

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI OUZOU  
FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE



# *Mémoire de fin d'études*

*En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'Etat en Electrotechnique.  
Option : Machines électriques*

## THÈME

*Etude par Méthode Stochastique de l'Effet de  
Distribution des Conducteurs sur les Performances  
d'un Dispositif Electromagnétique*

*Proposé par :  
Mr : H. MOHELLEBI*

*Dirigé par :  
Mr : H. MOHELLEBI  
et  
Mr : A. DICHE*

*Réalisé par :  
Mr : DAF YUCEF*

*Promotion 2011*

## *Remerciements*

*Je tiens à remercier M<sup>r</sup> A.DICHE et M<sup>r</sup> H.MOHELLEBI qui m'ont suivi et aidé tout au long de ce travail.*

*Ma profonde gratitude va également aux membres de jury qui me feront l'honneur d'évaluer mon travail.*

*J'adresse mes remerciements particuliers et vifs à mes parents ,ma famille et surtout Mr D.AZWAVE.*

*Que soient associés à ces remerciements mes deux freres (Rachid et Rabah),et mes amis (Z.hakim,Z.Sofiane,S.krimo et M.Karim).*

## *Dédicaces*

*Je dédie ce modeste travail :*

*A ma source de bonheur :*

*A mon père, ma mère pour leur amour, leur bonté, leur sacrifice, leurs encouragements perpétuels, leur soutien, puisse Dieu prolonger leur vie dans le bonheur.*

*A mes deux grandes mères*

*A mes deux frères Rachid et Rabah*

*A mes tentes et oncles*

*A mes cousins et mes cousines*

*A tous mes collègues et amis : Krime, Smail, Sofiane, Hakim, Karim, Nacera, Lynda, Karima, Nassima et sont petit ange Yani..*

*A tous ceux que j'aime*

*Daf youcef*

# Sommaire

<b>Introduction générale</b> .....	01
<b>Chapitre I</b>	<b>Equations de Maxwell</b>
Introduction .....	02
I-1- Equations de Maxwell .....	02
I-1-1-Equation du flux magnétique .....	02
I-1-2-Equation de Maxwell-Faraday.....	02
I-1-3-Equation de Maxwell-Gauss .....	02
I-1-4-Equation de Maxwell-Ampère .....	03
I-2-Linéarité des équations .....	03
I-3-continuités et discontinuités du champ électromagnétique.....	04
I-4-Champs et potentiels.....	04
I-5-L'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) .....	05
I-6-Equation locale de conservation de la charge .....	06
I-7-Bilan énergétique.....	06
I-8-Vecteur de POYNTING.....	07
I-9-Densité volumique d'énergie électromagnétique .....	07
I-10-Equation de maxwell en régime harmonique.....	07
I-11-Relation du milieu.....	07
I-12-Loi d'Hom .....	07
I-13-Relations de passage.....	08
I-14-Hypothèses simplificatrices.....	08
I-15-Phénomènes électromagnétiques .....	09
I-15-1-Equation magnétostatique bidimensionnelle.....	09
I-15-2-Formulations en termes de potentiel vecteur magnétique .....	10
I-16-Equation magnétodynamique bidimensionnelle .....	12
I-17-Formulations en terme de potentiel vecteur magnétique .....	12
I-18-Conditions aux limites .....	13
I-19-Conclusion .....	14

## Chapitre II Méthodes de Monte- Carlo

Introduction .....	15
II-01- Historique de ces méthodes .....	15
II-02-Intégration unidimensionnelle.....	16
II-03-Intégrale multiple.....	17
II-04-Intégration par simulation de Monte-Carlo.....	17
II-05-Avantage et inconvénient de cette méthode .....	18
II-06-Méthodes de Monte Carlo par chaine de Markov .....	19
II-07- Echantillonnage de variables aléatoires .....	19
II-08-Utilité de la méthode MCMC .....	19
II-09-Propriétés importantes des chaines de Markov .....	20

## Chapitre III Application

Introduction .....	21
III-1- Description du dispositif .....	21
III-2-Caractéristiques du dispositif .....	21
➤ Hypothèse de simplification .....	22
III-3-Traitement du problème électromagnétique.....	22
III-3-1-Génération aléatoire des conducteurs dans l'encoche.....	22
III-3-2-Résolution du problème électromagnétique .....	23
1-Maillage .....	23
2-Ecriture du problème sous forme des équations aux dérivées partielles ....	24
a) Sans courants induits .....	24
b) Avec courant induit dans la tôle .....	24
3- les conditions aux limites .....	24
III-4-Influence de la répartition aléatoire des conducteurs .....	25
III -4-1- 1 <sup>er</sup> Cas : 40 conducteurs .....	26
➤ Test N°1.....	26
➤ Test N°2.....	28
➤ Test N°3 .....	30
➤ Comparaison. I.....	32

III -4-2- 2 <sup>ème</sup> cas : pour 30 conducteurs.....	33
➤ Test N°1 .....	33
➤ Test N°2 .....	35
➤ Test N°3.....	37
➤ Comparaison. II .....	39
III-5-Conclusion.....	40
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>41</b>

# Introduction générale

---

## Introduction générale

Le développement et le progrès réalisé dans plusieurs domaines de l'industrie est du à l'évolution des études menées afin d'améliorer et avoir plus de performances, plus d'efficacités dans la construction et la réalisation.

Cette tâche nécessite une bonne compréhension des principes de fonctionnement et des connaissances sur les phénomènes agissant et leurs influences. Donc, il s'agit de traduire ces phénomènes en un modèle mathématique qui nous permettra de les exprimer sous forme d'équations.

La difficulté de la résolution de ces équations, vue leur complexités, a conduit à l'établissement de divers méthodes de résolutions. Parmi ces méthodes, nous avons opté pour la méthode des éléments finis, qui consiste à utiliser une approximation simple des variables inconnues pour transformer les équations aux dérivées partielles en équations algébriques.

Notre travail consiste en l'étude de l'influence de l'effet de la répartition aléatoire des conducteurs dans l'encoche sur le comportement d'une machine asynchrone.

Le manuscrit est réparti comme suit :

Chapitre 1 : présente les équations de Maxwell

Chapitre 2 : présente les méthodes de Monte-Carlo

Chapitre 3 : présente l'application et les différents résultats obtenus.

Enfin, nous terminons par une conclusion générale.

**Introduction : [4]**

Ces équations sont appelées aussi, équation générales de l'électromagnétisme, elles sont au nombre de quatre, elles permettent de décrire la plupart des phénomènes électromagnétiques.

Elles donnent ainsi, un cadre mathématique précis au concept fondamental de champ introduit en physique par Faraday dans les années 1830.

Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, les champs électrique et magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variable. Dans le cas le plus général, il faut donc parler du champ électromagnétique, la dichotomie électrique/magnétique étant une vue de l'esprit.

**I.1. Equations de Maxwell [2]****I.1.1. Equation du flux magnétique**

Cette équation est indépendante des sources. Sa forme intégrale, obtenue en écrivant :

$$\oiint_s \vec{B} \, ds = 0 \quad (\text{I.1})$$

- Le flux de  $\vec{B}$  à travers toute surface fermée est nul. C'est une propriété intrinsèque de  $\vec{B}$  qui montre que le champ magnétique ne peut diverger à partir de points de l'espace, ou encore qu'il n'existe pas de charges magnétiques. Cette équation est indépendante du temps et s'impose donc à tout champ magnétique, en régime permanent comme en régime variable.

**I.1.2. Equation de Maxwell-Faraday**

Cette équation est indépendante des sources. Sa forme intégrale est :

$$\iint_s \text{rot} \vec{E} \, ds = \oint_c \vec{E} \, dl = \frac{d}{dt} \left( \iint_s \vec{B} \, ds \right) = - \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{I.2})$$

Cette équation décrit tous les phénomènes d'induction et montre qu'un champ magnétique variable peut créer un champ électrique à circulation non nulle.

**I.1.3. Equation de Maxwell-Gauss**

Cette équation relie le champ électrique à ses sources. Sa forme intégrale est :

$$\iiint_s \text{div} \vec{E} \, d = \oiint_s \vec{E} \, ds = \iiint \frac{\rho}{\epsilon_0} \, d = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0} \quad (\text{I.3})$$

La constante  $\epsilon_0$ , appelée permittivité du vide s'exprime en  $\text{F.m}^{-1}$  et vaut :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36 \pi 10^9} \text{F.m}^{-1}$$

### I.1.4. Equation de Maxwell-Ampère

Cette équation relie le champ magnétique à ses sources et au champ électrique.

Sa forme intégrale est :

$$\iint_s \vec{\text{rot}} \vec{B} \, ds = \oint_s \vec{B} \, dl = \mu_0 \iint_s \vec{j} \, ds + \mu_0 \epsilon_0 \iint_s \frac{d\vec{E}}{dt} \, ds \quad (\text{I.4})$$

➤ **En régime stationnaire :**

Nous retrouvons le théorème d'Ampère qui montre que le champ  $\vec{B}$  tourne autour des courants. Le terme supplémentaire en  $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$  indique qu'un champ électrique variable est source de champ magnétique.

La constante  $\mu_0$ , appelée perméabilité du vide s'exprime en  $\text{H.M}^{-1}$  et vaut

$$\mu_0 = 4 \pi 10^{-7} \text{H.m}^{-1}$$

➤ **Remarque 1 :** Ces équations couplent bien  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  qui ne peuvent être, dans le cas général, calculés indépendamment l'un de l'autre.

➤ **Remarque 2** en prenant la divergence de l'équation (I.4), on aura :

$$\text{div} \vec{j} + \epsilon_0 \text{div} \left( \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = 0 \text{ soit, en intervertissant les dérivations par rapport au temps}$$

et à l'espace, et en utilisant l'équation (I.3) on aura :

$$\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0. \text{ L'équation de conservation de la charge est bien satisfaite.}$$

## I.2. Linéarité des équations

La linéarité des équations de Maxwell est fondamentale [9] : elle permet d'affirmer que si une distribution de charges et de courants  $D_1$  crée le champ

$(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$  et une distribution  $D_2$  crée le champ  $(\vec{E}_2, \vec{B}_2)$ , la superposition des

distributions  $D_1$  et  $D_2$  crée le champ  $(\vec{E}_1 + \vec{E}_2, \vec{B}_1 + \vec{B}_2)$ .

### I.3. Continuités et discontinuités du champ électromagnétique

Le modèle limite des distributions surfaciques de charges et de courants entraîne des discontinuités des champs  $\vec{E}$  et une charge ( $c$ ) à la traversée de telles distributions [9]. Les équations de Maxwell permettent de déterminer ces discontinuités :

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12} \end{array} \right. \quad (\text{I.5})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12} \\ \vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12} \end{array} \right. \quad (\text{I.6})$$

Ces relations font apparaître la possibilité d'une discontinuité de la composante normale de  $\vec{E}$  et la continuité de la composante tangentielle de  $\vec{E}$ .

Elles font également apparaître la possible discontinuité des composantes tangentielles de  $\vec{B}$  et la continuité de la composante normale de  $\vec{B}$ .

Il est important de bien comprendre que les discontinuités des champs disparaissent pour des distributions volumiques de charges et de courants.

### I.4. Champs et potentiels

- Existence de potentiels [4] associés aux champs :

De l'équation (01) :  $\text{div } \vec{B} = 0$  implique qu'il existe un vecteur  $\vec{A}$ , appelé potentiel-vecteur, tel que  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ , puisque tout champ de vecteurs à divergence nulle dérive d'un rotationnel.

