur l'ouvrage. Le Tableau I-1 illustre quelques applications de bétons renforcés de fibres et leurs intérêts.

APPLICATIONS	INTERETS APPORTES PAR L'AJOUT DES FIBRES DANS LE BETON
Canalisations et coques minces faiblement sollicitées	-Amélioration de la tenue des pièces aux jeunes âges -Modification des variations dimensionnelles, lutte contre la fissuration
Dallages, chaussé en béton, dallages manufacturés, et éléments structuraux soumis à la flexion	-Diminution de 40% de l'ouverture de fissures -Augmentation de la rigidité après fissuration -Augmentation de la résistance au cisaillement - Augmentation de la résistance à l'usure
Eléments structuraux soumis à la compression (poteaux, pieux, fondations ...)	- Amélioration de la charge ultime - Pas de rupture fragile
Structures soumises à des sollicitations dynamiques (piste d'aéroport)	- Energie absorbée plus importante - Augmentation de la résistance aux chocs -Loi de comportement du matériau fortement améliorée
Réparation des revêtements routiers, tabliers de ponts	- Amélioration de la résistance aux chocs -Amélioration de la déformabilité et de la durabilité
Parties exposées aux fortes variations de température et même aux très hautes Températures	-Remplacement avec succès de revêtement réfractaire -Diminution du coût de réparation des éléments réfractaires
Stabilisation des parois rocheuses, les talus, tunnels, et galeries souterrains	-Suppressions du travail de fixation du grillage ordinairement employé -Diminution du coût de réparation et/ou de stabilisation des parois rocheuses et des talus
Fabrication de pieux, revêtements ignifuges isolants, panneaux de revêtement de façade	- Augmentation de la résistance aux chocs - Augmentation de la résistance à l'usure -Augmentation de la durabilité de revêtement

Tableau I.1 : Applications de bétons renforcés de fibres

1.6 Quelques exemples d'application des bétons fibrés [13]

1.6.1 Poteau en béton fibré

La rénovation de la piscine d'Amiens a permis la consolidation des poteaux porteurs en acier de la verrière en les renforçant par du béton fibré. Ceux-ci étaient rongés par l'action du chlore de l'eau de la piscine. En conséquence un matériau résistant à cette attaque chimique était recherché. La diffusion des ions chlores est 100 fois plus lente dans le béton de fibres métalliques et en fait un matériau de choix pour la réfection des poteaux de cette piscine.

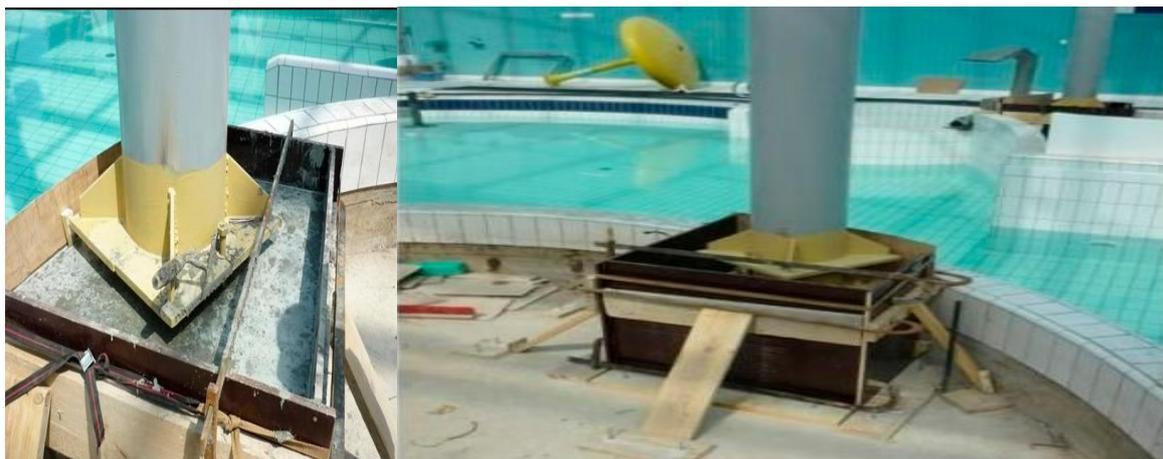


Figure I.4 : Rénovation des poteaux en béton fibré/fibres métalliques [13]

1.6.2 Panneau préfabriqué en béton fibré

Au cœur du Var, l'architecte Rudy Ricciotti a dessiné pour l'amateur d'art Enrico Navarra une galerie d'exposition privée. La toiture de cette villa, conçue par la société LR Ingénierie, se décompose en 17 panneaux en béton renforcé de fibres de 9.25 m x 2.35 m pesant environ 3 tonnes chacun et en porte-à-faux sur une longueur de 7.80m.



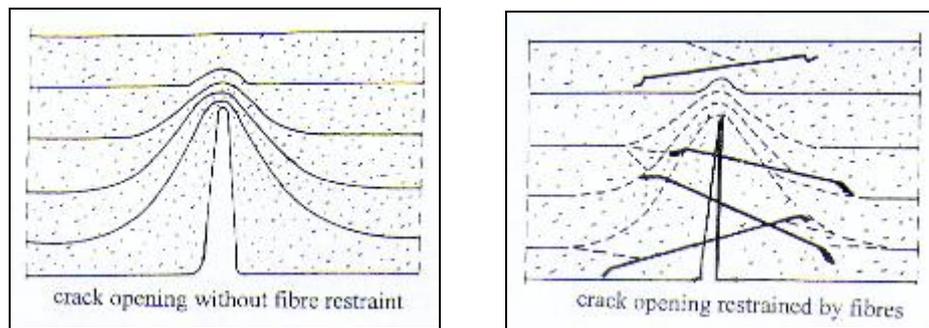
Figure 1.5 : Panneau préfabriqué en béton fibré [13]

1.7 Rôle des fibres et leurs influences dans le béton

1.7.1 Rôle des fibres dans le béton

Au début, les chercheurs ont essayé, par l'addition de fibres, d'augmenter les caractéristiques mécaniques du béton comme la résistance à la compression et la résistance à la flexion, mais le résultat obtenu était limité [14]. Il à été constaté que le rôle principal des fibres dans un matériau cimentaire peut-être apprécié sous deux volets :

- ✚ Le contrôle de la propagation d'une fissure dans un matériau en état de service en réduisant l'ouverture des fissures, comme illustré schématiquement par la Figure I-6-a.
- ✚ La transformation du comportement fragile d'un matériau en un comportement ductile qui accroît la sécurité lors des états de chargement ultimes (Figure I-6-b).



Amorce de fissure

Fissure traversée par des fibres

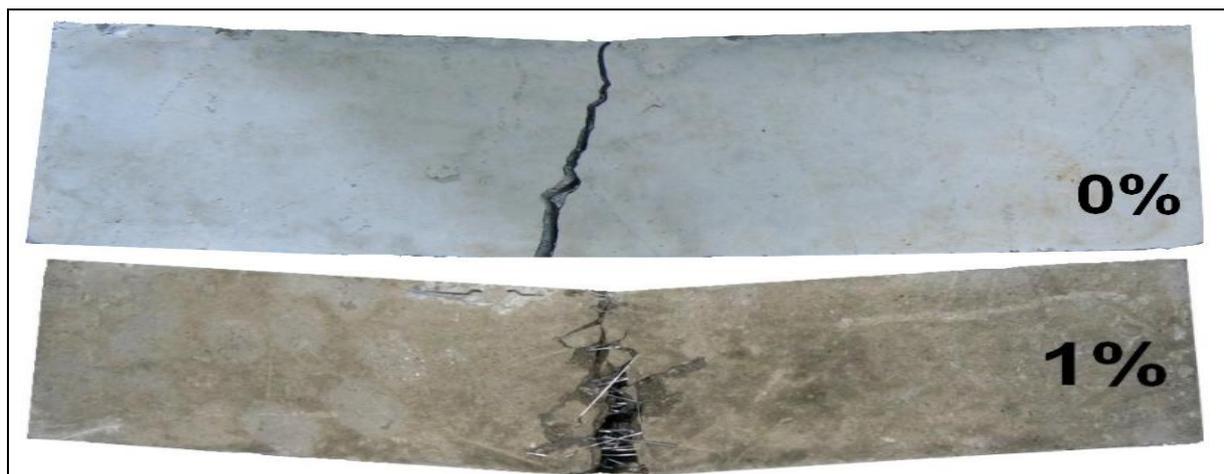


Figure I-6-a: le contrôle de la propagation d'une fissure [14]

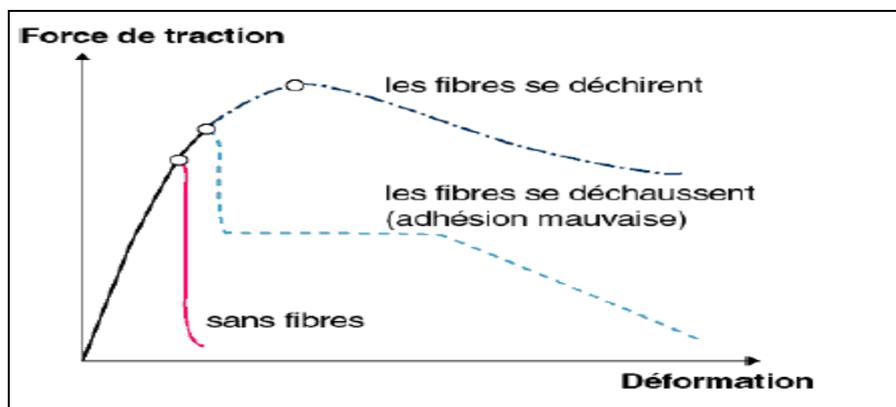


Figure I-6-b : la transformation du comportement [14]

Les fibres ont généralement pour rôle de renforcer la structure en s'opposant au développement des fissures et à leur propagation. Selon le type, le dosage et les éléments en béton dans lesquels elles sont insérées.

L'ajout des fibres à la matrice cimentaire permet d'obtenir [15] :

- une meilleure résistance à la traction, la flexion, la fatigue, l'abrasion et au choc,
- une meilleure maîtrise de la rupture du matériau (amélioration de la ductilité),
- l'atténuation des effets thermiques et de retrait, l'amélioration du comportement du matériau au jeune âge.

1.7.2 Paramètres des fibres influant sur le comportement du béton

1.7.2.1 La longueur des fibres

La longueur des fibres est un paramètre important qui influe de façon contradictoire sur l'efficacité du renfort et sur l'ouvrabilité du mélange. Pour avoir un renforcement efficace dans la matrice, les fibres doivent être suffisamment longues pour s'opposer à l'ouverture de fissures inter granulaires. Pour remplir ce rôle, la longueur des fibres doit représenter trois fois la dimension du plus gros granulat [16]. De plus, les fibres doivent être ancrées le plus solidement possible dans la matrice pour couder effectivement les deux lèvres des fissures. Les fibres courtes seraient contournées, voire elles mêmes source de rupture si la liaison fibre était de mauvaise qualité [17].

Pour les bétons fibres métalliques nous pouvons utiliser des microfibrilles (de longueur inférieure à 5mm), afin d'améliorer la capacité portante et la ductilité des structures.

Par contre, elles ne permettent pas d'améliorer la résistance intrinsèque du matériau [18].

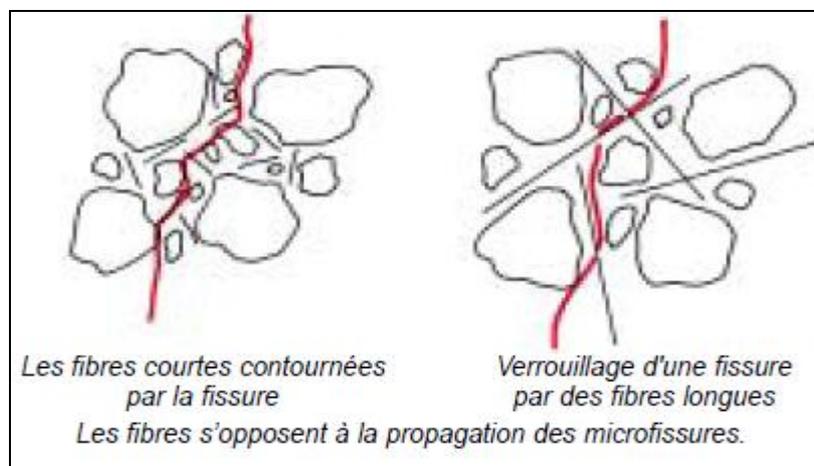


Figure I.7 : Schéma de disposition des fibres [17]

I.7.2.2 Orientation préférentielle des fibres

Une fibre orientée parallèlement à la direction d'application des contraintes et perpendiculairement à la direction de propagation des fissures joue l'effet le plus important, par contre une fibre perpendiculaire à celle-ci n'a aucun effet.

D'après Edington et Hannant [19], la vibration du béton de fibres favorise une orientation bidimensionnelle des fibres, dans un plan horizontal, ce qui rend le matériau plus performant si cette orientation coïncide avec la direction des contraintes majeures.

Dehousse et al [20] ont montré que l'utilisation de la table vibrante provoque une orientation préférentielle des fibres, perpendiculairement au sens de la vibration.

Enfin l'étude d'EL Hachem [21] permet de mettre en évidence l'effet de l'orientation des fibres de fonte amorphes sur la résistance du composite à la traction (figure I.8).

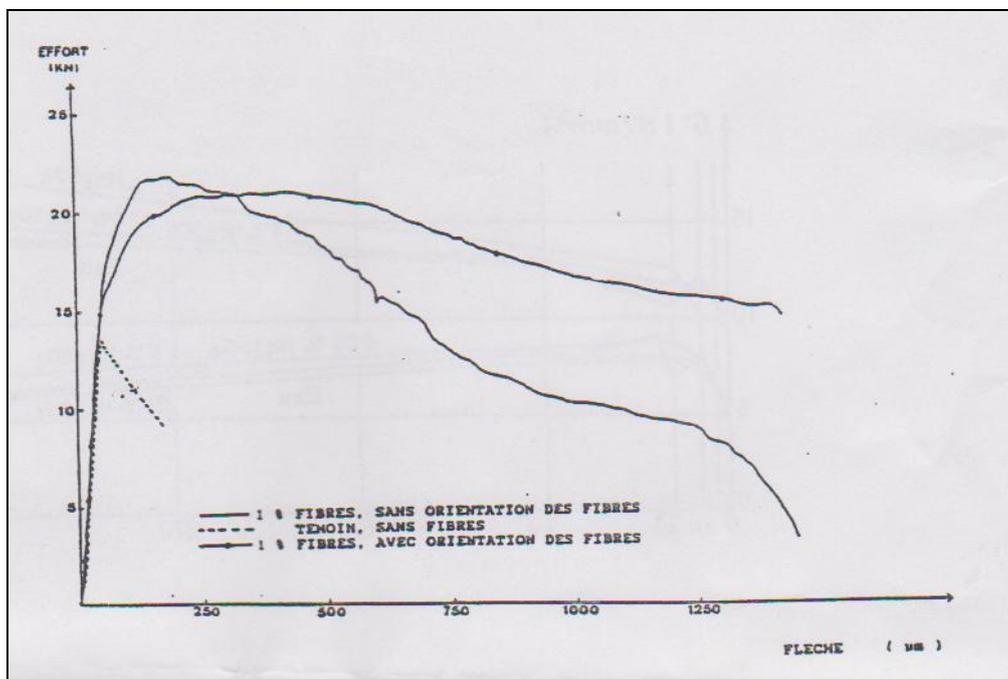


Figure I.8 : Effet de l'orientation des fibres sur la résistance du composite en flexion EL Hachem [21]

1.7.2.3 Distribution des fibres

En comparaison du procédé de mise en place du béton traditionnel, le béton de fibres a besoin de plus de soin pour assurer la bonne homogénéité des fibres dans la matrice. De ce fait, il est nécessaire de contrôler la distribution réelle des fibres dans le composite.

La vérification de leur distribution réelle dans le composite peut être effectuée en examinant le nombre de fibres dans une section droite de l'élément à étudier et de le comparer avec le pourcentage théorique. Soroushian et al [22] propose une expression de N1:

$$N1 = \alpha \frac{V_f}{A_f}$$

V_f : Le dosage volumique en fibres ;

A_f : La section de la fibre ;

α : Le facteur orientation.

1.7.2.4 Interaction fibre-matrice

Les performances des matériaux composites dépendent de la liaison fibre - matrice. La résistance d'adhésion inter faciale joue un rôle très important dans le comportement mécanique du béton renforcé des fibres, car l'interface est la zone de contact à travers laquelle se réalise le transfert de charge de la matrice à la fibre [17].

D'après Bartos [23], elle est assurée par trois types de liaisons :

- une liaison élastique, collage entre fibres et matrice par les liants,
- une liaison due au frottement,
- une liaison due à l'ancrage mécanique dans le cas des fibres non rectilignes (crochets, ondulations ...).

Il existe deux grandes familles de fibres métalliques, se distinguant par leur fonctionnement mécanique [24] :

- Les fibres fonctionnant par adhérence, de forme aplatie pour avoir une surface spécifique importante, mais peu ductiles, leur intérêt étant de limiter par frottement les ouvertures de fissures.

- Les fibres fonctionnant par ancrage, de forme cylindrique. En acier tréfilé, ayant un comportement ductile, l'ancrage pouvant être amélioré, par des crochets ajoutés aux extrémités de la fibre ou des ondulations disposées tout le long des fibres.

Des études menées sur des fibres ondulées et sur des copeaux d'usinage ont montré l'intérêt que présentent ces fibres [25-40]. L'interaction, de nature mécanique, des fibres ondulées avec la matrice en béton est très complexe. La dissipation de l'énergie par déformation plastique joue un rôle aussi important que les phénomènes d'adhérence.

L'essai d'arrachement «pull-out» peut quantifier cette adhérence. La résistance notée τ_u correspond à la contrainte maximale de cisaillement qui se développe à la surface de la fibre lors de l'arrachement de celle-ci [41].

On peut donc aisément comprendre qu'il est extrêmement difficile de généraliser l'apport exact des fibres par rapport à un béton ordinaire car le nombre des paramètres influant sur son comportement est considérable.

1.8 Mécanisme de rupture des Bétons de fibres

Considérons une pièce de béton renforcé de fibres soumise à un effort de traction. On peut distinguer 3 phases sur la courbe contrainte – déformation [42-46], qui représente son comportement.

Phase1 :

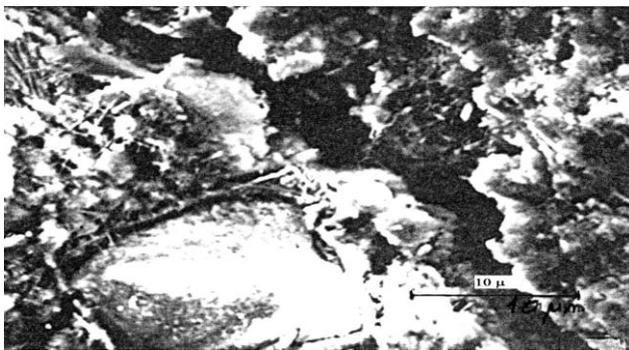
On observe la formation de microfissures qui se développent très tôt, généralement dans des zones de moindre résistance mécanique comme l'interface entre les granulats et la matrice (forte porosité, microfissures dues aux phénomènes de retrait) et ceci avant toute action extérieure. Elle se caractérise par un endommagement inhérent au matériau. La longueur de ces fissures est de l'ordre du diamètre des granulats, leur largeur de l'ordre du micron. Durant cette phase, les fibres sont inactives.

✚ **Phase2 :**

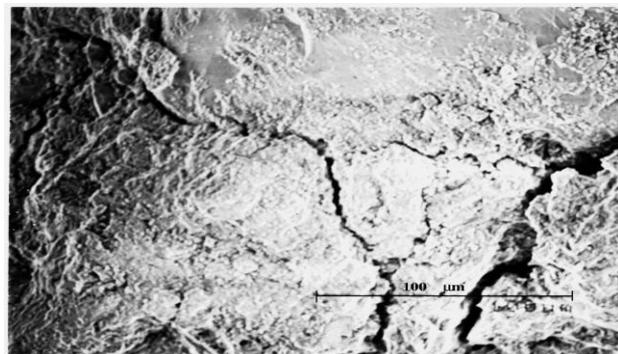
Elle correspond au développement des macro-fissures qui résultent de la coalescence des microfissures. A ce stade, des contraintes sont transférées aux fibres qui contribuent à limiter la propagation des fissures.

✚ **Phase3 :**

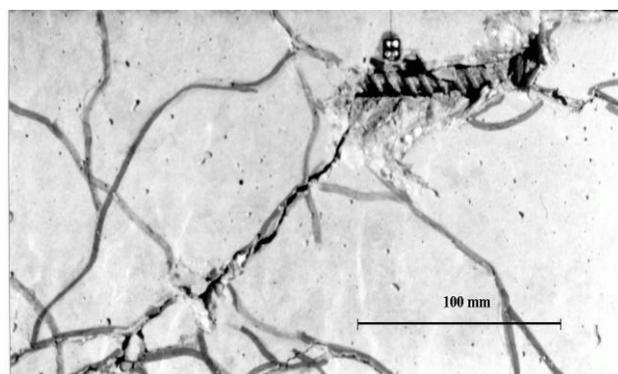
On observe la propagation des macro-fissures qui conduit à la rupture totale du matériau.



- Le matériau “vierge” est microfissuré.



- Le béton se microfissure. Les déformations se localisent et forment des macro-fissures.



- La dégradation du matériau et la localisation des déformations déterminent le comportement de la structure.

Figure I.9.a : Processus de fissuration du béton [47]

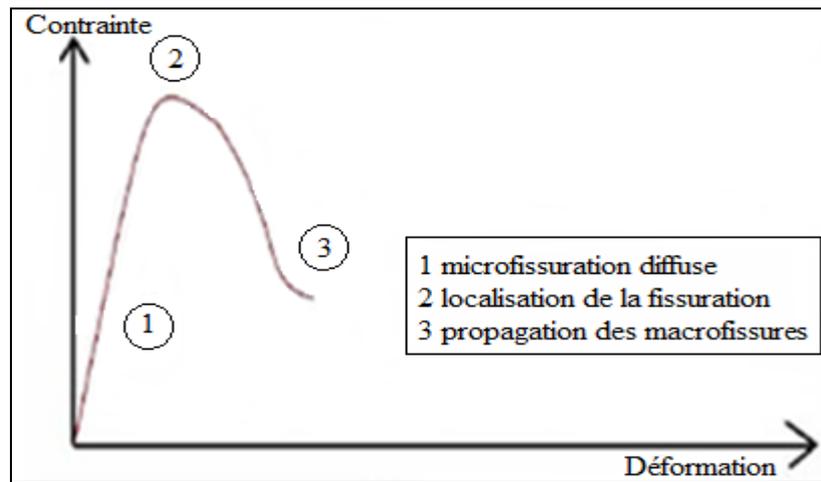


Figure I.9.b : courbe contrainte déformation du béton [43]

D'après Rossi [48], le principe d'action des fibres se manifeste à deux échelles : *le matériau et la structure*.

- ✚ à l'échelle du matériau en couturant les microfissures pour retarder la localisation de la fissuration, donc 1 'apparition des macro-fissures,
- ✚ à l'échelle de la structure en reprenant les efforts à travers les macro-fissures créées et donc en participant à la stabilité de la structure (similitude avec le béton armé).

Dans le premier cas, on aboutit à une augmentation de la résistance du matériau, alors que dans le second la ductilité de la structure augmente. En ce qui concerne l'effet de la longueur et du pourcentage de fibres pour améliorer les résistances du matériau, il est conseillé d'utiliser des fibres courtes (≤ 5 mm) en pourcentage élevé ($\geq 10\%$), alors que pour augmenter la ductilité de la structure, le choix se portera sur des fibres longues (≥ 20 mm) en faible pourcentage ($\leq 3\%$).

1.9 Composition et Formulation des Bétons de fibres

La composition des matrices des bétons de fibres est différente de celle du béton sans fibres [49]. Il convient d'ajuster la formulation en fonction des objectifs de mise en œuvre et de résistance. On peut retenir de la littérature quelques grands principes de formulation.

I.9.1 Influence de la dimension et du dosage en fibres

La maniabilité du composite diminue lorsque l'élanement (rapport longueur/diamètre des fibres) augmente [50], [51]. Pour des raisons de maniabilité, le rapport longueur/diamètre de la fibre doit être le plus petit possible. Au demeurant, plus la fibre est courte plus le pourcentage de fibres incorporables est élevé (à maniabilité fixée) [52]. Dans le même contexte, des études faites par Swamy et Mangat [53], ont montré que la formation d'oursins se ferait pour des élanements supérieurs à 100.

La forme des fibres intervient également. Par exemple les fibres à crochets baissent fortement l'ouvrabilité du béton frais [41]. Le dosage en fibres, qui joue en sens opposé sur l'efficacité du renfort et sur la maniabilité du composite. La figure (I-10) donne la variation de l'affaissement du cône d'Abrams en fonction de la teneur en fibres d'acier.

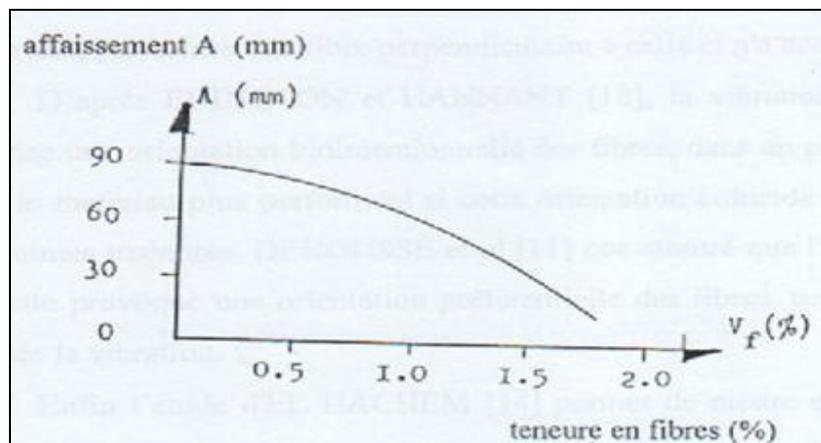


Figure I.10 : Effet des fibres incorporées dans un béton sur son affaissement [54]

Les figures (I.11) illustrent la diminution de la maniabilité en fonction de deux paramètres principaux l/d relative de la fibre et de la teneur en fibre V_f .

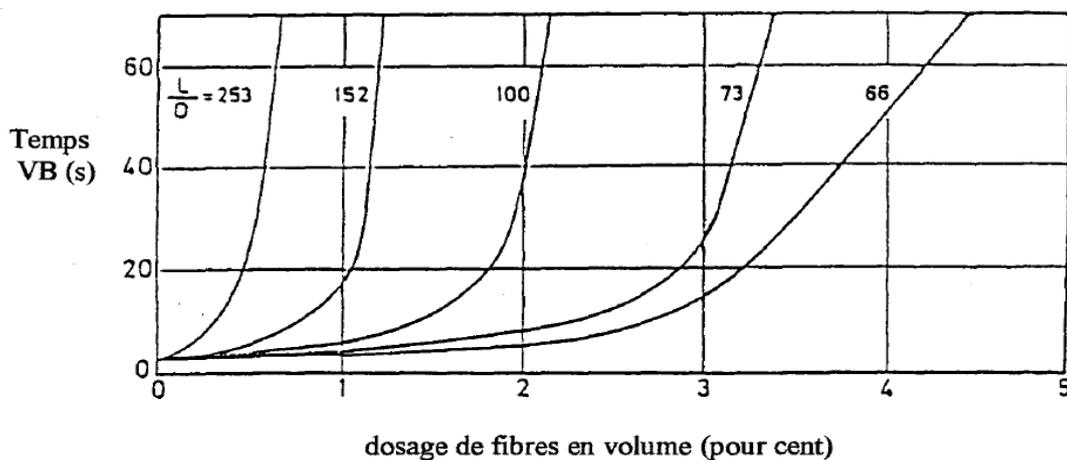


Figure I.11 : Effet de l'élanement sur l'ouvrabilité du béton [55]

VB : Temps nécessaire pour le remoulage, dans un moule cylindrique posé sur une table vibrante, du béton démoulé du cône d'ABRAMS.

Un autre exemple sur des fibres à crochets Dramix (également vrai sur les fibres en fonte amorphe Fibraflex) montre que, pour avoir une maniabilité donnée, l'augmentation du pourcentage de fibres doit s'accompagner d'une augmentation de la quantité de ciment et du rapport sable/granulat (Fig. I.12) [10].

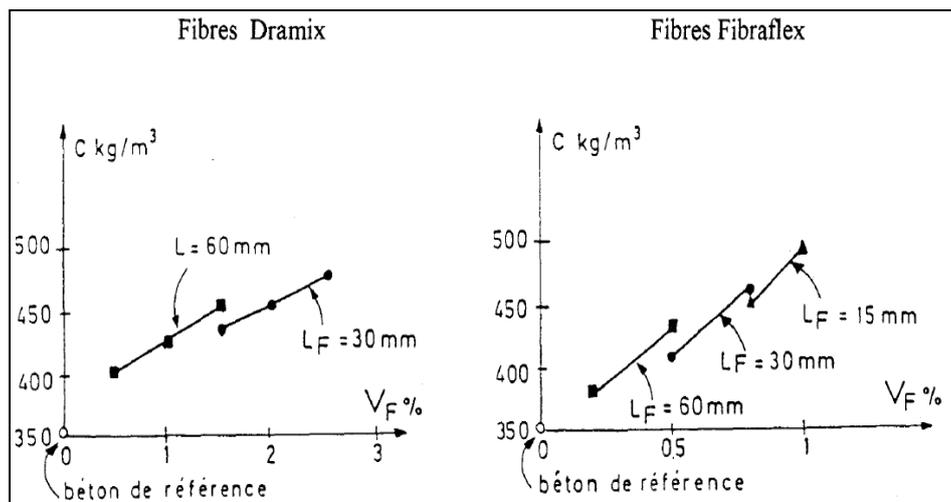


Figure I.12 : Influence du pourcentage et la longueur des fibres sur la quantité de ciment [10]

I.9.2 Influence du rapport sable/granulat et fuseau granulométrique

Concernant la composition granulaire d'un béton fibré, de nombreux auteurs arrivent à des résultats assez similaires. Une étude effectuée sur le rapport granulat/sable limite le rapport $G/(G+S)$ à 0,5 ou encore GIS à 1 et la proportion de granulats supérieurs à 5 mm à 50% du poids total d'agrégats [20]. Une méthode a été développée pour formuler des bétons renforcés de fibres métalliques à crochets à dosages compris entre 0,5 et 2% [56-57]. Cette méthode repose sur l'hypothèse que pour un dosage donné en eau, en ciment et en fibres, le béton avec une compacité optimale est celui qui présente la maniabilité optimale.

Une autre méthode a été développée au Laboratoire Central des Ponts et Chaussées selon la méthode de Baron-Lesage pour optimiser le pourcentage granulaire des bétons fibrés [49, 58,59]. Dans cette méthode, on fixe d'abord le rapport eau/ciment (E/C), le diamètre du plus gros granulat, le pourcentage et les dimensions des fibres. Ensuite, on fait varier le rapport sable/granulats (S/G ou S/S+G) et on mesure à chaque fois la maniabilité correspondante. La

compacité optimale du composite est obtenue lorsque la maniabilité est minimum sur la courbe maniabilité en fonction du rapport S/S+G (Fig I.13). Si la maniabilité optimale du béton est différente de celle souhaitée, il suffit de changer la quantité de ciment ou d'ajouter un superplastifiant au béton.

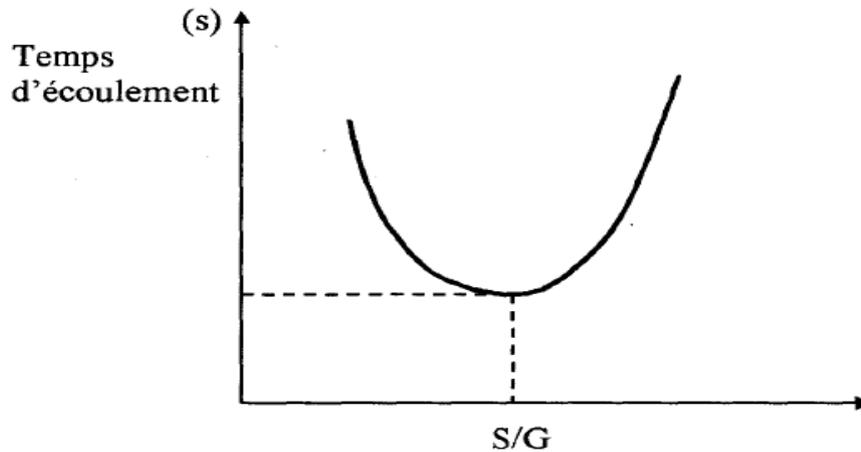


Figure I.13 : Effet du rapport sable/gravier sur la maniabilité du béton fibré [49]

I.10 Conclusion

La revue de la littérature présentée dans ce premier chapitre a montré que la fragilité de la matrice peut être efficacement surmontée par l'addition de fibres distribuées de façon aléatoire. Le béton fibré gagne en ductilité et l'énergie pour atteindre la ruine finale est d'autant plus importante.

Nous avons détaillé les différents paramètres de compositions influents et leurs conséquences sur les propriétés mécaniques du béton fibré.

La composition du béton de fibres dépend de l'application industrielle visée et du choix du type et du pourcentage des fibres. Généralement, elle exige une augmentation des éléments fins (sable et ciment) pour compenser l'ajout des fibres dans la matrice. Elle exige également une augmentation de la maniabilité du composite en ajoutant des plastifiants et de garder constant le rapport eau/ciment; le choix des fibres dépend du rôle que l'on désire leurs faire jouer.

II.1 Introduction

Le béton de fibres fait l'objet de recherches depuis une trentaine d'années. Les fibres métalliques sont ajoutées au béton pour corriger sa faiblesse à la traction. Elles ont un module dix fois supérieur à celui du béton, ce qui permet de couvrir les fissures par leur fonctionnement en traction et d'améliorer ainsi la ductilité du béton, en augmentant la déformation à la rupture.

Au niveau structurel, l'incorporation de fibres dans un béton entraîne une amélioration de la ductilité du matériau. Pour cette raison, le béton de fibres métalliques est proposé pour l'utilisation dans des structures qui doivent résister à des chargements extrêmes, comme des chocs ou des séismes. Pour une bonne compréhension du comportement de ce matériau, nous consacrons ce chapitre à la description de ses principales propriétés constructives.

II.2 Résistance à la compression

Les différents chercheurs sont d'accord pour dire que les fibres n'apportent pas d'amélioration appréciable en compression. Dans certains cas, on a une légère augmentation, dans d'autres cas, une légère diminution. Cette diminution peut être causée par une mauvaise compacité due à un excès de fibres, ou à une mauvaise composition.

De ce fait nous allons présenter quelques exemples d'études cités parmi tant d'autres dans la littérature scientifique.

D'après Serna Ros et autres [57], [60], la résistance ultime et le module d'élasticité d'un béton de fibres métalliques (BFM) sont très proches de ceux du béton témoin. Néanmoins, les fibres nourrissent le béton, au-delà du pic, d'une énergie, produisant ainsi un comportement ductile [61] et corrélativement une augmentation de la déformation à la rupture (fig II.1).

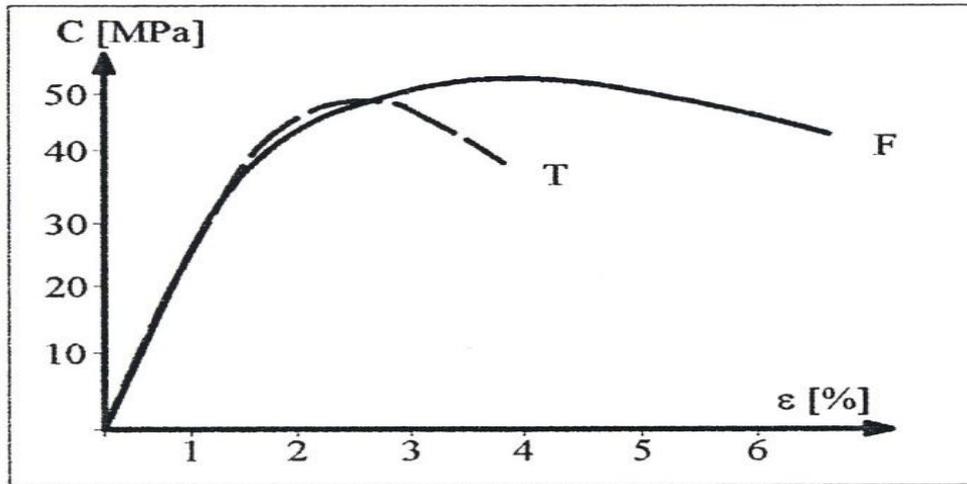


Figure II.1 : Courbe contrainte déformation en compression simple [57]

Avec T : Béton Témoin ;

F : Béton de fibres métalliques à crochets.

D'après les chercheurs [9], [61], la résistance à la compression du béton de fibres métalliques est inférieure à celle d'un béton non fibré. Et que la présence des fibres dans la matrice permet d'améliorer la ductilité des éprouvettes.

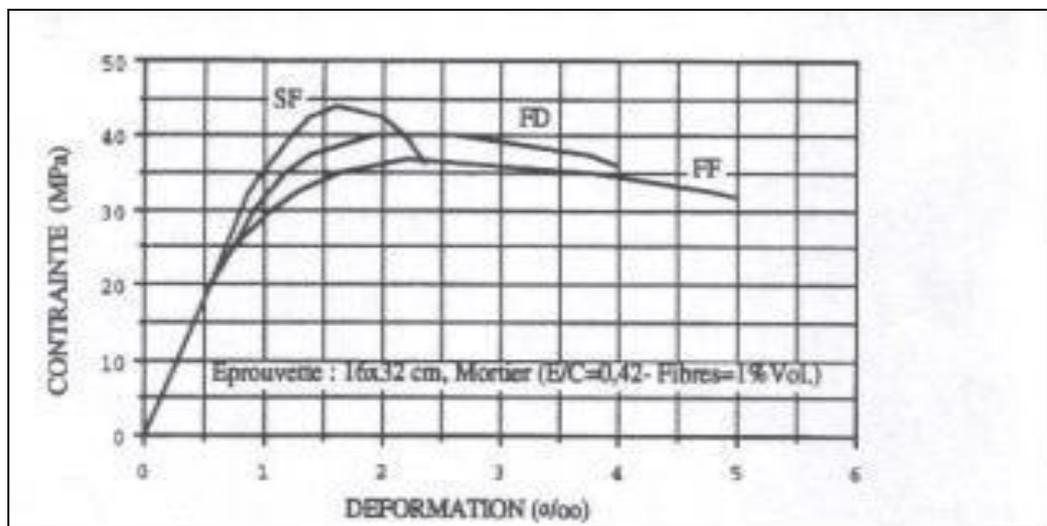


Figure II.2 : " Contrainte-déformation " en compression [9]

Avec SF : Béton sans fibres ;

FD : Béton avec des fibres de Dramix ;

FF : Béton avec des Fibres de fonte.

A l'évidence, Zhan [62], a montré que les fibres métalliques dans le béton (comparativement à un béton témoin) augmentent sa résistance de 20%. Dans la série d'essais qu'il a entrepris sur des éprouvettes asservies avec un âge de 227 jours. Il a constaté que cette amélioration peu significative est de l'ordre de 7% (voir Figure II.3).

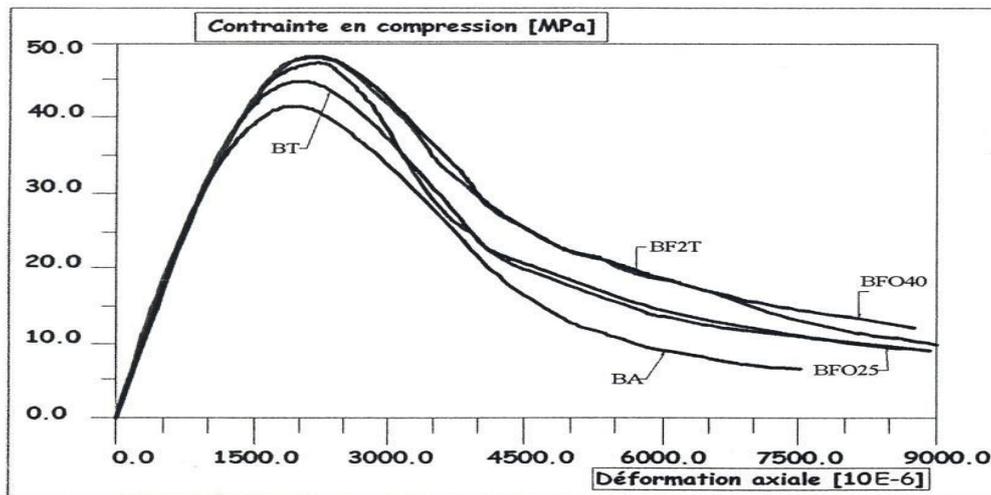


Figure II.3 : Courbe contrainte déformation des essais de compression faits sur des éprouvettes asservies [62]

BT : Béton témoin (sans fibres) ;

BA : Béton armé ;

BF2T : Béton dosé à 25 Kg/ m³ de fibres à deux têtes ;

BF25 : Béton dosé à 25 Kg/ m³ de fibres ondulées ;

BF40 : Béton dosé à 40 Kg/ m³ de fibres ondulées.

D'après une synthèse sur plusieurs études il y'a une partie de chercheurs [43], [63-64], qui rapportent, que le comportement du béton de fibres en compression diffère de celui du béton témoin en fonction du volume de fibres ajoutées. La figure (II.4) montre une légère amélioration de la branche descendante pour le béton renforcé avec un contenu de fibres d'acier ($V_f = 1\%$) comparée au béton simple. Les bétons renforcés avec le contenu plus haut ($V_f = 1.6\%, 3\%$), montrent une branche d'adoucissement plus prolongée (étendue).

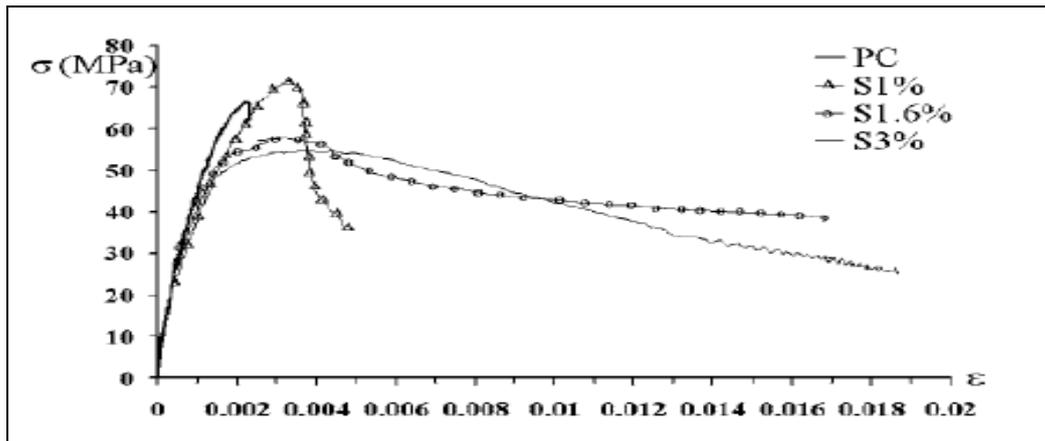


Figure II.4 : Courbes de contrainte-déformation: en compression [64]

Avec PC : Béton simple

S1% : Béton renforcé de fibre dosé de 1% ;

S1.6% : Béton renforcé de fibre dosé de 1.6 % ;

S3% : Béton renforcé de fibre dosé de 3%.

II.3 Résistance à la traction directe

Peu d'essais ont été réalisés en traction directe, car l'essai est délicat et coûteux.

D'après la bibliographie [65-69]. Les augmentations de résistance en traction dues aux fibres sont variables. D'une manière générale, on peut dire que les améliorations constatées dépendent essentiellement de la forme des éprouvettes, du type d'essais, de paramètres liés à la géométrie et au pourcentage volumique des fibres utilisées, et bien sûr au béton témoin retenu (Figures II.5, II.6).

l/d : Longueur sur le diamètre.

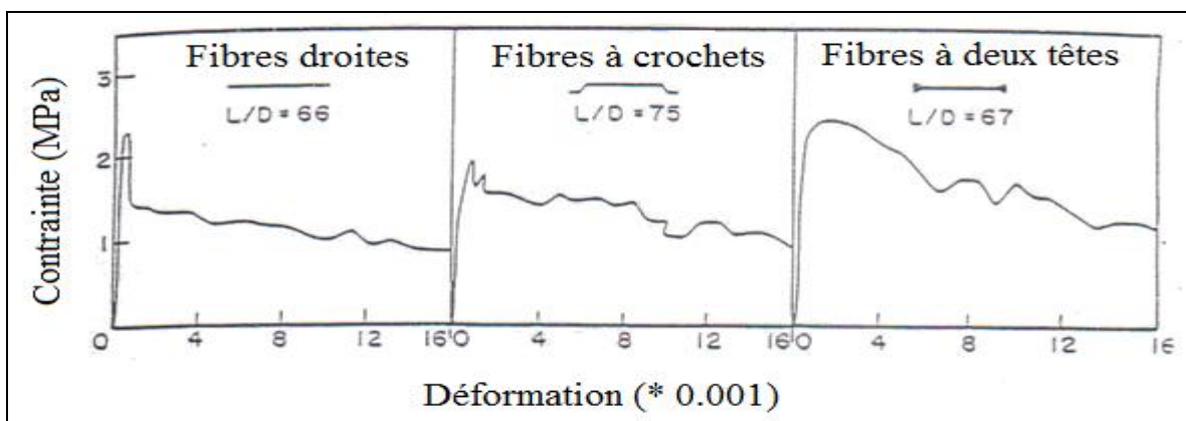


Figure II.5 : Courbe contrainte-déformation en traction directe du mortier renforcé par différents types de fibres, Shah [65]

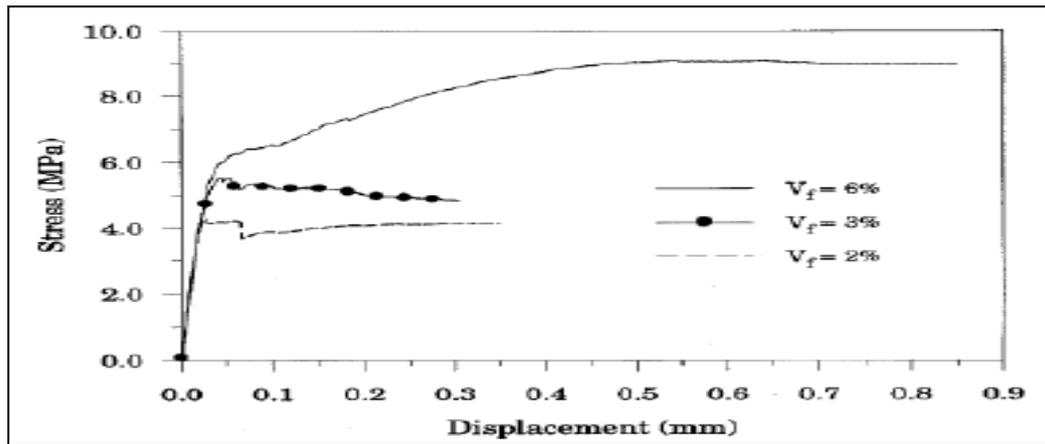


Figure II.6 : Comparaison de l'effet de la fraction volumique de fibres d'acier Dramix pour un béton renforcé de fibres [67]

D'après Rossi, les bétons renforcés de fibres longues ont toujours des résistances en traction inférieures à celles du béton non fibré fabriqué avec les mêmes constituants et à maniabilité équivalente [70]. Cependant, comme en compression, les fibres métalliques induisent une amélioration importante dans le domaine post-fissuration de la ductilité du composite.

Des essais de traction directe réalisés par Bouafia, Djebali [35-40], [71-74] sur des éprouvettes, à 28 jours d'âge, en béton de fibres avec un pourcentage en fibres variable : $W=0.4\%$, $W=0.6\%$, $W=0.8\%$, $W=1\%$, $W=1.2\%$ et $W=1.5$. Les essais sont réalisés sur une machine de traction de marque « IBERTEST », de capacité 200 kN pilotée par ordinateur (Fig. II.7.a et II.7.b).



Figure II.7.a : Machine de traction



Figure II.7.b : Essai de traction en cours d'exécution

Pour le béton avec un rapport sable sur gravier égal à 1 et 0.8 (voir figure II.8, II.9), les résultats montrent que l'ajout des copeaux confère une ductilité significative au matériau (bétons à 0.6%, 0.8%, 1% de copeaux) par rapport au béton sans fibres. La valeur de la contrainte résiduelle représente environ 50 à 65 % de la contrainte de fissuration dans le cas du béton avec 0.6 %, 0.8 % et 1 % de fibres. Au-delà de 1% de fibres, la contrainte et la déformation ont plutôt tendance à diminuer. La déformation à la rupture totale du composite augmente par rapport à celle du béton témoin : le matériau est ductile, les fibres sont sollicitées en traction (elles s'allongent puis cassent sous l'effet de cette déformation).

