

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
République Algérienne Démocratique et Populaire
UNIVERSITE MOULOUDE MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE DE LA CONSTRUCTION
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

En vue de l'obtention du diplôme

Master Professionnel en Génie Mécanique

Option: Énergétique

Spécialité : Froid Chauffage et Climatisation

Thème

**SIMULATION NUMERIQUE D'UN
ECOULEMENT TRANSSONIQUE A TRAVERS
UN STATOR D'UNE TURBINE AXIALE**

Proposé et dirigé par :

M^{me}. Talamali Anissa

Présenté par :

BRAIK Azouaou

OUARAB Nourredine

2014/2015

Remerciements

Nous remercions Dieu pour le courage et la volonté sans lesquels cette étude n'aurait jamais vu le jour.

Nos vifs remerciements vont à nos très chers parents pour leurs efforts fournis et leurs conseils pendant toute ces années d'études.

Nous tenons à exprimer toutes nos gratitude à notre promotrice M^{me} Anissa TALAMALI pour sa disponibilité, sa gentillesse et ces conseils judicieux tout au long de ce travail.

Nous souhaitons témoigner toute notre reconnaissance aux enseignant ayant contribué et participé à notre formation.

Nous présentons nos respects et nos sincères remerciements aux membres du jury qui ont accepté d'évaluer notre travail.

Nous tenons à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicace

*Je dédie ce travail à :
la mémoire de ma très chères sœur*

*Ma sœur, mon cœur, une rose éphémère.
Dans mon âme rien ne t'efface au dernier songe de
l'amour.*

*J'ai toujours eu ce sentiment de fraternité malgré moi.
Souvent dans mon exil je rêve de notre enfance.
Là haut parmi les anges, veilles sur ton petit frère.
Aujourd'hui, je dédie ce mémoire de fin d'études à ta
mémoire.*

*Tu seras toujours présente dans mes pensées, dans mon
cœur.*

Azouaou

Dédicaces

Je dédie ce travail ...

A mes très chers parents qui m'ont tant aidé

durant toutes mes études ;

à ma sœur et deux frères ;

à tous les membres de ma grande famille ;

à mon binôme Azouaou ;

à tous mes amis ;

à tous ceux qui me sont chers

Mr Nourredine. O

Table des matières

Remerciements	i
Dédicace	ii
Nomenclature	iv
Liste des figures et des tableaux.....	vi
Introduction générale.....	1
Etude bibliographique	3
 Chapitre. I : Modélisation des écoulements dans une turbomachine	
Introduction	5
I. Généralités concernant les turbomachines	5
I.1. Régime d'écoulement	6
I.2. Ecoulement dans une turbomachine	6
I.3. Instabilité de l'écoulement dans les turbomachines	7
• Ecoulement proche paroi	7
• Interaction onde de choc/couche limite	7
I.4. Instationnarité de l'écoulement dans les turbomachines	7
I.5. Equations générales de base.....	8
I.5.1. Equation de continuité et équation dynamique (Navier-Stokes)	9
I.5.2. Equation sous forme conservative	10
I.5.3. Equation simplifié du mouvement.....	11
I.5.3.1 Equation d'Euler	11
I.5.3.2 Equation de l'écoulement incompressible	11
I.5.3.3 Equation liée aux écoulements potentiels.....	11
I.5.3.4 Equation en termes de fonction de courant.....	12
I.6. Equation particulières pour les turbomachines.....	12
I.7. Méthodes unidimensionnelle	15
I.8. Méthode quasi-tridimensionnelle	16
I.8.1 Ecoulement méridien.....	16
I.8.2 Ecoulement aube à aube	17
I.9. Méthode tridimensionnelles	18
I.9.1. Code Navier-Stokes	18
Introduction	21
II.1. Exemples d'applications industrielles	21
II.2. Différents phénomènes de la turbulence	23
II.2.1. Phénomènes instationnaire	23

II.2.2. Phénomènes non linéaire	23
II.2.3. Phénomènes dissipatif	23
II.2.4. Phénomènes relevant de la mécanique des milieux continus	23
II.2.5. Phénomènes tridimensionnels et rotationnels.....	24
II.2.6. Phénomènes diffusifs.....	24
II.2.7. Phénomènes liés à la nature de l'écoulement	24
II.3. Les deux types de transport de la quantité de mouvement	24
II.3.1. Transport diffusif	24
II.3.2. Transport convectif.....	25
II.4. Nombre de Reynolds	26
II.5. Transition vers la turbulence	26
II.5.1. Transition à caractère sous critique	27
II.5.2. Transition à caractère super critique.....	27
II.6. Propriétés de la turbulence	28
II.6.1. Production d'une gamme d'échelles.....	28
II.6.2. Cascade d'énergie de Richardson.....	28
II.6.3. La base de la théorie de Kolmogorov	29
II.6.3.1. Isotrope des échelles	29
II.6.3.2. Forme universelle et échelle dissipative	29
II.6.3.3. La gamme d'échelles inertielles	30
II.6.4. Problématique de la turbulence	31
II.7. Décomposition de Reynolds	31
II.7.1. Equations de Reynolds	31
II.7.1.1. Equation de l'écoulement moyen	32
II.7.1.2. Equation de l'écoulement fluctuant.....	34
II.8. Equation de Navier-Stokes moyennées	36
II.8.1. Equations principales.....	36
• En incompressibilité	36
• Navier-Stokes	36
• Equation de l'énergie	37

II.8.2. Equations dérivées	37
• Equation de Poisson	37
• Equations du tourbillon	37
• Equation de l'énergie cinétique	37
II.8.3. Les équations du mouvement moyen	38
II.8.3.1. Incompressibilité du champ moyen	38
II.8.3.2. Navier-Stokes moyennes	38
II.8.3.3. Equation de l'énergie	39
II.8.3.4. Equation du tourbillon moyen	40
II.8.3.5. Equation de l'énergie cinétique moyenne	40
II.9. Modèles de turbulence	41
II.9.1. Différents modèles de turbulence	41
II.9.1.1. Modèle à une équation Spalart-Allmaras	41
II.9.1.2. Modèles à deux équations	41
II.9.1.3. Modèles à cinq équations Reynolds stress model (RSM)	41
1. Modèle $k-\omega$	42
2. Modèle standard k	42
3. Modèle RNG $k-\varepsilon$	43
Introduction	45
III.1. Méthodes numériques	45
III.2. Principe de la méthode des volumes finis	45
III.3. Discrétisation spatiale des flux convectif	46
III.3.1. Dissipation artificielle	47
III.3.2. Discrétisation spatiale des termes visqueux	47
III.4. La simulation avec ANSYS	48
III.4.1. Présentation du logiciel ANSYS-CFX	48
III.4.2. Les étapes de simulation numérique	48
III.5. Maillage	48
III.5.1. Calcul de l'épaisseur de la couche limite	49
III.6. Les conditions aux limites	50

III.6.1. Rappel sur les conditions aux limites	51
a) Les conditions aux limites à l'infini	51
b) Les conditions initiales	52
c) Les conditions aux limites de paroi	52
Conclusion.....	54
IV.1. Résultats de la simulation	55
IV.1.1. avec le modèle de turbulence k-oméga	55
• Cas test MUR 221	
a) La vitesse (Nombre de Mach)	55
b) Température	56
c) Pression	56
d) Courbe de pression	57
e) Y^+	58
• Cas test MUR 222, MUR 228, et MUR 230	59
IV.1.2. Avec le modèle de turbulence RNG k- ϵ	65
• Cas test MUR 221	
a) La vitesse (Nombre de Mach)	65
b) Température	66
c) Pression	66
d) Courbe de pression	67
e) Y^+	67
• Cas test MUR 222, MUR 228, et MUR 230	68
Conclusion.....	69

Nomenclature

Notations latines

Symbole	Désignation	Unité
a	Vitesse du son	[m/s]
C	Corde de l'aube	[m]
C_p	Chaleur massique du fluide	[J/kgK]
C_x	Coefficient de traînée	/
D	Coefficient de diffusion	[L ² /T]
H	Coefficient d'échange thermique	[W/m ² K]
h	Enthalpie	[J]
I	Rothalpie	[J/kg]
K	Energie cinétique du fluide	[J]
Ma	Nombre de Mach	/
P	Pression	[bar]
q_i	Flux thermique	[W/m ²]
R	Constante des gaz parfaits	[J/kg.K]
Re	Nombre de Reynolds	/
R_{ij}	Tenseur des contraintes de Reynolds	/
T	Température	[K]
U	Vitesse d'entraînement	[m/s]
U_x, U_y, U_z	Composantes de la vitesse selon x, y, z	[m/s]
V	Vitesse du fluide	[m/s]
V_x, V_y, V_z	Composantes de la vitesse selon x, y, z	[m/s]
W	Vitesse relative	[m/s]
x, y, z	Composantes de l'espace	[m]
Y^+	Distance en unité de paroi	/

Notation grecques

ε	Fonction de dissipation	[m ² /s]
μ	Viscosité dynamique du fluide	[kg/m.s]
μ_t	Viscosité turbulente de l'écoulement	[kg/m.s]
ρ	Masse volumique du fluide	[m ³ /kg]
λ	Conductivité thermique	[W/m ² .K]
φ	Fonction de potentiel	[m ² /s]
ψ	Fonction de courant	[m ² /s]
α	Angle de vitesse absolue	[°]
β	Angle de vitesse relative	[°]
Ω	Vitesse angulaire	[rad/s]
Δ	variation	/

Liste des figures

LISTE DES FIGURES	PAGE
Figure I.1 : Origine des principaux phénomènes instationnaire présents dans les écoulements de turbomachines	8
Figure I.2 : surface de courant 3D au sin d'une turbomachine	13
Figure I.3 : surface de courant au sin d'une turbomachine	13
Figure I.4 : paramètres d'écoulement dans une turbomachine	14
Figure I.5 : Paramètres d'écoulement dans le plan aube à aube transformé	15
Figure I.6 : Ligne de courant dans le repère absolu	16
Figure II.1 : Aérodynamique	21
Figure II.2 : Images satellite météorologie	22
Figure II.3 : Illustration de la turbulence au quotidien	22
Figure II.4 : Eruption volcanique	23
Figure II.5 : Evolution d'un profil de vitesse initialement en forme de marche (gris)	25
Figure. II.6 : Diagramme de bifurcations	27
Figure II.7 : mise en évidence des échelles caractéristique dans sillage laminaire et sillage turbulent	28
Figure II.8 : Différentes échelles de la turbulence	31
Figure II.9 : Bilan des échanges d'énergie par unité de volume à partir de la décomposition de Reynolds.	36
Figure III.1 : volume de contrôle dans un maillage tridimensionnel non orthogonal	46
Figure III.2 : Interface entre deux cellules	47
Figure III.3 : le maillage	49
Figure III.4 : La couche limite autour de la paroi	50
Figure III.5 : Fenêtre de la saisie des conditions aux limites à l'entrée	53
Figure III.6 : Fenêtre de la saisie des conditions aux limites à la sortie	53
Figure IV.1 : distribution de nombre de Mach obtenu par le modelé k-oméga avec cas de test MUR 221	55
Figure IV.2 : Distribution de la température	56

Liste des figures

Figure IV.3 : Distribution de la pression	57
Figure IV.14 : Distribution de pression le long de l'aube	57
Figure IV.15 : Variation de Y^+ le long du profil	58
Figure : IV.6 contour de nombre de Mach	59
Figure IV.7 : contour de température	59
Figure IV.8 : contour de pression	59
Figure IV.9 : Distribution de pression le long de l'aube	60
Figure IV.10 : Variation de Y^+ le long du profil	60
Figure IV.11 : Contour de nombre de Mach	61
Figure IV.12 : Contour de température	61
Figure IV.13 : contour de pression	61
Figure IV.14 : Distribution de pression le long de l'aube	62
Figure IV.15 : Variation de Y^+ le long du profil	62
Figure IV.16 : Contour de nombre de Mach	63
Figure IV.17 : Contour de température	63
Figure IV.18 : contour de pression	63
Figure IV.19 : Distribution de pression le long de l'aube	64
Figure IV.20 : Variation de Y^+ le long du profil	64
Figure IV.21: distribution de nombre de Mach obtenu par les modèle (RNG k-epsilon et k-oméga) avec cas de test MUR 221 comparé au résultat expérimental	65
Figure IV.22 : Distribution de la température	66
Figure IV.23 : Distribution de la pression	66
Figure IV.24 : Distribution de pression le long de l'aube	67
FigureI V.25 : Variation de Y^+ le long du profil	67

Liste des figures

Figure IV.26 : Contour de nombre de Mach	68
Figure IV.27 : Contour de température	68
Figure IV.28 : contour de pression	68
Figure IV.29 : Distribution de pression le long de l'aube	69
Figure IV.30 : Variation de Y^+ le long du profil	69
Figure IV.31 : Contour de nombre de Mach	70
Figure IV.32 : Contour de température	70
Figure IV. 33 : contour de pression	70
Figure IV.3 4: Contour de nombre de Mach	71
Figure IV.35 : Contour de température	71
Figure IV. 36 : contour de pression	71

Introduction

Toute machine dans laquelle un fluide échange de l'énergie avec une ou plusieurs roues munies d'aubes et tournant autour d'un axe est dite turbomachine. Depuis que cette dernière a vu le jour, il a été reconnu que la fatigue prématurée du matériel, la diminution du temps d'exploitation ainsi que l'instabilité de fonctionnement demeurent parmi les problèmes les plus importants. En effet, les causes internes des problèmes des turbomachines sont liées d'une manière directe ou indirecte au comportement de l'écoulement du fluide à travers les aubes de celles-ci.

La science de la dynamique des fluides, le domaine consacrer à l'étude des écoulements des fluides, évolue du jour en jour proportionnellement avec l'avancement des secteurs technologiques dans lesquelles la qualité et l'originalité des solutions des problèmes d'écoulement ont joué un rôle primordial, on cite comme exemple le secteur de la production d'énergie (réacteurs, turbines, compresseurs, etc.), mais il est toujours impossible de trouver la solution exacte à la résolution des problèmes de la dynamique des fluides, car les équations de bases sont non linéaires. Ce qui emporte un grand nombre de chercheurs a travaillé d'avantage sur le sujet en exploitant des moyens modernes afin d'explorer de nouvelles théories et les mettre en pratique dans le but de récolter un fonctionnement plus performant comme fruit.

La simulation numérique, en se basant sur la théorie et de méthodes numériques avancées, a pour objectif de traiter les phénomènes complexes. Cependant les résultats obtenus par cette dernière restent invalides sans les comparer aux valeurs expérimentales.

Problématique

Notre travail a pour objectif d'étudier un écoulement transsonique autour d'un profil aérodynamique VKI-CT2, ce dernier est utilisé comme une aube implanté dans un stator d'une turbine axiale. Pour la simulation, le code de calcul ANSYS-CFX est choisi. Le travail consiste tout d'abord à construire la géométrie (le profil VKI-CT2) et le domaine de l'écoulement à l'aide du générateur de maillage ICEM.

Hypothèses

On pose les hypothèses simplificatrices suivantes :

Le fluide est considéré compressible et visqueux, son écoulement est permanent. Et pour les hypothèses concernant les propriétés physiques du fluide et la nature de son écoulement seront automatiquement prises en considération au sein du code de calcul ANSYS-CFX.

Organisation du mémoire

Nous avons structuré notre travail comme suite :

Un premier chapitre portant sur la modélisation des écoulements dans une turbomachine, passant par des généralités jusqu'aux équations particulières de cette dernière. Le deuxième chapitre est consacré à la théorie de la turbulence et sa modélisation, suivi par un chapitre dédié à la simulation numérique, la présentation du code de calcul ANSYS-CFX et les étapes suivies durant la simulation numérique. Et enfin un quatrième chapitre consacré à la présentation des résultats et leur interprétation.

.

Etude bibliographique

L'amélioration des performances d'une turbomachine dépend de plusieurs facteurs extérieures (les conditions ambiantes: la température, la pression,...etc.) et aussi de sa conception (la géométrie, la nature des matériaux, aérodynamique,...etc.). Les concepteurs cherchent toujours à accroître l'efficacité de ces moteurs. La recherche est liée directement à l'évolution de la technologie en essayant d'introduire des outils informatiques très puissants ce qui conduit à l'utilisation d'une géométrie performante d'où notre intérêt à la recherche d'un profil aérodynamique optimisé pour les aubes de la turbine.

Une première étude du transfert thermique lors d'un écoulement à travers un diffuseur transsonique a été effectuée à l'institut belge Von Karman Institut "VKI". Des mesures aérodynamiques ont été obtenues pour une turbine à haute pression, l'influence de la turbulence, du nombre de Reynolds et du nombre de Mach était le cœur du sujet. Les mesures ont été effectuées grâce à un profil de type VKI-CT2. [1]

Cette étude est suivie d'une simulation numérique auxquels les résultats ont été comparés.[2]

Dans le cadre de l'étude des écoulements et de transferts thermiques dans les turbomachines, plusieurs travaux ont été réalisés on cite :

Lee et Yoo ont travaillé sur l'écoulement tridimensionnel et turbulent à travers une cascade linéaire d'aube d'un rotor d'une turbine en utilisant le modèle RNG

Jan Halama, Tony Arts et Jaroslav Fort ont discuté les effets de la qualité de maillage, la dissipation numérique et des conditions aux limites sur la solution d'une simulation numérique des écoulements transsoniques et permanents. L'étude a été portée sur un profil d'aube de type VKI.[3]

M.Hachemi, L. Merah et M. Abidat ont utilisé dans leur étude un profil NACA32012, pour la simulation numérique d'un écoulement bidimensionnel stationnaire et incompressible. Deux codes sont utilisés pour cette simulation : l'un utilise une grille structurée et l'autre utilise un maillage non structuré. Alors que d'autres recherches ont été effectuées dans le même but tel que celle de A. Ezzarfi, B. Hhrbouch, A. Maalouf et A. Mimet, dans cette dernière le profil utilisé est NACA12.les équations de Navier Stokes furent

Etude bibliographique

la base de cette simulation numérique, dont la turbulence a été prise en compte à l'aide d'un modèle algébrique non linéaire. La méthode utilisée est celle des volumes finis avec un maillage de type collocatif.[4]

Cristian Wollblade s'intéressait aux écoulements dans les turbomachines et plus précisément aux interactions onde de choc-couche limite, et pour cela, il a tenté de résoudre le système RANS (Reynolds Averaged Navier Stokes Equations) par une simulation LES (Large Eddy Simulation). Dans cette étude un schéma semi-implicite a été développé, il permet de réduire le temps de calcul à 60% sans influence sur la précision du calcul.[5]

Pascal Kulisa et Jean-Michel Fougères ont développé une méthode de calcul des écoulements visqueux aérothermiques, pour le dessin et l'optimisation des aubes de turbines. Elle est basée sur l'approche de couche limite compressible. une prédiction satisfaisante du transfert de chaleur a été le fruit de leur travail.[6]

Introduction

Dans ce chapitre nous présentons une idée générale sur les turbomachines et l'évolution qu'a subie la démarche de modélisation des turbomachines au cours du temps. Les équations générales qui régissent les écoulements internes en turbomachines, ainsi que les différents types de solutions avec leurs hypothèses. Et par la suite on présentera les différentes méthodes spécifiquement appropriées à l'analyse de ces écoulements par ordre de complexité croissante : les méthodes unidimensionnelles, bidimensionnelle, quasi et tridimensionnelles.

I. Généralités concernant les turbomachines

Une turbomachine est une machine tournante qui réalise un transfert d'énergie sous forme de chaleur entre son arbre propre, et un fluide en mouvement. Dans le cas d'une turbine ce transfert s'effectue dans le sens de récupération de l'énergie du fluide sur l'arbre de cette dernière. Les aubes sont des obstacles profilés qui ménagent entre elles des canaux par lesquels le fluide s'écoule. L'échange de l'effort mécanique résulte de la différence de pression entre les deux faces d'une aube à savoir sur l'intrados la pression est plus élevée que sur l'extrados. [7]

On peut classer les turbomachines suivant :

- a) La nature du fluide : compressible ou incompressible. Le cas le plus simple est celui des liquides et également celui des gaz, lorsque les variations de pressions sont peu importantes.
- b) La fonction de la machine : soit, de transformer l'énergie d'un fluide en énergie mécanique, ou réciproquement. Dans le premier cas il s'agit de machines réceptrice telles que les turbines hydrauliques. Dans le second cas, il s'agit de machines génératrices, pompe, compresseur, ventilateur.
- c) Le trajet du fluide : on distingue on particulier trois types, machines radiales centrifuges, machines axiales, et enfin machines intermédiaires.
- d) Le mode d'action du fluide : on distingue à cet égard des machines dites à action et d'autres à réaction.
- e) Le nombre d'éléments disposés en série : une turbomachine élémentaire comporte en principe deux séries d'aubages, fixes et mobiles. l'association d'un organe fixe et d'une roue mobile constitue une cellule.
- f) Le degré d'injection : on dit qu'il s'agit des machines à injection totale ou partielle.

Le fluide traverse dans une turbomachine trois(3) organe distincts :

- **Le distributeur** : son rôle est de conduire le fluide depuis la section d'entrée de la turbomachine jusqu'à l'entrée du rotor en lui assurant une vitesse et une direction convenablement choisis.
- **Le rotor** : il assure l'échange d'énergie.
Dans une machine réceptrice c'est l'énergie fournie par le moteur d'entraînement qui est communiquée au fluide tandis qu'inversement dans une machine motrice c'est le rotor qui reçoit sous forme de travail mécanique l'énergie libérée par le fluide.
- **Le diffuseur** : dont le rôle est de collecter le fluide à la sortie du rotor et l'amener à la section de sortie de la machine

I.1. Régime de l'écoulement

L'écoulement d'un fluide, peut se produire de deux façons laminaire ou turbulent, et cela est conditionné par la vitesse de l'écoulement. Le passage d'un régime à l'autre dépend d'un paramètre adimensionnel appelé nombre de Reynolds.

$$Re = \frac{VD}{\nu}$$

V : Vitesse caractéristique de l'écoulement [m/s]

D : Dimension géométrique [m]

ν : Coefficient de viscosité cinématique du fluide [m²/s]

I.2. Ecoulement dans une turbomachine :

L'écoulement dans une turbomachine est complexe :(tridimensionnel, visqueux, instationnaire), avec des échelles de temps qui varie considérablement. Ce qui rend difficile l'analyse complète de l'écoulement. En pratique, l'écoulement est généralement considéré comme étant stationnaire, on peut alors considérer que l'écoulement est composé d'un écoulement principal et d'un autre secondaire. L'onde de choc est un autre phénomène aérodynamique générateur de pertes dans les machines transsoniques, deux aspects différents sont à considérer : l'intensité de celle-ci et son interaction avec les couches limites.

Des études fondamentales visant la compréhension des mécanismes physiques et développement de code de simulations numérique des équations régissent l'évolution de l'écoulement ont été le sujet de la recherche depuis les années soixante. La simulation numérique permet aujourd'hui l'étude de phénomènes aérodynamiques inaccessible par les techniques expérimentales seules, dus aux effets de la rotation de la machine et du confinement de l'écoulement. Elles semblent donc représenter un outil prometteur pour faire avancer la technologie des turbomachines

I.3. Instabilité de l'écoulement dans les turbomachines

Les écoulements inter-aubes sont très complexes, leurs interaction avec les couche limites, onde de choc et sillages causent des pertes dans l'ensemble. les écoulements transitoires et l'intensité du turbulence élevée engendrent des complexités additionnelles sur le fait que l'écoulement est tridimensionnels, et visqueux. Ce qui rend les méthodes analytiques imprécises.[8]

- Ecoulement proche paroi : c'est le passage d'un régime laminaire au régime turbulent, représente l'un des problèmes d'écoulements les plus défiant dans le domaine de la turbomachine. La croissance des complexités est due essentiellement aux couches limites transitoires le long des surfaces de l'aube ce qui affecte les performances aérodynamiques et thermiques des turbomachines. Dans les dernières années beaucoup de chercheurs ont accentué leurs travaux pour la détermination de la région de transition.
- Interaction onde de choc/couche limite : dans les écoulements transsoniques, les effets de la viscosité ont un rôle très important et leur influence sur le champ d'écoulement est très significative. L'onde de choc peut se former dans la région non visqueuse avec des fortes interactions proches de la racine du choc où résulte un épaissement rapide de la couche limite, suivie d'une éventuelle séparation quand le choc est fort.

I.4. Stationnarité de l'écoulement dans les turbomachines

L'Stationnarité est un phénomène inhérent aux écoulements dans les turbomachines. Cependant, les dessins de turbomachines sont basés sur l'hypothèse de stationnarité dans le temps. Il existe de multiples origines de ce phénomène dans une turbomachine, la figure I.1 récapitule les principaux, suivant leur origine.

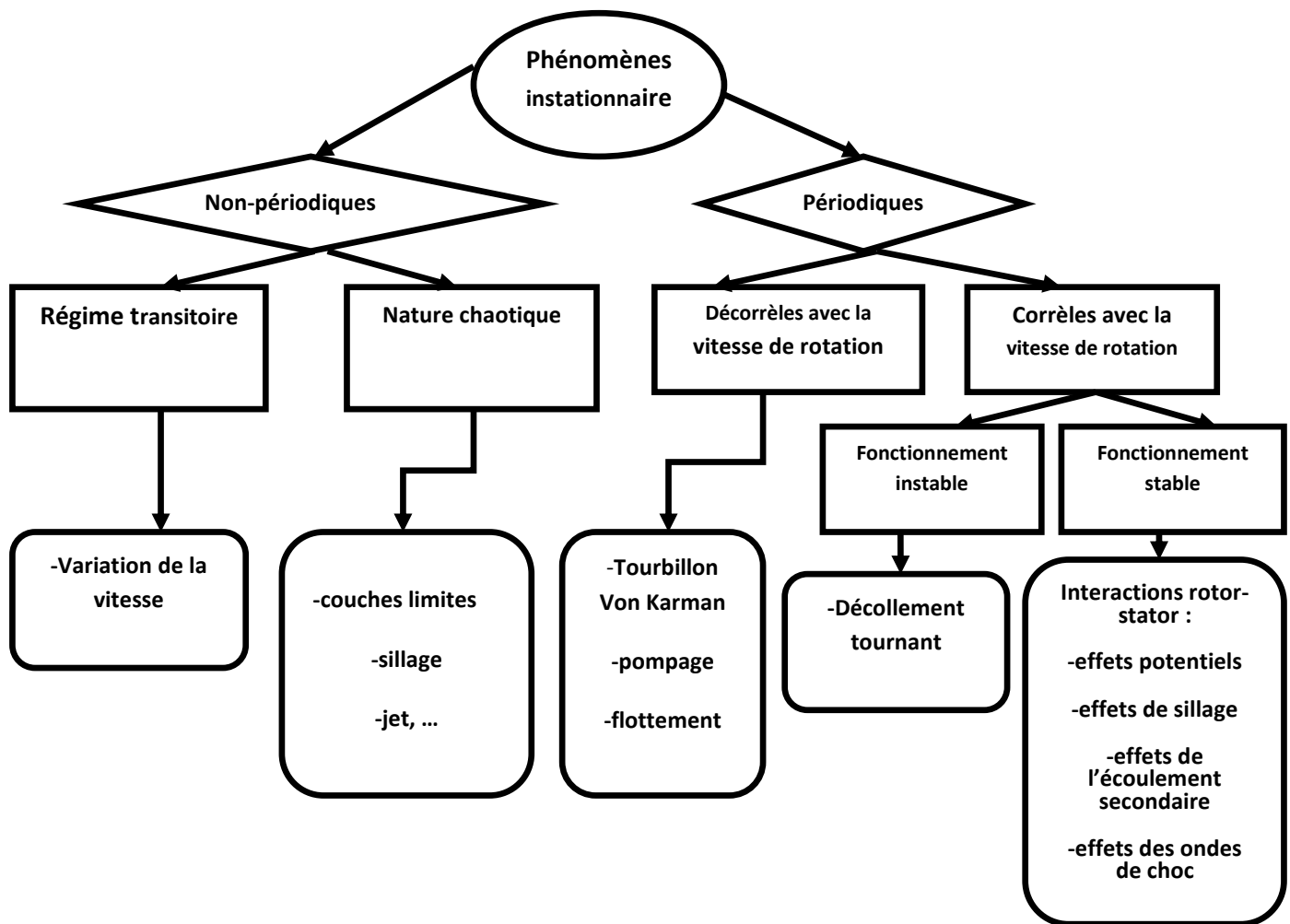


Figure I.1 : Origine des principaux phénomènes instationnaire présents dans les écoulements de turbomachines

I.5. Equations générales de base

Pour résoudre les écoulements dans les turbomachines on a recouru généralement aux équations qui dérivent de celles de Navier-Stokes, accompagnées d'hypothèses simplificatrices, associées à des considérations sur les bilans énergétiques ou la séparation des vitesses en une valeur moyenne et une partie fluctuante avec prise en compte de la géométrie, dans le repère absolu. Les équations peuvent aussi s'exprimer en termes de la fonction de courant ou encore des variables exprimant sa courbure, dans un repère relatif.

Nous présentons dans ce travail, l'ensemble des équations générales de la mécanique des fluides sur les quelles sont basées les équations régissant l'écoulement dans les turbomachines.

I.5.1. Equation de continuité et équation dynamique (Navier-Stokes)

A partir des relations intégrales sur un volume de contrôle et par l'application du théorème de la divergence, les formes différentielles de l'équation de continuité et l'équation de conservation des quantités de mouvement peuvent être obtenues. Dans le cas où le fluide est considéré newtonien avec la pesanteur comme seule force de volume agissant sur le domaine considéré. [9]

Les équations régissant l'écoulement peuvent être exprimées comme suite :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{v}) = 0 \quad \text{eq.I.1}$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[\underbrace{(\vec{V} \cdot \vec{\nabla})}_{(2)} \cdot \vec{V} + \underbrace{\frac{\partial \vec{V}}{\partial t}}_{(3)} \right] = \underbrace{-\vec{\nabla} p}_{(4)} + \underbrace{\rho g}_{(5)} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left\{ \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right\} + \delta_{ij} \lambda \text{div} \vec{V} \right]}_{(6)} \quad \text{eq.I.2}$$

L'accélération totale, convective, et locale est représentée par les termes 1, 2 et 3 respectivement. Le terme 5 est la force de la pesanteur, les effets visqueux sont représentés par le terme 6, où normalement d'après l'hypothèse de Stokes ($\lambda = -\frac{2}{3}\mu$) la viscosité de dilatation est considérée comme nulle. Tandis que dans les écoulements laminaires incompressibles, la densité et la viscosité sont supposées constantes dans les équations citées précédemment. Ces équations représentent un ensemble complet de quatre équations pour quatre inconnues, à savoir, les trois composantes de la vitesse et la pression.[10]

Le dernier terme de l'équation (2) s'annule pour des écoulements non visqueux. Dans la plupart des écoulements, le terme (5) est négligé.

L'équation d'énergie est basée sur l'équation thermodynamique :

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} + \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + \Phi \quad \text{eq.I.3}$$

$\frac{Dh}{Dt}$: La variation d'entropie

$\frac{Dp}{Dt}$ Et Φ : les taux de travail des efforts de pression et de cisaillement

$\vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T)$: Le transfert de chaleur par conduction dans le fluide

K : coefficient de conductivité thermique

Φ : Fonction de dissipation, représentant l'équivalent thermique de l'énergie mécanique liée à la dissipation visqueuse et les efforts de cisaillement.

$$\Phi = \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \tau_{ij}$$

Pour les écoulements compressibles, le transport et la génération d'énergie sont couplés à la dynamique du mouvement du fluide, l'équation d'énergie (3) doit être résolue en même temps que les équations de continuité et de quantité de mouvement, d'où une équation complémentaire associant la densité à la pression est nécessaire.

