REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSIEGNEMENT SUPERIEUR

UNIVERSITE DE TIZI OUZOU

FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE

Mémoire de fin d'études

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique

Option contrôle

Thème :

Calculs d'importance en sûreté de fonctionnement

Outil d'aide à la décision et au diagnostic de pannes

Proposé par :

Mr. R. Ziani

Présenté par :

Mr. M. AIT SAID

2010

REMERCIEMENTS

Je tiens à remercier Monsieur R. ZIANI Enseignant à l'université de Tizi Ouzou pour m'avoir confié ce travail et lui exprime ma gratitude pour le soutien qu'il m'a apporté.

Dédicaces

Je dédie ce travail :

À la mémoire de mon frère

À ma mère

À mon père

À mes sœurs

À toute ma grande famille

À mes amis

SOMMAIRE

I.	ETUDE DE SÛRETE DE FONCTIONNEMENT	p8
II.	CALCULS D'IMPORTANCE	p29
III.	APPLICATIONS	p41
IV.	CONCLUSION	p58
V.	ANNEXE	p59
VI.	BIBLIOGRAPHIE	p62

Chapitre I

Etude de sûreté de fonctionnement

1) Introduction

1.1. Définitions

1.2. Principales étapes

2) Etude de sûreté de fonctionnement

2.1) Etape préliminaire

2.2) Analyse qualitative

2.2.1) Arbre de défaillance

2.2.2) Diagramme bloc de fiabilité

2.2.3) Méthode de l'espace des états

2.2.4) Autres représentations

2.3) Analyse quantitative

2.3.1) Définition du MTTF, MTTR, MUT, MDT, MTBF

2.3.2) Etude d'un système à un composant

2.3.2.1) Taux de défaillance et de réparation

2.3.2.2) Disponibilité du composant lorsque les taux de défaillance et de réparation sont constants

2.3.3) Evaluation quantitative associée à l'analyse par arbre de défaillance

2.3.3.1) Méthode directe

2.3.3.2) Méthode des coupes minimales

2.3.4) Evaluation quantitative associée à l’analyse par diagramme bloc de fiabilité

2.4) Analyse de sensibilité

Chapitre II

Calculs d'importance

1) Introduction

2) Importance structurelle et importance liée à la fiabilité

2.1) Définitions et notations

2.2) Importance structurelle

2.3) Importance liée à la fiabilité

3) Facteurs d'importance liés à la disponibilité

3.1) Facteur d'importance de Birnbaum

3.2) Facteur d'importance de Lambert

3.3) Facteur d'importance de Vesely-Fussell

3.4) Facteur d'importance de Barlow-Proschan

4) Exploitation des calculs d'importance – Aide au diagnostic

Chapitre III

Applications

1) Introduction

2) Présentation du logiciel

3) Principe de programmation

3.1) Facteur d'importance de Birnbaum

3.2) Facteur d'importance de Lambert

3.3) Facteur d'importance de Vesely-Fussell

3.4) Facteur d'importance de Barlow-Proschan

4) Applications

INTRODUCTION

Bref historique

De tout temps l'homme a sans doute voulu construire des choses fiables. Mais la fiabilité en tant que technique de l'ingénieur ne s'est développée que depuis quelques décennies.

On peut citer que dès l'année 1906, les constructeurs américains de tubes à vide se sont préoccupés de fiabilité. Cette notion était à l'époque synonyme de durée de vie.

Vers les années 1950, des études aux Etats-Unis, révélèrent qu'on dépensait beaucoup dans la réparation des équipements des systèmes électroniques à usage militaire qui étaient sujets à des défaillances fréquentes, d'où l'idée de concevoir des équipements fiables. C'est ainsi que furent entrepris de nombreux efforts pour comprendre les problèmes de la fiabilité.

Les premiers développements vont concerner les systèmes binaires cohérents et les résultats obtenus par Birnbaum et Esary [BIR 61], [ESA 63] vont constituer la base des modèles de fiabilité. Cependant avec la complexité croissante des systèmes et le haut niveau de performance recherché, la fiabilité à elle seule ne suffit plus pour caractériser la performance d'un système. Les notions de disponibilité et maintenabilité sont alors introduites. Plus tard, suite au développement des systèmes de pointe tels que les systèmes d'armes, les systèmes aérospatiaux ou les centrales nucléaires qui présentent des facteurs d'accident très élevés, une quatrième notion, la sécurité est introduite. Une nouvelle discipline regroupant ces quatre composantes, la sûreté de fonctionnement naît.

L'année 1961 verra naître le concept d'arbre de défaillance dans les laboratoires de la Bell Telephone, une méthode qui sera par la suite largement utilisée dans la modélisation des systèmes. A partir de 1970, la théorie de la fiabilité ne cessera de connaître un progrès considérable. Les résultats obtenus pour les systèmes binaires cohérents seront généralisés aux systèmes multiperformants, c'est à dire présentant plus de deux niveaux de performance. Après la fiabilité des composants et la fiabilité des systèmes, vont se développer la fiabilité du logiciel et la fiabilité humaine.

La sûreté de fonctionnement constitue actuellement une véritable science et fait partie intégrante de l'art de l'ingénieur.

Problématique de la sûreté de fonctionnement (SdF)

On est amené à faire l'étude de sûreté d'un système pour diverses raisons. Parmi celles-ci, il y a l'aspect technologique : la motivation vient du caractère vital pour la société actuelle, du bon fonctionnement de certains systèmes de pointe, tels que par exemple les systèmes aéronautiques, dont le mauvais fonctionnement peut engendrer des pertes de vies humaines. Il y a aussi l'aspect économique : la motivation vient ici de la nécessité d'optimiser les coûts de conception, de fabrication et d'exploitation, une fiabilité insuffisante faisant ressentir ses effets sur les coûts d'exploitation. Les études de sûreté peuvent être menées à différents stades de la vie d'un système : conception, réalisation, exploitation.

Plan de travail

Cette thèse comporte trois parties.

Dans la première, nous présentons toutes les étapes de l'étude de sûreté de fonctionnement des systèmes.

La deuxième partie traite de la notion de calculs d'importance. Nous verrons leur rôle dans l'aide à la décision et l'aide au diagnostic de pannes.

La troisième partie sera consacrée aux applications. Nous présenterons le logiciel de calculs d'importance, sa méthode de conception, et son utilisation.

CHAPITRE I

ETUDE DE SÛRETE DE FONCTIONNEMENT

1) Introduction

1.1. Définitions

Système : Ensemble déterminé d'éléments discrets (composants) interconnectés ou en interaction. Un système peut être de nature technologique diverse: électronique, mécanique, hydraulique, logiciel, etc.

Exemples de systèmes : une centrale nucléaire, une installation chimique, un avion

Défaillance : Cessation de l'aptitude d'une entité (composant, sous-système, système) à accomplir une fonction requise.

Après l'apparition d'une défaillance on considère que l'entité est en panne.

Sûreté de fonctionnement : La sûreté des systèmes peut être définie, au sens large, comme la science des défaillances. Elle inclut leur connaissance, leur évaluation, leur maîtrise. Au sens strict, la sûreté de fonctionnement est l'aptitude d'une entité à satisfaire à une ou plusieurs fonctions requises dans des conditions données. Elle peut être caractérisée par quatre concepts :

- La fiabilité qui est l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise dans des conditions données et pendant une durée donnée.
- La disponibilité qui est l'aptitude d'une entité à être en état d'accomplir une fonction requise à un instant donné.
- La maintenabilité qui est l'aptitude d'une entité à être maintenue ou rétablie à l'état d'accomplir une fonction requise, lorsque la maintenance est accomplie dans des conditions données, avec des moyens prescrits.

- La sécurité qui est l'aptitude d'une entité à éviter de faire apparaître, dans des conditions données, des évènements critiques ou catastrophiques.

1.2. Principales étapes

1.3. Principales étapes

L'étude de sûreté passe par quatre étapes, à savoir :

a) *Etape préliminaire :* définition et analyse des risques pour fixer les objectifs de l'étude, et identification des modes de défaillances, de leurs effets et leur gravité.

b) *Analyse qualitative :* représentation du système par un modèle logique.

c) *Analyse quantitative (évaluation stochastique) :* description des caractéristiques du système dans un espace de probabilité.

d) *Analyse de sensibilité :* identification des points faibles du système.

2) Etude de sûreté de fonctionnement

2.1) Etape préliminaire

Il s'agit de chercher à connaître le système, ses missions, ses fonctions, et à définir et analyser les risques qu'il encourt, en vue de fixer les objectifs de sûreté. Il faut recueillir les premières informations relatives au système - notamment celles relatives aux composants - et à ses caractéristiques techniques et fonctionnelles.

Il faut aussi chercher à identifier les modes de défaillances, c'est-à-dire les manières par lesquelles apparaissent des défaillances.

On se servira pour cela de la méthode d'analyse des modes de défaillances, de leurs effets et de leurs criticités (AMDEC).

Description de la méthode d'analyse des modes de défaillance, de leurs effets, et de leurs criticités (AMDEC)

L'AMDEC est une méthode inductive d'analyse de système servant à l'étude des causes et des effets des défaillances pouvant affecter les composants du système.

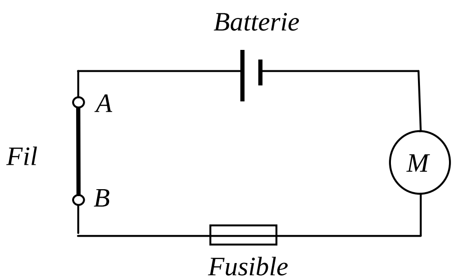
Pour chaque composant, elle recense les modes de défaillance envisageables, les causes possibles de ces défaillances, ainsi que leurs effets sur le système étudié.

Elle est élaborée suivant quatre étapes :

1. Définition du système, de ses fonctions et de ses composants.
2. Elaboration des modes de défaillances des composants, et de leurs causes.
3. Etude des effets des modes de défaillance et analyse de leurs criticités.
4. Conclusions.

Exemple d'illustration simple

Considérons le système simple suivant :



L'évènement indésirable à éviter est « la surchauffe du fil AB ». Nous ne considérerons pas la source.

On représente ci-dessous les résultats de l'AMDEC :

Composants	Mode de défaillance	Causes possibles	Effets sur le système
Fusible	- Le fusible ne fond pas	- défaillance première -l'opérateur a surdimensionné le fusible (erreur humaine)	-en cas de court-circuit le fusible n'ouvre pas le circuit

Moteur	- Le moteur ne tourne pas - court-circuit	- défaillance première -défaillance première -le moteur tourne pendant un temps trop lent	-perte de la fonction du système : le moteur ne tourne pas -le court-circuit du moteur entraîne l'apparition d'un courant élevé puis la fusion du fusible

Remarque : On entend par défaillance première une défaillance interne au composant.

2.2) Analyse qualitative

Une fois le système bien défini, la prochaine étape consiste à le modéliser, c'est-à-dire à le représenter par un modèle logique.

Il existe diverses représentations logiques, notamment les modèles des ensembles minimaux et les modèles stochastiques.

Parmi les représentations logiques, les plus importantes sont l'arbre de défaillance (AdD) qui constitue une technique majeure, le diagramme bloc de fiabilité (DBF), la méthode de l'espace des états (MEE).

2.2.1) Arbre de défaillance

2.2.1.1) Représentation logique

La méthode de l'arbre de défaillance est une méthode déductive qui a pour objet de représenter graphiquement les combinaisons d'évènements entraînant l'apparition d'un évènement indésirable unique, au moyen d'une structure arborescente.

On se fixe un évènement sommet associé à la défaillance du système et on recherche les combinaisons d'évènements conduisant à sa réalisation. L'AdD est défini comme un graphe orienté formé de niveaux successifs tel que chaque événement est généré par des évènements d'ordre inférieur agissant à travers des portes logiques.

Démarche de construction de l'AdD

1- Définition d'un évènement redouté.

