



## MEMOIRE DE MAGISTER

Spécialité : **Génie Civil**

Option : **Structure et Matériaux**

Présentée par :

**M<sup>r</sup> HADJ-AISSA Boudjamaa**

Thème

***CONTRIBUTION AU CALCUL DES  
SECTIONS OCTAEDRIQUES EN BETON  
ARME PAR LES ARMATURES DISCRETES***

Soutenue devant le jury d'examen composé de :

|                                        |                                |              |                   |
|----------------------------------------|--------------------------------|--------------|-------------------|
| <b>M<sup>r</sup> BOUAFIA Youcef</b>    | <b>Professeur</b>              | <b>UMMTO</b> | <b>Président</b>  |
| <b>M<sup>r</sup> HAMMOUM Hocine</b>    | <b>Maitre de conférences A</b> | <b>UMMTO</b> | <b>Rapporteur</b> |
| <b>M<sup>r</sup> KACHI Mohand Said</b> | <b>Professeur</b>              | <b>UMMTO</b> | <b>Examineur</b>  |
| <b>M<sup>r</sup> SAAD Mohammed</b>     | <b>Maitre de conférences A</b> | <b>UMMTO</b> | <b>Examineur</b>  |

## ABSTRACT

Calculating **octahedral** sections is not easy given the provision of armatures which induces several unknowns in the equations of equilibrium. The graphs of Davidovici, based on the principles of BAEL91 and EUROCODE 2 (5), assuming a uniform distribution of steel over the entire section to determine the section of longitudinal reinforcement in bending made for this type of section is limited to the case of a normal compression force.

In this study we propose a method for calculating **octahedral** sections under a load torque (N, M) one, using discrete frames capable of taking into account both the normal force of compression that traction. This is a method based on the areas of interaction of sections of reinforced concrete that can generate, for a couple of forces (N, M), the number of steel bars required for the representative point of the torque in an effort ONM orthonormal either inside the section resistance area.

### KEYWORDS:

Reinforced concrete, octahedral section, nonlinear calculation, combined bending.

## ***RÉSUMÉ***

Le calcul des sections **octaédriques** n'est pas aisé compte tenu de la disposition des armatures qui induit plusieurs inconnues dans les équations d'équilibre. Les abaques de Davidovici, basé sur les principes du **BAEL91** et de l'**EUROCODE 2 [5]**, supposant une répartition uniforme de l'acier sur toute la section, permettant de déterminer la section d'armatures longitudinales en flexion composée pour ce type de section en se limitant au cas d'un effort normal de compression.

Dans le cadre de cette étude nous proposons une méthode de calcul des sections **octaédriques** sous un couple d'effort  $(N,M)$  quelconque, utilisant des armatures discrètes capable de prendre en compte aussi bien l'effort normal de compression que celui de traction. Il s'agit d'une méthode basée sur les courbes d'interaction des sections en béton armé pouvant générer, pour un couple d'efforts  $(N,M)$ , le nombre de barres d'acier nécessaires pour que le point représentatif du couple d'efforts dans un repère orthonormé ONM soit à l'intérieur du domaine de résistance de la section.

### ***MOTS CLÉS :***

Béton armé, section octaédriques, calcul non linéaire, flexion composée.

## ***REMERCIEMENT***

Je tiens à présenter mes respectueux remerciement à mon promoteur Mr **KACHI Mohaned Said** professeur à l'université Mouloud MAAMERI de TIZI OUZOU, qui ma fait l'honneur de me confier ce sujet de Magistère, pour sa disponibilité, sa gentillesse et pour ses précieux conseils qui m'ont permis d'élaborer ce travail.

Je remercie Mr **BOUAFIA Youcef** professeur à l'université Mouloud MAAMERI de TIZI OUZOU d'accepter de présider le jury.

Je remercie Mr **HAMOUM Hocine** Maitre de conférence A à l'université de Mouloud MAAMERI de TIZI OUZOU de me voir aidé sur le plan scientifique et intervient également comme examinateur au jury.

Je remercie Mr **SAAD Mohamed** Maitre de conférence A à l'université de mouloud MAAMERI de TIZI OUZOU qui a accepter d'être examinateur.

Mes remerciements vont également à l'ensemble de mes collègues de section structure et matériaux, Modélisation et calcul non linéaire.

Que tous ceux qui ont contribués aussi bien de pré que de loin à ma formation trouvent ma profonde reconnaissance.

Je remercie Mr **ZEKRI Lakhder** Directeur de CTC-EST Agence d'Oum El Bouaghi, Mr **MAZOUZ Said** Project manager CTC-EST Agence d'Oum El Boughi, et mes collègues de CTC-EST de l'Agence d'Oum El Boughi sur l'aide technique et morale.

Et à la fin je remercie vivement **ma famille**, et surtout **ma mère** et **ma femme** sur l'encouragement morale.

# ***DÉDICACES***

Je tiens à dédier ce travail à :

 Mes très chers parents.

 Ma famille et mes enfants (Mohamed Yasser et Maria Djinane Arrahaman).

 Mes chers frères et mes chères sœurs.

 Tous mes amis et toute la famille.

 Tous mes collègues de la ville de Ain m'lila et l'organisme de Contrôle technique de la construction CTC.

## Liste des indices principaux

- $\delta w$  : Rotation de la section autour de l'axe Gz.
- $\delta u$  : Déformation au centre de gravité de la section du béton.
- $H$  : Hauteur de la section octaédrique.
- $N_e$  : Nombre des couches trapézoïdales.
- $Y_j$  : L'ordonnée de la base de trapèze d'ordre j.
- $b_j$  : La largeur du trapèze j.
- $Nbt$  : Nombres des barres d'aciers.
- $C$  : Enrobage des aciers.
- $\alpha$  : Angle compris entre deux barres successives.
- $N$  : Effort normale appliqué sur section octaédrique.
- $M$  : Moment de fléchissant appliqué sur section octaédrique.
- $\sigma_m$  : représente la contrainte normale en un point courant de la section.
- $\Sigma b$  : représente la section nette du béton.
- $\Delta \sigma_m$  : représentant l'accroissement de contrainte normale au point considéré.
- $\Delta \varepsilon$  : représentant l'accroissement de déformation normale au point considéré.
- $E_m$  : Module élastique longitudinal.
- $Nu$  : Effort normale ultime appliqué sur section octaédrique.
- $Mu$  : Moment de fléchissant appliqué sur section octaédrique.
- $[K_s]$  : Matrice de rigidité de la section homogène.
- $[Ss]$  : Matrice de souplesse de la section.
- $G$  : module élastique de cisaillement du béton à la traction .
- $\gamma$  : Distorsion de la section.
- $\sigma_{ai}$  : Contrainte normale à la section droite au niveau de l'armature d'ordre i.
- $A_{ai}$  : Section de l'armature.
- $\Delta N$  : L'accroissement de l'effort normal de la section.
- $\Delta M$  : L'accroissement du moment fléchissant de la section.
- $\Delta \delta u$  : L'accroissement de la déformation.
- $\Delta \varepsilon$  : Représentant l'accroissement de déformation normale au point considéré.
- $\Phi (\varepsilon)$  : Définit le comportement réel des matériaux.
- $E_{b0}$  : Module d'élasticité longitudinal du béton à l' origine.

# Liste des figures

## Chapitre 2 :

|                   |                                                                                   |    |
|-------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Fig.2-1</i> :  | Diagramme représentant la loi de comportement du béton.....                       | 12 |
| <i>Fig. 2-2</i> : | Comportement du béton ordinaire en compression selon SARGIN.....                  | 13 |
| <i>Fig.2-3</i> :  | Comportement de béton ordinaire avant fissuration .....                           | 15 |
| <i>Fig. 2-4</i> : | Diagramme contrainte - déformation instantané du béton ordinaire .....            | 16 |
| <i>Fig.2-5</i> :  | Diagramme contrainte – déformation d’un acier naturel .....                       | 17 |
| <i>Fig.2-6</i> :  | Diagramme contrainte déformation d’un acier naturel (élastoplastique parfait).... | 17 |
| <i>Fig.2-7</i> :  | Comportement des aciers écrouis .....                                             | 18 |
| <i>Fig. 2-8</i> : | Comportement des aciers de précontraintes .....                                   | 19 |

## Chapitre 3 :

|                   |                                                          |    |
|-------------------|----------------------------------------------------------|----|
| <i>Fig. 3-1</i> : | Discretisation de la section octaédrique .....           | 21 |
| <i>Fig. 3-2</i> : | Calcul de la surface d’une section $H=60\text{cm}$ ..... | 22 |
| <i>Fig. 3-3</i> : | Calcul de la surface d’une section $H=80\text{cm}$ ..... | 23 |
| <i>Fig. 3-4</i> : | Disposition des barres d’aciers.....                     | 24 |
| <i>Fig. 3-5</i> : | Disposition des barres d’aciers $N_{bt}=8$ .....         | 25 |
| <i>Fig. 3-6</i> : | Disposition des barres d’aciers $N_{bt}=16$ .....        | 26 |
| <i>Fig. 3-7</i> : | Disposition des barres d’aciers $N_{bt}=32$ .....        | 27 |
| <i>Fig. 3-8</i> : | Organigramme de calcul .....                             | 33 |

## Chapitre 4 :

|                    |                                                                                    |    |
|--------------------|------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <i>Fig. 4-1</i> :  | Flexion simple section octaédrique $H=140\text{cm}$ et $N=0$ .....                 | 35 |
| <i>Fig. 4-2</i> :  | Flexion simple section octaédrique $H=120\text{cm}$ et $N=0$ .....                 | 36 |
| <i>Fig. 4-3</i> :  | Flexion simple section octaédrique $H=100\text{cm}$ et $N=0$ .....                 | 37 |
| <i>Fig. 4-4</i> :  | Flexion simple section octaédrique $H=80\text{cm}$ et $N=0$ .....                  | 38 |
| <i>Fig. 4-5</i> :  | Flexion simple section octaédrique $H=60\text{cm}$ et $N=0$ .....                  | 39 |
| <i>Fig. 4-6</i> :  | Flexion composée section octaédrique $H=140\text{cm}$ et $M=1000\text{kn.m}$ ..... | 40 |
| <i>Fig. 4-7</i> :  | Flexion composée section octaédrique $H=140\text{cm}$ et $M=300\text{kn.m}$ .....  | 41 |
| <i>Fig. 4-8</i> :  | Flexion composée section octaédrique $H=140\text{cm}$ et $M=50\text{kn.m}$ .....   | 42 |
| <i>Fig. 4-9</i> :  | Flexion composée section octaédrique $H=120\text{cm}$ et $M=1000\text{kn.m}$ ..... | 43 |
| <i>Fig. 4-10</i> : | Flexion composée section octaédrique $H=120\text{cm}$ et $M=300\text{kn.m}$ .....  | 44 |
| <i>Fig. 4-11</i> : | Flexion composée section octaédrique $H=120\text{cm}$ et $M=50\text{kn.m}$ .....   | 45 |
| <i>Fig. 4-12</i> : | Flexion composée section octaédrique $H=100\text{cm}$ et $M=600\text{kn.m}$ .....  | 46 |
| <i>Fig. 4-13</i> : | Flexion composée section octaédrique $H=100\text{cm}$ et $M=300\text{kn.m}$ .....  | 47 |

|                    |                                                                     |    |
|--------------------|---------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Fig. 4-14 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=100cm et M=50kn.m .....      | 48 |
| <b>Fig. 4-15 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=600kn.m .....      | 49 |
| <b>Fig. 4-16 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=300kn.m .....      | 50 |
| <b>Fig. 4-17 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=50kn.m .....       | 51 |
| <b>Fig. 4-18 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=600kn.m .....      | 52 |
| <b>Fig. 4-19 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=300kn.m .....      | 53 |
| <b>Fig. 4-20 :</b> | Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=50kn.m .....       | 54 |
| <b>Fig. 4-21 :</b> | Traction Compression simple section octaédrique H=140cm .....       | 55 |
| <b>Fig. 4-22 :</b> | Traction Compression simple section octaédrique H=120cm .....       | 56 |
| <b>Fig. 4-23 :</b> | Traction Compression simple section octaédrique H=100cm .....       | 57 |
| <b>Fig. 4-24 :</b> | Traction Compression simple section octaédrique H=80cm .....        | 58 |
| <b>Fig. 4-25 :</b> | Traction Compression simple section octaédrique H=60cm .....        | 59 |
| <b>Fig. 4-26 :</b> | Flexion Composée section octaédrique H=100cm et M=50 Kn.m S M ..... | 60 |
| <b>Fig. 4-27 :</b> | Flexion Composée section octaédrique H=100cm et M=50 Kn.m AM.....   | 60 |

# Liste des tableaux

## Chapitre 3 :

|                   |                                                          |    |
|-------------------|----------------------------------------------------------|----|
| <b>Tab.3-1 :</b>  | Calcul de la surface d'une section $H=60\text{cm}$ ..... | 20 |
| <b>Tab. 3-2 :</b> | Calcul de la surface d'une section $H=80\text{cm}$ ..... | 21 |
| <b>Tab.3-3 :</b>  | Disposition des barres d'aciers $N_{bt} = 8$ .....       | 25 |
| <b>Tab. 3-4 :</b> | Disposition des barres d'aciers $N_{bt} = 16$ .....      | 26 |
| <b>Tab.3-5 :</b>  | Disposition des barres d'aciers $N_{bt} = 32$ .....      | 27 |

## Chapitre 4 :

|                    |                                                                               |    |
|--------------------|-------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>Tab. 4-1 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=140\text{cm}$ ..... | 35 |
| <b>Tab. 4-2 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=120\text{cm}$ ..... | 36 |
| <b>Tab. 4-3 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=100\text{cm}$ ..... | 37 |
| <b>Tab. 4-4 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=80\text{cm}$ .....  | 38 |
| <b>Tab. 4-5 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=60\text{cm}$ .....  | 39 |
| <b>Tab. 4-6 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=140\text{cm}$ ..... | 40 |
| <b>Tab. 4-7 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=140\text{cm}$ ..... | 41 |
| <b>Tab. 4-8 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=140\text{cm}$ ..... | 42 |
| <b>Tab. 4-9 :</b>  | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=120\text{cm}$ ..... | 43 |
| <b>Tab. 4-10 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=120\text{cm}$ ..... | 44 |
| <b>Tab. 4-11 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=120\text{cm}$ ..... | 45 |
| <b>Tab. 4-12 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=100\text{cm}$ ..... | 46 |
| <b>Tab. 4-13 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=100\text{cm}$ ..... | 47 |
| <b>Tab. 4-14 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=100\text{cm}$ ..... | 48 |
| <b>Tab. 4-15 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=80\text{cm}$ .....  | 49 |
| <b>Tab. 4-16 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=80\text{cm}$ .....  | 50 |
| <b>Tab. 4-17 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=80\text{cm}$ .....  | 51 |
| <b>Tab. 4-18 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=60\text{cm}$ .....  | 52 |
| <b>Tab. 4-19 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=60\text{cm}$ .....  | 53 |
| <b>Tab. 4-20 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=60\text{cm}$ .....  | 54 |
| <b>Tab. 4-21 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=140\text{cm}$ ..... | 55 |
| <b>Tab. 4-22 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=120\text{cm}$ ..... | 56 |
| <b>Tab. 4-23 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=100\text{cm}$ ..... | 57 |
| <b>Tab. 4-24 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec $H=80\text{cm}$ .....  | 58 |
| <b>Tab. 4-25 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel $H=60\text{cm}$ .....                       | 59 |
| <b>Tab. 4-26 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel $H=80\text{cm}$ .....                       | 61 |

|                    |                                                       |    |
|--------------------|-------------------------------------------------------|----|
| <b>Tab. 4-27 :</b> | Résultats obtenus par le logiciel H=100cm.....        | 61 |
| <b>Tab. 4-28 :</b> | Résultats obtenus par logiciel avec un H variée ..... | 62 |
| <b>Tab. 4-29 :</b> | Résultats Fcj=25MPA .....                             | 62 |
| <b>Tab. 4-30 :</b> | Résultats Fcj=50MPA .....                             | 63 |
| <b>Tab. 4-31 :</b> | Résultats de l'acier Fe E40.....                      | 63 |
| <b>Tab. 4-32 :</b> | Résultats de l'acier Fe E50.....                      | 64 |

## **SOMMAIRE**

### **INTRODUCTION GENERALE**

|                                         |   |
|-----------------------------------------|---|
| 1.1 Présentation du problème            | 1 |
| 1.2 Calcul linéaire                     | 1 |
| 1.3 Calcul non linéaire                 | 2 |
| 1.4 Méthode de calcul aux états limites | 2 |

### **Chapitre 1 : SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

|                                               |    |
|-----------------------------------------------|----|
| 1.1 Etat de la question                       | 4  |
| 1.2 Travaux consacré à l'analyse non linéaire | 4  |
| 1.3 Calcul réglementaire                      | 11 |

### **Chapitre 2 : MODELE DE COMPORTEMENT MECANIQUE DES MATERIAUX (BETON, ACIER)**

|                                                                   |    |
|-------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1 Introduction                                                  | 12 |
| 2.2 Modélisation des matériaux à comportement réel                | 12 |
| 2.3 Comportement du béton ordinaire                               | 13 |
| 2.3.1 Comportement du béton ordinaire en compression selon SARGIN | 13 |
| 2.3.2 Comportement du béton ordinaire en traction selon GRELAT    | 15 |
| 2.4 Comportement des aciers                                       | 16 |
| 2.4.1 Comportement des aciers passifs                             | 16 |
| 2.4.1 .a Acier naturels                                           | 16 |
| 2.4.1 .b Acier écrouis                                            | 18 |
| 2.4.2 Comportement des aciers actifs                              | 19 |

### **Chapitre 3 : MODELISATION ET METHODE DE CALCUL**

|                                                      |    |
|------------------------------------------------------|----|
| 3.1 Introduction                                     | 21 |
| 3.2 Hypothèses                                       | 21 |
| 3.3 Modélisation de la section du béton              | 21 |
| 3.4 Définition de la disposition des barres d'aciers | 25 |
| 3.5 Calcul des sollicitations interne                | 29 |

|                                                                           |    |
|---------------------------------------------------------------------------|----|
| 3.5.1 Sollicitation normale dues au béton                                 | 29 |
| 3.5.2 Sollicitation tangentes dues au béton                               | 30 |
| 3.5.3 Sollicitation dues aux armatures                                    | 30 |
| 3.6 Méthode itérative de résolution et critère de convergence             | 32 |
| 3.7 Etablissement des courbes de comportement de la section               | 33 |
| 3.8 Organigramme de calcul des courbes de comportement à M fixe et N fixe | 34 |
| <b>Chapitre 4 : APPLICATION ET ETUDE COMPARATIVE DES RESULTATS</b>        |    |
| 4.1 Comportement au calcul réglementaire                                  | 35 |
| 4.1.1 Flexion simple                                                      | 36 |
| 4.1.2 Flexion composée                                                    | 41 |
| 4.1.3 Traction et compression simple                                      | 56 |
| 4.2 Analyse et interprétation des résultats                               | 61 |
| 4.3 Influence du nombre d'acier sur l'équilibre de section                | 62 |
| 4.4 Influence du diamètre de barres d'acier sur l'équilibre de la section | 62 |
| 4.5 Influence de la géométrie de section sur la quantité d'acier          | 63 |
| 4.6 Influence de la résistance caractéristique des bétons                 | 63 |
| 4.7 Influence de la limite élastique de l'acier                           | 64 |
| <b>Chapitre 5 : CONCLUSION GENERALE</b>                                   |    |
| <b>BIBLIOGRAPHIE</b>                                                      | 67 |

# **INTRODUCTION GENERALE**

### 1.1 Présentation du problème :

La complexité de la géométrie d'une section en béton armé amplifie les difficultés de calcul de résistance aux états limites ultimes, en particulier pour l'axe neutre quelconque.

Dans le cas des sollicitations simples telles que la flexion simple et la compression simple, le calcul de résistance est moins délicat car il ne dépend que d'un seul paramètre ; Moment (moment limite ultime), pour la flexion simple et  $N$  (Effort limite ultime) pour la compression simple. Pour le calcul de résistance il suffit de vérifier la condition suivante :

$$M < M_u \text{ pour la flexion simple}$$

$$N < N_u \text{ pour la compression simple}$$

d'où  $M$  et  $N$  sont les efforts provoqués par les charges extérieures.

En flexion composée le problème est plus délicat car il dépend de deux paramètres ( $N$  et  $M$ ) et  $N=f(M)$  les fonctions  $f$  définissent des courbes d'interaction, leur représentation graphique est plane, et afin de vérifier la résistance dans la flexion composée il faut s'assurer à chaque fois que le point de coordonnées ( $N$ ,  $M$ ) doit être à l'intérieur de la surface délimitée par la courbe d'interaction définie par  $f$ .

$N$  est l'effort normal de compression provoqué par les charges extérieures.

$M$  est le moment par rapport à l'axe principal provoqué par les charges extérieures.

Le problème à résoudre est de trouver les relations qui dépendent de plusieurs facteurs tels que **Les formes géométriques des sections, les caractéristiques mécaniques des matériaux (Acier, Béton), et bien sur la position des barres d'aciers**. Ces facteurs rendant très compliqué leur mise en équations et ce quelques soit dans le domaine **linéaire** (qui est le modèle le plus facile) ou **non linéaire** (le modèle réel).

### 1.2 Calcul linéaire :

Dans ce calcul on fait appel à la **loi de HOOK** basée sur les deux hypothèses :

- Les matériaux composant le solide ou un comportement élastique linéaire dans le domaine des déformations résultant des faibles déplacements.

- Les déplacements et déformations subis par le solide considéré sont très faibles et permettent de confondre les états déformé et non déformé de la structure.

Mais en réalité, il n'y a aucun matériau ou structure existante dont le comportement soit strictement élastique linéaire, c'est juste pour simplifier et faciliter les calculs. Donc l'analyse linéaire n'est plus approximative mais des fois elle nous donne des résultats erronés, Pour cela on est obligé de prendre en compte la non linéarité du système.

### **1.3 Calcul non linéaire :**

On distingue deux catégories ;

- Les non linéarités matérielles : en petits déplacements et petites déformations, ou la relation contraintes déformations est non linéaire qui peuvent provenir de la fissuration des matériaux du comportement du béton tendu entre deux fissures, du mode d'assemblage entre les composantes élémentaires d'une structure.
- Les non linéarités géométriques : dûe aux déplacements même de la structure, en effet, lorsque ces déplacements deviennent importants, l'équilibre du système ne peut être décrit dans la configuration initiale non déformée mais doit être étudié dans la configuration déformée. La ou on peut distinguer les grands déplacements et les petites déformations d'une part ou les relations contraintes-déformations et déplacements-déformations sont généralement non linéaires.

### **1.4 Méthode de calcul aux états limites :**

Le règlement BAEL tient compte du comportement réel du matériau aussi bien en phase élastique qu'en phase plastique, l'état limite est l'état qu'au delà du quel l'élément ne peut plus répondre aux exigences prévues (Résistance, exploitation) .

On distingue deux états limites :

- L'état limite ultime (**ELU**) : qui correspond à la valeur maximale de la capacité portante au delà de la quelle il y'a la ruine d'un ou plusieurs éléments de structure.

- L'état limite de service (**ELS**) : qui correspond à la limite au delà de laquelle les conditions normale d'exploitation et durabilité d'un ou plusieurs éléments de structure ne sont plus satisfaites (fissures, flèches.....).

Les règlements acceptant un calcul de structure linéaire couplée à un calcul non linéaire (par exemple, dans une poutre on détermine par un calcul linéaire la section la plus sollicitée, que l'on vérifie à l'aide d'un calcul non linéaire), en outre les calculs aux ELU basés sur un comportement linéaire de la structure ne permettant pas de prendre en compte les phénomènes d'adaptation plastique liée aux non linéarités (**Hinge plastique**). Pour cela les progrès des programmes informatiques ont permis la simulation la plus réaliste de la réponse de ce type de structures qui exige une modélisation exacte de sa géométrie à l'aide de la méthode d'analyse numérique et méthode des éléments finis.

Plusieurs travaux consacrés à l'analyse non linéaire des sections, pour les ossatures bidimensionnelles ainsi que les structures spatiales accompagnées de développement des moyens de calculs informatiques munis par exemple par M.S. Kachi [28], [29], [30], Bouafia [4], Bouafia et Al [10], V.Manujkumar et Al [42], M.virlogeux [44], [45], [46], [47] P.Nahoaniko [37], Liang Q et Al [32].

Le calcul de section **octaédrique** demeure complexe vu la disposition des armatures qui induit plusieurs inconnues dans l'expression des équations d'équilibre de la section en flexion composée. Les différents règlements donnent peu d'attention au calcul de ce type de section, donc on est intéressé à la section de la forme **octaédrique**.

Notre étude a été organisée en cinq (05) chapitres :

Chapitre 1 : Synthèse bibliographique.

Chapitre 2 : Modèle de comportement mécanique des matériaux (Béton, Acier).

Chapitre 3 : Modélisation et méthode de calcul.

Chapitre 4 : Application et étude comparative des résultats.

Chapitre 5 : Conclusion.

**CHAPITRE 1 :**

**SYNTHESE BIBLIOGRAPHIQUE**

### 1.1 Etat de la question :

Les structures en génie civil sont généralement calculées de façon linéaire élastique. Grace à plusieurs méthodes, la plus répandue est celle des éléments finis.

L'objectif de notre étude est la contribution au calcul de section **octaédrique** en béton armé par les armatures discrètes en 2D en tenant compte de la disposition des armatures, le nombre d'armatures nécessaire pour équilibrer un couple d'effort extérieure donné en flexion composée quelque soit la valeur de l'effort normal et du moment fléchissant, comparaison aux résultats de logiciel SOCOTEC et l'optimisation de la quantité des matériaux.

Cette méthode est basée sur l'analyse non linéaire des sections octaédriques en béton armé, elle permet d'une part, d'analyser le comportement réel des sections données, d'autre part, elle permet de générer le nombre de barres nécessaires pour équilibrer un couple d'effort (N, M) en partant de la section du béton seul en rajoutant les barres d'acier jusqu'à ce que le point représentatif du couple d'effort appliqué rentre à l'intérieur du domaine de résistance de la section.