Pour un gaz idéal, l'équation d'état est donnée par :

$$\frac{p}{\rho} = RT \quad \text{eq.I.4}$$

Les équations (1) à (4), dans un écoulement tridimensionnel, fournissent six équations pour six inconnues : p, T, ρ et $\vec{V}$.

I.5.2. Equations sous forme conservative

Dans la résolution numérique des équations de Navier-Stokes et beaucoup d'autre cas, les équations exprimées en termes de variables <conservatives> sont très utiles. Les variables qui incluent la masse volumique telles que : $\rho, \rho v, \rho u, \rho w$, s'appellent variable conservatives. Quand ces variables sont utilisées dans un schéma de différence fini, les équations discrétisées conservent d'une façon précise la masse, la quantité de mouvement et l'énergie.[1]

En combinant les équations (1) et (2), on aura les équations de quantité de mouvement sous forme conservative. Par exemple, l'équation de quantité de mouvement suivant l'abscisse x est :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V_x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x^2 + p) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho V_x V_y) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho V_x V_z) = \rho g_z + \frac{\partial}{\partial x} \left[2\mu \frac{\partial V_x}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \operatorname{div} V \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial y} + \frac{\partial V_y}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\mu \left(\frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} \right) \right] \end{aligned} \quad \text{eq.I.5}$$

I.5.3. Equation simplifiées du mouvement

Pour le traitement analytique ou numérique d'un écoulement, les équations qui régissent peuvent souvent être simplifiées. On donnera par la suite certaines de ces simplifications.

I.5.3.1. Equation d'Euler

Pour les écoulements non visqueux l'équation (2) s'écrit :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \left[(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} \right] = -\nabla p + \rho \vec{F} \quad \text{eq.I.6}$$

L'équation (6) est dite : l'équation d'Euler

$\vec{F}$: Forces externes du volume

I.5.3.2. Equation le l'écoulement incompressible

Le fluide est incompressible et les gradients de viscosité sont faibles dans beaucoup d'écoulement. On peut alors simplifier les termes visqueux des équations de quantité de mouvement et de ne pas prendre en compte l'équation de l'énergie.[12]

Dans ce cas l'équation de continuité est donnée par :

$$\vec{V} \cdot \nabla = 0 \quad \text{eq.I.7}$$

Et l'équation de quantité de mouvement on négligeant les effets de la pesanteur est :

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla p + \mu \Delta^2 \vec{V} \quad \text{eq.I.8}$$

I.5.3.3. Equations liées aux écoulements potentiels

Pour un vecteur vitesse dont le rotationnel est nul, on démontre que la vitesse dérive d'un potentiel scalaire Φ :

$$\vec{V} = \nabla \Phi \quad \text{eq.I.9}$$

En substituant l'équation (9) dans l'équation de continuité et en éliminant ρ dans l'équation de quantité de mouvement, on obtient :

$$dp = \rho d \left[\left(\frac{V_x^2 + V_y^2 + V_w^2}{2} \right) \right] \quad \text{eq.I.10}$$

I.5.3.4. Equations en termes de fonction de courant

L'équation d'Euler peut être simplifiée en définissant une nouvelle fonction en liaison avec le champ de vitesse, et cela dans un écoulement potentiel et bidimensionnel. La fonction de courant pour cet écoulement est définie par :

$$\frac{\rho_a}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\rho_a}{\rho} \psi_y = -V_x$$

$$\frac{\rho_a}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{\rho_a}{\rho} \psi_x = -V_y$$

Dans le cas d'un écoulement incompressible l'équation précédente peut être simplifiée pour donner l'équation de Laplace :

$$\frac{\rho_a}{\rho} \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\rho_a}{\rho} \psi_y = -V_x \quad \text{eq.I.11}$$

I.6. Equations particulières pour les turbomachines

Comme on la déjà cité, d'une manière générale, les écoulements dans les turbomachines sont tridimensionnels, instationnaire, visqueux, turbulents et compressible. L'hypothèse d'Euler, figure parmi les approches simplificatrices, supposant un nombre infinis d'aubages. L'hypothèse de la symétrie axiale de l'écoulement accompagnée d'un champ de forces d'aubages est équivalente à l'hypothèse d'Euler.[13]

Depuis longtemps, les concepteurs ont traité l'écoulement tridimensionnel complexe dans les machines comme la superposition d'un certain nombre d'écoulement bidimensionnels. Wu a proposé en 1952 la première formalisation de cette idée. Ce qui a permis une démarche simplifiée de sélection des profils, on démontrant qu'un système d'équations pour deux types de surfaces voire figure I.2, sont obtenues en combinant les différentes équations dynamiques qui régissent l'écoulement. Cette décomposition est à l'origine de deux écoulements : l'écoulement méridien et l'écoulement aube à aube.

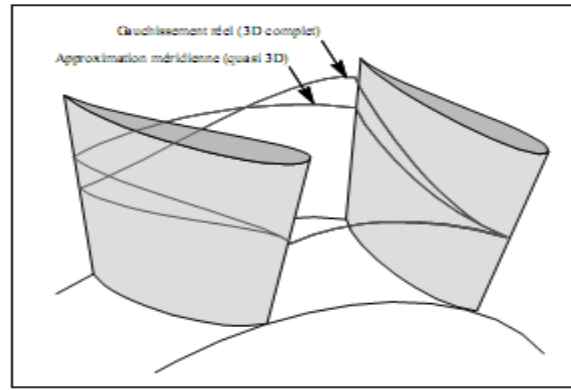


Figure I.2 : surface de courant 3D au sin d'une turbomachine

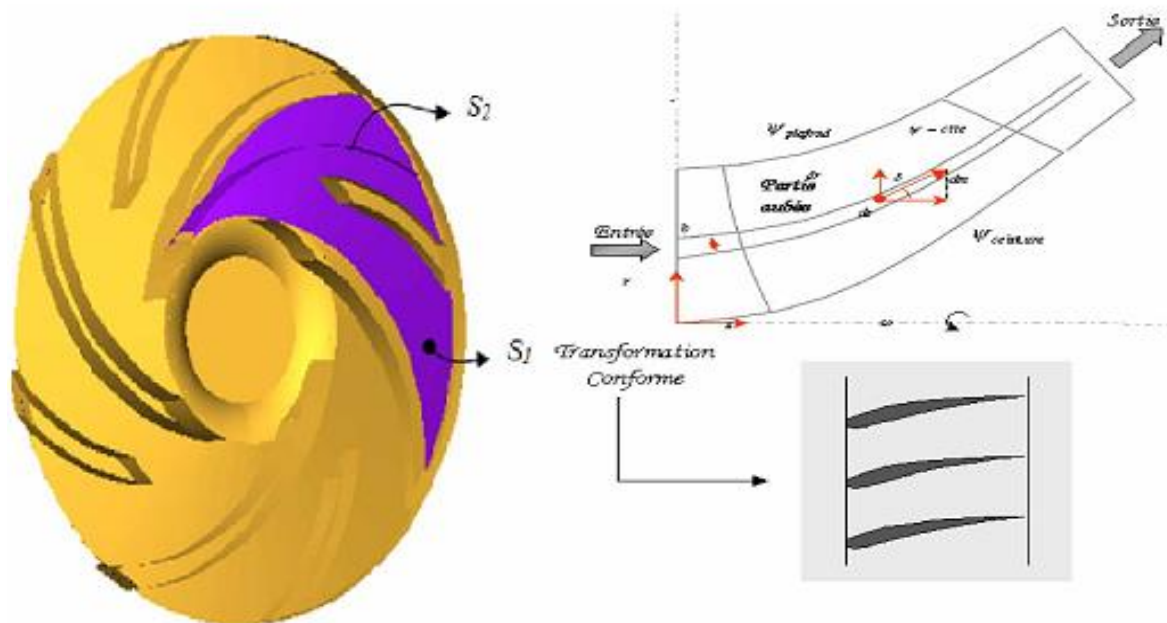


Figure I.3 : surface de courant au sin d'une turbomachine

L'intersection de la surface S_1 avec les pales et les lignes de courant moyennes est représentée sur la figure I.3 sous l'hypothèse de la symétrie axiale.[14]

Les vecteurs représentant :

- La vitesse absolue d'une particule du fluide $\vec{V}$ et ses composantes V_r , V_θ et V_z ;
- La vitesse relative, dans le repère relatif tournant avec la machine à vitesse angulaire $\vec{\omega}$ et ses composantes W_r , W_θ et W_z
- La vitesse d'entraînement $\vec{U} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

Un autre paramètre important apparaît sur cette figure : la vitesse méridienne $\vec{V}_m = \vec{V}_r + \vec{V}_z$

On peut ainsi écrire les relations suivantes :

$$\vec{V}_m = \vec{W} + \vec{U} \Rightarrow \begin{cases} V_z = W_z, \\ V_r = W_r, \\ V_\theta = W_\theta + \Omega r \end{cases} \quad \text{eq.I.12}$$

$$\tan \alpha = \frac{V_\theta}{V_m} \quad \text{eq.I.13}$$

$$\tan \beta = \frac{W_\theta}{W_m} \quad \text{eq.I.14}$$

Où les angles α et β représentent les directions absolues et relative de la vitesse de l'écoulement.

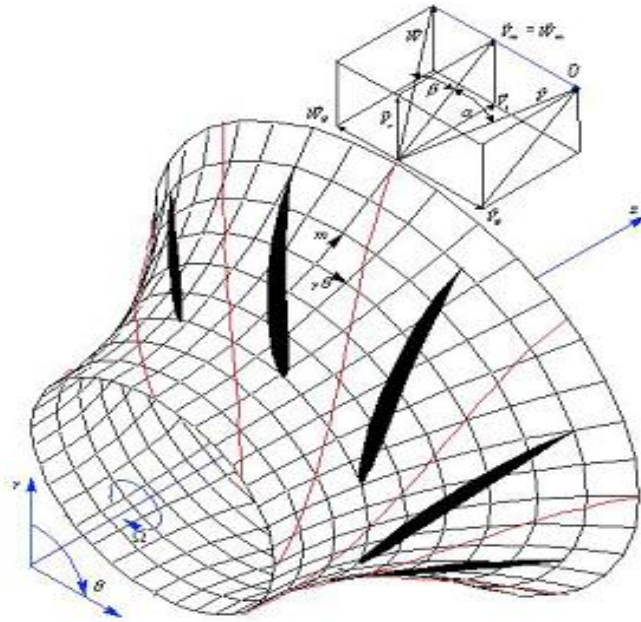


Figure I.4 : paramètres d'écoulement dans une turbomachine

Chaque surface de courant interceptera la grille en formant une grille circulaire de profils. L'écoulement qui se développe sur chaque surface S_1 peut être étudié à l'aide de la transformation conforme qui transforme le système de coordonnées (m, θ) en (ζ, η) [15]

$$\eta = \frac{tN_a}{2\pi \int \frac{dm}{r}} \quad \text{eq.I.15}$$

$$\xi = \frac{tN_a}{2\pi} \theta \quad \text{eq.I.16}$$

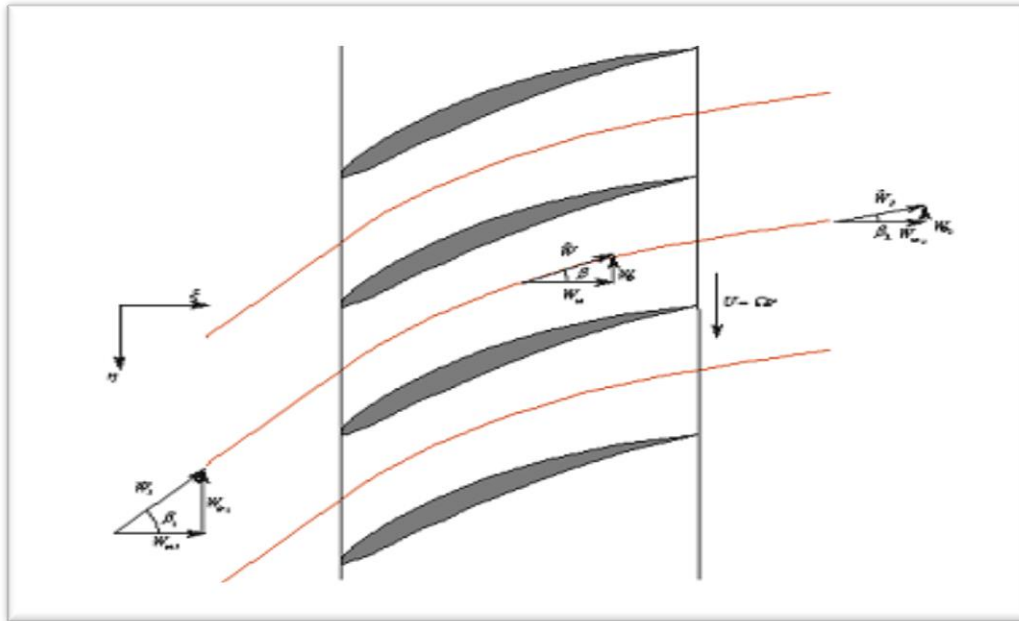


Figure I.5 : Paramètres d'écoulement dans le plan aube à aube transformé

I.7. Méthodes unidimensionnelles

L'écoulement réel est tridimensionnel, les performances seront déterminées non seulement par la section moyenne mais également par la moyenne de tout l'écoulement du moyeu au carter, ce qui rend sa résolution extrêmement difficile, tandis que la méthode unidimensionnelle travaille sur une ligne de courant moyenne, ce qui permet de définir un travail représentatif des performances globales.

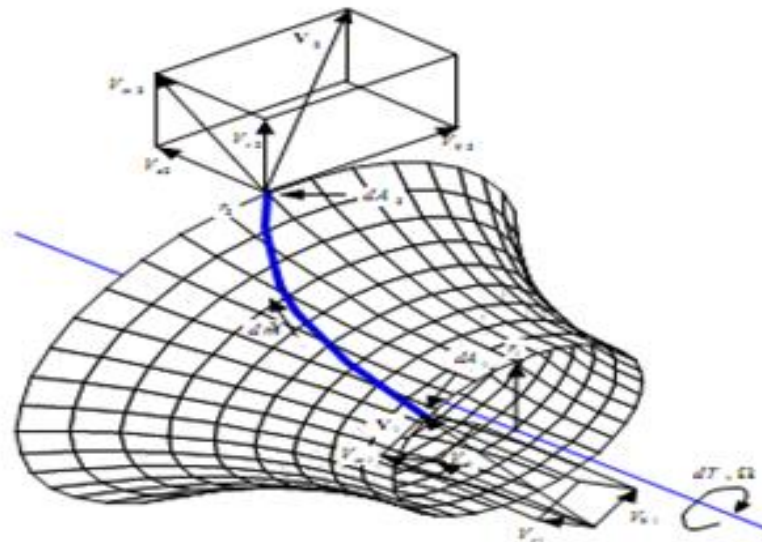


Figure I.6 : Ligne de courant dans le repère absolu

I.8. Méthode quasi-tridimensionnelle

Cette méthode consiste à décomposer l'écoulement tridimensionnel en deux écoulements bidimensionnels : le plan méridien et le plan aube à aube. Ce concept est introduit par Wu, basé sur la notion d'écoulement moyenné.

I.8.1. Ecoulement méridien

Différentes techniques utilisées pour la résolution d'un écoulement méridien, en partant de méthode simplifiée unidimensionnelles jusqu'à la méthode Quasi-3D, ces approches sont classées dans ce qui suit dans l'ordre croissant de complexité :

- L'équilibre radial simplifié (ERS) : est la méthode la plus simple et la plus répandue lors d'un dimensionnement ou de la définition d'une vue méridienne.
- Théorie des disques actuateurs : cette approche a été développée pour prédiction de l'écoulement méridien dans les machines axiales, le principe est d'introduire un moyen simple pour l'amélioration de l'analyse issue de l'équilibre radial simplifié, en permettant la détermination du profil de vitesse à l'amont et à l'aval de la zone aubée.
- Méthode complète quasi-tridimensionnelle : les équations représentant le bilan de quantité de mouvement sont obtenues dans les trois directions (z, r, θ) le principe est d'imposer les hypothèses d'un écoulement stationnaire avec symétrie axiale aux équations d'Euler dans un repère absolu et en coordonnées cylindriques.

I.8.2. Écoulement aube à aube

Il s'agit d'un écoulement dans le repère (m, θ) , cet écoulement représente le complément de l'écoulement méridien pour la description quasi-3D, que l'on résoudra par une méthode de type fonction de courant, par la méthode des singularités ou à l'aide de diverses corrélations expérimentales dans le cadre des méthodes globales. Bien qu'il s'agisse de solutions proprement bidimensionnelles elles permettent d'étudier principalement la forme des aubes et leur influence sur l'écoulement. Et pour résoudre l'écoulement traversant une grille d'aube, sont brièvement résumées dans le tableau I.1

Les méthodes citées ci-dessous peuvent être utilisées pour la conception d'un profil ou pour l'analyse de l'écoulement autour d'un profil donné, la méthode des singularités est la plus répandue en raison de sa précision et de la facilité avec laquelle elle peut être programmée dans les ordinateurs.

Méthodes pour la résolution l'écoulement aube à aube	Caractéristiques
Méthodes de singularités	La forme du profile est remplacé par un ensemble de singularités comme des sources, des puits ou des tourbillons.
Méthode de la transformation conforme	Transformer l'écoulement autour d'une grille d'aube par un écoulement autour d'un cylindre.
Méthode globale	Détermination de la déflexion à l'aide de corrélations expérimentales
Méthode matricielles	Comme pour l'écoulement méridien, elle introduit la fonction du courant pour la modélisation des équations de continuités et quantités de mouvement.
Méthode de l'hodographe	Pour la résolution de l'écoulement 2D. on ramène l'écoulement en grille d'aubes à une fraction de l'écoulement potentiel.

Tableau I.1 : méthodes pour la résolution de l'écoulement aube à aube[16,17]

I.9. Méthode tridimensionnelles

Pour une conception performante et une analyse exacte des turbomachines les approches (1D et Q-3D) décrites précédemment, ne sont pas suffisantes. Cependant, si on veut approfondir l'optimisation d'une machine, il est nécessaire de bien déterminer l'écoulement interne. Pour se faire, une simulation numérique des écoulements est adoptée. Et pour une résolution précise de l'écoulement, des éléments essentiels peuvent être résumés comme suit :

- ✓ Equations régissant l'écoulement
- ✓ Application des conditions aux limites
- ✓ Maillage
- ✓ Modélisation de la turbulence
- ✓ Techniques numériques : dissipation artificielle et discrétisation
- ✓ Validation expérimentale

I.9.1. Code Navier-Stokes

Pour la simulation numérique d'un écoulement dans une turbomachine, la résolution des équations de Navier-Stokes est la dernière marche de la modélisation. Ci-dessous les différentes méthodes utilisées sont brièvement expliquées :

- Reynolds Average Navier-Stokes (RANS)

Cette méthode représente l'approche la plus répandue pour la résolution des équations de Navier-Stokes. Elle procède directement au moyen des équations de Navier-Stokes en redéfinissant les variables comme la sommation d'une valeur moyenne avec une autre valeur fluctuante. Cette méthode est la plus utilisée.

- Direct Numerical Simulation (DNS)

Cette approche consiste à simuler directement la turbulence sans aucune autre modélisation supplémentaire, elle est l'opposée des simulations RANS, ces simulations sont plus précises mais ont un coût de calcul beaucoup plus élevé.

- Large Eddy Simulation (LES)

La simulation à grande échelle constitue en fait un intermédiaire entre l'approche statique (RANS) et la simulation directe (DNS).

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une approche générale du processus de conception des turbomachines en indiquant les différents types de modélisations utilisées et cela dans la perspective de simuler l'écoulement dans un stator d'une turbine.

Donc, le développement des équations de mouvement et de conservation ainsi que d'autres paramètres de l'écoulement est nécessaire pour bien choisir la géométrie, le maillage, les conditions aux limites ainsi que les différents modèle utilisés dans la simulation.

Introduction

La turbulence est un des phénomènes caractéristique des systèmes dynamiques non-linéaires. Ils posent des problèmes multiples qui font que les scientifiques ont encore à se pencher sur eux. Ils sont dissipatifs et cela entraîne une particularité importante : ils sont sensibles aux conditions initiales et imprédictibles.

La turbulence est présente dans beaucoup d'exemples de la vie courante et dans de nombreuses situations industrielles. Elle reste pourtant aujourd'hui un problème majeur de la physique fondamentale classique et un enjeu capital en matière de modélisation numérique. La turbulence dissipe l'énergie cinétique. L'équation de la dynamique des fluides contient effectivement une non-linéarité qui produit des solutions complexes et sensibles aux conditions initiales. Les tourbillons sont des structures qui ont des mouvements dont les extensions spatiales sont finies. Des structures tourbillonnaires en nappes et en tubes sont génériques en turbulence. La turbulence produit les petites échelles et produit la dissipation.

II.1. Exemples d'applications industrielles

La prise en compte de la turbulence est indispensable dans bon nombre d'applications industrielles, même si elles ne nécessitent pas toutes le même niveau de précision pour la modélisation sous-jacente. Quelques exemples sont proposés ci-dessous :

Dimensionnement de réseau, échangeurs, aéronautique, prévision atmosphérique, usure par excitation turbulence, interaction aéro-acoustique, combustion et interaction thermodynamique fluide structure.



Figure.II.1 : Aérodynamique

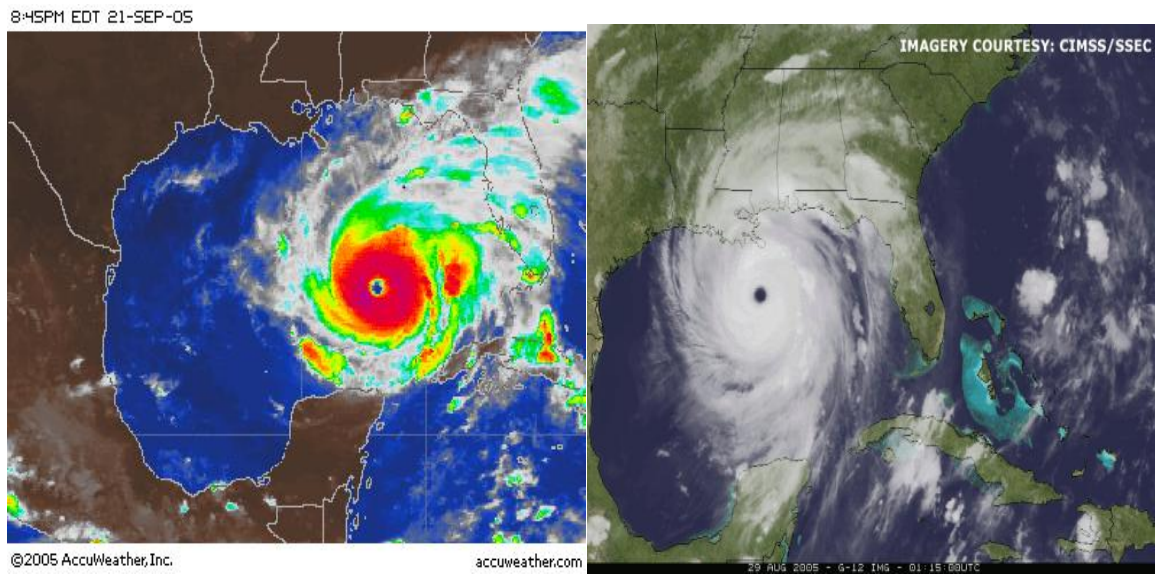


Figure.II.2 : Images satellite météorologie



figure.II.3 : Illustration de la turbulence au quotidien



Figure.II.4 : Eruption volcanique

II.2. Différents phénomènes de la turbulence

II.2.1. Phénomènes instationnaire : les écoulements turbulents sont fortement irréguliers : température, vitesse, pression, et parfois masse volumique sont instationnaires.

II.2.2. Phénomènes non linéaire : les équations de Navier-Stokes ont des termes non linéaires à l'origine de la création d'harmonique supérieure et inférieure.

II.2.3. Phénomènes dissipatif : la viscosité du fluide est à l'origine de la dissipation de l'énergie cinétique produite à la grande longueur d'onde. Cette énergie se transforme en énergie interne.

- a. En l'absence d'apport d'énergie (par gradient de l'écoulement moyen ou par agitation imposée), l'énergie cinétique turbulente décroît rapidement dans le temps.
- b. Certains écoulements de caractère aléatoire ne présentent pas d'effets dissipatifs ; ils ne rentrent pas dans le cas des écoulements turbulents (ondes acoustiques aléatoires par exemple).
- c. Les écoulements turbulents se rencontrent seulement en fluide visqueux.

II.2.4. Phénomènes relevant de la mécanique des milieux continus :

Dans le cas général, l'écoulement turbulent relève de la mécanique des milieux continus. Il suffit pour cela de comparer la longueur caractéristique des plus petits phénomènes au libre parcours moyen des molécules.

On considère par exemple le cas d'une couche limite à pression et à température constantes.

- a. Dimensions des plus petites échelles dissipatives (échelle de Kolmogorov) est de l'ordre de $1/10$ mm ; les fluctuations de vitesse sont de l'ordre de 10% de la vitesse extérieure et leur fréquence maximale est de quelques dizaines de KHz.
- b. Le libre parcours moyen est par contre de l'ordre de 10^{-4} mm, la vitesse d'agitation thermique est voisine de 500 m/s, la fréquence des collisions est de l'ordre de $5 \cdot 10^6$ KHz.

II.2.5. Phénomènes tridimensionnels et rotationnels :

L'écoulement moyen peut être bidimensionnel, voire monodimensionnel, mais il apparaît des fluctuations de vitesse selon les trois directions. De plus, le champ de vitesse est rotationnel.

II.2.6. Phénomènes diffusifs : les écoulements turbulents ont des propriétés de diffusion qui assure le mélange de quantité de mouvement, de chaleur et de masse au sein du fluide. Particularité intéressante pour la dispersion des contaminants et le mélange des composants (chimie, combustion).

II.2.7. Phénomènes liés à la nature de l'écoulement :

La turbulence est un phénomène lié à la nature de l'écoulement et non celle du fluide. Ainsi l'écoulement turbulent se rencontre aussi bien dans les gaz que le fluide.

II.3. Les deux types de transport de la quantité de mouvement

II.3.1. Transport diffusif

Nous commencerons par rappeler que la diffusion moléculaire est à la base un processus purement aléatoire d'événements indépendants. Chaque molécule du fluide est en interaction avec les autres (soit par chocs, pour les gaz, soit par forces de type Van Der Waals pour les liquides ou les solides) de telle sorte que les molécules sont des vecteurs d'échanges de grandeurs physiques (énergie ou chaleur, quantité de mouvement, masse). C'est l'agitation thermique de l'ensemble des molécules qui assure l'incohérence à l'échelle moléculaire. Il en résulte un transport macroscopique statistiquement très cohérent de cette grandeur au travers du système. L'exemple le plus parlant est le transport de la température au travers d'un barreau métallique initialement chauffé d'un côté. La structure de l'équation de transport par diffusion s'écrit pour une grandeur X quelconque :

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D \Delta X \quad \text{eq. (II.1)}$$

Où D est le coefficient de diffusion pour la quantité X transportée. Le coefficient de diffusion ne dépend que du fluide. Dimensionnellement, on a $[D] = L^2 T^{-1}$.

A partir de cette équation on tire un temps caractéristique correspondant à la durée nécessaire pour diffuser sur une distance δ

II.3.2. Transport convectif

Dans le cas du transport convectif, c'est la vitesse elle-même qui transporte la quantité de mouvement. Cette fois-ci, on considère l'équation de la dynamique sans le terme diffusif. Dans ce cas l'équation est non-linéaire (équation d'Euler) :

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} = \frac{1}{\rho} \nabla(p - p_0). \quad \text{Eq. (II.2)}$$

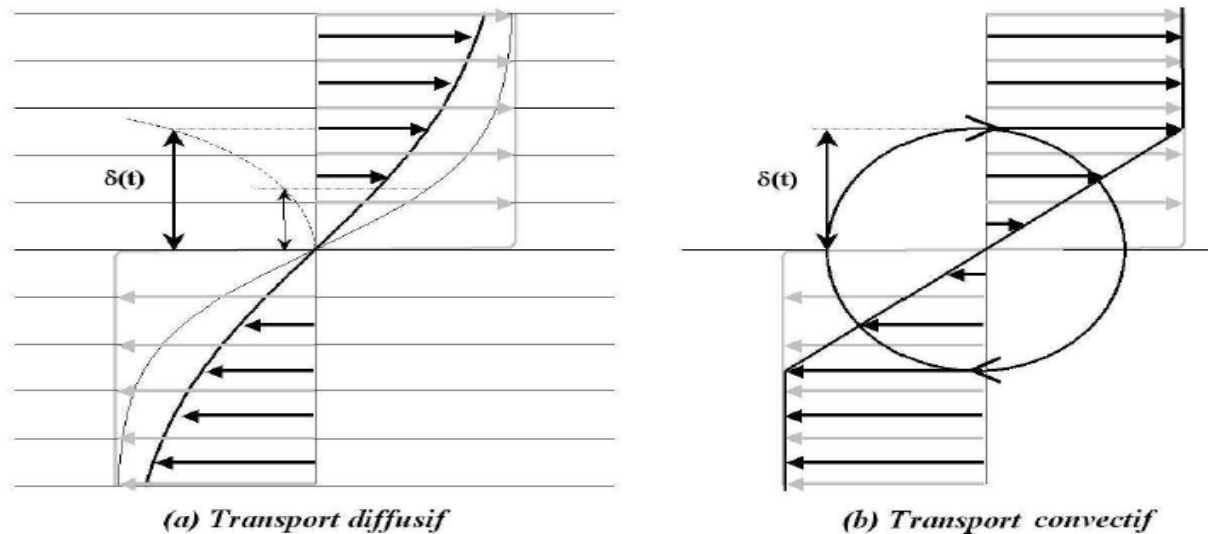


Figure. II.5 : Evolution d'un profil de vitesse initialement en forme de marche (gris)

Dans le cas des écoulements non-potentiels (ce qui est le cas de la turbulence), on se heurte au problème de l'existence et de l'unicité des solutions. Souvent, les solutions analytiques n'existent pas et on a recours à une simulation numérique. A partir des mêmes conditions initiales que pour le transport diffusif utilisées pour la figure II.5 (a), on observe une évolution très différente : l'écoulement ne reste pas parallèle, et on assiste à la formation

d'un tourbillon (figure II.5 (b)). Ce tourbillon de vitesse périphérique U va transporter de la quantité de mouvement entre la partie supérieure et inférieure.

II.4. Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re qui est une combinaison de L , U et ν : le nombre de Reynolds. Il pondère le terme de diffusion visqueuse par rapport aux autres termes de l'équation. Le nombre de Reynolds se lit comme le rapport de deux temps :

$$R_e = \frac{U.L}{\nu} \quad \text{eq. (II.3)}$$

On reconnaît les deux temps caractéristiques nécessaires pour transporter la quantité de mouvement sur une longueur L par diffusion et par convection. Au temps le plus court correspondra le transport dominant ainsi le nombre de Reynolds est le rapport entre effets convectif et diffusif :

$$R_e = \frac{\text{effet convectif}}{\text{effet diffusif}} \quad \text{q. (II.4)}$$

Il est aussi souvent utile de comprendre le nombre de Reynolds comme le rapport entre les termes de forces d'inertie et forces visqueuses

$$R_e = \frac{\rho[(\vec{v} \cdot \nabla)\vec{v}]}{\eta[\Delta\vec{v}]} = \frac{\text{forces inertielles}}{\text{force visqueuses}}$$

La nature des solutions de cette équation va dépendre crucialement de la valeur du nombre de Reynolds :

Si $Re \ll 1$, l'équation est linéaire car les phénomènes diffusifs dominent.