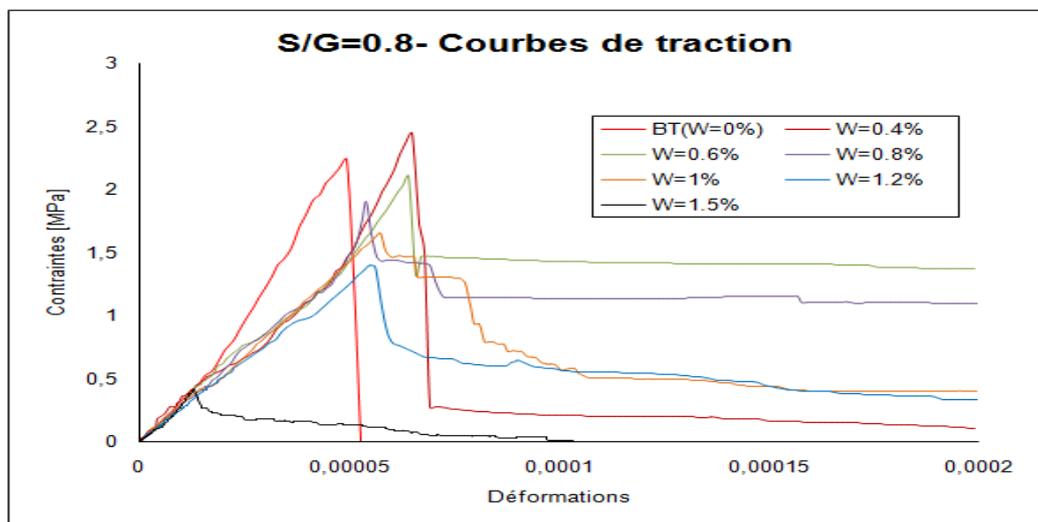


Figure II.8: Courbes contraintes-déformations en traction (béton de rapport $S/G=0.8$) [71]

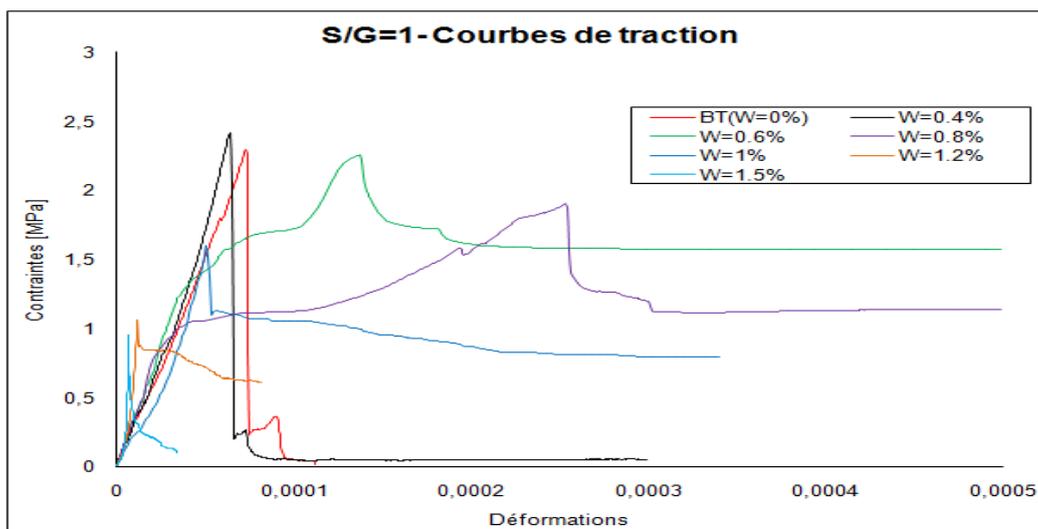


Figure II.9: Courbes contraintes-déformations en traction (béton de rapport $S/G=1$) [71]

L'augmentation de la résistance à la traction du composite BFM par rapport au béton brut dépend aussi de l'orientation des fibres dans la matrice. Si les fibres sont alignées dans la

direction de la contrainte de traction, la résistance à la traction directe de BFM peut augmenter jusqu'à 133% pour une addition de 5% des fibres d'acier droites [75]. Pour une répartition aléatoire des fibres, l'augmentation de la résistance est beaucoup plus faible.

II.4 Résistance à la traction par flexion

Par rapport à la traction directe et à la compression, la résistance obtenue en flexion est plus représentative de l'influence des fibres d'acier sur la matrice fragile. L'augmentation de la résistance en flexion du composite est beaucoup plus importante.

Les propriétés de la matrice béton et des fibres influencent grandement sur les performances du composite BFM. L'augmentation de la résistance à la flexion est particulièrement liée à la raideur de la fibre, à l'adhérence fibre - matrice béton, à la concentration, géométrie, orientation et, distribution des fibres [76-77].

Les études recensées montrent l'effet positif que peuvent jouer les fibres métalliques dans l'amélioration des caractéristiques du béton. D'après Swamy et al. [78], la résistance à la traction par flexion des bétons de fibres peut être multipliée par 2 à 6 par rapport à celles des bétons sans fibres (figure II.10).

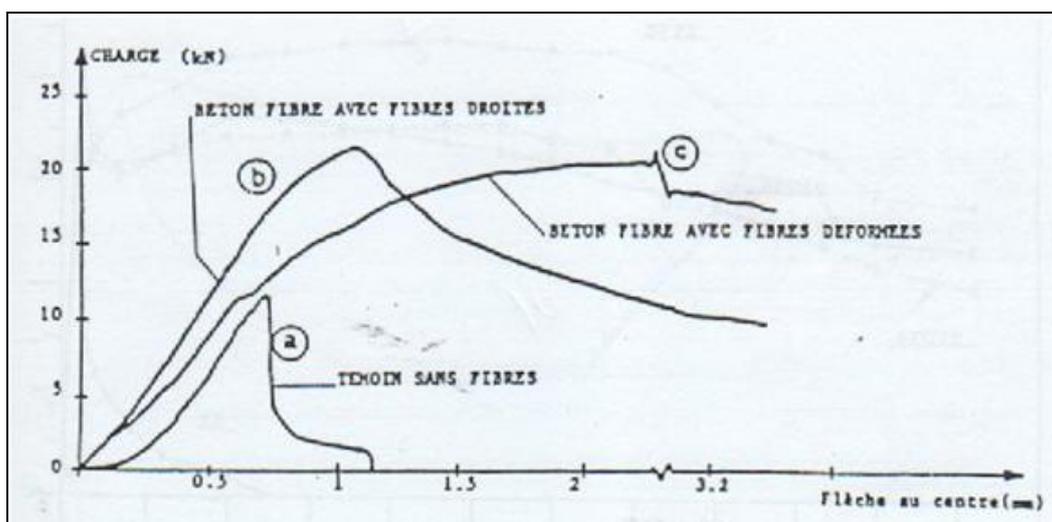


Figure II.10 : Courbe charge flèche en flexion simple pour le béton et le béton renforcé par des fibres métalliques Swamy et al [78]

Selon Bencardino [79], par rapport à un béton ordinaire, les pics de charge augmentent avec l'augmentation de la teneur en volume des fibres d'acier (Figure II.11). Plus précisément, en se référant aux courbes typiques, avec 1% et 2% en fibres, la charge maximale est d'environ deux et trois fois, respectivement, par rapport à celle du béton ordinaire (PC).

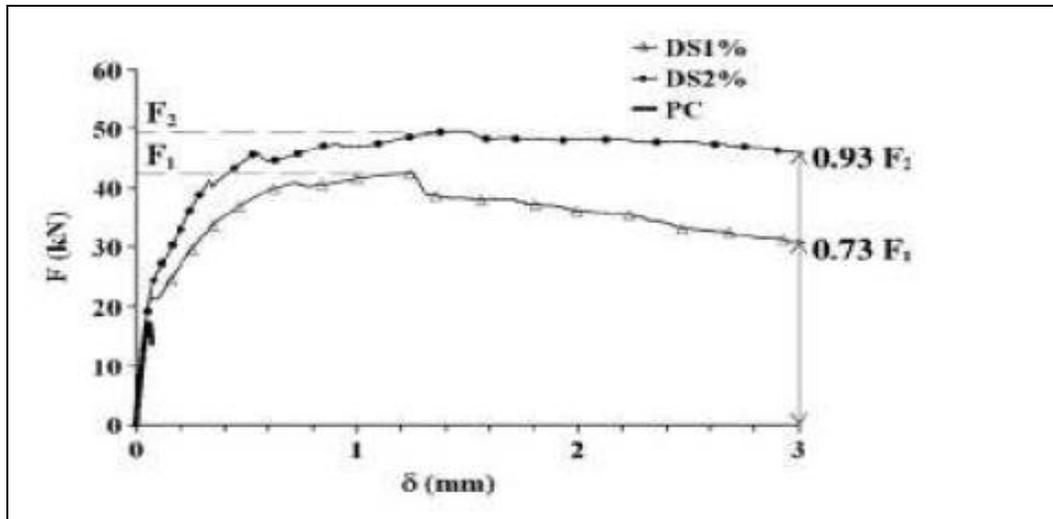


Figure II.11 : Courbes typiques de charge-déflexion expérimentales PC et DS [79]

Comme mentionné précédemment, l'augmentation de la résistance à la flexion est sensible à la fraction volumique de fibres. La Figure II.12 montre que résistance à la flexion est augmentée de façon presque linéaire avec l'augmentation de fibres d'acier contenus dans la matrice.

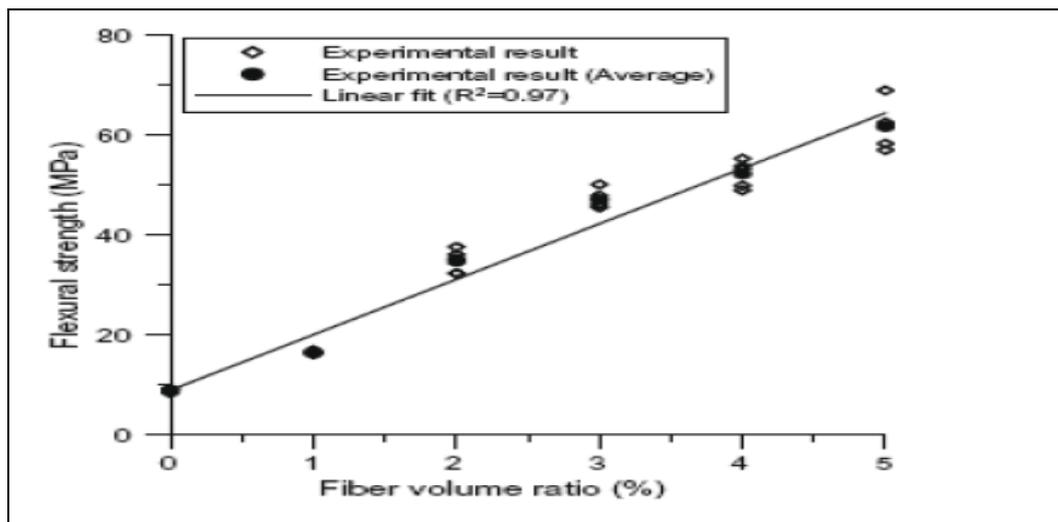


Figure II.12 : Variation de résistance à la flexion par rapport au taux volumique de fibres [9]

Afin de souligner l'importance du rapport longueur/diamètre (l / d) de la fibre, une étude est effectuée par Hameed [80] pour un béton renforcé avec 20 kg/m^3 de fibres. L'augmentation de la charge maximale varie de 25 à 50 %, comparativement au béton témoin (MCONT), pour des rapports $l / d = 125$ (noté M20F30) et 105 (noté M20F20), respectivement.

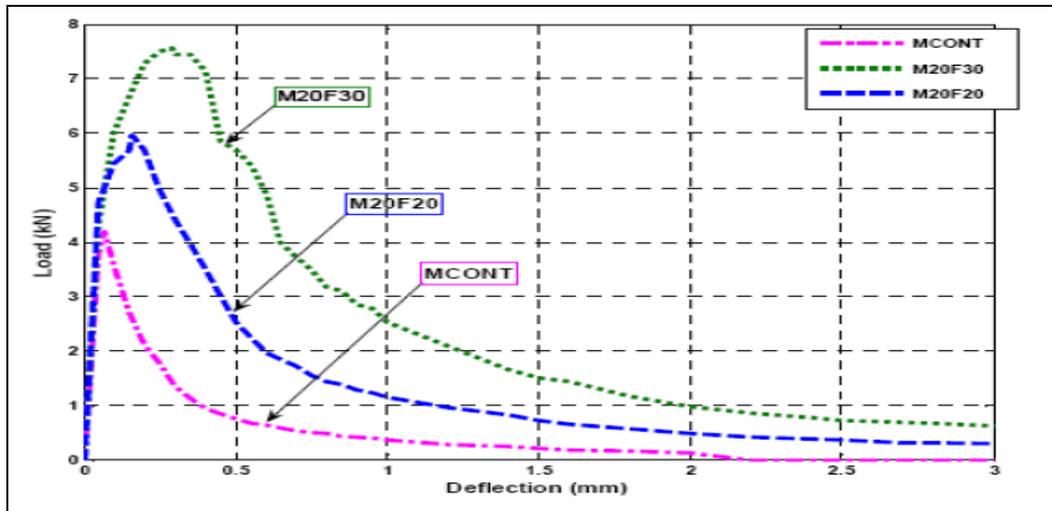


Figure II.13 : Effet du rapport d'aspect des fibres sur la capacité de charge de BFM en flexion [80]

II.5 Résistance à la traction par fendage

L'essai de fendage est un essai de traction indirecte (essai brésilien), il consiste à écraser une éprouvette cylindrique $16 \times 32 \text{ cm}$, placée horizontalement entre les plateaux d'une presse. C'est un essai couramment utilisé et facile à réaliser, car n'exigeant pas d'équipement spécifique à la différence de l'essai de traction directe. L'essai de fendage donne une résistance supérieure de 5 à 12% à celle obtenue par traction directe [81]. Cependant, elle est inférieure à celle de traction par flexion.

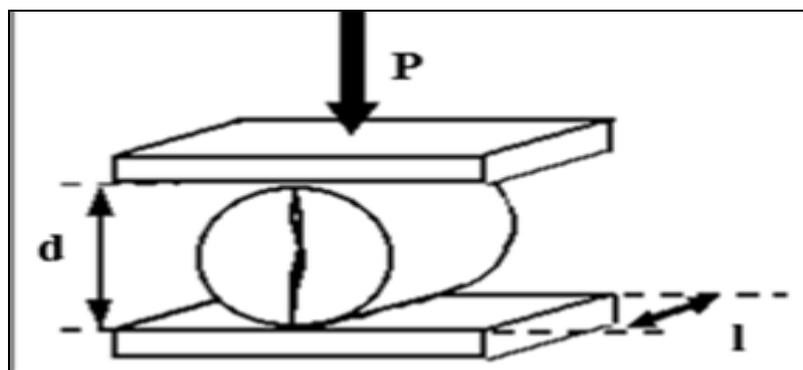


Figure II.14 : Essai de traction par fendage

Nanni [82], par des essais de fendage, montre le comportement du composite en fonction du pourcentage en fibres (figure II.15); les fibres utilisées sont des fibres à crochets aux extrémités.

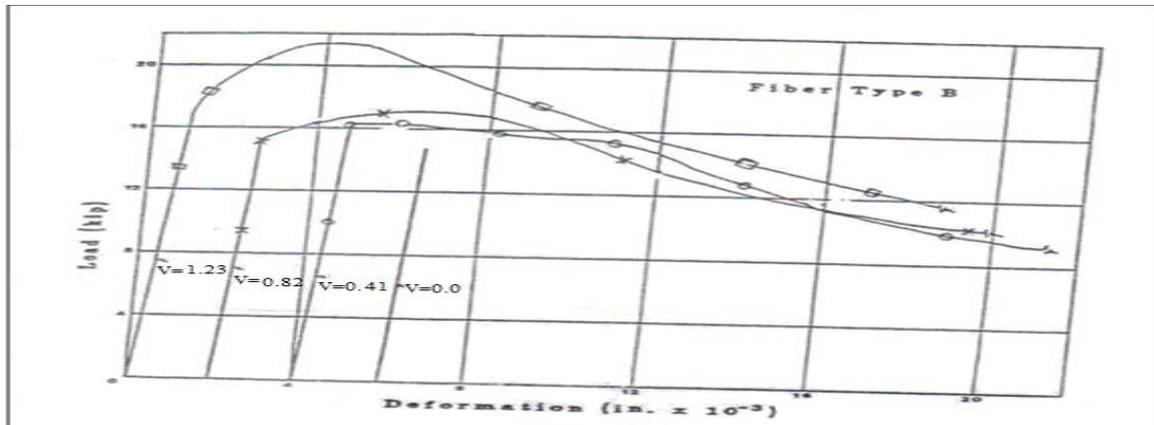


Figure II.15 : Courbe charge-déplacement diamétral par fendage en fonction du pourcentage de fibres, Nanni [82]

Le même auteur remarque qu'avec un pourcentage de fibres relativement élevé ($> 0.8\%$) l'effort continue d'augmenter après la première fissure du matériau.

Zhan [62], par des essais de fendage non asservis, remarque une augmentation d'environ 34% de la résistance à la traction. Avec des essais asservis, le même auteur montre que la présence des fibres permet au composite d'avoir une bonne ductilité et augmente la charge maximale dans le domaine post fissuration (figure II.16).

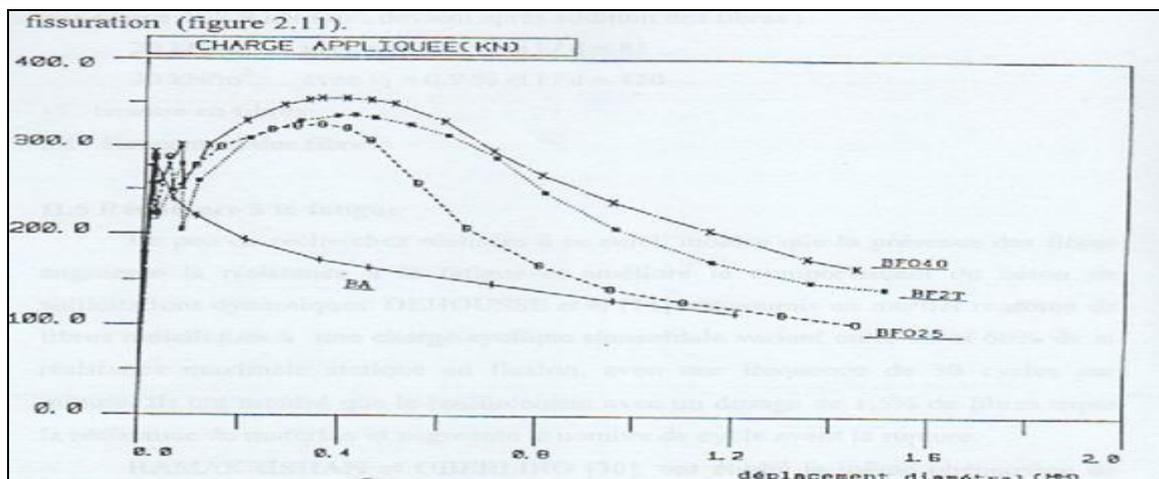


Figure II.16 : Courbe charge-déplacement diamétral par fendage pour différents matériaux, Zhan [62]

BT : Béton témoin (sans fibres) , BA : Béton armé ;

BF2T : Béton dosé à 25 Kg/ m³ de fibres à deux tetes ;

BF25 : Béton dosé à 25 Kg/ m³ de fibres ondulées ;

BF40 : Béton dosé à 40 Kg/ m³ de fibres ondulées.

D'après le même auteur, pour les essais non asservis, la résistance à la traction est déterminée à partir de la formule suivante : $F_b = 2.P / \pi . \emptyset . L$

P: charge maximale (kN)

\emptyset : diamètre (160 mm)

L : longueur (320 mm)

II.6 Comportement des bétons de fibres au cisaillement

Selon [83], le comportement au cisaillement des bétons renforcés de fibres a été étudié à travers des essais de cisaillement direct par plusieurs auteurs :

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques résultats obtenus par Swamy et al :

Swamy et al [84] a réalisé des essais de cisaillement sur des poutres de 3.4 m de long renforcées par des fibres d'acier. Il montre qu'une poutre contenant 0,8 % de fibres peut supporter 80 % de plus de charge par rapport à une poutre sans fibres. L'augmentation de la résistance au cisaillement est aussi fonction de l'accroissement du pourcentage en fibres, mais cette relation reste valable uniquement si le pourcentage en fibres ne dépasse pas 1 %.

II.7 Caractéristiques mécaniques dynamiques

II.7.1 Résistance à la fatigue

On entend par fatigue ou endommagement par fatigue la modification des propriétés des matériaux [85] suite à l'application de cycles d'efforts, cycles dont la répétition peut conduire à la rupture. Dehousse et al. [20] rapporte qu'il y a une augmentation significative de la résistance à la fatigue avec le béton de fibres. Les essais effectués par le Comité ACI 544 [86] vont également dans le même sens.

Les fibres n'ont aucun effet sur la résistance à la fatigue en compression. En revanche, elle est améliorée considérablement en traction directe [87].

Ramakrishnan et al, Singh S.P. et al. [88-89] ont étudié le même phénomène de fatigue en flexion des poutres. Ils ont remarqué que les fibres augmentent les caractéristiques de fatigue de façon considérable et ce même après deux millions de cycles.

II.7.2 Comportement sous sollicitations impulsives (chocs)

Il s'agit d'une propriété caractéristique du matériau, utilisée dans de nombreux domaines : résistance aux impacts, aux explosions ou aux sollicitations dynamiques d'origine mécanique, sismique ou hydraulique. Le béton de fibres métalliques a des caractéristiques supérieures à celles du béton ordinaire en termes de résistance et d'énergie de rupture. Le rôle des fibres est essentiellement le contrôle de la fissuration.

Des auteurs [90-91] ont montré que la capacité d'absorption d'énergie peut être décuplée par la présence des fibres et augmente avec leur dosage et leur élanement. Les valeurs d'énergie de rupture du béton fibré soumis aux chocs étaient 70 à 80% plus élevées que celles soumis au chargement statique. De plus, la résistance aux chocs du béton fibré est 50 à 100 % plus grande que la résistance statique.

II.8 Conclusion

L'incorporation des fibres dans les bétons améliore d'une manière positive leurs propriétés mécaniques, du fait que ces fibres possèdent des caractéristiques mécaniques généralement élevées. L'incorporation des fibres dans le béton trouve tout son intérêt dans l'apport en ductilité dans le comportement post-rupture du matériau. Par contre, elle a peu d'effet sur la résistance à la compression.

Concernant le comportement du composite au cisaillement, les essais ont montré que la résistance au cisaillement est améliorée de façon significative.

Les études effectuées montrent une augmentation de la résistance à la fatigue du matériau. La résistance élevée aux chocs et la grande capacité d'absorption d'énergie du BFM par rapport au béton ordinaire montrent l'efficacité de ce matériau face aux effets dynamiques et notamment sismiques.

III.1 Introduction

Les modèles d'endommagement sont développés pour modéliser l'évolution des propriétés d'un matériau entre son état sain (initial) et l'état fissuré (voir fortement endommagé). Ils permettent aussi de prévoir l'amorçage d'une microfissure se propageant pour devenir une macro-fissure. La modélisation permet de considérer, dans certains cas, un volume élémentaire représentatif (V.E.R) et d'appliquer les théories d'homogénéisation dans le calcul des structures. En 1958, le premier modèle d'endommagement a été proposé par Kachanov [92]. Ce modèle était alors relatif à l'étude du fluage des métaux. Il a été appliqué aux structures métalliques et a permis de tenir compte de l'endommagement du au fluage, et à la fatigue [93-96].

Il a fallu attendre les années soixante dix (1970) pour qu'il soit largement développé et appliqué à différentes structures (pas seulement métalliques mais aussi en béton et béton armé) et dans différents domaines industriels, grâce notamment aux travaux de J-L. Chaboche, J-P Cordebois, J. Lemaitre et F. Sidoroff [97-99]. L'outil essentiel en est la thermodynamique des processus irréversibles qui permet de définir une variable représentant la détérioration de la matière tout en la considérant comme continue, c'est-à-dire ; justiciable des équations de la mécanique des milieux continus. Depuis 1976 environ, J. Mazars a aboutit à des lois utilisables pour la prévision de la fissuration des ouvrages [100-101] et à leur intégration dans des codes d'éléments finis [102-103].

III.2 Mécanique de l'endommagement

III.2.1 La variable d'endommagement

Les modèles d'endommagement définies dans le cadre de la thermodynamique des processus irréversibles nécessitent la définition de variables internes pour représenter les processus de dissipation d'énergie. Les variables internes sont soit celles à valeurs scalaires, lorsque le matériau est supposé être isotrope (deux variables peuvent être supposées pour représenter le phénomène différemment en tension ou compression), ou ceux des tenseurs-évalués, lorsque les comportements anisotropes sont représentés [104].

Une variable scalaire D a été proposée par Kachanov [92], Chaboche [105], pour représenter la détérioration du matériau due à l'accumulation et à la propagation des microfissures. La définition d'une variable d'endommagement est nécessaire, ceci afin de pouvoir l'utiliser dans une loi de comportement [106].

Considérons un solide endommagé dans lequel on a isolé un 'élément de volume fini d'une taille suffisamment grande par rapport aux hétérogénéités du milieu et, par la pensée, grossissons cet élément (figure III.1).

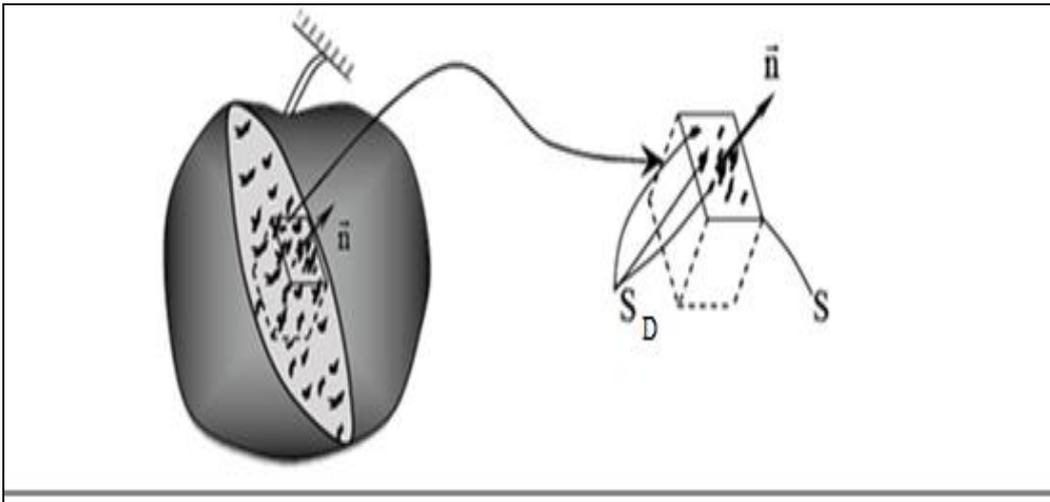


Figure III.1 : Représentation de l'élément de volume endommagé

Nous écrivons

$$S_D = S - \tilde{S} \quad (\text{III.1})$$

S_D : L'aire totale de l'ensemble des défauts des traces des concentrations de contraintes....

S : L'aire d'une section de l'élément de volume repérée par sa normale \vec{n}

\tilde{S} : L'aire résistante effective ($\tilde{S} < S$)

L'endommagement D_n en un point M dans une direction \vec{n} est défini par le rapport de la surface S_D de la trace des défauts dans le plan perpendiculaire à \vec{n} sur la surface S dans laquelle ces défauts se trouvent [105].

$$D_n = \frac{S_D}{S} \quad (\text{III.2})$$

D'un point de vue physique la variable endommagement D_n est donc l'aire relative des fissures et cavités coupées par le plan normal à la direction \vec{n} .

- $D_n = 0$ Correspond à l'état non endommagé ou vierge,
- $D_n = 1$ Correspond à l'élément de volume rompu,
- $0 \leq D_n \leq 1$ Caractérise l'état d'endommagement.

Dans le cas général d'un endommagement anisotrope constitué de fissures et de cavités d'orientations privilégiées, la valeur de la variable scalaire D_n dépend de l'orientation de la normale.

III.2.2 Endommagement isotrope

Un endommagement isotrope est constitué de fissures et cavités dont l'orientation est distribuée uniformément dans toutes les directions [105]. Dans ce cas la valeur de la variable D_n ne dépend pas de l'orientation \vec{n} et le scalaire D caractérise complètement l'état de dommage.

$$\forall \vec{n} \quad D_n = D$$

III.3 Hypothèse de la contrainte effective

III.3.1 Définition

Kachanov et Rabotnov ont introduit le concept de la contrainte effective en 1958. L'introduction d'une variable endommagement représentant une densité surfacique de discontinuités de la matière conduit directement à la notion de contrainte effective c'est-à-dire la contrainte rapportée à la section qui résiste effectivement aux efforts [105].

Dans le cas particulier d'un élément de volume soumis à un état de traction pure par un effort \mathbf{F} . (figure III.2), la contrainte usuelle est celle qui satisfait les équations d'équilibres.

$$\sigma = \frac{F}{S} \tag{III.3}$$

En présence d'un endommagement isotope de mesure D , la section résistante effective est :

$$\tilde{S} = S - S_D = S(1 - D) \tag{III.4}$$

Par définition de la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma} = \frac{F}{S - S_D} = \frac{F}{S(1-D)} \rightarrow \tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-D)} \quad (\text{III.5})$$

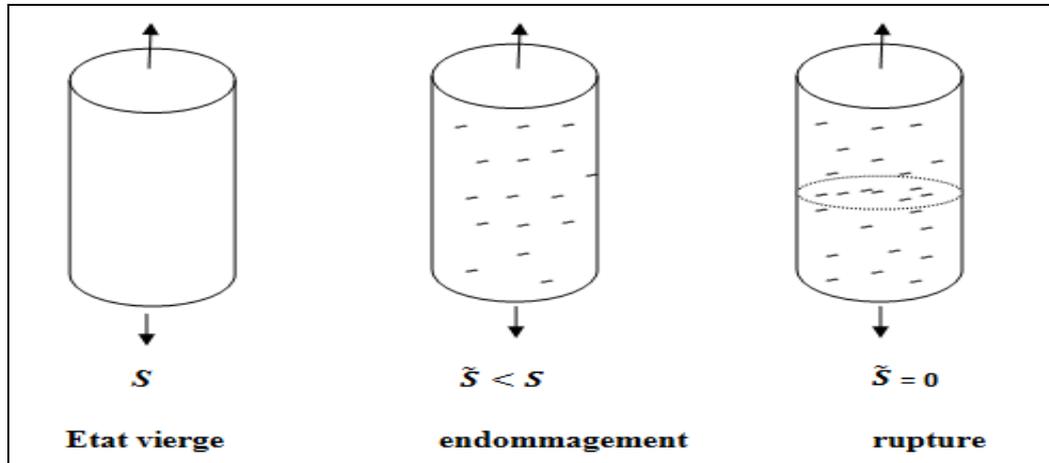


Figure III.2 : Section effective d'une éprouvette de traction [107]

L'hypothèse de la contrainte effective implique que toute loi de comportement d'un matériau endommagé, s'écrive de la même manière que pour ce matériau vierge en remplaçant simplement la contrainte usuelle par la contrainte effective [107].

Exemple de l'élasticité linéaire unidimensionnelle :

Matériau vierge \longrightarrow Matériau endommagé

$$\sigma = E : \varepsilon \quad \longrightarrow \quad \tilde{\sigma} = E : \varepsilon$$

E est le module d'Young du matériau vierge.

III.3.2 Hypothèse d'équivalence en déformation

Le principe d'équivalence en déformation [105] traduit le fait que l'on obtient la même déformation sur le matériau en lui appliquant la contrainte effective et celle du matériau endommagé en lui appliquant la contrainte usuelle. Si bien que la déformation de l'élément endommagé est :

$$\varepsilon = E^{-1} : \tilde{\sigma} = E^{-1} : \frac{\sigma}{(1-D)} = E^{-1} : \sigma \quad (\text{III.6})$$

Il s'agit d'une hypothèse de travail, dont la simplicité fournit un formalisme efficace pour la construction des lois de comportement des matériaux endommagés.

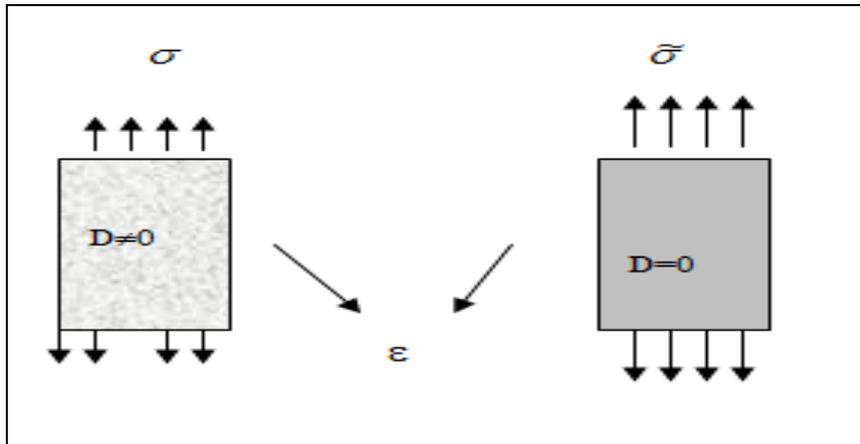


Figure III.3 : Contrainte effective et équivalence en déformation

✚ Représentation tridimensionnelle de l'endommagement

Dans le cas de l'isotropie, la variable d'endommagement est un scalaire D qui agit d'une manière identique sur toutes les composantes du tenseur des contraintes σ pour définir le tenseur des contraintes effectives. C'est-à-dire l'opérateur $(1-D)$ s'applique à toutes les composantes. On écrira donc pour le tenseur contrainte effective $\tilde{\sigma}$:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-D)} \quad (\text{III.7})$$

✚ Critères d'endommagement

Le seuil limite, définissant le domaine limite de résistance d'un matériau, est défini par la limite de l'état élastique du tenseur de contrainte pour un état locale en un point M, au delà duquel il y a endommagement [108]. Ceci sera défini par une fonction $f(\sigma, D) = 0$, tel que :

Si : $f(\sigma, D) \leq 0$ il n'y a pas évolution du dommage.

Si : $f(\sigma, D) > 0$ il y 'a évolution du dommage.

III.4 Mesures d'endommagement

L'endommagement d'un matériau déformé, ou en cours de déformation, peut être mesuré de diverses façons. Il existe deux grandes familles de méthodes de mesure. Dans la première, on

réalise des mesures directes par observation microscopique. Dans la seconde, on effectue des mesures indirectes en utilisant un paramètre physique [109].

III.4.1 Mesures directes

Les mesures directes de l'endommagement peuvent se faire de différentes façons. On peut par exemple observer la surface d'un échantillon déformé qui avait été préalablement poli. Pour observer le cœur de l'échantillon, on peut également sectionner une éprouvette déformée. Enfin, on peut également observer le faciès de rupture de l'éprouvette.

III.4.2 Mesures indirectes

Les mesures indirectes de l'endommagement sont basées sur l'estimation d'un paramètre physique du matériau déformé ou en cours de déformation. Ce paramètre physique doit bien sûr être relié à l'endommagement. Dans ce paragraphe, nous nous limiterons aux mesures de caractéristiques élastiques (module d'Young pour un matériau isotrope).

Il existe plusieurs méthodes telles que par exemple :

- la mesure de densité
- l'émission acoustique
- les méthodes électriques

La mesure de la variation de la pente élastique, donc du module d'Young, lors de déchargements successifs au cours d'un essai de traction montre que ce module diminue lorsque la déformation augmente. La figure III.4 donne quelques résultats. En fait, le module d'Young mesuré est un module apparent qui prend compte de l'endommagement du matériau.

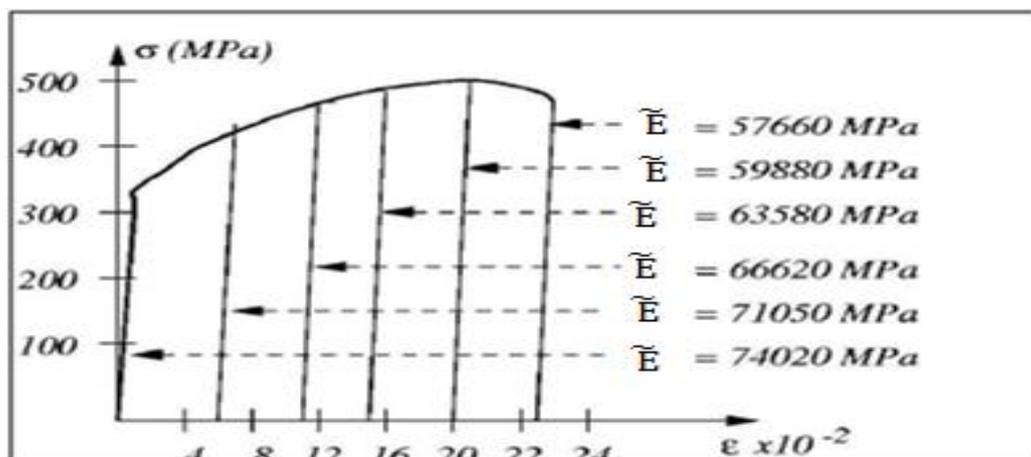


Figure III.4 : Mesures de l'endommagement par variation du module d'Young [109]

Si F est la force de traction appliquée à l'éprouvette, σ la contrainte, S sa section courante, et $S - S_D$ sa section effective, alors la relation $\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{(1-D)}$ permet d'écrire :

$$\sigma = \tilde{E} : \varepsilon_e \text{ et } \tilde{\sigma} = E : \varepsilon_e \quad (\text{III.8})$$

Dans ces expressions, ε_e est la déformation élastique, \tilde{E} est le module d'Young mesuré (apparent), et E est le module d'Young initial du matériau.

On déduit de ces relations que, en mesurant E lors du premier chargement, puis \tilde{E} lors des chargements successifs, on obtient une estimation de l'endommagement du matériau par l'équation III.9 :

$$D = 1 - \frac{\tilde{E}}{E} \quad (\text{III.9})$$

Toutefois, lors de telles mesures, il est évident que les pentes mesurées rendent également compte d'autres phénomènes que de l'endommagement. Par exemple, il peut y avoir plastification locale dès le début des recharges, près des cavités ou des inclusions, cette plastification ayant pour effet de modifier par écrouissage la pente apparente dans le domaine d'élasticité.

III.5 Formulation thermodynamique de l'endommagement

La thermodynamique des processus irréversibles représente un moyen idéal pour la modélisation du comportement des milieux continus et des structures. Elle permet de définir les lois de comportement d'un milieu continu [108], [110].

III.5.1 Choix des variables

Le comportement élastique endommagé est décrit par des variables d'état.

Les variables d'état sont les variables dont les valeurs définissent à chaque instant l'état de la matière pour les phénomènes étudiés. Elles comprennent les variables observables et les variables internes [107].

- ✚ La variable observable ici est la déformation élastique « ε_e » ;
- ✚ La variable interne choisie pour représenter les phénomènes dissipatifs, ici est l'endommagement « D ».

III.5.2 Potentiel thermodynamique

L'hypothèse d'un potentiel convexe, fonction de toutes les variables d'état permet de définir les variables associées aux variables d'état. On choisit le potentiel d'énergie libre qui constitue, par hypothèse, le potentiel thermodynamique. C'est une fonction de toutes les variables d'état, y compris D .

$$\psi = \psi(\varepsilon, D)$$

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \Lambda_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} (1 - D) \quad (\text{III.10})$$

Le tenseur des contraintes $\underline{\sigma}$ s'exprime par :

$$\underline{\sigma} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \quad (\text{III.11})$$

ρ : Masse spécifique.

La variable taux de restitution d'énergie d'endommagement associée à D est définie par :

$$Y = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial D} \quad \text{ou} : \quad Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = -\Lambda_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} \quad (\text{III.12})$$

Avec Λ : Opérateur des coefficients d'élasticité

III.5.3 Potentiel de dissipation

Le potentiel de dissipation donne l'écriture générale des lois d'évolution des variables dissipatives.

La puissance dissipée par l'endommagement dans le matériau est par définition des variables : $Y\dot{D}$. On admet que la loi d'évolution de la variable D dérive d'un potentiel de dissipation [110-111] :

$$\varphi = Y\dot{D} \quad (\text{Notation } \dot{D} = \frac{dD}{dt}) \quad (\text{III.13})$$

Le second principe de la thermodynamique impose que la dissipation mécanique (Y) soit uniforme quadratique définit positive : $Y\dot{D} \geq 0$

Ceci impose que : $\dot{D} \geq 0$ (III.14)

\implies ***D'où la conséquence : le taux d'endommagement représente toujours un processus de détérioration - effet croissant - (l'endommagement ne peut diminuer).***

L'introduction d'un potentiel de dissipation " φ " conduit par l'intermédiaire de sa fonction dual " φ^* " à la loi d'évolution de l'endommagement :

$$\dot{D} = \dot{\lambda} \frac{\partial \varphi^*}{\partial Y} \quad (III.15)$$

Où : $\dot{\lambda}$ est un multiplicateur scalaire d'endommagement.

III.6 Les modèles d'endommagement

Malgré une richesse des connaissances empiriques des propriétés et du comportement du béton renforcé de fibres, relativement peu de tentatives ont été faites jusqu'à présent pour expliquer rationnellement le comportement mécanique de base et de développer des modèles mathématiques capable de simuler le comportement du BFM soumis à des histoires de chargement complexes.

Les développements récents dans la modélisation des composites bétons fibré comprennent des travaux de Leon et Povl [112], Pyo et Lee [113], Radtke et al. [114], George et Peter [115], Dutra et al. [116], et Somsak Puay [117], Cachim et al. [118], Zhang et al. [119], Zhang et Li [120], Pasa Dutra et al. [121], Haido et al. [122], Denneman et al. [123] et Siah et al. [124], Hamed Rachid et al. [125,126], Kyoungsoo Park et al. [127], S.K Padmarajaiah et al. [128], V.C Rougier et al. [129], Vellore S Gopalarartnam et al. [130], Sydney Furlan Junior et al. [131], Su-Tae Kang et al. [132].

La simulation de l'endommagement et de rupture dans les composites BFM est une tâche difficile en raison de l'échec des mécanismes qui résultent de l'addition des fibres. À l'heure actuelle, les modèles théoriques pour estimer la fissuration et combler les performances des composites BFM sont généralement basées sur les propriétés constitutives suivantes:

Frottement à l'interface fibre-matrice et l'arrachement complet de la fibre de la matrice sans rupture. En fonction du type de fibre et l'interface entre fibre et matrice, et suivant les trois caractéristiques des modes de défaillance qui peuvent se former.

Avoir recours aux modèles les plus souvent utilisés reste une étape primordiale, ceci nous permet de prendre un certain support et des outils pour renforcer notre étude. Nous avons présenté le modèle de Mazars, ce dernier est considéré comme étant le modèle de base pour les autres. Il s'agit du modèle d'endommagement le plus utilisé dans le milieu scientifique d'où son choix pour en faire une présentation simple de ce modèle.

III.6.1 Modèle de Mazars

Mazars a proposé un modèle simple [133,134], basé sur la théorie de la mécanique d'endommagement. Ce modèle est très efficace pour quantifier le dommage du matériau, pour évaluer la réduction de rigidité des éléments de structure. Cependant, il fait intervenir des coefficients de variation A_c, B_c, \dots des branches ascendantes et descendantes après le pic de contraintes, qui sont difficiles à déterminer : un calage par rapport à l'expérimental est toujours nécessaire.

Les hypothèses du modèle sont les suivantes :

- ✚ Le modèle s'appuie sur un critère d'endommagement écrit en déformation et décrivant la dissymétrie traction-compression. En revanche, il ne modélise pas la restauration de rigidité en cas de « refermeture des fissures » et ne prend pas en compte les éventuelles déformations plastiques ou effets visqueux qui peuvent être observés au cours des déformations d'un béton. Le modèle est donc plus fiable au cas de chargement monotone.
- ✚ L'endommagement isotrope est supposé. Ainsi, la variable d'endommagement D est une valeur scalaire.
- ✚ Le dommage est seulement en raison de la présence d'extension de traction. Ainsi, le dommage se déroule seulement si le tenseur de déformation principale contient au moins une composante de contrainte de traction.

✚ Description du modèle

$$\sigma = (1 - D)\Lambda : \varepsilon \quad (\text{III.16})$$

σ et ε : sont respectivement les tenseurs de contraintes et de déformations ;

Λ : Le tenseur d'élasticité initial ;

D : La variable de l'endommagement.

L'endommagement est piloté par la déformation équivalente ε_{eq} qui permet de traduire un état triaxial par une équivalence à un état uniaxial. Des observations au microscope optique sur des tranches de matériaux pré sollicité [135] ont montré l'orientation privilégiée des microfissures perpendiculairement aux directions d'extension, créant dans un stade ultime des surfaces de rupture de même sens.

Comme les extensions sont primordiales dans le phénomène de fissuration du béton [136-138]. Ces résultats nous ont conduits à considérer que les déformations d'extension sont à l'origine de l'endommagement et la déformation équivalente introduite est définie à partir des valeurs propres positives du tenseur des déformations (Eq III.17), soit :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 (\varepsilon_i)_+} \quad (\text{III.17})$$

Tel que : ε_{eq} : Définit la déformation équivalente, qui permet dans une certaine mesure de tenir compte de la nature triaxiale des déformations, calculée à partir des contraintes effectives principales positives.

Ou $(\varepsilon_i)_+$ représente la partie positive de la déformation principale

$$(\varepsilon_i)_+ = \frac{(1 + \nu)}{E} (\sigma_i)_+ - \frac{\nu}{E} ((\sigma_i)_+ + (\sigma_j)_+ + (\sigma_k)_+) \quad (\text{III.18})$$

$$\begin{cases} (\varepsilon_i)_+ = \varepsilon_i \dots \dots si \dots \dots \varepsilon_i > 0 \\ (\varepsilon_i)_+ = 0 \dots \dots si \dots \dots \varepsilon_i \leq 0. \end{cases}$$

L'endommagement apparaît donc lorsque la déformation équivalente atteint un certain seuil K . Pour un état d'endommagement donné D , le seuil d'évolution est exprimé par :

$$f(\varepsilon, D) = \varepsilon_{eq} - K(D) = 0 \quad (\text{III.19})$$

K est une fonction qui représente le seuil d'endommagement:

$$K = K(D)$$

Ou $K(D)$: est un paramètre pris initialement égale à la valeur limite élastique de la déformation (ε_{b0}).

Pour représenter le comportement dissymétrique du béton, Mazars [133] propose deux modes d'endommagement D_t en traction et D_c en compression. La combinaison linéaire de ces deux endommagements donne l'endommagement global isotrope (III.22) :

$$D_t = 1 - \frac{\varepsilon_{b0}}{\varepsilon_{eq}} (1 - A_t) - \frac{A_t}{\exp(B_t(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{b0}))} \quad (\text{borné entre 0 et 1}) \quad (\text{III.20})$$

$$D_c = 1 - \frac{\varepsilon_{b0}}{\varepsilon_{eq}} (1 - A_c) - \frac{A_c}{\exp(B_c(\varepsilon_{eq} - \varepsilon_{b0}))} \quad (\text{borné entre 0 et 1}) \quad (\text{III.21})$$

$$D = \alpha_t^\beta D_t + \alpha_c^\beta D_c \quad (\text{III.22})$$

α : est défini comme une fonction de l'état de contrainte,

A_t, B_t, A_c , et B_c sont des paramètres matériaux à identifier.

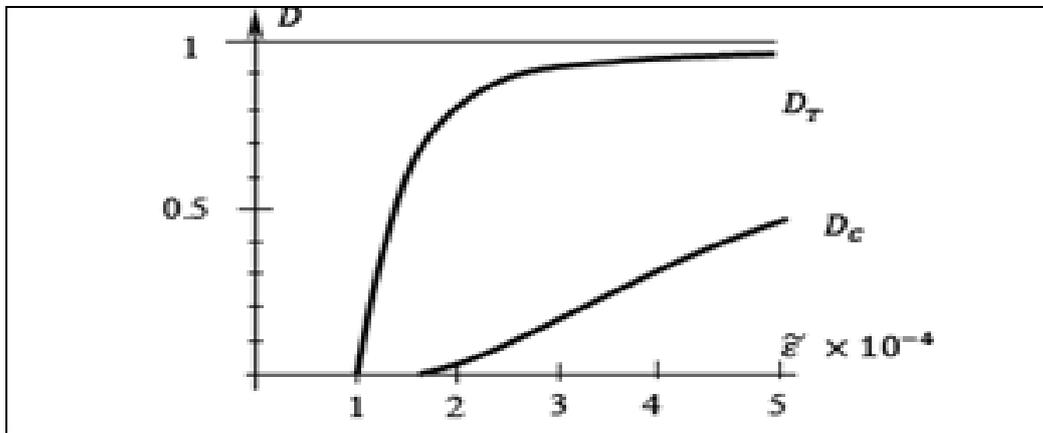


Figure III.5 : Evolution des variables d'endommagement en traction et en compression[133]

Les coefficients α_t et α_c représentent respectivement le couplage entre l'endommagement en traction et en compression.

$$\alpha_t = \frac{\sum_{i=1}^3 [\langle \varepsilon_i \rangle_+ \varepsilon_{ti}]}{\varepsilon_{eq}^2} \quad \alpha_c = \frac{\sum_{i=1}^3 [\langle \varepsilon_i \rangle_+ \varepsilon_{ci}]}{\varepsilon_{eq}^2} \quad (\text{III.23})$$

Les déformations ε_{ti} , ε_{ci} sont respectivement calculées à partir des contraintes principales de traction et de compression.

- En traction pure $\alpha_t = 1$ et $\alpha_c = 0$
- En compression pure $\alpha_t = 0$ et $\alpha_c = 1$

L'exposant β est introduit pour diminuer la valeur de l'endommagement, lorsque le matériau est soumis au cisaillement.

A noter que ce coefficient est très sensible et qu'il est déconseillé de s'éloigner de la valeur par défaut. $\beta = 1.06$ [134].

