

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA  
RECHERCHE SIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOULOU MAMMERI DE TIZI OUZOU  
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION  
DEPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

## *Mémoire de fin d'études*

**En vue de l'obtention du diplôme de Master  
En Génie Mécanique  
Option : Construction Mécanique**

### *Thème*

**Optimisation des ressorts à lames d'un  
camion K66**

***Proposé et dirigé par :***

***M<sup>r</sup> : H. ZIANI***

***Réalisé par :***

***M<sup>r</sup> : MESBAHI Mohamed***

***«2011»***

## **Remerciements**

Je remercie tout d'abord le bon Dieu de m'avoir donné la force, la volonté et le courage pour l'élaboration de ce travail.

Je tiens encore a remercié mon promoteur Mr Hocine ZIANI pour avoir bien voulu m'encadrer et pour ces précieux conseils et orientation

Je tiens également à remercier les membres de jury qui ont accepté d'examiner mon travail

Mes remerciements vont également a tous mes enseignants, les responsables et personnel du département de Génie mécanique

J'adresse mes plus vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce modeste travail

---

## **Dédicace**

Je dédie ce modeste travail :

A mes très chers parents

A mes frères et sœur

A toute ma famille

A tous mes amis

---

---

## Sommaire

---

Introduction générale .....	1
<b>Chapitre I : Généralité sur les ressorts à lames</b>	
I.1.Introduction .....	2
I.2.1. Définition générale du ressort.....	2
I.2.2.Un peut d’histoire.....	2
I.2.3. Présentation de ressort à lames.....	3
I.3. Les différents types de ressorts à lames.....	4
I.3.1. Ressort à lames simples.....	4
I.3.1.1. Lame simple.....	4
I.3.1.2. Ressort à lames égales.....	5
I.3.1.3. Lame dissymétrique.....	6
I.3.2. Ressort à lames multiples.....	7
I.3.2.1.Ressort triangulaire.....	7
I.3.2.2. Ressort pincette .....	9
I.3.2.3.Ressort transversal.....	9
I.4.Ressorts à flexibilité variable.....	10
I.4.1.Compensateur.....	11
I.4.2. Faisceaux auxiliaires .....	11
I.4.3. Ressort progressif.....	12
I.4.4. Ressort à sabot et glissoir.....	12
I.5. Calcul théorique des ressorts à lames.....	13
I.5.1. Bras à section rectangulaire uniforme .....	13
I.5.2. Bras à section rectangulaire variable .....	14
a-Bras à profil parabolique .....	15
b.Bras à profil trapézoïdal .....	16
c-Bras à découpe triangulaire.....	18
d-Bras à découpe trapézoïdale .....	19
I.5.3.Flexibilité.....	20
I.5.4. Coefficient de flexibilité.....	24
I.5.5. Calcul de ressort à flexibilité variable .....	25
I.5.5.1. Bras du calcul .....	25
I.5.5.2. Calcul du ressort progressif .....	26

---

## Sommaire

---

I.6. Technologie des ressorts à lames .....	28
I.6.1. Installation des ressorts à lames sur véhicule routiers.....	28
I.6.2. Lame maitresse .....	29
I.6.3. Glissoir et sabot .....	30
I.6.4. bagues.....	31
I.6.5. jumelles .....	32
I.6.6. Lames de renforcement .....	32
I.6.7. Etoquiaux Boulon central .....	33
I.6.8. Bride .....	34
I.6.9. Etriers .....	34
I.6.10. Lame de rebond.....	35
I.6.11. Contre-lame .....	35
I.7. Les matériaux pour ressort à lame.....	35
I.8. Friction entre lames. Graissage. Intercalaire .....	37
I.9. Gammes de fabrication des ressorts à lames .....	37
1-Débitage .....	37
2-Formage à chaud de l'œil qui se fait en deux opérations.....	38
3-Chauffage pour le cintrage et la trempe des lames.....	38
4-Revenu des lames trempées .....	38
5-Poinçonnage de l'etoquiau .....	38
6-Grenailage (shot peening) .....	38
I.10. Ligne de fabrication des ressorts à lames.....	40
I.11.Ligne de montage des ressorts .....	41
I.12.Conclusion .....	42

## **Chapitre II : classification générale des méthodes d'optimisations**

II.1. Introduction.....	43
II.2. Définition d'un problème d'optimisation .....	43
II.3. Problème mono-objectif.....	43
II.3.1. Espace de recherche et espace réalisable .....	44
II.4.problème multi-objectif .....	44
II.5. Différentes méthodes d'optimisation.....	45

---

## Sommaire

---

II.5.1.Les méthodes classiques .....	45
II.5.1.1. Méthodes déterministes : programmation mathématique .....	45
II.5.1.2.Méthodes énumératives .....	45
II.5.2. Les méthodes stochastiques .....	46
II.5.2.1. Les méthodes itératives .....	46
II.5.2.1.1. Le recuit simule.....	47
II.5.2.1.1.1. Définition .....	47
II.5.2.1.1.2. Historique.....	47
II.5.2.1.1.3. Principe .....	47
II.5.2.1.1.4. Les règles de la méthode.....	48
II.5.2.1.1.5. L’algorithme du recuit simulé .....	49
II.5.2.1.2. La méthode tabou .....	51
II.5.2.1.2.1. Définition .....	51
II.5.2.1.2.2. Principe.....	51
II.5.2.1.2.3. Les techniques de la méthode.....	51
II.5.2.1.2.3.1. L’aspiration .....	51
II.5.2.1.2.3.2. L’intensification.....	51
II.5.2.1.2.3.3. La diversification.....	51
II.5.2.1.2.4. L’algorithme tabou .....	51
II.5.2.2. Optimisation avec Excel .....	53
II.5.2.3. Les algorithmes évolutionnaires .....	54
II.5.2.3.1. Les algorithmes génétiques.....	54
II.5.2.3.1.1. Vocabulaire et définition.....	54
II.5.2.3.1.2. Propriétés.....	55
II.5.2.3.1.3. Les étapes d’un algorithme génétique .....	55
II.5.2.3.1.3.1. Initialiser la population .....	55
II.5.2.3.1.3.2. Le codage.....	55
II.5.2.3.1.3.3. Fonction d’évaluation.....	56
II.5.2.3.1.3.4. Opérateur génétiques .....	56
a. La sélection .....	56
b. Le croisement .....	58
c. La mutation .....	60
d. Le remplacement.....	61

---

## Sommaire

---

II.5.2.3.1.4. Organigramme d'un AG .....	62
II.6. Conclusion .....	62

### Chapitre III : Application et discussion

III.1. Introduction .....	63
III.2. Résultat expérimentaux.....	66
III.3.Optimisation d'un ressort à lame.....	67
III.3.1.Description du ressort a optimisé.....	67
III.3.2. Le problème d'optimisation .....	68
III.4.description du programme d'optimisation .....	69
III.4.1. Résultats obtenu .....	71
III.4.2. Interprétation des résultats.....	73
III.5.Conclusion .....	74
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>75</b>

---

---

## Liste des figures

---

### Liste des figures

<b>Figure I.1</b> : Ressort à lames des véhicules routiers.....	3
<b>Figure I.2</b> : Lame simple.....	4
<b>Figure I.3</b> : Ressort à lames égales .....	5
<b>Figure I.4</b> : Ressort triangulaire.....	8
<b>Figure I.5</b> : Ressort pincette.....	9
<b>Figure I.6</b> : Ressort transversal .....	10
<b>Figure I.7</b> : Caractéristique de charge.....	10
<b>Figure I.8</b> : Compensateur et ressort principal.....	11
<b>Figure I.9</b> : Ressort à plusieurs faisceaux .....	12
<b>Figure I.10</b> : Ressort progressif.....	12
<b>Figure I.11</b> : Ressort à flexibilité variable à sabot et glissoir .....	13
<b>Figure I.12</b> : Bras flexible à section rectangulaire uniforme .....	14
<b>Figure I.13</b> : Bras à profil parabolique.....	15
<b>Figure I.14</b> : Bras à profil trapézoïdale.....	17
<b>Figure I.15</b> : Bras à découpe triangulaire.....	18
<b>Figure I.16</b> : Bras à découpe trapézoïdale .....	19
<b>Figure I.17</b> : Éléments de ressort à lames .....	21
<b>Figure I.18</b> : Ressort à lames égales .....	22
<b>Figure I.19</b> : Ressort à lames multiples .....	24
<b>Figure I.20</b> : Caractéristique de charge d'un ressort progressif.....	27
<b>Figure I.21</b> : Lame maîtresse .....	30
<b>Figure I.22</b> : Sabot et Glissoir .....	31
<b>Figure I.23</b> : Bague .....	31
<b>Figure I.24</b> : Jumelle couplée à l'œil de la lame maîtresse.....	32
<b>Figure I.25</b> : Aspect de la lame de renforcement.....	33
<b>Figure I.26</b> : Etaquiau et Bride.....	34
<b>Figure I.26</b> : Position des étriers .....	35

---

## Liste des figures

---

<b>Figure I.27</b> : Diagramme synoptique de la gamme de fabrication des ressorts à lames .....	40
<b>Figure II.1</b> : Espace de recherche et espace réalisable .....	44
<b>Figure II.2</b> : L'organigramme de l'algorithme du recuit simulé .....	50
<b>Figure II.3</b> : représentation schématique du croisement en 1 point.....	58
<b>Figure II.4</b> : représentation schématique du croisement en 2 points .....	58
<b>Figure II.5</b> : représentation schématique du croisement uniforme .....	59
<b>Figure II.6</b> : représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.....	60
<b>Figure II.7</b> : Organigramme d'un AG.....	62
<b>Figure III.1</b> : Commande du banc d'essai .....	63
<b>Figure III.2</b> : Moteur hydraulique.....	63
<b>Figure III.3</b> : Vérin .....	64
<b>Figure III.4</b> : Montage du ressort.....	64
<b>Figure III.5</b> : Contact du vérin avec le ressort. L'essai débute par un chargement Progressif .....	65
<b>Figure III.6</b> : Ressort aplati à la fin de l'essai permettant d'avoir la charge de contrôle.....	65
<b>Figure III.7</b> : Représentation graphique des résultats expérimentaux du ressort à lames multiple .....	67
<b>Figure III.8</b> : Représentation de la contrainte en charge en fonction de la masse du primaire (courbe de Pareto) .....	72
<b>Figure III.9</b> : Optimisation à deux objectifs contradictoires .....	73

---

---

## Liste des tableaux

### Liste des tableaux

<b>Tableau I.1</b> : Evaluation du coefficient de flexibilité $\phi$ .....	25
<b>Tableau II.1</b> : L'analogie entre la méthode du recuit et le traitement thermique .....	48
<b>Tableau III.1</b> : Résultats expérimentaux d'un ressort à lame multiple .....	66
<b>Tableau III.2</b> : Les caractéristiques du ressort à lame multiple .....	68
<b>Tableau III.3</b> : Représentation des paramètres du vecteur $X^0$ .....	70
<b>Tableau III.4</b> : Représentation des paramètres du matériau .....	71
<b>Tableau III.5</b> : La masse et la contrainte en charge du ressort après chaque optimisation .....	71

---

### Introduction générale :

L'optimisation sous contrainte est un outil indispensable de résolution de nombreux problèmes industriels. Elle consiste à résoudre ces problèmes réels et aboutir à leur solution optimale. Mais cette solution est-elle la meilleure ? Pour répondre à cette question, nous faisons souvent appel à un problème d'optimisation. La solution optimale est celle qui a la meilleure évaluation au regard des critères définis.

Parfois ces critères sont contradictoires au point que la solution optimale est difficile à définir. De ce fait qu'il soit mono ou multi-objectifs le problème d'optimisation est difficile à résoudre d'où la diversification des méthodes utilisées.

Dans notre étude nous voulons appliquer l'une de ces méthodes pour optimiser les ressorts à lames. Nous permettant de minimiser la masse et la contrainte en charge d'un ressort à lame de type ressort à lame multiple.

Ces ressorts à lames, sont fondamentalement différents des autres pièces mécaniques, parce qu'ils sont plus déformable que possible, leur rôle est d'assurer des tâches très importantes ; garantir le confort des passagers, protéger les organes du véhicule, absorber les vibrations et améliorer la tenue de route du véhicule.

Notre travail est subdivisé en trois chapitres :

Le premier chapitre consiste à faire les généralités sur les ressorts à lames décrit brièvement l'histoire des ressorts, les différents types de ressort à lames et leurs composants et les calculs de la résistance des matériaux utilisés dans leurs dimensionnements. Ainsi que les matériaux utilisés.

Le deuxième chapitre basé sur la classification générale des méthodes d'optimisations, on s'intéresse essentiellement sur les algorithmes génétiques et leurs opérateurs génétiques.

Dans le troisième chapitre « application et discussion » nous allons optimiser le ressort à lame de type « ressort à lame multiple ».

Enfin on termine par une conclusion générale.

## I.1. Introduction

La construction mécanique en général, et celle d'automobile en particulier, ont toujours recours à des liaisons élastique afin d'absorber les chocs et les vibrations dus au mouvement de ses organes. La suspension arrière des poids lourds est assurée par des ressorts à lames dont la fonction principale est de transformer l'énergie de chocs en énergie oscillatoire en vue d'obtenir le confort et la sécurité à la marche. Les ressorts à lames, grâce a leur principes de construction, peuvent assurer d'autre taches telles que :

- Conduction d'essieux rigides.
- Absorption de force de freinage, d'accélération et de pression latérales
- Amortissement de friction.
- Simple possibilité de réglage de la force de freinage.

Plusieurs types de perturbations modifient la répartition des charges entre les deux roues d'un même essieu et provoquent des oscillations latérales du véhicule autour de son axe longitudinal. Ces oscillations sont amoindries quand la suspension comporte des ressorts à flexibilité variable ou à double flexibilité.

## I.2. Définition et historique

### I.2.1. Définition générale du ressort

Un ressort est un système dont la fonction est de se déformer sous l'action d'une force ou d'un couple puis de restituer l'énergie emmagasinée à la reprise de sa forme initiale.

### I.2.2. Un peut d'histoire

Cette définition, très générale, conduit à considérer un grand nombre de composants comme appartenant à la famille des ressorts. On peut de cette manière considérer que les premiers ressorts apparaissent sous la forme des arcs utilisés par les premiers hommes pour chasser. Ils utilisent en effet l'énergie emmagasinée dans la pièce de bois lors de la tension de la corde pour lancer la flèche vers leur proie potentielle. La guerre, entre autres, apporte la catapulte sur les champs de bataille des romains et des grecs. L'énergie accumulée en tordant d'énormes écheveaux est brusquement libérée et projetée avec force des projectiles divers. Les applications des ressorts dans des domaines plus pacifiques sont plus récentes comme par exemple le ressort en spirale pour l'horlogerie que l'on utilise au XV<sup>e</sup> siècle.

Pour voir apparaître les ressorts hélicoïdaux, il faut se tourner vers le domaine des transports. A l'origine, les civilisations antiques connaissent la roue. Les systèmes de transports qui l'utilisent alors n'ont pas de grandes performances en termes de

maintien et de stabilité. Au XVI<sup>e</sup> siècle on voit apparaître les suspensions réalisées à l'aide de chaîne reliées à quatre pièces de bois. Dans ce système, c'est le bois, plus que la chaîne, qui réalise la fonction élastique. Le confort des voyageurs est grandement amélioré même si ceux-ci peuvent facilement être sujets au mal de mer compte tenu du tangage important des cabines.

Au XVIII<sup>e</sup> siècle, apparaît un vrai ressort de suspension avec l'utilisation de lames d'acier.

Pour résoudre les problèmes de tangage sur les locomotives, Stephenson, dès 1816, installe des ressorts à lames entre la chaudière et le châssis. Ce principe est d'ailleurs appliqué aux premières automobiles.

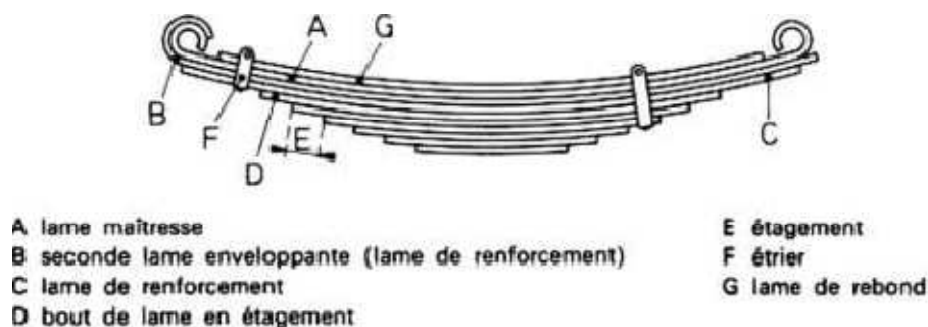
Ce n'est pas tardivement qu'apparaissent les ressorts hélicoïdaux car leur fabrication nécessite une bonne maîtrise de la déformation des matériaux.

### I.2.3. Présentation de ressort à lames

Un grand nombre de véhicules routier et ferroviaires, notamment les plus lourds, sont équipés de ressorts à lames posés sur deux appuis. Les ressorts à lames sont généralement composés de lames de différentes longueurs, de façon à ce rapprocher le plus possible d'un solide d'égale résistance.

La première lame, dite **lame maitresse**, porte éventuellement un œil à chaque extrémité pour l'assemblage avec les jumelles de menottes de suspension du châssis.

Les autres lames sont disposées en retrait par également égaux jusque la bride d'assemblage central par laquelle le ressort prend appuis sur l'essieu. Les lames sont généralement d'épaisseur constante d'une extrémité à l'autre. Le ressort possède une courbure initiale afin d'augmenter la course de la partie suspendue [1].



*Figure I.1 : Ressort à lames des véhicules routiers*

### I.3. Les différents types de ressorts à lames

#### I.3.1. Ressort à lames simples

Un grand nombre de véhicules, sont suspendus sur des ressorts à lames posées sur deux appuis.

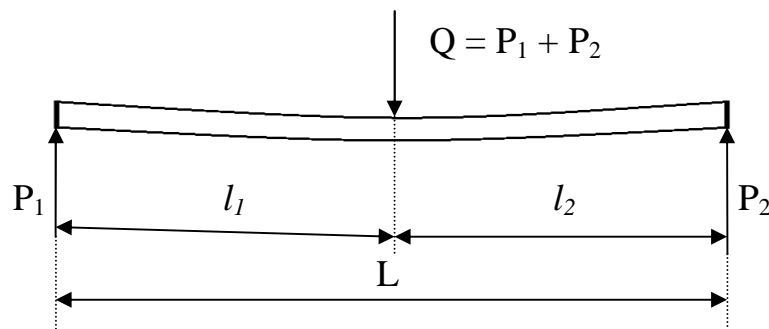
##### I.3.1.1. Lame simple

Une lame chargée posée sur deux appuis peut être considérée comme la juxtaposition de deux bras flexible solidarise l'un à l'autre (**figure I.2**). Un bras de longueur  $l_1$  supporte une charge  $P_1$  égale à la réaction de l'un des appuis et un bras de longueur  $l_2$  supporte la charge  $P_2$  égale à la réaction de l'autre appui.

La charge  $Q$  portée par l'ensemble est égale et opposée à la somme des deux réactions :

$$Q = P_1 + P_2$$

La longueur entre appuis est la somme des longueurs :  $L = l_1 + l_2$



**Figure I.2 : lame simple**

Connaissant la charge  $Q$  et les longueurs  $l_1$  et  $l_2$ , les réactions sont données par les relations :

$$P_1 = \frac{Ql_2}{L} \quad (\text{I.1})$$

$$P_2 = \frac{Ql_1}{L} \quad (\text{I.2})$$

Quand les deux bras sont symétriques par rapport à la charge, on a :

$$l_1 = l_2 \quad \text{donc} \quad L = 2l \quad \text{ou} \quad l = L/2$$

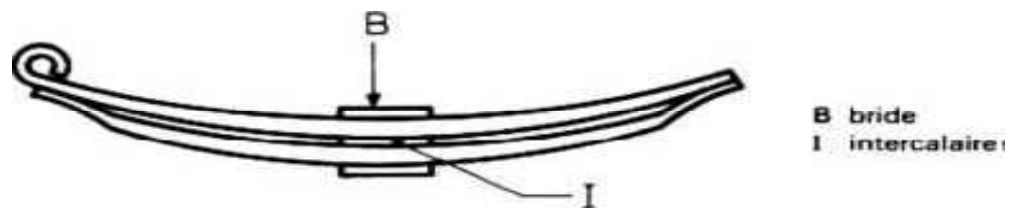
$$P_1 = P_2 = P \quad \text{donc} \quad Q = 2P \quad \text{ou} \quad P = Q/2$$

La déformée est symétrique ; au point d'application de la charge  $Q$ , la tangente est horizontale ; on peut appliquer les formules des bras en remplaçant  $l$  par  $L/2$  et  $P$  par  $Q/2$  .

### I.3.1.2. Ressort à lames égales

Le ressort à lames égales se compose :

- Soit d'une lame simple (**figure I.2**).
- Soit d'un faisceau de lames égales (**figure I.3**) appuyées sur les mêmes appuis et réunies entre elles vers leur milieu par une bride de liaison avec l'essieu du véhicule .



**Figure I.3 : Ressort à lames égales**

Une partie des lames encastrées dans cette bride est empêchée de fléchir et doit être décomptée de la longueur des bras pour le calcul de la flexibilité. La charge se répartit également entre toutes les lames.

Pour des raisons d'encombrement, les lames ont généralement une largeur uniforme ; si elles ont une section uniforme, elles sont relativement rigides et le coefficient d'utilisation du métal ( $\lambda = 1/9$ ) est mauvais.

On vise autant que possible à se rapprocher du solide à égale résistance avec des bras à profil parabolique, idéal qui donnerait un coefficient d'utilisation de la matière de  $1/3$  et consommerait donc trois fois moins de métal. En fait, il faut admettre des suppléments de matière au voisinage des appuis et de la bride.

Le contact avec la bride est, en effet, une zone de friction qui doit être renforcée. Le profil de la lame parabolique prend alors une forme plus compliquée. La fabrication

des lames nécessite des outillages spécifique couteux et ne s'applique qu'aux grandes séries. Pour les ressorts courts, on évite en partie les outillages couteux avec des bras à profil trapézoïdal réunis en leur milieu par partie rectangulaire.

