

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMÈRI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE

Mémoire de fin d'études

Présenté en vue de l'obtention
du Diplôme d'Ingénieur d'Etat en Electronique

Option : Communication

Thème :

COMPRESSION D'IMAGES HYPERSPECTRALES PAR ONDELETTES

Proposé et dirigé par :

Mr. LAHDIR Mourad

Présenté par :

Mr. ZEDEK Said

Mlle .MOKRANI Aziza

Mr. ZEGHDOUD Madjid

Année universitaire 2009/2010

Remerciements

A travers ce modeste travail, nous tenons à remercier vivement notre promoteur Mr –LAHDIR Mourad pour l'intéressante documentation qu'il a mis à notre disposition, pour ses conseils précieux et pour toutes les commodités et aisances qu'il nous a apportées durant notre étude et réalisation de ce projet.

Nos remerciements les plus vifs s'adressent aussi aux messieurs le président et les membres de jury d'avoir accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Nous exprimons également notre gratitude à tous les professeurs et enseignants qui ont collaboré à notre formation depuis notre premier cycle d'étude jusqu'à la fin de notre cycle universitaire.

Sans omettre bien sur de remercier profondément tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à réalisation du présent travail.

Et enfin, que nos chers parents et familles, et bien avant tout, trouvent ici l'expression de nos remerciements les plus sincères et les plus profonds en reconnaissance de leurs sacrifices, aides, soutien et encouragement afin de nous assurer cette formation d'ingénieur dans les meilleures conditions.



Dédicaces

Je dédie ce travail :

A tous ceux qui me sont très chers, à la mémoire de mon père, à ma très chère maman qui a tout souffert, sans me faire souffrir, qu'elle trouve dans ce mémoire le témoignage de ma reconnaissance et de mon affection pour tous les sacrifices, l'extrême amour et la bonté qu'elle m'a offert pour me voir réussir.

A mes chers frères Samir, Rafik et sa femme, aux quels je souhaite le succès et le bonheur.

A mes chères sœurs Malika, Lydia, Samira, Kahina, Safia, Dalila, Lamia et leurs maris aux quels je souhaite toutes la réussite et le bien être.

A ma grande mère a mon oncle Mohsaid à mes neveux Amine et Yanis, à mes nièces Meriem, Djedjiga, Amel, Diana, Méléna, Dania, Lena.

A ma très chère Fatiha ; qu'elle trouve ici mes meilleurs vœux de bonheur et de réussite

A tous mes amis(es), tous ceux que j'aime, tous ceux qui m'aiment et tous ceux qui me sont chers(es).

Que dieu nous protège et nous préserve le bonheur et la santé.

Je dédie avec ma profonde affection, ce travail.

Saïd





Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à :

Ma très chère mère pour son sacrifice, sa patience, son soutien, ses encouragements, la confiance totale qu'elle m'a toujours accordée, surtout pour sa tendresse et son amour infini.

Je ne saurai à travers cette dédicace lui exprimer le dévouement et le respect que je lui porte.

Mon père.

Mes sœurs Samia, Karima et leurs maris Nourdine, Arezki et la petite Nassira

Mes frères Ahmed, Khaled et les jumeaux Hacene et Hocine.

Mes tantes et oncles et mes cousins.

Mes camarades et amis(es).

Toutes la promotion 2009 /2010

Madjid





Dédicaces

Au nom de dieu miséricordieux

Je dédie ce travail :

A tous ceux qui me sont très chers,

Mes chers parents.

*A mes chères sœurs Fatma, Malika et son mari Hakim, Fadila, Hakima et mon
petit bébé Sadjia aux quelles je souhaite toutes la réussite et le bien être.*

A mes chers frères Mohammed, Belkacem.

A mon cher copin Sofiane.

A toute la famille sans exception.

*A tous mes amis(es), tous ceux qui font partie de ma vie et qui sont chers (es) à
mon cœur*

Que dieu nous protège et nous préserve le bonheur et la santé.

Je dédie avec ma profonde affection, ce travail.

Aziza



Sommaire

Introduction	1
---------------------------	----------

Chapitre I : Généralités sur la compression d'images

I.1 Préambule	3
I.2 Définition de l'image numérique	3
I.2.1 Caractéristiques de l'image numérique.....	3
I.2.1.1 Pixel	3
I.2.1.2 Dimension.....	3
I.2.1.3 Résolution	4
I.2.1.4 Contours et textures	4
I.2.1.5 Notion de la couleur	4
a-Image binaire	4
b-Image en niveau de gris	5
c-Image couleur	5
I.2.2 La redondance	5
I.2.3 Notion d'histogramme	5
a-Histogramme uni modal	6
b-Histogramme bimodal	6
c-Histogramme multimodal.....	6
I.3 Compression d'image	6
I.3.1 Définition	6
I.3.1.a Le taux de compression	6
I.3.1.b L'entropie	7
I.3.1.c : Mesure de distorsion	7
I.3.2 Principe générale de la compression d'image	9
I.3.2.1 Décorrélacion	9
I.3.2.2 Quantification	9
I.3.2.3 Codage	10
I.3.3 Classification des méthodes de compression.....	10
I.3.3.1 Les méthodes sans perte d'information (réversibles)	11

I.3.3.1.a Codage de Shannon-Fano	11
I.3.3.1.b Codage de Huffman	12
I.3.3.1.d Codage arithmétique	14
I.3.3.1.e Codage en RLE (Run Length Encoding)	14
I.3.3.1.f Méthodes par dictionnaire (Lempel-Ziv-welch « LZW»)	15
I.3.3.2 Méthodes avec perte d'information (irréversibles)	16
I.3.3.2.a Codage par dictionnaire (Quantification).....	16
i. Quantification scalaire.....	16
ii. Quantification vectorielle.....	17
I.3.3.2.b Codage par transformation.....	18
i. Transformation de Fourier discrète	19
ii. Transformation en cosinus discrète CDT.....	20
iii. Transformation en ondelettes discrète	20
I.3.3.2.c Les transformations fractales	21
I.3.3.2.d Les méthodes hybrides.....	22
I.3.4 Le standard JPEG	22
I.3.5 Le standard JPEG 2000.....	23
I.4 Discussion.....	24

Chapitre II : L'image hyperspectrale

II.1 Préambule	25
II.2 Définition	25
II.3 Principe d'acquisition des images hyperspectrales	27
II.4 Caractéristique de l'IHS	29
II.4.1 Résolution spatiale	29
II.4.2 Résolution spectrale.....	29
II.4.3 Résolution radiométrique	29
II.4.4 La répartition des bandes spectrales dans une image hyperspectrale	30
II.5 Les applications générales de l'IHS	30
II.6 Discussion	31

Chapitre III : La théorie des ondelettes

III.1 Préambule.....	32
III.2 Transformée de Fourier.....	32
III.3 Transformée de Fourier glissante.....	33
III.4 Théorie des ondelettes.....	35
III.4.1 transformée en ondelette continue (TOC).....	36
III.4.2 transformée en ondelette discrète (TOD).....	37
III.4.3 Analyse multirésolution.....	38
III.4.3.1 Fonction d'échelle.....	40
III.4.3.2 Fonction d'ondelette.....	41
III.4.4 Analyse multirésolution par filtrage successive.....	42
III.4.5 Propriétés des filtres de décompositions et de reconstruction.....	44
III.4.6 Les ondelettes et l'analyse multirésolution biorthogonales.....	45
III.4.7 Analyse multirésolution à deux dimensions.....	47
III.4.7.1 Algorithme de décomposition séparable et de reconstruction.....	48
III.5 Discussion.....	51

Chapitre IV : La méthode adoptée

IV.1 Préambule.....	52
IV.2 Principe de la méthode.....	52
IV.3 Compression.....	54
IV.3.1 La transformation en ondelette.....	54
IV.3.2 La transformée en cosinus discrète DCT.....	58
IV.3.3 Le choix de seuil.....	59
IV.3.4 La quantification.....	59
IV.3.5 Quantification scalaire adoptée (quantification à zone morte).....	59
IV.3.6 Codage entropique (HUFFMAN).....	60
IV.4 Décompression.....	61
IV.4.1 La quantification inverse.....	61
IV.4.2 Transformée en cosinus discrète inverse (IDCT).....	61
IV.4.3 Transformée en ondelette inverse (TODI).....	62

IV.5 Discussion	64
-----------------------	----

Chapitre V : Tests et résultats

V.1 Préambule	65
V.2 Tests et interprétation des résultats obtenus	68
V.3 Discussion	77

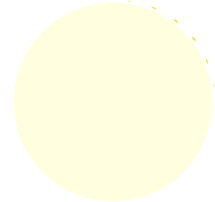
Conclusion	78
-------------------------	----

Annexe A

Annexe B

Annexe C

Bibliographie



Introduction

Introduction:

Suivant l'évolution générale des technologies, l'observation de la Terre par les satellites fournit des données de plus en plus précises, détaillées, mais aussi complexes, parmi ces données l'image hyperspectrale. Leur apparition, liée à l'amélioration des capteurs et à la volonté de voir toujours plus depuis l'espace, crée de nouvelles problématiques. L'acquisition de ces images prend beaucoup d'espace mémoire. Donc, il s'agit de stocker un maximum de données dans un volume aussi réduit que possible, ou transmettre un maximum de données de façon aussi économique possible. La quantité importante d'information générée par ces capteurs, la forte redondance entre ces informations et l'importance des détails requiert un système de compression adapté.

Nous nous intéresserons dans le cadre de ce mémoire à la compression d'images hyperspectrales. L'idée de base est de réduire le nombre moyen de bits par pixel nécessaire à leurs représentations. Il est possible dans une certaine limite de réduire ce nombre sans perdre d'information. Au delà, il est nécessaire d'élaborer des algorithmes de compression irréversibles induisant une distorsion pas (ou peu) visible dans les conditions normales d'observation.

Notre travail consiste à développer une méthode de compression d'images hyperspectrales basée sur le codage entropique dans le domaine transformée des ondelettes.



Nous avons organisé notre mémoire en cinq chapitres.

Dans le premier chapitre, nous avons donné des notions et généralités nécessaire pour comprendre le domaine de compression d'image.

Le second chapitre présente les images hyperspectrales qu'est une actualité dans les domaines de recherches technologique les plus évolués par rapport aux divers services qu'elles rendent et la quantité d'information qu'elles atteignent.

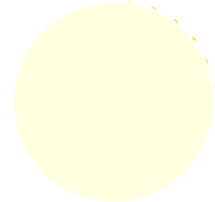
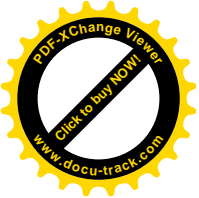
Dans le troisième chapitre, nous avons étudié l'ensemble des notions mathématique liées à la théorie des ondelettes et à l'analyse multirésolution.

Dans le quatrième chapitre nous avons décrit une méthode adoptée et présenté différents blocs de notre schéma de codage ainsi les divers traitements appliqués.



Dans le dernier chapitre, nous avons discuté les résultats issus des différents tests effectués en appliquant notre méthode.

Enfin, nous terminerons par une conclusion générale en présentant la synthèse de notre travail ainsi que les perspectives et les directions de la recherche.



Chapitre I

Généralités sur la compression d'images

I.1 préambule :

De nos jours, l'image est considérée comme un moyen indispensable et important qu'utilise l'homme pour communiquer avec autrui. Chacun peut analyser l'image à sa manière pour en dégager une impression et dont extraire des informations précises. La numérisation des images fiabilise leurs transmissions à travers des réseaux de communications et facilite leur manipulation ; en revanche, le développement des systèmes à base d'image numérique produit une augmentation incontrôlée des quantités de données à transmettre ou à stocker, et pour cela des chercheurs ont mené un important travail de recherche dans le but de coder cette information de manière à réduire le débit de stockage. Afin d'y réussir, ils ont utilisé les techniques de compression d'image.

