

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

**Mémoire de Fin d'Etudes**  
**De MASTER ACADEMIQUE**  
Domaine : **Sciences et Technologies**  
Filière : **Génie Electrique**  
Spécialité : **Machines Electriques**

*Présenté par*  
**Mohamed ZENDI**

**Lounis ZOULIM**

Thème

**Modélisation d'une machine asynchrone  
pentaphasée**

*Mémoire soutenu publiquement le 08 /10/ 2015 devant le jury composé de :*

**M<sup>r</sup> Slimane REZGUI**

Maitre assistant Classe A, UMMTO, Président

**M<sup>r</sup> Arezki DICHE**

Maitre assistant Classe A, UMMTO, rapporteur

**M<sup>r</sup> Farid NAMANI**

Maitre Assistant Classe A, UMMTO, Examineur

**M<sup>me</sup> Ferroudja BOUALI-DJADEL**

Maitre Assistant Classe A, UMMTO, Examinatrice

# *Sommaire*

---

# *Remerciements*

*Nous remercions en premier lieu notre dieu de nous avoir donné la santé et la patience pour terminer ce travail.*

*Nous tenons évidemment à débiter ces remerciements à notre encadreur monsieur A.Diche qui a bien voulu nous encadrer et pour ses conseils précieux, sa disponibilité et sa patience.*

*Nous remercions également tous les membres de jury d'avoir accepté d'examiner notre travail.*

*Nous tenons également à remercier tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce travail surtout à monsieur K.Ghedamsi d'université Abderrahmane Mira de Béjaia et à monsieur E. Semail de d'université de Lille.*

## *Dédicace*

*Je dédie ce modeste mémoire à mes parents.*

*A mes chers frères, à mes chères sœurs.*

*A mon encadreur M. Arezki DICHE.*

*A mes amis*

Remerciements.....	I
Dédicace.....	II
Sommaire.....	III
Liste des figures.....	IX
Liste de notations et symboles.....	XI
Introduction Générale.....	1

## Chapitre I :

### « Généralités sur les machines polyphasées »

<b>I. Introduction</b> .....	2
<b>II. Principe de fonctionnement d'une machine asynchrone</b> .....	2
<b>III. Configurations de machines multi-phases</b> .....	2
III.1. Les machines polyphasées de types 1 .....	2
III.1.1. Machines triphasées .....	3
III.1.2. Machines hexaphasées .....	3
III.1.3. Machines tétraphasées .....	5
III.1.4. Machines à quinze phases .....	6
III.2. Machines polyphasées de types 2 .....	6
III.2.1 Machines pentaphasées .....	6
III.2.2 Machines heptaphasée .....	8
<b>IV. Applications des machines polyphasées</b> .....	10
<b>V. Avantages des machines polyphasées</b> .....	10
V.1. Segmentation de puissance .....	10
V.2. La fiabilité .....	10
V.3. Minimisation des ondulations du couple et des pertes rotoriques .....	11
<b>VI. Inconvénients des machines polyphasées</b> .....	11
<b>VII. Conclusion</b> .....	12

## Chapitre II :

### « Application du formalisme vectorielle aux machines polyphasées »

<b>I. Introduction</b> .....	13
<b>II. Hypothèses de travail</b> .....	13
<b>III. Représentation vectorielle</b> .....	13
<b>IV. Diagonalisation des matrices <math>L_{SS}</math> <math>L_{rr}</math> <math>M_{sr}</math> <math>M_{rs}</math></b> .....	15

IV.1 Diagonalisation de $L_{SS}$ .....	14
IV.1.1. Valeurs propres de la matrice $L_{SS}$ .....	16
IV.1.1.1. Cas de $n$ impair .....	16
IV.1.1.1.1. Matrice de changement de base.....	17
IV.1.1.2 Cas de $n$ pair .....	19
IV.1.1.2.1 Matrice de changement de base.....	21
IV.2. Diagonalisation d'endomorphisme $L_{rr}$ .....	22
IV.2.1 Valeurs propres de la matrice $L_{rr}$ .....	22
IV.2.1.1 Cas de $n$ impair .....	22
IV.2.1.2 Cas de $n$ pair.....	23
IV.3 Diagonalisation de la matrice $M_{sr}$ .....	24
IV.4 Diagonalisation de la matrice $M_{rs}$ .....	24
<b>V. Conclusion</b> .....	25

### Chapitre III :

#### « Modélisation de la machine asynchrone pentaphasé »

<b>I. Introduction</b> .....	26
<b>II. Types de machines considérées</b> .....	26
<b>III. Hypothèses simplificatrices</b> .....	26
<b>IV. modélisation de la machine dans la base naturelle</b> .....	25
IV.1. Equations électriques.....	26
IV.2. Puissance transitée dans la machine.....	27
IV.3. Equations magnétiques.....	27
IV.4. Equations mécaniques.....	29
<b>V. Modélisation de la machine dans la base propre</b> .....	30
V.1. Changement de base.....	30
V.2. Propriétés des matrices de changement de base.....	30
V.3. Matrices inductances de la machine dans la base de Concordia.....	30
V.4. Équations électriques.....	35
V.5. Equations magnétiques.....	36
V.6. Equations mécaniques.....	37
<b>VI. Conclusion</b> .....	38

**Chapitre IV :**  
**« Simulation de la machine pentaphasée par Matlab »**

<b>I. Introduction</b> .....	39
<b>II. Alimentation directe</b> .....	39
II.1. Résultats et interprétations.....	41
<b>III. Alimentation avec onduleur</b> .....	43
III.1. Structure de l'onduleur.....	43
III.2. Modélisation de l'onduleur.....	44
III.2.1. Commandabilité de l'onduleur.....	45
III.2.2. Fonctions de connexion des interrupteurs.....	45
III.2.3. Fonction de conversion.....	45
III.3. Stratégie de commande de l'onduleur pentaphasé à trois niveaux.....	46
III.3.1. Commande Triangulo-sinusoïdale.....	46
III.3.2. Algorithme de commande.....	47
III.4. Résultats et interprétations.....	49
III.5. Simulation de l'ensemble onduleur-machine.....	49
III.5.1. Régime sein.....	49
III.5.2. Régime dégradé.....	50
III.5.2.1. Différents types de défauts dans les machines électriques.....	50
III.5.2.1.1. Au niveau de la machine.....	50
III.5.2.1.2. Les défauts au niveau de l'onduleur.....	50
<b>IV. Conclusion</b> .....	52



# *Liste des figures* \_\_\_\_\_

<b>Fig. I.1 :</b> Représentation des enroulements de la MAS triphasée dans l'espace électrique.....	3
<b>Fig. I.2 :</b> Représentation des enroulements de la MAS hexaphasée dans l'espace électrique...	4
<b>Fig. I.3 :</b> MAS double-étoile associée à un système de commande spécial.....	4
<b>Fig. I.4 :</b> Représentation des enroulements de la MAS tétraphasée dans l'espace électrique...	5
<b>Fig. I.5 :</b> machine tetraphasée.....	5
<b>Fig. I.6 :</b> Représentation des enroulements de la MAS à quinze phases dans l'espace électrique.....	6
<b>Fig. I.7:</b> Représentation des enroulements de la MAS pentaphasée dans l'espace électrique...	7
<b>Fig. I.8 :</b> machine pentaphasée ouverte.....	7
<b>Fig. I.9:</b> Bobinage statorique de la MAS pentaphasée.....	8
<b>Fig. I.10:</b> Représentation des enroulements de la MAS héptaphasée dans l'espace électrique.....	8
<b>Fig. I.11 :</b> Machine asynchrone heptaphasée ouverte.....	9
<b>Fig. I.12 :</b> Tableaux récapitulatifs des différentes configurations des machines polyphasées.....	9
<b>Fig. I.13:</b> Représentation des couples électromagnétiques pour les machines 3, 5 et 7 phases.....	11
<b>Fig. II.1 :</b> Représentation des enroulements statoriques et rotoriques.....	15
<b>Fig. II.2 :</b> Projection des axes magnétiques dans le plan ( $\alpha, \beta$ ).....	19
<b>Fig. III.1 :</b> Représentation de la machine polyphasée dans la base naturelle.....	29
<b>Fig. III.2 :</b> Repères de la machine.....	31
<b>Fig. III.3 :</b> Repères de la machine.....	32
<b>Fig. III.4 :</b> représentation de la machine pentaphasée dans le repère (d,q).....	35
<b>Fig. IV.1 :</b> système de tension pentaphasé équilibré.....	39
<b>Fig. IV.2 :</b> bloc alimentation-machine.....	40
<b>Fig. IV.3 :</b> vitesse de rotation en fonction du temps.....	41
<b>Fig. IV.4 :</b> Les courants statoriques.....	41
<b>Fig. IV.5 :</b> Les courants rotoriques.....	42
<b>Fig. IV.6 :</b> Couple électromagnétique en fonction du temps.....	43
<b>Fig. IV.7 :</b> Structure générale d'un onduleur pentaphasé.....	44
<b>Fig. IV.8 :</b> Interrupteur bidirectionnel équivalent de la paire transistor-diode.....	44
<b>Fig. IV.9:</b> Principe de la stratégie triangulo-sinusoïdale.....	47

<b>Fig. IV.10 :</b> le niveau d'harmonique d'une phase statorique pour $m = 6$ .....	48
<b>Fig. IV.11 :</b> le niveau d'harmonique d'une phase statorique pour $m = 15$ .....	48
<b>Fig. IV.12 :</b> démarrage à vide suivie d'une application d'un couple de charge de 20 N.m à l'instant 1.5 second.....	49
<b>Fig. IV.13 :</b> Comportement du moteur après l'ouverture d'une phase à l'instant 1,5 second.....	51

*Liste de notations et de symboles* \_\_\_\_\_

$n$	: Nombre de phases de la machine
$s, r$	: Indice relatif au stator et rotor respectivement
$A, B, C, \dots$	: Indices des phases statoriques
$a, b, c, \dots$	: Indices des phases rotoriques
$d, q$	: Indices des axes, direct et en quadrature respectivement
$E$	: Espace Vectoriel
$B$	: Base naturelle
$\vec{V}$	: Vecteur tension
$\vec{\Phi}$	: Vecteur flux
$\vec{I}$	: Vecteur courant
$v$	: Composante scalaire du vecteur tension
$\varphi$	: Composante scalaire du vecteur flux
$i$	: Composante scalaire du vecteur courant
$P$	: Puissance instantanée transitant dans la machine
$C_{em}$	: Couple électromagnétique
$J$	: Moment d'inertie de la machine
$\Omega$	: Vitesse de rotation mécanique
$f$	: Coefficient de frottement
$C_{ch}$	: Couple de charge
$p$	: Nombre de paire de pôles
$[L_{ss}]$	: Matrice inductance statorique
$[L_{rr}]$	: Matrice inductance rotorique
$[M_{sr}]$	: Matrice mutuelle statorique/rotorique
$[R_s]$	: Matrice résistance statorique
$[R_r]$	: Matrice résistance rotorique
$[T]$	: Matrice de passage de la base naturelle vers la base propre
$[R]$	: Matrice de rotation
$[P]$	: Matrice de Park
$\lambda$	: Valeur propre
$\vec{e}$	: Vecteur propre
$L$	: Inductance propre
$L_p$	: Inductance principale

$l_f$	: Inductance de fuite
$L_m$	: Inductance mutuelle
$\theta$	: La position angulaire du rotor par rapport au stator
$\omega_s$	: Pulsation électrique statorique
$\omega_r$	: Pulsation électrique rotorique
$T_r$	: Constante de temps rotorique
$T_s$	: Constante de temps statorique
$\sigma$	: Coefficient de fuites totales
$i$	: Repère complexe
$Id$	: Matrice identité

---

# Introduction générale

# Introduction générale

---

Hormis des machines électriques triphasées qui sont de loin les mieux connues (fabrication, techniques de bobinages, alimentation, commande,...) et restent les plus utilisées, il existe des machines à plusieurs phases intitulées « machines polypohasées ». Ces dernières offrent une alternative intéressante à la réduction des contraintes appliquées aux interrupteurs comme aux bobinages. En effet, la multiplication du nombre de phases permet un fractionnement de la puissance et de ce fait une réduction des tensions commutées à courant donné. De plus, ces machines permettent de réduire l'amplitude et d'augmenter la fréquence des ondulations du couple, permettant ainsi à la charge mécanique de les filtrer facilement. Enfin, la multiplication du nombre de phases offre une fiabilité accrue en permettant de fonctionner, une ou plusieurs phases en défaut. Les machines polyphasées sont présentes dans les domaines de la marine, la traction ferroviaire, l'industrie pétrochimique, l'avionique, l'automobile, etc...

Lors de l'alimentation d'une machine polyphasée par un onduleur de tension, des courants de forte amplitude apparaissent. Ces courants, non générateurs de couple, augmentent les pertes Joules et diminuent le rendement de l'ensemble. De plus, ils peuvent devenir très importants et détruire les interrupteurs statiques. La recherche de l'origine de ces courants, lors de l'alimentation de machines polyphasées, a montré la difficulté à établir un modèle exhaustif, modèle permettant autant la déduction de structures de commande que l'obtention d'éléments de conception de la machine. [1]

Ce mémoire est subdivisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre parle des généralités sur les machines polyphasées, et leur classification selon le nombre de phases statoriques, en citant quelques exemples pour chaque cas.

Dans le deuxième chapitre, il nous apparaît nécessaire d'illustrer la contribution de certains outils mathématiques du formalisme vectoriel à la diagonalisation des matrices inductances de la machine, dont le but est d'éliminer le couplage magnétique entre les différentes grandeurs de la machine.

Le troisième chapitre est consacré à la modélisation de la machine asynchrone pentaphasée dans la base naturelle, puis dans la base propre à l'aide des transformées de Concordia et Park généralisées, tout en utilisant le formalisme vectoriel du deuxième chapitre.

Le dernier chapitre a l'objectif de simuler la machine pentaphasée sous l'environnement du logiciel Matlab, en utilisant le modèle obtenu dans le troisième chapitre.

# Chapitre I ---

## Généralités sur les machines polyphasées

## I. Introduction

Le sujet des machines polyphasées est traité sous plusieurs aspects dans maints articles scientifiques depuis les dernières dizaines années. Certains auteurs se sont intéressés davantage à l'aspect modélisation afin d'obtenir un modèle extrêmement précis qui se rapproche grandement de la réalité [1]. Pour y parvenir, des auteurs vont utiliser la modélisation par éléments finis, tandis que d'autres vont se contraindre à un modèle plus simple, mais plus pratique à implémenter afin d'utiliser celui-ci pour des simulations d'applications industrielles, telles que les entraînements électriques ou bien des systèmes de génération électrique. Levi (2008) [2] présente une synthèse complète des travaux pertinents qui ont été effectués dans le domaine des machines multi-phases. Il constitue également un excellent résumé des travaux effectués jusqu'à présent. L'auteur offre une description des différents types de topologies de commande pour les machines polyphasées pour l'utilisation d'un onduleur à source de tension. Il présente également des principes généraux de stratégies de commande en mode dégradé.

Ce chapitre apportera plus d'information sur les machines polyphasées, afin de mieux comprendre leur fonctionnement.

## II. Principe de fonctionnement d'une machine asynchrone

Lors de l'alimentation des phases statoriques, les courants créent un champ magnétique tournant dans l'entrefer. La fréquence de rotation de ce champ est imposée par la fréquence de ces courants, c'est-à-dire que sa vitesse de rotation est proportionnelle à la fréquence de l'alimentation électrique. La vitesse du champ tournant est appelée « vitesse de synchronisme ». L'enroulement au rotor est donc, soumis à des variations de flux. Par conséquent, une force électromotrice induite apparaît aux bornes de l'enroulement rotorique qui crée des courants rotoriques. Un couple qui tend à mettre le rotor en mouvement apparaît.

### Remarque

Le rotor ne pourra jamais tourner à la même vitesse que le champ statorique, d'où l'appellation asynchrone. Le rotor tourne à une vitesse  $\Omega$ , alors que le champ statorique tourne à une vitesse  $\Omega_S$  avec  $\Omega_S > \Omega$ . On dit que le rotor glisse par rapport au champ tournant et ce glissement est caractérisé le coefficient suivant :  $g = (\Omega_S - \Omega) / \Omega_S$ .

## III. Configurations de machines multi-phases

Tout d'abord, il est important de mentionner que la configuration des enroulements dépend essentiellement du nombre de phases de la machine tel que stipulé dans Levi (2008) [1] et Vizireanu (2007) [3]. Ayant une machine à  $n$  phases, il est possible de répartir les enroulements du stator symétriquement ou non. Par conséquent on trouve deux cas possibles :

### III.1. Les machines polyphasées de types 1

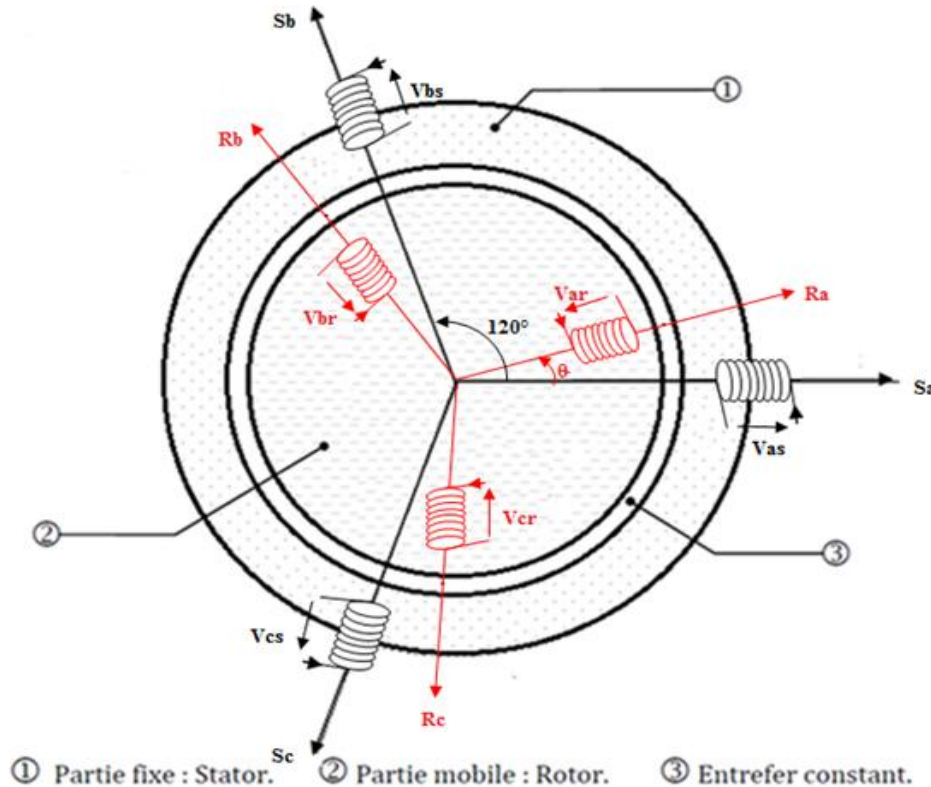
Si le nombre  $n$  de phases est multiple de trois, la configuration est généralement réalisée différemment, où la machine est représentée comme plusieurs groupes d'enroulements triphasés, communément appelés multi-étoiles. Dans ce cas, l'angle de

déphasage entre chaque groupe triphasé est généralement de  $\beta = \frac{\pi}{n}$ , ce qui crée une configuration asymétrique. Généralement, les neutres de chacun de ces groupes sont isolés (Levi, 2008) [1]. Bien que ce soit peu utilisé, il est également possible avec l'approche multi-étoiles d'effectuer une distribution symétrique des enroulements, avec  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ , tel que montré sur la **figure I.2** dans le cas d'une machine à six phases.

### III.1.1. Machines triphasées

La machine asynchrone triphasée est largement utilisée dans l'industrie, sa simplicité de construction en fait un matériel très fiable et qui demande peu d'entretien. Elle est constituée d'une partie fixe, le stator qui comporte le bobinage, et d'une partie rotative, le rotor qui peut être bobiné ou en cage d'écureuil. Les circuits magnétiques du rotor et du stator sont constitués d'un empilage de fines tôles métalliques pour minimiser la circulation des courants de Foucault.

Le modèle de la MAS triphasée est illustré par le schéma de la Fig. I.1 avec les armatures statoriques et rotoriques munies chacune d'un enroulement triphasé, soit trois enroulements au stator : Sa, Sb et Sc, et trois enroulements rotoriques : Ra, Rb et Rc, et  $\theta$  : Angle entre l'axe de la phase statorique et la phase rotorique.