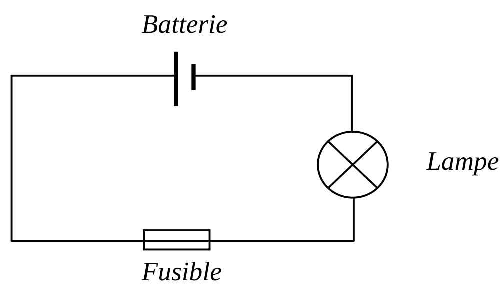
2- L'arbre est constitué des combinaisons d'évènements produisant l'évènement redouté.

3- Les combinaisons entre évènements sont constituées avec des portes logiques.

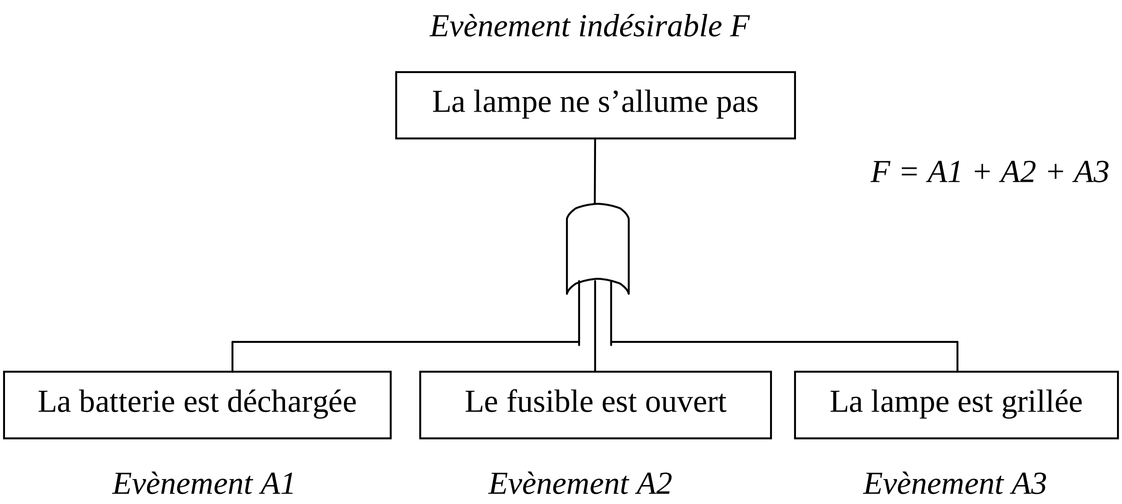
4- Les évènements sont représentés avec des rectangles ayant un libellé les décrivant.

Exemple d'arbre de défaillance simple

On considère le système simple suivant :



Sa modélisation par arbre de défaillance peut être la suivante :



L'évènement indésirable est ici lié à trois évènements de base A1, A2, A3 par l'intermédiaire d'une porte OU. Donc la réalisation d'un seul de ces évènements entraînera la réalisation de l'évènement indésirable.

<u>Remarques :</u>

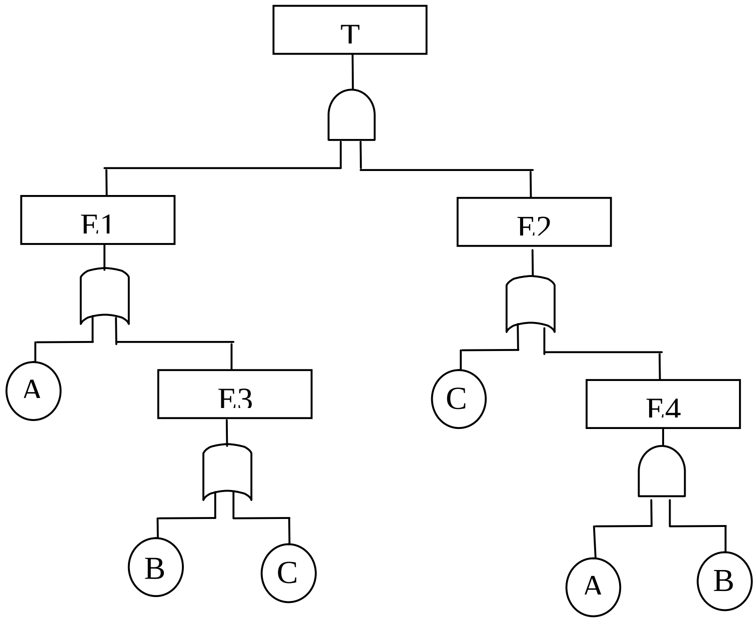
- L'AMDEC réalisée préalablement facilitera beaucoup la construction de l'AdD par l'exploitation directe des causes de défaillance possibles.
- Les arbres de défaillance ne comportant que des portes AND et OR et des variables de base monoformes représentant la défaillance sont des AdD cohérents. Les arbres de défaillance caractérisés par des portes AND, OR, NAND, NOR, EOR, NOT et par des variables de base biformes représentant la défaillance et la non-défaillance (évènements élémentaires de différentes catégories) sont des AdD non cohérents.

2.2.1.2) Recherche des ensembles minimaux

Une fois l'arbre construit, on doit rechercher les ensembles minimaux (ensembles d'éléments dont la défaillance entraîne la défaillance du système).

Ceux-ci sont appelés coupes minimales dans le cas des AdD cohérents et implicants premiers dans le cas des AdD non cohérents.

Considérons l'AdD suivant en guise d'illustration :



Une coupe est un ensemble d'évènements entraînant l'évènement indésirable. Dans le cas ci-dessus l'ensemble « A et B et C » entraîne l'évènement T, donc il représente une coupe.

Mais cette combinaison n'est pas la plus petite. Une analyse de l'arbre permet de trouver une combinaison d'évènements plus petite « A et B » qui entraine l'évènement indésirable. On définit alors la notion de coupe minimale qui est une coupe ne contenant aucune autre coupe.

La recherche des coupes minimales se fait à partir de l'expression booléenne issue de l'arbre. Nous cherchons à obtenir pour l'évènement indésirable une expression booléenne en fonction des variables associées aux évènements de base.

Par exemple pour l'arbre ci-dessus l'expression booléenne est T = (A . B + C) (A + B + C)

Par l'algèbre booléenne, on peut mettre l'expression sous la forme :

$$T = C1 + C2 + \cdots + Cm$$

Où Ci est un produit d'évènements de base.

L'expression T est réduite en utilisant les méthodes de simplification logique telles que le tableau de Karnaugh ou l'algorithme de Mc Cluskey. On obtient alors une expression réduite où les évènements Ci sont les coupes minimales.

Pour l’arbre de défaillance ci-dessus, par simplification, on trouve que : T = C + A . B

Les coupes minimales sont donc {C} et {A B}.

2.2.2) Diagramme bloc de fiabilité

2.2.2.1) Représentation logique

La représentation par diagramme bloc de fiabilité (DBF) est la première à avoir été utilisée pour l’analyse des systèmes. C’est une méthode simple et naturelle car elle est souvent proche du schéma fonctionnel du système.

Dans cette modélisation, les blocs constituent des composants ou des fonctions et les arcs constituent les relations entre ceux-ci. Les blocs représentant des composants dont la défaillance engendre la défaillance du système sont placés en série (diagramme série), et ceux dont la défaillance n’engendre la défaillance du système qu’en combinaison avec d’autres blocs, sont placés en parallèle avec ces derniers (diagramme parallèle).

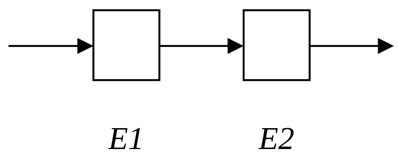


Diagramme série

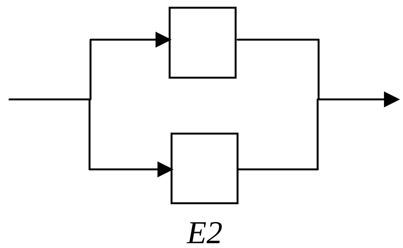
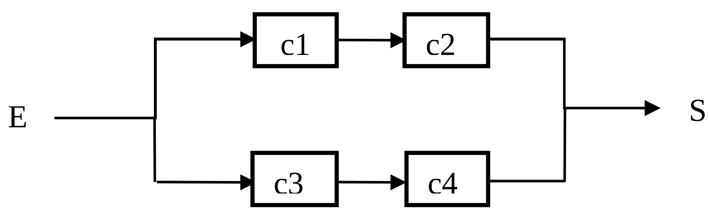


Diagramme parallèle

2.2.2.2) Recherche des ensembles minimaux

Considérons le diagramme bloc de fiabilité suivant :

(Diagramme série parallèle)



Le système fonctionne dans les cas :

- Les composants c1 et c2 fonctionnement.
- Les composants c3 et c4 fonctionnent.

On désigne les évènements associés au fonctionnement des composants c1, c2, c3, c4 par E1, E2, E3, E4 respectivement.

Les chemins de E à S seront appelés chemins de succès. Ainsi les chemins de succès du diagramme précédent sont E1 E2 et E3 E4. Et on appellera « lien » toute combinaison de fonctionnement de composants permettant d'assurer la fonction requise ; Donc par exemple pour le DBF précédent, E1.E2, E1.E2.E3 sont des liens.

Un « lien minimal » sera un lien ne contenant aucun autre lien. Les liens minimaux du DBF précédent sont {E1.E2} et {E3.E4}

Les liens minimaux sont généralement faciles à identifier par l'inspection visuelle, lorsque le diagramme bloc de fiabilité combine des diagrammes série et des diagrammes parallèle. Pour les autres diagrammes bloc de fiabilité, l'inspection visuelle ne suffit pas toujours. On fait alors appel à des programmes informatiques.

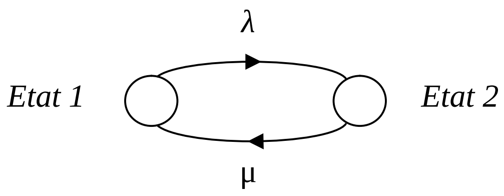
On peut aussi définir, pour un diagramme bloc de fiabilité, des coupes minimales. Celles-ci représentent les plus petites combinaisons de défaillance de composants qui compromettent la fonction requise, c'est-à-dire qui empêchent d'aller de E en S.

2.2.3) Méthode de l'espace des états

La méthode de l'espace des états (MEE) s'applique aux systèmes réparables.

Pour tenir compte des dépendances entre les différents composants d'un système, on représente un graphe d'états où chaque sommet représente un état du système et chaque arc symbolise une transition entre deux sommets. On associera aux arcs des taux de transition.

On représente ci-dessous le graphe d'états d'un système à un composant ayant deux états : état de marche (état 1), état de panne (état 2)



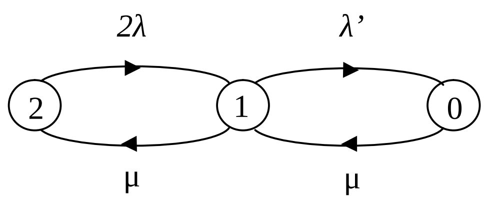
Le taux de transition entre l'état 1 et l'état 2 est le taux de défaillance λ. Le taux de transition entre l'état 2 et l'état 1 est le taux de réparation μ

Exemple :

Considérons un système formé de deux composants identiques en parallèle.

Lorsque les deux composants fonctionnement, ils ont chacun un taux de défaillance λ. Lorsque l'un des deux composants tombe en panne, l'autre admet alors un taux défaillance plus grand λ' > λ. On suppose qu'il n'y a qu'un seul réparateur et le taux de réparation est μ

En notant (2) l'état du système où les deux composants sont en marche, (1) l'état du système où un seul composant est en marche et (0) l'état du système où les deux composants sont en panne, on a le graphe des états suivant :



Cette représentation permet de tenir compte des dépendances entre les deux composants.

Quelques remarques

Lorsque les taux de transition entre les états sont constants, le système sera dit markovien, et le graphe d'états sera alors appelé graphe de Markov.