Si $Re \gg 1$, l'équation est non-linéaire car les phénomènes convectifs dominent.

II.5. Transition vers la turbulence

La transition est étudiée pour une géométrie d'écoulement donnée en augmentant le paramètre de contrôle, qui est pour nous le nombre de Reynolds. Au fur et à mesure que le nombre de Reynolds augmente, le terme non-linéaire prend de plus en plus d'importance et on assiste à un scénario caractéristique de transition mettant en jeu des bifurcations changeant de manière drastique la topologie de l'écoulement. A des nombres de Reynolds suffisamment grands, il n'y a plus de bifurcation et l'écoulement atteint un régime pleinement développé : c'est la turbulence dont les propriétés deviennent universelles (i.e. indépendantes de la

géométrie du forçage). En fait on peut regrouper les transitions en deux grandes classes génériques ; celle qui se font par suite de bifurcations bien identifiées (cas des sillages et des écoulements courbes instables centrifuges), et celles qui se font brutalement (c'est le cas des écoulements dans les conduites, couche limite).

II.5.1. Transition à caractère sous critique

Il existe des écoulements où la géométrie du forçage et les conditions aux limites imposent la stabilité linéaire de l'écoulement par l'absence de points d'inflexion et de critère de Rayleigh positif (3.1). Ce sera par exemple le cas des écoulements dans les conduites droites, écoulements de couche limite sur parois droites et convexes.

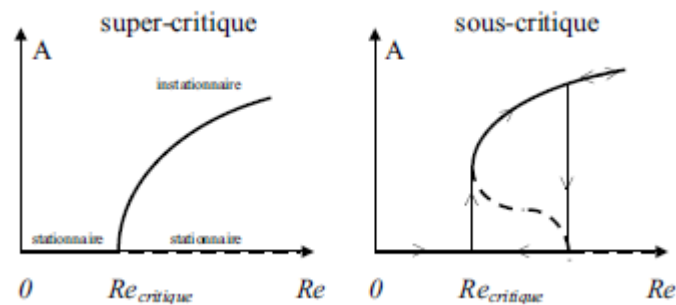


Figure. II.6 : Diagramme de bifurcations

Les branches correspondant aux solutions stables sont en traits continus, les branches instables en pointillé. A représente l'amplitude du mode périodique qui devient instable pour $Re \geq Re_{critique}$.

. Dans le cas sous-critique, le Reynolds critique dépend des perturbations extérieures.

II.5.2. Transition à caractère super critique

Il existe des écoulements qui présentent dans leur état laminaire des zones potentiellement instables vis à vis des critères de Rayleigh. Parmi les plus étudiés il y a la couche de mélange, le sillage de cylindre et le dispositif de Taylor-Couette. Tous ces écoulements ont comme particularité de transiter de l'écoulement laminaire (dit de base) vers la turbulence par succession de bifurcations bien déterminées (souvent super critiques) ou à chaque fois, une symétrie de l'écoulement de base est brisée.

II.6. Propriétés de la turbulence

II.6.1. Production d'une gamme d'échelles

Un écoulement turbulent est un écoulement à grand nombre de Reynolds, et donc un écoulement pour lequel le terme non-linéaire de l'équation de Navier-Stokes est prépondérant. C'est ce terme qui va fabriquer toutes ces tailles de mouvement. A l'opposé, on rappelle que pour un écoulement très visqueux (termes inertiels négligeables dont le non-linéaire), il n'y a qu'une seule taille caractéristique du mouvement. Prenons l'exemple d'un sillage visqueux à bas nombre de Reynolds illustré par la figure II.3.

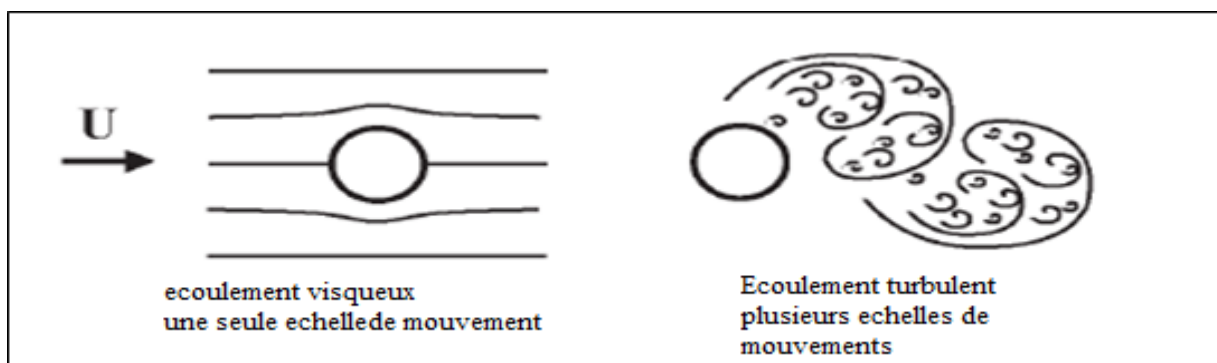


Fig.II.7 mise en évidence des échelles caractéristiques dans sillage laminaire et sillage turbulent

II.6.2. Cascade d'énergie de Richardson

On doit le concept de cascade d'énergie en turbulence à Lewis Fry Richardson, météorologiste britannique (1881-1953). Sa vision de la turbulence est la suivante :

La turbulence est composée de tourbillons de tailles différentes. Des tourbillons de taille l ont une vitesse caractéristique u_l et une durée de vie (temps caractéristique) $\tau_l = l/u_l$. Par tourbillon Richardson entend mouvement de cohérence spatiale l et de cohérence temporelle τ_l . Les tourbillons de plus grandes tailles sont caractérisés par une échelle de longueur L et une vitesse caractéristique U (L et U sont caractéristiques à la mise en mouvement du fluide). Le nombre de Reynolds de ces tourbillons, $Re = \frac{UL}{\nu}$ est donc très grand, de sorte que la viscosité n'a pas d'effet et que ces tourbillons sont incapables de dissiper leur énergie cinétique sous forme de chaleur. Pour Richardson, ces gros tourbillons sont instables et meurent en se classant en tourbillons plus petits. Ces nouveaux tourbillons ont récupéré en totalité l'énergie cinétique de leur père et meurent à leur tour et ainsi de suite

jusqu'à ce que les tourbillons soient suffisamment petits pour que les effets de la viscosité se fassent ressentir.

II.6.3. La base de la théorie de Kolmogorov

Le mathématicien Andreï Kolmogorov (1903-1987) a publié en 1941 une série d'articles qui sont à la base de la compréhension actuelle de la turbulence.

II.6.3.1. Isotrope des échelles

La théorie de Kolmogorov se place dans un contexte de turbulence isotrope. Il est clair que tous les écoulements réels ne sont pas isotropes, au moins au niveau du forçage et des conditions aux limites. Cependant, une notion importante est que les échelles suffisamment petites devant la grande échelle caractéristique de l'écoulement L , deviennent statistiquement isotropes. En d'autre terme il existera toujours, pour de grands nombres de Reynolds, une échelle à partir de laquelle les mouvements auront oublié le contexte inhomogène et anisotrope par lequel la turbulence a été engendrée. Dans ce qui suit on s'intéresse à des échelles $l \ll L$ pour lesquelles les mouvements turbulents sont isotropes.

II.6.3.2. Forme universelle et échelle dissipative

Le résultat de Kolmogorov concernant l'échelle dissipative de la turbulence résulte de l'hypothèse H1 de sa théorie.

H1. Pour un nombre de Reynolds $R_e \gg 1$, la statistique des mouvements turbulents est uniquement déterminée à partir de ν et $\langle \varepsilon \rangle$.

On peut alors construire dimensionnellement à l'aide de ces deux grandeurs, une échelle dite de Kolmogorov, η ayant pour vitesse caractéristique u_η et temps de caractéristique τ_η , telle que :

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \left(\frac{\nu^3}{\langle \varepsilon \rangle} \right)^{\frac{1}{4}} \\ u_\eta &= (\nu \langle \varepsilon \rangle)^{\frac{1}{4}} \\ \tau_\eta &= \sqrt{\nu / \langle \varepsilon \rangle} \end{aligned} \right\} \quad \text{eq.II.6}$$

On peut voir qu'à cette échelle le nombre de Reynolds $Re_\eta = 1$. Les effets visqueux sont donc comparables aux effets inertiels et les mouvements de tailles plus petites que cette taille est responsable de la dissipation de l'énergie cinétique de l'écoulement sous forme de chaleur. L'échelle de Kolmogorov η , est aussi appelée échelle de dissipation.

II.6.3.3. La gamme d'échelles inertielles

L'existence d'une gamme d'échelles inertielles résulte de l'hypothèse $H2$ de sa théorie. $H2$. Si $\eta \ll \ell \ll L$ alors la statistique des mouvements turbulents est universelle et uniquement déterminée par $\langle \varepsilon \rangle$.

Pour une échelle intermédiaire appartenant à la gamme d'échelles inertielles, l'énergie (par unité de masse) transitant par cette échelle par unité de temps ne peut que s'exprimer comme $\langle \varepsilon \rangle = \frac{cu_L^3}{\ell}$ eq.II.7

Avec c , constante universelle. Le flux d'énergie cinétique au travers des échelles est conservé de l'échelle où l'énergie est injectée $\ell_{EI} \ll L$ (terme de production dans la figure II.4 jusqu'à une échelle $\ell_{DI} \gg \eta$ où la dissipation commencera à être effective

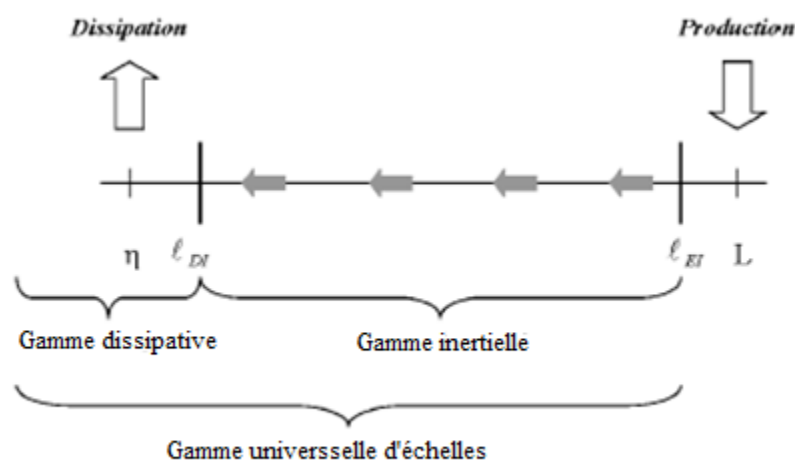


Fig.II.8 Différentes échelles de la turbulence.

II.6.4. Problématique de la turbulence

Une des problématiques de la turbulence réside dans le coût prohibitif de la simulation numérique. En effet l'équation de Navier-Stokes doit être capable de reproduire tout type d'écoulement quel que soit le nombre de Reynolds. On pourrait donc pour ainsi dire tout calculer et tout prévoir. Cependant, pour que ce calcul soit fidèle à la réalité, le schéma numérique devra résoudre toutes les échelles, jusqu'à l'échelle de dissipation de Kolmogorov.

D'après la partie précédente, un écoulement de taille L^3 devra comporter au moins $\left(\frac{L}{\eta}\right)^3 \sim Re^{\frac{9}{4}}$ point de maillage. De même, le rapport des temps caractéristiques entre la grande échelle (de taille L) et l'échelle de Kolmogorov est $\frac{\tau_L}{\tau_\eta} \sim Re^{\frac{1}{2}}$. Ainsi la résolution de cet écoulement pendant un temps caractéristique de la grande échelle (ce qui est largement insuffisant pour effectuer des valeurs moyennes) nécessite de résoudre les équations de Navier-Stokes $Re^{\frac{11}{4}}$ fois. Ainsi plus le nombre de Reynolds est grand et bien plus la simulation coûtera en temps de calcul. Par exemple, il est inconcevable aujourd'hui de simuler les écoulements autour d'une voiture ou d'un avion (qui présentent un nombre de Reynolds supérieur à 10^6). La problématique est donc de *modéliser l'énergie évacuée par les petites échelles* vers l'échelle dissipative sans avoir à simuler toute la gamme d'échelles responsables pour cette dissipation.

La seconde problématique est l'aspect de la production des petites échelles et les mécanismes d'apparition d'événements violents. Un des champs d'applications par excellence est bien évidemment la météorologie.

II.7. Décomposition de Reynolds

Un des piliers de la modélisation en turbulence est l'approche par moyen-âge en temps des équations de Navier-Stokes de manière à trouver une solution pour l'écoulement moyen. Fondamentalement, cette approche n'apporte rien sur la compréhension du phénomène de la turbulence, cependant elle a le mérite d'être à la base de nombreux modèles de turbulence qui, couplés à des observations expérimentales, donnent de bonnes estimations d'écoulements moyens (nous verrons le cas du jet, de la couche limite turbulente et de l'écoulement dans une conduite).[20]

II.7.1. Equations de Reynolds

Nous allons prendre la moyenne temporelle de l'équation de Navier Stokes. Définissons d'abord le champ moyen (en lettres capitales) et le champ fluctuant (en lettres minuscules avec des primes) pour le champ instantané de vitesse et de pression :

$$\vec{u}(\vec{x}, t) = \vec{U}(\vec{x}) + \vec{u}'(\vec{x}, t) ; \quad \vec{p}(\vec{x}, t) = P(\vec{x}) + \vec{p}'(\vec{x}, t) \quad \text{eq.II.8}$$

II.7.1.1. Equation de l'écoulement moyen

Remarque : On utilise deux symboles pour la prise de moyenne, $\langle x \rangle$ Ou $\bar{x}$. En général la notation $\bar{x}$ est plutôt réservée à la prise de moyenne temporelle, c'est la notation que nous utiliserons dans la suite.

D'après la définition eq.II.8 ci-dessus :

$$\bar{\vec{u}} = \vec{U} ; \quad \overline{\vec{u}'} = \vec{0} \quad \text{eq.II.9}$$

$$\bar{p} = P ; \quad \overline{p'} = 0 \quad \text{eq.II.10}$$

Regardons l'effet de la prise de valeur moyenne sur la divergence du champ de vitesse qui est nulle en incompressible $(\vec{\nabla} \cdot \vec{u}) = 0$:

$$\overline{\vec{\nabla} \cdot \vec{u}} = \vec{\nabla} \cdot \bar{\vec{u}} = \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = 0 \quad \text{eq.II.11}$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = \nabla \cdot \vec{U} + \nabla \cdot \vec{u}' = 0 \quad \Rightarrow \nabla \cdot \vec{u}' = 0 \quad \text{eq.II.12}$$

Avec toutes les propriétés que nous venons d'énoncer, il est facile de montrer que la valeur moyenne de la composante suivant i de l'équation de Navier-Stokes. On trouve que le champ moyen et le champ fluctuant sont à divergence nulle.

$$\overline{\partial_t u_i} + \overline{(u_j \partial_j) u_i} = -\frac{1}{\rho} \overline{\partial_i p} + \nu \overline{\partial_j \partial_j u_i} \quad \text{eq.II.13}$$

Devient :

$$U_j \partial_j U_i = -\frac{1}{\rho} \partial_i \bar{p} + \nu \partial_j \partial_j U_i - \overline{\partial_j u'_i u'_j} \quad \text{eq.II.14}$$

L'équation eq.II.12 constitue l'équation de l'écoulement moyen. Le terme de gauche est la dérivée convective de l'écoulement moyen. On remarque que l'équation de l'écoulement

moyen est presque la même que celle qui aurait été obtenue en remplaçant $\vec{u}$ par $\vec{U}$ dans l'équation de Navier Stokes. La différence cruciale est l'existence du terme $-\partial_j \overline{u'_i u'_j}$ que nous allons discuter maintenant.

Commençons par écrire différemment l'équation eq.II.14. Utilisons l'identité suivante :

$$\nu \partial_j \partial_j U_i = 2\nu \partial_j \overline{e_{ij}} = \partial_j \frac{\overline{\sigma'_{ij}}}{\rho} \quad \text{eq.II.15}$$

Où $\overline{e_{ij}} = \frac{1}{2}(\partial_j U_i + \partial_i U_j)$ est le tenseur des taux de déformation de l'écoulement moyen. Comme le champ de vitesse moyen est à divergence nulle on peut montrer que l'eq.II.22 s'écrit aussi :

$$\partial_j \left(\rho U_i U_j - \overline{\sigma'_{ij}} + P \delta_{ij} + \overline{\rho u'_i u'_j} \right) = 0 \quad \text{eq.II.16}$$

L'eq.II.16 traduit un bilan local de flux de quantité de mouvement. Pour un fluide Newtonien, ce flux est donné par la grandeur $\Pi_{ij} = \rho u_i u_j - \sigma'_{ij} + P \delta_{ij}$ qui traduit le transport de quantité de mouvement de composante i dans la direction j . On rappelle que l'écoulement moyen est stationnaire, et donc que la quantité de mouvement doit être constante en un point fixe de l'écoulement ($\partial_t \rho \vec{U} = \vec{0}$). Les flux moyens entrant et sortant en ce point doivent donc être égaux, ce qui revient à dire que la somme des flux totaux moyens au travers d'une surface fermée doit être nulle, soit que localement on doit avoir: $\partial_j \overline{\Pi_{ij}} = 0$. C'est exactement l'équation II.16 où la somme des termes entre parenthèses représente le flux moyen total de quantité de mouvement qui se décompose en trois termes moyens :

- $\rho U_i U_j$, transport de la composante ρU_i dans la direction j par convection de l'écoulement moyen.
- $-\overline{\sigma'_{ij}}$, transport de la quantité de mouvement associé aux forces de frottement visqueux de l'écoulement moyen.
- $P \delta_{ij}$, transport de la quantité de mouvement associé aux forces de pression moyenne.
- $\overline{\rho u'_i u'_j}$, transport de la quantité de mouvement associé aux fluctuations de la turbulence.

Le dernier terme de flux est nommé tenseur de Reynolds, τ_{ij} et par définition :

$$\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j} \quad \text{eq.II.17}$$

On peut considérer l'écoulement moyen comme résultant de ces quatre termes de transports où le dernier, appelé diffusion turbulente vient s'ajouter à la diffusion visqueuse. On aurait ainsi deux origines de frictions pour l'écoulement moyen : l'une visqueuse et l'autre turbulente. Enfin, insistons sur le fait que la "friction" turbulente n'a de sens que pour l'écoulement moyen. En effet d'après l'équation II.24, le terme $\tau_{ij} = -\overline{\rho u'_i u'_j}$ peut être effectivement vu comme une contrainte agissant sur l'écoulement moyen orientée dans la direction j et agissant sur une surface élémentaire de normale dans la direction i .

La décomposition de Reynolds donne des indications sur les transferts d'énergie qui s'opèrent entre l'écoulement moyen et l'agitation turbulente. L'équation de bilan pour l'énergie cinétique moyenne,

$$\overline{e_c} = \frac{1}{2} \rho U_i^2 \text{ s'écrit:}$$

$$\frac{\overline{de_c}}{\overline{dt}} = \frac{\partial \overline{e_c}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{e_c}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} (U_j P + (2\rho v \overline{e_{ij}} + \tau_{ij}) U_i) - (2\rho v \overline{e_{ij}} + \tau_{ij}) \overline{e_{ij}} \quad \text{eq.II.18}$$

A très grand nombre de Reynolds, les contraintes liées à l'agitation turbulente sont beaucoup plus importantes que les contraintes visqueuses. Dans ce cas la viscosité cinématique n'est plus un paramètre pertinent de l'écoulement moyen et on obtient pour le bilan d'énergie dans cette limite que :

$$\frac{\overline{de_c}}{\overline{dt}} = \frac{\partial}{\partial x_j} (-U_j P + \tau_{ij} U_i) - \tau_{ij} \overline{e_{ij}} \quad \text{eq.II.19}$$

Le premier terme représente la puissance qui nourrit l'écoulement moyen. Le deuxième terme représente la puissance transférée à l'agitation turbulente. Cette seconde puissance $\tau_{ij} \overline{e_{ij}}$ correspond donc à une "dissipation" de l'écoulement moyen.

II.7.3. Equation de l'écoulement fluctuant

Maintenant on va remplacer le champ de vitesse et de pression par les décompositions de Reynolds équation II.16 sans prendre de valeurs moyennes. On obtient ainsi l'équation du champ fluctuant :

$$\partial_t u'_i + U_j \partial_j u'_i + u'_j \partial_j U_i = -\frac{1}{\rho} \partial_i p' + \nu \partial_j \partial_j u'_i + \partial_j \overline{u'_i u'_j} - u'_j \partial_j u'_i \quad \text{eq.II.20}$$

Et pour l'énergie cinétique fluctuante $\overline{e'_c} = \frac{1}{2} \rho \overline{u'^2_i}$:

$$\frac{\overline{de'_c}}{\overline{dt}} = \frac{\partial \overline{e'_c}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \overline{e'_c}}{\partial x_j} = -\frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{1}{2} \rho \overline{u'_i u'_i u'_j} + \overline{u'_j p'} - 2\rho \nu \overline{u'_i e'_{ij}} \right) + \tau_{ij} \overline{e'_{ij}} - 2\rho \nu \overline{e'_{ij} e'_{ij}} \quad \text{eq.II.21}$$

Où $e'_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)$ est le tenseur des déformations turbulentes. Dans le membre de droite on retrouve le terme $\tau_{ij} \overline{e'_{ij}}$ de l'équation II.27 qui cette fois ci est un terme de production d'énergie turbulente. $2\rho \nu \overline{e'_{ij} e'_{ij}}$ Représente la dissipation moléculaire. Enfin le terme convectif $-\frac{\partial(\dots)}{\partial x_j}$ redistribue l'énergie au sein de l'agitation turbulente en la conservant. Pour une turbulence stationnaire et homogène, ce bilan d'énergie devient simplement :

$$\tau_{ij} \overline{e'_{ij}} = 2\rho \nu \overline{e'_{ij} e'_{ij}} \quad \text{eq.II.22}$$

Les différents échanges mis en jeu sont représentés sur la figure fig.II.5

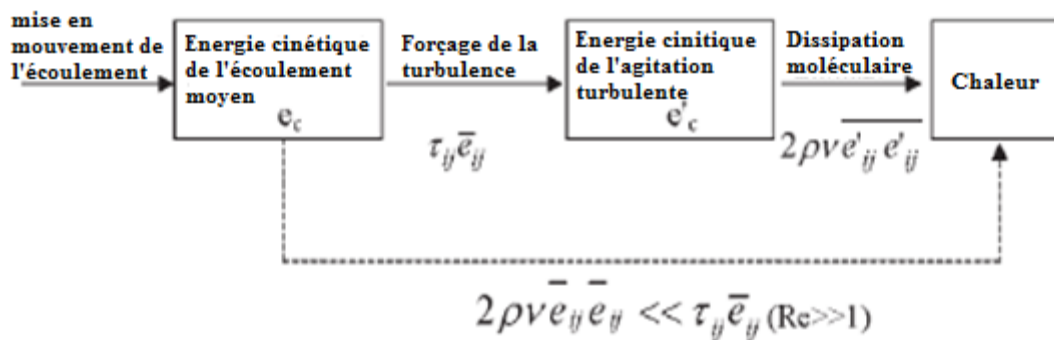


Figure II.9 : bilan des échanges d'énergie par unité de volume à partir de la décomposition de Reynolds.

Le nombre de Reynolds Re est basé sur l'écoulement moyen. L'écoulement moyen est incapable de dissiper directement l'énergie en chaleur. La dissipation est réalisée efficacement par l'intermédiaire de l'agitation turbulente.

II.8. Equation de Navier-Stocks moyennées

- La résolution directe des équations de Navier-Stocks ne peut se faire que pour des cas simple et des nombres de Reynolds relativement faible. Elle nécessite de plus une puissance de calcul considérable.
- Une alternative consiste à s'intéresser seulement aux quantités de moyennes (vitesse, pression, température.....etc.) et à obtenir des équations vérifiées par ces quantités (a priori plus facile à résoudre).
- On applique pour cela l'opérateur « moyenne d'ensemble » aux équations de mouvement en pratiquant une décomposition de Reynolds sur les inconnus du problème.
- Les nouvelles équations obtenues sont qualifiées au terme « moyennées » par opposition aux équations du mouvement dites « instantanées »
- Le signe anglo-saxon désignant les équations de Navier-Stocks moyennes s'écrit R.A.N.S.E ou R.A.N.S (Reynolds Averaged Navier-Stocks Equation)

II.8.1. Equations principales

- **En incompressibilité**

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{eq.II.23}$$

- **Navier-Stocks**

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad \text{eq.II.24}$$

$$\underbrace{\frac{\partial U_i}{\partial t}}_{\text{instationnaire}} + \underbrace{U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{\text{convectif}} = \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i}}_{\text{pression}} + \underbrace{\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{visqueux}} \quad \text{eq.II.25}$$

On constate que le terme visqueux peut s'écrire comme la divergence du tenseur des contraintes visqueuses τ_{ij} dont l'expression est simplifiée en utilisant la condition d'incompressibilité :

$$\tau_{ij} = \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right] \text{ et } \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \mu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j \partial x_j}$$

- **Equation de l'énergie**

$$h = e + \frac{P}{\rho}$$

h: c'est l'enthalpie massique, e: energie interne massique

$$\underbrace{\frac{\partial(c_p T)}{\partial t} + U_j \frac{\partial(c_p T)}{\partial x_j}}_{\text{variation totale de l'enthalpie}} = \underbrace{\frac{\nu}{2} C_p \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right]^2}_{\text{diffusion moléculaire}} + \underbrace{\frac{\lambda}{2} \frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j}}_{\text{dissipation}} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial p}{\partial t} + U_j \frac{\partial p}{\partial x_j} \right] \quad \text{eq.II.26}$$

II.8.2. Equations dérivées

- **Equation de Poisson**

En appliquant l'opérateur divergence à l'équation de Navier-Stokes, on obtient :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x_j \partial x_j} = -\rho \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \quad \text{eq.II.27}$$

- **Equations du tourbillon**

$$\underbrace{\frac{\partial w_i}{\partial t}}_{\text{instationnaire}} + \underbrace{U_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j}}_{\text{convecti}} = \underbrace{w_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{\text{etirement}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 w_i}{\partial x_i \partial x_j}}_{\text{visqueux}} \quad \text{eq.II.28}$$

- **Equation de l'énergie cinétique**

L'équation de l'énergie cinétique s'obtient en multipliant l'équation de Navier-Stokes par la vitesse :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial u_i u_i}{\partial t} + u_i \frac{1}{2} \frac{\partial u_i u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} u_i \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu u_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_j} \quad \text{eq.II.29}$$

Elle s'écrit également sous une forme différente en utilisant l'équation d'incompressibilité :

$$\begin{aligned}
& \text{variation locale} \\
& \text{d'énergie cinétique} \\
& \frac{1}{2} \frac{\partial u_i u_i}{\partial t} = \underbrace{-\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u_i \left(\frac{P}{\rho} + \frac{u_i u_i}{2} \right) \right\}}_{\substack{\text{variation du transport} \\ \text{convectif} \\ \text{par le travail de la} \\ \text{pression}}} + \underbrace{\nu \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ u_j \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right\}}_{\substack{\text{travail des forces} \\ \text{visqueuses}}} - \underbrace{\nu \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)}_{\text{dissipation}} \quad \text{eq.II.30}
\end{aligned}$$

II.8.3. Les équations du mouvement moyen

Les équations moyennes s'obtiennent en introduisant la décomposition de Reynolds dans les équations instantanées puis en prenant la moyenne

II.8.3.1. Incompressibilité du champ moyen

En introduisant la décomposition de Reynolds dans l'équation de continuité

Eq.II.31, on obtient :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \text{ et } \frac{\partial w_i}{\partial x_i} = 0 \quad \text{eq.II.31}$$

La partie moyenne et la partie fluctuante vérifient tous les deux la condition de continuité.

II.8.3.2. Navier-Stokes moyennes

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} + \overline{u'_i \frac{\partial w_i}{\partial x_j}} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 U_i}{\partial x_i \partial x_j} \quad \text{eq.II.32}$$

A savoir que, La dérivée temporelle de la valeur moyenne de la vitesse n'est pas forcément nulle (moyenne d'ensemble $\neq$ moyenne temporelle). De même, la moyenne d'un produit de valeurs fluctuantes n'est pas nulle :

$$\left. \begin{array}{l} \overline{u'_i} = 0 \\ \overline{u'_j} = 0 \end{array} \right\} \text{ et } \overline{u'_i u'_j} \neq 0 \quad \text{eq.II.33}$$

La condition d'incompressibilité implique $u'_j \frac{\partial w_i}{\partial x_j} = \frac{\partial w_i u'_j}{\partial x_j}$. On définit alors le tenseur de

Reynolds : $R_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$

L'équation de Navier-Stokes moyenne s'écrit comme suit :

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_i \frac{\partial U_i}{\partial x_i} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\tau_{ij}} + R_{ij}) \quad \text{eq.II.34}$$

Les composantes de R_{ij} sont appelées Contraintes de Reynolds, elles sont analogues à des contraintes supplémentaires issues du mouvement d'agitation (analogie avec le tenseur des contraintes visqueuses).

La forme de l'équation II.34 de l'équation de Navier-Stokes moyennée diffère de l'équation de Navier-Stokes instantanée par présence d'un terme supplémentaire représentant l'effet du champ fluctuant sur le champ moyen.

La loi de comportement traduisant l'aspect « non-Newtonien » du mouvement moyen.

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij} \rightarrow \text{loi de Newton} \quad \text{Qui diffère de l'aspect non Newtonien :}$$

$$\overline{T_{ij}} = -p\delta_{ij} + \overline{\tau_{ij}} + R_{ij}$$

Le tenseur de Reynolds est symétrique

$$R_{ij} = \begin{bmatrix} \overline{u'u'} & \overline{u'v'} & \overline{u'w'} \\ \overline{v'u'} & \overline{v'v'} & \overline{v'w'} \\ \overline{w'u'} & \overline{w'v'} & \overline{w'w'} \end{bmatrix} \quad \text{eq.II.35}$$

Il introduit 6 équations supplémentaires dont il n'est pas possible d'obtenir les équations sans introduire encore de nouvelles inconnues.

- Problème de fermeture des équations (modèle de turbulence)

En situation de turbulence développée (loin de paroi), le tenseur de Reynolds est prépondérant devant le tenseur des contraintes visqueuses :

$$R_{ij} \gg \tau_{ij} \rightarrow \text{Forte influence des tensions de Reynolds sur le champ moyen.}$$

II.8.3.3. Equation de l'énergie

La décomposition de Reynolds peut s'appliquer à l'équation de l'énergie II.26

$$\begin{aligned}
& \overbrace{\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + U_j \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j}}^{\text{variation totale de l'enthalpie}} + \overbrace{\frac{\partial u_j' \bar{T}'}{\partial x_j}}^{\text{analogie a la tension de Reynolds}} = \overbrace{\frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)^2}^{\text{dissipation moyenne}} + \overbrace{\frac{\nu}{2} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right)^2}^{\text{dissipation turbulente}} + \underbrace{a \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x_i \partial x_j}}_{\text{diffusion moléculaire}} + \\
& \frac{1}{\rho C_p} \left(\underbrace{\frac{\partial P}{\partial t} + U_j \frac{\partial P}{\partial x_j}}_{\text{variation de la pression moyenne}} + \underbrace{\frac{\partial u_j' P'}{\partial x_j}}_{\text{corrélation entre les fluctuations de pression et de vitesse}} \right)
\end{aligned} \quad \text{eq.II.36}$$

Remarque :

Les fluctuations de vitesse sont couplées à celle de la température.