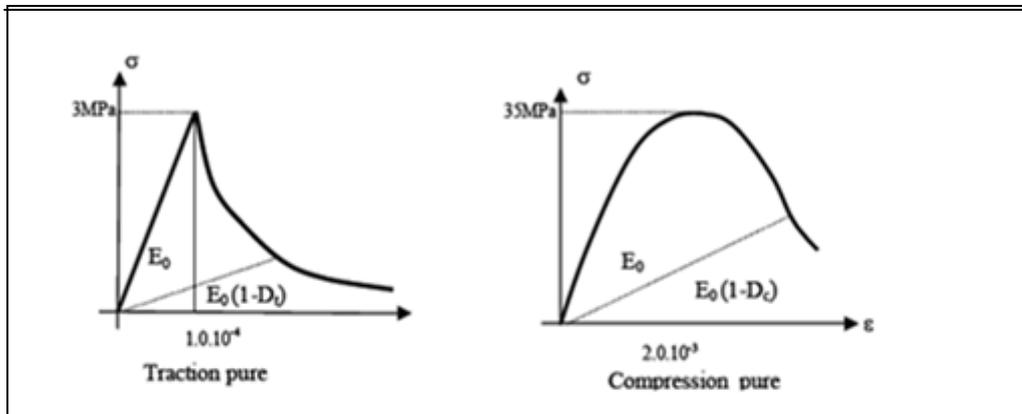


Figure III.6 : Modèle de Mazars, comportement en traction et en compression [133-134]

L'inconvénient majeur de ce modèle est la difficulté d'ajuster les paramètres A_t , B_t , ε_{b0} à partir des essais de flexion.

III.6.2 Modèle de G. Camps et al.

Un modèle permettant de prédire le comportement du béton renforcé de fibres en traction uni axiale a été proposé par Camps et al [139]. Le modèle proposé prend en compte le dommage en traction du béton. L'originalité de ce modèle est qu'il intègre le dommage due à la liaison fibre-matrice. Le comportement d'un béton renforcé par des fibres en traction a été considéré comme étant composé de deux phases:

- ✚ Le premier correspondant au comportement béton ordinaire (avant l'initiation des fissures),

- ✚ La seconde correspondant à la phase post-fissure, qui dépend fortement des effets de la fibre.

Pour la loi de comportement du béton, la contrainte apparente dans le béton σ_b est exprimée en fonction de la contrainte effective dans la zone fissurée $\tilde{\sigma}_b$ et le dommage en traction d_t :

$$\sigma_b = \tilde{\sigma}_b \times (1 - d_t) \quad (\text{III.24})$$

$$\text{Avec } : \tilde{\sigma}_b = E_0 \times \varepsilon_c \quad (\text{III.25})$$

Où E_0 est le module initial d'élasticité (module d'Young) et ε_c est la déformation élastique. Le dommage en traction est supposé évolutif en fonction de la contrainte de traction effective, donc pour le chargement monotone, on a :

$$d_t = 1 - \left(\frac{R_t}{\tilde{\sigma}_b} \right)^2 \quad \text{Avec } \tilde{\sigma}_b \geq R_t \quad (\text{III.26})$$

Où R_t est la résistance à la traction du béton ordinaire.

La loi de comportement pour les fibres a été supposée être élasto-plastique. La contrainte effective transférée à travers la fissure par les fibres est exprimée comme suit:

$$\tilde{\sigma}_b = K_f \times (\varepsilon_c - \varepsilon_c^{an} - \varepsilon_{c(pic)}) \times l_c \quad (\text{III.27})$$

Où K_f est la rigidité des fibres, ε_c est le déplacement anélastique associée à la fibre et $\varepsilon_{c(pic)}$ est la déformation totale à la charge maximale. ε_c^{an} et $\varepsilon_{c(pic)}$ sont donnée par l'équation (III.28) et l'équation (III.29) respectivement.

$$\varepsilon_c^{an} = \frac{U_0}{l_c} \cdot \frac{d_f}{d_f^{\max} - d_f} \quad (\text{III.28})$$

Où U_0 et d_f^{\max} sont des paramètres d'ajustement.

$$\varepsilon_{c(pic)} = \frac{R_t}{E_0} \quad (\text{III.29})$$

L'équation (III.27) implique que les fibres travaillent seulement après la localisation de la fissure et le déplacement (CMOD) due à l'ouverture des fissures est donné par l'équation suivante :

$$\text{CMOD} = (\varepsilon_c - \varepsilon_{c(pic)}) \cdot l_c \quad (\text{III.30})$$

Où l_c est la longueur caractéristique associée à l'énergie de rupture en traction.

En considérant d_f : le dommage causé à la liaison fibre-matrice par le glissement relatif de la fibre, la capacité de la charge résiduelle des fibres est exprimée par l'équation (III.31) et d_f est défini par l'équation (III.32)

$$\sigma_f = \tilde{\sigma}_f \times (1 - d_f).d_t \quad (\text{III.31})$$

$$d_f = \frac{\sigma_f - \sigma_0}{\sigma_{uf}} \quad (\text{III.32})$$

Où σ_0 est la contrainte limite correspondant au début de glissement de la fibre par rapport à la matrice et, σ_{uf} est un paramètre gérant la cinétique de dommage fibre-matrice.

Par la superposition de la loi de comportement de la matrice béton et les fibres, le comportement du béton renforcé de fibre est considéré comme :

$$\sigma_{bf} = \sigma_b + \sigma_f = \tilde{\sigma}_b \times (1 - d_t) + \tilde{\sigma}_f \times (1 - d_f).d_t \quad (\text{III.33})$$

III.6.3 Modèle de R. Hameed [4, 125-126]

La particularité de ce modèle qui il tient compte des contraintes résiduelles.

La loi de béton ordinaire

La loi du comportement D^t : est le tenseur dommage en traction qui représente l'effet des fissures de traction sur la loi de comportement. La zone intacte en traction est représentée par le tenseur $(1 - D^t)$. La contrainte effective, appelé $\tilde{\sigma}$ représente l'effet du chargement concentrés dans la zone intacte. Selon le principe de déformation équivalente de la mécanique d'endommagement, il est estimé directement à partir de la déformation élastique en utilisant la matrice de rigidité d'élasticité du matériau sain S^0 (Eq. (III.34)).

$$\tilde{\sigma} = S^0 . \tilde{\varepsilon} \quad (\text{III.34})$$

En ce qui concerne l'état de contrainte dans une fissure de traction, il est représenté par $\tilde{\sigma}^f$. C'est une fonction de la déformation inélastique $\tilde{\varepsilon}^f$ associé à l'ouverture des fissures et $\tilde{\varepsilon}$ exprimé dans l'équation. (III.35).

$$\tilde{\sigma}^f = S^0 (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^f) \quad (\text{III.35})$$

La combinaison de $\tilde{\sigma}$ et $\tilde{\sigma}^f$ est fait en fonction de leur zone d'application par rapport: D^t pour $\tilde{\sigma}^f$ et $1 - D^t$ pour $\tilde{\sigma}$. Le résultat de la contrainte $\tilde{\sigma}^c$ est donné par l'équation. (III.36).

$$\tilde{\sigma}^c = (1 - D^t) \cdot \tilde{\sigma} + D^t \cdot \tilde{\sigma}^f \quad (\text{III.36})$$

Pour la zone intacte en compression, $\tilde{\sigma}^c$ peut conduire à un dommage de compression représenté par un tenseur du deuxième ordre appelé D^c . Après ces dommages, la contrainte qui en résulte devient une contrainte apparente $\bar{\sigma}$; elle est donnée par l'équation suivante:

$$\bar{\sigma} = (1 - D^c) \cdot (1 - D^t) \cdot S^0 \cdot \tilde{\varepsilon} + (1 - D^c) \cdot D^t \cdot S^0 \cdot (\tilde{\varepsilon} - \tilde{\varepsilon}^f) \quad (\text{III.37})$$

Considérant S en tant que la matrice de rigidité d'un matériau endommagé par une fissuration orienté, la loi de comportement du matériau fissuré peut être exprimée par l'équation. (III.38).

$$\tilde{\sigma}^c = S \cdot \tilde{\varepsilon} = (1 - D^t) \cdot S^0 \cdot \tilde{\varepsilon} \quad (\text{III.38})$$

Le tenseur $(1 - D^t)$ est alors obtenu de l'équation. (III.38).

$$(1 - D^t)^{-1} = S \cdot S^0 \quad (\text{III.39})$$

$$(1 - D^t)^{-1} = S^0 \cdot S^{-1} \quad (\text{III.40})$$

De l'équation (III.39), D^t est obtenu sous forme (équation (III.41))

$$D^t = 1 - S \cdot S^0^{-1} \quad (\text{III.41})$$

Le tenseur $(1 - D^t)^{-1}$ est déduit de la solution de la théorie de l'homogénéisation en fonction de la densité des microfissures d^t , d^t varie de zéro pour le matériau sain à un (1) pour le matériau rompu, dans la direction 1.

$$W_I = \frac{\tilde{\sigma}_{II}^c (v - 1 + 2v^2 d^t_I)}{E(v - 1)(1 - d^t_I)} \cdot I_f \cdot \frac{d^t_I - d^{pic}_I}{1 - d^{pic}_I} H(\tilde{\sigma}_{II}^c) H\left(\frac{d^t_I - d^{pic}_I}{1 - d^{pic}_I}\right) \quad (\text{III.42})$$

Dans l'équation. (III.42), H représente la fonction de Heaviside

✚ La loi constitutive du glissement des fibres métalliques dans le béton

Soit $\tilde{\sigma}_f$ la contrainte effective transférée à travers la fissure par le glissement des fibres, qui peuvent être exprimés comme suit:

$$\tilde{\sigma}_f = K_f \cdot W_I \text{ Avec } I = [1, 2, 3] \text{ (trois directions principales)} \quad (\text{III.43})$$

Où K_f : est la rigidité des fibres ; W_I est l'ouverture de la fissure dans la direction I (III.42). L'équation (III.43) montre que les fibres ne travaillent qu'après apparition de la fissuration. Pour examiner l'adhérence fibre-matrice, une nouvelle variable d'endommagement d_f est introduite comme si d_f est le dommage causé par le début de glissement fibre-matrice relatif à la direction I, la capacité portante résiduelle des fibres peut être exprimée par :

$$\sigma_f = \tilde{\sigma}_f \cdot (1 - d_f) \quad (\text{III.44})$$

L'évolution du d_f a été modélisé avec l'équation de Weibull:

$$d_f = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m^f} \left(\frac{\tilde{\sigma}_f}{(\tilde{\sigma}_f)_{pic}}\right)^{m^f}\right) \quad m^f = -\frac{1}{\ln\left(\frac{(R^t_f)_I}{(\tilde{\sigma}_f)_{pic}}\right)} \quad (\text{III.45})$$

Où

La définition de k_f , $(W_I)_{pic}$ et $(R^t_f)_I$ sont données dans la figure. III.7 et les valeurs doivent être obtenues à partir de résultats expérimentaux.

Enfin, la loi de comportement du béton renforcé par des fibres (Eq. (III.46)) est obtenue en ajoutant (en fonction de la théorie de dommages), la contribution du béton ordinaire et la capacité portante de la contrainte de la fibre (III.46) :

$$\bar{\sigma} = (1 - D^c) \cdot (1 - D^t) \cdot S^0 \cdot \bar{\varepsilon} + (1 - D^c) \cdot D^t \cdot (S^0 \cdot (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^f) + \bar{\sigma}_f) \quad (\text{III.46})$$

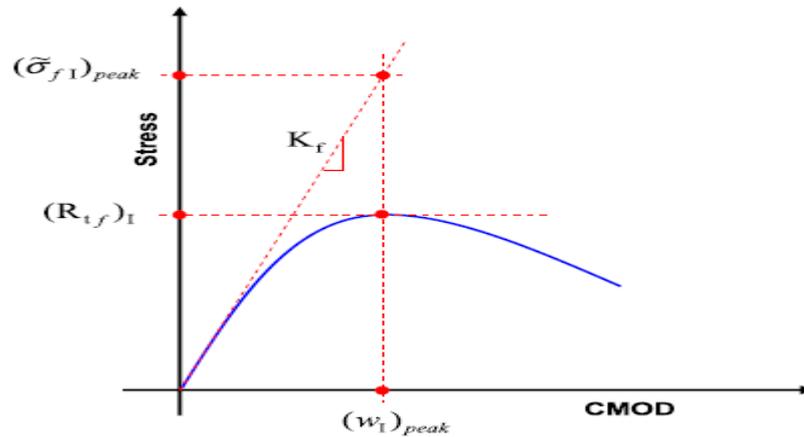


Fig. III.7 : Les paramètres du modèle liés aux des fibres métalliques [125]

III.7 Conclusion

L'application de la mécanique de l'endommagement, basée sur la thermodynamique des processus irréversibles et isothermes (particulièrement pour le cas d'un dommage isotrope), offre un large champ d'actions et un outil commode pour décrire la dégradation et l'altération des matériaux endommageables. C'est la théorie la plus simple qui présente une démarche pour établir un modèle d'endommagement. Pour cela, il suffit, de vérifier deux critères essentiels :

1- $\dot{D} > 0$ (la variable du dommage devra être croissante).

2- $f(\varepsilon, D) = \varepsilon_{eq} - K(D) = 0$ (seuil du dommage).

$K(D)$ est une fonction qui représente le seuil d'endommagement.

Initialement : $K(D) = \varepsilon_{b0}$;

Avec : ε_{b0} (limite élastique pour un état uni axial)

Notant, que cette limite sera différente pour un état de compression, et l'état de traction pour le cas des B.F.M (dissymétrie de comportement).

Un bref examen de certains modèles analytiques pour les composites BFM proposés par les différents chercheurs dans le passé a été présenté. Très peu de modèles numériques permettent de caractériser le comportement de ce composite et souvent, ils font appel à des paramètres souvent difficile à évaluer. Les modèles de Camps et al., Hameed et al. Ont l'avantage de prendre en compte le dommage dû à la liaison fibre-matrice.

I.1 Introduction

La mécanique d'endommagement a en effet acquis de plus en plus d'intérêts et est devenue un outil prometteur pour la modélisation de la dégradation progressive de matière et aussi de prévoir le comportement des matériaux jusqu'à la rupture.

L'endommagement présente un caractère d'irréversibilité beaucoup plus prononcé, qui s'accompagne d'une perte progressive des caractéristiques mécaniques du matériau. Le niveau d'endommagement est quantifié par un **paramètre d'endommagement D** variant de 0 à 1 ($D = 0$; le matériau n'est pas endommagé (phase de comportement avant pic) ; $D = 1$; le matériau est rompu).

Le présent travail de recherche a pour but le développement d'un modèle d'endommagement basé sur le comportement mécanique non linéaire du béton de fibres. La modélisation est effectuée sous chargement monotone croissant.

Le modèle proposé ici utilise les concepts de la mécanique de l'endommagement (théorie de l'isotropie du dommage et le principe de la déformation équivalente) dans le domaine de la mécanique des milieux continus. Il permet alors de prédire le comportement du béton de fibres métalliques jusqu'à la rupture.

I.2 Hypothèses de l'étude

✚ Le principe de la déformation équivalente

Ce principe annonce que [105] :

« La même déformation (ε) provoquée par une contrainte (σ) pour un matériau endommagé, peut être obtenue en appliquant une contrainte équivalente ($\tilde{\sigma}$) pour le même matériau sans endommagement ».

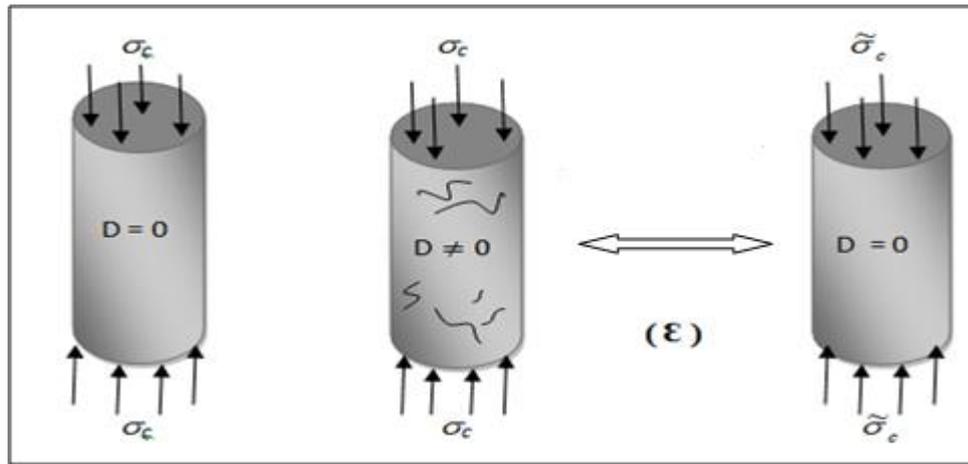


Figure I.1 : Contrainte effective et équivalence en déformation de compression

✚ L'hypothèse de l'isotropie du dommage

Une sollicitation donnée crée un endommagement qui se traduit par la même perte de résistance dans toutes les directions. Dans ce cas, la valeur de la variable du dommage D_n ne dépend pas de l'orientation \vec{n} et le scalaire D caractérise complètement l'état de dommage [105].

✚ Introduction de deux lois de comportement en uni axial

Le comportement en compression simple est régi par les relations proposées par Sargin [140]. Parmi les avantages de cette relation, l'expression mathématique permet d'ajuster les branches ascendante et descendante après le pic de contrainte aux valeurs expérimentales. Elle permet ainsi de caractériser aussi bien le comportement ductile que fragile.

Le comportement en traction simple est régi par les relations proposées par Bouafia, Kachi et Fouré [141-143]. Ces dernières s'appliquent pour des éléments en béton de fibres métalliques. Elles permettent de caractériser le comportement du béton de fibres en traction à partir seulement des propriétés des fibres et du béton (longueur, géométrie, orientation des fibres, rapport longueur / diamètre des fibres, son adhérence avec la matrice, dosage en fibres). Elles tiennent compte également de la perte d'adhérence fibre - matrice et du type de rupture (glissement arrachement ou rupture de la fibre).

Ces deux lois sont introduites comme lois réelles dans l'élaboration de ce modèle qui permet d'approcher au mieux le comportement du béton de fibre sous chargement monotone.

- ✚ La fonction seuil du dommage pour un état quelconque de contrainte est défini par le second principe de la thermodynamique qui impose une variable du dommage croissante ($\dot{D} > 0$).

Le seuil d'évolution de l'endommagement est défini par l'équation :

$$f(\varepsilon_{eq}, D) = \varepsilon_{eq} - K(D) = 0$$

ε_{eq} : Déformation équivalente choisi (Variable observable).

L'endommagement apparaît alors lorsque la déformation équivalente atteint un certain seuil $K(D)$, qui est une fonction de l'endommagement.

1.3 La théorie des milieux continus

1.3.1 Définition

Au sens strict du terme, la mécanique des milieux continus est une discipline qui se propose l'étude des mouvements, des déformations, des champs de contraintes au sein des milieux continus. On désigne par milieu continu tout milieu dans lequel les propriétés varient d'une façon continue [144-151]. Un élément de volume « dv » renferme une masse $dm = \rho dv$ avec ; ρ : masse volumique fonction continue des coordonnées

1.3.2 Vecteur contrainte et tenseur des contraintes

Le vecteur contrainte caractérise les efforts de contact exercés à travers un élément de surface dS de normale \vec{n} sur une partie D du milieu continu : le vecteur contrainte est défini par

$$\vec{T}(\vec{n}) = \lim_{ds \rightarrow D} \frac{d\vec{f}}{dS} \quad d\vec{f} = \vec{T}(\vec{n})dD \quad (\text{I.1})$$

Suivant le cas, il s'agit des efforts exercés sur D par le reste du milieu continu (point M1 – effort intérieur pour le solide Ω) ou bien par l'extérieur (point M2 – effort extérieur pour Ω).

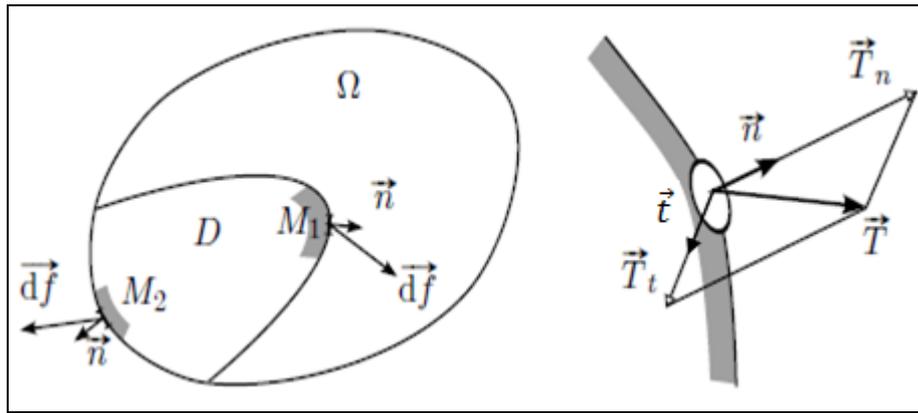


Figure I.2 : Vecteur contrainte

Par convention, on choisit pour \vec{n} la normale extérieure au domaine D sur lequel s'applique \vec{T}

On projette le vecteur contrainte sur la normale et sur le plan perpendiculaire :

$$\vec{T} = T_n \vec{n} + T_t \vec{t} \quad (\text{I.2})$$

Où T_n est alors la contrainte normale (algébrique) et T_t , la contrainte tangentielle ou de cisaillement.

Il existe donc une application linéaire, la *tenseur des contraintes*, faisant passer de \vec{n} à \vec{T}

$$\vec{T} = \sigma \vec{n} \quad (\text{I.3})$$

Le tenseur des contraintes est donc une application linéaire de l'espace vectoriel à trois dimensions E_3 dans lui-même. Si l'on choisit une base orthonormée \vec{e}_i , cette application linéaire est représentée par une matrice d'éléments σ_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) et la relation (I.3) donne la relation matricielle (I.4):

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix} \quad (\text{I.4})$$

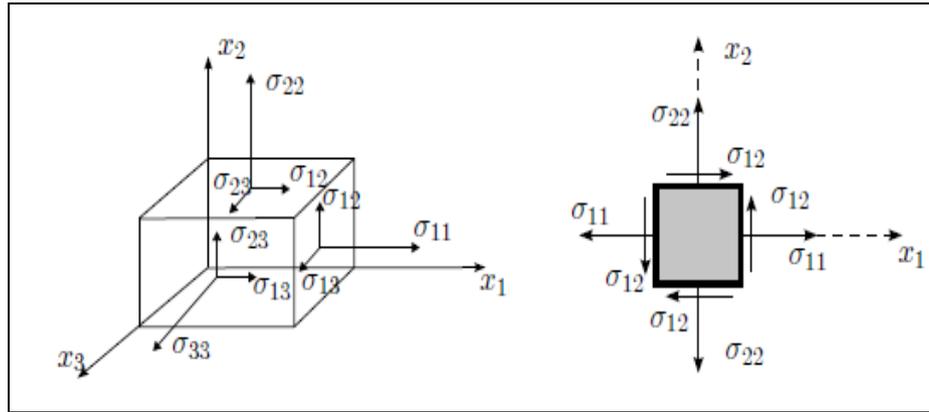


Figure I.3 : Composantes du tenseur contraintes

Les composantes diagonales $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}$, sont donc des contraintes normales, tandis que les composantes non diagonales $\sigma_{12}, \sigma_{13}, \dots$ sont des contraintes de cisaillement. La symétrie du tenseur des contraintes $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ exprime l'égalité de la contrainte de cisaillement associée à deux facettes perpendiculaires. Pour cette raison, cette symétrie est souvent appelée *principe de réciprocité des cisaillements*.

I.3.3 Contrainte principales

Le tenseur des contraintes est symétrique ; on peut donc le diagonaliser. Il existe trois directions principales orthogonales associées à trois valeurs propres $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, appelées *contraintes principales*.

$$\sigma_{ij} e^{(1)j} = \sigma_i e^{(1)i}, \text{ etc.} \quad (\text{I.5})$$

À partir de la décomposition (I.2), on voit qu'une condition nécessaire et suffisante pour qu'une direction soit principale pour σ est que la contrainte exercée sur la facette correspondante soit purement normale (pas de contrainte de cisaillement). Dans le repère principal, la matrice représentative du tenseur des contraintes est diagonale. Par abus de langage, on dit que le tenseur des contraintes est diagonal, et on écrit :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} \quad (\text{I.6})$$

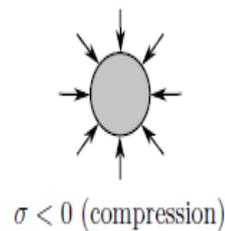
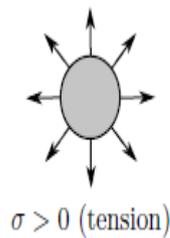
I.3.4 Etats de contraintes particuliers

✚ État de tension ou compression hydrostatique

Les trois contraintes principales sont égales, le déviateur est nul, et toutes les directions sont principales, soit :

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & \sigma & 0 \\ 0 & 0 & \sigma \end{bmatrix} \quad (\text{I.7})$$

Qui représente un état de tension si $\sigma > 0$ et un état de compression si $\sigma < 0$. Sur toute facette s'exerce donc une contrainte purement normale.



✚ État de traction ou compression uniaxiale

C'est un cas particulier du précédent avec $\sigma_2 = 0$ (pas de contrainte latérale). C'est l'état de contrainte le plus facile à réaliser expérimentalement : il suffit d'exercer une force longitudinale sur un barreau (essai de traction).

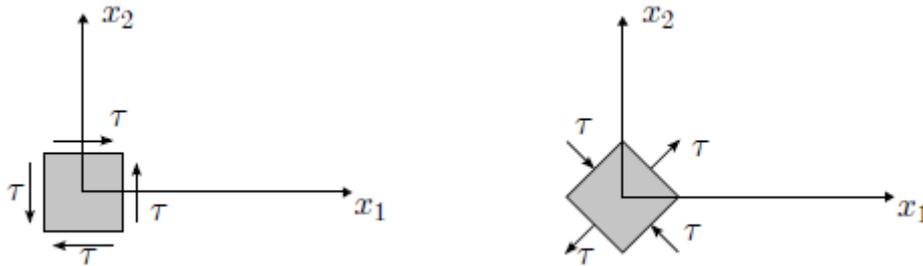


$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{array}{ll} \text{Traction} & \text{Si} \\ \text{Compression} & \text{Si} \end{array} \quad \begin{array}{l} \sigma > 0 \\ \sigma < 0 \end{array} \quad (\text{I.8})$$

✚ État de cisaillement pur

C'est un état de contrainte purement déviatoire. Les directions principales sont l'axe x_3 ($\sigma_3 = 0$) et les bissectrices des axes x_1 , x_2 (contraintes principales $+\tau$ et $-\tau$).

$$\sigma = \begin{bmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{I.9})$$



I.3.5 Tenseur linéarisé des déformations

Dans le cadre d'hypothèse des petites perturbations, le tenseur des déformations par :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad i, j = 1 \text{ à } 3 \quad (\text{I.10})$$

Ce tenseur ε_{ij} est le tenseur des déformations linéarisées.

I.3.6 Relations entre contraintes et déformations : Lois de comportement

I.3.6.1 Comportement élastique linéaire

Le comportement élastique linéaire est modélisé par une relation linéaire entre le tenseur de contrainte σ et le tenseur des déformations ε :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{A}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}} \quad (\text{I.11})$$

$\underline{\underline{A}}$: définit une application linéaire qui à tout tenseur d'ordre 2, ε lui associe un tenseur $\underline{\underline{\sigma}}$ d'ordre 2.

Elle définit un tenseur d'ordre 4 de composantes telles que :

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl} ; \quad i, j, k, l = 1, 2, 3$$

$\overline{\overline{A}}$ est appelé **tenseur d'élasticité**. Il caractérise le comportement élastique linéaire du matériau.

I.3.6.2 Isotropie

Un matériau isotrope présente le même comportement mécanique (c.-à-d. même relation $\overline{\overline{\sigma}} - \overline{\overline{\varepsilon}}$) dans n'importe quelle direction. Dans le cas contraire, le matériau est dit anisotrope.

I.3.6.3 Loi de comportement élastique linéaire isotrope

Dans ce cas, $\overline{\overline{\sigma}}$ contient uniquement 2 coefficients indépendants et son expression est donnée

$$\text{Comme suit } A_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$$

$$\sigma_{ij} = A_{ijkl} \varepsilon_{kl}$$

$$\text{On obtient alors : } \sigma_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \quad i, j \text{ variable de 1 à 3} \quad (\text{I.12})$$

La relation (I.12) exprime la loi de comportement élastique linéaire isotrope.

La loi de comportement (I.12) peut être exprimée d'une manière inverse comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2\mu} \sigma_{ij} - \frac{\lambda}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (\text{I.13})$$

La loi de comportement élastique linéaire isotrope dépend de 2 coefficients indépendants λ et μ , appelés coefficients de Lamé.

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} \quad (\text{I.14})$$

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

La loi de comportement (I.13) peut être réécrite comme suit :

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E} \sigma_{ij} - \frac{\nu}{E} \delta_{ij} \sigma_{ll} \quad (\text{I.15})$$

Avec E est le module de Young et ν le coefficient de Poisson.

Les relations (I.12), (I.13) et (I.15) expriment la loi de Hooke généralisée.

Pour un **état principal de contrainte** la loi de Hooke généralisée est donnée par le système d'équations (I.16) tel que :

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} - \nu \left[\frac{\sigma_2}{\tilde{E}_2} + \frac{\sigma_3}{\tilde{E}_3} \right] \\ \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{\tilde{E}_2} - \nu \left[\frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} + \frac{\sigma_3}{\tilde{E}_3} \right] \\ \varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{\tilde{E}_3} - \nu \left[\frac{\sigma_2}{\tilde{E}_2} + \frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} \right] \end{cases} \quad (\text{I.16})$$

Cas uni axial : on pose : $\sigma_1 \neq 0; \sigma_2 = \sigma_3 = 0$

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} \\ \varepsilon_2 = -\nu \frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} \\ \varepsilon_3 = -\nu \frac{\sigma_1}{\tilde{E}_1} = \varepsilon_2 \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

En compression uni axiale :

$$\tilde{E}_1 = E_o (1 - D_c(\varepsilon)) \quad (\text{I.18})$$

En traction uni axiale

$$\tilde{E}_1 = E_{ct} (1 - D_t(\varepsilon)) \quad (\text{I.19})$$

Avec \tilde{E}_1 : Le module sécant du béton de fibre,

E_o : Le module de Young initial du béton de fibre en compression,

E_{ct} : Le module de Young initial du béton de fibre en traction,

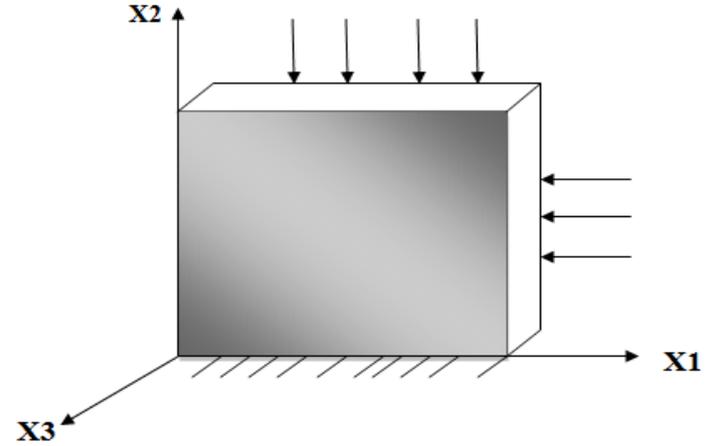
D_c : La variable de dommage en compression,

D_t : La variable du dommage en traction.

I.3.7 Etats de contraintes et déformations planes

I.3.7.1 Etat de contraintes planes

Cet état est obtenu dans le cas d'un corps ayant une dimension très petite par rapport aux deux autres et qui est sollicité dans son plan de symétrie. Exemple : plaques minces ou voiles sollicités dans leurs plans.



$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix}$$

En utilisant les relations (I.15), on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & 0 \\ -\nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1+\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.20.a})$$

$$\text{Et } \varepsilon_{33} = -\frac{\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22}) = \frac{-\nu}{1-\nu}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22})$$

Et inversement :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.20.b})$$

Les relations (I.20.a) et (I.20.b) expriment la loi de Hooke en contrainte planes.

I.3.7.2 Etat de déformations planes

Cas d'un corps très long à des charges latérales. Exemple : mur de soutènement, barrage prismatique.

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}$$

En utilisant les relations (I.12, I.13) et (I.14), on obtient :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1-2\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.21.a})$$

$$\text{Et } \sigma_{33} = \nu(\sigma_{11} + \sigma_{22})$$

Et inversement :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix} = \frac{1+\nu}{E} \begin{bmatrix} 1-\nu & -\nu & 0 \\ -\nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} \quad (\text{I.21.b})$$

Les relations (I.21.a) et (I.21.b) expriment la loi de Hooke en déformations planes.

I.4 L'hypothèse d'équivalence en déformation, son application aux lois de comportement du béton de fibres en uni axial et application de la méthode de la sécante

Les modèles analytiques ou numériques sont toujours d'un grand intérêt pour les ingénieurs pour prédire le comportement du matériau et bien sûr le comportement de l'élément de structure ou la structure dans son ensemble. Plusieurs modèles analytiques pour les composites BFM proposés par différents chercheurs dans le passé : Modèle de Sargin [140], Fanella et Naaman [152], Absi et Naaman [153], Bouafia [154], Zhan [62], Bouafia, Kachi et Fouré [141-143].

I.4.1 La loi de comportement en compression uni axiale

✚ Loi de Sargin

Compte tenu des études antérieures, l'allure des courbes de comportement des bétons armés de fibres en compression est presque identique à celle des courbes définissant le comportement du béton en compression. Il est alors tout à fait possible de caractériser le comportement de ces composites en compression par la loi de Sargin (figure I.4) qui est généralement utilisée pour décrire le comportement du béton en compression.

Ce modèle est essentiellement utilisé dans le calcul des structures en béton armé et précontraint.

Le comportement du béton de fibres en compression simple [140] est donné à la figure I.4.

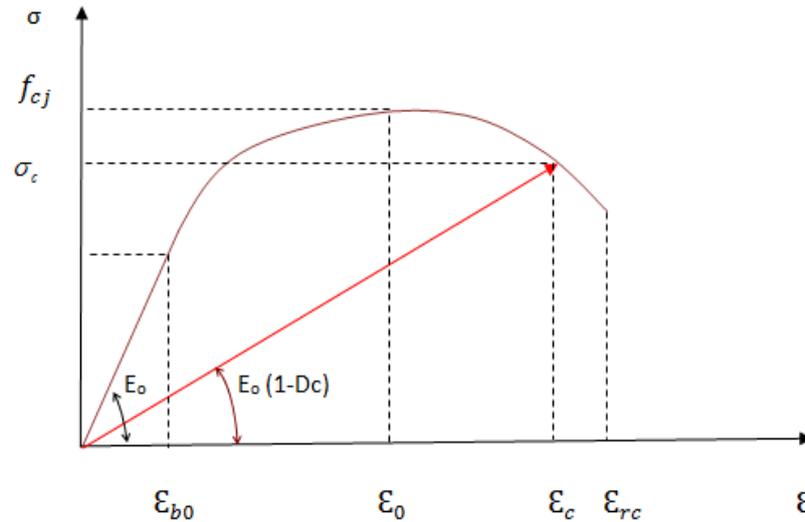


Figure I.4 : Loi de comportement ($\sigma - \varepsilon$) du béton de fibres en compression simple

La loi de comportement ($\sigma - \varepsilon$) est définie par l'équation suivante [140]:

$$\sigma = f_{cj} \frac{R_b \bar{\varepsilon} + (R_c - 1) \bar{\varepsilon}^2}{1 + (R_b - 2) \bar{\varepsilon} + R_c \bar{\varepsilon}^2} \quad (I.22)$$

$$\text{Avec : } R_b = \frac{E_o \times \varepsilon_o}{f_{cj}}, \quad \bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$$

f_{cj} : Résistance à la compression du composite (béton armé de fibres),

ε_o : Déformation du béton en compression correspondant au pic de contrainte (f_{cj}),

E_o : Module élastique à l'origine du composite,

R_b : ajuste la branche ascendante de la courbe,

R_c : ajuste la forme de la branche descendante au delà du pic de contrainte.

La résistance à la compression du composite est alors déterminée à partir d'essais de compression simple, le module initial du composite peut être déterminé à partir d'essais de compression et peut également être déterminé à partir des caractéristiques du béton et des

fibres. Le calcul de ce module par cette deuxième approche est présenté dans l'étude du comportement du béton de fibres en traction.

Pour le béton de fibres, il est possible de faire varier le paramètre R_c pour que le modèle s'adapte mieux au comportement du composite [143] ; en effet, l'augmentation de R_c permet d'adoucir la pente descendante, et permet de mieux représenter la ductilité du matériau.

- Avec $R_c = 0$, on obtient des courbes avec une branche qui descend brutalement, ce qui correspond à un béton ayant un comportement élastique fragile.

- Avec $R_c = 1$, on obtient au contraire des courbes avec une branche descendante assez plate qui correspondent à un béton ayant un comportement ductile (plastique).

Pour un béton fibré on prend généralement

$$R_c = R_b - 0.9 \quad (\text{I.23})$$

La limitation de la déformation de rupture du composite à celle de rupture du béton nous permet d'adopter la relation précédente (I.23) pour la détermination du paramètre R_c [143].

I.4.2 Loi d'évolution du dommage en compression

On définit :

✚ **D_c** : variable du dommage en compression pour le cas uni axiale. $0 \leq D_c \leq 1$.

✚ Le domaine d'évolution du dommage est défini dans l'intervalle de la déformation pour un état de compression :

$$\varepsilon_{bo} \leq \varepsilon(D_c) \leq \varepsilon_{rc} \quad (\text{I.24})$$

ε_{bo} : Déformation limite élastique du composite (pour $D_c = 0$),

ε_{rc} : Déformation limite à la rupture du composite (pour $D_c = 1$).

On écrira par application de la méthode de la sécante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{tg}(\alpha) = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_c} = E_o \times (1 - D_C) \quad \text{(a)} \\ \text{Avec} \quad \sigma = f_{cj} \frac{R_b(\bar{\varepsilon}) + (R_c - 1)(\bar{\varepsilon})^2}{1 + (R_b - 2) \times \bar{\varepsilon} + R_c \times (\bar{\varepsilon})^2} \quad \text{(b)} \end{array} \right. \quad \text{(I.25)}$$

En introduisant (I.25.b) dans (I.25.a) on obtiendra l'équation qui régit l'évolution du dommage en compression uni axiale, définit par la variable (D_C) (Eq.I.26):

$$D_c(\varepsilon) = 1 - \frac{1 + \frac{(R_c - 1)}{R_b} \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}{1 + (R_b - 2) \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + R_c \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2} \quad \text{(I.26)}$$

$$\text{Avec} \quad R_b = \frac{E_o \times \varepsilon_o}{f_{cj}} \quad \text{(I.27)}$$

Remarque :

Dans notre étude on tiendra compte seulement : $R_c = R_b - 0.9$.

L'équation (I.26) s'écrira donc sous la forme :

$$D_c(\varepsilon) = 1 - \frac{1 + \frac{(R_b - 1.9)}{R_b} \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}}{1 + (R_b - 2) \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} + (R_b - 0.9) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right)^2} \quad \text{(I.28)}$$

Discussion sur les différents cas qui s'imposent :

$$\color{red}{\oplus} \quad D_C(\varepsilon) = 0$$

$$\text{On pose : } X = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$$

Ceci revient à résoudre l'équation mathématique qui s'écrira

$$(R_b - 0.9)X^2 + [(R_b - 2) - (R_b - 1.9)/R_b]X = 0 \quad (\text{I.29})$$

D'où :

$$X[(R_b - 0.9)X + [(R_b - 2) - (R_b - 1.9)/R_b]] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X = 0 \\ \text{Ou} \\ X = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] \end{cases}$$

$$\begin{cases} X = 0 \Leftrightarrow \varepsilon = 0 \\ X = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] = \varepsilon / \varepsilon_o \\ \varepsilon = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] \times \varepsilon_o = \varepsilon_{b0} \end{cases} \quad (\text{I.30})$$

Remarque :

Dans notre étude, nous tiendrons en compte seulement du dernier cas (l'existence d'un domaine élastique limité par la valeur de ε_{b0})

Les valeurs trouvées de (ε) limitent le domaine élastique pour le cas d'un béton fibré ; il débutera soit à l'origine ($X=0$) et ce quelque soit la valeur de (R_b) ; à :

$$X = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] = \varepsilon / \varepsilon_o \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] \times \varepsilon_o = \varepsilon_{b0}$$

$$\text{Avec : } R_b = \frac{E_o \times \varepsilon_o}{f_{cj}}$$

$$\color{red}{\oplus} \text{ Dc} (\varepsilon) = 1$$

$$\text{Dc} (\varepsilon) = 1 \Leftrightarrow \left[1 + \frac{(R_b - 1.9)}{R_b} \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} \right] = 0$$

$$R_b \times \varepsilon_o + (R_b - 1.9) \times \varepsilon = 0 \Rightarrow \varepsilon_{rc} = R_b \times \varepsilon_o / (1.9 - R_b)$$

$$\text{Avec : } R_b = E_0 \times \varepsilon_o / f_{cj}$$

$$\varepsilon_{rc} = R_b \times \varepsilon_o / (1.9 - R_b) \quad (\text{I.31})$$

ε_{rc} : Valeur qui définit le critère de rupture en compression simple cas d'un béton de fibres.

I.4.3 Fonction seuil du dommage cas d'un état de compression uni axiale

Application de la théorie de l'endommagement isotrope :

L'endommagement est évolutif dans le domaine des déformations Eq (I.24), pour un état de compression uni axial :

Pour ce cas, la déformation équivalente ($\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon(D_C)$), dans le domaine non linéaire.

$$\text{Avec : } \varepsilon(D_C) = \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\sigma}{E_o(1-D_C)} = \frac{\varepsilon}{(1-D_C)} \quad (\text{I.32})$$

$$\varepsilon_{b0} \leq \varepsilon(D_C) \leq \varepsilon_{rc} \quad (\text{I.33}) \Rightarrow \begin{cases} f(\varepsilon, D_C) = \varepsilon(D_C) - \varepsilon_{b0} \geq 0 \\ \text{et} \\ f(\varepsilon, D_C) = \varepsilon(D_C) - \varepsilon_{rc} \leq 0 \end{cases}$$

La fonction seuil définit deux états limites :

Une limite élastique, définit par (ε_{b0})

Une limite à la rupture donnée par la valeur (ε_{rc}).

$$\text{Tel que: } f(\varepsilon, D_c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{b0} \Leftrightarrow D_c = 0 \\ \varepsilon = \varepsilon_{rc} \Leftrightarrow D_c \approx 1 \end{cases} \quad (\text{I.34})$$

Avec :

ε_{b0} : Limite élastique à considérer pour un état de compression uni axiale ($\varepsilon_0 \neq \varepsilon_{b0}$) tel que

$$\varepsilon_{b0} = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] \times \varepsilon_0 \quad (\text{I.35})$$

Finalement les relations de comportement en compression avec prise en compte du dommage se résument comme suit :

$$D_c(\varepsilon) = 1 - \frac{\left[1 + \frac{(R_b - 1.9)}{R_b} \times \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right]}{1 + (R_b - 2) \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} + (R_b - 0.9) \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2}$$

Avec :

$$\varepsilon_{b0} = \frac{1}{R_b} \left[\frac{(R_b - 1.9) - R_b(R_b - 2)}{R_b - 0.9} \right] \times \varepsilon_0$$

$$R_b = \frac{E_o \times \varepsilon_0}{f_{cj}} ; \quad \varepsilon_{rc} = \frac{R_b \times \varepsilon_0}{1.9 - R_b}$$

Avec :

f_{cj} : Résistance à la compression du composite (béton armé de fibres),

E_o : Module élastique à l'origine du composite,

R_b : ajuste la branche ascendante de la courbe,

ε_{b0} : Déformation limite élastique du composite (pour $D_c = 0$),

ε_0 : Déformation du béton en compression correspondant au pic de contrainte (f_{cj}).

Ces équations sont introduites dans un logiciel de calcul en éléments finis **pour un béton de fibres**.

- La fonction seuil définit deux états limites :

Une limite élastique, définit par (ε_{bo})

Une limite à la rupture donnée par la valeur (ε_{rc}).

$$\text{Tel que: } f(\varepsilon, D_c) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{bo} \Leftrightarrow D_c = 0 \\ \varepsilon = \varepsilon_{rc} \Leftrightarrow D_c \approx 1 \end{cases}$$

1.4.4 Comportement en traction uni axiale

Pour décrire le comportement des bétons de fibres en traction, les relations proposées par Bouafia, Kachi et Fouré [141-143, 154] dans le cadre de la théorie des poutres sont transformées en des relations avec prise en compte du dommage. Les hypothèses admises initialement par les auteurs sont résumées ci-dessous. Les fibres sont dispersées dans le béton de façon aléatoire et la modélisation est effectuée en considérant une répartition uniforme.

Avant fissuration :

- le comportement est élastique linéaire, les fibres retardent la microfissuration,
- l'adhérence entre les fibres et le béton est parfaite.

Après fissuration :

- le comportement est élastique non linéaire,
- la rupture survient par arrachement ou rupture des fibres,
- la contrainte de cisaillement à la surface des fibres atteint la résistance maximale τ_{uz} tout au long de la fibre.

Le comportement du composite (béton armé de fibres) est élastique linéaire jusqu'à fissuration du béton. A l'instant où apparaît une fissure, il y a une chute brutale de la contrainte (égale à la différence entre la résistance du composite f_{ft} et la résistance du béton

seul f_{bt}). Au-delà, la contrainte augmente jusqu' à la contrainte maximale (σ_{uc}) du composite puis diminue jusqu' à s'annuler à la rupture totale de ce matériau.

Une relation décrivant ces deux domaines [143]. Cette loi donne la contrainte en fonction de la déformation ($\sigma - \varepsilon$) à et de la contrainte ultime maximale du composite (σ_{uc}), cette dernière valeur est bien entendu fonction des caractéristiques des fibres .

La loi de comportement ($\sigma - \varepsilon$) admise pour le comportement du béton de fibres [143]. (Voir figure I.5)

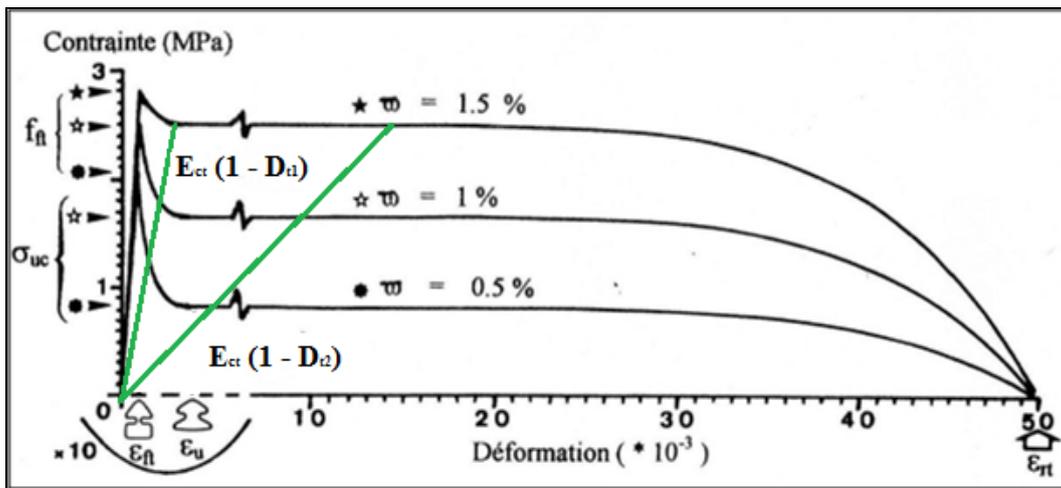


Figure I.5 : Loi de comportement ($\sigma - \varepsilon$) en traction du béton de fibres en acier [143]

Les équations mathématiques sont :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \sigma = E_{ct} \varepsilon & SI & 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_{ft} \quad (A) \\ \sigma = \sigma_{uc} - [\sigma_{uc} - f_{ft}] \frac{(\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(\varepsilon_{ft} - \varepsilon_u)^6} & SI & \varepsilon_{ft} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (B) \\ \sigma = \sigma_{uc} \left[1 - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(\varepsilon_r - \varepsilon_u)^6} \right] & SI & \varepsilon_u \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \quad (C) \end{array} \right. \quad (I.36)$$

Tel que :

L'équation (I.36. A) définit le comportement élastique du béton de fibres.

L'équation (I.36.B) et (I.36.C) définit le comportement du béton de fibres dans le domaine non linéaire.

Avec :

- ϖ = Pourcentage en volume des fibres,
- θ_0 = Coefficient d'orientation des fibres,
- l_r = Longueur de référence,
- β = Constante du modèle,
- h = Hauteur de la section transversale de béton,
- l_f = Longueur d'une fibre,
- E_f = Module élastique de l'acier,
- E_{b0} = Module initial du béton en compression,
- n = Coefficient d'équivalence acier-béton
- τ_u = Contrainte d'adhérence ultime fibre-matrice béton,
- ϕ = Diamètre d'une fibre,
- f_{ft} = Résistance à la traction du composite,
- ε_{ft} = Déformation de fissuration du béton,
- ε_{rf} = Déformation de rupture des fibres.
- ε_{rt} = Déformation de rupture du composite en traction.

-La contrainte ultime maximale du composite (fonction des caractéristiques des fibres) :

$$\sigma_{uc} = \varpi \theta_0 l_f \tau_u / \phi \quad (\text{I.37})$$

-La longueur de référence est liée à la hauteur de la section h :

$$l_r = \beta \cdot h \quad (\text{I.38})$$

-Le module initial du composite, en traction, est donné par :

$$E_{ct} = E_{b0} (1 + n \theta_0 \varpi) \quad (\text{I.39})$$

-La déformation ultime correspondant à la mobilisation totale de l'adhérence fibres-matrice est donnée par :

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{ft} + \frac{\tau_u l_f^2}{3E_f \phi \beta h} \quad (\text{I.40})$$

Lorsqu'il y a arrachement des fibres, la déformation de rupture du composite est donnée par :

$$\varepsilon_{rt} = \varepsilon_{ft} + \frac{\tau_u l_f^2}{3E_f \phi \beta h} + \frac{l_f}{4\beta h} \quad (\text{I.41})$$

Cette déformation est une conséquence d'une ouverture des fissures trop importante. Pour limiter les risques de corrosion des fibres, nous limitons cette déformation à la déformation de rupture des fibres (I.42)

$$\varepsilon_{rf} = \varepsilon_{rt} \quad (\text{I.42})$$

✚ Influence de l'orientation des fibres

La section effective des fibres est fonction de leur orientation. Ce qui nous amène à définir alors un coefficient d'orientation θ_0 en supposant le matériau parfaitement isotrope et la disposition des fibres parfaitement aléatoire [141].