I.2 Définition de l'image numérique : [1,8]

L'image numérique est l'image dont la surface est divisée en éléments de tailles fixes appelés cellules ou pixels, ayant chacun comme caractéristique un niveau de gris ou de couleurs prélevé à l'emplacement correspondant dans l'image réelle. La numérisation d'une image est la conversion de celle-ci de son état analogique (distribution continue d'intensités lumineuses) en une image numérique représentée par une matrice bidimensionnelle de valeurs numériques. Donc l'image numérique est une matrice composée d'échantillons élémentaires appelés pixels dont M le nombre de lignes de l'image, et N le nombre de colonnes. La position d'un pixel sur la matrice image sera indiquée par son indice de ligne $m \in [0, M[$, et son indice de colonne $n \in [0, N[$.

I.2.1 Caractéristiques de l'image numérique : [1, 2, 8]

I.2.1.1 Pixel :

Abréviation de l'expression anglaise " picture éléments ": éléments d'image, il est le plus petit point de l'image, c'est une entité calculable qui peut recevoir une structure et une quantification. Le pixel est plus petit élément que peuvent manipuler les matériels et logiciels d'affichage ou d'impression.

I.2.1.2 Dimension :

C'est la taille de l'image. Cette dernière se présente sous forme de matrice dont les éléments sont des valeurs numériques représentatives des intensités lumineuses (pixels). Le

nombre de lignes de cette matrice multiplié par le nombre de colonnes nous donne le nombre total de pixels dans une image.

I.2.1.3 Résolution :

C'est la finesse de détails atteinte par un moniteur dans la production d'images. Sur les moniteurs d'ordinateurs, la résolution est exprimée en nombre de pixels par unité de mesure (pouce ou centimètre). On utilise aussi le mot résolution pour désigner le nombre total de pixels affichables horizontalement ou verticalement sur un moniteur; plus le nombre est grand plus la résolution est meilleure.

I.2.1.4 Contours et textures :

Les contours représentent la frontière entre les objets de l'image, ou la limite entre deux pixels dont les niveaux de gris représentent une différence significative. Les textures décrivent la structure de ceux-ci. L'extraction de contour consiste à identifier dans l'image les points qui séparent deux textures différentes.

I.2.1.5 Notion de la couleur :

La couleur est la sensation que produisent sur l'œil les radiations de la lumière, telles qu'elles sont absorbées ou réfléchies par les corps. L'expérience d'égalisation des couleurs a permis de montrer expérimentalement qu'il suffisait de trois variables indépendantes pour d'écrire totalement presque toutes les couleurs existantes.

La CIE (Commission International de l'Eclairage) a fixé conventionnellement un système de référence dit RVB dont les longueurs d'onde sont :

Rouge = 700nm, Vert= 546,1nm, Bleu= 435,8nm.

Il ya trois formes physiques d'existences d'une image : forme binaire, en niveau de gris et couleur :

a-Image binaire :

L'image binaire est une matrice rectangulaire dont les éléments valent 0 ou 1. Donc, il est possible de définir deux couleurs (noir et blanc), en stockant 1 bit par pixel (bpp).

b-Image en niveau de gris :

En stockant 8bits dans chaque pixel (8 bpp) on va obtenir une image d'intensité lumineuse entre 0 et 255. Soit 256 niveaux de gris dégradés allant de noir au blanc. Notons que par convention le niveau de gris '0' correspond à du noir, et le niveau '255' à du blanc.

c-Image couleur :

Pour représenter la couleur d'un pixel il faut donc donner trois nombres qui correspondent au dosage de trois couleurs de bases RVB. A chacune de ces couleurs est associée un indice qui sera codé sur 8bits, c'est-à-dire, au total 24bits ($2^4 = 16,7$ millions de couleurs).

I.2.2 La redondance :

La redondance représente la répétition d'une information qui existe à l'intérieure de l'image.

Il existe trois types de redondance dans une image :

- **Redondance spatiale :** Ce type de redondance exploite la corrélation entre un pixel et ses voisins.
- **Redondance spectrale :** Elle est liée aux fréquences qui sont obtenues par l'application de transformations linéaires. Le but de ces transformations est de décorrélérer l'information spatiale en un groupement d'énergie fréquentielle.
- **Redondance temporelle :** Elle traduit la corrélation entre images successives d'une série d'image dans une séquence vidéo.

I.2.3 Notion d'histogramme : [1,8]

L'histogramme de l'image est une fonction qui donne la fréquence d'apparition de chaque niveau de gris (couleur). En pratique on compte le nombre de pixels de l'image correspondant à chaque niveau de gris (couleur). Il permet de donner un grand nombre d'information sur la distribution de ces niveaux. Il peut être utilisé pour améliorer la qualité d'une image (Rehaussement d'image) en introduisant quelques modifications, pour pouvoir extraire les informations utiles de celle-ci. On peut distinguer trois types d'histogramme d'image :

a-Histogramme uni modal :

Ce type d'histogramme n'a qu'un seul pic, il présente soit un objet soit un fond.

b-Histogramme bimodal :

Il est formé de deux modes bien séparés (deux pics séparés par une vallée) et l'on déduit ainsi qu'il existe un objet sur un fond.

c-Histogramme multimodal :

Il est formé de plusieurs modes séparés (plusieurs pics séparés par plusieurs vallées). Qui nous renseigne sur la présence de plusieurs objets.

I.3 Compression d'image : [1, 3, 7,9]**I.3.1 Définition :**

La compression d'image consiste à réduire le volume de données nécessaire au codage d'un symbole de la source (pixels de l'image) afin de minimiser la perte d'information, assurer une qualité visuelle acceptable pour l'application visée et permettre de s'adapter au contrainte de stockage et au débit de transmission. Pour cela on exploite les redondances qui peuvent exister dans une image. On évalue la performance d'une compression effectuée par les paramètres suivants :

- Le taux de compression,
- L'entropie,
- La qualité de reconstitution de l'image (mesure de distorsion)
- La rapidité du codeur et du décodeur (codec)

I.3.1.a Le taux de compression :

On définit le rapport de compression (R_c) comme étant le rapport entre le nombre de bits de l'image originale et le nombre de bits de l'image compressée :

$$R_c = \frac{\text{Nombre de bits de l'image originale}}{\text{Nombre de bits de l'image compressée}} \quad (\text{I.1})$$

Par conséquent, on peut définir le Taux de Compression (T_c) par :

$$T_c = \left(1 - \frac{1}{R_c}\right) * 100 \quad (\text{I.2})$$

Donc le but de compression d'image est d'avoir un plus grand taux de compression possible.

I.3.1.b L'entropie :

L'entropie caractérise la quantité d'information que contient une image. Toutefois, une image, dont tous les pixels ont la même valeur contient très peu d'information, son entropie est faible. Par contre, une image, dont tous les pixels ont une valeur aléatoire contient beaucoup d'information et son entropie est forte.

On définit l'entropie (en bits) d'un point particulier d'une image par :

$$H(p) = \sum_{n_i=1}^m p(n_i) \cdot I(n_i) \quad (\text{I.3})$$

Avec:

n_i : les niveaux de gris que peut revêtir le point P.

m : le nombre total de n_i .

$p(n_i)$: la probabilité d'apparition du niveau de gris n_i

$I(n_i)$: l'information propre du niveau de gris n_i qui est défini par :

$$I(n_i) = \log_2 \frac{1}{p(n_i)} \quad (\text{I.4})$$

D'où l'entropie sera :

$$H(p) = \sum_{n_i=1}^m p(n_i) \cdot \log_2 \frac{1}{p(n_i)} \rightarrow H(p) = - \sum_{n_i=1}^m p(n_i) \cdot \log_2 p(n_i) \quad (\text{I.5})$$

I.3.1.c : Mesure de distorsion :

La distorsion est l'erreur introduite par l'opération de la compression, due au fait qu'éventuellement l'image reconstruite n'est pas exactement identique à l'image originale.

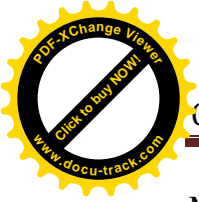
La mesure de distorsion utilisée en compression d'image est le PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) qui représente le rapport signal sur bruit, il est donné par la relation suivante :

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{N_{Gmax}^2}{MSE} \quad (\text{I.6})$$

Avec :

N_{Gmax} : Niveau de gris maximum de l'image.

MSE (Meane Square Error) : Erreur quadratique moyenne.



MSE représente la moyenne des écarts au carré entre les pixels $I(i,j)$ de l'image originale et celui de l'image reconstruite $\tilde{I}(i,j)$. Il est donné par la relation suivante :

$$MSE = \frac{\sum_{j=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{N-1} [I(i,j) - \tilde{I}(i,j)]^2}{M * N} \tag{I.7}$$

Où :

$M * N$: Taille de l'image

$I(i,j)$: Pixels de l'image originale

$\tilde{I}(i,j)$: Pixels de l'image résultante

Lorsque la reconstruction est parfaite, MSE est nulle et PSNR tend vers l'infini.

$$\left. \begin{array}{l} MSE \rightarrow 0 \\ PSNR \rightarrow \infty \end{array} \right\} \text{ Pas de distorsion}$$

Ce qui peut être vérifié sur la courbe débit/distorsion dans la figure I.1

I_s : la quantité d'information de l'image originale.

H_0 : l'entropie de l'image.

D_{max} : la distorsion maximale.

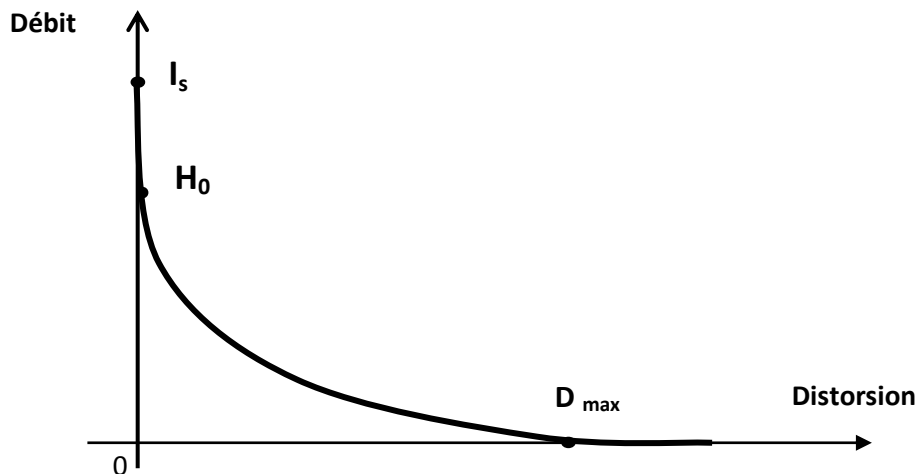


Figure I.1 : Courbe Débit/Distorsion

La courbe est partagée en deux parties. La première est située entre I_s et H_0 , cette dernière est confondue avec l'axe des ordonnées, c'est-à-dire que la distorsion est nulle ce qui permet un décodage parfait de l'image originale. Dans la seconde partie est comprise quant à elle entre H_0 et 0, la distorsion n'est pas nulle, d'où un décodage avec un nombre de bits inférieur à l'entropie. Donc l'image décodée est une représentation approximative de l'image originale. Dans ce cas une distorsion qui n'est pas perceptible à l'œil nu est introduite.

I.3.2 Principe général de la compression d'image : [2, 3, 7]

Le schéma fonctionnel de la compression est représenté sur la figure ci-dessous :

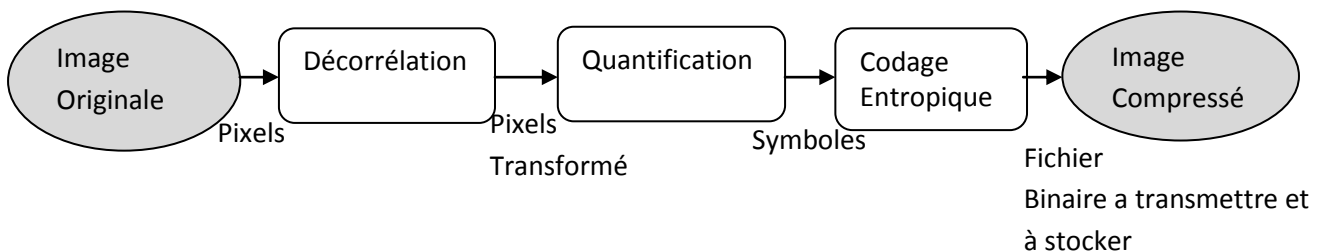


Figure I.2 : Schéma général d'un codeur source

I.3.2.1 Décorrélation :

La corrélation représente la dépendance existante entre un pixel et ses voisins. Une légère variation de la luminosité entre un pixel et ses voisins, c'est-à-dire la présence de redondance, traduit une corrélation très forte dans l'image. La première étape de la compression consiste à détecter et à réduire cette redondance, en effectuant une opération de décorrélation des pixels. Cette décorrélation transforme les pixels originaux à un ensemble des coefficients moins corrélés.