Les problèmes « dynamique et thermique » ne peuvent pas être résolus séparément sauf dans le cas d'un écoulement incompressible (comme c'est le cas en régime laminaire).

II.8.3.4. Equation du tourbillon moyen

L'équation du tourbillon eq.II.28 devient :

$$\underbrace{\frac{\partial \Omega_i}{\partial t}}_{\text{instationnaire}} + \underbrace{U_j \frac{\partial \Omega_i}{\partial x_j}}_{\text{convectif}} = \underbrace{\Omega_i \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{\text{étirement}} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 \Omega_i}{\partial x_i \partial x_j}}_{\text{visqueux}} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{\overline{w_j' u_i'}}_{\text{convectif}} - \underbrace{\overline{w_i' u_j'}}_{\text{étirement}} \right) \quad \text{eq.II.37}$$

II.8.3.5. Equation de l'énergie cinétique moyenne

Soit $K = \frac{U_i U_i}{2}$ l'énergie cinétique moyenne. L'équation de l'énergie cinétique eq.II.29

$$\frac{\partial K}{\partial t} + U_i \frac{\partial K}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} U_i \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u_i' u_j' U_i} \right) + \underbrace{\overline{u_i' u_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{-P_t} + \nu \frac{\partial^2 K}{\partial x_i \partial x_j} + \underbrace{\nu \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)}_{\varepsilon} \quad \text{eq.II.38}$$

II.9. Modèles de turbulence

Une bonne partie des pertes dans les composants des turbomachines est due à des effets visqueux qui relèvent souvent de la turbulence. De nos jours, pour modéliser les régions d'écoulement où ces phénomènes se manifestent, on utilise des modèles de turbulence algébriques à une équation, des modèles à deux équations de transport et le modèle des tensions de Reynolds. Chaque type de modèle comporte des avantages et se distingue par un domaine de validité bien précis. Le problème est alors d'adopter non seulement un modèle peu gourmand en calculs et peu compliqué pour des écoulements simples, mais aussi d'éviter de simuler des phénomènes complexes avec un modèle limité. De tels compromis se révèlent plus épineux encore quand on doit tenir compte du type de discrétisation spatiale qui a été adopté par le solveur pour modéliser les écoulements. Ainsi, alors que les modèles de turbulence sont couramment utilisés sur les maillages de type structuré, l'implémentation de certains modèles de turbulence très connus est loin d'être évidente quand il s'agit de les utiliser avec des maillages non structurés.

II.9.1. Différents modèles de turbulence

II.9.1.1. Modèle à une équation Spalart-Allmaras

II.9.1.2. Modèles à deux équations

- Modèle $k-\varepsilon$ standard,
- Renormalization-group (RNG) $k-\varepsilon$,
- Realizable $k-\varepsilon$,
- Modèle $k-\omega$,
- Modèle SST $k-\omega$.

II.9.1.3. Modèles à cinq équations Reynolds stress model (RSM).

Dans notre étude, on s'intéresse uniquement à deux modèles de turbulence, le Modèle $k-\omega$ et le Modèle RNG $k-\varepsilon$

1. Modèle $k-\omega$:

Ce modèle empirique, est basé sur le modèle des équations de transport pour l'énergie cinétique turbulente (k) et le taux de dissipation spécifique (ω) dont ils sont obtenus selon Wilcox, (1998):

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k \quad \text{eq.II.39}$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \omega)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega \quad \text{eq.II.40}$$

Dans ces équations G_k représente la génération de l'énergie cinétique turbulente due aux gradients de la vitesse moyenne. G_ω la génération de ω , Y_k , Y_ω représentent la dissipation de k et ω due à la vitesse avec $\mu_t = \alpha^* \frac{\rho k}{\omega}$ et $\omega = \varepsilon / k$

$$G_k = \mu_t S^2$$

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k$$

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left[\frac{\alpha_0 + R_{et}/R_\omega}{1 + R_{et}/R_\omega} \right]$$

$$R_\omega = 2.95 \alpha^* = \alpha_\infty \left[\frac{\alpha_0 + R_{et}/R_k}{1 + R_{et}/R_k} \right]$$

$$R_{et} = \frac{\rho k}{\mu \omega} R_k = 6 \alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3} \beta_i = 0.072 \quad \text{eq.II.41}$$

$$\text{Pour des nombres de Reynolds élevés } \alpha^* = \alpha_\infty^* = 1 \quad \text{eq.II.42}$$

Les coefficients du modèle sont comme suit :

$$\alpha_\infty = 0.52 \alpha_0 = \frac{1}{9} \sigma_k = 2.0 \quad \sigma_\omega = 2.0 \quad \text{eq.II.43}$$

2. Modèle standard $k-\varepsilon$

Pour des nombres de Reynolds élevés, les termes des contraintes de Reynolds sont estimés par Launder et Spalding, (1974)

$$-\rho \overline{u_i u_j} = 2 \mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} - \frac{2}{3} \mu_t \delta_{ij} \frac{\partial U_k}{\partial x_k} \quad \text{eq.II.44}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \text{eq.II.45}$$

S_{ij} est le tenseur de déformation.

$$\mu_t \text{ est la viscosité turbulente est donnée par : } \mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad \text{eq.II.46}$$

Dans laquelle $k = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}$ et $\varepsilon = \nu \left(\overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i}} \right)$ sont respectivement l'énergie cinétique turbulente et son taux de dissipation. Ceci satisfait les équations de transport citées ci-dessous en n'importe quel point du domaine d'écoulement.

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon - Y_M \quad \text{eq.II.47}$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + 2 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad \text{eq.II.48}$$

Les coefficients du ce modèle sont comme suit :

$$C_\mu = 0.09 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.44 \quad C_{\varepsilon 2} = 1.92 \sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad \text{eq.II.49}$$

3. Modèle RNG k-ε

Le modèle RNG k-ε est de la même forme que le modèle Standard sauf que les coefficients sont différemment spécifiés Choudhry, (1993) :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i k)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + 2 \mu_t S_{ij} S_{ij} - \rho \varepsilon - Y_m \quad \text{eq.II.50}$$

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho U_i \varepsilon)}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + 2 C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \mu_t S_{ij} S_{ij} - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} R_e \quad \text{eq.II.51}$$

$$R_e = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad \text{eq.II.52}$$

$$C_\mu = 0.085 \quad C_{\varepsilon 1} = 1.42 - \frac{\eta(1 - \eta/\eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad C_{\varepsilon 2} = 1.68 \sigma_\varepsilon = 0.7179 \quad \text{eq.II.53}$$

$$\eta \text{ est donne par : } \eta = \frac{Sk}{\varepsilon} \quad \eta_0 = 4.38 \quad \beta = 0.015$$

α_k et α_ε sont les inverses des nombres effectifs de Prandtl pour k et ε .

Ce modèle a donné une nouvelle théorie améliorant l'équation ε et peut compter pour l'influence des taux de contraintes élevés ainsi que les pressions adverses.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une brève introduction aux concepts de base et de la phénoménologie de la théorie classique de la turbulence, avec une attention particulière au cas de la turbulence compressible, en soulignant les différences et les similitudes avec les cas en incompressible. L'objectif était simplement d'introduire, par souci d'auto-cohérence, les termes et les concepts qui seront utilisés dans la thèse tels que les modèles de la turbulence qu'on a choisie. Nous avons introduit la notion des ondes de choc et les équations de conservation régissant ce phénomène.

Introduction

La discrétisation des équations aux dérivées partielles a pour objectif de transformer le problème continu en un problème discret, dans le but de pouvoir mettre en œuvre sa résolution par des méthodes numériques telle que la méthode des éléments finis, des différences finis et la méthode des volumes finis, notre travail est dédié pour cette dernière dans le code de simulation numérique CFX.

III.1. Méthodes numériques :

- a- Méthode des différences finis : cette méthode est à l'origine des premières simulations dans la mécanique des fluides est transfert de chaleur. Dont le principe est de discrétiser les équations aux nœuds de la grille en calculant chaque dérivée partielle à l'aide du développement de Taylor, pour obtenir les équations linéaires qui lient les variables inconnus en un nœud aux valeurs de ces mêmes variables aux nœuds voisins. La précision du schéma dépend du nombre de nœud et du maillage effectué.
- b- Méthode des éléments finis : cette méthode permet de modéliser des géométries très complexes, la méthode des éléments finis a vu la première utilisation pour résoudre les équations de Navier-Stokes dans les années soixante-dix, le principe dans cette méthode est de calculer les variables inconnues par linéaire de fonction de base dont le support est un élément.
- c- Méthode des volumes finis : le but de cette méthode est de convertir l'équation différentielle générale en un système d'équations algébriques, cette méthode consiste à subdiviser le domaine physique de l'écoulement en éléments de volumes plus ou moins réguliers dans lesquels les équations écrites sous une forme conservative, sont intégrées. Le code CFX est construit de cette méthode.

III.2. Principe de la méthode des volumes finis

Le domaine de calcul, est subdivisée en un ensemble de volumes de contrôle en utilisant des formes de maillage (structuré ou non structuré). Dans le cas de notre étude le maillage utilisé est un maillage arbitraire non structuré. Ces volumes de contrôle enveloppent tout le domaine de calcul sans chevauchement, de telle façon que la somme de leurs volumes soit égale exactement au volume de calcul. La figure ci-dessous montre les différentes notations utilisées pour chacun des volumes de contrôles donnés.

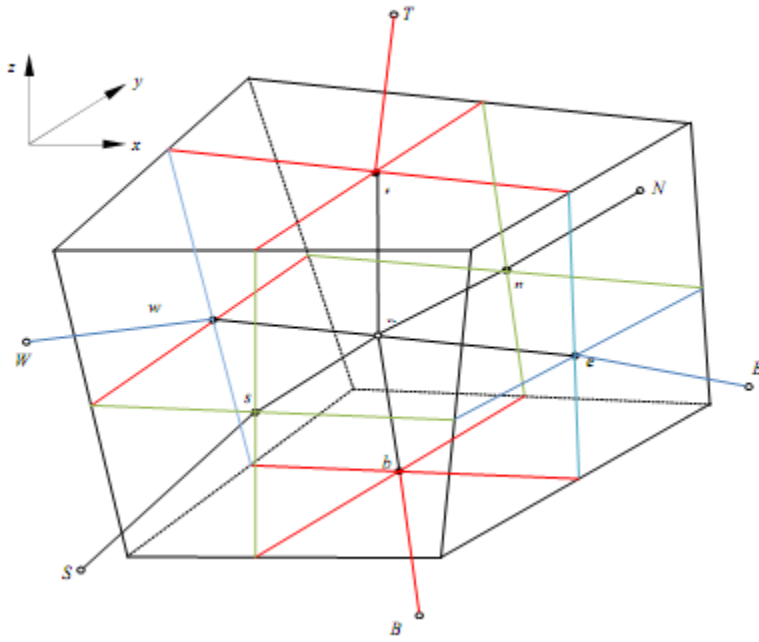


Figure III.1 : volume de contrôle dans un maillage tridimensionnel non orthogonal [18]

Un point est positionné au centre de chaque volume, noté P, est appelé centre du volume de contrôle. Les nœuds des volumes voisins seront notés suivant leurs positions comme suite :

N: North S: South

W: West E: East

T: Top B: Bottom

III.3. Discrétisation spatiale des flux convectif

La formulation en volume finis consiste à intégrer le système sur une cellule de volume Ω , de surface Σ , et de normale extérieure $\vec{n}$. Le théorème d'Ostogradski conduit à :

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega} \omega d\Omega + \oint_{\Sigma} F_c \vec{n} d\Sigma - \oint_{\Sigma} F_d \vec{n} d\Sigma = \oint_{\Omega} S d\Omega \quad \text{eq.III.1}$$

La discrétisation en espace revient à calculer le bilan des flux numériques sur une cellule élémentaire. Ce bilan comprend la somme des contributions de chaque face de la cellule. La densité de flux sont supposées constantes sur chaque facette :

$$\oint_{\Sigma} (F_c - F_d) \cdot \vec{n} d\Sigma = \sum_{\text{facettes}} (F_c - F_d)_{\text{facettes}} \vec{n}_{\text{facettes}} d\Sigma_{\text{facettes}}$$

Avec un schéma centré, la densité de flux est donnée par :

$$F(w_G, w_D) = \frac{1}{2} (F(w_G) + F(w_D))$$

w_G, w_D : sont des vecteurs des variable conservatives des cellules gauche et droite.

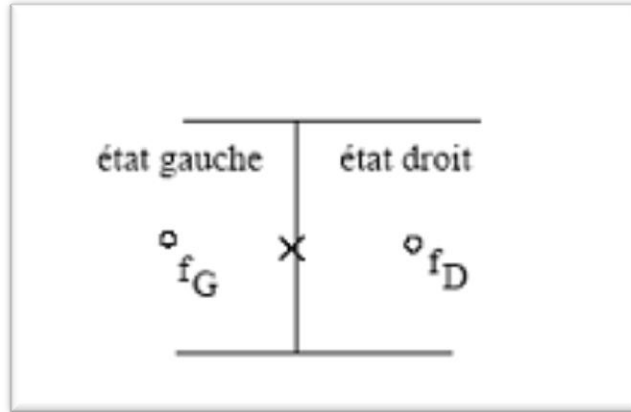


Figure III.2 : Interface entre deux cellules

Le schéma centré est instable, d'où son utilisation entraîne une erreur de troncature d'ordre 2, il est nécessaire d'introduire une dissipation artificielle pour le stabiliser.

III.3.1. Dissipation artificielle

La formulation de Jameson-Schmidh-Turkel et le plus utilisé pour stabiliser le schéma centré.

La dissipation est divisée en deux parties :

- Un terme de différence quatrième des grandeurs conservatives dans le but d'amortir les instabilités numériques engendrées par la non-linéarité des équations ($0.008 < X_4 < 0.064$).
- Et pour capter correctement les discontinuités de l'écoulement, on a recouru à un terme de différence seconde qu'on fait varier par l'intermédiaire d'un coefficient X_2 compris entre 0 et 1.

III.3.2. Discrétisation spatiale des termes visqueux

Dans un écoulement en 2D, la discrétisation des flux visqueux consiste à approximer les variables dérivées des variables par rapport aux directions x et y.

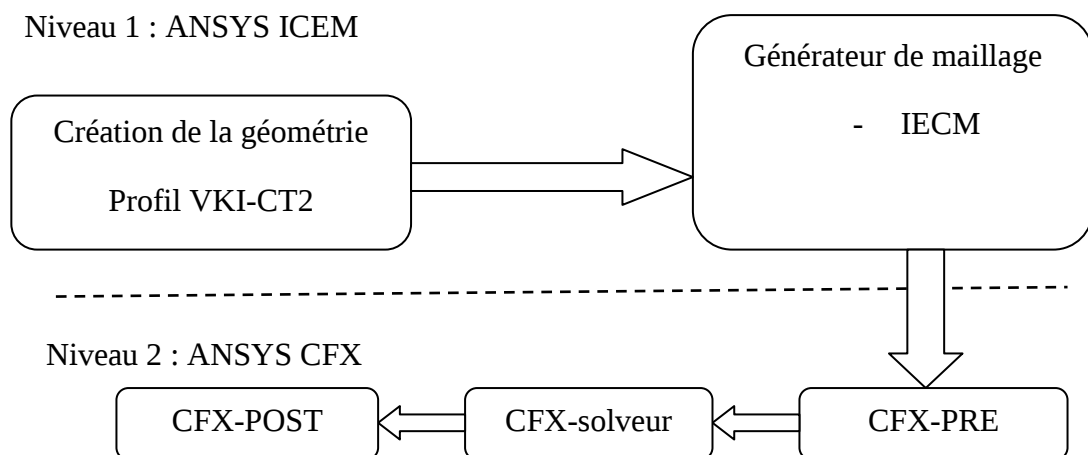
III.4. La simulation avec ANSYS

III.4.1. Présentation du logiciel ANSYS-CFX

Pour les simulations, le choix s'est porté sur le logiciel commercial CFX-14.5 développé par ANSYS. CFX est un logiciel général de simulation numérique des écoulements en mécanique des fluides et de transferts thermiques. Il permet de mettre en œuvre une simulation numérique complète, de la modélisation de la géométrie, au post-traitement, en passant par la génération du maillage et le calcul. CFX est particulièrement bien adapté aux machines tournantes, qui forment l'objectif de la présente étude. Ce logiciel représente un pont entre la construction et le calcul.

CFX est divisé en 4 modules à savoir: ICEM, CFX-pre, CFX-solver et CFX-post

III.4.2. Les étapes de simulation numérique



Les de la manœuvre adoptée pour la simulation numérique par le code ANSYS-CFX est donnée dans l'annexe 1

III.5. Maillage

Le maillage est souvent sujet de contraintes imposées par la méthode de discrétisation. Quand la géométrie est régulière, le choix du maillage est très simple. Les lignes du maillage suivent souvent les directions des coordonnées, tandis que pour des géométries complexes, le choix du maillage n'est pas tout à fait simple. Pendant la génération de maillage, au niveau de la couche limite, il faut satisfaire la condition sur y^+ selon le modèle de turbulence et la loi de paroi utilisé.

Dans les cas de cette présente étude cette condition à été vérifiée ($y^+ < 5$), une étude au de sensibilité du maillage par rapport à la solution a été faite. Le maillage figure III.3 est obtenue a l'aide du générateur de maillage ICEM, choisi pour un nombre de Reynolds environ de 10^5 et pour un écoulement visqueux (couche limite), il contient :

- 881619 Nœuds
- 1803887 Éléments

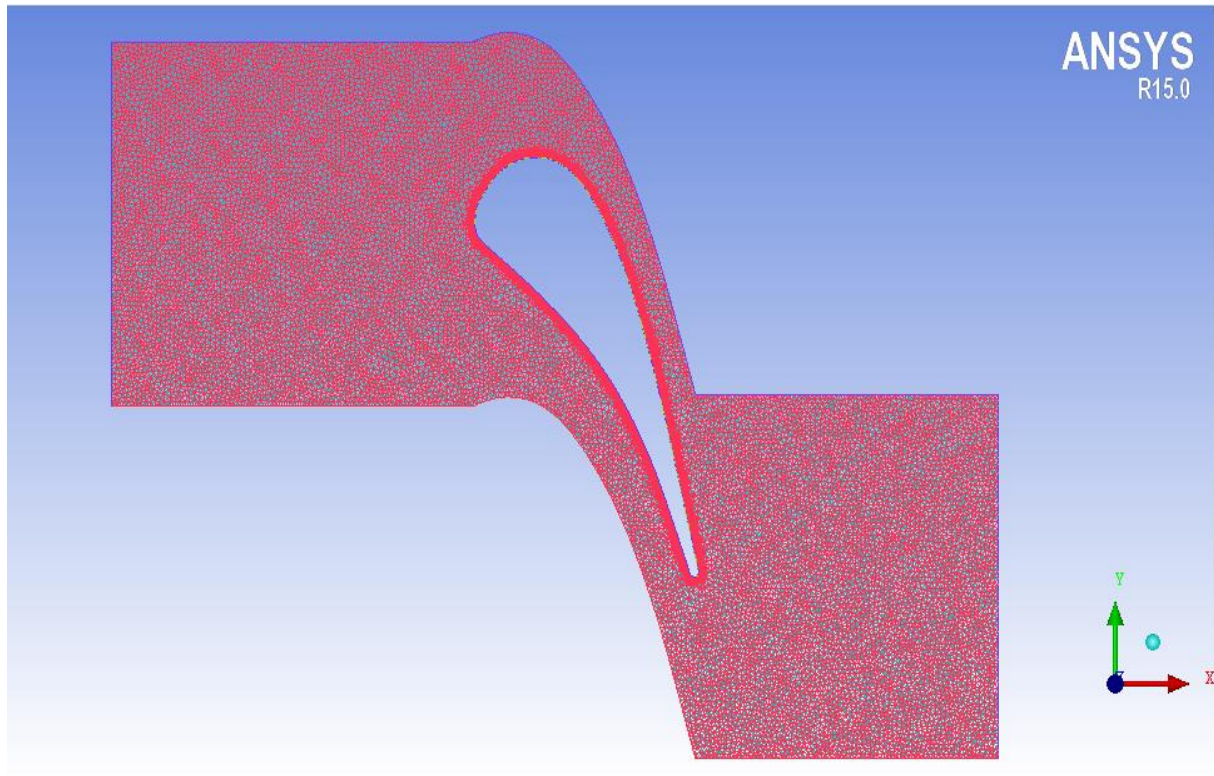


Figure III.3 : le maillage

III.5.1. Calcul de l'épaisseur de la couche limite

Le calcul de l'épaisseur de la première couche limite δ peut être calculé on à partir des corrélations suivantes :

L'épaisseur totale de la couche limite

$$\delta = 0.035L \cdot \text{Re}_L^{-1/7}$$

L'épaisseur de la première sous couche limite

$$\Delta y = L \Delta y^+ \sqrt{74} \text{Re}_L^{-13/14}$$

Avec :

L : la longueur caractéristique de la géométrie (dans notre cas $L=C$: la corde de l'aube).

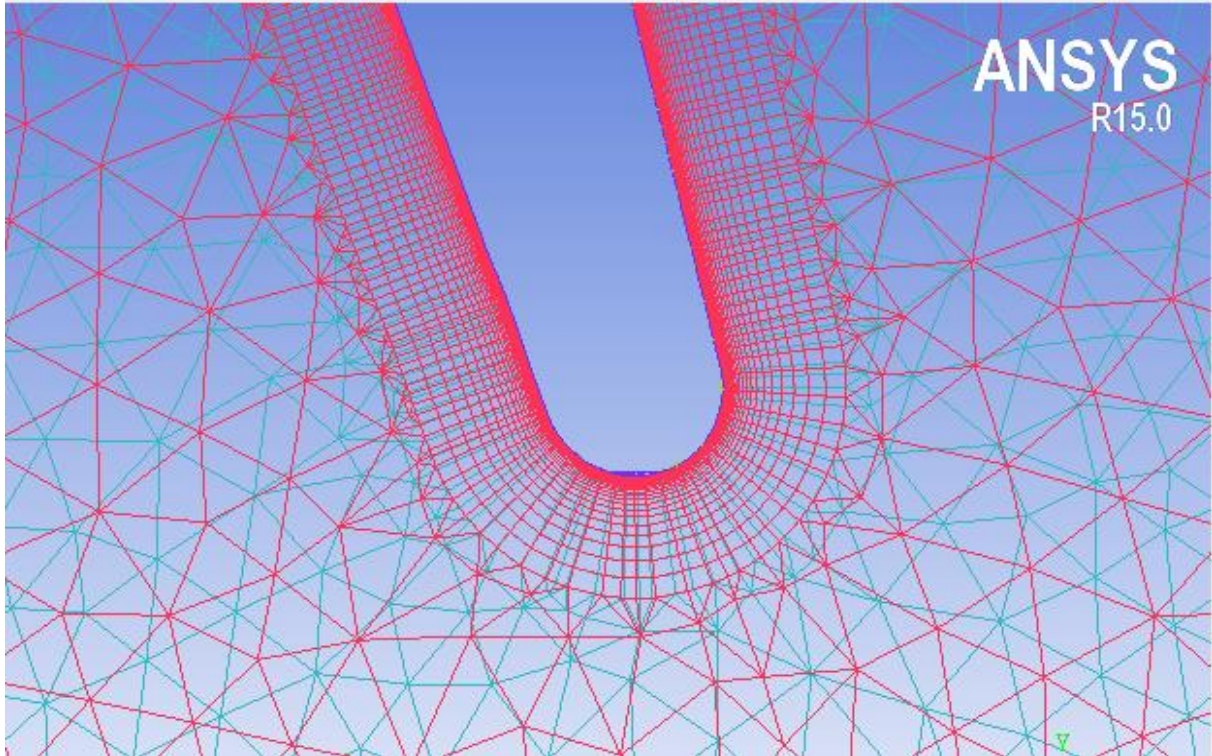


Figure III.4 : La couche limite autour de la paroi

III.6. Les conditions aux limites

Le traitement des conditions aux limites est un point crucial pour les calculs de mécanique des fluides. On distingue trois types : les conditions appliquées aux parois, les conditions à l'infini et les conditions géométriques. Les conditions à l'infini sont significatives de l'écoulement sur toutes les frontières du domaine en aérodynamique externe ou représentatives des conditions amont et aval pour l'aérodynamique interne. Les conditions géométriques traduisent quant à elles des contraintes imposées par la symétrie de l'écoulement (symétrie plane, périodicité et connectivité entre les blocs du domaine de calcul).

III.6.1. Rappel sur les conditions aux limites

a. Les conditions aux limites à l'infini

- **Champ moyen**

La méthode de traitement des conditions aux limites à l'infini repose sur l'utilisation des relations caractéristiques associée aux équations d'Euler. Elle est basée sur les propriétés des systèmes hyperboliques en fonction du temps. Les relations caractéristiques sont utilisées uniquement dans le cas où l'information se propage depuis l'intérieur du domaine de calcul vers l'extérieur de manière à compléter les conditions aux limites physiques.[19]

Les différents types de conditions aux limites :

- **Entrée subsonique** : cette condition correspond au cas où l'écoulement entre dans le domaine de calcul avec vitesse normale subsonique. Quatre caractéristiques entrantes.
- **Sortie subsonique-pressure imposée** : une seule variable à imposer sur la frontière, comme il n'y a qu'une seule courbe caractéristique entrante. Usuellement, on choisit la pression statique. Deux relations de comptabilité discrétisées peuvent être utilisées.
- **Entrée supersonique** : toutes les caractéristiques sont entrantes, il faut donc imposer complètement le vecteur W .
- **Sortie supersonique** : une seule caractéristique entrante. On utilise une extrapolation des variables au bord du domaine.
- **Champ turbulent** :

Pour le champ turbulent, les grandeurs transportées doivent être imposées à l'infini. Elles peuvent être calculées en fonction de taux de turbulence T_w et de la viscosité turbulente à l'infini μ_∞ , selon les formulations suivantes :

$$(\rho k)_\infty = \frac{3}{2} T_w^2 \rho_\infty U_\infty^2$$

$$(\rho \varepsilon)_\infty = C_\mu \frac{(\rho k)_\infty^2}{\mu_\infty}$$

$$(\rho \omega)_\infty = \frac{(\rho k)_\infty^2}{\mu_\infty}$$

$$(\rho \nu)_\infty = \mu_\infty$$

b. Les conditions aux limites de paroi

- **Champ moyen**

Les conditions aux limites sur une paroi traduisent l'adhérence du fluide à la paroi et la caractéristique thermique de cette paroi. Cette dernière condition est de deux types :

- Adiabatique avec un flux de chaleur à la paroi nul.
- Isotherme avec une température en tout point de la paroi.

- **Champ turbulent :**

On impose la valeur des quantités turbulente à la paroi pour :

- l'énergie cinétique de turbulence : $\rho k = 0$
- le taux de dissipation modifiée : $\rho \varepsilon = 0$
- la dissipation spécifique : $\lim_{d \rightarrow \infty} \omega = \frac{6\nu}{\beta d^2}$

c. Les conditions initiales

Pour un calcul stationnaire, les conditions initiales n'ont pas d'influence sur la solution, contrairement au calcul turbulent.

Dans le cas de notre étude, les conditions aux limites sont saisies au niveau du "pre-processing" avec le logiciel CFX :

- à l'entrée : on impose la vitesse et la température statique du fluide ;
- à la sortie : on impose la pression statique du fluide ;
- à la paroi : on choisit une condition aux limites pour le transfert de chaleur c.-à-d. la température est connue, elle est du premier type.

❖ Les conditions aux limites

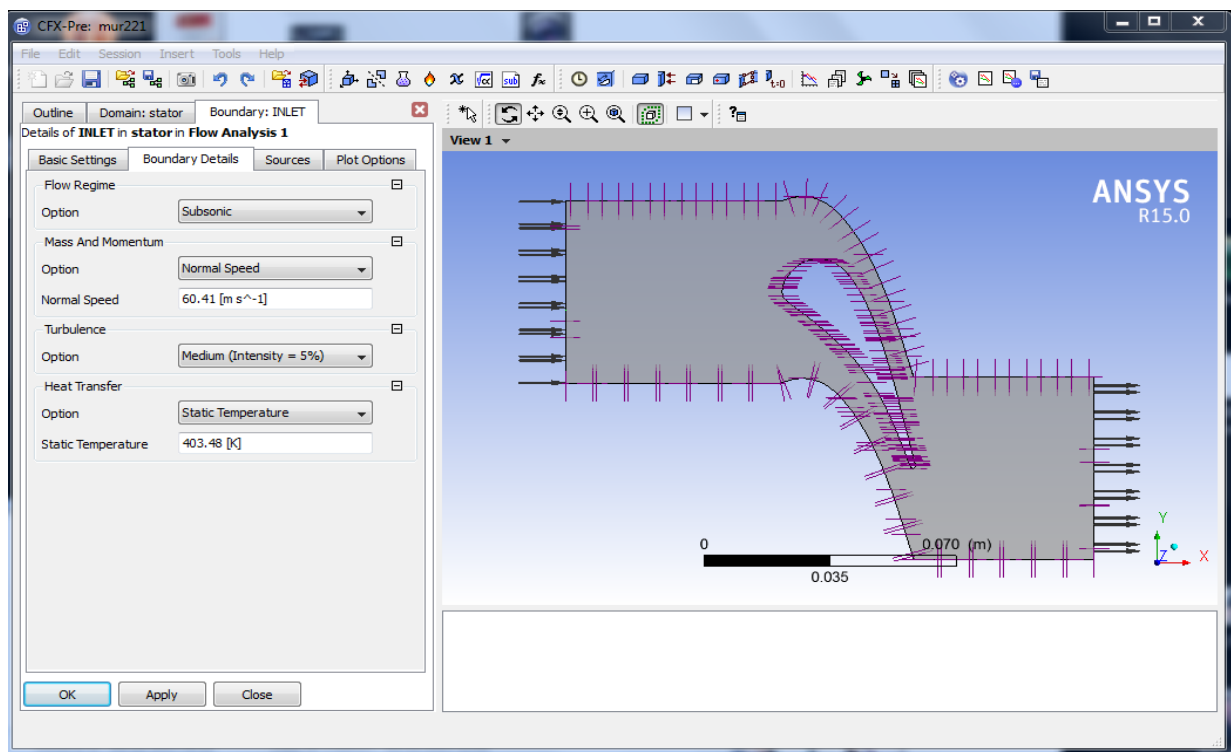


Figure III.5 : Fenêtre de la saisie des conditions aux limites à l'entrée

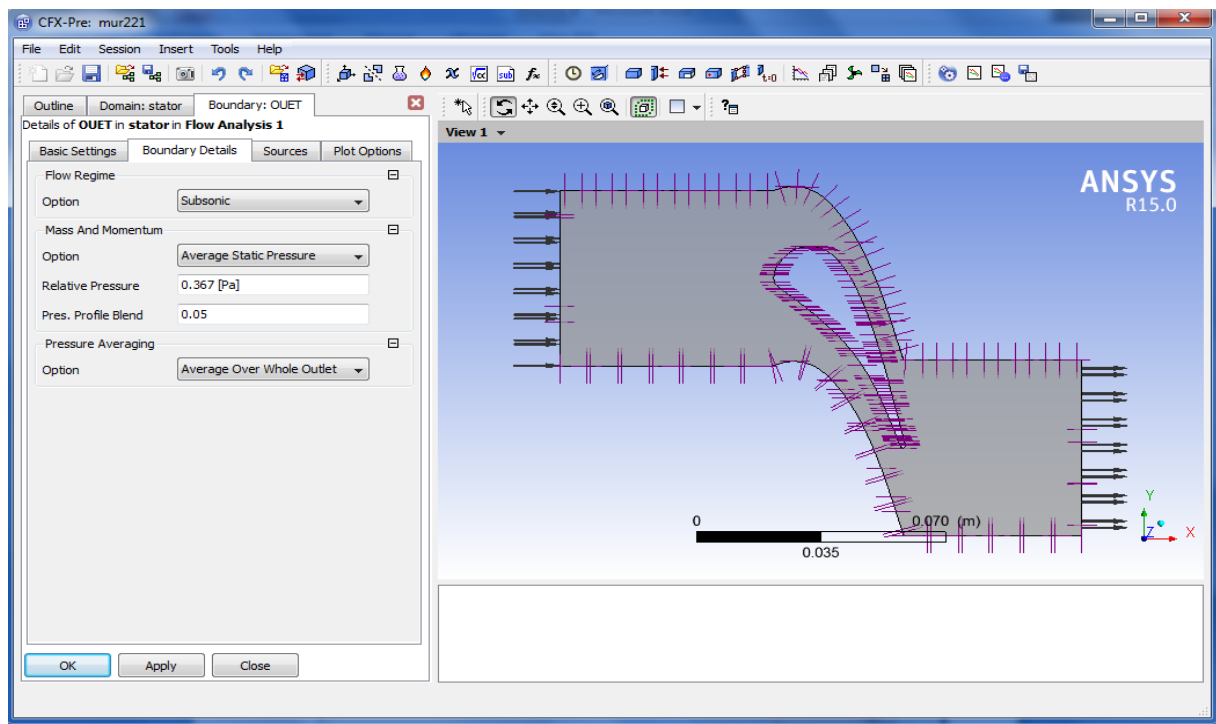


Figure III.6 : Fenêtre de la saisie des conditions aux limites à la sortie

Les valeurs de la température, pression et la vitesse sont données dans l'annexe.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la description de la méthode des volumes finis de contrôle implanté dans la plus part des codes de calcul, comme on a aussi présenté brièvement le code de calcul CFX que nous avons utilisé pour notre simulation.