### 2.1 Travaux consacrés à l'analyse non linéaire :

Plusieurs études ont été effectuées de part le monde dans le domaine de l'étude des structures en béton armé en élasticité non linéaire. Nous pouvons citer les études effectuées par **Franklin** [Fra70], **Gunnin** [Gun77], **Lazaro** [Laz73], **Frey** [Fre77], **Virlogeux** [44] [45] [47], **fouré** [17] [18] [21], **nait Rabah** [36], **Grelat** [22] [23] [24], **kachi** et al [29] [30] **bouafia** et al [4] [5] [6]. si toutes ces études effectuées ont porté sur la simulation du comportement des éléments de structure en élasticité non linéaire avec des sections de forme variable, les éléments de structure de sections **octaédriques** ont fait l'objet de peu d'études.

En 1970, **Franklin** [Fra70] élabore une formulation plane où apparaissent pour chaque nœud les 3 degrés de liberté plans habituels : 2 translations et 1 rotation. La matrice de rigidité ainsi formée est de la forme suivante :

$$K = \begin{bmatrix} \frac{K_0}{L} & 0 & \frac{-K_1}{L} & \frac{-K_0}{L} & 0 & \frac{K_1}{L} \\ 0 & \frac{12K_2}{L^3} & \frac{6K_2}{L^2} & 0 & \frac{-12K_2}{L^3} & \frac{6K_2}{L^2} \\ \frac{-K_1}{L} & \frac{6K_2}{L^2} & \frac{4K_2}{L} & \frac{K_1}{L} & \frac{-6K_2}{L^2} & \frac{2K_2}{L} \\ \frac{-K_0}{L} & 0 & \frac{K_1}{L} & \frac{K_0}{L} & 0 & \frac{-K_1}{L} \\ 0 & \frac{-12K_2}{L^3} & \frac{-6K_2}{L^2} & 0 & \frac{12K_2}{L^3} & \frac{-6K_2}{L^2} \\ \frac{K_1}{L} & \frac{6K_2}{L^2} & \frac{2K_2}{L} & \frac{-K_1}{L} & \frac{-6K_2}{L^2} & \frac{4K_2}{L} \end{bmatrix}$$

La non linéarité matérielle est introduite par le biais du calcul de

$$K_0 = \int_{\Omega} E \cdot d\Omega$$

$$K_1 = \int_{\Omega} E \cdot y \cdot d\Omega$$

$$K_2 = \int_{\Omega} E \cdot y^2 \cdot d\Omega$$

Qui sont supposés constants le long de l'élément. La non linéarité géométrique est absente de cette approche. L'auteur est conscient du fait que le centroïde de la section peut ne pas coïncider avec l'axe de référence de l'élément. L'approche est tangente, et les lois de comportement sont données point par point (multilinéaires). La rigidité du béton tendu entre deux fissures est négligée, et la validation du modèle est faite sur quelques poutres isostatiques simplement fléchies.

Le premier à introduire dans une certaine mesure la non linéarité géométrique est

**Gunnin** en 1970 [Gun77]. La matrice de rigidité géométrique est encore absente. En ce qui concerne la matrice de rigidité matérielle, la rigidité flexionnelle (supposé constante le long de l'élément, tout comme la rigidité extensionnelle) est évaluée comme une pente dans un diagramme moment-courbure pré établi. La traction du béton résultats d'essais sur des colonnes et des cadres en béton armé est prise en compte.

A tout début des années 70, les formulations semblables à celle de **Gunnin**

apparaissent, dont la plus marquante est celle de Lazaro [Laz73], qui introduit une correction pour prendre en compte la fissuration.

En effet, **P.Nahoaniko** [37] a développé un programme à caractère semi pédagogique issue des réflexions et des recherches antérieures sur l'étude d'une section en élasticité

non linéaire ; ce programme contribue au calcul des efforts internes dans la section et à l'évaluation des courbes de comportements. L'établissement des courbes d'interactions par la méthode du déterminant nul n'est pas opérationnel d'où deux solutions ont été proposées, à savoir, la dichotomie dont le critère est l'équilibre limite de la section, l'établissement des courbes de niveau de déterminant de la matrice de souplesse de la section.

**Virlogeux** [47] [48] à effectué une étude des sections en élasticité non linéaire basée sur la méthode tangente, dans cette étude l'établissement des courbes de comportement de la section, est effectué dans l'hypothèse des petites déformations, pas-à-pas jusqu'à rupture de la section est relié à l'accroissement des efforts par la relation suivante :

$$\Delta \vec{\delta} = [K_s]^{-1} \{ \Delta \vec{F}_s \}$$

Où  $[K_s]^{-1}$  représente la matrice de souplesse tangente de la section, le vecteur  $\vec{\delta}_s = (\varepsilon_g, \phi, \gamma)^T$  déformations de la section, et le vecteur  $\vec{F}_s = (N, M_z, T_y)^T$  représente le vecteur effort appliqué à la section. La résolution de ce système d'équation fait appel à une méthode itérative. La rupture de la section ou l'épuisement de sa capacité portante est défini dans cette étude également par la nullité du déterminant de la matrice de rigidité de la section  $[K_s]$ . Son expression est donnée par :

$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta N}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta N}{\Delta \delta w} & 0 \\ \frac{\Delta M}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta M}{\Delta \delta w} & 0 \\ 0 & 0 & GA \end{bmatrix}$$

Où  $\Delta N$  est l'accroissement de l'effort normal de la section,  $\Delta M$  est l'accroissement du moment fléchissant de la section,  $\Delta \delta u$  est l'accroissement de la déformation au niveau centre gravité de la section et  $\Delta \delta w$  est l'accroissement de la rotation différentielle (courbure) de la section.

**BOUAFIA.Y** [2] à élaboré un logiciel capable de simuler le comportement moyen jusqu'à rupture d'une zone de poutre en béton armé ou béton de fibres, soumise à la flexion plane ; pour cela la méthode de résolution pas à pas est basée sur la matrice de

rigidité dite corde de la section. Pour un pas de chargement l'accroissement des déformations de la section et relié à l'accroissement des efforts par la relation suivante :

$$\Delta \vec{\delta} = [K_s]^{-1} \{ \Delta F_s + \Delta P_s \}$$

Où  $[K_s]^{-1}$  représente la matrice de souplesse corde de la section, le vecteur

$\vec{\delta}_s = (\varepsilon_g, \phi, \gamma)^T$  représente les déformations de la section, et le vecteur  $\vec{F}_s = (N, M_z, T_\gamma)^T$  représente le vecteur effort appliqués a la section. La résolution de ce système d'équation fait appel à une méthode itérative. La rupture de la section ou l'épuisement de sa capacité portante est défini dans cette étude également par la nullité du déterminant de la matrice de rigidité de la section  $[K_s]$  . Son expression est donnée par :

$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta N}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta N}{\Delta \delta w} & 0 \\ \frac{\Delta M}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta M}{\Delta \delta w} & 0 \\ 0 & 0 & GA \end{bmatrix}$$

Où  $\Delta N$  est l'accroissement de l'effort normal de la section,  $\Delta M$  est l'accroissement du moment fléchissant de la section,  $\Delta \delta u$  est l'accroissement de la déformation au niveau centre de gravité de la section et  $\Delta \delta w$  est l'accroissement de la rotation différentielle (courbure) de la section.

La contribution du béton tendu fissuré a été prise en compte. Enfin, une application au comportement des éléments en béton armé de section transversale carrée, et des éléments en béton de fibres métallique de section circulaire a été effectuée.

**Liang Q** et al [32] ont étudié des colonnes courtes tubulaires en acier remplies de béton sous charge dans le domaine non linéaire, ils ont montrées que l'effet d'emprisonnement fourni par le tube en acier dans une colonne (CFST) tubulaire en acier rempli de béton contribue dans l'augmentation remarquable de la résistance et de la ductilité au noyau. Les méthodes non linéaires d'analyse pour les colonnes circulaires de CFST se fondent sur l'utilisation des modèles de comportement tenant compte de l'effet du confinement du béton. Des modèles constitutifs précis pour le béton normal et de haute résistance confinée par des tubes en acier circulaires normaux ou de haute résistance sont proposés. Un modèle de calcul dans le domaine non linéaire a été proposé pour simuler le comportement de ce type d'éléments de structures.

**Manojkumar** et al [33] ont étudiés le comportement des tubes en acier circulaires remplis avec différentes catégories de béton sous l'effet de la flexion. Les effets de l'épaisseur de la paroi du tube, de la section de béton et du confinement du béton sur la capacité portante de la section ont été étudiés, les résultats obtenus ont été présentés, sous la forme de courbes moment courbure, pour 99 spécimen de 1 m de longueur remplis par un béton de résistance à la compression qui varie de 20 MPa à 40 MPa. Un modèle de calcul de ce type d'éléments a été présenté ; il tient compte de l'interaction entre les éléments constitutifs de la pile circulaire (Acier et béton) permettant de prévoir la courbure en fonction du moment appliqué.

**Kachi** [28] a pour sa part développé un logiciel de calcul jusqu'à rupture en élasticité non linéaire des sections en béton armé et béton précontraint. Cette étude est basée sur la matrice de rigidité tangente de la section. Les courbes de comportement des différentes sections étudiées ont été construites en utilisant la méthode pas à pas jusqu'à l'épuisement total de la capacité portante de la section étudiée. Dans le cadre de cette étude, **Kachi** a montré que la nullité du déterminant de la matrice de rigidité n'est pas suffisante à lui seul pour caractériser le maximum des courbes de comportement. Une méthode de résolution au voisinage du maximum a été proposée, elle englobe à la fois la nullité du déterminant de la matrice de rigidité et l'atteinte de la déformation maximale dans l'armature la plus tendue, dans ce dernier cas, le calcul s'arrête en indiquant l'épuisement de la capacité portante de la section quelque soit la valeur du déterminant de la matrice de rigidité de la section.

**BOUAFIA.Y, KACHI M.S, F.GHAZI** [7], ont développés un logiciel qui permet d'établir des abaques reliant l'effort normal avec le moment fléchissant pour une section circulaire. Celle-ci peut être en béton armé (armatures traditionnelles) ou armé avec des fibres en acier, la simulation numérique est effectuée en élasticité non linéaire jusqu'à épuisement de la capacité portante de la section. Les modes de rupture considérés sont ceux établis par **Kachi** [28] pour le béton armé. En ce qui concerne le béton armé de fibre, la rupture survient, par arrachement ou rupture des fibres.

Les lois de comportements des différents matériaux (**béton, acier**) correspondent au Comportement réel ont été adoptées. L'influence de plusieurs paramètres a été étudiée, à savoir ; le diamètre de la section, la résistance du béton, le type d'acier ainsi que le

pourcentage et la contribution du béton tendu situé entre deux fissures successives de flexion. Une comparaison a été effectuée par rapport au comportement d'une section en considérant les diagrammes conventionnels des matériaux (donnés par le **BAEL**). Une seconde étude comparative est effectuée avec une section armée des fibres métalliques.

**Nait rabah** [36] quand à lui, il a élaboré un logiciel de calcul en élasticité non linéaire de structure spatiale en béton armé. L'équilibre des sections transversales des éléments de structure a été résolu en utilisant la méthode de résolution pas à pas basée sur la matrice de rigidité dite corde de la section. L'effet de l'effort tranchant a été pris en compte dans la résolution de l'équilibre des sections. Les résultats obtenus sont présentés sous la forme de courbe charge flèche, ils renseignent de ce fait sur le comportement global des structures et non celui des sections. L'épuisement de la capacité résistante des sections est caractérisé dans cette étude par la nullité du déterminant de la matrice de rigidité de la section.

**Kachi** [28] de son côté a étudié le comportement des poutres en béton à précontraintes extérieure. Dans le cadre de cette étude l'équilibre des sections a été résolu par une méthode pas à pas basée sur la matrice de rigidité de la section dite corde. L'effet de l'effort tranchant dans le domaine non linéaire a été pris en compte dans la résolution de l'équilibre des sections. L'expression de la matrice de rigidité de la section établie dans le cadre de cette étude est :

$$[K_s] = \begin{bmatrix} \frac{\Delta N}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta N}{\Delta \delta w} & 0 \\ \frac{\Delta M}{\Delta \delta u} & \frac{\Delta M}{\Delta \delta w} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta V}{\Delta \gamma_{moy}} \end{bmatrix}$$

Ou  $\Delta N$  est l'accroissement de l'effort normal de la section,  $\Delta M$  est l'accroissement du moment fléchissant de la section,  $\Delta \delta u$  est l'accroissement de la déformation au niveau centre de gravité de la section et  $\Delta \delta w$  est l'accroissement de la rotation différentielle (courbure) de la section.  $\Delta V$  est l'accroissement de l'effort tranchant de la section et  $\Delta \gamma_{moy}$  est l'accroissement de la distorsion moyenne de la section.

Les résultats présentés renseignent sur l'évolution de la distorsion en fonction de l'effort tranchant pour des sections en béton armé et en béton précontraint d'une part, d'autre part des résultats concernant le comportement global de poutres en béton armé et en béton précontraint par des câbles intérieurs et extérieurs au béton ont été présentés.

**Waadi hamadah** [50] a pour sa part présenté une méthode de calcul des sections mixtes constituées d'une table de béton et d'un profilé métallique dans le cadre d'une méthode de calcul globale des poutres à précontrainte extérieure. La résolution de l'équilibre des sections a été effectuée en utilisant la méthode sécante en élasticité non linéaire. Les critères de rupture adoptés sont :

- Atteinte de la contrainte de ruine dans le profilé métallique.
- Ecrasement du béton en section de la dalle.
- La ruine des armatures passives dans le cas d'un moment de flexion négatif agissant sur le profilé métallique.

Les résultats présentés sont ceux caractérisant le comportement global des poutres.

**Grelat** [22] [23] a développé un programme de calcul des ossatures planes en béton armé. Il utilise la **loi de SARGIN**, pour le comportement du béton en compression. Quand au béton tendu, il introduit une forme originale (Diagramme parabolique).

Parallèlement **FERRARO MAIA** [17], développe un programme de calcul informatique, qui se situe dans le prolongement direct du programme de **GRELAT** [22], pour tenir compte des effets différés et de la précontrainte.

**ESPION** [14], relativement aux autres études, son approche est plus Complète tant sur la prise en compte de non linéarité matérielle que sur la théorie du second ordre des déplacements. L'auteur utilise un élément de poutres à 9 degrés de libertés.

Son approche, bien que mathématiquement consistante, reste encombrante numériquement. En effet l'analyse théorique aboutit à la formation de la matrice de rigidité élémentaire (9x9). Elle est donc plus lourde à gérer numériquement.

**ESPION** prend en compte la fissuration du béton et les effets différés. Il utilise une Formulation de type tangente. En plus des ossatures en béton armé, son modèle a été confronté aux structures métalliques.

### **1.3 Calcul réglementaire :**

Pratiquement, tout le règlement actuel qu'on utilise en béton Armé, tel que le **BAEL 91** et l'**EUROCODE 2** ont défini seulement les principes généraux de calcul des sections de forme régulière (carré, rectangulaire et en T...).

Par contre pour les sections **octaédriques** il n'y a pas de méthode de calcul pour les armatures qui couvrent l'ensemble du champ des efforts que l'on rencontre en flexion Composée, flexion simple et traction compression.

Néanmoins **pierre Charon** a établi des abaques capable d'estimer la section des armatures dans ces cas de sollicitations avec une méthode basé sur les règles de BAE 91, elle considère les armatures uniformément réparties sur toute la section.

#### **Conclusion :**

Beaucoup de recherches ont été menée sur des sections en béton armé, mais le calcul de sections **octaédriques** à fait peu l'objet de très peu d'études, suite à la complexité et à plusieurs inconnues composant les équations d'équilibre.

L'objectif de cette étude est de fournir un outil de calcul simple et rapide d'utilisation capable de couvrir l'ensemble du champ des efforts possibles pour la **traction-compression, flexion simple et flexion composée**.

**CHAPITRE 2 :**

**MODELE DE COMPORTEMENT MECANIQUE  
DES MATERIAUX (BETON, ACIER)**

## 2.1 Introduction

Dans ce chapitre nous avons décrit le comportement mécanique du béton et de l'acier qui est régi par des lois de comportement en contrainte – déformation. Ces relations interviennent dans le calcul de la section soumise à n'importe quelle sollicitation. Plusieurs modèles ont été proposés dans la littérature. Ces modèles tiennent compte des lois réelles des différents matériaux en tenant compte, en particulier, de la contribution du béton tendu.

Ces modèles sont indispensables pour évaluer la résistance des sections en béton armé jusqu'à la rupture en élasticité non – linéaire.

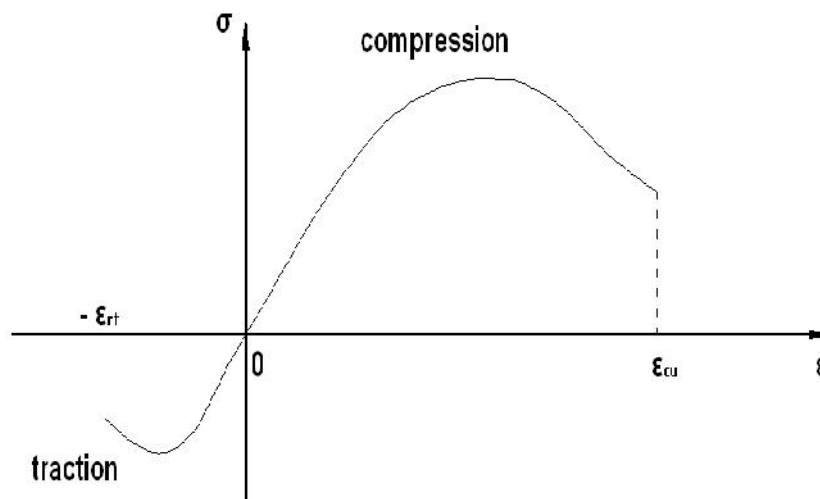
## 2. 2 Modélisation du comportement des matériaux :

En élasticité non linéaire, les contraintes sont liées aux déformations par la relation suivante :  $\sigma = \Phi (\epsilon)$

Avec  $\Phi (\epsilon)$  : définit le comportement réel des matériaux.

Nous allons donc présenter les lois des comportements réels retenues pour le béton et l'acier. Le béton présente un comportement différent en traction et en compression.

Une représentation de ce comportement est donnée par la courbe contrainte-déformation Ci-dessous :



**Fig 2.1** Diagramme représentant la loi de comportement du béton

Cette courbe se caractérise par la valeur de  $\Phi (\epsilon)$  qui est considéré comme nulle au-delà de la rupture du béton en compression et en traction (respectivement pour des déformations  $\epsilon_{cu}$  et  $\epsilon_{rt}$ ).

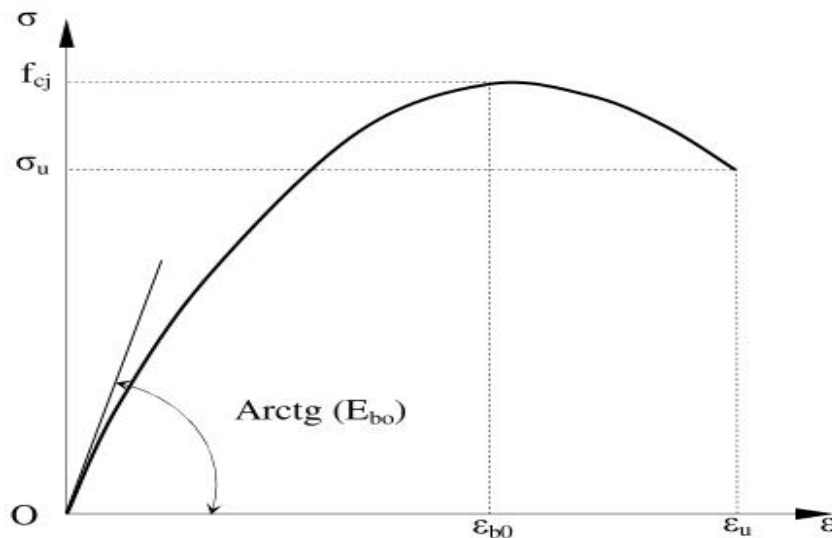
## 2. 3 Comportement du béton ordinaire :

Différents modèles existent pour représenter le comportement du béton. Nous adaptons ici la loi de **SARGIN** pour le comportement du béton ordinaire en Compression, et le modèle de **GRELAT** pour le comportement du béton ordinaire en traction.

### 2.3.1 Comportement du béton ordinaire en compression selon SARGIN [01]

Les relations qui lient les contraintes aux déformations instantanées des fibres de béton comprimé sont connues à l'âge  $t$  quelconque. Ces lois sont définies en fonction des paramètres :  $E_{b0}$ ,  $f_{cj}$ ,  $\epsilon_{b0}$ ,  $\epsilon_u$ .

L'aspect qualitatif de la loi de comportement contrainte-déformation, prend la forme de la courbe représentée ci-dessous :



**Fig 2.2** Comportement du béton ordinaire en compression selon Sargin [01]

Ce modèle est essentiellement utilisé dans le calcul des structures en béton armé et précontraint, et présente deux branches :

- Une branche ascendante, à concavité vers le bas admettant un module tangent initial  $E_{b0}$ , et un maximum de contrainte qui correspond à la résistance à la compression  $f_{cj}$ .
- Une branche descendante, commençant par le maximum de la branche ascendante et se termine par le point définissant la déformation ultime correspondante à la contrainte ultime du béton.

En admettant un comportement élastique non linéaire, la contrainte est décrite par la loi de SARGIN suivante :

$$\sigma = f_{cj} \frac{k_b \bar{\varepsilon} + (k'_b - 1) \bar{\varepsilon}^2}{1 + (k_b - 2) \bar{\varepsilon} + k'_b \bar{\varepsilon}^2} \quad 2.1$$

Tel que :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{b0}}, \quad k_b = \frac{E_{b0} \cdot \varepsilon_0}{f_{cj}}, \quad E_{b0} = 11000 \sqrt[3]{f_{c0}} \quad \text{et} \quad \varepsilon_{b0} = 0.62 \cdot 10^{-3} \sqrt[3]{f_{c0}}$$

Avec :

$E_{b0}$  : Module d'élasticité longitudinal du béton a l'origine.

$\varepsilon_{b0}$  : Déformation de pic correspondant à  $f_{cj}$ .

$f_{cj}$  : Résistance à la compression du béton à l'âge j.

$k_b$  et  $k'_b$  : Sont des paramètres adimensionnels, ajustant la branche ascendante et descendante respectivement de la loi de Sargin.

Le paramètre  $k'_b$  influe essentiellement sur l'allure de la branche descendante :

$k_b = 0$  On obtient des courbes avec une branche qui descend brutalement correspondant à des bétons ayant un comportement élastique fragile,

$k_b = 1$  On obtient des courbes assez plates correspondant à des bétons ayant un Comportement ductile.

Pour un béton normal, on prend généralement  $k'_b = k_b - 1$ .

Nous pourrions adopter les valeurs suivantes :

$$k'_b = \begin{cases} k_b - 1 & \text{pour } f_{cj} \leq 30 \text{ MPa.} \\ 0 & \text{pour } f_{cj} \geq 55 \text{ MPa.} \\ (k_b - 1) \cdot \left( \frac{55 - f_{cj}}{25} \right) & \text{pour } 30 \text{ MPa} < f_{cj} < 55 \text{ MPa} \end{cases} \quad (I.2)$$

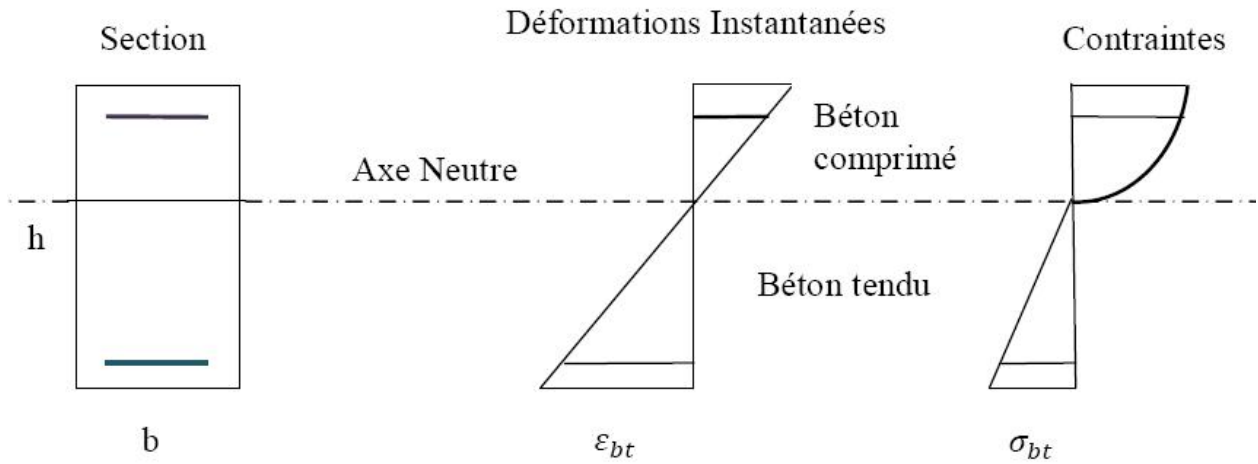
Puisque il s'agit d'une loi réglementaire, on note l'existence de deux coefficients de

sécurité,  $f_{cj}$  est remplacé par  $\left( 0.85 \frac{f_c}{\gamma_b} \right)$ , et  $E_{b0} \left( \frac{E_{b0}}{\gamma_b} \right)$ . Le coefficient de sécurité  $\gamma_b$

égale à 1.35 si l'on mène un calcul structurel, et  $\gamma_b$  égale 1.5 dans le cas d'un calcul de section.

### 2.3.2. Comportement du béton ordinaire en traction selon GRELAT [01] :

La formulation de Grelat attribue au béton tendu fissuré un diagramme fictif triangulaire à partir de l'axe neutre (Figure 2.3.), dont la contribution du béton s'annule à la plastification des aciers.