I.3.2.2 Quantification :

La deuxième étape est la quantification de l'information décorrélée qui consiste à réduire le nombre de coefficients (symboles) nécessaire et suffisant pour une représentation fidèle (approximative) de l'information originale. Les méthodes de quantification sont de deux types : quantification scalaire et quantification vectorielle. La première est appliquée sur

un scalaire comme l'intensité d'un pixel ou la valeur d'un coefficient tandis que la deuxième est appliquée sur des vecteurs constitués de blocs de pixels.

I.3.2.3 Codage :

Dans l'étape de codage, les coefficients issus de l'étape de quantification sont codés par une technique qui va satisfaire les conditions suivantes :

- Unicité : deux messages différents ne doivent pas être codés de la même façon.
- Déchiffrement : deux mots de codes successifs doivent être distingués sans confusion.

I.3.3 Classification des méthodes de compression : [1, 5, 6, 8]

Les méthodes de compression visent à enlever la redondance présente dans l'image de manière à diminuer le nombre de bits nécessaire à sa représentation. On distingue deux grandes catégories de méthodes de compression, définies dans la figure I.2 :

-Méthodes sans perte d'information (réversibles).

-Méthodes avec perte d'information (irréversibles).

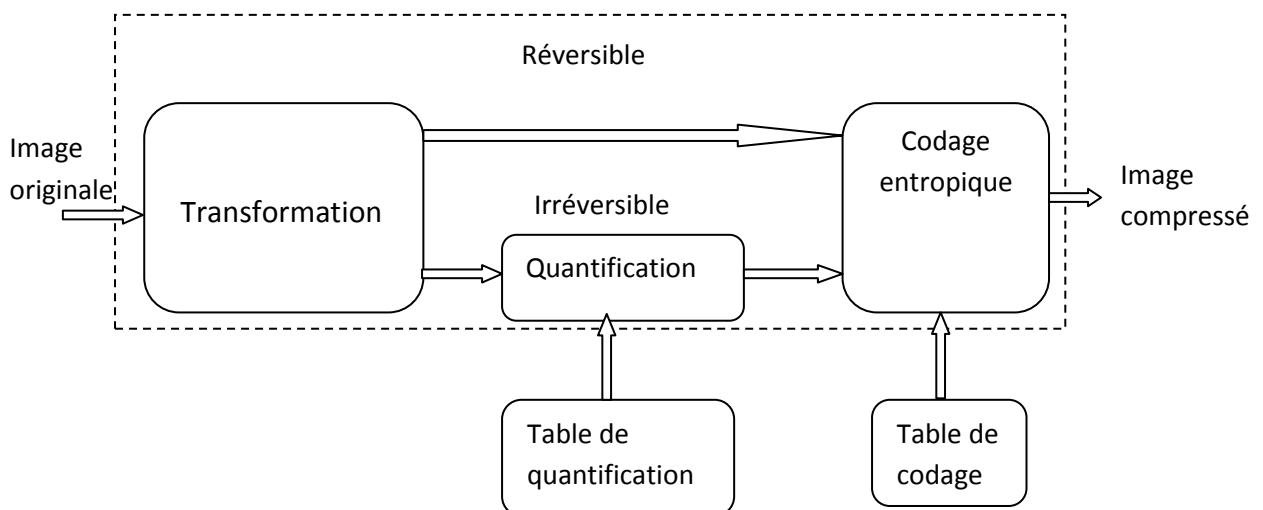


Figure I.2 : schéma général de compression d'image

I.3.3.1 Les méthodes sans perte d'information (réversibles) : [3, 7]

Ces méthodes sont dites à codage exact qui présente l'avantage d'une reconstruction exacte de l'image, elles se résument en l'élimination de la redondance qui permet de réduire la taille de l'image sans altération de la qualité de celle-ci. Ce groupe de méthodes peut être divisé en deux parties. Parmi ces méthodes, on distingue :

I.3.3.1.a Codage de Shannon-Fano :

C'est la première méthode largement utilisée, elle est basée sur la connaissance de la probabilité (fréquence) d'apparition de chaque symbole contenu dans la scène à coder puis, construire un arbre descendant à partir de la racine par divisions successives. L'algorithme comprend les quatre étapes suivantes :

134	134	134	134	134	140	159	159
128	128	128	128	140	140	145	159
128	128	128	128	128	128	145	167
128	128	128	128	128	128	167	167
128	128	128	128	128	167	134	159
103	103	103	128	128	134	134	159
112	103	103	103	140	134	134	159
112	112	112	112	112	134	159	159

-Bloc d'image 8x8-

1^{ère} étape : classer les probabilités d'apparitions de chaque symbole par ordre décroissant en deux parties, le total des compteurs des fréquences de la moitié supérieure devant être aussi proche que possible du total de la moitié inférieure. Poursuivre l'arborescence jusqu'à ce que toutes les fréquences soient isolées.

2^{ème} étape : partitionner la table des probabilités en deux parties, le total des compteurs de probabilité de la moitié supérieure devant être aussi proche que possible de total de la moitié inférieure. Poursuivre l'arborescence jusqu'à ce que toute fréquence soit isolée.

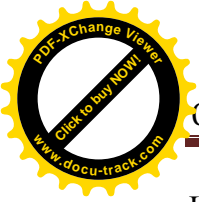
3^{ème} étape : attribuer dans l'arborescence le bit « 0 » aux moitiés supérieures de l'arborescence et le bit « 1 » aux moitiés inférieures.

4^{ème} étape : attribuer aux symboles, les codes binaires correspondant aux bits de description de l'arborescence.

Prenons par exemple un bloc d'image à niveaux de gris (256 Niveaux de gris) :

Les éléments de cette matrice sont pris dans la source de symboles {103, 112, 128, 134, 140, 145, 159, 167} dont les probabilités d'apparitions sont respectivement :

0.1, 0.1, 0.45, 0.06, 0.06, 0.03, 0.12, 0.06.



L'application des étapes de codage de Shannon-Fano à cette source est illustrée dans le tableau I.1.

symboles	probabilités	1er partition	2eme partition	3eme partition	4eme partition	5eme partition	codage	
128	0.45	0.45					0	
159	0.12	0.55	0.32	0.12			100	
112	0.10			0.20	0.10			1010
103	0.10				0.10			1011
134	0.08			0.23	0.08			110
167	0.06		0.15		0.06			1110
140	0.06				0.09	0.6		
145	0.03		0.3					

Tableau I.1 : Exemple de codage de Shannon-Fanon

I.3.3.1.b Codage de Huffman :

Le codage de Huffman associé aux valeurs d'entrées des mots de code binaires de longueur variable. Plus une valeur est probable, plus court est le mot associé. Le code de Huffman vérifie la condition dite du préfixe : aucun mot n'est un préfixe d'un autre mot de code, ce qui garantit que le code est uniquement décodable (ou déchiffrable ou séparable), sans avoir besoin des symboles séparateurs entre les valeurs codées.

Les étapes de l'algorithme de Huffman sont :

1^{ère} étape : Les probabilités d'occurrence de chaque symbole sont placées dans une liste dans un ordre décroissant

2^{ème} étape : Générer un nœud intermédiaire à partir de deux symboles ayant les probabilités les plus petites, auquel, on affecte la probabilité résultante.

3^{ème} étape : Reconstruire une nouvelle liste à partir des probabilités restantes et retourner à la 2^{ème} étape jusqu'à ce que la liste ne contienne plus qu'un seul nœud (racine).

4^{ème} étape : Coder avec retour arrière depuis le dernier groupe en ajoutant un « 0 » ou un « 1 » pour différencier les symboles probablement regroupés.

Donc : Le mot binaire d'un niveau de gris, s'obtient simplement en écrivant de gauche vers la droite les bits rencontrés en parcourant les chemins qui permettent de descendre de la racine vers le symbole considéré. Ainsi on obtient un tableau de codes de différentes longueurs qui sera transmis avec les symboles codés afin de les utiliser pour le décodage.

Ce type de codage peut être illustré par l'exemple précédent :

L'arbre de Huffman et la table correspondante sont :

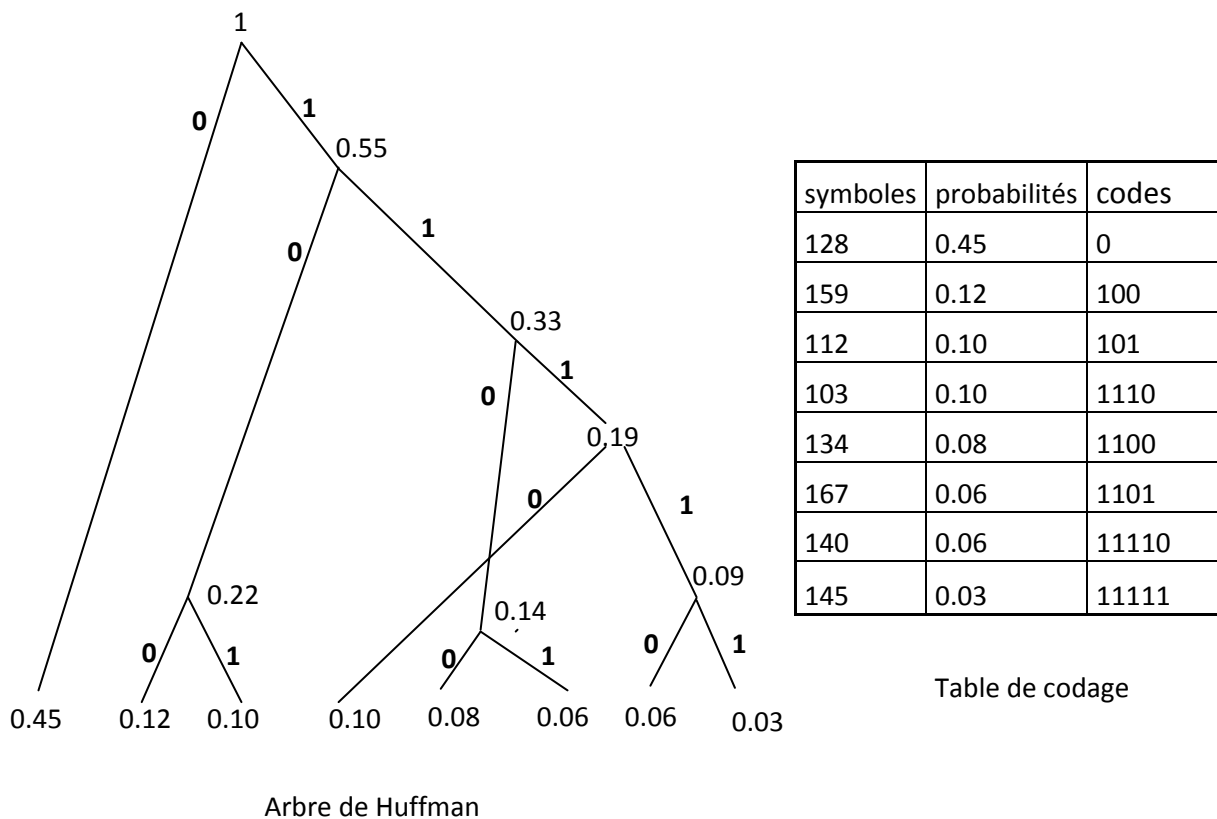


Figure I.3 : Exemple de codage Huffman

I.3.3.1.d Codage arithmétique :

Dans ce type de codage statistique, il n'y a pas de correspondance directe entre le code et les valeurs individuelles des pixels. Le codage arithmétique produit un code pour une séquence de symboles toute entière, il est fondé dans son principe sur la subdivision en sous intervalles de l'intervalle unité qui représente l'ensemble de toutes les séquences binaires.

