

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI TIZI-OUZOU  
FACULTE DU GENIE DE LA CONSTRUCTION  
DEPARTEMENT DE GENIE CIVIL**



## **MEMOIRE DE MASTER RECHERCHE**

*Spécialité : Génie Civil*

*Option : Structures*

**Thème**

# **Optimisation et fiabilité d'une poutre mixte Bois-Béton**

*Promoteur :*  
**Mr H.DEHMOUS**

*Réalisé par :*  
**Celia OUBBAD**

*Promotion 2014-2015*

# Remerciements

*Le premier à qui je dois le plus de remerciement est le bon dieu qui m'a donné la force, le courage, et la volonté pour atteindre mon objectif.*

*Je tiens à adresser mon remerciement le plus sincère à mon promoteur*

***M<sup>r</sup> DEHMOUS Hocine**, qui a suivi et a encadré ce travail avec intérêt et disponibilité. Je le remercie aussi pour sa gentillesse, sa patience, ses conseils, et surtout son orientation pour faire ce travail.*

*Mes plus vifs remerciements vont également aux membres de jury pour avoir accepté à évaluer ce travail.*

*Je n'oublie pas aussi de remercier toutes les personnes qui ont contribués, de près ou de loin, à la réalisation de ce travail.*

# Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ceux qui ont éclairé ma vie, ma mère et mon père qui me sont les plus chères au monde et auxquels je ne saurais jamais exprimer ma gratitude et ma connaissance en quelques lignes.*

*Que dieu vous protège en parfaite santé et vous donne longue vie.*

*A mon très cher frère : **Ahcène.***

*Et mes très chères sœurs : **Karima** et toute sa famille, **Fatiha, Lila, et Samia.***

*A mes grands parents.*

*A toute mes oncles, mes tantes, mes cousins et mes cousines et toute la famille **OUBBAD.***

*A toutes mes amis(es), notamment « **Lydia, Nawal, Tilleli, Ryma, Djidji, et Faroudja** » merci pour les bons moments qu'on a passé ensemble, de votre soutien et de votre serviabilité.*

*Enfin a toute la promotion 2014-2015 ainsi qu'a tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.*

**CELIA.**

## Liste des figures

<b>Figure 1.1</b> : Schéma de principe d'un plancher mixte en bois-béton. ....	2
<b>Figure 1.2</b> : Schéma d'un plancher mixte D-Dalle. ....	4
<b>Figure 1.3</b> : Schéma de principe d'un plancher PP2B (COSYLVA). ....	5
<b>Figure 1.4</b> : Schéma d'un plancher LIGNADAL. ....	5
<b>Figure 1.5</b> : Schéma d'un plancher TECNARIA. ....	6
<b>Figure 1.6</b> : Schéma d'un plancher SBB. ....	7
<b>Figure 1.7</b> : Schéma du rôle des connecteurs dans une poutre simple [6]. ....	10
<b>Figure 1.8</b> : Effet du connecteur sur le diagramme des contraintes. ....	11
<b>Figure 1.9</b> : Connecteur tube. ....	12
<b>Figure 1.10</b> : Connecteur tige. ....	13
<b>Figure 1.11</b> : Connecteur SBB. ....	13
<b>Figure 1.12</b> : Ruban. ....	14
<b>Figure 1.13</b> : Contrainte de rupture de traction axiale. ....	17
<b>Figure 1.14</b> : Contrainte de rupture de traction transversale. ....	17
<b>Figure 1.15</b> : Contrainte de rupture de compression axiale. ....	18
<b>Figure 1.16</b> : Contrainte de rupture de compression transversale. ....	18
<b>Figure 1.17</b> : Contrainte de rupture de flexion. ....	19
<b>Figure 1.18</b> : Contrainte de rupture de cisaillement. ....	19
<b>Figure 1.19</b> : Poutre en bois massif. ....	21
<b>Figure 1.20</b> : Bois lamellé collé. ....	22
<b>Figure 1.21</b> : Bois massifs contre collés. ....	22
<b>Figure 1.22</b> : Différents types de panneaux. ....	22
<b>Figure 2.1</b> : Poutre mixte en flexion. ....	24

<b>Figure 2.2:</b> Poutre mixte en flexion. ....	26
<b>Figure 2.3 :</b> Illustration des différentes grandeurs de la poutre composée. ....	31
<b>Figure 2.4 :</b> Section transversal de la structure mixte et distribution des contraintes. ....	33
<b>Figure 3.1 :</b> Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires $\{X\} = \{X_1, X_2\}$ .....	44
<b>Figure 3.2 :</b> Domaine de défaillance, état limite et domaine de sécurité.....	45
<b>Figure 3.3 :</b> Illustration de la méthode de Monte-Carlo .....	47
<b>Figure 3.4 :</b> Recherche de l'indice de fiabilité $\beta$ et du point de conception $P^*$ dans l'espace standard pour deux variables aléatoires $\{U\} = \{U_1, U_2\}$ .....	48
<b>Figure 4.1 :</b> Présentation de la Feuille Microsoft Excel. ....	51
<b>Figure 4.2 :</b> Représentation de la feuille de calcul « optimisation ». ....	52
<b>Figure 4.3 :</b> Propriétés géométriques et élastiques de la poutre mixte. ....	53
<b>Figure 4.4 :</b> Sections et inerties du béton et du bois. ....	53
<b>Figure 4.5 :</b> Charge appliquée et efforts internes.....	53
<b>Figure 4.6 :</b> Boite de dialogue du solveur excel pour l'optimisation avec minimisation des contraintes.....	54
<b>Figure 4.7 :</b> Boite de dialogue pour l'ajout des contraintes.....	54
<b>Figure 4.8 :</b> Résultats de l'optimisation.....	55
<b>Figure 4.9 :</b> Résistances mécaniques des éléments constituant la poutre mixte .....	56
<b>Figure 4.10 :</b> Boite de dialogue du solveur excel pour l'optimisation avec minimisation du coût de la structure.....	57
<b>Figure 4.11 :</b> Représentation de Matlab.....	60
<b>Figure 5.1 :</b> Illustration des paramètres d'optimisation.....	63
<b>Figure 5.2 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de $E_1$ selon le critère de rupture par cisaillement du bois .....	69

<b>Figure 5.3 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de E2 selon le critère de rupture par traction et cisaillement du bois .....	70
<b>Figure 5.4 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de K selon le critère de rupture par cisaillement du bois .....	72
<b>Figure 5.5 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de l'écart type selon le critère de cisaillement du bois.....	73
<b>Figure 5.6 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de l'écart type selon le critère de cisaillement du bois.....	74

## Liste des tableaux

<b>Tableau 1.1 :</b> Influence d'une connexion parfaite dans une poutre .....	11
<b>Tableau 2.1 :</b> Propriétés géométriques et élastiques de la poutre mixte.....	25
<b>Tableau 2.2 :</b> Propriétés mécaniques de la poutre mixte. ....	25
<b>Tableau 2.3 :</b> Résistances mécaniques des constituants de la poutre mixte bois-béton .....	36
<b>Tableau 2.4 :</b> Valeurs des coefficients partiels de sécurité $\gamma_{M,b}$ .....	38
<b>Tableau 2.5 :</b> Valeurs des <i>Kmod</i> .....	39
<b>Tableau 2.6 :</b> Classe de durée de charge.....	40
<b>Tableau 3.1:</b> Principales lois de distribution .....	43
<b>Tableau 3.2:</b> Correspondance entre l'indice de fiabilité $\beta$ et la probabilité de défaillance. ....	49
<b>Tableau 4 .1 :</b> Variables aléatoires et loi de distribution des paramètres. ....	50
<b>Tableau 4.2:</b> Résistances mécaniques des constituants de la poutre mixte bois-béton. .....	59
<b>Tableau 5.1 :</b> Intervalle de variation des paramètres d'optimisation. ....	63
<b>Tableau 5.2 :</b> Résultats de l'optimisation avec minimisation des contraintes dans les deux matériaux.....	64
<b>Tableau 5.3 :</b> Résultats de l'optimisation avec minimisation du coût.....	65
<b>Tableau 5.4 :</b> Dimension de la poutre mixte de base.....	66
<b>Tableau 5 .5 :</b> Variables aléatoires considérées et leurs loi de distribution.....	66
<b>Tableau 5.6:</b> Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du nombre de tirage.....	67

<b>Tableau 5.7 :</b> Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de $q$ .....	67
<b>Tableau 5.8 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de $E1$ selon les différents critères de rupture .....	68
<b>Tableau 5.9 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de $E2$ selon les différents critères de rupture. ....	70
<b>Tableau 5.10 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de $K$ selon les différents critères de rupture. ....	71
<b>Tableau 5.11 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de l'écart type selon les différents critères de rupture. ....	73
<b>Tableau 5.12 :</b> Evolution de $P_f$ pour différentes valeurs de l'écart type selon les différents critères de rupture. ....	74
<b>Tableau 5.13:</b> Probabilité de défaillance et contraintes dans les matériaux :.....	75
structure de base.....	75
<b>Tableau 5.14 :</b> Optimisation basée fiabilité de la poutre mixte bois-béton.....	76

# Table des matières

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

## Chapitre1 : Généralités sur les Planchers mixtes bois-béton.

1 .1 .Introduction.....	2
1.2 .Utilisation des planchers mixtes bois-béton .....	2
1.3. Différents types de planchers mixtes bois-béton .....	3
1.3.1. Plancher D – DALLE – CBC-CBT .....	3
1.3.2. Plancher PP2B (COSYLVA).....	4
1.3.3. Plancher LIGNADAL.....	5
1.3.4. Plancher TECNARIA .....	6
1.3.5. Plancher SBB .....	6
1.4. Avantages et inconvénients des planchers mixtes bois-bétons.....	7
1.4.1. Les Avantages.....	7
1.4.2. Les inconvénients.....	8
1.5. Généralités sur les connecteurs.....	9
1.5.1. Introduction.....	9
1.5.2 .Positionnement des connecteurs .....	9
1.5.3. Rôles des connecteurs.....	10
1.5.4. Différents types de connecteurs.....	12
a-Les tiges et les tubes .....	12
b- SBB.....	13
c- Systèmes composites Timco.....	14
d- Ruban.....	14
1.6. Béton .....	14
1.6.1 : les Propriétés mécaniques du béton.....	15
• Propriétés de rigidité.....	15
• Propriétés de résistance.....	15
1.6.2. Les Propriétés physiques du béton.....	15

• Propriétés acoustiques.....	15
• Comportement au feu.....	15
❖ Avantages et inconvénients du béton .....	15
a -Avantages.....	15
b - Inconvénients .....	16
1.7. Le bois.....	16
1.7.1. Les Propriétés mécaniques du bois .....	16
❖ Traction parallèle au fil.....	16
❖ Traction perpendiculaire au fil (Transversale) .....	17
❖ Compression axiale (parallèle au fil).....	18
❖ Compression perpendiculaire au fil (Transversale).....	18
❖ Résistance à la Flexion .....	19
❖ Résistance au cisaillement .....	19
1.7 .2 .Les Propriétés physiques du bois .....	20
• Propriétés acoustiques.....	20
• Densité .....	20
• Le retrait.....	20
• Le gonflement .....	20
• dilatation thermique .....	20
1.7.3 . Différents type de bois utilisés en construction .....	21
• Le bois massif .....	21
• Bois reconstitué.....	21
1.8 .Conclusion .....	23

## Chapitre 2 : Calcul déterministe d'une structure mixte bois-béton.

2.1. Présentation de la problématique .....	24
2.2. Présentation de la structure étudiée .....	24
2.3. Analyse déterministe de la structure composée .....	25
2.3.1 Procédures de calcul selon l'Eurocode 5 « méthode $\gamma$ » .....	26
2.3.1.1. Distribution des efforts et de la flèche max dans la structure.....	27
2.3.1.2 Caractéristiques géométriques de la poutre composée .....	27
2.3.1.3 Coefficient de glissement.....	30
2.3.1.4 Rigidité effective (équivalente) de la section composée .....	30

2.3.1.5 .Centre de gravité .....	32
2.3.1.6. Etude des contraintes .....	33
2.3.1.7 Effort sur les organes d'assemblage .....	35
2.3.2 Vérifications.....	36
2.3 .3. Conclusion.....	40

### Chapitre3 : Généralités sur les approches probabilistes et la fiabilité des structures

3.1. Introduction .....	41
3.2. La fiabilité .....	41
3.3. Problématique .....	41
3.4. Choix des variables aléatoires de base.....	42
3.5. Les lois de distribution.....	43
3.6. Choix de la fonction de performance.....	44
3.7. Indicateurs de fiabilité.....	46
3.8. Principales approches pour tenir compte des incertitudes .....	46
3.8.1. Méthodes à base de simulations : Simulation de Monte Carlo.....	46
3.8.2. Méthodes approchées : FORM/SORM.....	48
3.9. Conclusion .....	49

### Chapitre4 : Etude fiabiliste et optimisation d'une structure mixte.

4 .1.Introduction.....	50
4.2. Choix des variables aléatoires.....	50
4.3. Présentation de Microsoft Excel .....	51
4.4. Optimisation.....	52
4.4.1. Procédure de la mise en place de l'outil « minimisation des contraintes » .....	53
• Introduction de données.....	53
4.4.2. Procédure de la mise en place de l'outil « économie ».....	56
• Introduction de données.....	56
4.5. La simulation probabiliste.....	57
4.6. Choix de la fonction d'état limite (G).....	58
4.7. Présentation de Matlab.....	60
4.8. Estimation de la probabilité de défaillance.....	60

4.9. Générations de nombres aléatoires .....	61
4.10. Organigramme de calcul .....	61
4.11. Conclusion .....	62

## Chapitre5 : résultats et interprétations.

5.1. Introduction .....	63
5.2. Partie Optimisation : .....	63
5.2.1. Optimisation 1 : Minimisation des contraintes .....	64
5.2.2. Optimisation 2 : Minimisation du coût de la structure (économie) .....	65
5.3. Analyse fiabiliste de la poutre mixte .....	66
5.3.1. Evolution de la probabilité de défaillance suivant le nombre de tirage.....	66
5.3.2. Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la charge q.....	67
5.3.3. Analyse du mode de défaillance .....	67
5.4. Effet de la moyenne et de l'écart type des paramètres sur la probabilité de défaillance.....	68
5.4.1. Effet de la moyenne des paramètres .....	68
• Effet du Module de Young du béton $E_1$ .....	68
• Effet du Module de Young du bois $E_2$ .....	69
• Effet de la déformation spécifique $K$ .....	71
5.4.2. Effet de l'écart type des paramètres.....	72
5.5. Optimisation basée fiabilité .....	74
5.6. Conclusion.....	77
<b>Conclusion générale</b> .....	<b>78</b>
<b>Bibliographie</b> .....	<b>79</b>

## Résumé

Dans le cadre de cette étude, la structure étudiée est un plancher bois-béton. L'objectif est d'utiliser au mieux les propriétés mécaniques de chaque matériau. Compte tenu du fait que notre structure résulte de l'assemblage de trois matériaux différents; béton, bois et acier (connecteur), l'optimisation de la combinaison devient un objectif évident.

L'objectif de ce travail est d'une part de mettre en place un outil qui permettra en fonction des paramètres du problème de choisir la structure optimale en considérant les exigences technique et économiques. D'autre part, introduire dans le processus d'optimisation l'aspect fiabiliste du problème à travers l'estimation de la probabilité de défaillance.

## **Introduction générale :**

Le plancher mixte consiste à faire travailler deux matériaux différents grâce à la mise en œuvre de connecteurs. Dans le cadre de cette étude, il s'agit d'un plancher bois-béton. Autrement dit on va faire travailler en compression le béton et le bois en traction. Ainsi, on utilise au mieux les propriétés mécaniques de chaque matériau c'est-à-dire une forte résistance à la compression pour le béton et une bonne résistance à la traction pour le bois.

Compte tenu du fait que notre structure résulte de l'assemblage de trois matériaux différents; béton, bois et acier (connecteur), l'optimisation de la combinaison des trois éléments devient un objectif évident.

Pour se faire, l'objectif de ce travail est de mettre en place un outil qui permettra en fonction des paramètres du problème de choisir la structure optimale en considérant les exigences technique et économiques.

Ajouter à cela, l'intérêt de ce travail est d'introduire dans le processus d'optimisation l'aspect fiabiliste du problème à travers l'estimation de la probabilité de défaillance.

## 1.1 .Introduction

Les planchers mixtes bois-béton sont composés d'une poutre en bois et d'une dalle en béton, ils permettent de faire travailler le bois en traction et le béton en compression grâce à la mise en œuvre des connecteurs.

Les connecteurs assurent la liaison entre le bois et le béton, son rôle majeur est de limiter le glissement tendant à se produire à l'interface bois-béton sous l'effet des forces extérieures.

Ainsi, on utilise au mieux les propriétés mécaniques de chaque matériau c'est-à-dire une forte résistance à la compression pour le béton et une bonne résistance à la traction pour le bois.

Sur la figure 1.1, nous présentons un schéma illustrant le principe d'un plancher mixte en bois-béton.

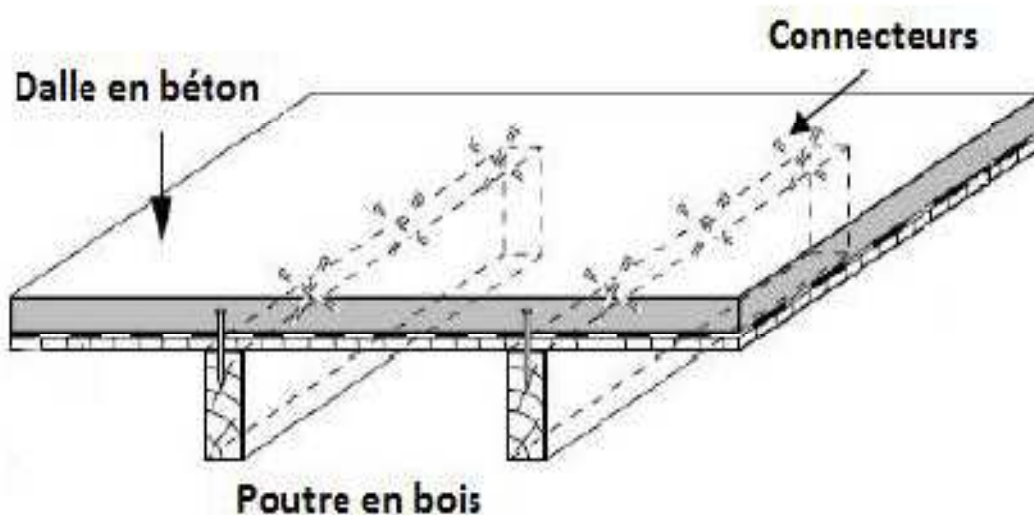


Figure 1.1 : Schéma de principe d'un plancher mixte en bois-béton.

## 1.2 .Utilisation des planchers mixtes bois-béton

Les structures mixtes bois-béton se sont développées entre les deux guerres mondiales, lorsque le monde de la construction a souffert d'un manque d'acier nécessaire au renforcement du béton. Les planchers mixtes sont utilisés en

réhabilitation des structures anciennes et dans la construction des bâtiments des ouvrages d'art. Les planchers mixtes bois-béton sont le plus souvent utilisés en réhabilitation car ils permettent de conserver la structure existante de planchers tout en augmentant la portée et la rigidité. Cette solution évite la démolition et le remplacement total des planchers anciens, parfois conçus pour des charges limitées. Lors d'une réhabilitation, il est assez courant que le projet consiste à disposer des connecteurs sur des poutres en bois existantes et, ensuite, à couler la dalle en béton qui sera connectée.

Pour satisfaire la réglementation en vigueur, il est nécessaire d'utiliser des poutres avec des sections importantes pour que le plancher soit assez résistant et rigide. Dans un souci de coût et d'esthétisme, il peut être judicieux d'avoir recours au plancher mixte bois-béton. Comparé à une dalle en béton armé, le plancher collaborant permet de réduire :

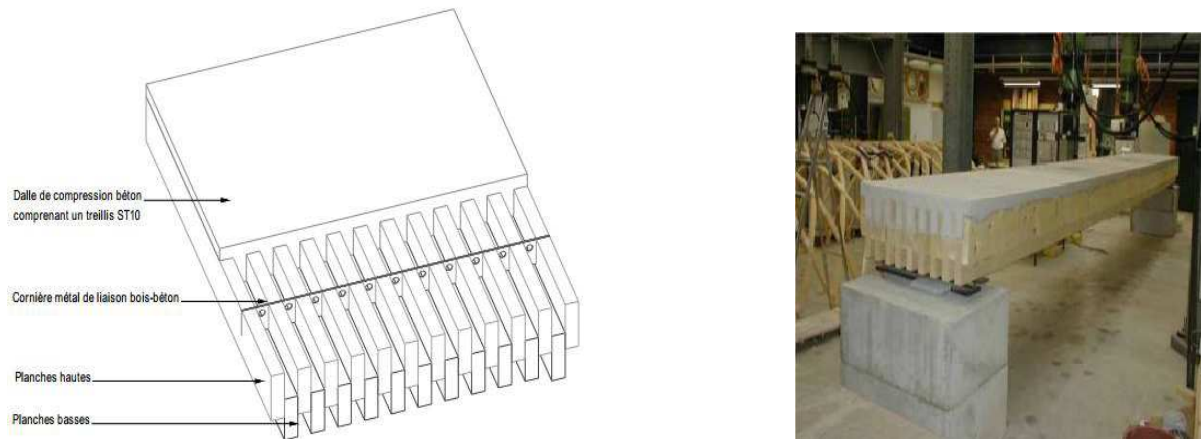
- la charge d'un bâtiment
- l'épaisseur des séparations horizontales
- les ponts thermiques

### **1.3. Différents types de planchers mixtes bois-béton**

Il existe plusieurs types de planchers mixtes bois-béton et de systèmes de connexion. Nous présentons dans ce qui suit quelques exemples de ces différents types de plancher.