**Fig. 2.3.** Comportement de béton ordinaire avant fissuration

Les fibres du béton tendu d'un module de déformation  $E_{bt}$  sont définies à partir de

la contrainte et la déformation instantanée du bord tendu :  $E_{bt} = \frac{\sigma_{bt}}{\varepsilon_{bt}}$  2.3

La contrainte ne s'annule pas brusquement, elle décroît selon une loi parabolique progressivement jusqu'à plastification et rupture des aciers tendus. Dans ce cas l'étude concerne le comportement moyen d'une section située entre deux fissures, donne les relations liant les contraintes aux déformations sont :

**Domaine élastique linéaire** (Pas de fissuration, participation complète du béton avec le module  $E_{b0}$ )

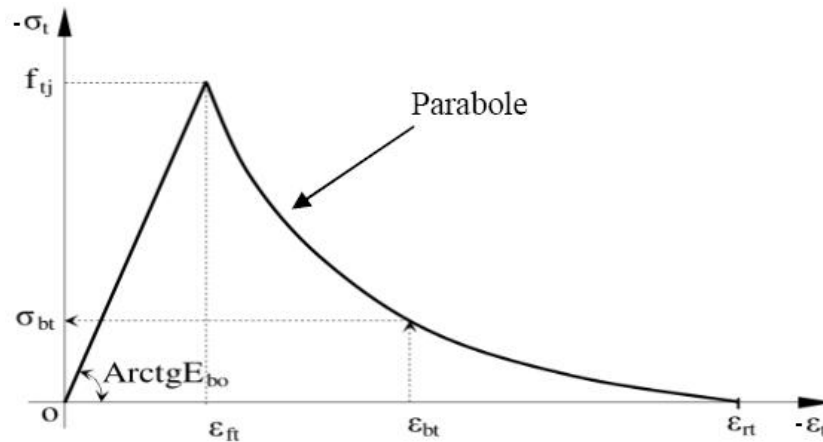
$$\sigma_{bt} = E_{b0} \cdot \varepsilon_{bt} \quad \text{Si} \quad |\varepsilon_{bt}| \leq \varepsilon_{ft} \quad 2.4$$

**Fissuration avec participation du béton tendu** (Fissuration avec participation du béton tendu).

$$\sigma_{bt} = -f_{tj} \frac{(\varepsilon_{bt} - \varepsilon_{rt})^2}{(\varepsilon_{rt} - \varepsilon_{ft})^2} \quad \text{Si} \quad \varepsilon_{ft} < |\varepsilon_{bt}| \leq \varepsilon_{rt} \quad 2.5$$

**Fissuration sans participation du béton tendu** (Fissuration sans participation du béton tendu).

$$\sigma_{bt} = 0 \quad \text{Si} \quad |\varepsilon_{bt}| > \varepsilon_{rt} \quad 2.6$$



**Fig. 2.4.** Diagramme contrainte – déformation instantanée du Béton ordinaire sur le bord tendu selon Grelat [01]

Avec :

$E_{bo}$ : Module d'élasticité longitudinale du béton.

$f_{tj}$  : Résistance du béton à la traction.

$\epsilon_{ft}$  : Déformation de traction correspondant à  $f_t$ .

$\epsilon_{rt}$  : Déformation correspondant à la plastification de l'acier le plus tendu,

$\epsilon_{bt}$  : Déformation de la fibre du béton la plus tendue.

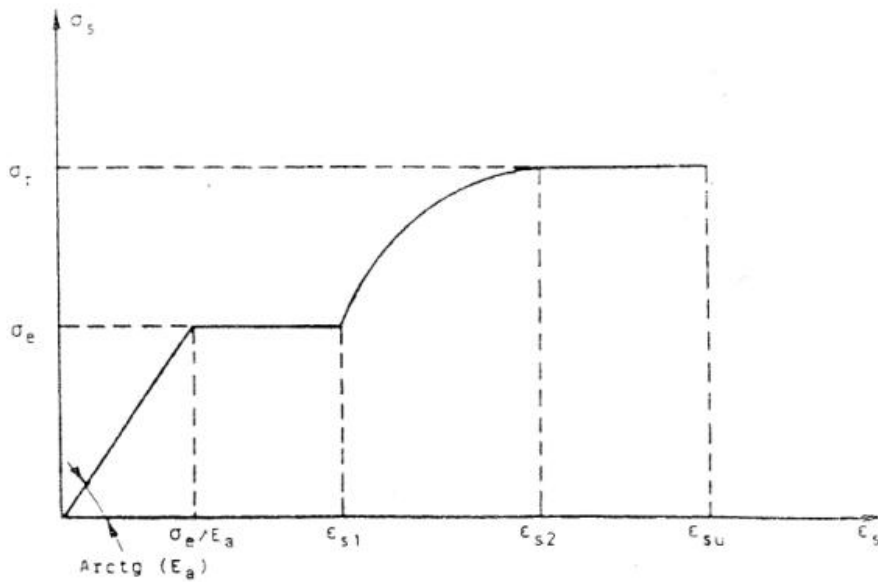
## 2. 4 Comportement des aciers :

La loi de comportement contrainte – déformation de l'acier sous chargement monotone est supposée identique en traction et en compression. Les différents types d'aciers utilisés dans la présente étude sont les aciers écrouis et les aciers naturels dont la loi de comportement contrainte – déformation en élasto–plastique parfaite est simplifiée.

### 2.4.1 Comportement des aciers passifs

On distingue deux types : aciers naturels et aciers écrouis.

**-Aciers naturels** : Les aciers naturels sont caractérisés par un diagramme issu de la loi de comportement élasto-plastique avec raffermissement (Figure 2 .5).



**Fig 2.5.** Diagramme contrainte-déformation d'un acier naturel  
(Loi élasto-plastique avec raffermissement)

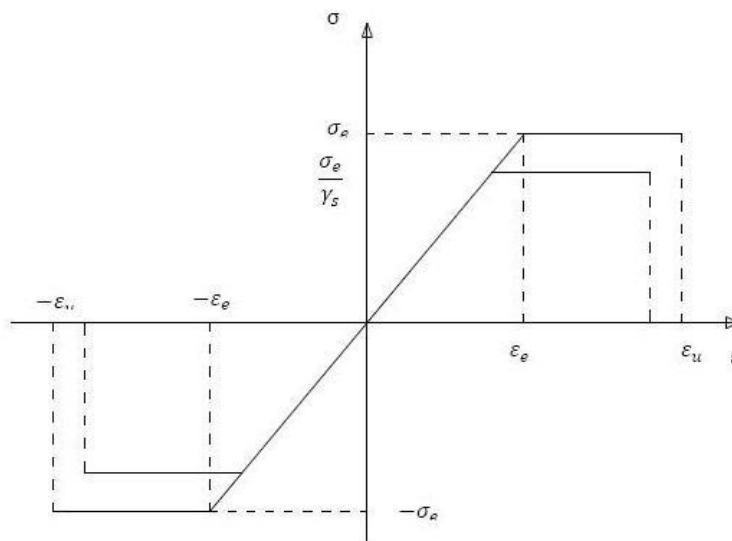
avec :

$\epsilon_{s1}$  : Déformation correspondant à la fin du palier plastique,

$\epsilon_{s2}$  : Déformation correspondant à la fin du raffermissement,

$\epsilon_{su}$  : Déformation de rupture.

Pour des calculs aux états limites de résistance ou l'évaluation précise des déformations n'est pas nécessaire, on adopte la loi de comportement élasto-plastique parfaite (Figure 2.6).



**Fig 2.6** Diagramme contrainte-déformation d'un acier naturel  
(Loi élasto-plastique parfaite)

Le BAEL 91 recommande d'effectuer sur cette loi une affinité du rapport  $\frac{1}{\gamma_s}$

parallèlement à la tangente à l'origine comme indiqué à la figure 2.6, le coefficient  $\gamma_s$  vaut 1.15. Ce modèle comporte un domaine élastique avant d'atteindre  $\sigma_e$ , au-delà il ya écoulement plastique.

Les déformations extrêmes sont fixées par le règlement BAEL 91 à 10‰.

$$\sigma = E\varepsilon \quad \text{si} \quad \varepsilon \leq \varepsilon_e \quad 2.7$$

$$\sigma = \sigma_e \quad \text{si} \quad \varepsilon_e < \varepsilon < \varepsilon_u \quad 2.8$$

$$\sigma = 0 \quad \text{si} \quad \varepsilon > \varepsilon_u \quad 2.9$$

Pour la traction c'est la même chose par symétrie.

Avec :

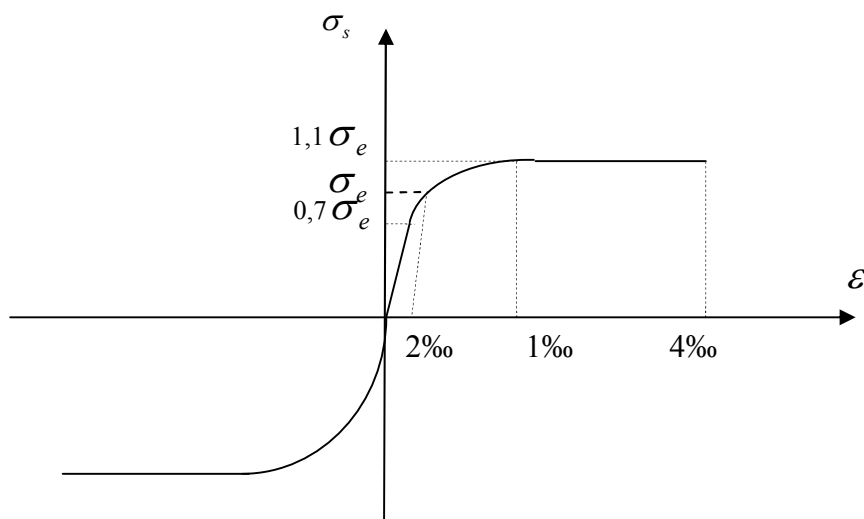
$E$  : Module longitudinal de l'acier.

$\varepsilon_e$  : Déformation limite élastique de l'acier.

$\sigma_e$  : Contrainte limite élastique de l'acier.

$\varepsilon_u$  : Déformation ultime de l'acier.

**-Acier écroui :** Pour ce type d'acier, on adopte la loi préconisée par le règlement BPEL 91 qui suppose un comportement élastique linéaire jusqu'à 70% de la limite élastique. Au-delà, on adopte une courbe de cinquième degré. Pour les déformations supérieures à 1‰ la contrainte reste constante jusqu'à la déformation ultime



**Fig. 2-7 :** Comportement des aciers écrouis

$$\sigma_s = E_a \varepsilon_s \quad si \quad \sigma_s \leq 0,7\sigma_e \quad 2.10$$

$$\varepsilon_s = \frac{\sigma_s}{E_a} + 0,823 \left( \frac{\sigma_s}{\sigma_e} - 0,7 \right)^5 \quad si \quad 0,7\sigma_e < \sigma_s < 1,1\sigma_e \quad 2.11$$

$$\sigma_s = 1,1\sigma_e \quad si \quad 1\frac{0}{0} < \varepsilon_s < \varepsilon_r \quad 2.13$$

Pour la traction c'est la même chose par symétrie.

avec :

$E$  : Module longitudinal de l'acier.

$\varepsilon_e$  : Déformation limite élastique de l'acier.

$\sigma_e$  : Contrainte limite élastique de l'acier.

$\varepsilon_u$  : Déformation ultime de l'acier.

# **CHAPITRE 3 :**

## **MODELISATION ET METHODE DE CALCUL**

### 3.1 Introduction

Les formes octaédriques ont fait objet de peu d'études et beaucoup de règlements restent toujours muets pour le calcul de ces formes géométriques. Pour cela, nous proposons alors une méthode générale de calcul en utilisant les armatures discrètes avec une méthode capable de générer le nombre de barres nécessaire pour une section octaédrique en béton armé afin d'équilibrer un couple d'effort extérieur donné en flexion composée. Et ce quelque soit la valeur du moment et de l'effort tranchant. En partant de huit barres de T12 en rajoutant les barres d'acier jusqu'à ce que le point représentatif du couple d'effort appliqué rentre à l'intérieur du domaine de résistance de la section.

### 3.2 Hypothèses :

La section en béton armé est soumise à une flexion composée. L'étude est effectuée en tenant compte des hypothèses des petites déformations et du comportement élastique non linéaire des matériaux. La déformation longitudinale en un point est régit par la loi de conservation des sections planes et il est supposée une adhérence parfaite entre l'acier et le béton. Compte tenu de ces hypothèses, la déformation longitudinale  $\varepsilon$  en un point y s'exprime par :

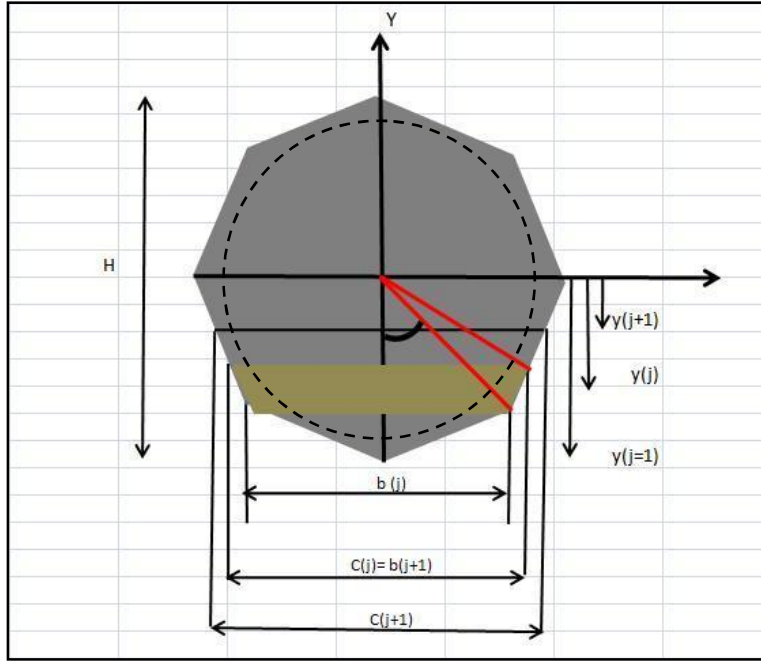
$$\varepsilon = \delta u + y \delta w \quad 3.1$$

ou  $\delta w$  : Rotation de la section autour de l'axe  $Gz$ .

$\delta u$  : Déformation au centre de gravité de la section du béton.

### 3.3 Modélisation de la section du béton :

La section **octaédrique** suivant la coupe transversale est modélisée par une succession des couches trapézoïdales, Chaque table est définie par ces caractéristiques géométriques La base inférieure ( $b_j$ ) et la base supérieur ( $b_{j+1}$ ), ainsi que leur coordonnées  $Y_i$  et  $Y_{i+1}$  Par rapport à l'axe de référence passant par le centre de gravité de la section.



**Figure 3.1 : Discretisation de la section octaédrique**

Pour le trapèze d'ordre J, nous avons :

L'ordonnée de la base de trapèze d'ordre j sera calculée comme suit :

$$Y_j = Y_{j-1} + H / N_e \quad 3.2$$

H : Distance entre deux cotés opposés, on prend H comme étant le diamètre du cercle Inscrit à l'intérieur du polygone.

$$C(j) = b(j+1)$$

$$b(j) = H \sin(\gamma(j)) \quad 3.3$$

$$b(1) = 0$$

$$\gamma(j) = \cos^{-1} \frac{\left(\frac{H}{2}\right) - Y(j)}{\left(\frac{H}{2}\right)} \quad 3.4$$

avec :

H : hauteur de la section octaédrique.

$N_e$  : Nombre des couches trapézoïdale.

## Exemple 1 : Application de calcul section octaédrique H=60cm avec Ne=8

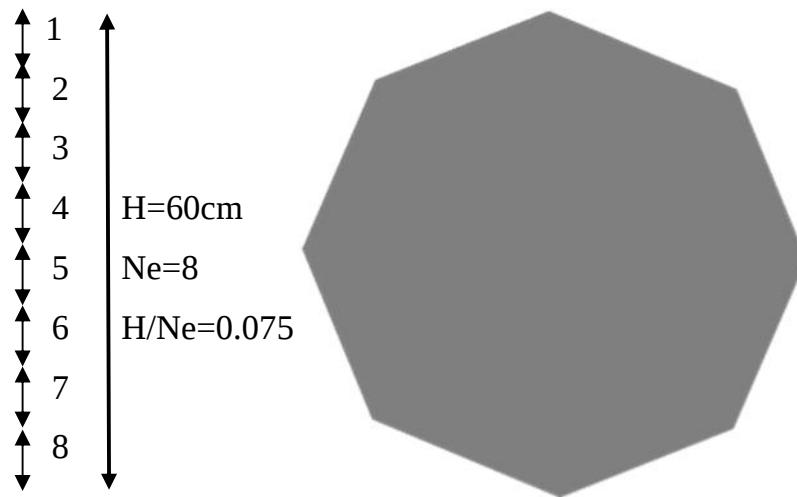


Figure 3.2 : Calcul de la surface d'une section H=60cm

| BL (m)               | CL (m)               | Surface $\text{m}^2$ | Elément |
|----------------------|----------------------|----------------------|---------|
| 0.00                 | $3.96 \cdot 10^{-1}$ | 0.014882351          | 1       |
| $3.96 \cdot 10^{-1}$ | $5.19 \cdot 10^{-1}$ | 0.034367922          | 2       |
| $5.19 \cdot 10^{-1}$ | $5.80 \cdot 10^{-1}$ | 0.041271102          | 3       |
| $5.80 \cdot 10^{-1}$ | $6.00 \cdot 10^{-1}$ | 0.044285531          | 4       |
| $6.00 \cdot 10^{-1}$ | $5.80 \cdot 10^{-1}$ | 0.044285531          | 5       |
| $5.80 \cdot 10^{-1}$ | $5.19 \cdot 10^{-1}$ | 0.041271102          | 6       |
| $5.19 \cdot 10^{-1}$ | $3.96 \cdot 10^{-1}$ | 0.034367922          | 7       |
| $3.96 \cdot 10^{-1}$ | 0.00                 | 0.014882351          | 8       |

Tableau 3.1 : Calcul de la surface d'une section H=60cm

La somme des éléments après le calcul par le programme donne une surface de :  $0.269613161292196 \text{ m}^2$ .

Si on applique la formule suivant  $S=2(\sqrt{2}-1) H^2= 2(\sqrt{2}-1) 0.60^2=0.298$

On constate que lorsque le nombre des éléments augmente la valeur calculée par le programme est très proche à la valeur calculée par la formule classique d'une section octaédrique.

## Exemple 2 : Application de calcul section octaédrique H=80cm avec Ne=16

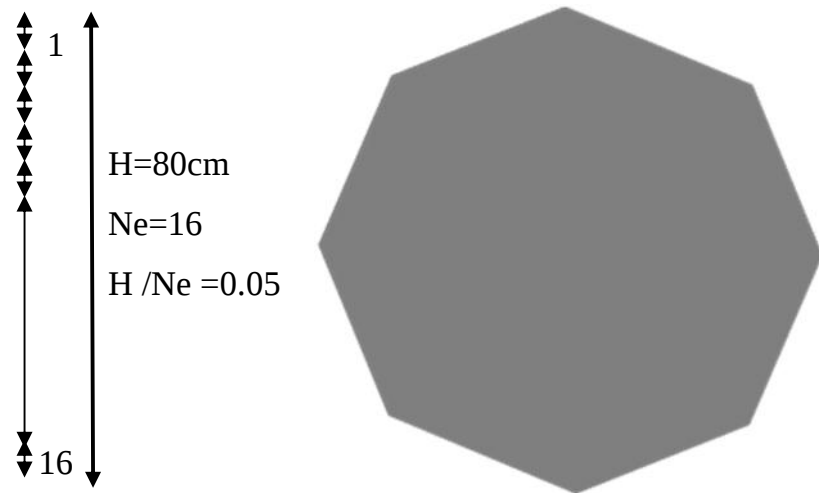


Figure 3.3 : Calcul de la surface d'une section H=80cm

| BL (m)      | CL (m)      | Surface m2  | Elément |
|-------------|-------------|-------------|---------|
| 0.000000000 | 0.387298330 | 0.009682458 | 1       |
| 0.387298330 | 0.529150262 | 0.022911214 | 2       |
| 0.529150262 | 0.624499800 | 0.028841251 | 3       |
| 0.624499800 | 0.692820323 | 0.032933003 | 4       |
| 0.692820323 | 0.741619849 | 0.035861004 | 5       |
| 0.741619849 | 0.774596692 | 0.037905413 | 6       |
| 0.774596692 | 0.793725393 | 0.039208052 | 7       |
| 0.793725393 | 0.800000000 | 0.039843113 | 8       |
| 0.800000000 | 0.793725539 | 0.039208052 | 9       |
| 0.793725539 | 0.774596692 | 0.039208052 | 10      |
| 0.774596692 | 0.741619849 | 0.037905413 | 11      |
| 0.741619849 | 0.692803230 | 0.035861004 | 12      |
| 0.692803230 | 0.624499800 | 0.032933003 | 13      |
| 0.624499800 | 0.529150262 | 0.028841251 | 14      |
| 0.529150262 | 0.387298335 | 0.022911214 | 15      |
| 0.387298335 | 0.000000000 | 0.009682458 | 16      |

Tableau 3.2 : Calcul de la surface d'une section H=80cm

La somme des éléments après le calcul par le programme donne une surface de :  $0.494371059 \text{ m}^2$ .

### 3.4 Définition de la disposition des barres d'aciers :

La section de chaque barre est concentrée en son centre de gravité. Elle est repérée par son ordonnée sur l'axe des Y en fonction du nombre des barres, l'enrobage, le diamètre, et le nombre de nappes (Figure 3.4) .

Les armatures longitudinales, de section A sont réparties en huit groupes identiques placés aux sommets d'un **octogone** concentrique à l'octogone donné, sur une trajectoire circulaire.

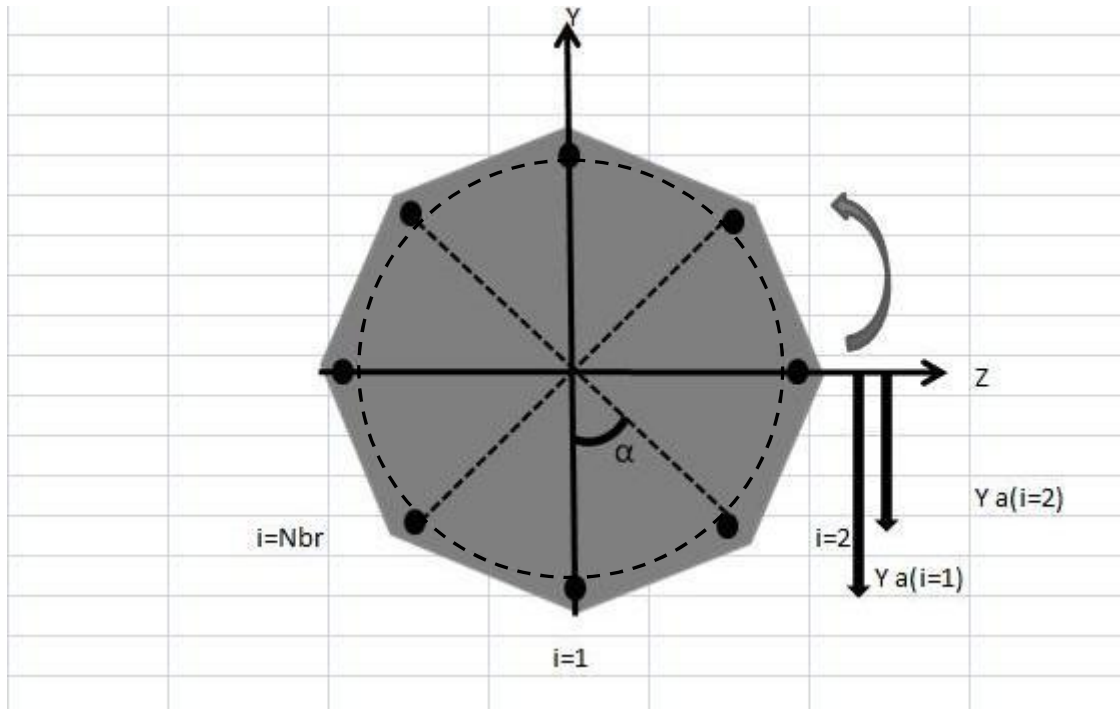


Figure 3.4 : Disposition des barres d'aciers

Pour une barre d'ordre i :

$$Y_a(i) = (H / 2 - C - \phi / 2) \cos(i - 1)\alpha \quad 3.5$$

$$\text{avec: } \alpha = \frac{2\pi}{N_{bt}} \text{ et } \Phi \text{ diamètre du barre} \quad 3.6$$

$N_{bt}$  : Nombre des barres d'aciers.

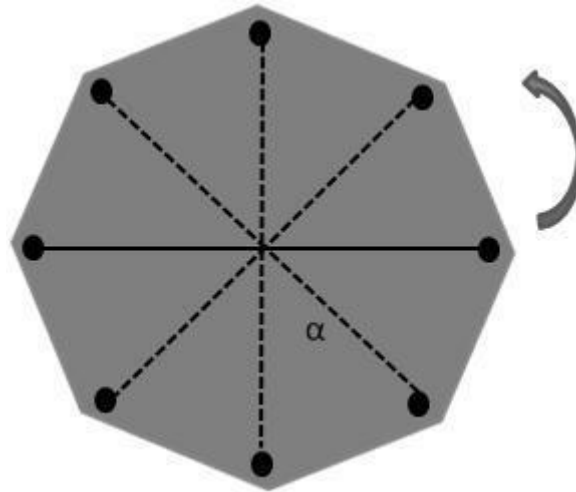
C : Enrobage des aciers.

Notre étude se consiste de varier les nombres des barres en 8, 16, 24 et 32 avec des diamètres de T12, T14, T16, T20, T25 et T 32.