On diminue le fretting et le grippage qui résultent de la friction des lames dans la bride en disposant entre les lames des intercalaires qui sont acier pour les fortes charges des véhicules utilitaires et en résine synthétique acétal ou polyamide, ou en caoutchouc pour les véhicules légers. Les intercalaires souples ne s'opposent pas au fléchissement des lames dans l'encastrement et permettant l'activité de la presque totalité du métal des lames.

La charge appliquée au ressort se répartit également sur toutes les lames, mais la première lame, appelée « lame maîtresse », qui repose directement sur les appuis, doit supporter, en plus des efforts longitudinaux dus aux accélérations et aux freinages, des efforts latéraux. Elle comporte des extrémités renforcées équipées de moyens de liaison avec le véhicule (oeils ou glisseurs) [1].

### I.3.1.3. Lame dissymétrique

Dans le cas général d'une lame dissymétrique, on peut calculer séparément les déflexions  $f_1$  et  $f_2$  des deux bras.

Les déflexions  $f_1$  et  $f_2$  d'une lame dissymétrique à deux bras de même forme n'étant pas égales, le siège de la lame s'incline progressivement avec la charge. Quand il est nécessaire qu'il reste perpendiculaire à cette charge, il faut modifier le profil ou la découpe des bras de façon à avoir  $f_1 = f_2$ .

La déflexion de lame se calcul par la formule :

$$f = f_2 + \frac{(f_1 - f_2)l_2}{l_1 + l_2} \quad (\text{I.3})$$

Pour une lame à section uniforme de la largeur B et d'épaisseur e chargée avec une charge Q, cette formule conduit à :

$$f = \frac{4}{Be^3E} Q \frac{l_1^2 l_2^2}{l_1 + l_2} \quad (\text{I.4})$$

De même, une lame à deux bras parfaitement triangulaire aurait une déflexion :

$$f = \frac{6}{Be^3E} Q \frac{l_1^2 l_2^2}{l_1 + l_2} \quad (\text{I.5})$$

Soit 1,5 fois celle de la lame de section uniforme, et une lame à bras parfaitement parabolique aurait une déflexion :

$$f = \frac{8}{Be^3E} Q \frac{l_1^2 l_2^2}{l_1 + l_2} \quad (\text{I.6})$$

Soit 2 fois celle de la lame de section uniforme

La flexibilité de chaque bras est donnée par :

$$F_1 = \frac{f_1}{P_1} = f_1 \frac{L}{Ql_2} \quad (\text{I.7})$$

$$F_2 = \frac{f_2}{P_2} = f_2 \frac{L}{Ql_1} \quad (\text{I.8})$$

La flexibilité de la lame peut être calculée, connaissant la flexibilité de chaque bras, par :

$$F = \frac{F_2 l_1^2 + F_1 l_2^2}{(l_1 + l_2)^2} \quad (\text{I.9})$$

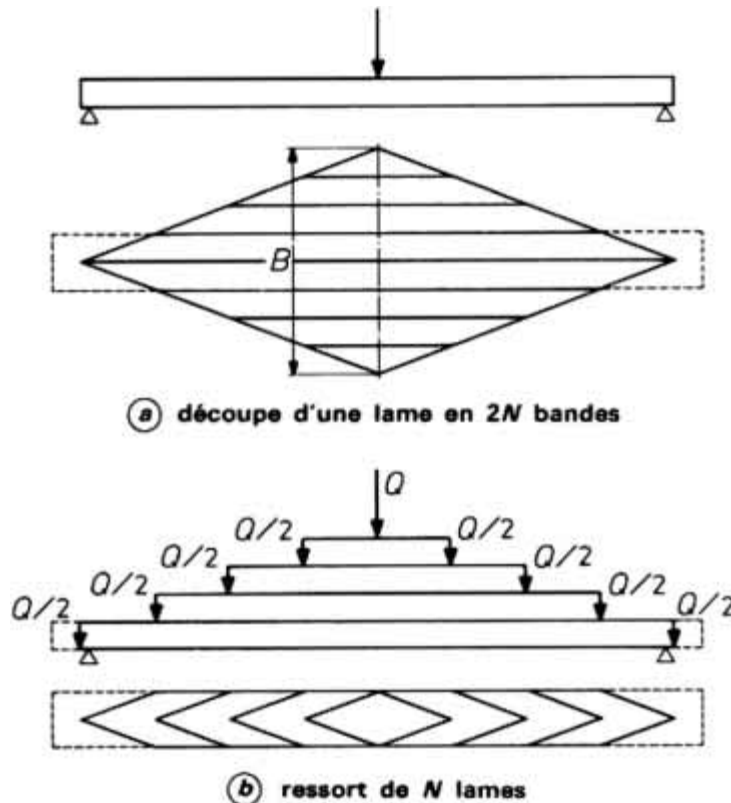
### I.3.2. Ressort à lames multiples

Le ressort à lames égales réalisé avec des lames paraboliques ou trapézoïdales procure un bon coefficient d'utilisation de la matière ; il est donc léger, mais nécessite des outillages coûteux pour son exécution, ce qui empêche son application aux petites séries. On a alors recours au ressort à lames multiples ou semi elliptique qui ne comporte que des lames d'épaisseur uniforme empliées en faisceau. Dans ce faisceau, toutes les lames ont, en principe, la même déformée circulaire.

#### I.3.2.1. Ressort triangulaire

En première approximation, le ressort à lame multiple peut être considéré comme équivalent à une lame losange composée de deux bras triangulaires.

L'application directe d'une telle lame n'est pas possible, notamment à cause de sa trop grande largeur maximale B. on envisage alors la découpe de cette lame en 2 N bande de largeur B/2N (**figure I.4a**) parallèles à la droite qui réunit des bras triangulaire. La réunion deux à deux des bandes symétriques et leur empilement suivant la (**figure I.4.b**) forme un ressort feuilleté de N lames de largeur b=B/N .



**Figure I.4 : Ressort triangulaire**

La charge  $Q$  est appliquée au milieu de la petite lame qui la transmet par ses pointes à la lame voisine, laquelle porte donc deux charges  $Q/2$  et ainsi de suite pour chacune des autres lames jusqu'à la plus grande lame qui est posée par ses pointes sur les appuis.

Ainsi chaque lame est posée sur deux appuis, porte deux charges égales et symétriques et a une section constante entre les points d'application des charges. Comme elle se termine par deux découpes triangulaires entre chaque point d'application de la charge et l'appui correspondant, elle a une déformée circulaire. Toutes les lames ont les même rayon de courbure, la déformée du ressort est circulaire ; c'est un solide d'égale résistance qui a un coefficient d'utilisation  $\lambda$  de  $1/3$ .

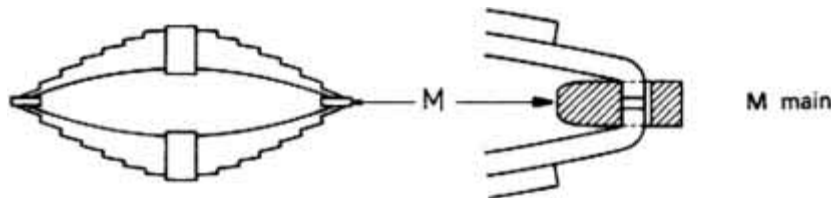
Bien sur ce modèle, appelé ressort triangulaire, n'est qu'un idéal vers lequel il faut tendre. En pratique, les contacts entre lames ne peuvent être assurés par les sommets des triangles, mais doivent au contraire être suffisamment étendus pour éviter les grippages et le freting.

Plusieurs solutions peuvent être appliquées parmi lesquelles celle de l'amincissement des lames en forme de parabole cubique. Les autres solutions raidissent plus au moins le ressort.

La plus grande lame appelée lame maitresse ou maitresse feuille doit supporter d'autres contraintes que celle de la flexion verticale et doit être renforcée, soit en épaisseur, soit en allongeant les lames voisines ; les ressorts s'apparentent alors plutôt à une lame à découpe trapézoïdale ; on l'appelle parfois **ressort trapèze**[1].

### I.3.2.2. Ressort pincette

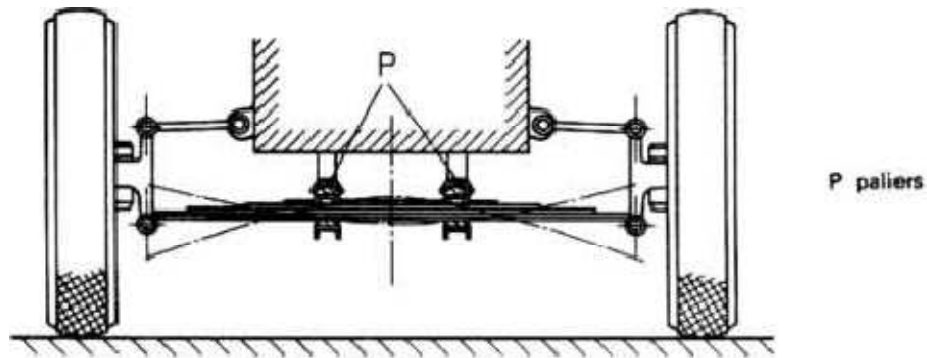
La suspension de certains bogies comporte des ressorts pincettes (**figure I.5**) utilisés pour leur amortissement propre. Le ressort pincette est formé par l'assemblage d'une ou plusieurs paires de ressorts à lames multiples montés en opposition. Les paires de ressorts disposées parallèlement sont réunies pas deux mains en acier moulé dans laquelle sont enclenchées toutes les extrémités des lames maitresses, qui sont généralement en forme de crochet.



*Figure I.5 : Ressort pincette*

### I.3.2.3. Ressort transversal

Certains véhicules sont suspendus par un ressort transversal (**figure I.6**) qui est articulé sur deux paliers solidaires du châssis et qui répartit également sur les deux roues le poids du véhicule. Grâce aux deux paliers, une déflexion à une extrémité du ressort provoque une déflexion sensiblement égale à l'autre extrémité, d'où une meilleure répartition des charges sur les roues et une section uniforme et est soumise à un moment constant. Les deux parties situées en dehors des paliers ont une section variable en forme de ressort triangulaire ou de profil parabolique.

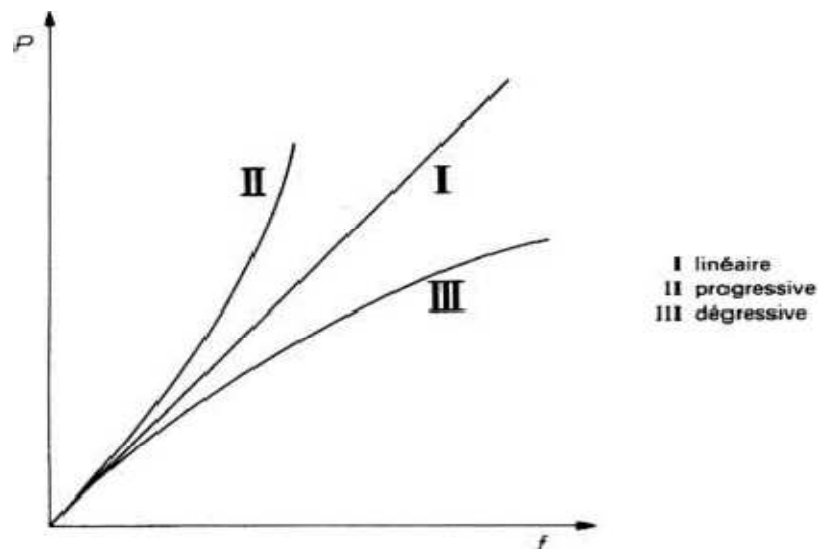


*Figure I.6 : Ressort transversal*

#### I.4. Ressorts à flexibilité variable

Les ressorts à flexibilité variable s'appliquent aux fortes variations de charge. D'abord appliqués aux autobus et à la suspension arrière des camions, ils s'étendent de plus en plus aux véhicules légers, à mesure que l'on en réduit la charge à vide. La caractéristique de charge ( $P$  en fonction de  $f$ ) de ces ressorts n'est plus une droite (**figure I.7**). Elle est dite progressive quand la raideur  $R = P / f$  est croissante et dégressive quand la raideur est décroissante.

La variation de flexibilité peut être obtenue de plusieurs façons que l'on peut combiner : compensateur, faisceaux auxiliaires ou sabot. On peut faire également varier la flexibilité à l'aide des jumelles[2].



*Figure I.7 : Caractéristique de charge*

### I.4.1. Compensateur

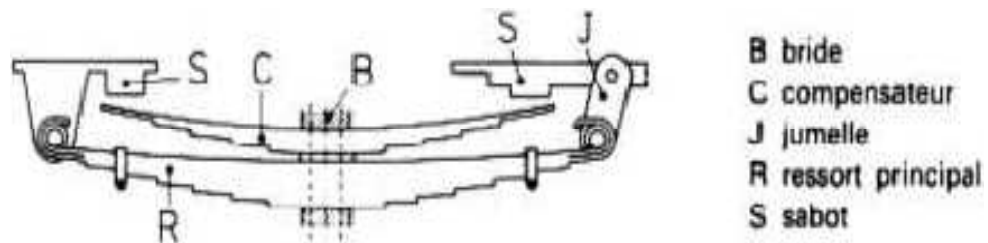
Deux causes principales perturbent le déplacement des véhicules portés par des ressorts ce sont :

- D'une part, les irrégularités de la voie qu'ils parcourent.
- D'autre part, les forces centrifuges dues aux virages.

Ces deux types de perturbations modifient la répartition des charges entre les deux roues d'un même essieu et provoquent des oscillations du véhicule autour de son axe longitudinale. Ces oscillations sont amoindries quand la suspension comporte des ressorts à flexibilité variable ou à double flexibilité et sur les poids lourds, par l'utilisation de ressorts compensateurs.

C'est un ressort à lames à deux glisseurs qui coopère avec un ressort principal auquel il est attaché par le même bridage (**figure I.8**). deux sabots sont situés en face des glisseurs mais à une certaine distance ; les glisseurs n'y appuient qu'à partir d'une certaine charge du véhicule. A cette charge, la suspension devient brusquement plus raide.

Le compensateur est ordinairement plus court et plus raide que le ressort principal. Il s'applique surtout à des poids lourds qui voyagent exclusivement à vide ou à pleine charge.



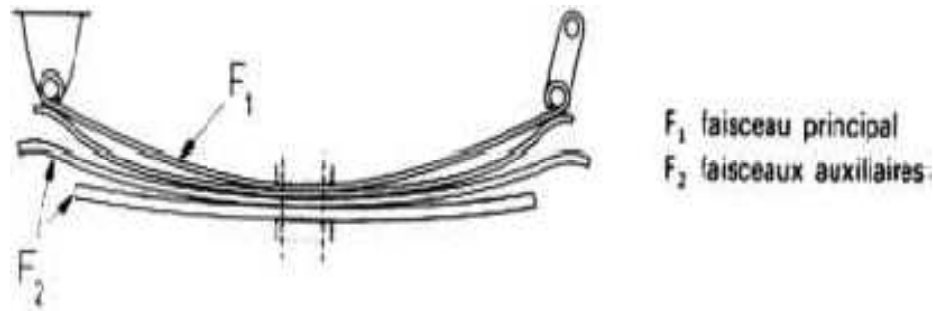
*Figure I.8 : Compensateur et ressort principal*

### I.4.2. Faisceaux auxiliaires

Les lames d'un ressort peuvent être séparées en plusieurs faisceaux (**figure I.9**) qui, non chargés, ne sont réunis que par le bridage. Quand le ressort est chargé et à mesure que la charge augmente, les faisceaux de lames s'appliquent les uns les autres et la raideur du ressort augmente.

Le premier faisceau qui comporte la lame maîtresse fléchit aux charges les plus faibles ; il s'appelle **faisceau primaire** ou **principal**. Tous les autres faisceaux sont des faisceaux auxiliaires et n'interviennent qu'à partir de charges d'autant plus élevées

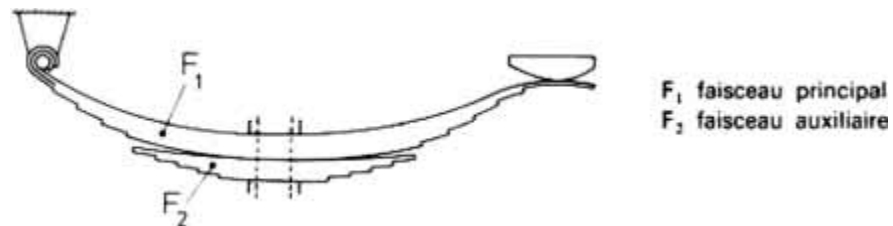
qu'ils sont plus éloignés du faisceau primaire. Le faisceau primaire fléchit beaucoup plus et doit être fait de lames relativement minces. Celles des autres faisceaux seront de plus en plus épaissies à mesure que la flexion



*Figure I.9 : ressort à plusieurs faisceaux*

#### I.4.3. Ressort progressif

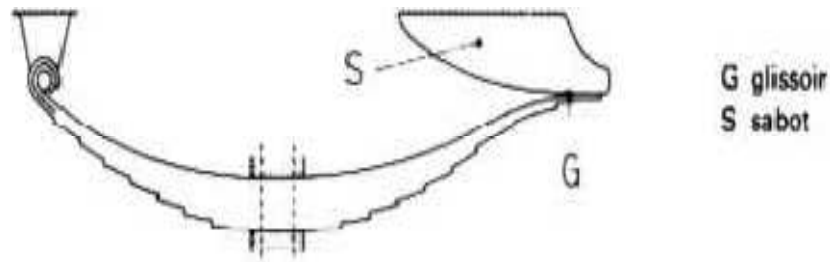
Quand il s'agit d'un ressort à lames multiples, le contact entre les faisceaux se fait progressivement et la raideur augmente progressivement. Le ressort est appelé ressort progressif (**figure I.10**). il suffit généralement de deux faisceaux pour avoir la caractéristique de charge désirée.



*Figure I.10 : Ressort progressif*

#### I.4.4. Ressort à sabot et glissoir

Le sabot associé au glissoir d'une lame maîtresse (**figure I.11**) peut être relativement long. Sa forme peut être déterminée de façon que la lame maîtresse, à faible charge, appuie à l'extrémité la plus éloignée et que le contact entre la lame maîtresse et le sabot se déplace à mesure que la charge augmente. La longueur utile du ressort diminue avec la charge ; la raideur du ressort est progressive. Une détermination judicieuse du sabot permet d'obtenir toutes les caractéristiques de charge souhaitées. Il n'est pas utile de faire intervenir un sabot flexible comme on l'a parfois proposé.



**Figure I.11 : Ressort à flexibilité variable à sabot et glissoir**

### I.5. Calcul théorique des ressorts à lames

Le calcul des ressorts à lames se fait généralement par l'étude d'un bras flexible encastré à une extrémité et chargé à l'autre. Ces calculs se différencient selon la géométrie du bras à étudier :

#### I.5.1. Bras à section rectangulaire uniforme

On sait, d'après la résistance des matériaux et avec des notions de la (figure I.12) que :

- Le moment de flexion est maximal à l'encastrement :

$$M = p.l$$

- La contrainte est donc maximale à l'encastrement :

$$\sigma_a = \frac{6.p.l}{b.e^2}$$

- Ce qui permet de calculer la charge maximale admissible :

$$p = \frac{\sigma_a.b.e^2}{6.l} \quad \text{(I.10)}$$

- L'équation de la déformée est :

$$y = \frac{p.l^3}{6.E.I} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

Et puisqu'on a  $I = \frac{be^3}{12}$  alors on :

$$y = \frac{2.p.l^3}{b.e^3.E} \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

- Au point d'application de la charge, avec  $x = 0$ , la déflexion est :

$$f = \frac{p.l^3}{6.E.I} = \frac{2.p.l^3}{b.e^3.E} = \frac{\sigma_a.l^2}{6.e.E} \quad (\text{I.11})$$

- D'où la flexibilité :

$$F = \frac{f}{p} = \frac{l^3}{6.E.I} = \frac{2.l^3}{b.e^3.E} = \frac{\sigma_a.l^2}{6.e.E.p} \quad (\text{I.12})$$

- Et la raideur:

$$R = \frac{1}{F} = \frac{p}{f} = \frac{6.E.I}{l^3} = \frac{b.E.e^3}{2l^3} = \frac{6.e.E.p}{\sigma_a.l^2}$$

- Le potentiel élastique, ou travail emmagasiné par le ressort pendant la flexion de 0 à  $f$  est :

$$W = \frac{p.f}{2} = \frac{f^2}{2.F} = \frac{R.f^2}{2} = \frac{\sigma_a^2.l.b.e}{72.E} \quad (\text{I.13})$$

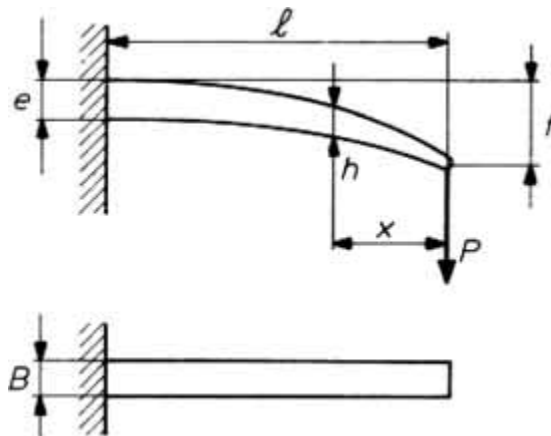


Figure I.12 : Bras flexible à section rectangulaire uniforme

### I.5.2. Bras à section rectangulaire variable

Pour obtenir une très grande flexibilité, on tend à se rapprocher du solide d'égale résistance, en vérifiant autant que possible dans toutes les sections la relation :

$$\frac{M_y}{I} = Cte$$

La charge maximale est encore donnée par la formule (I.10).

**a-Bras à profil parabolique :** c'est un solide d'égale résistance (**figure I.13a**). la largeur  $b$  est constante, mais l'épaisseur  $h$  est variable de 0 à  $e$ .