D'après l'équation (I.2) :  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$

On a alors :  $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t}(\text{rot } \vec{A}) = -\text{rot } \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

$$\text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = \vec{0} \quad (\text{I.7})$$

Or, tout champ de vecteurs à rotationnel nul dérivant d'un gradient, il existe donc un scalaire  $V$ , appelé potentiel, tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad } V \quad (\text{I.8})$$

Au couple  $(\vec{E}, \vec{B})$  on vient donc d'associer un couple  $(\vec{A}, V)$  de potentiels reliés aux champs par :

$$\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} ;$$

$$\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$$

Notons dès à présent que le lien entre  $\vec{B}$  et  $\vec{A}$  est le même en régime variable et en régime permanent, puisqu'il est directement issu de  $\text{div } \vec{B} = 0$ , ce qui n'est pas le cas de  $\vec{E}$  .

➤ **Remarque** : Pour un couple  $(\vec{E}, \vec{B})$  donné, on a en fait une infinité de couples  $(\vec{A}, V)$  possibles. Supposons en effet qu'on en ait trouvé un noté  $(\vec{A}_0, V_0)$  et soit  $\varphi(M, t)$  une fonction scalaire quelconque. Si l'on écrit  $\vec{A} = \vec{A}_0 + \text{grad } \varphi$ , on a encore  $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$

. Pour obtenir le même  $\vec{E}$ , il suffit de définir un nouveau potentiel  $V$  tel que

$$-\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad } V_0 - \frac{\partial \vec{A}_0}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

Ce qui donne  $V = V_0 + \frac{\partial \varphi}{\partial t}$  . On peut construire ainsi une infinité de couples de potentiels donnant les mêmes champs.

Cette indétermination des potentiels ne pose pas de réels problèmes puisqu'elle ne remet pas en cause l'unicité des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  pour une distribution de charges et courants donnée. Notons qu'il existe un moyen de lever au moins partiellement cette indétermination en imposant une relation supplémentaire entre, ce qui constitue un « choix de jauge ».

### I.5. L'approximation des régimes quasi-stationnaires [3]

Les équations de Maxwell et les champs qui en découlent pourront être étudiés dans 3 grands types de circonstances qui sont :

1) Le cas le plus général correspondant aux régimes variables, où les 4 équations s'écrivent dans leur forme complète :

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{I.8})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.9})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{I.10})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (\text{I.11})$$

2) Le cas particulier des régimes permanents, où toute dépendance vis-à-vis du temps disparaît. Les 4 équations prennent alors la forme simplifiée mais exacte :

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.12})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{E} = 0 \quad (\text{I.13})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{I.14})$$

$$\vec{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \quad (\text{I.15})$$

3) Le cas intermédiaire des régimes quasi-stationnaires, encore appelé Approximation des Régimes Quasi Stationnaires où les 4 équations prennent une forme approchée.

## I.6. Equation locale de conservation de la charge :

Dans un conducteur dans le cadre de l'ARQS :

Après le développement on aura :

$$\text{div} \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.16})$$

$\vec{J}$  : est à flux conservatif

## I.7. Bilan énergétique

Le bilan énergétique traduisant l'évolution de l'énergie du champ électromagnétique contenue dans un volume  $V$  délimité par la surface fermée  $S$  s'écrit :

➤ **Sous forme intégrale** : est donnée par

$$\iiint_V \frac{\partial w}{\partial t} d\tau = -\iiint_V \vec{J} \cdot \vec{E} d\tau - \iint_S \vec{P} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{I.17})$$

➤ **Sous forme locale** : est donnée par

$$\operatorname{div} \vec{P} + \frac{\partial w}{\partial t} + \vec{J} \cdot \vec{E} = 0 \quad (\text{I.18})$$

**I.8. Vecteur de POYNTING** : est donné par

$$\vec{P} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad (\text{I.19})$$

**I.9. Densité volumique d'énergie électromagnétique**

$$w = \frac{\epsilon_0}{2} \vec{E}^2 + \frac{1}{2\mu_0} \vec{B}^2 \quad (\text{I.20})$$

**I.10. Equation de Maxwell en régime harmonique [1]**

Elles sont données par les expressions suivantes :

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{I.21})$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -j\omega \vec{B} \quad (\text{I.22})$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (\text{I.23})$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{d\vec{D}}{dt} \quad (\text{I.24})$$

**I.11. Relations du milieu**

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{I.25})$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{I.26})$$

**I.12. Loi d'Ohm**

$$\vec{j}_i = \sigma \vec{E}_i \quad (\text{I.27})$$

L'équation électromagnétique en régime harmonique en terme potentiel vecteur  $\vec{A}$ , est comme suit:

$$\frac{1}{\mu} \operatorname{rot} (\operatorname{rot} \vec{A}) + j\omega \vec{A} = \vec{j}_s \quad (\text{I.28})$$

L'équation en termes champs magnétique  $\mathbf{H}$  :

$$\text{rot}(\text{rot}\vec{H}) + j\mu\omega\vec{H} = 0 \quad (\text{I.29})$$

### I.13. Relations de passage [8]

Aux interfaces, entre deux milieux (1) et (2) de propriétés physiques différentes, des relations de passages doivent être vérifiées :

- Pour les grandeurs électriques :

$$(\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) \wedge \mathbf{n} = 0 \quad (\text{I.30})$$

$$(\mathbf{D}_1 - \mathbf{D}_2) \cdot \mathbf{n} = \rho_s \quad (\text{I.31})$$

- Pour les grandeurs magnétiques

$$(\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (\text{I.32})$$

$$(\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) \wedge \mathbf{n} = \mathbf{k} \quad (\text{I.33})$$

- Pour la densité de courant :

$$(\mathbf{j}_1 - \mathbf{j}_2) \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (\text{I.34})$$

Avec :

$\vec{n}$  : est la normale à l'interface séparant les deux milieux.

$\vec{k}$  et  $\rho_s$  respectivement les densité de courant et la charge électrique portées la surface de séparation.

Ces relations montrent la continuité des composantes tangentielles du champ électrique et normal de l'induction magnétique et la densité de courant, ainsi que la discontinuité des composantes tangentielles du champ magnétique et normales de l'induction électrique par la présence du courant et des charges.

### I.14. Hypothèses simplificatrices [8]

1) En électrotechnique les fréquences usuelles sont inférieures aux radios fréquences qui sont d'ordre de  $10^{12}$  Hz. D où, on néglige le terme  $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right)$  devant

le terme de conduction  $\left(\sigma \vec{E}\right)$

2) En régime sinusoïdal le rapport  $\frac{j_D}{J_c}$  nous permet de déduire lequel des phénomènes de conduction ou déplacement domine dans le milieu étudié.

En effet :

$$\vec{j}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = j\omega\epsilon \vec{E} \quad (\text{I.35})$$

$$\vec{j}_c = \sigma \vec{E} \quad (\text{I.36})$$

$$\text{D'où : } \frac{\|\vec{j}_D\|}{\|\vec{j}_c\|} = \frac{\omega\epsilon\|\vec{E}\|}{\sigma\|\vec{E}\|} = \frac{\omega\epsilon}{\sigma} \quad \omega = 2\pi f$$

$$\Rightarrow \frac{J_D}{J_c} = \frac{\omega\epsilon}{\sigma} \quad (\text{I.37})$$

En considérant ces hypothèses, les équations de Maxwell prennent les formes suivantes :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{I.38})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{I.39})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{I.40})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{I.41})$$

## I.15. Phénomènes électromagnétiques [8]

### I.15.1. Equation magnétostatique bidimensionnelle

Elle traduit le comportement des phénomènes magnétiques indépendants du temps ( $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ), déduite à base des équations de Maxwell, les relations du milieu et la loi d'Ohm.

## I.15.2. Formulations en termes de potentiel vecteur magnétique

Les équations de Maxwell à considérer sont :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{I.42})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{I.43})$$

Relations du milieu :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{I.44})$$

On a :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A}$$

Avec :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu}$$

On remplace  $\vec{H}$  dans (I.43), on aura :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu} = \vec{J} \quad (\text{I.45})$$

La combinaison des équations précédentes nous donnera :

$$\vec{\nabla} \wedge \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} = \vec{J} \quad (\text{I.46})$$

Avec :  $\vec{J} = \vec{J}_s + \vec{J}_{ind}$  (I.47)

Telles que :

$\vec{J}_s$  : densité de courant de source

$\vec{J}_{ind}$  : densité de courants induits

$$\vec{J}_{ind} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = 0 \quad (\text{I.48})$$

D'où :

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{I.49})$$

➤ **En coordonnées cartésiennes :**

$$\vec{A} = (0,0,0)$$

$$\vec{J} = (0,0, J_{sz})$$

En considérant le cas linéaire :

- $\mu = \text{Constante}$

L'équation s'écrira comme suit :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = \mu \vec{J}_{sz} \quad (\text{I.50})$$

Sachant que :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} + \vec{\nabla}(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \quad (\text{I.51})$$

Selon la condition de Jauge Coulomb :

$$(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) = 0 \quad (\text{I.52})$$

Ce qui fait :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) = -\Delta \vec{A} \quad (\text{I.53})$$

La combinaison entre les deux équations nous donnera :

$$\nabla \vec{A} = \mu \vec{J}_{sz} \quad (\text{I.54})$$

L'étude se fait en 2D dans le plan  $[x,y] \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} = 0$

D'où l'équation magnétostatique 2D en termes de potentiel vecteur magnétique  $\vec{A}$  prend la forme suivante :

$$-\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} = \mu \cdot J_{sz} \quad (\text{I.55})$$

### I.16. Equation magnétodynamique bidimensionnelle [8]

Elle traduit le comportement des phénomènes électromagnétiques dépendant du temps ( $\frac{\partial}{\partial t} \neq 0$ ), dont on pourra citer le régime transitoire des machines électriques et les phénomènes de pénétration des courants induits.

### I.17. Formulations en termes de potentiel vecteur magnétique $\vec{A}$

A partir de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  on peut écrire :

$$\begin{aligned} \exists \vec{A} / \vec{B} &= \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \\ \vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) &= \vec{J} \end{aligned} \quad (\text{I.56})$$

Avec :  $\vec{J} = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$

En remplaçant dans (I.43), on obtient:

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) = \vec{J}_s - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{I.57})$$

Enfin l'équation magnétodynamique en termes de potentiel vecteur prend la forme suivant :

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{\vec{\nabla} \wedge \vec{A}}{\mu} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{I.58})$$

#### ➤ En coordonnées cartésiennes 2D

Le plan d'étude est  $[x,y] \Rightarrow \frac{\partial}{\partial z} = 0$

Et sachant que :  $\vec{A} = (0,0,A_z)$

$$\vec{J}_s = (0,0,J_{sz})$$

Après développement , on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial A_z}{\partial t} = -J \quad (\text{I.59})$$

En régime harmonique  $\frac{\partial}{\partial t} \approx j\omega$

D'où, l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j\sigma \omega A_z = -J_{sz} \quad (\text{I.60})$$

### I.18. Conditions aux limites

Pour la résolution de ces équations, on doit leurs associer des conditions aux limites qui sont généralement de trois types :

➤ **Dirichlet :**

Elle est appliquée sur la frontière ou la valeur de l'inconnue est donnée.

Elle est sous forme :  $\varphi = \varphi_0 = \text{constante}$ .

➤ **Neumann :**

Elle est appliquée sur la frontière où on ne savait pas la valeur de

l'inconnue, elle est donnée par :  $\frac{\partial \varphi_0}{\partial n} = \varphi_0$

➤ **Mixtes :**

C'est l'association des deux conditions précédentes, elle est donnée par :

$a \frac{\partial \varphi}{\partial n} + b\varphi = 0$  / a et b sont des constantes.

En plus de ces trois on peut citer les conditions de périodicité et d'anti-périodicité comme un quatrième type. Elles sont données par :

$$\varphi|_{\Gamma} = k \cdot \varphi|_{\Gamma+d\Gamma}$$

d $\Gamma$ : Période spatiale

**I.19. Conclusion**

Au cours de ce chapitre, on a décrit les lois fondamentales de l'électromagnétisme qui nous ont permis la formulation des différents phénomènes électromagnétiques dans les cas statique et dynamique.