La procédure de codage arithmétique est la suivante :

1. Calculer la probabilité associée à chaque symbole dans la chaîne à coder.
2. Associer à chaque symbole un sous intervalle proportionnelle à sa probabilité dans l'intervalle $[0,1[$, l'ordre de rangement sera mémorisé car il est nécessaire au décodage.
3. Initialiser la limite inférieure de l'intervalle de travail à la valeur 0 et la limite supérieure à la limite 1.
4. Tant qu'il y a un symbole à coder dans la chaîne :
 - Sa largeur = limite supérieure – limite inférieure.
 - Sa limite inférieure = la limite inférieure + largeur *(limite basse de sous intervalle de symbole).
 - Sa limite supérieure = la limite inférieure + largeur *(limite haute de sous intervalle de symbole).

Le codeur arithmétique est plus performant que le codeur de Huffman vis-à-vis de taux de compression, mais il présente l'inconvénient d'être plus complexe en implémentation et plus lourd en temps de calcul.

I.3.3.1.e Codage en RLE (Run Length Encoding) :

Le codage RLE est très utilisé et son efficacité dépend de la complexité de l'image. En effet, plus les transitions des niveaux de gris sont faibles plus le codage est meilleur et plus on atteint des taux de compression élevés. De plus, il est simple à implémenter et rapide d'exécution.

Remarquons toutefois, que ce type de codage est moins efficace que les précédents pour le codage des images naturelles, car la possibilité de trouver deux niveaux de gris ayant la même valeur est faible.

En gros, ce codage consiste à coder une plage de pixels ayant la même valeur. Chaque plage défini d'une façon unique une paire de nombre $p = (\text{plage}, n)$ où :

-Plage est le nombre de points voisins possédant le même niveau de gris.

-n est le niveau de gris commun à ces points.

Ce type de codage peut être illustré par l'exemple précédant :

Le codage par plage des coefficients de tel exemple donne la suite des paires suivantes :

(6,103), (6,112), (29,128), (5,134), (4,140), (2,145), (8,159), (4,167) fournissant le nouveau code de la ligne :

6 103 6 112 29 128 5 134 4 140 2 145 8 159 4 167.

I.3.3.1.f Méthodes par dictionnaire (Lempel-Ziv-welch « LZW ») :

Le premier élément de la famille des compresseurs LZ a été créé par Abraham Lempel et Jacob Ziv. En 1977 ce compresseur nommé LZ77 est utilisé dans les programmes d'archivage de données comme PKZIP, ARG ou bien LHA. Il est spécialisé dans les données textuelles alors que LZ78 est plus efficace pour les données binaires comme les images.

Une amélioration des algorithmes précédant a été introduite par Terry Welch. Le résultat fut l'algorithme LZW. Le codeur LZW est capable de travailler avec n'importe quel type de données. Il est rapide en compression et en décompression. Son principe consiste à coder une suite de pixels à l'aide d'un dictionnaire construit au fur et à mesure de la lecture des données. Le codage d'une image s'effectue selon les étapes suivantes :

- Découpage de l'image en chaîne de pixels (création du dictionnaire).
- Attribution d'un code à chaque chaîne.
- Stockage ou transmission de couple (code, chaîne).

En effet, après le découpage de l'image en chaîne de pixels, chaque chaîne est comparée au dictionnaire. Si elle n'est pas présente, elle est stockée et ensuite écrite dans le flot de sortie compressée. Quand une chaîne déjà rencontrée, apparaît dans le flot et dans le cas où elle a une longueur inférieure au plus grand mot de dictionnaire, la chaîne sera codée et transmise.

Bien souvent, pour la compression et la décompression, le dictionnaire est initialisé avec les 256 valeurs de la table ASCII. Ainsi, tous les codeurs et décodeurs LZW initialisent leurs dictionnaires de la même manière.

Le tableau suivant résume les différentes caractéristiques des codages étudiés :

I.3.3.2 Méthodes avec perte d'information (irréversibles) : [1, 3, 7]

Ces méthodes permettent de retrouver une approximation de l'image numérique avec un taux de compression élevé. Elle apporte une perte d'information aux images reconstituées en exploitant la redondance d'information dans l'image. Ces pertes sont généralement indécélables à l'œil nu. Ce sont des méthodes de compressions visuelles.

I.3.3.2.a Codage par dictionnaire (Quantification):

Cette famille d'algorithmes code les chaînes de symboles de longueurs variables comme des prototypes uniques qui forment un index dans le dictionnaire.

i. Quantification scalaire :

La quantification scalaire (QS) est la représentation de l'image par des valeurs discrètes. La QS est une fonction en escalier, elle est définie comme étant une application Q qui associe à une variable continue X , une variable discrète Y , pouvant prendre un nombre fini et fini de valeurs. Elle est structurée comme suit :

- On fixe le nombre de niveau de quantification N , donc on aura un ensemble fini de valeurs $Y = \{y_j, j=1, \dots, N\}$.
- On subdivise l'ensemble de valeurs de X , qui est l'ensemble des valeurs possibles aux symboles d'entrées, en N intervalles. On aura un ensemble $S = \{S_i, i=1, \dots, N+1\}$.

Par conséquent, l'application Q est définie par :

$$Q(S_i, S_{i+1}) = y_j \quad (\text{I.8})$$

Ceci revient à associer à chaque valeur $X \in [S_i, S_{i+1}]$ la valeur y_j .

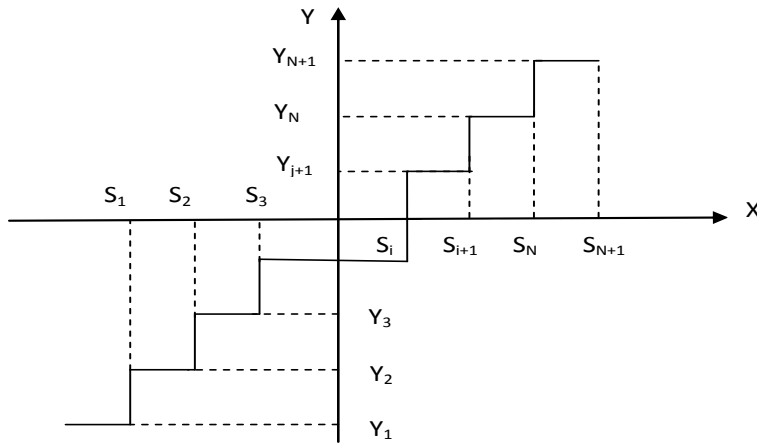


Figure I.4 : Principe de la quantification scalaire.

ii. Quantification vectorielle :

La quantification vectorielle (QV) est une généralisation de la quantification scalaire, Shannon a montré qu'il est toujours possible d'améliorer la compression de données en codant des vecteurs que des scalaires. Elle consiste à découper la matrice de symbole en petits blocs, chaque bloc est comparé à l'ensemble des M blocs prédéfinis (dictionnaire), puis remplace par le bloc le plus ressemblant seule l'adresse du ce dernier qui sera stockée ou transmise. Le décodage se fait en remplaçant l'adresse reçue par le bloc correspondant. Notons que les dictionnaires du codeur et du décodeur sont identiques.

La figure I.5 illustre les étapes du codage par quantification vectorielle.

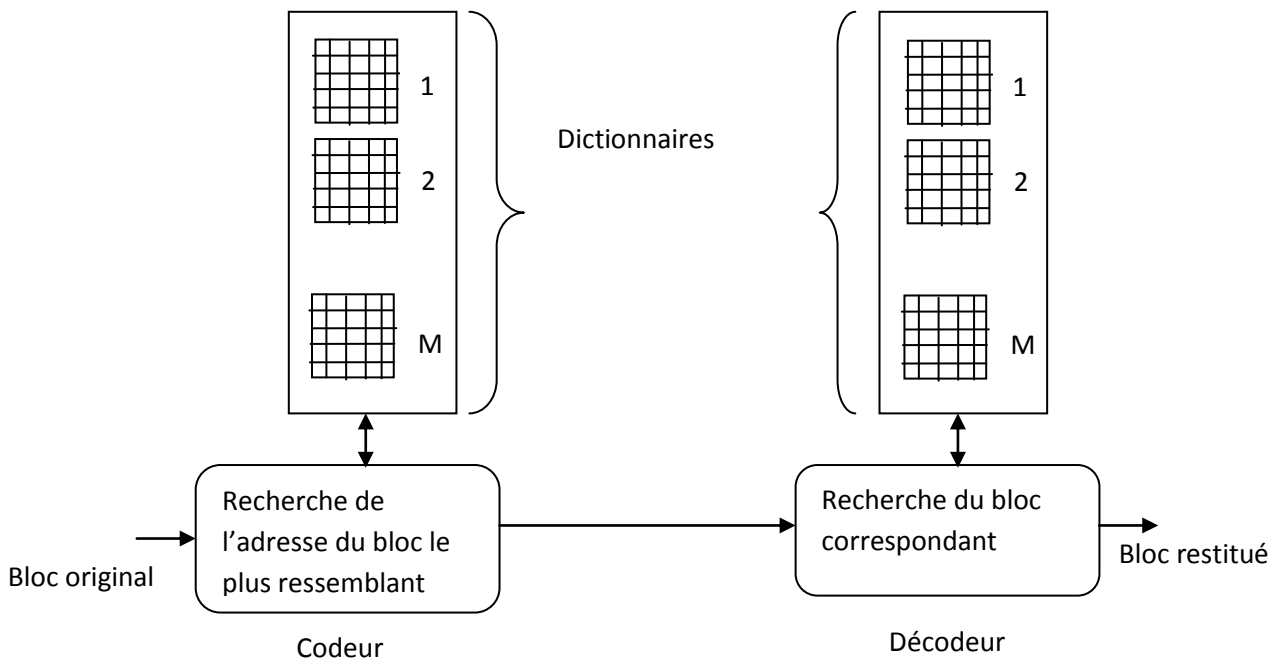


Figure I.5 : Les étapes de quantification

Un dictionnaire indépendamment de son mode de construction et du système de recherche employé est défini par deux paramètres principaux :

- Le nombre de vecteur le constituant : N .
- La dimension de l'espace vectoriel : k (dimensions des vecteurs du dictionnaire)

I.3.3.2.b Codage par transformation [7,3] :

L'application de la transformation à l'image revient à lui changer l'espace de représentation (chaque bloc d'image subit une transformation mathématique irréversible de domaine spatial vers le domaine fréquentiel. En effet les pixels de l'image passent d'un espace ou fortement corrélés à un espace où cette corrélation est minimisée. La compression par transformation est la subdivision de l'image de dimension $N*N$ en sous images ou blocs de taille réduites. Les coefficients obtenus indépendamment des autres blocs sont alors quantifiés et codés en vue de leurs transmissions ou leurs stockages.