#### **1.3.1. Plancher D – DALLE – CBC-CBT**

La double dalle mixte bois-béton est utilisée dans le domaine des dalles de très grandes portées, de 11 m à 18 m sans appuis (Voir figure 1.2).

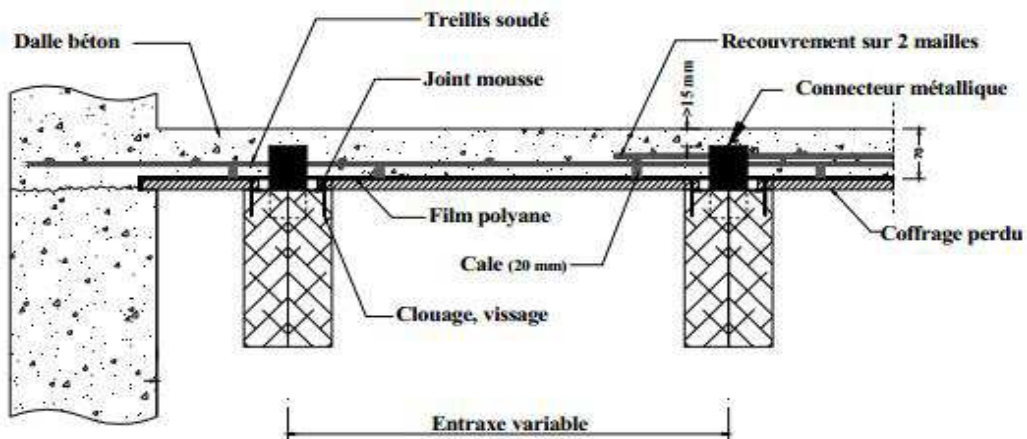


**Figure 1.2** : Schéma d'un plancher mixte D-Dalle.

Elle est constituée d'une structure bois en planches vissées et assemblées en crénelage par décalage alterné, augmentant la hauteur statique et la résistance à la flexion sans augmenter le poids de la structure. Elle permet également d'obtenir en sous-face un plafond acoustique d'aspect solives apparentes. La liaison bois/béton se fait par des plaques transversales en acier perforé transmettant les efforts de cisaillement puis coulage d'une dalle de compression en béton [1].

### 1.3.2. Plancher PP2B (COSYLVA)

Plancher mixte réalisé avec des poutres en bois pré connectées et une dalle en béton armé coulé sur place. La liaison entre les poutres en bois et la dalle en béton est assurée par des connecteurs métalliques tubulaires répartis, à intervalles régulier, le long de l'interface bois-béton [2].(Voir figure 1.3).

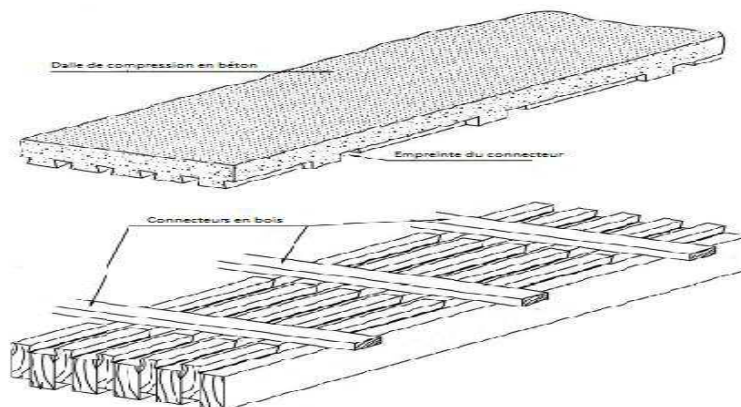


**Figure 1.3** : Schéma de principe d'un plancher PP2B (COSYLVA).

### 1.3.3. Plancher LIGNADAL

Le plancher mixte bois-béton LIGNADAL est un plancher qui associe une prédalle formée de planches en bois à une dalle en béton coulé en place. La liaison entre les planches en bois et la dalle en béton est assurée par des connecteurs en bois.

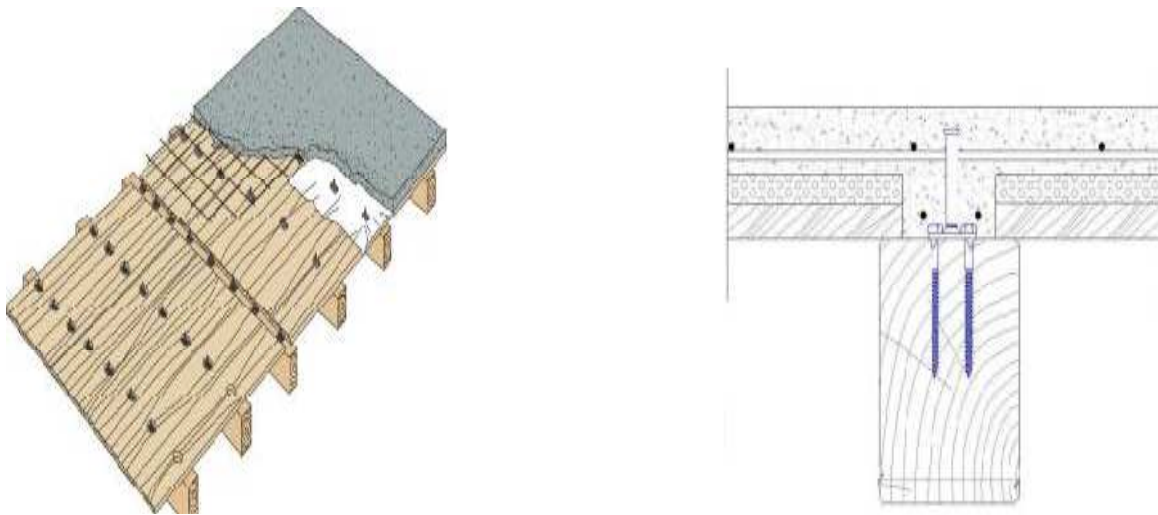
Ce plancher peut être utilisé pour la réalisation des planchers d'étages courants, ou pour les toitures-terrasses de bâtiments d'habitation, de bureaux, d'enseignement, d'activités sportives et d'autres destinations [3].



**Figure 1.4** : Schéma d'un plancher LIGNADAL.

### 1.3.4. Plancher TECNARIA

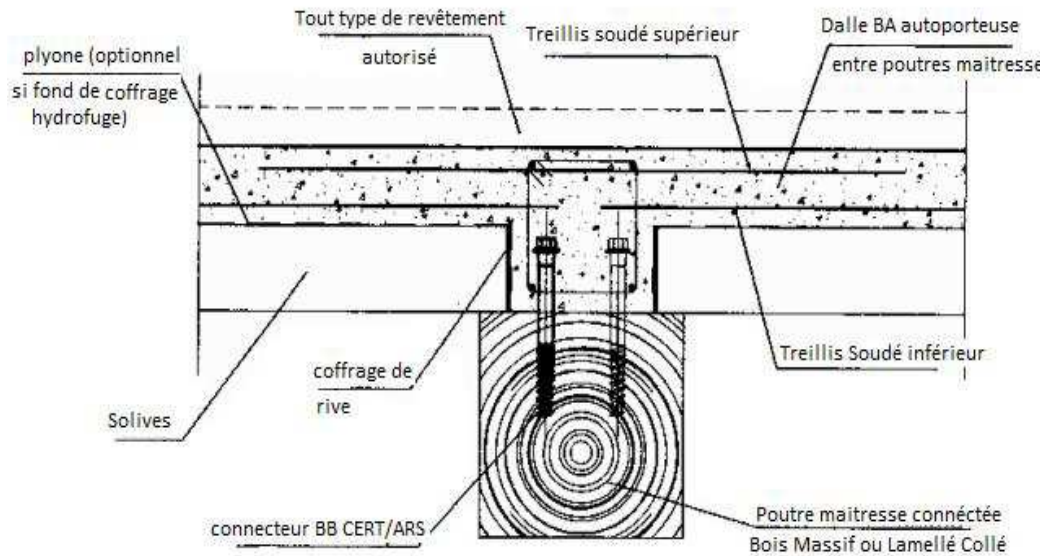
Plancher mixte réalisé avec des poutres en bois et une dalle en béton armé à base de granulats lourds, coulée en place. La liaison entre les poutres en bois et la dalle en béton est assurée par des connecteurs métalliques de type ergots avec plaque de fixation, à intervalles réguliers ou variables, le long de l'interface bois-béton. Les connecteurs peuvent avoir deux types de plaque de fixation, « BASE » ou « MAXI » avec respectivement des tire fonds de 8 et 10 mm de diamètre. Le bois peut être résineux, feuillus ou lamellé collé [ 4].



**Figure 1.5** : Schéma d'un plancher TECNARIA.

### 1.3.5. Plancher SBB

Plancher mixte bois-béton associant des poutres en bois à une dalle de béton armé coulée en place. Cette dalle de béton est connectée aux poutres en bois au moyen de connecteurs métalliques de type tire-fond à filet variable vissés dans les poutres en bois. Cette liaison permet de tenir compte de l'inertie de la section complète bois et table en béton associée pour justifier la résistance et les flèches du plancher [5].



**Figure 1.6 :** Schéma d'un plancher SBB.

## 1.4. Avantages et inconvénients des planchers mixtes bois-bétons

### 1.4.1. Les Avantages

La combinaison bois-béton présente de nombreux avantages, en voici une liste non exhaustive :

- ❖ Le système mixte bois-béton permet d'obtenir une capacité portante plus élevée et une déformation plus faible qu'un plancher bois. Ce système permet ainsi d'opter pour de plus grandes portées.
- ❖ La légèreté de ces planchers par rapport à un plancher en béton donne un avantage certain dans le cas de sols difficiles. Cela permet d'éviter ou de réduire les fondations profondes. Cet avantage n'est bien évidemment significatif que dans la mesure où les autres parties d'ouvrage sont elles-mêmes assez économes en poids.
- ❖ Outre ces aspects liés à la résistance, la dalle béton apporte aux planchers mixtes de meilleures performances en isolation acoustique (loi de masse) que des planchers bois. Ces planchers ont également un comportement au feu favorable. Enfin, les vibrations, que l'on peut

observer dans les structures à plancher bois, sont limitées grâce aux planchers mixtes.

- ❖ Le bois est un matériau de construction de qualité qui se fabrique et se recycle naturellement depuis des millions d'années.
- ❖ les planchers ont la possibilité d'être préfabriqués, ce qui conduit à un gain de temps important sur chantier.
- ❖ Enfin, le plancher mixte bois-béton offre une plus grande liberté de conception par rapport aux planchers bois. Il permet notamment de disposer d'une technologie de dernière génération.

#### **1.4.2. Les inconvénients**

Cependant le plancher mixte bois-béton présente encore quelques défauts :

- ❖ La connexion de la dalle béton aux poutres bois est très simple à réaliser, mais l'assemblage des poutres bois aux autres éléments porteurs, comme les poteaux ou les murs, nécessite des organes ou procédés spéciaux.
- ❖ De par sa constitution, ce type de plancher n'est pas adapté aux structures de Plus de 11 ou 18 m de portée selon les systèmes. Sa résistance restant limitée par rapport à un plancher en béton, il présentera donc de moins bonnes performances vis-à-vis de sollicitations à caractère accidentel, comme des tassements différentiels de fondations, des séismes, des bombardements ou des explosions. Ces deux aspects excluent donc une utilisation dans les ouvrages d'art importants.
- ❖ De même, bien que les vibrations soient réduites par rapport au plancher bois, un plancher mixte étant plus léger qu'un plancher en béton armé, il reste plus sensible à certains effets dynamiques des charges d'exploitation, qui peuvent apparaître dans des bâtiments à vocation industrielle par exemple.
- ❖ La préfabrication implique une grande rigueur d'organisation, des études en amont importantes et soigneusement organisées, en coordination entre tous les corps d'état.

- ❖ Enfin, un plancher mixte reste plus onéreux qu'un plancher classique. Son coût est en moyenne plus élevé qu'un plancher béton.

## 1.5. Généralités sur les connecteurs

### 1.5.1. Introduction

Les connecteurs assurent la liaison entre le bois et le béton, il est le garant des avantages que vous offre le système, à savoir, faible déformation et faible contrainte dans le bois et le béton.

Le concept de la structure mixte bois-béton dépend surtout de l'état de l'interface entre les deux matériaux. Cette interface est gouvernée par des systèmes de connexion dont la connaissance du comportement est nécessaire pour le dimensionnement. En général, le comportement d'un système de connexion dépend des facteurs suivants :

- Catégorie de connexion,
- Morphologie des connecteurs ;
- Profondeur de pénétration des connecteurs dans les matériaux ;
- Disposition des connecteurs à l'interface ;
- Caractéristiques des matériaux ;
- Mode de chargement, monotone ou cyclique.

### 1.5.2 .Positionnement des connecteurs

Le connecteur de type CTL BASE se fixe en général directement au contact de la poutre en bois et le type de connecteur CTL MAXI sur le platelage.

Le nombre et le type de connecteurs à placer est déterminé par un calcul (en moyenne environ 6-10 éléments par m<sup>2</sup>) et doivent être fixés de façon rapprochée vers les murs et plus espacés au centre de la poutre.

Il est recommandé de tourner la plaque de base de manière à ce que les vis ne soient pas alignées.

- **Le connecteur CTL BASE**

C'est un connecteur ayant deux trous pour le passage de tire-fond de  $\Phi$  8mm, et une tête en forme conique composé d'une plaque de base 50x50x4mm.

- **Le connecteur CTL MAXI**

C'est un connecteur ayant deux trous pour le passage de tire-fond de  $\Phi 10\text{mm}$ , et une tête en forme conique composé d'une plaque de base  $75 \times 50 \times 4\text{mm}$ .

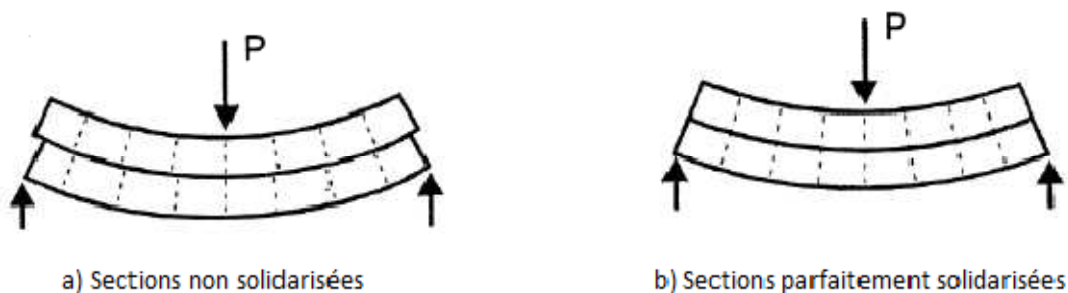
### 1.5.3. Rôles des connecteurs

Le rôle des connecteurs c'est de reprendre l'effort de cisaillement à l'interface entre le bois et le béton, de sorte que l'ensemble du plancher devient une structure mécaniquement homogène est donc beaucoup plus rigide et résistante.

Sans le connecteur la structure se comporterait comme des sections indépendantes aux propriétés mécaniques faibles.

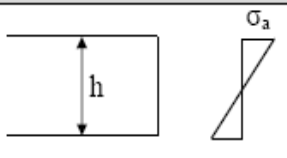
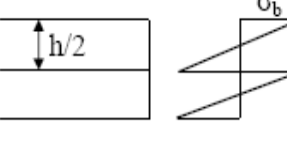
Les connecteurs sont caractérisés par un module de glissement qui joue un rôle primordial dans la rigidité du système.

Pour comprendre le rôle joué par les connecteurs, il paraît intéressant de représenter le comportement d'une poutre simple soumise à la flexion comme représenté dans le schéma suivant (figure 1 .7)



**Figure 1 .7 :** Schéma du rôle des connecteurs dans une poutre simple [6].

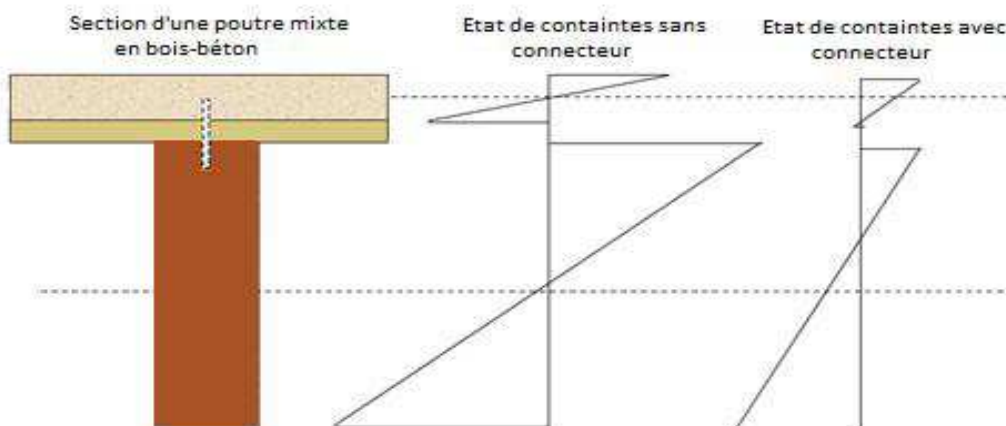
Soit une poutre fléchie simplement appuyée, constituée de deux sections rectangulaires superposées de hauteur équivalente et d'un matériau identique, respectivement sans connexion dans le cas (a) et parfaitement solidarisiées dans le cas (b).

Cas	Distribution des contraintes	Contraintes	Flèche (charge ponctuelle centrée sur poutre isostatique)
Limite supérieure (monolithique)		$\sigma_a = \frac{M \frac{h}{2}}{b(h)^3} = \frac{6M}{bh^2}$	$f_{i,a} = \frac{PL^3}{48E \frac{bh^3}{12}} = \frac{PL^3}{4Ebh^3}$
Limite inférieure (glissement parfait)		$\sigma_b = \frac{M / 2 \frac{h}{4}}{b \left(\frac{h}{2}\right)^3} = \frac{12M}{bh^2}$	$f_{i,b} = \frac{P/2L^3}{48E \frac{b \left(\frac{h}{2}\right)^3}{12}} = \frac{PL^3}{Ebh^3}$
Rapport $\frac{Lim_{sup}}{Lim_{inf}}$	-	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

**Tableau 1.1 :** Influence d’une connexion parfaite dans une poutre [6].

Donc pour augmenter la résistance et la rigidité en flexion d’un plancher en bois Il faut connecter mécaniquement une dalle en béton au plancher en bois existant.

La contribution des connecteurs permet notamment de diminuer l’ensemble des contraintes dans les deux matériaux (mais surtout dans le bois), afin d’exploiter ces derniers de manière optimale. Les connecteurs permettent de transférer les efforts (de cisaillement entre le bois et le béton).



**Figure 1.8:** Effet du connecteur sur le diagramme des contraintes.

La figure ci-dessous illustre schématiquement le gain de matière et de hauteur obtenu sur un plancher mixte en bois-béton par rapport à des planchers traditionnels en bois, pour un même moment de flexion sollicitant, grâce à la mise en place d'une collaboration (plus ou moins parfaite) entraînant la réduction de la section de la poutre en bois.

#### 1.5.4. Différents types de connecteurs

Pour effectuer cette liaison, on peut avoir recours à différents types de connecteurs certains sont très simples à mettre en place, alors que d'autres nécessitent une préparation en atelier.

On cite quelque connecteur :

##### a-Les tiges et les tubes

Les tiges sont des barres cylindriques de 15 mm de diamètre. Les tubes ont un diamètre extérieur de 30mm et une épaisseur de 1 à 5 mm Ces connecteurs sont collés dans des trous percés dans le bois sur une profondeur de 50 mm et sont ancrés dans le béton sur 30 mm



**Figure 1 .9 :** Connecteur tube



**Figure 1 .10** : Connecteur tige

### **b- SBB**

Les connecteurs sont des tire-fond métalliques. Leur diamètre est de 20-25 mm pour une longueur de 150 mm 170 mm ou 250 mm, Ils sont utilisés pour les dalles de faibles épaisseurs. Le système SBB peut être utilisé en réhabilitation ou en construction neuve pour tout type de bâtiments, dont la structure porteuse verticale peut être en béton armé, en maçonnerie ou en bois.