## Introduction

De manière générale, la simulation permet d'étudier et expérimenter un système donné dont on connaît les interactions complexes, de mesurer les effets de certains changements dans les interactions sur le comportement du système, d'expérimenter de nouvelle situation [7].

Lorsque dans la simulation intervient un élément aléatoire, on parle de simulation aléatoire.

Les exemples d'application sont très variés, citons par exemple :

- la simulation de files d'attente, de réseaux,
- la simulation de portefeuilles d'actifs en finance,
- la comparaison d'estimateurs en statistique,
- la recherche d'état stationnaire en physique, en économie.

Remarquons de plus que si l'on cherche une représentation fidèle des phénomènes observés, on est rapidement confronté à des difficultés dues aux calculs non explicites. Les techniques de simulation vont nous permettre d'approcher numériquement ces calculs. Nous allons développer ici les méthodes de Monte-Carlo qui ont pour essence l'utilisation d'expériences répétées pour évaluer une quantité, résoudre un système déterministe. Ces méthodes peuvent servir pour :

- le calcul d'intégrale,
- la résolution d'équations aux dérivées partielles,
- la résolution de système linéaire,
- la résolution de problèmes d'optimisation (algorithme du recuit simulé).

Considérons par exemple le problème de l'intégration numérique.

Les méthodes de monte Carlo reposent sur une approximation probabiliste et non déterministe .En se sens, on ne résout pas l'objet mathématique mais on cherche à l'approcher moyennant la loi forte des grands nombres, cet objet peut être une intégrale, une équation au dérivée partielles, un problème d'optimisation...

### II. 1. Historique

Elles sont apparues il y a 60 ans pour la physique statistique [7].

- ✓ 1970 : article processeur de Hastings.
- ✓ 1984 : échantillonneur de Gibbs.

- ✓ 1990 : apparition des méthodes dans la littérature statistique et d'analyse du signal grâce aux progrès de l'informatique.

## II.2. Intégration unidimensionnelle

A titre d'exemple, nous décrivons ici une des applications les plus simples de simulation de Monte-Carlo [8] : l'intégration d'une fonction dans une région bornée.

Comment calculer l'intégrale entre  $a$  et  $b$  de la fonction  $f(x)$

Si aucune primitive de  $f(x)$  n'est connue, l'intégrale ne peut pas être calculée analytiquement. Mais si  $f(x)$  peut être facilement calculée en tout point de l'intervalle  $[a, b]$ , on peut obtenir une bonne approximation de la valeur de cette intégrale par des méthodes numériques.

Il existe de nombreuses méthodes d'intégration numérique. La plus simple (et aussi la moins efficace !) consiste à diviser l'intervalle  $[a, b]$  par  $N$  rectangles adjacents (image inférieure de l'illustration ci-dessus). La hauteur de chaque rectangle est égale à la valeur de  $f(x)$  pour  $x$  pris au milieu de la base du rectangle. La somme (algébrique) des aires de ces rectangles est une approximation de l'aire (algébrique) sous la courbe représentant  $f(x)$ , c'est à dire l'intégrale  $I$  recherchée.

$$I = \sum_{i=1}^N hf(x_i) = h \sum_{i=1}^N f(x_i) = \frac{b-a}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i) \quad (\text{II.1})$$

Si  $f(x)$  a un comportement suffisamment régulier, et si les rectangles sont suffisamment étroits, alors l'aire ainsi calculée sera une bonne approximation de la valeur de l'intégrale.

Notez que cette approximation de l'intégrale est, à un facteur géométrique de normalisation près, la somme des valeurs de  $f(x)$  prises sur des points régulièrement répartis dans la région d'intégration.

### II.3. Intégrale multiple

Que se passe-t-il si nous utilisons la même approche dans le cas d'une intégrale multiple ?

Nous rencontrons deux difficultés qui sont [8] :

- 1- D'abord, la région d'intégration n'est plus définie par une paire de nombres comme précédemment, mais par une (hyper-) surface fermée dont la forme peut être très compliquée même pour des problèmes simples, et impossible de décrire analytiquement.
- 2- La deuxième difficulté est encore plus grave. Revenons un instant à l'intégrale simple et supposons que nous ayons décidé d'utiliser 100 rectangles. Puis envisageons une intégrale multiple à 100 variables (un nombre très modeste au regard des standards contemporains) et décidons de conserver sur chaque axe la même résolution que dans le cas de l'intégrale simple. Nous devons alors définir  $100^{100}$  hyper-rectangles.

Cette difficulté est absolument universelle, et se retrouve dans toute technique locale, qu'elle soit déterministe ou probabiliste.

- Notons que le nombre de rectangles est choisi essentiellement sur la base de considérations portant sur la rapidité avec laquelle la fonction varie dans la région d'intégration. Il n'est donc pas possible de réduire arbitrairement le nombre de rectangles jusqu'à une valeur compatible avec des temps de calcul raisonnables, sous peine de perdre tellement d'informations sur la fonction donc cette approximation devienne grossièrement fausse.

### II.4. Intégration par simulation de Monte-Carlo

On remarque qu'une intégrale n'est, à peu de chose près, que la somme des valeurs de la fonction prises sur des points régulièrement répartis dans la région d'intégration [8]. Dans cette phrase, remplaçons "régulièrement répartis" par "répartis selon une distribution de probabilité uniforme", et nous avons notre première simulation de Monte-Carlo.

Donc, dans sa version la plus simple, le calcul d'une intégrale :

$$I = \int \int \int \dots \int_{\text{region}} f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (\text{II.2})$$

Par simulation de Monte-Carlo procède ainsi :

- Se servir d'une distribution uniforme à  $n$  dimensions pour tirer  $N$  points dans la région d'intégration ( dont nous notons le volume  $V$  ).
  - Additionner tous les  $f(p_i)$  , multiplier le résultat par  $\frac{V}{N}$  .
  - Le résultat de l'estimation de la valeur de l'intégrale est :

$$I = \frac{V}{N} \sum_{i=1}^N f(p_i) \quad (\text{II.3})$$

## II.5. Avantages et inconvénients de cette méthode

### ✓ Avantages :

1- Nous n'avons plus besoin de connaître la forme mathématique de la région d'intégration , mais seulement son volume, qui peut être estimé si nous avons une procédure nous permettant de savoir si un point donné est à l'intérieur , ou bien à l'extérieur de la région d'intégration, un problème beaucoup plus simple [8].

2- Mais l'intérêt principal de la l'intégration par simulation de Monte-Carlo réside dans son comportement en grande dimension[8].

Si nous considérons une méthode quelconque d'intégration numérique déterministe reposant sur le calcul de valeurs de la fonction sur les nœuds d'une grille dans la région d'intégration. Si nous comparons les performances de cette méthode et de celle de la méthode de Monte-Carlo pour des dimensions de plus en plus grandes, il se trouvera une dimension  $d$  au-delà de laquelle la méthode de Monte-Carlo sera plus efficace que la méthode déterministe pour un nombre  $N$  donné de tirages[8].

### ✓ Inconvénients :

En raison de la nature aléatoire de l'échantillonnage de  $f(x)$ , la valeur obtenue à la fin d'une simulation est la réalisation d'une variable aléatoire. En d'autres termes, deux simulations de Monte-Carlo sur un même problème, toutes

choses égales par ailleurs, produiront deux valeurs différentes. Ces valeurs suivent une distribution de probabilité aléatoire.

Alors qu'une méthode déterministe d'intégration numérique produit une approximation de la valeur d'une intégrale. La différence peut paraître subtile, mais elle est importante : il est souvent possible de trouver une borne supérieure à l'erreur d'une approximation [8].

## II.6. Méthodes de Monte Carlo par chaîne de Markov

Les méthodes MCMC créent une longue chaîne de Markov  $(x_i)$  dont les échantillons sont distribués asymptotiquement selon la distribution requise.

Ces chaînes de Markov [6] :  $x_i$  ne dépend que de  $(x_{i+1})$

Ou :

$$p\left(\frac{x_i}{x_{i-1}, \dots, x_0}\right) = p\left(\frac{x_i}{x_{i-1}}\right) \quad (\text{II.4})$$

Il est défini par deux composantes :

- la distribution initiale  $x_0$
- le noyau de la transition:

$$T(x, A) = p(x_{i+1} \in A / x_i = x) \quad (\text{II.5})$$

## II.7. Echantillonnage de variables aléatoires [6]

- échantillonnage de variables aléatoires, calcul d'intégrales, optimisation de fonctions...
- utilisation de méthodes usuelles (si  $\pi$  est relativement simple) ou MCMC (s'il n'est pas possible d'utiliser les méthodes usuelles).

## II.8. Utilité de cette méthode MCMC

### a-Intégration :

Par exemple soit :  $E = \int f(x) \pi(x) dx$  (II.6)

Il nous permet de calculer la moyenne a posteriori, une estimation... avec  $x_i \sim \pi(x)$  et N suffisamment grand (convergence d'après la loi des grands nombres)[6].

### b-Optimisation

$$x_{max} = \arg \max \pi(x)$$

- maximisation de fonction (en s'affranchissant des problèmes de minima locaux), calcul du maximum a posteriori
- recuit simulé, crible...[6]

**II.9. Propriétés importantes des chaînes de Markov [6]**

- **Invariante/ stationnarité** :  $x_{i+1}$  suit la même distribution que  $x_i$  .
- **Irréductibilité** : tous les ensembles de probabilité non nulle peuvent être atteints à partir de tous de départ (veut dire quelque soit le point de départ de notre calcul de  $x_0$  ou bien  $x_1, x_2, \dots$ ).
- **Récurrence** : les trajectoires  $(X_i)$  passent une infinité de fois dans tout ensemble de probabilité non nulle.
- **A périodicité** : aucun noyau n'induit un comportement périodique des trajectoires

## Introduction

Dans plusieurs études électromagnétiques des machines, le faisceau de fils des enroulements est remplacé par un conducteur massif de propriétés physiques constantes et équivalentes. Cette approximation rend le calcul électromagnétique simple et abordable.

La distribution des fils dans l'encoche d'une machines est aléatoire et irrégulière. En effet, lorsque les bobinages sont réalisés par enroulement de fil de cuivre sur un cadre puis insérés dans le stator de la machines, la position de chaque fil ne peut pas être connue avec précision. La distribution des fils dans une encoche devient aléatoire de même que leur position n'est pas nécessairement identique d'une encoche à l'autre.

C'est pourquoi nous adoptons dans le présent travail un algorithme de Monte-Carlo qui nous permet de représenter au mieux et avec un faible coût le faisceau de conducteur dans la machine. De plus, nous allons nous intéresser à l'influence de cette disposition des conducteurs sur les grandeurs électromagnétiques et la distribution du champ magnétique dans les différentes parties de la machine ainsi que le couple électromagnétique développé.

Pour procéder à l'application nous avons opté pour la méthode des éléments finis pour la résolution des problèmes électromagnétiques.

### III.1. Description du dispositif

Le dispositif d'étude comprend une machines asynchrones

$$z = 48$$

$$z' = 38$$

$$2p = 4$$

Notre étude concernera la mise en évidence de la répartition aléatoire des conducteurs à l'intérieur des encoches.

### III.2. Caractéristiques du dispositif

Le dispositif est partagé en trois régions (air, culasse, conducteurs en cuivre), les différents paramètres sont donnés dans le tableau suivant :

	La conductivité électrique [ $m\Omega^{-1}$ ]	La perméabilité Magnétique relative
Tôle	$1 \cdot 10^6$	1500
Cuivre	$5,8 \cdot 10^7$	1
Air	0	1
Aluminium	$34,45 \cdot 10^6$	1

**Tableau (1-1) : Caractéristiques physiques du dispositif**

➤ **Hypothèses simplificatrices :**

On a considéré un quart de la machine par raison de symétrie aux axes vertical et horizontal, la machine a une forme cylindrique.