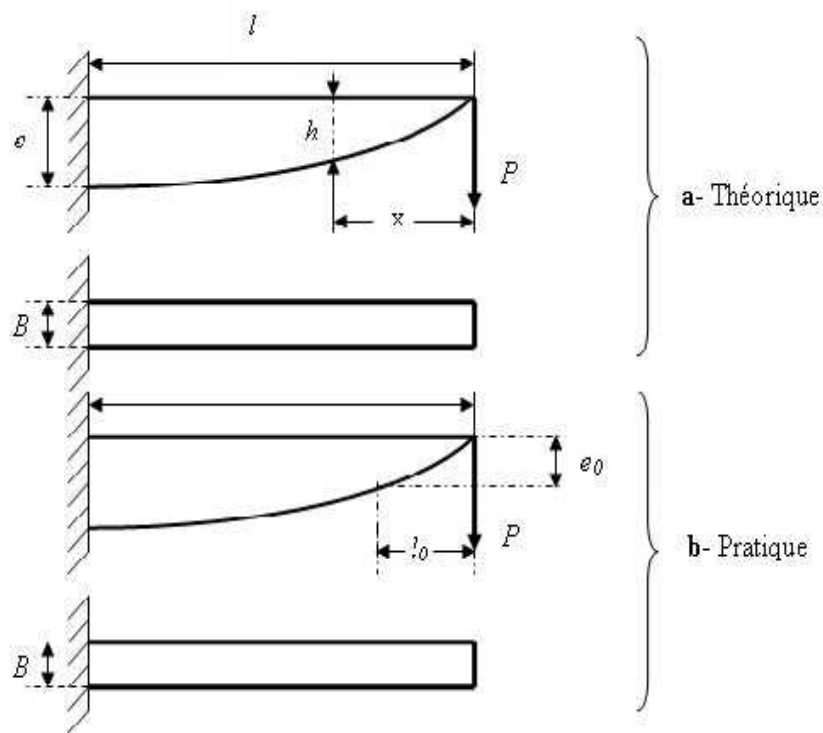
- Equation du profil :  $h^2 = \frac{6.p.x}{b.\sigma_a}$
- Epaisseur maximale :  $e = \sqrt{\frac{6.p.l}{b.\sigma_a}}$
- Déflexion :  $f = \frac{8.p.l^3}{b.e^3.E}$

Le bras à profil parabolique théorique n'est pas réalisable en pratique ; il faut au moins tenir compte de l'effort tranchant et admettre une épaisseur minimale  $e_0$  qui affectera une longueur  $l_0$  (**figure I.13b**) définie :

$$l_0 = l \left( \frac{e_0}{e} \right)^2$$

Avec une déflexion  $f$  de :

$$f = \frac{4.P.l^3}{b.e^3.E} \left[ 2 - \left( \frac{e_0}{e} \right)^3 \right] \quad (\text{I.15})$$



**Figure I.13 : Bras à profil parabolique**

### b. Bras à profil trapézoïdal

le bras à profil parabolique ne peut être réalisé qu'avec des outillages coûteux ; il s'applique aux grandes séries.

Les outillages de fabrication des bras à profil trapézoïdal peuvent être combinés pour couvrir une gamme plus large de ressorts fabriqués en moins grande série.

La largeur  $b$  est constante. Le profil de bras trapézoïdal simple (**figure I.14a**) a un

Une pente constante :  $p = \frac{e - e_0}{l}$  et l'équation du profil :

$$h = e_0 + p \cdot x = e_0 + \frac{e - e_0}{l} \cdot x$$

Si  $e > 2 \cdot e_0$ , la contrainte est maximale pour  $h = 2 \cdot e_0$  ou  $x = \frac{e_0}{p}$  et telle que :

$$\sigma_a = \frac{2}{3} \frac{p}{b \cdot p \cdot e_0} \quad (\text{I.16})$$

Si  $e < 2 \cdot e_0$ , la contrainte est maximale à l'encastrement ( $x = l$ ) et sa valeur

est :

$$\sigma_a = \frac{6 \cdot p l}{b e^2}$$

La déflexion est égale à :

$$f = \frac{6Pl}{BEp^3} \left[ 4 \frac{e_0}{e} - \left( \frac{e_0}{e} \right)^2 - 3 - \ln \left( \frac{e_0}{e} \right)^2 \right]$$

$$f = \frac{6Pl^3}{BE(e - e_0)^3} \left[ 4 \frac{e_0}{e} - \left( \frac{e_0}{e} \right)^2 - 3 - \ln \left( \frac{e_0}{e} \right)^2 \right] \quad (\text{I.17})$$

Pour se rapprocher du solide d'égale résistance, on peut adopter un profil formé d'une suite de trapèzes avec éventuellement un rectangle aux extrémités (**figure I.14b**).

La déflexion due à chaque élément trapézoïdal de pente  $p$  compris entre les épaisseurs  $h_1$  et  $h_2$  d'abscisse  $x_1$  et  $x_2$  est :

$$f = \frac{6pl^3}{Be^3E} \quad (\text{I.18})$$

$h_0$  étant l'épaisseur qu'aurait l'élément s'il était prolongé jusqu'au point d'application de la charge :

$$h_0 = \frac{h_1 x_2 - h_2 x_1}{x_1 - x_2}$$

Quand la charge est appliquée à l'extrémité d'un élément rectangulaire d'épaisseur  $e_0$  et de longueur  $l_0$ , la déflexion due à cet élément est :

$$\delta_0 = \frac{4Pl_0^3}{Be_0^3E} \quad \text{(I.19)}$$

La déflexion due à un élément rectangulaire d'épaisseur  $e$  compris entre les longueurs  $x_2$  et  $l$  prises à partir de la ligne d'action de la charge est

$$\delta_2 = \frac{4P}{Be^3E} (l^3 - x_2^3) \quad \text{(I.20)}$$

La déflexion d'un bras, dont le profil est formé d'éléments rectangulaires et trapézoïdaux, est la somme des déflexions dues à tous ces éléments :

$$f = \delta_0 + \dots + \delta_1 + \dots + \delta_2$$

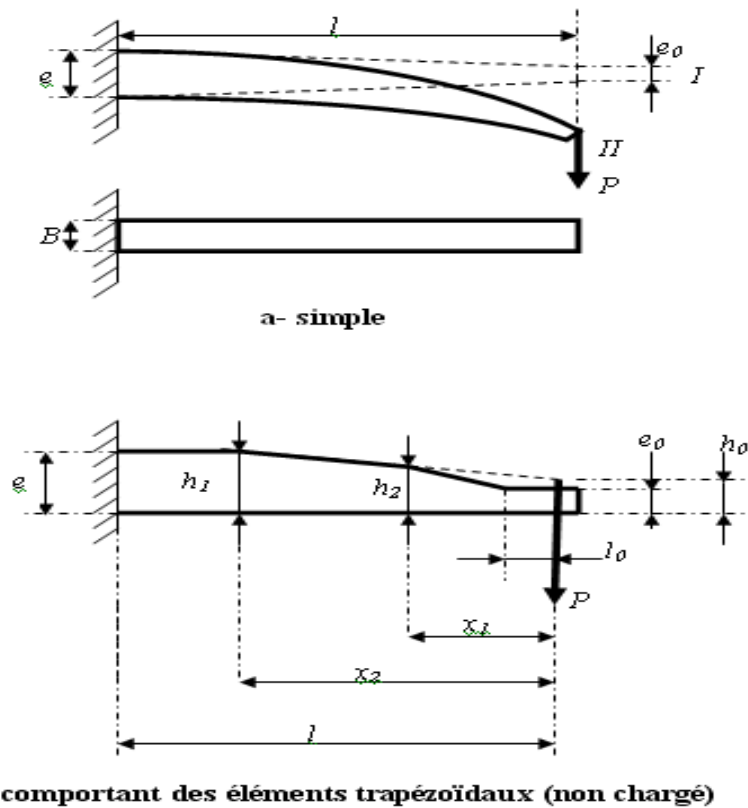


Figure I.14 : Bras à profil trapézoïdale

**c-Bras à découpe triangulaire**

c'est un solide d'égale résistance à flexion circulaire (**figure I.15a**). L'épaisseur  $e$  est constante, la largeur  $g$  est variable de  $B$  à 0.

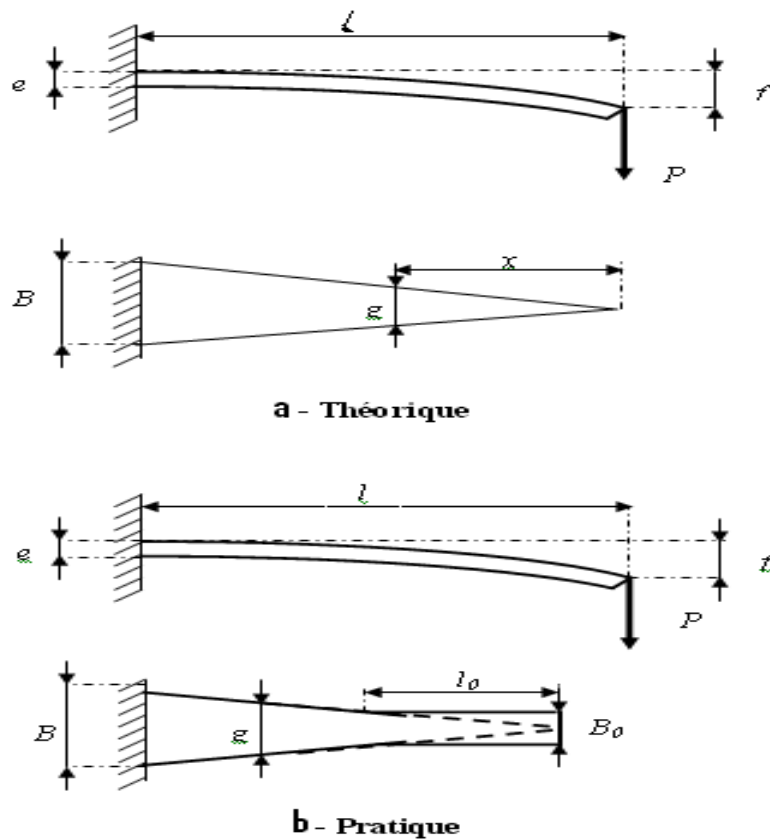
➤ Equation de la découpe : 
$$g = \frac{6Px}{e^2\sigma_a}$$

➤ Largeur maximale : 
$$B = \frac{6Pl}{e^2\sigma_a}$$

➤ Déflexion : 
$$f = \frac{6Pl^3}{Be^3E} \quad (\text{I.21})$$

Le bras triangulaire théorique n'est pas applicable, il faut admettre une largeur minimale  $B_0$  qui affectera une longueur  $l_0$  définie par :  $l_0 = \frac{lB_0}{B}$  (**figure I.15b**).

Déflexion : 
$$f = \frac{2Pl}{Be^3E} (3l^2 - l_0^2) = \frac{2Pl^3}{Be^3E} \left[ 3 - \left(\frac{B_0}{B}\right)^2 \right] \quad (\text{I.22})$$



**Figure I.15 : Bras à découpe triangulaire**

### d-Bras à découpe trapézoïdale

Ce n'est pas un solide d'égale résistance (figure I.16), le coefficient d'utilisation du métal est intermédiaire entre celui d'un bras de section constante et celui d'un solide d'égale résistance .

L'épaisseur est constante. La largeur  $g$  est variable de  $B$  à  $B_0$  .

Equation de la découpe :

$$g = B_0 + \frac{(B-B_0)x}{l}$$

Contrainte dans une section :

$$\sigma = \frac{6Pl}{Be^2} \frac{x}{x + \frac{B_0}{B}(l-x)} \quad (\text{I.23})$$

La contrainte est maximale à l'encastrement avec :  $\sigma_a = \frac{6Pl}{Be^2}$

Déflexion :

$$f = \frac{6Pl^3}{(B-B_0)^2 e^3 E} \left( B - 3B_0 + \frac{2B_0^2}{B-B_0} \ln \frac{B}{B_0} \right) \quad (\text{I.24})$$

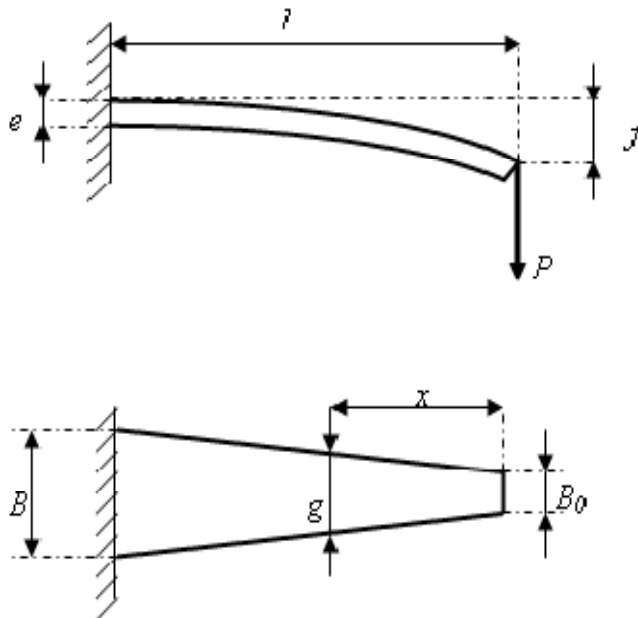


Figure I.16 : Bras à découpe trapézoïdale

Pour faciliter les calculs et les comparaisons, on applique aussi la formule équivalente :

$$f = \frac{4kPl^3}{Be^3E} \quad (\text{I.25})$$

Où  $k$  est un coefficient compris entre 1 et 1,5 ; il est fonction du rapport  $B/B_0$  et peut être calculé par la formule :

$$k = \frac{1,5}{\left(1 - \frac{B_0}{B}\right)^3} \left[ 1 - 3 \left(\frac{B_0}{B}\right)^2 - 4 \frac{B_0}{B} - 2 \left(\frac{B_0}{B}\right)^2 \ln \frac{B_0}{B} \right] \quad (\text{I.26})$$

Les bras flexibles sont utilisés dans une grande variété de mécanisme. Ils peuvent être combinés avec un support avec lequel ils s'appuient progressivement ou réunis pour former des ressorts donnant des caractéristiques particulières. Tous les ressorts à lames dérivent des bras flexibles [1].

### I.5.3.Flexibilité

La flexibilité d'un bras d'un ressort à lames des flexibilités de tous les éléments qui le composent et qui comprennent des segments à section uniforme, à profil parabolique et à profil trapézoïdal.

Calcul d'un segment situé entre la section  $S_1$  à une distance  $X_1$  de la charge  $P$  et la section  $S_2$  à une distance  $X_2$ .

- Flexibilité d'un segment de **section uniforme** (figure I.17a) :

$$F(S_1, S_2) = \frac{4}{b \Sigma e^3 E} (X_2^3 - X_1^3) \quad (\text{I.27})$$

- Flexibilité d'un segment à **profil parabolique** (figure I.17b) d'épaisseurs  $h_1$  et  $h_2$  dans les sections  $S_1$  et  $S_2$  et d'épaisseur  $h$  dans une section quelconque à une distance  $X$  (comprise entre  $X_1$  et  $X_2$ ) de la charge  $P$  :

$$F(S_1, S_2) = \frac{8}{bE} \left(\frac{\sqrt{X}}{h}\right)^3 \left(\sqrt{X_2^3} - \sqrt{X_1^3}\right) \quad (\text{I.28})$$

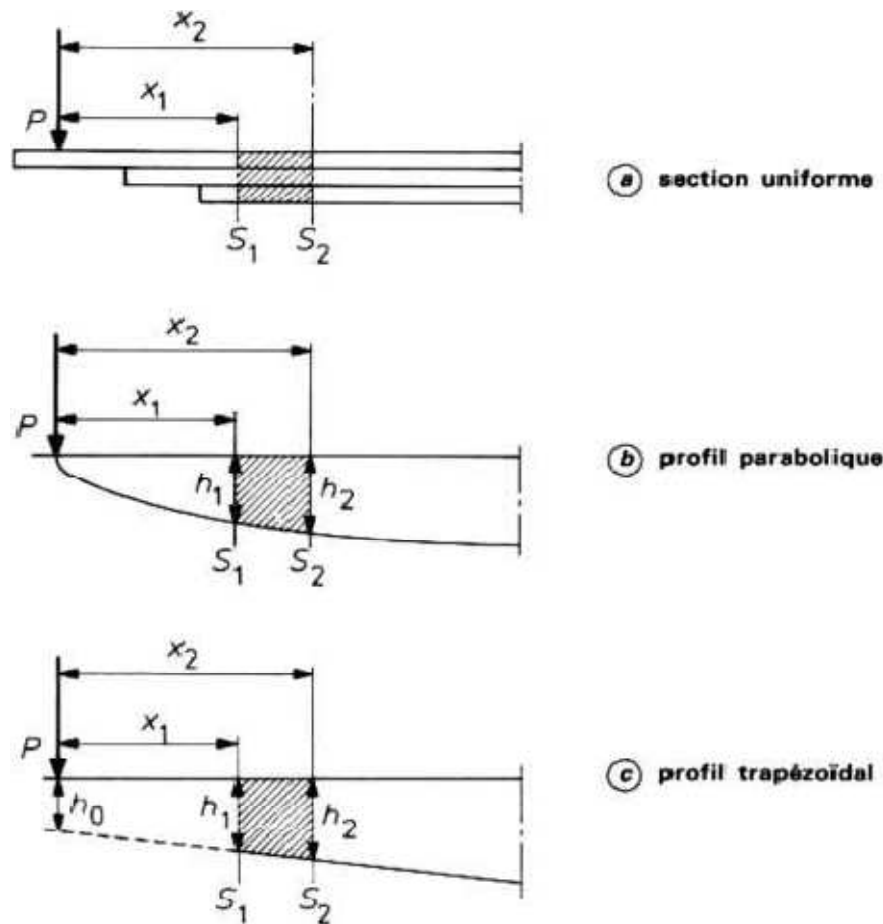


Figure I.17 : Eléments de ressort à lames

- Flexibilité d'un segment à profil trapézoïdal (figure I.17b) d'épaisseur  $h_1$  dans la section  $S_1$  distance de la charge  $P$  et d'épaisseur  $h_2$  dans la section  $S_2$  distance de  $X_2$  de la charge  $P$ . On considérera aussi l'épaisseur fictive  $h_0$ :

$$h_0 = \frac{h_1 X_2 - h_2 X_1}{X_2 - X_1} \quad (I.29)$$

Que l'on aurait dans la section où s'applique la charge  $P$  si l'on prolongeait jusque là le profil trapézoïdal du segment.

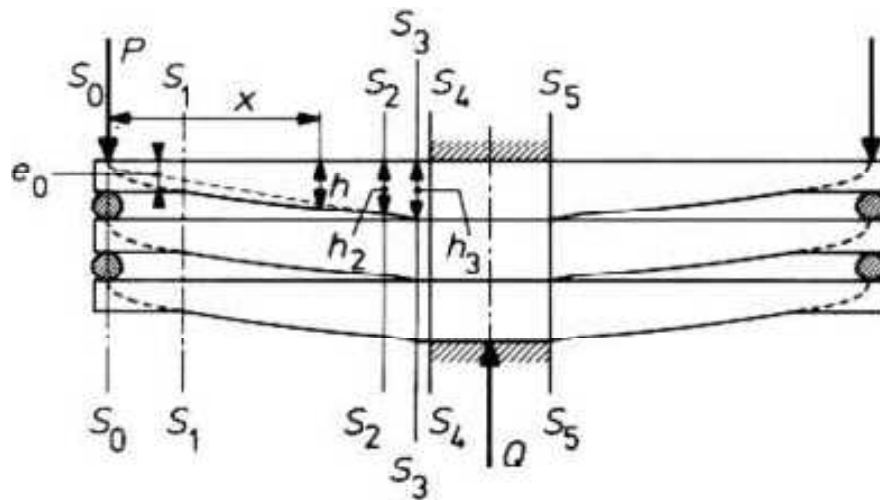
Flexibilité du segment :

$$F(S_1, S_2) = \frac{6(X_2 - X_1)^3}{bE(h_2 - h_1)^3} \left[ \left( \frac{h_0}{h_2} - \frac{h_0}{h_1} \right) \left( 4 - \frac{h_0}{h_2} - \frac{h_0}{h_1} \right) + 2 \ln \frac{h_2}{h_1} \right] \quad (I.30)$$

Ou, en éliminant  $h_0$  :

$$F(S_1, S_2) = \frac{6}{bE} \left( \frac{X_2 - X_1}{h_2 - h_1} \right)^3 \left[ \left( \frac{h_1 X_2 - h_2 X_1}{X_2 - X_1} \right)^2 \left( \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) \left( 4 \frac{X_2 - X_1}{h_1 X_2 - h_2 X_1} - \frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1} \right) + 2 \ln \frac{h_2}{h_1} \right] \quad (\text{I.31})$$

Pour le calcul de la flexibilité du ressort à lames égales à profil parabolique (figure I.18), on calculera d'abord la flexibilité du segment compris entre les sections  $S_0$  et  $S_1$  qui a une section uniforme comportant 3 lames de largeur  $B$  et d'épaisseur  $e_0$ , puis celle du segment à profil parabolique de largeur  $B$  et d'épaisseur  $h$  fonction de  $X$  compris entre les sections  $S_1$  et  $S_2$ , ensuite, celle du segment à profil trapézoïdal compris entre les sections  $S_2$  et  $S_3$  avec les épaisseurs respectives  $h_2$  et  $h_3$ , la largeur  $B$  et enfin, celle du segment à section uniforme compris entre les sections  $S_3$  et  $S_4$  correspondant à la partie active de la zone de bridage avec 3 lames de largeur  $B$  et d'épaisseur  $h_3$ . La zone centrale entre les sections  $S_4$  et  $S_5$  est considérée comme morte à l'intérieur du bridage et n'entre pas dans le calcul de la flexibilité. L'expérience permet d'estimer sa longueur. On prend souvent la distance entre les boulons ou les tiges de bridage. Si le ressort est symétrique, la charge totale  $Q = 2P$  et la flexibilité de l'ensemble est égale à la moitié de la flexibilité d'un bras.