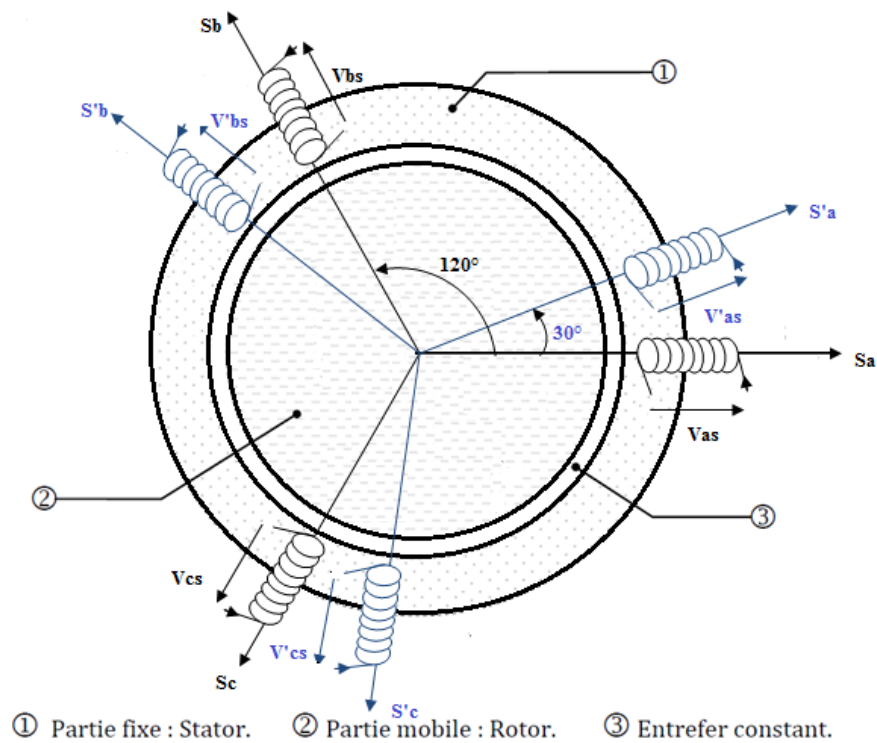


**Fig. I.1 :** Représentation des enroulements de la MAS triphasée dans l'espace électrique.

### III.1.2. Machines hexaphasées

Elles sont appelées aussi machines double-étoile (MASDE). Dans la configuration classique, deux enroulements triphasés identiques, les deux étoiles, se partagent le même stator et sont décalés d'un angle électrique de  $30^\circ$ .

Ces enroulements ont le même nombre de pôles et sont alimentés à la même fréquence. La structure du rotor et du circuit magnétique des machines asynchrones polyphasées restent identiques à celles d'une machine triphasée.



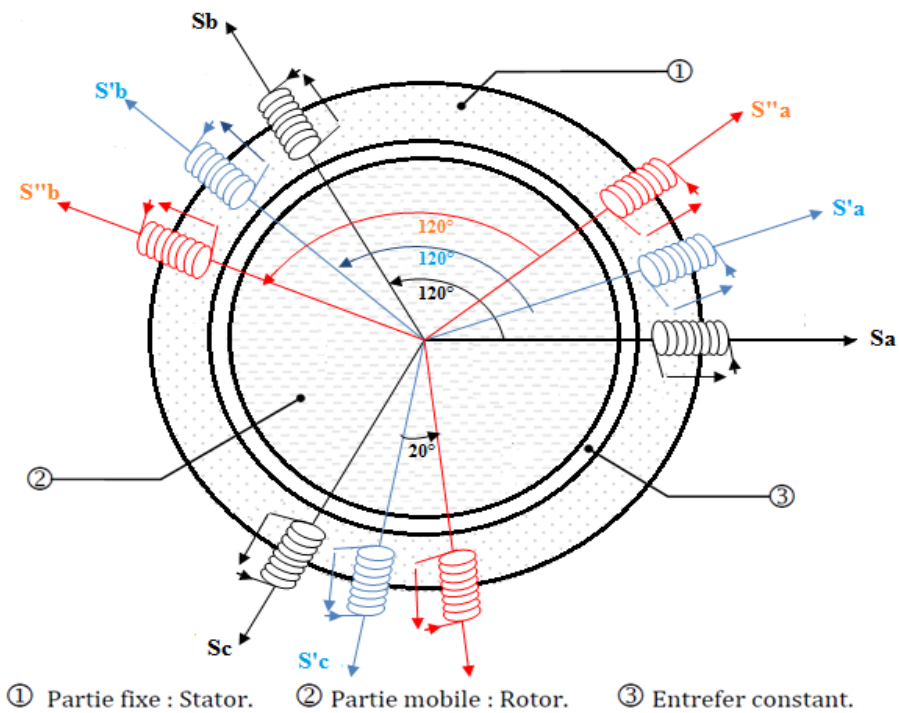
**Fig. I.2 :** Représentation des enroulements de la MAS hexaphasée dans l'espace électrique



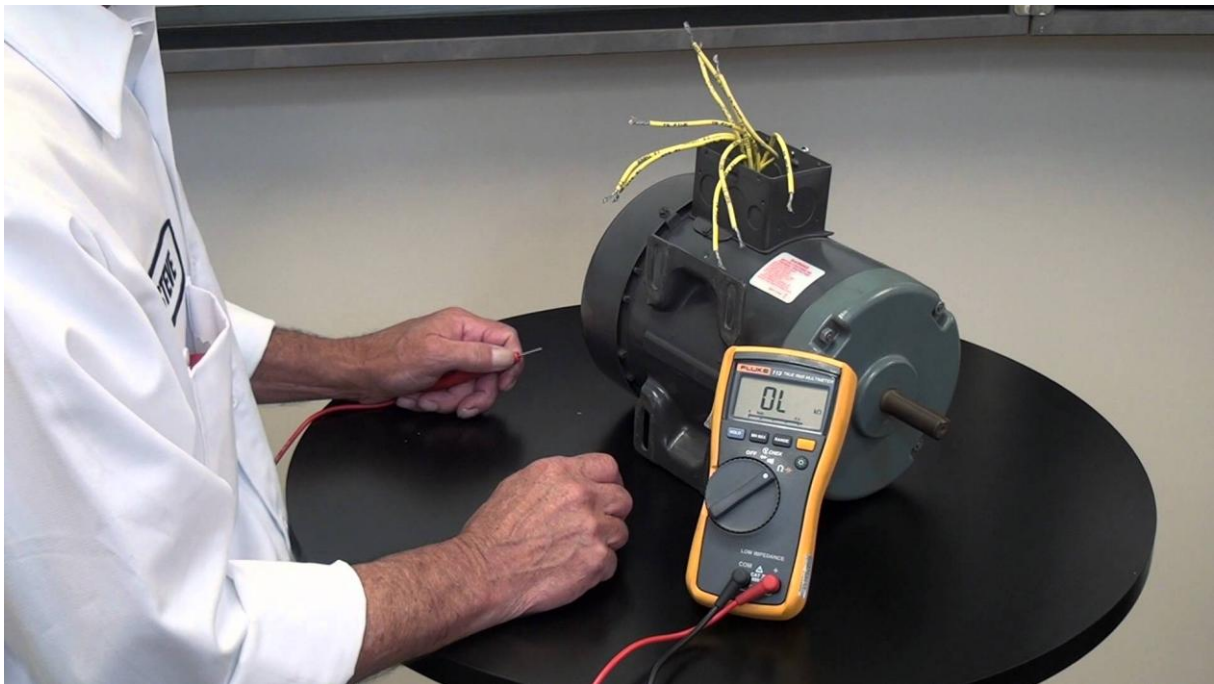
**Fig. I.3 :** MAS double-étoile associée à un système de commande spécial.

### III.1.3. Machines tétraphasées

Elle possède trois groupes d'enroulements triphasés dans le stator, décalés d'un angle électrique de  $20^\circ$ .



**Fig. I.4 :** Représentation des enroulements de la MAS tétraphasée dans l'espace électrique



**Fig. I.5 :** machine tetraphasée

### III.1.4. Machines à quinze phases

Ces machines sont exceptionnelles du fait qu'elles peuvent prendre deux configurations :

- Cinq étoiles composées chacune de trois phases, décalées entre elles de  $12^\circ$  électrique
- Trois étoiles composées chacune de cinq phases, décalées entre elles de  $12^\circ$  électrique

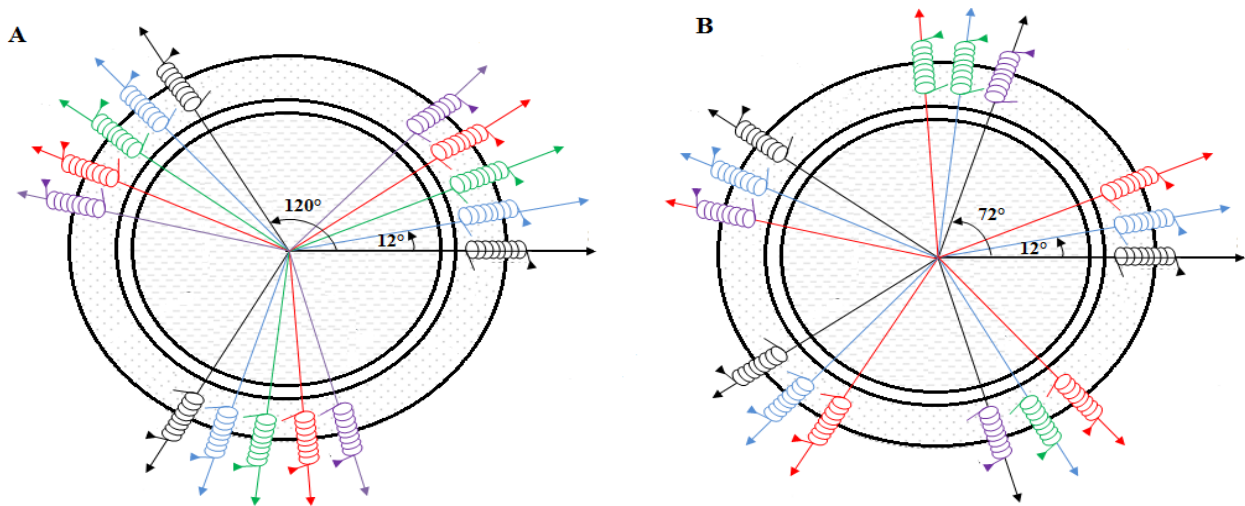


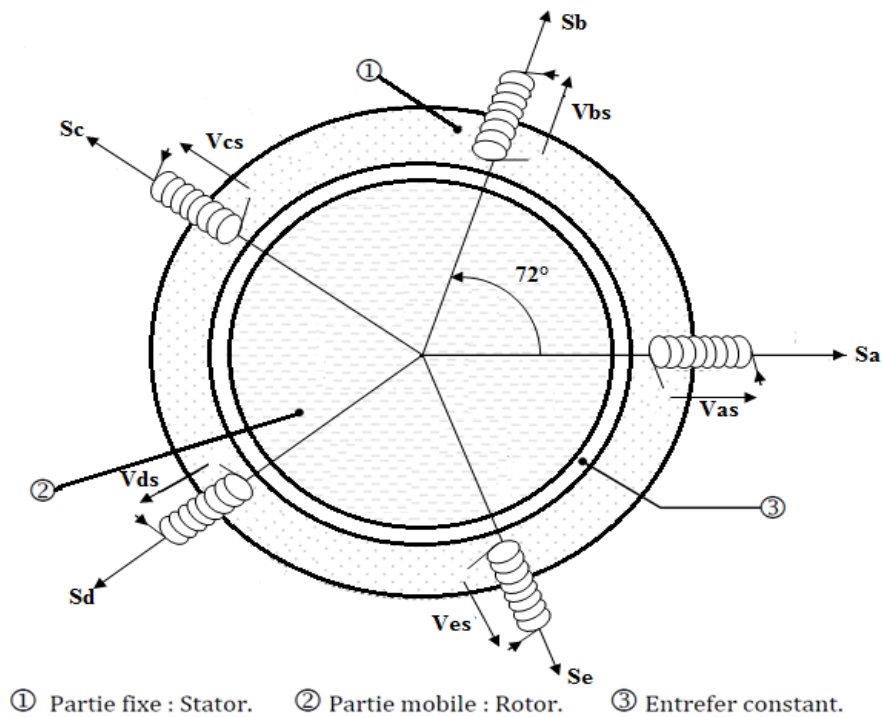
Fig. I.6 : Représentation des enroulements de la MAS à quinze phases dans l'espace électrique

### III.2. Machines polyphasées de types 2

Maintenant, si le nombre de phases  $n$  est un nombre non multiple de trois, l'angle de déplacement entre chaque phase du stator doit rester symétrique afin de conserver une distribution de flux uniforme. Ceci représente un angle de  $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ . Comme exemples, citons les machines pentaphasée, heptaphasées, ...

#### III.2.1 Machines pentaphasées

La machine pentaphasée est constituée de cinq phases statoriques, décalées d'un angle électrique de  $72^\circ$  entre elles.



**Fig. I.7:** Représentation des enroulements de la MAS pentaphasée dans l'espace électrique



**Fig. I.8 :** machine pentaphasée ouverte [20]

L'enroulement statorique des machines polyphasées peut-être réalisé à l'aide des formules et des techniques déjà utilisées pour les machines triphasées.

La figure ci-dessous représente un bobinage statorique d'une machine pentaphasée pour un nombre d'encoches  $Z_e = 40$ .

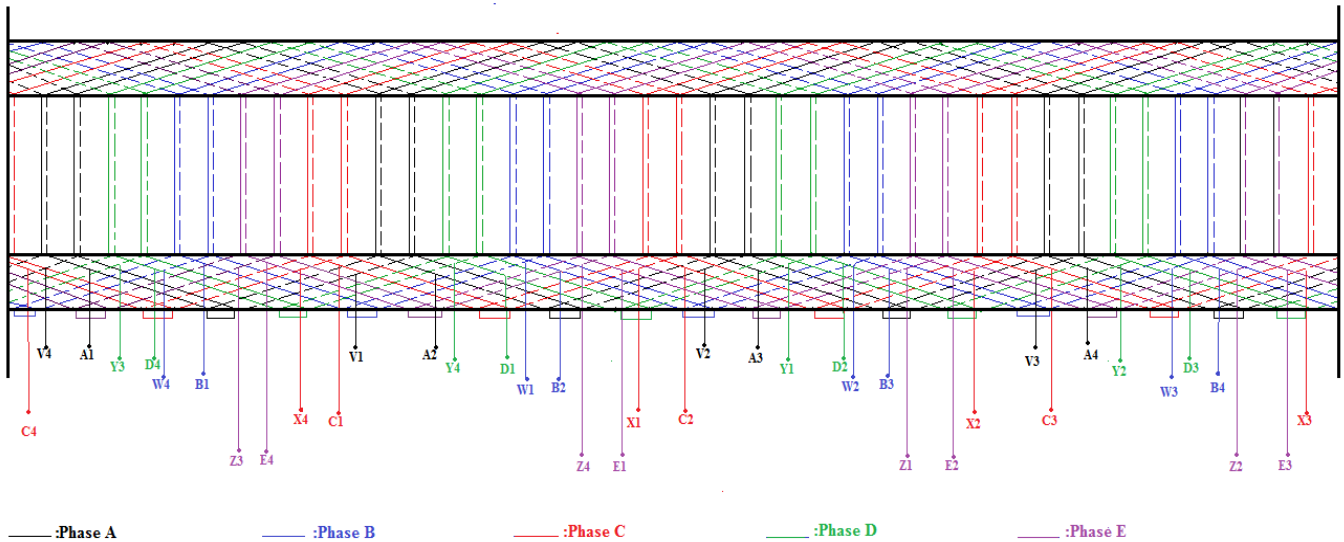


Fig. I.9: Bobinage statorique de la MAS pentaphasée

### III.2.2 Machines heptaphasée

La machine heptaphasée est constituée de sept phases statoriques décalées de  $51.4^\circ$  électrique. Elle est caractérisée par son pouvoir de fonctionnement en mode dégradée, autrement dit, en cas de rupture d'une ou plusieurs phases (théoriquement, jusqu'à quatre phases).

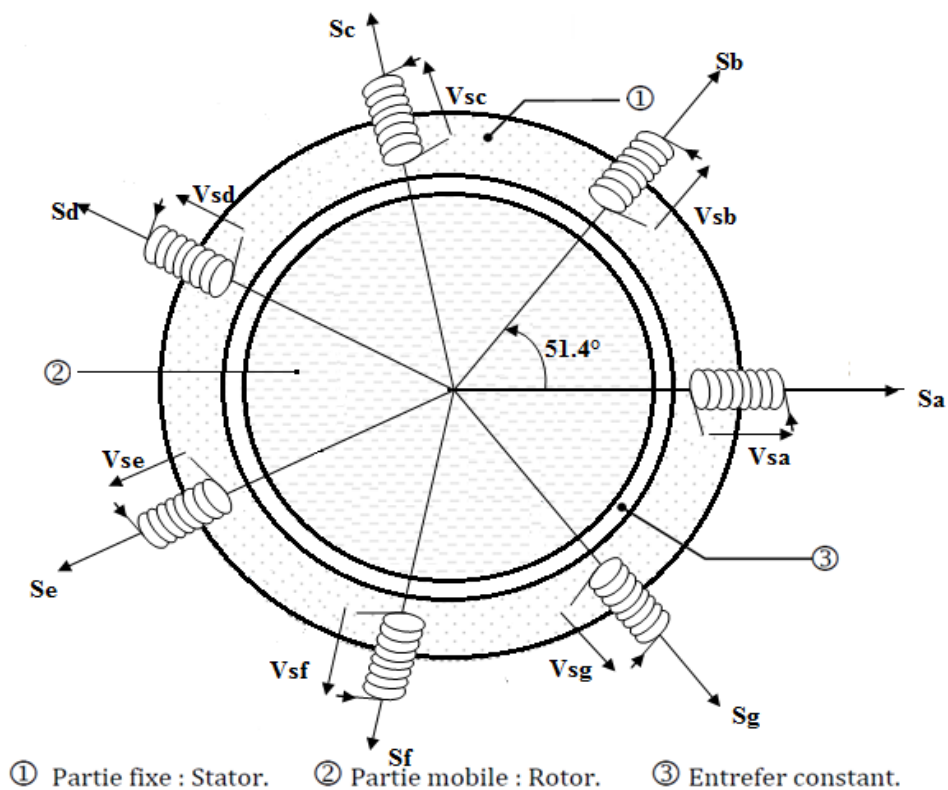


Fig. I.10: Représentation des enroulements de la MAS héptaphasée dans l'espace électrique

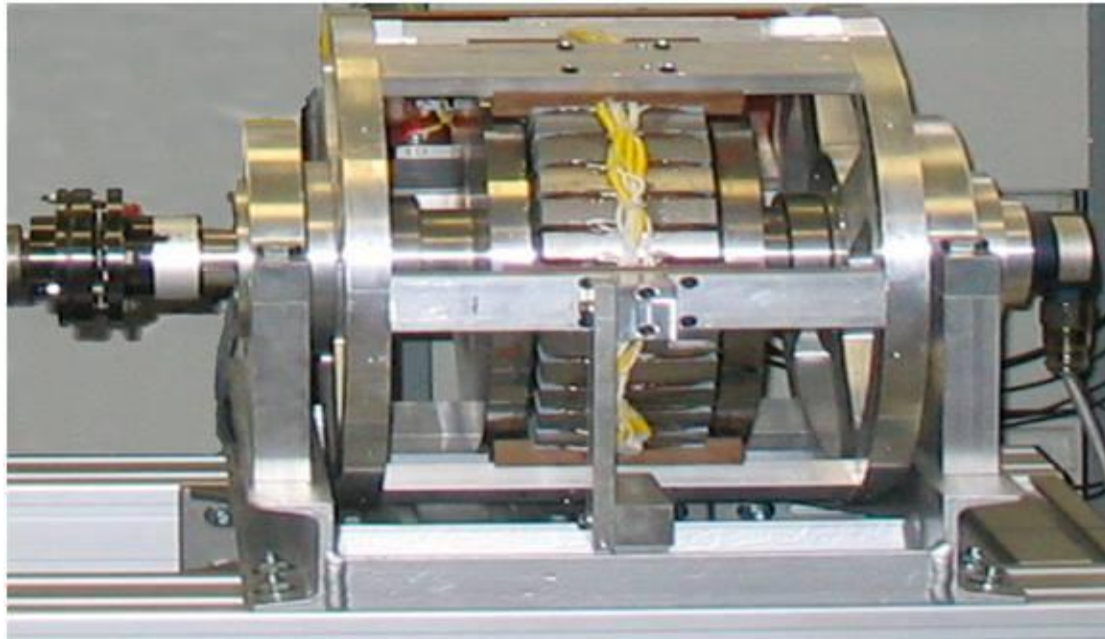


Fig. I.11 : Machine asynchrone heptaphasée ouverte [21]

TABLE 1a. HPO Machines Having Multiple of Three Phases ( $\nu=3$ )

PHASE BELT ANGLE DEGREES ( $\beta$ )	120	60	60	40	30	30	20	20
NUMBER OF PHASE BELT PER POLE ( $\epsilon$ )	1.5	3	3	4.5	6	6	9	9
NUMBER OF STATOR TERMINALS (MINIMUM)	3	3	6	9	6	12	9	18
CONNECTION NAME	THREE PHASE	SEMI SIX PHASE	SIX PHASE	NINE PHASE	SEMI 12-PHASE	12-PHASE	SEMI 18 PHASE	18-PHASE
SCHEMATIC DIAGRAM OF STAR CONNECTION & VOLTAGE PHASOR DIAGRAM (MESH CONNECTION MAY BE USED ALSO)								
ALTERNATE DIAGRAM OR COMMON NAME		THREE PHASE						

TABLE 1b. HPO Machines Having Other Than Multiple Three Phases ( $\nu \neq 3$ )

PHASE BELT ANGLE DEGREES ( $\beta$ )	90°	90°	45°	45°	36°	25.71°	18°	18°
NUMBER OF PHASE BELT PER POLE ( $\epsilon$ )	2	2	4	4	5	7	10	10
NUMBER OF STATOR TERMINALS (MINIMUM)	3	4	5	8	5	7	5	10
CONNECTION NAME	SEMI 4 OR 2 PHASE	4-PHASE	SEMI-8 PHASE	8-PHASES	5-PHASE	7-PHASE	SEMI-10 PHASE	10 PHASE
SCHEMATIC DIAGRAM OF CONNECTIONS AND VOLTAGE PHASOR DIAGRAM								

Fig. I.12 : Tableaux récapitulatifs des différentes configurations des machines polyphasées [6]

#### **IV. Applications des machines polyphasées**

Les machines multiphasées sont utilisées beaucoup plus dans les applications de puissances élevées, telles que la traction ferroviaire, la propulsion navale, l'automobile et l'aérospatiale [4].