### III. 3. Traitement du problème électromagnétique

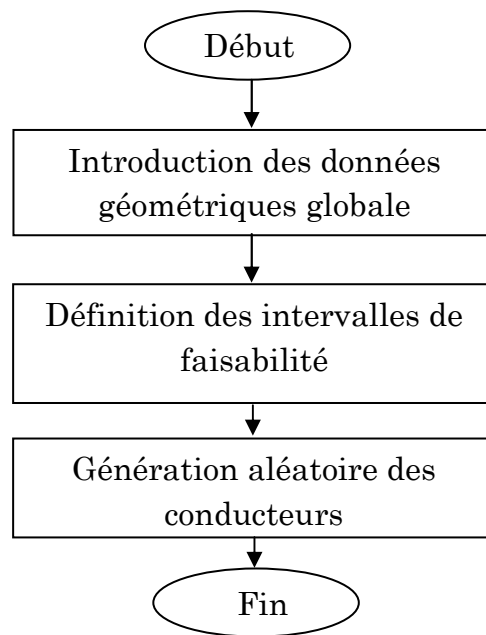
#### III.3.1. Génération aléatoire des conducteurs dans l'encoche

Dans cette première application, l'objectif est de représenter un système réel c'est-à-dire le faisceau constitué de tous ses conducteurs. Leur position n'est pas particulièrement fixée dans l'espace en dehors du fait qu'ils sont tous contenus dans l'encoche. Cette dernière étant de type trapézoïdal, ceci nous permet de la remplir avec une quantité donnée de conducteurs.

Pour distribuer les conducteurs, deux nombres sont tirés au hasard avec une distribution aléatoire. Ils représentent les coordonnées d'un point dans une surface englobant complètement la section du faisceau à remplir. Ce point représente le centre d'un conducteurs circulaire de cordonnées (x,y) si :

- 1- Le conducteur occupe uniquement l'aire de l'encoche.
- 2- Aucun conducteur ne doit être en contact, ni avec les conducteurs voisins, ni avec les arêtes de l'encoche.

L'organigramme ci-après résume les différentes étapes à suivre pour la génération des conducteurs :



### Organigramme de génération des conducteurs

#### III-3-2-Résolution du problème électromagnétique :

Le traitement d'un quelconque problème électromagnétique par la méthode des éléments finis en exploitant le logiciel Femm.

##### 1-Maillage :

L'étude des phénomènes physiques en général et électromagnétiques avec les méthodes numériques n'est possible que par discrétisation du domaine en ensemble de sous domaines.

Dans notre application nous avons opté pour la discrétisation type élément finis et la structure considérée en 2D comme le montre la figure suivante :

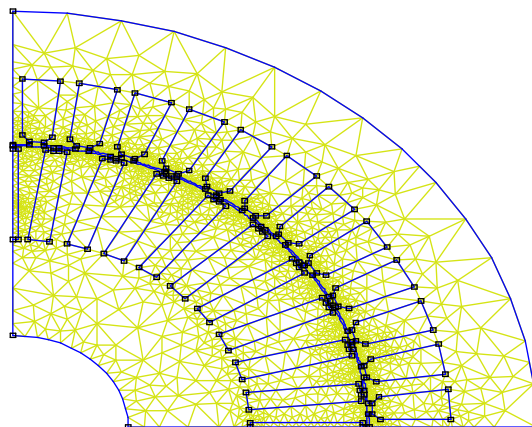


Figure.III.1 Le maillage d'un quart de la machine

**2-Ecriture du problème sous forme des équations aux dérivées partielles :**

Le système étudié contient trois régions dont les équations à résoudre en terme de potentiel vecteur magnétique A dans chacune des régions sont :

**a) Sans courants induits :**

➤ **la tôle :**  $\frac{1}{\mu_r \mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = 0$

➤ **le cuivre :**  $\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J_s$

➤ **l'air :**  $\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = 0$

**b) Avec courant induit dans la tôle :**

➤ **la tôle :**  $\frac{1}{\mu_r \mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) + j \sigma \omega A = 0$

➤ **le cuivre :**  $\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = J_s$

➤ **l'air :**  $\frac{1}{\mu_0} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial y^2} \right) = 0$

**3- les conditions aux limites :**

Les conditions aux limites sont représentées sur la figure suivante :

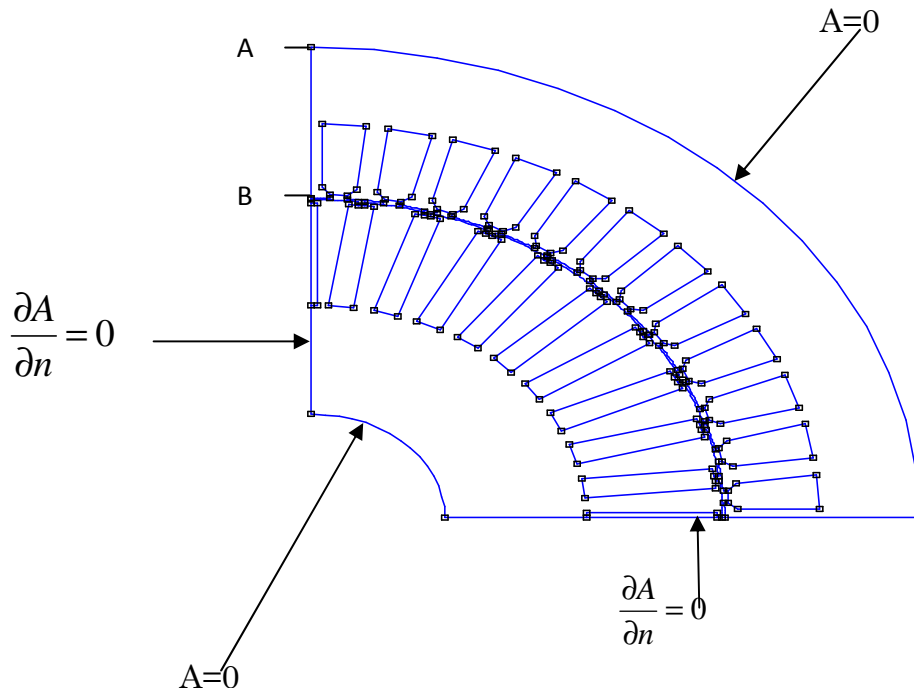
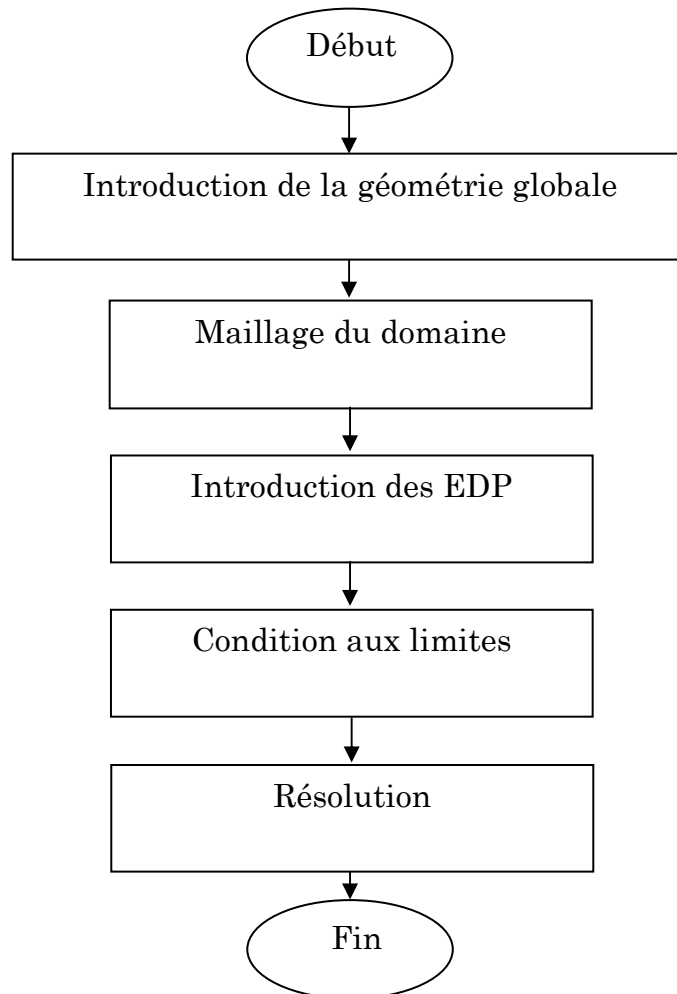


Figure.III.2 Conditions aux limites imposées

Un code de calcul a été élaboré et implémenté sous environnement MATLAB. Il est représenté par l'organigramme suivant :



**Organigramme de résolution**

#### **III-4-Influence de la répartition aléatoire des conducteurs :**

Pour montrer l'influence de la disposition aléatoire des conducteurs à l'intérieur de l'encoche sur les grandeurs électromagnétiques on génère un même nombre de conducteurs pour plusieurs distributions.

III -4-1- 1<sup>er</sup> Cas : 40 conducteurs

➤ Test N°1

❖ La figure suivante représente l'induction magnétique :

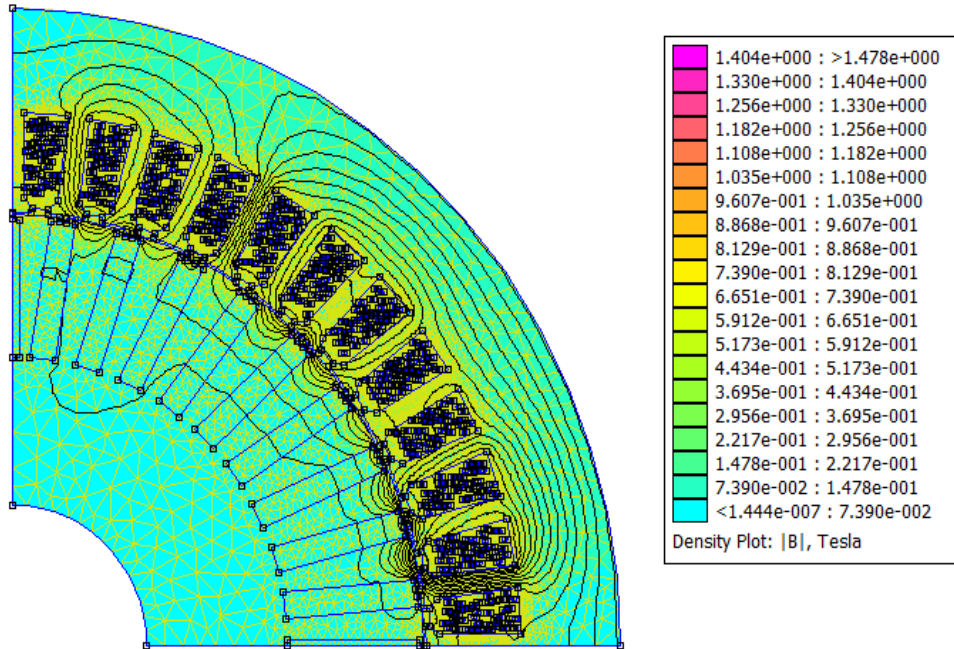


Figure-III-3 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machine

La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle sur la partie [AB].