**Figure 1 .11** : Connecteur SBB

### c- Systèmes composites Timco

Il s'agit d'une sorte de Vis de 150mm de longueur et un diamètre de 7.3 mm avec revêtement.

### d- Ruban

C'est un système de connexion continue, Le métal déployé est remplacé par une bande métallique trouée d'épaisseur 1; 5mm



**Figure 1.12** : Ruban

## 1.6. Béton

Le béton est un matériau de construction composite homogène, constitué de granulats (sable, gravillons) agglomérés par un liant (ciment) qui durcit en présence d'eau. La résistance du béton aux efforts de compression et de traction varie en fonction de la nature du ciment employé, de son dosage, des granulats et de la quantité d'eau ainsi que du soin apporté à la mise en œuvre et des contrôles auxquels il est soumis.

Malgré cette diversité, il reste clair que le béton présente des résistances à la compression élevées et des résistances faibles en traction.

### 1.6.1 : les Propriétés mécaniques du béton

- **Propriétés de rigidité**

En compression comme en traction, la déformation longitudinale est accompagnée d'une déformation transversale.

Le module de déformation longitudinale instantanée  $E$  est défini par le rapport de la contrainte unitaire sur la déformation unitaire.

- **Propriétés de résistance**

La résistance du béton aux efforts de compression et de traction varie en fonction de la nature du ciment employé, de son usage, des granulats et de la quantité d'eau, ainsi que du soin apporté à la mise en œuvre et des contrôles auxquels il est soumis.

Malgré cette diversité, il reste clair que le béton présente des résistances à la compression élevées et des résistances faibles en traction.

### 1.6.2. Les Propriétés physiques du béton

- **Propriétés acoustiques**

Le béton offre une solution efficace à la protection contre le bruit.

- **Comportement au feu**

En cas de hausse de température, on observe un affaiblissement des résistances à la compression et à la traction du béton.

- ❖ **Avantages et inconvénients du béton**

- a -Avantages**

- Il est peu coûteux, facile à fabriquer et nécessite peu d'entretien.
- Il épouse toutes les formes qui lui sont données. Des modifications et adaptations du projet sur le chantier sont faciles à effectuer.

- Il devient solide comme de la pierre. Il résiste bien au feu et aux actions mécaniques usuelles.
- Il convient aux constructions monolithiques. Les assemblages sont faciles à réaliser dans le cas de béton coulé sur place. Dans la plupart des cas, les dimensions des ouvrages et éléments d'ouvrage en béton sont suffisants pour ne pas poser de problème délicat de stabilité.
- Il exige peu d'énergie pour sa fabrication.

### **b - Inconvénients**

- Il a un poids propre élevé.
- Il a une faible résistance à la traction.
- Sa faible isolation thermique.

## **1.7. Le bois**

Le bois est une ressource naturelle qui est largement disponible dans le monde et il possède plusieurs avantages environnementaux et structuraux. Les structures en bois ont fait l'objet d'un nombre plus restreint d'étude, ceci peut s'expliquer en partie par la demande empirique adoptée par les anciens règlements.

### **1.7.1. Les Propriétés mécaniques du bois**

Le bois présente des performances différentes selon la direction (parallèle ou perpendiculaire aux fibres).

#### **❖ Traction parallèle au fil**

Dans ce cas, la résistance ultime en traction axiale du bois parfait vaut 2 à 3 fois la résistance en compression dans le sens des fibres car elles ne tendent ni à s'écarter ni à flamber individuellement. Toute fois la présence de nœuds dans une pièce tendue réduit sa résistance en traction.[15]



Figure 1 .13 : Contrainte de rupture de traction axiale.

### ❖ Traction perpendiculaire au fil (Transversale)

La traction exercée perpendiculairement au fil doit être le plus sauvent possible limitée car le bois possède très peu de résistance dans cette direction. La résistance à la traction transversale est l'une des rares propriétés mécaniques qui n'est pas liée à la densité du matériau car elle ne dépend pas de la qualité des fibres. La rupture se produit par décollement entre fibres (décohésion de l'interface fibre-matrice) ce qui la rapproche plus d'une rupture par clivage (rupture par fissure). Sa valeur ne vaut guère plus de 5% de la résistance à la compression. [13][14]



Figure 1.14 : Contrainte de rupture de traction transversale.

### ❖ Compression axiale (parallèle au fil)

Les cellules du bois sont toutes orientées dans le sens longitudinal, ce qui lui donne une très grande résistance à la compression exercée dans le sens du fil (compression axiale), les fibres se décollent puis flambement individuel de celles-ci.

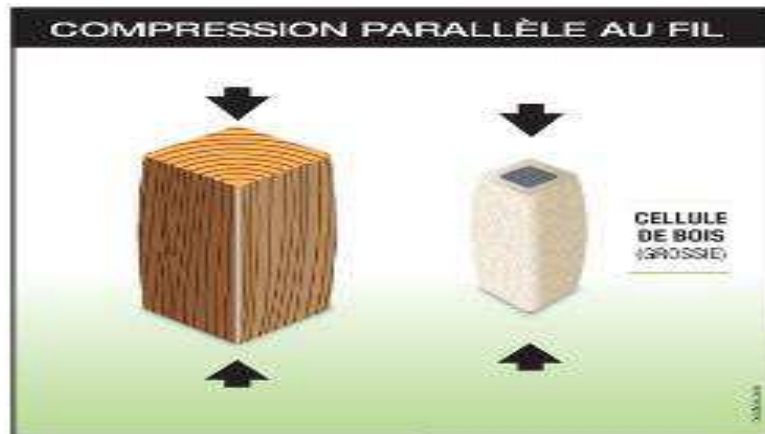


Figure 1 .15 : Contrainte de rupture de compression axiale.

### ❖ Compression perpendiculaire au fil (Transversale)

La résistance à la compression exercée perpendiculairement au fil est inférieure à celle appliquée parallèlement au fil. Elle est principalement causée par la présence de charges concentrées ou par des contraintes exercées aux appuis des éléments fléchis.[14]



Figure 1 .16 : Contrainte de rupture de compression transversale.

### ❖ Résistance à la Flexion

Selon les principes de l'ingénierie, un couple de flexion et le résultat d'efforts de compression et/ou de traction excentrique par rapport à l'axe neutre d'un élément, et puisque le bois résiste très bien à la compression et à la traction axiale, il est donc également efficace en flexion.

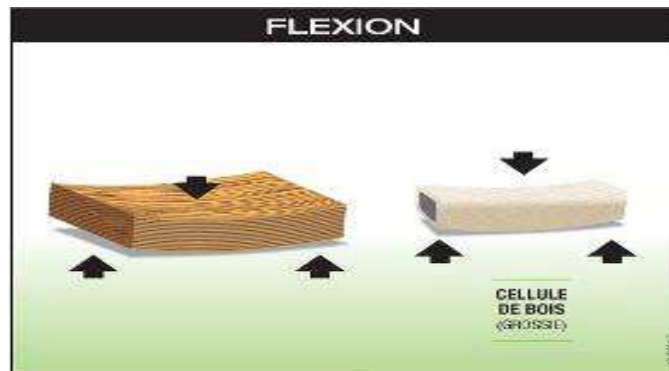


Figure 1.17 : Contrainte de rupture de flexion.

### ❖ Résistance au cisaillement

La résistance au cisaillement a une grande importance pratique pour l'étude des assemblages et de la résistance à l'effort tranchant des pièces fléchies. Elle varie largement avec la direction de l'effort par rapport aux fibres.[13]



Figure 1.18 : Contrainte de rupture de cisaillement.

## 1.7 .2 .Les Propriétés physiques du bois

- **Propriétés acoustiques**

Le bois étant lui-même un matériau de base pour de nombreux produits d'insonorisation, les constructions en bois ont en général un bon comportement acoustique.

- **Densité**

La connaissance de la densité des bois est utile non seulement parce qu'elle permet de déterminer le poids d'une construction en ce matériau, mais parce qu'elle renseigne déjà sur d'autres propriétés fondamentales, notamment sur la dureté et la résistance à la compression.

- **Le retrait**

Les dimensions du bois varient en fonction de son humidité, lorsque l'eau contenue dans les parois des cellules s'évapore on peut observer un retrait du bois proportionnellement à la perte d'humidité.

- **Le gonflement**

Le gonflement est en principe le phénomène inverse du retrait. Lorsque le bois absorbe de l'eau, sa teneur en humidité augmente et le bois a tendance à augmenter de volume. Tout comme le retrait, le gonflement est proportionnel au gain d'humidité jusqu'au point de saturation des fibres.

- **dilatation thermique**

Le coefficient de dilatation thermique du bois est de l'ordre de  $5.10^{-6}$  dans le sens axial et de  $5.10^{-5}$  dans le sens perpendiculaire aux fibres, Il en résulte, en général que les effets des variations de température ne sont pas pris en compte dans les calculs statiques des ouvrages en bois : une élévation de température induit des dilatations thermiques mais elles sont en contre partie compensées par une baisse de taux d'humidité. Par contre, lorsque on combine le bois avec un autre matériau pour former

des éléments mixte, bois-béton par exemple, il peut alors devenir nécessaire de tenir compte des coefficients de dilatation thermique différent.

### 1.7.3 .Différents type de bois utilisés en construction

Il existe deux types de bois utilisé dans la construction :

- **Le bois massif**

Pièces de bois obtenues à partir de grumes ou de pièces de bois de plus fortes dimensions, par enlèvement de sciure ou de plaquettes dans le sens longitudinal, complété éventuellement par un tronçonnage ou un usinage supplémentaire en vue d'obtenir le niveau de précision requis .



**Figure 1 .19** : Poutre en bois massif.

- **Bois reconstitué**

Le bois reconstitué peut être fabriqué à partir de deux sous-produits tels que les sciures ou des bois de moindre qualité, ou à partir de composants en bois (lamelles par exemple). On distingue [11] :

- ✓ **Le bois lamellé collé**

Élément structurel obtenu par collage de lamelles de bois dont le fil est généralement parallèle, les poutres peuvent être à inertie constante ou à inertie variable. Les poutres en bois lamellé-collé peuvent être composées soit de lamelles de

bois massif de classes mécaniques identiques, soit de lamelles classes mécaniques différentes.

✓ **Bois massifs contre collés**

Association par collage à plat de deux ou plusieurs lames de bois massifs dont les épaisseurs et sections unitaires ne sont pas réglementées par la norme NF EN 386 relative aux prescriptions de fabrication du lamellé collé.



**Figure 1 .20:** Bois lamellé collé



**Figure 1 .21 :** Bois massifs contre collés

✓ **Les panneaux**

Ces produits de grand format sont constitués d'éléments de placage fins, de lames de bois, de particules ou de fibres, assemblés par collage, pressage et thermo durcissement d'un liant. De nombreux panneaux ont été mis au point en fonction de divers usages spécifiques [12].



Contre plaqué



En fibres de bois



Particules de bois

**Figure 1 .22 :** Différents types de panneaux.

## **1.8 .Conclusion**

A travers ce chapitre, nous avons essayé de donner un aperçu général sur les plancher mixtes bois-béton en illustrant le principe, les constituants ainsi les caractéristiques des matériaux bois, béton et les connecteurs, il est important de souligner que ce dernier joue un rôle essentiel dans le comportement du plancher, conduisant à des performances plus intéressantes pour l'ouvrage.

## 2.1. Présentation de la problématique

L'analyse de la structure bois-béton-connecteurs exige une connaissance des relations contraintes-déformations pour les trois composantes.

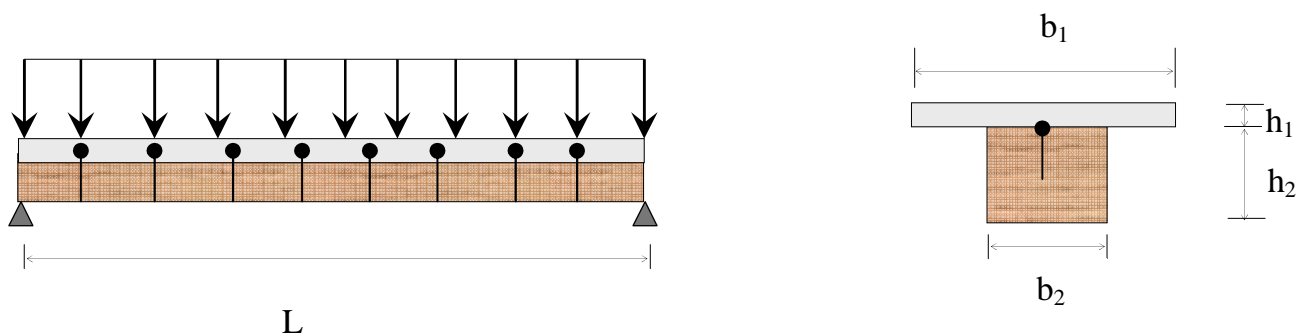
La complexité du problème réside dans la détermination de ces relations ainsi que l'introduction d'un grand nombre de paramètres, ce qui complique les calculs.

Pour des calculs pratiques, il existe certaines simplifications (hypothèses) qui nous permettent d'atteindre la solution assez facilement, Pour cela on emploiera le pré dimensionnement des poutres mixtes qui est réglementé dans l'annexe B de l'Eurocode 5, appelé « méthode  $\gamma$  ».

Dans ce qui suit, on appliquera cette méthode au cas d'une poutre mixte.

## 2.2. Présentation de la structure étudiée

Soit la poutre mixte bois-béton représentée ci-dessous (figure 2.1), constituée d'une dalle en béton sur une poutre en bois, celles-ci liées par le biais de connecteurs mécaniques.



**Figure 2.1:** Poutre mixte en flexion.

Concernant le chargement extérieur, il s'agit d'une force uniformément répartie  $q$  suivant le schéma de la figure 2.1

Les propriétés géométriques et élastiques de la poutre mixte sont résumées dans le tableau ci-dessous :

	<b>Matériau 1 béton</b>	<b>Matériau 2 bois</b>
<b>Longueur (mm)</b>	4500	
<b>Largeur (mm)</b>	500	140
<b>Hauteur (mm)</b>	36	180

**Tableau 2.1** : Propriétés géométriques de la poutre mixte.

Les Propriétés mécaniques de la poutre mixte sont résumées dans le tableau ci - dessous :

	<b>Béton</b>	<b>bois</b>
<b>Résistance en compression dans le sens x (N/mm<sup>2</sup>)</b>	30	21
<b>Résistance en traction dans le sens x (N/mm<sup>2</sup>)</b>	-	21
<b>Résistance en flexion (N/mm<sup>2</sup>)</b>	-	24
<b>Résistance en cisaillement (N/mm<sup>2</sup>)</b>		2.5
<b>Portance locale du bois (N)</b>	4500	
<b>Module de Young (N/mm<sup>2</sup>)</b>	9000	10000

**Tableau 2.2** : Propriétés mécaniques de la poutre mixte.

### 2.3. Analyse déterministe de la structure composée

L'analyse théorique de la poutre mixte bois-béton, se fera selon l'Eurocode 5.

#### 2.3.1 Procédures de calcul selon l'Eurocode 5 « méthode $\gamma$ »

L'Eurocode 5, annexe B fournit une méthode simplifiée pour calculer les paramètres de la poutre mixte (Fig. 3.2), elle est basée sur la théorie de l'élasticité linéaire et sur les hypothèses suivantes:

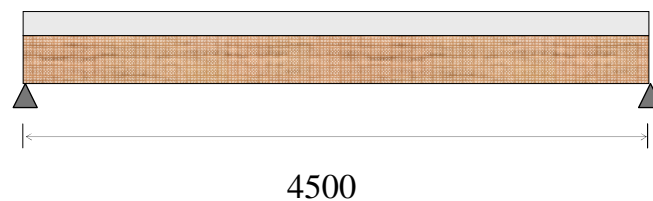
- les poutres sont isostatiques avec une portée  $L$  entre appuis. Pour les poutres continues les formules peuvent être utilisées en prenant  $L$  égal à 0,8 fois la portée correspondante, pour les travées en porte à faux avec l'équivalent au double de la porte à faux.

- les composants (en bois ou panneaux à base de bois) sont soit d'une seule longueur, soit obtenus par aboutages collés.

- les composants sont assemblés entre eux par des organes d'assemblage dont le module de glissement est  $K$ .

- l'espacement entre les organes d'assemblage est constant ou varie uniformément en fonction de l'effort de cisaillement entre deux valeurs  $s_{\min}$  et  $s_{\max}$ , avec  $s_{\max} < 4 s_{\min}$

- la charge est appliquée dans la direction  $z$  et engendre un moment  $M = M(x)$  de forme sinusoïdale ou parabolique et un effort de cisaillement  $V = V(x)$ .



**Figure2.2:** Poutre mixte en flexion.

Pour les besoins du développement théorique qui suit, nous définissons les indices suivants :

1 : indice relatif au matériau béton

2 : indice relatif au matériau bois

$h_1$  : hauteur de la section 1

$h_2$  : hauteur de la section 2

$b_1$  : largeur de la section 1

$b_2$  : largeur de la section 2

$A_1$  : Aire de la section 1

$A_2$  : Aire de la section 2

$L$  : Longueur totale de la poutre

$E_1$  : Module d'élasticité du matériau 1

$E_2$  : Module d'élasticité du matériau 2

$n$  : rapport d'équivalence  $E_1/E_2$

### 2.3.1.1. Distribution des efforts et de la flèche max dans la structure

L'analyse théorique d'une poutre mixte bois-béton, nous permet d'obtenir les expressions explicites des contraintes normales et tangentielles qui agissent dans les deux matériaux ainsi que la flèche maximale.

L'étude statique de la poutre représentée sur la figure 2.2, nous permet d'obtenir :

- Le moment fléchissant maximal s'exprime comme suit :

$$M_{d, \max} = \frac{q \cdot l^2}{8}$$

$$M_{d, \max} = 2.531 \cdot 10^6 q \text{ (N.mm)}$$

- L'effort tranchant maximal s'exprime comme suit :

$$V_{d, \max} = \frac{q \cdot l}{2}$$

$$V_{d, \max} = 2250q \text{ (N)}$$

### 2.3.1.2 Caractéristiques géométriques de la poutre composée

#### ➤ Pour le béton

##### a. Centre de gravité

$$\begin{aligned} Z_{G1} &= \frac{h_1}{2} \\ &= \frac{36}{2} = 18 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

##### b. Aire de la section

$$\begin{aligned} A_1 &= b_1 \times h_1 \\ &= 500 \times 36 = 18 \times 10^3 \text{ (mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

**c. Module d'élasticité**

$$E_1 = 9000(N/mm^2)$$

**d. Inertie**

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{b_1 \times h_1^3}{12} \\ &= \frac{500 \times 36^3}{12} = 1.944 \times 10^6(\text{mm}^4) \end{aligned}$$

**d. Rigidité**

$$\begin{aligned} B_1 &= E_1 \times I_1 \\ &= 9000 \times 1.944 \times 10^6 = 1.750 \times 10^{10} (N.mm^2) \end{aligned}$$

**➤ Pour le bois****a. Centre de gravité**

$$\begin{aligned} Z_{G2} &= h_1 + \frac{h_2}{2} \\ &= 36 + \frac{180}{2} = 126 (\text{mm}) \end{aligned}$$

**b. Aire de la section**

$$\begin{aligned} A_2 &= b_2 \times h_2 \\ &= 140 \times 180 = 25.2 \times 10^3 (\text{mm}^2) \end{aligned}$$

**c. Module d'élasticité**

$$E_2 = 10000 (N/mm^2)$$

**d. Inertie**

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{b_2 \times h_2^3}{12} \\ &= \frac{140 \times 180^3}{12} = 68.040 \times 10^6(\text{mm}^4) \end{aligned}$$

**e. Rigidité**

$$\begin{aligned}
 B_2 &= E_2 \times I_2 \\
 &= 10000 \times 68.040 \times 10^6 = 6.804.10^{11} \text{ (N.mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

**➤ Pour la section mixte****a. Coefficient d'équivalence**

Le coefficient d'équivalence  $n$  permet d'homogénéiser la section mixte en transformant la section de béton en une section de bois équivalente. Ce coefficient sera multiplié aux caractéristiques mécaniques.

$$\begin{aligned}
 n &= \frac{E_1}{E_2} \\
 &= \frac{9000}{10000} = 0.9
 \end{aligned}$$

**b. Section de béton homogénéisée**

$$\begin{aligned}
 A_{ef1} &= n \times A_1 \\
 &= 0.9 \times 18 \times 10^3 = 16.2 \times 10^3 \text{ (mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

**c. Section du bois**

$$\begin{aligned}
 A_{ef2} &= A_2 \\
 &= 25.2 \times 10^3 \text{ (mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

**d. Aire effective de la section**

$$A_{ef} = \gamma \times n \times A_1 + A_2$$

**2.3.1.3 Coefficient de glissement**

La liaison entre les deux éléments est semi-rigide contrairement au cas d'une liaison avec collage. Cette liaison est caractérisée par un coefficient  $\gamma$ , appelé coefficient de glissement de la liaison. Il est donné par la relation suivante :

$$\gamma_1 (\text{gama}) = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot E_1 \cdot A_1 \cdot s}{L^2} \cdot \frac{1}{K}} \text{ et } \gamma_2 = 1$$

Avec :

s : espacement entre les connecteurs mécaniques (mm)

K : déformation spécifique de la connexion (N/mm)

Dans notre cas :

$$\gamma_1 = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \times 9000 \times 18 \times 10^3}{4500^2} \times \frac{40}{1600}} = 0.336$$

et :

$$\gamma_2 = 1 \text{ (Coefficient de glissement du bois).}$$

Physiquement le coefficient  $\gamma_1$  représente un facteur de réduction de l'interaction entre les deux éléments assemblés. Plus  $\gamma_1$  est grand plus la connexion est rigide.