*Figure I.18 : Ressort à lames égales*

Si le ressort est dissymétrique, connaissant les flexibilités  $F_1$  et  $F_2$  et les longueurs  $l_1$  et  $l_2$  des deux bras, on applique la formule (I.9) :

$$F = \frac{F_2 l_1^2 + F_1 l_2^2}{(l_1 + l_2)^2}$$

Pour le calcul de la flexibilité d'un ressort à lames multiples (figure I.18), on procède de même en divisant le ressort en autant de segments à section uniforme ( $S_0 S_1$ ), ( $S_1 S_2$ ), ( $S_2 S_3$ ), ( $S_3 S_4$ ), ( $S_4 S_5$ ) qu'il est nécessaire. Les sections  $S_1$ ,  $S_2$  et  $S_3$  ne se

situent pas exactement à l'extrémité des lames, mais au centre de pression d'une lame ; on estime que ce centre de pression est à 10 mm de l'extrémité d'une lame à bout et à 50 mm de l'extrémité d'une lame amincie. Les bouts des lames interviennent dans la somme des cubes des épaisseurs avec un coefficient  $\eta$  qui se situe entre  $\eta = 0,5$  pour le bout aminci en parabole cubique et  $\eta = 1$  pour le bout droit. Pour un bout trapézoïdal d'épaisseur  $e_0$  au point de pression, le coefficient peut être obtenu par l'expression :

$$\eta = \frac{2}{3} \frac{\left(1 - \frac{e_0}{e}\right)^3}{3 + \left(\frac{e_0}{e}\right)^2 - 4\frac{e_0}{e} + 2 \ln \frac{e_0}{e}} \quad (\text{I.32})$$

- La flexibilité d'un ressort à lames multiples symétrique de N lames peut être calculée directement par la formule suivante basée sur les mêmes principes en cumulant les flexibilités des 2N segments pris 2 par 2 :

$$F = \sum_{\mu=1}^N \frac{1}{4bE} \frac{(L - L_{\mu+1})^3 - (L - L_{\mu})^3}{\sum_1^{\mu-1} e^3 + \eta e_{\mu}^3} \quad (\text{I.33})$$

Avec : L longueur entre appuis de la lame maîtresse,

$L_{\mu}$  longueur effective de la lame de rang  $\mu$  en découpant de la longueur réelle 20 à 100 mm selon le type de bout de lame,

N nombre de lames,

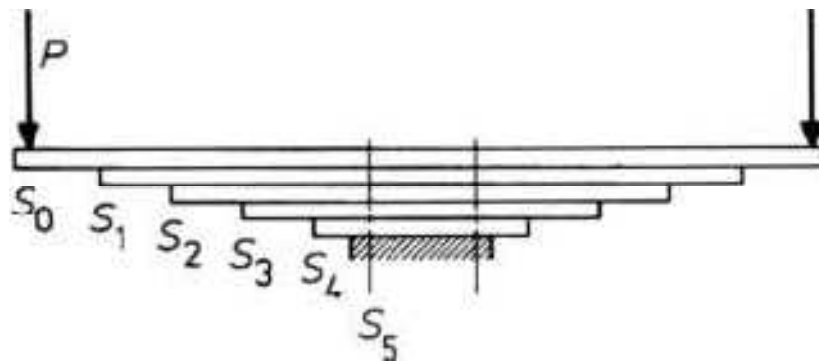
$e_{\mu}$  épaisseur de la lame de rang  $\mu$ , dernière lame du segment (son cube y est donc affecté du coefficient  $\eta$ ).

$\mu$  nombre de lame dans un segment.

Les lames sont numérotées 1, 2, 3, ...,  $\mu-1$ ,  $\mu$ ,  $\mu+1$ , ..., N à partir de la lame maîtresse incluse et jusqu'à la plus petite.

Pour la dernière lame de longueur  $L_N$ , la valeur de  $L_{\mu+1}$  est égale à la longueur effective du bridage.

- Un ressort dissymétrique dont le rapport des longueurs des bras est compris entre 1 et 1,2 peut sans grande erreur être calculé en appliquant la même formule. Quand la dissymétrie est plus grande il faut calculer chaque bras séparément et appliquer la formule (I.9).



*Figure I.19 : Ressort à lames multiples*

#### I.5.4. Coefficient de flexibilité

Pour le choix de la composition du ressort, c'est-à-dire le nombre de lames et les épaisseur des lames, on simplifie les calculs en faisant intervenir un coefficient de flexibilité  $\phi$ , fruit de l'expérience. On remarque que la flexibilité d'une lame amincie ne peut être ni inférieure à celle d'une lame de section uniforme, ni supérieure à celle du solide d'égale résistance. La flexibilité d'une lame plus ou moins amincie peut dès lors être obtenue en multipliant la flexibilité de la lame d'épaisseur uniforme par un coefficient  $\phi$  compris entre 1 et 2. De même, la flexibilité d'un ressort à lames multiples est comprise entre celle des lames triangulaires et rectangulaires équivalentes et est obtenue en multipliant cette dernière par un coefficient  $\phi$  compris entre 1 et 1,5.

Quelques points de repère pour l'évaluation du coefficient sont donnés dans ce tableau [3].

<b>Tableau I.1-évaluation du coefficient de flexibilité <math>\phi</math></b>	
<b>Types de ressorts</b>	<b><math>\phi</math></b>
<b>Ressorts à lames égales :</b>	
A bras parabolique avec $\frac{e_0}{e} = 0,5$ .....	1,75 à 1,85
A bras parabolique avec $\frac{e_0}{e} = 0,6$ .....	1,65 à 1,75
<b>Ressorts à lames multiples :</b>	
<b>-pour véhicules légers ( voiture particulière ou commerciale ) :</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avec bouts de lames amincis et étagement régulier .....</li> </ul>	1,35 à 1,40
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avec bouts de lames amincis et petites lames allongées.....</li> </ul>	1,30 à 1,35
<b>-pour poids lourds</b>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avec bouts droits et étagement régulier.....</li> </ul>	1,30
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avec bouts droits et une lame de renforcement.....</li> </ul>	1,25
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Avec bouts droits et deux lames de renforcement.....</li> </ul>	1,25
<b>-faisceau principal d'un ressort progressif.....</b>	1,00 à 1,15

*Tableau I.1 : Evaluation du coefficient de flexibilité  $\phi$*

### I.5.5. Calcul de ressort à flexibilité variable

#### I.5.5.1. Bras du calcul

Un véhicule considéré comme une masse  $m$  suspendue par des ressorts est sujet à des oscillations dont la fréquence  $\nu$  a pour expression :

$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{F}{m}}$$

Les fréquences d'oscillation ordinairement admises par les occupants des véhicules se situent entre 1 et 2 Hz. La flexibilité des ressorts doit être choisie en conséquence .

Quand les véhicules ont une faible charge à vide, et quand les charges portées peuvent varier dans de fortes proportions, on ne peut respecter la marge des fréquences admises qu'avec des suspensions dont la flexibilité  $F$  varie à l'inverse de la masse  $m$ .

Un ressort à lame ordinaire a une flexibilité sensiblement constante. Pour avoir une suspension à flexibilité variable, plusieurs solutions sont possibles.

On peut ajouter des compensateurs qui n'interviennent qu'en surcharge. A partir de cette charge, la raideur  $R=1/F$  du compensateur, qui se calcule comme celle d'un ressort ordinaire s'ajoute à celle du ressort principal et toute charge complémentaire se répartit entre le ressort principal et le compensateur proportionnellement à leur raideur.

On peut séparer les lames en plusieurs faisceaux celui qui comporte les appuis est le faisceau principal ou **primaire**. Il fonctionne durant toute la déflexion du ressort. Les autres faisceaux sont des faisceaux auxiliaires ; ils n'entrent en service qu'à partir d'une certaine charge. Le premier faisceau auxiliaire est appelé **secondaire**.

S'il s'agit d'un ressort à lames égales, les faisceaux auxiliaires interviennent brusquement et se calculent séparément comme les compensateurs.

S'il s'agit d'un ressort à lames multiples, on l'appelle ressort progressif. A partir d'une certaine charge, le primaire s'applique progressivement jusqu'au contact complet.

La flexibilité d'un ressort déterminé peut être modifiée par ses conditions d'installation, par exemple par le déplacement du point d'appui d'un glissoir sur un sabot ou par variation de l'inclinaison d'une jumelle en fonction de la charge.

### **I.5.5.2. Calcul du ressort progressif**

La caractéristique de charge (**figure I.20**)  $Q$  en fonction de  $f$  se compose de deux droites OA et BD réunies une courbe AB.

La droite OA correspond au fonctionnement du faisceau principal seul et donne par sa pente la flexibilité  $F_p$  primaire ou initiale du ressort.

La droite BD correspond au fonctionnement du ressort complet, tous faisceaux réunis ; sa pente indique la flexibilité  $F$  de l'ensemble ou flexibilité finale.

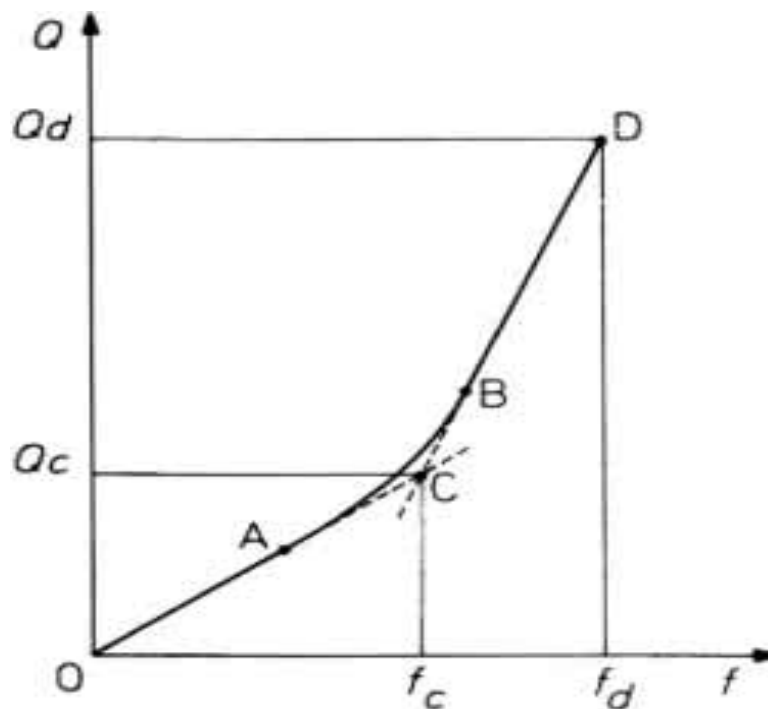
La courbe AB est due au contact progressif des faisceaux entre eux.

Pour le calcul, on considère le point C où se coupent les droites OA et BD et on lui attribue la charge fictive  $Q_c$  dite *charge de contact*.

#### ▪ Composition

Le ressort progressif ne comportant qu'un faisceau primaire et qu'un faisceau secondaire est le cas le plus fréquent. Au besoin, on étend la courbe AB en allongeant la dernière lame du primaire et la première lame du secondaire.

Pour les notations, les paramètres propres au primaire seront affectés de l'indice p, ceux du secondaire de l'indice s. la somme des cubes des épaisseurs du primaire sera  $\sum p$ , celle du secondaire sera  $\sum s$ .  $\phi$  sera le coefficient de flexibilité du ressort complet.



*Figure I.20 : Caractéristique de charge d'un ressort progressif*

Les données sont la longueur entre appuis  $L$ , la largeur  $b$ , la caractéristique de charge qui donne les flexibilités  $F_p$  et  $F_s$ , la charge nominale  $Q$ , la charge de contact  $Q_c$  et la charge dynamique maximale  $Q_d$  qui correspond à la déflexion extrême du ressort souvent limitée par une butée.

A chacune de ces charges peut être affectée une contrainte maximale.

On commencera le calcul par le faisceau auxiliaire en appliquant successivement les formules :

$$\sum p + \sum s = \frac{\phi L^3}{4bFE} \quad (\text{I.34})$$

$$e_s \leq \frac{2}{3} \frac{\sigma_a b (\sum p + \sum s)}{(Q - Q_c)L} \quad (\text{I.35})$$

$$\sum p = \frac{Q_p L^3}{4bF_p E} \quad (\text{I.36})$$

On applique la formule (I.35) avec Q et sa contrainte  $\sigma_a$  puis avec Qd et sa conyrainte dynamique maximale admissible  $\sigma_d$ , un peut inférieure à la limite élastique et on prend comme épaisseur maximale de lame du secondaire la cas le plus défavorable.

La différence entre les relations (I.36) et (I.34) donne  $\sum s$  et permet de composer le secondaire.

Pour composer le primaire, il faut respecter sous charge nominale et dynamique la relation :

$$e_p \leq \frac{2b\sigma_a}{3L \left( \frac{Q}{\sum p} + \frac{Q - Q_c}{\sum p + \sum s} \right)} \quad (\text{I.37})$$

Pour un ressort progressif comprenant plus de deux faisceaux, il faut commencer par le dernier considéré comme seul faisceau auxiliaire, et l'ensemble des autres considéré comme le faisceau principal. Quand le dernier faisceau est composé, on passe au précédent que l'on traite de la même manière [1].

## I.6. Technologie des ressorts à lames

### I.6.1. Installation des ressorts à lames sur véhicule routiers

Le ressort à lame est très avantageux pour la suspension des gros véhicules parce qu'il peut positionner l'essieu et supporter les poussées horizontales et les couples dus aux accélérations et aux freinages. Son application est généralement économique en prix et le plus souvent en poids, compte tenu de l'allègement du châssis qu'il permet et de sa désistance aux efforts horizontaux et aux couples.

Le ressort à lame est ordinairement disposé en long, c'est-à-dire parallèlement à l'axe du véhicule. Il est plus souvent articulé sur le véhicule, aux extrémités de sa lame maitresse et bridé sur un essieu en son milieu. Le ressort est généralement posé par sa petite lame au-dessus de l'essieu ; il peut aussi être bridé au-dessous. La portée sur l'essieu est le siège du ressort.

L'articulation sur le châssis comporte souvent un point fixe à une extrémité étant un glissoir ou étant articulé sur une jumelle. Mais l'essieu peut être relié au châssis par des bielles et le ressort appliqué à deux jumelles ou à deux glissoirs.

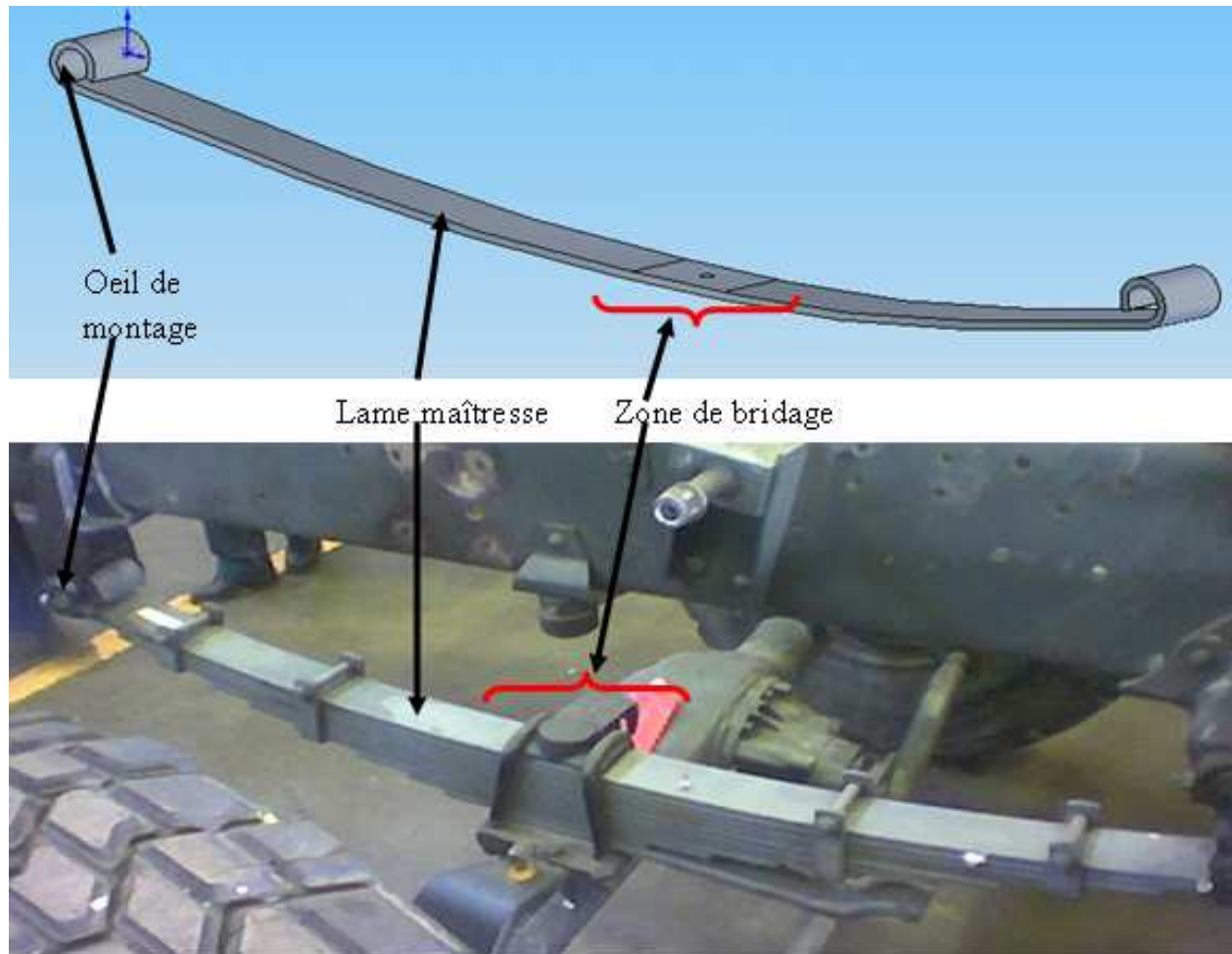
Les poids lourds sont généralement portés à l'arrière par un bogie qui répartit plus ou moins uniformément la charge entre les essieux.

Un levier disposé entre les essieux peut répartir la charge entre les ressorts. Sur certains poids lourds, les ressorts à lames sont articulés sur châssis par leur bride et appuient chacune de leurs extrémités à un essieu différent. Sur certains véhicules légers, le ressort est parfois disposé en travers.

### **I.6.2. Lame maitresse**

La lame maitresse, ou maitresse feuille (**figure I.21**) assure par ses extrémités la liaison avec le véhicule, elle transmet donc tous les efforts et tous les couples dus aux charges, aux accélérations et freinages, aux irrégularités de route...etc

La liaison avec le véhicule se fait généralement par enroulement de l'extrémité des lames maitresses appelé œil ou rouleau et, parfois, par simple appui de la lame sur un sabot plat ou incurvé. La portée de la lame sur le sabot est appelée glissoir. Le glissoir est parfois enformé dans un boîtier comportant du caoutchouc ou autre matière souple.



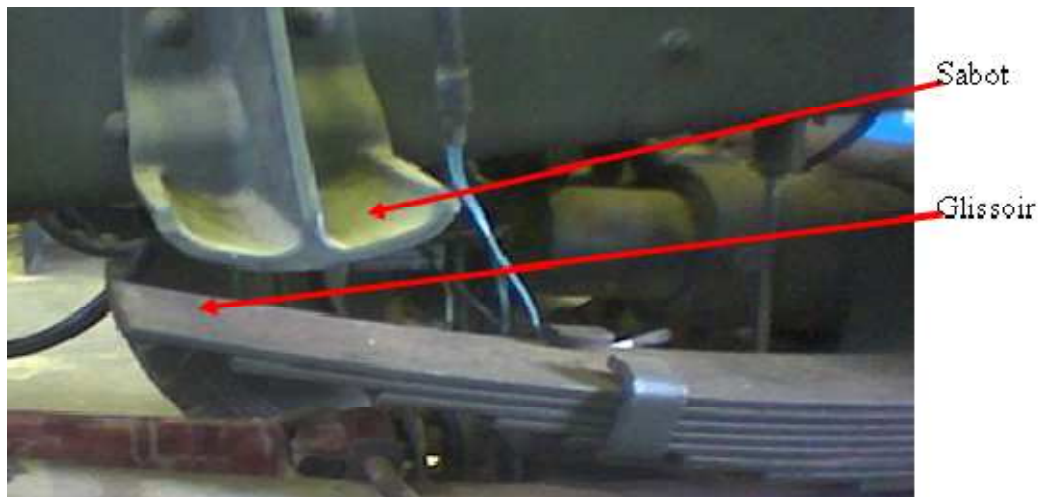
*Figure I.21 : Lame maîtresse*

### **I.6.3. Glissoir et sabot : (figure I.22)**

Le glissoir peut être droit ou incurvé et s'applique à un sabot incurvé ou plat solidaire du châssis du véhicule ; le sabot est parfois en caoutchouc pour éviter le bruit. Le glissoir peut se terminer par un talon, en particulier pour les déplacements d'un ressort à deux glissoirs.

Le glissoir et son talon peuvent coopérer avec un coussin en caoutchouc.

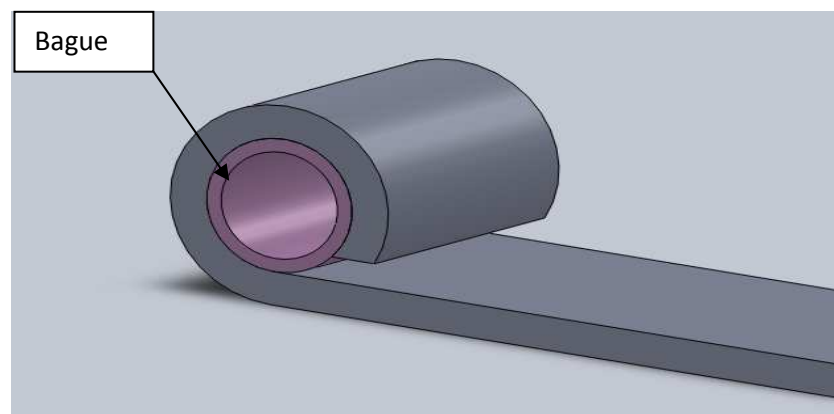
Le sabot est un moyen simple pour réaliser une flexibilité variable.