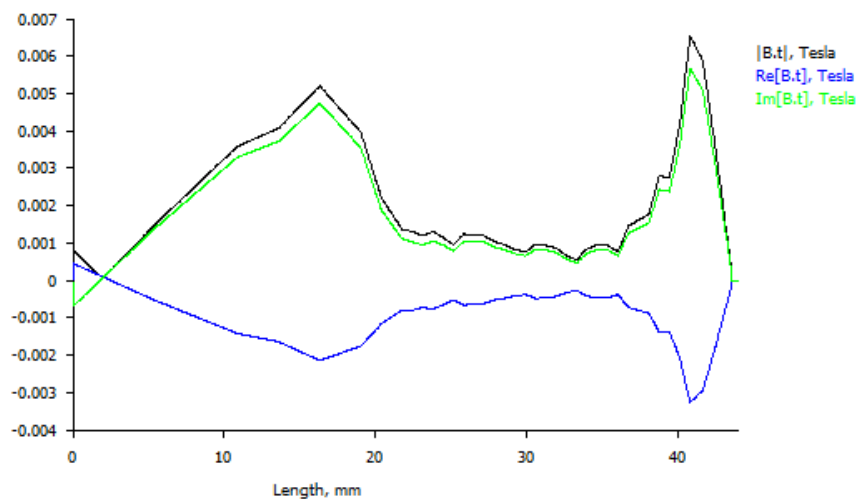


Figure-III-4 : la courbe de l'induction tangentielle le long du segment [AB]

- On remarque que la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale à 0,0065 [Tesla].
- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la normale dans l'entre fer de la machine.

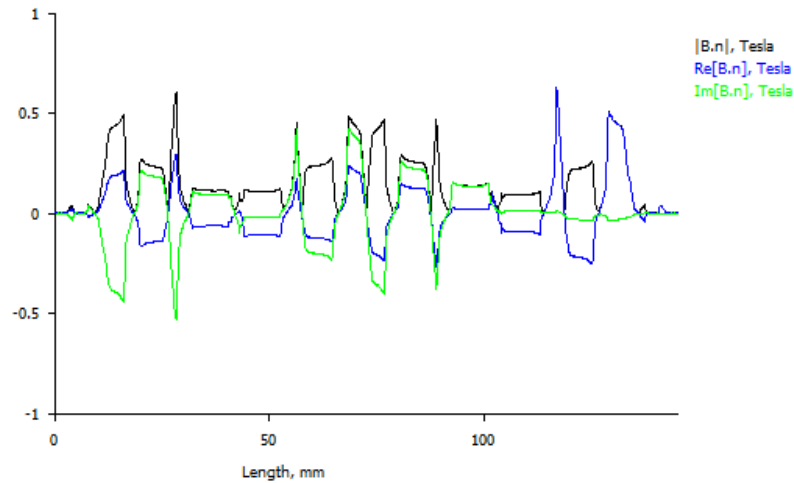


Figure-III-5: la courbe de l'induction dans l'entre fer suivant le normal test N°01

- en remarque que la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la normale dans l'entre égale à 0,6 [Tesla].
- ❖ le tableau et la courbe suivantes nous donnent l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence :

Fréquence [Hz]	0.5
Le couple maximum [N.m]	17.2918

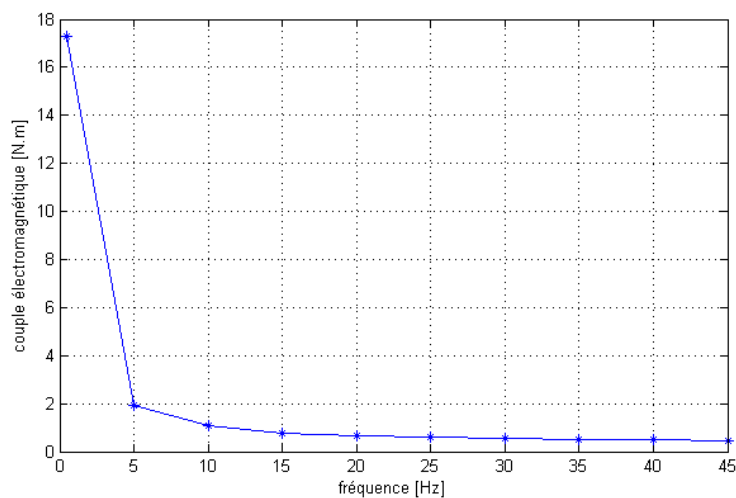


Figure.III.6 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence

- On remarque que la valeur crête du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale à 17,2918 [N .m]
- le temps de cette simulation est de 49h et 15 minutes.

➤ **Test N°2 :**

- ❖ La figure suivante représente l'induction magnétique :

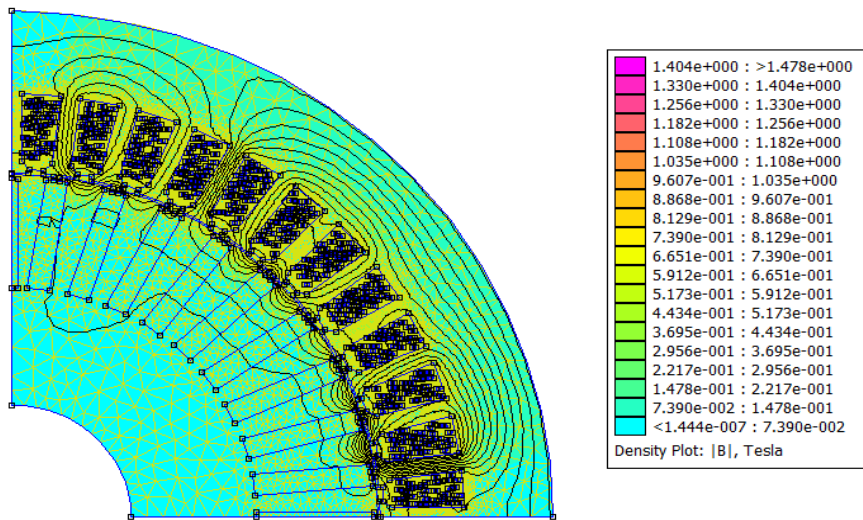


Figure-III-7 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machine

- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB].

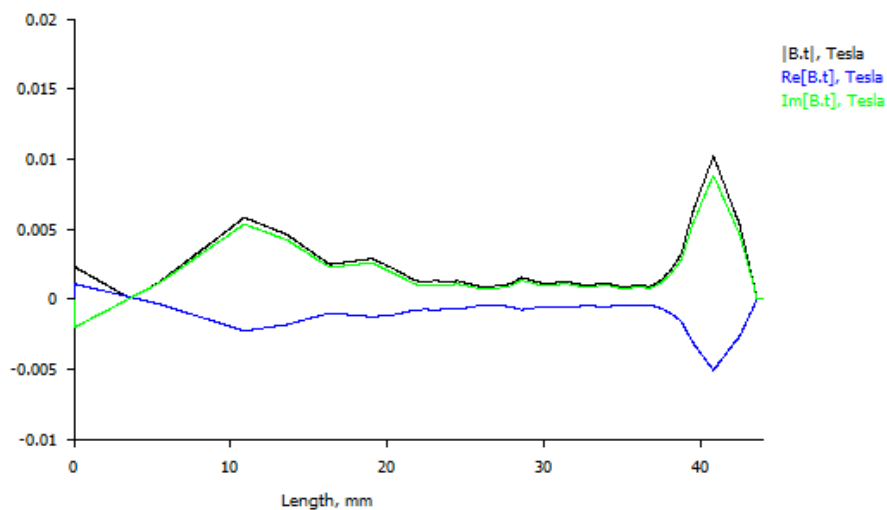


Figure-III-8 : la courbe de l'induction tangentielle le long du segment [AB]

- en remarque que la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale à 0,00125 [Tesla].
- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la normale dans l'entre fer de la machine

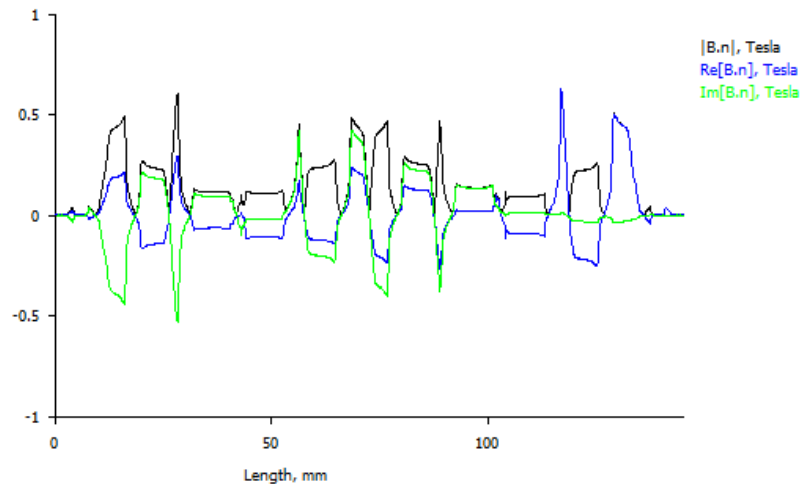


Figure-III-9 : la courbe de l'induction suivant la normale dans l'entre fer

- On remarque que la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la normale dans l'entre égale à 0,65 [Tesla].
- ❖ la courbe suivantes nous donnent l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence

La fréquence [Hz]	0.5
Le couple maximum [N.m]	15.8563

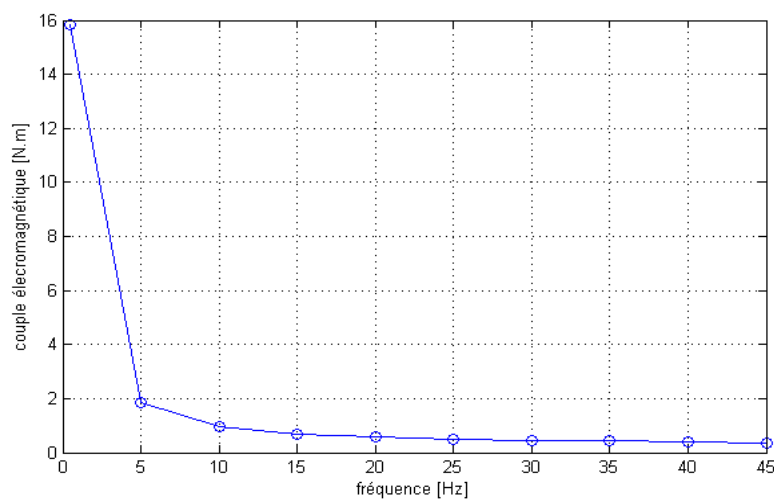
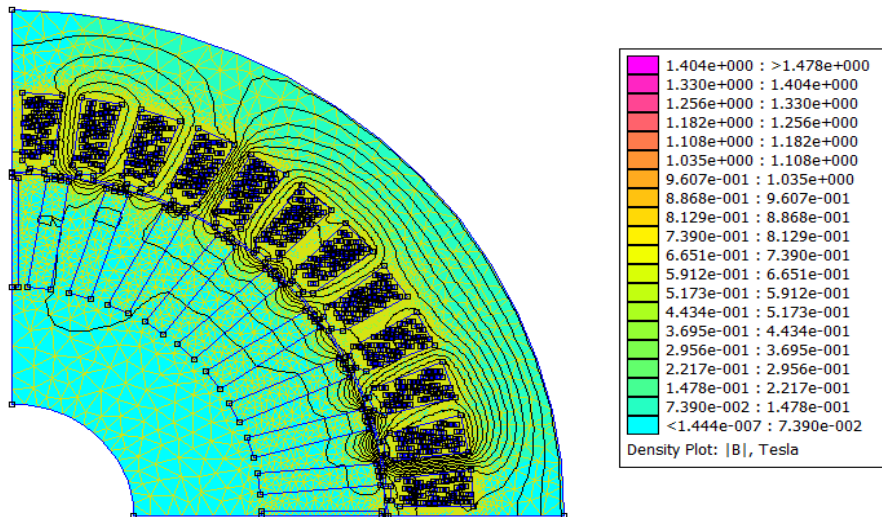


Figure.III.10 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence

- On remarque que la valeur crête du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale à 15.8563 [N .m]
- le temps de simulation est de 45heures et 14 minutes

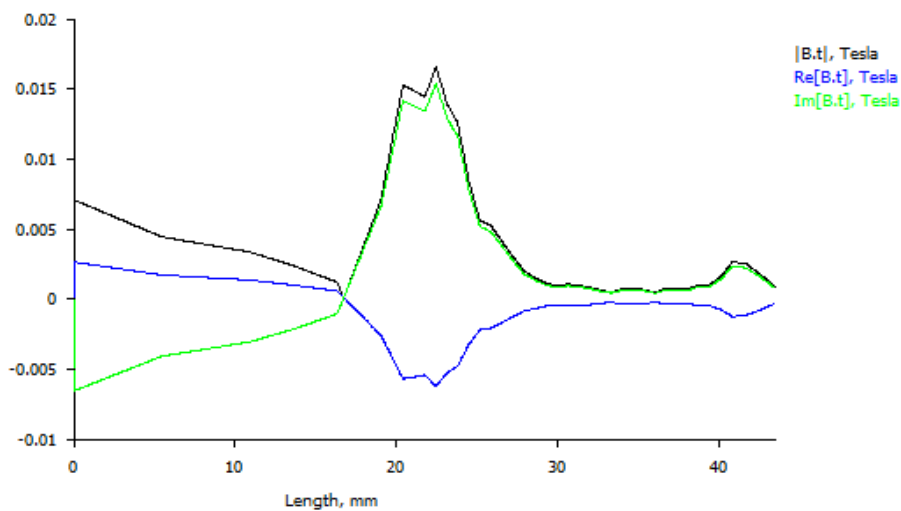
**a) Test N°3 :**

- ❖ La figure suivante représente l'induction magnétique :



**Figure.III.11 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machine**

- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB].