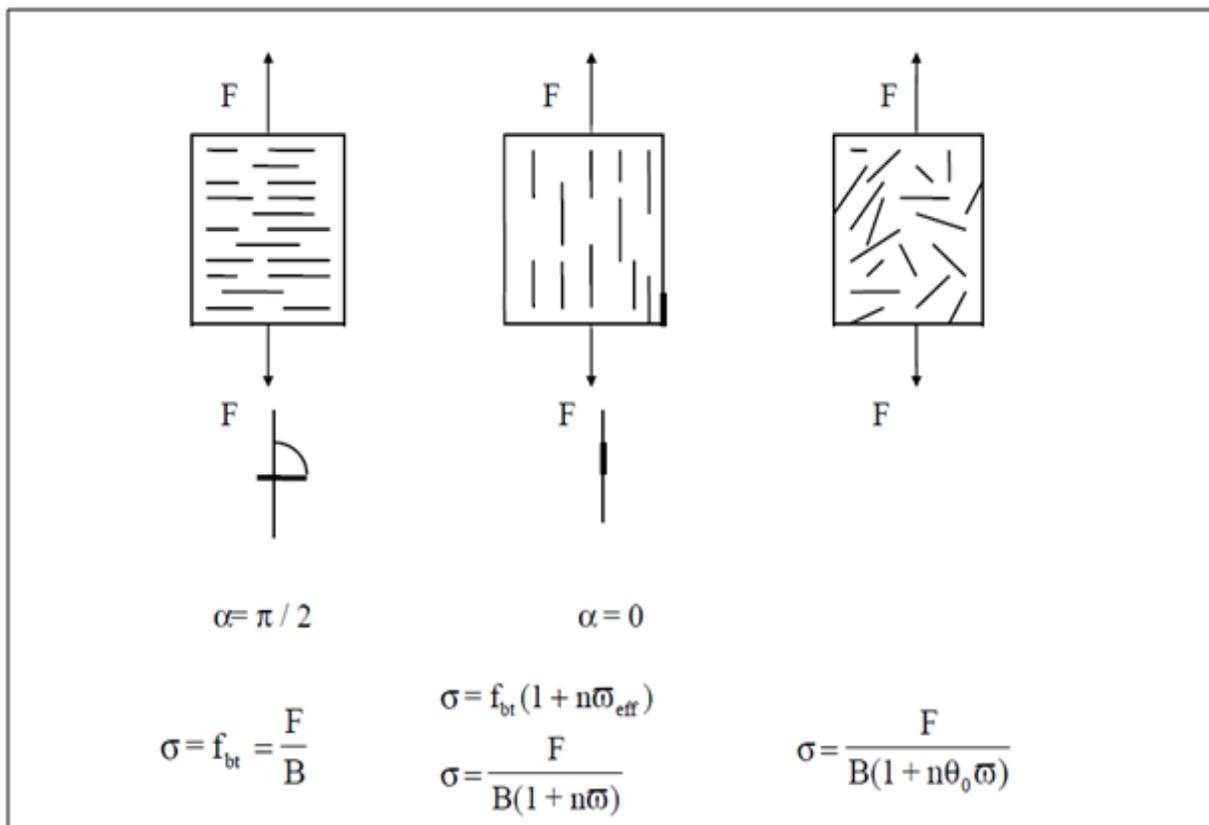


Figure I.6.a : cas possibles d'orientation des fibres [141]

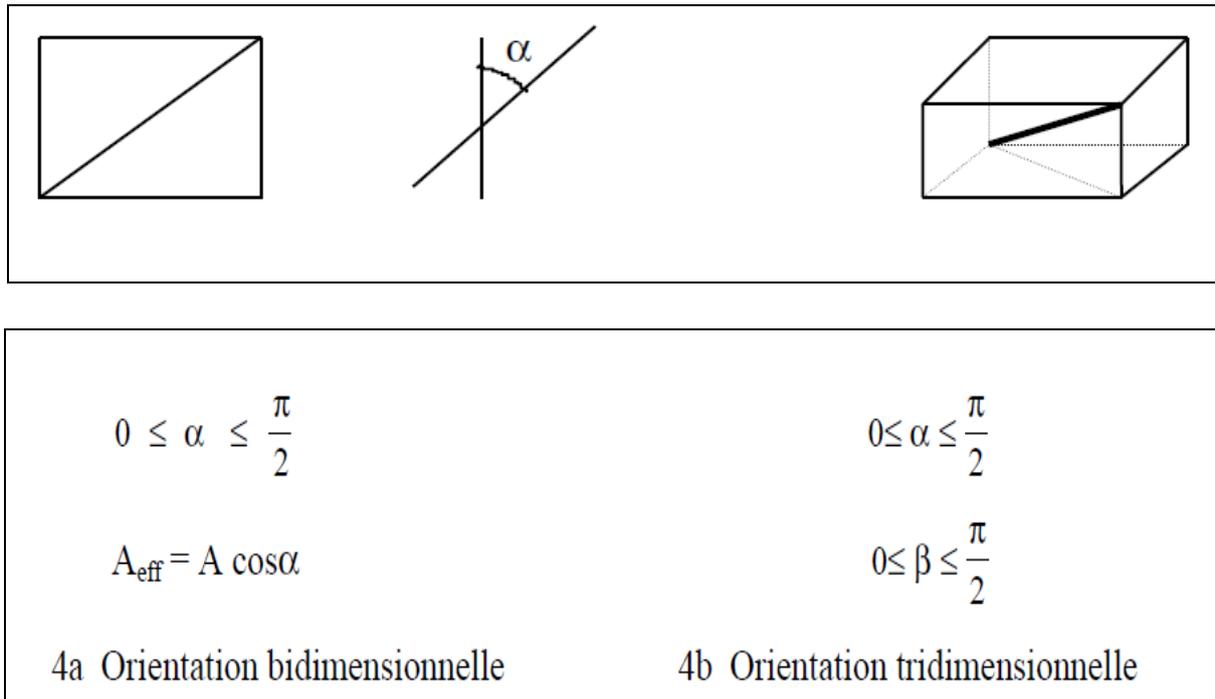


Figure I.6.b : Orientation des fibres dans le plan et dans l'espace [141]

En supposant une orientation bidimensionnelle, le facteur d'orientation est défini par :

$$\theta_0 = (\cos \alpha)_{\text{moyen}} = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha = \frac{2}{\pi} = 0.637 \quad (\text{I.43 .a})$$

En supposant une orientation tridimensionnelle, on a :

$$\theta_0 = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha \, d\alpha \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \beta \, d\beta = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = 0.405 \quad (\text{I.43.b})$$

La modélisation du comportement du béton de fibres est généralement établie à partir de résultats expérimentaux. Le modèle de Bouafia et al. [141-143] été validé par des essais en vraie grandeur.

On peut noter que ce modèle présente l'avantage de prédire le comportement du composite à partir, seulement, des propriétés des fibres et du béton. Cependant, cette modélisation présente un grand inconvénient en ce sens qu'elle impose des hypothèses de calcul idéalistes (le facteur d'orientation et les propriétés d'adhérence peuvent être très variables suivant les conditions de réalisation du béton).

I.4.5 Loi d'évolution du dommage en traction uni axiale

I.4.5.1 Variable du dommage en traction uni axiale D_{t1}

$$\varepsilon_{ft} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \quad (I.44)$$

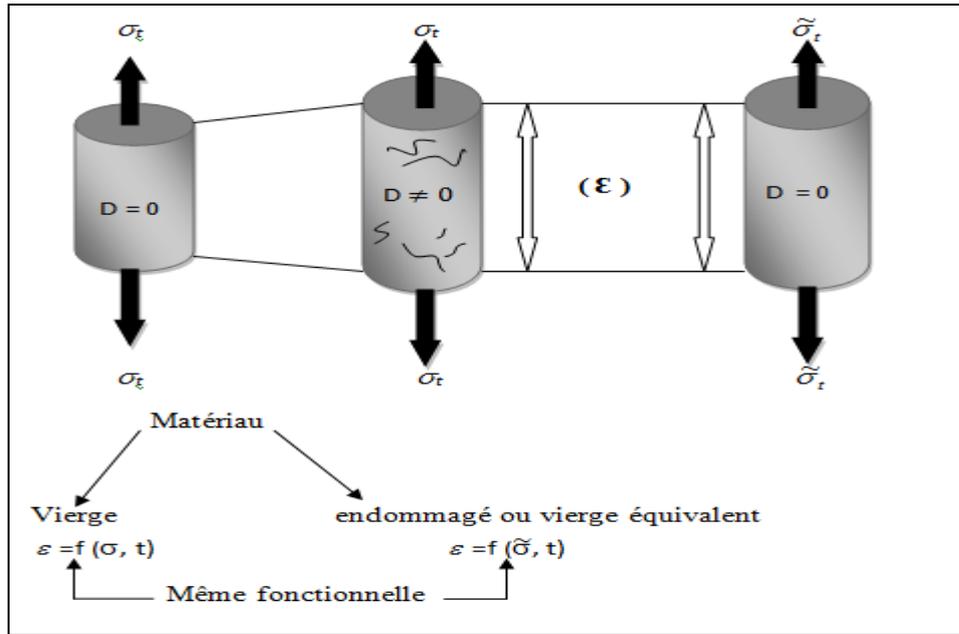


Figure I.7 : Contrainte effective et équivalence en déformation en traction [105]

On définit (D_{t1}) : Variable d'endommagement en traction avec $0 \leq D_{t1} \leq D_u$.

On applique **la méthode de la sécante** dans le domaine non linéaire :

$$\frac{\sigma_t}{\varepsilon_t} = E_{ct} (1 - D_{t1}) \quad (I.45)$$

D'ou à partir de (I.36.B) et (I.45) on abouti à l'équation (I.46) qui définit la variable du dommage en traction uni axiale lorsque : $\varepsilon_{ft} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$

$$D_{t1}(\varepsilon) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct} \varepsilon_t} + \left[\frac{(\sigma_{uc} - f_{ft}) (\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(E_{ct} \varepsilon_t) (\varepsilon_{ft} - \varepsilon_u)^6} \right] \quad (I.46)$$

I.4.5.2 Variable du dommage en traction uni axiale D_{t2}

$$\varepsilon_u \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r \quad (\text{I.47})$$

On définit (D_{t2}) : Variable d'endommagement en traction avec $D_u \leq D_{t2} \leq 1$

On applique **la méthode de la sécante** dans le domaine non linéaire :

$$\frac{\sigma_t}{\varepsilon_t} = E_{ct} (1 - D_{t2}) \quad (\text{I.48})$$

D'ou à partir de (I.36.C) et (I.48) on abouti à l'équation (I.49) qui définit la variable du dommage en traction uni axiale lorsque $\varepsilon_u \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r$:

$$D_{t2}(\varepsilon) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct} \varepsilon_t} \left[1 - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(\varepsilon_r - \varepsilon_u)^6} \right] \quad (\text{I.49})$$

Les équations (I.46, I.49), ainsi établies sont introduites dans un code de calcul en éléments finis.

$$D_u(\varepsilon_u) = D_{t1}(\varepsilon = \varepsilon_u) = D_{t2}(\varepsilon = \varepsilon_u) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct} \varepsilon_t} \quad (\text{I.50})$$

I.4.6 Fonction seuil du dommage, pour un état de traction uni axiale

L'endommagement est évolutif dans le domaine des déformations. Les équations (I.44, I.47), pour un état de traction uni axiale :

Pour ce cas, la déformation équivalente ($\tilde{\varepsilon} \equiv \varepsilon(D_{t1}, D_{t2})$), dans le domaine non linéaire est tel que :

$$\begin{aligned} & \varepsilon_{ft} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u \\ \varepsilon(D_{t1}) &= \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\sigma}{E_{ct}(1 - D_{t1})} = \frac{\varepsilon}{(1 - D_{t1})} \end{aligned} \quad (\text{I.51})$$

$$\color{red}{\oplus} \quad \varepsilon_u \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r$$

$$\varepsilon(D_{t2}) = \frac{\sigma}{\tilde{E}} = \frac{\sigma}{E_{ct}(1-D_{t2})} = \frac{\varepsilon}{(1-D_{t2})} \quad (I.52)$$

$$\varepsilon_{ft} \leq \varepsilon(D_t) \leq \varepsilon_r \quad (I.53) \Rightarrow \quad \text{et} \quad \begin{cases} f(\varepsilon, D_{t1}) = \varepsilon(D_{t1}) - \varepsilon_{ft} \geq 0 \\ f(\varepsilon, D_{t2}) = \varepsilon(D_{t2}) - \varepsilon_r \leq 0 \end{cases}$$

La fonction seuil définit deux états limites :

- Un état élastique (ε_{ft})

- Une limite à la rupture donnée par la valeur (ε_r).

$$\text{Tel que:} \quad f(\varepsilon, D_t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_{ft} \Leftrightarrow D_{t1} = 0 \\ \varepsilon = \varepsilon_r \Leftrightarrow D_{t2} \approx 1 \end{cases} \quad (I.54)$$

En résumé, les relations I.36 A, B, C sont transformées en relations tenant compte du dommage comme suit :

$$\color{red}{\oplus} \quad \varepsilon_{ft} \leq \varepsilon \leq \varepsilon_u$$

$$D_{t1}(\varepsilon) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct}\varepsilon_t} + \left[\frac{(\sigma_{uc} - f_{ft}) (\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(E_{ct}\varepsilon_t) (\varepsilon_{ft} - \varepsilon_u)^6} \right]$$

$$\color{red}{\oplus} \quad \varepsilon_u \leq \varepsilon \leq \varepsilon_r$$

$$D_{t2}(\varepsilon) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct}\varepsilon_t} \left[1 - \frac{(\varepsilon - \varepsilon_u)^6}{(\varepsilon_r - \varepsilon_u)^6} \right]$$

$$D_u(\varepsilon_u) = D_{t1}(\varepsilon = \varepsilon_u) = D_{t2}(\varepsilon = \varepsilon_u) = 1 - \frac{\sigma_{uc}}{E_{ct}\varepsilon_t}$$

✚ La fonction seuil définit deux états limites :

- Un état élastique (ε_{ft})

-Une limite à la rupture donnée par la valeur (ε_r).

Avec :

$$\sigma_{uc} = \varpi \theta_0 l_f \tau_u / \phi$$

$$E_{ct} = E_{b0} (1 + n \theta_0 \varpi)$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{ft} + \frac{\tau_u l_f^2}{3E_f \phi \beta h}$$

$$\varepsilon_r = \varepsilon_{ft} + \frac{\tau_u l_f^2}{3E_f \phi \beta h} + \frac{l_f}{4\beta h}$$

σ_{uc} : Contrainte ultime maximale du composite (fonction des caractéristiques des fibres),

E_{ct} : Module initial du composite en traction,

f_{ft} : Résistance à la traction du composite,

ε_{ft} : Déformation de fissuration du béton,

ε_u : Déformation correspondant à la mobilisation totale de l'adhérence fibres-matrice,

ε_{rt} : Déformation de rupture des fibres.

I. 5 Conclusion

Le modèle, ainsi établi, permet de prédire le comportement du béton renforcé de fibres en traction et en compression uni axiale jusqu'à la rupture.

Le modèle proposé prend en compte le dommage en traction et en compression du composite. L'originalité de ce modèle est qu'il intègre également le dommage due à la fois de l'arrachement et de la rupture des fibres.

Le modèle tient compte des éléments suivants :

1- Les propriétés des fibres :

- ✚ longueur, géométrie, l'orientation des fibres (facteur moyen),
- ✚ le rapport longueur / diamètre des fibres,
- ✚ dosage en fibres (proportion en volume).

2- Les propriétés du béton :

- ✚ La résistance à la fissuration du béton.

Il tient compte aussi de la contrainte d'adhérence limite des fibres (correspondant au plateau de la loi de comportement).

3- On a mis en évidence, l'existence de deux fonctions seuils pour un état de contrainte en compression ou en traction.

Le comportement en compression est régi par :

- Début de l'endommagement à $\varepsilon = \varepsilon_{b0}$
- Dommages limite relatif à une rupture à $\varepsilon = \varepsilon_{rc}$

Le comportement en traction est régi par :

- Début de l'endommagement à $\varepsilon = \varepsilon_{ft}$
- Dommages limite relatif à une rupture à $\varepsilon = \varepsilon_r$

Dans ce chapitre on a pu donc détailler toutes les lois élaborées décrivant le comportement réel du béton de fibres sous chargement monotone et ce jusqu'à la rupture.

II.1 Introduction

Après avoir exposé les différents aspects théoriques de la modélisation, nous procédons dans ce qui suit à l'implantation numérique. Le programme utilisé est un programme en éléments finis (MEF).

La **MEF** est une approche numérique qui peut être utilisée pour faire une discrétisation, c'est-à-dire grâce à laquelle des équations différentielles peuvent être résolues mais de façon approximative. Elle permet ce passage du problème continu au problème discret équivalent.

La **MEF** utilise des approximations simples des variables inconnues dans chaque élément pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques en discrétisant la forme intégrale.

La **MEF** est basée sur une idée simple : subdiviser (discrétiser) une forme complexe en un grand nombre de sous-domaines élémentaires de forme géométrique simple (éléments finis) interconnectés en des points appelés nœuds. Nous considérons le comportement mécanique de chaque élément séparément, puis nous assemblons ces éléments de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits en chaque nœud.

C'est une méthode très générale qui s'applique à la majorité des problèmes rencontrés dans la pratique : phénomènes stationnaires ou non stationnaires, linéaires ou non linéaires, définis dans un domaine géométrique quelconque à une, deux ou trois dimensions. De plus la **MEF** s'adapte très bien aux milieux hétérogènes (avec des adaptations) rencontrés dans la pratique [155-167].

II.2 Introduction à la méthode des éléments finis

L'analyse numérique fournit plusieurs méthodes de résolution des systèmes d'équations différentielles avec conditions aux limites, parmi lesquelles ; on peut citer : la méthode des éléments finis qui fait l'objet de ce chapitre.

De manière simple, il s'agit de :

- ✚ Etablir les équations aux dérivées partielles décrivant au mieux le problème étudié.
- ✚ Transformer ces équations compliquées en un problème équivalent plus simple à l'aide d'une formulation variationnelle (forme intégrale).
- ✚ Effectuer une approximation par éléments finis sur cette formulation variationnelle.
- ✚ Résoudre le système algébrique donné par l'approximation des éléments finis afin d'obtenir la solution approchée.

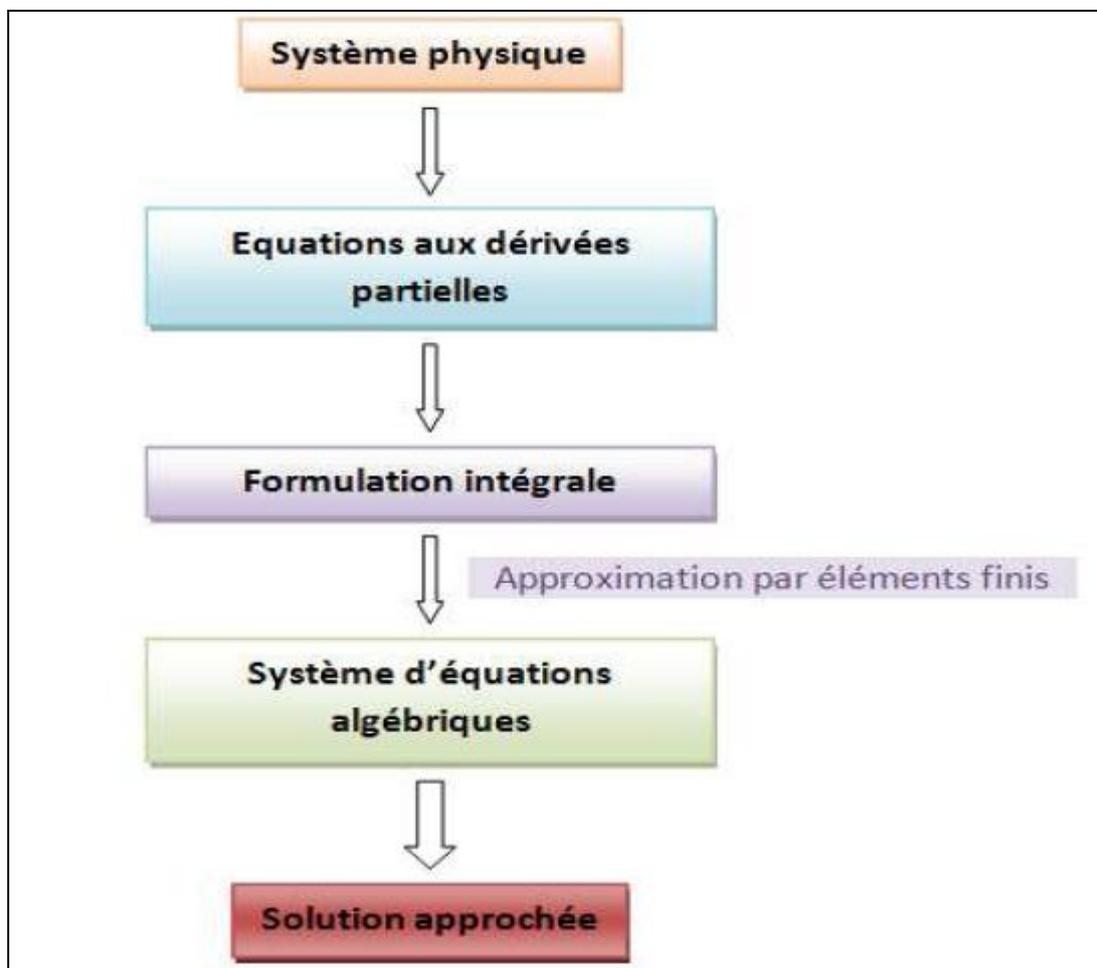


Figure II.1 : Schéma de la méthode des éléments finis

II.3 Etapes logiques du calcul par éléments finis

Obtenir une solution approchée par la méthode des éléments finis enchaînée au sens très large les étapes décrites par la suite :

II.3.1 Définitions

Domaine Ω : La géométrie dans laquelle on va résoudre les équations.

Éléments Ω_e : Sous-domaine appartenant à Ω .

Nœuds : un ensemble de points situés dans ce domaine ou sur son bord dans lesquels on calcule la solution approchée.

Variables nodales : Valeurs aux nœuds.

Un élément fini est l'association d'un sous domaine Ω_e , appelé élément, et des fonctions d'interpolation locales qui y sont définis.

II.3.2 Position du problème

En général, un domaine Ω , de volume V , limité par une frontière Γ est soumis à un système de forces :

- un champ de forces volumiques (\vec{f}_v).
- des forces surfaciques (\vec{f}_s) sur une partie (Γ_1) de (Γ)
- des déplacements imposés sur la frontière (Γ_2) de (Γ).

Γ_1 et Γ_2 forment des partitions de Γ (Voir figure II. 2).

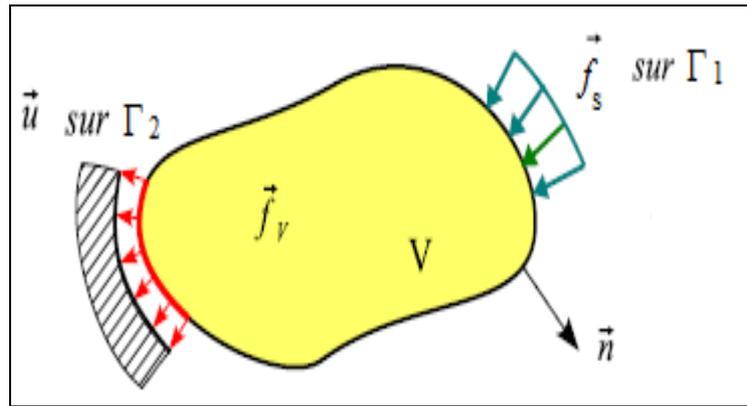


Figure II.2

Soit pour chaque particule de (V) on définit :

- Le vecteur déplacement (\vec{U}).
- Le tenseur des contraintes de Cauchy ($\vec{\sigma}$).
- Le tenseur des déformations ($\vec{\varepsilon}$).
- L'intensité de la dégradation par endommagement représenté par la variable (D) qui évolue suivant la déformation (ε).
- Pour un élément en béton de fibre, la déformation en unidirectionnel, sera conditionnée par la limite à la rupture (respectivement en traction et en compression), ε_{rt} , ε_{rc} .

II.3.3 Principe variationnel :

Minimisation de l'énergie potentielle

II.3.3.1 Système d'élasticité linéaire

Les conditions d'équilibre local d'un milieu continu s'écrit :

$$\partial \sigma_{ij,j} + f_{vi} = 0 \text{ sur } (\Omega) \quad (i,j=1,3) \quad (\text{II.1})$$

$$\sigma_{ij} \times n_j = f_{si} \quad \text{sur } \Gamma_1 \quad (\text{II.2})$$

$$u_i = u \quad \text{sur } \Gamma_2 \quad (\text{II.3})$$

Ω : Domaine de volume ;

Γ : Frontière du domaine ;

f_{vi} : Force volumique ;

f_{si} : Force surfacique ;

n_j : Normale unitaire extérieure à la frontière.

II.3.3.2 Minimisation de l'énergie potentielle ou PTV

La position ou l'état d'équilibre des systèmes mécaniques est défini en écrivant les conditions de minimisation de l'énergie potentielle totale. L'état d'équilibre s'exprime par la condition suivante (II.4) :

$$\int_{\Omega} \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} d\Omega - \int_{\Gamma} \{\delta U\} \{f_s\} d\Gamma - \int_{\Omega} \{\delta U\}^T \{f_v\} dV = 0 \quad (\text{II.4})$$

Dans notre étude, l'élasticité est couplée à l'endommagement, c'est-à-dire ; le tenseur d'élasticité est affecté par le dommage.

$$\text{Avec : } \{\sigma\} = [\tilde{\lambda}] \{\varepsilon\} \quad (\text{II.5})$$

$$[\tilde{\lambda}] = (1 - D)[\lambda] \quad (\text{II.6})$$

$\{U\}$: Vecteur de déplacement

II.3.4 Discrétisation géométrique (Maillage)

Il n'est pas possible de résoudre un problème numériquement de façon continue. Il s'agit alors de discrétiser le domaine Ω où sont définies les équations à résoudre. Cette discrétisation du domaine Ω constitue ce qu'on appelle **le Maillage**.

La création du maillage consiste à représenter le domaine Ω à l'aide d'éléments géométriques Ω_e de manière aussi fidèle que possible. L'avantage de la méthode est que le maillage n'est pas nécessairement régulier.

Plus le maillage est défini avec finesse, plus on approche la solution avec précision. Certains modèles étant très complexes, il est nécessaire d'adapter (affiner) le maillage dans des zones à fortes variations géométriques ou dans des zones où l'on recherche une plus grande précision (Figure II.3).

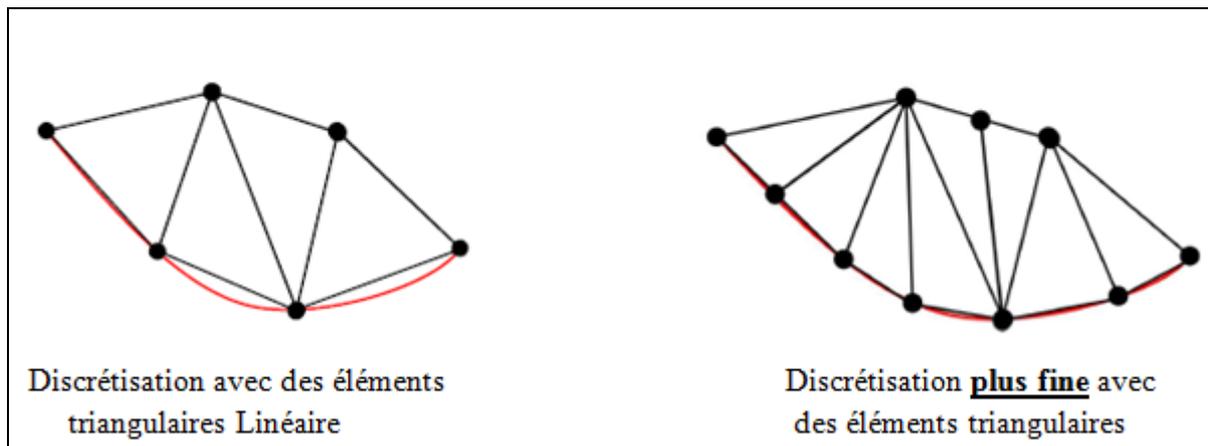


Figure II.3 : Discrétisation géométrique

Après avoir numéroté les nœuds (de 1 à n), de même que les éléments (de 1 à m), le maillage est entièrement défini par les données numériques suivantes :

- 1- Les coordonnées de chacun des nœuds.
- 2- Les numéros de nœuds de chacun des éléments.
- 3- Les propriétés du matériau.

II.3.5 Formulation d'un élément

II.3.5.1 Approximation du champ des déplacements

Les fonctions d'interpolation sont des fonctions dont une combinaison linéaire permet de construire une approximation du problème physique posé. En général, les fonctions d'interpolation permettent d'associer aux variables nodales de la fonction, une interpolation pour tout point à l'intérieur du domaine physique dans lequel le problème est défini.

Pour approximer le champ de déplacement $\{U\}$, On choisit une interpolation nodale. Cette approximation est construite sur les valeurs approchées du champ aux noeuds de l'élément considéré, ce champ s'exprime sous la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} u_1^{(e)} &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y) u_{1i}^{(e)} \\ u_2^{(e)} &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y) u_{2i}^{(e)} \\ u_3^{(e)} &= \sum_{i=1}^n N_i(x, y) u_{3i}^{(e)} \end{aligned} \right\} \{U\}^{(e)} = [N]^{(e)} \{d\}^{(e)} \quad (\text{II.7})$$

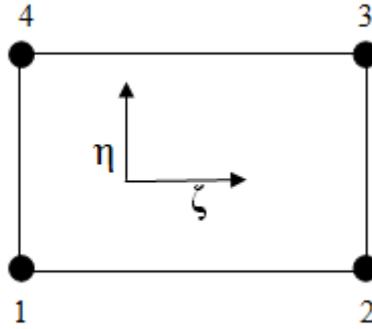
$\{d\}^{(e)}$: Vecteur des déplacements nodaux.

$[N]^{(e)}$: Matrice des fonctions d'interpolations.

Les fonctions d'interpolations sont définies par les équations suivantes :

élément à quatre nœuds

$$N_i = \frac{1}{4} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i), \quad i=1, 2, 3, 4 \quad (\text{II.8})$$



Où : N_i est la fonction de forme (ou fonction d'interpolation) par rapport aux nœuds de coordonnées (ζ_i, η_i) dans la repère local (ζ, η) .

La représentation des éléments iso paramétriques dans **le repère global** est donnée par les formules suivantes :

$$\begin{cases} x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) x_i \\ y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) y_i \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

Sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} x^{(e)} \\ y^{(e)} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} N_i^{(e)} & 0 \\ 0 & N_i^{(e)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i^{(e)} \\ y_i^{(e)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.10})$$

Le jacobien de la transformation est donné par la formule :

$$J^{(e)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} x_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} y_i^{(e)} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} x_i^{(e)} & \sum_{i=1}^n \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} y_i^{(e)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Son inverse :

$$[J^{(e)}]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{bmatrix} = \frac{1}{\det(J^{(e)})} \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12})$$

II.3.5.2 Expression des déformations en fonction des variables nodales

$$\{\varepsilon\}^{(e)} = [\beta]^{(e)} \{d\}^{(e)} \quad (\text{II.13})$$

$[\beta]^{(e)}$: La matrice des déformations.

$$[\beta] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial y} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} & \frac{\partial N_i}{\partial x} \end{bmatrix} ; i=1,n \quad (\text{II.14})$$

n : nombre totale des nœuds.

La différenciation en règle d'enchaînement est :

$$\frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial x} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial y} = \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{\partial N_i^{(e)}}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (\text{II.16})$$

Pour un problème axisymétrique, x et y sont remplacés par r et z , respectivement.

II.3.5.3 Expression des contraintes en fonction des variables nodales

$$\{\sigma^{(e)}\} = [\tilde{\Lambda}^{(e)}] \{\varepsilon^{(e)}\} = [\tilde{\Lambda}^{(e)}] [\beta]^{(e)} \{d\}^{(e)} \quad (\text{II.17})$$

$$\sigma_{ij} = \tilde{\Lambda}_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (\text{II.18})$$

II.3.5.4 Energie potentielle de l'élément

L'énergie potentielle est déduite de l'application du théorème des travaux virtuels.

$$\left[\int_{\Omega^{(e)}} [\beta^{(e)}]^T \tilde{\Lambda}^{(e)} [\beta^{(e)}] d\Omega \right] \{d^{(e)}\} = \int_{\Omega^{(e)}} [N^{(e)}]^T \{f_v^{(e)}\} d\Omega + \int_{\Gamma_1^{(e)}} [N^{(e)}]^T \{f_s^{(e)}\} d\Gamma_1 \quad (\text{II.19})$$

D'une manière plus compacte :

$$[K^{(e)}] \{d^{(e)}\} = \{F^{(e)}\} \quad (\text{II.20})$$

Avec : $[K^{(e)}]$ est la matrice de rigidité de l'élément :

$$[K^{(e)}] = \int_{\Omega^{(e)}} [\beta^{(e)}]^T \tilde{\Lambda}^{(e)} [\beta^{(e)}] d\Omega \quad (\text{II.21})$$

$\{d^{(e)}\}$: est le vecteur des déplacements nodaux inconnus ;

$\{F^{(e)}\}$: est le vecteur des sollicitations ou vecteur des forces (surfactive, volumique) par élément.

$$\{F^{(e)}\} = \int_{\Omega^{(e)}} [N^{(e)}]^T \{f_v^{(e)}\} d\Omega + \int_{\Gamma_1^{(e)}} [N^{(e)}]^T \{f_s^{(e)}\} d\Gamma_1 \quad (\text{II.22})$$

II.3.5.5 Evaluation de la matrice de rigidité élémentaire

Les termes des vecteurs et matrices élémentaires, sont toujours calculés par intégration sur la géométrie d'un élément de référence. Dans certains cas, les expressions à intégrer se présentent sous forme polynomiale, et l'intégration peut s'effectuer alors analytiquement. Lorsque la géométrie de l'élément réel est complexe ou plus généralement lorsque les termes à intégrer ne se présentent pas sous la forme polynomiale simple, on utilise alors des techniques d'intégration numérique. Dans notre cas, nous utiliserons la méthode de Gauss.

La matrice de rigidité et le vecteur force élémentaires sont évalués dans le repère local (ξ, η) et s'écrivent sous la forme :

$$[K^{(e)}] = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} [\beta^{(e)}]^T [\tilde{\Lambda}^{(e)} \parallel \beta^{(e)}] h^{(e)} \det J^{(e)} d\xi d\eta \quad (\text{II.23})$$

Le volume élémentaire sera défini par l'équation :

$$d\Omega^{(e)} = h^{(e)} \det J^{(e)} d\xi d\eta \quad (\text{II.24})$$

Avec h : épaisseur de l'élément

J est la matrice Jacobienne de la transformation géométrique.

En effectuant l'intégration numérique sur l'élément quadratique :

$$[K^{(e)}] = \sum_{p=1}^{Npg} \sum_{q=1}^{Npg} [\beta^{(e)}] [\tilde{\Lambda}^{(e)}] [\beta^{(e)}] h^{(e)} \det J^{(e)} (\xi_p, \eta_q) W_p W_q \quad (\text{II.25})$$

Npg : le nombre de points de Gauss utilisés ;

W_p, W_q : Les facteurs poids ;

(ξ_p, η_q) : Les coordonnées de position.

La relation contrainte - déformation est exprimée par la formule suivante :

$$\sigma_{ij} = \tilde{\Lambda}_{ijkl} \epsilon_{kl} \quad (\text{II.26})$$

$$[\tilde{\Lambda}] = (1 - D)[\Lambda] \quad (\text{II.27})$$

$[\Lambda]$: Est la matrice des propriétés élastiques dans le domaine linéaire qui s'écrit :

Etats de contraintes planes :

$$[\Lambda] = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu^2)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.28})$$

En déformations planes :

$$[\Lambda] = \frac{E}{(1-\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 \\ 0 & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Pour des solides axisymétriques :

$$[\Lambda] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 \\ 0 & \nu & (1-\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

II.3.5.6 Système global – calcul des résidus

L'étape d'assemblage correspond à la construction de la matrice globale $[K]$, et le vecteur des sollicitations global $\{F\}$ à partir des matrices et vecteurs élémentaires $[K^{(e)}]$ et $\{F^{(e)}\}$.

Le résidu $R(u)$ est obtenu par assemblage des résidus élémentaires $R^{(e)}$:

$$\{R\} = \sum \text{éléments} \{R^{(e)}\}$$

$$R(u) = [K(u)] \{u\} - \{F\} \quad (\text{II.31})$$

Avec : $[K(u)]$: est la matrice de rigidité globale.

$\{F\}$: le vecteur de force global.

On aboutit ainsi à un système d'équations non linéaires, du fait que la matrice globale dépend de u . L'endommagement qui est fonction de la déformation donc du déplacement affecte les caractéristiques matérielles de la structure et, par conséquent, sa rigidité.

- **Stratégie de résolution**

Pour résoudre le problème de non linéarité, on utilise la méthode de Newton-Raphson qui consiste à calculer la raideur à chaque incrément de chargement et à chaque itération.

Dans le cas présent, le problème est fortement non linéaire, On introduit alors une nouvelle variable scalaire λ_j appelée facteur de charge.

La résolution du système d'équations algébriques (II.32) peut être remplacée par la résolution successive donnée en (II.33).

$$[K(u)]\{u\} = \lambda\{F_0\} = \{F\} \quad (\text{II.32})$$

$$[K(u_j)]\{u_j\} = \lambda_j\{F_0\} \quad (\text{II.33})$$

Où :

$\lambda_j = \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda$: Facteurs de charges (la charge est appliquée en plusieurs incréments)

$\{F_0\}$: Charge globale à appliquer à la structure.

La solution initiale utilisée pour calculer u_j est la solution u_{j-1} obtenue à l'étape précédente (la résolution se fait par récurrence). Chaque étape constitue un problème non linéaire qui se résout avec une ou plusieurs itérations avec la méthode de Newton-Raphson.

La méthode incrémentale, utilisant plusieurs itérations de Newton-Raphson s'écrit pour un niveau donné de sollicitations λ_j :

$$\begin{aligned} \{R_j^{i-1}\} &= \lambda_j\{F_0\} - [K(u_j^{i-1})]\{u_j^{i-1}\} \\ [K(u_j^{i-1})]\{\Delta u_j^i\} &= R(u_j^{i-1}) + (\lambda_j - \lambda_{j-1})\{F_0\} \\ \{u_j^i\} &= \{u_j^{i-1}\} + \{\Delta u_j^i\} \end{aligned} \quad (\text{II.34})$$

$\{u_j^i\}$: Le déplacement globale calculer à l'itération (i) et au pas (λ_j).

On obtient ainsi, à chaque itération, un système d'équations linéaires que l'on résout par la méthode frontale.

- **Test de convergence**

Le processus de Newton-Raphson converge lorsque la condition suivante est satisfaite :

A l'itération « i » ($i > 1$), et pour un pas de chargement « j » on calcule les résidus $\{R_i\}$.

Au cours du processus itératif de: $\{R(U)\} = [K(D_{tot})]\{U\} - \{F\}$.

On estime que l'on a raisonnablement convergé vers la solution lorsque le test suivant est vérifié :

$$\sqrt{\frac{\{R_i\}^T \{R_i\}}{\{F_i\}^T \{F_i\}}} \times 100 \leq \eta \quad (\text{II.35})$$

Où $\{F_i\}^T$: résulte de l'assemblage des vecteurs élémentaires suivants :

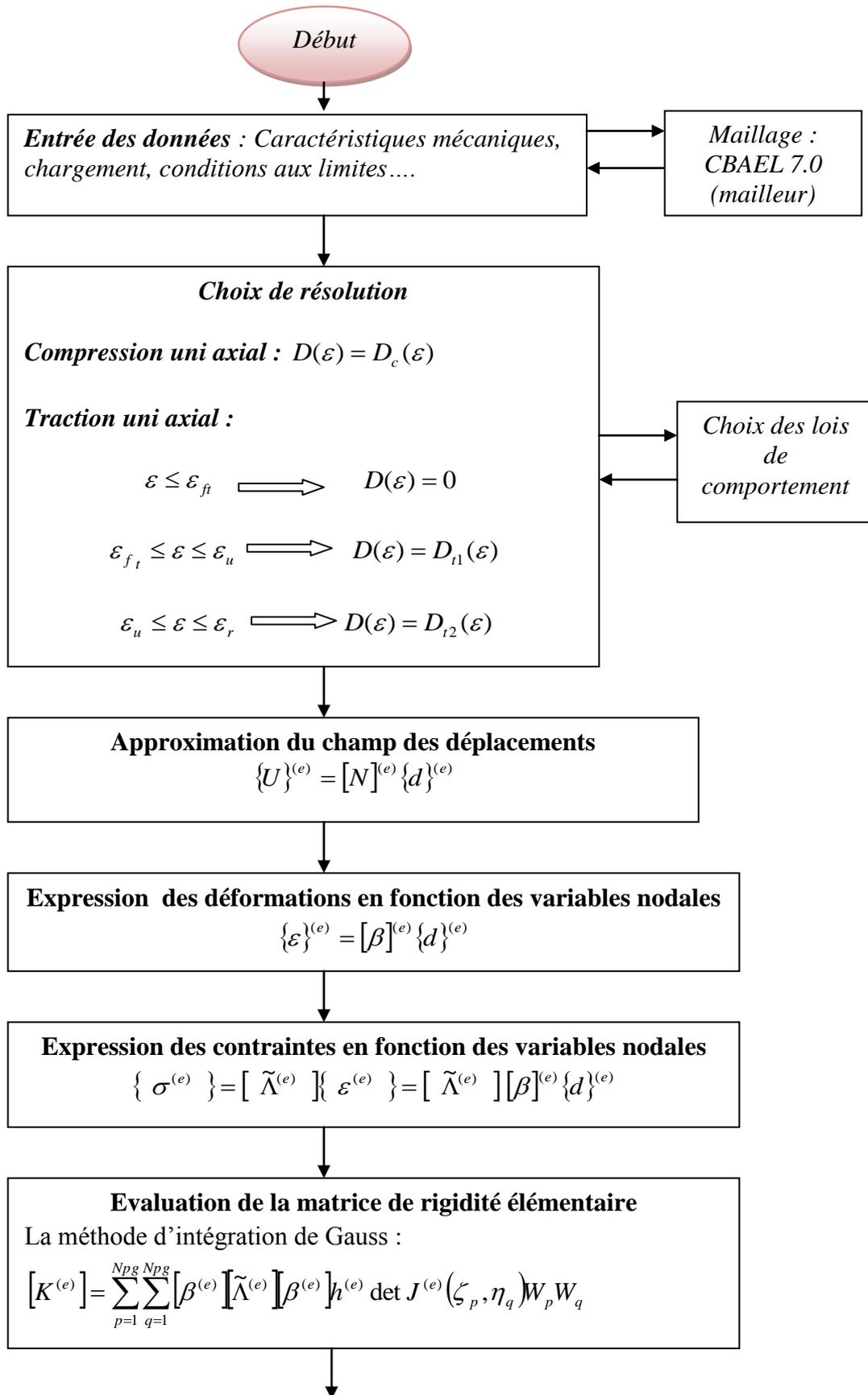
η : est une tolérance choisie par l'opérateur.

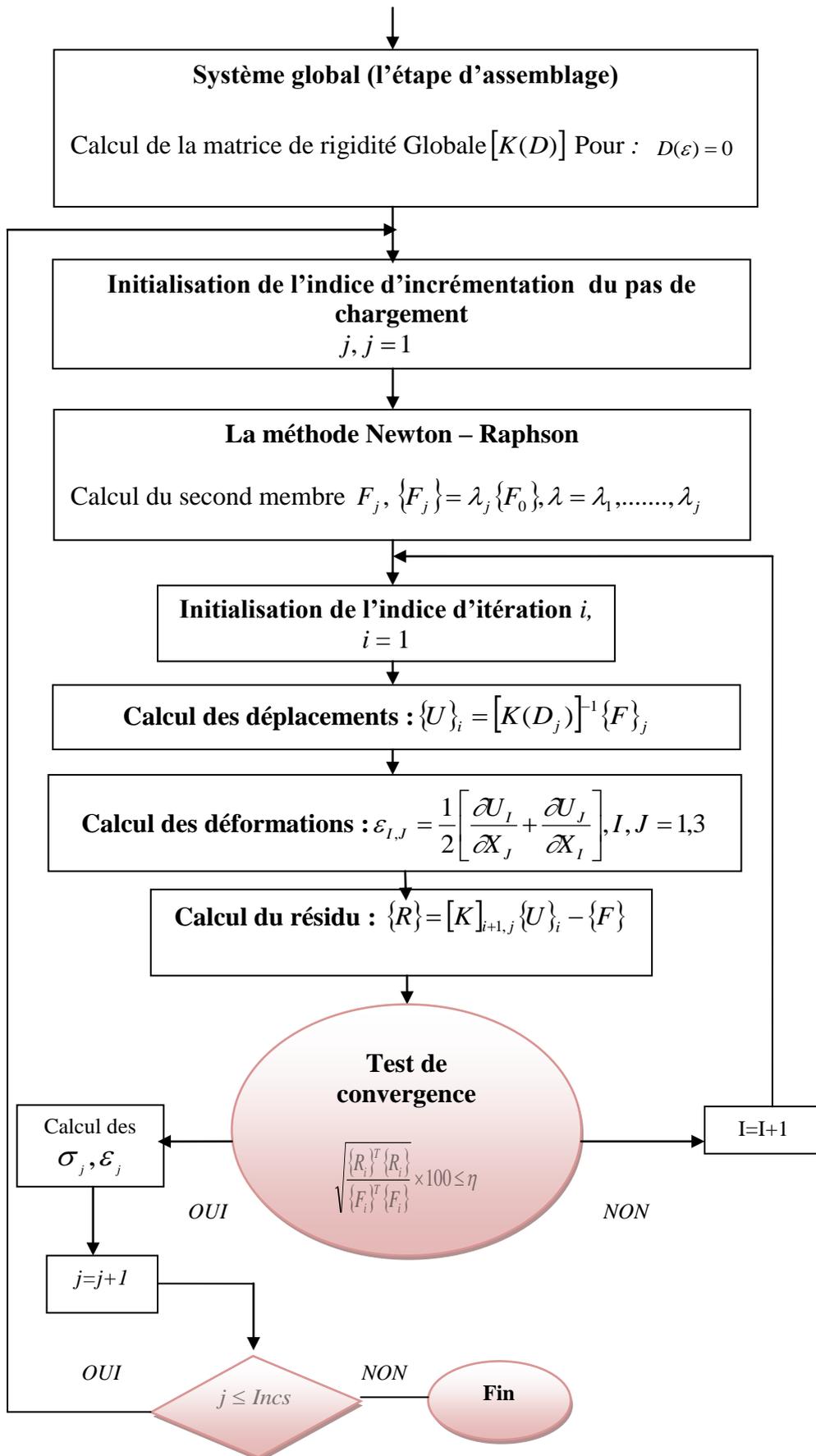
II.4 Elaboration du programme de calcul

Nous avons utilisé initialement le programme de calcul des structures élastique-endommageables à endommagement isotope, que nous avons modifié ensuite pour implanter notre modèle. Ceci a été fait par l'ajout de « blocs » indépendants et cela conformément aux notices de programmation, et en respectant l'architecture du programme. Le logiciel de calcul en élément finis est basé sur le code de calcul [159].

II.5 Organigramme de calcul

Etude du comportement non linéaire du béton de fibres métalliques sous chargement monotone





II.6 Conclusion

La modélisation par éléments finis d'un problème en élasticité - endommageable, conduit à un système d'équations algébriques non linéaires. L'endommagement est, à tout instant du processus, interprété comme une variation des caractéristiques mécaniques de la structure. La linéarisation de ces équations se fait par la méthode incrémentale pas à pas de Newton-Raphson. On résout, par la suite, ces équations linéaires par la méthode frontale, le test de convergence du processus itératif utilise une norme telle que le rapport des forces résiduelles et des forces imposées.

III.1 Introduction

La première étape de la validation consiste à faire des simulations numériques sur un volume élémentaire dans le but d'évaluer la capacité du modèle à reproduire un comportement expérimental. Cette première étape est complétée par une série d'applications sur des éprouvettes afin de mettre en relief les performances et les limites de la présente modélisation.

III.2 But recherché

- ✚ La méthode des éléments finis [155], [158], est utilisée. Un logiciel de calcul est élaboré pour tenir compte du comportement du béton de fibres [159]. Les lois de comportement décrites dans le chapitre précédent y sont introduites en tenant compte des lois d'évolution du dommage en traction et en compression. Pour ce faire, un Mailleur (CBAEL7.0) est utilisé. Des confrontations calculs / résultats expérimentaux ont été effectués et ce pour tenir compte du comportement jusqu'à la rupture.