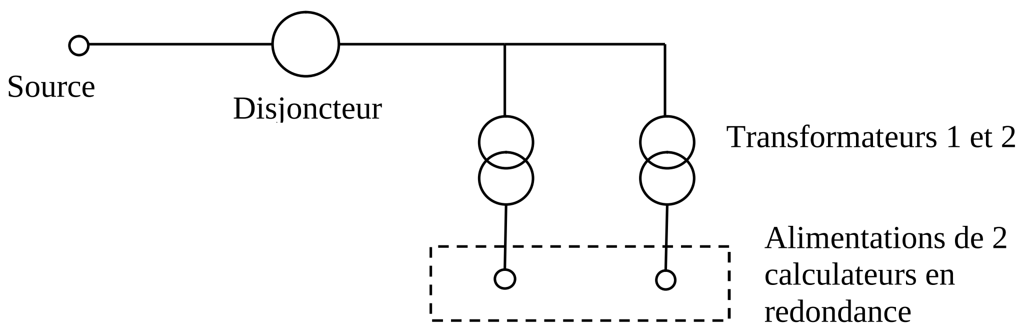
Si la probabilité de passer de l'état i à l'état j entre les instants t et t + dt est λ_{ij} dt + 0(dt), λ_{ij} est le taux de transition entre les états i et j.

Pratiquement cette représentation sera beaucoup plus lourde que les représentations précédentes, elle ne sera donc utilisée que pour des sous-systèmes à l'intérieur desquels il existe de fortes dépendances entre les composants.

2.2.4) Autres représentations

Un certain nombre d'autres représentations existe, nous ne ferons que les citer très rapidement car elles ne sont que rarement bien adaptées pour la description d'un système.

Nous donnerons chaque fois la représentation du système d'alimentation électrique ci-dessous :



2.2.4.1) Table de vérité

C'est une table représentant les états de marche (ou de défaillance) du système.

Pour l'exemple considéré, on a la table de vérité suivante :

$\overline{A1}$	$\overline{A2}$	$\overline{A3}$	$\overline{A4}$
1	1	1	0
1	1	0	1

La deuxième ligne par exemple veut dire que le système marche si la source, le disjoncteur et le transformateur 2 marchent.

2.2.4.2) Fonction de marche

Soit y_i une variable booléenne associée à chaque composant i, qui est égale à 1 lorsque le composant fonctionne et à 0 si le composant est en panne. La fonction de marche du système est une fonction booléenne f(y) telle que f(y) = 1 si et seulement si le vecteur $y = (y_1, \dots, y_n)$ représente un état de marche du système.

Pour l'exemple considéré, on a :

$$f(y) = y_1\, y_2\, y_3 + y_1\, y_2\, y_4$$

2.2.4.2) Fonction de panne

C'est la fonction duale de la fonction de marche, elle est égale à 1 si et seulement si le vecteur $y = (y_1, \dots, y_n)$ représente un état de panne du système.

Pour l'exemple considéré, on a :

$$F = \bar{f} = \overline{y_1 y_2 y_3} \,.\, \overline{y_1 y_2 y_4}$$

$$F = \bar{y}_1 + \bar{y}_2 + \bar{y}_3\, \bar{y}_4$$

2.3) Analyse quantitative

L'évaluation quantitative (ou stochastique) consiste à décrire les caractéristiques du système à partir de celles de ses éléments dans un espace de probabilités.

Mesures à évaluer

- *Fiabilité d'une entité E :*

  R(t) = P[E non défaillante sur [0, t]]

- *Disponibilité d'une entité E :*

  A(t) = P[E non défaillante à l'instant t]

- *Maintenabilité d'une entité E :*

M(t) = P[E est réparée sur [0, t]]

- *Sécurité d'une entité E :*

S(t) = P[E n'a pas de défaillance grave sur [0, t]]

Quelques remarques :

- R(t) tend vers 0 lorsque t tend vers l'infini.
- Dans le cas des systèmes non réparables, la disponibilité de l'entité est équivalente à la fiabilité : A(t) = R(t)
- M(t) tend vers 1 lorsque t tend vers l'infini.

2.3.1) Définition du MTTF, MTTR, MUT, MDT, MTBF

Un certain nombre de sigles désignant des moyennes temporelles sont utilisés :

MTTF : (mean time to failure) Durée moyenne de bon fonctionnement avant la première défaillance

MTTR : (mean time to repair) Durée moyenne des temps de réparation

MUT : (mean up time) Durée moyenne de bon fonctionnement après réparation

MDT : (mean down time) Durée moyenne de défaillance

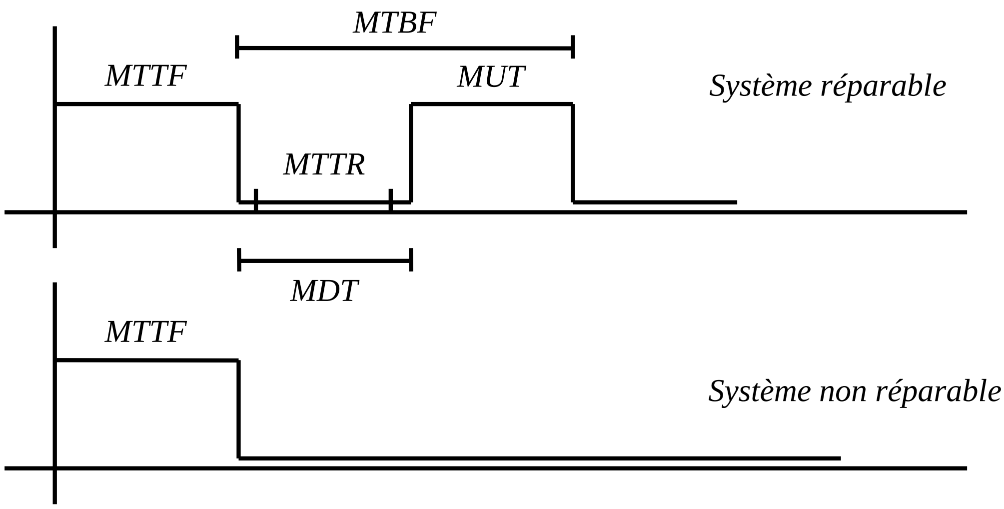
MTBF : (mean time between failure) Durée moyenne entre deux défaillances d'un système réparé

Remarque :

- Par calcul de probabilité, on peut montrer que :

$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt$ Et $MTTR = \int_0^{\infty} \left(1 - M(t)\right)dt$

- MTBF = MUT + MDT

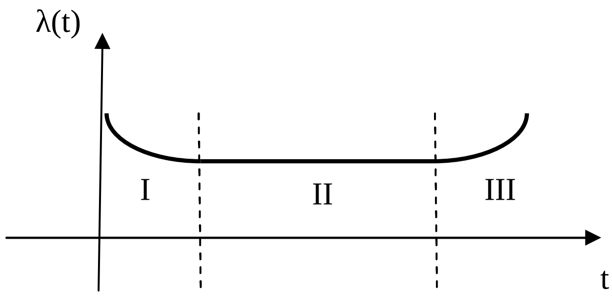


2.3.2) Etude d’un système à un composant

2.3.2.1) Taux de défaillance et de réparation

Le taux de défaillance d’un composant est noté λ(t). On peut le définir comme étant la proportion, par unité de temps, d’éléments ayant survécu à l’instant t, mais qui ne sont plus en vie à l’instant t + Δt (par passage à la limite on obtient le taux de défaillance instantané).

Des études statistiques ont montré qu’en général, le taux de défaillance est de la forme d’une courbe dite en baignoire :



Cette courbe se compose de trois régions distinctes :

- La période de défaillance précoce (I) : λ(t) décroît rapidement.
- La période de vie utile (II) : λ(t) est sensiblement constant.

- La période de défaillance d'usure (III) : $\lambda(t)$ croit rapidement.

Pour un système formé d'un seul composant :

$$\lambda(t) = \left(\frac{1}{\Delta t}\right) P[E\ est\ défaillante\ entre\ t\ et\ t + \Delta t\ sachant\ qu'elle\ n'était\ pas\ défaillante\ sur\ [0, t]\ ]$$

lorsque Δt tend vers 0.

En utilisant le théorème des probabilités conditionnelles :

$$\lambda(t) = \left(\frac{1}{\Delta t}\right) (P[E\ est\ défaillante\ entre\ t\ et\ t + \Delta t\ et\ E\ non\ défaillante\ sur\ [0, t]]/P[E\ non\ défaillante\ sur\ [0, t]])$$

lorsque Δt tend vers 0.

$$\lambda(t) = \left(\frac{1}{\Delta t}\right) \left(\frac{1}{R(t)}\right) (P[E\ est\ défaillante\ sur\ [0, t + \Delta t]] - P[E\ est\ défaillante\ sur\ [0, t]])$$

$$\lambda(t) = \left(\frac{1}{\Delta t}\right) \left(\frac{R(t) - R(t + \Delta t)}{R(t)}\right)$$

$$\lambda(t) = -\left(\frac{dR(t)}{dt}\right) / R(t)$$

Sous l'hypothèse que $\lambda(t) = \lambda$ = constante, on déduit que la fiabilité du composant est donnée par :

$$R(t) = \exp(-\lambda t)$$

$$\text{Et : } MTTF = \int_0^{\infty} exp(-\lambda t)dt \quad => \quad MTTF = 1/\lambda$$

On peut montrer de la même manière que le taux de réparation est donné par :

$$\mu(t) = \left(\frac{dM(t)}{dt}\right) / (1 - M(t))$$

Sous l'hypothèse que $\mu(t) = \mu$ = constante, on déduit que la maintenabilité du composant est donnée par :

$$M(t) = 1 - exp(\text{-}\mu t)$$

$$\text{Et : } MTTR = \int_0^{\infty}(1 - M(t))dt \quad => \quad MTTR = 1/\mu$$

Remarque :

La région de défaillance précoce est en général supprimée par le test de déverminage (ou rôdage à l'usine), la région d'usure n'est pas atteinte si nous appliquons une politique de maintenance permettant de remplacer le composant avant usure, ceci justifie l'hypothèse où λ est constant.

2.3.2.2) Disponibilité du composant lorsque les taux de défaillance et de réparation sont constants

Sous l'hypothèse que les taux de défaillance et de réparation du composant sont constants, on dit que le composant est markovien, l'état du composant à un instant donné est suffisant pour connaître toute sa vie future.

En effet, si nous supposons que le composant soit en marche à un instant donné t, si t_0 est l'instant de sa dernière remise en service, alors la probabilité pour qu'il tombe en panne entre t et t + Δt est égale à $\lambda(t - t_0)\,\Delta t$, mais dans le cas d'un composant markovien on a :

λ(t – t0) = λ

Donc : λ(t – t0) Δt= λ Δt

Il en est de même si le composant est en panne, la probabilité pour que le la fin de la réparation ait lieu entre t et t + Δt est égale à μΔt.

A(t + Δt) = P[le composant est en marche à t et n'a pas de défaillance entre t et t + Δt]

+ P[le composant est en panne à t et est réparé entre t et t + Δt]

Le théorème des probabilités totales donne :

$$P[B] = \sum_i P[B/Ai]\, P[Ai]$$

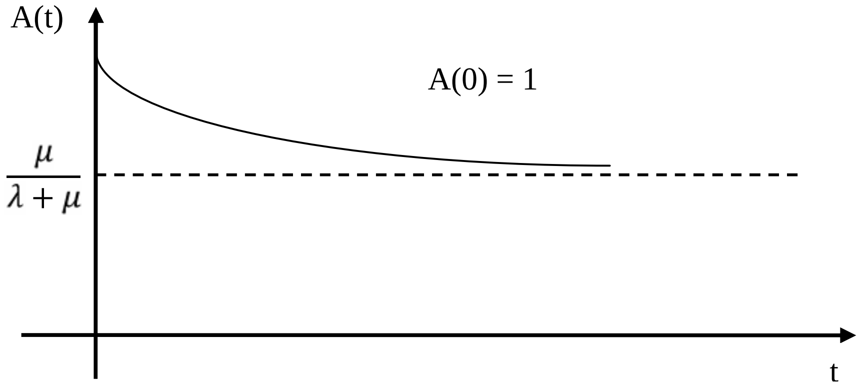
L'application de ce théorème permet d'avoir :

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} - \frac{\mu\left(1 - A(0)\right) - \lambda A(0)}{\lambda+\mu} \exp(-(\lambda+\mu)t)$$

A(0) représente la disponibilité initiale

Dans le cas où A(0) = 1

$$A(t) = \frac{\mu}{\lambda+\mu} + \frac{\lambda}{\lambda+\mu} \exp(-(\lambda+\mu)t)$$



Par ailleurs

$$A(\infty) = \frac{\mu}{\lambda+\mu}$$

2.3.3) Evaluation quantitative associée à l'analyse par arbre de défaillance

Une fois l'arbre construit et les coupes minimales déterminées on procède à l'évaluation stochastique, qui consiste à chercher la probabilité de l'évènement sommet à partir des probabilités des évènements de base.