-Exemple 1 : application de calcul des barres de section **octaédrique** H=60cm

**1<sup>er</sup> cas**  $N_{bt} = 8$

$$\alpha = \frac{2\pi}{N_{bt}} = 45^\circ$$



**Figure 3.5 : Disposition des barres d'aciers  $N_{bt} = 8$**

| i   | Cordonnée (m)   |
|-----|-----------------|
| i=1 | $Y_1 = - 0.230$ |
| i=2 | $Y_2 = - 0.162$ |
| i=3 | $Y_3 = 0 .000$  |
| i=4 | $Y_4 = 0.162$   |
| i=5 | $Y_5 = 0.230$   |
| i=6 | $Y_6 = 0.162$   |
| i=7 | $Y_7 = 0.000$   |
| i=8 | $Y_8 = - 0.162$ |

**Tableau 3.3 : Disposition des barres d'aciers  $N_{bt} = 8$**

2<sup>ème</sup> cas :  $N_{bt} = 16$

$$\alpha = \frac{2\pi}{N_{bt}} = 22.5^\circ$$

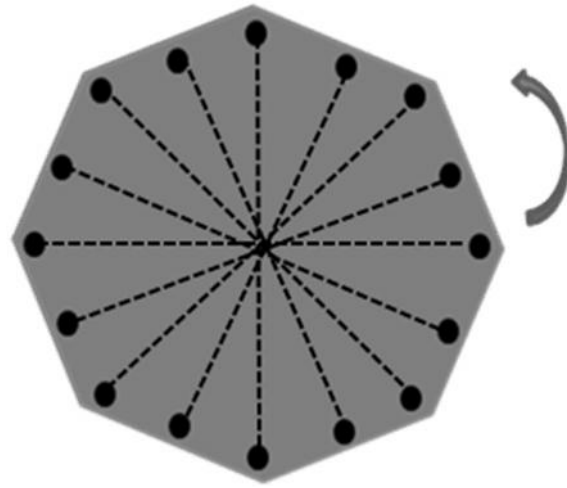


Figure 3.6 : Disposition des barres d'aciers  $N_{bt} = 16$

| i    | Cordonnée (m)      |
|------|--------------------|
| i=1  | $Y_1 = - 0.230$    |
| i=2  | $Y_2 = - 0.212$    |
| i=3  | $Y_3 = - 0.162$    |
| i=4  | $Y_4 = - 0.087$    |
| i=5  | $Y_5 = 0.000$      |
| i=6  | $Y_6 = 0.087$      |
| i=7  | $Y_7 = 0.162$      |
| i=8  | $Y_8 = 0.212$      |
| i=9  | $Y_9 = 0.230$      |
| i=10 | $Y_{10} = 0.212$   |
| i=11 | $Y_{11} = 0.162$   |
| i=12 | $Y_{12} = 0.087$   |
| i=13 | $Y_{13} = 0.000$   |
| i=14 | $Y_{14} = - 0.087$ |
| i=15 | $Y_{15} = - 0.162$ |
| i=16 | $Y_{16} = - 0.212$ |

Tableau 3.4 : Disposition des barres d'aciers  $N_{bt} = 16$

3<sup>ème</sup> cas  $N_{bt} = 32$

$$\alpha = \frac{2\pi}{N_{bt}} = 11.25^\circ$$

Figure 3.7 : Disposition des barres d'aciers

$N_{bt} = 32$

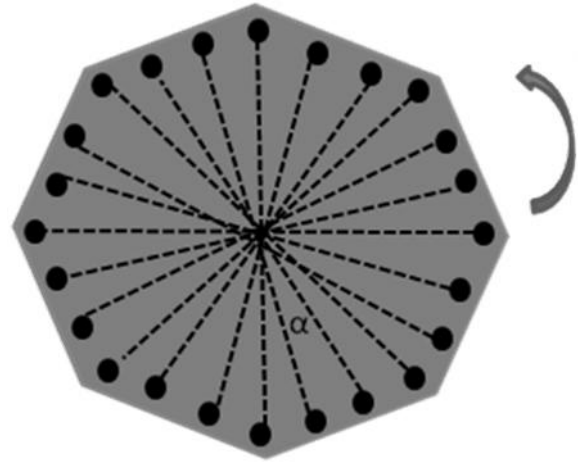


Tableau 3.5 : Disposition des barres d'aciers  $N_{bt} = 32$

| i    | Cordonnée (m)      |
|------|--------------------|
| i=1  | $Y_1 = - 0.230$    |
| i=2  | $Y_2 = - 0.225$    |
| i=3  | $Y_3 = - 0.212$    |
| i=4  | $Y_4 = - 0.191$    |
| i=5  | $Y_5 = - 0.162$    |
| i=6  | $Y_6 = - 0.116$    |
| i=7  | $Y_7 = - 0.087$    |
| i=8  | $Y_8 = - 0.044$    |
| i=9  | $Y_9 = 0.000$      |
| i=10 | $Y_{10} = 0.044$   |
| i=11 | $Y_{11} = 0.087$   |
| i=12 | $Y_{12} = 0.116$   |
| i=13 | $Y_{13} = 0.162$   |
| i=14 | $Y_{14} = 0.191$   |
| i=15 | $Y_{15} = 0.212$   |
| i=16 | $Y_{16} = 0.225$   |
| i=17 | $Y_{17} = 0.230$   |
| i=18 | $Y_{18} = 0.225$   |
| i=19 | $Y_{19} = 0.212$   |
| i=20 | $Y_{20} = 0.191$   |
| i=21 | $Y_{21} = 0.162$   |
| i=22 | $Y_{22} = 0.116$   |
| i=23 | $Y_{23} = 0.087$   |
| i=24 | $Y_{24} = 0.044$   |
| i=25 | $Y_{25} = 0.000$   |
| i=26 | $Y_{26} = - 0.044$ |
| i=27 | $Y_{27} = - 0.087$ |
| i=28 | $Y_{28} = - 0.116$ |
| i=29 | $Y_{29} = - 0.162$ |
| i=30 | $Y_{30} = - 0.191$ |
| i=31 | $Y_{31} = - 0.212$ |
| i=32 | $Y_{32} = - 0.225$ |

### 3.5 Calcul des sollicitations interne :

Les éléments constitutifs de la section, qui sont la matrice (béton) et les barres (acier), vont engendrer des sollicitations que l'on va séparer en deux catégories : les sollicitations normales et les sollicitations tangentes. On notera :

#### 3.5.1 Sollicitation normale dues au béton :

Les sollicitations normales à la section droite dues au béton peuvent s'écrire sous Forme d'un vecteur  $F_n$  par :

$$\{F_n\} = \begin{pmatrix} N \\ M \end{pmatrix} = \int_{\Sigma_b} \sigma_m \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} d\Sigma_b \quad 3.7$$

Ou,

$N$  : est l'effort normal de la section.

$M$  : le moment fléchissant de la section.

$\sigma_m$  : représente la contrainte normale en un point courant de la section.

$\Sigma_b$  : représente la section nette du béton.

Si l'on note  $E_m$  le module élastique longitudinal, c'est-à-dire le module reliant

l'accroissement de contrainte  $\Delta\sigma_m$  à l'accroissement de déformation longitudinale  $\Delta\varepsilon$  d'un

point de coordonnées ( $y$ ) de la section, alors on a :  $\Delta\sigma_m = E_m \Delta\varepsilon$  3.8

avec :

$\Delta\sigma_m$  : représentant l'accroissement de contrainte normale au point considéré.

$\Delta\varepsilon$  : représentant l'accroissement de déformation normale au point considéré.

Les intégrales sur la section de béton sont effectuées en utilisant la formule de cubature de Simpson.

En remplaçant  $\Delta\varepsilon$  par sa valeur donnée en (3.1), on a :  $\Delta\sigma_m = E_m (1/y) \Delta\varepsilon$  3.9

L'accroissement de sollicitation s'écrit :

$$\Delta F_{mn} = \int_{\Sigma_m} \Delta \sigma_m(y) \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} d\Sigma_b \quad 3.10$$

On obtient :

$$\Delta F_{mn} = \int_{\Sigma_m} E_m(y) (1/y) \Delta \varepsilon_n \begin{pmatrix} 1 \\ y \end{pmatrix} d\Sigma_b \quad 3.11$$

$$\Delta F_{mn} = \int_{\Sigma_b} E_m(y) \begin{bmatrix} 1 & y \\ y & y^2 \end{bmatrix} d\Sigma_b \Delta \varepsilon_n \quad 3.12$$

Si on note  $[K_m]$  la matrice de rigidité reliant l'accroissement de sollicitation normale de la section à la variation de déformation normale de la section, on a :

$$[K_{mn}] = \int_{\Sigma_m} E_m(y) \begin{bmatrix} 1 & y \\ y & y^2 \end{bmatrix} d\Sigma_m \quad 3.13$$

Et

$$\Delta F_{mn} = [K_{mn}] \cdot \Delta \varepsilon_n \quad 3.14$$

### 3.5.2 Sollicitation tangentes dues au béton :

La sollicitation tangente due au béton est calculée en fonction des déformations correspondante en supposant un comportement élastique linéaire. Elle s'écrit alors sous la forme d'un vecteur  $F_t$  par:

$$V = G \cdot A \cdot \gamma \quad 3.15$$

Avec  $G$  le module élastique de cisaillement du béton a la traction du béton et  $\gamma$  est la distorsion de la section.

Tenant compte des relations 3.8, 3.13, 3.14 et 3.15, nous pouvons écrire sous forme matricielle la relation liant les accroissements de déformations et les accroissements de sollicitations internes développés par le béton.

$$\begin{Bmatrix} \{\Delta F_{mn}\} \\ \{\Delta V\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{mn}] & 0 \\ 0 & GA \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \{\Delta \varepsilon_n\} \\ \{\Delta \gamma\} \end{Bmatrix} \quad 3.16$$

### 3.5.3 Sollicitation dues aux armatures :

Les sollicitations normales dues aux armatures supposées concentrées au niveau de leur centre de gravité peuvent s'écire sous forme d'un vecteur  $\{F_{an}\}$  :

$$\{F_{an}\} = \begin{bmatrix} N_a \\ M_{ya} \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^{n_a} \sigma_{ai} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ y_{ai} \end{bmatrix} A_{ai} \quad 3.17$$

Ou  $\sigma_{ai}$  contrainte normale à la section droite au niveau de l'armature d'ordre  $i$  :  $A_{ai}$  la section de l'armature et  $n_a$  le nombre d'armatures traversant la section.

La variation de la déformation normale  $\{\Delta\delta_n\}$  de la section droite, produit une variation de sollicitation  $\{\Delta F_n\}$  dans les armatures .En tenant compte des relations (3.1 et 3.17).

$$\Delta F_n = [K_{1a}].\{\Delta\delta_n\} \quad 3.18$$

Ou  $[K_{1a}]$  représente une matrice symétrique de rigidité de l'acier dont l'expression est :

$$[K_{1a}] = \sum E_{ai} \cdot \begin{bmatrix} 1 & y_{ai} \\ y_{ai} & y_{ai}^2 \end{bmatrix} A_{ai} \quad 3.19$$

$E_{ai}$  représente le module élastique au niveau de l'armature d'ordre i, il relie l'accroissement des contraintes normales  $\Delta\sigma_{ai}$  à l'accroissement des déformations normales correspondantes  $\Delta\varepsilon_{ai}$  au niveau de l'armature i par la relation :

$$\Delta\sigma_{ai} = E_{ai} \cdot \Delta\varepsilon_{ai} \quad 3.20$$

En négligeant les sollicitations tangentes dues aux armatures pendant la déformation de la section, nous pouvons écrire sous la forme matricielle la relation liant l'accroissement des déformations dans une section à l'accroissement des sollicitations internes développées dans les armatures :

$$\{\Delta F_{an}\} = [K_{1a}].\{\Delta\delta_n\} \quad 3.21$$

L'équilibre de la section droite se traduit par l'égalité des accroissements d'efforts sollicitant et les accroissements d'efforts internes :

$$\{\Delta F_{sn}\} = \{\Delta F_{mn}\} + \{\Delta F_{an}\} \quad 3.22$$

En remplaçant les efforts internes par leurs expressions développées si les efforts externes par les relations on arrive on arrive à la relation matricielle liant les accroissements d'efforts sollicitant et l'accroissement de déformation dans une section droite en béton armé.

$$\{\Delta F_{sn}\} = [K_s].\{\Delta\delta_n\} \quad 3.23$$

$[K_s]$  représente la matrice de rigidité de la section homogène, son expression est :

$$[K_s] = [K_{1m}] + [K_{1a}] \quad 3.24$$

Pour un accroissement d'effort sollicitant, la résolution en déformation de l'équation (3.23) est itérative.

A l'équilibre de la section, l'accroissement de déformation est donné par :

$$\langle \Delta \delta_n \rangle = [S_s] \cdot \langle \Delta F_s \rangle$$

3.25

Et  $[S_s]$  représente la matrice de souplesse de la section elle est donnée par :

$$[S_s] = [K_s]^{-1} \quad 3.26$$

### 3.6 Méthode itérative de résolution et critère de convergence :

En élasticité non linéaire il est facile de calculer les efforts développés par une déformation donnée. Cependant il n'existe pas de méthode directe de calcul permettant de calculer les déformations produites par des efforts donnés. Nous utiliserons alors une méthode itérative pour la recherche de la solution en déformation.

Considérons un état d'équilibre de la section soumise à des sollicitations extérieures qui peuvent s'écrire sous forme d'un vecteur  $\langle F_s \rangle$ , défini par :

$$\langle F_s \rangle = \langle N, M, V \rangle$$

3.27

On note par  $\langle \delta_s \rangle$  le vecteur de déformation correspondant.

$$\langle \delta_s \rangle = \langle \varepsilon_g, \Phi, \gamma \rangle$$

3.28

Pour une variation  $\langle \Delta F_s \rangle$  des efforts sollicitant ; l'accroissement de déformation  $\langle \Delta \delta_s \rangle$  de la section est recherché en utilisant la méthode de substitutions successives utilisant les matrices cordes. Cette méthode consiste à construire une suite de solutions  $\langle \Delta \delta_s \rangle_0, \langle \Delta \delta_s \rangle_1, \dots, \langle \Delta \delta_s \rangle_i$ , étant calculée à partir de  $\langle \Delta \delta_s \rangle_{i-1}$ , en résolvant le système linéaire :

$$\langle \Delta \delta_s \rangle_0 = 0 \quad 3.29$$

$$\langle \Delta \delta_s \rangle_i = [S_s]_{i-1} \cdot \langle \Delta F_s \rangle$$

3.30

Où  $[S_s]_{i-1}$  est la matrice de souplesse de la section à l'itération  $i-1$ .

On considère que l'équilibre de la section est atteint lorsque pour deux itérations

Successives la norme euclidienne  $n$  des déformations est inférieure à une tolérance  $T$  fixée à priori.

$$n = \frac{\langle \Delta \delta_i - \Delta \delta_{i-1} \rangle \cdot (\langle \Delta \delta_i \rangle - \langle \Delta \delta_{i-1} \rangle)}{\langle \delta_s + \Delta \delta_i \rangle \cdot (\langle \delta_s \rangle + \langle \Delta \delta_i \rangle)} < T \quad 3.31$$

### 3.7 Etablissement des courbes de comportement de la section :

Ces courbes permettent d'observer le comportement d'une section en élasticité non linéaire jusqu'à rupture. Bien étendu, il n'est pas possible de représenter sur le plan une fonction à deux variables. On réduisant le problème à une seule variable deux représentations :

La première consiste à trouver pour une valeur fixe de  $N$  et pour toute valeur  $M_i$  de  $M$  les déformations équilibrant le couple d'effort  $(N, M_i)$ , on en déduit la courbe de chargement moment – courbure ( $M = f(\delta W)$ ).

La deuxième consiste à trouver pour une valeur fixe de  $M$  et pour toute valeur  $N_i$  de  $N$  les déformations équilibrant le couple d'effort  $(N_i, M)$  on en déduit la courbe de chargement effort normal – déformation ( $N = f(\delta u)$ ).

Le maximum de ces courbes est caractérisé par la nullité du déterminant de la matrice de rigidité  $[ks]$  de la section Virologieux [47]. Cette condition indique bien l'épuisement de la capacité résistante de la section, dans le cas de la présence d'aciers ponctuels (béton armé). Cette caractérisation n'est plus efficace pour certains couples d'efforts  $(N, M)$ , notamment ceux qui induisent la rupture de la section par rupture des armatures tendues. A cet effet un contrôle sur les déformations des fibres extrêmes du béton ainsi que sur la déformation dans chaque barre d'acier est prévu à l'avant du calcul itératif, et ce afin de recueillir des indications sur les ruptures partielles de la section. Ainsi à la rupture d'une armature. Le calcul s'arrête et indique la rupture de la section sans tenir compte du signe du déterminant de la matrice de rigidité de la section  $[ks]$ . Nous présentons alors un organigramme général de calcul des courbes de comportement ou  $\Delta EV$  représente l'accroissement de l'effort variable, soit  $\Delta M$  pour la première représentation et  $\Delta N$  pour la deuxième représentation, et Tolch représente la tolérance admise sur la charge maximale fixée a priori.

Ces courbes de comportement permettent de suivre le comportement jusqu'à rupture de la section. De ce fait elles peuvent être un outil de simulation de la capacité résistante d'une section armée existante.

## 3.8 Organigramme de calcul des courbes de comportement à M fixe et N fixe :

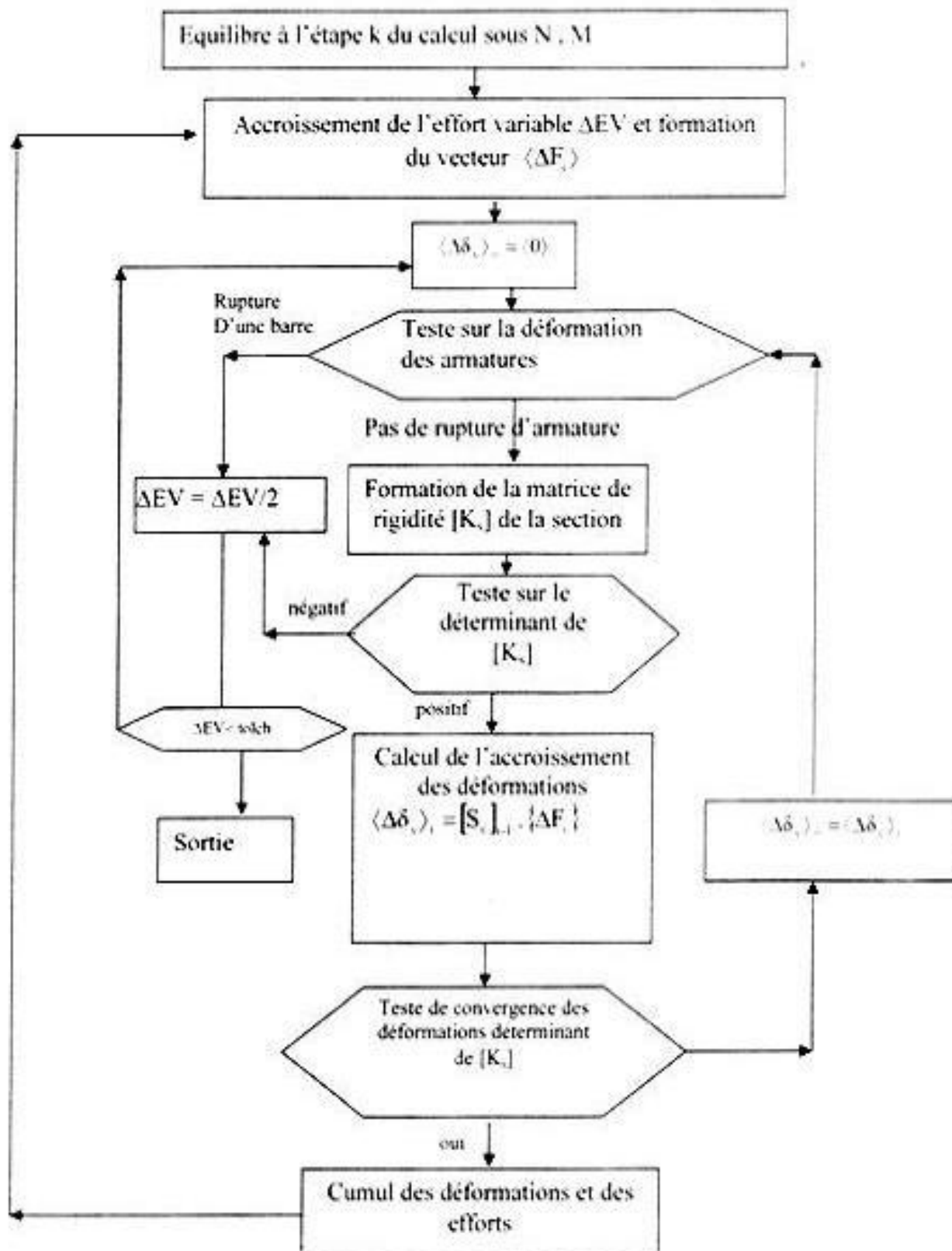


Figure 3.6 : Organigramme de calcul

**CHAPITRE 4 :**  
**APPLICATION ET ETUDE COMPARATIVE**  
**DES RESULTATS**

#### 4.1 Comparaison au calcul réglementaire

Dans ce chapitre, nous avons effectué un calcul de sections octaédriques en variant la hauteur de la section de **H=60cm** jusqu'à **H=140cm** avec un enrobage d'armature égale **C=3cm** à l'état limite ultime, ces sections octaédriques sont soumises aux différentes sollicitations (**Traction simple et Compression simple, Flexion composée, et flexion simple**).

La résistance à la compression du béton utilisé est  **$0.85 f_c/\gamma_b=14.20 \text{ Mpa}$**  et la limite de aciers sont  **$f_e/\gamma_b=435 \text{ Mpa}$** .

La méthode de calcul des sections octaédrique a été effectuée comme suit :

**1/Flexion simple** :  $N=0$  pour  $H=140\text{cm}$ ,  $H=120\text{cm}$ ,  $H=100\text{cm}$ ,  $H=80\text{cm}$  et  $H=60\text{cm}$ .

**2/Flexion composée** : pour  $H=140\text{cm}$ ,  $H=120\text{cm}$ ,  $H=100\text{cm}$ ,  $H=80\text{cm}$  et  $H=60\text{cm}$ .

avec un moment varié entre  $50 \text{ N.m}$ ,  $300\text{KN.m}$ ,  $600\text{KN.m}$  et  $1000\text{KN.m}$ .

**3/Traction, compression simple** :  $M=0$  pour  $H=140\text{cm}$ ,  $H=120\text{cm}$ ,  $H=100\text{cm}$ ,  $H=80\text{cm}$  et  $H=60\text{cm}$ .

Les résultats obtenus sont résumé dans les tableaux suivants et une comparaison avec socotec .

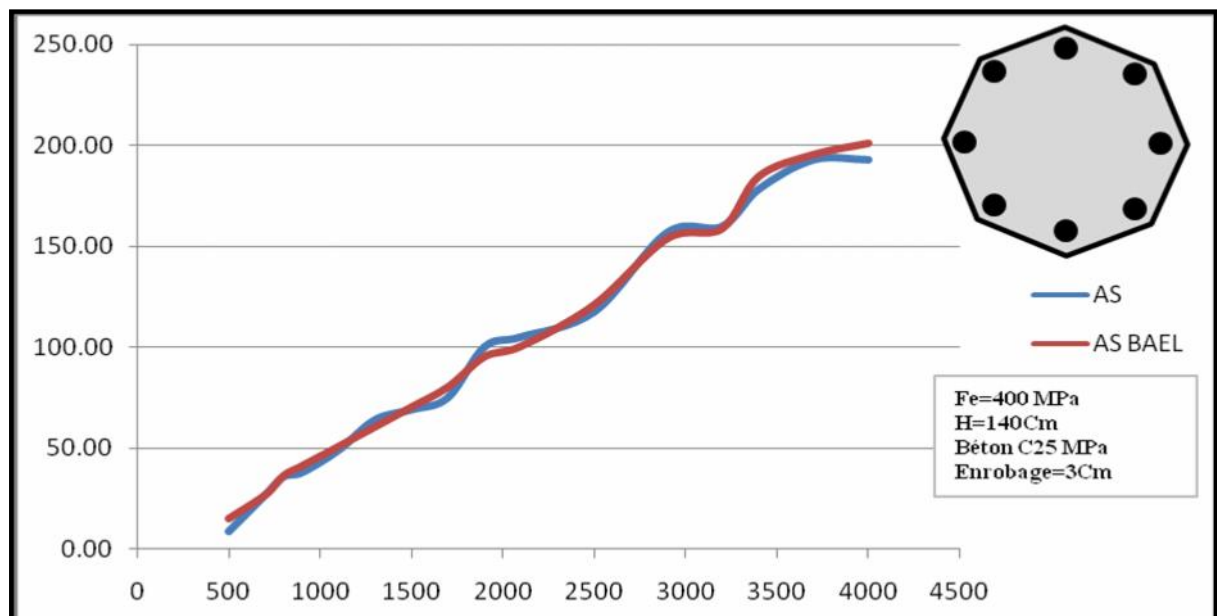
Ces résultats sont représenter par des graphes (voir figures ci-dessous).