*Figure I.22 : Sabot et Glissoir*

#### I.6.4. bagues

Les bagues lisses (**Figure I.23**) en bronze ou en laiton d'environ 3mm d'épaisseur sont généralement emmanchées dans les oiels des ressorts de poids lourds. Elle doivent être régulièrement lubrifiées. La pression maximale admissible sous charge nominale est de 7 MPa



*Figure I.23 : Bague*

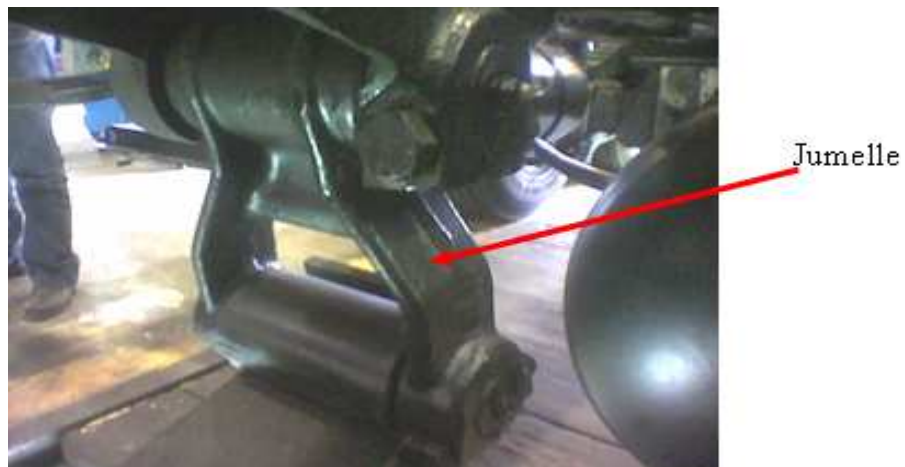
Pour les ressorts de véhicules légers, on emploie aussi dans les mêmes conditions des bagues autolubrifiantes, des bagues en résine polyamide ou phénolique armée et des bagues en caoutchouc.

Le silenbloc formé d'une bague en caoutchouc comprimée entre deux bagues métalliques positionne latéralement le ressort sans intervention des bords de l'œil. Il assure une isolation du bruit en supprimant les contacts et frottements métalliques.

Des bagues taraudées en bronze sont aussi employées avec des axes filetés pour porter aussi bien les efforts latéraux que verticaux sans usinage des faces latérales des œils.

### I.6.5. jumelles : (Figure I.24)

La longueur du ressort étant variable avec la charge et la distance entre les supports étant fixe sur le châssis, la liaison est faite par des organes susceptibles d'encaisser ces variations de longueur. Les lames maitresses comportant deux œils sont montées sur au moins une jumelle, l'autre œil pouvant être articulé sur un point fixe. Chaque jumelle est articulée sur le ressort et sur le châssis.



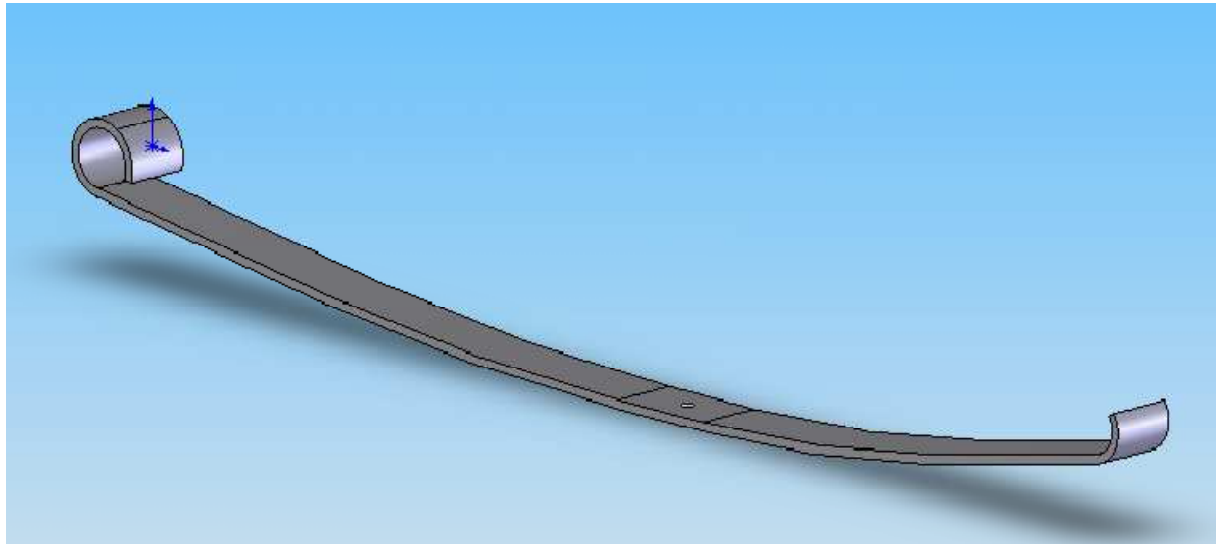
*Figure I.24 : Jumelle couplée à l'œil de la lame maitresse*

### I.6.6. Lames de renforcement

Les lames de renforcement sont au moins aussi longues que la lame maitresse (**figure I.25**) ; elles coopèrent avec elle pour résister aux efforts dus aux freinages et aux accélérations et elles s'y appliquent au voisinage de l'œil pour les soutenir et éviter ses déformations.

On appelle seconde lame enveloppante la première lame de renforcement quand elle comporte un enroulement de sécurité qui entoure l'œil de la lame maitresse, l'assiste en cas de rebond du véhicule et évite l'accident en cas de rupture de l'œil.

Cette solution est fréquemment appliquée, notamment pour les véhicules tout terrain.



*Figure I.25 : Aspect de la lame de renforcement*

### **I.6.7. Etoquiaux Boulon central**

On appelle étoquiaux (**Figure I.25**), les moyens de liaisons entre les lames. Au milieu de la zone de bridage, toutes les lames sont percées d'un trou et réunies par un boulon central. Quand cet assemblage est réalisé, toutes les lames sont appliquées les unes sur les autres sur toute leur longueur. Le cintre du ressort ainsi constitué est différent du cintre de chaque lame.

La tête du boulon central, généralement cylindrique, sert au positionnement du ressort par rapport à l'essieu du véhicule. Elle s'applique à la plus petite lame quand le ressort doit être disposé au dessus de l'essieu, à la lame maitresse quand il doit être disposé au dessous de l'essieu.

Les lames d'épaisseur inférieure à 14 mm sont généralement poinçonnées à froid, à condition que le trou ait diamètre supérieur à l'épaisseur de la lame. Dans les autres cas, le trou est réalisé par poinçonnage à chaud ou par perçage au foret.

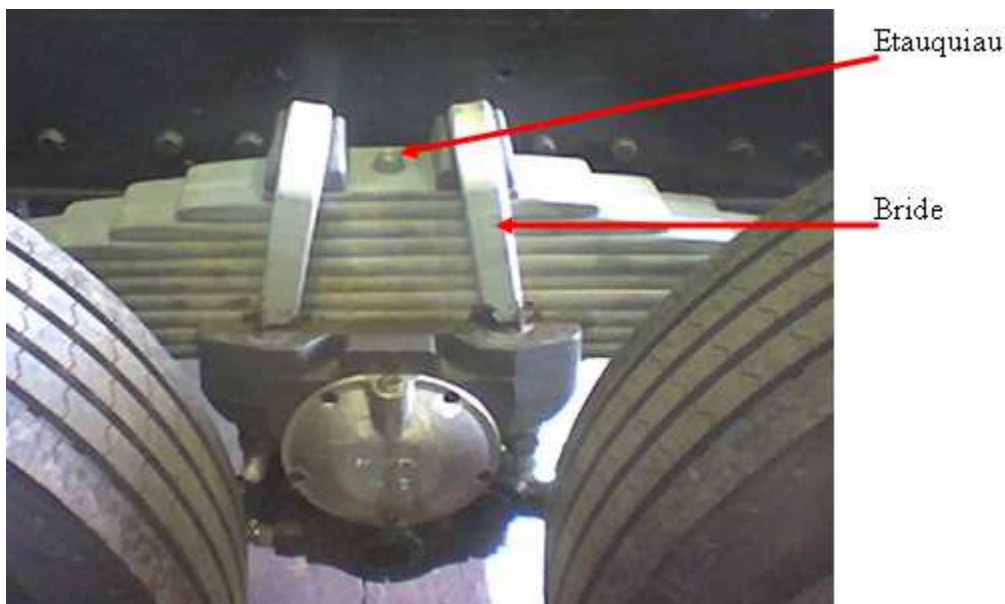
Quand la longueur de bridage est inférieure à la largeur du ressort et/ou quand les lames sont trop étroites, le trou et le boulon central ont une forme oblongue.

En tous cas bien que la zone bridée soit considérée comme inactive, elle est soumise à des contraintes d'autant plus élevées qu'elle est plus courte. Il faut donc dimensionner au plus juste les trous dans les lames et utiliser de préférence des boulons centraux en acier de bonne qualité. On se sert couramment d'acier 20 CD4 ou 35 CD4 traité. On évite ou on réduit parfois la dimension des trous dans les lames en faisant un bouton comme pour les ressorts ferroviaires.

### I.6.8. Bride

La bride (**Figure I.26**) est un élément qui assure la liaison permanente du ressort avec son siège. Elle se compose généralement de plaques ou de pièces moulées réunies par des boulons droits ou en U qui doivent serrer fortement le ressort sur son siège, pour diminuer les contraintes autour du boulon central. Un desserrage de ces boulons de bridage est donc dangereux ; la courbure de la zone centrale du ressort l'évite en maintenant constamment ces boulons sous tension. Des plaques en caoutchouc ou résine acétal peuvent jouer le même rôle et empêcher, en même temps, le fretting et la transmission des bruits.

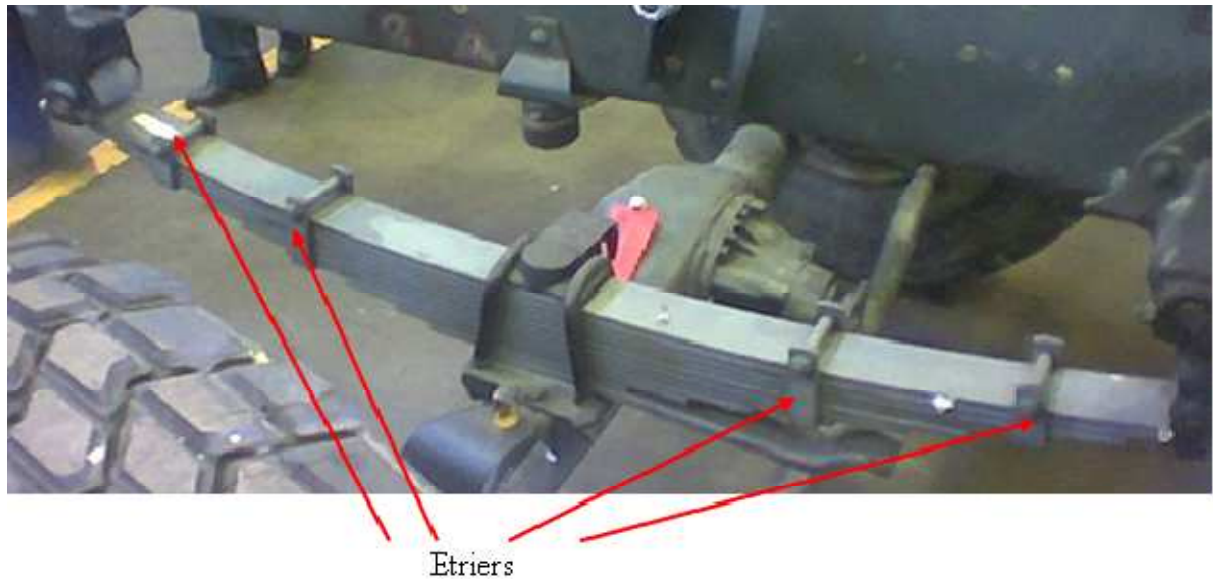
Les surfaces de la bride en contact avec le ressort doivent, pour éviter tout risque de grippage et de fretting du ressort en fonctionnement, avoir des bords suffisamment arrondis et éventuellement gainés de plaques d'acier à bords recourbés.



*Figure I.26 : Etauquiau et Bride*

### I.6.9. Etriers

Les étriers emprisonnent plusieurs lames de ressort et évitent leur déplacement en éventail quand le ressort est soumis à des efforts latéraux et quand la zone bridée du ressort est soumise à un couple de déroulement du aux accélérations ou freinages (**Figure I.26**)



*Figure I.26 : Position des étriers*

#### **I.6.10. Lame de rebond**

La lame de rebond est placée contre la face tendue (généralement concave) de la lame maîtresse, à l'opposé des autres lames. Elle est principalement utilisée sur les ressorts des véhicules tout terrain pour renforcer la lame maîtresse qui doit porter l'essieu quand le véhicule rebondit et qui est soumise à la torsion quand il y a une grande dénivellation entre les deux roues d'un même essieu.

La lame de rebond est réunie au ressort par des étriers proches de ses extrémités qui les maintiennent au contact de la lame maîtresse. La courbure de la lame de rebond est calculée en fonction des forces que l'on veut appliquer. Son cintre participe avec celui des autres lames au cintre du ressort complet. Tant qu'elle est au contact de la lame maîtresse, elle participe comme une autre lame à la raideur du ressort et à la répartition des contraintes d'assemblage et de service dans le ressort.

#### **I.6.11. Contre-lame**

La contre lame est une courte lame qui coopère avec un étrier pour renforcer un œil fortement sollicité. Elle diminue les contraintes d'une lame maîtresse au voisinage de l'œil mais n'intervient pas sur les autres contraintes et sur la raideur du ressort.

### **I.7. Les matériaux pour ressort à lame**

L'objectif du ressort est d'emmagasiner puis de restituer de l'énergie. On peut donc rapidement se dire que plus un matériau pourra être contraint avant de se

déformer plastiquement, plus il sera apte à être utilisé pour la fabrication d'un ressort. Il existe bien sur d'autres critères qui doivent être pris en compte. Sans prétendre être exhaustif sur les matériaux utilisables, nous proposons ici des indications sur les principaux matériaux utilisés et leurs propriétés.

Pour fabriquer un ressort de manière industrielle, le matériau utilisé doit tout d'abord être :

- De mise en forme facile
- Sans défaut
- Disponible et peu coûteux

Pour que le ressort fabriqué soit performant, il faut aussi que le matériau allie les propriétés suivantes :

- Haute limite élastique
- Bonne résistance à la fatigue
- Bonne résistance à la corrosion

Parmi les aciers utilisés, une première famille est celle des aciers manganeux siliceux, contenant 1,5 à 2 % de silicium, 0,6 à 0,7 % de manganèse, 0,4 à 0,6 % de carbone, avec éventuellement un peu de chrome, de tungstène, de molybdène ou de vanadium. On trouve aussi des aciers au chrome, avec du vanadium, du manganèse ou du silicium molybdène, par exemple : 45C4, 50CV4. Ces matériaux, peuvent emmagasiner le maximum d'énergie par unité de volume.

Citons quelques nuances de ressorts à lames : 45S7, 55S7, 45SCD6, 60SC7, 45SW8. Dans notre travail, on a pris un exemple sur un ressort à lame de nuance 55SiCr7 (0,55 % de C, 1,75 % de Si, 0,3 % de Cr, 0,025 % de S, 0,025 % de P et 0,7 % de Mn), fournit par, la société Tunisienne de fabrication de ressorts à lames CTOREL. Cette nuance est celle précisée par la norme NF A35-571 de l'association Française de normalisation (AFNOR).

Il n'est pas dans notre intention d'entrer ici dans le détail des procédés de fabrication. Signalons simplement que tous les ressorts à lames subissent des traitements mécanique qui, mettant en compression les couches superficielles du métal, minimisent la formation et la propagation des fissures de fatigue. Ces traitements peuvent être le galetage ou le grenailage (Bombardement ou injection de grains Sulfure, Oxyde...) sur les pièces pour le nettoyage et la protection contre la corrosion), avant la peinture. La pré-conformation des ressorts est également une solution pour créer, aux endroits les plus sollicités, les contraintes résiduelles de compression ou de cisaillement adéquates.

### **I.8. Friction entre lames. Graissage. Intercalaire**

Dans un ressort à lames multiples fléchi, les contraintes des surfaces en contact de deux lames successives sont opposées ; la face d'une lame est allongée au contact de la face comprimée de la lame voisine. Il en résulte des frictions qui apparaissent au tracé de la caractéristique de charge par un tracé différent selon que la charge est croissante ou décroissante. L'ensemble du tracé, allant d'une charge à une autre avec retour à la première, forme une boucle d'hystérésis. L'énergie représentée par la surface enfermée dans la boucle est dissipée en chaleur. Le ressort à lames multiples joue en même temps le rôle d'amortisseur à friction.

Cette propriété avantageuse dans les chemins de fer sur certains poids lourds n'a pas les qualités des amortisseurs hydrauliques.

On peut amoindrir l'hystérésis en graissant abondamment les lames au cours de la fabrication du ressort.

La graisse s'échappe peu à peu au cours de la vie du ressort et l'hystérésis du ressort augmente progressivement. Il est difficile d'appliquer à la fois le graissage et une bonne protection contre la corrosion.

Pour les ressorts de camionnettes et de véhicules commerciaux, on consiste à enrober l'ensemble du ressort d'une épaisse couche de peinture suffisamment plastique, une peinture bitumineuse par exemple. L'autre solution est de garnir les bouts de lames de pastilles.

Pour les ressorts de camionnettes et de véhicules commerciaux, on ménage parfois en bout un emboutissage formant un réservoir de graisse que l'on alimente avec un graisseur ; mais actuellement, on préfère séparer les lames par des intercalaires extrudés en polyéthylène ou en polyamide chargé en graphite ou en bisulfure de molybdène. Ces intercalaires munis de rebord guident les lames les unes par rapport aux autres et positionnent les étriers ou colliers.

### **I.9. Gammes de fabrication des ressorts à lames**

La gamme de fabrication des lames est composée des opérations suivantes :

**1-Débitage :** débitage de la matière aux différentes longueurs de lames en utilisant le cisailage à froid.

## **2-Formage à chaud de l'œil qui se fait en deux opérations**

- Première opération : formage du premier arrondi qui s'effectue à 850°C, entre poinçon et matrice.
- Deuxième opération : formage de l'œil de la lame maitresse. L'œil est formé, après un chauffage pour la deuxième fois de l'extrémité jusqu'à 1000°C.

## **3-Chauffage pour le cintrage et la trempe des lames**

Le cintrage des lames se fait par une cintrreuse. On dispose d'une gamme de quatre lames modèles couvrant toutes les courbures nécessaires et on procède, aux opérations suivantes :

- Pose d'une lame modèle, face concave en dessous, sur le jeu des touches inférieures préalablement débloquentes.
- Amener de la traverse supérieure au contact de la traverse inférieure.
- Déblocage des touches supérieures qui descendent par gravité au contact de la lame modèle.
- Blocage de toutes les touches après réglage.
- Remonté de la traverse supérieure.
- Mise en position « marche » de la commande hydraulique.

En fonction de la largeur de lame, on règle également deux butées latérales de positionnement, puis on passe à la trempe à l'huile.

## **4-Revenu des lames trempées**

Les lames doivent être confectionnées en prenant toutes les précautions nécessaires, à savoir l'état des fours et de surfaces des lames pour éviter la dénaturation de l'acier et naissance de tout défaut (crique, fissures, tapures,...etc) pouvant nuire à leurs emplois. Le chauffage des lames qui conduit de manière à éviter toute surchauffe et toute formation importante de calamine. Le cintrage des lames de la trempe est effectué sur un dispositif maintenant la lame en forme désirée pendant la durée de la trempe sans gêner l'action du liquide de refroidissement.

## **5-Poinçonnage de l'etoquiau**

## **6-Grenailage (shot peening)**

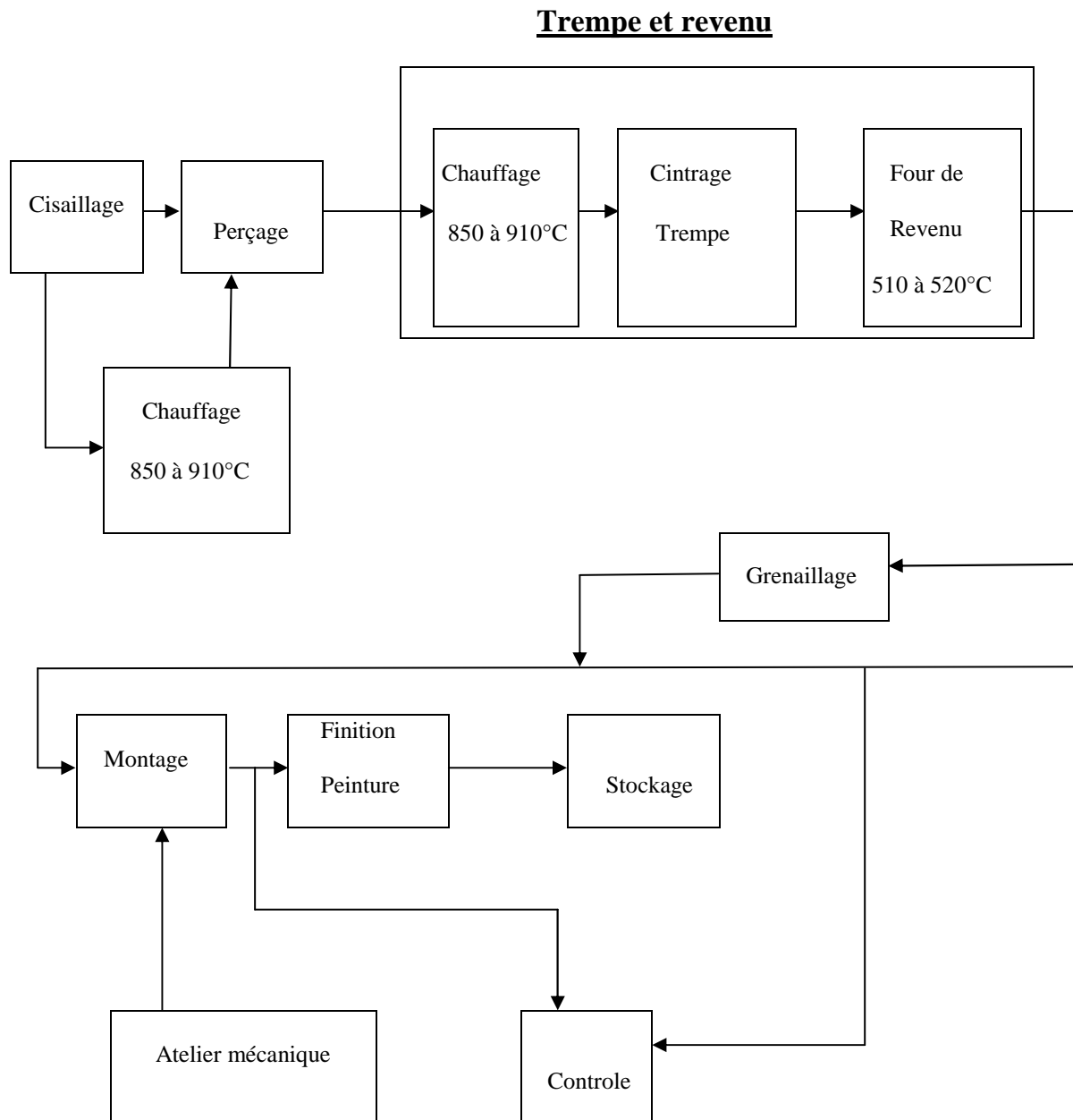
Cette opération s'effectue après le revenu permet tout en nettoyant les lames de leurs calamines, d'améliorer leur limite à la fatigue.