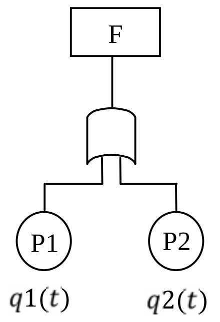
2.3.3.1) Méthode directe

Cette méthode est applicable dans le cas d'arbre de défaillance ne contenant pas de répétition des évènements de base. Dans ce cas, le calcul est très simple. On part des probabilités des évènements de base et on remonte l'arbre jusqu'à la probabilité de l'évènement sommet.

En général, les probabilités des évènements de base sont des indisponibilités de composants.

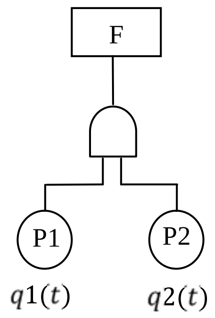
On remonte dans l’arbre de défaillance en utilisant les formules suivantes :

Porte OU



$$P[F] = q1(t) + q2(t) - q1(t)q2(t)$$

Porte ET



$$P[F] = q1(t)q2(t)$$

2.3.3.2) Méthode des coupes minimales

Calculons la probabilité de l’évènement indésirable :

P[F] = P[C1 + C2 + … + Cm]

<u>*Théorème de Poincaré :*</u>

$$\mathrm{P[A + B] = P[A] + P[B] - P[A\,.\,B]}$$

Cette propriété se généralise :

$$P[\sum_{i=1}^{n} Ai] = \sum_{i=1}^{n} P[Ai]$$

$$- \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{j-1} P[Ai\,.\,Aj] + \sum_{j=3}^{n}\sum_{k=2}^{j-1}\sum_{i=1}^{k-1} P[Ai\,.\,Aj.\,Ak] - \ldots + (-1)^{n}P[\prod_{i=1}^{n} Ai]$$

En appliquant ce théorème on aura :

P[F] = P[C1 + C2 + … + Cm]

$P[F] =$

$$\sum_{i=1}^{m} P[Ci] - \sum_{j=2}^{m}\sum_{i=1}^{j-1} P[Ci\,.Cj] + \sum_{j=3}^{m}\sum_{k=2}^{j-1}\sum_{i=1}^{k-1} P[Ci\,.Cj.Ck] - \;\dots + (-1)^{m} P[\bigcap_{i=1}^{m} Ci]$$

…. (1)

En considérant les probabilités élémentaires comme faibles, on peut écrire :

$$P[F] \cong \sum_{i=1}^{m} P[Coupe\ minimale\ i]$$

Donc nous pouvons utiliser la formule issue de l’application du théorème de Poincaré (1). Cependant, le plus souvent l’indisponibilité de chaque composant est faible, et l’on peut se contenter d’un calcul approché en n’incluant que le premier terme de la formule de Poincaré. Nous avons alors l’encadrement suivant :

$S_1 - S_2 \leq P[F] \leq S_1$

Où S_1 et S_2 sont les deux premiers termes du développement de Poincaré.

2.3.4) Evaluation quantitative associée à l’analyse par diagramme bloc de fiabilité

On considère ici un système non réparable.

Si le diagramme bloc de fiabilité construit n’est pas complexe, c’est-à-dire un diagramme particulier (diagramme série, diagramme parallèle, diagramme série-parallèle, parallèle-série), on peut l’évaluer quantitativement de manière simple.

Exemple : (diagramme série)

Soit Ei l’évènement « le composant Ci fonctionne à l’instant t ». La fiabilité du système (ou la disponibilité) est :

R = P [E1 **.** E2 **.** … **.** En]

Lorsque les évènements sont indépendants :

$$R = \prod_{i=1}^{n} P[Ei]$$

On suppose que les taux de défaillance des composants sont constants. Il en résulte que :

$$R = \exp[-(\sum_{i=1}^{n} \lambda i)\, t]$$

La durée moyenne de fonctionnement avant la première défaillance :

$$MTTF = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} \lambda i}$$

<u>Diagramme bloc de fiabilité complexe (cas général)</u>

Une fois qu'on dispose des chemins minimaux ou des coupes minimales du diagramme bloc de fiabilité, on peut procéder à son évaluation stochastique. La méthode est la même qu'avec un arbre de défaillance.

Notons Li les chemins minimaux (au nombre de n) associés au diagramme bloc de fiabilité. Soit E l'évènement « le système fonctionne à l'instant t ». Alors :

E = L1 + L2 + … + Ln

La fiabilité s'écrit : $R = P[\sum_{i=1}^{n} Li]$

Des calculs semblables peuvent être effectués à partir des coupes minimales. Notons Ci les coupes minimales associées au diagramme bloc de fiabilité. Alors :

$\bar{R} = P[\sum_{i=1}^{n} Ci]$ ($\bar{R}$: Défiabilité; $\bar{R} = 1 - R$)

2.4) Analyse de sensibilité

La dernière étape de l'étude de sûreté est l'analyse de sensibilité, consistant à identifier les points faibles du système.

Lors de l'analyse de sensibilité, on est amené à évaluer l'influence des divers composants constitutifs sur le fonctionnement du système. Cette influence est déterminée par deux facteurs :

- la place du composant dans le système (on conçoit qu'un composant placé en série dans un système va jouer un rôle plus important que le même composant placé en parallèle).
- La fiabilité du composant.

De nombreuses méthodes existent pour mesurer cette influence, et toutes consistent à attribuer à chaque composant une fonction dénommée facteur d'importance, et à ordonner les valeurs de cette fonction.

Calculer ces facteurs d'importance permet d'identifier les points faibles du système, ceci en mettant en évidence les composants qui ont la plus grande probabilité de mettre le système en panne.

CHAPITRE II

CALCULS D’IMPORTANCE

1) Introduction

Lors d’une étude de sûreté, il est souvent utile à l’analyste qui désire étudier les caractéristiques de fiabilité d’un système, d’évaluer l’influence relative des divers composants constitutifs sur le fonctionnement de ce système.

Comme mentionné dans le chapitre précédent, cette influence est déterminée par deux facteurs.

Le premier est la place du composant dans le système (un composant placé en série jouera un rôle plus important qu’un composant placé en parallèle). Le second facteur est la fiabilité du composant.

On distinguera l’importance structurelle qui est uniquement basée sur la connaissance de la fonction de structure du système (en absence des données de fiabilité des composants) et l’importance liée à la fiabilité ou importance fiabiliste, qui elle, dépend aussi bien de la place du composant que de sa fiabilité.

Il existe plusieurs méthodes pour mesurer cette influence, et toutes consistent à associer à chaque composant des fonctions appelées « facteurs d’importance ».

Les calculs d’importance permettent de répondre à de nombreuses questions telles que :

- Quel composant faut-t-il améliorer en priorité pour augmenter la fiabilité du système ?
- Quelles sont les coupes minimales les plus importantes ?
- Sachant que le système est en panne, quel composant faut-t-il réparer en priorité ?

L’intérêt des facteurs d’importance est double. Ils servent d’aide à la conception (identification des points faibles) pour les systèmes en phase de conception et d’aide au diagnostic de pannes pour les systèmes en phase d’exploitation, par génération d’une liste de contrôle que pourra suivre un dépanneur.

2) Importance structurelle et importance liée à la fiabilité

2.1) Définitions et notations

Soit un système constitué par n composants e_i, (i = 1, …, n) et caractérisé par sa fonction de structure Ψ.

Nous associerons à chaque composant e_i une variable binaire aléatoire X_i et nous adopterons la convention suivante :

$$X_i = \begin{cases} 0 \text{ si le composant est en panne} \\ 1 \text{ si le composant est en bon état} \end{cases}$$

L'ensemble des variables X_i définit un vecteur X = (x1, x2, …, xn)

La fonction de structure permet de déterminer l'état du système à partir de la connaissance du vecteur X.

Compte tenu de la convention précédente :

$$\Psi(X) = \begin{cases} 1 \text{ si le système est en bon état} \\ 0 \text{ si le système est en panne} \end{cases}$$

Notons

$$\Psi(1i, X) = \Psi(x1,\ldots\ldots.x(i\text{-}1),1,x(i+1)\ldots\ldots..xn)$$

$$\Psi(0i, X) = \Psi(x1,\ldots\ldots.x(i\text{-}1),0,x(i+1)\ldots\ldots..xn)$$

Considérons l'expression :

$$\Psi(1i, X) - \Psi(0i, X)$$

Si cette expression est égale à zéro, ce qui correspond au cas :

$\Psi(1i, X) = \Psi(0i, X) = 0$ ou $\Psi (1i, X) = \Psi (0i, X) = 1$

L'état du système ne dépend pas de l'état du composant i.

On dira que le composant i est sans conséquence sur le système.

Par contre si cette expression est égale à 1 ce qui correspond au cas :

$\Psi (1i, X) = 1$ et $\Psi (0i, X) = 0$

Cela signifie que le système fonctionne si le composant i fonctionne et il est en panne si le composant i est en panne. Nous dirons que le composant i est critique pour le système.

Le vecteur $(*_i, x) = 1$ sera appelé vecteur critique pour i

Les vecteurs (1i, X) et (0i, X) représenteront respectivement un vecteur-chemin et un vecteur-coupe.

Il serait intéressant de connaître le nombre de vecteurs critiques pour le composant i, puis d'évaluer la probabilité que le système se trouve dans l'un de ces états.

Cela nous mène à la définition de la notion d'importance structurelle.

2.2) Importance structurelle

Etant donné un système constitué par n composants, dont chacun peut se trouver soit en état de fonctionnement soit en état de panne, il existe 2^n états différents de l'ensemble des composants.

Si nous fixons l'état d'un composant i, il va rester 2^{n-1} combinaisons possibles.