### 4.1.1 Flexion simple :

- Pour section octaédrique H=140 cm et N=0

| M (KN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As (cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM MAX (KN.m) |
|----------|---------------------------|----------------------------|----------|---------------|
| 500      | 9.04                      | 15.30                      | 8T12     | 525.00        |
| 700      | 27.13                     | 27.10                      | 24T12    | 718.55        |
| 800      | 36.17                     | 36.57                      | 32T12    | 947.46        |
| 900      | 38.20                     | 41.37                      | 32T12    | 1268.35       |
| 1100     | 49.23                     | 51.00                      | 32T14    | 1632.03       |
| 1300     | 64.30                     | 60.74                      | 32T16    | 1632.03       |
| 1500     | 69.30                     | 70.59                      | 32T16    | 1897.26       |
| 1700     | 75.35                     | 80.51                      | 24T20    | 2486.71       |
| 1900     | 100.47                    | 95.56                      | 32T20    | 2894.33       |
| 2100     | 105.30                    | 100.69                     | 32T20    | 3768.16       |
| 2500     | 117.75                    | 121.23                     | 24T25    | 3030.23       |
| 2900     | 157.00                    | 154.07                     | 32T25    | 3200.76       |
| 3200     | 160.00                    | 158.98                     | 32T25    | 3300.21       |
| 3400     | 178.39                    | 184.79                     | 24T32    | 3390.65       |
| 3700     | 192.92                    | 195.64                     | 24T32    | 3500.46       |
| 4000     | 192.92                    | 201.18                     | 24T32    | 4225.30       |

**Tableau 4.1 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=140cm**

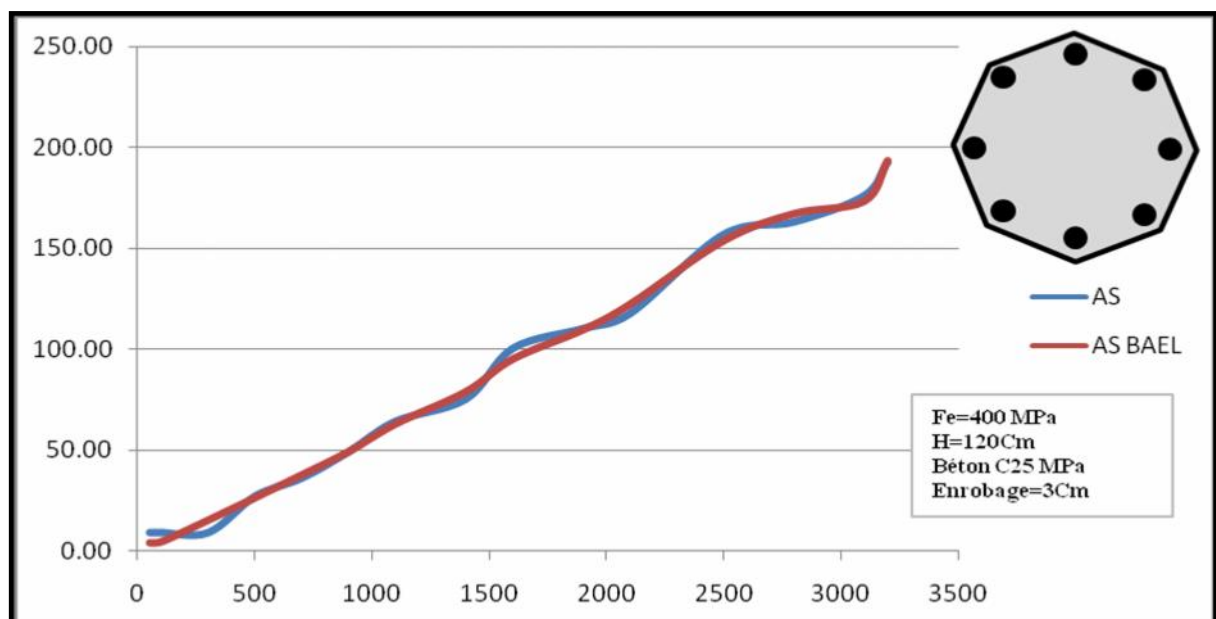


**Figure 4.1 Flexion simple section octaédrique H=140cm et N=0**

▪ Pour section octaédrique H=120 cm et N=0

| M (KN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As (cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM MAX (KN.m) |
|----------|---------------------------|----------------------------|----------|---------------|
| 50       | 9.04                      | 4.51                       | 8T12     | 336.40        |
| 100      | 9.04                      | 5.08                       | 8T12     | 446.67        |
| 300      | 9.04                      | 15.77                      | 8T12     | 446.67        |
| 500      | 27.12                     | 26.83                      | 24T12    | 605.46        |
| 700      | 36.17                     | 38.16                      | 32T12    | 796.09        |
| 900      | 49.23                     | 49.65                      | 32T14    | 1064.45       |
| 1100     | 64.30                     | 63.33                      | 32T16    | 1368.55       |
| 1400     | 75.35                     | 79.23                      | 24T20    | 1592.38       |
| 1600     | 100.47                    | 95.37                      | 32T20    | 2077.14       |
| 1900     | 110.30                    | 109.86                     | 32T20    | 2077.14       |
| 2100     | 117.75                    | 122.41                     | 24T25    | 2404.88       |
| 2500     | 157.00                    | 153.86                     | 32T25    | 3130.46       |
| 2800     | 163.20                    | 167.20                     | 24T32    | 3230.20       |
| 3100     | 176.20                    | 173.35                     | 24T32    | 3300.46       |
| 3200     | 192.92                    | 193.35                     | 24T32    | 3755.07       |

**Tableau 4.2 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=120cm**

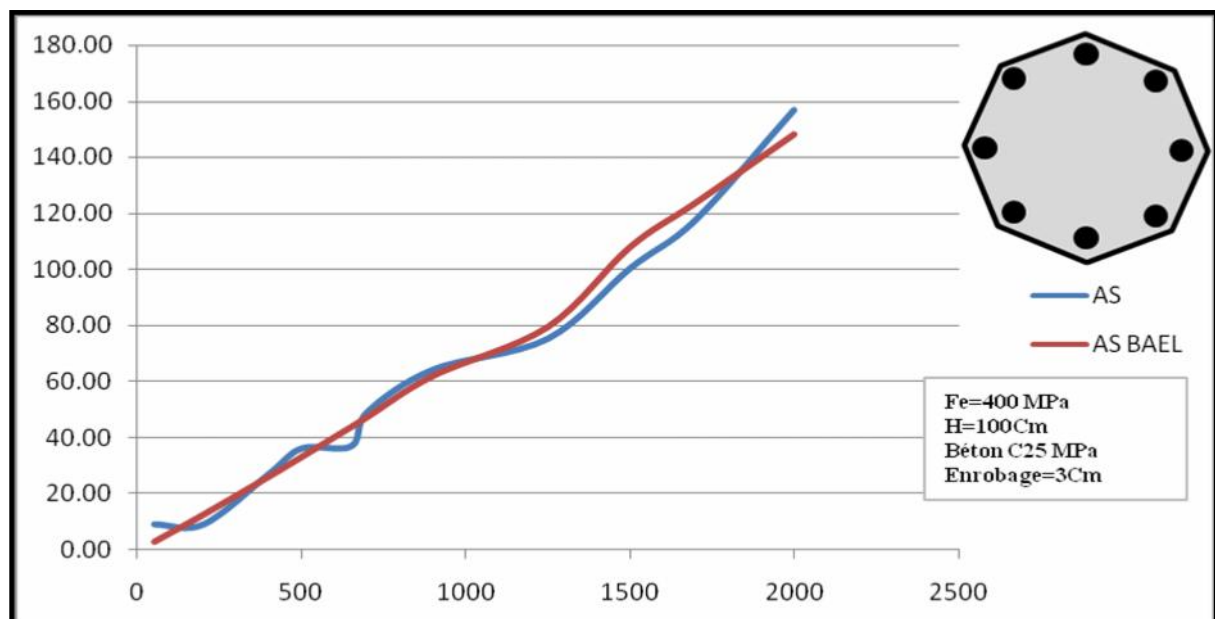


**Figure 4.2 Flexion simple section octaédrique H=120cm et N=0**

▪ Pour section octaédrique H=100 cm et N=0

| M (KN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As (cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM MAX (KN.m) |
|----------|---------------------------|----------------------------|----------|---------------|
| 50       | 9.04                      | 3.06                       | 8T12     | 368.55        |
| 200      | 9.04                      | 12.79                      | 8T12     | 368.55        |
| 400      | 27.12                     | 26.40                      | 24T12    | 492.96        |
| 500      | 36.17                     | 33.39                      | 32T12    | 646.48        |
| 650      | 36.92                     | 44.02                      | 24T14    | 659.37        |
| 700      | 49.23                     | 47.62                      | 32T14    | 862.89        |
| 900      | 64.30                     | 62.27                      | 32T16    | 1107.22       |
| 1250     | 75.35                     | 79.74                      | 24T20    | 1283.59       |
| 1500     | 100.47                    | 108.18                     | 32T20    | 1670.31       |
| 1700     | 117.75                    | 123.96                     | 24T25    | 1921.67       |
| 2000     | 157.00                    | 148.36                     | 32T25    | 2483.00       |

**Tableau 4.3 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=100cm**

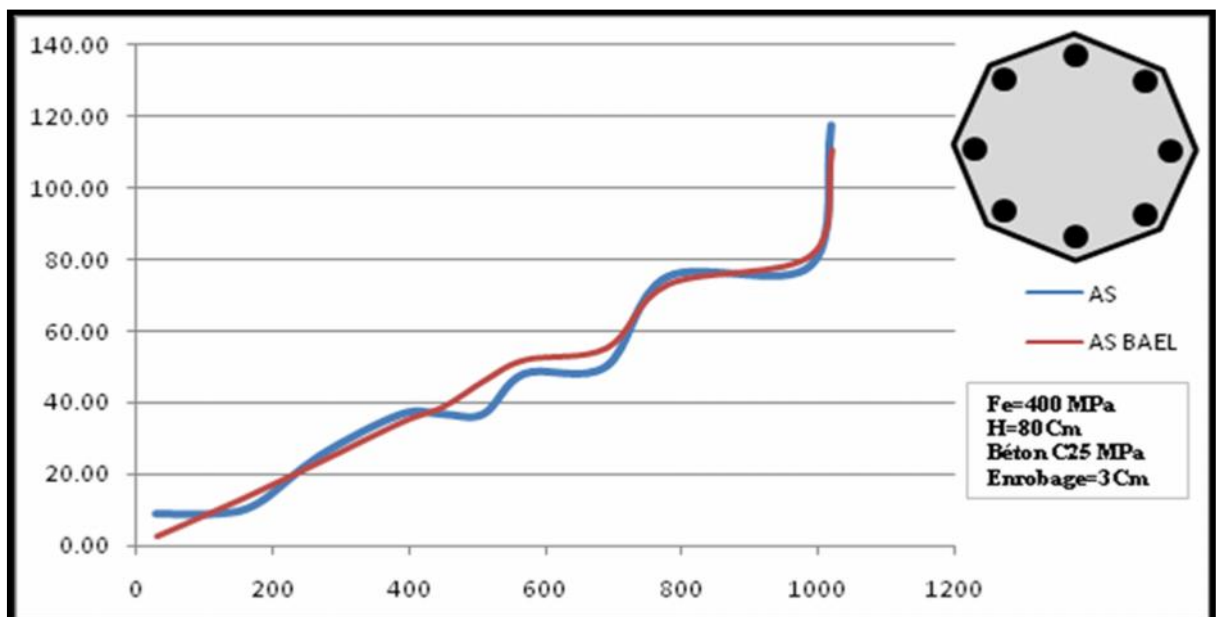


**Figure 4.3 Flexion simple section octaédrique H=100cm et N=0**

▪ Pour section octaédrique H=80 cm et N=0

| M (KN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As (cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM MAX (KN.m) |
|----------|---------------------------|----------------------------|----------|---------------|
| 30       | 9.04                      | 2.36                       | 8T12     | 290.39        |
| 120      | 9.04                      | 9.92                       | 8T12     | 290.39        |
| 180      | 12.00                     | 15.12                      | 8T12     | 290.39        |
| 270      | 25.30                     | 23.30                      | 24T12    | 290.39        |
| 390      | 36.93                     | 34.45                      | 24T14    | 509.41        |
| 450      | 36.93                     | 38.70                      | 24T14    | 509.41        |
| 510      | 36.93                     | 45.97                      | 24T14    | 651.41        |
| 570      | 48.23                     | 51.86                      | 24T16    | 651.44        |
| 690      | 50.23                     | 55.20                      | 24T16    | 973.35        |
| 780      | 75.35                     | 73.01                      | 24T20    | 973.35        |
| 990      | 78.50                     | 81.30                      | 16T25    | 1007.00       |
| 1020     | 117.75                    | 110.65                     | 24T25    | 1447.85       |

**Tableau 4.4 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=80cm**

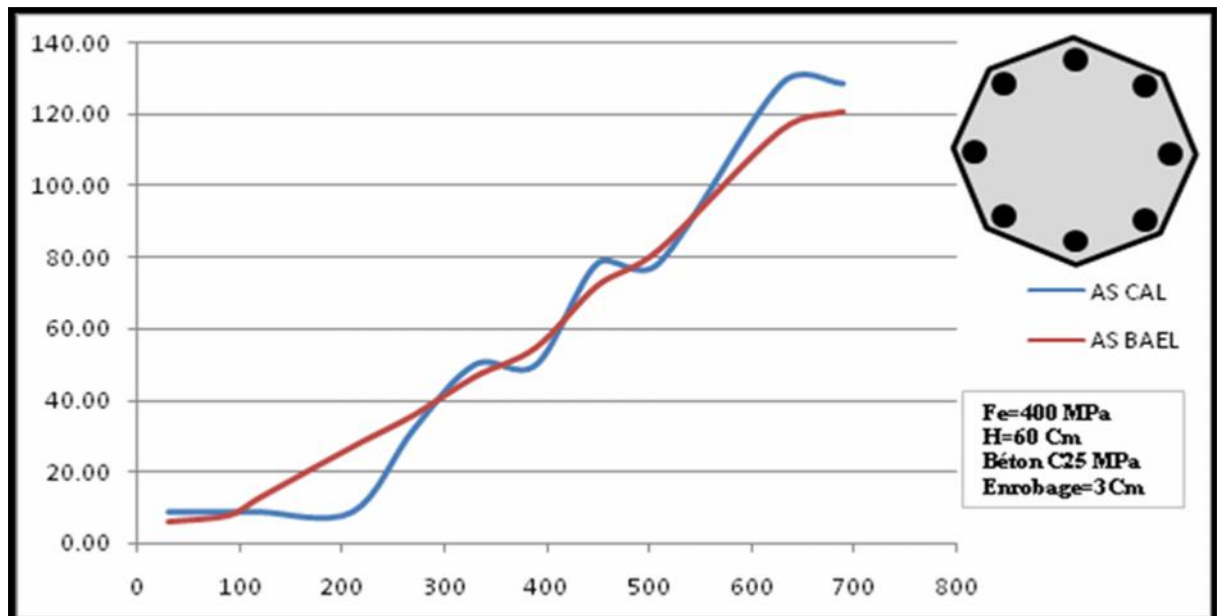


**Figure 4.4 Flexion simple section octaédrique H=80cm et N=0**

▪ Pour section octaédrique H=60 cm et N=0

| M (KN.m) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM MAX (KN.m) |
|----------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| 30       | 9.04                      | 6.34                      | 8T12     | 525.00        |
| 90       | 9.04                      | 8.20                      | 8T12     | 718.55        |
| 120      | 9.04                      | 13.20                     | 8T12     | 947.46        |
| 210      | 9.04                      | 27.27                     | 8T12     | 1268.35       |
| 270      | 32.15                     | 36.11                     | 16T16    | 1632.03       |
| 330      | 50.23                     | 46.82                     | 16T20    | 1632.03       |
| 390      | 50.23                     | 55.04                     | 16T20    | 1897.26       |
| 450      | 78.50                     | 72.30                     | 16T25    | 2486.71       |
| 510      | 78.50                     | 82.20                     | 16T25    | 2894.33       |
| 630      | 128.61                    | 115.69                    | 16T32    | 3768.16       |
| 690      | 128.61                    | 120.75                    | 16T32    | 3030.23       |

**Tableau 4.5 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=60cm**



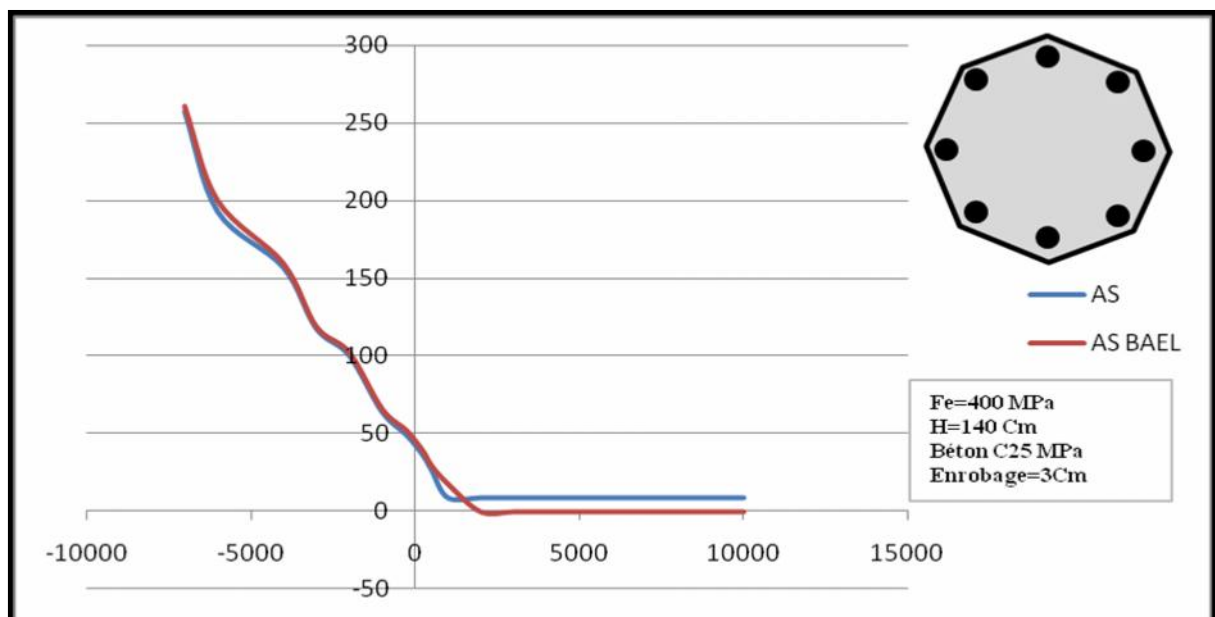
**Figure 4.5 Flexion simple section octaédrique H=60cm et N=0**

### 4.1.2 Flexion composée :

- Pour section octaédrique H=140 cm et M=1000 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (kn,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -7000  | 257.22                    | 260.8                     | 32T32    | 2587.03       |
| -6000  | 192.92                    | 200.08                    | 24T32    | 1544.53       |
| -4000  | 157                       | 159.74                    | 32T25    | 1791.4        |
| -3000  | 117.75                    | 119.15                    | 24T25    | 1376.4        |
| -2000  | 100.47                    | 102.58                    | 32T20    | 1521.4        |
| -1000  | 64.3                      | 66.2                      | 32T16    | 1188          |
| -250   | 49.23                     | 52.1                      | 32T14    | 1233.59       |
| 250    | 36.17                     | 38.91                     | 32T12    | 1182.03       |
| 500    | 27.12                     | 29.87                     | 24T12    | 1076.71       |
| 1000   | 9.04                      | 17.97                     | 8T12     | 1176.4        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1656.4        |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2074.68       |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2430.93       |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2720.46       |
| 6000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2945          |
| 7000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 3112.65       |
| 8000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 3231.81       |
| 9000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 3302.18       |
| 10000  | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 3321.25       |

**Tableau 4.6 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=140cm**

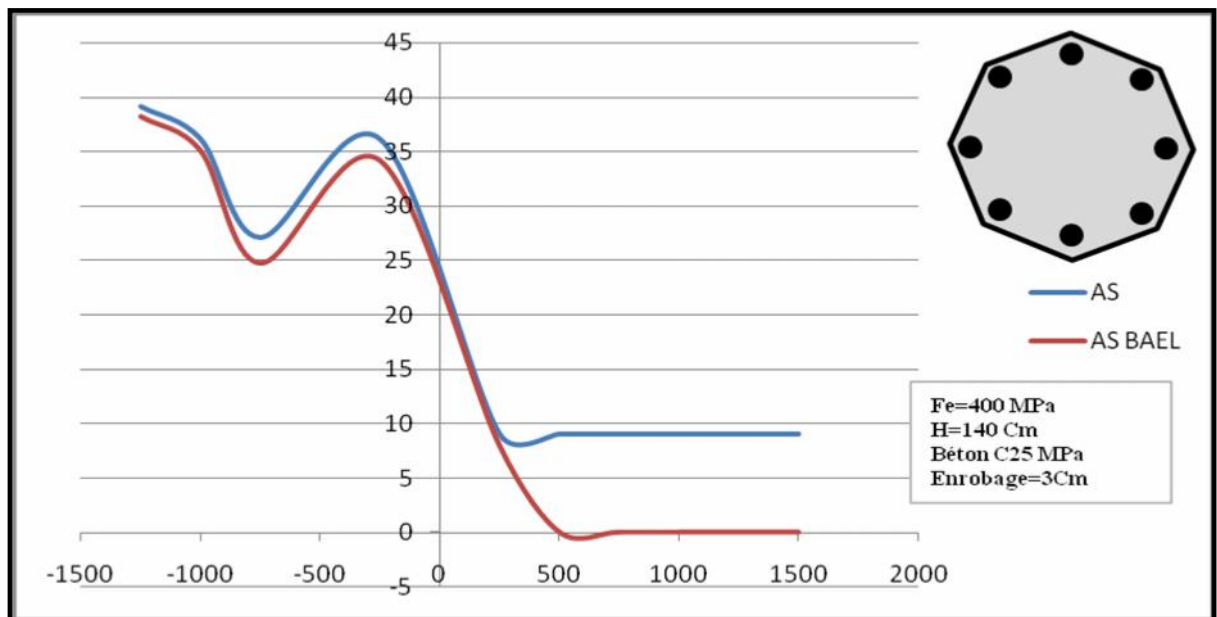


**Figure 4.6 Flexion composée section octaédrique H=140cm et M=1000 KN.m**

- Pour section octaédrique  $H=140$  cm et  $M=300$  KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1250  | 39.17                     | 38.25                     | 32T12    | 316.87        |
| -1000  | 36.17                     | 35.1                      | 32T12    | 470.78        |
| -750   | 27.12                     | 24.75                     | 24T12    | 386.87        |
| -250   | 36.17                     | 34.2                      | 32T12    | 913.59        |
| 250    | 9.04                      | 7.95                      | 8T12     | 770           |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 911.25        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1046.56       |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1170.4        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1302.5        |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1424.53       |

**Tableau 4.7 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec  $H=140$ cm**

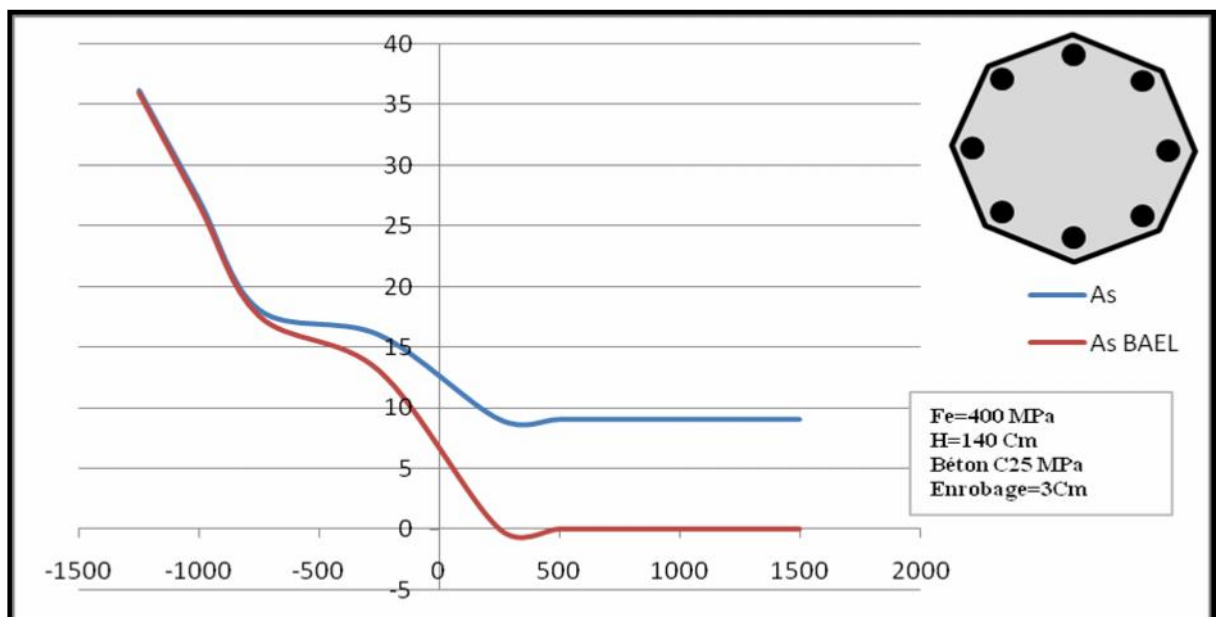


**Figure 4.7 Flexion composée section octaédrique  $H=140$ cm et  $M=300$  KN.m**

- Pour section octaédrique  $H=140$  cm et  $M=50$  KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1250  | 36.17                     | 35.94                     | 32T12    | 218.9         |
| -1000  | 27.12                     | 26.72                     | 24T12    | 144.68        |
| -750   | 18.08                     | 17.56                     | 16T12    | 70            |
| -250   | 16                        | 13.04                     | 16T12    | 335.46        |
| 250    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 602.5         |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 911.25        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1046.56       |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1176.4        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1302.5        |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1424.53       |

**Tableau 4.8 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec  $H=140$ cm**



**Figure 4.8 Flexion composée section octaédrique  $H=140$ cm et  $M=50$  KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=120 cm et M=1000 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> )<br>BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|------------------------------|----------|---------------|
| -5000  | 157                       | 158.4                        | 32T25    | 1018.59       |
| -4000  | 155                       | 153.12                       | 32T25    | 1512.18       |
| -3000  | 117.75                    | 115.65                       | 24T25    | 1123.28       |
| -2000  | 100.47                    | 101.26                       | 32T20    | 1243.28       |
| -1000  | 75.35                     | 73.17                        | 24T20    | 1185.31       |
| 1000   | 27.12                     | 26.08                        | 24T12    | 1085.46       |
| 2000   | 9.04                      | 6.35                         | 8T12     | 1320.15       |
| 3000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 1625.46       |
| 4000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 1854.06       |
| 5000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 2006.09       |
| 6000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 2102.81       |
| 7000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 2143.12       |
| 8000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 2116.09       |
| 9000   | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 2030.93       |
| 10000  | 9.04                      | 0                            | 8T12     | 1895.15       |