Une autre application concerne l'utilisation des machines multiphasées dans les systèmes de production de l'énergie éolienne : la machine double étoile génère de l'énergie à travers deux systèmes triphasés connectés à un transformateur pour adapter les tensions des six phases aux tensions des réseaux.

#### **V. Avantages des machines polyphasées**

Les machines multiphasées sont plus avantageuses que les machines conventionnelles. Parmi ces avantages, on peut citer : la segmentation de puissance, la fiabilité, la minimisation des ondulations du couple et des pertes rotoriques.

##### **V.1. Segmentation de puissance**

Par l'augmentation du nombre de phases, la puissance est automatiquement augmentée. L'une des solutions pour réduire les courants de phases, sans réduire les tensions d'alimentation, est d'augmenter le nombre de phases statoriques. La puissance totale demandée par une machine, est alors réduite dans chaque phase. Avec cette puissance, on peut alimenter la machine par un onduleur dont les composants semi-conducteurs de calibre inférieur, peuvent fonctionner à des fréquences de commutation plus élevées. Cela permet de minimiser les ondulations des courants et du couple.

La segmentation de puissance est l'avantage principal des machines multi-phases, que l'on met le plus en avant de nos jours [4].

##### **V.2. La fiabilité**

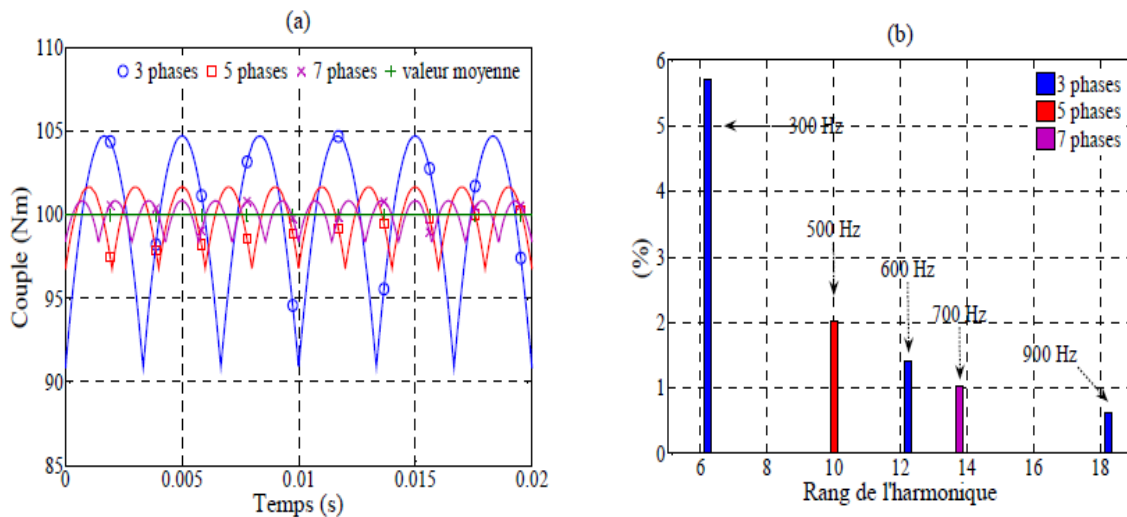
Le régime dégradé (par la perte de l'une ou plusieurs phases, par la défection des éléments semi-conducteurs dont est constitué l'onduleur alimentant la machine) engendre une perte de contrôle de la machine, ainsi que des ondulations du couple de fortes amplitudes. L'une des solutions pour pouvoir commander la machine dans ce régime consiste à relier le neutre de la machine au point milieu de la source de tension continue.

Dans les machines multiphasées, cette contrainte peut-être évitée tant qu'au moins trois phases restent actives, on peut avoir jusqu'à  $(n_{ph} - 3)$  phases ouvertes, sans que la solution concerne la connexion du neutre au point milieu de la source de tension continue.

Plus le nombre de phases augmente, plus on a de degrés de liberté pour commander la machine.

### V.3. Minimisation des ondulations du couple et des pertes rotoriques

Pour pouvoir comparer les harmoniques du couple électromagnétique on considère trois machines, une triphasée et les deux autres sont polyphasées alimentées par des tensions non sinusoïdales [5].



**Fig. I.13:** Représentation des couples électromagnétiques pour les machines 3, 5 et 7 phases [5].

En observant la Figure I.13, nous nous rendons compte que plus le nombre de phases est important :

- plus les amplitudes d'ondulation sont faibles.
- plus les fréquences de ces ondulations sont élevées.

En utilisant des machines polyphasées, nous pouvons affirmer que plus le nombre de phases est important, plus ces machines permettent :

- le fractionnement de la puissance, ce qui est fort appréciable pour diminuer les contraintes (diminution de la tension commutée à courant donné par exemple) sur les bobinages et les interrupteurs statiques surtout dans les domaines de la traction, de la marine.
- de réduire les amplitudes d'ondulations de couple et d'augmenter leur fréquence, ce qui provoque une amélioration des caractéristiques bruit-vibration (équipements militaires, alternateurs automobile, ...) [5].

## VI. Inconvénients des machines polyphasées

**Le coût :** le nombre d'éléments semi-conducteurs dont est constitué le convertisseur statique augmente avec l'augmentation du nombre de phases statoriques de la machine. Ce qui augmente le coût de l'ensemble convertisseur-machine.

De plus, certains harmoniques des courants statoriques ne contribuent pas à la création d'onde de la force magnétomotrice. Ces harmoniques ne circulent donc qu'au stator. Dans le cas d'une alimentation par onduleur de tension, l'impédance vue par ces harmoniques peut donc être faible, ce qui provoque des harmoniques de courants d'amplitude importante. Cette apparition de courants harmoniques de circulation constitue l'inconvénient majeur des machines multi-phases.

**Conclusion**

Dans ce chapitre, on a parlé des machines polyphasées et leur classification selon le nombre de phases statoriques. Les machines dont le nombre de phases est multiple de trois sont moins compliquées pour la modélisation puisqu'elles peuvent être représentées par un ensemble des machines triphasées.

Le chapitre suivant, consiste à modéliser la machine pentaphasée dans deux bases différentes, en utilisant des modèles généralisés pour les systèmes polyphasés.

# Chapitre II ---

## Application du Formalisme Vectoriel aux Machines polyphasées

## Introduction

Généralement les matrices inductances des machines polyphasées sont pleines, ce qui se traduit pour la commande en un système fortement couplé. Cependant, comme toutes les matrices inductances statoriques (ou bien rotoriques) sont circulantes, alors, elles sont diagonalisables, et il existe une base orthogonale unique de vecteurs propres, sur laquelle, les grandeurs magnétiques de la machine sont découplées, ce qui facilitera la commande de la machine [8], [9].

L'objectif de ce chapitre est de rechercher une base orthonormée dans laquelle les matrices inductances sont diagonales. A cet effet, il faut trouver d'abord la matrice de passage de la base naturelle à la base orthogonale [9].

## II. Hypothèses de travail

Les machines considérées sont des machines asynchrones polyphasées. Les  $n$  phases de la machine sont supposées identiques et régulièrement décalées entre elles d'un angle  $\frac{2\pi}{n}$ .

Les relations entre les vecteurs courants et les vecteurs flux sont supposées linéaires. En d'autres termes, les effets de peau, de saturation et de variation de réluctance du circuit magnétique ne sont pas pris en compte.

## III. Représentation vectorielle

La représentation vectorielle consiste à regrouper  $n$  grandeurs de phase de même nature (courant, tension, ...) en un seul vecteur de dimension  $n$ , ce qui rend la mise en équation plus concise. Pour permettre cette représentation vectorielle, la machine est associée à un espace vectoriel euclidien dont la dimension est simplement liée au nombre de phases [8], [9].

Soit  $\{\vec{x}_0, \vec{x}_1, \dots, \vec{x}_{n-1}\}$  une base canonique (naturelle) de cet espace. Donc, tout vecteur  $\vec{g}$  de  $E$  s'écrit comme combinaison linéaire des vecteurs de la base  $B$  comme suit :

$$\vec{g} = g_0\vec{x}_0 + g_1\vec{x}_1 + \dots + g_{n-1}\vec{x}_{n-1}$$

Où  $g_0, g_1, \dots, g_{n-1}$  sont les grandeurs mesurables des phases de la machine.

Les hypothèses qu'on a présentées conduisent à des relations linéaires :

$$\begin{cases} \vec{\Phi}_s = [L_{ss}]\vec{I}_s + [M_{sr}]\vec{I}_r \\ \vec{\Phi}_r = [L_{rr}]\vec{I}_r + [M_{rs}]\vec{I}_s \end{cases}$$

Tels que :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} m_{s0,s0} & m_{s0,s1} & \dots & m_{s0,s(n-1)} \\ m_{s1,s0} & m_{s1,s1} & \dots & m_{s1,s(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{s(n-1),s0} & m_{s(n-1),s1} & \dots & m_{s(n-1),s(n-1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 [L_{rr}] &= \begin{bmatrix} m_{r0,r0} & m_{r0,r1} & \dots & m_{r0,r(n-1)} \\ m_{r1,r0} & m_{r1,r1} & \dots & m_{r1,r(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{r(n-1),r0} & m_{r(n-1),r1} & \dots & m_{r(n-1),r(n-1)} \end{bmatrix} \\
 [M_{sr}] &= \begin{bmatrix} m_{s0,r0} & m_{s0,r1} & \dots & m_{s0,r(n-1)} \\ m_{s1,r0} & m_{s1,r1} & \dots & m_{s1,r(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{s(n-1),r0} & m_{s(n-1),r1} & \dots & m_{s(n-1),r(n-1)} \end{bmatrix} \\
 [M_{rs}] &= \begin{bmatrix} m_{r0,s0} & m_{r0,s1} & \dots & m_{r0,s(n-1)} \\ m_{r1,s0} & m_{r1,s1} & \dots & m_{r1,s(n-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ m_{r(n-1),s0} & m_{r(n-1),s1} & \dots & m_{r(n-1),s(n-1)} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Les coefficients :

$m_{si,sj}$  : désigne l'inductance mutuelle entre deux phases statoriques.

$m_{ri,rj}$  : désigne l'inductance mutuelle entre deux phases rotoriques.

$m_{si,rj}$  : désigne l'inductance mutuelle entre une phase statorique et une phase rotorique.

D'après les hypothèses d'équivalence des phases et de régularité de construction, les inductances propres statoriques/rotoriques sont égales :

$$m_{s0,s0} = m_{s1,s1} = \dots m_{sn,sn} = m_{ss}$$

$$m_{r0,r0} = m_{r1,r1} = \dots m_{rn,rn} = m_{rr}$$

$$m_{si,sj} = m_{s(i+1),s(j+1)}$$

$$m_{ri,rj} = m_{r(i+1),r(j+1)}$$

$$m_{si,sj} = m_{sj,si}$$

$$m_{ri,rj} = m_{rj,ri}$$

$$m_{si,rj} = m_{sj,ri}$$

Il est à noter que les matrices précédentes font apparaître un couplage magnétique entre les différentes phases d'un côté, et entre stator/rotor de l'autre côté. La commande d'une telle machine avec un couplage magnétique n'est pas facile [11], [12].

Les deux matrices  $M_{sr}$  et  $M_{rs}$  sont liées à la position du rotor par rapport au stator. Et par conséquent, elles sont liées à la vitesse de rotation (Figure II.1) [9].

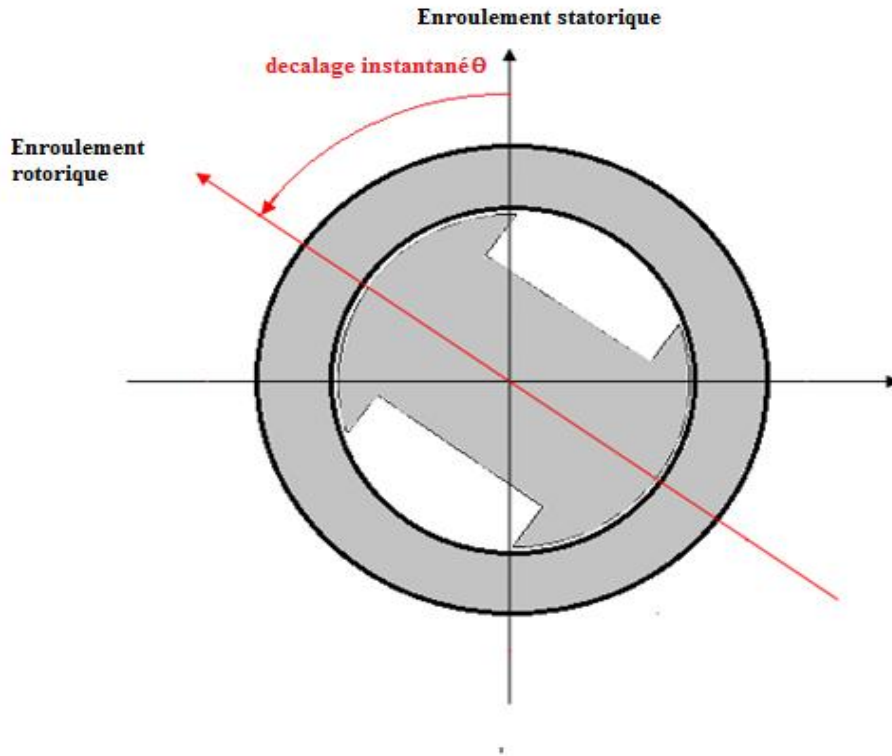


Fig. II.1 : Représentation des enroulements statoriques et rotoriques

#### IV. Diagonalisation des matrices $L_{ss}$ $L_{rr}$ $M_{sr}$ $M_{rs}$

Les hypothèses de non saturation et de non variation de réluctance permettent de définir une relation linéaire  $\vec{\Phi}_s = \Gamma(\vec{I})$ , entre le vecteur courant et le vecteur flux. En effet, La base où existera le découplage magnétique sera celle où une coordonnée du vecteur flux pourra s'exprimer en fonction d'une seule coordonnée du vecteur courant (matrice inductance diagonale) [9].

La diagonalisation d'une telle matrice impose la recherche des valeurs propres et des vecteurs propres qui leurs sont associées.

##### IV.1 Diagonalisation de $L_{ss}$

Les propriétés physiques (géométriques) de la machine nous permettent d'affirmer que la matrice inductance est symétrique. En effet, l'inductance mutuelle entre deux enroulements est réciproque [9]:

$$m_{sk,sj} = m_{sj,sk}$$

D'autre part, on sait que la matrice est circulante [9]:

$$\begin{cases} m_{s0,s0} = m_{s1,s1} = m_{s2,s2} \dots = m_{s(n-1),s(n-1)} \\ m_{s0,s1} = m_{s1,s2} = m_{s2,s3} \dots = m_{s(n-2),s(n-1)} = m_{s(n-1),s0} \\ m_{s0,s2} = m_{s1,s3} = m_{s2,s4} \dots = m_{s(n-3),s(n-1)} = m_{s(n-1),s1} = m_{s(n-2),s0} \\ \vdots \\ m_{s0,s(n-1)} \dots \dots = m_{s1,s0} = m_{s2,s1} \dots = m_{s(n-1),s(n-2)} \end{cases}$$

D'après ces deux propriétés (la circularité et la symétrie de la matrice inductance statorique) on distingue deux cas, selon la parité du nombre de phases de la machine.

#### IV.1.1. Valeurs propres de la matrice $L_{ss}$

##### IV.1.1.1. Cas de $n$ impair

On obtient la relation suivante entre les mutuelles statoriques :

$$\begin{cases} m_{s0,s1} = m_{s0,s(n-1)} \\ m_{s0,s2} = m_{s0,s(n-2)} \\ \vdots \\ m_{s0,s(\frac{n-1}{2})} = m_{s0,s(\frac{n+1}{2})} \end{cases}$$

Les valeurs propres de la matrice inductance statorique deviennent :

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} + 2m_{s0,s2} + \dots + 2m_{s0,s(\frac{n-1}{2})} \\ \lambda_{s1} = m_{s0,s0} + m_{s0,s1}(a+a^{(n-1)}) + m_{s0,s2}(a^2+a^{(n-2)}) + \dots + m_{s0,s(\frac{n-1}{2})}(a^{(\frac{n-1}{2})}+a^{(\frac{n+1}{2})}) \\ \vdots \\ \lambda_{s(n-1)} = m_{s0,s0} + m_{s0,s1}(a^{(n-1)}+a^{(n-1)(n-1)}) + \dots + m_{s0,s(\frac{n-1}{2})}(a^{(n-1)(\frac{n-1}{2})}+a^{(n-1)(\frac{n+1}{2})}) \end{cases}$$

Avec  $a = e^{i\frac{2\pi}{n}}$

L'exploitation de trois relations suivantes :

$$\begin{aligned} e^{i(n-k)\frac{2\pi}{n}} &= e^{ik\frac{2\pi}{n}} \\ e^{ik\frac{2\pi}{n}} + e^{i(n-k)\frac{2\pi}{n}} &= 2\cos(k\frac{2\pi}{n}) \\ e^{ik\frac{2\pi}{n}} - e^{i(n-k)\frac{2\pi}{n}} &= 2\sin(k\frac{2\pi}{n}) \end{aligned}$$

permet d'obtenir des valeurs propres réelles

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} + 2m_{s0,s2} + \dots + 2m_{s0,s(\frac{n-1}{2})} \\ \lambda_{s1} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + 2m_{s0,s2} \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{s0,s(\frac{n-1}{2})} \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ \lambda_{s(n-1)} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} \cos\left(2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) + 2m_{s0,s2} \cos\left(2.2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{s0,s(\frac{n-1}{2})} \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right)\right) \end{cases}$$

On remarque que ces valeurs propres ont la propriété suivante :

$$\begin{cases} \lambda_{s1} = \lambda_{s(n-1)} \\ \lambda_{s2} = \lambda_{s(n-2)} \\ \vdots \\ \lambda_{s(\frac{n-1}{2})} = \lambda_{s(\frac{n+1}{2})} \end{cases}$$

Et de manière générale  $\lambda_{sk} = \lambda_{s(n-k)}$ .

Donc la propriété de symétrie nous assure l'existence de valeurs propres réelles. Dans le cas où  $n$  est impair, la matrice  $L_{ss}$  admet  $\frac{n-1}{2}$  valeurs propres réelles doubles (de multiplicité d'ordre 2), et une seule valeur propre réelle simple.

Dans le cas où les forces magnétomotrices sont à répartition sinusoïdale, l'inductance propre  $m_{s0,s0} = L_{ps} + l_{fs}$  avec  $L_{ps}$  est l'inductance principale et  $l_{fs}$  est l'inductance de fuite d'une phase statorique. D'autre part, l'inductance mutuelle  $m_{s0,sk} = L_{ps} \cos(\frac{2k\pi}{n})$ . Dans ce cas, on trouve les valeurs propres de  $L_{ss}$  comme suit :

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = \lambda_{s2} = \lambda_{s3} = \dots = \lambda_{s(n-2)} = l_{fs} \\ \lambda_{s1} = \lambda_{s(n-1)} = \frac{n}{2} L_{ps} + l_{fs} \end{cases}$$

#### IV.1.1.1.1. Matrice de changement de base

On peut alors déduire que toute combinaison linéaire des vecteurs  $\vec{e}_k$  et  $\vec{e}_{(n-k)}$  est encore un vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_{sk}$ . Il y a donc le plan engendré par les vecteurs  $\vec{e}_k$  et  $\vec{e}_{(n-k)}$  une infinité de bases orthonormées engendrées par les vecteurs propres. Pour obtenir des vecteurs propres à coefficients réels (c'est-à-dire une base de découplage euclidienne), on choisit les combinaisons suivantes [7], [8], [9]:

$$\begin{cases} \vec{e}_m = \frac{\vec{e}_k + \vec{e}_{(n-k)}}{\sqrt{2}} \\ \vec{e}_{m+1} = \frac{\vec{e}_k - \vec{e}_{(n-k)}}{i\sqrt{2}} \end{cases}$$

D'autres combinaisons linéaires permettent d'obtenir d'autre base.

La propriété  $e^{i(n-k)\frac{2\pi}{n}} = e^{ik\frac{2\pi}{n}}$  (propriété de périodicité des fonctions sinus et cosinus) permet de simplifier les expressions.

D'où, les vecteurs propres  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1})$  de la matrice inductance dans l'espace euclidien sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{n}} (1, 1, 1, \dots, 1)^t \\ \vec{e}_1 = \frac{\vec{e}_1 + \vec{e}_{(n-1)}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} (1, \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vec{e}_2 = \frac{\vec{e}_1 + \vec{e}_{(n-1)}}{i\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} (0, \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \sin\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vdots \\ \vec{e}_{(n-2)} = \frac{\vec{e}_{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + \vec{e}_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} (1, \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)(n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vec{e}_{(n-1)} = \frac{\vec{e}_{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + \vec{e}_{\left(\frac{n+1}{2}\right)}}{i\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}} (0, \sin\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \sin\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)(n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \end{array} \right.$$

Finalement, la matrice de changement de base (passage) de la base naturelle vers la base de découplage est l'ensemble des vecteurs colonnes propres (cas de  $n$  est impair) est:

$$T = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \dots & \cos\left(\frac{(n-1)^2\pi}{n}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \dots & \sin\left(\frac{(n-1)^2\pi}{n}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Cette matrice est connue sous le nom de **matrice de Concordia généralisée** [8].