Birnbaum définit l'importance structurelle du composant i comme étant la probabilité que le système se trouve dans un état où le composant i est critique.

$$I_\Psi(i) = P\,[\Psi (1i,X) - \Psi (0i, X) = 1]$$

Le nombre de vecteurs critiques pour i est obtenu par :

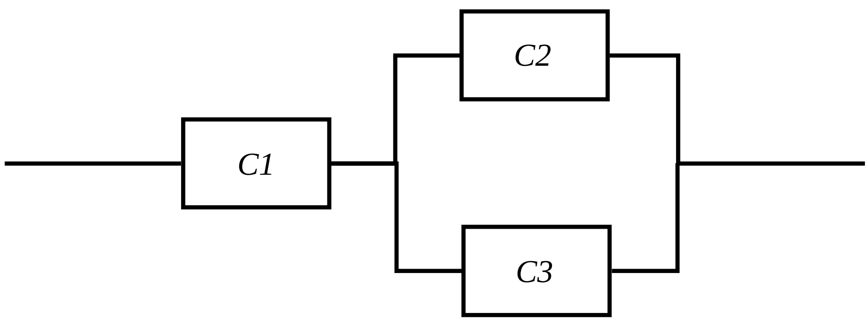
$$\sum_{X} [\Psi\,(1i, X) - \Psi\,(0i, X)]$$

D'où l'importance structurelle du composant i :

$$I_{\Psi}(i) = \frac{1}{2^{n-1}} \sum_{X} [\Psi\,(1i, X) - \Psi\,(0i, X)]$$

Illustration de l'importance structurelle à l'aide d'un exemple

Soit le système série-parallèle de trois éléments donné ci-dessous :



La fonction de structure correspondante est la suivante :

Ψ (X) = X1 (X2 $\cup$ X3)

= X1 (1 – (1 - X2)(1-X3))

Evaluons l'importance structurelle de chaque composant :

$$I_{\Psi}(1) = \frac{1}{2^{2}} \sum_{X} [\Psi\,(1_1, X) - \Psi\,(0_1, X)] = \frac{3}{4}$$

$$I_{\Psi}(2) = \frac{1}{2^{2}} \sum_{X} [\Psi\,(1_2, X) - \Psi\,(0_2, X)] = \frac{1}{4}$$

$$I_{\Psi}(3) = \frac{1}{2^2} \sum_{X} [\Psi (1_3, X) - \Psi (0_3, X)] = \frac{1}{4}$$

On voit bien que le composant 1 est plus important que les 2 autres composants, ce qu'on pouvait attendre du fait qu'il est placé en série.

Tableau 1

X2	X3	Ψ(X)
0	0	0
0	1	X1
1	0	X1
1	1	X1

Tableau 2

X1	X3	Ψ(X)
0	0	0
0	1	0
1	0	X2
1	1	1

Tableau 3

X1	X2	Ψ(X)
0	0	0
0	1	0
1	0	X3
1	1	1

Sur ces tableaux, nous pouvons vérifier que le composant 1 est critique dans trois états du système, alors qu'il y a un seul état du système où le composant 2 (ou le composant 3) est critique.

2.2) Importance liée à la fiabilité

L'importance structurelle est basée uniquement sur la fonction de structure. L'importance fiabiliste, elle, tient compte aussi bien de la fiabilité des composants que de la fonction de structure.

2.2.1) Définition

On définit l'importance fiabiliste du composant i comme étant la variation de la fiabilité du système en fonction de la variation de la fiabilité du composant.

Soit pi la fiabilité du composant i et h la fonction de fiabilité du système

Connaissant le vecteur p = (p_1, p_2, …... p_n) , la fonction h permet de définir la fiabilité du système :

E[Ψ (X)] = P [Ψ (X) = 1] = h(p)

On définit alors l’importance fiabiliste du composant i par :

$$I_h(i) = \frac{\delta h(p)}{\delta pi} = h(1i,p) - h(0i,p)$$

La notion d’importance fiabiliste sert à évaluer l’effet de l’amélioration de la fiabilité d’un composant sur la fiabilité du système.

En effet, si on fait intervenir le temps t, nous aurons :

$$\frac{dh}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\delta h}{\delta pi} \frac{dp}{dt} = \sum_{i=1}^{n} I_h(i) \frac{dp}{dt}$$

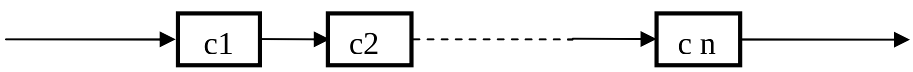
D’où : $\Delta h = \sum_{i=1}^{n} I_h(i)\ \Delta pi$

Ceci montre que l’on pourrait savoir quels sont les composants sur lesquels nous devons agir en regard de leur grande importance, dans le cas où pour des contraintes de coût, nous ne pouvons agir que sur un nombre limité de composants.

Exemples

Nous considérons dans ce qui suit que les composants sont statistiquement indépendants.

1) *Système série :*



La fiabilité du système série est le produit des fiabilités de chacun des composants :

$$h(p) = \prod_{i} pi$$

L’importance fiabiliste du composant i est :

$$I_h(i) = \frac{\delta h(p)}{\delta pi} = \prod_{j \neq i} pj$$

Sous l’hypothèse que les fiabilités de tous les composants sont équivalentes

C'est-à-dire : $p1 = p2 = \cdots = pn$

Nous retrouvons l'importance structurelle

$I_h(1) = I_h(2) = \ldots\ldots\ldots = I_h(n) = (1/2)^{n-1}$

Donc : $I_h(i) = I_\psi(i)$

Sous l'hypothèse que les fiabilités des composants sont ordonnées comme suit

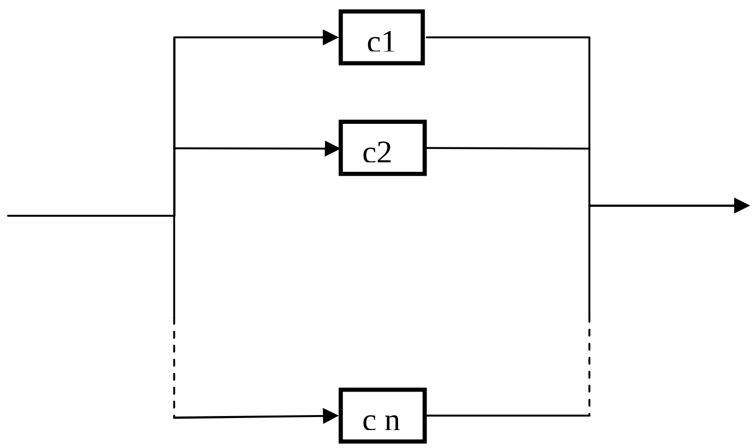
$p1 < p2 < \ldots\ldots < pn$

Le calcul montre que

$I_h(1) > I_h(2) > \ldots\ldots\ldots > I_h(n)$

Ainsi le composant le plus important est celui le moins fiable

2) Système parallèle :



La fiabilité du système est obtenue par :

$$h(p) = 1 - \prod_i (1 - pi)$$

Et l'importance fiabiliste du composant i est :

$$I_h(i) = \frac{\delta h(p)}{\delta pi} = \prod_{j \neq i} (1 - pj)$$

Sous l’hypothèse que les fiabilités des composants sont équivalentes

$$p1 = p2 = \cdots = pn$$

Nous aurons comme précédemment l’importance structurelle du système

$$I_h(1) = I_h(2) = \ldots\ldots\ldots = I_h(n) = (1/2)^{n-1}$$

$$I_h(i) = I_\psi(i)$$

Sous l’hypothèse que les fiabilités sont ordonnées comme suit

$$p1 < p2 < \ldots\ldots. < pn$$

Par calcul on montre que :

$$I_h(1) < I_h(2) < \ldots\ldots\ldots < I_h(n)$$

Donc le composant le plus important est celui le plus fiable.

3) Facteurs d’importance liés à la disponibilité

Dans cette partie, nous nous intéresserons à la défaillance du système auquel nous associerons par ailleurs un arbre de défaillance.

Soit F l’évènement redouté, sommet de l’arbre de défaillance modélisant le système.

Notations :

$$X_i = \left| \begin{array}{l} 1 \text{ si le composant i est défaillant} \\ \\ 0 \text{ si le composant i fonctionne} \end{array} \right.$$

$$\Psi(X) = \begin{cases} 1 \text{ si l'évènement F est réalisé} \\ 0 \text{ si l'évènement F n'est pas réalisé} \end{cases}$$

Etant donnée l'indisponibilité q_i du composant i, l'indisponibilité du système est donnée par :

$$Q = P\ (TOP) = prob\ [\Psi(X) = 1] = g\ (q) \quad \text{où} \quad q = (q_1, q_2, \text{-----}, q_n)$$

3.1) Facteur d'importance de Birnbaum (ou facteur d'importance marginal)

Le facteur d'importance de Birnbaum du composant i indique le taux avec lequel la disponibilité du système augmente quand la disponibilité du composant i augmente.

Mathématiquement, ce facteur d'importance est défini comme étant la dérivée partielle de l'indisponibilité du système par rapport à l'indisponibilité du composant.

C'est-à-dire :

$$\boldsymbol{B_i(t) = \frac{\delta Q}{\delta qi}\ (t)}$$

$$B_i(t) = g[1i, q(t)] - g[0i, q(t)]$$

Physiquement, ce facteur représente la probabilité que le système se trouve dans un état de marche ayant i comme composant critique sachant que i est en marche.

3.2) Facteur d'importance de Lambert (ou facteur d'importance critique)

Le facteur d'importance de Lambert évalue l'influence conjointe de l'indisponibilité d'un composant et de sa variation, sur l'indisponibilité du système.

Il est donné par la relation suivante :

$$\boldsymbol{Ci(t) = \frac{qi(t)}{Q(t)}\ \frac{\delta Q}{\delta qi}(t)}$$

Il représente la probabilité que le composant i ait provoqué la défaillance du système (il n'est pas forcément le seul en panne, mais dans ce cas il est le dernier à être tombé en panne) sachant que le système est défaillant.

Il est lié au facteur d'importance de Birnbaum de la manière suivante :

$$Ci(t) = Bi(t)\,\frac{q(t)}{g[q(t)]}$$

Ce facteur d'importance semble bien adapté pour répondre aux questions ci-dessous lorsque l'on s'intéresse à la disponibilité du système :

- Quel composant faut-t-il améliorer en priorité pour augmenter la fiabilité du système ?
- Quels sont les paramètres qui ont le plus d'influence sur le résultat ?

3.3) Facteur d'importance de Vesely-Fussell (ou facteur d'importance de diagnostic)

Vesely et Fussell définissent deux facteurs d'importance, un pour les composants et un pour les coupes.

1) Facteur d'importance de Vesely-Fussell pour les composants

Ce facteur représente la probabilité pour que le composant i soit en panne sachant que le système est en panne, ou encore la probabilité que le composant i contribue à la défaillance du système.

Il est donné par la relation suivante :

$$\boldsymbol{VFi(t)} = \frac{\boldsymbol{qi}}{\boldsymbol{Q(t)}}\,(\boldsymbol{Q(t)}/\ \boldsymbol{L'\text{élément}\ i\ est\ \text{défaillant}})$$

Ce facteur d'importance est très utile pour le diagnostic des causes de défaillance du système ; d'où son appellation de « facteur d'importance de diagnostic ».

Il permet de répondre à la question : Sachant que le système est en panne, quel composant faut-t-il réparer en priorité ?

2) Facteur d'importance de Vesely-Fussell pour les coupes

C'est la probabilité que la coupe minimale ait provoqué la défaillance du système sachant que le système est défaillant. Ce facteur d'importance est très intéressant ; il indique le poids respectif de chaque coupe minimale k dans leur contribution à la défaillance du système.

On obtient simplement :

$$\boldsymbol{VFk(t)} = \frac{\boldsymbol{Q_k}}{\boldsymbol{Q(t)}}$$

$$\boldsymbol{Q_k} \text{ é}\boldsymbol{tant\ l'indisponibilit}\text{é } \boldsymbol{li}\text{é}\boldsymbol{e} \text{ à } \boldsymbol{la\ coupe\ minmale\ k}$$

3.4) Facteur d'importance de Barlow-Proschan

Il est défini comme étant la probabilité pour qu'un composant provoque la défaillance du système à l'instant t.

D'où :

$$\boldsymbol{BPi(t)} = \frac{\boldsymbol{\lambda i\ fi(t)}}{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\lambda i\ fi(t)}} \quad \boldsymbol{avec\ \ fi(t) = pi}\ \frac{\boldsymbol{\delta Q(t)}}{\boldsymbol{\delta qi(t)}}$$

(pi = disponibilité du composant i)

$$\sum_{i=1}^{n} BPi(t) = 1$$

<u>**Récapitulation**</u>

Les facteurs d'importance sont des fonctions du temps mais en pratique on ne les calcule que pour une seule valeur de t (durée de la mission, avec t = infini donnant la valeur stationnaire).

Nous avons parlé des facteurs d'importance des composants. En fait, l'on sait que dans un arbre de défaillance ou un diagramme bloc de fiabilité les évènements ne correspondent pas toujours à la défaillance d'un composant. Il est donc plus juste de parler des facteurs d'importance des évènements.