**Figure.III.12: la courbe de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB]**

- En remarque la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale 0,017 [Tesla].
- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la composante normale dans l'entre fer de la machine :

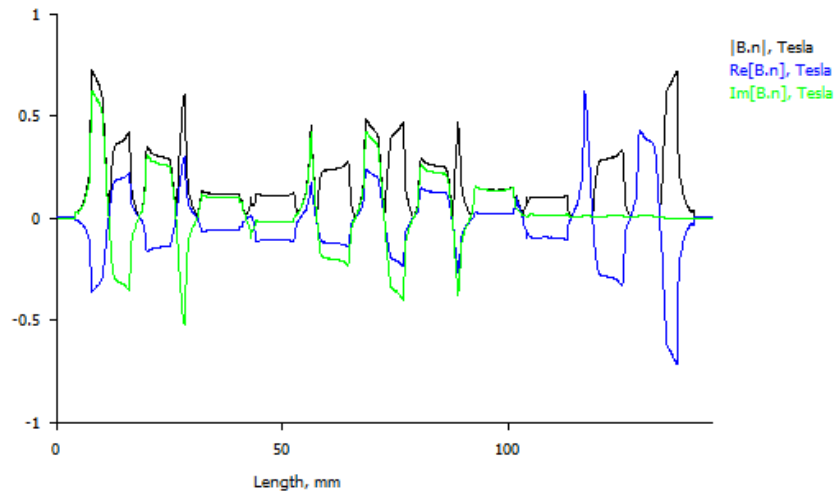


Figure.III.13 : la courbe de l'induction suivant la composante normale dans l'entre fer de la machine

- En remarque la valeur crête du module de l'induction magnétique suivant la composante normale égale à 0,7 [Tesla].
- ❖ La courbe suivante nous donne l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence :

Fréquence [Hz]	0.5
Couple maximum [N.m]	15.8836

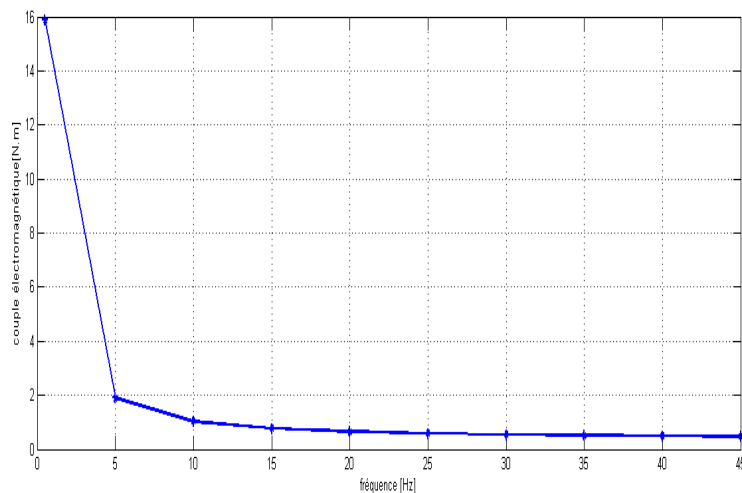
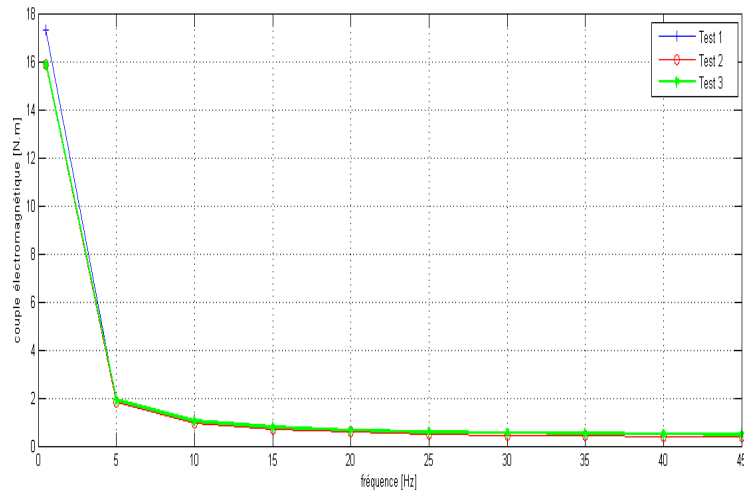


Figure.III.14 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence

- En remarque que la valeur maximale du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale a 15,8836 [N.m]
- Le temps de simulation est de 44heures et 43 minutes.

- ❖ La figure suivante nous montre les trois couples électromagnétiques en fonction de la fréquence



**Figure -III-15 : Les trois courbes du couple en fonction de la fréquence pour les trois tests**

- ❖ Pour mieux visualisé les trois courbes précédentes on a enregistré les valeurs crêtes dans le tableau suivant :

	Test 1	Test 2	Test 3
Fréquence [Hz]	0.5	0.5	0.5
Couple maximum [N.m]	17.2918	15.8563	15.8836

**Comparaison :** On remarque que les valeurs de crêtes pour les couples électromagnétiques sont différentes. Ce qui permet de mettre en évidence l'influence de la répartition des conducteurs dans l'encoche.

III-4-2- 2<sup>ème</sup> cas : pour 30 conducteurs

a) Test N°1

❖ La figure suivante représente l'induction magnétique

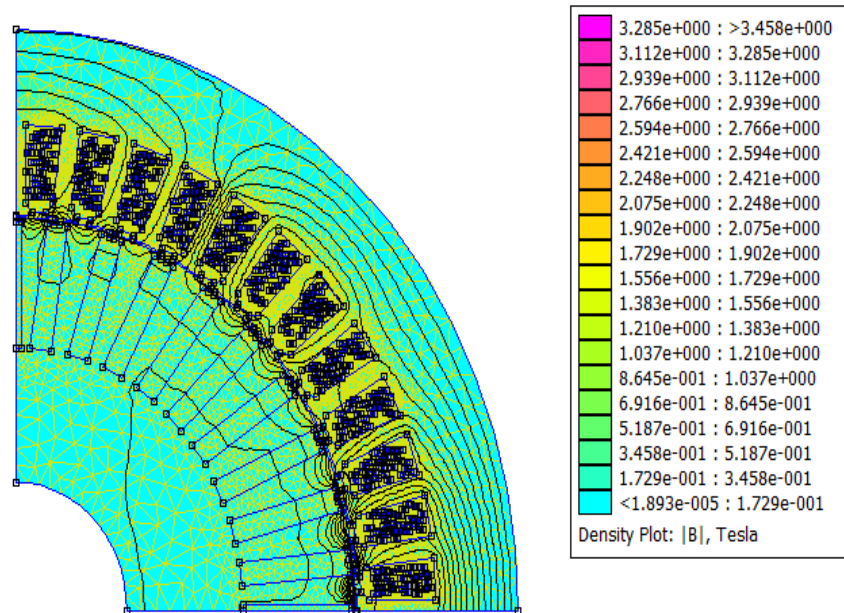


Figure.III.18 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machines

❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB].

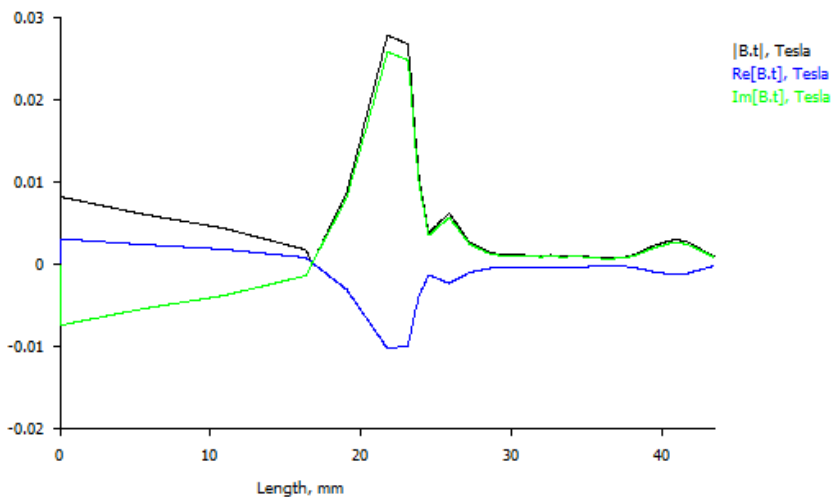


Figure.III.19 : la courbe de l'induction tangentielle le long du segment [AB].