Les deux premières lignes de ces matrices correspondent aux deux premières lignes de la **matrice de transformation  $(\alpha, \beta)$  généralisée**. Et les autres composantes sont appelées composantes non séquentielles [11].

$$T_{\alpha\beta} = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \end{bmatrix}$$

Il y a d'autre approche pour calculer la sous-matrice  $T_{\alpha\beta}$ . Elle consiste à faire la projection des axes magnétiques des différents enroulements de la machine sur le plan  $(\alpha, \beta)$  [8], [10].

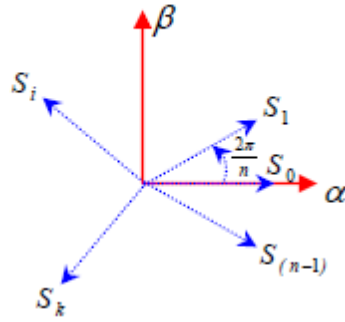


Fig. II.2 : Projection des axes magnétiques dans le plan ( $\alpha$ ,  $\beta$ )

La nouvelle matrice inductance statorique qui caractérise l'endomorphisme  $L_{SS}$  dans la nouvelle base euclidienne  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1})$  devient :

$$[L_{SS}] = \begin{bmatrix} \lambda_{s0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{s1} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{s2} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \lambda_{sk} & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{sk} & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{s1} & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{s0} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = \lambda_{s2} = \lambda_{s3} = \dots = \lambda_{s(n-2)} = l_{fs} \\ \lambda_{s1} = \lambda_{s(n-1)} = \frac{n}{2} L_{ps} + l_{fs} \end{cases}$$

#### IV.1.1.2 Cas de $n$ pair

On obtient une nouvelle relation entre les mutuelles inductances statoriques:

$$\begin{cases} m_{s0,s1} = m_{s0,s(n-1)} \\ m_{s0,s2} = m_{s0,s(n-2)} \\ \vdots \\ m_{s0,s(\frac{n-2}{2})} = m_{s0,s(\frac{n+2}{2})} \end{cases}$$

Donc, les valeurs propres deviennent :



$$\begin{cases} \lambda_{s0} = \lambda_{s2} = \lambda_{s3} = \dots = \lambda_{s(n-2)} = l_{fs} \\ \lambda_{s1} = \lambda_{s(n-1)} = \frac{n}{2} L_{ps} + l_{fs} \end{cases}$$

#### IV.1.1.2.1 Matrice de changement de base

La multiplicité d'ordre deux des valeurs propres nous amène à trouver une infinité de sous-espaces propres engendrés par le plan ( $\vec{e}_k$  et  $\vec{e}_{(n-k)}$ ) associés à la valeur propre  $\lambda_{sk}$  [5].

Pour obtenir des vecteurs propres à coefficients réels (c'est-à-dire une base de découplage euclidienne), on choisit les combinaisons suivantes [8]:

$$\begin{cases} \vec{e}_m = \frac{\vec{e}_k + \vec{e}_{(n-k)}}{\sqrt{2}} \\ \vec{e}_{m+1} = \frac{\vec{e}_k - \vec{e}_{(n-k)}}{i\sqrt{2}} \end{cases}$$

D'autre part, avec le nombre de phases pair, le vecteur propre  $\vec{e}_{(\frac{n}{2})}$  devient comme suit :

$$\vec{e}_{(\frac{n}{2})} = \frac{1}{\sqrt{n}}(1, a^{(\frac{n}{2})}, \dots, a^{2(\frac{n}{2})}, \dots, a^{(\frac{n}{2})(n-1)})^t = \frac{1}{\sqrt{n}}(1, -1, 1, a^{2(\frac{n}{2})}, \dots, -1)^t$$

Finalement les vecteurs propres ( $\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1}$ ) de la matrice qui caractérise l'endomorphisme  $L_{ss}$  dans le cas où le nombre de phases est pair sont les suivants :

$$\begin{cases} \vec{e}_0 = \frac{1}{\sqrt{n}}(1, 1, 1, \dots, 1)^t \\ \vec{e}_1 = \frac{1}{\sqrt{n}}(1, -1, 1, \dots, -1)^t \\ \vec{e}_2 = \frac{\vec{e}_1 + \vec{e}_{(n-1)}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}}(1, \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vec{e}_3 = \frac{\vec{e}_1 - \vec{e}_{(n-1)}}{i\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}}(0, \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \sin\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vdots \\ \vec{e}_{(n-2)} = \frac{\vec{e}_{(\frac{n-2}{2})} + \vec{e}_{(\frac{n+2}{2})}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}}(1, \cos\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \cos\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)(n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \\ \vec{e}_{(n-1)} = \frac{\vec{e}_{(\frac{n-2}{2})} - \vec{e}_{(\frac{n+2}{2})}}{i\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{2}{n}}(0, \sin\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)\frac{2\pi}{n}\right), \dots, \sin\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)(n-1)\frac{2\pi}{n}\right))^t \end{cases}$$

La matrice de changement de base (cas de  $n$  pair) qui est construite par les vecteurs ( $\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1}$ ) est donné par :

$$T = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\frac{2\pi}{n}) & \cos(\frac{4\pi}{n}) \dots & \cos(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ 0 & \sin(\frac{2\pi}{n}) & \sin(\frac{4\pi}{n}) \dots & \sin(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(\frac{(n-2)2\pi}{2n}) & \cos(\frac{(n-2)4\pi}{2n}) \dots & \cos(\frac{(n-2)(n-1)2\pi}{2n}) \\ 0 & \sin(\frac{(n-2)2\pi}{2n}) & \sin(\frac{(n-2)4\pi}{2n}) \dots & \sin(\frac{(n-2)(n-1)2\pi}{2n}) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \dots & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \dots & -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

La nouvelle matrice inductance statorique qui caractérise la matrice  $L_{ss}$  (cas de  $n$  pair) :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} \lambda_{s0} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{s1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \lambda_{s2} & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{s0} & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{s2} & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{s1} \end{bmatrix}$$

Est diagonale dans la base euclidienne  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1})$  :

#### IV.2. Diagonalisation d'endomorphisme $L_{rr}$

Le rotor de la machine possède des phases identiques, régulièrement décalées dans l'espace comme le stator. Par conséquent, on tire analytiquement les valeurs propres et les vecteurs propres associés, pour cela, il suffit de changer l'indice  $s$  par l'indice  $r$ .

##### IV.2.1 Valeurs propres de la matrice $L_{rr}$

###### IV.2.1.1 Cas de $n$ impair :

La matrice inductance rotorique est diagonale dans la base propre  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1})$  :

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} \lambda_{r0} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{r1} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{r2} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \lambda_{rk} & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{rk} & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{r1} & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{r0} \end{bmatrix}$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{r0} = m_{r0,r0} + 2m_{r0,r1} + 2m_{r0,r2} + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-1}{2}\right)} \\ \lambda_{r1} = m_{r0,r0} + 2m_{r0,r1} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + 2m_{r0,r2} \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ \lambda_{r(n-1)} = m_{r0,r0} + 2m_{r0,r1} \cos\left(2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) + 2m_{r0,r2} \cos\left(2.2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) + \\ \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-1}{2}\right)} \cos\left(\left(\frac{n-1}{2}\right)\left(2\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) \end{array} \right.$$

Et

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{r1} = \lambda_{r(n-1)} \\ \lambda_{r2} = \lambda_{r(n-2)} \\ \vdots \\ \lambda_{r\left(\frac{n-1}{2}\right)} = \lambda_{r\left(\frac{n+1}{2}\right)} \end{array} \right.$$

#### IV.2.1.2 Cas de $n$ pair :

La matrice inductance rotorique représentée dans la base propre  $(\vec{e}_0, \vec{e}_1, \dots, \vec{e}_{n-1})$  :

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} \lambda_{r0} & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{r1} & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \lambda_{r2} & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \dots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{r0} & \dots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \lambda_{r2} & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_{r1} \end{bmatrix}$$

Avec

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_{r0} = m_{r0,r0} + m_{r0,r\left(\frac{n}{2}\right)} + 2m_{r0,r1} + 2m_{r0,r2} + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-2}{2}\right)} \\ \lambda_{r1} = m_{r0,r0} - m_{r0,r\left(\frac{n}{2}\right)} + 2m_{r0,r1} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + 2m_{r0,r2} \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-2}{2}\right)} \cos\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \lambda_{r2} = m_{r0,r0} + m_{r0,r\left(\frac{n}{2}\right)} + 2m_{r0,r1} \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + 2m_{r0,r2} \cos\left(2.2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-2}{2}\right)} \cos\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)\left(2\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ \lambda_{r(n-1)} = m_{r0,r0} - m_{r0,r\left(\frac{n}{2}\right)} + 2m_{r0,r1} \cos\left(2\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{r0,r\left(\frac{n-2}{2}\right)} \cos\left(\left(\frac{n-2}{2}\right)\left(2\frac{(n-1)\pi}{n}\right)\right) \end{array} \right.$$

Et

$$\begin{cases} \lambda_{r0} = \lambda_{r(\frac{n}{2})} \\ \lambda_{r1} = \lambda_{r(n-1)} \\ \lambda_{r2} = \lambda_{r(n-2)} \\ \vdots \\ \lambda_{r(\frac{n-2}{2})} = \lambda_{r(\frac{n+2}{2})} \end{cases}$$

### IV.3 Diagonalisation de la matrice $M_{sr}$

L'endomorphisme  $M_{sr}$  ne présente pas le caractère de symétrie comme les endomorphismes  $L_{ss}$  et  $L_{rr}$ , alors ses valeurs propres ne sont pas obtenues directement réelles. Par ailleurs, on peut exprimer les valeurs propres, en ne prenant que leurs parties réelles.

On obtient:

$$\begin{cases} \lambda_{sr0} = m_{sr0} + m_{sr1} + m_{sr2} + \dots + m_{sr(n-1)} \\ \lambda_{sr1} = m_{sr0} + m_{sr1} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) + m_{sr2} \cos\left(2\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) + \dots + 2m_{sr(n-1)} \cos\left((n-1)\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ \lambda_{sr(n-1)} = m_{sr0} + m_{sr1} \cos\left((n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + m_{sr2} \cos\left(2(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) + \dots + 2m_{sr(n-1)} \cos\left((n-1)(n-1)\frac{2\pi}{n}\right) \end{cases}$$

Avec une répartition sinusoïdale des forces magnétomotrices, on trouve :

$$\begin{cases} \lambda_{sr0} = \lambda_{sr2} = \lambda_{sr3} = \dots = \lambda_{sr(n-1)} = 0 \\ \lambda_{sr1} = \lambda_{sr(n-1)} = \frac{n}{2} m_{sr} \cos(\Theta) \end{cases}$$

La nouvelle matrice inductance représentée dans la base propre devient :

$$[M_{sr}] = \begin{bmatrix} \lambda_{sr0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{sr1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \lambda_{sr2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{sr(n-1)} \end{bmatrix}$$

### IV.4 Diagonalisation de la matrice $M_{rs}$

La matrice qui caractérise  $M_{rs}$  est transposée de celle de  $M_{sr}$ . Ces endomorphismes sont dits également transposés l'un de l'autre. Par conséquent, les endomorphismes  $M_{rs}$  et  $M_{sr}$  ont les mêmes valeurs et vecteurs propres [9].

### V. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons progressivement montré comment appliquer le formalisme vectoriel pour diagonaliser les matrices inductances de la machine asynchrone à rotor bobiné à  $n$  phases régulièrement décalées dans l'espace, aussi bien au niveau du stator qu'au niveau du rotor. Notre démarche a pour but d'éliminer le couplage entre les différentes grandeurs magnétiques de la machine [9].

Il a été ressorti que les matrices inductances de toutes les machines à enroulements régulièrement répartis sont circulantes et symétriques.

La propriété de circularité est suffisante pour pouvoir diagonaliser les matrices inductances dans un espace vectoriel euclidien [8], [9]. Dans ce cas, la transformée de Concordia de dimension  $n$  est une base des vecteurs propres, et les sous-espaces propres sont des droites vectorielles réelles.

Les sous-espaces propres sont alors des plans ou bien des droites. La transformée de Concordia généralisée définit une base de découplage à coefficients réels. Pour cela, les matrices inductance ont été représentées dans un espace vectoriel euclidien de dimension liée au nombre de phases, sur lequel, il a été montré que ces matrices inductances sont diagonalisables, et admettent  $n$  valeurs propres distinctes. Les valeurs propres obtenues conduisent à  $n$  vecteurs propres différents constituant une matrice de changement de base qui est connue sous le nom de transformée de Concordia généralisée.

# Chapitre III ---

## Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

### I. Introduction :

Une machine polyphasée est composée de  $n$  bobinages déphasés spatialement de  $\frac{2\pi}{n}$  et alimentés par des tensions déphasées temporellement de  $\frac{2\pi}{n}$ . Ces machines sont caractérisées par un couplage magnétique entre phases [1], [2].

La modélisation d'une machine multi-phases ayant une distribution sinusoïdale de son flux est faite généralement par le changement de référentiel dans l'axe du rotor. Cette méthode appelée Transformation de Park qui est déjà utilisée pour les machines triphasées est adaptée selon le nombre de phases de la machine. Puisque bien des régulateurs de vitesse/couple de machines utilisent ce référentiel dans leur algorithme de commande, conserver ce référentiel dans le cas des machines multi-phases permet d'adapter de façon relativement aisée le régulateur (passage de trois phases à  $n$  phases).

### II. Types de machines considérées

La machine considérée dans le présent travail, est la machine asynchrone pentaphasée radiale à pôles lisses. Le stator de la machine est formé de 5 enroulements fixes décalés de  $\frac{2\pi}{5}$  dans l'espace. Le rotor peut être aussi modélisé par 5 enroulements identiques décalés dans l'espace de  $\frac{2\pi}{5}$ . Ces enroulements sont en court-circuit et la tension à leurs bornes est nulle.

### III. Hypothèses simplificatrices

Pour pouvoir élaborer le modèle électrique équivalent de la machine, il est nécessaire de considérer certaines hypothèses simplificatrices :

- L'entrefer est d'épaisseur uniforme et l'effet d'encoche est négligeable.
- La saturation du circuit magnétique et les courants de Foucault sont négligés.
- Les résistances des enroulements ne varient pas avec la température.
- L'effet de peau est négligeable.
- La F.M.M créée par chacune des phases des deux armatures est à répartition sinusoïdale.

### IV. Modélisation de la machine dans la base naturelle

#### IV.1. Equations électriques

L'application de la loi de Faraday à chaque enroulement de la machine, en considérant la chute de tension ohmique nous donne l'équation vectorielle en tension. Par ailleurs, comme les enroulements rotoriques sont en court-circuit, le vecteur tension rotorique appliqué est nul:

$$\begin{cases} \vec{V}_s = [R_s] \vec{I}_s + \frac{d}{dt} \vec{\Phi}_s \\ \vec{V}_r = 0 = [R_r] \vec{I}_r + \frac{d}{dt} \vec{\Phi}_r \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

$\vec{I}_s, \vec{I}_r, \vec{\Phi}_s$  et  $\vec{\Phi}_r$  sont respectivement, le vecteur courant statorique, le vecteur courant rotorique, le vecteur flux statorique et le vecteur flux rotorique ; ils sont écrits de la même manière que  $\vec{V}_s, \vec{V}_r$  en fonction des vecteurs de la base canonique B.

$[R_s], [R_r]$  sont respectivement, la matrice résistance statorique et la matrice résistance rotorique. Elles ont des éléments diagonaux égaux, car les phases de la machines sont identiques.

$$[R_s] = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad [R_r] = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix}$$

Le produit scalaire du vecteur tension avec chacun des vecteurs de la base canonique nous donne l'équation en tension d'une phase.

$$\begin{cases} v_{sk} = \vec{V}_s \cdot \vec{x}_k = R_s \cdot i_{sk} + \frac{d\Phi_{sk}}{dt} \\ v_{rk} = \vec{V}_r \cdot \vec{x}_k = R_r \cdot i_{rk} + \frac{d\Phi_{rk}}{dt} = 0 \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Où :

$v_{sk}, v_{rk}, \Phi_{sk}, \Phi_{rk}$  sont les composantes scalaires de la phase  $k$  des vecteurs tension et flux.

### IV.2. Puissance transitée dans la machine

La puissance instantanée transitant dans la machine est obtenue par simple produit scalaire entre le vecteur tension et le vecteur courant :

$$P = \vec{V}_s \cdot \vec{I}_s = \sum_{i=0}^{n-1} v_i \cdot i_i \quad (\text{III.3})$$

En remplaçant le vecteur tension par son expression (III.1), on obtient l'équation suivante :

$$P = [R_s] \vec{I}_s^2 + \left( \frac{d\vec{\Phi}_s}{dt} \right) \vec{I}_s \quad (\text{III.4})$$

Où:

$[R_s] \vec{I}_s^2$ : Les pertes par effet joule.

$\left( \frac{d\vec{\Phi}_s}{dt} \right) \vec{I}_s$  : La puissance magnétique.

### IV.3. Equations magnétiques

Les équations des flux réels :

$$\begin{cases} \vec{\Phi}_s = [L_{ss}] \vec{I}_s + [M_{sr}] \vec{I}_r \\ \vec{\Phi}_r = [L_{rr}] \vec{I}_r + [M_{rs}] \vec{I}_s \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

Les expressions de la tension (III.1), deviennent :

$$\begin{cases} \vec{V}_s = [Rs]\vec{I}_s + \frac{d}{dt} ([L_{ss}]\vec{I}_s + [M_{sr}]\vec{I}_r) \\ \vec{V}_r = [Rs]\vec{I}_r + \frac{d}{dt} ([L_{rr}]\vec{I}_r + [M_{rs}]\vec{I}_s) \end{cases} \quad (III.6)$$

$[L_{ss}]\vec{I}_s$  : Désigne la part de flux exclusivement dû aux courants statoriques.

$[M_{sr}]\vec{I}_r$  : Désigne la part de flux statorique dû au rotor.

$[L_{rr}]\vec{I}_r$  : Désigne la part de flux exclusivement dû aux courants rotoriques.

$[M_{rs}]\vec{I}_s$  : Désigne la part de flux rotorique dû au stator.

Tels que :

$$[L_{ss}] = \begin{bmatrix} m_{s0,s0} & m_{s0,s1} & m_{s0,s2} & m_{s0,s3} & m_{s0,s4} \\ m_{s1,s0} & m_{s1,s1} & m_{s1,s2} & m_{s1,s3} & m_{s1,s4} \\ m_{s2,s0} & m_{s2,s1} & m_{s2,s2} & m_{s2,s3} & m_{s2,s4} \\ m_{s3,s0} & m_{s3,s1} & m_{s3,s2} & m_{s3,s3} & m_{s3,s4} \\ m_{s4,s0} & m_{s4,s1} & m_{s4,s2} & m_{s4,s3} & m_{s4,s4} \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}] = \begin{bmatrix} m_{r0,r0} & m_{r0,r1} & m_{r0,r2} & m_{r0,r3} & m_{r0,r4} \\ m_{r1,r0} & m_{r1,r1} & m_{r1,r2} & m_{r1,r3} & m_{r1,r4} \\ m_{r2,r0} & m_{r2,r1} & m_{r2,r2} & m_{r2,r3} & m_{r2,r4} \\ m_{r3,r0} & m_{r3,r1} & m_{r3,r2} & m_{r3,r3} & m_{r3,r4} \\ m_{r4,r0} & m_{r4,r1} & m_{r4,r2} & m_{r4,r3} & m_{r4,r4} \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T = \begin{bmatrix} m_{s0,r0} & m_{s0,r1} & m_{s0,r2} & m_{s0,r3} & m_{s0,r4} \\ m_{s1,r0} & m_{s1,r1} & m_{s1,r2} & m_{s1,r3} & m_{s1,r4} \\ m_{s2,r0} & m_{s2,r1} & m_{s2,r2} & m_{s2,r3} & m_{s2,r4} \\ m_{s3,r0} & m_{s3,r1} & m_{s3,r2} & m_{s3,r3} & m_{s3,r4} \\ m_{s4,r0} & m_{s4,r1} & m_{s4,r2} & m_{s4,r3} & m_{s4,r4} \end{bmatrix}$$

$L_s$  : Inductance cyclique statorique.

$L_r$  : Inductance cyclique rotorique.

$M_{sr}, M_{rs}$  : Inductances mutuelles entre stator et rotor.

$$[M_{sr}] = [M_{rs}]^T$$

### IV.4. Equations mécaniques

Afin de concevoir le modèle complet, il faut ajouter nécessairement l'équation mécanique caractérisant le mode lent de la machine. Le Couple électromagnétique fourni par la machine est obtenu par dérivation de la coénergie, comme suit:

$$C_{em} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix}^T \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} [Ls] & [Msr] \\ [Mrs] & [Lr] \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \vec{I}_s \\ \vec{I}_r \end{pmatrix} \quad (III.7)$$

L'entrefer de la machine étant de largeur constante, seules les matrices [Msr] et [Mrs] dépendent de  $\theta$ . L'expression du couple devient :

$$C_{em} = \vec{I}_s^T \frac{\partial [Msr]}{\partial \theta} \vec{I}_r \quad (III.8)$$

Pour compléter le modèle, nous devons ajouter les équations mécaniques suivantes :

$$\frac{d\theta}{dt} = p \cdot \Omega$$

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega = C_{em} - C_r \quad (III.9)$$

Où :

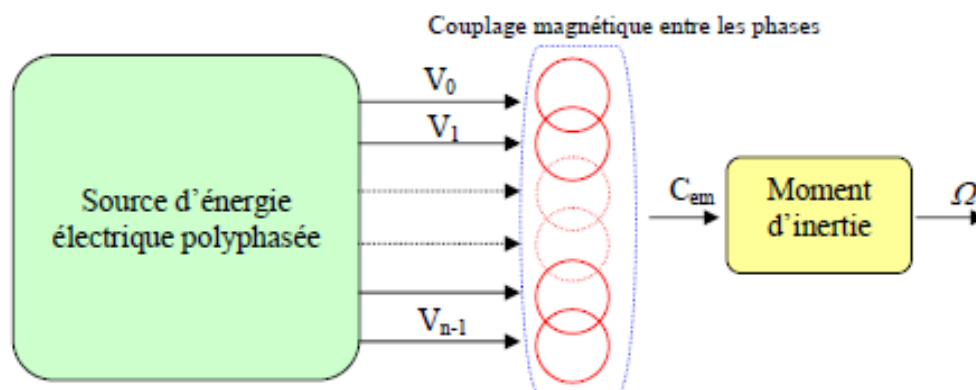
J : représente l'inertie de la machine.

f : le coefficient de frottement.