Introduction

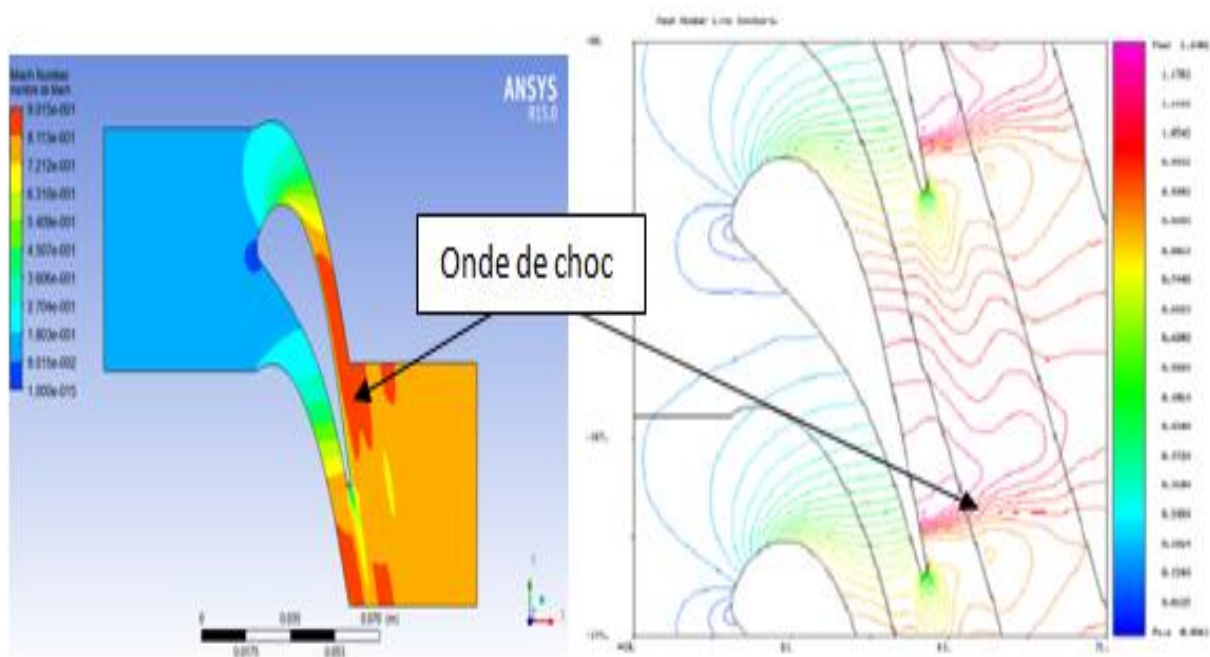
Ce chapitre est dédié à l'interprétation des résultats obtenus par l'assimilation numérique de l'écoulement au tour du profil VKI-CT2 à l'aide du logiciel ANSYS, en utilisant deux modèles de turbulence du premier ordre (k-oméga et RNG- ϵ), l'écoulement est supposé permanent, compressible et visqueux. Dans ce qui suit on va représenter et interpréter les résultats obtenus pour le cas test MUR 221, les mêmes remarques faites pour ce cas test sont aussi faite pour les trois autres cas test (MUR 222, MUR 228, et MUR 230).

1. Résultats de la simulation :

1.1 Avec le modèle de turbulence k-oméga

- pour le cas test MUR 221

a) La vitesse (Nombre de Mach)



(a) Nos résultats

(b) résultats de l'annexe [2]

Figure IV.1 : distribution de nombre de Mach obtenu par le modelé k-oméga avec cas de test MUR 221

Comme il est représenté sur la figure IV.1- (a), on remarque qu'à l'entrée du domaine, l'écoulement du fluide est à une faible vitesse, au bord de fuite l'écoulement du fluide est ralenti, et par la suite il prend de l'accélération dans l'espace inter- aube. On

constate aussi que l'écoulement est perturbé sur l'extrados par la présence d'une onde de choc située près du bord de fuite, une diminution brusque de la vitesse et l'apparition d'une zone tourbillonnaire est constaté au niveau du bord de fuite, cela est due à la différence entre la quantité de mouvement du fluide provenant du coté extrados et celle du fluide provenant du coté intrados. Cela est représenté sur le contour du nombre de Mach. Il est évidant que nos résultats sont encourageant du fait qu'ils sont similaires à ceux trouvé par les résultats expérimentaux de Lefebvre et Arts figure IV.1-(b). Les résultats trouvés montrent l'efficacité du mode de turbulence k-oméga.

b) Température

La figure IV.2 représente la distribution de la température dans le domaine de contrôle, on remarque que la température est maximum à l'entrée du domaine (conditions aux limites), elle diminue dans le domaine inter-aube, on constate que la température chute plus vite sur l'extrados que sur l'intrados, une augmentation de température est remarqué sur l'extrados près du bord de fuite par la présence de l'onde de choc.

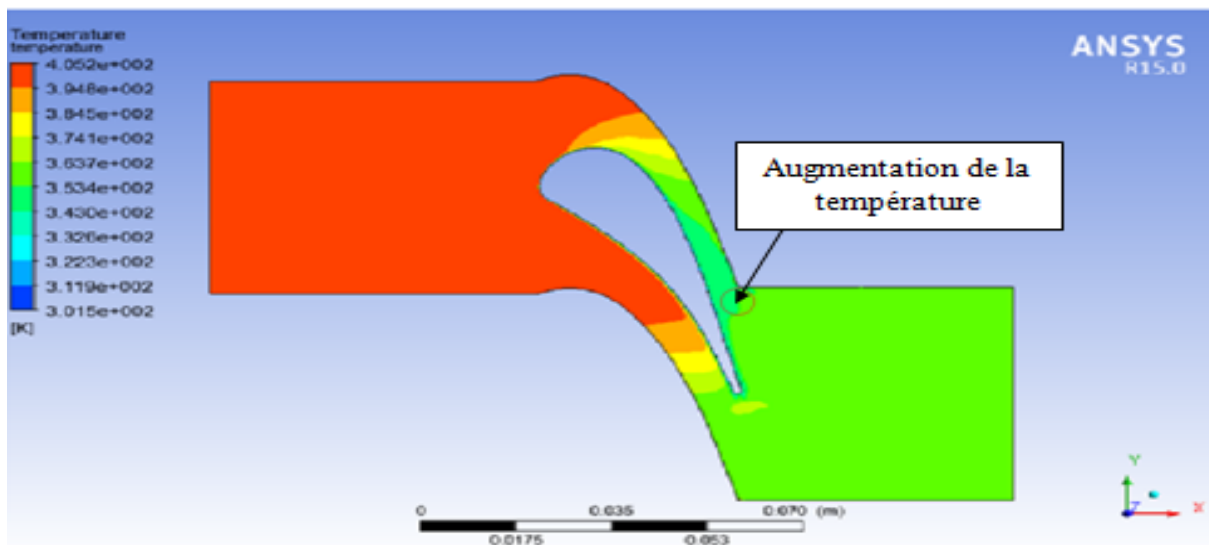


Figure IV.2 : Distribution de la température

c) Pression

De même la validation du modèle utilisé est des équations de RANS est réalisée. La pression à l'entrée du domaine est très élevée, elle diminue dans le domaine inter-aube. On remarque aussi que la pression chute plus vite sur l'extrados que sur l'intrados. Une diminution brusque de la pression figure sur l'extrados sur l'abscisse proche du bord de fuite,

cela confirme la présence de l'onde de choc qui est une instabilité de l'écoulement. La présence de l'onde de choc est expliquée par la nature transsonique de l'écoulement où il passe du sonique ($M < 1$) au supersonique ($M > 1$). La distribution de la pression est représentée par la figure IV.3.

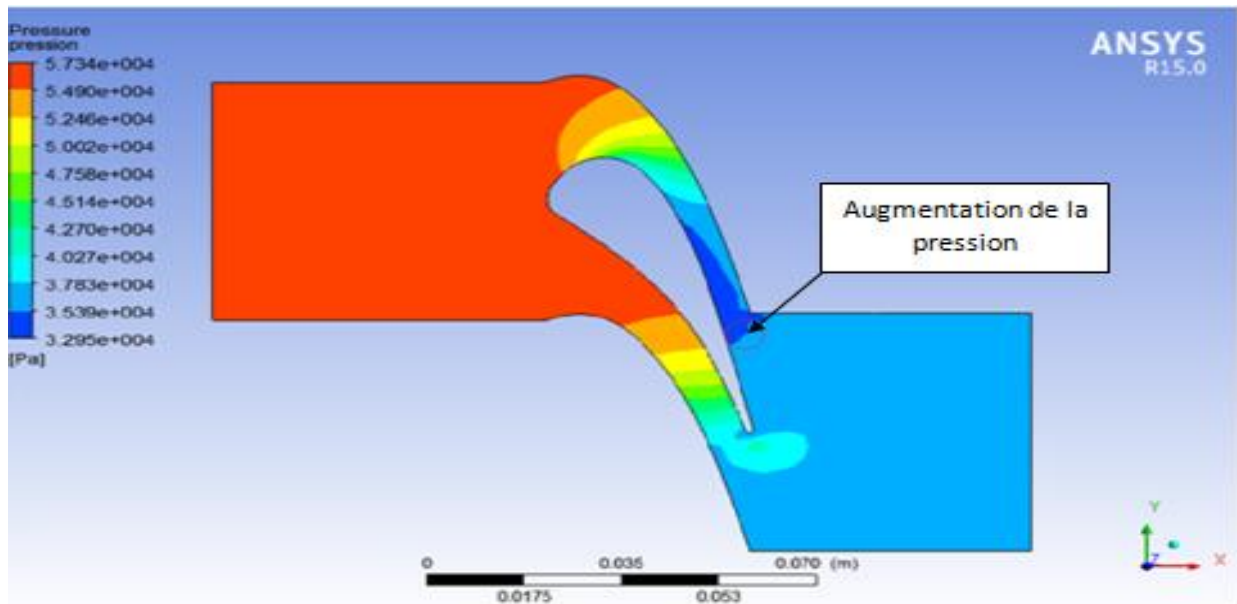


Figure IV.3 : Distribution de la pression

Si on trace la distribution de la pression sur le profil, comme il est représenté sur la figure V.4 on remarque que sa variation suit celle de la pression dans le domaine fluide.

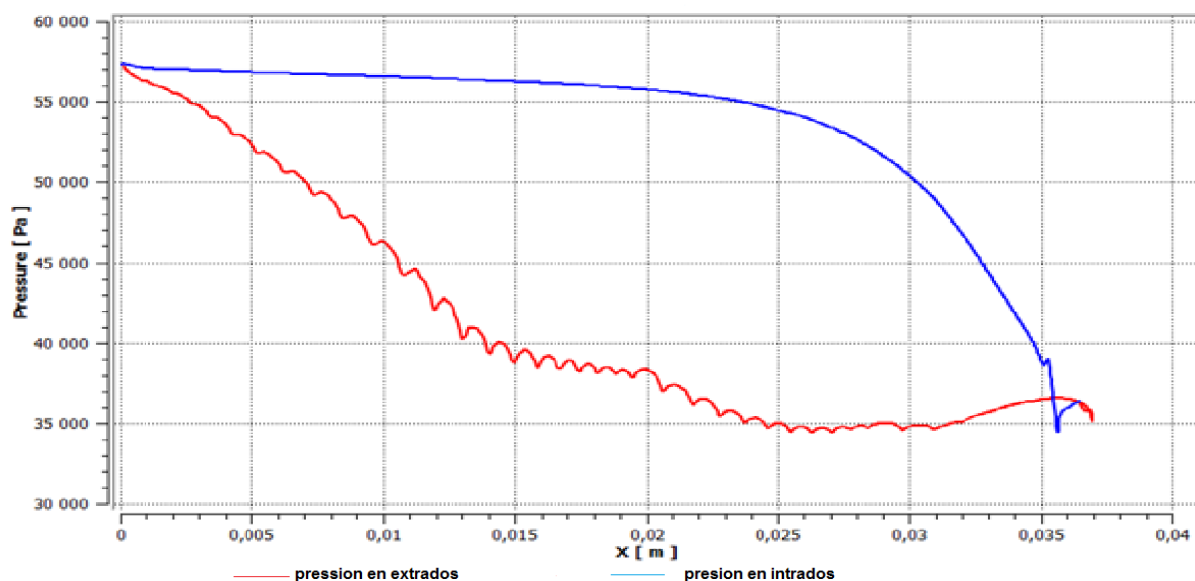


Figure IV.4 : courbe de pression le long de l'aube

d) Y^+

Comme nous l'avons cité précédemment, une condition est imposée, la valeur de y^+ doit être inférieure à 5 le long du profil. La figure V.5 montre l'allure de y^+ , il est clair que la limite maximal atteinte est inférieure à 5. Donc la condition est vérifiée.

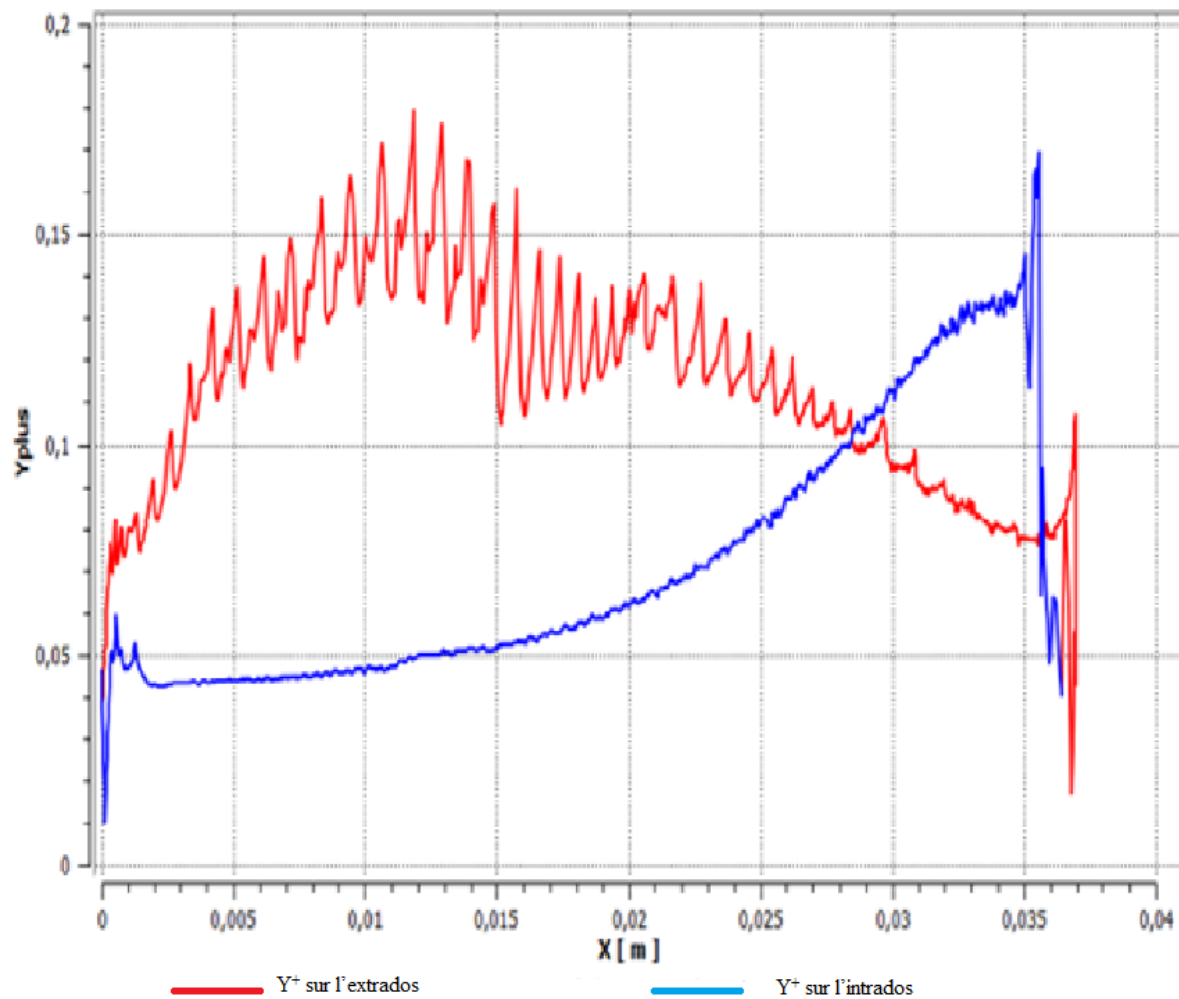


Figure IV.5 : Variation de Y^+ le long du profil

À travers les résultats obtenus, l'efficacité du model k-oméga est optimisée ainsi que l'utilisation des équations RANS et de même pour les résultats confirment l'efficacité du code CFX15.0.

- pour le cas test MUR 222, MUR 228, et MUR 230

Dans ce qui suit, nous présenterons les résultats obtenus pour les trois autres cas de test, ces résultats sont obtenus en utilisant le même modèle de turbulence (**k-oméga**). Les mêmes interprétations et remarques sont faites que pour le cas test MUR221.

- MUR 222

a) Le nombre de Mach

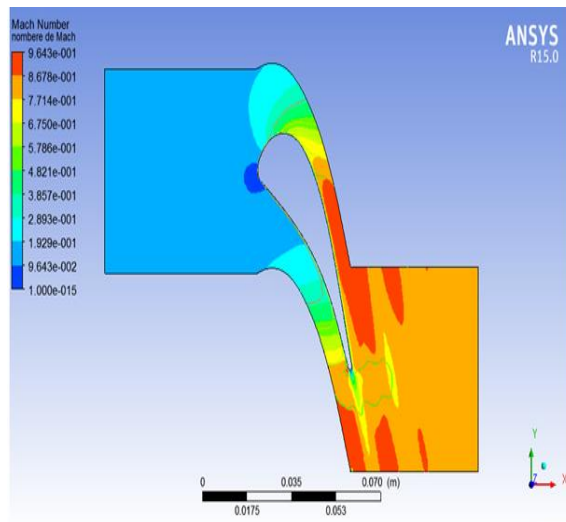


Figure : IV.6 contour de nombre de Mach

b) température

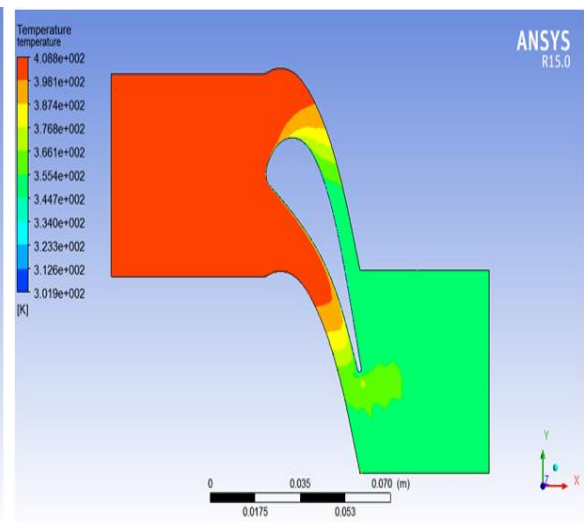


Figure IV.7 : contour de température

c) pression

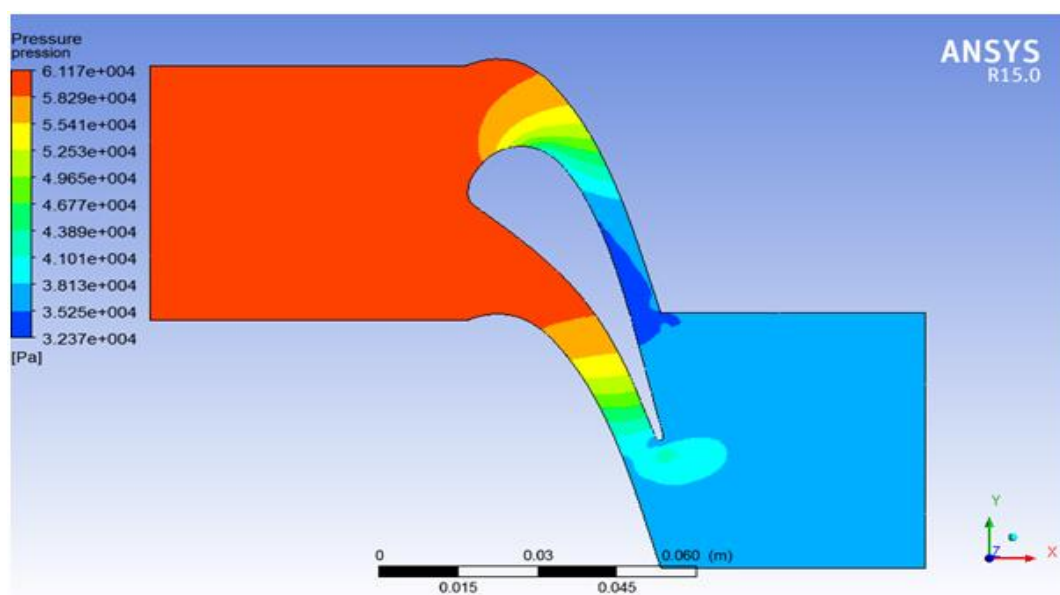


Figure IV.8 : contour de pression

e) courbe de pression

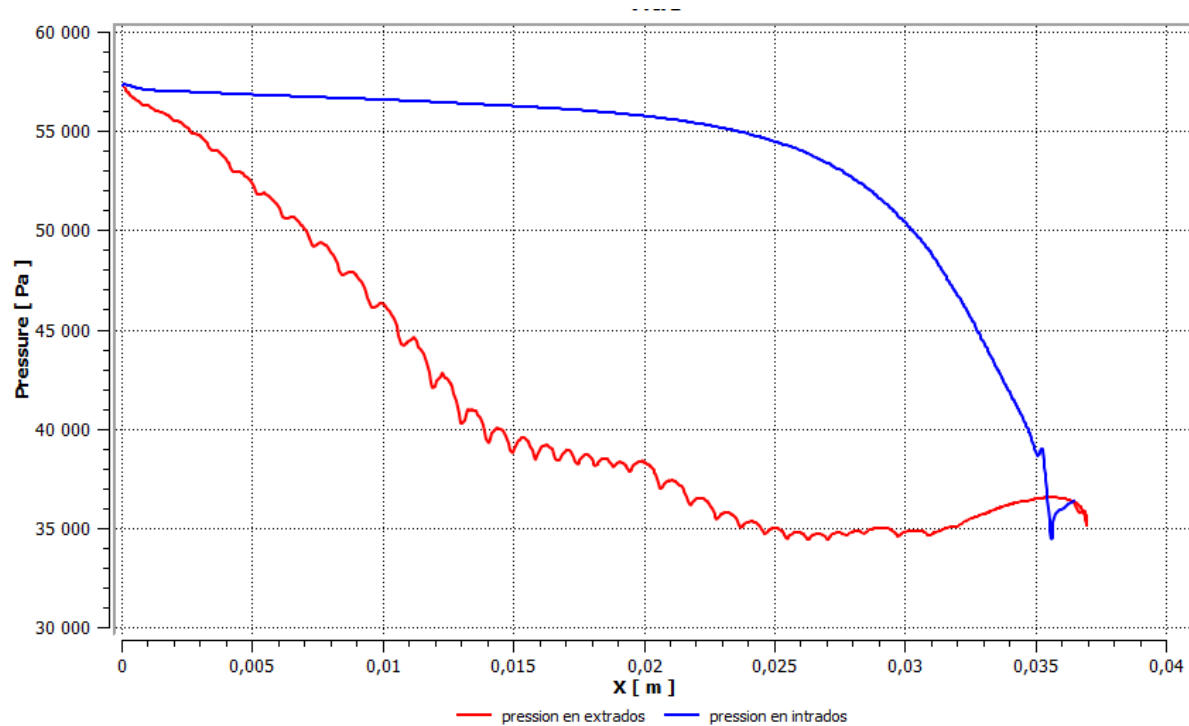
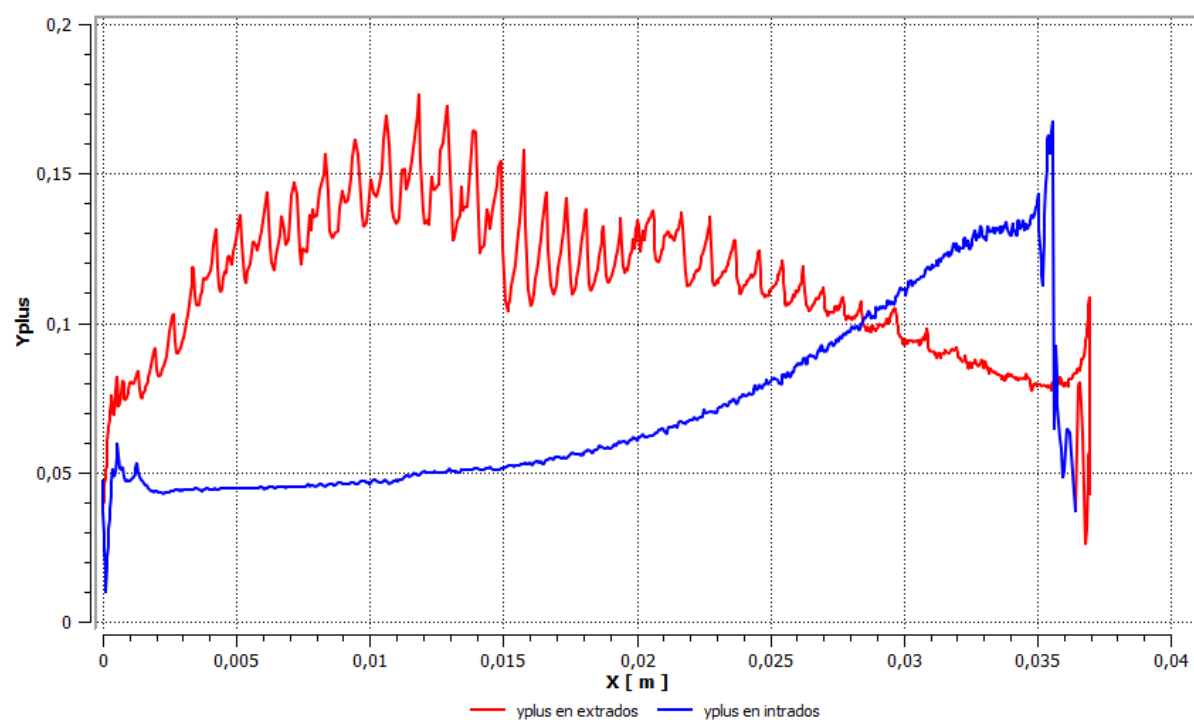