- On remarque la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale 0,03 [Tesla].
  - ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la composante normale dans l'entrefer de la machine :

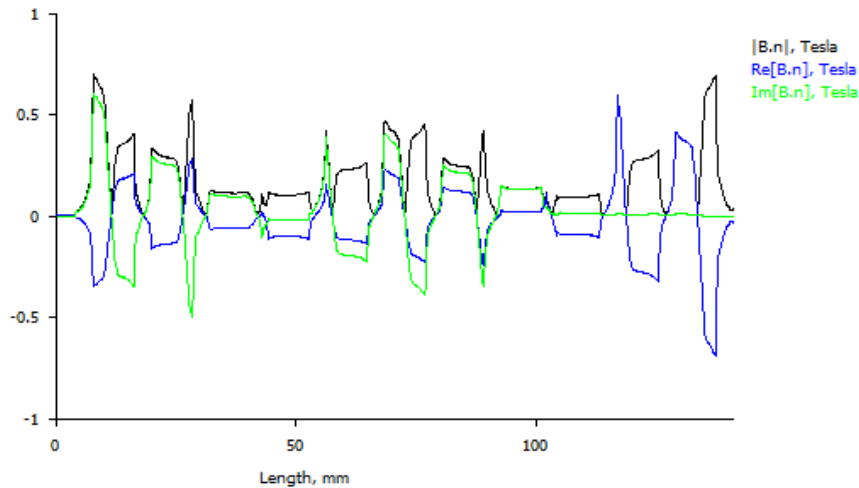


Figure-III-20: la courbe de l'induction suivant la composante normale dans l'entrefer

- On remarque la valeur crête du module de l'induction magnétique suivant la composante normale égale à 0,62 [Tesla].
- ❖ le tableau et la courbe suivantes nous donnent l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence :

Fréquence [Hz]	0.5
Couple maximum [N.m]	16.0864

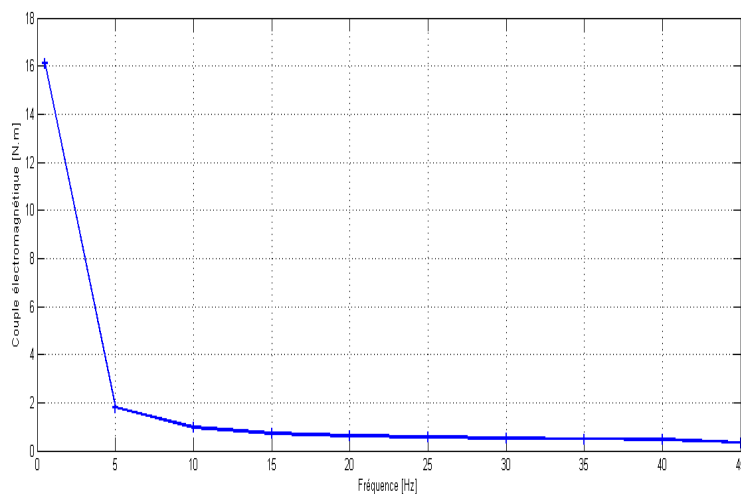
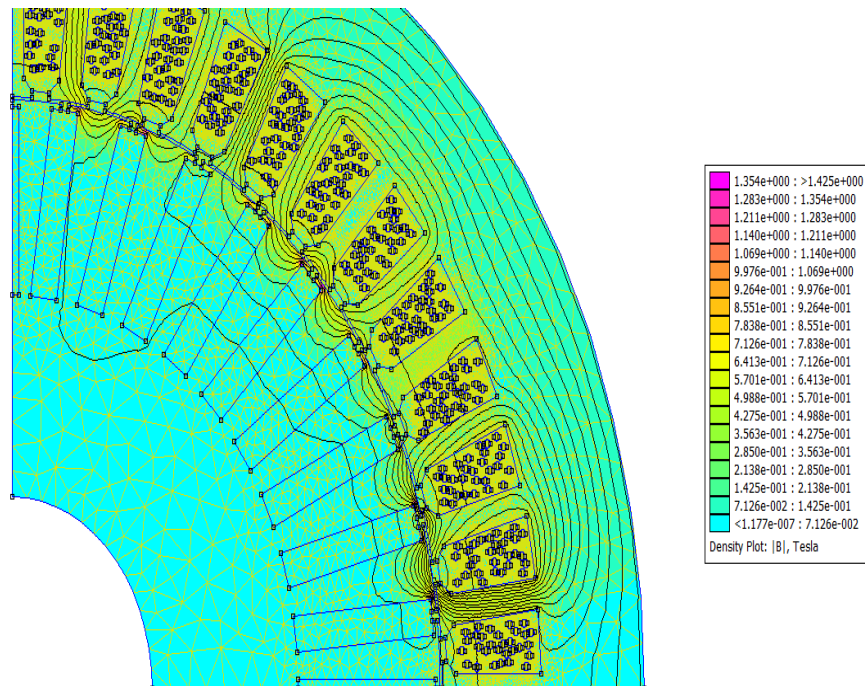


Figure.III.21 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence

- On remarque que la valeur maximale du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale a 16.0864 [N.m]
- le temps de simulation est de 31 heures et 35 minutes.

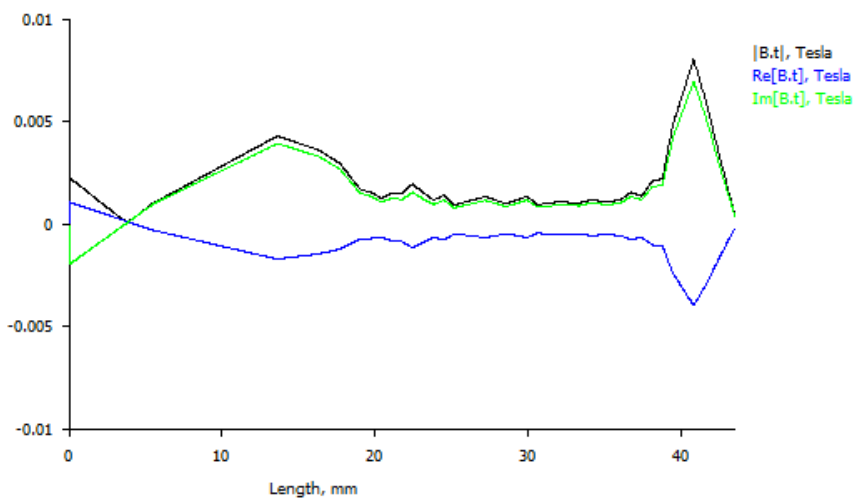
**b) Test N°2**

❖ La figure suivante représente l'induction magnétique



**Figure.III.22 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machine**

❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB].



**Figure.III.23 : la courbe de l'induction tangentielle le long du segment [AB].**

- On remarque la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale 0,0075[Tesla].
- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la composante normale dans l'entrefer de la machine :

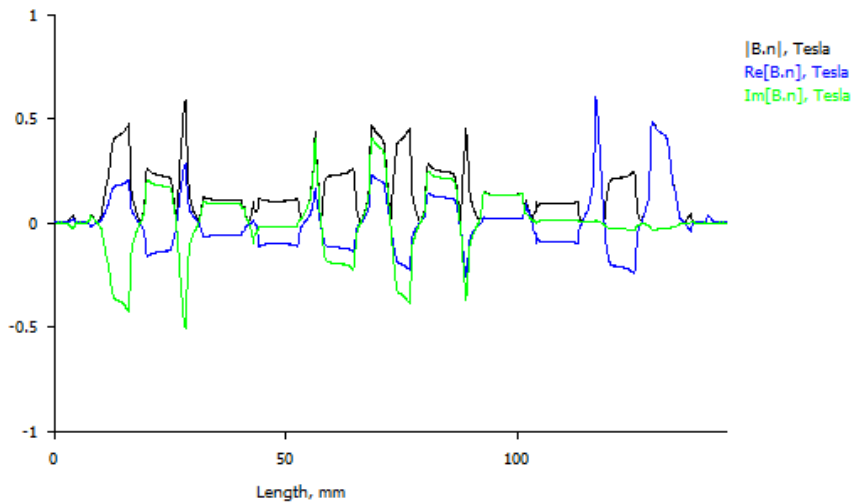


Figure-III-26 : la courbe de l'induction suivant la composante normal dans l'entre

- On remarque la valeur crête du module de l'induction magnétique suivant la normale égale à 0,75 [Tesla].
- ❖ la courbe suivante nous donne l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence :

Fréquence [Hz]	0.5
Couple maximum [N.m]	14.7658

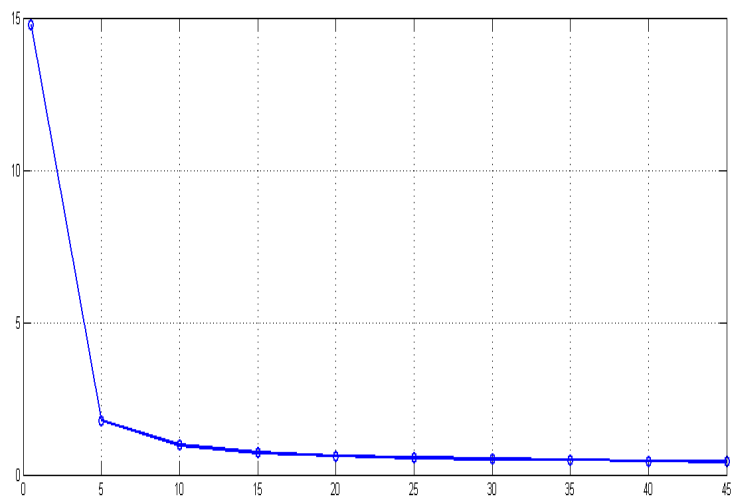


Figure.III.27 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence

- On remarque que la valeur maximale du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale a 14,7658 [N.m].
- Le temps de simulation est de 45 heures et 15 minutes.

**Test N°3 :**

❖ La figure suivante nous donne l'induction magnétique :

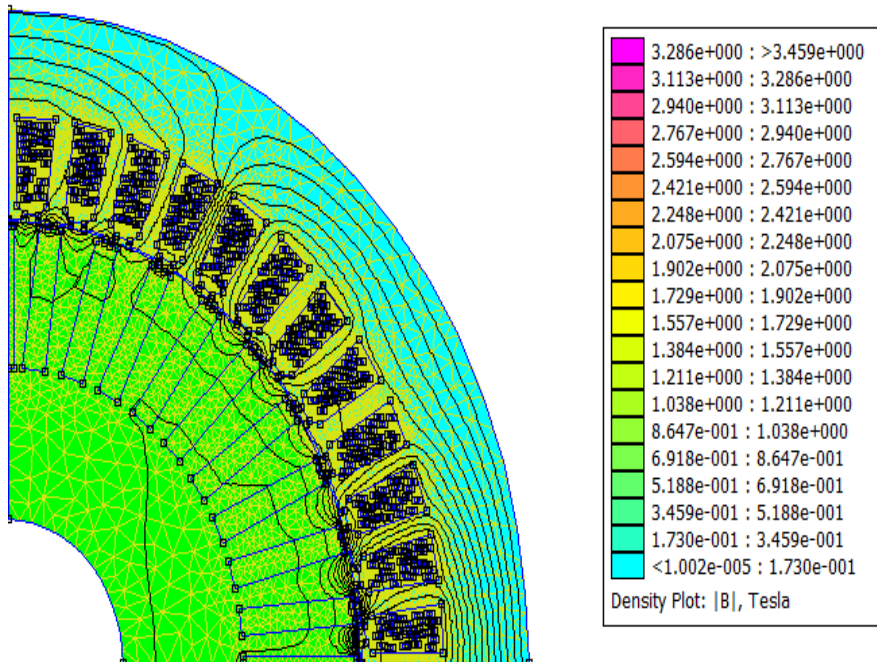


Figure.III.28 : La répartition de l'induction magnétique dans un quart de la machine

❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique tangentielle le long du segment [AB] :

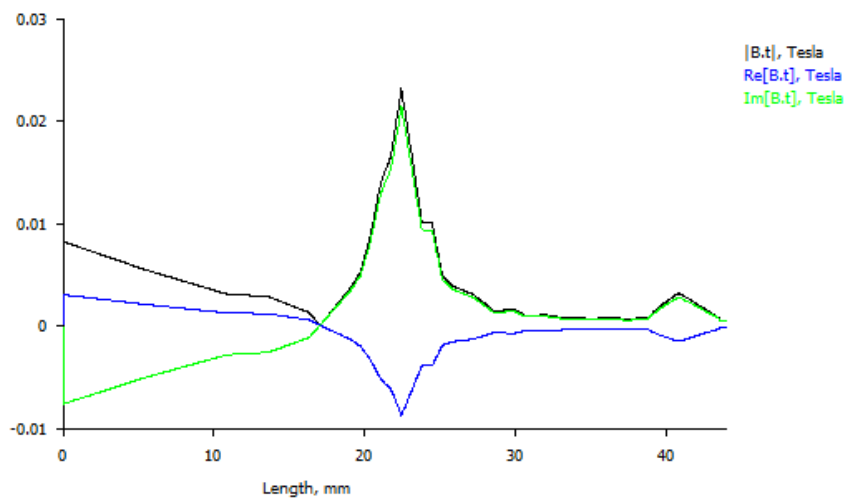


Figure.III.29 : la courbe de l'induction tangentielle le long du segment [AB].