$C_r$  : le couple résistant.

Les relations (III.5), (III.6), (III.8) et (III.9) constituent un modèle électromécanique complet d'une machine polyphasée asynchrone, conformément aux hypothèses simplificatrices d'étude.

La figure suivante donne une représentation d'une machine polyphasée dans la base naturelle, sur laquelle, les différentes phases sont couplées magnétiquement [13], [15].



**Fig. III.1** : Représentation de la machine polyphasée dans la base naturelle

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

La modélisation dans la base naturelle ne permet jamais l'élaboration aisée du modèle. Il est maintenant nécessaire de modéliser la machine polyphasée dans une base telle qu'il y ait découplage magnétique.

### V. Modélisation de la machine dans la base propre

La modélisation dans la base naturelle rend la machine difficile à étudier, c'est-à-dire, difficile de connaître les grandeurs de sortie de la machine (vitesse, couple, ...etc.). Pour résoudre le problème, un changement de base est nécessaire afin de diagonaliser les matrices inductances puisqu'elles sont circulantes.

La diagonalisation des matrices inductances permet, non seulement d'éliminer le couplage magnétique, mais aussi de faciliter la commande de la machine.

#### V.1. Changement de base

Dans l'espace euclidien qui correspond aux grandeurs réelles de la machine, on distingue deux matrices de passage de la base naturelle vers la base de découplage selon la parité de nombre de phases [7].

$$T = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} 1 & \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{4\pi}{n}\right) \dots & \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) & \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \dots & \cos\left(\frac{(n-1)^2\pi}{n}\right) \\ 0 & \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) & \sin\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \dots & \sin\left(\frac{(n-1)^2\pi}{n}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

#### V.2. Propriétés des matrices de changement de base

Les matrices de transformation citées ci-dessus sont équivalentes à la matrice de Concordia, mais généralisées à un système polyphasé. Par conséquent, elles ont les mêmes propriétés que la matrice de Concordia, à savoir :

- La matrice transposée est la matrice inverse, c'est-à-dire elles conservent la puissance instantanée.
- La matrice inductance diagonale  $[L_{\text{diag}}] = T[L]T^t$ .

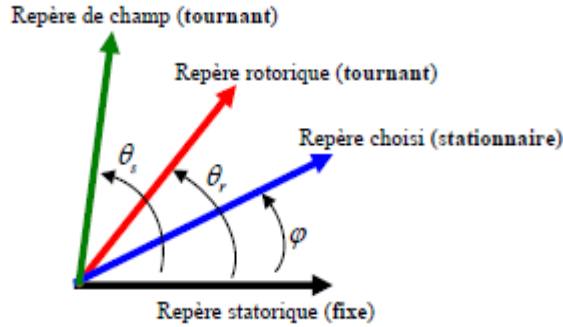
#### V.3. Matrices inductances de la machine dans la base de Concordia

La machine est initialement munie de deux repères :

- Un repère fixe lié au stator.
- Un repère tournant lié au rotor.

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

Le décalage instantané entre les deux repères correspond à la position instantanée du rotor.



**Fig. III.2 :** Repères de la machine

Afin d'exprimer toutes les grandeurs de la machine dans un même repère, les matrices inductances seront représentées dans un repère fixe décalé de  $\varphi$  par rapport au repère statorique (Figure II.1), sur lequel, on obtient les matrices suivantes :

$$[L_{SS}]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \lambda_{s0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{s1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{s2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{s(n-1)} \end{bmatrix}$$

$\lambda_s$  : représente les valeurs propres des inductances statoriques.

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} + 2m_{s0,s2} \dots + 2m_{s0,s\frac{(n-1)}{2}} \\ \lambda_{s1} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right) \dots + 2m_{s0,s\frac{(n-1)}{2}} \cos\left(\frac{(n-1)}{2}\left(\frac{2\pi}{n}\right)\right) \\ \vdots \\ \lambda_{s(n-1)} = m_{s0,s0} + 2m_{s0,s1} \cos\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right) \dots + 2m_{s0,s\frac{(n-1)}{2}} \cos\left(\frac{(n-1)}{2}\left(\frac{2(n-1)\pi}{n}\right)\right) \end{cases}$$

Si on suppose une répartition sinusoïdale des forces magnétomotrices, on trouve les valeurs propres de la matrice  $L_{SS}$  comme suit :

$$\begin{cases} \lambda_{s0} = \lambda_{s2} = \lambda_{s3} = \dots = \lambda_{s(n-2)} = l_{fs} \\ \lambda_{s1} = \lambda_{s(n-1)} = l_{fs} + \frac{n}{2} L_{ps} \end{cases}$$

$l_{fs}$  : Inductance de fuite statorique.

$L_{ps}$  : Inductance principale.

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

On trouve la même chose pour la matrice  $[L_{rr}]_{\text{diag}}$ , il suffit de changer l'indice s par r.

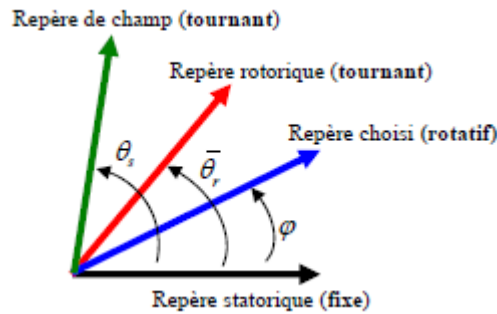
$$[M_{sr}]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} \lambda_{sr0} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_{sr1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{sr2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_{sr(n-1)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} \lambda_{sr0} = \lambda_{sr2} = \lambda_{sr3} = \dots = \lambda_{sr(n-2)} = 0 \\ \lambda_{sr1} = \lambda_{sr(n-1)} = \frac{n}{2} m_{rs} \cos(\theta) \end{cases}$$

Il est à noter que la transformation appliquée (Concordia) ne simplifie pas toutes les équations de la machine. La matrice inductance mutuelle stator/rotor reste encore variable en fonction de la position  $\theta$  [2], [4], [18], [20].

À présent, on va réaliser un autre changement de base, qui conduit à une relation matricielle indépendante de l'angle  $\theta$ . Pour cela, les matrices inductances diagonalisées seront représentées dans un repère tournant décalé de  $\varphi$  par rapport au stator (Figure III.1). Ce repère rotatif peut être obtenu en combinant la matrice de Concordia généralisée avec une matrice de rotation [R] suivante

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \sin(\varphi) & [0] \\ -\sin(\varphi) & \cos(\varphi) & [0] \\ [0] & [0] & Id^{(n-2)(n-2)} \end{bmatrix}$$



**Fig. III.3 :** Repères de la machine

Donc la nouvelle matrice de passage [P] de la base naturelle vers la base propre (repère rotatif décalé d'angle  $\varphi$  par rapport au stator) est la suivante :

$$[P] = [R].[T]$$

[T] : est la matrice de Concordia généralisée.

[P] : est appelée la matrice de Park généralisée.

Selon la parité de nombre de phases, on distingue deux matrices  $[P]$ :

**Cas de  $n$  impair**

$$P = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \cos(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & \cos(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & \cos(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ -\sin(\varphi) & -\sin(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & -\sin(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & -\sin(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \cos(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \dots & \cos(\frac{(n-1)^2\pi}{n}) \\ 0 & \sin(\frac{(n-1)\pi}{n}) & \sin(\frac{2(n-1)\pi}{n}) \dots & \sin(\frac{(n-1)^2\pi}{n}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

**Cas de  $n$  pair**

$$P = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \cos(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & \cos(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & \cos(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ -\sin(\varphi) & -\sin(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & -\sin(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & -\sin(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cos(\frac{(n-2)2\pi}{n}) & \cos(\frac{(n-2)4\pi}{n}) \dots & \cos(\frac{(n-2)(n-1)2\pi}{n}) \\ 0 & \sin(\frac{(n-2)2\pi}{n}) & \sin(\frac{(n-2)4\pi}{n}) \dots & \sin(\frac{(n-2)(n-1)2\pi}{n}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \dots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \dots & -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Il est à noter qu'à partir de la troisième ligne de la matrice  $P$ , il n'existe aucune variation en fonction de  $\varphi$ . Par conséquent, les composantes des grandeurs électriques (tension et courant) pour les rangs supérieurs à trois sont nulles (système équilibré).

Ce qui nous permet d'écrire la matrice de Park sous la forme suivante :

$$P = \sqrt{\frac{2}{n}} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \cos(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & \cos(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & \cos(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \\ -\sin(\varphi) & -\sin(\varphi - \frac{2\pi}{n}) & -\sin(\varphi - \frac{4\pi}{n}) \dots & -\sin(\varphi - \frac{2(n-1)\pi}{n}) \end{bmatrix}$$

Cette matrice permet de transformer un système polyphasé en un système diphasé appelé système (d,q) en conservant la puissance transmise et les forces magnétomotrices.

Pour simplifier encore les équations du modèle de la machine, ces transformations vont prendre un référentiel rotatif lié aux champs tournants ( $\varphi = \theta_s$ ).

## Chapitre III : Modélisation de la machine asynchrone pentaphasée

---

En appliquant ces matrices sur la machine pentaphasée ( $n = 5$ ), on obtient :

$$T = \sqrt{\frac{2}{5}} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\frac{2\pi}{5}) & \cos(\frac{4\pi}{5}) & \cos(\frac{6\pi}{5}) & \cos(\frac{8\pi}{5}) \\ 0 & \sin(\frac{2\pi}{5}) & \sin(\frac{4\pi}{5}) & \sin(\frac{6\pi}{5}) & \sin(\frac{8\pi}{5}) \\ 1 & \cos(\frac{4\pi}{5}) & \cos(\frac{8\pi}{5}) & \cos(\frac{12\pi}{5}) & \cos(\frac{16\pi}{5}) \\ 0 & \sin(\frac{4\pi}{5}) & \sin(\frac{8\pi}{5}) & \sin(\frac{12\pi}{5}) & \sin(\frac{16\pi}{5}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$[L_{SS}]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} lfs & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & lfs + \frac{5}{2}Lps & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & lfs & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & lfs + \frac{5}{2}Lps & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & lfs \end{bmatrix}$$

$$[L_{rr}]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} lfr & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & lfr + \frac{5}{2}Lpr & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & lfr & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & lfr + \frac{5}{2}Lpr & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & lfr \end{bmatrix}$$

$$[M_{sr}]_{\text{diag}} = [M_{rs}]_{\text{diag}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{2}m_{sr}\cos(\theta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2}m_{sr}\cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$$P = \sqrt{\frac{2}{5}} \begin{bmatrix} \cos(\varphi) & \cos(\varphi - \frac{2\pi}{5}) & \cos(\varphi - \frac{4\pi}{5}) & \cos(\varphi - \frac{6\pi}{5}) & \cos(\varphi - \frac{8\pi}{5}) \\ -\sin(\varphi) & -\sin(\varphi - \frac{2\pi}{5}) & -\sin(\varphi - \frac{4\pi}{5}) & -\sin(\varphi - \frac{6\pi}{5}) & -\sin(\varphi - \frac{8\pi}{5}) \end{bmatrix}$$

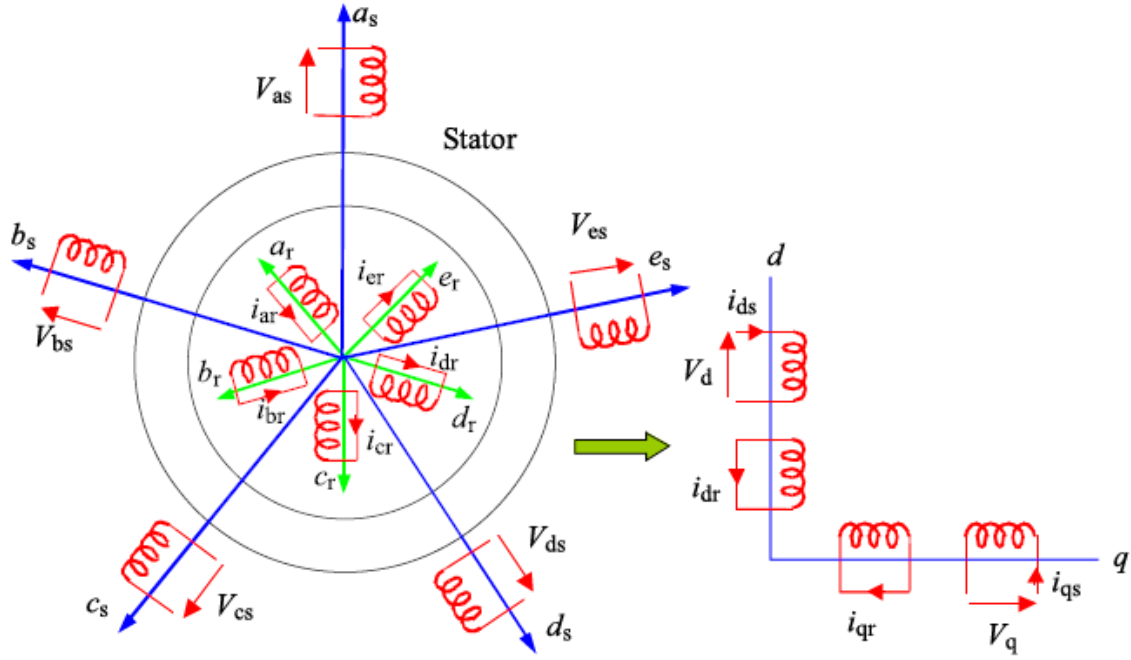


Fig. III.4 : représentation de la machine pentaphasée dans le repère (d,q).

#### V.4. Équations électriques

On applique la transformation précédente (Park) sur le système suivant :

$$\begin{cases} \vec{V}_s = [R_s] \vec{I}_s + \frac{d}{dt} \vec{\Phi}_s \\ \vec{V}_r = 0 = [R_r] \vec{I}_r + \frac{d}{dt} \vec{\Phi}_r \end{cases}$$

On obtient

$$\begin{cases} [P]^{-1} [V_{s(d,q)}] = [R_s] [P]^{-1} [I_{s(d,q)}] + \frac{d}{dt} ([P]^{-1} [\Phi_{s(d,q)}]) \\ [P]^{-1} [V_{r(d,q)}] = [0] = [R_r] [P]^{-1} [I_{r(d,q)}] + \frac{d}{dt} ([P]^{-1} [\Phi_{r(d,q)}]) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

En multipliant le système d'équations par  $[P]$ , on trouve :

$$\begin{cases} [V_{s(d,q)}] = [R_s] [I_{s(d,q)}] + [P] \frac{d}{dt} ([P]^{-1} [\Phi_{s(d,q)}]) \\ [V_{r(d,q)}] = [0] = [R_r] [I_{r(d,q)}] + [P] \frac{d}{dt} ([P]^{-1} [\Phi_{r(d,q)}]) \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} [V_{s(d,q)}] = [Rs][I_{s(d,q)}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s(d,q)}] + [P] \left( \frac{d}{dt} [P]^{-1} \right) [\Phi_{s(d,q)}] \\ [V_{r(d,q)}] = [Rr][I_{r(d,q)}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{r(d,q)}] + [P] \left( \frac{d}{dt} [P]^{-1} \right) [\Phi_{r(d,q)}] \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

D'autre part, on a :

$$[P] \left( \frac{d}{dt} [P]^{-1} \right) = \frac{d\theta}{dt} \begin{bmatrix} 0 & -1 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.13})$$

Donc les équations électriques (III.12) deviennent :

$$\begin{cases} [V_{s(d,q)}] = [Rs][I_{s(d,q)}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{s(d,q)}] + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \omega_s [\Phi_{s(d,q)}] \\ [V_{r(d,q)}] = [Rr][I_{r(d,q)}] + \frac{d}{dt} [\Phi_{r(d,q)}] + \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} (\omega_s - \omega) [\Phi_{r(d,q)}] \end{cases} \quad (\text{III.14})$$

D'où les équations électriques sous forme matricielle :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rs & 0 \\ 0 & Rs \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_s \\ \omega_s & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{rd} \\ V_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Rr & 0 \\ 0 & Rr \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_s - \omega) \\ (\omega_s - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.15})$$

Avec :

$$\omega_r = \omega_s - \omega$$

### V.5. Equations magnétiques

On applique la transformation de Park généralisée au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} [\Phi_s] = [L_{ss}][I_s] + [M_{sr}][I_r] \\ [\Phi_r] = [L_{rr}][I_r] + [M_{rs}][I_s] \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

On obtient :

$$\begin{cases} [P]^{-1} [\Phi_{s(d,q)}] = [L_{ss}][P]^{-1} [I_{s(d,q)}] + [M_{sr}][P]^{-1} [I_{r(d,q)}] \\ [P]^{-1} [\Phi_{r(d,q)}] = [L_{rr}][P]^{-1} [I_{r(d,q)}] + [M_{rs}][P]^{-1} [I_{s(d,q)}] \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

En multipliant le système d'équations par [P], on trouve :

$$\begin{cases} [\Phi_{s(d,q)}] = [P][L_{ss}][P]^{-1}[I_{s(d,q)}] + [P][M_{sr}][P]^{-1}[I_{r(d,q)}] \\ [\Phi_{r(d,q)}] = [P][L_{rr}][P]^{-1}[I_{r(d,q)}] + [P][M_{rs}][P]^{-1}[I_{s(d,q)}] \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} [\Phi_{s(d,q)}] = [L_{ss}]_{diag} [I_{s(d,q)}] + [M_{sr}]_{diag} [I_{r(d,q)}] \\ [\Phi_{r(d,q)}] = [L_{rr}]_{diag} [I_{r(d,q)}] + [M_{rs}]_{diag} [I_{s(d,q)}] \end{cases} \quad (\text{III.21})$$

Finalement, les équations magnétiques sous forme matricielle sont les suivantes :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_r & 0 \\ 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 \\ 0 & L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

### V.6. Equations mécaniques

Le couple électromagnétique fourni par la machine peut être obtenu à l'aide d'un bilan de puissance. La puissance instantanée est calculée par un simple produit scalaire entre le courant et la tension :

$$P = V_{sd} \cdot I_{sd} + V_{sq} \cdot I_{sq} + V_{rd} \cdot I_{rd} + V_{rq} \cdot I_{rq} \quad (\text{III.23})$$

En remplaçant les tensions par leurs expressions, on obtient l'équation suivante :

$$\begin{aligned} P = R_s(I_{sd}^2 + I_{sq}^2) + R_r(I_{rd}^2 + I_{rq}^2) + I_{sd} \frac{d\Phi_{sd}}{dt} + I_{sq} \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + I_{rd} \frac{d\Phi_{rd}}{dt} + I_{rq} \frac{d\Phi_{rq}}{dt} \\ + (\Phi_{sd} \cdot I_{sq} - \Phi_{sq} \cdot I_{sd}) \omega_s + (\Phi_{rd} \cdot I_{rq} - \Phi_{rq} \cdot I_{rd}) (\omega_s - \omega_r) \end{aligned} \quad (\text{III.24})$$

D'où :

$R_s(I_{sd}^2 + I_{sq}^2) + R_r(I_{rd}^2 + I_{rq}^2)$  : représente les pertes par effet joule.

$I_{sd} \frac{d\Phi_{sd}}{dt} + I_{sq} \frac{d\Phi_{sq}}{dt} + I_{rd} \frac{d\Phi_{rd}}{dt} + I_{rq} \frac{d\Phi_{rq}}{dt}$  : représente la puissance électromagnétique.

$(\Phi_{sd} \cdot I_{sq} - \Phi_{sq} \cdot I_{sd}) \omega_s + (\Phi_{rd} \cdot I_{rq} - \Phi_{rq} \cdot I_{rd}) (\omega_s - \omega_r)$  : représente la puissance mécanique.

$$\begin{aligned} C_{em} &= \frac{p}{2} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} \end{pmatrix}^T \left( \frac{\partial}{\partial \theta} \begin{bmatrix} [L_{ss}] & [M_{sr}] \\ [L_{ss}] & [L_{rr}] \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} I_{rd} \\ I_{rq} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \\ &= p L_m (I_{rd} \cdot I_{sq} - I_{rq} \cdot I_{sd}) = p \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{rd} \cdot I_{sq} - \Phi_{rq} \cdot I_{sd}) \end{aligned} \quad (\text{III.25})$$

On finalise le modèle par les équations suivantes :

$$\frac{d\theta}{dt} = p \cdot \Omega$$

$p$  : nombre de de paires de pôles.