4) Exploitation des calculs d'importance - Aide au diagnostic

Les facteurs d'importance permettent de répondre à un bon nombre de questions :

1) Sachant que le système est en panne

- Quelle est la probabilité que le composant i ait provoqué la panne ?
- Quelle est la probabilité que i soit en panne ?
- Quelle est la probabilité que i soit le dernier à être tombé en panne ?
- Quelle est la probabilité que i soit le premier à être tombé en panne ?
- Quelle est la probabilité que i soit le premier réparé ?
- Quelle est la probabilité que i soit le dernier réparé ?

2) Quelle est la probabilité que le système soit réparé si i est réparé ?
3) Quelle est la probabilité que le système ne soit pas réparé si i est réparé ?
4) Quelle est la probabilité que le système soit réparé si i n'est pas réparé ?
5) Quelle est la probabilité que le système ne soit pas réparé si i n'est pas réparé ?
6) Quelle est la probabilité que le système tombe en panne si i tombe en panne ?
7) Quelle est la probabilité que le système tombe en panne si i ne tombe pas en panne ?

Ainsi, on peut exploiter les facteurs d'importance de deux manières :

- *Au stade de conception*, ils permettent d'identifier les composants sur lesquels il faudrait agir afin d'améliorer la fiabilité du système à moindre coût et moindre effort.
- *Au stade d'exploitation*, ils suggèrent le chemin le plus efficace pour rechercher le ou les composants responsables de la défaillance du système, ceci par génération d'une liste de contrôle en vue d'un suivi par l'opérateur (**aide au diagnostic de pannes**).

Les calculs d'importance constituent donc un outil très important d'aide à la conception et d'aide précieuse au diagnostic. Des exemples d'application seront montrés dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

APPLICATIONS

1) Introduction

Lorsque le système est peu complexe, les calculs d'importance peuvent se faire à la main, mais dans le cas d'un système complexe, ces calculs sont trop fastidieux, ce qui nécessite leur automatisation par programme.

Dans le présent chapitre, nous traitons de l'automatisation des calculs d'importance avec un logiciel que nous avons conçu à cette fin.

2) Présentation du logiciel

Quatre facteurs d'importance sont calculés par le logiciel.

Les facteurs d'importance de Birnbaum (facteur d'importance marginal) et de Lambert (facteur d'importance critique) sont exploités à la conception. Si nous constatons après l'évaluation de la disponibilité ou de la fiabilité du système que les objectifs de sûreté fixés au préalable ne sont pas atteints, l'exploitation du facteur de Birnbaum nous renseignera sur l'influence que peut avoir la variation de la performance d'un composant sur la variation de performance du système, et le facteur d'importance de Lambert nous renseignera sur la probabilité pour qu'à un instant t un composant i soit critique pour le système. Les performances du système pourront être améliorées soit par choix de composants de meilleure fiabilité, soit par utilisation de la redondance, soit par application d'une meilleure politique de maintenance.

À l'exploitation nous aurons recours à deux autres facteurs, le facteur de Vesely-Fussell et le facteur de Barlow-Proschan. Le premier nous renseignera sur les composants présentant la plus grande probabilité d'avoir contribué à la défaillance du système, et le second nous donnera la probabilité pour qu'un élément i ait entraîné la panne du système au moment où il est tombé en panne. Ces deux facteurs contribueront à réduire le temps de localisation des pannes, et seront d'une aide précieuse pour le diagnostic.

Le logiciel a besoin de deux types de données d'entrée :

- Les coupes minimales
  La recherche de l'expression algébrique de la fonction de structure du système n'est pas toujours chose facile, pour cette raison, nous passerons plutôt par les coupes minimales.
- Les données de fiabilité de chaque composant
  (taux de défaillance λ, taux de réparation μ).

En sortie, il fournit un rangement numérique par ordre décroissant des facteurs d'importance.

3) Principe de programmation

Le principe de programmation des facteurs d'importance est le suivant :

En premier, nous calculons l'indisponibilité du système car nous en aurons besoin pour le calcul des facteurs d'importance.

Expression de la fonction d'indisponibilité :

Soit un système composé de n coupes minimales :

{K1, K2, ……, Kn}

L'indisponibilité du système est donnée par :

$$Q(t) = \sum_{r=1}^{n} (-1)^{r-1} Sr$$

Avec :

$$Sr = \sum p[Ki \cap Kj \cap \ldots \cap Kr]$$

i ≤ i < j ….. < r ≤ n

Algorithme pour l'évaluation du terme Sr :

Pour chaque sous-ensemble formé de r coupes nous procèderons de la manière suivante :

1) Poser v = 1
2) Recenser tous les composants contenus dans l'ensemble formé des r coupes.

Notons Pi le nombre d'apparitions du composant i,

Pour chaque composant i

- Faire
- Si Pi > 1

 V ← V * (Pi – 1) qi

 Fin.

3) Si V ≠ 0

Faire

$$P[Ki \cap Kj \cap \ldots \cap Kr] = \frac{\prod_{f=i,j,\ldots,r} P(K_f)}{V}$$

$P(K_f)$ = Probabilité d'occurrence de la coupe K_f

Fin.

- Si V= 0

Faire

$$P[Ki \cap Kj \cap \ldots \cap Kr] = 0$$

Fin.

4) Faire

$$Sr = \sum_{1 \leq i < j \ldots < r \leq n} P[Ki \cap Kj \cap \ldots \cap Kr]$$

Fin.

Nous exprimons l’indisponibilité du système sous la forme suivante :

Q(t) = g(q(t)) = g(q1(t), q2(t), …., qn(t)) ;

g étant la fonction d’indisponibilité du système, n le nombre de composants du système, qi l’indisponibilité du composant i.

En second, nous implémentons la méthode de calcul de chacun des facteurs d’importance :

3.1) Facteur d’importance de Birnbaum

$$\boldsymbol{Bi(t) = \frac{\delta g(q(t))}{\delta qi(t)} = g\big(1i, q(t)\big) - g(0i, q(t))}$$

3.2) Facteur d’importance de Lambert

Il est déduit du facteur d’importance de Birnbaum comme ceci :

$$\boldsymbol{Ci(t) = Bi(t)\frac{qi(t)}{g(q(t))}}$$

3.3) Facteur d’importance de Vesely-Fussell

Pour un composant i, ce facteur est obtenu en multipliant l’indisponibilité du système avec le composant i défaillant par qi(t) / Q(t)

$$\boldsymbol{VFi(t) = \frac{qi(t)}{Q(t)}\ (Q(t)/\ l'\text{é}l\text{é}ment\ i\ d\text{é}faillant)}$$

3.4) Facteur d’importance de Barlow-Proschan

Il est aussi déduit du facteur de Birnbaum par la relation :

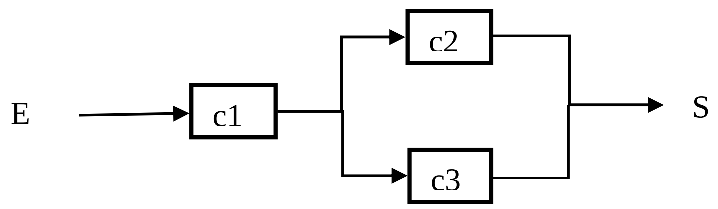
$$\boldsymbol{BPi(t)} = \frac{\boldsymbol{\lambda i\ \ pi\ \ Bi(t)}}{\sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\lambda i\ \ pi\ \ Bi(t)}}$$

4) Applications

Nous présentons dans cette partie quelques exemples d'application. Pour tous les modèles présentés, les données de fiabilité seront exprimées en Heure^{-1}, et la disponibilité initiale sera prise égale à 1.

Modèle 1

Considérons le système suivant :



Les coupes minimales sont :

K1 = { 1 }

K2 = { 2, 3 }

Les données de fiabilité sont :

$\lambda 1 = 0{,}001$ $\lambda 2 = 0{,}008$ $\lambda 3 = 0{,}01$

$\mu 1 = 0{,}8$ $\mu 2 = \mu 3 = 1$

Objectif de sûreté fixé au système

L'indisponibilité à l'état stationnaire ne doit pas dépasser 10^{-3}, ce qui correspond à une durée cumulée d'immobilisation du système de 1 heure sur une période de 1000 heures de fonctionnement.

Pour un temps t = 1 000 heures , le résultat obtenu est :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 0{,}0013 = 1{,}3\ 10^{-3}$$

Nous remarquons que l'objectif fixé n'est pas atteint, nous allons exploiter les facteurs d'importance calculés pour chaque composant par le logiciel. Ces facteurs sont donnés ci-après par ordre décroissant :

Birnbaum		Vesely-Fussell		Lambert		Barlow-Proschan	
0,9999	1	0,9409	1	0,9408	1	0,8643	1
0,0099	2	0,0685	3	0,0592	2	0,068	2
0,0079	3	0,0666	2	0,0589	3	0,0677	3

Nous remarquons que le composant 1 est le plus important pour le système car il présente la plus grande valeur pour le facteur de Birnbaum. Nous pouvons choisir de le rendre plus performant, ramenant par exemple son taux de défaillance instantané à 0,0005.

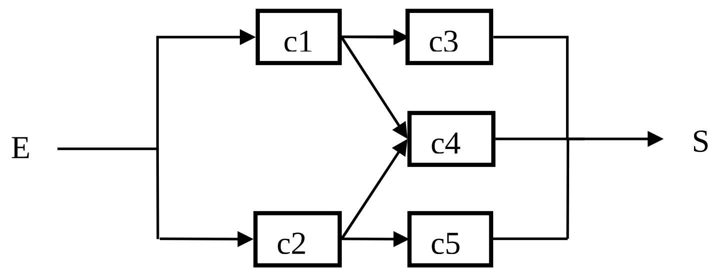
L'indisponibilité du système devient alors :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 0{,}0007$$

Nous constatons que l'indisponibilité du système a diminué, et que l'objectif fixé est atteint.

Modèle 2

Soit le système présenté par le diagramme bloc de fiabilité suivant :



Les coupes minimales sont :

K1 = { 1, 2 }

K2 = { 3, 4, 5 }

K3 = { 1, 4, 5 }

K4 = { 2, 3, 4 }

Les données de fiabilité sont :

λ1 = 0,01 λ2 = 0,05 λ3 = 0,2 λ4 = 0,06 λ5=0,03

μ1 = μ2 = μ3 = μ4 = μ5 = 0,8

Objectif de sûreté

L'indisponibilité du système au bout de 1000 heures de fonctionnement ne doit pas dépasser la valeur 5.10^{-4}

Le résultat obtenu est :

INDISPONIBILITE = 0,0020

L’objectif fixé n’est pas atteint.

Les calculs d’importance faits par le logiciel donnent les résultats ci-dessous :

Birnbaum		Vesely-Fussell		Lambert		Barlow-Proschan	
0,0599	1	0,7552	2	0,74	2	0,2822	2
0,0256	2	0,703	3	0,6445	4	0,2458	4
0,0188	4	0,668	4	0,629	3	0,2399	3
0,0138	5	0,3713	1	0,3634	1	0,1386	1
0,0064	3	0,2721	5	0,2451	5	0,0935	5

Nous remarquons que le composant 2 présente la plus grande valeur pour le facteur de Lambert, nous le mettons donc en redondance avec un composant qui lui est identique.

Les nouvelles coupes minimales seront :

K1 = {1, 2, 6}

K2 = {3, 4, 5}

K3 = {1, 4, 5}

K4 = {2, 3, 4, 6}

Nous avons alors la valeur suivante :

INDISPONIBILITE = 0,00061

Nous constatons que l'indisponibilité du système a diminué mais elle n'a pas encore atteint l'objectif fixé, une amélioration est toujours nécessaire. Nous exploitons une nouvelle fois les calculs d'importance.