Tableau 4.9 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=120cm

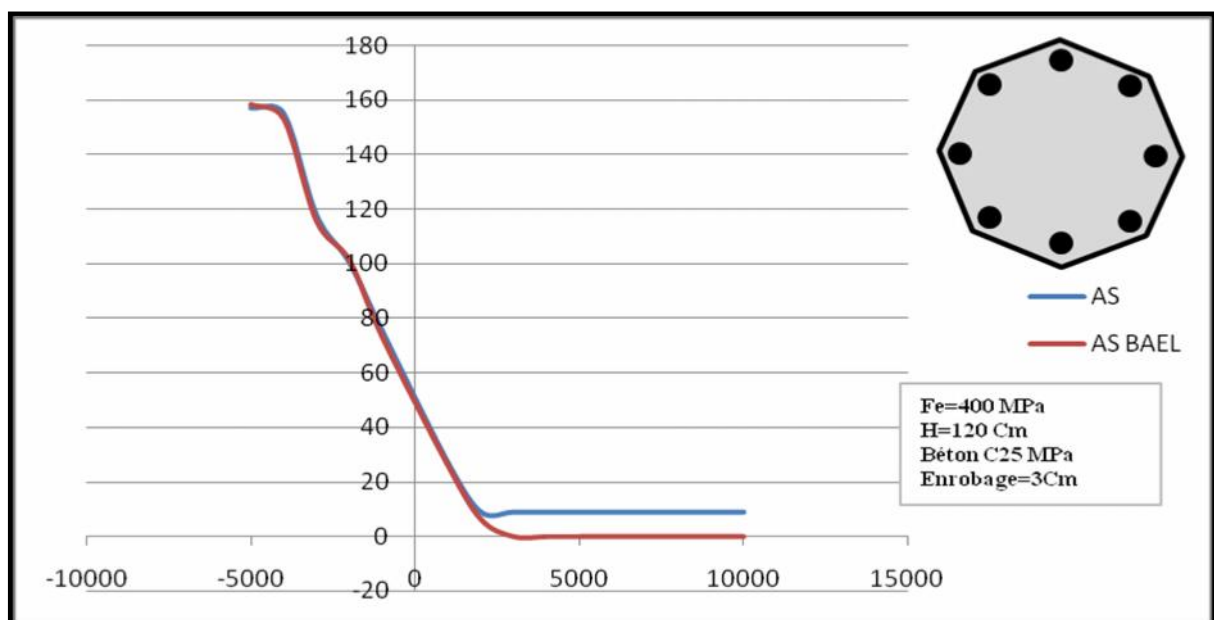


Figure 4.9 Flexion composée section octaédrique H=120cm et M=1000 KN.m

▪ Pour section octaédrique H=120 cm et M=300 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1000  | 36.17                     | 38.4                      | 32T12    | 349.68        |
| -750   | 35.35                     | 36.2                      | 32T12    | 477.96        |
| -500   | 27.12                     | 30.02                     | 24T12    | 405.93        |
| -250   | 27.12                     | 28.85                     | 24T12    | 530.62        |
| 500    | 9.04                      | 8.51                      | 8T12     | 722.03        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 830.31        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 939.37        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1040.46       |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1139.84       |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1320.15       |
| 2250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1403.43       |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1625.46       |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1854.06       |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2006.09       |

Tableau 4.10 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=120cm

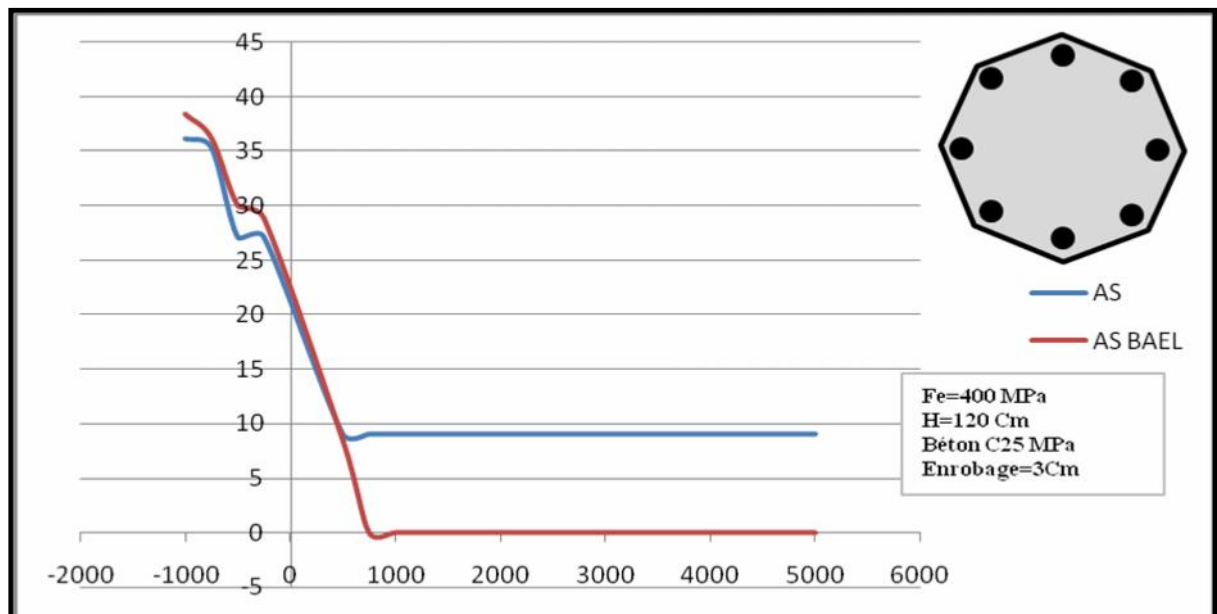
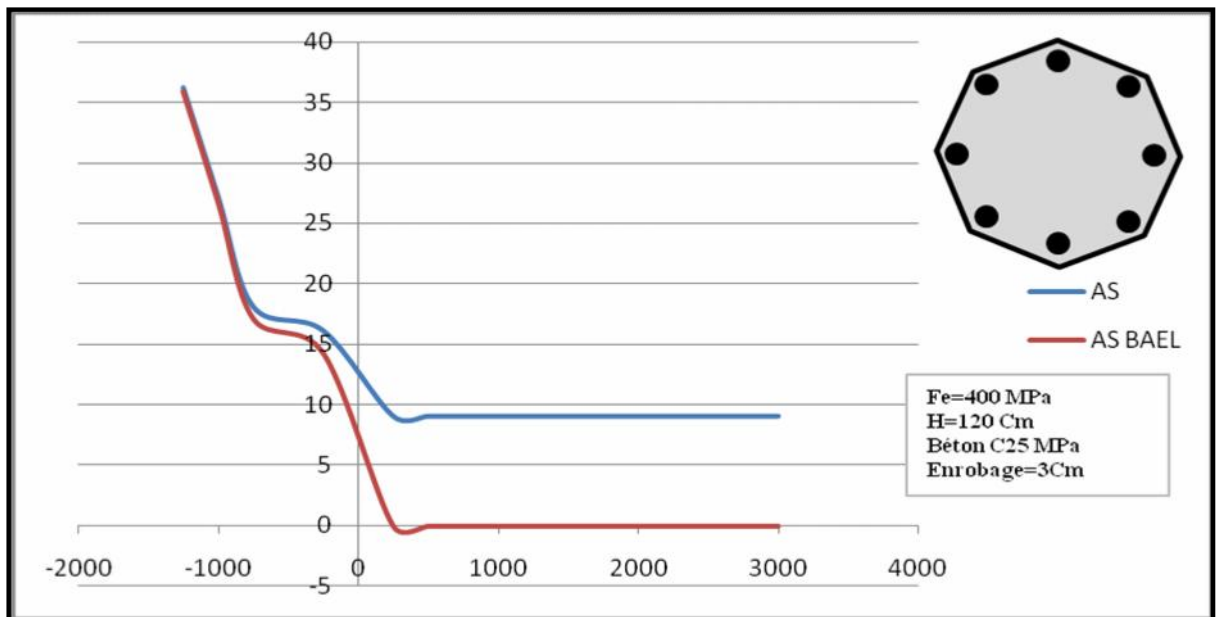


Figure 4.10 Flexion composée section octaédrique H=120cm et M=300 KN.m

▪ Pour section octaédrique H=120 cm et M=50 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1250  | 36.17                     | 35.94                     | 32T12    | 179.68        |
| -1000  | 27.12                     | 26.75                     | 24T12    | 118.75        |
| -750   | 18.08                     | 17.15                     | 16T12    | 57.22         |
| -250   | 16.1                      | 14.3                      | 16T12    | 274.6         |
| 250    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 466.99        |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 559.76        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 646.67        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 728.12        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 803.9         |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 873.69        |
| 1750   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 937.69        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 995.89        |
| 2250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1048.72       |
| 2500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1094.72       |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1170.7        |

**Tableau 4.11 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=120cm**

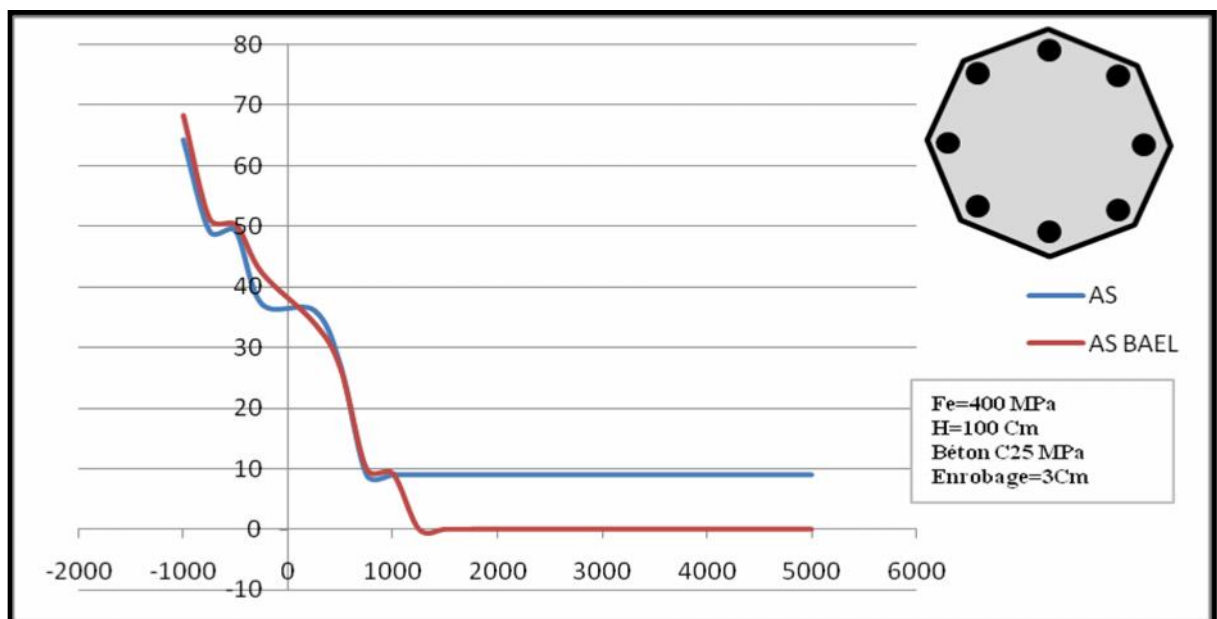


**Figure 4.11 Flexion composée section octaédrique H=120cm et M=50 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=100 cm et M=600 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1000  | 64.3                      | 68.24                     | 32T16    | 780.46        |
| -750   | 49.23                     | 51.22                     | 32T14    | 619.33        |
| -500   | 49.23                     | 50.25                     | 32T14    | 714.06        |
| -250   | 37.2                      | 42.3                      | 32T12    | 720.3         |
| 250    | 36.17                     | 34                        | 32T12    | 736.91        |
| 500    | 27.12                     | 26.58                     | 24T12    | 677.53        |
| 750    | 9.04                      | 9.93                      | 8T12     | 646.67        |
| 1000   | 9.04                      | 9.23                      | 8T12     | 646.67        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 728.12        |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 803.9         |
| 1750   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 937.69        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 995.89        |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1170.7        |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1263.67       |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1293.35       |

**Tableau 4.12 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=100cm**

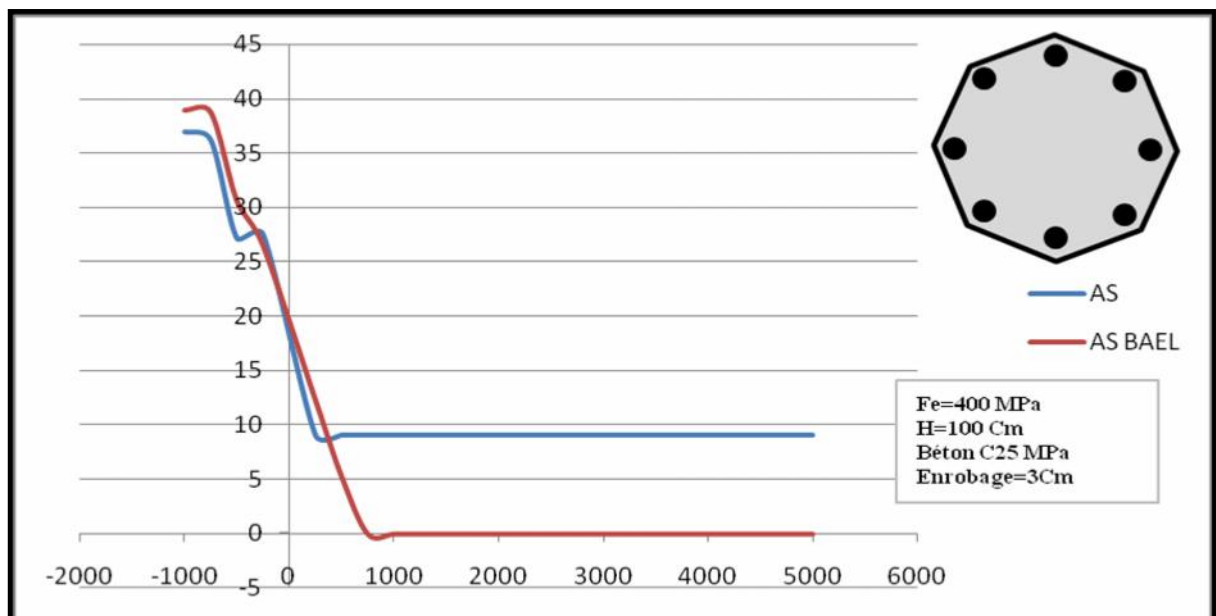


**Figure 4.12 Flexion composée section octaédrique H=100cm et M=600 KN.m**

- Pour section octaédrique  $H=100$  cm et  $M=300$  KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1000  | 36.92                     | 39                        | 24T14    | 300.58        |
| -750   | 36.17                     | 38.81                     | 32T12    | 391.01        |
| -500   | 27.12                     | 30.65                     | 24T12    | 331.64        |
| -250   | 27.47                     | 26.53                     | 24T12    | 340.87        |
| 250    | 9.04                      | 12.33                     | 8T12     | 466.99        |
| 500    | 9.04                      | 5.29                      | 8T12     | 559.76        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 646.67        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 728.12        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 803.9         |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 873.63        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 995.89        |
| 2250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1048.24       |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1170.7        |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1263.67       |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1293.35       |

**Tableau 4.13 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec  $H=100$ cm**

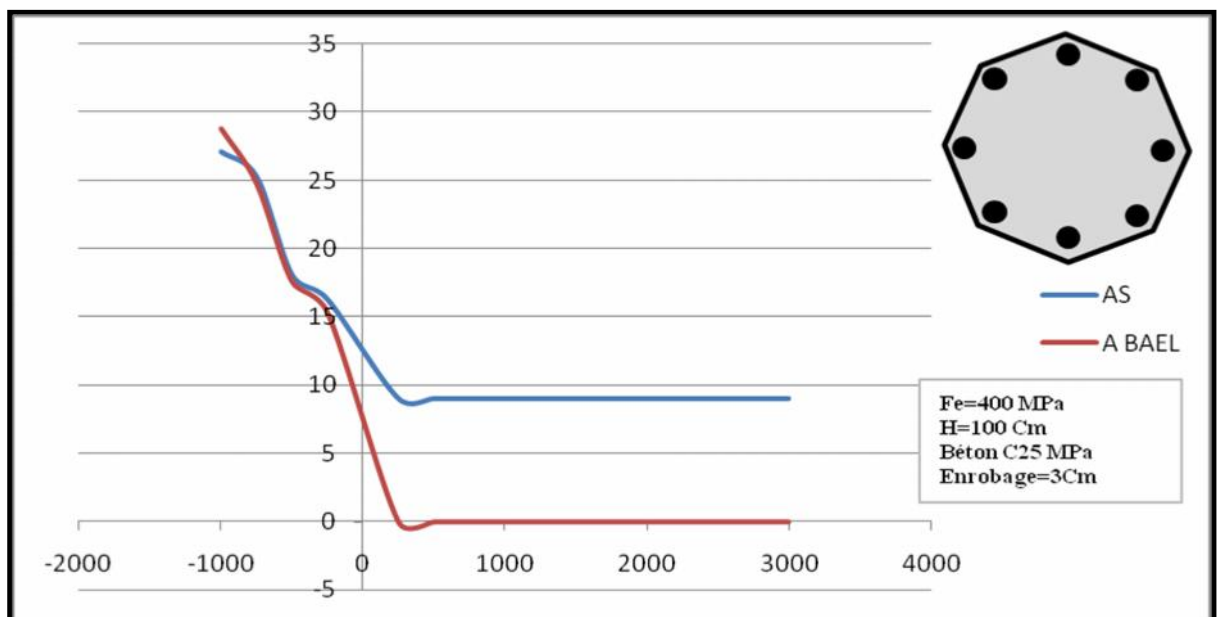


**Figure 4.13 Flexion composée section octaédrique  $H=100$ cm et  $M=300$  KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=100 cm et M=50 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1000  | 27.12                     | 28.75                     | 24T12    | 118.75        |
| -750   | 25.3                      | 24.74                     | 24T12    | 57.22         |
| -500   | 18.09                     | 17.56                     | 16T12    | 176.57        |
| -250   | 16.3                      | 15.29                     | 16T12    | 274.6         |
| 250    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 466.99        |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 559.76        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 646.67        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 728.12        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 803.9         |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 873.69        |
| 1750   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 937.69        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 995.89        |
| 2250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1048.72       |
| 2500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1094.72       |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1170.7        |

**Tableau 4.14 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=100cm**

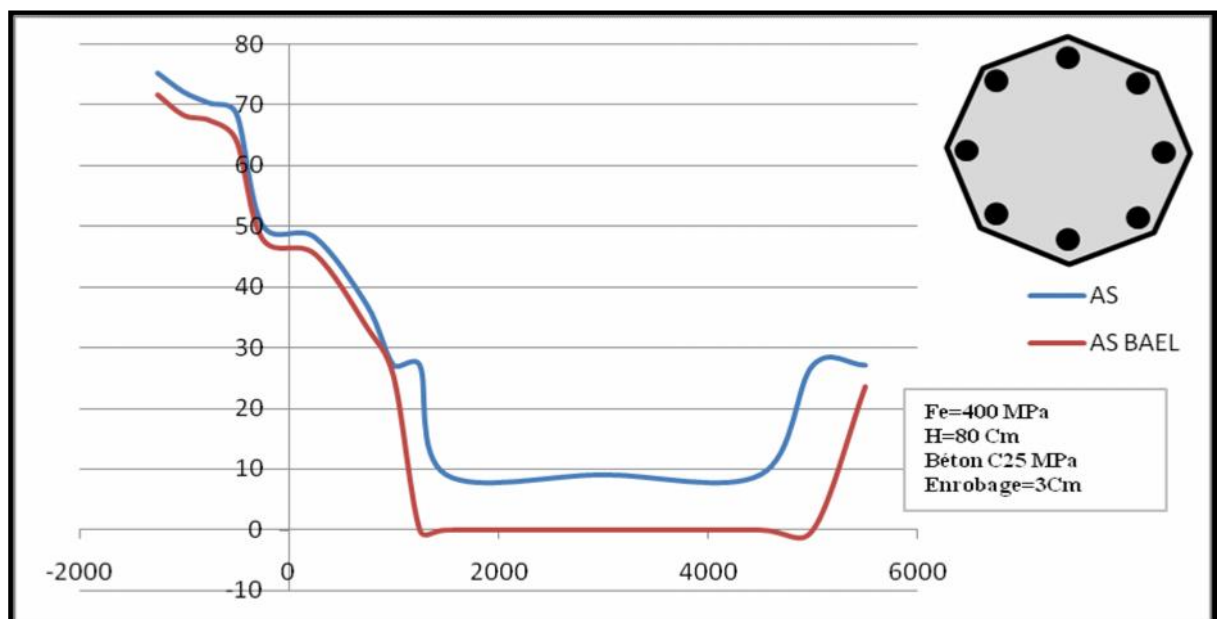


**Figure 4.14 Flexion composée section octaédrique H=100cm et M=50 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=80 cm et M=600 KN.m

| N (KN) | As(cm2) cal | As(cm2) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|-------------|--------------|----------|---------------|
| -1250  | 75.35       | 71.59        | 24T20    | 653.71        |
| -1000  | 72.2        | 68.22        | 24T20    | 727.34        |
| -750   | 70.35       | 67.35        | 24T20    | 789.63        |
| -500   | 68.7        | 64.11        | 24T20    | 862.69        |
| -250   | 50.23       | 47.87        | 16T20    | 608.98        |
| 250    | 48.23       | 45.40        | 24T16    | 709.57        |
| 750    | 36.92       | 33.25        | 24T14    | 797.88        |
| 1000   | 27.12       | 25.30        | 24T12    | 616.6         |
| 1250   | 27.12       | 0.00         | 24T12    | 658.59        |
| 1500   | 9.04        | 0.00         | 8T12     | 621.67        |
| 3000   | 9.04        | 0.00         | 8T12     | 714.25        |
| 4500   | 9.04        | 0.00         | 8T12     | 610.74        |
| 5000   | 27.12       | 0.00         | 24T12    | 676.17        |
| 5500   | 27.12       | 23.59        | 24T12    | 606.05        |

**Tableau 4.15 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=80cm**

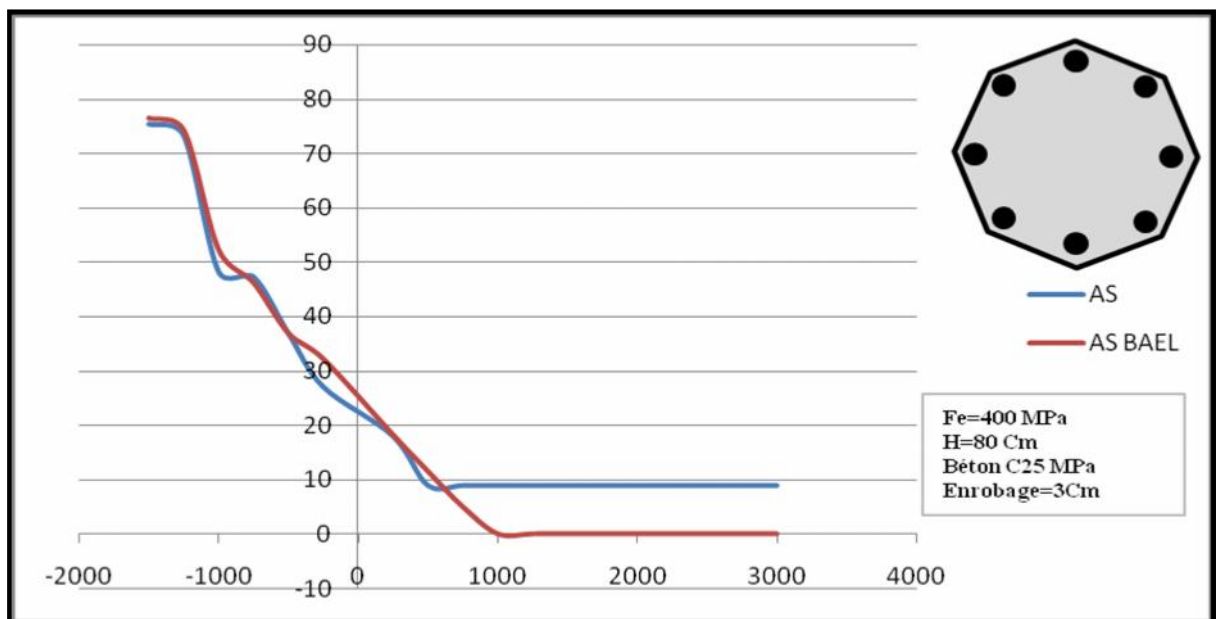


**Figure 4.15 Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=600 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=80 cm et M=300 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1500  | 75.35                     | 76.57                     | 24T20    | 578.71        |
| -1250  | 73.2                      | 74.3                      | 24T20    | 638.86        |
| -1000  | 48.23                     | 52.34                     | 24T16    | 362.89        |
| -750   | 47.3                      | 46.25                     | 24T16    | 439.84        |
| -500   | 36.92                     | 36.92                     | 24T14    | 363.08        |
| -250   | 27.12                     | 32.21                     | 24T12    | 306.64        |
| 250    | 18.08                     | 18.22                     | 16T12    | 429.88        |
| 500    | 9.04                      | 11.51                     | 8T12     | 432.1         |
| 750    | 9.04                      | 4.96                      | 8T12     | 489.25        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 540.62        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 584.96        |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 621.76        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 673.24        |
| 2500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 702           |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 714.25        |