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega = C_{em} - C_r$$

Le modèle électromécanique complet d'une machine asynchrone pentaphasée, représentée dans la base propre de Park, est donné comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma L_s \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{sd} \\ V_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -(R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r) & \omega_s \sigma L_s \\ -\omega_s \sigma L_s & -(R_s + \frac{L_m^2}{L_r^2} R_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_m}{T_r L_r} & \omega_r \frac{L_m}{L_r} \\ -\omega_r \frac{L_m}{L_r} & \frac{L_m}{T_r L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \\ \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \frac{L_m}{T_r} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{sd} \\ I_{sq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & (\omega_s - \omega) \\ -(\omega_s - \omega) & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} \\ C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} (\Phi_{rd} \cdot I_{sq} - \Phi_{rq} \cdot I_{sd}) \\ J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + f \cdot \Omega = C_{em} - C_r \end{array} \right.$$

Avec :

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{T_r L_r} : \text{Coefficient de fuites totales}$$

$$T_r = \frac{L_r}{R_r} : \text{Constante de temps rotorique}$$

### VI. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons établi deux modèles mathématiques et généraux pour toutes les machines asynchrones polyphasées, l'un est représenté dans la base naturelle, et l'autre dans la base propre de Park. Nous avons conclu que la modélisation de la machine dans la base naturelle est très compliquée. Pour cela, nous avons exploité les propriétés des matrices inductances de la machine (circularité et symétrie), qui nous ont ramenés à modéliser la machine dans la base de découplage, rendant les matrices inductances diagonales.

# Chapitre IV ---

## Simulation de la machine pentaphasée par Matlab

## I. Introduction

Dans le chapitre précédent, on a abouti au modèle mathématique d'une machine asynchrone pentaphasée. Ce dernier, sera introduit dans l'interface Simulink de logiciel Matlab à l'aide des blocs prédéfinis dans la bibliothèque Matlab Simulink.

Et pour assurer un fonctionnement à vitesse variable d'une telle machine asynchrone, il est nécessaire d'utiliser une source à fréquence variable contrôlable. Pour cela, le fonctionnement du système se fera à l'aide d'un convertisseur statique appelé onduleur, sa source d'entrée peut être du type source de tension, et en sortie du convertisseur. Nous nous intéressons aux onduleurs à deux niveaux ; et l'objectif de cette structure est de réduire l'amplitude des harmoniques injectés par l'onduleur.

Ce chapitre sera consacré à la simulation de cette machine à fin de procéder aux essais, notamment l'essai en régime sein et l'essai en régime dégradé. En fin on présentera les différentes caractéristiques menées d'explications.

## II. Alimentation directe

Dans cet essai l'alimentation de la machine se réalise avec cinq tensions sinusoïdales décalées de  $72^\circ$  électrique entre elles, de fréquence de 50 Hz, de même valeur efficace 220V délivrées directement par le réseau (fictif).

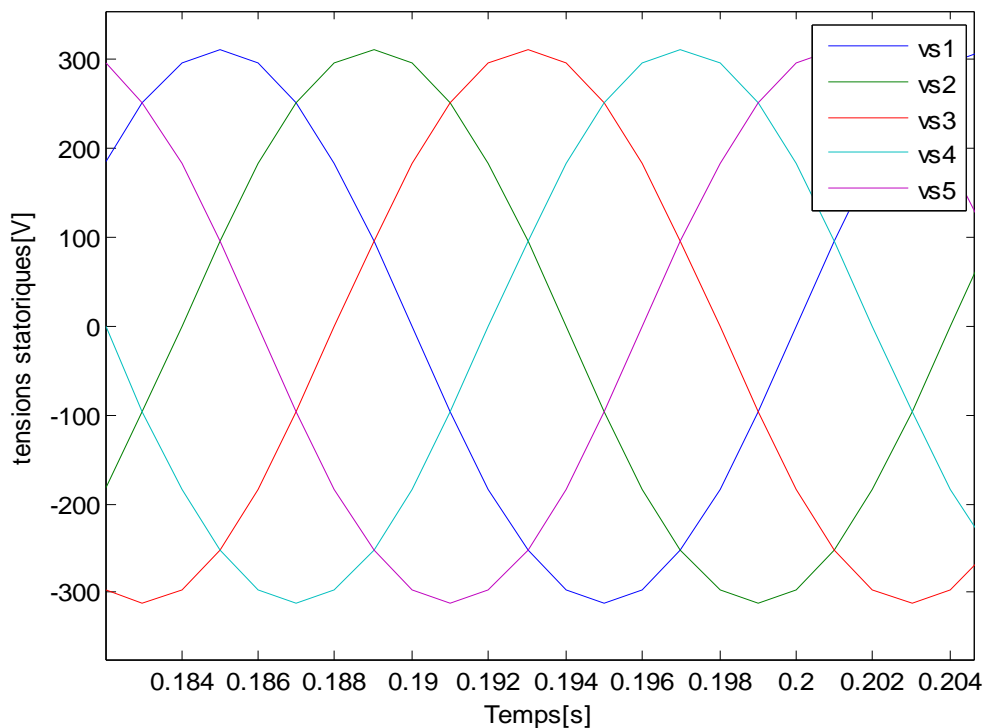


Fig. IV.1 : système de tension pentaphasé équilibré

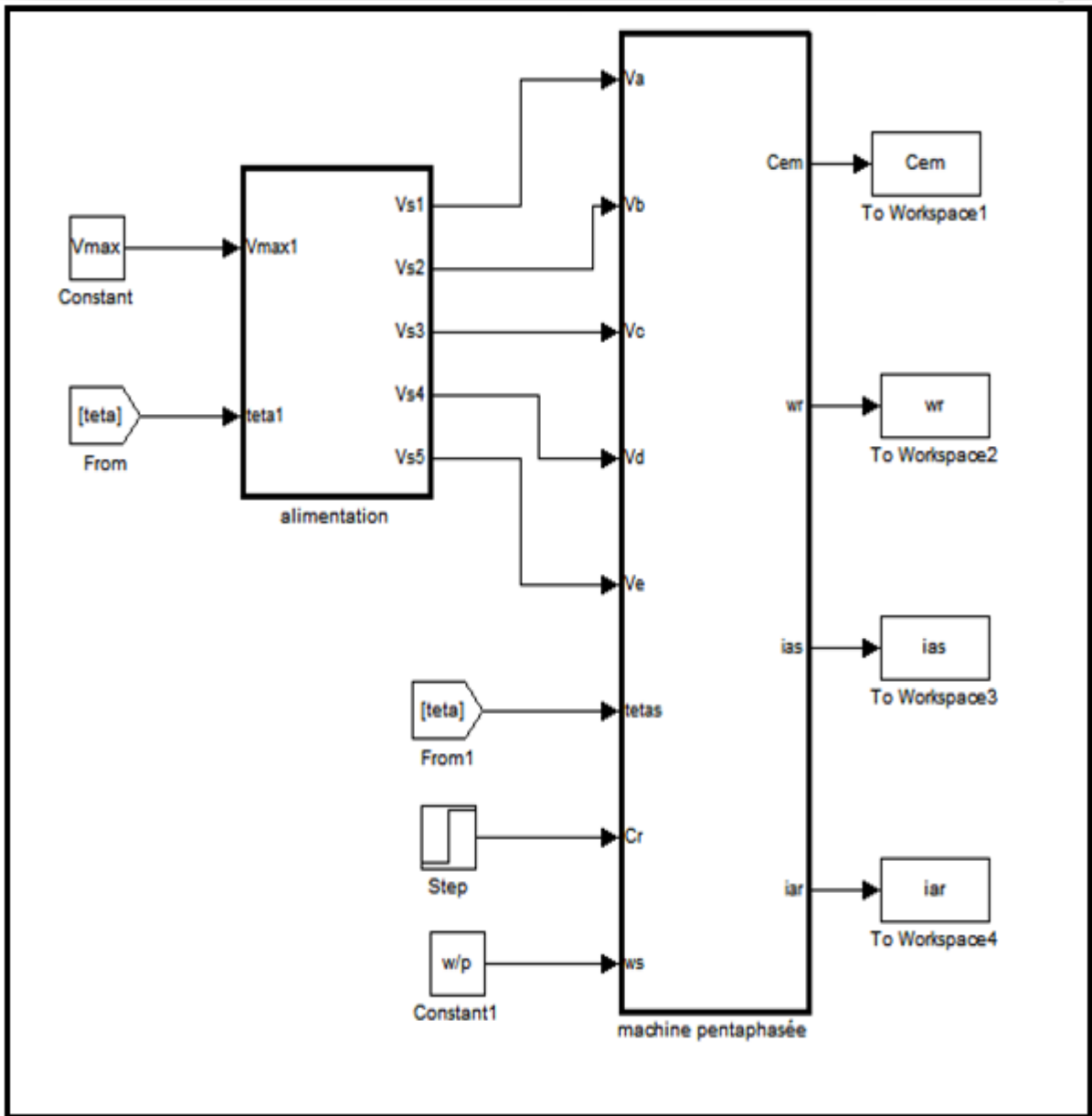


Fig. IV.2 : bloc alimentation-machine

## II.1. Résultats et interprétations

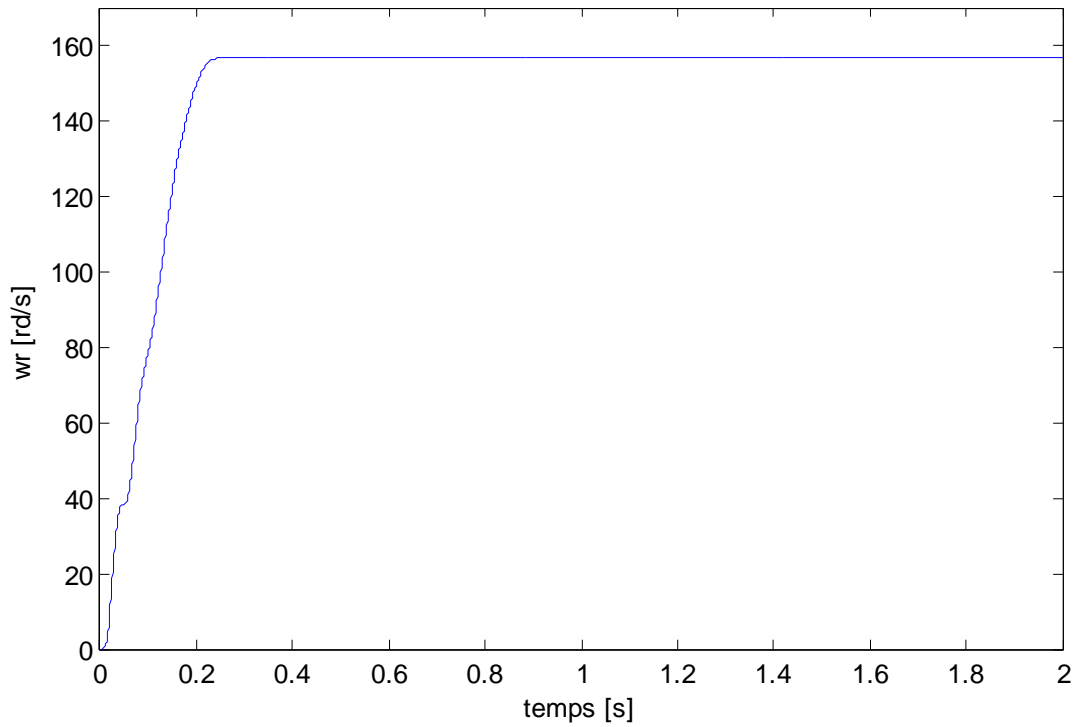


Fig. IV.3 : vitesse de rotation en fonction du temps.

Comme le montre la figure ci-dessus, la réponse de la vitesse de rotation est du système de premier ordre, son régime transitoire a duré **0.25 s**, qui correspond au démarrage de la machine, puis se stabilise à **156.8 rd/s**.

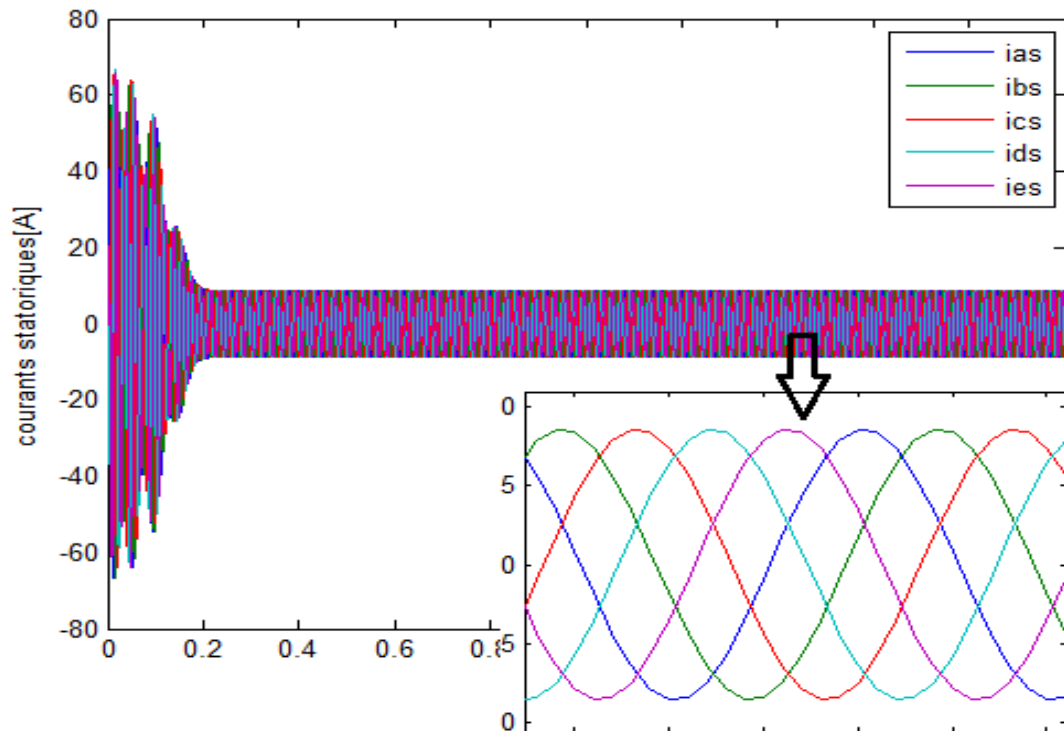


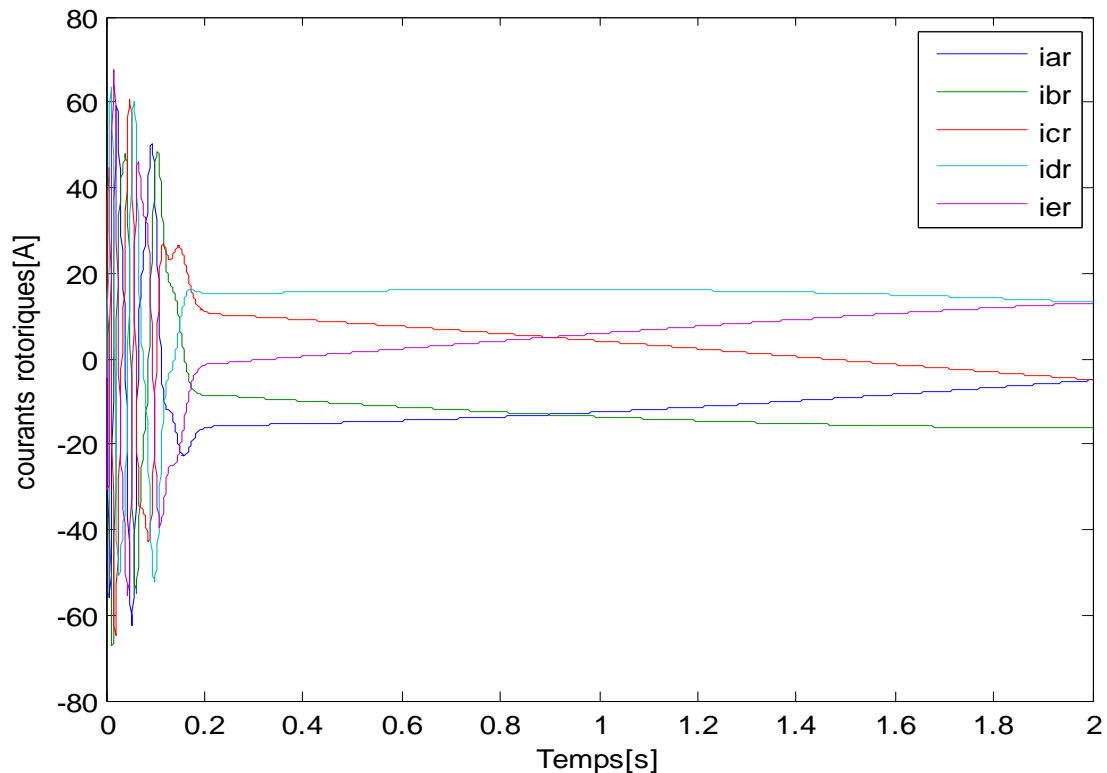
Fig. IV.4 : Les courants statoriques.

## Chapitre IV : simulation de la machine pentaphasée par Matlab

Au régime transitoire un pic de courant s'établi dans le moteur, ce sont les courants de démarrage pour vaincre l'inertie du rotor, ces courants représentent l'un des grands problèmes de la machine asynchrone.

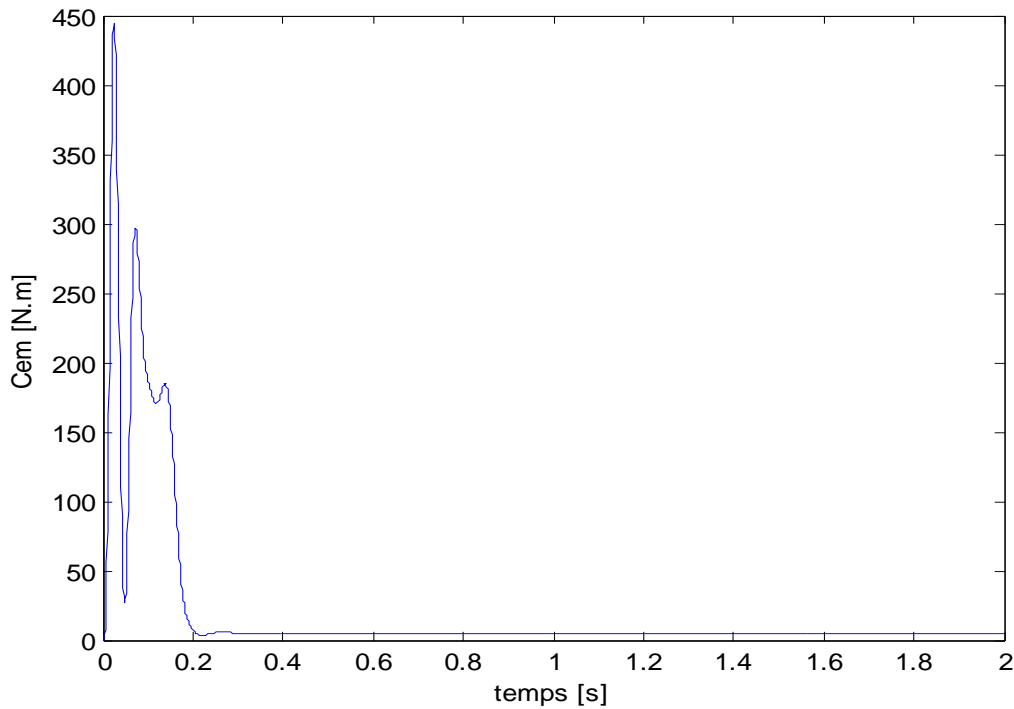
La force contre-électromotrice qui s'oppose à la tension appliquée est nulle au démarrage, il apparait un courant intense, ce courant est de l'ordre de 8 fois le courant nominal, ce qui crée à la fois une contrainte au moteur lui-même et une gêne pour le réseau.

Beaucoup de solution sont apportées pour réduire le courant de démarrage, comme par exemple, «le démarrage étoile-triangle, démarrage par rhéostat» et le démarrage par variateur de fréquence à l'aide des méthodes d'électronique de puissance.



**Fig. IV.5 :** Les courants rotoriques.

On constate que les courants rotoriques ont la même allure que les courants statoriques, mais avec une faible fréquence puisque le moteur tourne à vide.



**Fig. IV.6 :** Couple électromagnétique en fonction du temps.

Le couple électromagnétique au régime transitoire représente un couple pulsatoire aperiodique, avec un couple de démarrage qui atteint une valeur importante ( $C_{em}= 440$  N.m), puis il atteint son régime permanent après **0.25 s**.

### III. Alimentation avec onduleur

#### III.1. Structure de l'onduleur

L'onduleur de tension est un convertisseur statique constitué de cellules de commutation généralement à transistors ou à thyristor. Il permet d'imposer à la machine des ondes de tensions d'amplitudes et de fréquence variables à partir d'une source de tension continue [5].