Les étapes et paramètres étudiés sont :

- ✚ L'état de contrainte en un point de Gauss à considérer,
- ✚ L'évolution du dommage en ce point,
- ✚ Force-déplacement pour le comportement global,
- ✚ L'effet du dosage en fibre sur le comportement local et global, ainsi sur l'évolution du dommage,
- ✚ L'effet de la variation de longueur des fibres sur la réponse locale et globale, et sur le dommage,
- ✚ L'effet de l'orientation des fibres sur la réponse locale et globale, et sur le dommage,
- ✚ L'effet du diamètre des fibres sur le comportement du béton en fibres,
- ✚ L'effet de la contrainte d'adhérence sur l'évolution du dommage ainsi sur la réponse.

III.3 Simulation du comportement du béton de fibres métalliques

III.3.1 Réponse d'un élément de volume sollicité

III.3.1.1 En traction

Pour la validation de la modélisation, nous nous sommes intéressés au problème élémentaire d'un élément de volume sollicité à son extrémité à des conditions de déplacement unidirectionnel en déformations planes.

Ce test consiste donc à soumettre une éprouvette à un effort de traction monotone dont les conditions aux limites sont données à la figure (III.1).

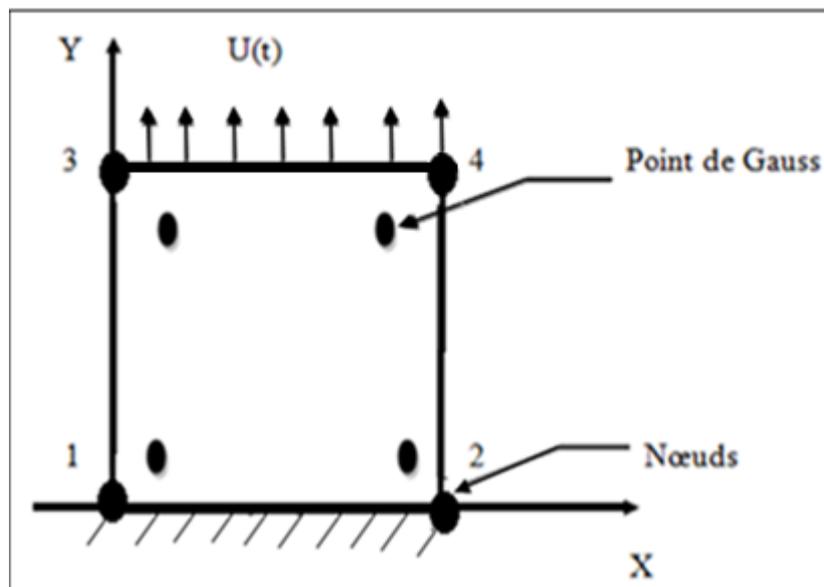


Figure III.1 : Géométrie et chargement du volume élémentaire

Pour chaque simulation, on présente la réponse locale contrainte-déformation, l'évolution du dommage en fonction de la déformation et la réponse globale force-déplacement. Les caractéristiques des matériaux sont illustrées dans le tableau ci-dessous : [62], [36-40], [168-169].

- ✚ **Matériau 1 : Béton avec des fibres ondulées et a crochets (BFON, BFAC)**
- ✚ **Matériau 2 : Béton avec des copeaux issus des déchets d'usinage**
- ✚ **Matériau 3 : Béton avec des fibres bi-ondulées**

Essais Expérimentaux		Les propriétés du composite				Les propriétés des fibres				
		f_{cj} (MPa)	f_{tj} (MPa)	E_{b0} (GPa)	ϵ_0 (‰)	ϕ (mm)	l_f (mm)	τ_u (MPa)	ω (%)	θ_0
Essai Zhan		47.6	2.94	38.18	2.1	1.95	60	7	0.31	0.405
Essai Djebali	S /G = 0.8	27,73	2,44	32.1	2,7	1.95	50	1	0.4	0.405
		22.1	2.1	29.305	2.8	1.95	50	1	0.6	0.405
		19.25	1.9	29.016	2.9	1.95	50	1	0.8	0.405
	S /G = 1	27.32	2.4	33.091	2.8	1.95	50	1	0.4	0.405
		24.2	2.25	30.756	3.0	1.95	50	1	0.6	0.405
		19.2	1.9	29.536	3.1	1.95	50	1	0.8	0.405
Essai Morteza		42.6	*	33.611	2,37	1	45	7	45Kg/	0.405



Figure III.2 : Fibres Dramix utilisé pour le Materiau 1

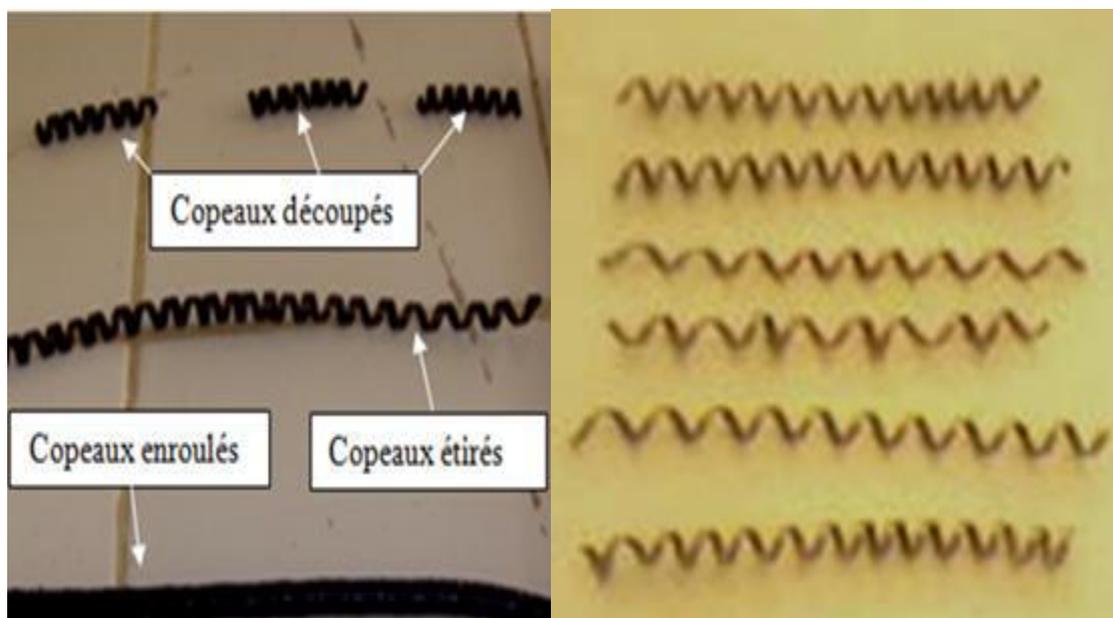


Figure III.3 : Fibres issus des déchets d'usinage utilisé pour le matériau 2 [168]

✚ Résultats de la simulation : Matériau 1

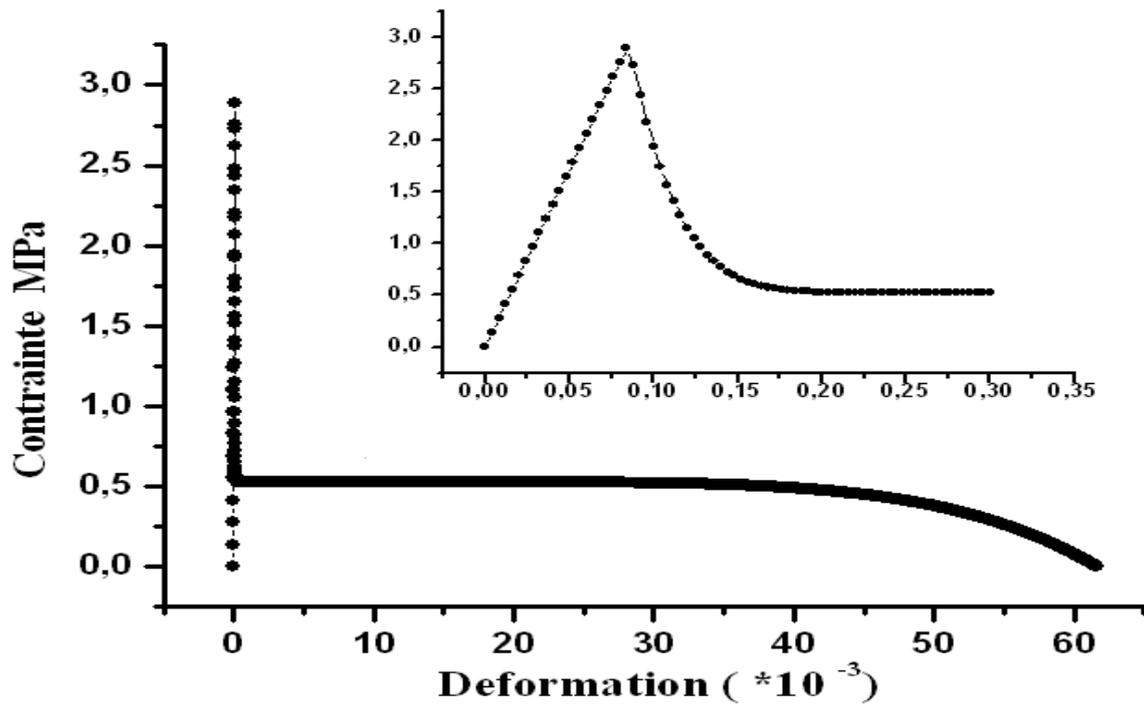


Figure III.4 : Evolution de la contrainte en fonction de la déformation

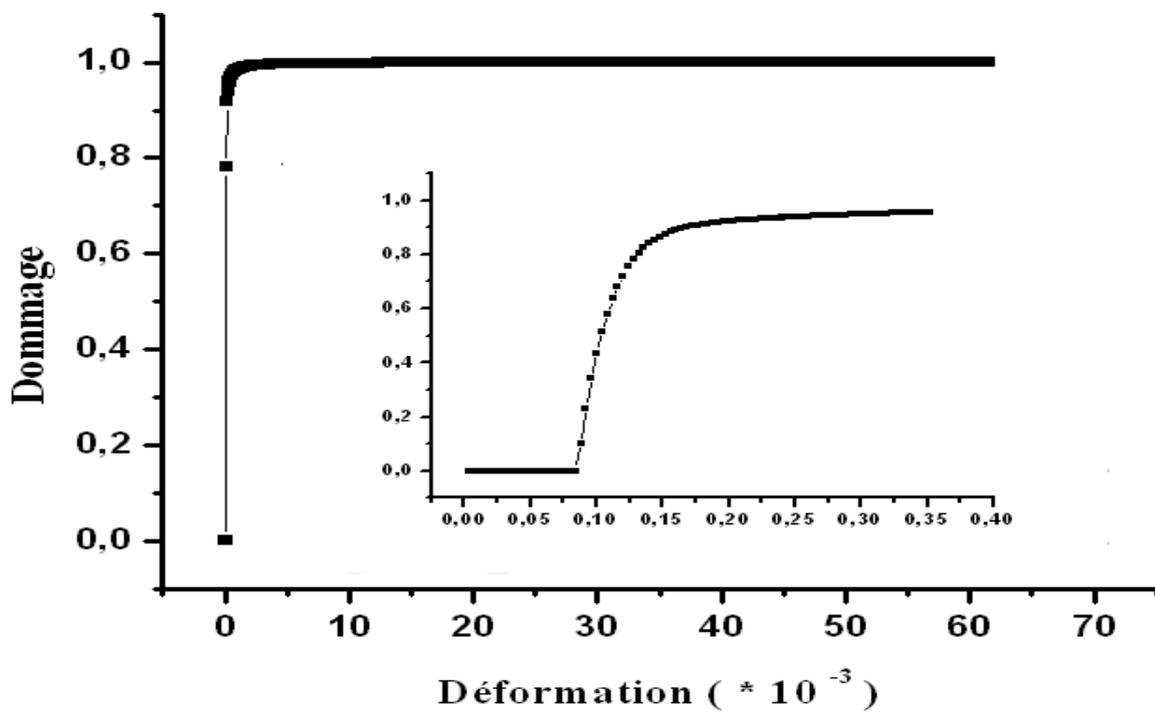


Figure III.5 : Evolution du dommage en fonction de la déformation

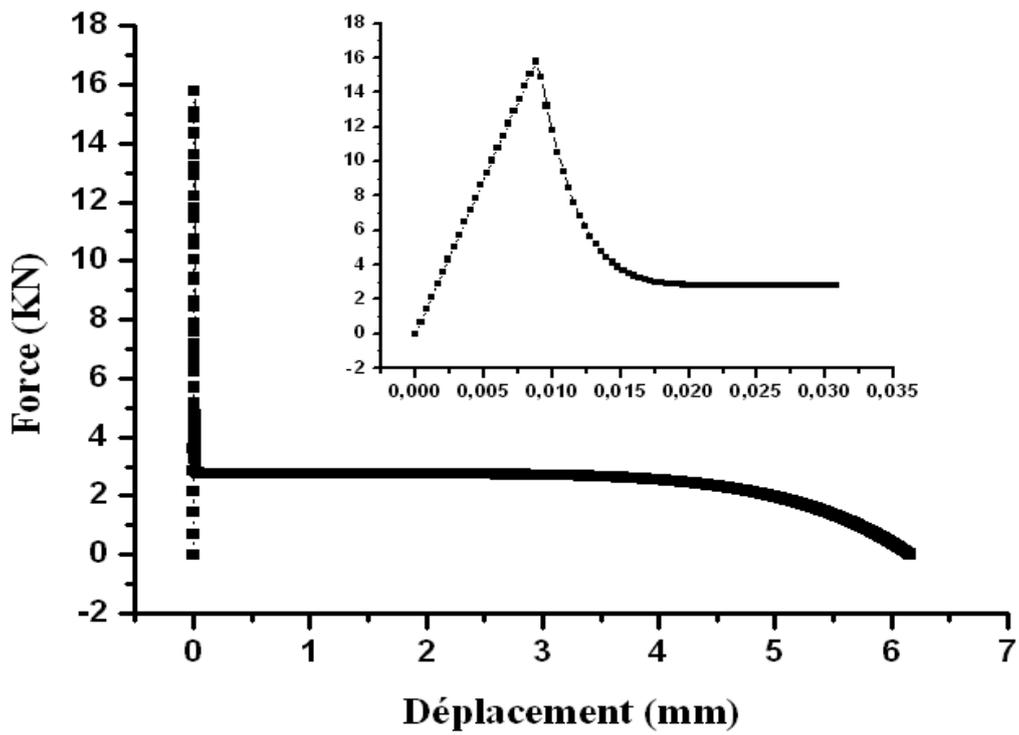


Figure III.6 : Réponse globale

🚩 Résultats de la simulation : Matériau 2

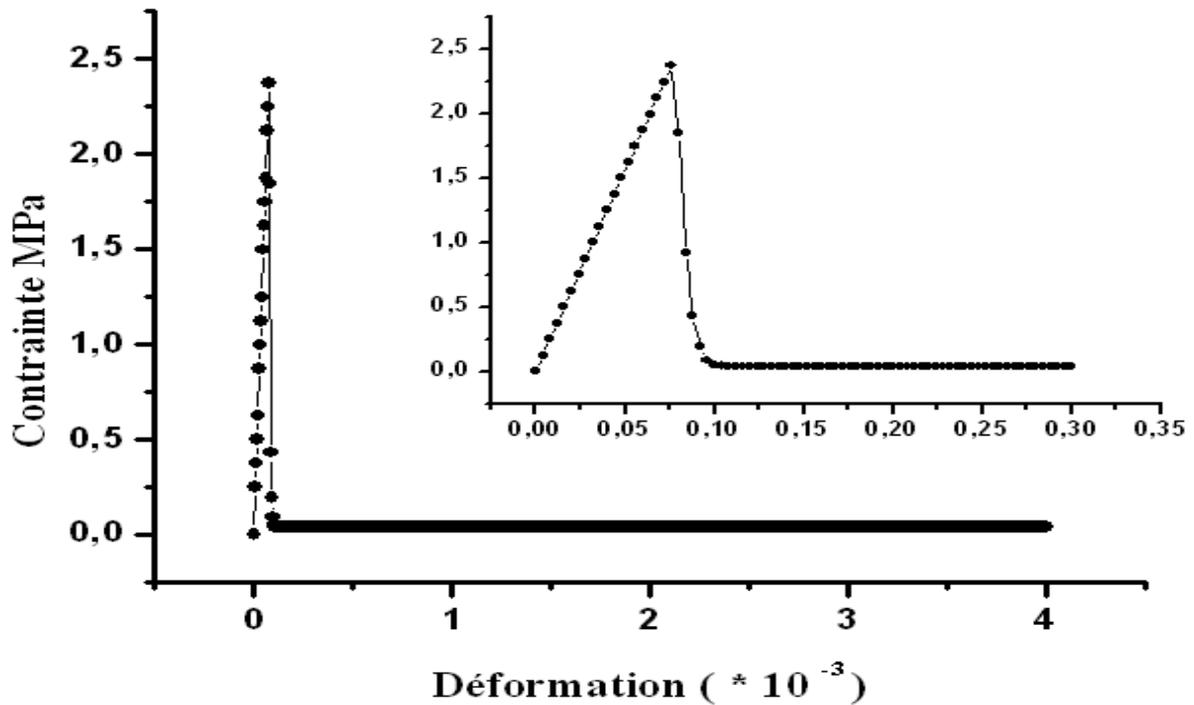


Figure III.7 : Réponse local au point de gauss N°4

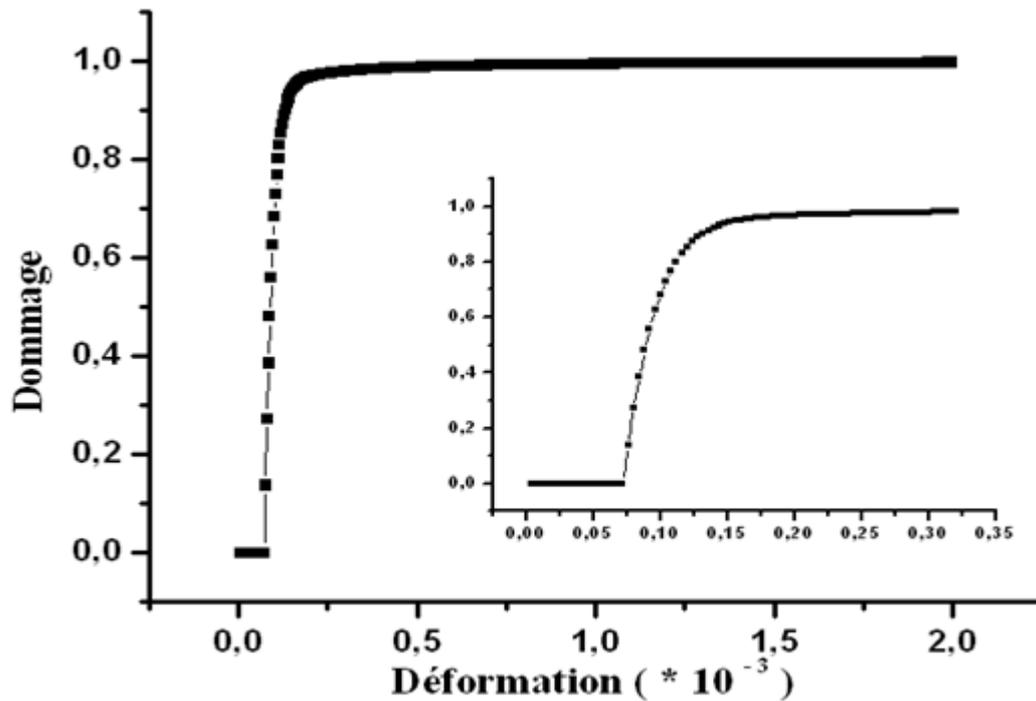


Figure III.8 : Evolution du dommage en fonction de la déformation

Pour une matrice renforcée par des fibres métalliques, les résultats de la simulation montrent que le comportement est élastique linéaire, puis lorsque la matrice est fissurée, une chute soudaine de la résistance est suivie par une valeur importante des contraintes résiduelles.

De plus, cette contrainte résiduelle représente un palier de ductilité important. La rupture survient soit par arrachement ou rupture des fibres après une large ouverture des fissures.

Le dommage évolue entre zéro (0) et la valeur 1 et cette dernière est obtenue pour une large déformation de traction (rupture totale du matériau). Pour une valeur de dommage égale à 0,9, la déformation de traction est de l'ordre de $0,15 \cdot 10^{-3}$ dans le cas du premier matériau et, elle est de l'ordre de $0,105 \cdot 10^{-3}$ dans le cas du second matériau. Le dommage atteint la valeur de 1 pour des grandes déformations.

III.3.1.2 En Compression

✚ Résultats de la simulation : Matériau 1

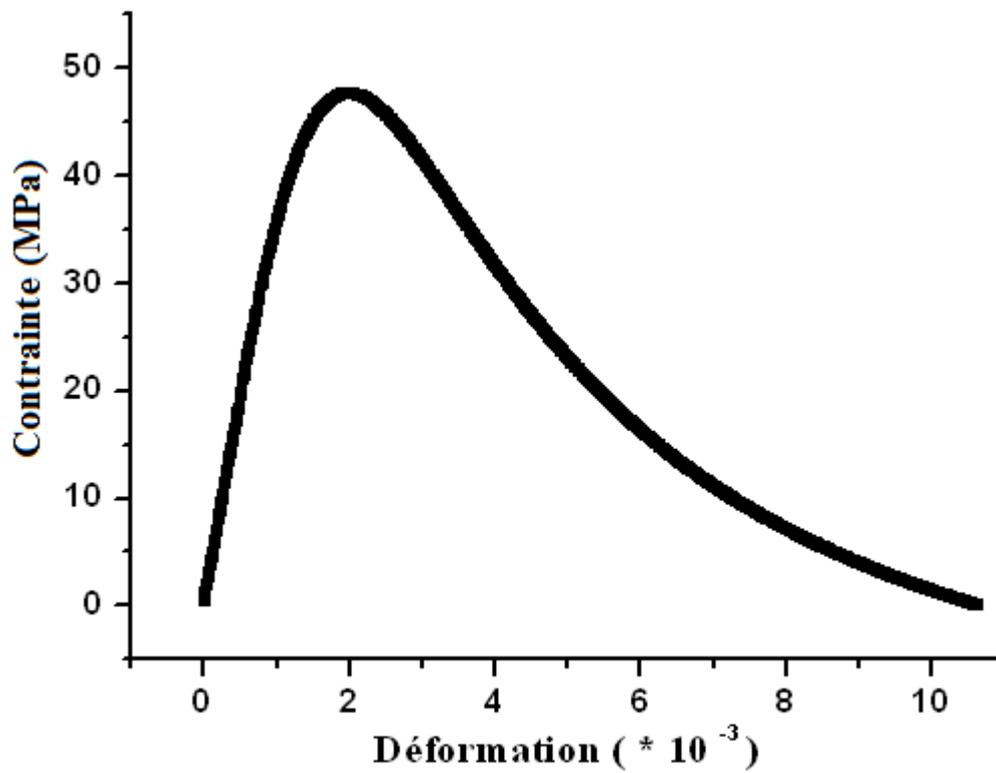


Figure III.9 : Evolution de la contrainte de compression

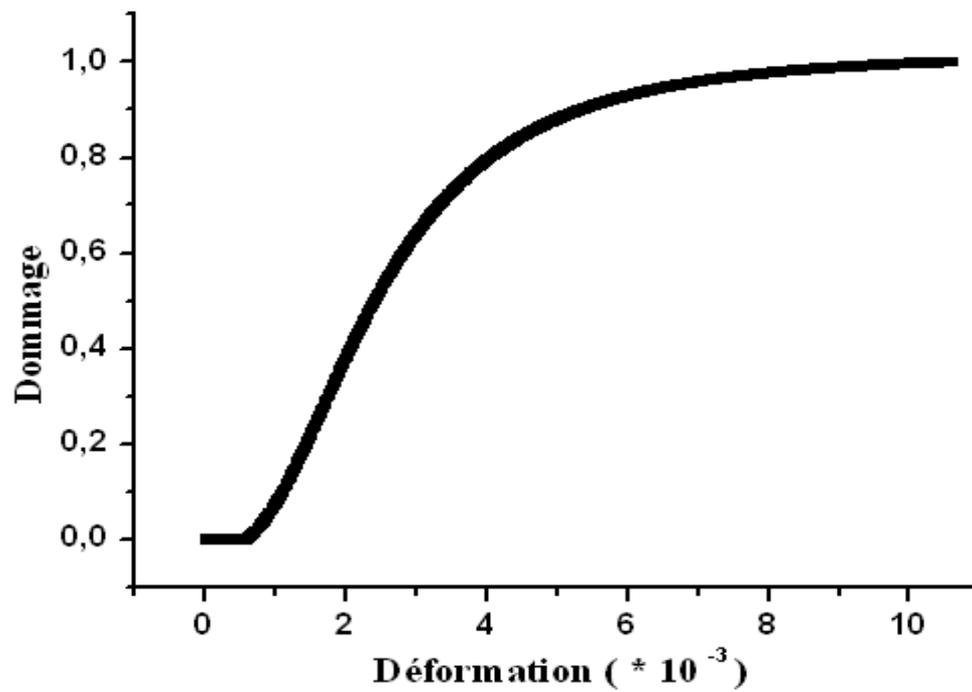


Figure III.10 : Evolution du dommage en compression

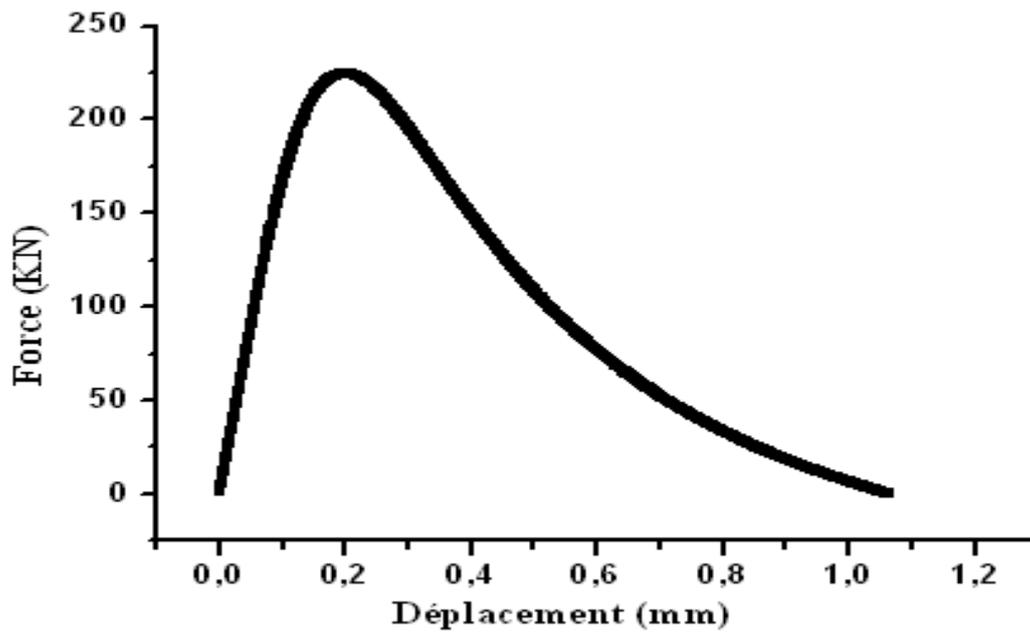


Figure III.11 : La réponse globale en compression

Le dommage évolue de 0 à la valeur 1 lorsque la contrainte évolue jusqu'à la rupture. Ces relations, dans le cas présent, ont été introduites de façon à suivre l'évolution du dommage et la contrainte et déformation de rupture n'ont pas été limitées.

III.4 Réponse d'un cube en sollicitation uni axiale

III.4.1 En Traction

Il s'agit d'un cube de dimension $150 * 150 * 50 \text{ mm}^3$. Sollicité en traction uni axiale. Le chargement est appliqué à déplacement imposé. La structure est discrétisée en 12 éléments iso paramétriques à quatre nœuds. Les courbes obtenues par la simulation sont données aux figures suivantes. Le dommage est de l'ordre de 0,9 pour une déformation de traction égale à $0,1 * 10^{-3}$.

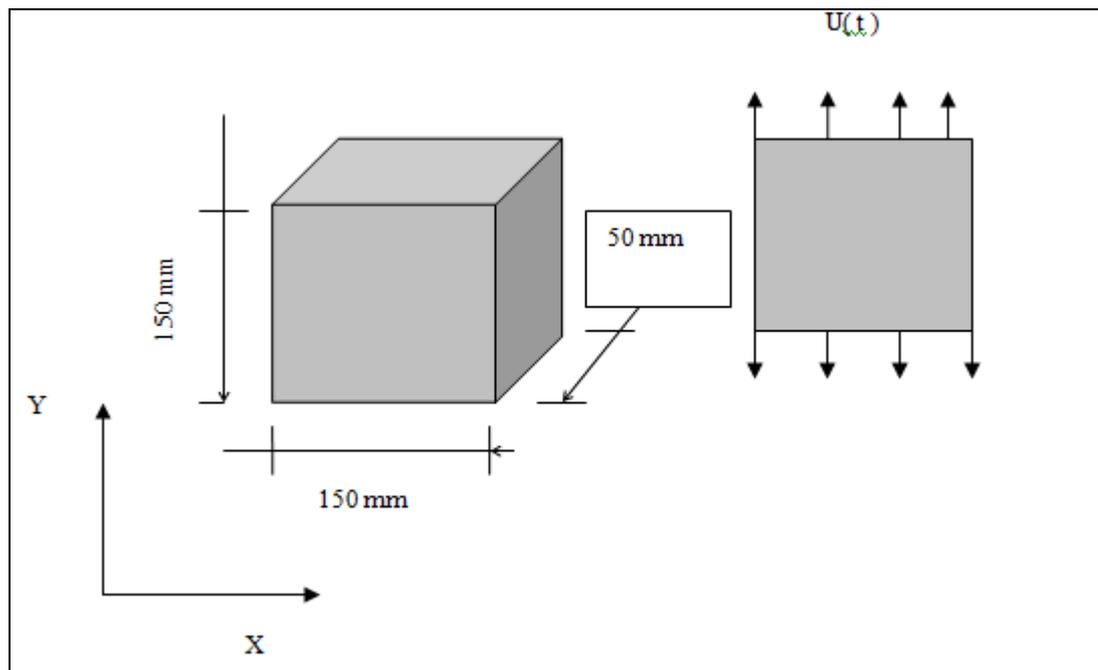


Figure.III.12 : Géométrie et chargement

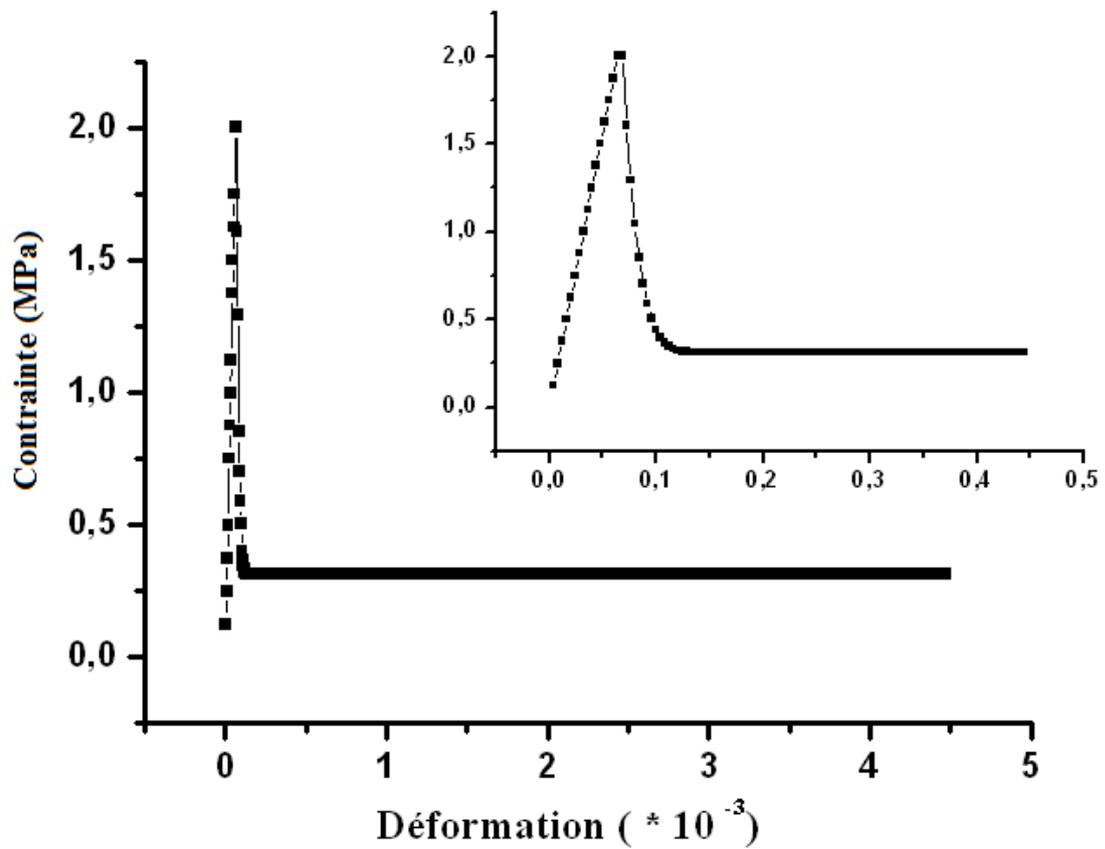


Figure III.13 : Réponse en Traction uni axiale

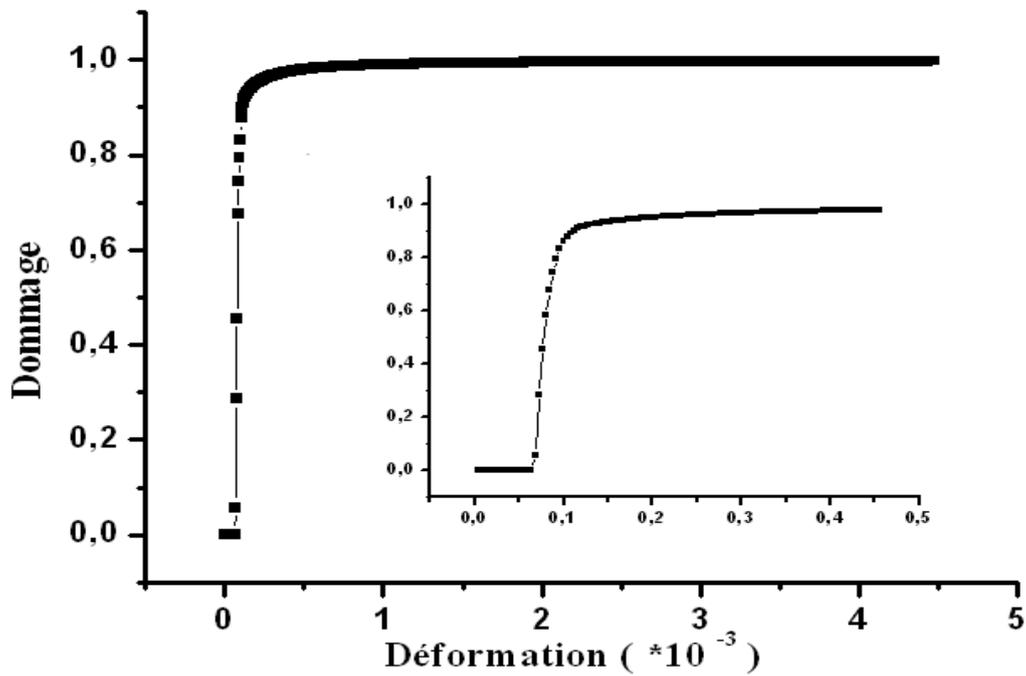


Figure III.14 : Evolution du dommage en traction uni axiale

III.4.2 En compression

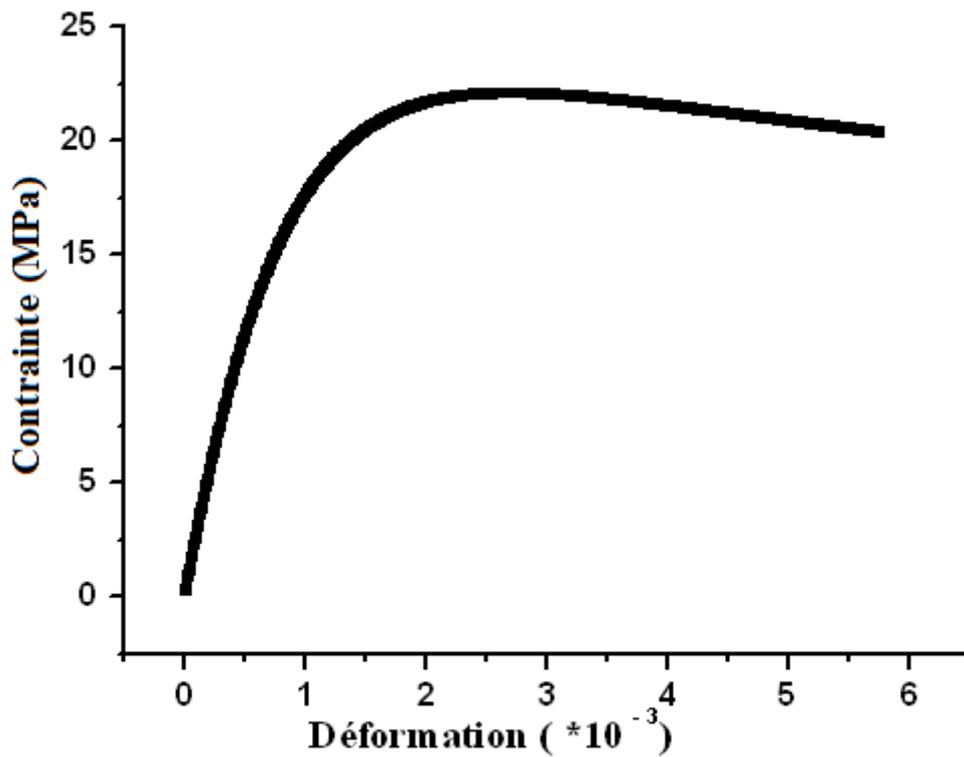


Figure III.15 : Réponse en Compression uni axiale

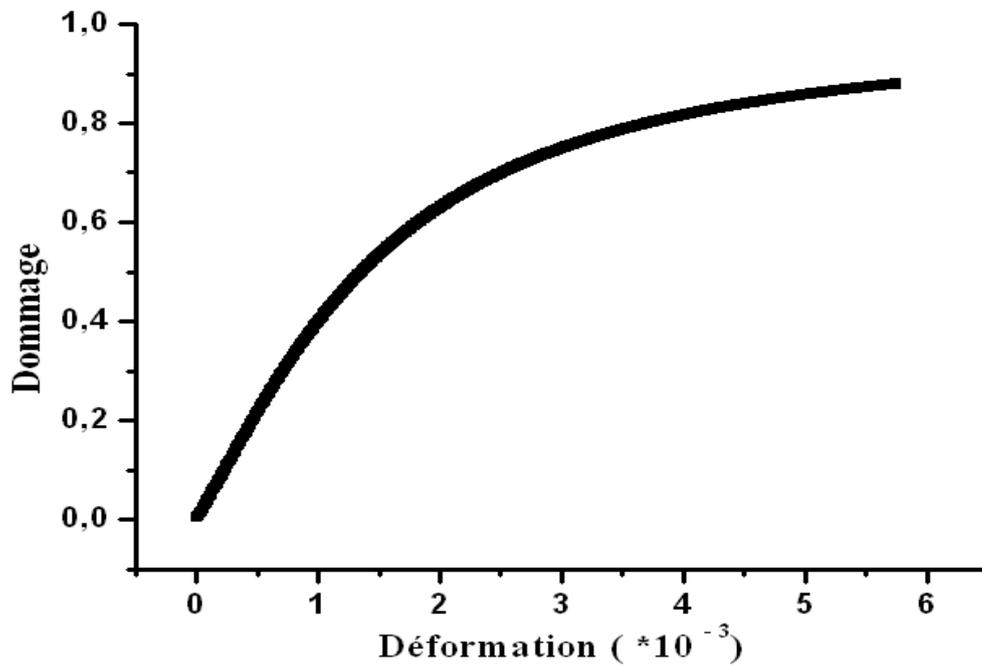


Figure III.16 : Evolution du dommage en compression

III.5 Confrontation de la relation contrainte – déformation

III.5.1 En traction

✚ Avec les résultats des essais de Zhan (Matériau1)

Afin de valider le modèle proposé, nous avons effectué une comparaison entre la loi de comportement proposée et les courbes de comportement réelles d'éprouvettes (longueur 320 mm, diamètre 140 mm) testées en traction directe (Figure III.17) par Zhan [62]. Les caractéristiques mécaniques sont données dans les tableaux ci-dessus (III.1).

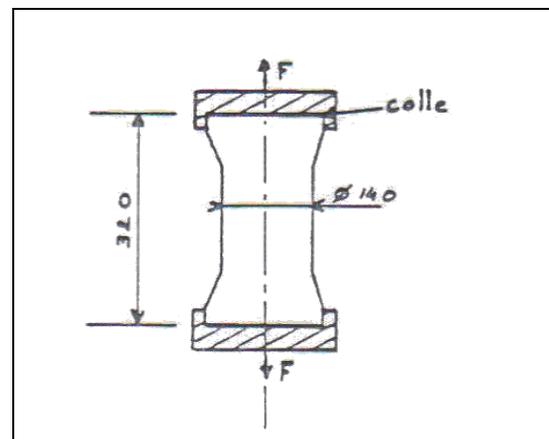


Figure III.17 : Forme des éprouvettes

Deux types de fibres on été utilisés ; les fibres à crochets (épreuve notées BFAC) et les fibres ondulées (épreuves notées BFON).

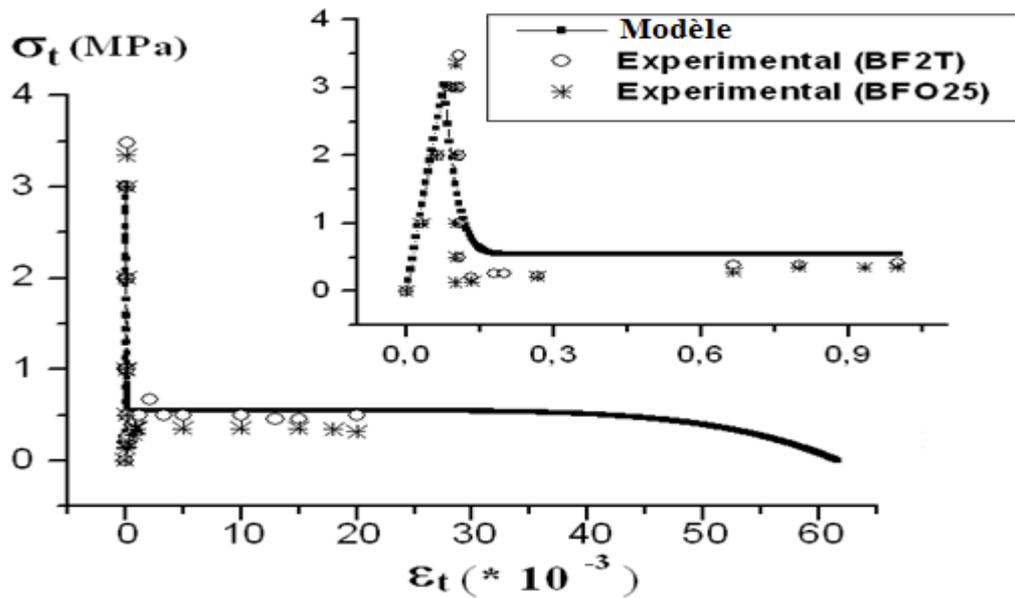


Figure III.18 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction

✚ Avec les résultats de Djebali et all. (Matériau2)

On fait maintenant une comparaison avec les résultats des essais réalisés par Bouafia et Djebali [36-40, 168]. D'éprouvettes en « haltères » de section $90 \times 90 \text{ mm}^2$ et de longueur utile 100 mm testées en traction directe dont les caractéristiques mécaniques sont données dans les tableaux (III.1). Les fibres utilisées sont des copeaux.