Le principe d'un codage par transformation est le suivant :

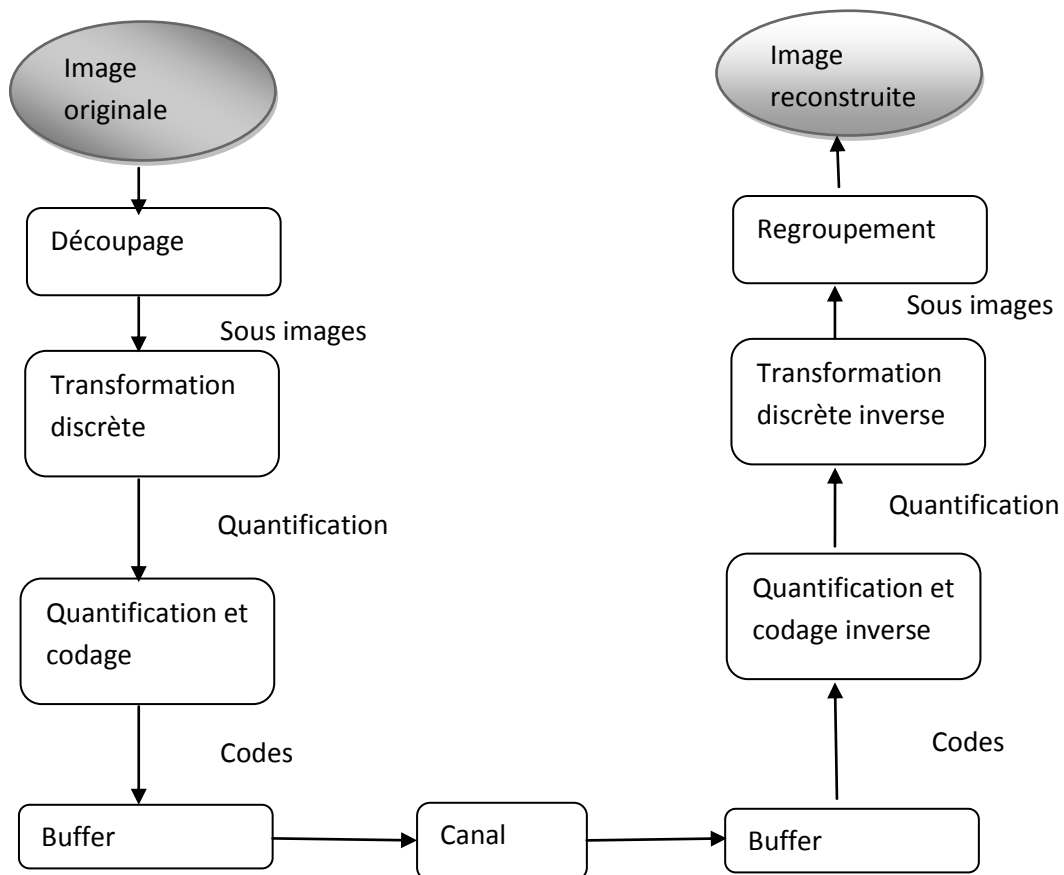


Figure I.6 : principe d'un système de transmission d'un codeur par transformation

i. Transformation de Fourier discrète : [IA, 1, 7]

La transformée de Fourier est la plus connue et la plus utilisée dans des nombreuses applications qui réalise de traitement d'image. C'est un outil mathématique qui réalise une transformation de signal dans le domaine fréquentiel. Elle permet de compacter grandement l'énergie moyenne sur un petit nombre de composant. Pour l'image N*M les composantes transformées sont données par la relation suivante :

$$n = \frac{1}{\sqrt{M.N}} \sum_{K=0}^{M=1} \sum_{h=0}^{N=1} n(k, h) e^{-2j\pi \left(\frac{uk}{M} + \frac{vh}{N} \right)} \quad (\text{I.9})$$

Avec :

$n(k, h)$: niveaux de gris du bloc original.

Tel que :

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq M - 1 \\ 0 \leq h \leq N - 1 \end{cases}$$

Et les coefficients associée à la TFD sont définis par :

$$A_{u,v,l} = \frac{1}{\sqrt{M.N}} \cdot e^{-2j\pi \left(\frac{uk}{M} + \frac{vk}{N} \right)} \quad (\text{I.10})$$

Avec :

$$\begin{cases} 0 \leq k \leq M - 1 \\ 0 \leq h \leq N - 1 \\ 0 \leq u \leq M - 1 \\ 0 \leq v \leq N - 1 \end{cases}$$

Même si elle est très utilisée, elle présente des inconvénients sur la complexité de décomposition fréquentielle en coefficients. L'existence des parties réelles et des parties imaginaires pour ces coefficients transformés, n'entraîne pas un doublement de la quantité d'information dans l'espace transformé.

ii. Transformation en cosinus discrète DCT: [2, 3, 9]

La transformation en cosinus discrète (DCT) est une technique qui a été proposée par Ahmed Natarajan et Reo en 1974. Elle est l'une des transformations les plus utilisées pour la compression d'image adoptée dans nombreux standards de compression. Elle est très similaire à la transformée de Fourier, exceptée le fait qu'elle n'utilise pas de valeurs complexes.

La formule générale de la DCT et de son inverse est donnée par les relations suivantes :

$$F(u, v) = \frac{2}{\sqrt{N.M}} C(u). C(v) \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} X(n, m) \cos\left[\frac{(2n+1)u \pi}{2N}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2m+1)v \pi}{2M}\right] \quad (I.11)$$

Et pour la transformation inverse :

$$X(n, m) = \frac{2}{\sqrt{N.M}} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} C(u). C(v). F(u, v) \cos\left[\frac{(2n+1)u \pi}{2N}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2m+1)v \pi}{2M}\right] \quad (I.12)$$

Avec :

m, n= les coordonnées dans le domaine spatial.

u, v= les coordonnées dans le domaine fréquentiel.

$$C(u), C(v) : \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{Si } u \text{ ou } v = 0 \\ 1 & \text{si } u \text{ ou } v \neq 0 \end{cases}$$

iii. Transformation en ondelettes discrète TOD [3, 9,10]

Les ondelettes sont des fonctions qui sont simultanément caractérisées par une fréquence et localisées dans le temps (ou dans l'espace).

La transformation en ondelettes discrète (TOD) repose sur la notion d'analyse multirésolution d'une image. Celle-ci est décomposée en un ensemble de sous bandes représentant l'information portée par l'image source à différents niveaux de résolution : l'image d'approximation étant une version réduite et lissée de l'image initiale tandis que les images de détails « horizontaux, verticaux, diagonaux » contiennent uniquement des

informations relative à la texture locale et aux contours des régions de l'image, à une résolution donnée selon une direction donnée. L'algorithme de Mallat permet d'obtenir ces sous images par application récursives, d'abord sur l'image source puis sur l'image d'approximation obtenue à chaque niveau, d'un bloc de filtre passe-bas /passe haut appliqué successivement selon les lignes et les colonnes de l'image à transformer.



Figure I.7 : Exemple de décomposition en ondelette à deux niveaux

I.3.3.2.c. Les transformations fractales : [9, 11]

La compression d'une image fractale consiste à mettre en relation un modèle mathématique avec celle-ci afin de lui appliquer une transformation contractante. Il faudra ensuite définir les autosimilarités, afin de ne les sauvegarder qu'une seule fois. Cette recherche correspond à une transformation affine qui se résume à une approximation de l'image d'origine, incluant donc un taux d'erreur de l'image finale variant selon la complexité de la transformation; c'est ce qui donne le taux de compression. La compression fractale prend du temps pour la compression mais la décompression est rapide, elle consiste à lire en une simple lecture les formules mathématiques et puis à reconstituer l'image. La partie la plus difficile est de générer les formules qui représentent correctement l'image. La compression fractale, considère l'image composée de plusieurs petites images. Cette technique cherche à trouver les relations reliant les petites images composantes de l'image initiale puis les **représentées** par des formules mathématiques.

I.3.3.2.d Les méthodes hybrides : [3]

Les méthodes hybrides sont une combinaison de plusieurs techniques de compression visant à jumeler les avantages de celles-ci, afin d'avoir un taux de compression élevé, une meilleure qualité de restitution de l'image et un temps de calcul minimal lors de processus de codage.

I.3.4 Le standard JPEG : [3, 5, 12]

La norme JPEG est une abréviation de Joint Photographique Expert Group. Aperçue en 1989, est une norme de compression d'images fixes, conçue à l'origine pour le monde de l'impression et de photo composition. JPEG accepte n'importe quelle définition des images et exploite les uniformités présente à l'intérieur de chacune d'elle ; le codage est dit intra image par conséquent, il élimine les redondances présentent dans l'image. Le format JPEG impose une décomposition de l'image en blocs 8x8 ensuite transformé par la DCT qui permette de condenser l'information initiale par diminution de l'entropie, la quantification scalaire des composantes transformées selon un critère psycho-visuel et le codage entropique.

La phase de décompression se résume par la succession inverse des étapes nécessaires à la compression c'est à dire : décodage, quantification inverse, DCT inverse (IDCT) et en fin reconstruction des blocs.

Le schéma de compression selon cette norme est donné par la figure I.8 :

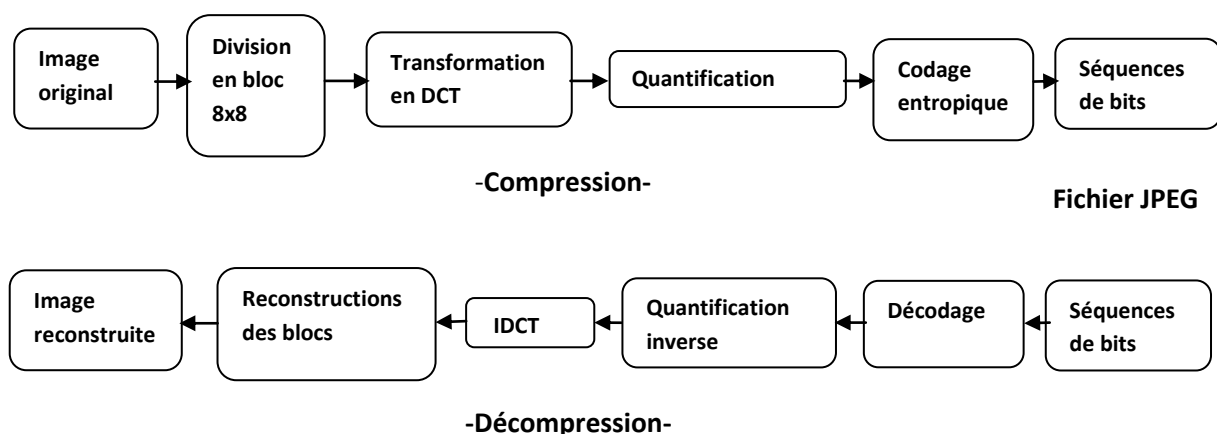


Figure I.8 : schéma de compression selon JPEG

I.3.5 Le standard JPEG 2000 : [5, 13]

La norme JPEG 2000 définit le codage des images numériques et est destinée à supplanter la norme JPEG. L'extension des images au format JPEG 2000 est *.jp2*.

La compression JPEG 2000 peut débuter par la transformation des trois composants colorimétriques de l'image en un coefficient de luminance et deux coefficients pour exprimer la couleur, cette étape appelée, pré-traitements. Par contre, cette première étape de compression n'est pas obligatoire dans la norme JPEG. Elle peut s'effectuer avec ou sans perte des données. Dans ce dernier cas, tous les octets sont conservés.

Contrairement au JPEG, le JPEG 2000 utilise une transformation par ondelettes des pixels de l'image. Il s'agit d'une transformation des pixels de l'image en fréquences où chaque pixel **correspond à une seule fréquence**. Cette opération produit plusieurs sous-images par divisions successives de l'image source. Ces sous-images rassemblent chacune un intervalle de fréquences. Pour la majorité des images, les fréquences hautes sont moins nombreuses que les fréquences basses car les fréquences hautes signifient que les pixels de l'image sont très différents les uns des autres, un phénomène rare dans une image. Ensuite vient l'étape de quantification où se produit la destruction des fréquences les plus hautes sont éliminées en fonction d'un taux de compression donné. Néanmoins, si la compression est non destructrice, l'étape de quantification n'est pas effectuée. Enfin, le JPEG 2000 effectue un codage arithmétique adaptatif des octets résultants de l'opération de compression. Les différentes étapes de la compression JPEG2000 sont illustrées par la figure I.9 :

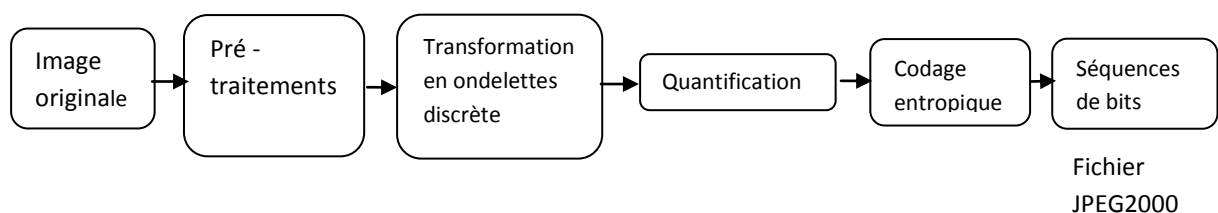


Figure I.9 : Schéma de compression selon JPEG2000

Le JPEG 2000 est la meilleure méthode de compression des images qui existe à ce jour. Pour un même taux de compression, la quantité d'information pertinente préservée est supérieure à celle permise avec le JPEG. Elle permet également d'appliquer des taux de compression différents sur une même image. Certaines parties de l'image peuvent ainsi être plus ou moins compressées en fonction de leur niveau de détail respectif. Cependant, un inconvénient majeur du JPEG 2000 est l'apparition de zones floues sur l'image compressée à un taux trop élevé.