#### 2.3.1.4 Rigidité effective (équivalente) de la section composée

$$(E \cdot I)_{ef} = \sum_{i=1}^2 (E_i \times I_i + \gamma_i \times E_i \times A_i \times e_i^2)$$

$$(E \cdot I)_{eff} = B_{eff} = E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 E_1 \cdot A_1 \cdot e_1^2 + E_2 \cdot I_2 + E_2 \cdot A_2 \cdot e_2^2$$

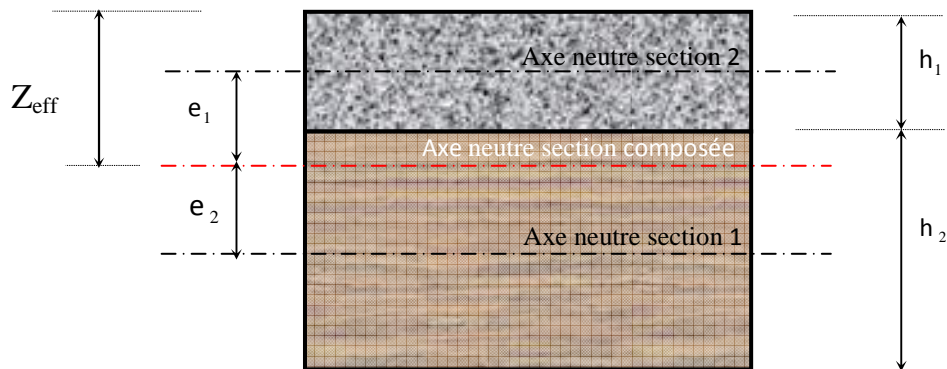
#### N.B

L'utilisation de facteurs gamma dans la formule permettant de calculer la rigidité équivalente prend en compte l'efficacité de la collaboration entre le béton (1) et le bois (2).

La rigidité équivalente est en fait calculée en considérant l'inertie propre de chaque élément, à laquelle sont ajoutés les termes de 'transport', modérés par les coefficients  $\gamma$ .

Pour une collaboration parfaite ( $K \gg$ ), les coefficients  $\gamma$  valent 1 et la formule se réduit à celle applicable pour une section 'homogène'.

### a . Calculs des excentricités



**Figure 2.3** : Illustration des différentes grandeurs de la poutre composée.

Les distances entre les centres de gravité de la section 1 et 2 et le centre de gravité de la section composée (voir figure 2.3) sont données comme suit :

$$\begin{aligned}
 e_2 &= h_1 + \frac{h_2}{2} - Zg = \frac{\gamma_1 E_1 \cdot A_1 \cdot (h_1 + h_2)}{2(\gamma_1 \cdot E_1 \cdot A_1 + E_2 \cdot A_2)} \\
 &= \frac{0.336 \times 9000 \times 18 \times 10^3 \times (36 + 180)}{2(0.336 \times 9000 \times 18 \times 10^3 + 10000 \times 25.2 \times 10^3)} \\
 &= 19.2 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 e_1 &= Zg - \frac{h_1}{2} = \frac{h_1 + h_2}{2} - e_2 \\
 &= \frac{36 + 180}{2} - 19.2 \\
 &= 88.8 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

**a. Application numérique (calcul de la rigidité équivalente)**

$$\begin{aligned}
 (E \cdot I)_{\text{eff}} &= B_{\text{eff}} = E_1 \cdot I_1 + \gamma_1 E_1 \cdot A_1 \cdot e_1^2 + E_2 \cdot I_2 + E_2 \cdot A_2 \cdot e_2^2 \\
 &= (9000 \times 1.944 \times 10^6) + (10000 \times 68.040 \times 10^6) + (0.336 \times 18 \\
 &\quad \times 10^3 \times 88.8^2 \times 9000 + 10000 \times 25.2 \times 10^3 \times 19.2^2) \\
 &= 1.220 \times 10^{12} \text{ (N. mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

**2.3.1.5 .Centre de gravité**

La position de l'axe neutre  $Z_{\text{eff}}$  est donnée par la relation suivante :

$$Z_{\text{eff}} = \frac{\gamma_1 \cdot n \cdot A_1 \cdot \frac{h_1}{2} + A_2 \cdot \left( h_1 + \frac{h_2}{2} \right)}{A_{\text{eff}}}$$

**a. Calcul de la section homogène (effective)  $A_{\text{ef}}$** 

La section effective de la poutre composée est donnée par la relation suivante :

$$\begin{aligned}
 A_{\text{ef}} &= \gamma \times n \times A_1 + A_2 \\
 &= 0.336 \times 0.9 \times 18 \times 10^3 + 25.2 \times 10^3 \\
 &= 30.643 \times 10^3 \text{ (mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

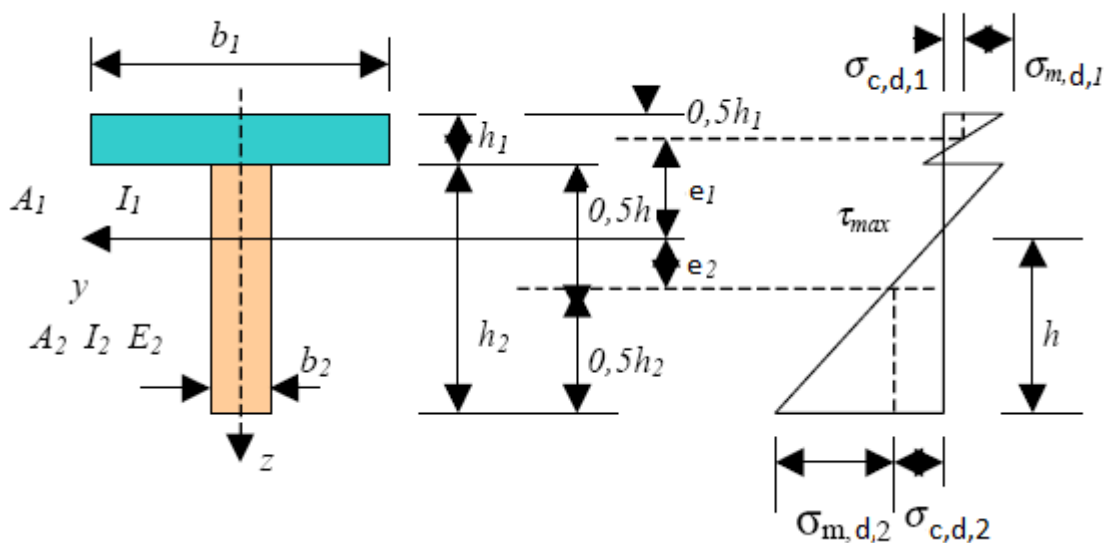
**b. Application numérique (calcul du centre de gravité  $Z_{\text{eff}}$ )**

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{eff}} &= \frac{1}{A_{\text{eff}}} \left[ \gamma \times n \times A_1 \times \frac{h_1}{2} + A_2 \times \left( h_1 + \frac{h_2}{2} \right) \right] \\
 &= \frac{1}{30.643 \times 10^3} \left[ 0.336 \times 0.9 \times 18 \times 10^3 \times \frac{36}{2} + 25.2 \times 10^3 \left( 36 + \frac{180}{2} \right) \right] \\
 &= 106.816 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

### 2.3.1.6. Etude des contraintes

Les contraintes normales dues au moment de flexion  $M_d$  à mi-porté dans chaque élément  $i$  de la section composée sont constituées de deux parties :

- partie  $\sigma_{c,i,d}$  due à l'effort normal de la liaison semi-rigide de la section composée, agissant à l'axe de l'élément  $i$ .
- partie  $\sigma_{m,i,d}$  due au moment de flexion agissant à la fibre extrême de l'élément  $i$  c'est-à-dire la fibre la plus éloignée par rapport à l'axe neutre de la section composée.



**Figure 2.4** : Section transversale de la structure mixte et distribution des contraintes.

#### ➤ Contraintes normales dans le béton

- **Contrainte due à l'effort normale de la liaison**

$$\begin{aligned}
 \sigma_{c,1,d} &= \frac{\gamma_1 E_1 e_1 M_{d,max}}{(EI)_{eff}} \\
 &= \frac{0.336 \times 9000 \times 88.8 \times 2.531 \times 10^6 q}{1.220 \times 10^{12}} \\
 &= 5.571 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

- **Contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême**

$$\begin{aligned}\sigma_{m,1,d} &= \frac{0.5E_1h_1M_{d,\max}}{(EI)_{\text{eff}}} \\ &= \frac{0.5 \times 9000 \times 36 \times 2.531 \times 10^6 q}{1.220 \times 10^{12}} \\ &= 3.361 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

⇒ **Contraintes normales totales** (sachant qu'il n'y a pas d'effort normal)

$$\begin{aligned}\checkmark \text{ fibre supérieure du béton : } \sigma_{1,\text{sup}} &= \sigma_{c,1,d} + \sigma_{m,1,d} \\ &= 8.932 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)} \text{ (Traction)}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\checkmark \text{ fibre inférieure du béton : } \sigma_{1,\text{inf}} &= \sigma_{m,1,d} - \sigma_{c,1,d} \\ &= -2.21 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)} \text{ (Compression)}.\end{aligned}$$

- **Contraintes normales dans le bois**

- **Contrainte due à l'effort normale de la liaison :**

$$\begin{aligned}\sigma_{c,2,d} &= \frac{\gamma_2 E_2 e_2 M_{d,\max}}{(EI)_{\text{eff}}} \\ &= \frac{1 \times 10000 \times 19.2 \times 2.531 \times 10^6 q}{1.220 \times 10^{12}} \\ &= 3.983 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

- **Contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême**

$$\begin{aligned}\sigma_{m,2,d} &= \frac{0.5E_2h_2M_{d,\max}}{(EI)_{\text{eff}}} \\ &= \frac{0.5 \times 10000 \times 180 \times 2.531 \times 10^6 q}{1.220 \times 10^{12}} \\ &= 1.867 \times q \text{ (N/mm}^2\text{)}\end{aligned}$$

⇒ **Contraintes normales totales** (sachant qu'il n'y a pas d'effort normal)

$$\begin{aligned} \checkmark \text{ fibre supérieure du bois: } \sigma_{2,\text{sup}} &= \sigma_{c,2,d} - \sigma_{m,2,d} \\ &= -1.468 q \text{ (N/mm}^2\text{) (Traction).} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \checkmark \text{ fibre inférieure du bois : } \sigma_{2,\text{inf}} &= \sigma_{m,2,d} + \sigma_{c,2,d} \\ &= 2.265 \times q \text{ (N/mm}^2\text{) (Compression).} \end{aligned}$$

### ➤ **Contrainte maximale de cisaillement**

La contrainte maximale de cisaillement est atteinte lorsque les contraintes normales sont nulles, au niveau de l'axe neutre de la pièce. Dans notre cas l'axe neutre passe à travers la pièce du bois.

$$\begin{aligned} \tau_{2,\text{max}} &= \frac{0.5E_2h_2^2}{(EI)_{\text{eff}}} V_{d,\text{max}} \\ &= \frac{0.5 \times 10000 \times 180^2}{1.220 \times 10^{12}} \times 2250q \\ &= 2.987 \times 10^{-1} q \text{ (N/mm}^2\text{)} \end{aligned}$$

### 2.3.1.7 Effort sur les organes d'assemblage

La présence de la connexion engendre des efforts de cisaillement dans le connecteur. L'effort maximum appliqué au connecteur est donné par la relation suivante :

$$\begin{aligned} F_d &= \frac{\gamma_1 E_1 A_1 e_1 s}{(EI)_{\text{eff}}} V_{d,\text{max}} \\ &= \frac{0.336 \times 9000 \times 18 \times 10^3 \times 88.8 \times 40}{1.220 \times 10^{12}} \times 2250q \\ &= 356.574 q \text{ (N)} \end{aligned}$$

### 2.3.2 Vérifications

Les vérifications se font aux Eurocode2 pour le béton et Eurocode5 pour le bois.

Les résistances mécaniques des éléments constituant la poutre mixte sont données dans le tableau ci-dessous :

donnés pour la vérification		
Résistance en compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	f <sub>c,1</sub>	30
Résistance en traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	f <sub>t,2</sub>	21
Résistance en flexion bois (N/mm <sup>2</sup> )	□f <sub>2</sub>	24
Résistance en cisaillement bois (N/mm <sup>2</sup> )	□□	2.5
Portance locale du bois (N)	R <sub>d</sub>	4500

**Tableau 2.3** : Résistances mécaniques des constituants de la poutre mixte bois-béton.

➤ **Compression maximale dans le béton (fibre supérieure)**

$$\sigma_{l, \square \square \square} = \sigma_{\square, l, \square} + \sigma_{\square, l, \square} \leq \sigma_{\square, \square}$$

Avec :

$$f_{c,d} = \frac{0.83 \times f_{c,1}}{1.5}$$

□□□ : Résistance en compression du béton.

➤ **Traction maximale dans le béton (fibre inférieure du béton)**

$$\sigma_{l, \text{inf}} = \sigma_{m, l, d} - \sigma_{c, l, d} \leq f_{t,d}$$

Avec :

$$f_{t,d} = \frac{0.83 \times f_{t,1}}{1.5}$$

f<sub>t,1</sub> : Résistance en traction du béton.

➤ **Flexion composée dans le bois**

$$\frac{\sigma_{c,2,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,2,d}}{f_{m,d}} \leq 1$$

Avec :

$$f_{t,0,d} = K_{\text{mod}} \frac{f_{t,2}}{\gamma_{M,b}}$$

$$f_{m,d} = K_{\text{mod}} \frac{\sigma_{f,2}}{\gamma_{M,b}}$$

Ou:

$\square_{\square,\square}$  : Coefficient partiel qui s'applique à la propriété concernée du matériau, ils sont donnés dans le tableau 2.4

$\square_{\square\square\square}$  : Coefficient modificatif prenant en compte l'effet de la durée de charge et de l'humidité dans la structure sur les résistances,

Les valeurs de  $k_{\text{mod}}$  sont données dans le tableau 2.5

➤ **Vérification de l'effort tranchant dans le bois**

$$\tau_{2,\text{max}} \leq f_{v,d}$$

Avec :

$$f_{v,d} = K_{\text{mod}} \frac{\tau_2}{\gamma_{M,b}}$$

➤ **Vérification du taux de chargement dans les connecteurs**

$$F_d \leq P_{R,d}$$

Avec :

$$f_{R,d} = \frac{R_d}{\gamma_{M,b}}$$

<i>- Valeurs des coefficients partiels de sécurité <math>\gamma_{M,b}</math> sur les résistances</i>					
Référence dans l'EC5	Résistance concernée	Symbole utilisé	Domaine d'application	Valeurs de $\gamma_M$	
				ENV 1995-1-1	ECS-DAN
2.3.3.2(1)	Résistance des éléments	$\gamma_{M,b}$	- Vérification aux ELU (Combinaisons fondamentales)	1,3	1,3
2.3.3.2(1)	Résistance des assemblages		- Vérification aux ELU (Combinaisons fondamentales)	1,1	1,3
	de classe 1	$\gamma_{M1}$			
	de classe 2	$\gamma_{M2}$			
	de classe 3	$\gamma_{M3}$			1,1
2.3.3.2(1)	Résistance de tous types d'éléments	$\gamma_{M,b}$	- Vérification aux ELU (Combinaisons accidentelles) - Vérification aux ELS	1,0	1,0

**Tableau 2.4** : Valeurs des coefficients partiels de sécurité  $\gamma_{M,b}$ .

**N.B :**

Classe de service 1: Cette classe de service est caractérisée par une teneur en humidité dans le bois, qui correspond à une température de 20°C et une humidité relative ambiante ne dépassant 65% que quelques semaines par an.10

Classe de service 2: Cette classe de service est caractérisée par une teneur en humidité dans les matériaux, qui correspond à une température de 20°C et une humidité relative ambiante ne dépassant 85% que quelques semaines par an.11

Classe de service 3: Cette classe de service est caractérisée par des conditions climatiques conduisant à des taux d'humidité plus élevés qu'en classe de service 2.

<i>Valeurs de <math>k_{mod}</math></i>			
Matériau / classe de durée de charge	Classe de service		
	1	2	3
<b>Bois massif et lamellé collé, Contreplaqué</b>			
Permanente	0,60	0,60	0,50
Long terme	0,70	0,70	0,55
Moyen terme	0,80	0,80	0,65
Court terme	0,90	0,90	0,70
Instantanée	1,10	1,10	0,90
<b>Panneaux de particules du prEN 312-6* et -7, OSB du prEN 300, grades 3 et 4</b>			
Permanente	0,40	0,30	-
Long terme	0,50	0,40	-
Moyen terme	0,70	0,55	-
Court terme	0,90	0,70	-
Instantanée	1,10	0,90	-
<b>Panneaux de particules du prEN 312-4* et -5, OSB du prEN 300, grade 2*</b>			
<b>Panneaux de fibres du prEN 622-2 (Panneaux durs)</b>			
Permanente	0,30	0,20	-
Long terme	0,45	0,30	-
Moyen terme	0,65	0,45	-
Court terme	0,85	0,60	-
Instantanée	1,10	0,80	-
<b>Panneaux de fibres du prEN 622-3 (Panneaux mi-durs)</b>			
Permanente	0,20	-	-
Long terme	0,40	-	-
Moyen terme	0,60	-	-
Court terme	0,80	-	-
Instantanée	1,10	-	-
* Ne peuvent être utilisés en classe de service 2			

Tableau 2.5 : Valeurs des  $k_{mod}$ .

<i>Classes de durée de charge</i>		
<b>Classes de durée de charge</b>	<b>Ordre de grandeur de la durée cumulée de l'application d'une action</b>	<b>Exemples d'actions</b>
<b>Permanente</b>	<b>plus de 10 ans</b>	<b>poids propre</b>
<b>Long terme</b>	<b>six mois à 10 ans</b>	<b>stockage</b>
<b>Moyen terme</b>	<b>une semaine à six mois</b>	<b>charges d'exploitation</b>
<b>Court terme</b>	<b>moins d'une semaine</b>	<b>neige* et vent</b>
<b>Instantanée</b>		<b>action accidentelle</b>
* <i>Dans les zones soumises à de fortes charges de neige pendant un temps prolongé, il est recommandé de considérer une partie de celle-ci comme une action de moyen terme.</i>		

**Tableau 2.6 :** Classe de durée de charge.

### 2.3 .3. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les différentes étapes à suivre pour l'étude d'une poutre mixte bois-béton en considérant les paramètres de la structure comme des variables déterministe.

Dans le chapitre qui suit, nous présenterons des généralités sur les approches probabilistes et fiabilistes appliquées aux structures.

### 3.1. Introduction

La mécanique probabiliste est un domaine de fiabilité qui permet prendre en compte des incertitudes concernant un système physique et d'étudier l'impact de ces incertitudes sur la réponse du modèle qui représente le système étudié [16], [17],[18].

La mécanique probabiliste correspond à un couplage entre d'une part, la modélisation d'un phénomène physique (ex. génie civil, génie mécanique, etc.) et d'autre part, les mathématiques appliquées (ex. statistiques, théorie des probabilités et simulation numérique).

### 3.2. La fiabilité

La fiabilité d'une structure se caractérise par la performance de celle-ci à remplir une fonction définie sous des conditions données, pendant une durée fixée et en respectant le niveau de sécurité exigé.

l'évaluation de la fiabilité présente une difficulté qui provient de la nature incertaine des Phénomènes mis en jeu sur la structure considérée (variabilités des propriétés des matériaux, imprécisions géométriques, aléas des chargements appliqués,..), qui vont avoir un impact significatif sur les performances du système [23].

### 3.3. Problématique

Traditionnellement, le dimensionnement des structures est fondé sur une démarche déterministe où les paramètres incertains sont décrits par une valeur caractéristique défavorable. Associée à des coefficients de sécurité, l'analyse conduit alors à une réponse binaire ("sûreté" ou "défaillance") vis-à-vis d'un critère donné, qui traduit d'une certaine manière la confiance que l'on peut accorder à ce dimensionnement précis. Cette approche utilise par conséquent une marge volontairement pessimiste conduisant le plus souvent à un sur dimensionnement injustifié.

La démarche fiabiliste construit une modélisation probabiliste dans laquelle les données incertaines sont représentées par des variables aléatoires. On peut ensuite évaluer la probabilité de défaillance de la structure ainsi que mesurer la sensibilité de cette probabilité par rapport à chacune des variables aléatoires introduites. Deux applications sont envisageables :

- Soit on connaît les caractéristiques de la structure et on vérifie que sa fiabilité est satisfaisante ;
- Soit on optimise le dimensionnement de celle-ci de façon à respecter un niveau de fiabilité donné.