Birnbaum		Vesely-Fussell		Lambert		Barlow-Proschan	
0,0146	5	0,9357	4	0,926	4	0,3038	4
0,0082	4	0,9045	3	0,874	3	0,2868	3
0,0054	1	0,859	5	0,8541	5	0,2803	5
0,0027	3	0,1938	2	0,1428	2	0,0469	2
0,0015	2	0,1938	6	0,1428	6	0,0469	6
0,0015	6	0,1194	1	0,1079	1	0,0354	1

Nous remarquons que le composant 5 est devenu très important pour le système, il présente la plus grande valeur pour le facteur de Birnbaum. Nous choisissons de le rendre plus performant, diminuant son taux de défaillance instantané à 0,02.

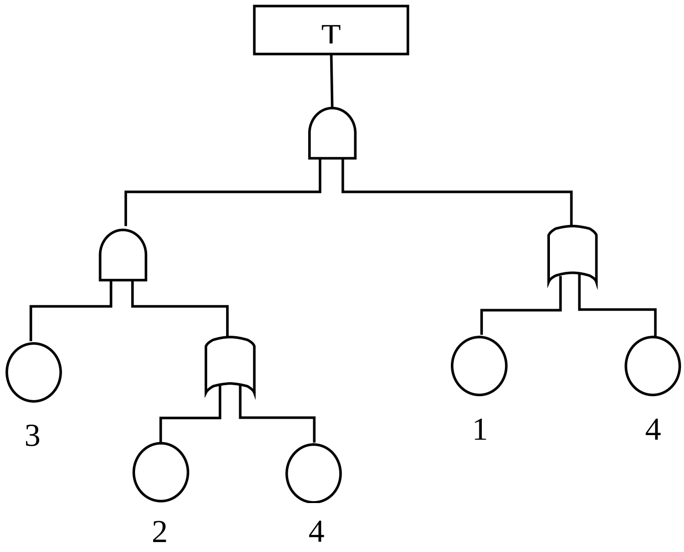
La valeur obtenue pour l'indisponibilité du système est :

INDISPONIBILITE = 0.00046

L'objectif fixé a été atteint.

Modèle 3

Soit le système dont l'arbre de défaillance est représenté ci-après :



Les coupes minimales du système sont données ci-après :

K1 = { 1, 2, 3 }

K2 = { 3, 4 }

Les données de fiabilité des composants sont :

$\lambda 1 = 0{,}03$	$\lambda 2 = 0{,}01$	$\lambda 3 = 0{,}002$	$\lambda 4 = 0{,}01$
$\mu 1 = 0{,}5$	$\mu 2 = 0{,}3$	$\mu 3 = 0{,}9$	$\mu 4 = 1$

<u>Objectif de sûreté</u>

L'indisponibilité à l'état stationnaire ne doit pas dépasser 10^{-5}, ce qui correspond à une durée cumulée d'immobilisation du système de 1 heure sur une période de 10 000 heures de fonctionnement.

Pour un temps t = 10 000 heures, le résultat obtenu est :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 2{,}6 \cdot 10^{-5}$$

Nous remarquons que l'objectif de sûreté fixé au préalable n'est pas atteint. L'évaluation des facteurs d'importance donne :

Birnbaum		Vesely-Fussell		Lambert		Barlow-Proschan	
0,0117	3	1	3	0,9992	3	0,4772	3
0,0022	4	0,8456	4	0,839	4	0,4452	4
0,0001	1	0,2023	1	0,218	1	0,0578	1
0,0001	2	0,1817	2	0,1243	2	0,0198	2

Nous constatons que le composant 3 est le plus important pour le système, il présente les plus grandes valeurs pour le facteur de Birnbaum ainsi que pour le facteur de Lambert. Nous choisissons d'améliorer celui-ci, ramenant son taux de défaillance à 0,003.

Avec cette amélioration, la nouvelle valeur obtenue pour l'indisponibilité du système est la suivante :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 6{,}25 \cdot 10^{-6}$$

L'objectif fixé a été ainsi atteint.

Si au lieu d'améliorer le composant 3, nous avions amélioré le composant 2 (le composant présentant les plus faibles valeurs pour le facteur de Birnbaum et celui de Lambert) en le remplaçant par un composant dont le taux de défaillance serait de seulement 10^{-6} nous aurions eu le résultat suivant :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 2,2 \,.\, 10^{-5}$$

Nous constatons que le résultat n'aurait pas changé de façon importante, et que l'objectif serait loin d'être atteint. L'amélioration du composant 2 n'est donc pas rentable.

Modèle 4

Considérons le système ayant pour arbre de défaillance celui de la figure [1] (voir annexe).

Le système comporte 16 composants. Le nombre total de coupes est de 1026, après réduction nous arrivons au nombre de 20 coupes minimales.

Ces coupes minimales sont :

N°	Composants	N°	Composants
1	2 3	11	1 4 6 12
2	1 6 14 15	12	7 8 10 13 16
3	3 6 10	13	7 10 12 15 16
4	3 6 14	14	4 10 12 16
5	2 5 7 8 13	15	5 7 8 10 11 13
6	2 5 7 12 15	16	5 7 10 11 12 15
7	2 4 5 12	17	4 5 10 11 12
8	1 3 6	18	3 6 8 9 13
9	1 6 7 8 13	19	7 8 9 13
10	1 6 7 12 15	20	4 8 9 12 13

Les données de fiabilité des composants sont données ci-dessous :

N°	Taux de défaillance	Taux de réparation		N°	Taux de défaillance	Taux de réparation
1	0,001	0,01		9	0,00004	0,09
2	0,00009	0,03		10	0,01	1
3	0,004	0,0005		11	0,001	1
4	0,0004	0,0006		12	0,01	1
5	0,05	0,0006		13	0,01	1
6	0,002	0,125		14	0,01	1
7	0,08	0,8		15	0,01	1
8	0,007	0,09		16	0,01	1

Objectif de sûreté

L’indisponibilité du système ne doit pas dépasser 10^{-3}, ce qui correspond à une durée cumulée d’immobilisation d’une heure sur une durée totale de fonctionnement de 1000 heures.

La valeur obtenue pour l’indisponibilité du système est :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 4{,}1798 \,.\, 10^{-3}$$

L’objectif fixé n’est pas atteint, une amélioration est donc nécessaire.

Les calculs d’importance donnent les résultats suivants :

Facteur d’importance de Birnbaum

2	6	1	10	14	3	12	9
0,887	0,096	0,013	0,0126	0,125	0,005	0,0002	0,00007

16	11	13	4	15	5	8	7
$3{,}9.10^{-5}$	$3{,}8.10^{-5}$	$7{,}2.10^{-6}$	$5{,}9.10^{-6}$	$1{,}9.10^{-6}$	$1{,}3.10^{-6}$	$9{,}9.10^{-7}$	$7{,}7.10^{-7}$

Facteur d’importance de Lambert

3	2	6	1	10	14	12	4
0,99	0,63	0,36	0,29	0,029	0,002	0,0005	0,0005

5	16	8	13	7	11	9	15
$3,2.10^{-4}$	$9,2.10^{-5}$	$1,7.10^{-5}$	$1,7.10^{-5}$	$1,6.10^{-5}$	$9,1.10^{-6}$	8.10^{-6}	$4,6.10^{-6}$

Les calculs d'importance effectués par le logiciel nous renseignement que la variation de l'indisponibilité du composant 2 agit le plus sur la variation de l'indisponibilité du système (il présente la plus grande valeur pour le facteur de Birnbaum), et le composant 3 est le plus critique pour le système (il présente la plus grande valeur pour le facteur de Lambert).

Nous agirons donc sur ces deux composants, en portant le taux de réparation instantané du composant 2 à 1 et le taux de défaillance instantané du composant 3 à 0,0004.

Nous obtenons alors cette nouvelle valeur pour l'indisponibilité du système :

$$\text{INDISPONIBILITE} = 8,05436 \ . \ 10^{-4}$$

Nous constatons que l'objectif d'indisponibilité fixé au préalable a été ainsi atteint.

Modèle (5) (Aide au diagnostic)

Considérons toujours le système précédent et supposons maintenant que durant l'exploitation et au bout d'une durée de 5000 heures de fonctionnement, le système est en panne (occurrence de l'évènement sommet, correspondant à la défaillance du système).

Nous suggérons dans ce qui suit un chemin optimal pour rechercher le ou les composants responsables de la défaillance du système (aide au diagnostic de pannes).

Nous considérerons les facteurs d'importance qui sont utiles pour le diagnostic, c'est-à-dire le facteur de Vesely-Fussell et le facteur de Barlow-Proschan. Les calculs de ces facteurs par le logiciel donnent les résultats suivants :

Facteur d'importance de Vesely-Fussell (facteur d'importance diagnostic)

3	5	6	1	4	7	10	14
0,995	0,988	0,950	0,798	0,4	0,091	0,087	0,086

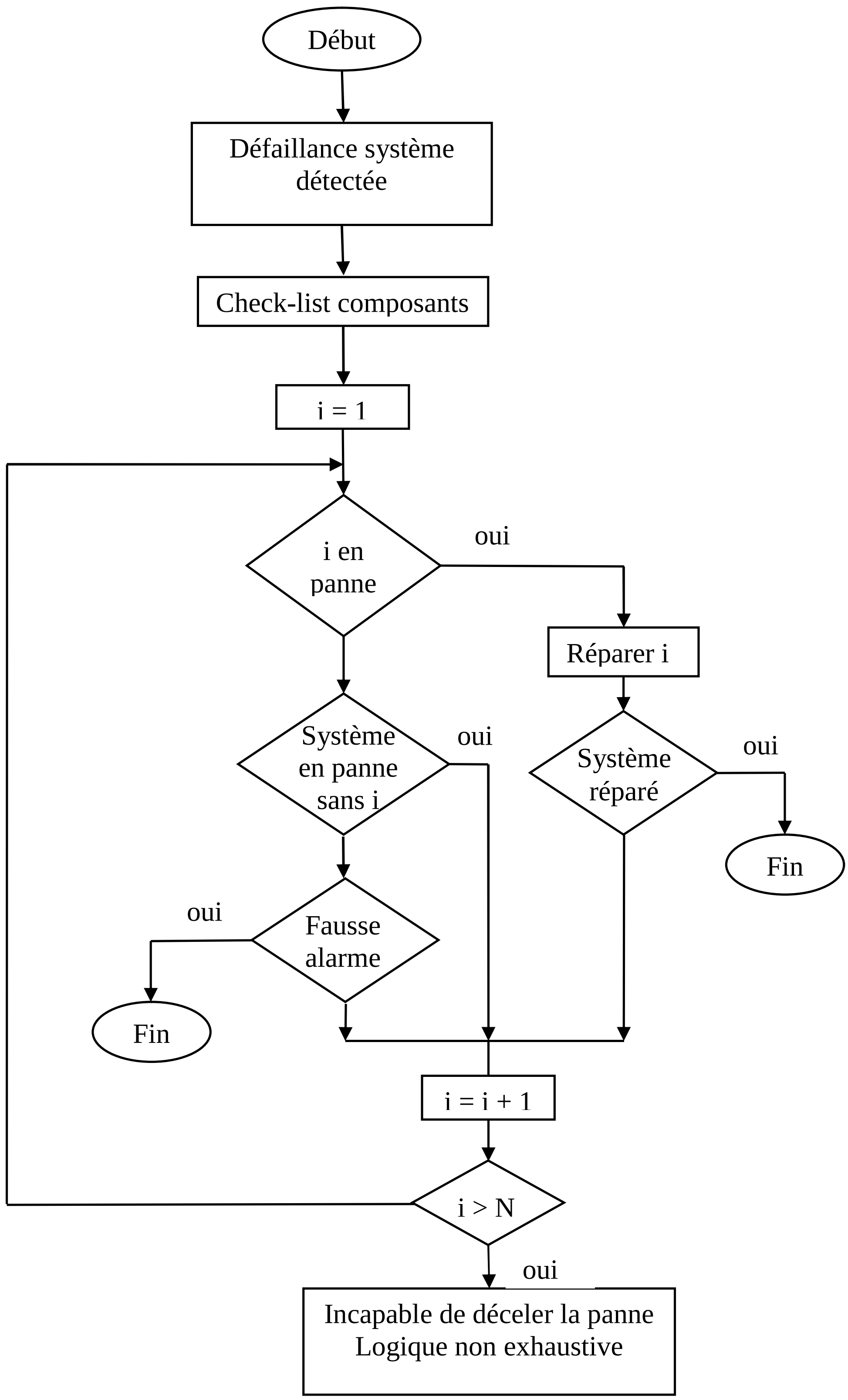
8	2	12	16	13	15	11	9
0,072	0,049	0,014	0,01	0,01	0,01	0,001	0,0004

Facteur d'importance de Barlow-Proschan

6	10	14	2	1	3	12	16
0,346	0,227	0,226	0,145	0,022	0,015	0,014	0,001

13	15	7	11	8	9	4	5
$3,4.10^{-4}$	3.10^{-4}	$2,8.10^{-4}$	$1,4.10^{-4}$	$3,1.10^{-5}$	10^{-5}	$8,4.10^{-6}$	$5,2.10^{-7}$

La procédure à suivre est illustrée à l'aide de l'organigramme suivant :


Début
Défaillance système détectée
Check-list composants
i = 1
i en panne
oui
Réparer i
Système en panne sans i
oui
Système réparé
oui
Fin
oui
Fausse alarme
Fin
i = i + 1
i > N
oui
Incapable de déceler la panne
Logique non exhaustive

En appliquant cette procédure, il faut que les composants soient triés suivant l'un des deux facteurs cités précédemment, selon un ordre décroissant.