En effet, pour prolonger la durée de vie des lames à ressort on augmente leur endurance à la fatigue, par un traitement mécanique à froid, dénommé « shot peening » au moyen d'un jet violent de multitude de petites billes métalliques (grenailage) dures, en martelant la surface de métal, dont l'énergie provoque un écoulement du métal autour des points d'impact.

Les empreintes empiétant les unes sur les autres, toute la surface du métal est soumise à une compression résiduelle sur une profondeur pouvant atteindre 0,5 mm. Le travail de déformation de la surface du métal entraîne une modification de l'état d'équilibre des tensions existant à l'intérieur de la pièce. Les couches superficielles sont comprimées, mais les couches sous-jacentes sont soumises à une tension qui va en diminuant avec la profondeur. Le shot peening ne diminue pas le fluage, mais augmente considérablement la durée de vie des ressorts soumis à la fatigue, la compression superficielle s'opposant à la naissance de fissures, là où elles pourraient s'amorcer. Le shot peening des ressorts se pratique avec de la grenaille sphérique d'acier dur trempé et revenu dont la dureté doit être plus grande que celle des ressorts traités. Il y a lieu de rappeler qu'une étude expérimentale très poussée a été menée sur le shot peening qui fait apparaître l'influence des divers paramètres et les moyens pratiques à mettre en œuvre.

### I.10. Ligne de fabrication des ressorts à lames

La ligne de fabrication est décrite sur l'organigramme suivant (**figure I.27**) [3] :



*Figure I.27 : diagramme synoptique de la gamme de fabrication des ressorts à lames*

### I.11.Ligne de montage des ressorts

#### 1. Graissage et assemblage définitif :

- Graissage des lames, une par une, de graisse graphitée.
- Puis les serres énergiquement à l'aide d'un étau hydraulique ou pneumatique.

#### 2. Bridage du faisceau de lames : on prévoit deux opérations :

- La première : chauffage de la bride jusqu'à 850-900°C
- La deuxième : la bride chauffée, est introduite dans le faisceau de lames maintenu serré au moyen d'un serre joint.

3. Essai des ressorts sous charge d'épreuve : le ressort est placé sous l'appareil d'essai, il est reposé sur des supports à chariots qui lui permettent de subir son entraves les déformations provoquées par l'essai.

La charge est appliquée au moyen d'une presse, on relève alors la flèche sous charge d'épreuve et on vérifie sa conformité avec celle exigé par le bureau d'étude.

#### 4. Marquage : chaque ressort doit porter une marque qui indique :

- Marque de fournisseur.
- Marque de propriété.
- Marque des pièces interchangeables.
- Hauteur sous charge d'essai.
- Les deux derniers chiffres indiquent l'année de fabrication.

5. protection contre la coesion : avec une couche de peinture bitumineuse, d'épaisseur de film supérieur ou égale à 100µm après bridage.

## I.12. Conclusion

Ce premier chapitre nous a permis d'avoir une idée générale sur les ressorts à lames qui sont indispensables dans la construction des véhicules de transport routiers ou ferroviaire.

Pour dimensionner un ressort à lame il faut tout d'abord calculer la composition du ressort (le nombre de lames) et les épaisseurs des lames puis calculer les différentes sections le long du ressort (l'épaisseur de la lame dans chaque section en fonction de sa distance à l'appui ; pour le ressort à lames multiples, c'est le calcul des étagements et longueur des différentes lames ainsi que leurs rayons de courbure) et à la fin vérifier la flexibilité du ressort et la répartition des contraintes. Ces calculs sont fait généralement par l'étude d'un bras flexible encastré à une extrémité et chargé à l'autre.

Il existe plusieurs types de ressorts à lames qu'on peut citer : les ressorts à lames simple, leurs domaine d'utilisation est très restreint car leur fabrication demande des outillages très spéciaux donc ils sont très coûteux ; les ressorts à lames multiples ; lorsqu'on a un véhicule qui subit des variations de charge très importante, l'utilisation des ressorts à flexibilité variable est indiscutable.

## II.1. Introduction

Optimiser un problème consiste à chercher la meilleure solution vérifiant un ensemble de contraintes et d'objectifs, bien déterminés. Le choix de la solution optimale ce fait par introduction de certain nombre de critères de comparaison dans le problème.

De nos jours de nombreux problèmes appliqués en mécanique, en électronique, en économique sont modélisés et dans la plus part du temps, ils sont qualifiés de difficiles à savoir critères contradictoires. De ce fait, plusieurs méthodes d'optimisation ont étaient développées pour répondre à ces problèmes.

## II.2. Définition d'un problème d'optimisation

Un problème d'optimisation est une modélisation d'un problème appliqué dont la résolution consiste à trouver une solution qui minimise ou maximise un critère particulier.

Le problème d'optimisation peut être mono ou multi-objectifs. Dans le première problème l'objectif est unique et la solution est facile à rechercher par contre dans le deuxième cas on fait appel à des différentes techniques de résolution qui nous permet de trouver l'ensemble des solutions compromis [7].

## II.3. Problème mono-objectif

C'est un problème à un seul critère à minimiser ou maximiser donné sous la forme suivante :

$$\text{Minimiser } f(\vec{x})$$

$$\text{Tel que } \vec{y}(\vec{x}) \leq 0$$

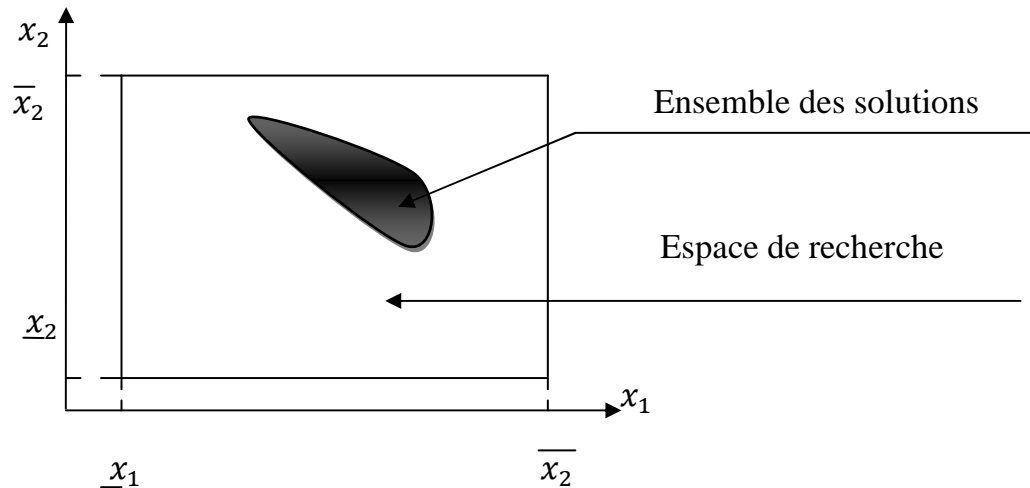
$$\text{Avec : } \vec{x} \in R^n, \vec{g}(\vec{x}) \in Nq$$

En général un problème de maximisation est transformé en problème de minimisation  $f(x)$

### II.3.1. Espace de recherche et espace réalisable

**Espace de recherche** : représentent l'ensemble des variables des valeurs pouvant être prises par les variables.

**Espace réalisable** : représente l'ensemble des valeurs des variables satisfaisant les contraintes.



*Figure II.1 : espace de recherche et espace réalisable*

Définition d'un minimum local : un point  $x \in X$  est un minimum local du problème si et seulement si :  $\forall \vec{x}' \in V(x), f(\vec{x}) \leq f(\vec{x}')$ , où  $V(x)$  : un voisinage de  $x$ .

Définition d'un minimum global : un point  $x \in X$  est un minimum global du problème

$$\forall \vec{x}' \in X, f(\vec{x}) \leq f(\vec{x}'), x' \in \text{à l'ensemble des minimiseurs.}$$

### II.4. problème multi-objectif

C'est un problème à plusieurs critères ou objectifs souvent contradictoires, devant être optimisés simultanément. Dans le problème mono-objectif la solution optimale est clairement définie, par contre dans un problème multi-objectif, la solution recherchée est un compromis entre tous les critères qui se présentent tout en respectant un certain nombre de contraintes.

Nous avons donc  $n$  objectifs représentés par  $n$  fonctions et  $q$  contraintes à respecter

D'une manière générale un problème multi-objectif est formulé comme suit :

Minimiser  $f(\vec{x})$

Tel que  $\vec{g}(\vec{x}) \leq 0$

Avec :  $\vec{x} \in R^n$ ,  $\vec{f}(\vec{x}) \in R^m$ ,  $g(\vec{x}) \in R^q$        $f$  à optimiser,  $q$  contraintes à satisfaire .

Le minimum du problème est un ensemble de points représentant les meilleurs compromis appelés aussi le front Pareto.

Pour un problème de maximisation c'est symétrique.

## **II.5. Différentes méthodes d'optimisation**

Quelles soient exactes ou approchées, différentes méthodes ont été classifiées pour le traitement des problèmes multi-objectifs. On distingue deux types : les méthodes classiques et les méthodes stochastiques.

### **II.5.1. Les méthodes classiques**

#### **II.5.1.1. méthodes déterministes : programmation mathématique**

La programmation mathématique a pour objet l'étude théorique des problèmes d'optimisation ainsi que la conception et la mise en œuvre des algorithmes de résolution. Le principe de base est de générer, à partir d'une solution initiale  $X^0$ , un déplacement dans l'espace des solutions dans une direction de descente, c'est-à-dire qui fasse décroître la fonction objective  $F(X)$ . Les déplacements successifs génèrent une suite de solutions jusqu'à satisfaire une condition d'optimalité. L'hypothèse forte de ce type de méthode est que les fonctions du problème sont supposées continues et différentiables.

Ces algorithmes sont déterministes : pour un point de départ  $X^0$  donné, la solution proposée est toujours la même.

#### **II.5.1.2. méthodes énumératives**

Elles sont utilisées dans la recherche des solutions optimales pour des systèmes finis ou infinis discrétisés. Ces méthodes sont efficaces lorsque l'espace de recherche ne contient pas un nombre important de point mais lorsqu'il est très vaste et difficile à explorer, elles deviennent non intéressantes. Exemple : la méthode des éléments finis.

Ces méthodes présentes deux inconvénients majeurs :

- ✓ Elles sont inadaptées aux problèmes de grande dimension.
- ✓ Elles ne sont pas dotées d'un raisonnement qui peut nous guider vers la solution optimale, sans parcourir tous les points de l'espace.

### II.5.2. Les méthodes stochastiques

Ce sont des méthodes où la recherche de l'optimum utilise un processus stochastique basé sur un choix aléatoire et mémoriser ensuite d'une manière intelligente le meilleur élément trouvé dans l'espace de recherche.

Ces méthodes utilisées récemment ont été appliquées pour résoudre plusieurs problèmes réels et difficiles, de plus il a été démontré qu'elles donnent de bons résultats.

#### II.5.2.1. Les méthodes itératives

D'une manière générale une méthode itérative est décrite comme suit :

##### Initialisation :

Choisir une solution admissible initiale  $s \in X^a$  ;

Si  $s \in X$  alors poser :  $s^* := s$  et  $f^* := f(s)$  sino poser  $f^* := \infty$  ;

##### Processus itératif :

Tant que le critère d'arrêt n'est pas satisfait faire

Générer  $N(s)$  ;

Déterminer  $s' \in N(s)$  telle que  $f(s') = \min f(s'')$  ;

$$s'' \in N(s)$$

$S := s'$

Si  $s \in X$  et  $f(s) < f^*$  alors :  $s^* := s$  ;  $f^* := f(s)$

Fin

Actuellement les méthodes itératives les plus utilisées sont :

### II.5.2.1.1. Le recuit simulé

#### II.5.2.1.1.1. Définition

C'est un méta heuristique qui s'inspire de la thermodynamique destinée aux problèmes d'optimisation combinatoire difficiles qui n'ont pas d'algorithmes exacts.

Elle permet de déterminer un minima global.

#### II.5.2.1.1.2. Historique

Cette méthode a été proposée la première fois par S. Kirkpatrick et Al (spécialiste de la physique statique) à partir de la technique expérimentale de métropolis de 1983, ils ont décrit le comportement des atomes en fonction de la température sous forme d'algorithmes et simulé sur ordinateur avec une loi empirique de décroissance par paliers de température  $p = e^{\frac{-E_2 - E_1}{K_t}}$

En utilisant en particulier la distribution de Boltzmann tel que :  $p =$  la probabilité qu'un système physique passe d'un niveau d'énergie  $E_1$  à un niveau d'énergie  $E_2$ .

- $k$  : la constante de Boltzmann.
- $t$  : la température absolue.

La méthode a été détaillée par Arts and Korst en 1989, puis plusieurs exemples d'applications sont représentés en 1994 dans le document de Koulamas et Al après un succès acquis grâce à ces résultats pratiques [7].

#### II.5.2.1.1.3. Principe

Le processus physique consiste à chauffer un solide à une certaine température avec un taux d'énergie max puis le refroidir lentement d'une manière à améliorer ces caractéristiques physico-chimiques et lui permettre ainsi d'atteindre un nouvel état dynamique ayant une structure bien ordonnée avec une énergie minimale sachant que lors du refroidissement le solide passe par diverses configurations.

La méthode du recuit simulé transpose donc le traitement thermique à la résolution d'un problème d'optimisation et minimise la fonction coût du problème analogue à l'énergie d'un matériau.

Le rôle de la température du système physique est remplacé par un paramètre de contrôle dans le recuit simulé et consiste à conditionner le nombre d'états accessibles et conduit vers l'état optimal. L'espace de configuration est très important dans l'efficacité de la méthode, en effet plusieurs configurations apparaissent dans le processus et pour passer d'une configuration à une autre, un certain nombre de

changements sont effectués et à chaque configuration correspond un paysage d'énergie comportant un nombre de vallées qui représente les minima locaux de l'énergie. Cependant la solution recherchée (le minimum global) est l'un de ces minima locaux. Parmi ceux qui ont travaillé sur cette solution nous pouvons citer G.B.Sorkin.

Par analogie on aura :

Problème d'optimisation	Système physique
Fonction objectif	Energie libre
Paramètres du problème	Coordonnées des particules
Trouver la solution optimale	Trouver l'état de basse énergie

**Tableau II.1. L'analogie entre la méthode du recuit et le traitement thermique**

#### **II.5.2.1.1.4. Les règles de la méthode :**

Afin de garder son efficacité, certaines règles sont respectées dans la méthode du recuit simulé et la plus importante est :

La règle de Métropolis : la température et l'énergie sont contrôlées d'une manière à éviter le minimum local. Dans le programme du recuit simulé sont déterminés les paramètres de contrôle qui sont : la température initiale, le critère de changement de palier de température, la loi de décroissance de la température et le critère d'arrêt du programme.

Cette méthode a prouvé son efficacité dans plusieurs domaines en particulier dans la conception des circuits électroniques mais néanmoins elle s'est avérée inadaptée pour certains problèmes d'optimisation.

**II.5.2.1.1.5. L'algorithme du recuit simulé**Entrée :  $X_0$ Sortie :  $X$  qui minimise  $F$ **DEBUT** $X \leftarrow X_0$  $T \leftarrow T_0$ While Non condition d'arrêt  $d_0$  $m \leftarrow 0$ **repeat** $Y \leftarrow \text{voisin}(X)$  $dF \leftarrow F(Y) - F(X)$ if Accepte ( $dF, T$ ) then $X \leftarrow Y$ 

End if

 $m \leftarrow m+1$ until  $m = N_t$  {nombre d'itération maximum à la température  $T$ } $T \leftarrow \text{Décroissance}(T)$ 

End while

**FIN**

L'organigramme de l'algorithme du recuit simulé est présenté comme suit [7]:

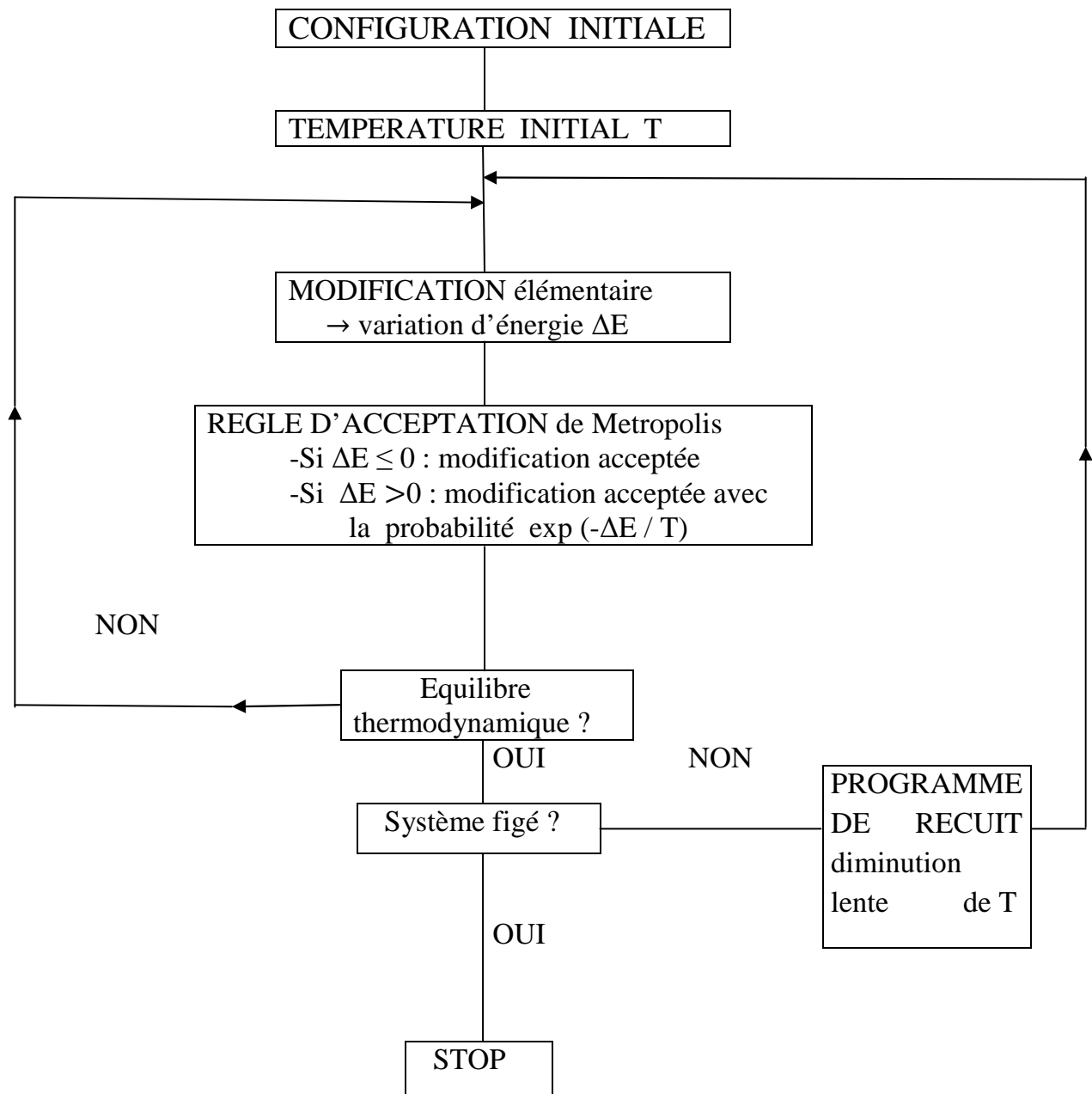


Figure II.2 : L'organigramme de l'algorithme du recuit simulé

### **II.5.2.1.2. La méthode tabou**

#### **II.5.2.1.2.1. Définition**

C'est une méthode itérative générale d'optimisation combinatoire, elle se montre performante sur un nombre considérable de problème en particulier ceux de l'ordonnancement [4].

#### **II.5.2.1.2.2. Principe**

Elle consiste à explorer le voisinage d'un point de l'espace de recherche et choisir la position dans ce voisinage qui minimise la fonction en vue d'optimiser. Lorsque tous les points du voisinage ont une valeur plus élevée, cette opération peut conduire à augmenter la valeur de la fonction. Les minima locaux sont ainsi repérés. Pour éviter à l'étape suivante de retomber dans un minima local, il faut stocker les dernières configurations trouvées. Cette mémoire appelée la liste tabou est la partie essentielle de la méthode. Ce n'est pas toute la configuration qui est mémorisée mais uniquement des caractéristiques de cette dernière qui sont mémorisées.