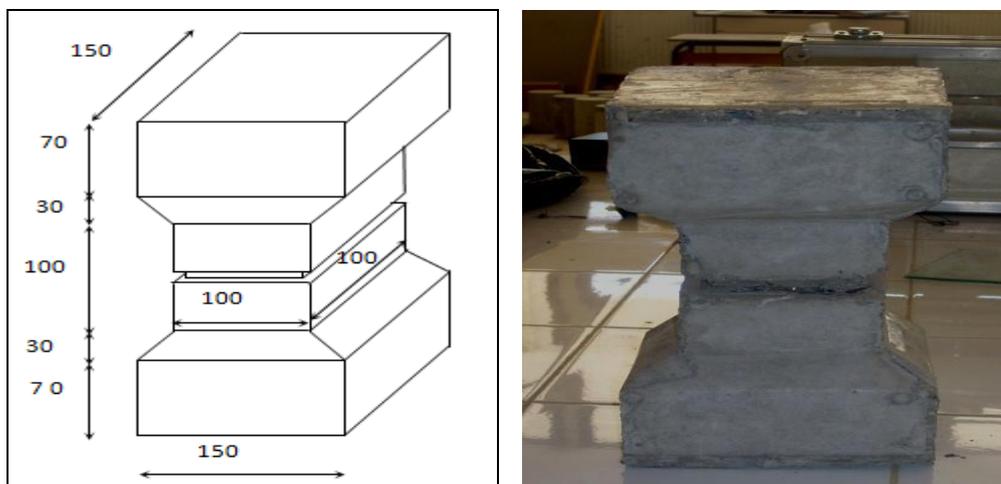


Figure III.19 : Forme et dimensions des éprouvettes

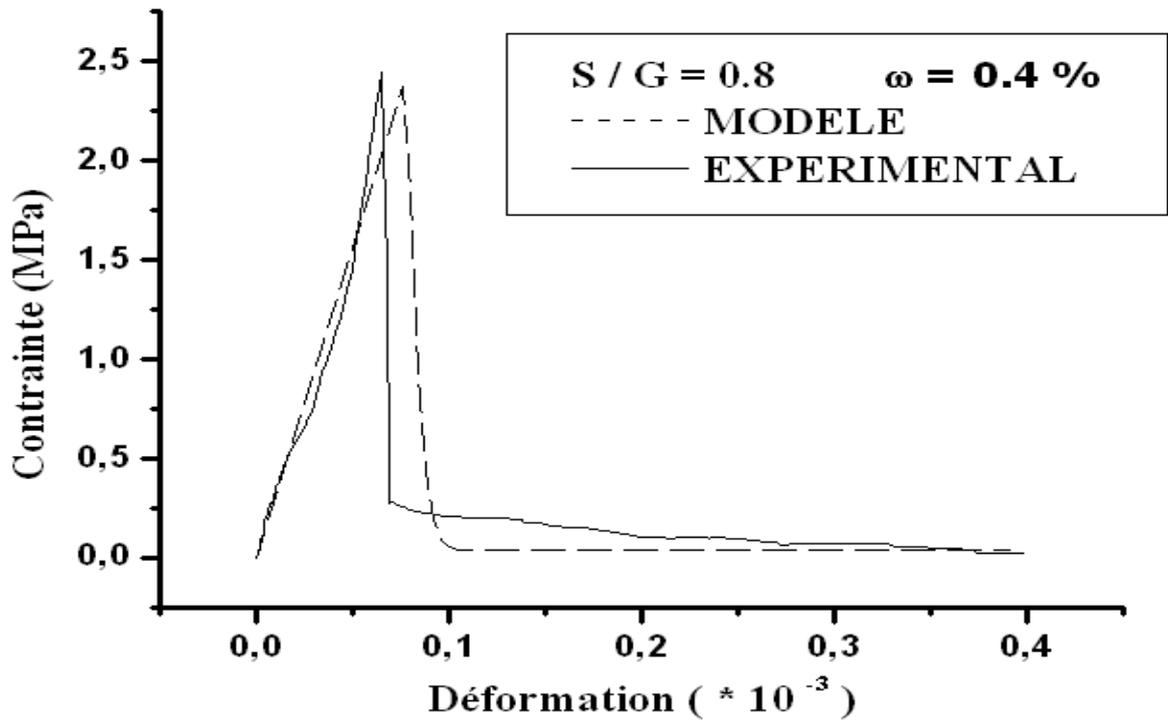


Figure III.20 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 0.8$ et $\omega = 0.4\%$

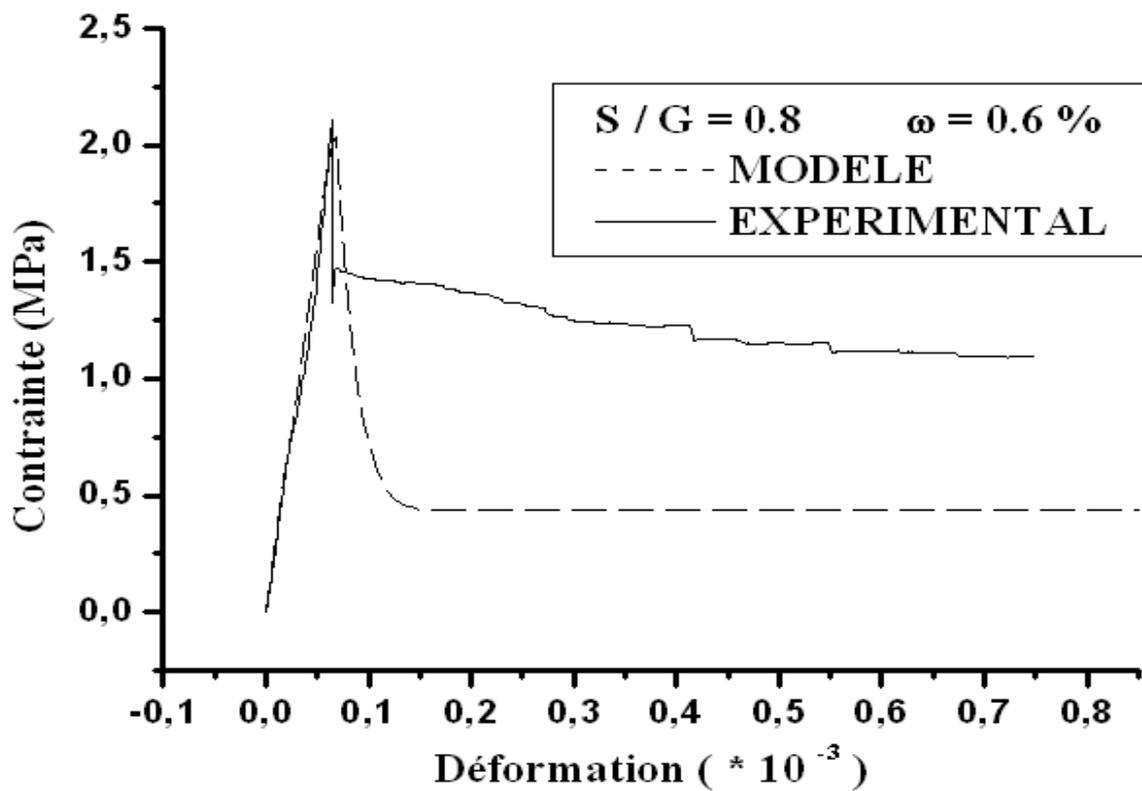


Figure III.21 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 0.8$ et $\omega = 0.6\%$

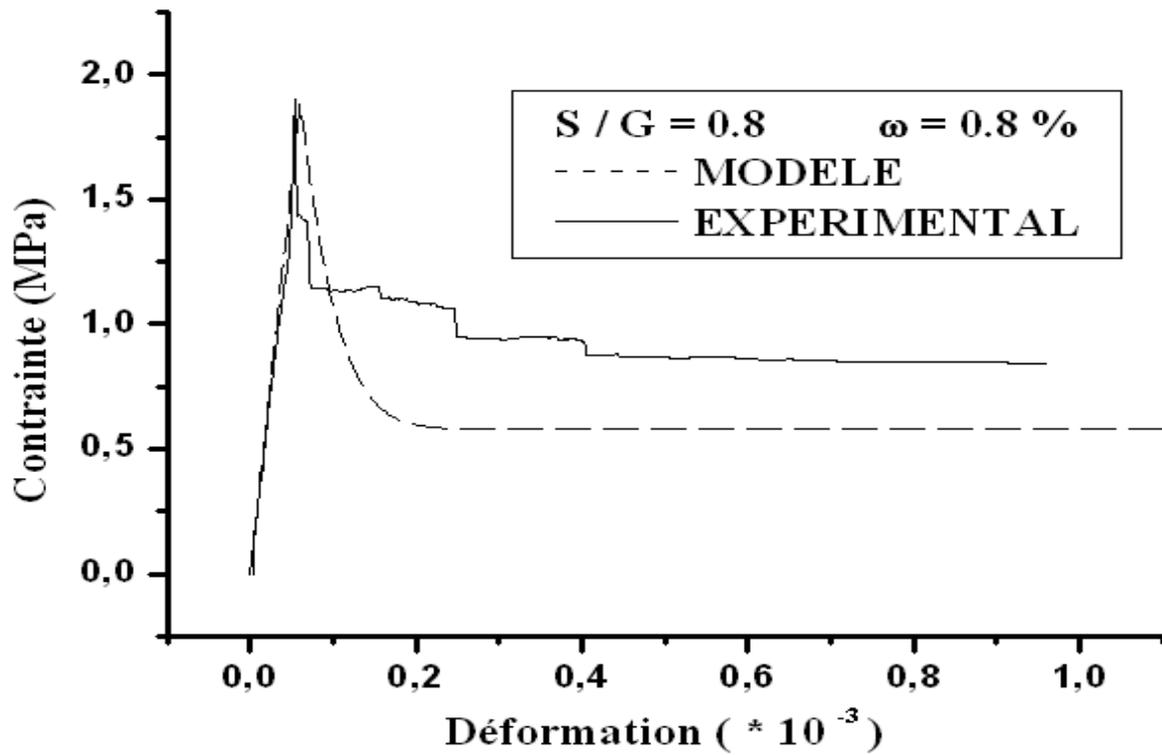


Figure III.22 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 0.8$ et $\omega = 0.8 \%$

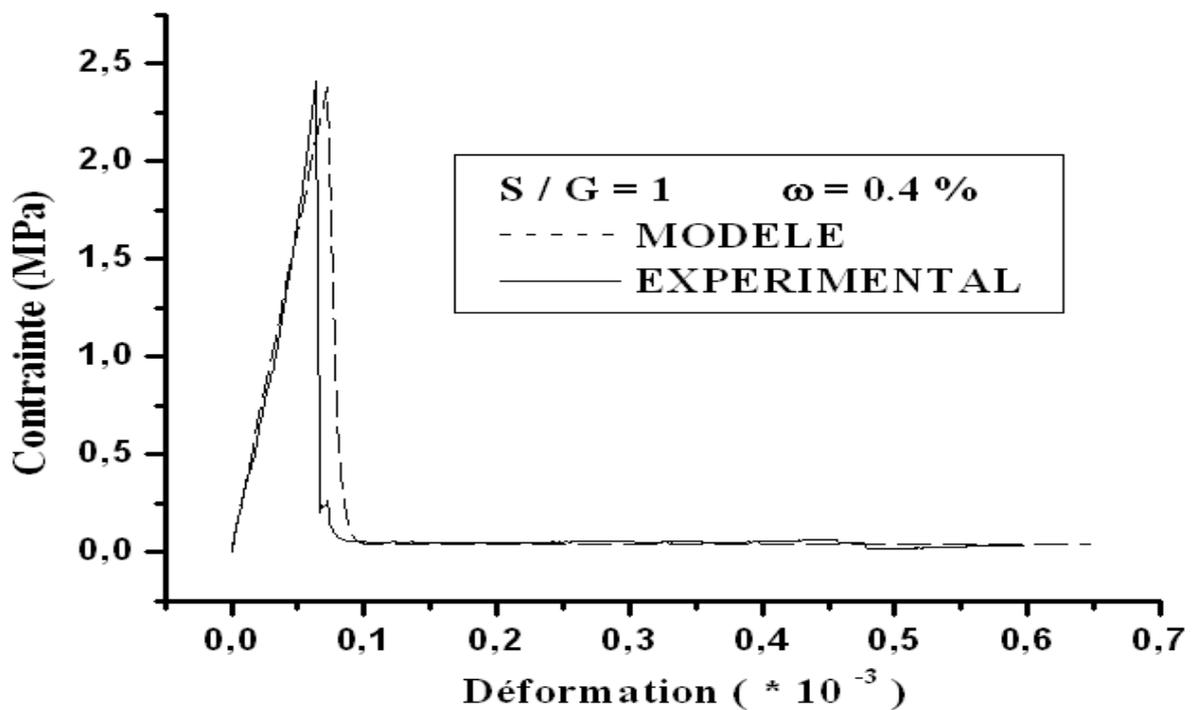


Figure III.23 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 1$ et $\omega = 0.4 \%$

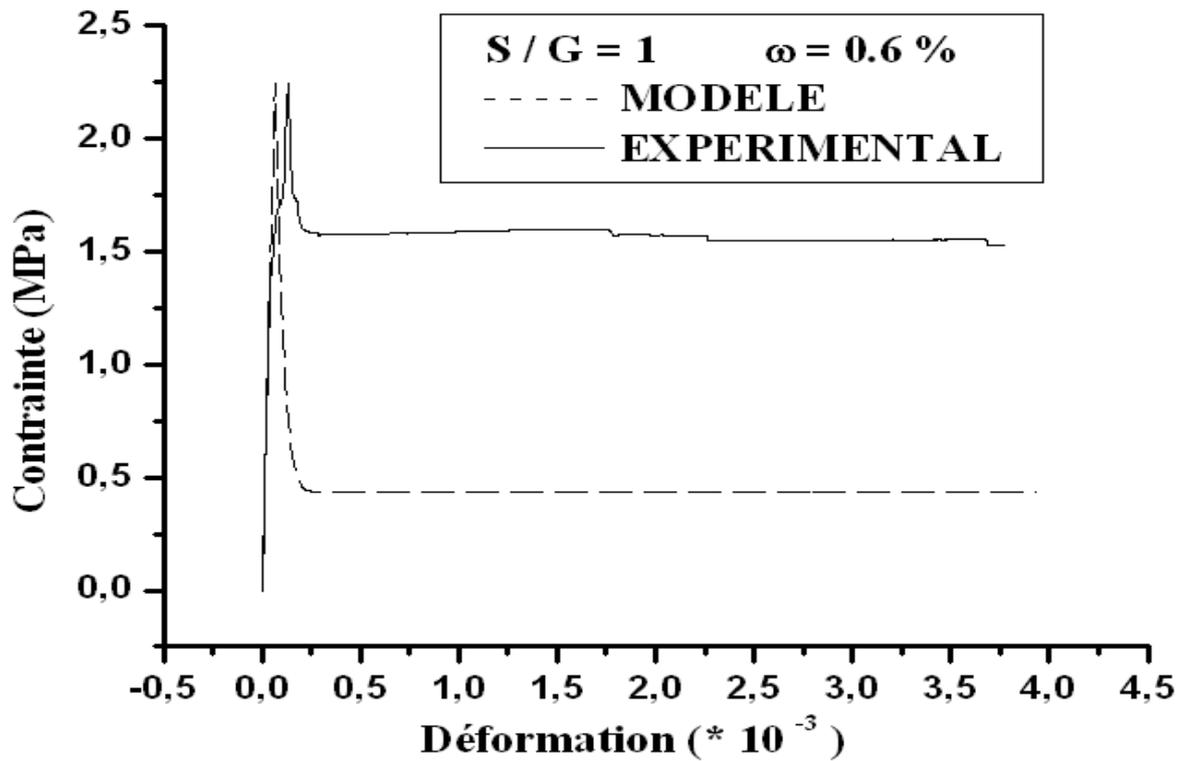


Figure III.24 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 1$ et $\omega = 0.6 \%$

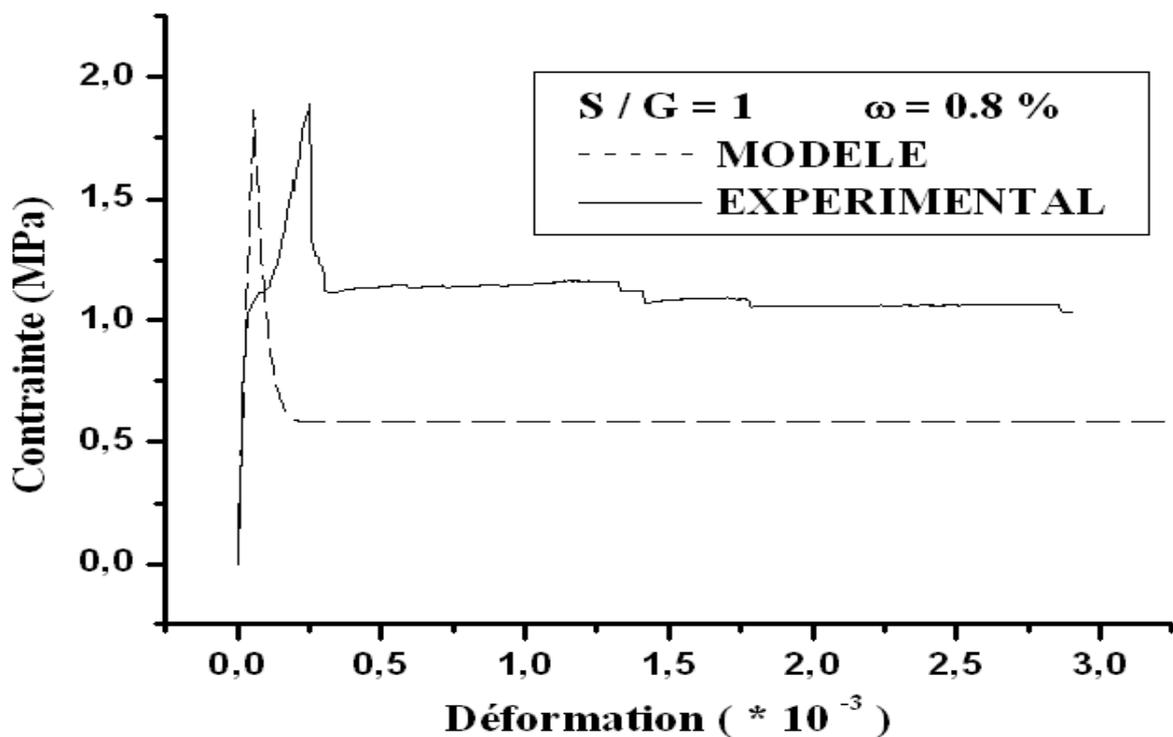


Figure III.25 : Simulation du comportement du béton de fibre en traction pour un rapport $S / G = 1$ et $\omega = 0.8 \%$

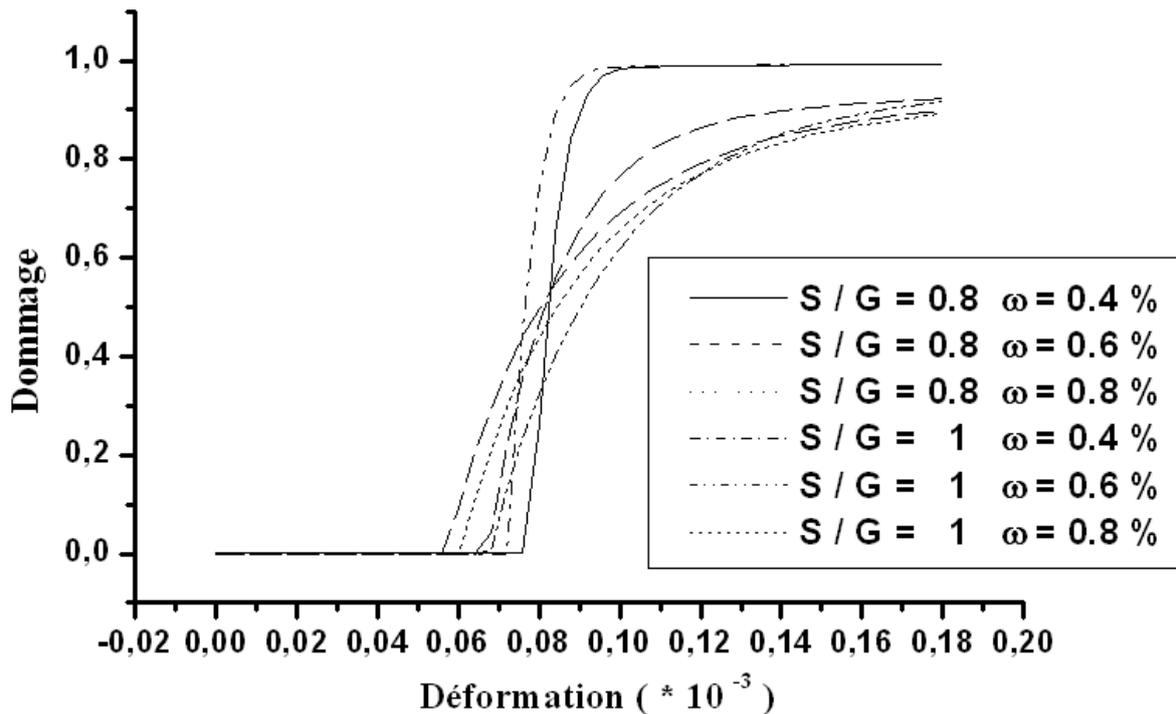


Figure III.26 : L'évolution du dommage en fonction de la déformation

Constatations :

Pour le béton renforcé avec des copeaux, la contrainte augmente avec la déformation jusqu'à atteindre la résistance à la rupture de la matrice. Une fois que la résistance à la rupture de la matrice en béton est atteinte, la contrainte chute brusquement puis se stabilise à une certaine valeur correspondant à la contrainte résiduelle jusqu'à la rupture complète de l'éprouvette. La contrainte résiduelle augmente avec l'augmentation de la teneur en fibres.

Comme pour le béton à $S/G=1$, les résultats obtenus pour le béton de rapport $S/G=0.8$, montrent que l'ajout des copeaux confère une ductilité appréciable au matériau (bétons à 0.4%, 0.6% et 0.8% de copeaux) et améliore légèrement la résistance du composite à 0.4% de fibres.

La loi d'évolution du dommage en traction est influencée par la teneur en fibres. Nous pouvons noter que le modèle est parfaitement assimilable aux résultats expérimentaux dans le domaine élastique. Au delà de la fissuration le modèle d'endommagement proposé décrit de façon satisfaisante le comportement réel du béton de fibres (BFAC, BFON) par rapport aux résultats de Zhan. Par contre par rapport aux résultats de Bouafia et Djebali., la contrainte résiduelle est sous estimée.

III.5.2 En compression

Pour vérifier l'exactitude de la loi de comportement du béton fibré en compression, nous avons effectué la comparaison de la loi de comportement proposée aux courbes de comportement réelles d'éprouvettes cylindriques testées en compression [62], [169].

Les éprouvettes sont de dimension (longueur 320 mm, diamètre 160 mm). La comparaison des résultats est illustrée par les III.28 et III.29.

L'éprouvette est discrétisée en 9 mailles rectangulaires à 4 nœuds.

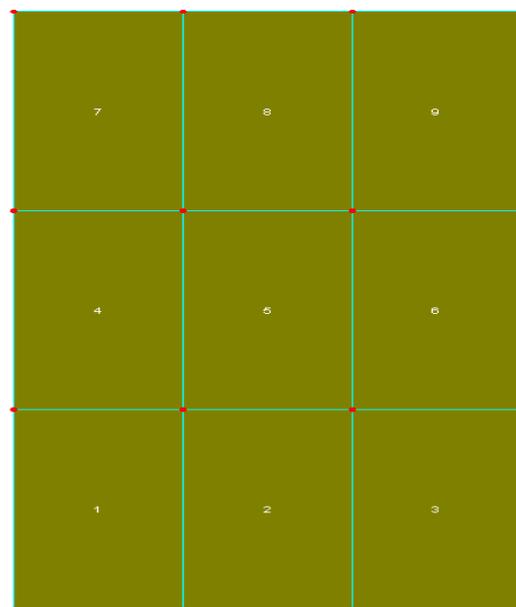


Figure III.27 : Maillage

BFON 40 : Béton armé de fibre métallique ondulée, dosé $40\text{Kg}/\text{m}^3$,

BFON25 : Béton armé de fibre métallique ondulée, dosé $25\text{Kg}/\text{m}^3$,

BF2T : Béton armé de fibre métallique à crochets, dosé $40\text{Kg}/\text{m}^3$.

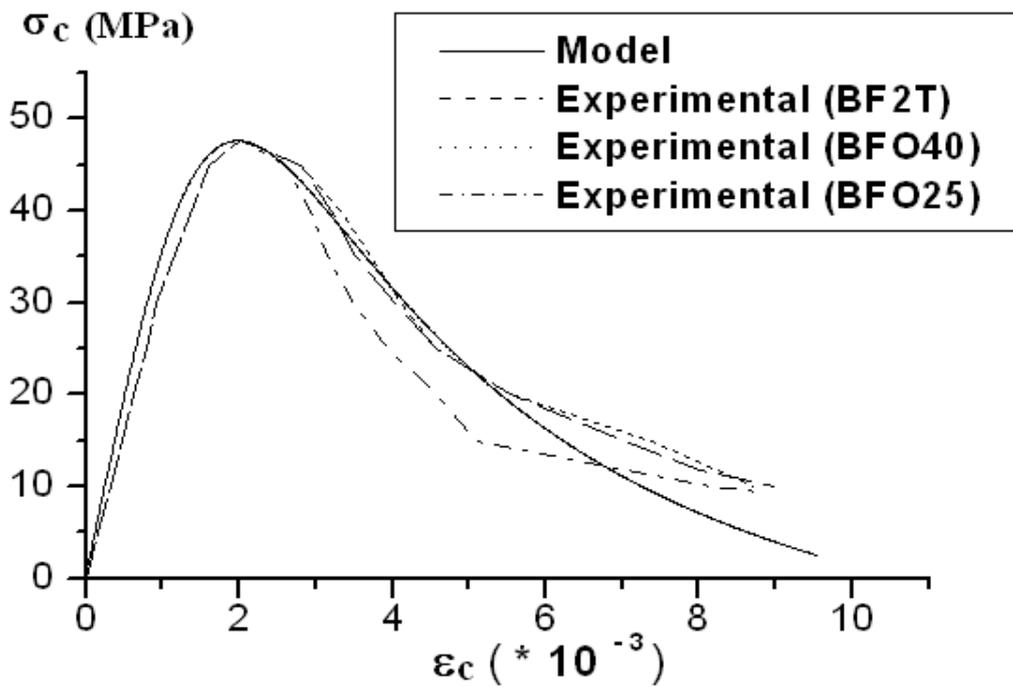


Figure III.28: Simulation du comportement du béton en compression

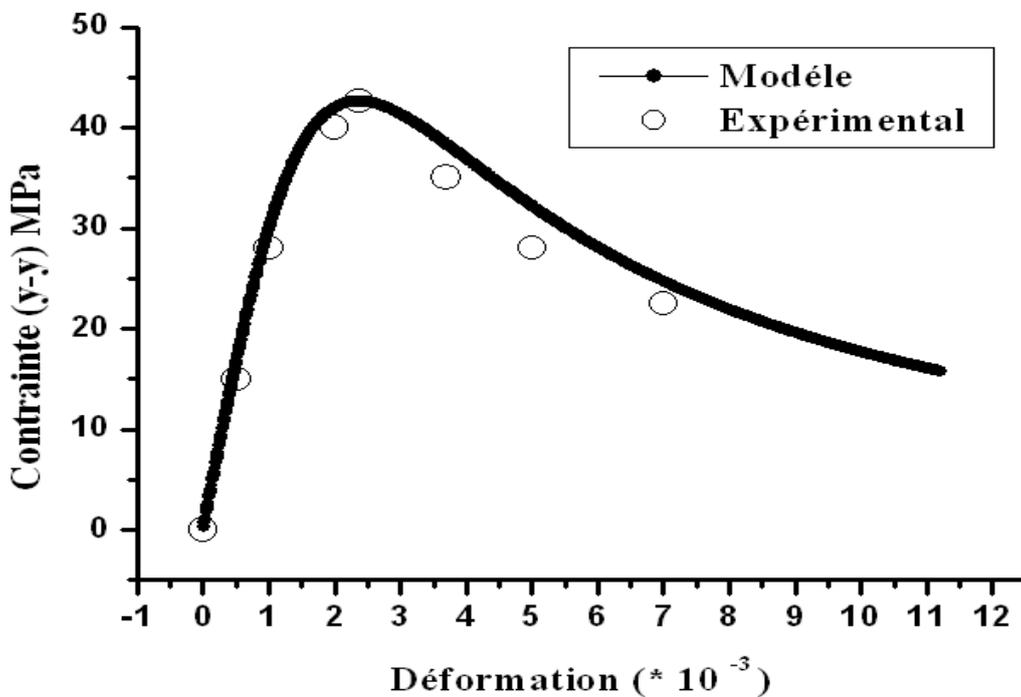


Figure III.29 : Simulation du comportement du béton de fibre en compression

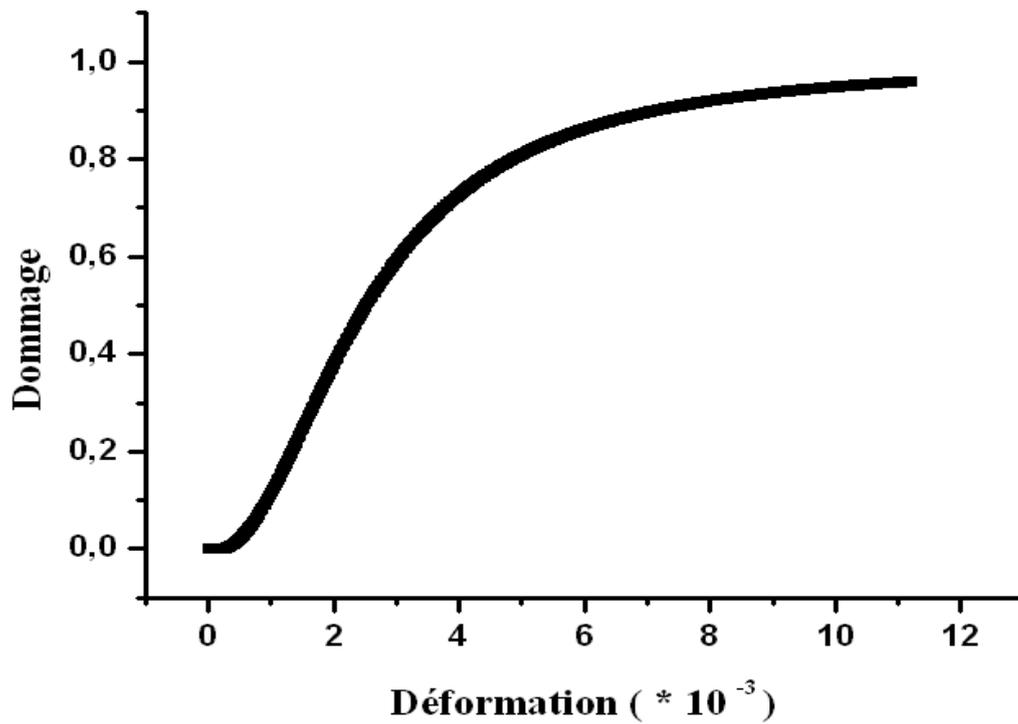


Figure III.30 : Evolution du dommage en compression pour le Matériau 3

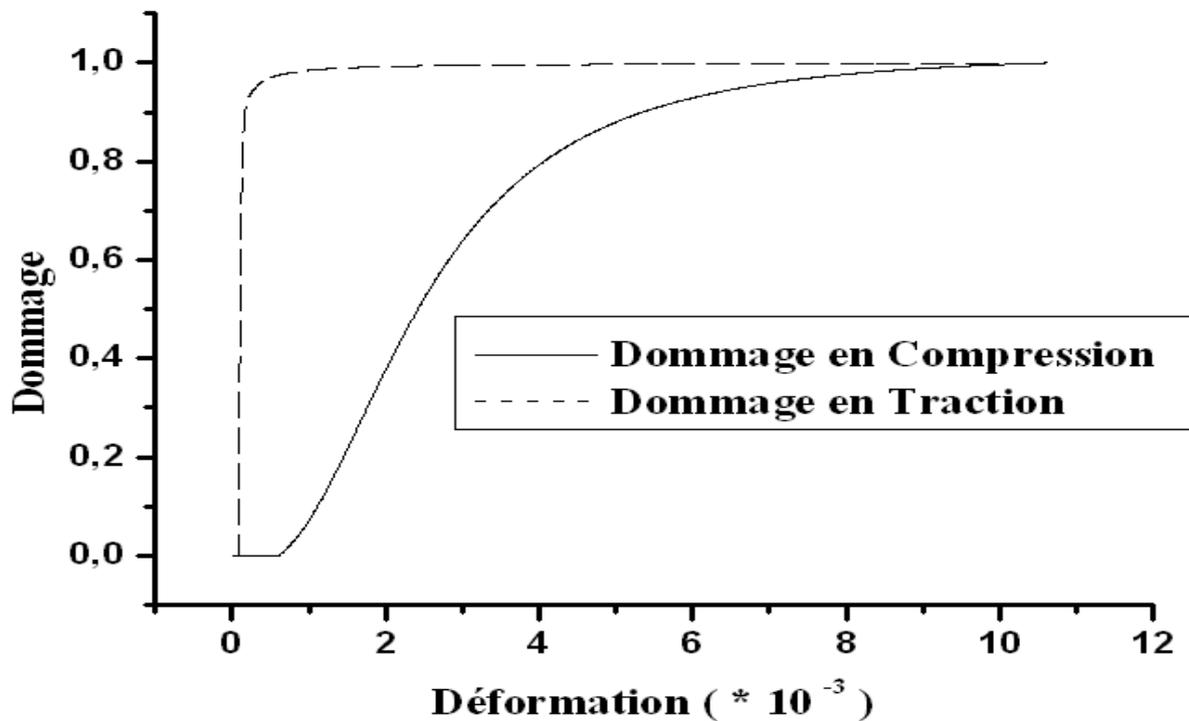


Figure III. 31: Comparaison de l'évolution de l'endommagement dans les deux cas de traction et de compression

La loi de SARGIN suit de façon très satisfaisante la loi de comportement réelle du composite (BAFO, BFAC) jusqu'à une grande valeur de la déformation qui de l'ordre de 7 %, même pour le cas d'un béton renforcées avec des fibres bi-ondulées.

III.6 Etude paramétrique du comportement du béton de fibres

Les paramètres définissant les comportements des matériaux proviennent de l'expérimentation, or, on ne peut que fournir des données approximatives qui varient en fonction de divers facteurs (fabrication des éprouvettes, équipements des essais (problème d'asservissement, etc.). La demande d'une grande précision sur ces données a besoin d'un soin particulier. Il est donc intéressant de faire une étude paramétrique pour que l'on puisse attirer l'attention sur les paramètres qui sont relativement sensibles vis-à-vis du comportement d'une structure en béton de fibres ainsi sur l'évolution du dommage.

III.6.1 Influence des paramètres de la loi de comportement du béton de fibres en compression

Selon la loi de Sargin [140], le comportement du composite béton-fibres en compression ne dépend que de quatre paramètres :

- ✚ La résistance en compression, f_{cj}
- ✚ Le module élastique initial E_0 ,
- ✚ La déformation à la rupture ε_{rc} ,
- ✚ La pente négative post-rupture.

III.6.1.1 Le comportement post rupture

Le comportement post rupture peut être caractérisé par la pente négative dans le diagramme contrainte-déformation. D'après la loi de Sargin, cette pente est normalement définie selon les trois paramètres précédents ($f_{cj}, E_0, \varepsilon_0$); afin d'étudier spécialement son influence, on peut aussi le changer indépendamment de ces trois paramètres : il suffit de faire varier le paramètre

R_c . Cette variation donne les différents diagrammes contrainte-déformation qui sont décrits à la figure III.32. L'influence de ce paramètre sur l'évolution du dommage est donnée à la Figure (III.33) pour le matériau (1), les caractéristiques de ce dernier sont déjà présentées dans le tableau III.1.

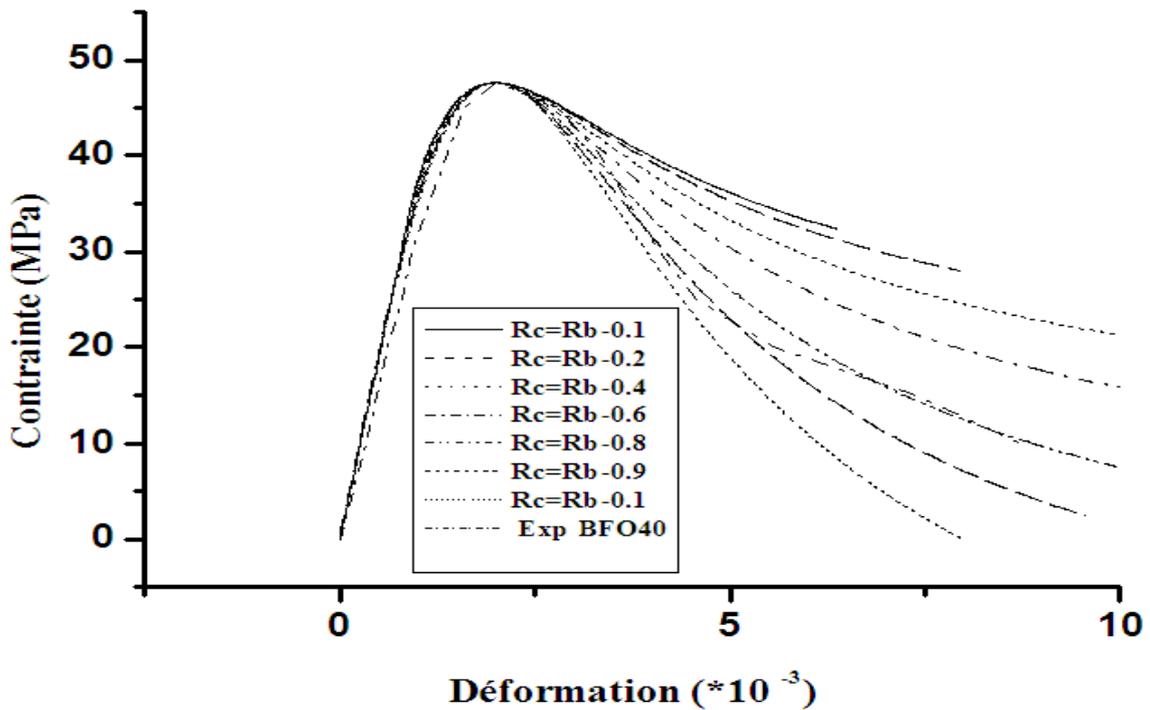


Figure III. 32 : Evolution de la contrainte de compression en fonction du paramètre R_c

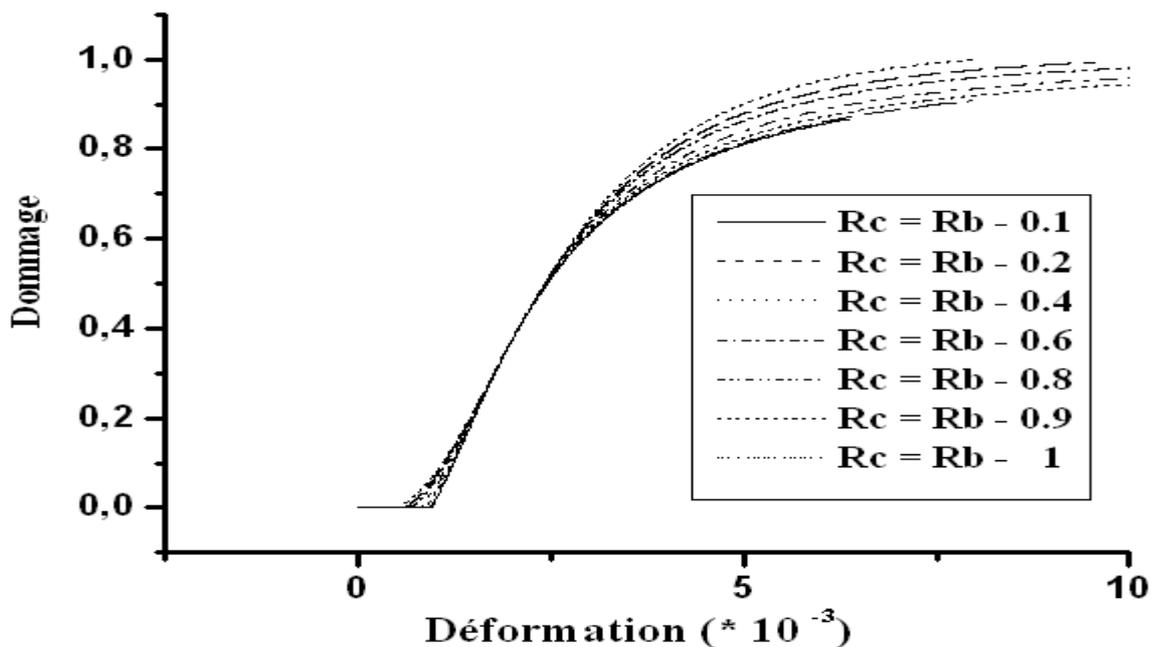


Figure III.33 : Evolution du dommage en compression en fonction du paramètre R_c ($\varepsilon = \varepsilon_{rc}$)

ε_{rc} : est la valeur limite à la rupture en compression pur, correspondant à la contrainte de compression nulle. $\sigma = 0 \Leftrightarrow \varepsilon = \varepsilon_{rc}$

On peut constater que la variation de la valeur du paramètre R_c permet de varier la pente descendante de la loi de comportement. En effet l'augmentation du R_c permet de réduire la pente descendante de la loi de comportement, et représente mieux la ductilité apportée par les fibres, elle permet par la même occasion de mieux approcher le comportement réel du composite. La loi d'évolution du dommage en compression est aussi influencée par la valeur de R_c .

III.6.1.2 La déformation à la rupture

Si nous imposons une **limite ultime pour le composite**, comme valeur de $\varepsilon_{rc} = 3.5\%$.

La courbe définissant le comportement à la rupture du composite en compression pur pour cette valeur est la suivante :

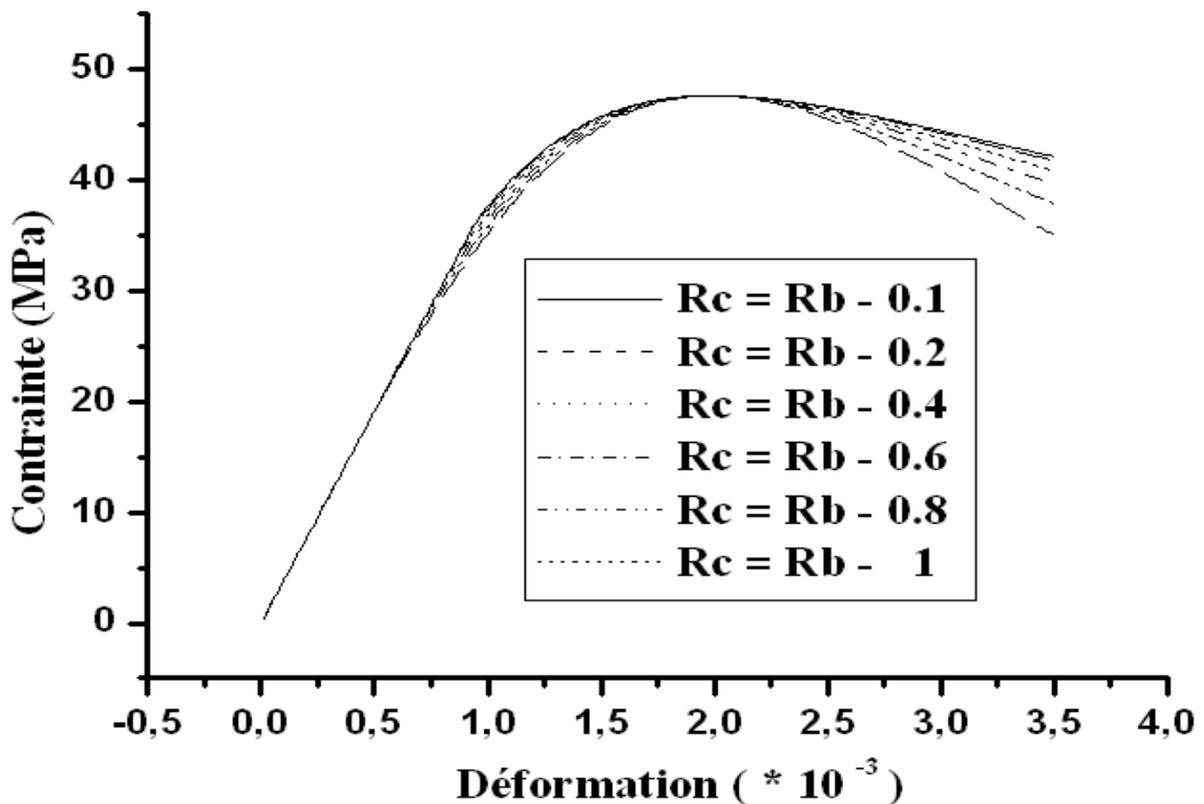


Figure III.34 : Evolution de la contrainte de compression dans un élément de volume en compression pour ($\varepsilon_{rc} = 3.5\%$)

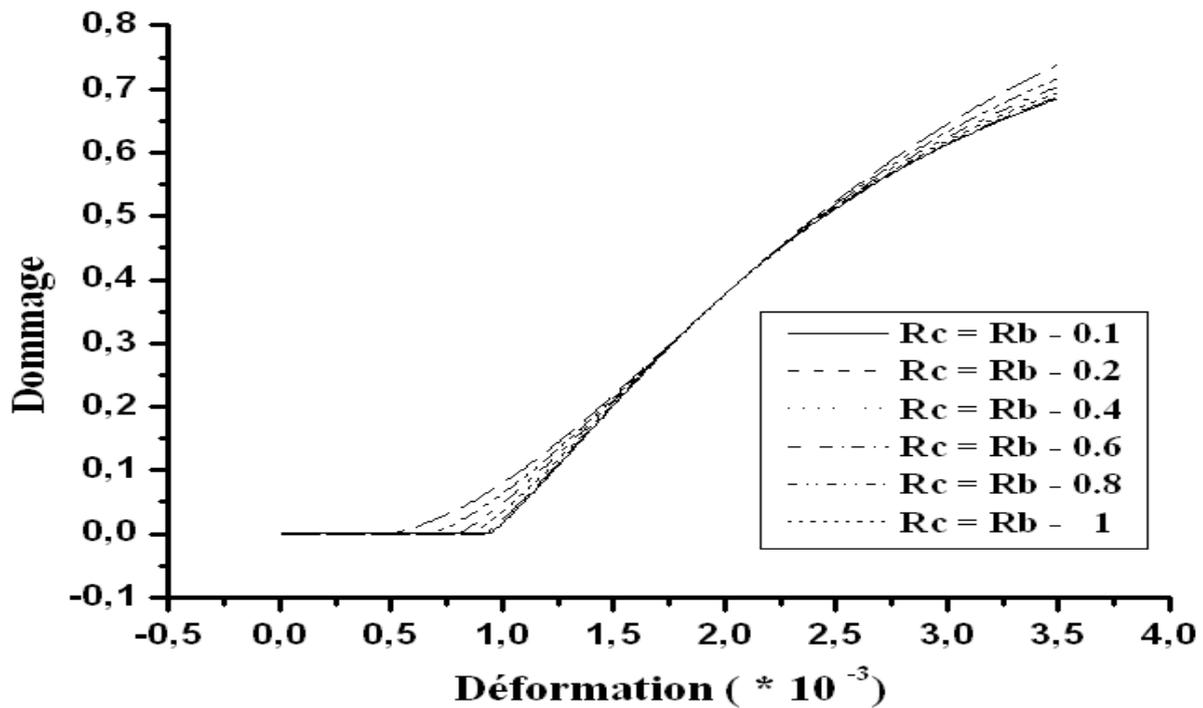


Figure III.35 : Evolution du dommage en compression en compression ($\varepsilon_{rc} = 3.5 \%$)

On note que la variation de la déformation à la rupture a peu d'influence sur le comportement en compression et sur la contrainte maximale, par contre sur l'évolution du dommage, on peut remarquer que le dommage est influencé par la déformation à la rupture. Le dommage n'excède pas la valeur de 0,75.

III.6.2 Paramètres concernant le comportement du béton de fibres en traction

Les améliorations apportées par les fibres sont subordonnées à certains paramètres, tel que :

- ✚ la longueur ainsi que le rapport longueur / diamètre des fibres,
- ✚ la géométrie de la fibre (droite, ondulée ou à crochets aux extrémités),
- ✚ son adhérence avec la matrice et sa longueur d'ancrage (système d'ancrage),
- ✚ le pourcentage ou dosage en fibres, lié à la composition du béton (le diamètre du plus gros granulat doit être limité pour avoir un mélange maniable et pour aboutir à un béton suffisamment compact),

✚ l'orientation des fibres dans la masse de béton.

On se propose alors d'étudier l'influence de ces paramètres sur le comportement du béton de fibres en traction ainsi sur l'évolution du dommage.