I.4 Discussion :

Dans cette partie, nous avons effectué le point sur l'image, la compression et ses différentes techniques applicables sur celle-ci en niveau de gris.

Sachant que, chacune de ces méthodes a ses avantages et ses inconvénients, elles ont toutes un point commun qui est la réduction du nombre de bits nécessaires au codage d'un pixel d'une image. Selon le taux de compression qu'on veut atteindre et la qualité de l'image qu'on veut récupérer.



Chapitre II

L'image hyperspectrale

II.1 Préambule:

L'observation de la Terre depuis l'espace s'est d'abord faite en monochrome. Les capteurs électroniques présentant des avantages évidents pour la récupération des images se sont très vite développés. Il est ensuite apparu que l'observation de la même scène à plusieurs longueurs d'onde permettait une meilleure exploitation des données. Pour permettre la formation d'images aux couleurs naturelles, l'observation est alors souvent faite dans les trois couleurs usuelles (rouge, vert et bleu) dans le proche infrarouge. L'évolution naturelle des capteurs d'images a conduit à l'acquisition non pas d'une, trois ou quatre bandes spectrales mais plutôt de plusieurs centaines, ce que on appelle image hyperspectrale (IHS).

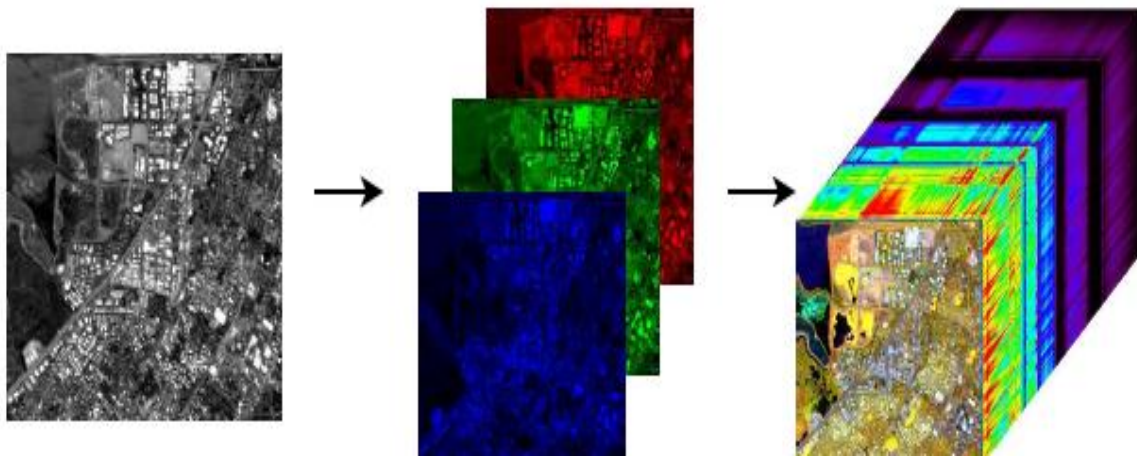


Figure II.1 : Du monochrome à l'hyperspectrale

II.2 Définition :

Une définition formelle de l'IHS est donnée par Kruse, l'imagerie hyperspectrale consiste à acquérir des spectres pour tous les pixels d'une image, où un spectre est une mesure contigüe d'une distribution de longueur d'onde, avec une résolution suffisante pour résoudre la variabilité naturelle de système d'intérêt. Chang précise cette définition en distinguant l'IHS de l'imagerie couleur et multispectrale par trois caractéristiques principales [22] :

- Les systèmes couleurs ou multi spectraux enregistrent une image de scène dans 3 ou au plus de 10 bandes spectrales, alors que les systèmes IHS acquièrent des centaines de bandes contigües.

- Les systèmes multi spectraux ont une résolution spectrale de l'ordre de 10 alors qu'elle est de l'ordre de 100 pour les systèmes IHS.
- Alors que les systèmes multispectraux acquièrent les images dans des bandes de longueur d'onde larges et irrégulièrement espacées, les systèmes IHS ont des bandes spectrales contiguës et régulièrement espacées permettant d'obtenir un spectre quasi-continu pour chaque pixel.

Une image hyperspectrale est obtenue grâce à un spectro-imageur. L'acquisition d'une même scène est réalisée dans plusieurs bandes spectrales (100 à 200). Ce type d'image fournissent donc une information plus détaillée des propriétés spectrales d'une scène et permettent de fait une identification et une discrimination plus précises des objets que les images multispectrales.

Les signaux enregistrés par le capteur sont retransmis à la station terrestre dans le cas de l'imagerie satellitaire ou stockés dans le cas de l'imagerie aéroportée. Au sol, les données acquises sont transformées en image. Une image hyperspectrale peut être décrite comme un cube de données à trois dimensions, avec deux dimensions spatiales et une troisième dimension spectrale, de la manière suivante :

- La largeur de ce cube, mesurée en nombre de pixels, est le nombre total de détecteurs utilisés dans le système d'imagerie et est liée à la résolution spatiale.
- La longueur de ce cube mesurée également en pixels, est un nombre défini de lignes enregistrées par le capteur.
- Enfin, la profondeur est le nombre de canaux spectraux (selon la longueur d'onde λ) et représente la résolution spectrale de l'image.

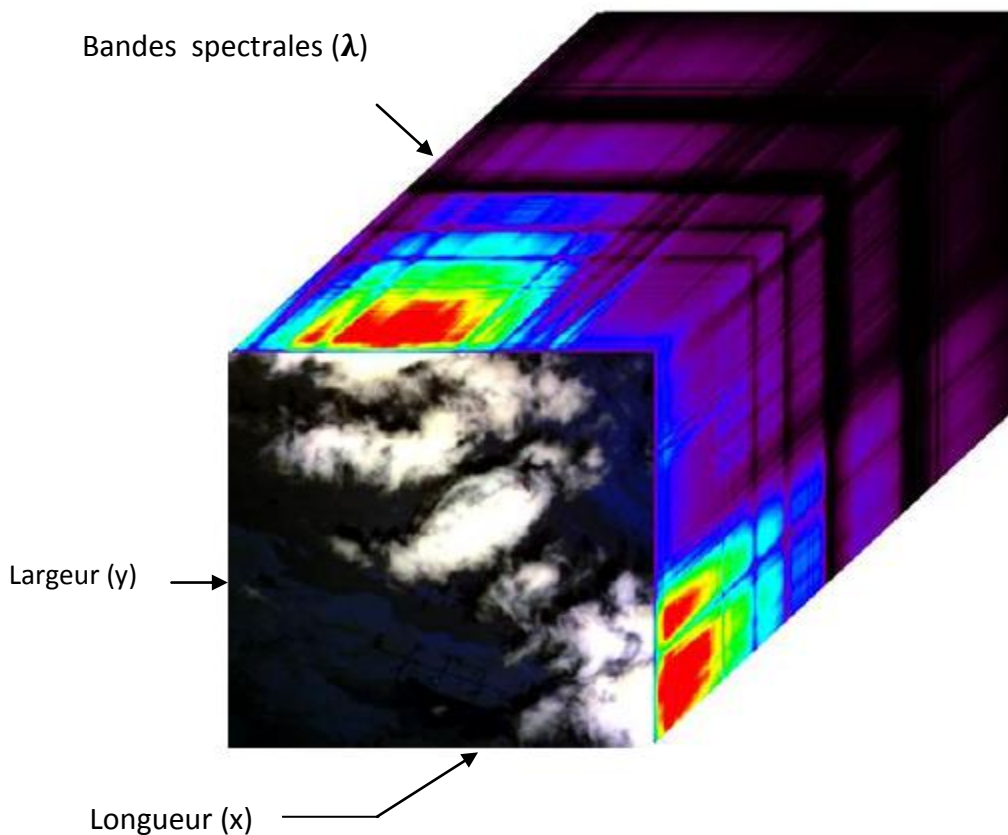


Figure II.2 : représentation d'une image hyperspectrale sous forme d'un cube

II.3 Principe d'acquisition des images hyperspectrales : [21, 22]

Le principe de l'imagerie hyperspectrale est d'acquérir une séquence d'images 2D à différentes longueurs d'onde. Techniquement, deux grandes approches sont utilisées pour réaliser l'IHS. La première consiste à acquérir une séquence d'images 2D à différentes longueurs d'onde. Pour cela, on utilise des filtres variables positionnés devant une caméra matricielle. La deuxième approche consiste à acquérir une séquence d'images lignes où pour chaque pixel d'une ligne, un spectre complet est mesuré. Elle requiert un spectrographe imageur couplé à une caméra monochrome où une dimension permet d'enregistrer l'information spatiale et l'autre la dimension spectrale. La dimension spatiale manquante est alors acquise par déplacement du capteur ou de l'objet. L'idée de base sur laquelle s'appuie cette technique est qu'un spectre nous permet de faire une analyse quantitative plutôt que qualitative.

L'IHS pourrait se d'écrire comme un système capable de collecter et de fournir une information spectrale du matériau, en enregistrant l'énergie reflétée par sa surface, où la source de cette énergie est généralement la lumière solaire. Sur la figure (II.2), sont représentés des exemples de spectres des pixels de cubes extraits de l'image totale. L'abscisse correspond aux longueurs d'onde et l'ordonnée aux Réflectances.

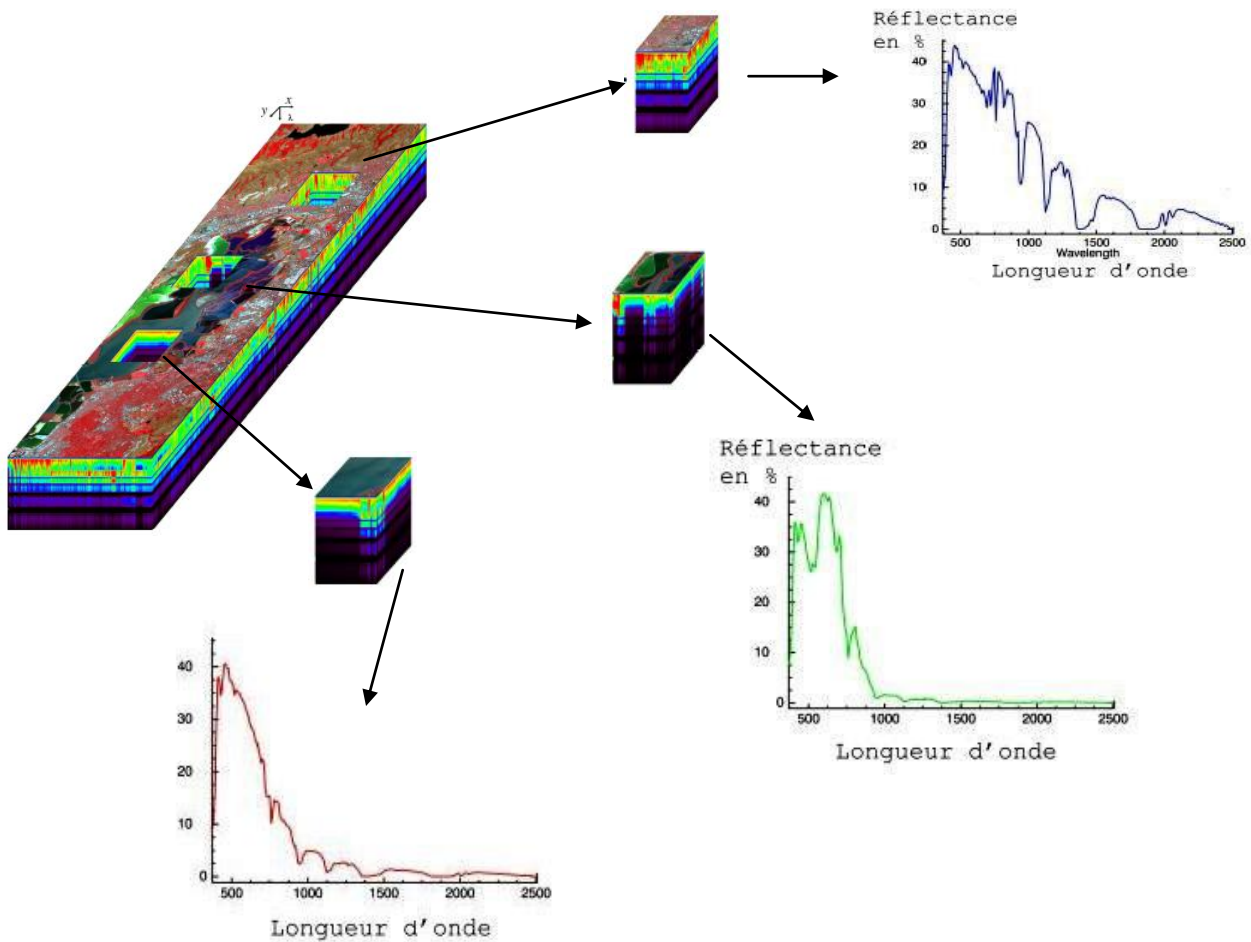


Figure II.3: Données hyperspectrales.