Par un traitement plus rationnel des incertitudes, l'approche fiabiliste permet donc une meilleure appréciation des marges de sécurité à l'aide d'indicateurs de confiance objectifs, et constitue en ce sens un outil adéquat pour l'aide à la décision en phases de conception et de maintenance.

L'analyse fiabiliste est basée sur les trois étapes suivantes :

- La sélection des variables aléatoires de base, qui vont intégrer les incertitudes mises en jeu au travers de leur loi de distribution,
- Le choix d'une fonction de performance définissant la défaillance du système,
- Le calcul des indicateurs de fiabilité, qui vont fournir une évaluation quantitative et qualitative de la fiabilité de celui-ci.

### **3.4. Choix des variables aléatoires de base**

La sélection des variables aléatoires est une étape importante pour le modèle fiabiliste qui nécessite une connaissance fine du matériau étudié (origine, comportement mécanique) et de la structure considérée (fabrication, actions).

Ces incertitudes proviennent le plus souvent de variabilités liées au processus de fabrication, aux imperfections des conditions d'essais de caractérisation, à des facteurs incontrôlés tels que les fluctuations du chargement ou simplement de la difficulté d'accéder à certaines données ou informations.

Ainsi le choix des variables aléatoires est guidé par plusieurs critères :

- l'objectif de l'étude fiabiliste : par exemple, l'utilisation des propriétés mécaniques suffira à évaluer la probabilité de défaillance d'un matériau donné ; en revanche, pour la conception d'un nouveau matériau, le recours à des données supplémentaire sera plus pertinent ;
- l'explication physique des aspects du comportement mécanique du matériau, notamment le mode de défaillance et les causes de sa mise en place suivant la sollicitation envisagée,
- la disponibilité de résultats expérimentaux : les modèles probabilistes associés aux variables aléatoires doivent effectivement être physiquement justifiés pour aboutir à une représentation réaliste.

### 3.5. Les lois de distribution

Les lois de distribution les plus utilisées pour décrire les incertitudes en génie civil sont la loi normale, la loi log normale et la loi bêta, dont les caractéristiques sont données dans le tableau 3.1.

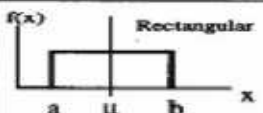
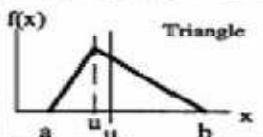
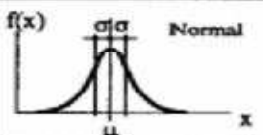
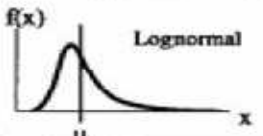
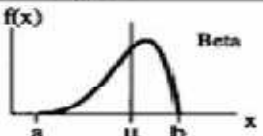
 <p>Rectangular</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $\mu = \frac{a+b}{2}$ $\sigma = \frac{b-a}{\sqrt{12}}$	$a \leq x \leq b$ $f(x) = \frac{1}{b-a}$ $F(x) = \frac{x-a}{b-a}$	
 <p>Triangle</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $\mu = \frac{1}{3}(a+b+u)$ $\sigma = \sqrt{\frac{1}{18}(a^2+b^2+u^2-ab-au-bu)}$	$a \leq x \leq u$ $f(x) = \frac{2}{b-a} \left( \frac{x-a}{u-a} \right)$ $F(x) = \frac{x^2-2ax+a^2}{(b-a)(u-a)}$	$u \leq x \leq b$ $f(x) = \frac{2}{b-a} \left( \frac{b-x}{b-u} \right)$ $F(x) = 1 - \frac{x^2-2bx+b^2}{(b-a)(b-u)}$
 <p>Normal</p>	$-\infty < \mu < +\infty$ $\sigma > 0$ $\mu$ $\sigma$	$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right)$ $F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right) dx$	
 <p>Lognormal</p>	$\lambda, \zeta$ $\mu = \exp\left(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}\right)$ $\sigma = \mu \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$	$f(x) = \frac{1}{\zeta x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right)$ $F(x) = \int_0^x \frac{1}{\zeta x \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \lambda}{\zeta}\right)^2\right) dx$	
 <p>Beta</p>	$-\infty < a < b < +\infty$ $r, s \geq 1$ $\mu = a + (b-a) \cdot \frac{r}{r+s}$ $\sigma = \frac{b-a}{r+s} \sqrt{\frac{rs}{r+s+1}}$	$f(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \cdot \frac{(x-a)^{r-1}(b-x)^{s-1}}{(b-a)^{r+s-1}}$ $F(x) = \frac{\Gamma(r+s)}{\Gamma(r)\Gamma(s)} \int_a^x \frac{(u-a)^{r-1}(b-u)^{s-1}}{(b-a)^{r+s-1}} du$	

Tableau 3.1: Principales lois de distribution [19].

### 3.6. Choix de la fonction de performance

Les états limites correspondent principalement à des exigences en termes de tenue mécanique (la défaillance est associée à la rupture du matériau ou la ruine de la structure) ou d'aptitude au service (la défaillance est associée à des déformations ou un endommagement excessif)[27].

Un critère de défaillance est défini à l'aide d'une fonction d'état limite, notée  $G$ , et qui dépend des variables aléatoires du modèle. Par convention, on définit le domaine de sûreté  $D_s$  et le domaine de défaillance  $D_f$  comme suit :

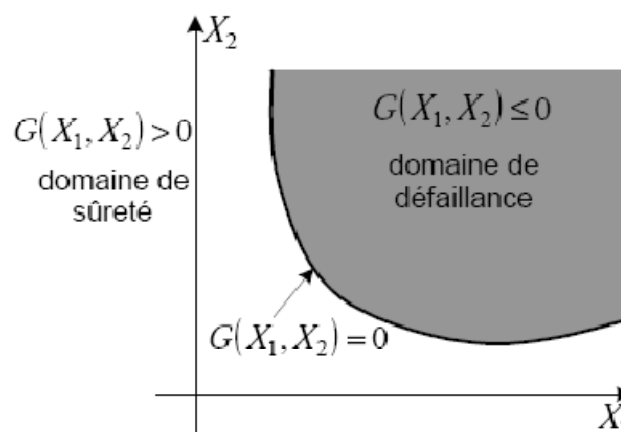
Dans le cas des études fiabilistes, on introduit généralement plus d'un Paramètre aléatoire. L'ensemble des  $k$  variables  $X_i$  du problème constitue dans ce cas un vecteur

$$\{X\} = \{X_i\}_{i=1..k} \text{ de } \mathbb{R}^k \quad \{X\} = \{X_i\}_{i=1..k} \text{ de } \mathbb{R}^k$$

$$D_s = \{\{X\} \in \mathbb{R}^k, G(\{X\}) > 0\} \quad \text{et} \quad D_f = \{\{X\} \in \mathbb{R}^k, G(\{X\}) \leq 0\}$$

Où  $\mathbb{R}^k$ : Ensemble des  $K$  variable

La frontière  $\{\{X\} \in \mathbb{R}^k, G(\{X\}) = 0\}$  est la surface d'état limite. La figure 3.1 illustre cette définition sur le cas de deux variables aléatoires de base.



**Figure 3.1 :** Domaines de sûreté et de défaillance dans le cas de deux variables aléatoires  $\{X\} = \{X_1, X_2\}$ .

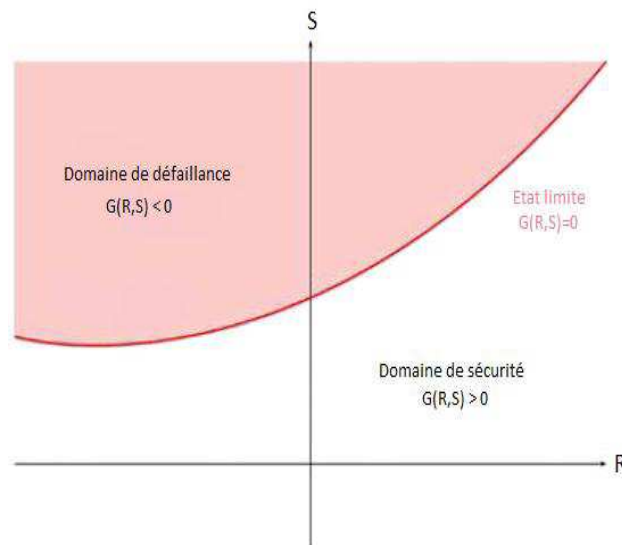
Les points importants concernant le critère de défaillance sont les suivants :

- le choix de la fonction de performance se doit d'être dicté par la cause physique de la défaillance de façon à en obtenir une représentation réaliste.
- Si la forme du critère est généralement du type :  $G = R - S$

Avec  $R$  une caractéristique de résistance et  $S$  une donnée relative à la sollicitation appliquée. La fonction  $G$  n'est pas forcément une fonction explicite des variables de base, elle peut dépendre en effet de la réponse de la structure (par exemple contraintes ou déformations) et son évaluation nécessite alors un calcul mécanique préalable (le plus souvent par éléments finis) faisant intervenir une loi de comportement (couplage mécano-fiabiliste).

Une valeur donc *positive* de  $G$  signifie que les réalisations des variables aléatoires conduisent à *une situation de sécurité* et une valeur *négative* signifie qu'elles conduisent à *une situation de défaillance*. La courbe représentant  $G=0$  est appelée courbe d'état limite.

- $G(R, S) < 0$  : domaine de défaillance.
- $G(R, S) = 0$  : état limite.
- $G(R, S) > 0$  : domaine de sécurité.



**Figure 3.2:** Domaine de défaillance, état limite et domaine de sécurité.

### 3.7. Indicateurs de fiabilité

La fiabilité  $R$  d'une structure est conventionnellement définie de la façon suivante :

$$R = 1 - P_f$$

Où  $P_f$  probabilité de défaillance (probability of failure) correspond à la probabilité d'avoir une valeur négative d'une réalisation de la fonction d'état  $G$ , on a donc :

$$P_f = P(G(\{X\}) \leq 0)$$

Dans la pratique, on ne dispose pas généralement de la densité de probabilité conjointe du vecteur, on doit se contenter le plus souvent des lois marginales relatives à chaque variable et à certaines informations sur leur corrélation.

De plus, le domaine d'intégration peut être défini de façon implicite et complexe selon le modèle mécanique retenu.

Diverses méthodes de résolution ont ainsi été développées pour pallier ces difficultés [26], [30]. Classiquement, on distingue deux grandes familles :

- les méthodes basées sur des simulations
- Les méthodes recourant à une approximation.

### 3.8. Principales approches pour tenir compte des incertitudes

Parmi les méthodes disponibles dans la littérature, nous avons choisi d'en présenter deux grandes familles d'études qui nous paraissent les plus répandues dans le calcul de la fiabilité [22]: Les méthodes à base de simulations et les méthodes approchées

#### 3.8.1. Méthodes à base de simulations : Simulation de Monte Carlo

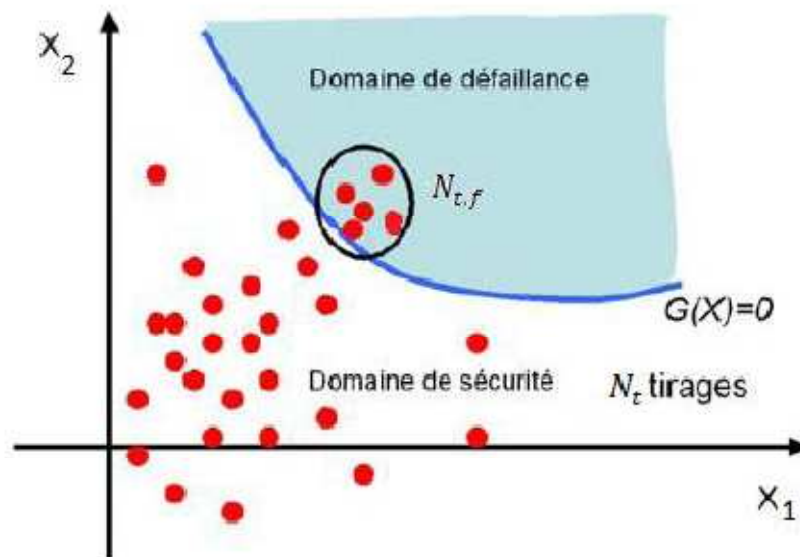
En mathématiques, on appelle méthodes de Monte-Carlo [32], [33] les techniques permettant d'évaluer une quantité déterministe à l'aide de l'utilisation de tirages aléatoires. C'est de cette idée de recours au hasard que vient la dénomination « Monte-Carlo », par allusion au célèbre quartier de Monaco réputé pour son casino...

Il s'agit de la technique la plus ancienne et la plus intuitive d'évaluation de la probabilité de défaillance. Basée sur l'application de la loi des grands nombres, elle consiste à déterminer un estimateur de la probabilité de défaillance par succession de tirages aléatoires indépendants.

On réalise ainsi un nombre  $N_t$  important de tirages des variables aléatoires en accord avec leur loi de distribution conjointe (si elle existe) ou en accord avec la loi marginale de chaque variable et avec leurs éventuelles corrélations. Pour chaque tirage, la fonction de performance est calculée et l'on dénombre les tirages  $N_{t,f}$  conduisant à la réalisation  $(G\{X\}) \leq 0$  (figure 3.3).

On en déduit alors la probabilité de défaillance par un traitement statistique direct :

$$P_f = \frac{N_{t,f}}{N_t}$$



**Figure 3.3 :** Illustration de la méthode de Monte-Carlo.

Cette méthode présente avant tout l'avantage d'une simplicité de mise en œuvre et d'une absence d'exigences mathématiques spécifiques pour la fonction  $G$ . En revanche, une attention particulière doit être portée à la convergence des résultats obtenus, i.e. à la stabilité de la valeur de  $P_f$  quel que soit  $N_t$ . Pour des valeurs de  $P_f$  de l'ordre de  $10^{-k}$  avec  $k \geq 5$ , il est ainsi nécessaire de réaliser un minimum de

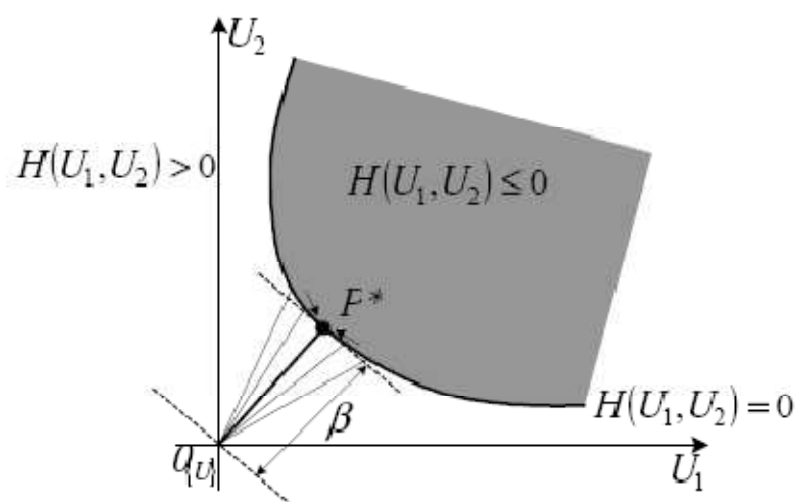
$N_{t,\min} = 10^{k+2}$  simulations pour assurer cette condition.

Il faut veiller également à l'indépendance de la probabilité de défaillance vis-à-vis de la génération d'échantillonnage en effectuant pour cela des mesures de Pf pour des tirages de taille  $N_t$  croissante jusqu'à  $N_{t,\min}$ .

Outre la difficulté de satisfaire à ces deux exigences dans le cas de faibles probabilités de défaillance, le temps de calcul induit dans cette méthode peut s'avérer conséquent et parfois difficilement conciliable avec une analyse par éléments finis.

### 3.8.2. Méthodes approchées : FORM/SORM

La seconde famille regroupe les méthodes d'approximations, essentiellement utilisées en fiabilité des structures [29]. Dans ce cadre, les méthodes les plus répandues sont les méthodes FORM (First Order Reliability Method), SORM (Second Reliability Method). Ces méthodes sont basées sur la détermination de l'indice de fiabilité  $\beta$  qui permet ensuite d'accéder à une valeur approchée de la probabilité de défaillance. Plusieurs définitions sont possibles pour  $\beta$  mais celle préconisée par Hasofer et Lind [34], est aujourd'hui la plus largement employée compte tenu de son invariance vis-à-vis de la représentation de la fonction de performance.



**Figure 3.4:** Recherche de l'indice de fiabilité  $\beta$  et du point de conception  $P^*$  dans l'espace standard pour deux variables aléatoires  $\{U\} = \{U_1, U_2\}$ .

$\beta$	$P_f$
0	0.5
1	0.16
2	$2.28 \times 10^{-2}$
3	$1.35 \times 10^{-3}$
4	$3.17 \times 10^{-5}$
5	$2.87 \times 10^{-7}$
6	$9.87 \times 10^{-10}$

**Tableau3.2:** Correspondance entre l'indice de fiabilité  $\beta$  et la probabilité de défaillance.

### 3.9. Conclusion

Ce chapitre est consacré au principe des approches fiabilistes appliquée à l'analyse des structures. Cette présentation est intéressante car elle servira de base pour l'analyse fiabiliste de notre poutre mixte bois-béton.

## 4.1. Introduction

Les méthodes de fiabilité consistent à déterminer la probabilité de défaillance d'un système à l'aide d'une formulation aléatoire des données du problème et de la modélisation du mode de défaillance par une fonction d'état limite. En considérant ces entrées comme des variables aléatoires, il est alors possible de calculer la probabilité de défaillance du système.

L'utilisation des approches probabilistes nous permet d'estimer l'ampleur du risque pris et cela en considérant les paramètres de la structure étudiée comme étant des variables aléatoires et d'estimer la probabilité de défaillance.

Dans ce qui suit, on appliquera ces approches au cas d'une poutre mixte bois-béton.

## 4.2. Choix des variables aléatoires

Les sources d'incertitudes retenues dans notre étude sont relatives aux propriétés mécaniques des composants (élasticité du bois et du béton ainsi que déformation spécifique des connecteurs), ces paramètres sont pris comme variables aléatoires et sont représentés dans le tableau 4.1.

Reste donc à préciser leur loi de distribution : étant donné que l'on travaille avec des données expérimentales qui portent sur des valeurs moyennes, il semble plus pertinent de recourir à la loi de Gauss qui fournit les proportions de valeurs comprises dans des intervalles centrés sur la moyenne

paramètres	Loi	moyenne	Ecart type
Module d'élasticité du béton E1 (N/mm <sup>2</sup> )	Gauss	9000	10%
Module d'élasticité du béton E2 (N/mm <sup>2</sup> )	Gauss	10000	10%
Déformation spécifique K (N)	Gauss	1600	10%

**Tableau 4.1** : Variables aléatoires et loi de distribution des paramètres.

### 4.3. Présentation de Microsoft Excel

Microsoft Excel est un tableur intégré à la suite bureautique Microsoft Office, permettant le traitement de données dans des feuilles de calcul ainsi que l'application de fonctions de calcul, de tri ou encore la simulation de plusieurs lois de probabilité, ainsi que la création des graphiques pour faire ressortir les principales tendances de nos données ...

Il est utilisé dans plusieurs domaines nécessitant beaucoup de calculs tels que : le génie civil, les statistiques,...