Nous utiliserons en premier lieu le facteur d'importance de Barlow-Proschan, afin de faire une réparation minimale (qui consiste à ramener le système à l'état dans lequel il était avant défaillance, pour le remettre le plus vite en marche). Ensuite, nous utiliserons le facteur d'importance de Vesely-Fussell (facteur d'importance diagnostic) afin de chercher les composants ayant contribué à la défaillance du système (pour remettre le système dans l'état ou il était à l'instant initial).

CONCLUSION

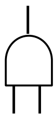
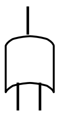
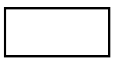
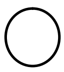
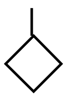
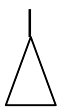
Nous arrivons ainsi au terme de ce travail, à travers lequel nous avons donné les points essentiels concernant un élément important dans l'étude de sûreté de fonctionnement d'un système, qui est le calcul des facteurs d'importance. Nous avons explicité les points les plus importants concernant les facteurs d'importance, leurs calculs et leur exploitation comme outil d'aide à la décision et au diagnostic.

Nous avons réalisé un logiciel permettant l'automatisation de ces calculs, en incluant une évaluation d'indisponibilité.

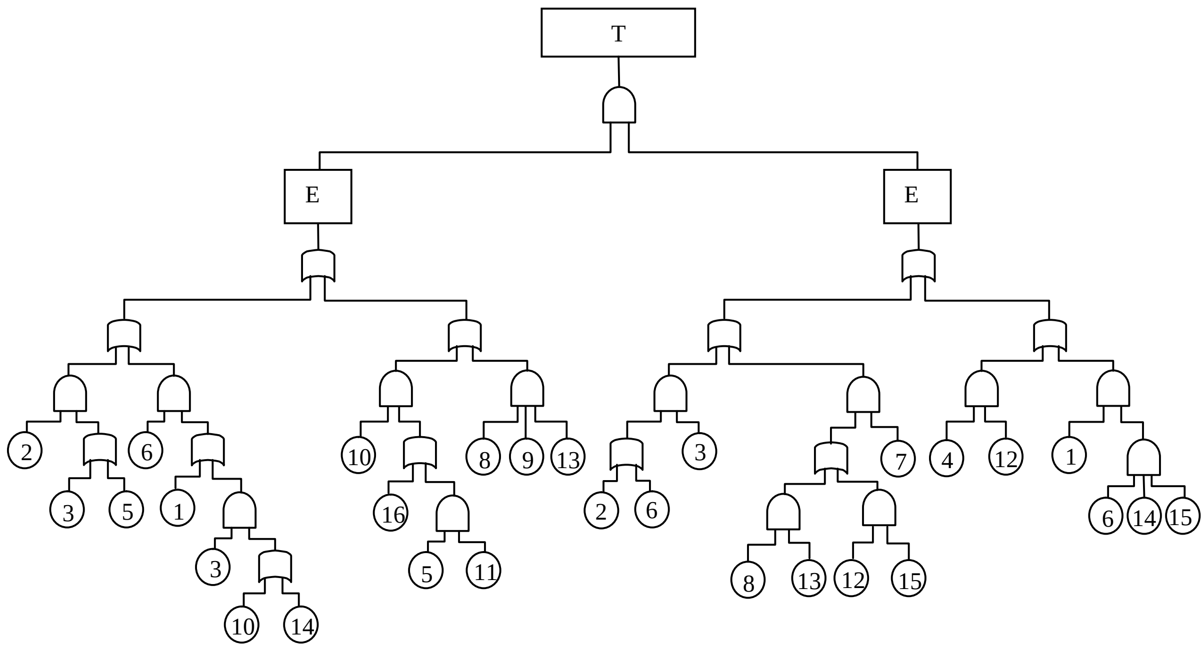
L'application des calculs d'importance que nous avons explicités, a permis de résoudre de nombreux problèmes liés à la façon d'améliorer le système quand les objectifs de sûreté fixés n'ont pas été atteints, et de résoudre des problèmes liés au rétablissement du fonctionnement du système quand celui-ci est en panne en aidant au diagnostic des défaillances.

ANNEXE

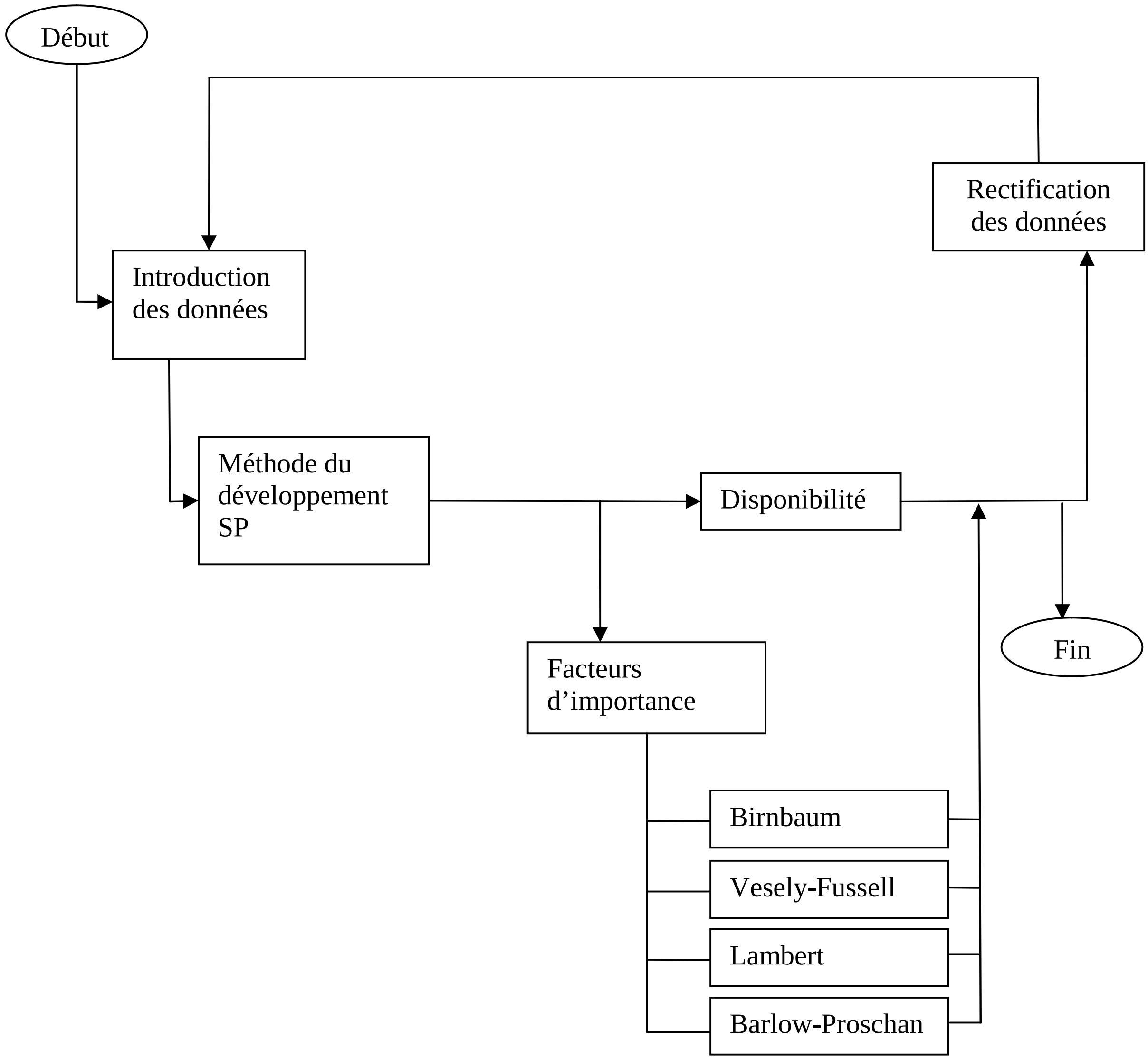
Signification des symboles utilisés dans les arbres de défaillance

Symbole	Nom	Signification
	**Porte ET**	La sortie est générée si et seulement si toutes les entrées existent.
	**Porte OU**	La sortie est générée si au moins l'une des entrées existe
	**Rectangle**	Evènement intermédiaire ou évènement sommet
	**Cercle**	Evènement de base élémentaire
	**Losange**	Evènement de base non élémentaire
	**Transfert identique** La partie de l'arbre qui devrait suivre n'est pas indiquée car identique à la partie repérée par le dernier symbole	
	**Identification du transfert** Signale un sous-arbre identique qui n'est pas repris	

Exemple d'illustration d'arbre de défaillance (Fig. [1])



La structure du logiciel peut être représentée par la figure suivante :



REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

[1] ALAIN VILLEMEUR « Sûreté de fonctionnement des systèmes industriels » Collection de la direction des études et recherches d'électricité de France, Editions Eyrolles, 1988

[2] A. PAGES et M. GONDRAN « Fiabilité des systèmes » Collection de la direction des études et recherches d'électricité de France, Editions Eyrolles, 1980

[3] A. AIT YAHIA « Evaluation stochastique de la sûreté de fonctionnement des systèmes », Thèse d'ingénieur à l'université de Tizi Ouzou (Encadrée par Mr R.ZIANI), 1994

[ZIA 86] R. ZIANI "Vérification des objectifs de disponibilité et de maintenabilité des systèmes complexes modélisés par leurs ensembles minimaux – Vers une optimisation de la sûreté des systèmes", Thèse de Dr Ingénieur de l'Université de Technologie de Compiègne, décembre 1986.

[LAM 75] H. E. LAMBERT, "Fault trees for decision making in system safety and availability", Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley 1975.

[JAC 83] P. S. JACKSON, "On the s-importance of elements and prime implicants of non coherent systems, IEEE Trans. On Reliability, vol. R-32, N° 1, April 1983

[BAR 74] R.E. BARLOW, F. PROSCHAN, "Importance of systems components and fault tree analysis", Operations Research Center, University of California, Rept. ORC 74-3, 1974

[BUT 77] D. A. BUTLER, "An Importance Ranking for System Components Based upon Cuts", Operations Research Center, University of California, 1977

[FUS 75] J. B. FUSSELL, "How to hand calculate system reliability characteristics", IEEE Trans. On Reliability, vol. R-2, august 1975.

[LIM 05] N. LIMNIOS "Arbres de défaillance", Edition Hermès, 2005.