Figure IV.9 : Distribution de pression le long de l'aube

f) Y^+ Figure IV.10 : Variation de Y^+ le long du profil

- MUR228

a) Le nombre de Mach

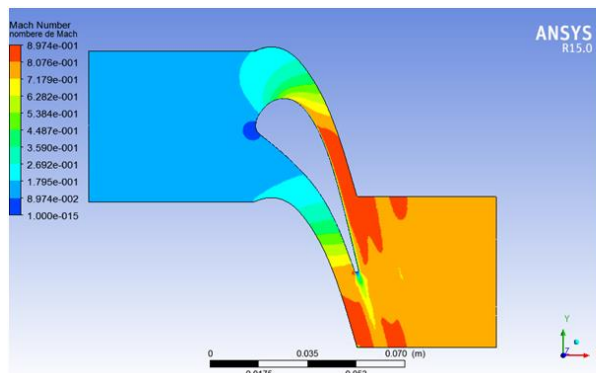


Figure IV.11 : Contour de nombre de Mach

b) température

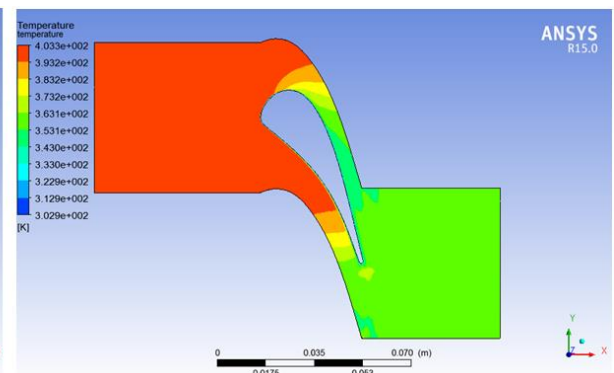


Figure IV.12 : Contour de température

c) pression

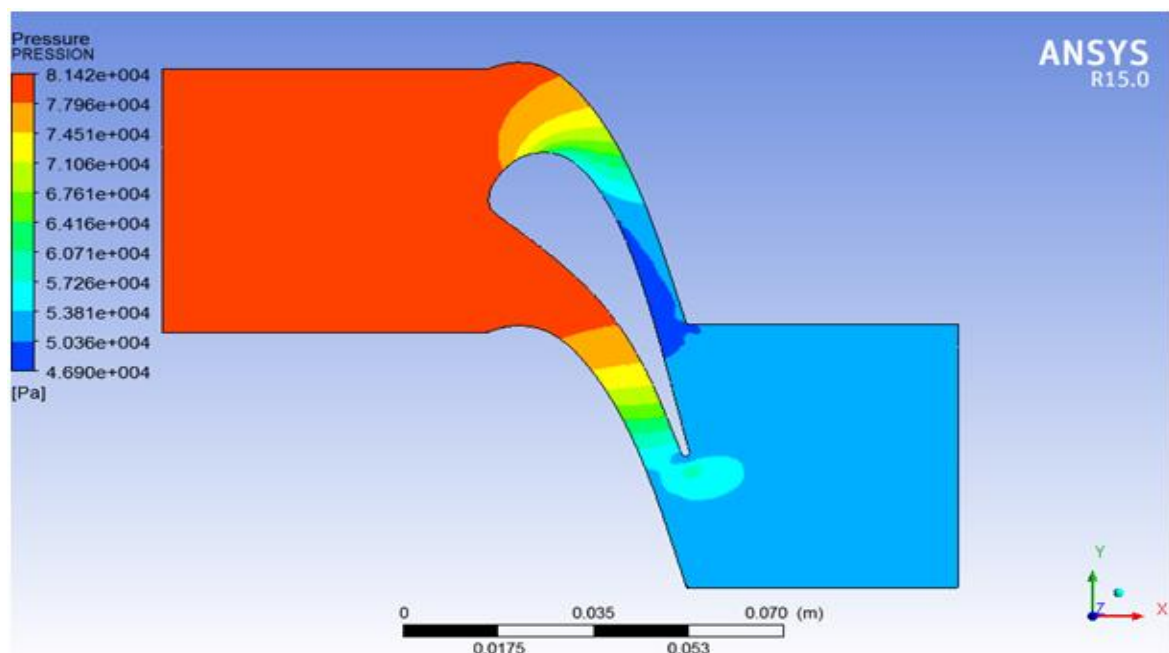


Figure IV.13 : contour de pression

d) courbe de pression

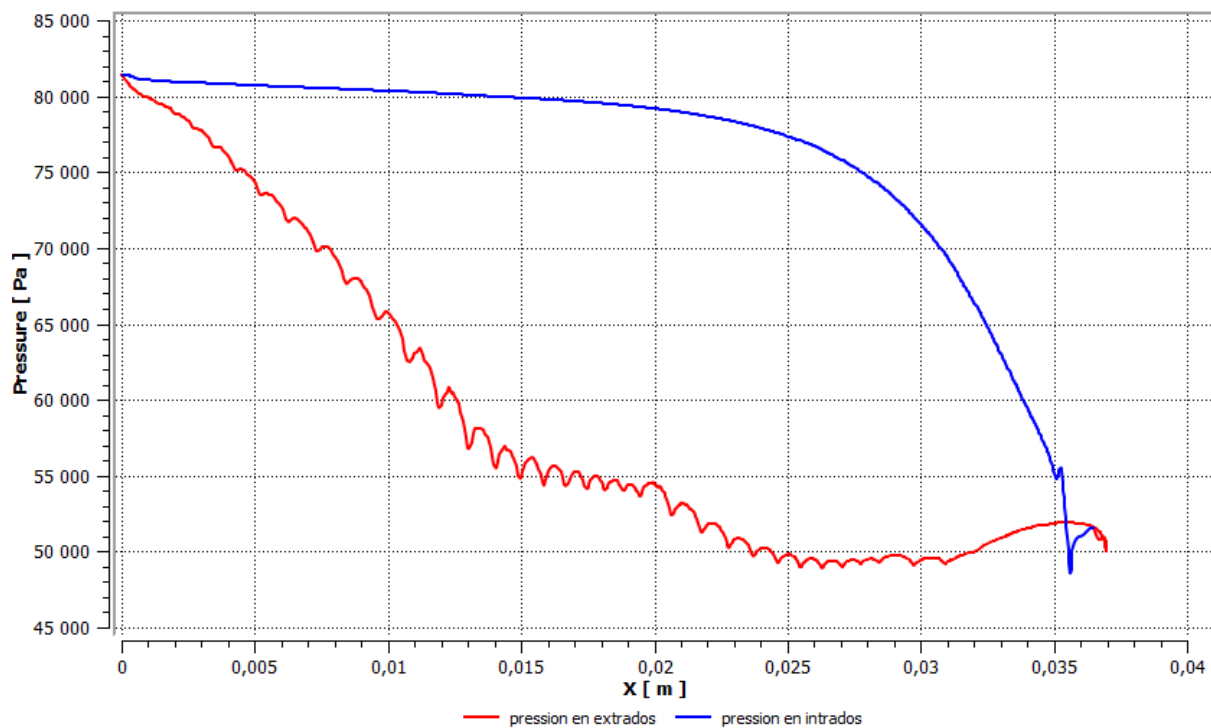
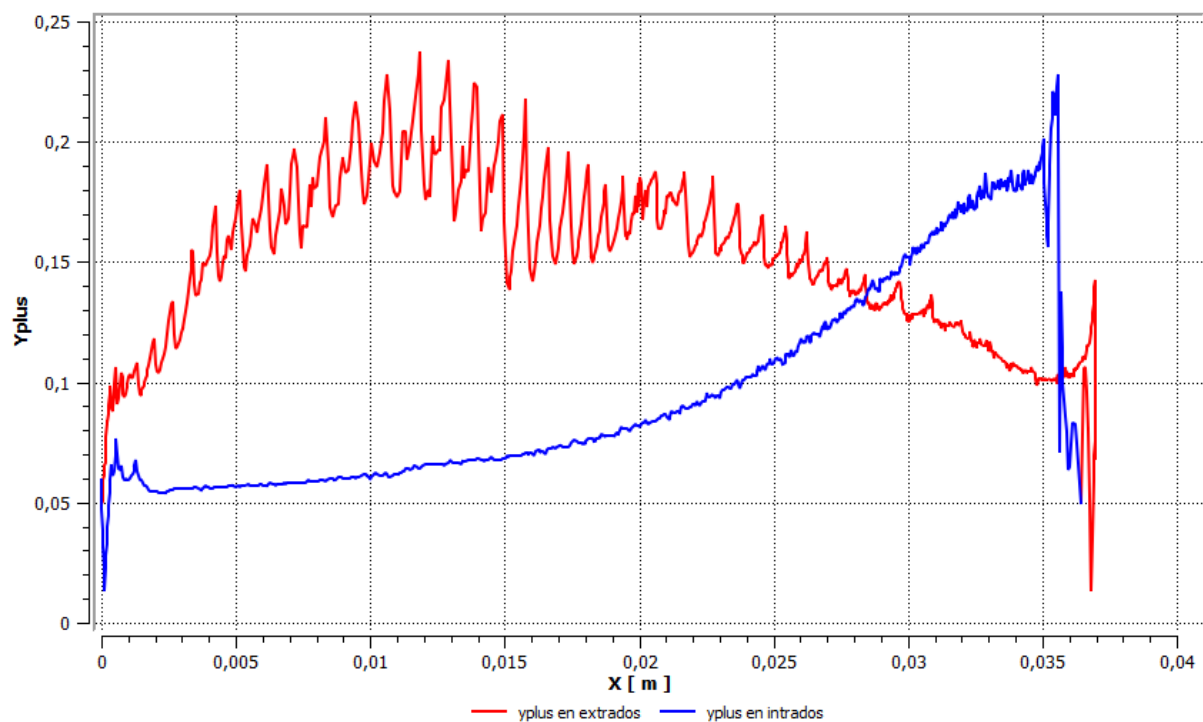


Figure IV.14 : Distribution de pression le long de l'aube

e) Y^+ Figure IV.15 : Variation de Y^+ le long du profil

- MUR 230

a) Nombre de Mach

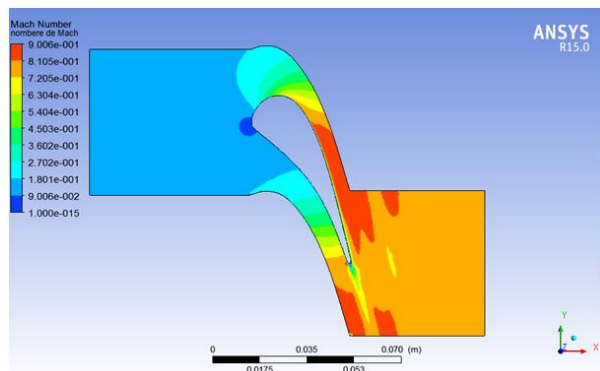


Figure IV.16 : Contour de nombre de Mach

b) température

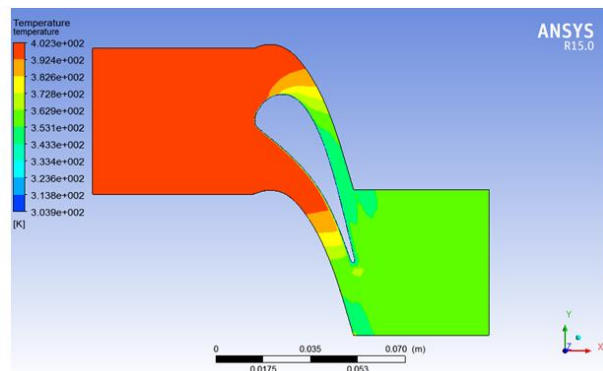


Figure IV.17 : Contour de température

c) pression

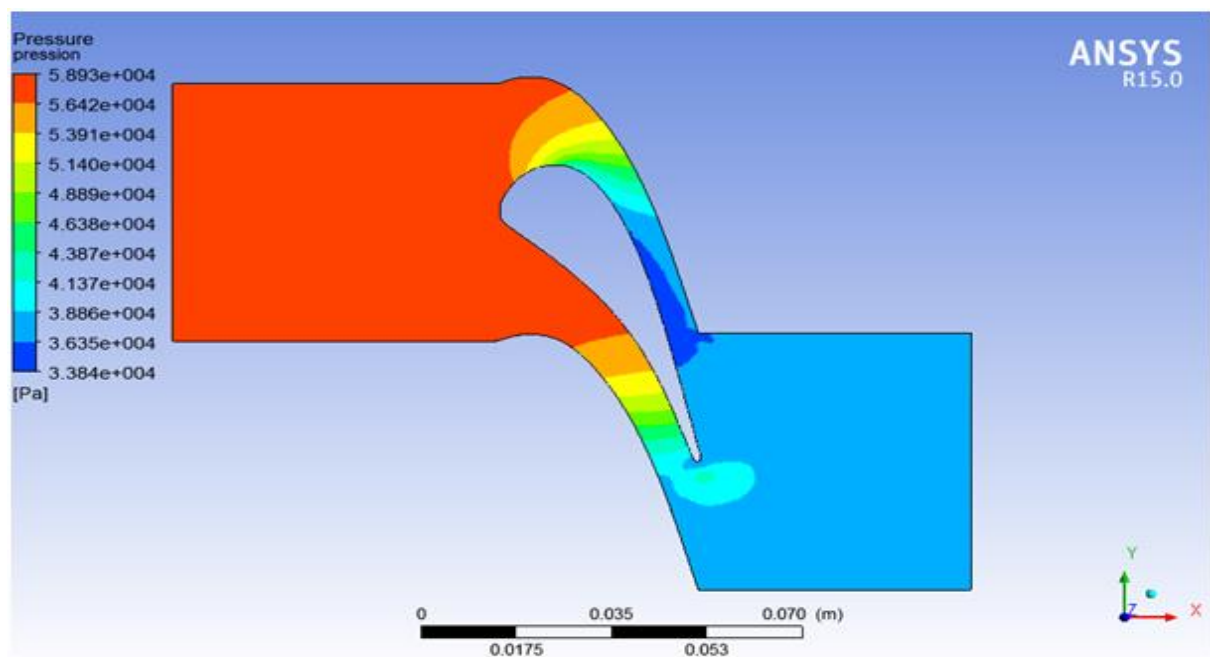


Figure IV.18 : contour de pression

d) courbe de pression

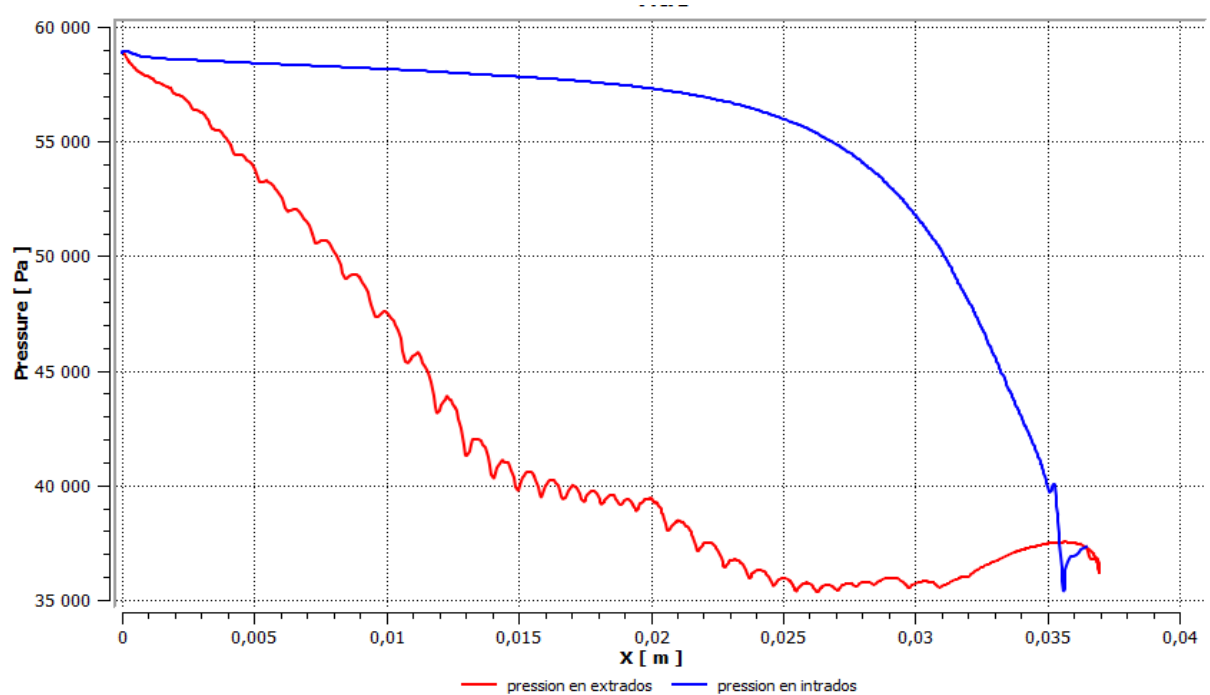
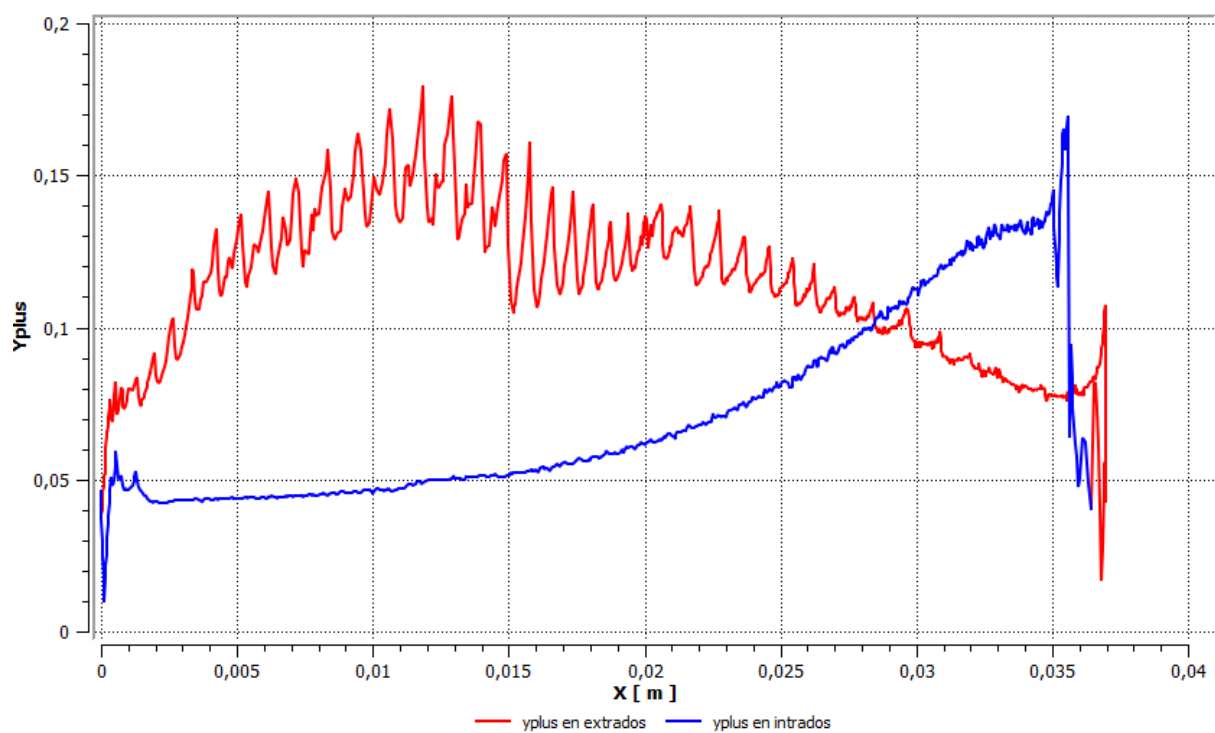


Figure IV.19 : Distribution de pression le long de l'aube

e) Y^+ Figure IV.20 : Variation de Y^+ le long du profil

1.2 Avec le modèle de turbulence RNG k- ϵ

Contrairement aux résultats trouvés, en utilisant le modèle de turbulence k-oméga, en introduisant le modèle de turbulence RNG k-epsilon les résultats ne sont pas satisfaisant. Cela peut être expliqué par l'insuffisance du modèle RNG k-epsilon.

- mur 221
- a) Nombre de Mach

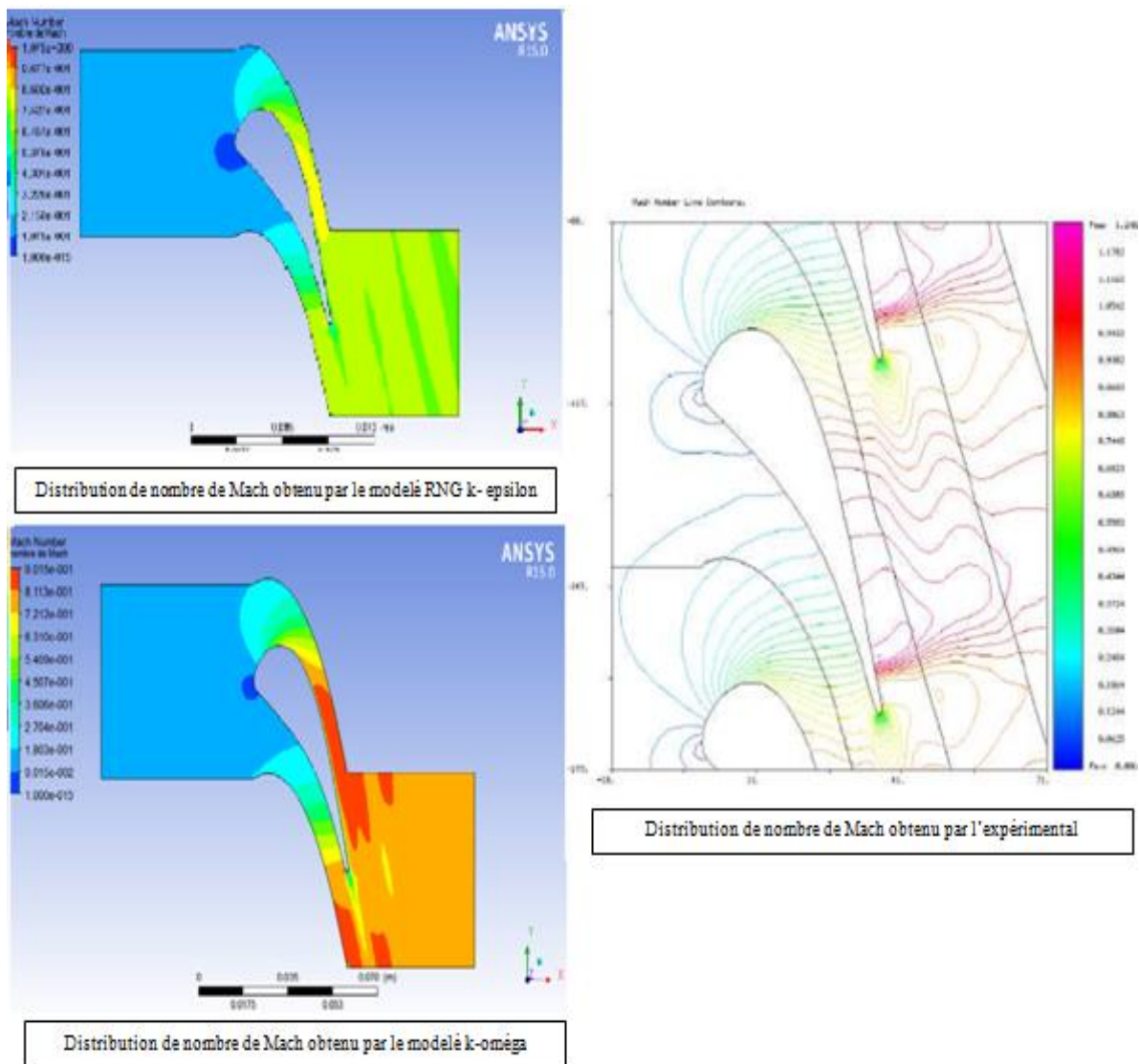


Figure IV.21: distribution de nombre de Mach obtenu par les modèle (RNG k-epsilon et k-oméga) avec cas de test MUR 221 comparé au résultat expérimental

De même, une comparaison entre la distribution de la température, la pression et la variation de y^+ le long de l'aube, entre les deux modèles de turbulence utilisé, est rapportée

sur les figures ci-dessous, les résultats trouvés confirme l'insuffisance du modèle RNG k-epsilon.

b) Température

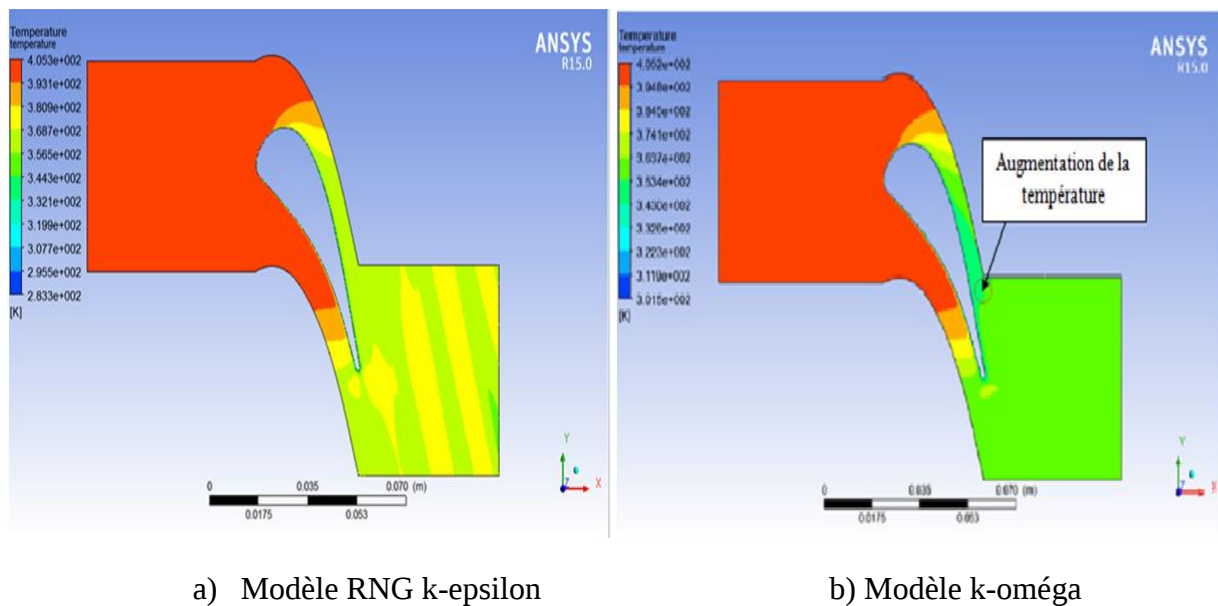


Figure IV.22 : Distribution de la température

c) Pression

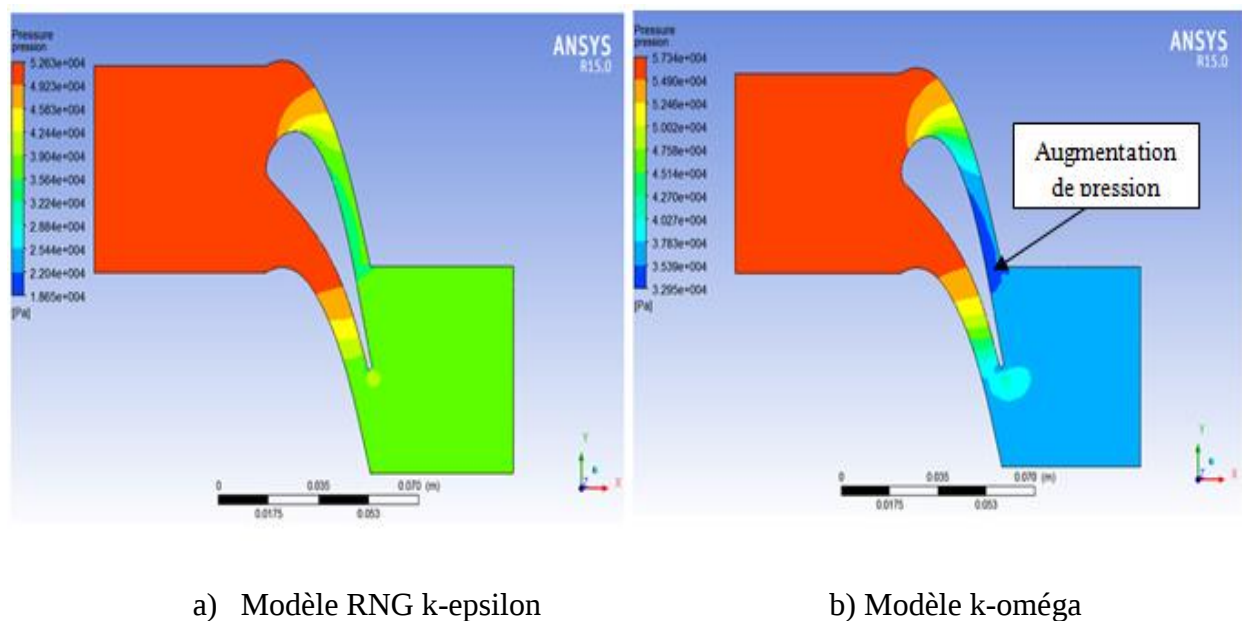


Figure IV.23 : Distribution de la pression

d) courbe de pression

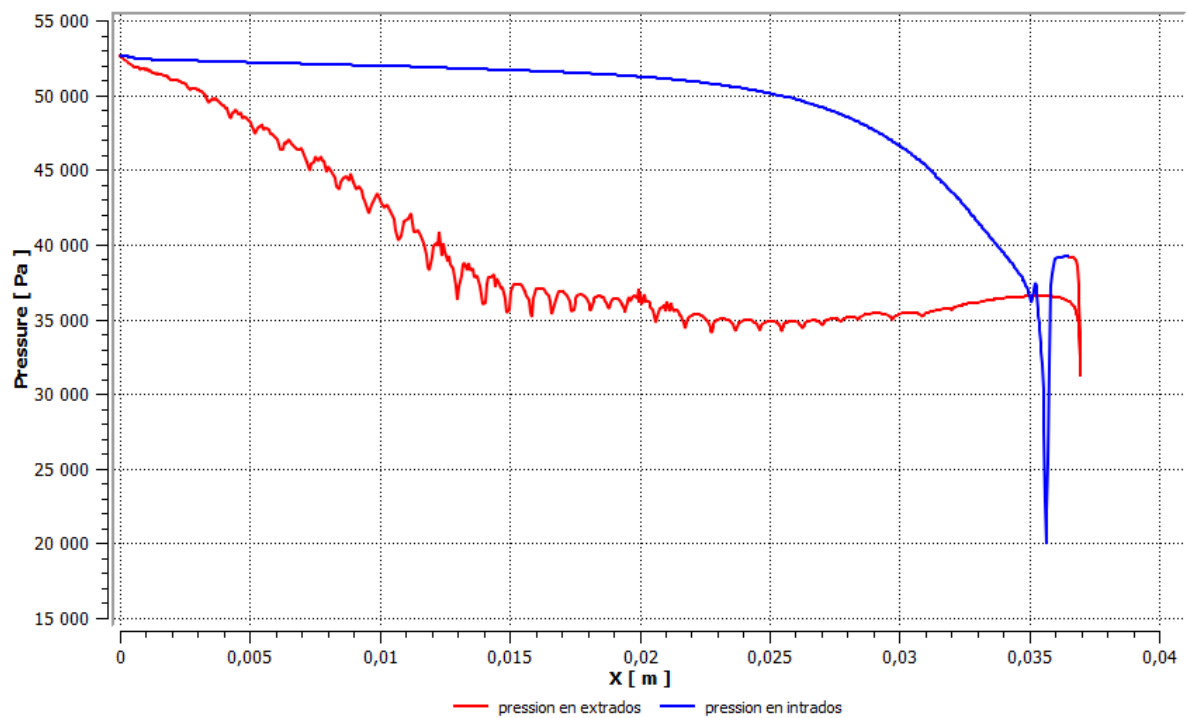
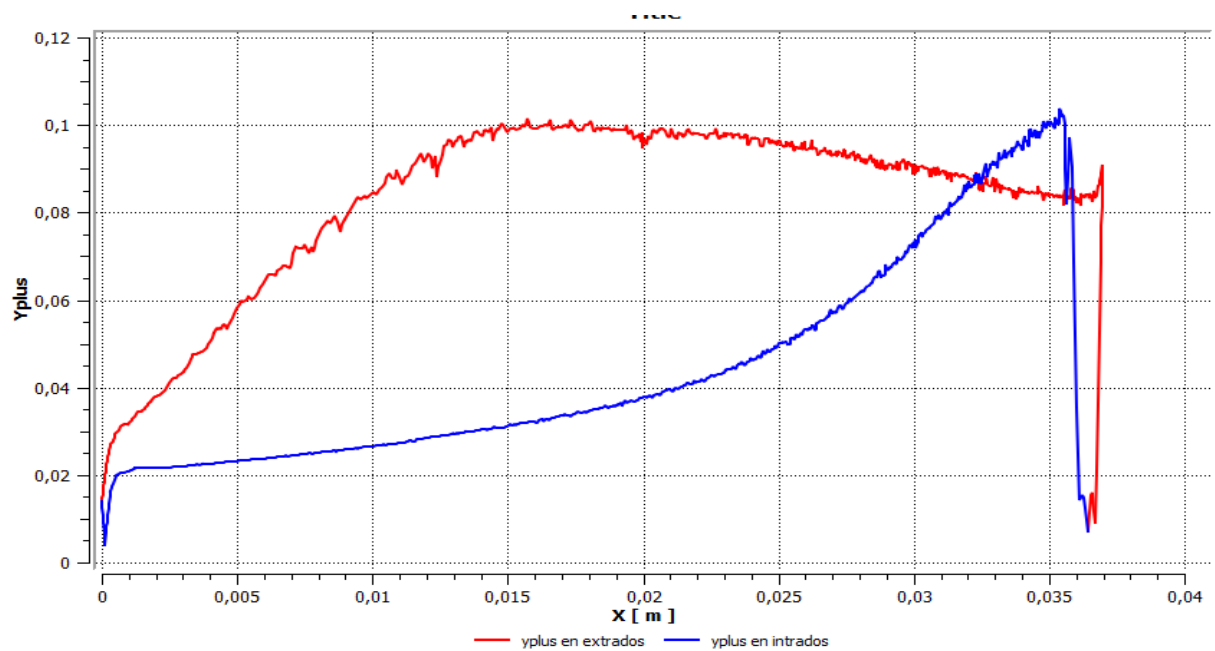


Figure IV.24 : Distribution de pression le long de l'aube

e) Y^+ Figure IV.25 : Variation de Y^+ le long du profil

De même pour l'illustration des résultats des cas de test MUR222, MUR228, MUR230. Les résultats ne sont pas satisfaisants, ce qui confirme d'avantage l'insuffisance du modèle RNG k-epsilon pour la résolution de cet écoulement. Les résultats sont donnés ci-dessous.