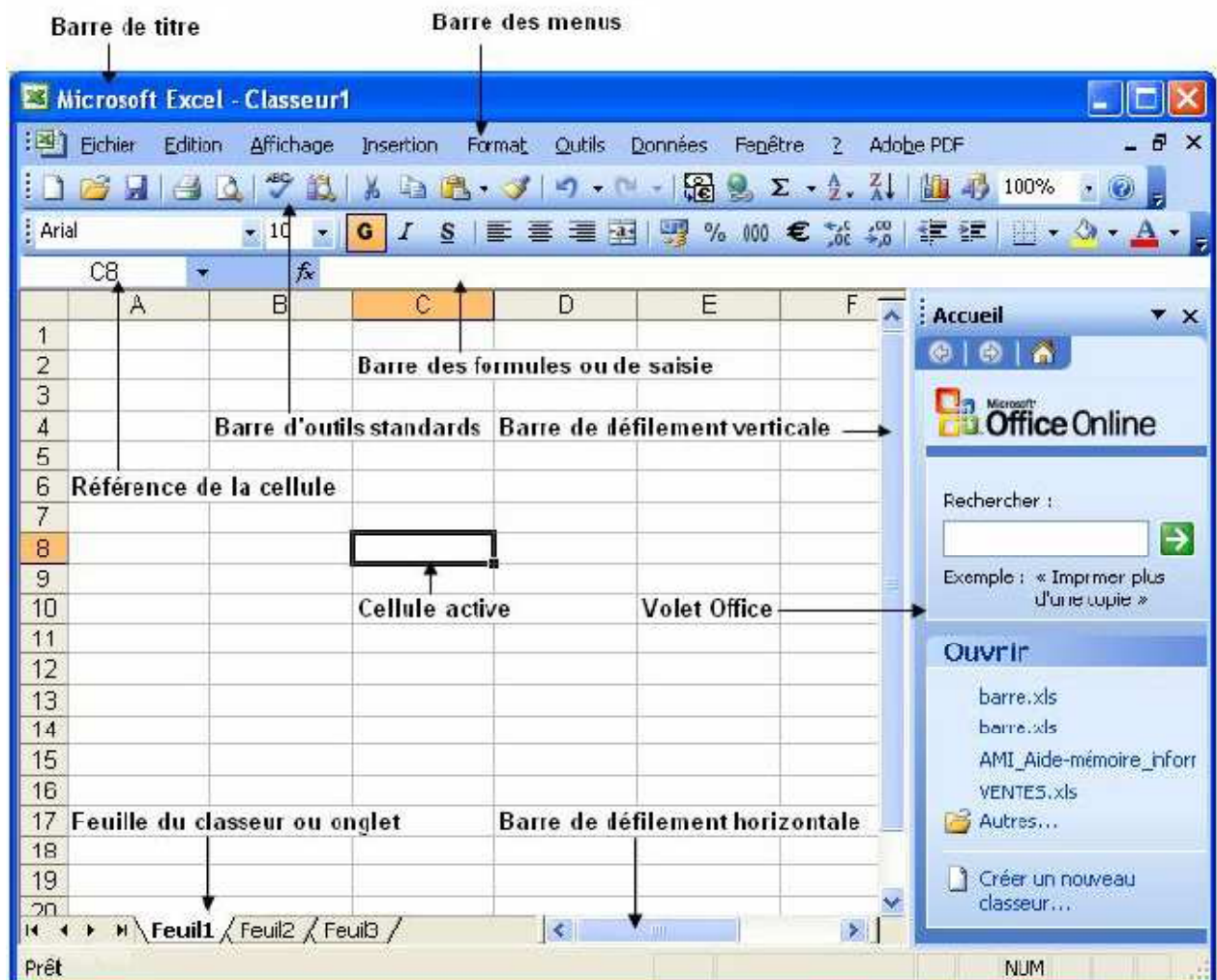


Figure4.1 : Présentation de la Feuille Microsoft Excel.

### 4.4. Optimisation

« Optimiser: permettre d'obtenir le meilleur résultat possible par une action adaptée ».

L'analyse fiabiliste constitue un outil d'aide à la décision. En effet si l'on désire obtenir une probabilité de défaillance donnée il suffit de modifier un ou plusieurs paramètres.

Pour cette section optimisation, nous avons mis en place un outil de calcul sous Excel « minimisation des contraintes, minimisation du coût de la structure » (figure 4.2) qui nous permettra d'effectuer tous les calculs nécessaires afin d'aboutir à la probabilité de défaillance de notre poutre mixte bois-béton.

longueur de la poutre(mm)	L	4200							
largeur béton(mm)	b1	500							
largeur bois(mm)	b2	140							
hauteur béton(mm)	h1	36							
hauteur bois(mm)	h2	180							
espacement connecteurs	s	40							
module Young béton(N/mm <sup>2</sup> )	E1	5000							
module Young bois(N/mm <sup>2</sup> )	E2	10000							
déformation spécifique	K	1600							
rapport d'équivalence E1/E2	n	0,9							
charge appliquée uniforme (KN/m)	q	4,2							
à déterminer:									
le moment fléchissant maximal(N.mm)	M <sub>max</sub>	10631250							
l'effort tranchant maximal en (N)	V <sub>max</sub>	9450							
caractéristiques géométriques du béton									
centre de gravité en (mm)	Z <sub>G1</sub>	18							
Aire de la section en (mm <sup>2</sup> )	A <sub>1</sub>	18000							
Module d'élasticité en (N/mm <sup>2</sup> )	E <sub>1</sub>	9000							
Inertie en (mm <sup>4</sup> )	I <sub>1</sub>	1944000							
Rigidité en (N.mm <sup>2</sup> )	B <sub>1</sub>	17495000000							
caractéristiques géométriques du bois									
centre de gravité en (mm)	Z <sub>G2</sub>	126							
Aire de la section en (mm <sup>2</sup> )	A <sub>2</sub>	25200							
Module d'élasticité en (N/mm <sup>2</sup> )	E <sub>2</sub>	10000							
Inertie en (mm <sup>4</sup> )	I <sub>2</sub>	6904000							
Rigidité en (N.mm <sup>2</sup> )	B <sub>2</sub>	6,904E+11							
pour la section mixte									
coefficient d'équivalence	n	0,9							
Section de béton homogénéisée en (mm <sup>2</sup> )	A <sub>eff</sub>	16200							
Section du bois en (mm <sup>2</sup> )	A <sub>eff2</sub>	25200							
coefficient de glissement	gamma1	0,326482812							
Aire effective de la section en (mm <sup>2</sup> )	A <sub>eff</sub>	30651,02156							
calculs des excentricités									
L'espacement e <sub>2</sub> en (mm)	e <sub>2</sub>	19,20687464							
L'espacement e <sub>1</sub> en (mm)	e <sub>1</sub>	88,79312536							
calcul de la rigidité équivalente(N.mm <sup>2</sup> )	(E.I) <sub>eff</sub>	1,22063E+12							
calcul du centre de gravité en (mm)	Z <sub>eff</sub>	106,7931254							
Etude des contraintes									
contraintes normales dans le béton									
contrainte due à l'effort normal de la liaison (N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>c1,d</sub>	2,311989383							
contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême(N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m1,d</sub>	1,410961615							
fibre supérieure du béton en (N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m1,sup</sub>	<b>3,75295</b>	Résistance en compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	26,247049	30				
fibre inférieure du béton en (N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m1,inf</sub>	-0,93102777							
contraintes normales dans le bois									
coefficient de glissement	gamma2	1							
(contrainte due à l'effort normal de la liaison (N/mm <sup>2</sup> ))	sigma <sub>m2,d</sub>	1,07284956							
contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême(N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m2,d</sub>	<b>7,83868</b>	Résistance en flexion (N/mm <sup>2</sup> )	16,16132436	24				
fibre supérieure du bois en (N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m2,sup</sub>	-6,15582608							
fibre inférieure du bois en (N/mm <sup>2</sup> )	sigma <sub>m2,inf</sub>	<b>9,51153</b>	Résistance en traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	11,4684748	21				
contrainte maximale de cisaillement(N/mm <sup>2</sup> )	tau <sub>v12,d</sub>	<b>1,75419</b>	Résistance en cisaillement (N/mm <sup>2</sup> )	1,245811898	2,5				
effort sur les organes d'assemblage (N)	F <sub>d</sub>	<b>1498,87</b>	Portance locale du bois (N)	3001,126795	4500				

Figure 4.2: Représentation de la feuille de calcul « optimisation ».

#### 4.4.1. Procédure de la mise en place de l'outil « minimisation des contraintes »

- **Introduction de données**

- Une partie consacrée aux propriétés géométriques et élastiques de la poutre mixte

Longueur de la poutre (mm)	L	4500
largeur béton (mm)	b1	<b>500</b>
largeur bois (mm)	b2	<b>140</b>
hauteur béton (mm)	h1	<b>36</b>
hauteur bois (mm)	h2	<b>180</b>
espacement connecteurs	S	<b>40</b>
module Young béton (N/mm <sup>2</sup> )	E1	9000
module Young bois (N/mm <sup>2</sup> )	E2	10000
déformation spécifique	K	1600
rapport d'équivalence E1/E2	n	0,9
charge appliquée uniforme (KN/m)	q	4,2

**Figure 4.3** : Propriétés géométriques et élastiques de la poutre mixte.

- Une partie consacrée aux sections et aux inerties du béton et du bois

section béton (mm <sup>2</sup> )	A1	18000
section bois (mm <sup>2</sup> )	A2	25200
Inertie béton (mm <sup>4</sup> )	I1	1944000
Inertie bois (mm <sup>4</sup> )	I2	68040000

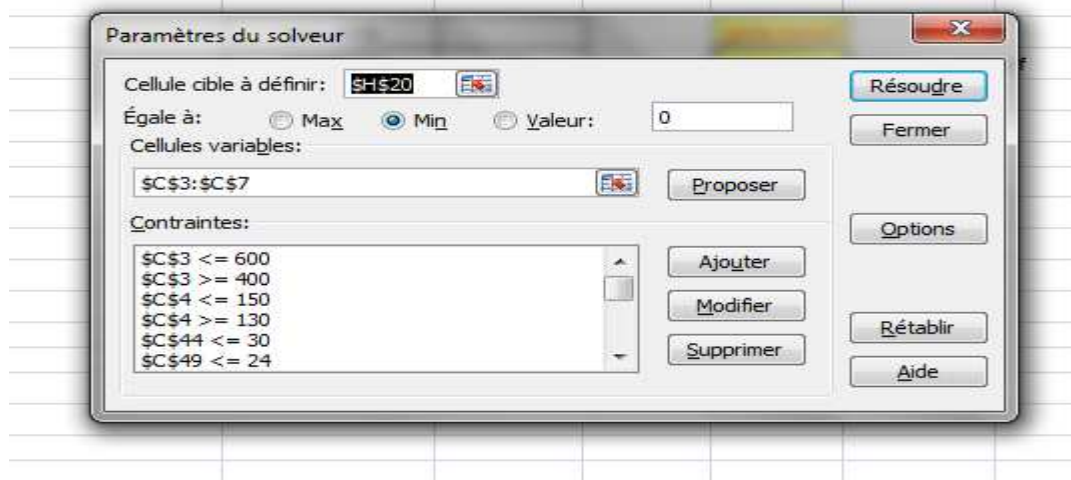
**Figure 4.4** : Sections et inerties du béton et du bois.

- Une partie consacrée pour la charge et les efforts internes de la poutre mixte

Charge et efforts internes		
Charge appliquée (N/mm)	q	4.2
moment max (N.mm)	M <sub>d,max</sub>	10631250
Effort tranchant (N)	V <sub>d,max</sub>	9450

**Figure 4.5** : Charge appliquée et efforts internes.

Pour la mise en place de cette optimisation, on a utilisé le solveur d'Excel représenté Ci-dessous :



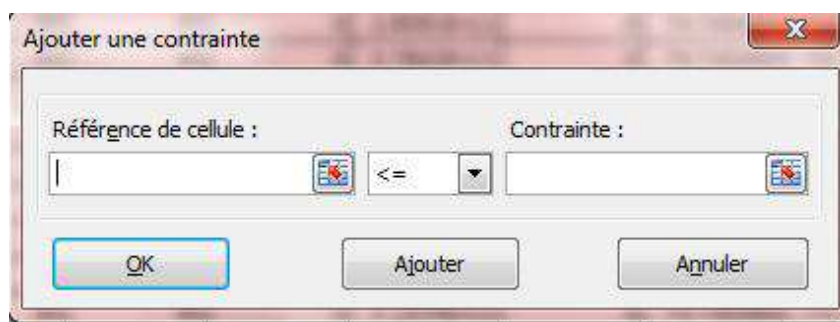
**Figure 4.6 :** Boite de dialogue du solveur excel pour l'optimisation avec minimisation des contraintes.

A l'intérieur de la boite de dialogue nous avons inscrit les informations décrivant le problème à résoudre :

Cellule cible à définir : cellule de la contrainte minimale.

Cellules variables : la cellule qui contiendra la valeur de la hauteur du béton.

En sélectionnant le menu *Ajouter contrainte*, des contraintes (conditions) peuvent être dictées au Solveur, par exemple la hauteur à ne pas dépasser.



**Figure 4.7 :** Boite de dialogue pour l'ajout des contraintes.

Enfin, en appuyant sur la touche *Résoudre*, le Solveur vous retournera la solution du problème.

- Une partie consacrée pour les résultats obtenus

caractéristiques géométriques du béton		
centre de gravité en (mm)	$Z_{G1}$	18
Aire de la section en ( $\text{mm}^2$ )	$A_1$	18000
Module d'élasticité en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	$E_1$	9000
Inertie en ( $\text{mm}^4$ )	$I_1$	1944000
Rigidité en ( $\text{N}.\text{mm}^2$ )	$B_1$	17496000000
caractéristiques géométriques du bois		
centre de gravité en (mm)	$Z_{G2}$	126
Aire de la section en ( $\text{mm}^2$ )	$A_2$	25200
Module d'élasticité en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	$E_2$	10000
Inertie en ( $\text{mm}^4$ )	$I_2$	68040000
Rigidité en ( $\text{N}.\text{mm}^2$ )	$B_2$	6,804E+11
pour la section mixte		
coefficient d'équivalence	n	0,9
Section de béton homogénéisée en ( $\text{mm}^2$ )	$A_{ef1}$	16200
Section du bois en ( $\text{mm}^2$ )	$A_{ef2}$	25200
coefficient de glissement	gama1	0,336482812
Aire effective de la section en ( $\text{mm}^2$ )	$A_{eff}$	30651,02156
calculs des excentricités		
L'espacement $e_2$ en (mm)	$e_2$	19,20687464
L'espacement $e_1$ en (mm)	$e_1$	88,79312536
calcul de la rigidité équivalente ( $\text{N}.\text{mm}^2$ )	$(E.I)_{eff}$	1,22063E+12
calcul du centre de gravité en (mm)	$Z_{eff}$	106,7931254
Etude des contraintes		
contraintes normales dans le béton		
contraintes due à l'effort normal de la liaison ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>c,1,d</sub>	2,341989383
contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>m,1,d</sub>	1,410961615
fibre supérieure du béton en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>1,sup</sub>	<b>3,75295</b>
fibre inférieure du béton en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>1,inf</sub>	-0,93102777
contraintes normales dans le bois		
coefficient de glissement	gama2	1
(contrainte due à l'effort normale de la liaison en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ ))	segma <sub>c,2,d</sub>	1,67284956
contrainte due au moment de flexion agissant à la fibre extrême ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>m,2,d</sub>	<b>7,83868</b>
fibre supérieure du bois en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>2,sup</sub>	-6,16582608
fibre inférieure du bois en ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	segma <sub>2,inf</sub>	<b>9,51153</b>
contrainte maximale de cisaillement ( $\text{N}/\text{mm}^2$ )	taux <sub>2,max</sub>	<b>1,25419</b>
effort sur les organes d'assemblage (N)	$F_d$	<b>1498,87</b>

Figure 4.8 : Résultats de l'optimisation.

- La dernière partie consacrée aux résistances mécaniques des éléments constituant la poutre mixte

Données pour la vérification		
Résistance en compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	fc,1	30
Résistance en flexion (N/mm <sup>2</sup> )	ft,2	24
Résistance en traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	σf,2	21
Résistance en cisaillement (N/mm <sup>2</sup> )	τ ,2	2,5
Portance locale du bois (N)	R ,d	4500

**Figure4.9** : Résistances mécaniques des éléments constituant la poutre mixte

#### 4.4.2. Procédure de la mise en place de l'outil « économie »

- **Introduction de données**

- Une partie consacrée pour le volume et le prix du béton

prix béton	
1	90
81000000	<b>7,29</b>

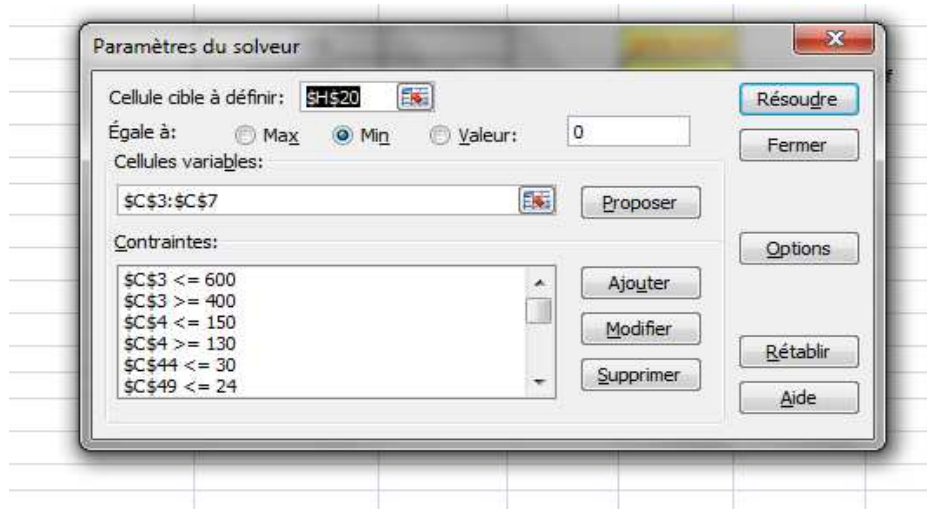
- Une partie consacrée pour le volume et le prix du bois

prix bois	
101250000	40
113400000	<b>44,8</b>

- Une partie consacrée pour le prix et au nombre des connecteurs nécessaires pour la structure mixte

prix connecteur	
nombre	
111,5	<b>111,5</b>

Pour la mise en place de cette optimisation, on a utilisé le solveur d'Excel représenté ci-dessous :



**Figure 4.10** : Boite de dialogue du solveur excel pour l'optimisation avec minimisation du coût de la structure.

- Enfin une dernière partie consacrée au prix totale (fonction objectif) de notre structure mixte qui égale à la somme des trois prix (béton, bois, connecteur)

<b>prix total</b>
<b>163,59</b>

#### 4.5. La simulation probabiliste

*La simulation* est une méthode de mesure et d'étude consistant à remplacer un phénomène ou un système par un modèle plus simple mais ayant un comportement analogue.

*Dans le cas de la simulation probabiliste*, les événements qui apparaissent lors de l'évolution du système ne sont pas connus avec certitude, mais on est capable de probabiliser cette apparition.

En résumé *la simulation probabiliste* est un outil important pour traiter des expériences aléatoires, elle permet d'expliquer le déroulement de celles-ci et d'aborder des problèmes compliqués par le biais d'une démarche expérimentale.

#### 4.6. Choix de la fonction d'état limite (G)

Pour définir la fonction d'état limite, nous devons considérer le comportement mécanique de notre structure. Autrement dit, nous devons identifier tous les modes de rupture possibles. Pour chaque mode de rupture, il faudra définir une fonction d'état limite  $G$ . Cette fonction d'état limite est définie par la relation suivante :

$$G = R - S$$

Avec

$R$  : une caractéristique de résistance

$S$  : une donnée relative à la sollicitation appliquée

Ainsi, en considérant le comportement mécanique de la poutre mixte, nous pouvons définir les différents modes de rupture suivants :

##### ➤ Rupture par compression du béton

Lorsque la contrainte de compression dans le béton atteint la résistance limite en compression du béton.

$$G_{\text{compression}} = \text{Résistance}_{\text{compression}} - \text{Contrainte}_{\text{compression}} = G1$$

##### ➤ Rupture par flexion du bois

Lorsque la contrainte totale dans le bois atteint la résistance limite en flexion du bois.

$$G_{\text{flexion}} = \text{Résistance}_{\text{flexion}} - \text{Contrainte}_{\text{flexion}} = G2$$

##### ➤ Rupture par traction du bois

Lorsque la contrainte de traction dans le bois atteint la résistance limite en traction du bois.

$$G_{\text{traction}} = \text{Résistance}_{\text{traction}} - \text{Contrainte}_{\text{traction}} = G3$$

➤ **Rupture par cisaillement du bois**

Lorsque la contrainte de cisaillement dans le bois atteint la résistance limite en cisaillement du bois. Notons que dans notre cas la position de l'axe neutre de la structure se retrouve dans le matériau bois.

$$G_{\text{cisaillement}} = \text{Résistance}_{\text{cisaillement}} - \text{Contrainte}_{\text{cisaillement}} = G4$$

➤ **Rupture par cisaillement au niveau de la connexion**

Lorsque l'effort dans le connecteur atteint la résistance limite de ce connecteur. Notons que dans ce cas, nous ne considérons pas la rupture par cisaillement du connecteur, mais plutôt la rupture par dépassement de la capacité portante de la connexion.

$$G_{\text{connecteur}} = \text{Résistance}_{\text{connecteur}} - \text{Contrainte}_{\text{connecteur}} = G5$$

Les résistances mécaniques des éléments constituant la poutre mixte sont données dans le tableau ci-dessous :

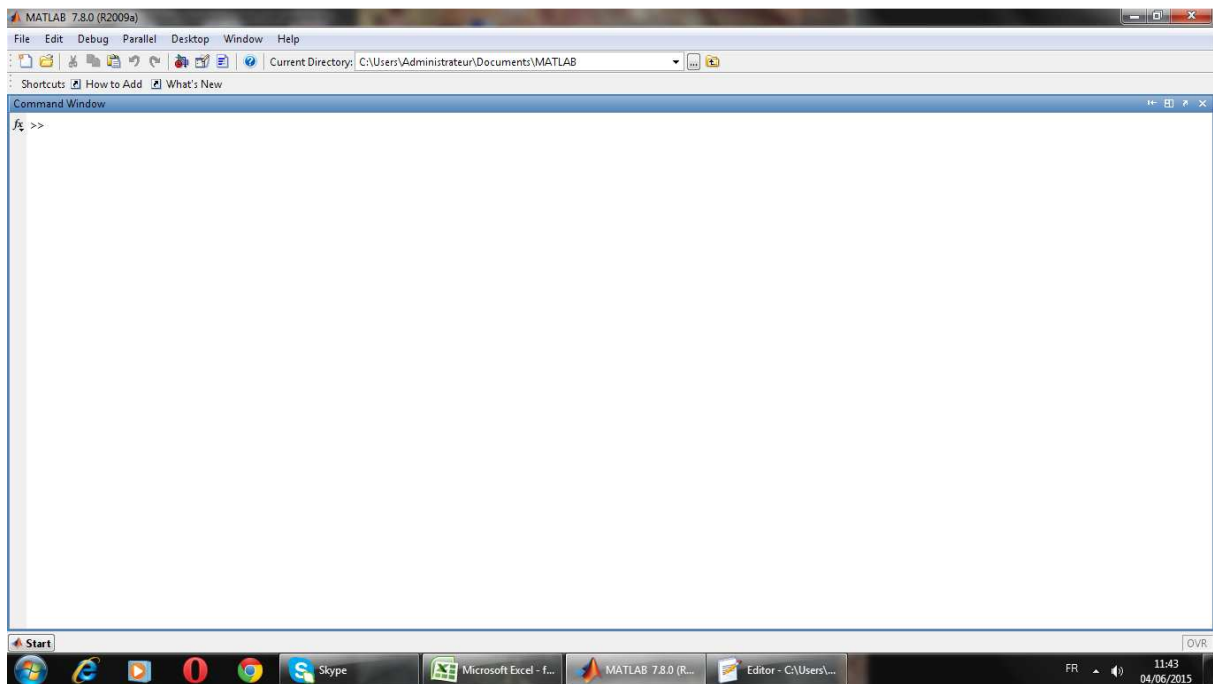
Données pour la vérification		
Résistance en compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	fc,1	30
Résistance en flexion (N/mm <sup>2</sup> )	ft,2	24
Résistance en traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	σf,2	21
Résistance en cisaillement (N/mm <sup>2</sup> )	τ ,2	2,5
Portance locale du bois (N)	R ,d	4500

**Tableau 4.2:** Résistances mécaniques des constituants de la poutre mixte bois-béton.

## 4.7. Présentation de Matlab

Matlab est un logiciel commercial de calcul interactif. Il permet de réaliser des simulations numériques basées sur des algorithmes d'analyse numérique. Il peut donc être utilisé pour la résolution approchée d'équations différentielles, d'équations aux dérivées partielles, ect .....