L'onduleur qui sera utilisé est un onduleur pentaphasé à deux niveaux. Il se compose de cinq bras identiques constitué chacun de deux interrupteurs commandables montés en série, chaque interrupteur est composé d'un transistor et d'une diode montée en tête bêche. Le schéma structurel d'un tel onduleur pentaphasé à deux niveaux illustré par la figure IV.7

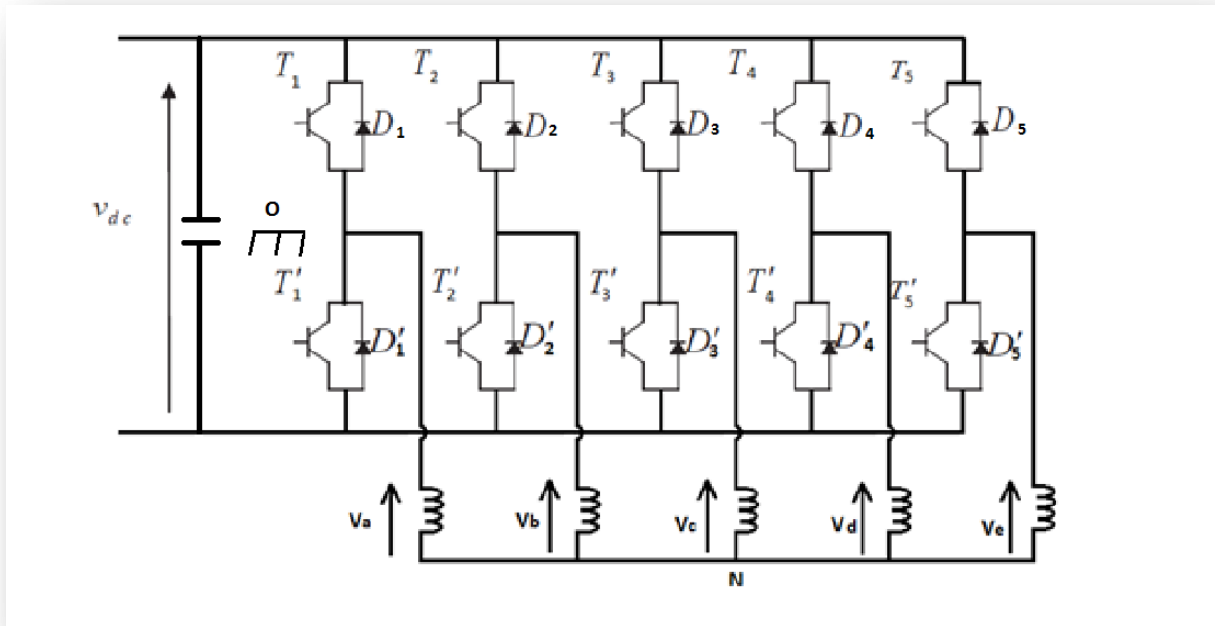


Fig. IV.7 : Structure générale d'un onduleur pentaphasé

Les interrupteurs doivent être commandés de manière complémentaire pour assurer la continuité des courants alternatifs dans la charge d'une part, et d'éviter le court-circuit de la source d'autre part.

### III.2. Modélisation de l'onduleur

La symétrie des bras de l'onduleur nous permet de simplifier l'étude de l'onduleur à un seul bras.

Pour simplifier le modèle de l'onduleur, on suppose que [18], [19]:

- La commutation des interrupteurs est instantanée.
- La chute de tension aux bornes des interrupteurs est négligeable (supposés idéalisés),
- La charge est équilibrée couplée en étoile avec neutre isolé.

Sur la base de ces hypothèses, chaque couple Transistor-diode est équivalent à un seul interrupteur bidirectionnel commandé par le signal  $B_{ks}$  (Figure IV.8)

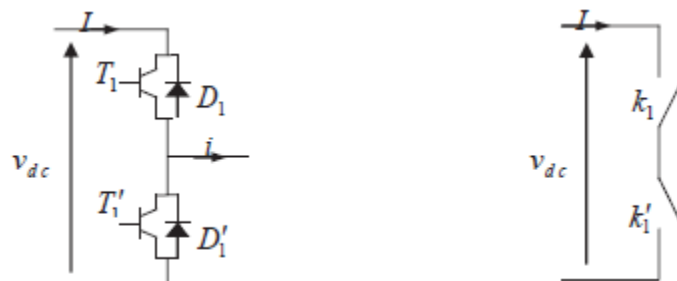


Fig. IV.8 : Interrupteur bidirectionnel équivalent de la paire transistor-diode

### III.2.1. Commandabilité de l'onduleur

La commandabilité de l'onduleur consiste à appliquer des signaux  $B_k$  aux bases des transistors pour pouvoir passer entre les différentes configurations de l'onduleur. Ceci signifie que l'onduleur associé à la machine lui impose au niveau de ses enroulements statoriques, une tension de forme et d'amplitude bien précises. Cette commande s'appelle commande externe.

### III.2.2. Fonctions de connexion des interrupteurs

$B_k = \overline{B'_k}$  , si seulement l'un des deux est commandé à la fermeture, si non ils peuvent être commandés à l'ouverture au même temps

Avec  $B_k$  le signal de la commande du transistor  $T_k$  du bras k

Donc, on définit la fonction de connexion de chaque interrupteur  $TD_k$  comme étant une fonction qui décrit l'état ouvert ou fermé de celui-ci

$$\begin{cases} F_k = 1 & \text{si } k_k \text{ est fermé et } k'_k \text{ est ouvert} \\ F_k = 0 & \text{si } k_k \text{ est ouvert et } k'_k \text{ est fermé} \end{cases}$$

Où k est le numéro du bras ( $k=1:5$ )

Dans ces conditions on peut écrire les tensions de phases  $V_{AN}, V_{BN}, V_{CN}, V_{DN}, V_{EN}$  en fonction des signaux de commande  $F_k$  :

$$V_{AN,BN,CN,DN,EN} = F_k \cdot V_{dc} \quad \text{IV.1}$$

$V_{dc}$  : la tension d'entrée de l'onduleur qui est continue.

### III.2.3. Fonction de conversion

Les tensions composées  $V_{AO}, V_{BO}, V_{CO}, V_{DO}, V_{EO}$  sont définies par les relations suivantes tenant compte du point fictif « O » figure (IV.7) :

$$\begin{cases} V_{AO} = V_{AN} + V_{NO} = F_1 \cdot V_{dc} \\ V_{BO} = V_{BN} + V_{NO} = F_2 \cdot V_{dc} \\ V_{CO} = V_{CN} + V_{NO} = F_3 \cdot V_{dc} \\ V_{DO} = V_{DN} + V_{NO} = F_4 \cdot V_{dc} \\ V_{EO} = V_{EN} + V_{NO} = F_5 \cdot V_{dc} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V_{AN} = V_{AO} - V_{NO} \\ V_{BN} = V_{BO} - V_{NO} \\ V_{CN} = V_{CO} - V_{NO} \\ V_{DN} = V_{DO} - V_{NO} \\ V_{EN} = V_{EO} - V_{NO} \end{cases} \quad \text{IV.2}$$

Les tensions  $V_{AN}, V_{BN}, V_{CN}, V_{DN}, V_{EN}$  forment un système de tensions pentaphasé équilibré :  $V_{AN} + V_{BN} + V_{CN} + V_{DN} + V_{EN} = 0$  donc :

$$V_{NO} = \frac{V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} + V_{DO} + V_{EO}}{5} \quad \text{IV.3}$$

Où

$V_{NO}$  : Tension de neutre de la machine par rapport au point fictif M.

On remplace (IV.3) dans (IV.2) on obtient :

$$V_{AN} = V_{AO} - \frac{V_{AO} + V_{BO} + V_{CO} + V_{DO} + V_{EO}}{5}$$

$$V_{AN} = \frac{4V_{AO} - V_{BO} - V_{CO} - V_{DO} - V_{EO}}{5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_{AN} = \frac{4V_{AO} - V_{BO} - V_{CO} - V_{DO} - V_{EO}}{5} \\ V_{BN} = \frac{-V_{AO} + 4V_{BO} - V_{CO} - V_{DO} - V_{EO}}{5} \\ V_{CN} = \frac{-V_{AO} - V_{BO} + 4V_{CO} - V_{DO} - V_{EO}}{5} \\ V_{DN} = \frac{-V_{AO} - V_{BO} - V_{CO} + 4V_{DO} - V_{EO}}{5} \\ V_{EN} = \frac{-V_{AO} - V_{BO} - V_{CO} - V_{DO} + 4V_{EO}}{5} \end{array} \right. \quad \text{IV.4}$$

L'utilisation de l'expression (III.1) permet d'établir les équations instantanées des tensions simples en fonction des signaux de commande :

$$\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \\ V_{DN} \\ V_{EN} \end{bmatrix} = \frac{V_{dc}}{5} \begin{bmatrix} 4 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & 4 & -1 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \\ F_5 \end{bmatrix} \quad \text{IV.5}$$

### III.3. Stratégie de commande de l'onduleur pentaphasé à deux niveaux

#### III.3.1. Commande Triangulo-sinusoidale

Le principe de cette stratégie consiste à utiliser les intersections d'une onde de référence ou modulante (qui est l'image de l'onde de sortie qu'on veut obtenir) généralement sinusoïdale avec une porteuse triangulaire bipolaire (Figure IV.9). Deux paramètres caractérisent cette stratégie :

- L'indice de modulation  $m$  qui est défini comme étant le rapport de la fréquence de la porteuse  $f_p$  et la fréquence de la tension de référence  $f$  :

$$m = \frac{f_p}{f}$$

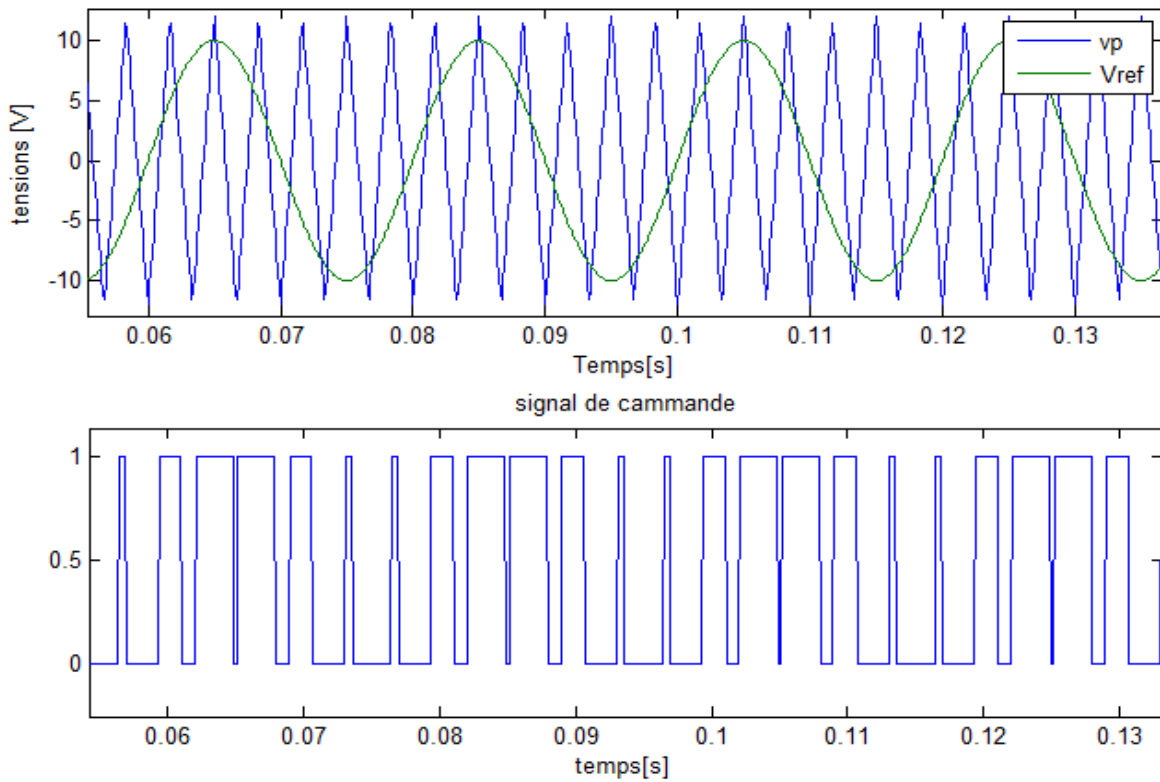
- Taux de modulation  $r$  qui est le rapport de l'amplitude de la tension de référence Taux  $V_m$  et celle de la porteuse  $U_{pm}$  :

$$r = \frac{V_m}{U_{pm}}$$

## III.3.2. Algorithme de commande

L'algorithme de la commande de la stratégie Triangulo-sinusoidale pour l'onduleur à deux niveaux pour un bras k est donnée comme suit :

$$\begin{cases} V_{refk} \geq V_p \Rightarrow V_k = V_{dc} \\ V_{refk} < V_p \Rightarrow V_k = 0 \end{cases} \quad \text{IV.7}$$



**Fig. IV.9:** Principe de la stratégie triangulo-sinusoidale

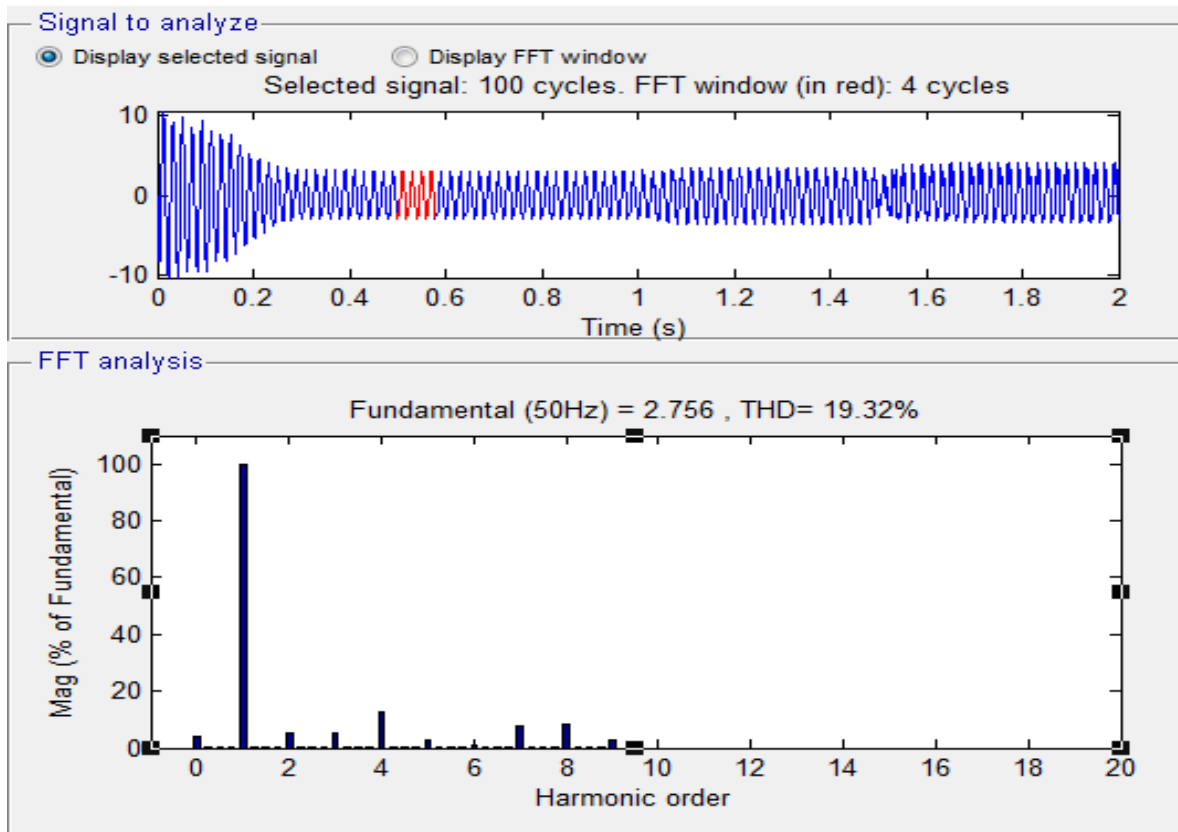


Fig. IV.10 : le niveau d'harmonique d'une phase statorique pour  $m = 6$

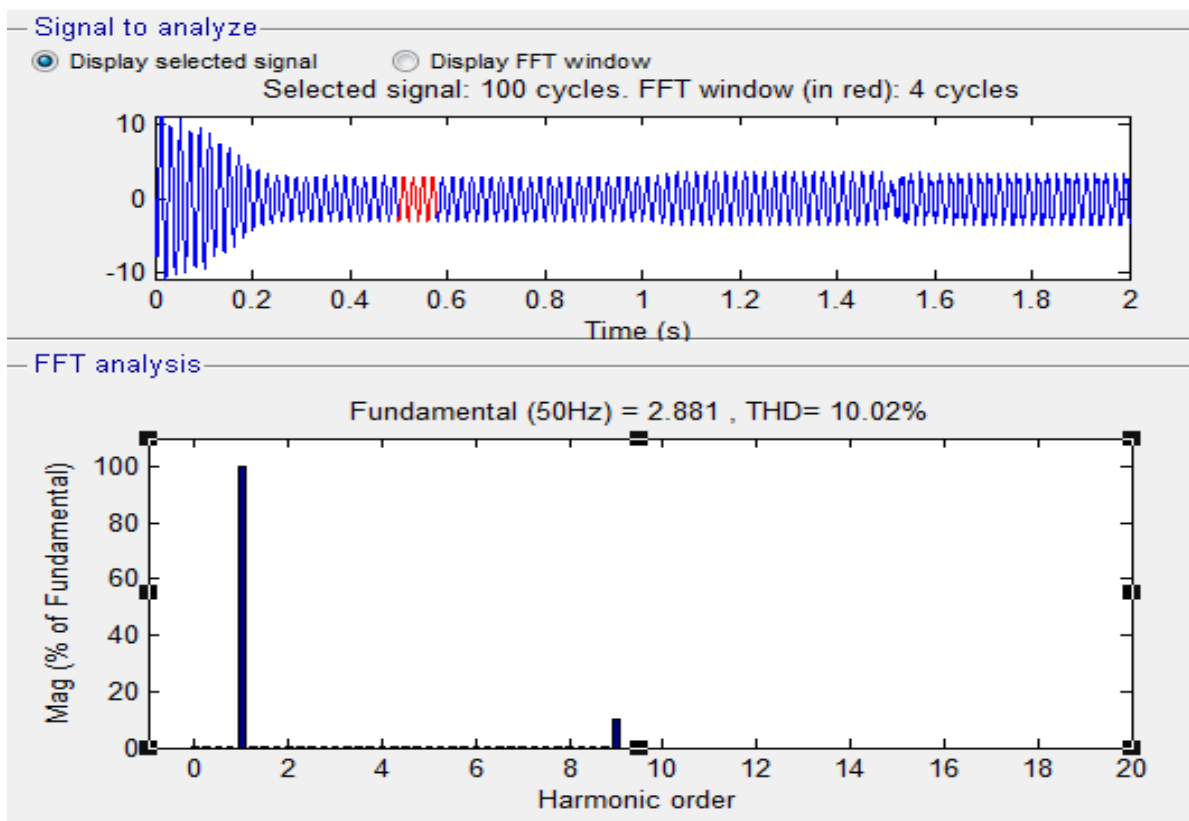


Fig. IV.11 : le niveau d'harmonique d'une phase statorique pour  $m = 15$

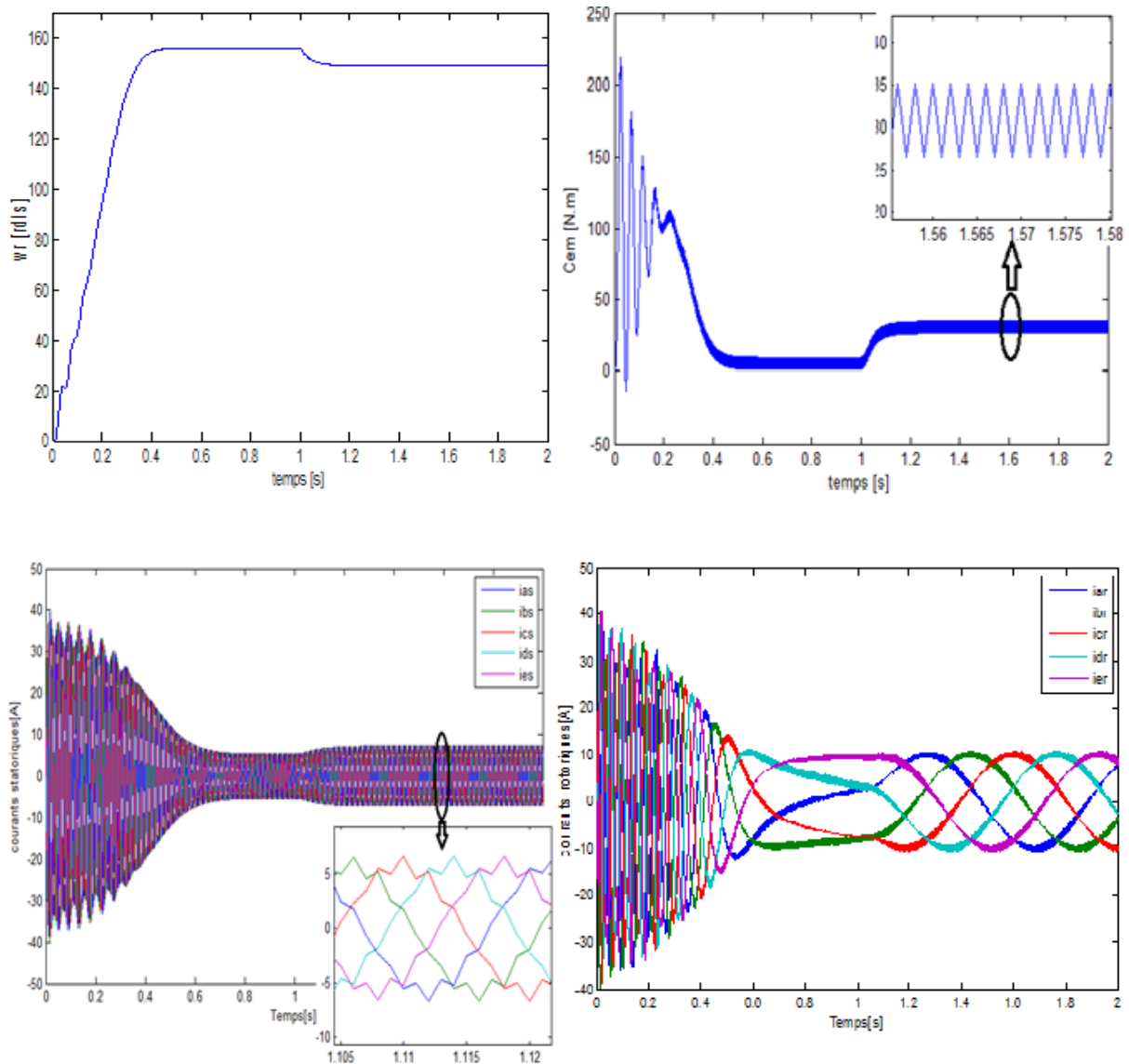
## III.4. Résultats et interprétations

Les figures IV.10 et IV.11 représentent le courant d'une phase statorique pour  $m=6$  et  $m=15$  respectivement. On constate que la fréquence d'ondulation du courant est inversement proportionnelle à l'indice de modulation  $m$ , et que les harmoniques sont poussées vers les fréquences élevées.