- MUR 222

a) Nombre de mach

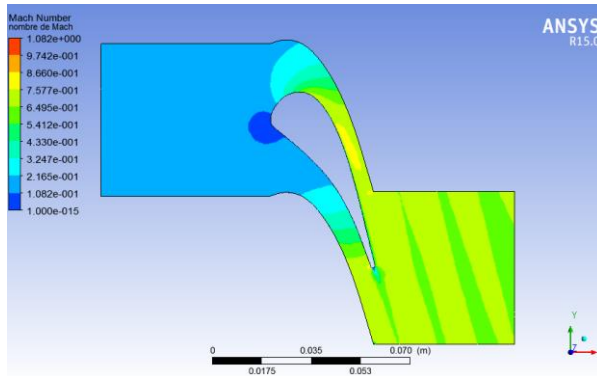


Figure IV.26 : Contour de nombre de Mach

b) température

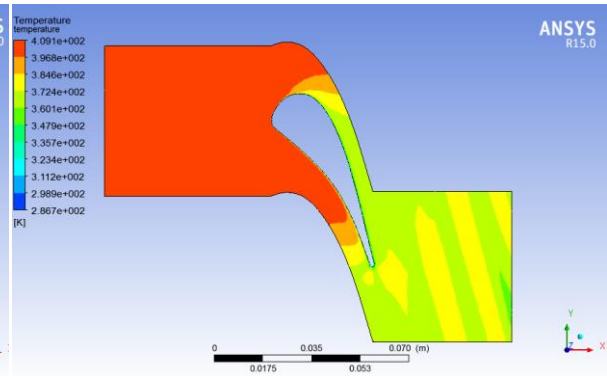


Figure IV.27 : Contour de température

c) Pression

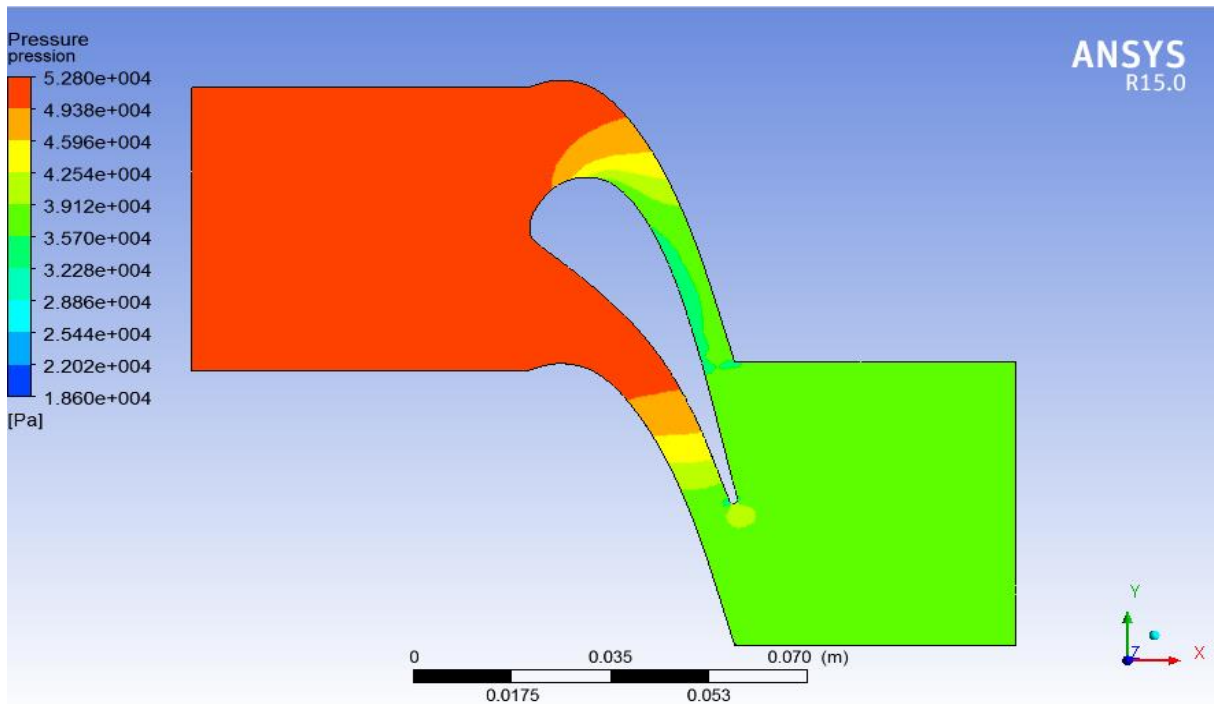


Figure IV.28 : contour de pression

d) courbe de pression

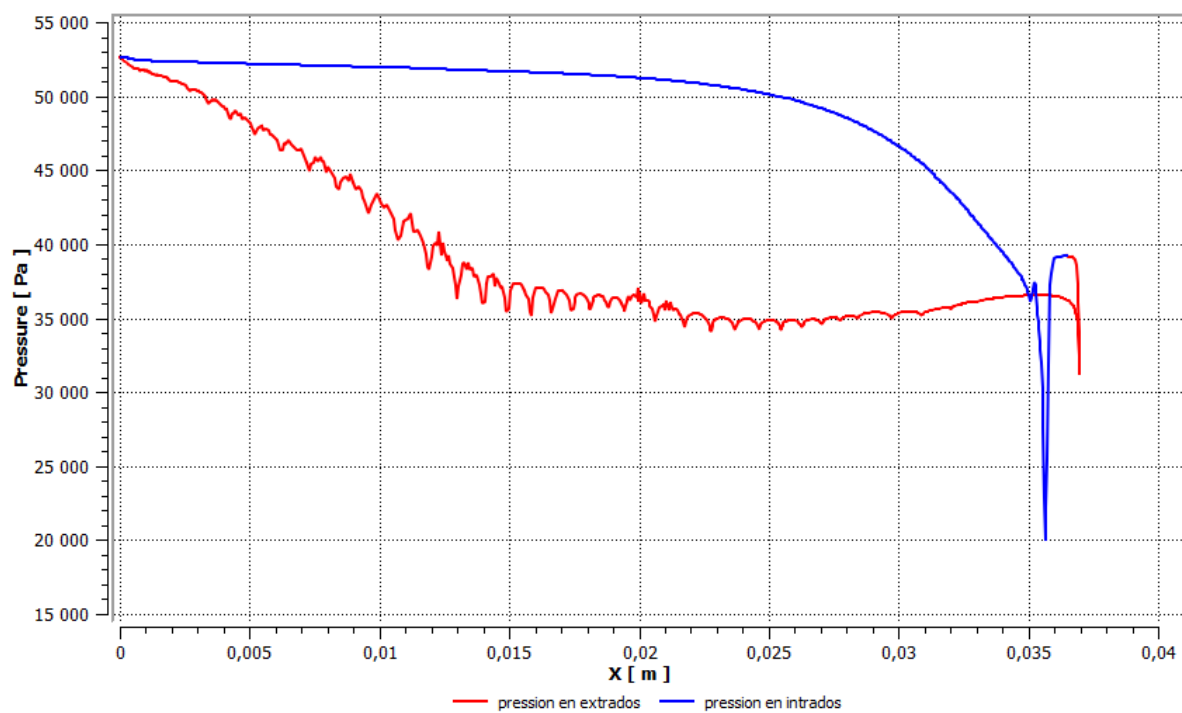
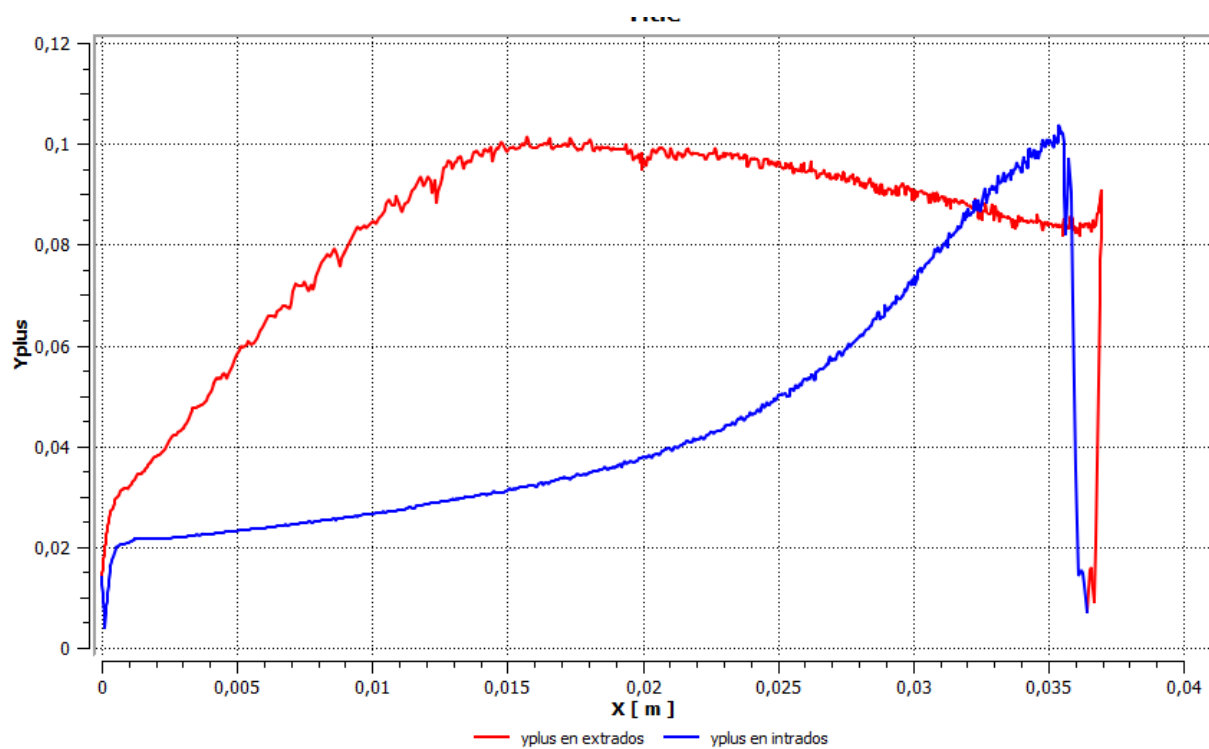


Figure IV.29 : Distribution de pression le long de l'aube

e) Y^+ Figure IV.30 : Variation de Y^+ le long du profil

- MUR228

a) Nombre de Mach

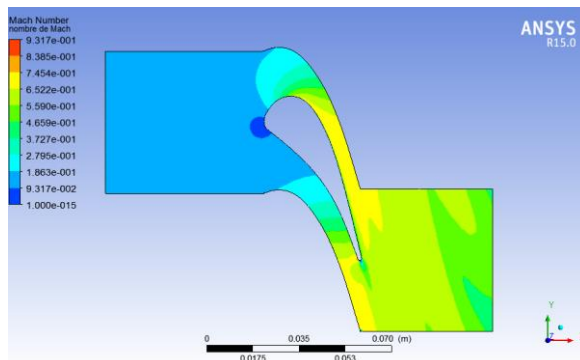


Figure IV.31 : Contour de nombre de Mach

b) température

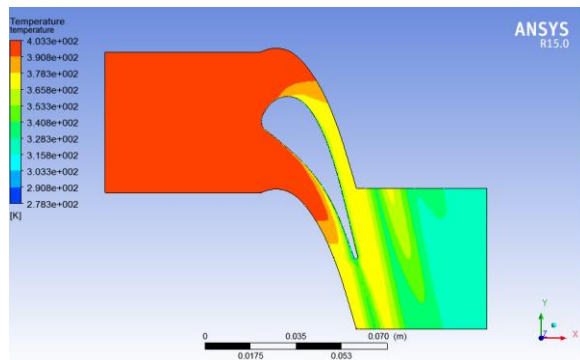


Figure IV.32 : Contour de température

c) Pression

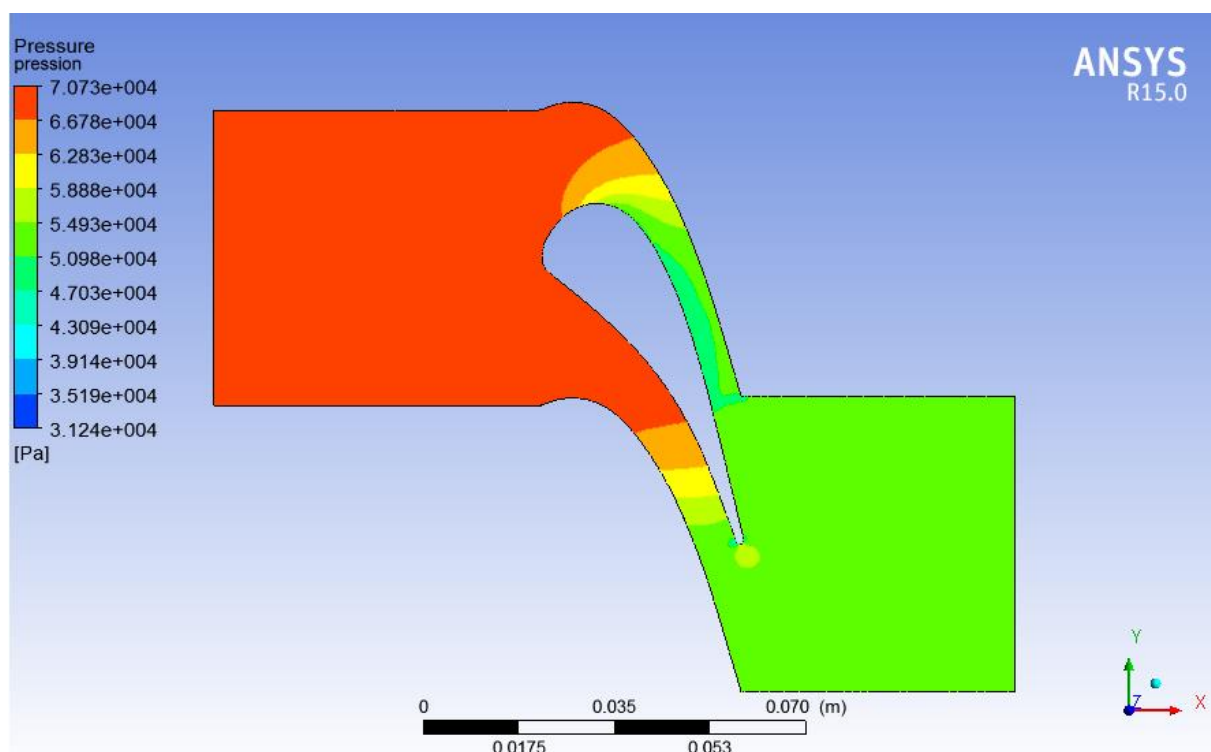


Figure IV. 33 : contour de pression

- MUR230

a) Nombre de Mach

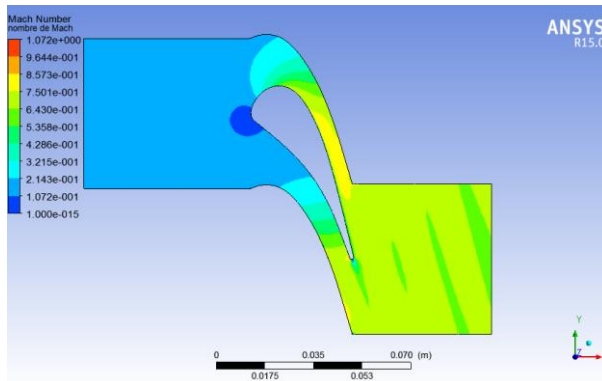


Figure IV.34 : Contour de nombre de Mach

b) Température

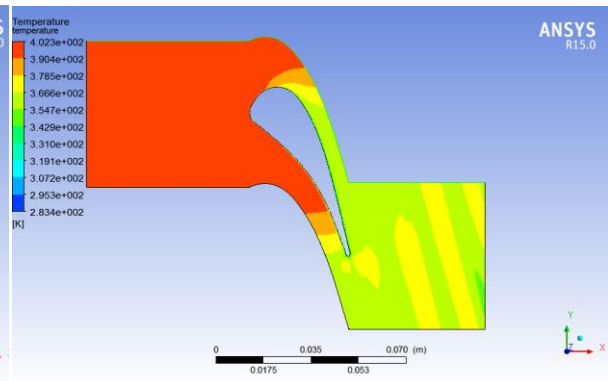


Figure IV.35 : Contour de température

c) Pression

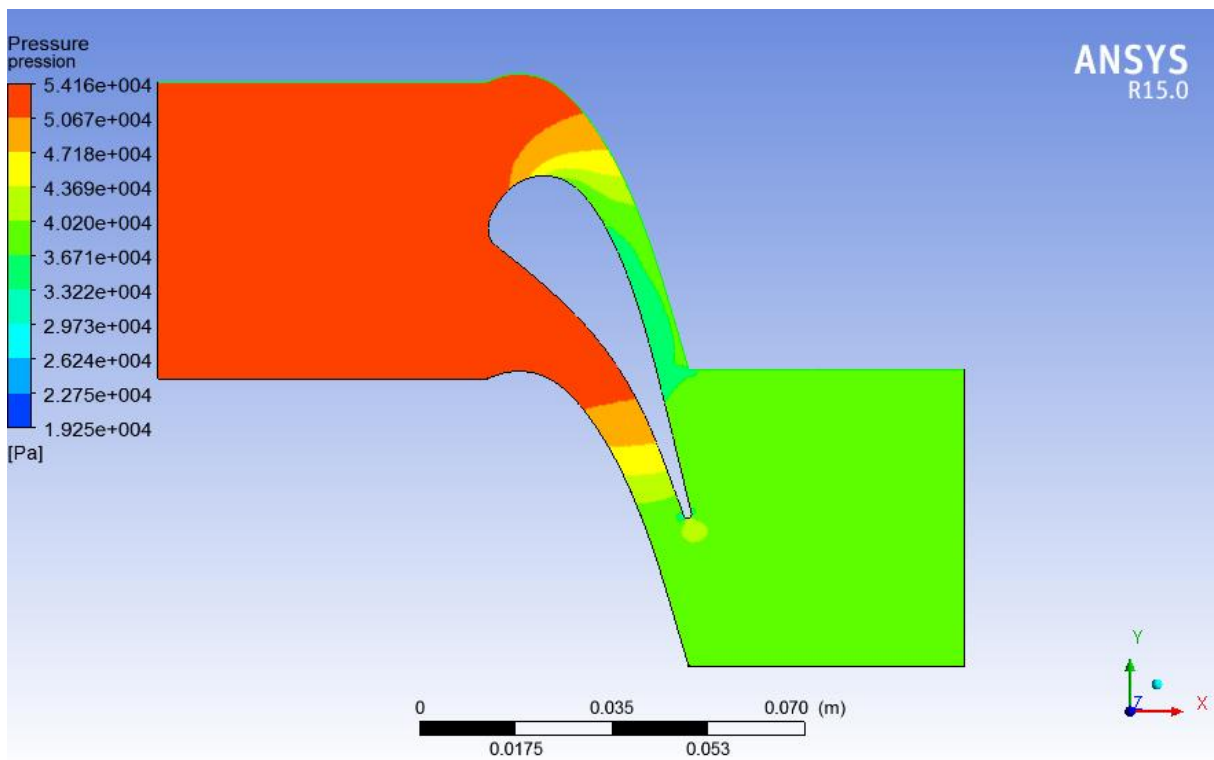


Figure IV. 36 : contour de pression

Conclusion

D'après les résultats de la simulation numérique de l'écoulement trouvés en utilisant deux modèle de turbulence, on constate que le modèle de turbulence k-oméga est le mieux adapté pour la résolution de tel écoulement, l'efficacité de ce modèle est optimisée ainsi que l'utilisation des équations RANS et de même les résultats confirment l'efficacité du code CFX15.0.

Conclusion générale

Ce travail a été dédié à l'étude d'un écoulement transsonique autour d'une aube de profil VKI-CT2 placé dans un stator d'une turbine axial. On s'est intéressé en premier lieu à l'aspect comparatif entre notre simulation numérique et des résultats numériques validés expérimentalement. L'outil de simulation numérique ANSYS-CFX a été notre moyen pour la prédiction des caractéristiques de l'écoulement le long du profil aérodynamique choisi. Pour se faire, un maillage non structuré construit avec le générateur de maillage ICEM associé au code CFX. Beaucoup d'efforts ont été investi sur le maillage afin de fournir des résultats de qualité. Deux modèles de turbulence (k-oméga et RNG k-epsilon) ont été utilisés. Une concordance entre les résultats de Michael LEFEBVER et T. Arts, données dans l'annexe et nos résultats numériques, est apparue on utilisant le modèle de turbulence k-oméga. Le calcul visqueux et turbulent était capable de prédire les propriétés aérodynamiques : nombre de Mach, la température, la pression. Par contre les résultats numériques trouvés en utilisant le modèle RNG k-epsilon n'étaient pas satisfaisantes, cela est dû à l'insuffisance des équations utilisées dans ce modèle pour la prédiction de tel écoulement.

Dans l'ensemble, les résultats des simulations numériques peuvent fournir des renseignements nécessaires pour la mise en place ou l'amélioration des géométries pour la conception, l'analyse et l'optimisation des performances des turbomachines.

En perspective et afin d'enrichir notre travail, nous souhaitons inclure une étude portant sur le comportement mécanique de l'aube VKI-CT 2.

Bibliographies

- [1]. T. Arts, Lambert de Rouvroit, and A. W. Rutherford : Aero thermal invistigation of a highly loaded transonic turbine guide vane cascade. Von Kerman Institute – Belgium, September 1990.
- [2]. Michael LEFEBVER, T. Arts: Numerical aero-thermal preduction of laminar/turbulent flows in a two dimensional high pressure turbine linear cascade.
- [3]. Jan Halama, Tony Arts et Jaroslav Fort, “Numerical solution of unsteady and steady transonic flow in turbine cascade and stage. Elsevier 2003.
- [4]. M. Hachimi, L. Merahi et M. Abidat : Numerical determination of the performance of a NACA2301 airfoil. Laboratoire des mécanique des fluide appliquée-USTO
- [5]. Cristian Wollblade : Transonic flow, laege eddy simulation, numérical methods and sub grid modeliling. Chalmer University of Technology Swedden, 2006.
- [6]. Pascal Kulisa et Jean-Michel Fougères : Heat transfer prediction on transonic turbine blade. Ecole centrale de Lyon, France 2000.
- [7]. M. SEDILLE , 1967, « Turbomachine hydraulique et thermique Tome II ».
- [8]. L. KOZUCH: Etude de l'écoulement dans une turbomachine axiale transsonique en présence ou non d'un outil de simulation et analyse instationnaire. Thèse doctorat, Ecole centrale de Lyon, France 2002.
- [9]. Schlichting, H, 1979, “method de dimensionnement et d'analyse des machine de compression helicon-centrifuges en regime incompressible”, Th. Méc, ENSAM paris.
- [10]. White, H. 1991, viscose fluid flow, MecGraw-Hill, New Yourk 1974.
- [12]. Lakashminarayana, B., 1995,”fluid dynamics and heat transfer of Turbomachinery”.
- [13]. AGARD, 1989, Blading Design for Axial Flow Turbomachines.
- [14]. Hirsh, et Warzee. G, 1979,” A Finite Element Methode For Through Flow Calculation in Turbomachines”.
- [15]. Preston, L, 1961, “The non-steady irrotationa flow of an inviscid”.
- [16].Schol. N, 1965, “Aerodynamik der Schaufelgitter.
- [17]. Gostelow. J.P, 1984, Turbomachines whith splitter blade.
- [18]. Documentations CFC.15
- [19]. Laetitia DORIS, 2005, Introduction à la simulation numérique des écoulements turbulents. ENSTA.

Géométrie utilisée

Annexe 1 : Géométrie

X mm	Y mm	S mm	S/SSS -	S/C -	X mm	Y mm	S mm	S/SPS -	S/C -
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000 × 0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.185	1.554	1.565	0.018	0.023	0.185	-0.913	0.932	0.014	0.014
0.371	2.349	2.381	0.028	0.035	0.371	-1.513	1.560	0.024	0.023
0.556	2.850	2.916	0.034	0.043	0.556 × -1.858	1.951	0.030	0.029	
0.742	3.298	3.401	0.039	0.050	0.742	-2.086	2.245	0.034	0.033
0.927	3.662	3.809	0.044	0.056	0.927	-2.278	2.512	0.038	0.037
1.113	3.982	4.179	0.048	0.062	1.113	-2.467	2.777	0.042	0.041
1.298	4.267	4.519	0.052	0.067	1.298 × -2.649	3.037	0.046	0.045	
1.484	4.548	4.856	0.056	0.072	1.484	-2.810	3.283	0.050	0.049
1.669	4.825	5.189	0.060	0.077	1.669	-2.963	3.523	0.054	0.052
1.855	5.099	5.520	0.064	0.082	1.855	-3.112	3.761	0.058	0.056
2.040	5.366	5.845	0.068	0.086	2.040	-3.260	3.998	0.061	0.059
2.226	5.618	6.158	0.071	0.091	2.226	-3.407	4.235	0.065	0.063
2.411	5.859	6.462	0.075	0.096	2.411 × -3.554	4.471	0.068	0.066	
2.597	6.095	6.762	0.078	0.100	2.597	-3.703	4.710	0.072	0.070
2.782	6.326	7.058	0.082	0.104	2.782	-3.852	4.947	0.076	0.073
2.968	6.549	7.349	0.085	0.109	2.968	-4.001	5.186	0.079	0.077
3.153	6.765	7.633	0.088	0.113	3.153	-4.150	5.423	0.083	0.080
3.339	6.971	7.911	0.091	0.117	3.339	-4.299	5.661	0.087	0.084
3.524	7.166	8.179	0.095	0.121	3.524	-4.448	5.899	0.090	0.087
3.710	7.351	8.442	0.098	0.125	3.710	-4.596	6.137	0.094	0.091
3.895	7.524	8.695	0.101	0.129	3.895	-4.746	6.375	0.098	0.094
4.081	7.688	8.943	0.103	0.132	4.081	-4.895	6.613	0.101	0.098
4.266	7.843	9.184	0.106	0.136	4.266	-5.044	6.851	0.105	0.101
4.452	7.987	9.420	0.109	0.139	4.452	-5.194	7.090	0.108	0.105
4.637	8.122	9.649	0.112	0.143	4.637	-5.343	7.327	0.112	0.108
4.822	8.251	9.874	0.114	0.146	4.822	-5.493	7.565	0.116	0.112
5.008	8.372	10.096	0.117	0.149	5.008	-5.643	7.804	0.119	0.115
5.193	8.486	10.313	0.119	0.152	5.193	-5.793	8.043	0.123	0.119
5.379	8.594	10.528	0.122	0.156	5.379	-5.944	8.282	0.127	0.122
5.564	8.698	10.741	0.124	0.159	5.564	-6.094	8.520	0.130	0.126
5.750	8.798	10.952	0.127	0.162	5.750	-6.245	8.760	0.134	0.129
5.935	8.895	11.161	0.129	0.165	5.935	-6.396	8.999	0.138	0.133
6.121	8.987	11.368	0.131	0.168	6.121	-6.547	9.238	0.141	0.137
6.306	9.077	11.574	0.134	0.171	6.306	-6.699	9.478	0.145	0.140
6.492	9.164	11.779	0.136	0.174	6.492	-6.851	9.718	0.149	0.144
6.677	9.248	11.983	0.139	0.177	6.677	-7.003	9.957	0.152	0.147
6.863	9.326	12.184	0.141	0.180	6.863	-7.156	10.198	0.156	0.151
7.048	9.400	12.383	0.143	0.183	7.048	-7.309	10.438	0.160	0.154
7.234	9.469	12.582	0.146	0.186	7.234	-7.463	10.680	0.163	0.158
7.419	9.533	12.778	0.148	0.189	7.419	-7.616	10.920	0.167	0.161
7.605	9.591	12.972	0.150	0.192	7.605	-7.771	11.162	0.171	0.165
7.790	9.644	13.165	0.152	0.195	7.790	-7.926	11.403	0.174	0.169
7.976	9.691	13.357	0.154	0.197	7.976	-8.081	11.645	0.178	0.172
8.161	9.732	13.546	0.157	0.200	8.161	-8.237	11.887	0.182	0.176

Table 1 : Points de la géométrie

Annexe 1 : Géométrie

X	Y	S	S/SSS	S/C	X	Y	S	S/SPS	S/C
mm	mm	mm	-	-	mm	mm	mm	-	-
8.347	9.770	13.736	0.159	0.203	8.347	-8.393	12.130	0.186	0.179
8.532	9.804	13.924	0.161	0.206	8.532	-8.550	12.373	0.189	0.183
8.718	9.833	14.112	0.163	0.209	8.718	-8.707	12.616	0.193	0.186
8.903	9.859	14.299	0.165	0.211	8.903	-8.865	12.859	0.197	0.190
9.089	9.880	14.486	0.168	0.214	9.089	-9.023	13.103	0.201	0.194
9.274	9.898	14.672	0.170	0.217	9.274	-9.182	13.347	0.204	0.197
9.460	9.912	14.859	0.172	0.220	9.460	-9.342	13.593	0.208	0.201
9.645	9.923	15.044	0.174	0.222	9.645	-9.502	13.837	0.212	0.205
9.830	9.931	15.229	0.176	0.225	9.830	-9.663	14.083	0.216	0.208
10.016	9.936	15.415	0.178	0.228	10.016	-9.824	14.329	0.219	0.212
10.201	9.938	15.600	0.180	0.231	10.201	-9.987	14.575	0.223	0.215
10.387	9.936	15.786	0.183	0.233	10.387	-10.149	14.822	0.227	0.219
10.572	9.932	15.971	0.185	0.236	10.572	-10.313	15.069	0.231	0.223
10.758	9.923	16.158	0.187	0.239	10.758	-10.476	15.316	0.234	0.226
10.943	9.910	16.343	0.189	0.242	10.943	-10.642	15.565	0.238	0.230
11.129	9.893	16.530	0.191	0.244	11.129	-10.809	15.815	0.242	0.234
11.314	9.871	16.716	0.193	0.247	11.314	-10.978	16.065	0.246	0.237
11.500	9.846	16.904	0.196	0.250	11.500	-11.148	16.317	0.250	0.241
11.685	9.816	17.091	0.198	0.253	11.685	-11.320	16.570	0.254	0.245
11.871	9.783	17.280	0.200	0.255	11.871	-11.491	16.823	0.257	0.249
12.056	9.744	17.469	0.202	0.258	12.056	-11.664	17.076	0.261	0.252
12.242	9.701	17.660	0.204	0.261	12.242	-11.837	17.330	0.265	0.256
12.427	9.652	17.852	0.206	0.264	12.427	-12.010	17.583	0.269	0.260
12.613	9.598	18.045	0.209	0.267	12.613	-12.184	17.838	0.273	0.264
12.799	9.538	18.241	0.211	0.270	12.799	-12.358	18.093	0.277	0.267
12.984	9.473	18.437	0.213	0.273	12.984	-12.534	18.348	0.281	0.271
13.169	9.403	18.635	0.216	0.275	13.169	-12.709	18.603	0.285	0.275
13.355	9.331	18.834	0.218	0.278	13.355	-12.885	18.859	0.289	0.279
13.540	9.253	19.035	0.220	0.281	13.540	-13.062	19.115	0.293	0.283
13.726	9.170	19.238	0.223	0.284	13.726	-13.240	19.372	0.296	0.286
13.911	9.082	19.443	0.225	0.287	13.911	-13.418	19.629	0.300	0.290
14.097	8.987	19.652	0.227	0.291	14.097	-13.597	19.887	0.304	0.294
14.282	8.884	19.864	0.230	0.294	14.282	-13.776	20.145	0.308	0.298
14.467	8.774	20.079	0.232	0.297	14.467	-13.956	20.403	0.312	0.302
14.653	8.660	20.297	0.235	0.300	14.653	-14.137	20.662	0.316	0.306
14.838	8.541	20.517	0.237	0.303	14.838	-14.318	20.921	0.320	0.309
15.024	8.417	20.741	0.240	0.307	15.024	-14.501	21.182	0.324	0.313
15.209	8.289	20.966	0.242	0.310	15.209	-14.686	21.444	0.328	0.317
15.395	8.154	21.196	0.245	0.313	15.395	-14.872	21.707	0.332	0.321
15.580	8.013	21.428	0.248	0.317	15.580	-15.058	21.969	0.336	0.325
15.766	7.866	21.665	0.251	0.320	15.766	-15.247	22.234	0.340	0.329
15.951	7.713	21.905	0.253	0.324	15.951	-15.436	22.499	0.344	0.333
16.137	7.554	22.150	0.256	0.327	16.137	-15.627	22.765	0.348	0.337
16.322	7.392	22.396	0.259	0.331	16.322	-15.819	23.032	0.352	0.340
16.508	7.226	22.645	0.262	0.335	16.508	-16.012	23.300	0.357	0.344