Matlab est constitué d'un noyau relativement réduit, capable d'interpréter puis d'évaluer les expressions numériques matricielles qui lui sont adressées. Il est très utilisé dans les universités comme dans le monde industriel.



**Figure 4.11** : Représentation de Matlab.

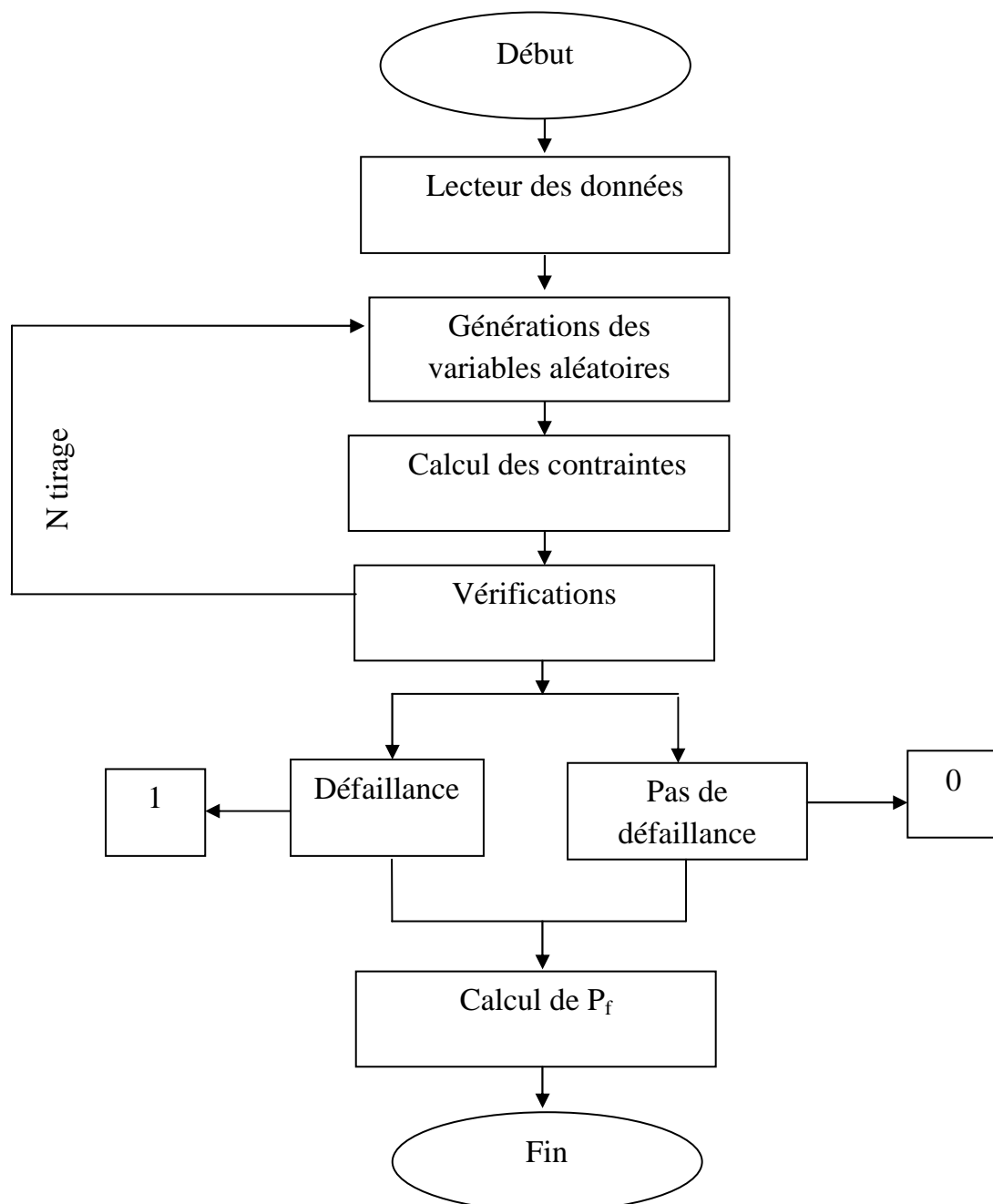
## 4.8. Estimation de la probabilité de défaillance

Pour la simulation, nous avons mis en place un outil de calcul sous Matlab ; « poutre-mixte » qui nous permettra d'effectuer tous les calculs nécessaires afin d'aboutir à la probabilité de défaillance de notre poutre mixte bois-béton.

## 4.9. Générations de nombres aléatoires

Pour les besoins de la simulation nous utilisons un générateur de variables aléatoires. Ainsi plusieurs échantillons sont ainsi obtenus pour chaque paramètre de la structure considéré comme variable aléatoire. Chaque paramètre suit une loi de distribution avec une moyenne et un écart type.

## 4.10. Organigramme de calcul



L'organigramme ci-dessus, illustre la procédure de calcul de la probabilité de défaillance par la méthode de Monte Carlo.

#### **4.11. Conclusion**

A travers ce chapitre nous avons présenté les différentes étapes à suivre pour obtenir les valeurs de la probabilité de défaillance de la structure mixte. Ajouter à cela nous avons présenté la procédure d'optimisation. Les résultats ainsi obtenus seront présentés dans le chapitre qui suit.

## 5.1. Introduction

Comme nous l'avons déjà mentionné dans le chapitre précédent, l'objectif de ce travail est axé sur deux points :

- Une partie optimisation.
- Une partie fiabilité.

## 5.2. Partie Optimisation :

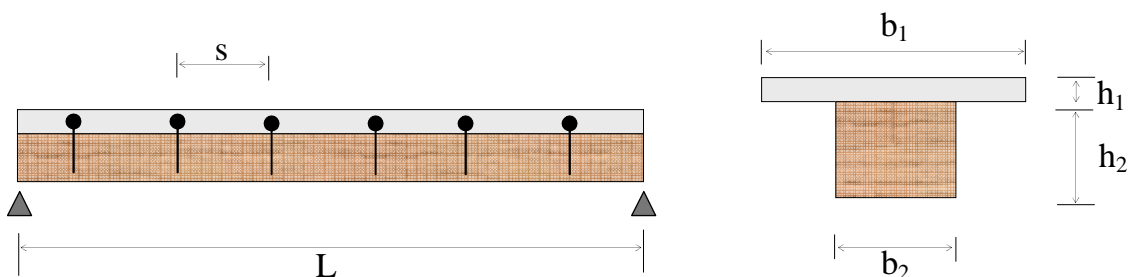
L'objectif de cette partie est de mettre en place un outil d'optimisation de notre poutre. Pour cela nous avons fixé deux fonctions objectifs :

- **Minimisation des contraintes dans les matériaux constitutifs :** Il s'agit de minimiser les contraintes agissant dans les matériaux béton et bois et connecteur
- **Fonction coût :** Il s'agit de minimisation du coût de la poutre.

Ainsi nous définissons les paramètres d'optimisation de notre structure. Ils sont présentés dans le tableau suivant :

paramètre		valeur min	valeur max
b1 (mm)	Largeur du béton	400	600
b2 (mm)	Largeur du bois	130	150
h1 (mm)	Hauteur du béton	30	40
h2 (mm)	Hauteur du bois	170	190
S (cm)	Espacement connecteur	20	60

**Tableau 5.1 :** Intervalle de variation des paramètres d'optimisation.



**Figure 5.1 :** Illustration des paramètres d'optimisation.

**Remarque :** L'intervalle de variation des paramètres est choisi d'une manière théorique, cependant dans la pratique ces intervalles peuvent être fixés par des considérations techniques.....etc

### 5.2.1. Optimisation 1 : Minimisation des contraintes

L'objectif de cette optimisation est de chercher la combinaison qui permettra de minimiser les contraintes dans les matériaux béton, bois et connecteur. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.2

Paramètre	compression du béton	flexion du bois	traction du bois	cisaillement du bois	portance locale du bois
b1 (mm)	600 (-)	600 (-)	600 (-)	600 (-)	400 (+)
b2 (mm)	150 (-)	150 (-)	150 (-)	150 (-)	150 (-)
h1 (mm)	40 (-)	40 (-)	40 (-)	40 (-)	30 (+)
h2 (mm)	190 (-)	190 (-)	190 (-)	190 (-)	190 (-)
S (cm)	60 (-)	20 (+)	20 (+)	20 (+)	20 (+)

(+) pour la valeur minimale (-) pour la valeur maximale

**Tableau 5.2 :** Résultats de l'optimisation avec minimisation des contraintes dans les deux matériaux.

Le tableau représente les résultats de l'optimisation avec minimisation des contraintes.

Nous constatons que :

- Pour minimiser la contrainte de compression dans le béton les valeurs retenues sont maximales.
- Pour minimiser les contraintes dans le bois les valeurs retenues sont maximales pour les dimensions géométriques et la valeur retenue pour l'espacement est la valeur minimale.
- Pour minimiser la portance locale du bois, les valeurs retenues sont maximales pour les dimensions géométriques de la poutre en bois et les valeurs retenues sont minimales pour les dimensions géométriques de la poutre en béton. Concernant la portance locale du bois la valeur retenue pour l'espacement est la valeur minimale

### 5.2.2. Optimisation 2 : Minimisation du coût de la structure (économie)

Dans cette étude nous avons introduit un aspect supplémentaire ; l'aspect économique. Ainsi nous avons fixé la fonction objectif comme étant le coût de la poutre à minimiser tout en veillant à ce que les contraintes dans les matériaux soit toujours inférieures à leur contraintes limites respectives.

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 5.3. Ce dernier représente l'optimisation pour différentes valeurs de la charge appliquée  $q$ .

Ce tableau permet pour une charge  $q$  donnée de connaître la conception la plus intéressante en termes de coût tout en vérifiant que la contrainte admissible n'est pas dépassée dans les différents matériaux.

paramètre	charge $q$ kN/ml					limites
	3	6	8	9	10	
b1 (mm)	400 (+)	400 (+)	524 (+)	600 (-)	600 (-)	
b2 (mm)	130 (+)	130 (+)	150 (+)	150 (-)	150 (-)	
h1 (mm)	30 (+)	30 (+)	40 (+)	40 (-)	40 (-)	
h2 (mm)	170 (+)	170 (+)	170 (+)	190 (-)	190 (-)	
S (cm)	60 (-)	60 (-)	60 (-)	49	20 (+)	
Prix(€)	118,149	118,149	127,817	151,747	224,981	
Compression béton ( $N/mm^2$ )	3,519	7,038	7,053	6,055	7,06	30
Flexion bois ( $N/mm^2$ )	7,572	15,144	16,544	14,802	14,21	24
Traction bois ( $N/mm^2$ )	8,83	17,66	19,46	17,54	17,889	21
Cisaillement bois ( $N/mm^2$ )	1,14	2,288	Déf	Déf	2,4	2,5
effort connecteur (N)	1482,76	2965,51	3965,77	3379,26	2532,47	4500

(+) pour la valeur minimale (-) pour la valeur maximale

**Tableau 5.3 :** Résultats de l'optimisation avec minimisation du coût.

**Remarque :** Nous constatons à travers ce tableau que les contraintes dans les matériaux pour des valeurs élevées de la charge sont proche de la contrainte limite ainsi une question se pose quel est le risque que je prends si je considère pour une charge donnée la conception optimisée.

Afin de vérifier les conceptions optimisées obtenus, nous proposons dans la suite de travail d'estimer la probabilité de défaillance de cette structure mixte.

### 5.3. Analyse fiabiliste de la poutre mixte

Nous rappelons que l'analyse fiabiliste de notre poutre mixte est réalisée à l'aide du programme « poutre-mixte » élaboré sous Matlab basée sur les simulations de Monté Carlo (voir chapitre 4). La conception considérée est la structure de base dont les dimensions sont résumées dans le tableau suivant :

	paramètre	valeur min
b1 (mm)	Largeur du béton	500
b2 (mm)	Largeur du bois	140
h1 (mm)	Hauteur du béton	36
h2 (mm)	Hauteur du bois	175
S (cm)	Espacement connecteur	40

**Tableau 5.4 :** Dimension de la poutre mixte de base.

Paramètres	Loi	moyenne	Ecart type
Module d'élasticité du béton E1 (N/mm <sup>2</sup> )	Gauss	9000	10%
Module d'élasticité du béton E2 (N/mm <sup>2</sup> )	Gauss	10000	10%
Déformation spécifique K (N)	Gauss	1600	10%

**Tableau 5.5 :** Variables aléatoires considérées et leurs loi de distribution.

#### 5.3.1. Evolution de la probabilité de défaillance suivant le nombre de tirage

L'utilisation de la méthode de Monte Carlo nécessite un certain nombre de tirage. Ainsi nous présentons dans le tableau ci-dessous l'évolution de la probabilité de défaillance en fonction de ce nombre de tirage.

critère	Nombre de tirage			
	10 000	50 000	100 000	500 000
G1	0	0	0	0
G2	0	0	0	0
G3	0,142	0,141	0,141	0,141
G4	0,941	0,936	0,936	0,936
G5	0	0	0	0

**Tableau 5.6:** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction du nombre de tirage.

A travers le tableau nous constatons que la probabilité de défaillance tend à se stabiliser à partir de 50 000 tirages.

### 5.3.2. Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de la charge q

Nous présentons dans le tableau ci-dessous l'évolution de la probabilité de défaillance en fonction de la charge appliquée q. A travers le tableau nous constatons que au-delà d'une charge de 9 kN/ml la probabilité de défaillance est égale à 1.

critère	charge q kN/m				
	8	9	10	11	12
G1	0	0	0	0	0
G2	0	0	0	0,0001	0,0624
G3	0	0,1429	0,9943	1	
G4	0,165	0,9412	0,9997	1	
G5	0	0	$2 \times 10^{-5}$	0,0054	0,188

**Tableau 5.7 :** Evolution de la probabilité de défaillance en fonction de q.

### 5.3.3. Analyse du mode de défaillance

A travers les résultats obtenus, nous constatons que le critère de rupture dominant est la rupture par cisaillement du bois.

En effet pour une charge de 8 kN/m la probabilité de défaillance est de l'ordre de 16.5% alors que la probabilité de défaillance selon les autres critères est nulle.

A partir de la valeur de la charge égale à 10 la probabilité de défaillance est égale à 1.

#### 5.4. Effet de la moyenne et de l'écart type des paramètres sur la probabilité de défaillance

Afin d'illustrer cet effet des paramètres, nous avons considéré une charge fixée à 7 kN/m. Ce choix est justifié par l'ordre de grandeur de la probabilité de défaillance.

##### 5.4.1. Effet de la moyenne des paramètres

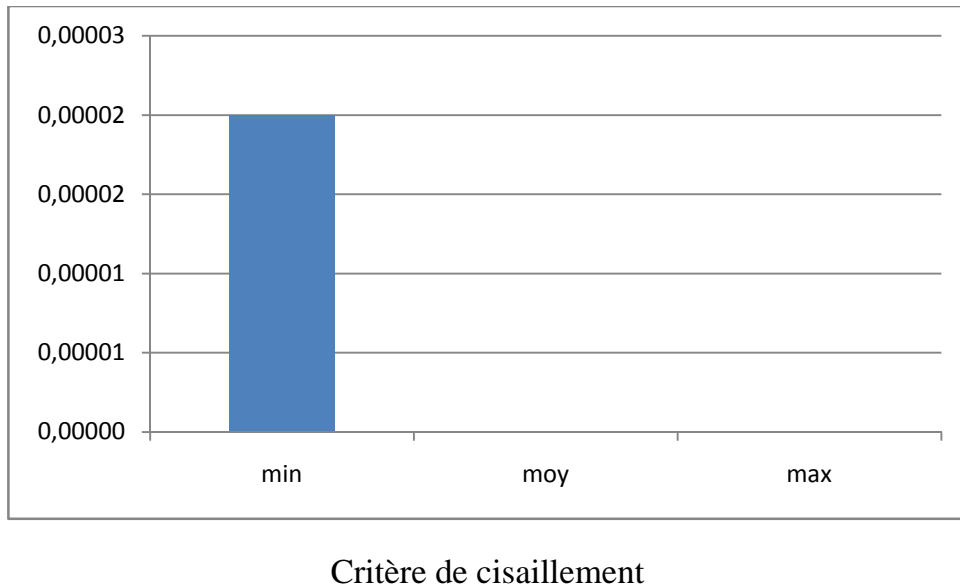
Pour obtenir une structure plus fiable il est intéressant de savoir sur quels paramètres il faut jouer en priorité, et pour cela nous avons représenté l'évolution de la probabilité de défaillance en faisant varier la valeur de la moyenne de chaque paramètre séparément.

- **Effet du Module de Young du béton E1**

On garde les valeurs initiales de E2 et K et en faisant varier la valeur de E1, on estime la probabilité de défaillance selon les différents critères. Les résultats ainsi obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

critère	E1		
	8100	9000	9900
G1	0,00000	0,00000	0,00000
G2	0,00000	0,00000	0,00000
G3	0,00000	0,00000	0,00000
G4	0,00002	0,00000	0,00000
G5	0,00000	0,00000	0,00000

**Tableau 5.8:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de E1 selon les différents critères de rupture



**Figure 5.2:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de  $E1$  selon le critère de rupture par cisaillement du bois

Nous constatons sur la figure 5.2 que lorsqu'on augmente la valeur moyenne du module de Young du béton  $E1$ , la probabilité de défaillance par cisaillement du bois diminue.

Dans le tableau, nous constatons que les valeurs restent constante égale à zéro. Cela veut dire que la probabilité de défaillance est nulle.

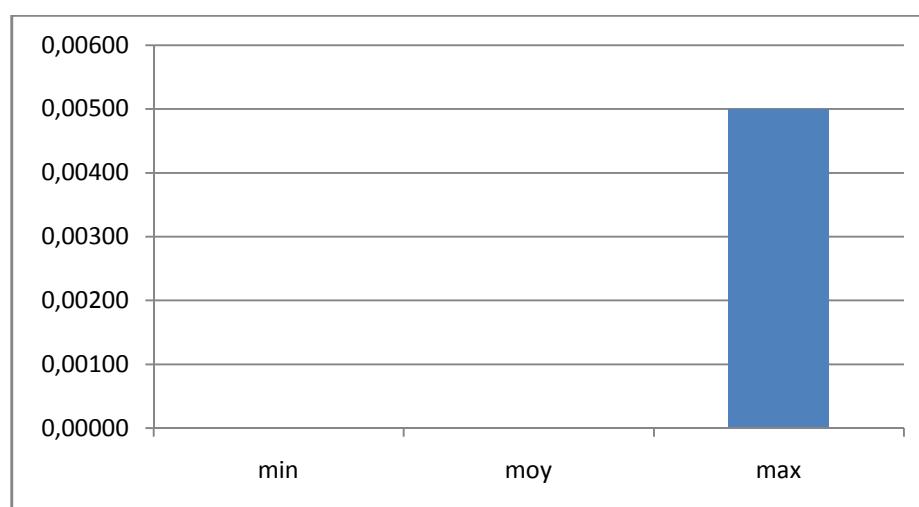
D'un point de vue conception, Il est donc plus intéressant de prendre un béton présentant un module d'élasticité plus grand pour réduire les contraintes de cisaillement dans le bois.