#### **II.5.2.1.2.3. Les techniques de la méthode**

Parmi les techniques permettant d'améliorer les performances de la méthode tabou.

##### **II.5.2.1.2.3.1. L'aspiration**

Qui est un mécanisme consistant à révoquer le statut tabou d'une configuration pendant la recherche. La fonction d'aspiration la plus simple consiste à enlever le statut tabou d'une configuration si celle-ci est meilleure que la meilleure précédente.

##### **II.5.2.1.2.3.2. L'intensification**

Permet de se concentrer sur certaines zones de l'espace de recherche en gardant les propriétés communes souvent rencontrées dans les meilleurs configurations visitées.

##### **II.5.2.1.2.3.3. La diversification**

Elle est complémentaire à l'intensification, elle permet de diriger la recherche vers des zones inexplorées on apportant certains changements comme modifier la fonction d'évaluation.

##### **II.5.2.1.2.4. L'algorithme tabou**

La technique Tabou peut être décrit par l'algorithme suivant :

Initialisation :

Choisir une solution admissible initiale  $s \in X^a$  ;

nbiter:= 0 ; (\* itération courante \*)

$T := \emptyset$  ; initialiser la fonction d'aspiration A ;

Si  $s \in X$  alors :

$S^* := s$  ;  $f^* := f(s)$  ;

Miter :=0 ; (\* itération ayant donné la meilleur solution \*)

Sino poser  $f^* := \infty$

Processus itératif :

Tant que  $(f(s) > f_*)$  et  $(\text{nbiter} - \text{miter} < \text{nbmax})$  faire

nbiter :=nbite+1 ;

générer un ensemble  $N' \subseteq N(s)$  de solution voisines de s ;

choisir la meilleur solution  $s' \in N'$  telle que  $f(s') \leq A(f(s))$  ou  $s' \notin T$  ;

mettre à jour la fonction d'aspiration A et la liste T des solutions taboues ;

$s := s'$  ;

si  $f(s) < f^*$  alors  $s^* := s$  ; miter :=nbiter ;

fin

Voici encore un récapitulatif de l'ensemble des ingrédients de la technique Tabou :

$X_a$  : L'espace des solutions admissibles

f : la fonction objectif définie sur cet espace

$N(s)$  : le voisinage d'une solution  $s \in X^a$

T : la fonction d'aspiration

nbmax : le nombre maximum d'itération entre deux améliorations de  $s^*$

$N'$  : le sous-ensemble de  $N(s)$  (la manière de le générer ainsi que sa taille)

$f$  : la borne inférieure de la fonction objectif

$S^*$  : la solution optimale

$S'$  : la meilleure solution de  $N'$

$f^*$  : la meilleure valeur de  $f(s)$ , (optimale)

$S$  : la solution admissible

### II.5.2.2. Optimisation avec Excel

L'optimisation sous Excel est réalisée par le module SOLVER.XLA (livré en standard avec Excel) qui exploite le contenu de diverses cellules d'une feuille. Tout d'abord, il faut associer le calcul de la fonction objectif à une cellule. Le solveur utilise le contenu de cette cellule pour évaluer l'objectif à chaque pas de calcul. Il y a ensuite les cellules "variables". Le module utilise ces cellules pour y placer la valeur courante des variables. Les valeurs initiales doivent y être placées au départ. C'est aussi là qu'on récupère exprimées par la comparaison du contenu de deux cellules.

Toutes les formules de calcul des différentes caractéristiques des ressorts à lames sont aussi implémentées dans la même feuille de calcul.

#### ▪ C'est quoi le Solveur

Le Solveur fait partie d'une série de commandes parfois appelées outils d'analyses de simulation. Le Solveur vous permet de trouver une valeur optimale pour une formule dans une cellule, appelée cellule cible, d'une feuille de calcul. Il fonctionne avec un groupe de cellules associées, soit directement, soit indirectement, à la formule de la cellule cible. Il adapte les valeurs des cellules que vous souhaitez modifier, appelées cellule variables, pour fournir le résultat spécifié à partir de la formule de la cellule cible. Vous pouvez appliquer des contraintes pour limiter les valeurs susceptibles d'être utilisées comme modèles par le Solveur et ces contraintes peuvent se référer à d'autres cellules affectant la formule de la cellule cible

### ▪ Algorithmes et méthodes utilisées par le Solveur

Le Solveur de Microsoft Office Excel utilise le code d'optimisation non linéaire «Generalized Reduced Gradient(GRG2)» mis en point aux États-Unis par Leon Lasdon, Université du Texas (Austin) et Allan Waren, Université de Cleveland.

Les problèmes linéaires et de nombres entiers utilisent la méthode simplex, avec des bornes sur les variables, ainsi que la méthode « branch-and-bound » mise en œuvre John Watson et Dan Fylstra, Frontline Systemes.

### II.5.2.3. Les algorithmes évolutionnaires

Les algorithmes évolutionnaires représentent une famille assez riche et intéressante d'algorithmes d'optimisation stochastique, on peut distinguer trois types, les algorithmes génétiques [Holland, 1975 ;Goldberg,1989], Les stratégies d'évolution [Schwefel, 1981] et la programmation évolutive [Fogel, 2000], les éléments d'AE ; nous allons utiliser le premier type .

#### II.5.2.3.1. Les algorithmes génétiques

Mis au point par Holland (Holland 1975), l'algorithme génétique (AG) est généralement utilisé pour résoudre des problèmes d'optimisation, sur lesquelles nous exerçons les opérations suivantes :

La sélection, le croisement et la mutation.

Soit  $P$  un ensemble dont les éléments sont appelés individus. A chaque individu  $i$  on associe une performance, notée  $f(i)$ , dont l'AG devra chercher la valeur optimale, ainsi que l'un des points de l'espace  $P$  où cette valeur est atteinte.

Pour appliquer l'AG, les individus sont codés sous forme de vecteur de longueur  $L$  (le chromosome) dans lequel chaque élément  $i_k$  représente un gène :  $i = (i_1, i_2, \dots, i_L)$ . Le plus fréquemment ces vecteurs sont binaires (Goldberg 1989) [5].

##### II.5.2.3.1.1. Vocabulaire et définition

Individu ou chromosome : système biologique qui porte un ensemble de caractéristiques génétiques d'un individu représentées par les gènes.

Gène : c'est une caractéristique génétique qui peut prendre des valeurs différentes et des positions différentes dans un chromosome.

### II.5.2.3.1.2. Propriétés

L'efficacité d'un AG réside dans des propriétés suivantes :

- ✓ Les AG : utilisent un codage de paramètres
- ✓ Ils travaillent sur une population de point au lieu d'un point unique.
- ✓ Ils utilisent la valeur de la fonction étudiée, pas une autre connaissance auxiliaire.
- ✓ Ils utilisent des règles de transition probabilistes, et non déterministes.

### II.5.2.3.1.3. Les étapes d'un algorithme génétique

#### II.5.2.3.1.3.1. Initialiser la population

Pour former la population initiale nous avons utilisé des résultats existants déjà déterminés par des techniques expérimentales.

Le choix de la population initiale est important car à partir de laquelle la convergence vers l'optimum global peut être rapide ou non, le nombre d'individus est important pour le choix de l'AG à utiliser.

#### II.5.2.3.1.3.2. Le codage

Le codage des paramètres manipulés s'inspire des chromosomes naturels ou les individus sont représentés par des chaînes de caractères.

Différentes représentations sont utilisées dans le problème d'optimisation, certains chercheurs optent pour le codage binaire d'autres pour le codage réel, mais il n'existe pas de consensus sur la représentation idéale des individus.

#### a .Le codage binaire

Dans ce type de codage les variables et les paramètres sont représentés par des chaînes (0,1). Exemple : 0111001010.

#### Avantage

- Utilise le minimum de l'alphabet.
- Facilite la mise en place des opérateurs génétiques.

#### Inconvénients

- Parfois le codage est lourd, les chaînes de caractères sont très longues et occupent beaucoup d'espace mémoire.
- Deux chiffres décimaux voisins peuvent être très éloignés dans le codage binaire naturel

**b. Le codage non binaire**

C'est un codage qui consiste à la concaténation des variables  $X_i$  d'un individu  $X$ , comme dans le cas du codage réel.

Exemple :  $X$  (14 /20 /42) est codé 

14	20	42
----	----	----

**Avantage**

- Facile à utiliser et évite le transcodage.
- Donne une meilleure précision que le code binaire
- L'espace de recherche est le même que l'espace du problème
- Offre la rapidité de l'évaluation de la fonction cout.

**Inconvénients**

- Son alphabet est infini et il a besoin d'opérateurs appropriés.

**II.5.2.3.1.3.3. Fonction d'évaluation**

Dite aussi fonction adoption, fonction fitness, fonction cout ou fonction de santé, elle dépend de la fonction objectif, des fois elles peuvent être identiques.

- Elle peut être monocritère → dépend d'une seule fonction objectif
- Elle peut être multicritère → dépend de plusieurs fonction objectifs

La détermination de la fonction d'évaluation dépend du problème à résoudre et il existe plusieurs méthodes de détermination.

**II.5.2.3.1.3.4. Opérateurs génétiques**

Les opérateurs génétiques représentent des procédures de transformation des individus entre deux générations. Les AG's' exploitent principalement trois types d'opérateurs visant à produire des générations successives d'individus de qualité et explorer de nouvelles régions de l'espace des solutions.

Ces opérateurs sont : la sélection, qui est le premier opérateur appliqué puis les opérateurs de recombinaison qui sont le croisement et la mutation. A la fin un remplacement est effectué pour générer une nouvelle population

**a. La sélection**

Cet opérateur permet de sélectionner des individus dans une population en fonction de l'optimum que l'on veut atteindre, en effet l'individu qui répond mieux à la fonction objectif est le plus fort et contribue à la reproduction de la génération suivante et les plus faibles sont éliminés.

On distingue deux types de sélections :

### a.1. La sélection déterministe

- **Elitisme**

Il introduire pour copier les meilleurs individus de la génération courante dans la génération future, ainsi il permet de conserver les bonnes solutions et d'améliorer les performances des algorithmes sur certains problèmes.

Dans le cas d'un problème multi objectif, il est difficile de réaliser un algorithme élitiste car la meilleure solution n'est plus un unique individu mais tout un ensemble dans la population.

- **Troncature**

Il s'agit de sélectionner le meilleur individu et de dupliquer plusieurs fois, le nombre de duplication est inférieur à la taille de la population.

- **La sélection par bloc**

Sélectionner les meilleurs individus de la population et leurs faire plusieurs copies.

- **Génération remplacée**

Supprimer les mauvais individus parents en les remplaçant par leurs individus fils obtenus lors des opérations de croisement et de mutation.

### a.2. La sélection mixte

- **Sélection tournante**

Plusieurs individus sont tirés aléatoirement dans la population courante et reproduits dans la nouvelle population. La procédure est refaite plusieurs fois jusqu'à ce que la nouvelle population soit complète. Beaucoup de bons résultats sont obtenus par cette méthode.

- **La sélection tournante stochastique : (Roulette wheel selection)**

Son principe est le plus connu et le plus utilisé, c'est celui de la roue de loterie biaisée de Goldberg.

Dans cette méthode, la sélection des individus est proportionnelle à leurs fitness, c'est-à-dire leur valeur d'adaptation. Ainsi si la fitness d'un chromosome  $X_i$  est  $f(X_i)$ , la probabilité avec laquelle il sera réintroduit dans la nouvelle population de taille  $N$  est :

$$P(x_i) = \frac{f(x_i)}{\sum_{i=1}^N f(x_i)}$$

### a.3. Inconvénients de la sélection mixte

- Un mauvais individu sélectionné peut être dominant.
- Perte de diversité dans la population.
- Elle ne permet pas la création d'autres individus.

### b. Le croisement

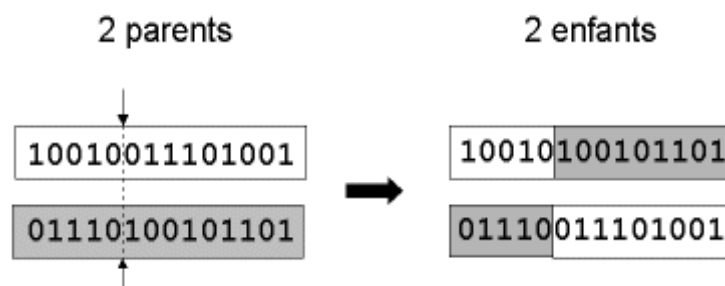
L'opérateur de croisement permet la production de deux nouveaux individus appelés enfants à partir des individus existants appelés parents sélectionnés. L'opération du croisement s'effectue avec une certaine probabilité et le taux de croisement croit si cette probabilité est élevée [6].

#### b.1. Technique de croisement

##### b.1.1. Croisement monopoint

Il consiste à échanger les informations entre deux individus coupés en un point choisi aléatoirement

Exemple :

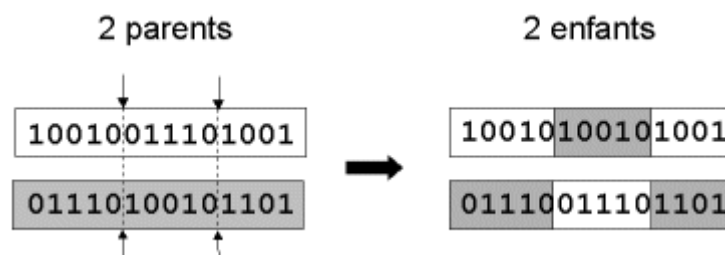


*Figure II.3 : représentation schématique du croisement en 1 point.*

##### b.1.2. Croisement en bipoint :

Les individus sont coupés en deux points aléatoirement, le segment central situé entre les points est échangé :

Exemple :



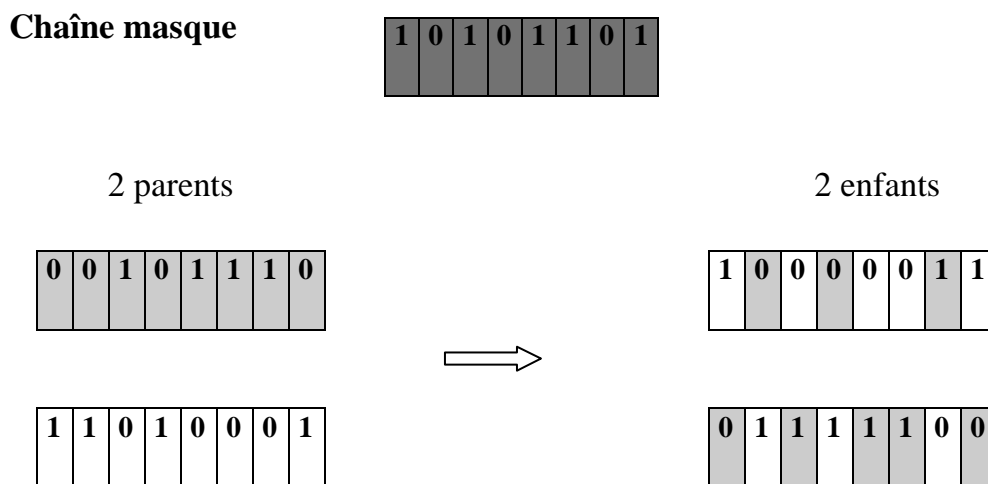
*Figure II.4 : représentation schématique du croisement en 2 points*

### b.1.3. Croisement uniforme

Il consiste à générer aléatoirement une chaîne binaire masque de même longueur que les chromosomes parents.

Un gène est échangé entre la paire d'individus sélectionnée pour le croisement, si le gène à la même position dans la chaîne masque a pour allèle la valeur 1. Dans le cas contraire l'échange n'est pas effectué.

Exemple :



*Figure II.5 : représentation schématique du croisement uniforme.*

Notons que d'autres formes de croisement existent, du croisement en  $k$  points jusqu'au cas limite du croisement uniforme.

#### Remarque

Le croisement dans le cas du codage réel ne se différencie du croisement binaire que par la nature des éléments qu'il altère : ce sont plus de bits qui sont échangés, mais des variables réelles.

### c. Mutation :

La mutation est une altération aléatoire d'un gène d'un individu, s'applique à un individu issu de la population ayant subi le croisement. La mutation joue le rôle d'un bruit et empêche l'évolution de se figer. Elle permet d'assurer une recherche aussi bien globale que locale, selon le poids et le nombre de gènes mutés. Elle modifie un gène selon une probabilité de mutation  $p_m$  généralement inférieure à la probabilité de croisement  $p_c$ .

On estime le nombre de gènes qui vont subir la mutation par :

$$p_m * \text{taille\_chromosome} * \text{taille\_pop}.$$

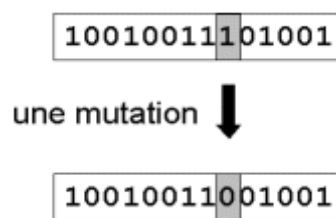
Avec  $\text{taille\_chromosome}$  = nombre de bits (gènes).

On distingue deux types de mutation :

#### c.1. La mutation binaire

Une mutation simple, qui est l'inversion aléatoire avec une probabilité  $p_m$  faible, d'un ou plusieurs bits de la chaîne codant l'individu.

Exemple :



*Figure II.6 : représentation schématique d'une mutation dans un chromosome.*

#### c.2. La mutation réelle

On distingue deux cas :

- **Mutation uniforme** : identique à la mutation binaire. Ainsi chaque variable  $y^i$  d'un chromosome est changée selon une certaine probabilité en nombre aléatoire tiré au hasard avec une distribution uniforme sur un intervalle

$[b_1, b_2]$  où  $b_1$  et  $b_2$  sont les bornes inférieure et supérieure de  $y_i$ .

- **Mutation non uniforme** : possède la particularité de retirer les éléments qu'elle altère dans un intervalle de définition variable et de plus en plus petit. Plus nous avançons dans les générations moins la mutation n'écarte les éléments de la zone de convergence. Cette mutation adaptative offre un bon équilibre entre l'exploration du domaine de recherche et l'affinement des individus.

#### d. Le remplacement

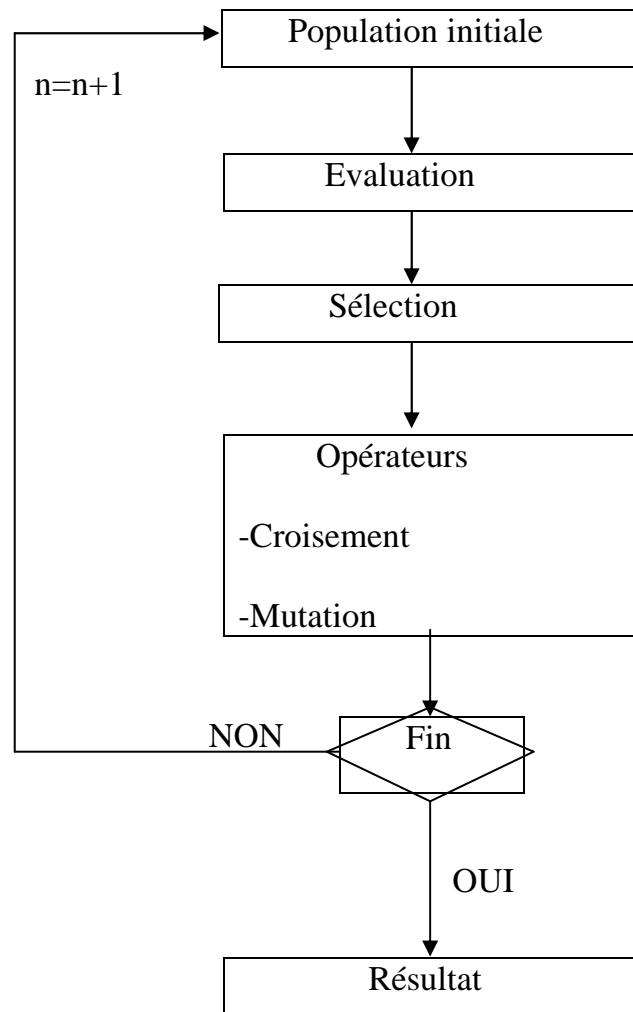
Le remplacement est un opérateur qui consiste à remplacer les individus ayant subi les opérations de sélection et de reproduction dans la population initiale.

Une taille constante de la population étant requise, ce qui induit un phénomène de compétition entre les individus. On distingue deux types de remplacement :

- **Un remplacement déterministe** : qui consiste à remplacer la population parente par la population des enfants.
- **Un remplacement probabiliste** : qui consiste à remplacer les plus mauvais individus de la population courante par les meilleurs individus produits.

Il existe d'autres stratégies, la plus utilisée est :

- **Le modèle élitiste** : consiste à conserver dans la population de génération future, l'individu ayant la meilleure adaptation.

**II.5.2.3.1.4. Organigramme d'un AG**

*Figure II.7 : Organigramme d'un AG*

**II.6. Conclusion**

Ce chapitre contient beaucoup d'information sur l'algorithme génétique. Après l'introduction sur les méthodes d'optimisation, le principe de fonctionnement de l'algorithme génétique a été détaillé. Nous avons présenté également les paramètres importants permettant de caractériser cet algorithme.

### III.1. Introduction :

La partie expérimentale a été réalisée au département "Essais et Prototypes" (SNVI). On a testés le ressort à lame sur un banc d'essai de flexion. Ce dernier, est composé d'une commande (**Figure III.1**) ayant pour rôle de régler la charge à appliquer sur le ressort à l'aide d'un poignée de commande en vue de lire la valeur de la flèche (en mm) et de l'effort (en da N) sur un afficheur digital.



*Figure III.1 : Commande du banc d'essai*

Le deuxième organe de ce banc d'essai concerne le moteur hydraulique (**Figure III.2**), son rôle est de pomper le débit d'huile nécessaire pour répondre à la demande de l'opérateur.



*Figure III.2 : Moteur hydraulique*

L'autre organe est le vérin (**Figure III.3**), qui entre en contact avec le ressort pour exercer l'effort souhaité.



*Figure III.3 : Vérin*

Le ressort à lames est monté sur deux chariots, l'un est fixe (à gauche) et l'autre mobile (à droite) suivant le sens longitudinal du ressort (**Figure III.4**). En cours de chargement progressif du ressort (**Figure III.5**), le chariot mobile se déplace sous l'effet de l'aplatissement du ressort (**Figure III.6**).