Table 2 : Points de la géométrie

Annexe 1 : Géométrie

X mm	Y mm	S mm	S/SSS -	S/C -	X mm	Y mm	S mm	S/SPS -	S/C -
16.693	7.053	22.899	0.265	0.339	16.693	-16.208	23.569	0.361	0.348
16.879	6.874	23.157	0.268	0.342	16.879	-16.405	23.840	0.365	0.352
17.064	6.686	23.420	0.271	0.346	17.064	-16.603	24.111	0.369	0.356
17.250	6.490	23.691	0.274	0.350	17.250	-16.803	24.384	0.373	0.360
17.436	6.287	23.966	0.277	0.354	17.436	-17.005	24.659	0.377	0.365
17.621	6.078	24.245	0.280	0.358	17.621	-17.208	24.934	0.382	0.369
17.806	5.864	24.528	0.284	0.363	17.806	-17.412	25.209	0.386	0.373
17.992	5.645	24.815	0.287	0.367	17.992	-17.619	25.487	0.390	0.377
18.177	5.422	25.105	0.290	0.371	18.177	-17.828	25.766	0.394	0.381
18.363	5.190	25.402	0.294	0.376	18.363	-18.038	26.047	0.399	0.385
18.548	4.951	25.705	0.297	0.380	18.548	-18.250	26.328	0.403	0.389
18.734	4.705	26.013	0.301	0.385	18.734	-18.465	26.613	0.407	0.393
18.919	4.452	26.326	0.304	0.389	18.919	-18.681	26.897	0.412	0.398
19.105	4.195	26.644	0.308	0.394	19.105	-18.899	27.184	0.416	0.402
19.290	3.933	26.964	0.312	0.399	19.290	-19.120	27.472	0.420	0.406
19.475	3.665	27.290	0.316	0.403	19.475	-19.342	27.761	0.425	0.410
19.661	3.392	27.620	0.319	0.408	19.661	-19.567	28.053	0.429	0.415
19.846	3.112	27.956	0.323	0.413	19.846	-19.794	28.346	0.434	0.419
20.032	2.824	28.299	0.327	0.418	20.032	-20.022	28.640	0.438	0.423
20.217	2.528	28.648	0.331	0.423	20.217	-20.254	28.937	0.443	0.428
20.403	2.226	29.003	0.335	0.429	20.403	-20.488	29.235	0.447	0.432
20.588	1.917	29.363	0.340	0.434	20.588	-20.724	29.535	0.452	0.437
20.774	1.602	29.729	0.344	0.439	20.774	-20.963	29.838	0.457	0.441
20.959	1.282	30.098	0.348	0.445	20.959	-21.204	30.142	0.461	0.446
21.145	0.956	30.474	0.352	0.450	21.145	-21.447	30.448	0.466	0.450
21.330	0.623	30.854	0.357	0.456	21.330	-21.694	30.757	0.471	0.455
21.516	0.284	31.241	0.361	0.462	21.516	-21.943	31.067	0.475	0.459
21.701	-0.062	31.634	0.366	0.468	21.701	-22.195	31.380	0.480	0.464
21.887	-0.415	32.033	0.370	0.474	21.887	-22.449	31.695	0.485	0.469
22.073	-0.772	32.435	0.375	0.479	22.073	-22.707	32.013	0.490	0.473
22.258	-1.135	32.842	0.380	0.485	22.258	-22.966	32.331	0.495	0.478
22.444	-1.503	33.255	0.385	0.492	22.444	-23.229	32.653	0.500	0.483
22.629	-1.880	33.675	0.389	0.498	22.629	-23.496	32.978	0.505	0.488
22.814	-2.266	34.103	0.394	0.504	22.814	-23.764	33.304	0.510	0.492
23.000	-2.663	34.541	0.399	0.511	23.000	-24.036	33.633	0.515	0.497
23.185	-3.068	34.986	0.405	0.517	23.185	-24.312	33.966	0.520	0.502
23.371	-3.480	35.439	0.410	0.524	23.371	-24.591	34.301	0.525	0.507
23.556	-3.896	35.894	0.415	0.531	23.556	-24.872	34.637	0.530	0.512
23.742	-4.314	36.351	0.420	0.537	23.742	-25.157	34.978	0.535	0.517
23.927	-4.735	36.811	0.426	0.544	23.927	-25.445	35.320	0.540	0.522
24.112	-5.163	37.277	0.431	0.551	24.112	-25.737	35.666	0.546	0.527
24.298	-5.598	37.751	0.437	0.558	24.298	-26.032	36.014	0.551	0.532
24.483	-6.043	38.232	0.442	0.565	24.483	-26.331	36.366	0.556	0.538
24.669	-6.501	38.727	0.448	0.572	24.669	-26.634	36.722	0.562	0.543
24.854	-6.971	39.232	0.454	0.580	24.854	-26.941	37.080	0.567	0.548

Table 3 : Points de la géométrie

Annexe 1 : Géométrie

X mm	Y mm	S mm	S/SSS -	S/C -	X mm	Y mm	S mm	S/SPS -	S/C -
25.040	-7.448	39.744	0.460	0.588	25.040	-27.250	37.441	0.573	0.553
25.225	-7.929	40.259	0.466	0.595	25.225	-27.562	37.803	0.578	0.559
25.411	-8.417	40.781	0.472	0.603	25.411	-27.877	38.169	0.584	0.564
25.596	-8.911	41.309	0.478	0.611	25.596	-28.197	38.539	0.590	0.570
25.782	-9.415	41.846	0.484	0.619	25.782	-28.521	38.912	0.595	0.575
25.967	-9.929	42.392	0.490	0.627	25.967	-28.850	39.290	0.601	0.581
26.153	-10.453	42.949	0.497	0.635	26.153	-29.185	39.673	0.607	0.586
26.338	-10.988	43.515	0.503	0.643	26.338	-29.525	40.060	0.613	0.592
26.524	-11.532	44.090	0.510	0.652	26.524	-29.869	40.451	0.619	0.598
26.710	-12.085	44.673	0.517	0.660	26.710	-30.215	40.844	0.625	0.604
26.895	-12.647	45.265	0.524	0.669	26.895	-30.567	41.242	0.631	0.610
27.081	-13.217	45.864	0.530	0.678	27.081	-30.921	41.642	0.637	0.616
27.266	-13.793	46.474	0.538	0.687	27.266	-31.280	42.045	0.643	0.622
27.451	-14.389	47.093	0.545	0.696	27.451	-31.643	42.453	0.650	0.628
27.637	-14.986	47.719	0.552	0.705	27.637	-32.012	42.866	0.656	0.634
27.822	-15.591	48.351	0.559	0.715	27.822	-32.385	43.282	0.662	0.640
28.008	-16.202	48.990	0.567	0.724	28.008	-32.763	43.704	0.669	0.646
28.193	-16.821	49.636	0.574	0.734	28.193	-33.145	44.128	0.675	0.652
28.379	-17.445	50.287	0.582	0.743	28.379	-33.532	44.557	0.682	0.659
28.564	-18.076	50.945	0.589	0.753	28.564	-33.924	44.991	0.688	0.665
28.750	-18.713	51.608	0.597	0.763	28.750	-34.322	45.430	0.695	0.672
28.935	-19.358	52.279	0.605	0.773	28.935	-34.724	45.873	0.702	0.678
29.120	-20.009	52.956	0.612	0.783	29.120	-35.133	46.322	0.709	0.685
29.306	-20.665	53.638	0.620	0.793	29.306	-35.546	46.775	0.716	0.691
29.491	-21.327	54.325	0.628	0.803	29.491	-35.964	47.232	0.723	0.698
29.677	-21.992	55.016	0.636	0.813	29.677	-36.387	47.694	0.730	0.705
29.862	-22.664	55.713	0.644	0.824	29.862	-36.816	48.161	0.737	0.712
30.048	-23.344	56.418	0.653	0.834	30.048	-37.250	48.633	0.744	0.719
30.233	-24.034	57.132	0.661	0.845	30.233	-37.690	49.111	0.752	0.726
30.419	-24.735	57.857	0.669	0.855	30.419	-38.136	49.594	0.759	0.733
30.604	-25.445	58.591	0.678	0.866	30.604	-38.586	50.080	0.766	0.740
30.790	-26.162	59.332	0.686	0.877	30.790	-39.042	50.573	0.774	0.748
30.975	-26.886	60.079	0.695	0.888	30.975	-39.506	51.072	0.782	0.755
31.161	-27.615	60.831	0.704	0.899	31.161	-39.978	51.580	0.789	0.762
31.347	-28.347	61.587	0.712	0.910	31.347	-40.456	52.093	0.797	0.770
31.532	-29.083	62.346	0.721	0.922	31.532	-40.938	52.609	0.805	0.778
31.718	-29.823	63.109	0.730	0.933	31.718	-41.422	53.127	0.813	0.785
31.903	-30.566	63.874	0.739	0.944	31.903	-41.909	53.648	0.821	0.793
32.089	-31.312	64.643	0.748	0.956	32.089	-42.398	54.171	0.829	0.801
32.274	-32.064	65.418	0.757	0.967	32.274	-42.890	54.697	0.837	0.809
32.459	-32.820	66.196	0.766	0.979	32.459	-43.387	55.227	0.845	0.816
32.645	-33.585	66.983	0.775	0.990	32.645	-43.891	55.765	0.853	0.824
32.830	-34.362	67.782	0.784	1.002	32.830	-44.395	56.301	0.862	0.832
33.016	-35.150	68.572	0.793	1.014	33.016	-44.901	56.841	0.870	0.840
33.201	-35.897	69.361	0.802	1.025	33.201	-45.405	57.377	0.878	0.848

Table 4 : Points de la géométrie

Annexe 1 : Géométrie

X mm	Y mm	S mm	S/SSS -	S/C -	X mm	Y mm	S mm	S/SPS -	S/C -
33.387	-36.665	70.151	0.811	1.037	33.387	-45.911	57.917	0.886	0.856
33.572	-37.432	70.940	0.820	1.049	33.572	-46.416	58.454	0.895	0.864
33.757	-38.198	71.728	0.830	1.060	33.757	-46.920	58.991	0.903	0.872
33.943	-38.956	72.518	0.839	1.072	33.943	-47.426	59.530	0.911	0.880
34.128	-39.732	73.306	0.848	1.084	34.128	-47.930	60.067	0.919	0.888
34.314	-40.501	74.096	0.857	1.095	34.314	-48.436	60.606	0.927	0.896
34.499	-41.267	74.886	0.866	1.107	34.499	-48.940	61.143	0.936	0.904
34.685	-42.036	75.677	0.875	1.119	34.685	-49.446	61.682	0.944	0.912
34.870	-42.802	76.465	0.884	1.130	34.870	-49.950	62.219	0.952	0.920
35.056	-43.571	77.256	0.894	1.142	35.056	-50.457	62.759	0.960	0.928
35.241	-44.337	78.044	0.903	1.154	35.241	-50.961	63.296	0.969	0.936
35.427	-45.103	78.832	0.912	1.165	35.427	-51.465	63.833	0.977	0.944
35.612	-45.872	79.623	0.921	1.177	35.612	-51.969	64.370	0.983	0.949
35.798	-46.637	80.411	0.930	1.189	35.798	-52.473	64.906	0.985	0.951
35.984	-47.406	81.202	0.939	1.200	35.984	-52.977	65.442	0.987	0.954
36.169	-48.172	81.990	0.948	1.212	36.169	-53.481	65.978	0.991	0.957
36.355	-48.941	82.781	0.957	1.224	36.355	-53.985	66.514	0.994	0.960
36.540	-49.707	83.569	0.967	1.235	36.540	-54.489	67.050	0.997	0.963
36.726	-50.476	84.360	0.976	1.247	36.726	-54.993	67.586	1.000	0.966
36.912	-51.242	85.152	0.985	1.259					
36.985	-51.637	85.551	0.989	1.265					
36.975	-51.765	85.680	0.991	1.267					
36.898	-51.956	85.837	0.993	1.270					
36.814	-52.087	86.041	0.995	1.272					
36.654	-52.228	86.255	0.998	1.275					
36.461	-52.305	86.462	1.000	1.278					

Table 5 : Points de la géométrie

Annexe 2.A

Création de la géométrie :

Le Nous présentons la méthodologie qui permette de définir la géométrie de l'aube (profil VKI-CT2), le logiciel utiliser est ANSYS ICEM, l'avantage dans l'utilisation de ce logiciel est sa simplicité ainsi que sa robustesse envers la réalisation des géométries les plus complexes. Le dessin de la géométrie de l'aube dans le logiciel en passant par la création des points, lignes, courbes, surfaces et volumes par les différentes icones proposés dans la figure III.6, puis avec la commande <built topology> on s'assure que le domaine d'étude est bien définie.



Figure A.1: les utiles utiliser pour la configuration de la géométrie

Annexe 2.B

- Module ICEM :

Le module ICEM est utilisé comme un logiciel de CAO traditionnel. La géométrie est construite à partir d'éléments tels que points, courbes, surfaces et volumes. C'est également ce module qui permet de générer un maillage s'appuyant sur la géométrie. L'utilisateur fixe les paramètres des mailles qu'il souhaite obtenir sur les éléments. Le maillage sert de support à une représentation discrète des variables continues. Pour les mailles primitives.

Une fois le maillage effectué, ICEM crée un fichier portant l'extension « .cfx », qui regroupe les informations relatives au maillage, exploitable par CFX-Pre.

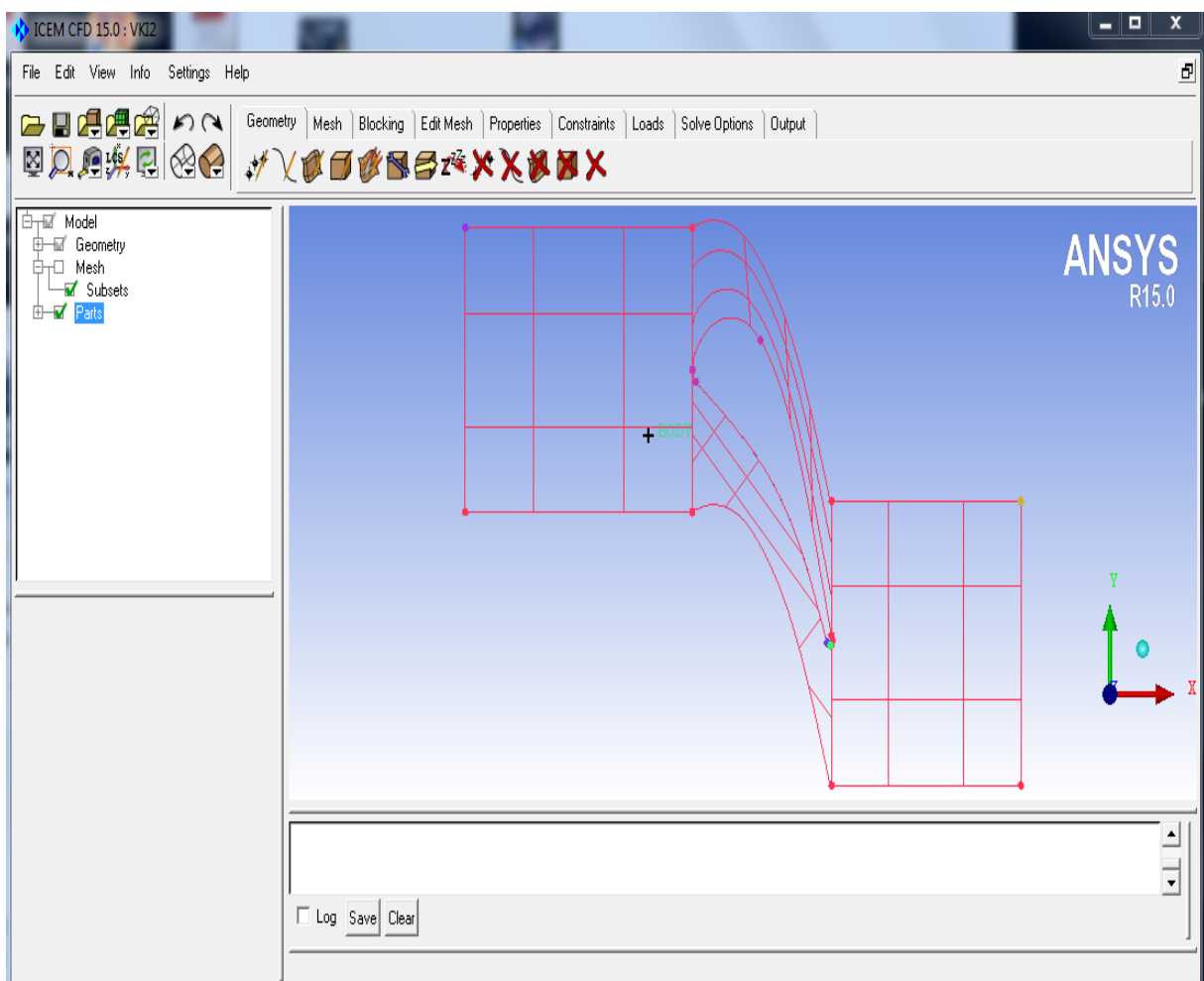


Figure 2 : module ICEM

Annexe 2.C

- Module CFX-Pre :

Le module CFX-Pre permet de définir le problème physique comme les caractéristiques des fluides utilisés et la dynamique correspondante. Il permet également de fixer les conditions aux limites et initiales du problème, ainsi que les équations à résoudre, le type de résolution (régime permanent ou transitoire). Les paramètres régissant la convergence du calcul comme le pas de temps, le nombre d'itérations, le critère de convergence ainsi que la nature des fluides en présence sont par ailleurs fixés.

Une fois tous les paramètres définis, CFX-Pre génère un fichier « .def » qui contient toutes les informations nécessaires pour mener le calcul.

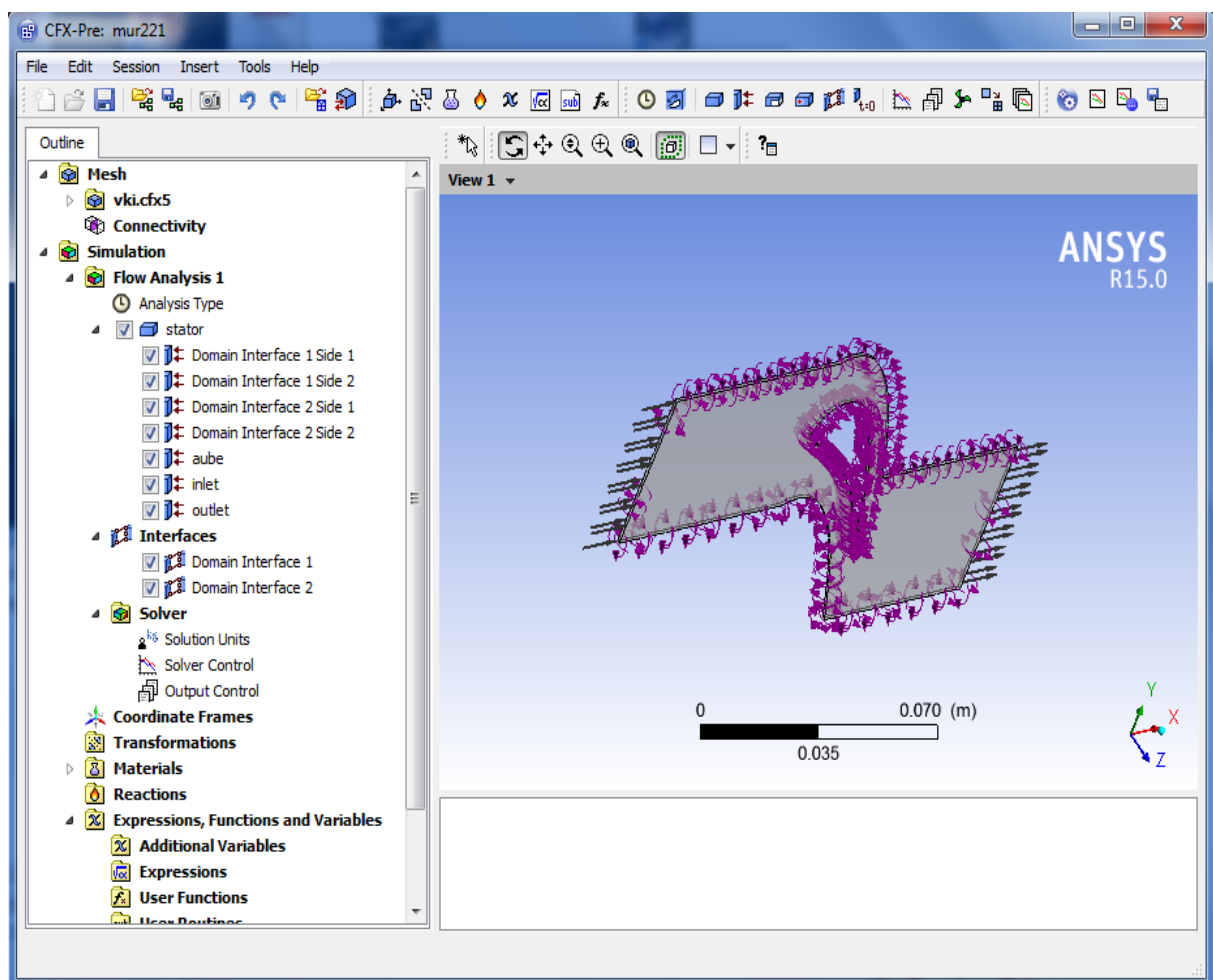


Figure 3 : module CFX-Pre

Annexe 2.D

- Module CFX-Solver :

Le module CFX-Solver est le module qui effectue les calculs. Il est basé sur la méthode des volumes finis et l'intégration des équations de Navier-Stokes dans chaque maille, et dispose de modèles additionnels pour prendre en compte des phénomènes physiques comme la turbulence, le rayonnement thermique...

Dans le cas d'une résolution en régime permanent, le calcul se poursuit jusqu'à ce que, soit le nombre maximal d'itérations consigné par l'utilisateur soit atteint, soit la solution satisfasse les conditions de convergence.

Dans le cas d'une résolution en régime transitoire, le calcul prend fin lorsque la durée de résolution du phénomène étudiée est atteinte.

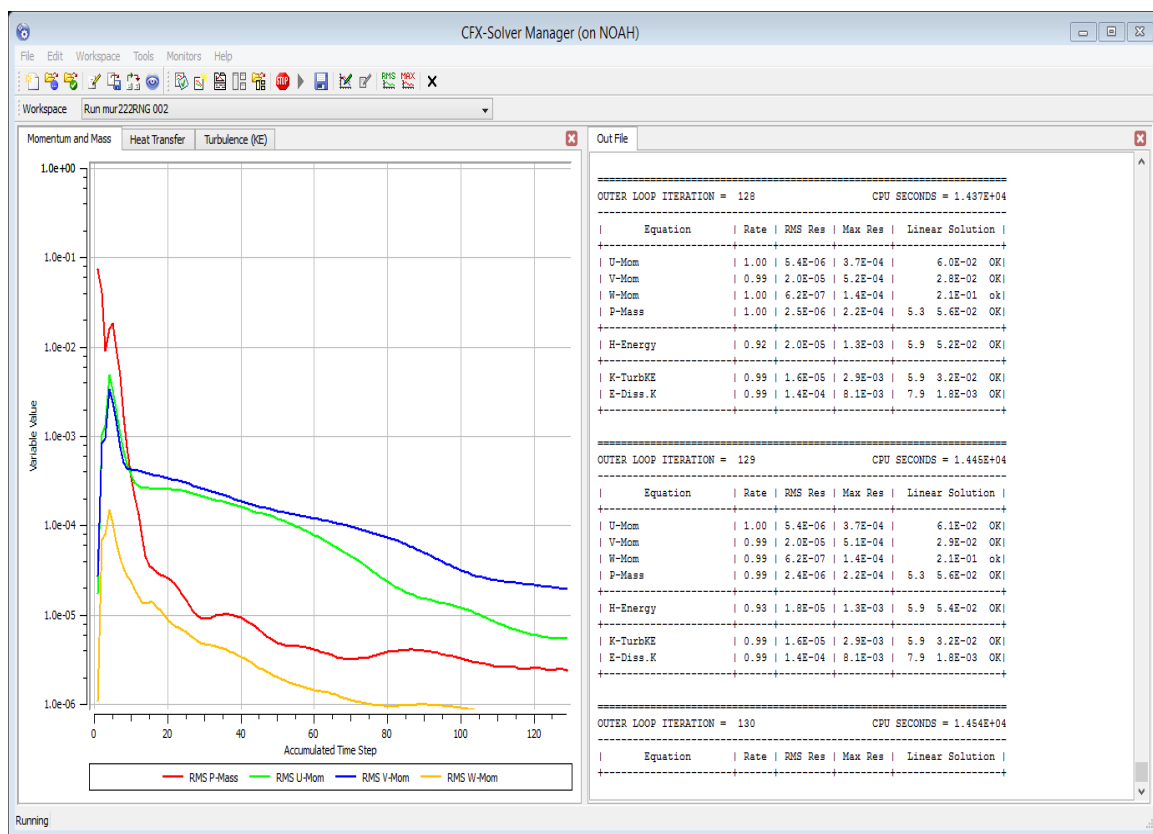


Figure III.4 : module CFX-Solver

A la fin de calcul, CFX-Solver génère deux types de fichier :

- Un fichier « .out » lisible par un éditeur de texte. Ce fichier résume le déroulement du calcul. Il contient les informations du « .def », ainsi que le bilan du système de résolution.
- Un fichier « .res » qui contient l'ensemble des résultats. Ce fichier est directement exploitable par CFX-Poste.

Annexe 2.E

- Module CFX-Poste :

Le module CFX-post est un outil graphique permettant le traitement et la visualisation des résultats. Il permet d'appliquer des textures sur la géométrie, de visualiser des contours, des iso-surfaces, des lignes de courant, des champs de vitesse.

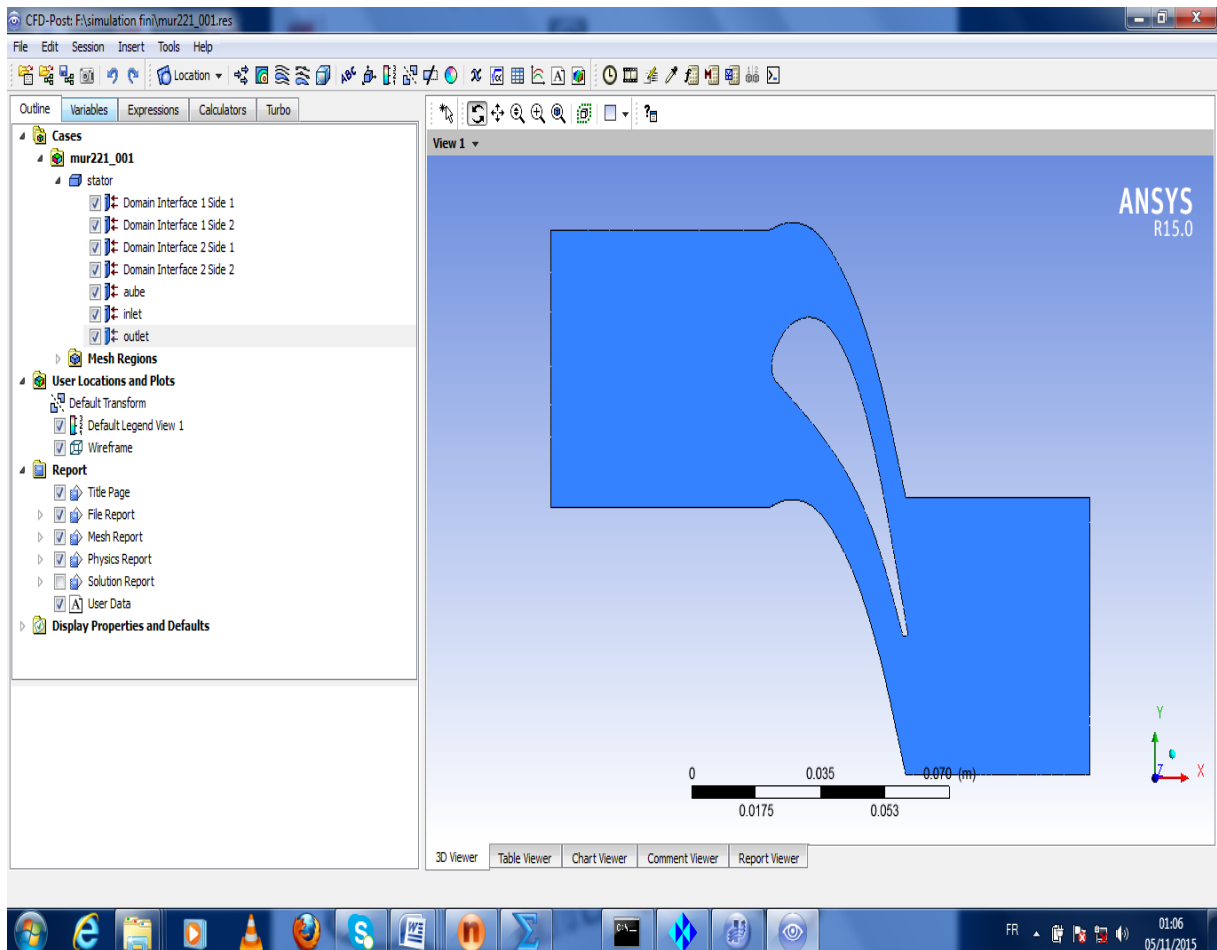


Figure 4 : module CFX-poste