## III.5. Simulation de l'ensemble onduleur-machine

### III.5.1. Régime sain

Dans cet essai, la machine est alimentée par un onduleur pentaphasé. Le démarrage sera à vide, et à l'instant  $t=1$  s une charge de 16 N.m sera imposée pour voir le comportement de cette machine.



**Fig. IV.12:** Résultats des simulations : démarrage à vide suivie d'une application d'un couple de charge de 16 N.m à l'instant 1 s.

## Chapitre IV : simulation de la machine pentaphasée par Matlab

---

La montée en vitesse est quasi linéaire au début du démarrage, la vitesse atteinte est proche de vitesse de synchronisme, car le moteur étant à vide. Lors de l'application d'un couple de charge à  $t = 1$  s, pour la machine, une diminution permanente de la vitesse apparaît, ceci est dû au fait qu'il n'y pas de régulation.

Le couple électromagnétique a augmenté après l'application de la charge, ça explique que la puissance du moteur reste constante, autrement dit le couple est inversement proportionnel à la vitesse.

### III.5.2. Régime dégradé

#### III.5.2.1. Différents types de défauts dans les machines électriques

##### III.5.2.1.1. Au niveau de la machine

- **Les défauts de bobinage statorique**

Ceux-ci peuvent être soit une **ouverture**, soit un **court circuit** d'une ou de plusieurs phases du bobinage statorique. Dans le cas d'une spire court-circuitée, la machine peut continuer à fonctionner, mais si le courant de court-circuit est important il peut entraîner une surchauffe de l'enroulement statorique et ainsi amplifier le défaut en produisant des courts-circuits entre deux phases ou entre une phase et le neutre de la machine.

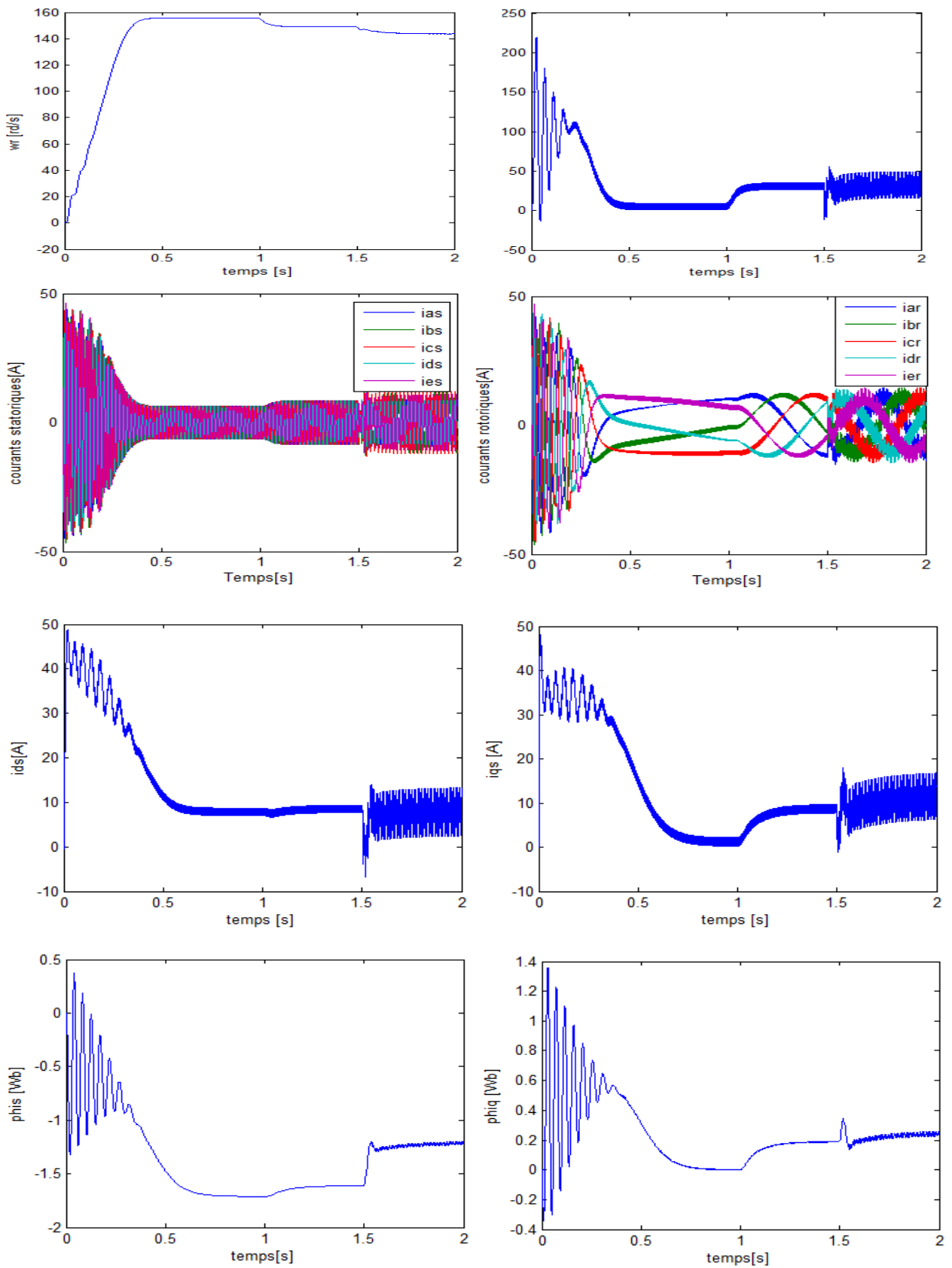
- **Les excentricités**

Les excentricités peuvent être **statiques**, **dynamiques** ou **mixtes**. Il s'agit d'un mauvais positionnement du rotor par rapport au stator qui peut avoir pour origine un mésalignement du à un pliement de l'axe ou un défaut de roulement. La conséquence de ce type de défauts est le déséquilibre de la force électromagnétique appliquée au rotor ce qui augmente l'excentricité, la conséquence finale pouvant être le frottement entre le stator et le rotor.[5]

##### III.5.2.1.2. Les défauts au niveau de l'onduleur

Une perte d'une ou plusieurs phases dans l'onduleur peut surgir lors de fonctionnement. Elle est généralement causée par une défaillance des composants électroniques tels que les transistors et les thyristors.

La figure suivante représente le comportement de la machine après l'insertion d'une charge nominale ( $16 \text{ N}\cdot\text{m}$ ) à l'instant  $t = 1\text{s}$ , et l'ouverture d'une phase à l'instant  $t = 1.5\text{s}$ .



**Fig. IV.13 :** Résultats des simulations : Comportement du moteur après l'ouverture d'une phase à l'instant 1,5 second

## Chapitre IV : simulation de la machine pentaphasée par Matlab

---

Dans cet essai, la machine a été soumise à l'instant  $t = 1.5 \text{ s}$  à un défaut dans l'une des phases du moteur (phase ouverte) pour pouvoir connaître son impact sur le fonctionnement du moteur. La simulation a montré que le moteur reste fonctionnel avec une vitesse légèrement chutée. Le couple est un peu pulsatoire à cause d'un déséquilibre dans l'alimentation, mais toujours suit le couple de charge.

### IV. Conclusion :

Nous avons procédé, dans ce chapitre, à plusieurs essais, sur la machine asynchrone pentaphasée, séparés en deux parties. La première partie était un essai avec une alimentation directe sans aucune charge appliquée. La deuxième, constituée de plusieurs essais en régime sain et en régime dégradé, réalisés avec une alimentation via un onduleur à MLI contrôlé en tension.

Après comparaison entre les résultats obtenus dans les deux parties, nous avons constaté que l'onduleur à MLI permet de contrôler la tension et d'améliorer le facteur de puissance, la distorsion des courants en ligne et le taux d'harmoniques de la tension du réseau.

Nous avons conclu aussi que la machine pentaphasée continue de fonctionner quand une interruption d'une phase d'onduleur se produit. Les autres phases injectent plus de courant afin de fournir la puissance demandée par la charge.

---

# Conclusion générale

## Conclusion générale

---

Afin d'étudier la machine asynchrone pentaphasée, (cinq phases) alimentée par un réseau pentaphasé équilibré, et de connaître ses comportements soit en fonctionnement normal ou bien face à une coupure d'une phase d'alimentation qui peut surgir lors de son fonctionnement, nous avons procédé dans notre présent travail à la modélisation et la programmation des différents essais simulants, en tenant compte de quelques hypothèses simplificatrices, des phénomènes réels.

Nous avons présenté, dans un premier chapitre, une introduction qui a pour but l'initiation du lecteur aux différents types de machines polyphasées classées par rapport à leurs nombre de phases et nous avons présenté des exemples pour chaque type. Nous avons, ensuite, montré les domaines d'application de ces dites machines et présenté leurs avantages notamment la segmentation de puissance, la fiabilité et la minimisation des ondulations du couple. D'autre part, nous avons présenté les inconvénients que posent ces machines.

En second chapitre nous avons introduit les outils mathématiques qu'on a utilisés dans la modélisation de la machine pentaphasée, objet de présent travail. Nous avons imposé des hypothèses de travail afin de faciliter la représentation vectorielle des inductances, propres et mutuelles, de la machine. Les matrices obtenues nous ont montré qu'il existe un couplage magnétique entre les différentes phases qu'on a pu éliminer en changeant la base d'étude, à l'aide de la matrice de Concordia. Après découplage, nous avons procédé à la diagonalisation des matrices afin de faciliter davantage les calculs.

La principale partie de notre mémoire réside dans le troisième chapitre dont nous avons procédé à la modélisation de la machine pentaphasée alimentée par un réseau pentaphasé équilibré dans la base naturelle dans un premier temps. Ensuite, nous avons réalisé un changement de base, de la base naturelle vers la base propre de Park, en utilisant la transformée de Park. Nous avons, pour cela, créé les différentes matrices constituées d'équations mécaniques et électriques reflétant les phénomènes produits dans la machine. Nous avons également imposé des hypothèses simplificatrices pour rendre le travail moins complexe.

Dans le quatrième et dernier chapitre nous avons simulé plusieurs essais sur la machine pentaphasée alimentée par un réseau pentaphasé équilibré. Ces essais se divisent en deux parties par rapport à la méthode d'alimentation. Dans la première partie, nous avons réalisé une alimentation directement du réseau. Les résultats nous ont montré un bon fonctionnement de la machine, à vide et en charge. Nous avons conclu qu'avec ce genre d'alimentation on ne peut pas diminuer l'ondulation des courants, contrairement aux essais réalisés dans la deuxième partie avec une alimentation via un onduleur à MLI contrôlé en tension dont nous avons la possibilité d'améliorer le facteur de puissance, la distorsion des courants en ligne et le taux d'harmoniques de la tension et courants du réseau, en agissant sur l'indice de modulation. Nous avons également réalisé une simulation d'un régime dégradé où la machine perd une phase d'alimentation lors de son fonctionnement. Nous avons conclu que malgré cela la machine pentaphasée asynchrone continue de fonctionner, et les autres phases d'alimentation fournissent plus d'intensité afin d'assurer la puissance demandée par la charge.

# Bibliographie

---

- [1] J.F. Doyon « Etude et simulation des groupes convertisseurs-machines synchrones à six phases »  
Thèse de Magister , École De Technologie Supérieure,  
Université Du QUÉBEC, septembre 2011
- [2] Levi, E., M. Jones, S. N. Vukosavic et H. A. Toliyat. 2004. « A novel concept of a multiphase, multimotor vector controlled drive system supplied from a single voltage source inverter ». *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 19, no 2, p. 320-335.
- [3] Vizireanu, D., S. Brisset, X. Kestelyn, P. Brochet, Y. Milet et D. Laloy. 2007. « Investigation on multi-star structures for large power direct-drive wind generator ». *Electric Power Components and Systems*, vol. 35, no 2 (Fév.), p. 135-152.
- [4] Franck Scuiller. « Développement d'outils de conception de Machines polyphasées \_a aimants utilisant l'Approche multimachines » Thèse de Doctorat en Génie Électrique, École Nationale Supérieure D'Arts et Métiers de Lille (ENSAM). Déc. 2006.
- [5] F. Locment « Conception et modélisation d'une machine synchrone à 7 phases à aimants permanents et flux axial : commande vectorielle en modes normal et dégradé » Thèse de Doctorat en Génie Électrique, Université de Lille. Déc. 2006.
- [6] X. Kestelyn « Modélisation Vectorielle Multimachines pour la Commande des Ensembles Convertisseurs-Machines Polyphasés » université de Lille 1. 2004
- [7] K. M. Weber, « Adjustable speed AC drive systems for North Sea gas pipelines », *ABB Review Issue*, no. 9/94, pp. 4-9.
- [8] H. Godfroi, P. Bosc, « Large variable speed drives using synchronous motors and frequency converters », *Alstom Review*, no. 6, 1986.
- [9] J. Hamel, H. May, « Locomotive à moteurs synchrones", *Revue Jeumont*, no. 34, 1982.
- [10] G. Pasqualini, « Alimentation par convertisseurs statiques : régimes transitoires », collection *Techniques de l'Ingénieur D3562 vol. D6*, 1997.
- [11] P. Vas, « Vector control of AC machines », Clarendon Press, Oxford, 1988.
- [12] H. A. Toliyat, T. A. Lipo, J. C. White, « Analysis of a Concentrated Winding Induction Machine for Adjustable Speed Drive Applications-part II (Motor Design and Performance) », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 6, no. 4, pp. 685-692, Dec. 1991.
- [13] E. A. Klingshirn, « High phase order induction motors", Part I and II, *IEEE Trans. Power Apparatus System*, vol. PAS-102, pp. 47-49, 1983.
- [14] N. Moubayed, F. Meibody-Tabar, B. Davat, I. Rasoanarivo, « Conditions of Safety Supplying of DSIM by two PWM-VSI », *EPE '99*, Lausanne.
- [15] Yifan Zaho, Thomas A. Lipo « Space Vector PWM Control of Dual Three-Phase Induction Maching Using Vector Space Decomposition » *IEEE Transactions on Industry Applications*, Vol. 31. No 5, September 1995.
- [16] Y. Zhao, "Vector space decomposition modelling and control of multiphase induction machines », Ph. D. Dissertation, University of Wisconsin, Madison, 1995.

- [17] Y. Zhao, T. A. Lipo, « Modeling and Control of Multi-Phase Induction Machine with Structural Unbalance », IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 11, no. 3, pp. 578-584, Sept. 1996.
- [18] .B. Boubakr «Commande vectorielle d'une machine asynchrone polyphasée alimentée par onduleur à trois niveaux» Thèse de Magister en Automatique, ENP d'Alger, Octobre 2010.
- [19]C.Benzazah, M. Ait Lafkih « Etude comparative entre deux topologies d'onduleurs triphasés, classique à 2-niveaux et NPC à 3-niveaux avec deux différentes méthodes de commande MLI-ST et SWM » ISSN 2028-9324 Vol. 9 No. 2 Nov. 2014
- [20 ] X.Kestelyn « Modélisation vectorielle multi-machines pour la commande des ensembles convertisseurs-machines polyphasées » Thèse de Doctorat en Génie Électrique, Université de Lille I. Déc. 2003.
- [21] Y.Crévits « Caractérisation et commande des entraînements polyphasés mode dégradé d'alimentation » Thèse de Doctorat en Génie Electrique, université de Lille I. juillet 2010

Annexe

---

## Produit scalaire

L'application  $f$  de  $E \times E$  dans  $\mathbf{R}$  est un produit scalaire si elle est :

- Bilinéaire :

$\forall y \in E$ , l'application  $x \rightarrow f(x, y)$  est linéaire

$\forall x \in E$ , l'application  $y \rightarrow f(x, y)$  est linéaire

- Symétrique :

$\forall x \in E, \forall y \in E / f(x, y) = f(y, x)$

- Positive :

$\forall x \in E, f(x, x) \geq 0$

- Définie :

$\forall y \in E / f(x, y) = 0 \Rightarrow x = 0$

## Espace vectoriel euclidien

Un espace euclidien est un espace vectoriel sur le corps des nombres réels  $\mathbf{R}$  sur lequel est défini un produit scalaire réel.

## Espace vectoriel

Définition : soit  $IK$  un corps quelconque, un espace vectoriel sur  $IK$  est un ensemble  $E$  muni de deux lois une loi additive qui fait de  $E$  un groupe abélien et une loi externe

$(\alpha, \vec{x}) \rightarrow \alpha\vec{x}$  de  $IK \times E \rightarrow E$  vérifiant :

## Morphisme

Soit  $f$  une application linéaire d'un espace vectoriel de départ  $E$  vers un espace vectoriel d'arrivée  $F$ .  $f$  est un morphisme si :

$$f(\vec{x} + \vec{y}) = f(\vec{x}) + f(\vec{y}) \quad \forall \vec{x}, \vec{y} \in E$$

C'est le cas des matrices inductances d'une machine électrique.

- un épimorphisme est un morphisme surjectif.
- un isomorphisme est un morphisme bijectif entre les deux espaces vectoriels.
- un endomorphisme est un morphisme pour lequel l'espace de départ et d'arrivée sont confondus.
- un automorphisme est un endomorphisme bijectif.

## Vecteur propre

Soit  $E$  un espace vectoriel de type fini sur  $IK$  ( $IK = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ ) et  $f$  un endomorphisme de  $E$ , un vecteur  $\vec{e}$  de  $E$  est appelé vecteur propre de  $f$  s'il vérifie les deux conditions :

- $\vec{e}$  est non nul;

- il existe un élément  $\lambda$  du corps des scalaires  $IK$  tel que  $f(\vec{e}) = \lambda \cdot \vec{e}$ .

### Valeur propre

Soit  $E$  un espace vectoriel de type fini sur  $IK$  ( $IK = \mathbf{R}$  ou  $\mathbf{C}$ ) et  $f$  un endomorphisme de  $E$ . Un élément  $\lambda$  du corps des scalaires  $IK$  est appelé valeur propre de  $f$ , s'il existe un vecteur  $\vec{e}$  non nul, tel que  $f(\vec{e}) = \lambda \cdot \vec{e}$ .

Autrement dit,  $\vec{e}$  est un vecteur propre de  $f$  si et seulement si :

$$\lambda \in IK \text{ et } \exists \vec{e} \in E, \vec{e} \neq 0 / (f - \lambda \cdot Id_e)(\vec{e}) = 0.$$

### Remarque :

Si  $\lambda$  est une valeur propre de l'endomorphisme  $f$  et  $\vec{e}$  est un vecteur propre associé à  $\lambda$ , alors  $\lambda^n$  est une valeur propre de l'endomorphisme  $f^n$  et le même vecteur propre  $\vec{e}$  est associé à  $\lambda^n$ .

### Endomorphisme diagonalisable

Étant donné un espace vectoriel  $E$  de type fini sur un corps  $IK$  égal à  $\mathbf{R}$  ou à  $\mathbf{C}$ , et  $f$  un endomorphisme de  $E$ , trouver une condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une base formée de vecteurs propres de  $f$ , telle que la matrice de  $f$  par rapport à cette base soit diagonale. Il existe donc une matrice inversible  $P$  de changement de base tel que :

$$A = P \cdot D \cdot P^{-1}$$

$A$  : est la matrice associée à  $f$  par rapport à la base naturelle de  $E$ .

$P$  : est la matrice de passage de la base naturelle à la base propre.

$D$  : est la matrice diagonale trouvée associée à  $f$  par rapport à la base propre.

### Matrice circulante

En algèbre linéaire, la matrice circulante est une matrice carrée dans laquelle on passe d'une ligne à la suivante par permutation circulaire (décalage vers la droite) des coefficients. Une matrice circulante de taille  $n$  est donc de la forme :

$$C = \begin{bmatrix} C_0 & C_1 & C_2 & \dots & C_{n-1} \\ C_{n-1} & C_0 & C_1 & \dots & C_{n-2} \\ C_{n-2} & C_{n-1} & C_0 & \dots & C_{n-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_1 & C_2 & C_3 & \dots & C_0 \end{bmatrix}$$

Où les coefficients  $C_j$  sont des nombres complexes.

La réduction des matrices circulantes fait intervenir les formules de la transformation de Fourier discrète. En analyse numérique, les systèmes circulants peuvent être résolus très efficacement par transformée de Fourier rapide.

## Matrice Symétrique

Toute matrice symétrique à coefficients réels est diagonalisable sur  $\mathbf{R}$  ensemble des nombres réels, et il existe une base orthonormée de vecteurs propres.

Caractéristique du moteur : Moteur asynchrone à cage.

- Nombre de phases : 5
- Puissance nominale : 2.75 kW
- Vitesse nominale : 1450 tr/min
- Tension simple nominale : 220 V
- Courant nominal : 3.2 A
- Couple nominal : 16 N.m
- Résistance statorique : 10 Ohm
- Résistance rotorique : 6.3 ohm
- Inductance de fuite statorique : 40 mH
- Inductance de fuite rotorique : 40 mH
- Inductance statorique : 0.46 mH
- Inductance rotorique : 0.46 mH
- Inductance magnétisante : 0.42 H
- Moment d'inertie : 0.05 Kg.m<sup>2</sup>
- Coefficient de frottement : 0.0012 N.m.s