- Longueur d'onde en nm
- La Réflectance en %

II.4 Caractéristique de l'IHS : [21,22]

II.4.1 Résolution spatiale :

La caractéristique spatiale d'une image se d'écrit par la résolution spatiale. Elle a été définie comme le pouvoir de distinction de deux objets. En d'autres termes, elle correspond à la taille du plus petit objet identifiable dans l'image. Dans les systèmes d'imagerie numériques actuels, la résolution spatiale est très variable en fonction de l'application de l'imagerie: elle peut aller de quelques dizaines de centimètres à quelques centaines de mètres.

II.4.2 Résolution spectrale :

Dans le système optique du capteur, les rayonnements reçus se divisent en différentes longueurs d'ondes. Un grand nombre de divisions (de bandes spectrales) serait idéal, mais plus la bande spectrale est étroite et plus l'énergie des rayonnements reçus par le détecteur est faible et induit une diminution du rapport Signal/Bruit. La résolution spectrale est définie comme la largeur $\Delta\lambda$ minimum d'un canal spectral. Pour l'IHS, la résolution est donc le nombre de canaux spectraux étroits et contigus. D'un point de vue mathématique, si on imagine la restauration d'une fonction après échantillonnage, il est évident que plus le pas d'échantillonnage est petit et plus la restauration sera précise. Nous pouvons restaurer de la même manière la réflectivité spectrale qui est une fonction de longueur d'onde avec le pas d'échantillonnage considère comme la résolution spectrale.

II.4.3 Résolution radiométrique :

Le flux de la radiance qui arrive sur chaque détecteur, pour une longueur d'onde spécifique est une valeur analogique. Donc cette valeur peut-elle être convertie en valeur d'intensité utilisable par les ordinateurs numériques. Cette conversion peut être considérée comme un problème de quantification dans laquelle nous convertissons les valeurs de flux de radiance entre le minimum et le maximum sur une gamme de valeurs discrètes. Ces valeurs discrètes déterminent les niveaux de gris de chaque pixel. La résolution radiométrique se mesure normalement en nombre de bits par exemple pour un capteur qui a une résolution radiométrique de 10 bits, nous avons des pixels avec des valeurs de gris compris entre 0 et $1023(2^{10})$. Avec cette caractéristique qui est normalement élevée dans le cas de l'IHS, il est probable que deux matériaux très similaires apparaissent avec des valeurs légèrement différentes. Bien que cette probabilité soit petite, elle est importante à prendre en compte.

II.4.4 La répartition des bandes spectrales dans une image hyperspectrale :

Les données hyperspectrales sont volumineuses. Observer la même scène dans environ 200 longueurs d'onde multiplie logiquement la taille des données par 200. Le capteur spatial Aviris acquiert en 3 secondes une scène de 7.5×19.8 km, ce qui représente 512×614 pixels dans chacune des 224 bandes spectrales. Le tableau (II.1) représente la répartition des différentes bandes spectrales dans une image hyperspectrale acquiert par ce capteur :

	A	B	C	D
Spectre (nm)	380- 690	670-1270	1260-1880	1880-2500
Nombre de bandes	32	64	64	64
Largeur de bande	9.7 nm	9.5 nm	10.0 nm	12 nm

Tableau II.1

Remarque :

Les 32 bandes de **A** sont représentées dans le domaine visible.

Les 64 bandes de **B** sont représentées dans le proche d'infrarouge.

Les 64 bandes de **C** et **D** sont représentées dans le moyen- infrarouge.

II.5 Les applications générales de l'IHS :

La télédétection hyperspectrale est considérée comme une méthode essentielle pour collecter des données sur l'environnement, en principe grâce à la vue unique qu'elle nous fournit de la Terre. Cependant, si la télédétection n'a pas encore totalement remplacé les méthodes de surveillance terrestre, c'est généralement en raison de limitations particulières qui existent toujours avec cette technologie. Celles-ci incluent les limitations potentielles avec les problèmes de résolutions spatiales, spectrales et radiométriques de divers capteurs, les problèmes avec les conditions atmosphériques, les coûts de collecte des données et les problèmes pour l'analyse et l'interprétation des données. La télédétection hyperspectrale est complémentaire de la surveillance terrestre car elle fournit une vision synoptique spatiale et spectrale avec des caractéristiques et des analyses extrêmement fines. Pour l'IHS, nous pouvons considérer différentes catégories d'application. En principe, l'IHS est appliquée dans

deux catégories principales : premièrement, les applications militaires et deuxièmement les applications civiles. Pour la deuxième catégorie, les différents thèmes de recherche sont :

- L'application urbaine
- L'application environnementale
- L'application agricole et forestière
- L'application géologique et minérale

II.6 Discussion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques caractéristiques de l'image hyperspectrale, leurs origines, le mode d'acquisition et quelques applications, ce qui permet d'en comprendre les avantages que présentent sur l'image classique. L'avenir de ce type d'image apparaît prometteur mais nécessite un investissement de recherche sur des problématiques autant à l'acquisition qu'au traitement des images.



Chapitre III

La théorie des ondelettes

III.1 Préambule :

Quand on observe un signal $f(t)$ au cours de temps, on est en mesure de connaître son début et sa fin, mais peu d'informations à repérer sur ses périodicités (ses fréquences), d'où l'utilisation de la transformée de Fourier afin de décomposer le signal en une fréquence fondamentale accompagnée de ses harmoniques. Chaque fréquence correspond à une fonction sinusoïdale (dépendante du temps) et nous donne une information sur la régularité globale du signal. Il est donc difficile d'obtenir une information localisée dans le temps et en plus on ne peut pas étudier des signaux dont la fréquence varie au cours du temps.

L'idée suivante consiste à représenter notre signal en fonction du temps et de la fréquence. On a donc une description temporelle et une description fréquentielle. L'un des premiers à avoir appliqué ce principe aux transformées de Fourier est le physicien Dennis Gabor. On parle alors de la transformée de Fourier à fenêtre glissante. L'idée de base consiste à découper le signal en plages temporelles. On réalise sur chaque plage, une analyse de Fourier. Cette analyse est donc dépendante de la localisation de la plage. Le principal inconvénient de cette technique est que la longueur de la plage (l'échelle) est fixe. Donc on ne peut pas appliquer cette méthode aux signaux qui correspondent à des phénomènes avec des échelles de temps très différents.

De ce fait, il faut pouvoir conserver la représentation temps-fréquence et réaliser une analyse multi-échelle/multirésolution. C'est ce que permet le traitement du signal par ondelettes en tenant compte de la régularité locale. En jouant sur le facteur d'échelle, on fait une sorte de zoom avant/arrière sur une portion du signal.

III.2 Transformée de Fourier : [14]

La transformée de Fourier est un outil mathématique très utilisé en physique et en traitement de signal. Elle effectue une transformation d'une représentation spatiale d'un signal à une représentation fréquentielle. Elle permet de décomposer un signal à une série de sinusoïdes à différentes fréquences et d'amplitudes variables.

Pour $f \in L^2(\mathbb{R})$ sa transformée de Fourier F , est définie par :

$$\forall v \in \mathbb{R}, \quad TF\{f(t)\} = \langle f, e^{-j2\pi vt} \rangle = F(v) = \int f(t)e^{-j2\pi vt} dt \quad (\text{III.1})$$

La transformée de Fourier inverse TF^{-1} de F est définie par :

$$TF^{-1}\{F(v)\} = f(t) = \int F(v) e^{j2\pi vt} dv \quad (\text{III.2})$$

Avec :

- $f(t)$: signal à traiter.
- v : notation de la fréquence.
- t : représente le temps.

III.3 Transformée de Fourier glissante : [14, 15]

La transformée de Fourier consiste à analyser une fonction à l'aide des sinusoides (des exponentielles complexes). Or le support de cette fonction est infini, et de plus, ne privilège aucun intervalle de temps. Toute information temporelle sur la fonction $f(t)$ analysée est donc perdue ; si une sinusoides de fréquence v apparaît dans le signal à un instant t , on pourra déterminer parfaitement v à l'aide de la transformée de Fourier, mais on n'aura aucune précision sur t . Cette transformée permet de détecter une fréquence infiniment bonne mais en perdant toute localisation temporelle. La méthode qui est sans doute la plus intuitive, pour avoir des informations temporelles sur notre signal, consiste à analyser le signal par morceaux. C'est le principe de la transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFG) qui a été introduit par Denis Gabor en 1946. Gabor suggérait de rendre locale l'analyse de Fourier. Ce principe consiste à découper le signal en plages temporelles et puis, on réalise sur chaque plage, une analyse de Fourier. Cette analyse est donc dépendante de la localisation de la plage. Une fenêtre est une fonction régulière, lentement variable, et bien localisée. En multipliant la fonction étudiée par une fenêtre, on obtient une version 'locale', dont on peut déterminer le contenu fréquentiel par analyse de Fourier.

La fonction de la fenêtre de Gabor est donnée par :

$$g(t) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{t^2}{2}} \quad (\text{III.3})$$

Sa représentation est donnée par la figure III.1 avec un décalage du temps τ :

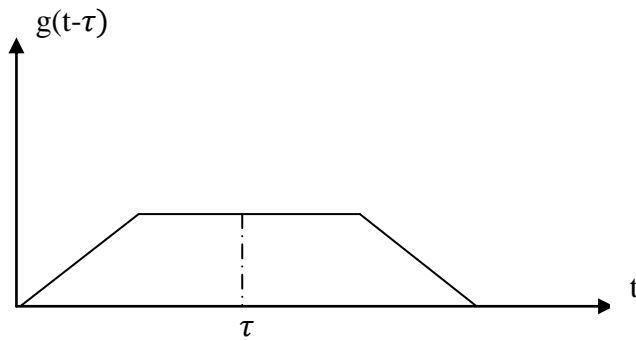


Figure III.1 : Fenêtre de Gabor décalée de τ

τ : est appelé le paramètre de translation de la fenêtre de Gabor.

Donc l'expression de passage de domaine spatial au domaine fréquentiel devient :

$$f(t) \xrightarrow{\text{TFG}_\tau} G_\tau(\nu) = \int_R f(t) * g(t - \tau) * e^{-j2\pi\nu t} dt \quad (\text{III.4})$$

La figure III.2 illustre l'influence de la fenêtre de Gabor sur un signal $f(t)$:

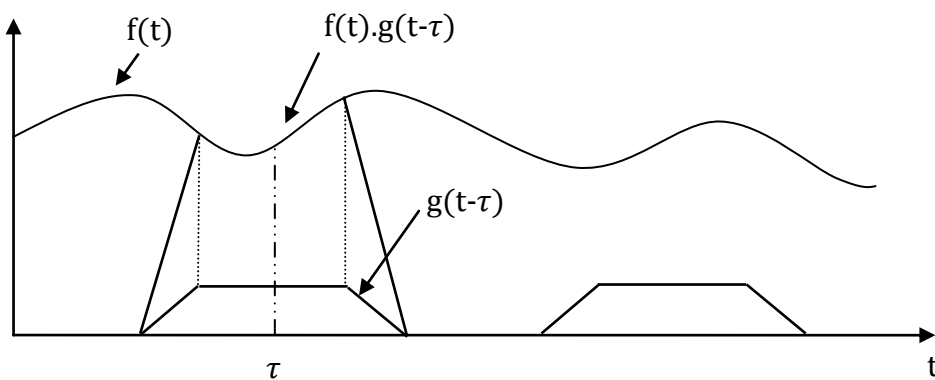


Figure III.1 : L'influence de la fenêtre de Gabor sur un signal $f(t)$

Le principe inconvénient de la méthode de Gabor est l'utilisation d'une fenêtre de taille fixe, ce qui ne permet pas de prendre en compte toutes les irrégularités du signal.