III.6.2.1 L'influence de l'orientation des fibres [110]

$\theta_0 = 0,405$ pour une orientation tridimensionnelle

$\theta_0 = 0,637$ pour une orientation bidimensionnelle

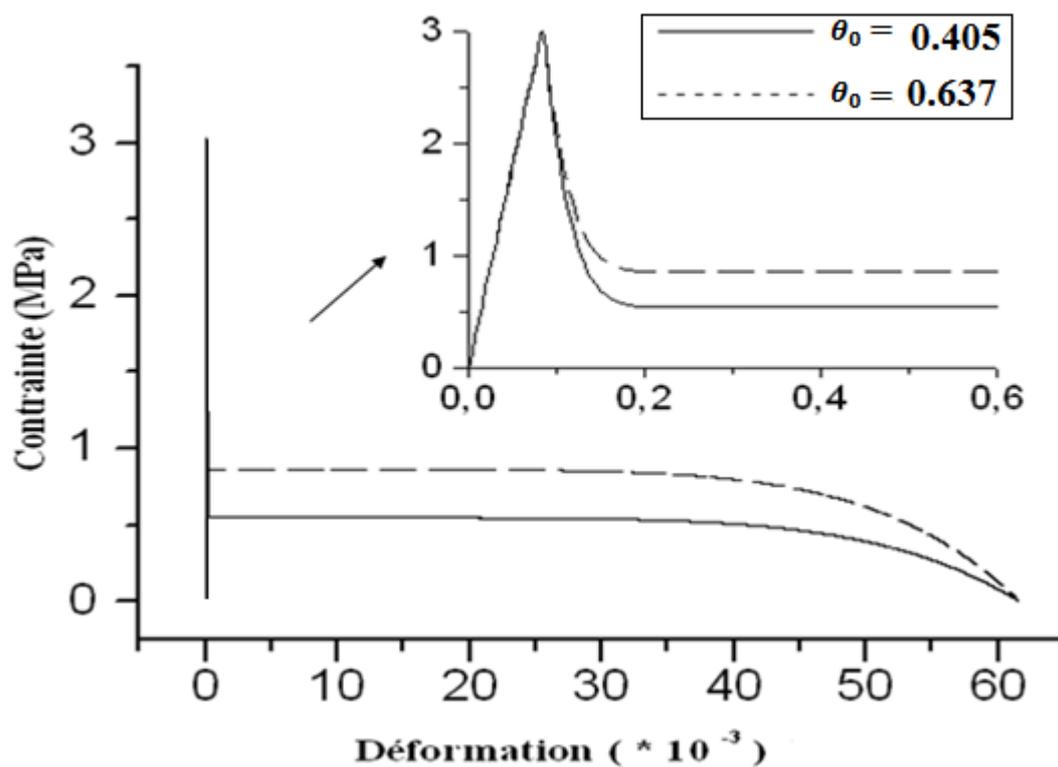


Figure III.36 : Contrainte – déformation en fonction de l'orientation des fibres

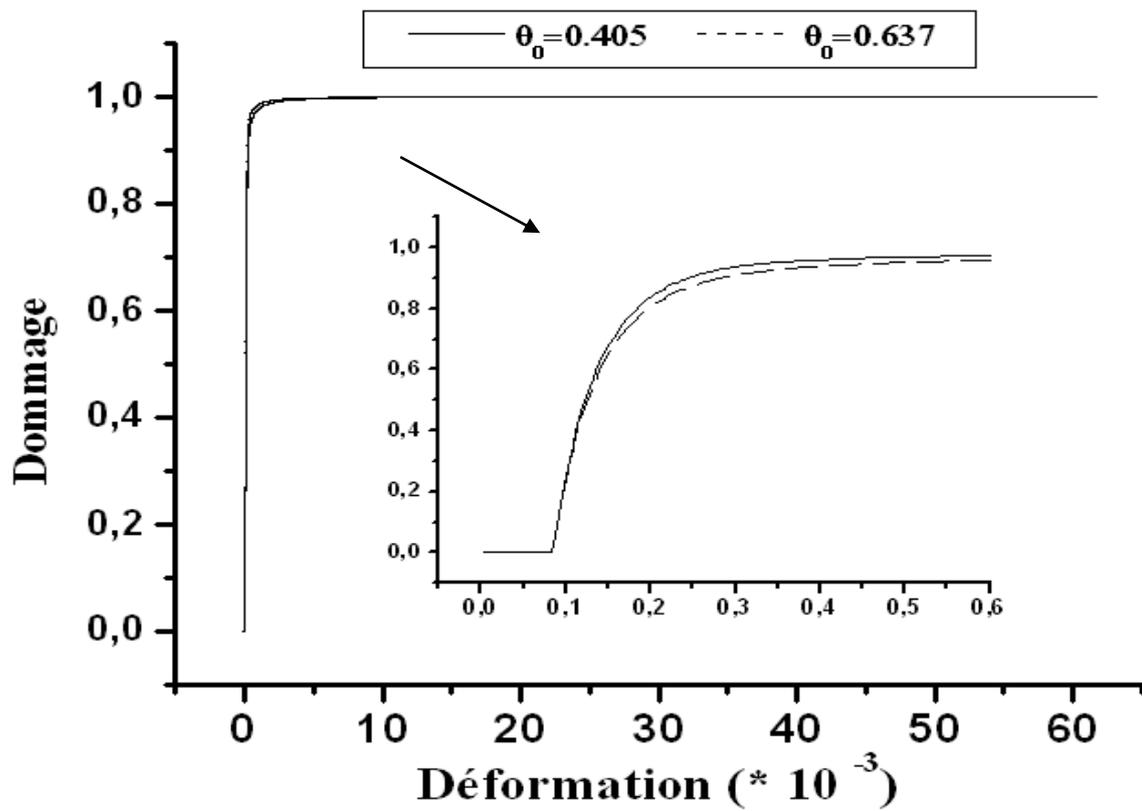


Figure III.37 : Dommages – déformations en fonction de l'orientation des fibres

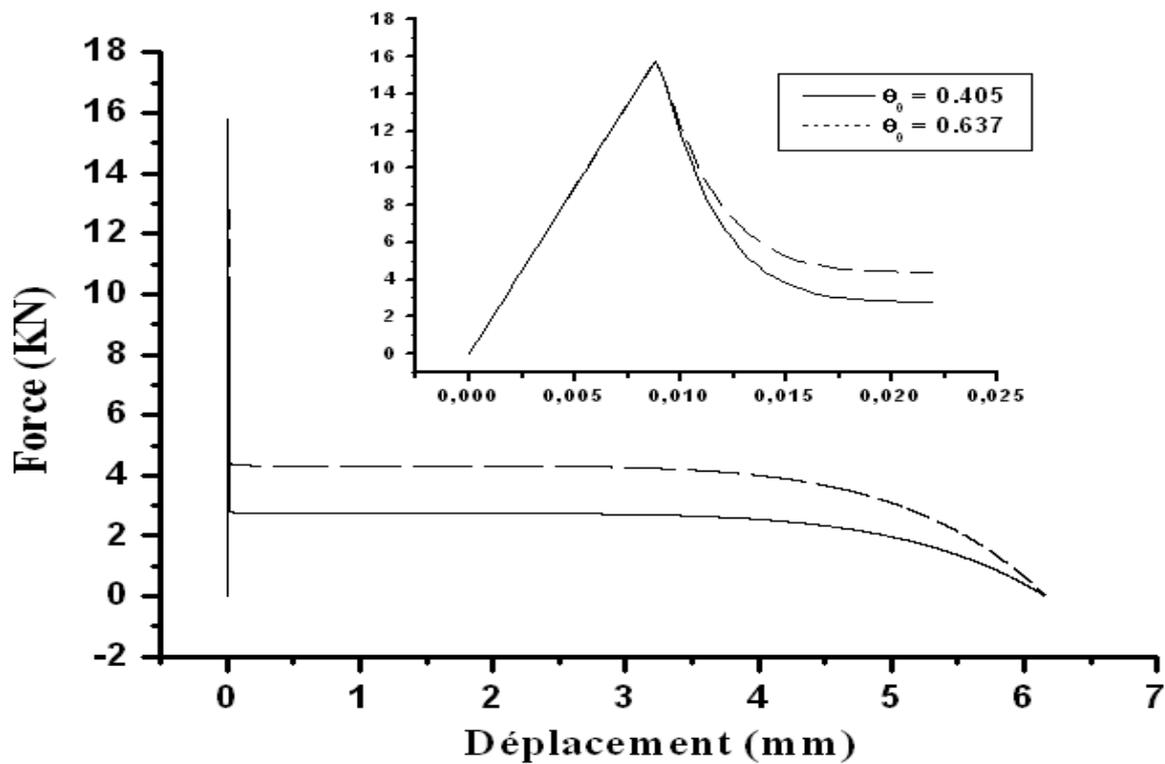


Figure III.38 : La réponse globale en fonction de l'orientation des fibres

III.6.2.2 L'influence de la longueur des fibres

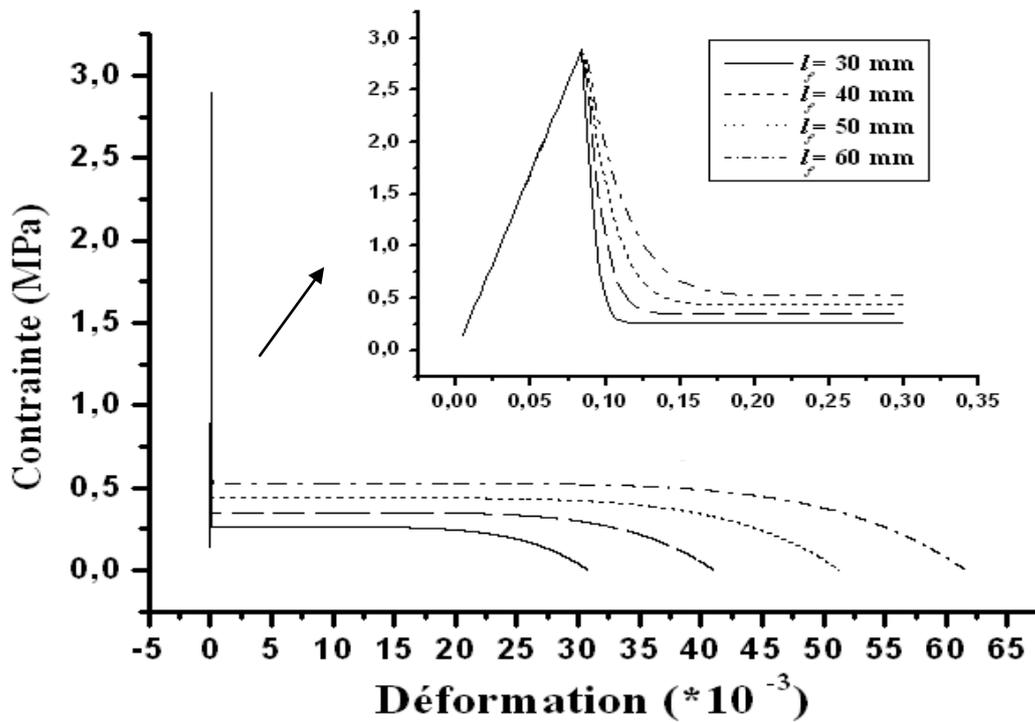


Figure III.39 : Conainte-déformation en fonction de la longueur des fibres

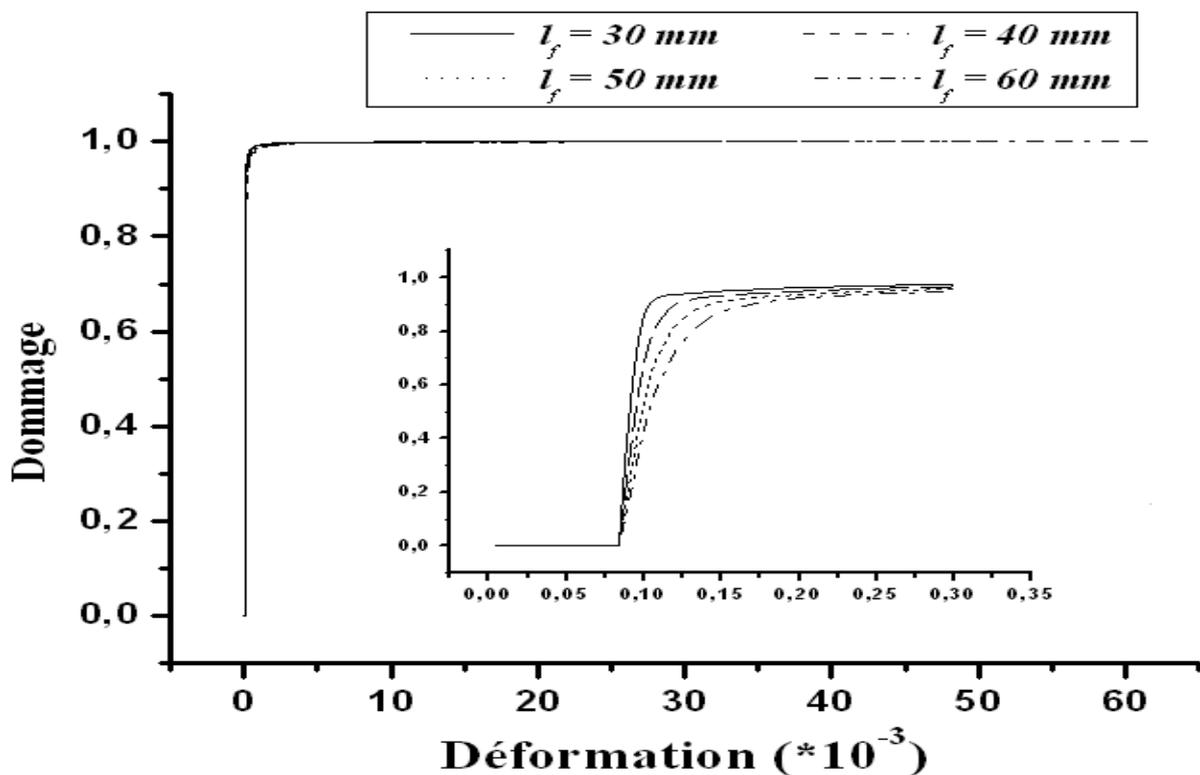


Figure III.40 : Evolution du dommage en fonction de la longueur des fibres

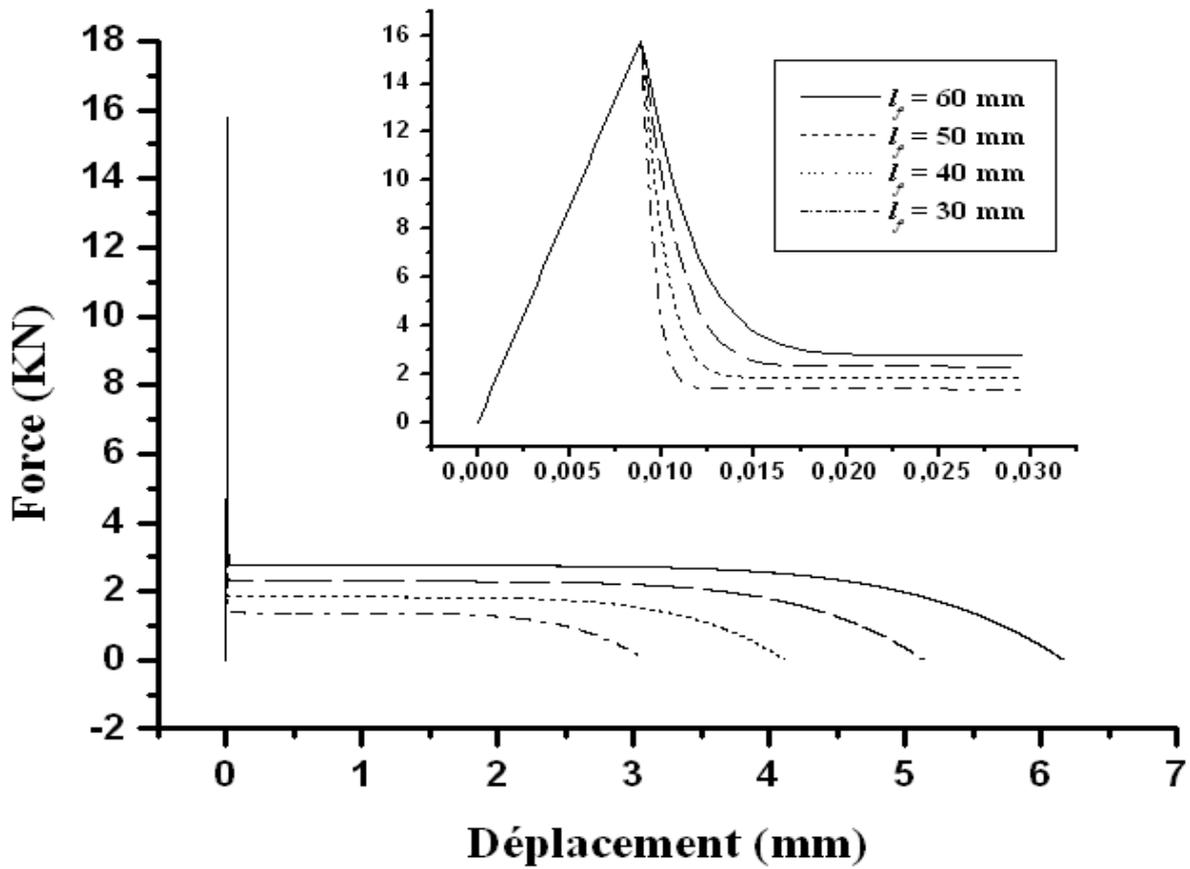


Figure III.41 : L'influence de longueur des fibres sur la réponse globale

III.6.2.3 L'influence du pourcentage des fibres

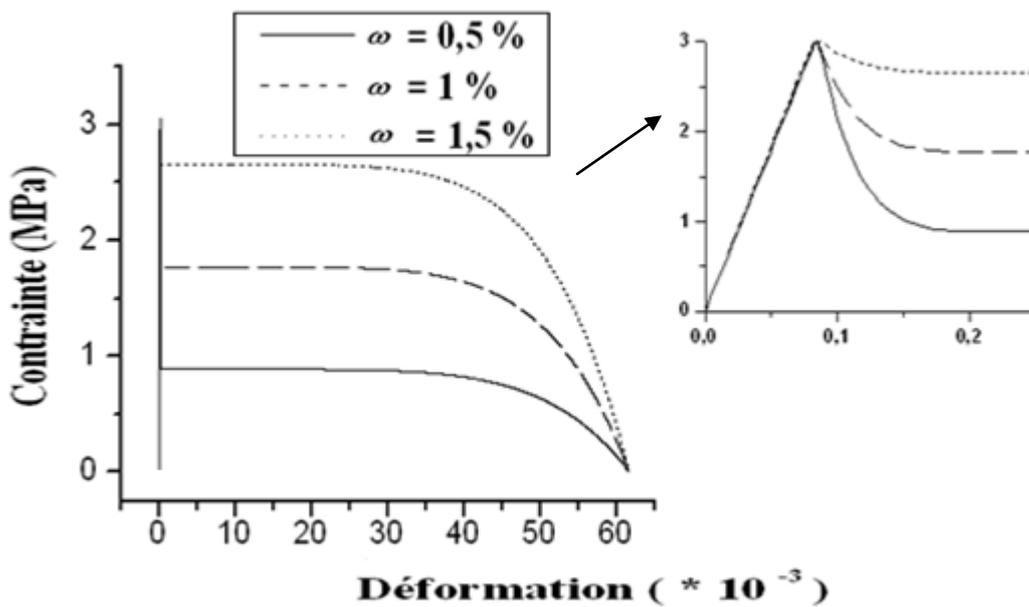


Figure III.42 : Contrainte-déformation en fonction du pourcentage des fibres

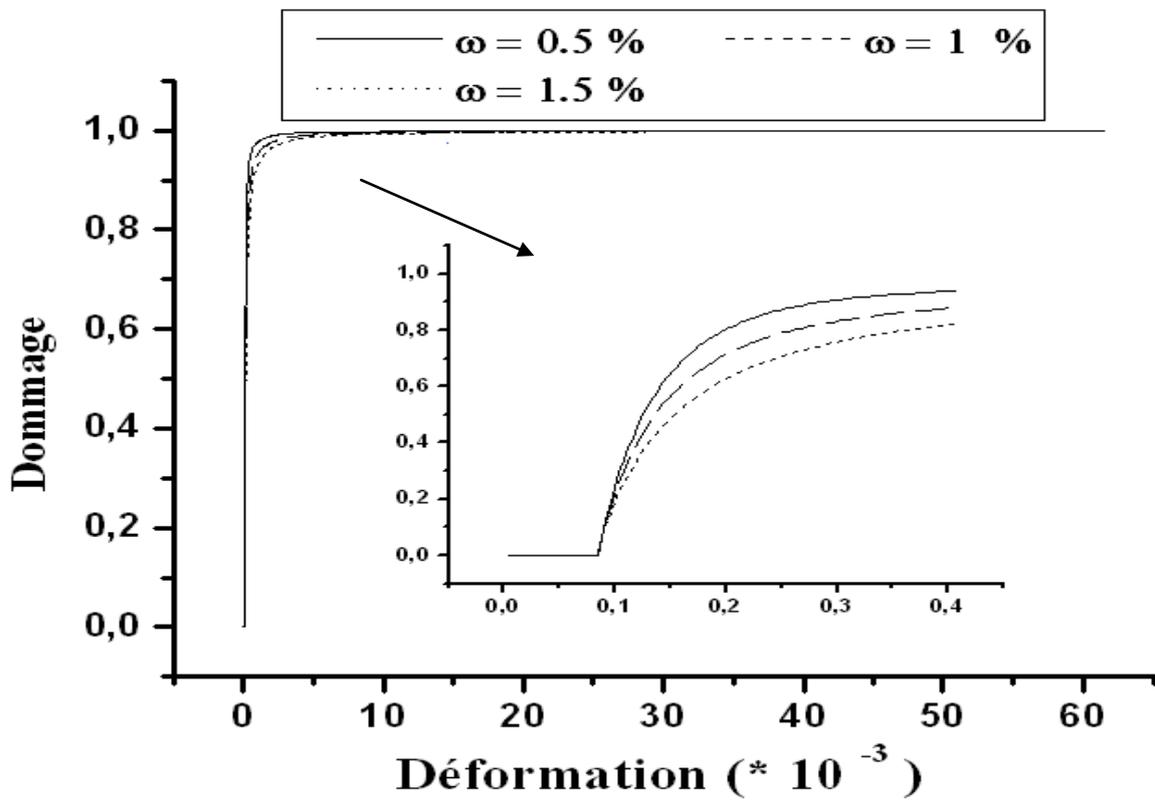


Figure III.43 : Evolution du dommage en fonction du Pourcentage des fibres

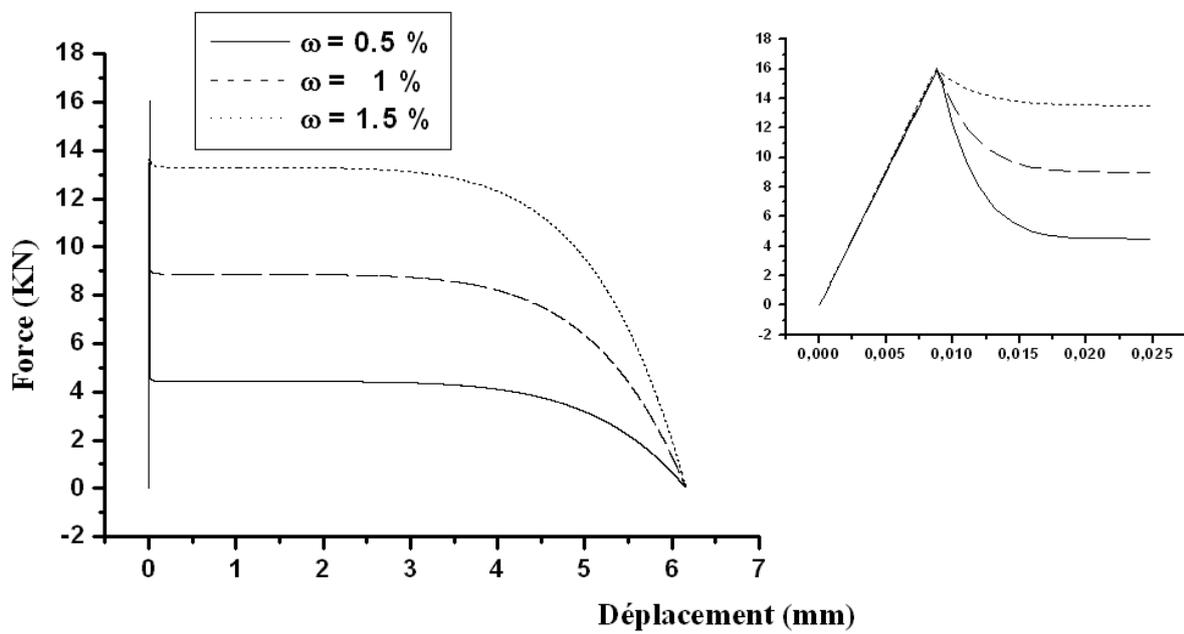


Figure III.44 : La réponse globale

III.6.2.4 L'influence du diamètre des fibres

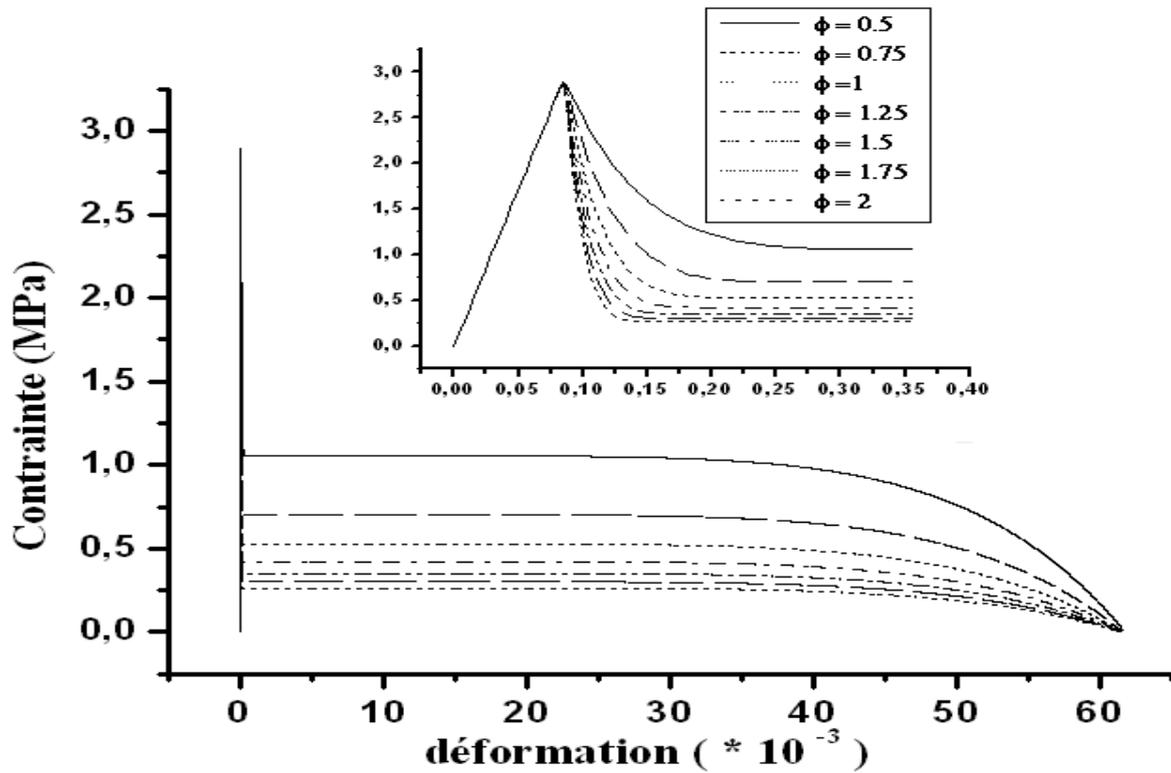


Figure III.45 : Contrainde-déformation en fonction du diamètre des fibres

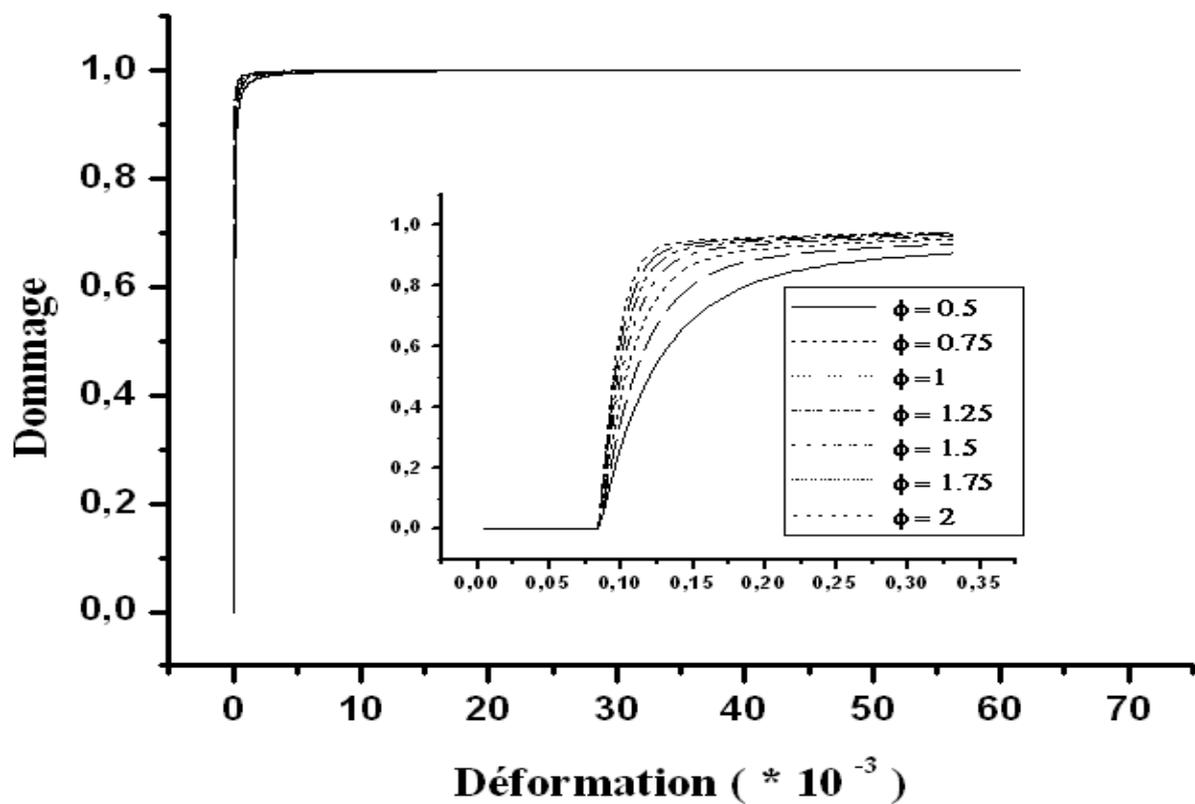


Figure III.46 : Dommage-déformation en fonction du diamètre des fibres

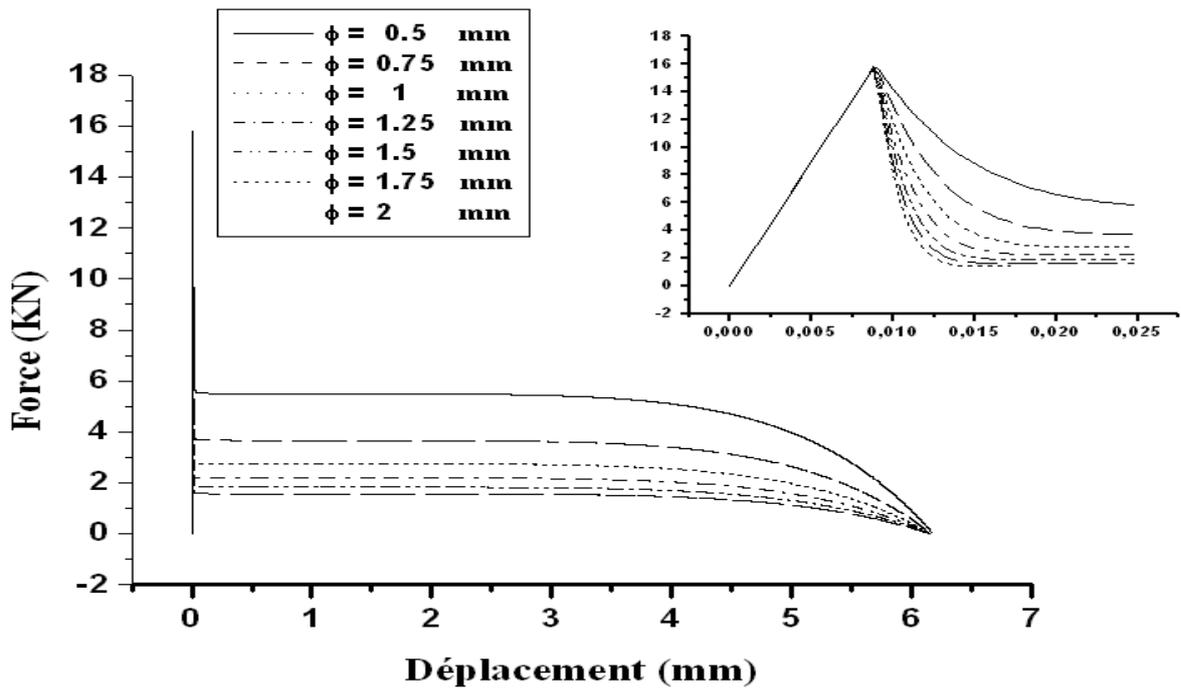


Figure III.47 : L'influence du diamètre sur la réponse globale

III.6.2.5 L'influence de la contrainte d'adhérence sur la loi de comportement

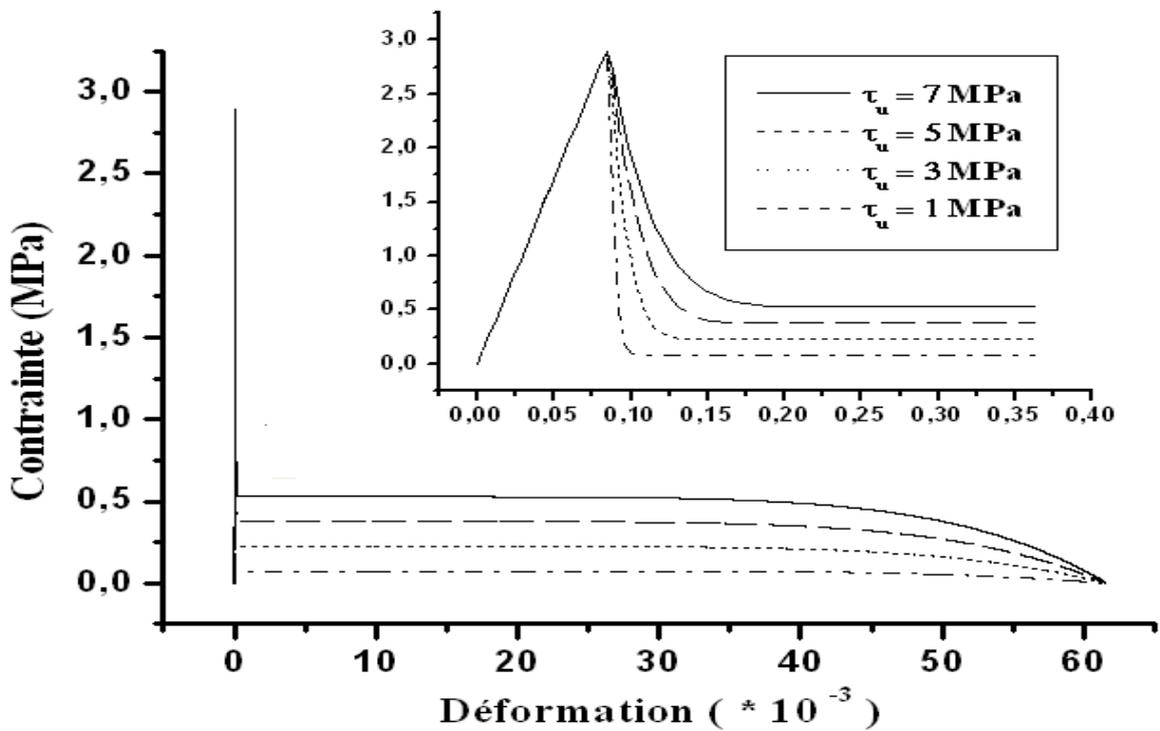


Figure III.48 : Contrainte-déformation en fonction de la contrainte d'adhérence

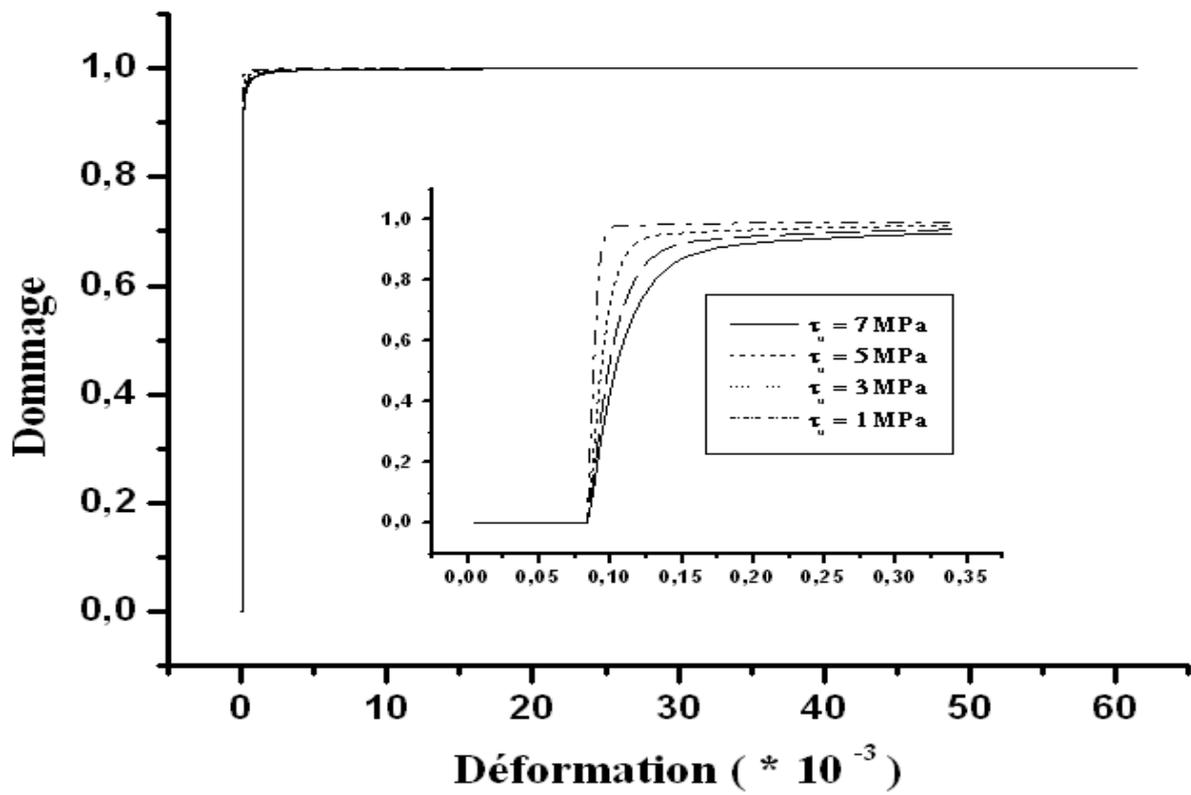


Figure III.49 : Dommage-déformation en fonction la contrainte d'adhérence

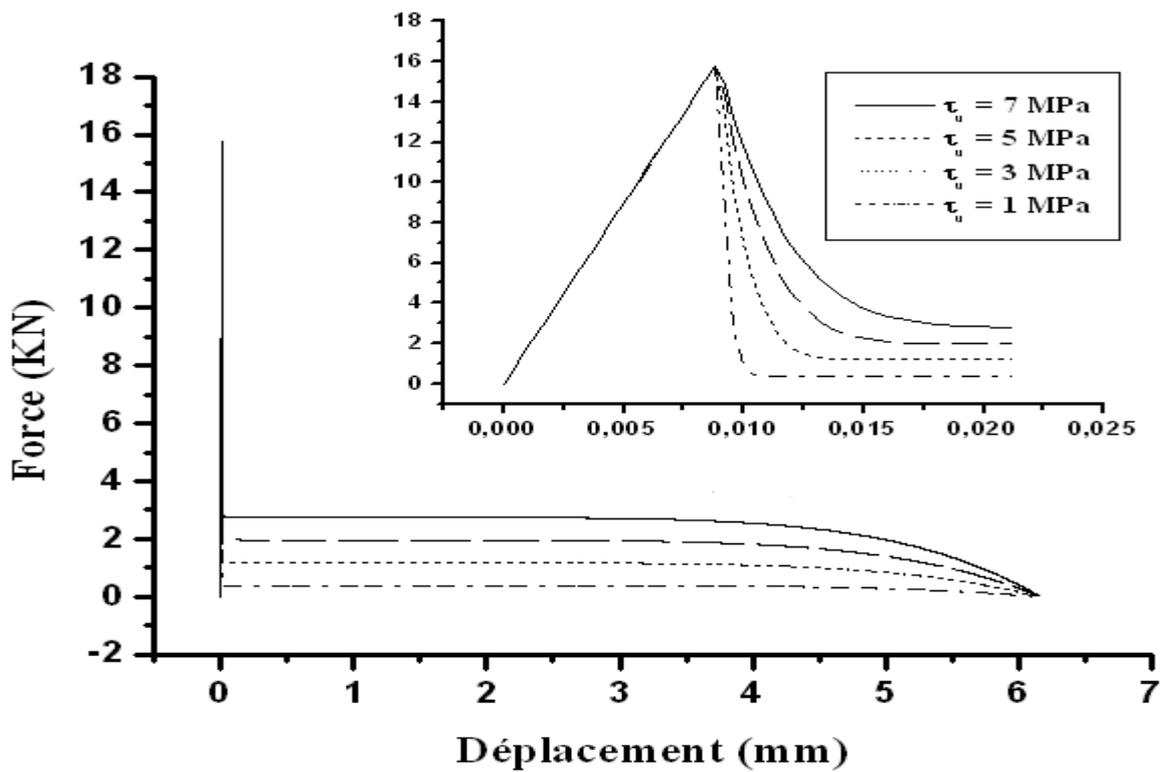


Figure III.50 : Réponse globale force-déplacement

III.6.2.6 Influence du rapport Sable / Gravier sur le comportement

Dans le but de montrer l'influence du rapport S/G sur le comportement du composite ainsi que sur l'évolution du dommage, une comparaison entre 6 types de béton fibré a été faite. La réponse contrainte – déformation et l'évolution du dommage en fonction du rapport S/G sont présentées dans les figures ci-dessous :

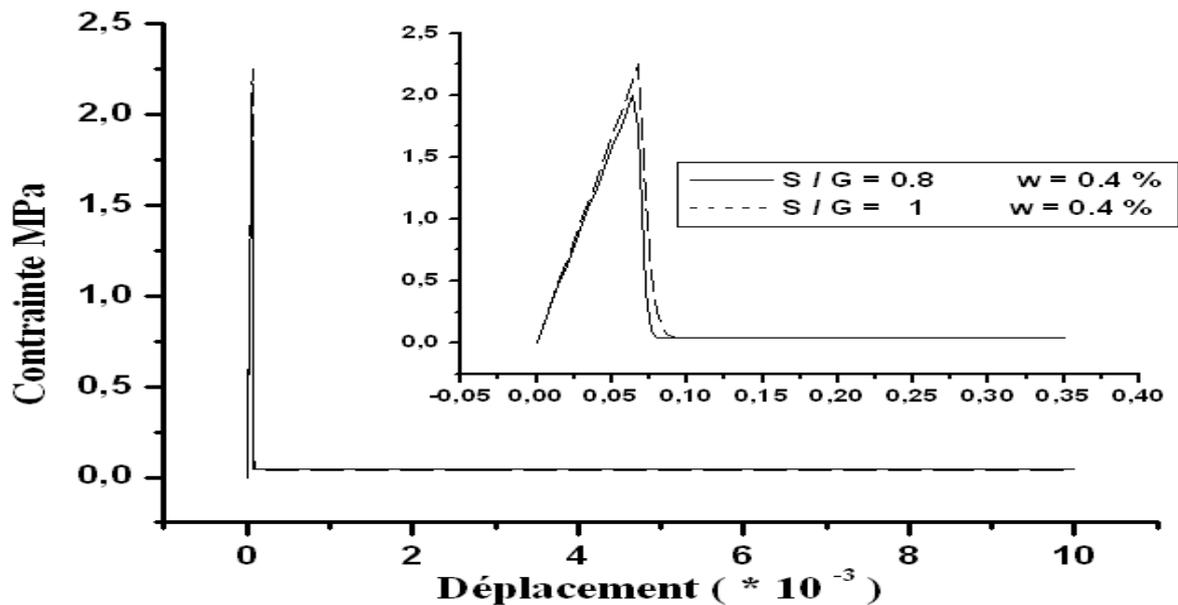


Figure III.51 : Evolution de la contrainte en fonction de la déformation pour $\omega = 0.4\%$

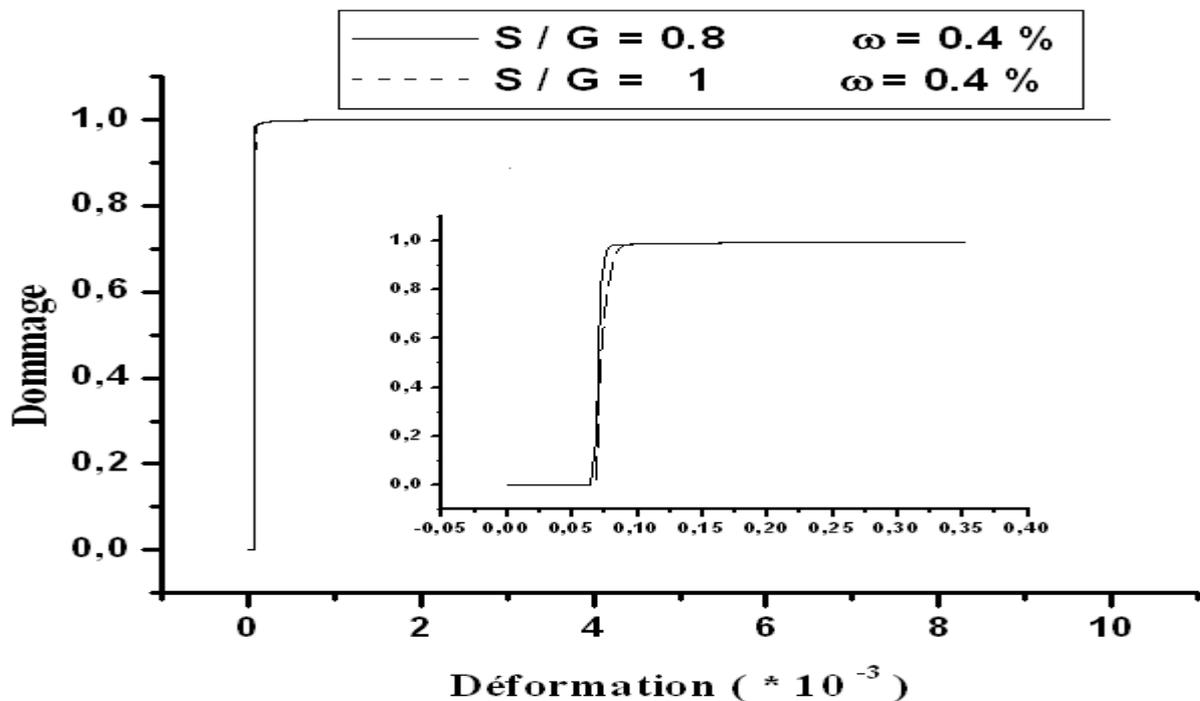


Figure III.52 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.4\%$

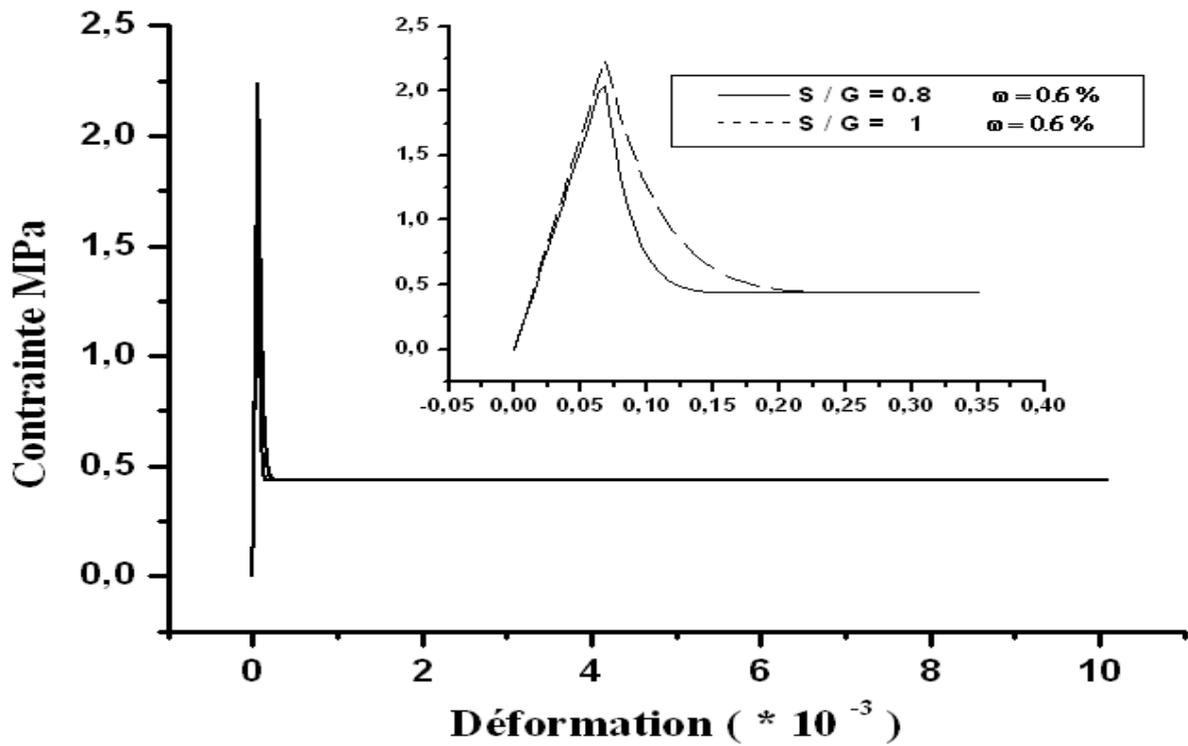


Figure III.53 : Evolution de la contrainte de traction pour $\omega = 0.6\%$

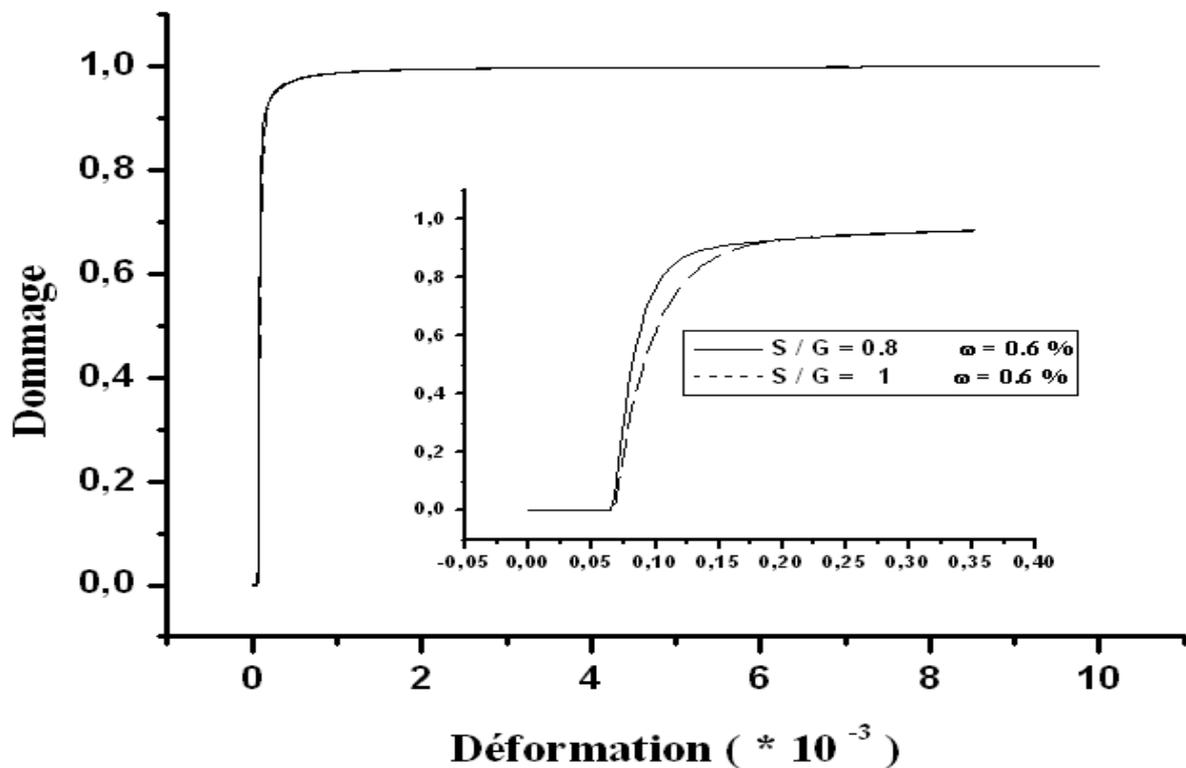


Figure III.54 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.6\%$

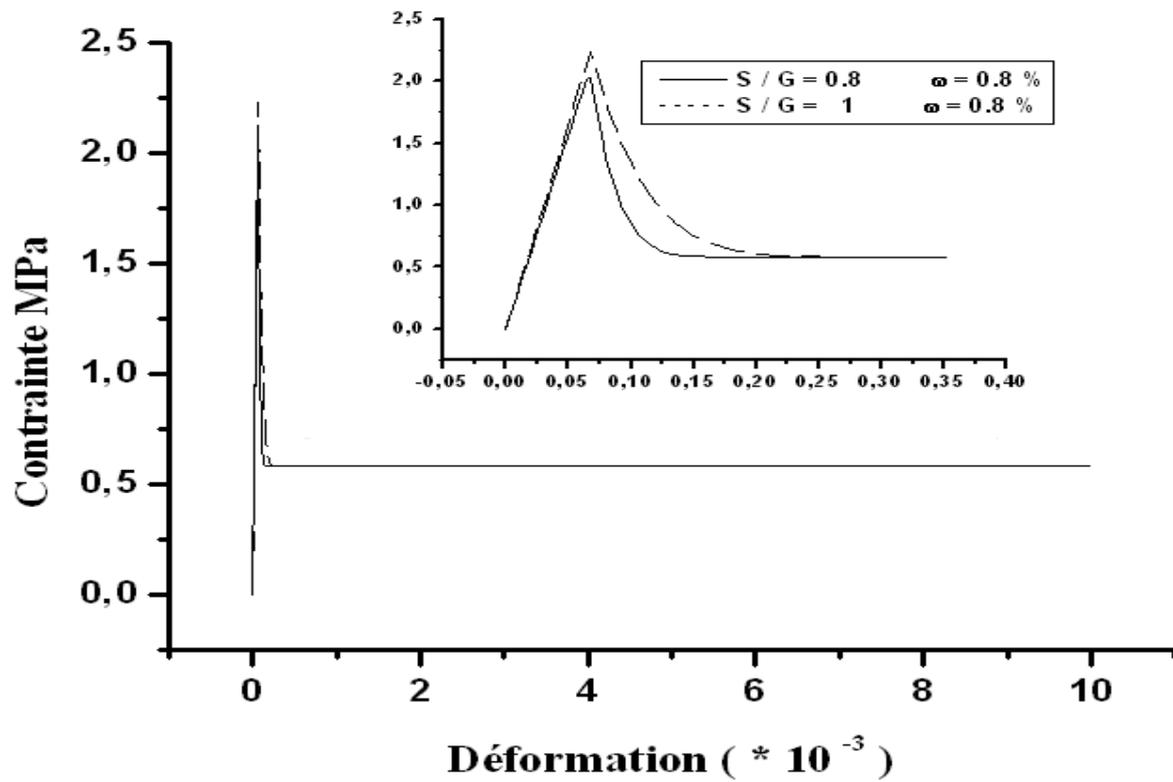


Figure III.55 : Evolution de la contrainte de traction pour $\omega = 0.8\%$

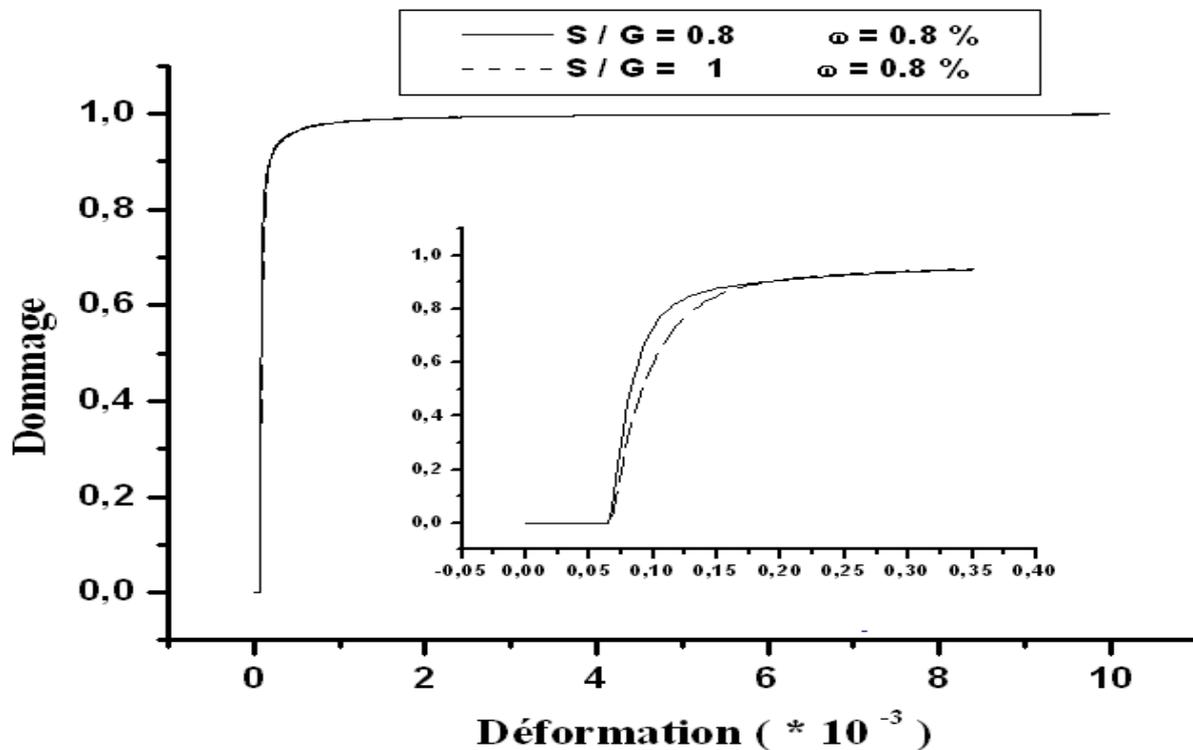


Figure III.56 : Evolution du dommage en fonction de la déformation pour $\omega = 0.8\%$

Constatations :

Le comportement en traction présente une phase élastique linéaire jusqu'à apparition de la première fissure. Dès que la fissuration apparaît, il y a chute de contrainte jusqu'à une valeur permettant de mettre en action la contribution des fibres à reprendre les efforts. Un palier de ductilité est alors observé et permet au composite de se déformer jusqu'à des valeurs de déformation importantes. Ce palier correspond à une contrainte appelée : contrainte résiduelle fonction du pourcentage, diamètre, orientation des fibres et contrainte d'adhérence.