**Tableau 4.16 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=80cm**

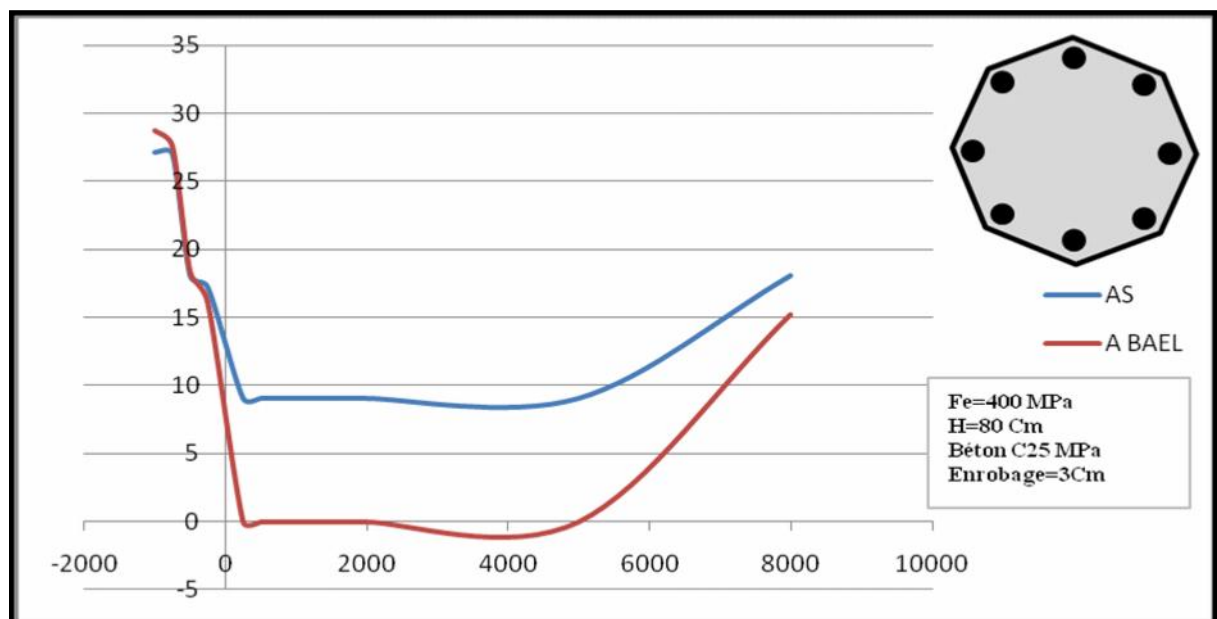


**Figure 4.16 Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=300 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=80 cm et M=50 KN.m

| N (kn) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1000  | 27.12                     | 28.75                     | 24T12    | 61.32         |
| -750   | 27                        | 27.58                     | 24T12    | 146.67        |
| -500   | 18.08                     | 18.34                     | 16T12    | 98.24         |
| -250   | 17.2                      | 16.1                      | 16T12    | 182.82        |
| 250    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 363.47        |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 429.88        |
| 750    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 489.25        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 540.62        |
| 1250   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 584.96        |
| 1750   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 652.14        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 673.14        |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 528.9         |
| 8000   | 18.06                     | 15.24                     | 8T12     | 94.14         |

**Tableau 4.17 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=80cm**

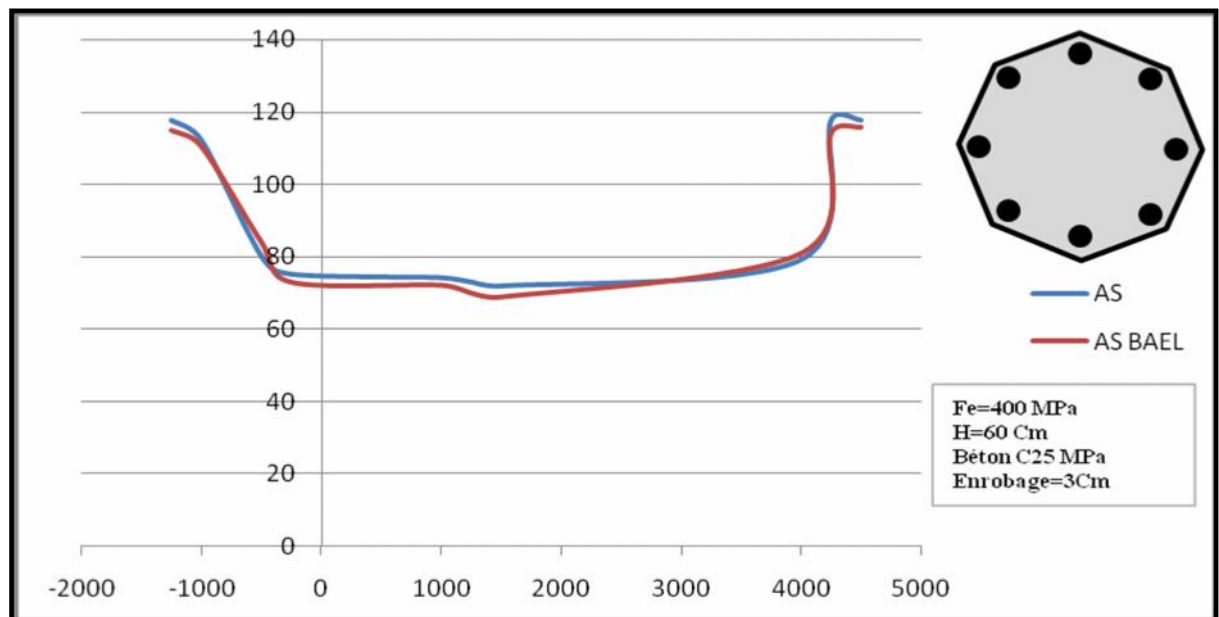


**Figure 4.17 Flexion composée section octaédrique H=80cm et M=50 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=60 cm et M=600 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1250  | 117.75                    | 115                       | 24T25    | 854.68        |
| -1000  | 112.3                     | 110.55                    | 24T25    | 887.5         |
| -500   | 80.35                     | 84.25                     | 24T20    | 606.25        |
| -250   | 75.35                     | 73.16                     | 24T20    | 606.25        |
| 1000   | 74.35                     | 72.33                     | 24T20    | 739.06        |
| 1250   | 73.2                      | 70.2                      | 24T20    | 745.89        |
| 1500   | 72.1                      | 69.1                      | 24T20    | 745.89        |
| 4000   | 79.34                     | 81.1                      | 24T20    | 773.3         |
| 4250   | 117.75                    | 114.2                     | 24T20    | 802.92        |
| 4500   | 117.75                    | 115.81                    | 24T20    | 772           |

**Tableau 4.18 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=60cm**

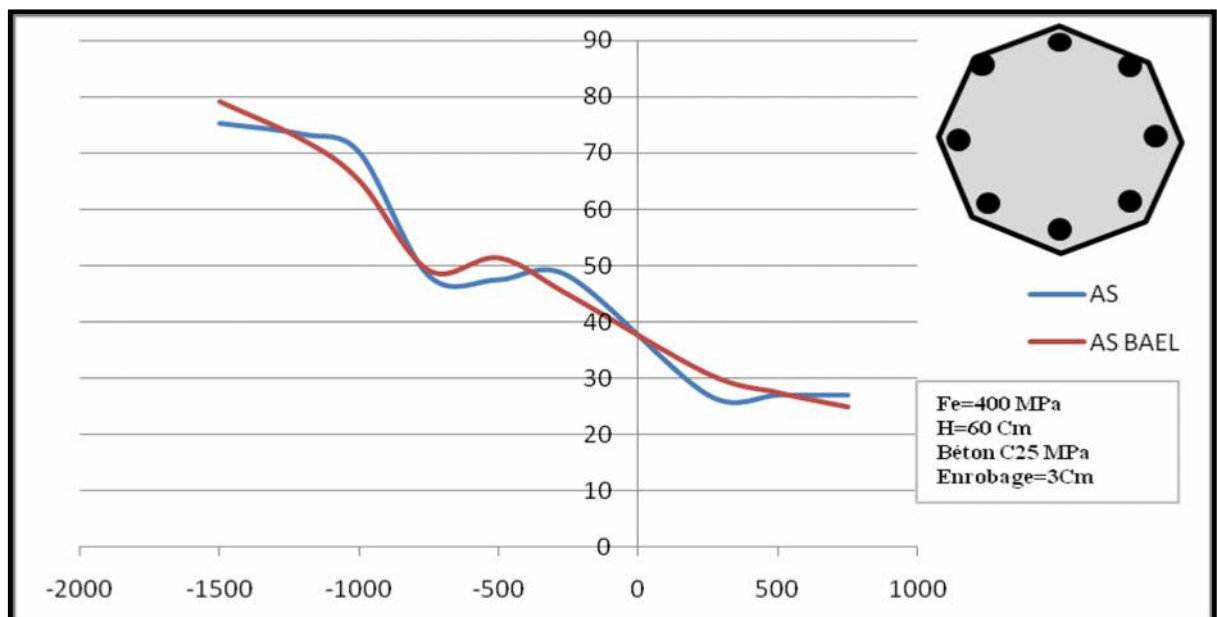


**Figure 4.18 Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=600 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=60 cm et M=300 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN,m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1500  | 75.35                     | 79.04                     | 24T20    | 418.75        |
| -1200  | 73.4                      | 72.2                      | 24T20    | 483.75        |
| -1000  | 70.2                      | 65.03                     | 24T20    | 524           |
| -750   | 48.23                     | 49.12                     | 24T16    | 317           |
| -500   | 47.6                      | 51.38                     | 24T16    | 369.72        |
| -250   | 48.23                     | 44.85                     | 24T16    | 414.45        |
| 250    | 27.12                     | 30.85                     | 24T12    | 310           |
| 500    | 27.12                     | 27.53                     | 24T12    | 344.92        |
| 750    | 27.12                     | 25                        | 24T12    | 320.31        |

**Tableau 4.19 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=60cm**

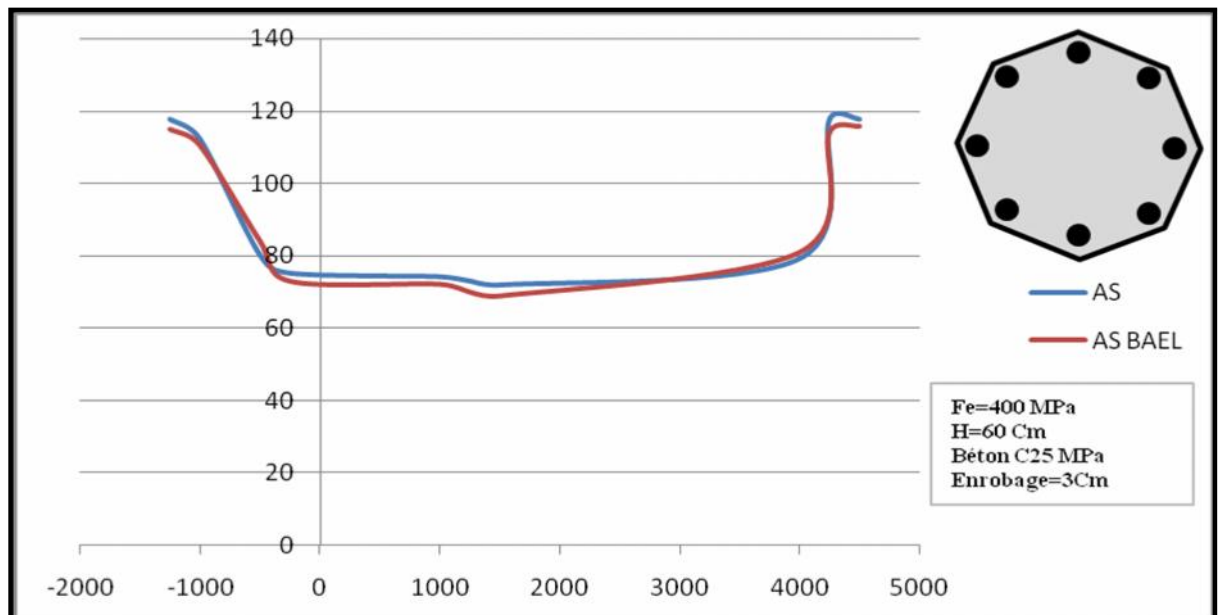


**Figure 4.19 Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=300 KN.m**

▪ Pour section octaédrique H=60 cm et M=50 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -1250  | 117.75                    | 115                       | 24T25    | 854.68        |
| -1000  | 112.3                     | 110.55                    | 24T25    | 887.5         |
| -500   | 80.35                     | 84.25                     | 24T20    | 606.25        |
| -250   | 75.35                     | 73.16                     | 24T20    | 606.25        |
| 1000   | 74.35                     | 72.33                     | 24T20    | 739.06        |
| 1250   | 73.2                      | 70.2                      | 24T20    | 745.89        |
| 1500   | 72.1                      | 69.1                      | 24T20    | 745.89        |
| 4000   | 79.34                     | 81.1                      | 24T20    | 773.3         |
| 4250   | 117.75                    | 114.2                     | 24T20    | 802.92        |
| 4500   | 117.75                    | 115.81                    | 24T20    | 772           |

**Tableau 4.20 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=60cm**



**Figure 4.20 Flexion composée section octaédrique H=60cm et M=50 KN.m**

### 4.1.3 Traction et compression simple :

- Pour section octaédrique H=140 cm et M=0 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre    | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|-------------|---------------|
| -15000 | .                         | 431.25                    | Sup à 32T32 | .             |
| -12000 | .                         | 345                       | Sup à 32T32 | .             |
| -11000 | 257.22                    | 316.25                    | 32T32       | 223.9         |
| -10000 | 250                       | 257.5                     | 32T32       | 840.93        |
| -8000  | 192.92                    | 203.35                    | 24T32       | 354.34        |
| -6000  | 157                       | 164.7                     | 32T25       | 618.28        |
| -4000  | 100.47                    | 105                       | 32T20       | 342.65        |
| -2000  | 49.23                     | 55.5                      | 32T14       | 203.9         |
| -1000  | 27.12                     | 30.75                     | 24T12       | 231.71        |
| -500   | 18.08                     | 14.27                     | 16T12       | 301.87        |
| -250   | 9.04                      | 7.19                      | 8T12        | 492.65        |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 911.25        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 1176.4        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 1656.4        |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 2074.68       |
| 6000   | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 2945          |
| 8000   | 9.04                      | 0                         | 8T12        | 3231.87       |

Tableau 4.21 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=140cm

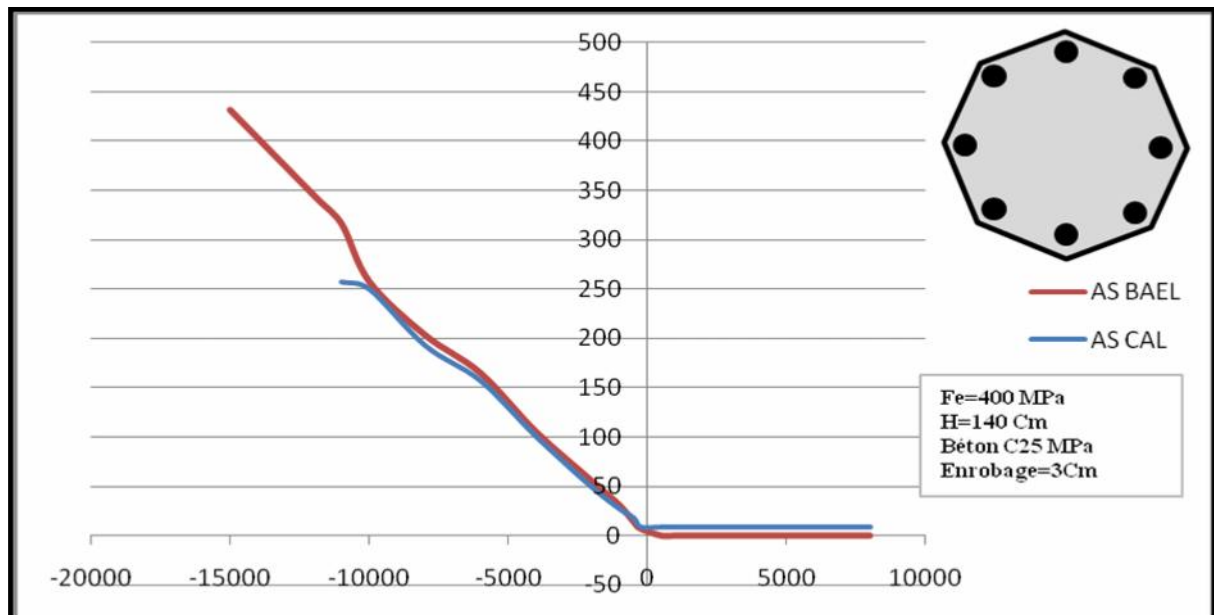
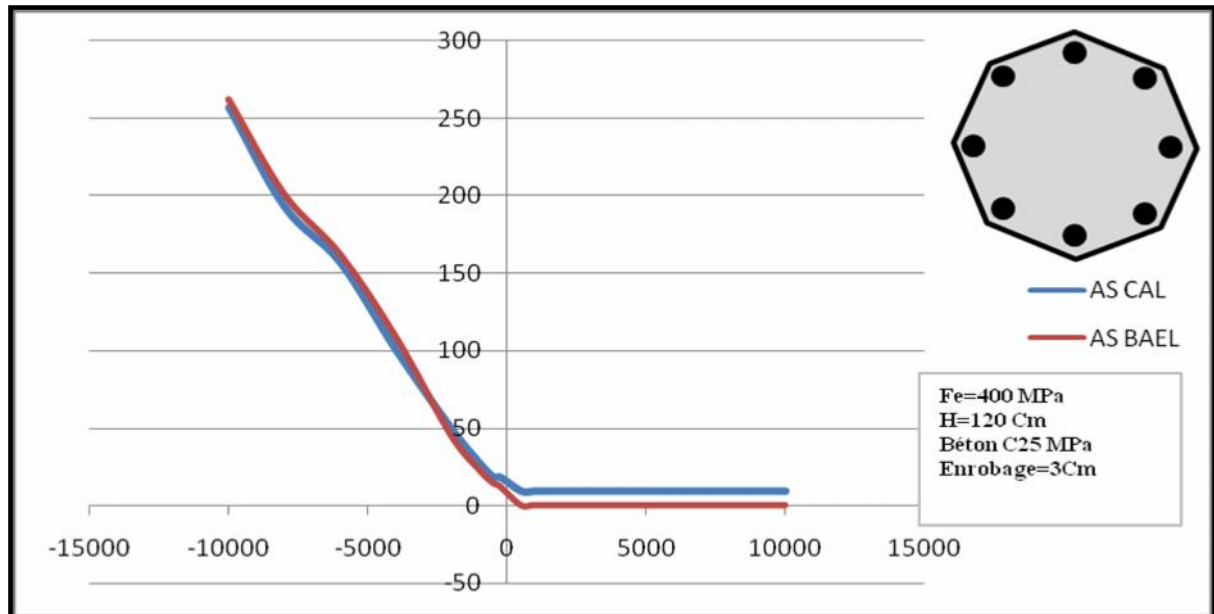


Figure 4.21 Traction Compression simple section octaédrique H=140cm

▪ Pour section octaédrique H=120 cm et M=0 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -10000 | 257.22                    | 262.50                    | 32T32    | 707.50        |
| -8000  | 192.92                    | 201.20                    | 24T32    | 293.59        |
| -6000  | 157.00                    | 162.50                    | 32T25    | 519.06        |
| -4000  | 100.48                    | 109.17                    | 32T20    | 510.60        |
| -2000  | 49.23                     | 45.00                     | 32T14    | 126.09        |
| -1000  | 27.12                     | 23.00                     | 24T12    | 144.68        |
| -500   | 18.08                     | 14.37                     | 16T12    | 204.21        |
| -250   | 18.06                     | 12.19                     | 16T12    | 335.46        |
| 500    | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 722.03        |
| 1000   | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 939.37        |
| 2000   | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 1320.15       |
| 4000   | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 1854.06       |
| 6000   | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 2102.81       |
| 8000   | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 2116.09       |
| 10000  | 9.04                      | 0.00                      | 8T12     | 1895.15       |

**Tableau 4.22 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=120cm**

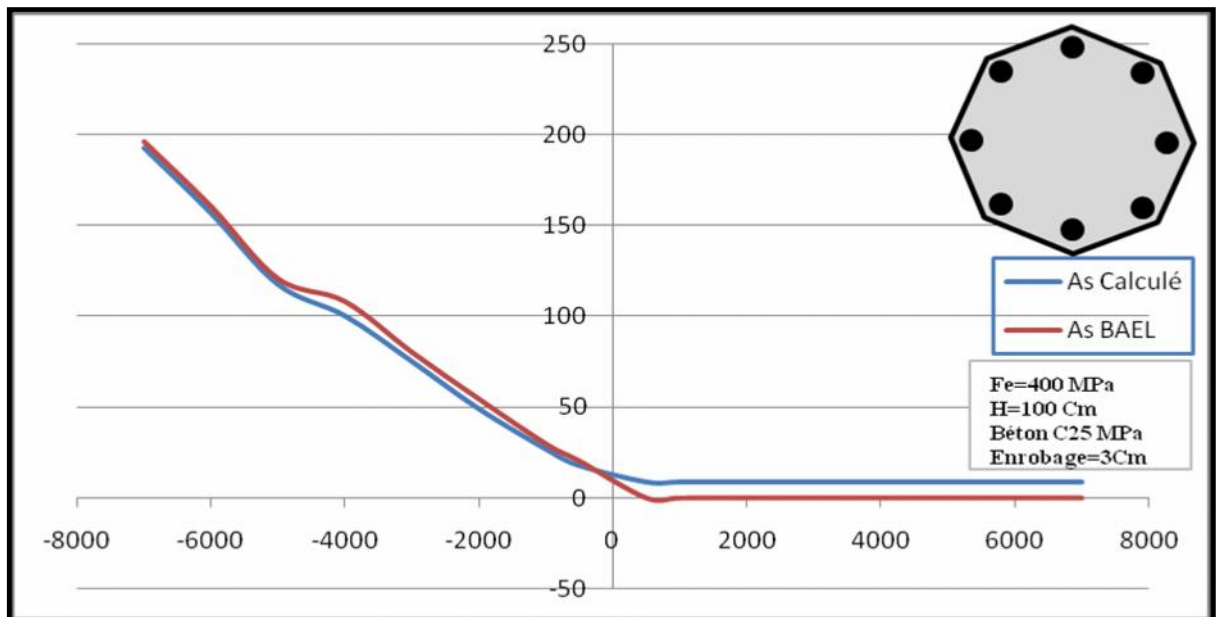


**Figure 4.22 Traction Compression simple section octaédrique H=120cm**

▪ Pour section octaédrique H=100 cm et M=0 KN.m

| N (KN) | As ( cm2) cal | As(cm2) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------|--------------|----------|---------------|
| -7000  | 192.92        | 196.25       | 24T32    | 631.25        |
| -6000  | 157           | 160.5        | 32T25    | 396.25        |
| -5000  | 117.75        | 120.75       | 24T25    | 92.81         |
| -4000  | 100.47        | 108.2        | 32T20    | 201.56        |
| -3000  | 75.35         | 80.25        | 24T20    | 161.65        |
| -2000  | 49.23         | 54.5         | 32T14    | 102.96        |
| -1000  | 27.12         | 29.75        | 24T12    | 118.75        |
| -500   | 18.08         | 20.37        | 16T12    | 167.65        |
| 500    | 9.04          | 0            | 8T12     | 559.68        |
| 1000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 728.28        |
| 2000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 995.78        |
| 3000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 1170.46       |
| 4000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 1263.12       |
| 5000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 1292.81       |
| 6000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 1242.18       |
| 7000   | 9.04          | 0            | 8T12     | 1129.68       |

**Tableau 4.23 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=100cm**

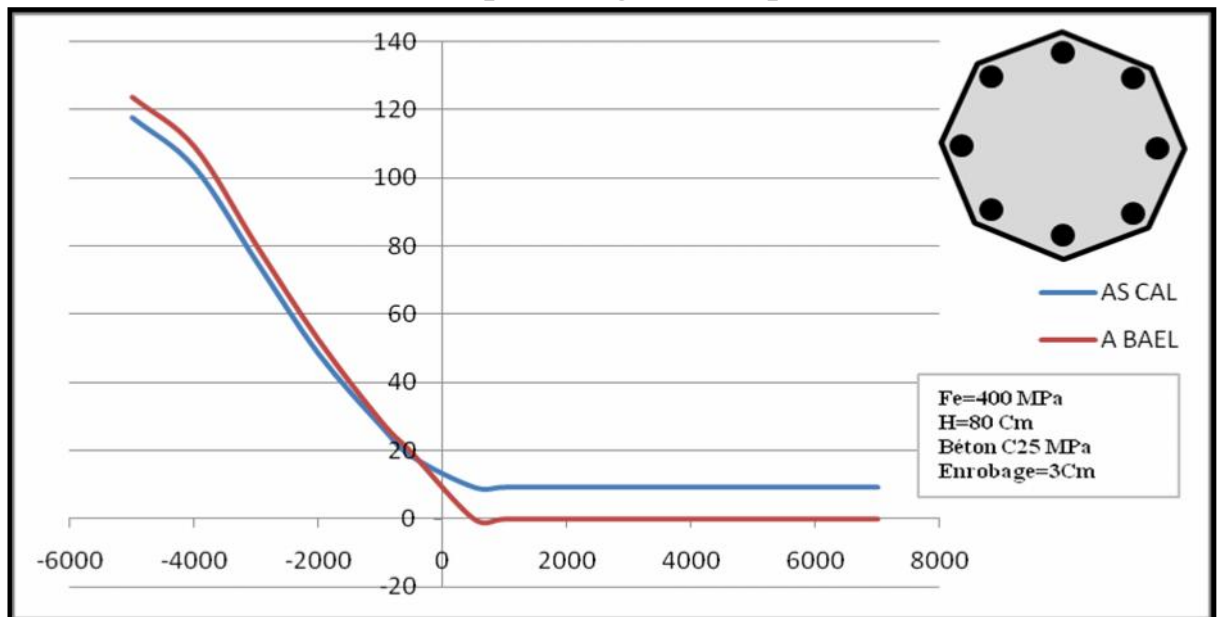


**Figure 4.23 Traction Compression simple section octaédrique H=100cm**

▪ Pour section octaédrique H=80 cm et M=0 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -5000  | 117.75                    | 123.75                    | 24T25    | 44.21         |
| -4000  | 103.12                    | 109.23                    | 24T25    | 378.12        |
| -3000  | 75.39                     | 80.25                     | 24T20    | 97.65         |
| -2000  | 48.23                     | 52.5                      | 24T16    | 34.68         |
| -1000  | 27.12                     | 28.75                     | 24T12    | 61.4          |
| -500   | 18.08                     | 19.37                     | 16T12    | 98.12         |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 528.9         |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 540.62        |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 673.12        |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 714.53        |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 664           |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 528.9         |
| 6000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 297.5         |
| 7000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 24.07         |