- **Effet du Module de Young du bois  $E2$**

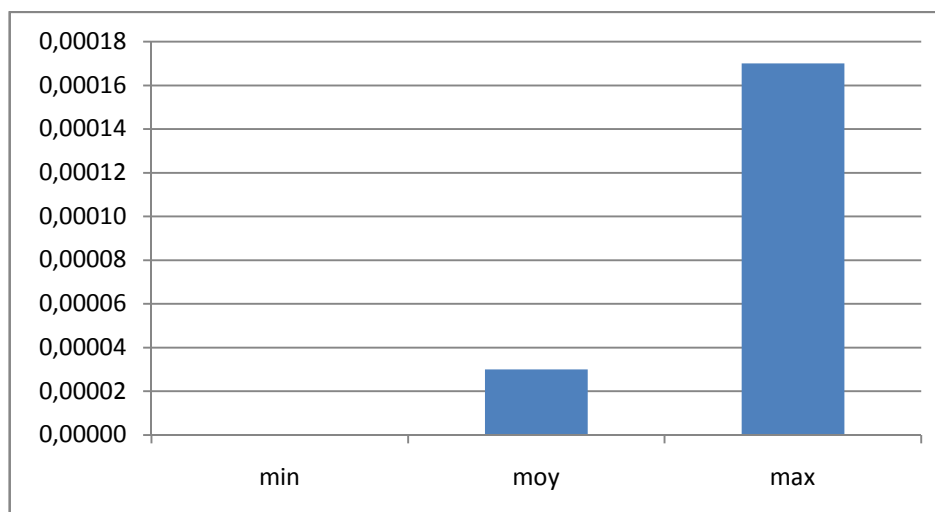
On garde les valeurs initiales de  $E1$  et  $K$  et en faisant varier la valeur de  $E2$ , on estime la probabilité de défaillance selon les différents critères. Les résultats ainsi obtenus sont résumé dans le tableau suivant :

critère	E2		
	9000	10000	11000
G1	0,00000	0,00000	0,00000
G2	0,00000	0,00000	0,00000
G3	0,00000	0,00000	0,00500
G4	0,00000	0,00003	0,00017
G5	0,00000	0,00000	0,00000

**Tableau 5.9 :** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de E2 selon les différents critères de rupture.



Critère de traction du bois



Critère de cisaillement du bois

**Figure 5.3:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de E2 selon le critère de rupture par traction et cisaillement du bois

Nous constatons sur la figure 5.3 que lorsqu'on augmente la valeur moyenne du module de Young du bois  $E_2$ , la probabilité de défaillance par traction bois et par cisaillement du bois augmente.

Nous constatons aussi que l'effet de  $E_2$  est plus important que celui de  $E_1$ .

Nous constatons que le critère prépondérant dans ce cas, est la traction du bois. Cela signifie que la modification des propriétés mécaniques des matériaux engendre une modification dans le comportement d'ensemble de la structure.

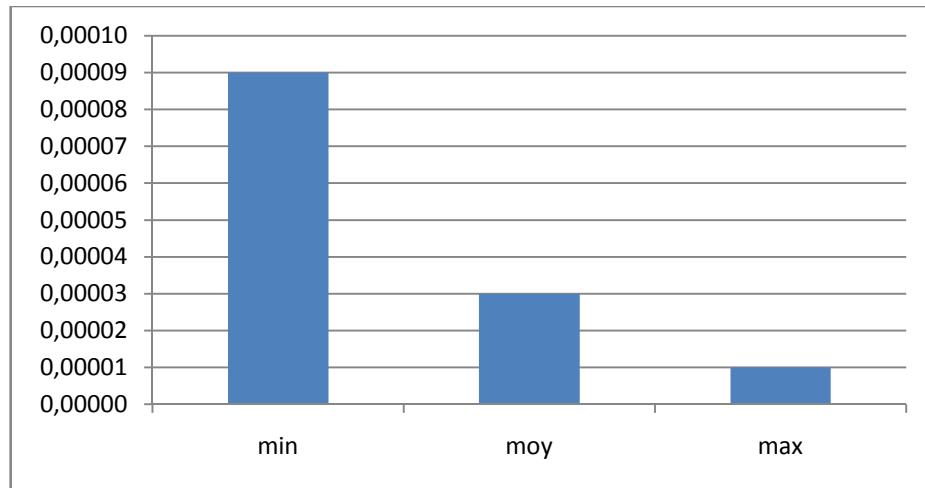
D'un point de vue conception, Il est donc plus intéressant de prendre un bois présentant un module d'élasticité plus faible qui permettra de réduire les contraintes de traction et de cisaillement dans le bois.

- **Effet de la déformation spécifique  $K$**

On garde les valeurs initiales de  $E_1$  et  $E_2$  et en faisant varier la valeur de  $K$ , on estime la probabilité de défaillance selon les différents critères. Les résultats ainsi obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

critère	K		
	1440,00	1600,00	1760,00
G1	0,00000	0,00000	0,00000
G2	0,00000	0,00000	0,00000
G3	0,00000	0,00000	0,00000
G4	0,00009	0,00003	0,00001
G5	0,00000	0,00000	0,00000

**Tableau 5.10:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de  $K$  selon les différents critères de rupture.



Cisaillement du bois

**Figure 5.4:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de  $K$  selon le critère de rupture par cisaillement du bois

Nous constatons sur la figure 5.4 que lorsqu'on augmente la valeur moyenne de  $K$  la probabilité de défaillance par cisaillement du bois diminue. Nous constatons aussi que le critère prépondérant reste toujours le cisaillement du bois.

D'un point de vue conception, comme le facteur  $K$  dépend de la qualité de la connexion bois-béton il serait judicieux d'assurer un dispositif qui permet d'avoir des valeurs élevée de  $K$ .

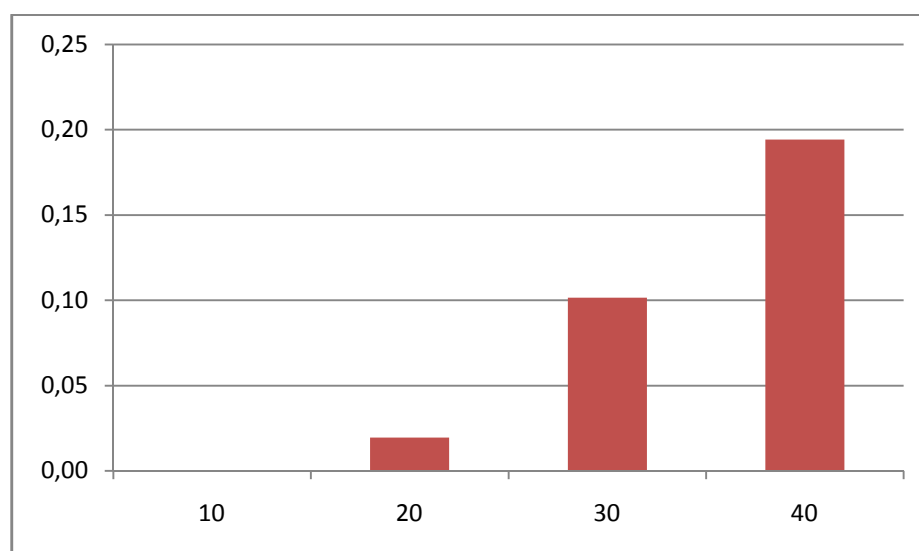
#### 5.4.2. Effet de l'écart type des paramètres

L'analyse de cette variabilité permet d'identifier les paramètres dont il faudra contrôler au mieux la valeur.

Pour se faire, nous faisons varier la valeur de l'écart type de chaque variable aléatoire de 20%, 30% et 40% et nous estimons pour chaque cas la probabilité de défaillance selon les différents critères de rupture. Les résultats ainsi obtenus sont résumé dans le tableau suivant :

critère	Ecart type en %			
	10	20	30	40
G1	0,00000	0,00000	0,00033	0,00230
G2	0,00000	0,00000	0,00066	0,00830
G3	0,00000	0,00000	0,00290	0,02170
G4	0,00003	0,01960	0,10160	0,19420
G5	0,00000	0,00000	0,00046	0,00800

**Tableau 5.11 :** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de l'écart type selon les différents critères de rupture.



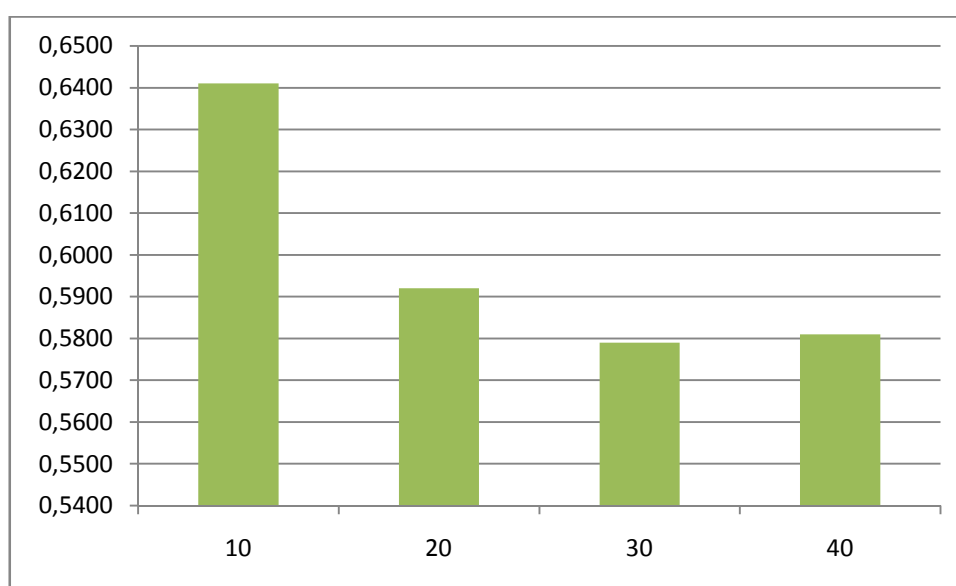
**Figure 5.5:** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de l'écart type selon le critère de cisaillement du bois.

Nous constatons sur la figure 5.5 que lorsqu'on augmente la valeur de l'écart type, la probabilité de défaillance augmente pour les différents critères. Ceci reste conforme à la notion qui stipule que lorsqu'on augmente la variabilité des paramètres la probabilité de défaillance augmente.

Considérons maintenant la charge  $q$  de 8,5 kN/m et analysons l'effet de la variabilité des paramètres. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant :

critère	Ecart type en %			
	10	20	30	40
G1	0,0000	0,0000	0,0004	0,0030
G2	0,0000	0,0000	0,0030	0,0250
G3	0,0004	0,0570	0,1640	0,2580
G4	0,6410	0,5920	0,5790	0,5810
G5	0,0000	0,0002	0,0080	0,0340

**Tableau 5.12 :** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de l'écart type selon les différents critères de rupture.



**Figure 5.6 :** Evolution de  $P_f$  pour différentes valeurs de l'écart type selon le critère de cisaillement du bois.

Nous constatons sur la figure 5.6 que lorsqu'on augmente la valeur de l'écart type, la probabilité de défaillance par cisaillement du bois diminue. Cet effet peut être expliqué par le fait que pour des probabilités de défaillance élevée la variabilité joue un rôle favorable pour la structure.

### 5.5. Optimisation basée fiabilité

L'objectif principal de cette approche est de mettre en place un outil qui permet de déterminer la structure optimale pour une probabilité de défaillance donnée.

Autrement dit, pour une probabilité de défaillance donnée quelle est la conception correspondante.

Avant de présenter les résultats, nous présentons dans un premier temps l'analyse de la structure de base. Dans le tableau suivant, nous présentons les résultats obtenus.

Paramètre géométriques	Charge q en kN/m					
	3	6	6,5	7	7,5	8
b1 (mm)	500					
b2 (mm)	140					
h1 (mm)	36					
h2 (mm)	180					
S (cm)	40					
Coût (€)	163,59					
<b>Contraintes dans les matériaux</b>						
Compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	2,6806	5,3613	5,8081	6,25492	6,7017	7,1484
Flexion bois (N/mm <sup>2</sup> )	5,5990	11,1981	12,1313	13,0645	13,9976	14,9308
Traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	6,7939	13,5879	14,7202	15,8525	16,9849	18,1172
Cisaillement bois (N/mm <sup>2</sup> )	0,8958	1,7917	1,9410	2,0903	2,2396	2,3889
effort connecteur (N)	1070,62	2141,25	2319,68	2498,12	2676,56	2855
<b>Probabilité de défaillance</b>						
G1	0	0	0	0	0	0
G2	0	0	0	0	0	0
G3	0	0	0	0	0	0
G4	0	0	0	0	0,0051	0,1619
G5	0	0	0	0	0	0

**Tableau 5.13:** Probabilité de défaillance et contraintes dans les matériaux :

structure de base.

A travers ce tableau ; nous pouvons estimer la capacité portante de notre poutre mixte avec les valeurs de base retenues. Autrement dit pour une valeur de la probabilité de défaillance cible je peux connaître la charge maximale de la poutre

Une fois la structure de base analysée, nous présentons dans le tableau suivant les résultats de l'optimisation et de la probabilité de défaillance correspondante.

Paramètre géométriques	charge appliquée q(Kn/m)					limites
	3	6	8	9	10	
b1 (mm)	400	400	524	600	600	
b2 (mm)	130	130	150	150	150	
h1 (mm)	30	30	40	40	40	
h2 (mm)	170	170	170	190	190	
S (cm)	60	60	60	49	20	
<b>Coût(€)</b>	118,149	118,149	127,817	151,747	224,981	
<b>Contraintes dans les matériaux</b>						
Compression béton (N/mm <sup>2</sup> )	3,519	7,038	7,053	6,055	7,06	30
Flexion bois (N/mm <sup>2</sup> )	7,572	15,144	16,544	14,802	14,21	24
Traction bois (N/mm <sup>2</sup> )	8,83	17,66	19,46	17,54	17,889	21
Cisaillement bois (N/mm <sup>2</sup> )	1,14	2,288			2,4	2,5
effort connecteur (N)	1482,76	2965,51	3965,77	3379,26	2532,47	4500
<b>Probabilité de défaillance</b>						
G1	0	0	0	0	0	
G2	0	0	0	0	0	
G3	0	0	0,002	0	0	
G4	0	0,009	0,507	0,522	0,01	
G5	0	0	0,021	0	0	

**Tableau 5.14 :** Optimisation basée fiabilité de la poutre mixte bois-béton.

Sur le tableau nous avons représenté l'évolution de la probabilité de défaillance pour différentes valeurs de la charge appliquée avec des configurations résultant de l'optimisation. Ce tableau permet de choisir pour une probabilité de défaillance cible la structure optimale avec le prix minimale.

## **5.6. Conclusion**

A travers ce chapitre, nous avons analysé la structure mixte bois –béton selon deux aspects : un aspect optimisation et un aspect fiabilité. Ce que l'on peut dire à la fin de ce chapitre c'est que nous avons mis en place un outil qui permet d'estimer pour une probabilité de défaillance donnée une conception optimale.

Cependant, il reste encore du travail du fait que le couplage optimisation et fiabilité n'est pas directe et ceci constitue une perspective à ce travail.

## **Conclusion générale**

Au terme de cette étude, nous avons illustré que la démarche probabiliste permet d'évaluer la probabilité de défaillance d'une structure ainsi que de mesurer l'effet sur cette probabilité de chacune des variables aléatoires introduites.

Compte tenu du fait que notre structure résulte de l'assemblage de trois matériaux différents : béton, bois et acier (connecteur), cette démarche nous a permis d'établir la combinaison optimale qui permet d'obtenir la meilleure structure possible.

L'analyse fiabiliste de la poutre mixte permis de préciser les paramètres les plus influents sur la stabilité de la structure.

A travers ce travail, nous avons analysé la structure mixte bois –béton selon deux aspects : un aspect optimisation et un aspect fiabilité.

Ce que l'on peut retenir à la fin de ce modeste travail c'est que nous avons mis en place un outil qui permet d'estimer pour une probabilité de défaillance donnée une conception optimale.

Cependant, comme perspective à ce travail il serait judicieux de mettre en place le couplage optimisation-fiabilité directe.

## Bibliographie

- [1] **Avis Technique 3/06-488**, D-DALLE, Plancher mixte bois-béton Composite wood-concrete floor, CSTB.2007.
- [2] **Avis Technique 3/08-574**, PP2B, Société COSYLVA, CSTB.2008.
- [3] **Avis Technique 3/09-605**, LIGNADAL, LIGNALITHE, 2009.
- [4] **Avis Technique 3/12-720**, TECNARIA, *Plancher mixte bois-béton Composite wood-concrete Floor*, 2012.
- [5] **Avis Technique 3/05-450**, SBB, REPEL, 2006.
- [6] **CSTC-Rapport n° 13**, comportement physique et mécanique des planchers mixtes en bois-béton 2010.
- [7] **Olivier Gagliardini**, Cours de Béton Armé, IUP GCI3 option OS IUP Génie Civil et Infrastructures, UJF-Grenoble 2004 .
- [8] **ADAM et NEVILLE .M**, « Propriétés des bétons ». Editions Eyrolles, Paris, 2000.
- [9] **Slim GUERMAZI**, cours de matériaux de construction2.
- [10] **Baraka Abdelhak**, Support du cours Béton Armé I. Centre Universitaire de Béchar.
- [11] **Eric Pradier**, Le matériau bois, le matériau bois et ses principales caractéristiques physico-chimiques et mécaniques, cours sur le bois.
- [12] **Emmanuel Fleury, Martin Chiche**, le bois dans la construction, Rapport n° 1, centre scientifique et technique du bâtiment (CSTB), 2006.
- [13] **J. M. Franssen**, construire en bois, cours, année académique 2007-2008. *Université de Liège*.
- [14] **Yves Benoit**, le guide des essences du bois, Edition Eyrolles 2008.
- [15] **J.M.Franssen**, construction en bois, cours à l'initiation, université de Liège, 2007/2008.
- [16] **Freudenthal, A.**, The safety of structures, Transactions ASCE. 1947.
- [17] **Levi, R.** Calculs probabilistes de la sécurité des constructions, Annales des Ponts et Chaussées 26, 1949
- [18] **Mayer, M.** Die Sicherheit der Bauwerke . Springer Verlag. 1926.
- [19] **Schneider J.**, Introduction to Safety and Reliability of Structures, *Structural*

*Engineering Documents 5*, 1997.

[20] **Elias Bou Saïd**, contribution à la modélisation des effets différents du bois et du béton sous condition climatiques variables, application aux structures mixte bois béton. Thèse doctorat, école doctorale des sciences de l'ingénieur de Lyon, 2003.

[21] **Hasofer, A. M. et N. C Lind**, An exact and invariant first order reliability format, *Journal of Engineering Mechanics*, 1974.

[22] **Adil FAHSI**, Application des techniques de fiabilité pour l'estimation des incertitudes des résultats de simulation numérique en hydrodynamique des rivières, Ecole de technologie supérieure, université du Québec, 2009.

[23] **Hocine DEHMOUS**, Fiabilité et micromécanique des matériaux composites Application à la passerelle de Laroin, Institut National Polytechnique de Toulouse Ecole doctorale Matériaux - Structure – Mécanique, 2007.

[24] **Levi, R.** Calculs probabilistes de la sécurité des constructions, *Annales des Ponts et Chaussées* 26, 1949.

[25] **Madsen, H.O., S. Krenk and N.C. Lind**, *Methods of structural safety*, Dover Publications, 1986.

[26] **Lemaire M.**, *Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique*, Ed. Hermès-Lavoisier, Paris, 2005.

[27] **Lyonnet P.**, *Ingénierie de la fiabilité*, Ed. Tec & Doc, Lavoisier, Paris, 2006.

[28] **M. Lemaire**, *Structural Reliability*. ISTE /Wiley, 2009.

[29] **Madsen, H.O., S. Krenk and N.C. Lind**, *Methods of structural safety*, Dover Publications, 1986.

[30] **Maynadier J.**, *Approches statistiques et fiabilistes en dynamique des structures*, thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2003.

[31] **Lydia ABDALLAH**, *Approche probabiliste d'une Structure Mixte Bois-béton*.

[32] **O.D. Ditlevsen et H.O. Madsen**, *Structural Reliability Methods*. John Wiley & Sons Inc, 1996.

[33] **M. Lemaire**, *Structural Reliability*. ISTE/Wiley, 2009.

[34] **Hasofer, A. M. et N. C Lind**, An exact and invariant first order reliability format, *Journal of Engineering Mechanics*, 1974.

[35] **Florent Zakala**. Laboratoire P.C.T. , UMR CNRS 7083, ESPCI, 10 rue vanquelin, 75005, Paris, France.