La contrainte « maximale » de traction ou plutôt de fissuration reste peu sensible au nombre des fibres, elle ne dépend pas ni de la longueur de la fibre, ni de l'orientation, elle dépend essentiellement de la matrice ; ceci est vérifié par la plupart des auteurs ayant utilisé les fibres métalliques.

La déformation de rupture du composite en traction ne dépend que de la longueur des fibres indépendamment du pourcentage en fibres.

Le dommage est effectivement influencé par les caractéristiques des fibres (pourcentage, diamètre, longueur des fibres, adhérence fibre-matrice, et orientation des fibres.

Le dommage décroît avec l'augmentation du pourcentage et de la longueur des fibres, plus on augmente le dosage et la longueur des fibres plus le matériau devient plus ductile.

Le dommage décroît avec l'augmentation de la contrainte d'adhérence, c'est à dire le composite est plus ductile lorsque y 'a une bonne adhérence entre fibre-matrice,

Le dommage est faiblement évolutif pour une valeur faible du diamètre ($\Phi = 0.5$ mm) ; L'évolution du dommage est aussi influencée par le rapport S/G.

III.7 Conclusion

L'objectif de la présente étude est de modéliser le comportement du béton de fibres par la mécanique de l'endommagement et de mettre au point un logiciel du calcul basé sur la méthode des éléments finis.

Après une comparaison des résultats obtenus par la simulation avec les résultats expérimentaux, on peut conclure :

La loi de Sargin permet de caractériser correctement le comportement du béton de fibres en compression, aussi bien avant le pic qu'après le pic de contrainte, et ce jusqu'à une grande valeur de la déformation.

Le modèle proposé pour la traction décrit bien le comportement du béton de fibres. Il basé sur une loi dommage – déformation et tient compte des paramètres qui suivent :

- ✚ paramètres choisis à priori : type de fibres (longueur et diamètre), dosage de fibres dans le béton.

- ✚ Pour une composition du béton donnée : résistance à la fissuration du béton et contrainte d'adhérence limite des fibres.

- ✚ Paramètres lié à la mise en œuvre des fibres : coefficient d'orientation des fibres.

Le mode de rupture considéré est l'arrachement ou rupture des fibres.

Conclusion générale

Le travail présenté s'inscrit, d'une part, dans le cadre de la valorisation des déchets issus de l'usinage des pièces en acier, et d'autre part, dans la modélisation numérique du comportement du béton fibré. Cette modélisation est effectuée dans la théorie de la mécanique de l'endommagement.

En effet, la dégradation par microfissuration représente un aspect essentiel dans l'étude du comportement mécanique du béton et en particulier du béton fibré. La mécanique de l'endommagement permet une modélisation fine de ces phénomènes liés à la dégradation du béton et du béton fibré.

La mécanique de l'endommagement permet la description de l'ensemble de ces phénomènes par le biais des variables internes et permet donc de prédire les causes d'endommagement.

Un nouveau modèle est donc introduit, pour prédire le comportement réel, non linéaire, du béton fibré et ce jusqu'à la rupture. Il permet de décrire le comportement non linéaire sous chargement monotone vérifiant les principes de la mécanique de l'endommagement tout en utilisant les fondements de la mécanique continue des matériaux.

La loi de Sargin, habituellement admise pour le béton en compression, est adoptée puis transformée en une relation avec introduction d'un paramètre de dommage en compression. Les relations proposées dans les références [141-143] sont utilisées pour le comportement en traction, avec aussi transformation pour introduire des paramètres de dommage en traction. Des relations, tenant compte du dommage sont proposées, elles sont ensuite introduites dans un code de calcul en éléments finis et des simulations sont faites sur des essais réalisés à l'UMMTO et ailleurs.

Les confrontations effectuées sont très satisfaisantes. Le comportement est simulé, dans le domaine non linéaire, au delà de la fissuration et jusqu'à rupture du matériau. Les paramètres de l'étude sont : type de fibres (Dramix, copeaux, ondulées), longueur et diamètre des fibres, dosage (pourcentage incorporé dans la matrice béton), orientation des fibres, contrainte de fissuration et contrainte d'adhérence fibre – matrice, mode de rupture (rupture ou arrachement des fibres).

En perspective, nous proposons de prendre en compte :

- ✚ Une variable du dommage en bi et ti- dimensionnel,
- ✚ Un chargement cyclique,
- ✚ Les phénomènes tels que le fluage, le retrait, les chocs, la fatigue, la température...
- ✚ Tenir compte de la forme d'ancrage mécanique des fibres dans le béton.

Notice d'utilisation du programme de calcul

Il permet l'évaluation des relations contrainte-déformation, force-déplacement et dommage-déformation d'un élément en béton de fibres.

1. Paramètres d'entrée :

- Géométrie de l'élément,
- Caractéristiques des fibres,
- Caractéristiques du béton,
- Les conditions aux limites,
- Le pas de chargement.

Sections en [mm^2], longueur en [mm], contrainte en [MPa]

2. Paramètres de sortie :

- **La contrainte en [MPa]**
- **La déformation**
- **La force en [N]**
- **Le déplacement en [mm]**
- **Le dommage**

3. Données générales

NPOIN :	Nombre de noeuds
NELEM :	Nombre d'éléments
NGAUS :	Nombre de points de gauss
KGAUS :	Point de gauss à l'itération K
NPROP :	Nombre de propriétés matérielles
DT:	Variable de dommage en traction uni axial
DC:	Variable de dommage en compression uni axial
YOUNG:	Module initial du béton en compression
YOUNGB :	Module de Young du béton seul
YOUNGF :	Module élastique des fibres.
DISRC:	Déformation de rupture du béton de fibres en compression.
Rb:	Paramètre de la loi de Sargin, caractérise la branche croissante de la loi.
Rc:	Il caractérise la branche décroissante de cette loi.
FCJ:	Résistance caractéristique du béton de fibre en compression.

FTJ:	Résistance caractéristique du béton de fibre en traction.
EPS0:	Déformation du pic des contraintes en compression.
VF:	Pourcentage volumique des fibres (%)
RO :	Facteur d'orientation
EQ:	Coefficient d'équivalence ($EQ = YOUNGF/YOUNGB$)
ECT:	Module initial du composite en traction ($ECT = (1 + EQ * RO * VF) * YOUNGB$)
CONM:	Constante du modèle
LF:	Longueur des fibres
PH:	Diamètre des fibres
STU:	Contrainte d'adhérence ultime des fibres
HT :	Hauteur de la section du béton fibré
SIGUC:	Contrainte ultime maximale du composite ($SIGUC = VF * RO * LF * STU / PH$)
EPSFT:	Déformation de fissuration du béton ($EPSFT = FTJ / ECT$)
EPSU:	Déformation correspondant à la mobilisation totale de l'adhérence fibres- matrice: $EPSU = EPSFT + (STU * LF * LF) / (3 * YOUNGF * PH * CONM * HT)$
EPSRUP:	Déformation de rupture du composite en traction ($EPSRUP = EPSU + (LF) / (4 * CONM * HT)$)
EP :	déformation principale.
EPSG :	déformation suivant une direction quelconque.
STRSP:	contrainte principale
STRSG:	contrainte suivant une direction quelconque.
NCHOI:	Variable introduite pour le choix du calcul selon le signe de la déformation. NCHOI = 11 : traction uni axial NCHOI = 12 : compression uni axial

		<i>Les propriétés du composite</i>			<i>Les propriétés des fibres</i>					
		f_{cj} (MPa)	f_{tj} (MPa)	E_{b0} (GPa)	ε_0 (‰)	ϕ (mm)	l_f (mm)	τ_u (MPa)	ω (%)	θ_0
<i>Essai de Zhan</i> (Matériau 1)		47.6	2.94	38.18	2.1	1	60	7	0.31	0.405
<i>Essai de Djebali</i> (Matériau 2)	$S/G = 0.8$	27,73	2,44	32.1	2,7	1.95	50	1	0.4	0.405
		22.1	2.1	29.305	2.8	1.95	50	1	0.6	0.405
		19.25	1.9	29.016	2.9	1.95	50	1	0.8	0.405
	$S/G = 1$	27.32	2.4	33.091	2.8	1.95	50	1	0.4	0.405
		24.2	2.25	30.756	3.0	1.95	50	1	0.6	0.405
		19.2	1.9	29.536	3.1	1.95	50	1	0.8	0.405
<i>Essai de Morteza</i> (Matériau 3)		42.6	*	33.611	2,37	1	45	7	0.4	0.405

Tableau III.1 : Les caractéristiques mécaniques des matériaux

-
- [1] **Surendra P Shah, Katherine G, Kuder and Bin Mu., (2004)** “*Fiber-Reinforced concrete-Based composites: A forty years Odyssey*”. Fiber-Reinforced Concretes, Sixth international RILEM Symposium, Varenna, Italy, pp 3-30.
- [2] **Naaman A E., (1985)** “*Fiber Reinforcement for Concrete*”, Concrete International: Design and Construction, Vol. 7, No. 3, pp. 21-25.
- [3] **Romualdi J P, and Batson G B., (1963)** “*Mechanics of Crack Arrest in Concrete*”. J. Eng.Mech. Div., ASCE, Vol. 89, No.EM3, pp 147-168.
- [4] **Hameed R., (2010)** “*Apport d’un Renfort de Fibres sur les Performances des Structures en Béton Armé pour les Applications Parasismiques* “. Thèse de doctorat de l’université Toulouse III – Paul Sabatie, 06 Octobre.
- [5] **Naaman A E., (2008)** “*High-Performance Fiber Reinforced Cement composites*”. High performance Construction Materials: Science and Applications”, chapter 3, Vol.1, edited by Caijun Shi & Yilung Mo.
- [6] **Amprincipe Paris., (2006)** “*Les bétons : formulation, fabrication et mise en œuvre*“. Fiches techniques, TOME 2, Edition octobre.
- [7] **Dardare J., (1975)** “*Contribution à l’étude du comportement mécanique des bétons renforcés de fibres de polypropylène fibre reinforced cement and concrete*“. RILEM, symposium, Edited by A. NEVILLE, Lancaster, Construction Press, pp 227-235.
- [8] **Debicki G J., (1988)** “*Contribution à l’étude du rôle des fibres dispersées anisotropiquement dans le mortier de ciment sur les lois de comportement, les critères de résistance et la fissuration du matériau*“. Thèse d’état : INSA de Lyon.
- [9] **Houari H., (1993)** “*Contribution à l’étude du comportement béton renforcé de fibres métalliques soumis à l’action des charges maintenues et cycliques* “. Thèse de doctorat: INSA de Lyon, 244p.
- [10] **Rossi P., (1991)** “*Formulation et Comportement Mécanique des Bétons de Fibres Métalliques*“. Annales de l’ITBTP, No. 492, Mars-Avril, pp. 90-107.
- [11] **ACI Commitee 544., (1997)** “*State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete*”. ACI 544.1R-96, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan.
- [12] **Boris Kolle., (2006)** “*Behaviour of Steel Fiber Reinforced High Performance Concrete under Biaxial Loading Conditions*”. PHD Thesis, University of Glasgow.
- [13] <http://www.archiexpo.fr/prod/lafarge/poteaux-beton-fibre-fibres-metalliques-70029-968026.html>
- [14] **Sukontasukkul P., (2004)** “*Toughness evaluation of steel and polypropylene fiber reinforced concrete beams under bending*”. Thammasat international journal of science and technology 9, 3 (Jul.-Sep) pp. 35-41.

-
- [15] **Ngolle iv moussole A D., (1997)** “*Modélisation du comportement mécanique des composites ciment-fibres en tenant compte de la microstructure* “. Thèse de doctorat: INSA de Lyon, p 24.
- [16] **Bernier G., (1988)** “*Composition, Rhéologie, Mise en Oeuvre et Contrôle des Bétons de Fibres Métalliques*“, C. R. Journées ENS Cachan 22-25 Nov; Composites Ciment Fibres, 19 p.
- [17] **Abdou K., (2007)** “*Influence des fibres métalliques sur les variations dimensionnelles et pondérales d'une matrice cimentaire*“.Thèse de doctorat d'état : Université Mentouri Constantine, p 14.
- [18] **Pierre R, Renwez S, Belloc A., (1995)** “*Les bétons de fibres à ultra-hautes performances*“. Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, n°196, mars-avril.
- [19] **Edington J, Hannant., (1972)** “*Steel fiber reinforced of compacting by vibration*“, mat et const ,5, n°25, Janvier-Février.
- [20] **Dehousse N, Lejeune A, Cuykens T., (1974)** “*Les mortiers et Béton Renforcés de Fibres d'Acier*“. CSTC, Vol. 2, Bruxelles, pp. 2-14.
- [21] **EL Hachem M., (1990)** “*Etude de l'influence de la fibre de fonte sur le fluage et le retrait du béton*“. Thèse de docteur de l'E.C.P. Février.
- [22] **Soroushian P, Lee C.D., (1990)** “*Distribution and orientation of fibres in steel fiber reinforced concrete*“. ACI Materials Journal, Vol.87, No. 5, pp. 433-439.
- [23] **Bartos P., (1981)** “*Revue paper Bondin fiber reinforced cement and concrete*“. USA Inst J of cem. Compos, Vol n°3, pp. 31-37.
- [24] **Pierre R, Casanova P, Renwez S., (1995)** “*Les bétons fibrés à hautes performances des matériaux d'avenir*“. Bulletin de liaison des laboratoires des ponts et chaussées, n°197, mai-juin.
- [25] **Bouafia Y, Adjrad A., (1997)** “*Utilisation des fibres de récupération pour le renforcement du béton*“. Séminaire National de Génie Civil, M'sila, 16 - 17 novembre, Volume I, matériaux de construction.
- [26] **Bouafia Y, Fouré B, Kachi MS., (1997)** “*Proposition d'une relation contrainte - déformation pour le béton armé de fibres d'acier*“. Séminaire National de Génie Civil, M'sila, 16 - 17 novembre, Volume I, matériaux de construction.
- [27] **Bouafia Y, Kachi M.S, Adjrad, A., (1999)** “*Renforcement du béton par des fibres en copeaux* “. Colloque Maghrébin de Génie Civil, GMGC, Annaba, Novembre.
- [28] **Bouafia Y, Kachi MS, Fouré B., (2000)** “*Numerical modeling of the behavior of steel fiber reinforced concrete*“. II. International Symposium on Cement and Concrete Technology in the 2000s. Turkish Cement Manufacturers" Association – European Cement Association. Sept. 6 - 10, 2000, Istanbul - Turkiye, ISBN 975-8136-09-7. Vol. 2, pp. 582-591.

- [29] **Bouafia Y, Kachi MS, Fouré B., (2000)** “*Relation simplifiée contrainte - déformation du béton armé de fibres*“. 1er Séminaire National, „Mécanique des Géomatériaux et Structures“, 17 - 18 avril, Guelma.
- [30] **Adjrad A., (2000)** “*Renforcement du béton par des copeaux métalliques, étude expérimentale et modélisation*“. Thèse de magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- [31] **Bouafia Y, Bouzeroura M, Kachi MS, Hannachi NE., (2006)** “*Comportement du béton armé de fibres ondulées*“. Cinquième Conférence Internationale sur la Science des Matériaux (CSM5), CNRS France - Beyrouth - Liban, 17-19 mai, Editeur : T. Hamieh, Volume V.
- [32] **Bouafia Y, Kachi MS, Ghazi F, Ait Tahar K., (2006)** “*Prédiction de la rupture des sections circulaires en béton armé et béton armé de fibres*“. Association de Mécanique Franco-Marocaine (AF3M), 4ème Edition des Journées d’Etudes Techniques (JET), 26 -28 avril, Marrakech – Maroc.
- [33] **Bouheraoua A., (2006)** “*Effets des fibres bi-ondulées sur le comportement du béton, étude expérimentale*“. Thèse de magister 2006, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.
- [34] **Bouzeroura M., Bouafia Y., (2009)** “*Valorisation des déchets d’usinage des pièces en acier – fabrication des bétons armés de fibres métalliques ondulées*“. Séminaire International, Innovation et valorisation dans le génie civil, 05 – 07 février, Yasmine Hammamet, Tunisie.
- [35] **Bouzeroura M, Bouafia Y, Kachi MS.,(2010)** “*Model of behavior at pulling of the reinforced concrete of waved fibers*“. Bulletin of Applied Mechanics, ISSN 1801-1217, Ed. Czech Technical University in Prague (Technicka 4), Prague, Czech Republic.
- [36] **Bouafia Y, Kachi MS, Atlaoui D, Djebali S.,(2011)** “*Study of mechanical behaviour of concrete in direct tension* “. The International Conference on Structural Analysis of Advanced Materials, ICSAAM, 7-11 september, Sinaia, Romania, pp. 55 – 61, ISSN 2247 – 8337.
- [37] **Djebali S, Atlaoui D, Bouafia Y., (2010)** “*Caractérisation en traction directe du béton de fibres métalliques*“. ACMA, May 12-14, Marrakech, Morocco.
- [38] **Djebali S, Atlaoui D, Bouafia Y., (2011)** “*Caractérisation en traction directe du béton de fibres métalliques*“. Matériaux & Techniques, n° 99, pp. 327 – 338, EDP Sciences.
- [39] **Djebali S, Bouafia Y, Atlaoui D, Bilek A.,(2011)** “*Study of mechanical behavior of chips reinforced concrete*“. Advanced materials research, Vol. 324, Trans Tech Publications, Switzerland, pp. 360 – 363, doi : 10.4028, ID : 41.103.191.28.
- [40] **Bouafia Y, Kachi MS, Atlaoui D, Djebali S.,(2012)** “*Study of mechanical behavior of concrete in direct tensile*“. Applied Mechanics and Materials, Vol. 146, Trans Tech Publications, Switzerland, pp. 64 – 73, doi : 10.4028,
- [41] **Lim T Y, Paramassivam P, Lee S L.,(1987)** “*Analytical model for tensil behavior of steel fiber concrete*“. ACI Materiel journal n°84, M 30, July-auguste.

- [42] **Chanvillard G., (1993)** “Analyse expérimentale et modélisation micromécanique du comportement des fibres d’aciers tréfilées ancrés dans une matrice cimentaire“. Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussées. Série ouvrages d’art OA12.
- [43] **Rossi P, Acker P, Malier Y., (1987)** “Effect of steel fibers at two different stages: the Material and the Structure”. Materials and structures, vol.20 pp. 436-439.
- [44] **Shah P S., (1991)** “Do fibers increase the tensile strength of cement-based matrixes”. ACI Materials Journal, V.88, No.6, pp. 595-602.
- [45] **Banthia N, Trottier J., (1994)** “Concrete reinforced with deformed steel fibers, part I: bond- slip mechanisms”. ACI Materials Journal, V.91, No.5, pp. 435-444.
- [46] **Li Z, Li F, Chang T-Y.P, Mai Y-W.,(1998)** “Uniaxial tensil behavior of concrete reinforced with randomly distributed short fibers”. ACI Materials Journal, V.95, No.5, pp. 564-573.
- [47] **Christian La Borderie., (2003)** “ Stratégies et Modèles de Calculs pour structures en béton“. Laboratoire de Sciences Appliquées au Génie Civil., Université de Pau et des Pays de l’Adour.
- [48] **Rossi P., (1988)** “Fissuration du béton: du matériau à la structure. Application de la mécanique linéaire de la rupture”. Paris, Laboratoire Central des ponts et chaussées, Rapport de recherche LPC n°150,138p.
- [49] **Rossi P., (2002)** “Le développement industriel des bétons de fibres métalliques“, conclusions et recommandations, Presses de l’école nationale des ponts et chaussées.
- [50] **Swamy R.N., (1975)** “Fiber reinforced cement and concrete, Materials and Structures“, 1975, Vol.8, N°45, pp. 235 – 254
- [51] **Edgington J, Bannant D. J, Williams R. 1. T.,(1974)** “Steel Fiber Reinforced Concrete“, CP69/74, Building Research Establishment, Garston, Watford, 17 p.
- [52] **Swamy R.N, Managat P.S., (1974)** “Compatibility of steel fiber reinforced concrete“. Ciment and concrete Research, Volume. N°5, mai.
- [53] **Swamy R.N, Managat R.S., (1974)** “Influence of fiber geometries on the properties of steel fiber reinforced concrete“. Cement and concrete research, Vol 4 n°3, 1974.
- [54] **Ritchie A.G.B, Rahman A.T., “The effect of fiber reinforcement on the rheogical Properties of concrete mixes”.** ACI International Symposium, SP 44-2, pp.44.
- [55] **Kachi MS., (1997)** “Calcul non linéaire jusqu’à rupture, d’une section en béton armé de fibres métalliques“, thèse de Magister, Université de Tizi ouzou.
- [56] **Baron J, Lesage R., (1993)** “Compacité Maniabilité des bétons“, Rapport de recherche LCPC, 1993.

- [57] **Serna Ross., (1984)** “*Etude de la contribution des fibres métalliques à l’amélioration du comportement du béton au cisaillement*”. Thèse de doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Septembre, 77 p.
- [58] **Rossi P, Harrouche N, Belloc A., (1989)** “*Méthode de composition des bétons de fibres métalliques*”. Annales de l’Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, n°475 juin-juillet, pp. 37-44.série Béton 266.
- [59] **Rossi P, Harrouche N, Le Maou F., (1989)** “*Comportement Mécanique des Bétons de Fibres Métalliques Utilisés dans les Structures en Béton Armé et Précontraint*”. Annales de l’ITBTP, No. 479, Décembre, pp. 166-183.
- [60] **Johnston C. D., (1974)** “*Steel fiber Reinforced Mortar and Concrete*”. ACI, SP-44, 1974, pp. 127-142.
- [61] **Otter D, Naaman A. E., (1986)** “*Steel Fiber Reinforced Concrete Under Static and Cyclic Compressive Loading*”. Proceedings 3ème RILEM Symposium on developments in Fibre Reinforced Cement and Concrete, University of Sheffield, England, July.
- [62] **Zhan Z., (1991)** “*Contribution au dimensionnement des pieux en béton de fibre*”. Thèse de Doctorat : université d’Orléans. Nov.
- [63] **Elie Abbsi., (1994)** “*Bétons de fibres, synthèse des études et recherches réalisées au C.E.B.T.P*”. Annales de L’I.T.B.T.P, N° 520, Janvier.
- [64] **Bencardino F, Rizzuti L, Spadea G and Swamy R., (2008)** “*Stress-Strain behaviour of Steel Fiber-Reinforced Concrete in Compression*”. Journal of Materials in Civil Engineering, Vol.20, No.3, pp 255-263.
- [65] **Shah S P et AL., (1978)** “*Complete stress strain curves for steel fiber reinforced concrete in uniaxial and compression. Paper 7.3, Testing and test methods of fiber-ciment composites*”. RILEM SYMPOSIUM, Construction press. LTD. Lancaster Englande, 545 pp.
- [66] **Kotsovos, M. D., and Newman, J. B., (1977),** “*Behavior of concrete under multiaxial stress*” ACI, Vol. 74, No.9, pp 443-444.
- [67] **Zongjin Li, Faming Li, T.Y. Paul Chang, and Yiu-Wing Mai, (1998)** “*Uniaxial tensile behaviour of concrete reinforced with randomly distributed short fibers*”. ACI Material Journal, V. 95, No. 5, pp 564-574.
- [68] **Alessandro P. F, Hirozo M and Paolo V., (2009)** “*Multiple cracking and strain hardening in fiber-reinforced concrete under uniaxial tension*”. Cement and Concrete Research, Vol. 39, pp 1217–1229.
- [69] **Casanova P., (1995)** “*Bétons Renforcés de Fibres Métalliques: Du Matériau à la Structure*”. Thèse de doctorat de l’Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Juin 1995, 238 p.

- [70] Rossi P., (1998) “*Les Bétons de Fibres Métalliques*“. Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 309 p.
- [71] Bouafia Y, Djebali S, Atlaoui D, and Kachi M. S., (2014) “*Strengthening of Concrete Metallic Chips*“, LACSIT International Journal of Engineering and Technology, Vol. 6, No. 1, February.
- [72] Djebali S, Bouafia Y, Larbi S, Bilek A., (2014) “*Mechanical Behavior of Steel-Chips-Reinforced Concrete*“. Key Engineering Materials Vols. 592-593 (2014) pp 672-675, © Trans Tech Publications, Switzerland, doi:10.4028, www.scientific.net/KEM.592-593.672
- [73] Bouzeroura M, Kachi MS, Bouafia Y., (2009) “*Model of behavior at pulling of the reinforced concrete of waved fibers*“, 5^e International Conference on Fiber Concrete 2009, Technology Design – Application, Czech Technical University, Prague, Czech Republic, 17-18 september, ISBN 978-80-01-04381-3, Proceeding edited by Alena Kohoutková, CSc. et al.
- [74] Atlaoui D, Bouafia Y., (2008) “*Characterisation of the mechanical behavior of fibres Undulated in spirals resulting from waste of machining of steel parts*“. Mai ISBN 978 9973-002990, Edition Sciences & Technologies, Hammamet, Tunisie, pp. 741-746.
- [75] Shah S.P and Rangan,B.V., (1971), “*Fiber reinforced concrete properties*”. ACI Journal, proceedings, V. 68, No.2, Feb. 1971, pp 126–35.
- [76] John E. Bolander., (2004) “*Numerical modeling of fiber reinforced cement composites: Linking material scales*”. Fiber-Reinforced Concretes, Sixth international RILEM Symposium, Varenna, Italy, pp 45-60.
- [77] Bentur A and Mindess S., (2005) “*Fiber Reinforced cementitious Composites*”. Elsevier Applied Sciences, ISBN 0-203-49806-2.
- [78] SWAMY R.N., K AL- NOURI., (1975), “*Flexural properties of steel fiber reinforced concrete*”, G.B; concrete; Vol 9, n°6, pp 30-31 1975.
- [79] Bencardino F., Rizzuti L., Spadea, R.N G.. Swamy, (2010), “*Experimental evaluation of fiber reinforced concrete fracture properties*”. Composites: Part B, Vol. 41, pp 17–24
- [80] Hameed R, Turatsinze A, Duprat F, and Sellier A., (2009) “*Metallic fiber reinforced concrete: effect of fiber aspect ratio on the flexural properties*”. ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences (ISSN 1819-6608), vol. 4, No. 5, pp 67-72
- [81] Narayanan R, Green K. R., (1981) “*Fibre Reinforced Concrete Beams in Combined Bending and Torsion*“. Indian Concrete Journal, August, pp. 222-228.
- [82] Nanni A., (1988) “*Splitting tension test for fiber reinforced concrete*“. ACI Journal n° 85-M 27,PP 229-233, July-August.

-
- [83] **Fritih Y., (2009)** “ *Apport d’un renfort de fibres sur le comportement d’éléments en béton autoplaçant armé*”, thèse de doctorat : INSA de Toulouse, p 18-20.
- [84] **Swamy R.N, Bahia H M.,(1985)** “*The effectiveness of steel fiber as shear reinforcement*“. USA. Concr. Inst. Des. Const, Vol. 7,N°3.
- [85] **Lee M.K and Barr B.I.G., (2004)** “*An overview of the fatigue behaviour of plain and fiber reinforced concrete*”. Cement & Concrete Composites, Vol. 26, Issue 4, May, pp 299-305
- [86] **A.C.I Committee 544- IR 82., (1982)** “*State of the art report on fiber reinforced concrete* “. Concrete international, 1982, Vol. 4, N°5, pp.9-30.
- [87] **Morris A. D, Garret G. C., (1981)** “*A Comparative study of the Static and Fatigue Behavior of Plain and Steel Fiber Reinforced Mortar in Compression and Direct Tension*“. International Review of Cement Composites, vol. 3, No. 2, pp. 73-91.
- [88] **Ramakrishnan V, Oberling G, Tatnall P., (1987)** “*Flexural Fatigue Strength of Steel Fiber Reinforced Concrete*“. ACI SP-105, Fiber-Reinforced Concrete Properties and Applications, pp. 225-246.
- [89] **Singh S. P, Mohammadi Y, and Madan S. K., (2006)** “*Flexural fatigue strength of steel fibrous concrete containing mixed steel fibers*”. Journal of Zhejiang University-Science A, Vol. 7, No.8, pp 1329-1335.
- [90] **Suaris W, Shah S. P., (1981)** “*Test Methods for Impact Resistance of Fiber Reinforced Concrete*“. ACI, SP 81,-pp. 247-265.
- [91] **Houari H, Debicki G, Clastres P., (1993)** “*Flexural fatigue performance of metal fiber reinforced mortar*“. The Third Beijing International Symposium on Cement and Concrete , Beijing , CHINA, October, 7p.
- [92] **Kachanov LM., (1958)** “*Time of the rupture process under creep conditions*”. TVZ Azad, Nauk, SSR Otd. Tech. Nauk., n° 8, pp 26–31.
- [93] **Leckie F.A, Onat E.T.,(1980)** “*Tensorial nature of damage measuring internal variable*“. IUTAM. Symp. On Physical non-linearities Structural Analysis. J. Hult- J. Lemaitre Springer-Verlag.
- [94] **Hult J., Broberg H., (1973)** “*Creep rupture under cyclic loading*“. Proc. II Bulg. Nat. Congress of Th. And Appl. Mech. Varna.
- [95] **Lemaitre J, Chaboche J.L., (1978)** “*Aspect phénoménologique de la rupture par endommagement*“. Journal de Mécanique Appliquée, vol. 2, n°3, pp. 317-365.
- [96] **Lemaitre J, Dufailly J., (1977)** “*Modélisation et identification de l’endommagement plastique des métaux*“, 3° Congrès Français de Mécanique, Grenoble.

-
- [97] **Cordebois J.P, Sidoroff F., (1979)** “*Elasticité anisotrope induite par l’endommagement* “. Euromech 115 (Anisotropie), Grenoble.
- [98] **Lemaitre J., (1979)** “*Damage modelling for prediction of plastic and creep fatigue in structures*“. Smirt 5, Berlin.
- [99] **Lemaitre J, Sidoroff F, Chaboche J.L, Marquis D, Galharague C., (1979)** “ *Méthode de modélisation par variables internes et d’identification numérique de l’anisotropie, d’érouissage et de l’endommagement des métaux*“. Rapport Final ATP CNRS, n°3135.
- [100] **Lemaitre J, Mazars J., (1980)** “*Modélisation du comportement et de la rupture du béton* “. 4^e Symposium Franco-Polonais de Mécanique, Marseille.
- [101] **Benouniche S., (1979)** “*Modélisation de l’endommagement du béton hydraulique par micro-fissuration en compression*“, Thèse de 3^e Cycle Paris-VI ENSET.
- [102] **Mazars J, Walter D., (1980)** “*Endommagement mécanique du béton*“. Rapport de Fin de Contrat DGRST, n°78-7-2697.
- [103] **Mazars J.,(1981)** “*Mechanical damage and fracture of concrete structures*“. Proceedings ICF 5, Cannes, vol. 4, pp. 1499-1506.
- [104] **Junior F.S and venturini W.S., (2007)** “*Damage modeling of reinforced concrete beams*”.Advances in Engineering Software, Vol. 38, pp 538–546.
- [105] **Chaboche J.I et Lemaitre J., (2009)** “*Mécanique des matériaux solides* “. édition dunod.
- [106] **Peng X, Meyer C, and Fang L., (1997)** “*A thermo-mechanically consistent continuum damage model for concrete materials*”. Journal of Engineering Mechanics, ASCE; Vol.123, pp 60-69.
- [107] **Lemaitre J, Mazars J., (1982)** “*Application de la théorie de l’endommagement au comportement non linéaire et à la rupture du béton de structure*“. Annales. De l’institut technique du bâtiment et des travaux, Nouvelles presses du centre 87000 Limoges.
- [108] **Smahi R., (2008)** “*Modélisation par la mécanique de l’endommagement du comportement non linéaire du béton armé*“. Thèse de magister, université de Mouloud Mammeri, Algérie.
- [109] **Roland Fortunier., “Comportement Mécanique des Matériaux**“. Ecole Nationale Supérieure des Mines, 158 cours Fauriel, 42023 Saint-Etienne cedex 2.
- [110] **Belaidi O., (2003), “Modélisation du comportement non linéaire du béton par la mécanique de l’endommagement continu**“. Thèse de magister, université de Mouloud Mammeri, Algérie.

-
- [111] **Alliche A, Dumontet H.,(2011)** “*Anisotropic model of damage for geomaterials and concrete*“. Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech; **35**:969-979
- [112] **Leon MJ, Povl B., (2009)** “*Micromechanical modeling of damage and fracture of unidirectional fiber reinforced composites*”: a review. Comput Mater Sci; **44**:1351–9.
- [113] **Pyo SH, Lee H.K., (2010)** “*An elastoplastic damage model for metal matrix composites considering progressive imperfect interface under transverse loading*”. Int JPlast; **26**:25–41.
- [114] **Radtke FKF, Simone A, Sluys L.J., (2010)** ” *A computational model for failure analysis of fibre reinforced concrete with discrete treatment of fibers*”. Engng Fract Mech; **77**:597–620.
- [115] **George ZV, Peter I.K., (2009)** “*Mechanics of small damage in fiber-reinforced composites materials*”. Compos Struct; **92**:2187–93.
- [116] **Dutra VFP, Maghous S, Filho AC, Pacheco AR., (2010)** “*A micromechanical approach to elastic and viscoelastic properties of fiber reinforced concrete*”. Cem Concr Res ;**40**: 460–72.
- [117] **Swaddiwudhipong Somsak, Seow Puay Eng Constance., (2006)** “*Modelling of steel fiber-reinforced concrete under multi-axial loads*”. Cem Concr Res; **36**: 1354–61.
- [118] **Cachim Paulo B, Figueiras Joaquim A, Pereira Paulo A.A., (2002)** “*Numerical modeling of fiber-reinforced concrete fatigue in bending*”. Int J Fatigue 2002; **24**: 381–7.
- [119] **Zhang Jun, Stang Henrik, Li Victor C., (2001)** “*Crack bridging model for fiber reinforced concrete under fatigue tension*”. Int J Fatigue; **23**: 655–70.
- [120] **Zhang Jun, Li Victor C., (2004)**, “*Simulation of crack propagation in fiber-reinforced concrete by fracture mechanics*”. Cem Concr Res; **34**: 333–9.
- [121] **Pasa Dutra VF, Maghous S, Campos Filho A, Pacheco AR., (2010)** “*A micromechanical approach to elastic and viscoelastic properties of fiber reinforced concrete*”. Cem Concr Res; **40**: 460–72.
- [122] **Haido James H, Abu Bakar BH, Abdul-Razzak AA, Jayaprakash J, Choong KK., (2011)** “*Simulation of dynamic response for steel fibrous concrete members using new material modeling*”. Constr Build Mater; **25**: 1407–18.
- [123] **Denneman Erik, Wu Rongzong, Kearsley Elsabe P, Visser Alex T., (2011)** ”*Discrete fracture in high performance fiber reinforced concrete materials*”. Engng Fract Mech May-June; **78**: 2235–45.
- [124] **Siah Kiumars, Mandel James A, Mousa Belal Rashid., (1992)** “*Micromechanical finite element model for fiber reinforced cementitious materials*”. ACJ Mater J; **89** (3).

- [125] **Rashid Hameed, Alain Sellier, Anaclet Turatsinze, Frédéric Duprat.,(2011)** “*Damage Modeling of Metallic Fiber-Reinforced Concrete*“. *Procedia Engineering* 10; 1670–1678
- [126] **Hameed A, Sellier A, Turatsinze A, Duprat A., (2013)** “*Metallic fiber-reinforced concrete behaviour: Experiments and constitutive law for finite element modeling*”. *Engineering Fracture Mechanics* 103; 124–131.
- [127] **Kyoungsoo Park, Glaucio H Paulino, Jeffery Roesler., (2010)** “*Cohesive fracture model for functionally graded fiber reinforced concrete*”. *Cem Concr Res* 40-956–965.
- [128] **Padmarajaiah S.K, Ananth Ramaswamy (2002)** “*A finite element assessment of flexural strength of prestressed concrete beams with fiber reinforcement*”. *Cem Concr Comp* 24; 229–241.
- [129] **Rougier V.C, Luccioni B.M., (2007)** “*Numerical assessment of FRP retrofitting systems for reinforced concrete elements*”. *Eng Struct* 29; 1664–1675.
- [130] **Vellore S. Gopalaratnam, Ravindra Gettu.,(1995)** “*On the Characterization of Flexural Toughness in Fiber Reinforced Concretes*”. *Cem Concr Comp* 17(1995) 239–254.
- [131] **Sydney Furlan Junior, Joao Bento de Hanai (1999).,** “*Prestressed fiber reinforced concrete beams with reduced ratios of shear reinforcement*”. *Cem Concr Comp* 21; 213–221.
- [132] **Su-Tae Kang, Yun Lee, Yon-Dong Park and Jin-Keun Kim., (2010)** “*Tensile fracture properties of an Ultra High Performance Fiber Reinforced Concrete (UHPFRC) with steel fiber*”. *Comp struct* 92; 61–71.
- [133] **Mazars J., (1984)** “*Application de la Mécanique de l’Endommagement au Comportement Non linéaire et à la Rupture du Béton de Structure*”. Thèse de Doctorat D’Etat, Université Paris 6, Paris.
- [134] **Marina Bottoni., (2012)** “*Code Aster : Modèle d’endommagement de MAZARS*”, *Date : 09/05/2012 Page : 1/14 Version 10, Clé : R7.01.08 Révision : 9007.*
- [135] **Dhir R.H., Sangha M., (1974)** “*Development and propagation of micro-cracks in plain concrete*”. *Matériaux et Constructions*, n°37, pp. 17-23.
- [136] **Kupfer H.B, Hildorf H.K, and Rusch H., (1969)** “*Behavior of concrete under biaxial stresses*”, *ACI Journal* Vol.60, pp. 209–224.
- [137] **Lorrain M., (1974)** “*Contribution à l’étude de la micromécanique des matériaux granulaires cohérent. Application au béton*”. Thèse de Doctorates-Sciences, Toulouse.
- [138] **Kostovos M.D., (1979)** “*Fracture process of concrete under generalized stress states*”. *Matériaux de Construction*, vol. 12, n°72, pp. 431-437.

- [139] **Camps G, Turatsinze A, Sellier A, Escadeillas G, Bourbon X., (2008)**, “*Steel-fibre reinforcement and hydration coupled effects on concrete tensile behaviour*”. Engineering Fracture Mechanics, Vol. 75, pp 5207–5216.
- [140] **Sargin M., (1968)**, “*Stress Strain relationship for concrete and the analysis of structural concrete sections*”. PHD thesis presented to the university of Waterloo, Ontario, Canada, Mar, 334p.
- [141] **Bouafia Y, Fouré B, Kachi M.S., (1998)** “*Relation effort - ouverture des fissures dans le cas du béton armé de fibres d'acier*”. Annales de l'ITB, N° 2, avril 1998, ISSN 1270-9840, Ed. ESKA, France, pp. 5-14, <http://www.eska.fr>.
- [142] **Bouafia, Y., Kachi, MS., Fouré, B., (2000)** “*Numerical modeling of the behavior of steel fiber reinforced concrete*”. II. International Symposium on Cement and Concrete Technology in the 2000s. Turkish Cement Manufacturers’ Association – European Cement Association. Sept. 6 - 10, Istanbul - Turkiye, ISBN 975-8136-09-7. Vol. 2, pp. 582-591.
- [143] **Bouafia. Y, Kachi M.S, Fouré. B., (2002)** “*Relation contrainte - déformation dans le cas du béton armé de fibres d'acier*”. Annales de l'ITB, n° 3, juin 2002, ISSN 1270-9840, Ed. ESKA, France, pp. 5-17, <http://www.eska.fr>.
- [144] **Royis P., (2005)** ”*Mécanique des milieux continus (cours, exercices et problèmes)* ”, presses universitaires de Lyons, ISBN2-7297-0770-0, P.349.
- [145] **Jean Salençon., (2007)** " *Mécanique des milieux continus*". Tome I, Concepts généraux, les éditions de l'école polytechnique Septembre, ISBN 978-2-7302-1245-8.
- [146] **Kettab A, Mitiche R., (1995)** “*Mécanique des milieux continus*”, Office de publications universitaires : -05, codification : 2.05.4023, préface de P. Germain.
- [147] **François Sidoroff., (2010)** “*Mécanique des milieux continus*”. Ecole d'ingénieur. Ecole Centrale de Lyon, 1980, pp.166. <cel-00530377>, Submitted on 28 Oct.
- [148] **Dubigeon S., (2010)** “*Mécanique des milieux continus*”. Ecole Centrale de Nantes, 1980, pp.166. <cel-00530377>, Submitted on 28 Oct 2010.
- [149] **Coirier J., (1997)** “*Mécanique des milieux continus*”. Concepts de base, Edition Dunod.
- [150] **Duvaut G., (1990)** “*Mécanique des milieux continus*”. Collection Mathématique appliquées pour la maîtrise, Edition Masson Paris, ISBN : 2-225-81658-1.
- [151] **Michel Maya., (2014)** “*Cours de Mécanique des Milieux Continus* “. Arts et Métiers ParisTech Centre d'Enseignement et de Recherche de CLUNY, Année scolaire 2014 – 2015, maya@cluny.ensam.fr.
- [152] **Fanella DA, Naaman AE., (1985)** “*Stress Strain properties of fiber reinforced mortar in compression*”. Journal of the american concrete institute, vol 79,n°4,july-august.

-
- [153] Absi E, Naaman A E., (1986) “Modèle rhéologique pour les bétons de fibres“. 3^{ème} Symposium international. Sheffield.
- [154]. Bouafia Y., (1987) “Simulation numérique du comportement moyen jusqu’ à rupture d’une zone de poutre. Application au béton armé, béton précontraint et /ou béton de fibres“. Mémoire de DEA, Université Pierre et Marie Curie, Paris 6.
- [155] Ammar Khenane., (1997) “Méthode des éléments finis, Enoncé des principes de base“. Edition (1997).
- [156] Batoz J.L, Dhatt G., (1990) “Modélisation des structures par éléments finis“. Solides élastiques. Vol 1, Ed. Hermes.
- [157] Francois Frey et Jaroslav , Jirousek., (1999) “Analyse des structures et milieux continus , Méthode des éléments – finis “ . Volume 6 – USA.
- [158] Thomas GMÜR- Wemmel et Etoy, Automne., (2000) “Méthode des éléments finis : en mécanique des structures“.
- [159] OWEN D.R. J.,(2008) “Finite elements in plasticity (theory and practice)”. Department of Civil Engineering., University College of Swansea. U.K., Pineridge Press Limited.
- [160] Hervé Oudin., (2008) “Méthode des éléments finis”. Ecole d’ingénieur., Ecole Centrale de Nantes, pp.63. <cel-00341772v1>.
- [161] Daniel Choi., (2010) “Méthodes des éléments finis par l’exemple “. Groupe Mécanique Modélisation Mathématique et Numérique, Université de Caen, Bld Maréchal Juin, 14032 Caen Cedex, France, Version Avril.
- [162] Michel Kern., “Introduction à la méthode des éléments finis“. École national supérieure des mines de Paris, S3733 / S3735, Inria, Rocquencourt, BP 105, 78153 Le Chesnay, Michel.Kern@inria.fr.
- [163] Yves Debard., (2011) “Méthode des éléments finis : poutre soumise à un effort normal“. Institut Universitaire de Technologie du Mans, Département Génie Mécanique et Productive <http://iut.univ-lemans.fr/ydlogi/index.html>, 24 mars 2006 - 29 mars 2011.
- [164] Antipolis S., (2012) “Eléments finis : du classique au iso géométrique“. Université de Nice - Mémoire de Mastère, 2011 – 2012.
- [165] Dhat G, Touzot G., (1984) “Une présentation de la méthode des éléments finis“. Maloine Editeurs.
- [166] Mestat Philippe., (1997) “Maillages d’éléments finis pour les ouvrages de géotechnique Conseils et recommandations “. Bulletin des laboratoires des ponts et chaussées - 212 - Novembre-Décembre- RÉF. 4161 - PP. 39-64.

[167] **Jean-Charles Craveur (2011)** “*Modélisation par éléments finis*“. Cours et exercices corrigés, Ecole d’ingénieurs. Masters, Edition DUNOD.

[168] **Djebali S., (2014)** “*Caractérisation des éléments de structures en béton de fibres métalliques*“. Thèse de Doctorat, université de Mouloud Mammeri, Algérie.

[169] **Morteza Madhkhan., (1999)** “*Etude du comportement des pieux en béton de fibres métalliques sous sollicitation sismique*“. Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologie de Lille, France.

Résumé

La mécanique de l'endommagement permet une modélisation fine du phénomène de dégradation du béton de fibres. La théorie d'endommagement isotrope conduit à des résultats assez satisfaisants aussi bien dans le cadre de l'approche locale que globale.

Il s'agit dans le cadre de ce travail de proposer un modèle d'endommagement basé sur le comportement mécanique non linéaire du béton de fibres, habituellement admis dans le cadre de la théorie des poutres, aussi bien en compression qu'en traction.

Ce modèle prendra en compte le caractère ductile du matériau observé lors des essais de traction directe et ce même après fissuration. La modélisation est effectuée sous chargement monotone croissant tout en vérifiant les principes de la mécanique de l'endommagement en utilisant les fondements de la mécanique continue des matériaux.

Il est question de combiner les lois de la mécanique des matériaux continus (loi de Hooke généralisée) et la théorie de la mécanique de l'endommagement (théorie de l'isotropie du dommage et principe de la déformation équivalente) pour proposer une loi de variation du dommage. Des confrontations avec les résultats d'essais sont effectuées.

Abstract

The damage mechanics allows a fine modeling of the phenomenon of degradation fibers reinforced concrete. The isotropic damage theory leads to quite satisfactory results as well as in the description of the local behavior as in that of the global behavior.

It is in the context of this work to provide a damage model based on the nonlinear mechanical behavior of fibers reinforced concrete both in compression than in tension.

This model takes into account the material ductility observed in direct tension tests and after cracking. The modeling will be performed under increasing monotonic loading while checking the principles of damage mechanics using the foundations of continuous materials mechanics.

It is about combining the laws of continuum materials mechanics (generalized Hooke's law), and the damage mechanics theory (the isotropic damage theory and equivalent strain principle) to propose a variation damage law. Confrontations with tests on specimens are planned.