**Tableau 4.24 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=80cm**

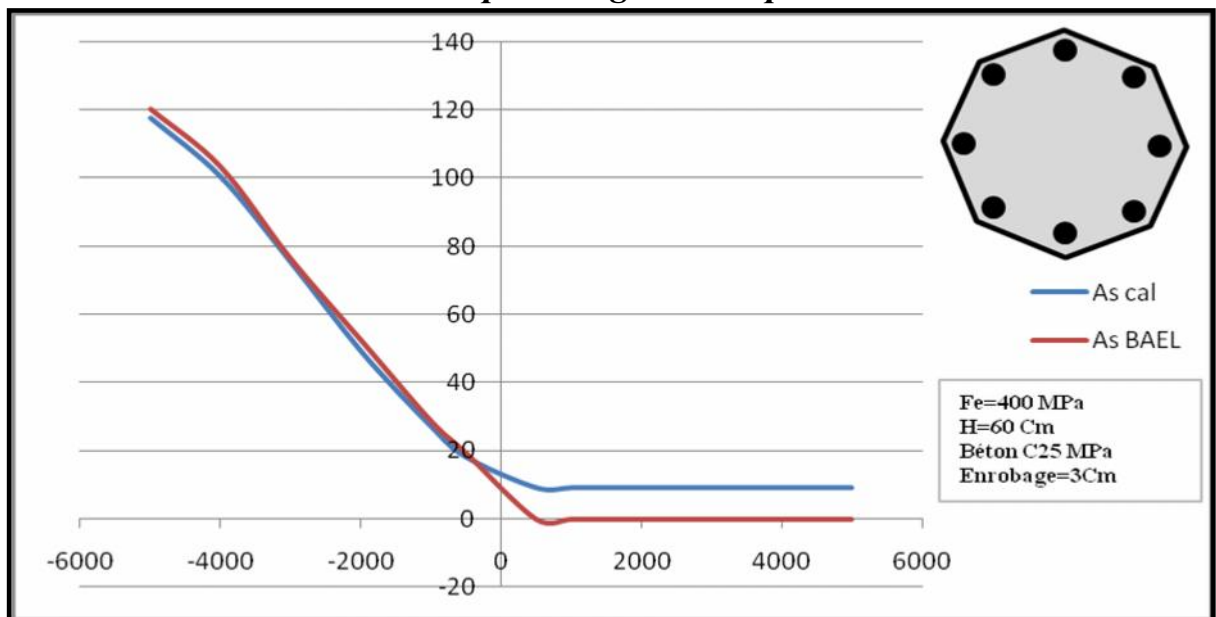


**Figure 4.24 Traction Compression simple section octaédrique H=80cm**

▪ Pour section octaédrique H=60 cm et M=0 KN.m

| N (KN) | As (cm <sup>2</sup> ) cal | As(cm <sup>2</sup> ) BAEL | Diamètre | EM max (KN.m) |
|--------|---------------------------|---------------------------|----------|---------------|
| -5000  | 117.75                    | 120.16                    | 24T25    | 190.15        |
| -4000  | 100.47                    | 103.2                     | 32T20    | 342.65        |
| -3000  | 75.39                     | 76.25                     | 24T20    | 285.93        |
| -2000  | 49.23                     | 52.5                      | 32T14    | 203.71        |
| -1000  | 27.12                     | 28.75                     | 24T12    | 301.87        |
| -500   | 18.08                     | 19.37                     | 16T12    | 342.65        |
| 500    | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 911.25        |
| 1000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1176.4        |
| 1500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1424.53       |
| 2000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1656.4        |
| 2500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 1872.81       |
| 3000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2074.68       |
| 3500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2260.78       |
| 4000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2430.93       |
| 4500   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2584.21       |
| 5000   | 9.04                      | 0                         | 8T12     | 2720.46       |

**Tableau 4.25 Résultats obtenus par le logiciel comparé avec socotec H=60cm**



**Figure 4.25 Traction Compression simple section octaédrique H=60cm**

## 4.2 Analyse et interprétation des résultats :

A la lumière des résultats résumés dans les tableaux nous pouvons conclure que les valeurs calculées par le **programme** à ceux obtenus par le logiciel **socotec** (basé sur les règles BAEI 91) sont **plus proches**, et ce pour les différentes sollicitations “ **Flexion simple, Flexion composée, Traction-Compression simple** ”. Néanmoins nous avons constaté ce qui suit :

- Il y’a une différence entre les sections **octaédriques** des sections entièrement comprimées calculées à l’aide du **programme** par rapport a ceux donnée par **socotec** ( $AS_{cal} = 8T12$  qui est équivalente à une section de  $9,04 \text{ cm}^2$  par contre  $AS_{BAEL} = 0$ ) parce que la section initiale définie dans le programme **DAM(1)=0,012** et un nombre des barres **NBT= 8**, par contre le logiciel **socotec** démarre avec une section sans armature (**Béton seule**).
- Pour résoudre ce problème de différence nous avons créée une modification à la section initiale d’armatures dans le programme ( C’est a dire on a démarré par une section de béton seul DAM (0)=0 ) d’où nous avons constaté le changement entre les deux, Voir les deux figures 4 .26 et 4.27 .

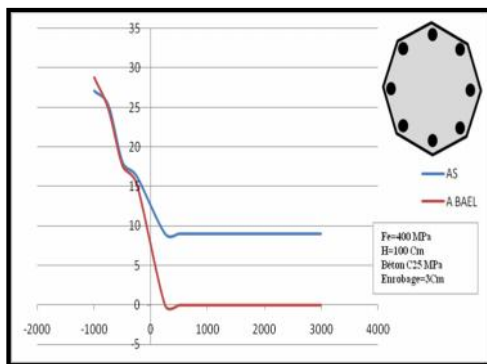


Figure 4.26 Flexion composée section octaédrique  
H=100cm et M=50 KN.m  
Sans modification, avec section initiale 8T12

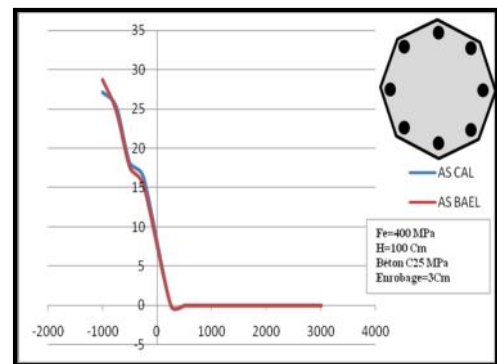


Figure 4.27 Flexion composée section octaédrique  
H=100cm et M=50 KN.m  
Avec modification, section béton seule

- Aussi le calcul d’une section **octaédrique** à l’aide du programme et celle obtenu par **socotec** s’explique par le fait que dans le présent calcul ,nous ne cherchons pas la section d’acier exacte à équilibrer le couple (N,M), mais on cherche les huit premières barres qui font rentrer le point d’abscisse **M** et ordonnée **N** à l’intérieur du domaine de résistance avec l’effort EMMAX qui peut supporter la section ;on commence par **8T12** .Si cette section ne résiste pas on passe à la section suivant **16T12**, **24T12** et comme ça jusqu’au **32T32**.

### 4.3 Influence du nombre de barres d'acier sur l'équilibre de section :

Le calcul est effectué pour une section **octaédrique** H=80cm en flexion composée N=5000KN et M=950 KN.m, avec des caractéristiques des matériaux sont présenter dans le tableau suivant :

| Fcj<br>(MPa)        | Ftj<br>(MPa) | Ebo<br>(MPa) | paramètre de<br>la loi de<br>sargin |       | $\epsilon_{rt}$ | $\epsilon_o$ | $\epsilon_{cu}$ | $\sigma_e$<br>(MPa) | Ea<br>(MPa) | $\epsilon_u$ | $\sigma_r$<br>(MPa) |
|---------------------|--------------|--------------|-------------------------------------|-------|-----------------|--------------|-----------------|---------------------|-------------|--------------|---------------------|
|                     |              |              | Kb                                  | Kb'   |                 |              |                 |                     |             |              |                     |
| 25                  | 2.1          | 32164        | 2.316                               | 1.316 | -0.05           | 0.018        | 0.0035          | 400                 | 2E+05       | 0.01         | 400                 |
| <b>DIAMETRE</b>     |              |              |                                     |       |                 |              |                 |                     |             |              |                     |
| T12                 |              |              | T14                                 |       |                 | T16          |                 |                     | T20         |              |                     |
| 8T12                | 16T12        | 24T12        | 8T14                                | 16T14 | 24T14           | 8T16         | 16T16           | 24T16               | 8T20        | 16T20        | 24T20               |
| <b>EMMAX (KN.m)</b> |              |              |                                     |       |                 |              |                 |                     |             |              |                     |
| 500                 | 550          | 650          | 550                                 | 650   | 750             | 550          | 700             | 850                 | 650         | 850          | 1097.9              |

**Tableau 4.26 Résultats obtenus par le logiciel H=80cm**

**Conclusion** : on adopte une section de 75.35cm<sup>2</sup> (24T20) pour équilibré une section **octaédrique** soumise à un effort normal N=5000KN et un moment M=950KN.m.

### 4.4 Influence du diamètre de barres d'acier sur l'équilibre de la section :

Le calcul est effectué pour une section **octaédrique** H=100cm en flexion composée N=9000KN et M=1500 KN.m, avec les mêmes caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau suivant :

| <b>DIAMETRE</b>   | 8T12  | 8T14  | 8T16  | 8T20  | 16T12 | 16T14 | 16T16 | 16T20 |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| <b>EMMAX KN.m</b> | 650   | 750   | 850   | 900   | 800   | 850   | 950   | 1150  |
| <b>DIAMETRE</b>   | 24T12 | 24T14 | 24T16 | 24T20 | 32T12 | 32T14 | 32T16 | 32T20 |
| <b>EMMAX KN.m</b> | 900   | 1000  | 1150  | 1475  | 1000  | 1150  | 1350  | 1767  |

**Tableau 4.27 Résultats obtenus par le logiciel H=100cm**

**Conclusion** : on adopte une section de 100.47cm<sup>2</sup> (32T20) pour équilibrer une section **octaédrique** soumise à un effort normal N=9000KN et un moment M=1500KN.m.

#### 4.5 Influence de la géométrie de section sur la quantité d'acier :

Le calcul est effectué pour une section **octaédrique** H=60cm, H=80cm, H=100cm, H=120cm et H=140cm en flexion simple N=0 KN et M=500 KN.m, avec des caractéristiques des matériaux sont présentés dans le tableau suivant :

| Fcj<br>(MPa) | Ftj<br>(MPa) | Ebo<br>(MPa) | paramètre<br>de la loi de<br>sargin |       | εrt          | εo    | εcu    | σe<br>(MPa)  | Ea<br>(MPa) | εu          | σr<br>(MPa) |
|--------------|--------------|--------------|-------------------------------------|-------|--------------|-------|--------|--------------|-------------|-------------|-------------|
|              |              |              | Kb                                  | Kb'   |              |       |        |              |             |             |             |
| 25           | 2.1          | 32164        | 2.316                               | 1.316 | -0.05        | 0.018 | 0.0035 | 400          | 2.00E+05    | 0.01        | 400         |
| Géométrie    |              |              |                                     |       |              |       |        |              |             |             |             |
| H=60 cm      |              | H=80 cm      |                                     |       | H=100 cm     |       |        | H=120 cm     |             | H=140 cm    |             |
| AS=75.35 cm2 |              | AS=36.92 cm2 |                                     |       | AS=36.17 cm2 |       |        | AS=27.12 cm2 |             | AS=9.04 cm2 |             |

**Tableau 4.28 Résultats obtenus par le logiciel avec un H variée**

#### 4.6 Influence de la résistance caractéristique des bétons :

Le calcul est effectué pour une section **octaédrique** ayant une hauteur H=80cm, en varier la résistance caractéristique du béton **25MPa** et **50MPa**

Ces deux sections sont soumises à la flexion composée et à la traction simple

| Fcj (MPa)                                             | Ftj (MPa) | Ebo (MPa) | paramètre de la loi de sargin                       |       | $\varepsilon_{rt}$ | $\varepsilon_o$                                     | $\varepsilon_{cu}$ | $\sigma_e$ (MPa) | Ea (MPa)                                           | $\varepsilon_u$ | $\sigma_r$ (MPa) |
|-------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------------------------------------------------|-------|--------------------|-----------------------------------------------------|--------------------|------------------|----------------------------------------------------|-----------------|------------------|
|                                                       |           |           | Kb                                                  | Kb'   |                    |                                                     |                    |                  |                                                    |                 |                  |
| 25                                                    | 2.1       | 32164     | 2.316                                               | 1.316 | -0.05              | 0.018                                               | 0.0035             | 400              | 2E+05                                              | 0.01            | 400              |
| 1 <sup>er</sup> cas Resistance caractéristique 25 MPA |           |           |                                                     |       |                    |                                                     |                    |                  |                                                    |                 |                  |
| H=80 cm N=100KN<br>M=600KN.m                          |           |           | H=80 cm N=1000KN<br>M=600KN.m                       |       |                    | H=80 cm N=7000KN<br>M=600KN.m                       |                    |                  | H=80 cm N= -700KN<br>M=600KN.m                     |                 |                  |
| AS=48.23cm <sup>2</sup> , 24T16<br>EMMAX=674.80KN.m   |           |           | AS=27.12cm <sup>2</sup> , 24T12<br>EMMAX=615.62KN.m |       |                    | AS=75.40cm <sup>2</sup> , 24T20<br>EMMAX=774.21KN.m |                    |                  | AS=18.08cm <sup>2</sup> , 16T12<br>EMMAX=30.07KN.m |                 |                  |

**Tableau 4.29 Résultats Fcj=25MPa**

| Fcj<br>(MPa)                                        | Ftj<br>(MPa) | Ebo<br>(MPa) | paramètre de<br>la loi de sargin                  |       | $\varepsilon_{rt}$ | $\varepsilon_o$                                     | $\varepsilon_{cu}$ | $\sigma_e$<br>(MPa) | Ea<br>(MPa)                                        | $\varepsilon_u$ | $\sigma_r$<br>(MPa) |
|-----------------------------------------------------|--------------|--------------|---------------------------------------------------|-------|--------------------|-----------------------------------------------------|--------------------|---------------------|----------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
|                                                     |              |              | Kb                                                | Kb'   |                    |                                                     |                    |                     |                                                    |                 |                     |
| 50                                                  | 3.6          | 40524        | 1.378                                             | 0.378 | -0.05              | 0.017                                               | 0.0035             | 400                 | 2E+05                                              | 0.01            | 400                 |
| <b>2ème cas Resistance caractéristique 50 MPA</b>   |              |              |                                                   |       |                    |                                                     |                    |                     |                                                    |                 |                     |
| H=80 cm N=100KN<br>M=600KN.m                        |              |              | H=80 cm N=1000KN<br>M=600KN.m                     |       |                    | H=80 cm N=7000KN<br>M=600KN.m                       |                    |                     | H=80 cm N= -700KN<br>M=600KN.m                     |                 |                     |
| AS=48.23cm <sup>2</sup> , 24T16<br>EMMAX=713.28KN.m |              |              | AS=9.04cm <sup>2</sup> , 8T12<br>EMMAX=602.14KN.m |       |                    | AS=9.04cm <sup>2</sup> , 8T12<br>EMMAX=1262.50 KN.m |                    |                     | AS=18.08cm <sup>2</sup> , 16T12<br>EMMAX=63.08KN.m |                 |                     |

Tableau 4.30 Résultats Fcj=50MPA

**Conclusion** : lorsque la section est soumise à un effort de compression ou de traction le calcul donne la même quantité d'acier, sauf avec une légère différence de la valeur du moment à équilibrer (674.80 /713.28 et 30.07/63.08) à cause de la résistance en traction du béton et de l'ordre du dixième de sa résistance en compression.

Mais pour les valeurs ayant une forte compression il y'a une grande différence entre la quantité d'armature (27.12cm<sup>2</sup> /9.04cm<sup>2</sup> et 75.40 cm<sup>2</sup>/9.04cm<sup>2</sup>) et EMAMX (615.62 /9602.14 et 774.21/1262.50) due à l'influence du comportement des bétons à la compression, décrit par la loi de sargin.

#### 4.7 Influence de la limite élastique de l'acier :

Le calcul est effectué pour une section **octaédrique** avec deux limites élastiques (400 MPa et 500MPa) sous la flexion composée, flexion simple et traction simple.

| Fcj<br>(MPa)                                        | Ftj<br>(MPa) | Ebo<br>(MPa) | paramètre de<br>la loi de sargin                    |       | $\varepsilon_{rt}$ | $\varepsilon_o$                                     | $\varepsilon_{cu}$ | $\sigma_e$<br>(MPa) | Ea<br>(MPa)                                          | $\varepsilon_u$ | $\sigma_r$<br>(MPa) |
|-----------------------------------------------------|--------------|--------------|-----------------------------------------------------|-------|--------------------|-----------------------------------------------------|--------------------|---------------------|------------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
|                                                     |              |              | Kb                                                  | Kb'   |                    |                                                     |                    |                     |                                                      |                 |                     |
| 25                                                  | 2.1          | 32164        | 2.316                                               | 1.316 | -0.05              | 0.018                                               | 0.0035             | 400                 | 2E+05                                                | 0.01            | 400                 |
| <b>1ér cas Limite élastique 400 MPA</b>             |              |              |                                                     |       |                    |                                                     |                    |                     |                                                      |                 |                     |
| H=80 cm N=300KN<br>M=500KN.m                        |              |              | H=80 cm N=0KN<br>M=800KN.m                          |       |                    | H=80 cm N=-1000KN<br>M=300KN.m                      |                    |                     | H=80 cm N= -3000KN<br>M=0KN.m                        |                 |                     |
| AS=48.23cm <sup>2</sup> , 24T16<br>EMMAX=608.98KN.m |              |              | AS=75.35cm <sup>2</sup> , 24T20<br>EMMAX=803.90KN.m |       |                    | AS=75.40cm <sup>2</sup> , 24T20<br>EMMAX=534.37KN.m |                    |                     | AS=117.75cm <sup>2</sup> , 24T25<br>EMMAX=703.07KN.m |                 |                     |

Tableau 4.31 Résultats de l'acier Fe E40

| Fcj<br>(MPa)                                        | Ftj<br>(MPa) | Ebo<br>(MPa) | paramètre de<br>la loi de sargin                    |       | $\varepsilon_{rt}$ | $\varepsilon_o$                                     | $\varepsilon_{cu}$ | $\sigma_e$<br>(MPa) | Ea<br>(MPa)                                         | $\varepsilon_u$ | $\sigma_r$<br>(MPa) |
|-----------------------------------------------------|--------------|--------------|-----------------------------------------------------|-------|--------------------|-----------------------------------------------------|--------------------|---------------------|-----------------------------------------------------|-----------------|---------------------|
|                                                     |              |              | Kb                                                  | Kb'   |                    |                                                     |                    |                     |                                                     |                 |                     |
| 25                                                  | 2.1          | 32164        | 2.316                                               | 1.316 | -0.05              | 0.018                                               | 0.0035             | 400                 | 2E+05                                               | 0.01            | 400                 |
| <b>2ème cas Limite élastique 500 MPa</b>            |              |              |                                                     |       |                    |                                                     |                    |                     |                                                     |                 |                     |
| H=80 cm N=300KN<br>M=500KN.m                        |              |              | H=80 cm N=0KN<br>M=800KN.m                          |       |                    | H=80 cm N=-1000KN<br>M=300KN.m                      |                    |                     | H=80 cm N= -3000KN<br>M=0KN.m                       |                 |                     |
| AS=36.92cm <sup>2</sup> , 24T14<br>EMMAX=584.76KN.m |              |              | AS=75.35cm <sup>2</sup> , 24T20<br>EMMAX=973.04KN.m |       |                    | AS=48.23cm <sup>2</sup> , 24T16<br>EMMAX=362.89KN.m |                    |                     | AS=75.35cm <sup>2</sup> , 24T20<br>EMMAX=630.07KN.m |                 |                     |

**Tableau 4.32 Résultats de l'acier Fe E50**

**Conclusion** : lorsque la section est soumise à un effort traction le calcul donne des sections d'aciers différentes (48.23 cm<sup>2</sup>/36.92cm<sup>2</sup>) et que le moment à équilibré par des aciers type FE50 est important par rapport à celle de FE 40 à cause de la limite d'élasticité de FE50.

# **CHAPITRE 5 :**

## **CONCLUSION GENERALE**

## Conclusion générale

Le but de la présente étude consiste de contribuer au calcul des sections **octaédriques** en béton armé dans le domaine non linéaire, dont le calcul par les relations d'équilibre des sections s'avère très compliqué du fait d'un grand nombre d'inconnues composant les équations d'équilibres.

Pour des raisons économiques et les tendances actuelles de mieux utiliser les matériaux pour concevoir et construire des structures de plus en plus résistantes et élancées, les recherches se penchent sur différentes sections de diverses formes géométriques telles que les sections **octaédriques** qui ont fait l'objet de peu d'études. ainsi malgré les différents règlements utilisés en béton armé mais peu d'attention est donnée au calcul de ce type de section.

Les résultats obtenus par le programme comparés avec le logiciel **socotec** basé sur les règles de BAEL91 qui considère la section d'acier uniformément répartie sur toute la section du béton.

Dans cette méthode proposée, le calcul consiste à chercher les huit barres résistantes à un couple d'effort en partant de la section minimale 8T12 vers 16T12 et comme ça jusqu'au 32T32, dans les hypothèses suivantes :

- Les armatures longitudinales, de section totale  $A$ , sont réparties en huit groupes placés aux sommets d'un octogone concentrique à l'octogone donné.
- Les armatures longitudinales entourées par un cercle de diamètre  $D_a$ .
- Distance régulière entre les barres longitudinales.

Ce travail propose une méthode simple de calcul des sections **octaédriques** sous un couple d'efforts ( $N$ ,  $M$ ) en tenant compte le domaine non linéaire avec un comportement réel des matériaux (Béton et Acier), afin de déterminer le moment résistant maximum qui peut supporter la section (**EMMAX**).

Un programme de calcul a été développé, il permet d'utiliser comme un outil de calcul pour l'ingénieur ; Il offre plusieurs possibilités :

- Détermination des nombres des barres pour la section **octaédrique**.
- Vérification de la capacité portante des sections **octaédriques** sous un couple d'efforts (N, M).
- Faciliter de changement des différents paramètres à partir de fichier de données (Géométrie de section, efforts N et M, limite d'élasticité d'acier, résistance caractéristique de béton ...etc).

Enfin, ce logiciel de calcul qui permet d'analyser le comportement réel de ce type de sections dans le domaine non linéaire, permet de générer le nombre de barres nécessaire pour équilibrer un couple d'efforts (N, M), peut être introduit dans un logiciel de calcul global qui tient compte d'autre formes de sections (Circulaire, Tubulaire, Té, Triangulaire, Carré, Rectangulaire, Hexagonale ...etc) afin d'utiliser dont il peut faire l'objet.

**En perspective : Ce travail peut être complété par d'autres sujets de recherche**

- La prise en compte du confinement pour ce type de section.
- Généralisation de la méthode pour toutes les sections polygonales (Triangulaire, Pentagonale, Hexagonale ....ect) pleine et creux.
- Des essais expérimentaux.
- La prise en compte du phénomène du flambement pour les poteaux octaédriques.

## Références Bibliographiques

- [01] : **Grelat A.**, Analyse non linéaire des ossatures hyperstatiques en béton armé, Thèse de docteur Ingénieur, Université Paris VI, 1978.
- [02] : **Kachi. M.S.**, Modélisation du comportement jusqu'à rupture des poutres à précontrainte extérieure, Thèse de doctorat d'état, Université Mouloud MAMMERI de Tizi-ouzou, novembre 2006.
- [03]: **Kachi, M. S.** Calcul non linéaire, jusqu'à rupture, d'une section en béton armé de fibres métalliques. Thèse de magister, Université de Tizi–Ouzou, Algérie, Février 1997.
- [04] : **Règles BAEL 91 modifiées 99.** Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états limites. Edition Eyrolles, février 2001
- [05] : **Règles BPEL 91.** Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontrainte suivant la méthode des états limites.
- [06]: **Pierre Charon.**, Le calcul pratique des sections de béton armé en flexion simple et compose.
- [07]: **Bouafia. Y, Kachi. MS, Saad Mohamed.** Contribution au calcul des sections circulaires en béton armé par les armatures discrètes.
- [08]: **Kachi M .S, Bouafia Y, Ghazi F.** Prédiction de la rupture des sections circulaire en béton armé de fibre, Association de mécanique franco marocaine (AMFM) ,4émé Edition des journées d'études techniques (JET 2006) ,26 et 28 Avril –Marrakech-Maroc.
- [09]: **Aouamer –Mesbah A.** Analyse non linéaire géométrique et matérielle des structures coques en béton armé sous chargement statique et dynamiques. Thèse de doctorat devant l'école nationale des ponts et chaussées 1998.
- [10]: **Paul Dinnequin .** Cours supérieur de béton armé Règles BAEL 80.

- [11]: **Bouafia Y., Kachi MS., Fouré B.** Relation contrainte déformation dans le cas du béton armé de fibre d'acier, Annales du BTP n° : 2 Avril 2002.
- [12]: **Bouafia Y.** Simulation numérique du comportement moyen jusqu' à rupture d'une zone de poutre application au béton armé, béton précontrainte et béton de fibre, Mémoire de DEA, Université de pierre et Marie curie , Paris 6 1987.
- [13]: **Meddour Jugurta.** Contribution au calcul des sections tubulaires en béton armé par les armatures discrètes, Mémoire de magistère UMMTO 2014.
- [14]: **Boulfoul Azzedine.** Analyse aux ELU de sections de formes polygonales en béton armé soumises à une charge de compression biaxialement excentrée. Thèse de magister, Université de Constantine Juin 1996.
- [15]: **Benyahi Karim.** Couplage mécano-fiabiliste appliqué au calcul non linéaire des structures, Thèse de magister UMMTO 2013.