*Figure III.4 : Montage du ressort*



*Figure III.5 : Contact du vérin avec le ressort. L'essai débute par un chargement progressif*



*Figure III.6 : Ressort aplati à la fin de l'essai permettant d'avoir la charge de contrôle*

### III.2. Résultats expérimentaux:

L'ensemble des résultats expérimentaux obtenus sur un type de ressort d'un véhicule K66, sont représentés dans le tableau suivant :

Charge (daN)	Fleche (mm)	Flexibilité (%)
196	5	2,55
300	10	3,33
400	16	4,00
500	21	4,20
600	27	4,50
700	33	4,71
800	38	4,75
936	46	4,91
1000	49	4,90
1200	62	5,16
1400	75	5,35
1544	83	5,37

*Tableau III.1 : Résultats expérimentaux d'un ressort à lame multiple*

Flexibilité pour chaque essai :

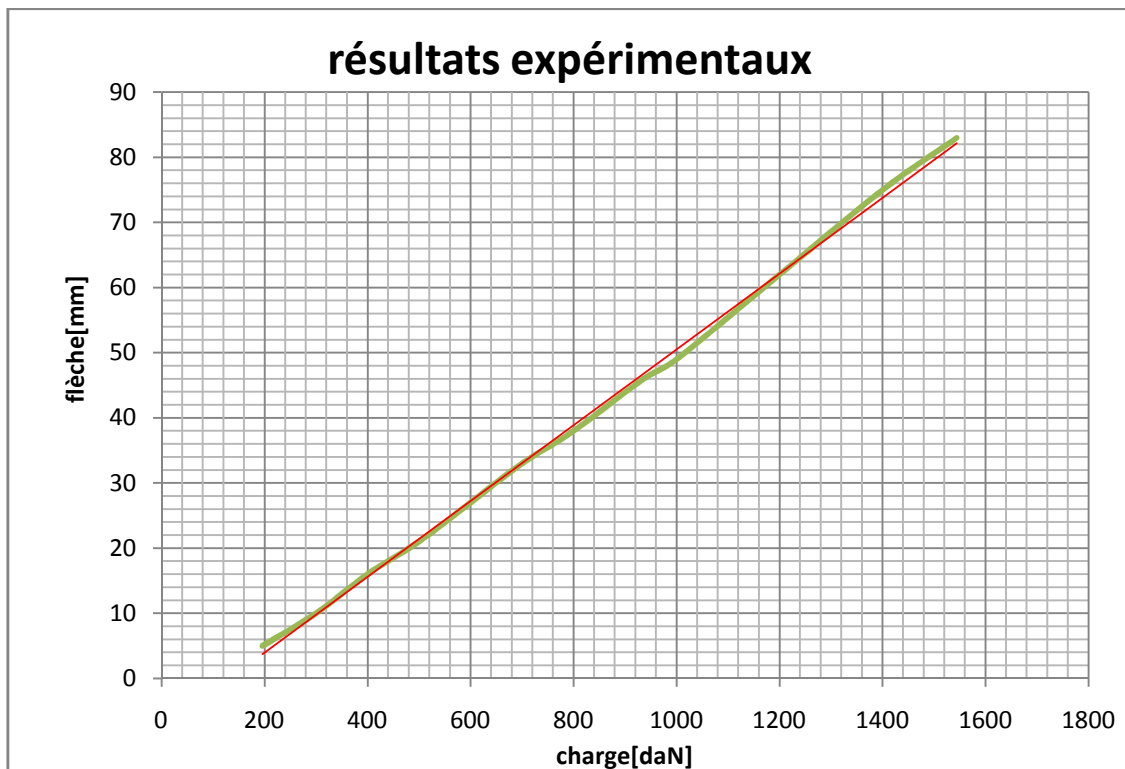
$$F = \frac{f \times 100}{Q}$$

Flexibilité moyenne  $F_m$  :

$$F_m = \frac{1}{12} \sum_{i=1}^{12} F_i \Rightarrow F_m = 4,47 \%$$

Flexibilité expérimentale  $F_{exp}$  :

$$F_{exp} = \tan(\alpha_1) = \frac{f_2 - f_1}{P_2 - P_1} = 4,80 \%$$



*Figure III.7. Représentation graphique des résultats expérimentaux du ressort à lames multiple*

### III.2.1. Discussion des résultats :

Il est intéressant de constater que l'allure de courbe des résultats expérimentaux est croissante. Compte tenu de l'erreur commise sur le calcul de flexibilité dans la partie théorique.

### III.3. Optimisation d'un ressort à lame :

#### III.3.1. Description du ressort a optimisé :

C'est un ressort à lames multiples à une flexibilité, il se compose de huit lames.

Les caractéristiques du ressort à lame sont présentées dans le tableau suivant :

	Limite inférieure (mm)	Limite supérieure (mm)
La largeur du ressort	70	300
La longueur de la 1 <sup>ère</sup> lame	1700	1900
La longueur de la 2 <sup>ème</sup> lame	1700	1900
La longueur de la 3 <sup>ème</sup> lame	1600	1800
La longueur de la 4 <sup>ème</sup> lame	1150	1300
La longueur de la 5 <sup>ème</sup> lame	1015	1125
La longueur de la 6 <sup>ème</sup> lame	705	915
La longueur de la 7 <sup>ème</sup> lame	495	805
La longueur de la 8 <sup>ème</sup> lame	300	495
L'épaisseur de la 1 <sup>ère</sup> lame	14	24
L'épaisseur de la 2 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 3 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 4 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 5 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 6 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 7 <sup>ème</sup> lame	14	14
L'épaisseur de la 8 <sup>ème</sup> lame	4	14

*Tableau III.2 : Les caractéristiques du ressort à lame multiple*

### III.3.2. Le problème d'optimisation :

Notre étude se base sur un problème d'optimisation à 17 variables. Dans cette étude les paramètres constructifs sont ( $b$ ,  $L_i$ ,  $e_i$  telle que  $i=1\dots 8$ ) et un paramètre fonctionnel qui est la déflexion en charge du ressort. Le vecteur de conception (vecteur de départ) contient les paramètres constructifs.

$$X^0 = [b, L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7, L_8, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8]^T$$

La fonction objectif est exprimée de façon conventionnelle :

$$\text{Minimiser ou maximiser } F(x)$$

Où  $F(x)$  peut être :  $F$ ,  $m$ ,  $\sigma$ ,  $f$  ou l'épaisseur totale du ressort  $e_t$ .

Dans notre cas on a pris la masse ( $M$ ) et la contrainte.

$$M = \rho \cdot b \cdot 10^{-6} \cdot \sum_{i=1}^8 e_i \cdot L_i$$

$$\sigma = \frac{3 \cdot P_c \cdot e \cdot (L - A)}{2 b n \sum e^3}$$

Tel que :

$\rho$  : la masse volumique

$e$  : épaisseur de la lame

$L$  : longueur de la lame

$b$  : largeur de la lame

$P_c$  : poids en charge

$A$  : longueur de bridage

#### **III.4.description du programme d'optimisation :**

Le problème est maintenant bien formulé de manière mathématique. Voici l'approche de résolution que nous avons retenue.

Le programme d'optimisation du ressort primaire consiste à introduire le vecteur de départ  $X^0$  (vecteur variable), (on prend les valeurs donné par le constructeur), et chaque variable est mis entre deux bornes, limite inférieure et limite supérieure, comme notre problème est sous contraintes donc on introduit pour chaque variable une contrainte inférieure et une contrainte supérieure.

	Paramètre	Variable	Limites inf	Limite sup	Cont inf	Cont sup
b: largeur du ressort à lame	100	100	70	300	-0,4285	-0,66666
l1 longueur de la première lame	1825	1825	1700	1900	-0,0735	-0,03947
l2 longueur de la deuxième lame	1825	1825	1700	1900	-0,0735	-0,03947
l3 longueur de la troisième lame	1720	1720	1600	1800	-0,075	-0,04444
l4 longueur de la quatrième lame	1230	1230	1150	1300	-0,0695	-0,05384
l5 longueur de la cinquième lame	1020	1020	1015	1125	-0,0049	-0,09333
l6 longueur de la sixième lame	910	910	705	915	-0,2907	-0,00546
l7 longueur de la septième lame	600	600	495	805	-0,2121	-0,25465
l8 longueur de la huitième lame	390	390	300	495	-0,3	-0,21212
e1 épaisseur de la première lame	14	14	14	24	0	-0,41666
e2 épaisseur de la deuxième lame	14	14	14	14	0	
e3 épaisseur de la troisième lame	14	14	14	14	0	
e4 épaisseur de la quatrième lame	14	14	14	14	0	
e5 épaisseur de la cinquième lame	14	14	14	14	0	
e6 épaisseur de la sixième lame	14	14	14	14	0	
e7 épaisseur de la septième lame	14	14	14	14	0	
e8 épaisseur de la huitième lame	14	14	4	14	-2,5	

*Tableau III.3. Représentation des paramètres du vecteur  $X^0$*

On introduit aussi les données suivantes : la longueur de bridage, l'écart minimal entre deux longueurs de lame (étagement des lames) et le poids du camion en charge. Aussi les paramètres du matériau : le module de young, la limite élastique du matériau, et la masse volumique du matériau.

A longueur de bridage	250
E module de young	210000
La limite élastique	1200
L'écart mini entre deux longueurs de lames	105
Poids du camion en charge	32600
La masse volumique	7,8

*Tableau III.4. Représentation des paramètres du matériau*

### III.4.1. Résultats obtenu :

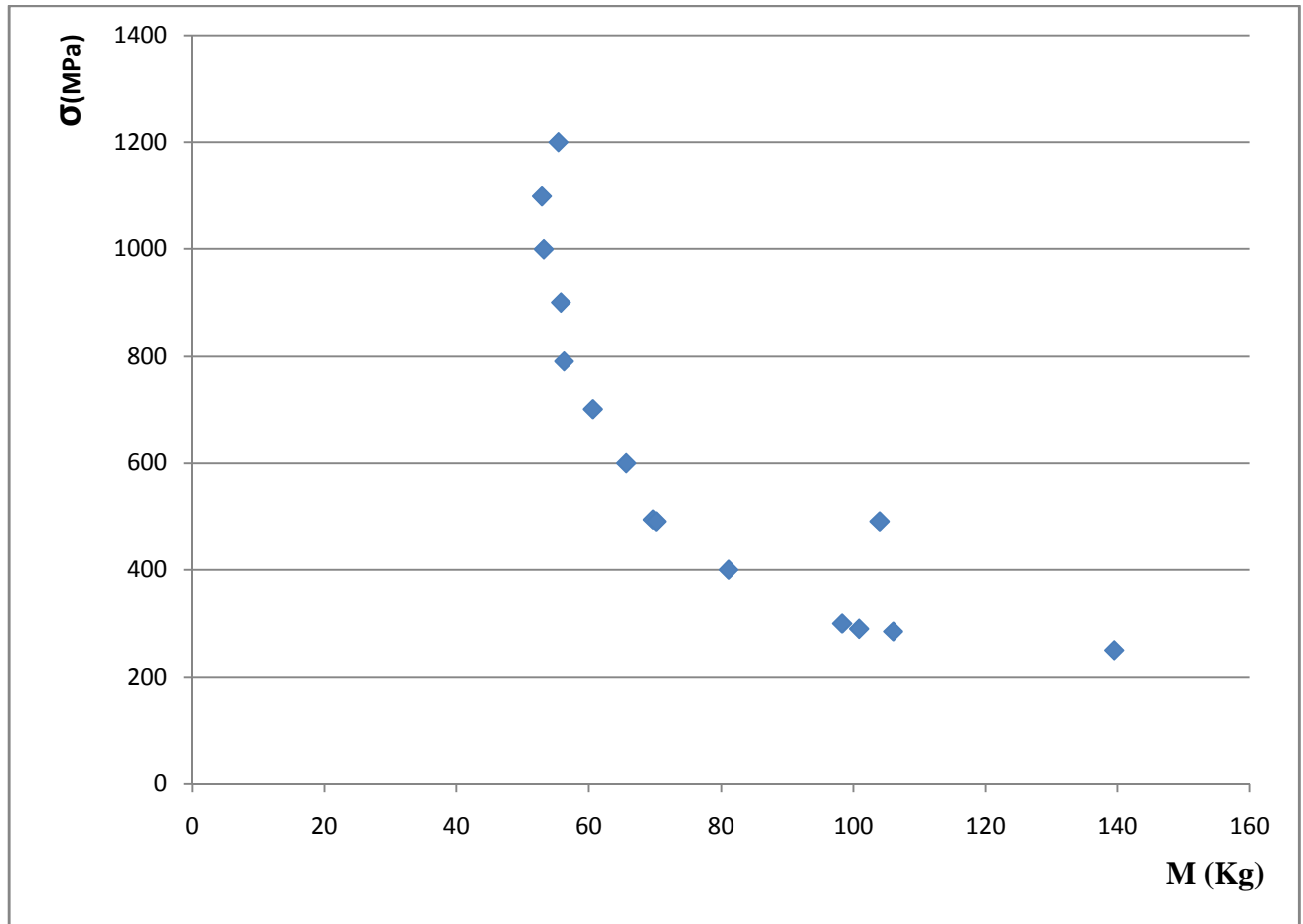
Après un temps de calcul assez réduit et après plusieurs essais effectués, les résultats obtenus nous permettent de déterminer les valeurs optimales de la masse (M) et de la contrainte ( $\sigma$ ) qui sont la solution du problème.

Les itérations	La masse du ressort optimale(Kg)	La contrainte en charge(Mpa)
1	103,9584	491,183
2	55,3929	1199,99
3	52,8966	1100
4	53,1776	999,3367
5	55,7728	899,999
6	56,2571	791,4455
7	60,6237	699,999
8	65,6757	599,9998
9	69,7132	494,594
10	70,1974	491,183
11	81,1288	400
12	98,2793	300
13	100,8553	290
14	106,0297	285
15	139,4675	250

*Tableau III.5. La masse et la contrainte en charge du ressort après chaque optimisation*

D'après les résultats obtenus, on peut choisir le point optimal qui est le point 10.

On trace la courbe de Pareto ; la contrainte en charge en fonction de la masse optimale du ressort,  $\sigma_c = f(m)$



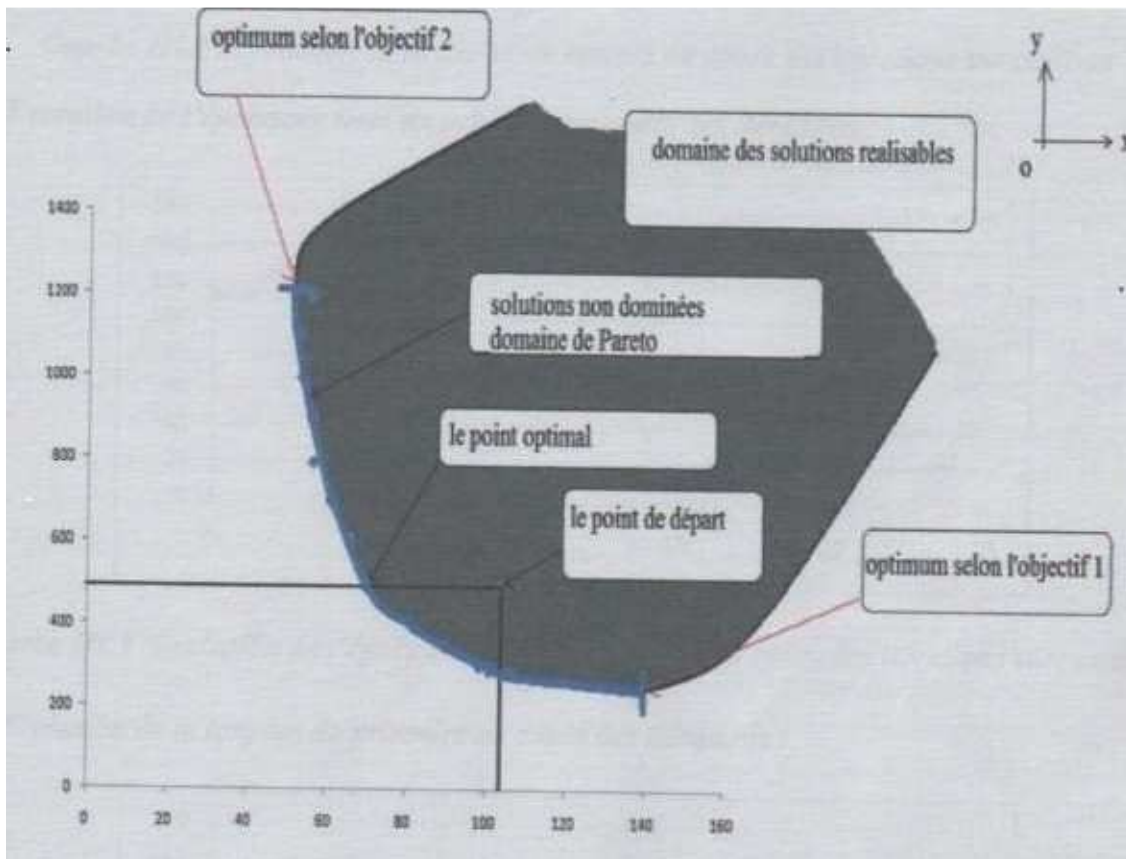
*Figure III.8. Représentation de la contrainte en charge en fonction de la masse du primaire (courbe de Pareto)*

La courbe de Pareto qui représente la variation de la contrainte en fonction de la masse du ressort, qu'est une courbe exponentiel. On voit bien que chaque augmentation dans la masse de ressort suivie d'une diminution de la contrainte.

### III.4.2. Interprétation des résultats :

Recherche du point optimal :

Le *point 1* qui est le point de départ se situe à l'intérieur du domaine des solutions réalisables. Pour avoir la solution optimale on projette le point 1 sur les axes  $OX$  et  $OY$ , les intersections avec la courbe Pareto nous donne un choix entre deux optimums, comme on s'intéresse à avoir la plus petite masse, alors on choisit le *point 10* comme point optimal. (Voir la figure III.8).



*Figure III.9. Optimisation à deux objectifs contradictoires*

**III.5.Conclusion :**

Les deux objectifs d'optimisation sont contradictoires, c'est-à-dire si la masse du ressort diminue la contrainte en charge augmente. Cette méthode d'optimisation nous donne une infinité de choix de la solution optimale telle que tous points sur la courbe de Pareto peut être un optimum. Alors pour choisir l'optimum adéquat, il faut faire un compromis entre les deux objectifs. On a pu à minimiser la masse du ressort tout en gardant la contrainte en charge égale à la contrainte initiale.

### Conclusion générale :

Les deux objectifs de notre étude est de :

- Minimiser la masse du ressort
- Minimiser la contrainte en charge

Il existe plusieurs types de ressorts à lames qui sont utilisés selon la nature du véhicule et le domaine où il est destiné à travailler. Dans le cas des autobus et les poids lourd, qui subissent des fortes variations de charge, il faut utiliser des ressorts à lames multiples et à flexibilité variable pour qu'ils puissent avoir une bonne suspension et un bon confort en marche.

Le calcul des ressorts à lames se base sur le calcul RDM des bras flexibles, telle que le ressort de flexion le plus simple est le bras flexible à section rectangulaire. Pour ce qui est du choix des matériaux, vu le rôle des ressorts qui est de transformer l'énergie de choc en énergie oscillatoire, les aciers manganeux siliceux qui comprennent éventuellement un peu de chrome, de tungstène, de molybdène ou de vanadium sont les plus recommandés car ils ont une haute limite élastique, bonne résistance à la fatigue et bonne résistance à la corrosion.

Une fois que le ressort à lame est défini, une étude économique s'impose pour voir le coût de revient du produit. En vu de la concurrence, la conception doit être fiable et à un prix abordable donc il faut optimiser cette conception.

Le problème d'optimisation associé présente certaines particularités. Minimiser la masse du ressort peut faire l'objet d'un problème d'optimisation.

Dans l'application nous avons implémenté toutes les données relatives tout en satisfaisant les conditions imposées sur les paramètres fonctionnels du ressort, ainsi que, les contraintes dictées par le cahier des charges.

Nous tenant à préciser que notre travail c'est basé sur une étude statique sur le ressort, on n'a pas évoquer le cas dynamique (quand le véhicule est en marche). Le véhicule en marche engendre des variations de charge imprévues, par conséquent le ressort travaille à la fatigue et subis des cycle de chargement aléatoires.

Enfin ce type de traitement à démontré son efficacité et sa performance dans la résolution des problèmes complexes et multiobjectifs. Il est donc nécessaire d'approfondir nos connaissances dans le domaine des métaheuristiques et ouvrir la voie sur une autre utilisation de la modélisation par des problèmes multiobjectifs pour apporter des solutions plus satisfaisantes.

### Références bibliographie

- [1] : «Optimisation d'un ressort à lames à flexibilité variable» Mémoire d'ingénieur Promotion 2009 (Université Abderrahmane Mira-Bejaia).
- [2] : Michel DUCHEMIN : Ressorts. Contraintes de flexion (Technique d'ingénieur B 5432).
- [3] : «Modélisation Par la Méthode des Éléments Finis des Ressorts à Lames Pour Suspensions de Camions du Complexe Véhicule Industriel de Rouïba : Cas d'un ressort à lames multiples à section uniforme et celui d'un ressort à lames égales à profil parabolique» Mémoire d'ingénieur Promotion 2006 (Université Abderrahmane Mira-Bejaia).
- [4] : « Couplage Algorithmes Génétiques et TLM pour la conception des antennes imprimées miniatures» THESE de Doctorat en Sciences de l'UNIVERSITE de Nice-Sophia Antipolis présentée et soutenue par Hong-Son CHU.
- [5] : «Algorithmes génétiques en recherche d'informations» Université de Neuchâtel, IIIUN, Pierre-à-Mazel 7, 2000 Neuchâtel, Suisse.
- [6] : Genetic Algorithm Viewer : Démonstration d'un algorithme génétique Jean-Philippe Rennard, Avril 2000.
- [7] : «Optimisation des Conditions de coupes en tournage par l'Algorithme Génétique NSGA II» Mémoire d'ingénieur promotion 2009 (UMMTO GM).
-