- On remarque la valeur maximale du module de l'induction magnétique suivant la tangentielle égale 0,023[Tesla].
- ❖ La figure suivante donne l'évolution de l'induction magnétique suivant la composante normale dans l'entrefer de la machine :

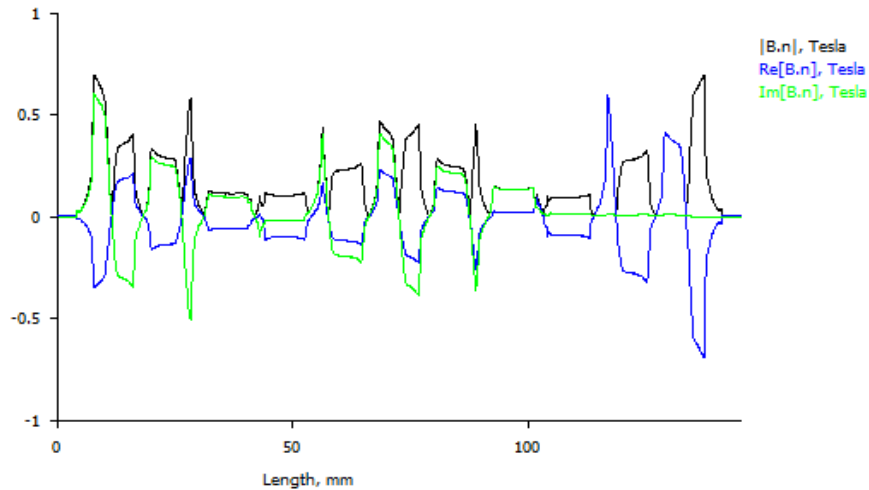


Figure-III-30 : la courbe de l'induction suivant la composante normal dans l'entre fer

- On remarque la valeur crête du module de l'induction magnétique suivant la normale égale à 0,74 [Tesla].
  - ❖ La courbe suivante nous donne l'évolution du couple électromagnétique en fonction de la fréquence

Fréquence [Hz]	0.5
Couple maximum [N.m]	16.0785

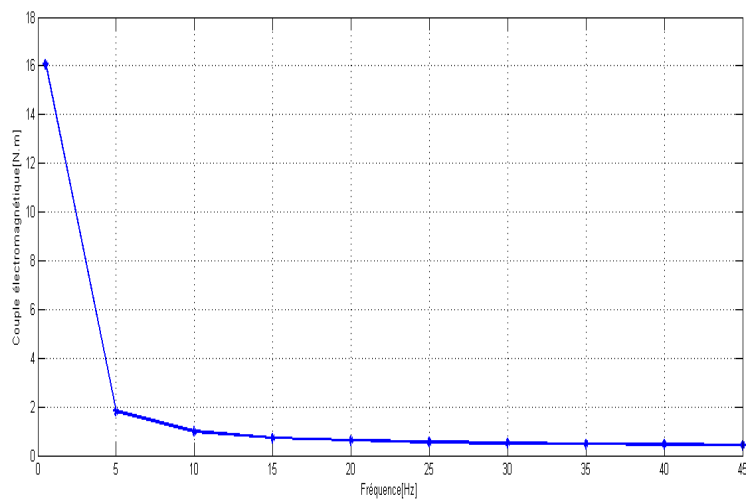
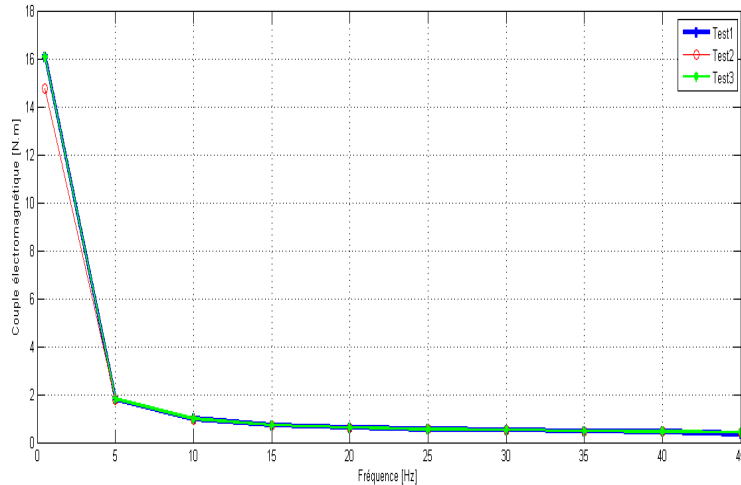


Figure.III.31 : Le couple électromagnétique en fonction de la fréquence



- On remarque que la valeur maximale du couple électromagnétique en fonction de la fréquence égale a 16.0785 [N.m]
- le temps de simulation est de 44 h et 42 minutes.

❖ Les figures suivantes nous montrent la superposition des trois courbes du couple électromagnétique en fonction de la fréquence pour les trois différents tests :

**Figure.III.32** La superposition des trois courbes du Cem en fonction de la fréquence

❖ Le tableau suivant nous donne les valeurs crêtes du couple électromagnétique :

	Test 1	Test 2	Test3
Fréquence [Hz]	0.5	0.5	0.5
Couple maximum [N.m]	16.0864	14.7658	16.0785

**Comparaison :** On remarque que les valeurs de crêtes pour les couples électromagnétiques sont différentes. Ce qui permet de mettre en évidence l’influence de la répartition des conducteurs dans l’encoche

- Pour voir l’influence de la position aléatoire et le nombre de conducteur sur le couple électromagnétique en fonction de la fréquence nous avons superposé les six courbes et pour une meilleure lisibilité on a construit les histogrammes suivant :

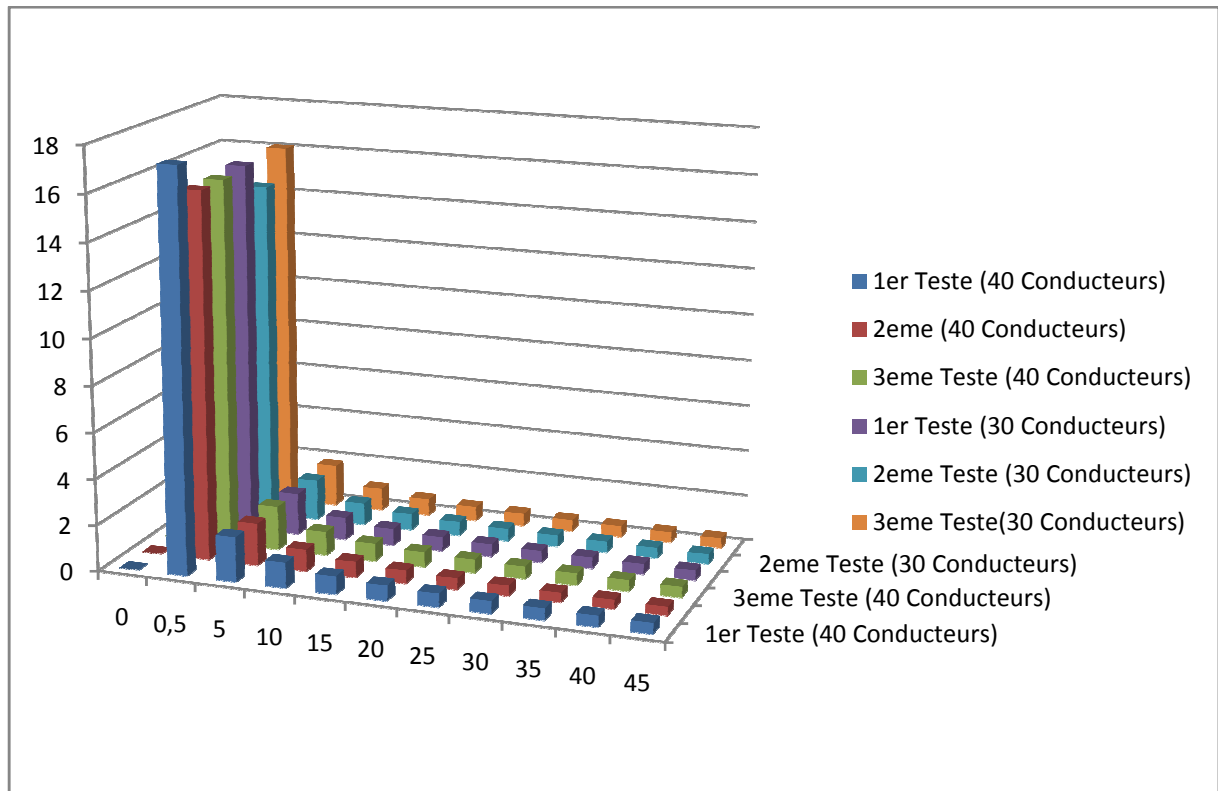


Figure-III-35: Histogramme du couple en fonction de la fréquence

### III-5-Conclusion

On a mis en évidence application l'influence de la distribution aléatoire et le nombre de conducteurs sur le comportement de la machine, on s'est intéressé aux grandeurs suivantes :

- ✓ la répartition des lignes du champ
- ✓ le couple électromagnétique
- ✓ la composante tangentielle de l'induction magnétique
- ✓ la composante normale de l'induction magnétique dans l'entrefer

# Conclusion Générale

---

## Conclusion générale

Dans notre étude qu'on a effectuée pour déterminer l'influence de la distribution aléatoire des conducteurs sur les performances d'un dispositif électromagnétique (machine asynchrone à cage d'écureuil), nous avons adopté un modèle à partir de la méthode de Monte-Carlo qui génère les conducteurs d'une façon aléatoire dans les encoches de la machine.

Pour modélisé ce dispositif nous avons utilisée la méthode des éléments finis à travers le logiciel **Femm** sous environnement MATLAB.

D'après les résultats obtenus, étant différents on a mis en évidence l'influence de la distribution aléatoire et le nombre des conducteurs sur :

- ✓ la répartition de l'induction magnétique et des lignes du champ
- ✓ le couple électromagnétique
- ✓ la composante tangentielle de l'induction magnétique
- ✓ la composante normale de l'induction magnétique dans l'entrefer

En fin, la répartition aléatoire des conducteurs et le nombre de conducteurs influencent directement sur les performances électromagnétiques de la machine (couple électromagnétique, l'induction magnétique, le champ magnétique ...).

- [1] **H. Mohellebi**, Cours de cinquièmes années Ingénieur, (module Tec 431), Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2010-2011.
- [2] **E. Jamelot**, « Mathématiques de la Modélisation, Simulation et Applications de la Physique », Thèse Doctorat , Novembre 2005.
- [3] **Ch. Chatelain**, Electromagnétisme, Cours, Université Henri Poincaré, 2010.
- [4] **J.J. Labarthe**, Electromagnétisme, Université Paris Sud, 2005.  
<http://www.lac.u-psud.fr>, Laboratoire Aimé-Cotton.
- [5] **M. Roger**, Méthodes de Monté Carlo, CEA Saclay, Octobre 2008.
- [6] **V. Mazet Cran**, Introduction aux méthodes de Monté Carlo par chaines de Markov, Université Henri Poincaré, 2008.
- [7] **C. Bouchard**, Méthodes de Monte Carlo, Bruno Bouchard Université Paris VI, septembre 2007. [CRESTbouchard@ccr.jussieu.fr](mailto:CRESTbouchard@ccr.jussieu.fr).
- [8] **F. Delarue**, « Méthodes de Monté Carlo », Agrégation de Mathématiques, Université Paris VII, 2007.
- [9] **P. Lorrin et R. Corson**, Champs et ondes électromagnétiques, Université de Paris, 1979.
- [10] **J. R. Lobby**, Introduction à l'utilisation de logiciel Femm, Université Claude Bernard Lyon I, France, 2006.
- [11] **A. Amrouchi et A. Oukaci**, Etude de l'alimentation d'un actionneur électromagnétique, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Mémoire de fin d'étude , 2006.