III.4 Théorie des ondelettes : [14]

Les ondelettes sont issues de l'intuition d'un ingénieur en géophysique, J. Morlet, dans les années 80. Sous l'impulsion de personnalités scientifiques telles que le physicien A. Grossman ou le mathématicien Y. Meyer, les ondelettes se sont imposées comme des outils fondamentaux de l'analyse harmonique moderne.

La transformée en ondelettes est un moyen efficace de représenter et manipuler des signaux présentant des transitoires rapides. Elle est élaborée pour être adaptative : elle consiste à analyser un signal à l'aide d'une fonction bien localisée en temps et en fréquence, ψ , de moyenne nulle qu'on appelle ondelette mère, que l'on translate sur tout le signal à traiter et l'on peut dilater. L'ondelette mère ψ génère une famille d'ondelettes constituée de ses dilatées et de ses translatées :

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right); \quad \text{Avec : } a, b \in \mathbb{R} \text{ et } a > 0 \quad (\text{III.5})$$

Où :

a : Le paramètre de dilatation ou d'échelle.

b : Le paramètre de translation.

La représentation d'un exemple d'ondelette mère est donnée sur la figure III.2 :

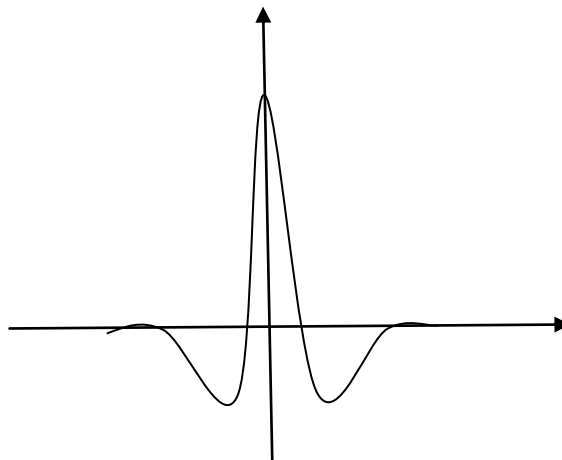


Figure III.2 : Ondelette mère de Morlet

L'effet des paramètres \mathbf{a} et \mathbf{b} est illustré par la figure ci-dessous. L'ondelette ψ a été déplacée pour être centrée sur \mathbf{b} , c'est donc le point autour duquel se fait l'analyse. Le paramètre d'échelle \mathbf{a} décide de la finesse de l'analyse, plus \mathbf{a} est grand plus ψ est dilatée donc plus l'analyse se fait sur une large zone de signal f .

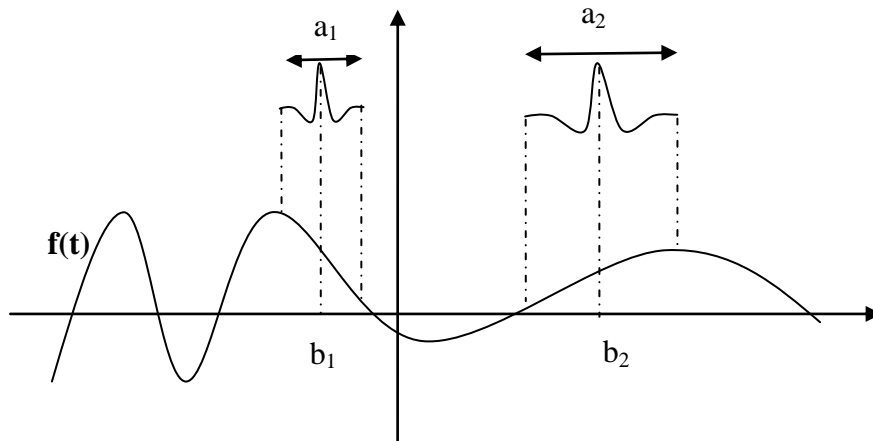


Figure III.2 : L'effet des paramètres \mathbf{a} et \mathbf{b} sur l'ondelette et le signal à analyser

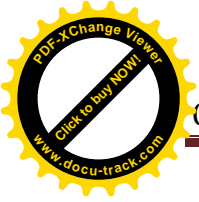
III.4.1 transformée en ondelette continue (TOC) : [14,16]

La transformée en ondelette continue est une décomposition du signal sur une famille de fonctions (ondelettes) localisées à la fois en temps et en fréquence et de taille variable. Elle permet de calculer les coefficients qui représentent la corrélation entre une ondelette et une partie du signal à analyser. La translation et la dilatation (contraction) de cette ondelette permettent d'obtenir une très bonne corrélation. En pratique, chaque coefficient est obtenu par le produit de l'ondelette et de chaque partie du signal correspondant.

Si les paramètres a et b varient d'une façon continue dans \mathbb{R}^2 , la TOC d'une fonction $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ est de la forme :

$$TOC_f(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{\mathbb{R}} \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) f(t) dt \quad (\text{III.6})$$

Avec : ψ^* : représente le conjugué de ψ .



Si $\psi(t)$ vérifie la condition d'admissibilité donc le signal admet un inverse de la TOC qui est de la forme suivante :

$$f(t) = \frac{1}{C_\psi} \iint_{\mathbb{R}} \langle f, \psi_{a,b} \rangle \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (\text{III.7})$$

Avec :

C_ψ : Représente la condition d'admissibilité

$$C_\psi = \int_{\mathbb{R}^+} \frac{|\hat{\psi}(v)|^2}{|v|} dv < +\infty \quad (\text{III.8})$$

III.4.2 transformée en ondelette discrète (TOD) : [14,17]

La formule de la TOC ne peut pas être implémentée directement, donc il faut la discrétiser. La discrétisation de la TO implique que ses opérateurs de dilatation et de translation (a et b) prennent des valeurs discrètes. Elle se fait suivant les expressions suivantes :

$$a = a_0^{-j} \quad \text{et} \quad b = k b_0 a_0^{-j} \quad ; \quad (j, k) \in \mathbb{Z}^2$$

Avec : $a_0 > 1$ et $b_0 \neq 0$

La nouvelle famille de la TOD sera représentée par la formule suivante :

$$\psi_{j,k}(t) = a_0^{-\frac{j}{2}} \psi(a_0^{-j} t - k b_0) \quad (\text{III.9})$$

La TOD d'une fonction est représentée par la formule suivante :

$$TOD_f(j, k) = \langle f, \psi_{j,k} \rangle = a_0^{-\frac{j}{2}} \int_{\mathbb{R}} f(t) \psi(a_0^{-j} t - k b_0) dt \quad (\text{III.10})$$

Cas particulier :

Meyer a découvert en 1985 que le choix des opérateurs de dilatation et de translation dyadique ($a=2^{-j}$ et $b=k \cdot 2^{-j}$), réduit au maximum la redondance présente dans l'information. La nouvelle base orthogonale de $L^2(\mathbb{R})$ est définie comme suit :

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{\frac{j}{2}} \psi(2^j t - k) \quad (\text{III.11})$$

Ce choix permet de reconstruire $f(t)$ grâce à la formule suivante :

$$f(t) = \sum_{j \in \mathbb{Z}} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,k} \rangle \cdot \psi_{j,k} \quad (\text{III.12})$$

$\langle f, \psi_{j,k} \rangle$: Représente les coefficients d'ondelettes

III.4.3 Analyse multirésolution : [16,18]

L'idée de l'analyse multirésolution d'un signal, qui a permis de construire une base (orthonormée) d'ondelettes consiste en fait à représenter un signal comme une limite de ses approximations successives, où chaque approximation est une version lissée de la précédente, dans lesquelles les détails sont progressivement supprimés. Les approximations successives sont présentées à différentes résolutions (plusieurs niveaux de détails), d'où le nom de multirésolution.

Une analyse multirésolution de $L^2(\mathbb{R})$ est une suite croissante $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ de Sous-espaces vectoriels fermés de $L^2(\mathbb{R})$ telle que :

$$(1) \forall j \in \mathbb{Z}, V_j \subset V_{j+1}$$

$$(2) \forall j \in \mathbb{Z}, f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1}$$

$$(3) \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcap_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = \{0\} \quad \text{et} \quad \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcup_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$$

$$(4) \forall k \in \mathbb{Z}, f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(x-k) \in V_0$$

(5) Il existe une fonction $g(x) \in V_0$ telle que $g(x-k)_{k \in \mathbb{Z}}$ soit une base de Riesz de V_0

Interprétations :

L'espace V_j s'interprète comme l'ensemble de tous les signaux approchés possible à la résolution donnée (2^j). La projection d'un signal f de $L^2(\mathbb{R})$ sur un espace V_j revient à calculer une approximation à la résolution de j .

$$- V_j \subset V_{j+1}$$

Cette propriété définit que toute l'information contenue dans l'approximation de la fonction à une certaine résolution est incluse dans l'approximation de la fonction à une résolution supérieure.

$$-f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j+1}$$

Si un signal appartenant à un sous espace vectoriel V_j est dilaté d'un facteur de 2, il sera considéré dans V_{j+1} .

$$- \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcap_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = \{0\}$$

La fonction nulle est la seule fonction de résolution infiniment basse, c'est-à-dire elle ne contient aucun détail. Elle appartient par conséquent à tous les espaces d'approximations.

$$- \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcup_{j=-\infty}^{j=+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$$

Une fonction quelconque de $L^2(\mathbb{R})$, avec des détails arbitrairement fins, est considérée comme ayant une résolution infinie.

-On peut engendrer V_0 par translation d'un même motif et assure la stabilité numérique de la décomposition de la fonction sur V_0 c'est-à-dire un signal translaté reste invariant par rapport à la résolution.

III.4.3.1 Fonction d'échelle :

Lors de l'analyse multirésolution, la fonction f est évaluée par approximation successive avec la fonction équivalente à f dans une résolution plus petite. Ces approximations sont réalisées par « convolution » avec une fonction $\{\phi_{j,n}\}$ appelée fonction d'échelle qui est une base orthonormée des sous espaces V_j .

Pour trouver la fonction d'échelle $\phi_{j,n}$ de V_j il suffit de trouver une base orthonormée de V_0 et grâce a la relation $(f(x) \in V_0 \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_j)$, $\{\phi_{j,n}\}$ sera de la forme suivante [20] :

$$\phi_{j,n} = 2^{-\frac{j}{2}} \phi(2^{-j} t - n) \tag{III.13}$$

Avec : j et $n \in \mathbb{Z}$

L'approximation à la résolution 2^j d'une fonction f consiste à projeter f sur l'espace V_j , ce que nous donne alors [19] :

$$\forall f \in L^2(\mathbb{R}) : F_j(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \langle f(t), \phi_{j,n} \rangle * \phi_{j,n} \tag{III.14}$$

$$f_j = \{\langle f(u), \phi_j(u - 2^{-j}n) \rangle\} = 2^{-j} \sum_{j \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}} \langle f(u), \phi_j(u - 2^{-j}n) \rangle * \phi(u - 2^{-j}n) \tag{III.15}$$

Les coefficients f_j interprètent l'approximation de $f(t)$ à la résolution 2^j c'est-à-dire ces coefficients nous renseignent sur le comportement de $f(t)$ lors d'un changement d'échelle par convolution avec $\phi_{j,n}$, qu'on peut écrire comme une convolution évoluée aux points $(2^j n)$ [19]:

$$\{\langle f(u), \phi_j(u - 2^{-j}n) \rangle\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) * \phi_j(u - 2^{-j}n) du = (f(u) * \phi_j(-u))(-2^{-j}n)$$

Donc : $f_j = \{\langle f(u), \phi_j(u - 2^{-j}n) \rangle\} = (f(u) * \phi_j(-u))(-2^{-j}n) \tag{II.16}$

On remarque qu'on peut considérer ce signal comme étant le signal $f(x)$ filtré par un filtre passe bas, suivi d'un échantillonnage uniforme à la période 2^j . La fonction d'échelle peut être assimilée à une famille de filtres passe bas.

III.4.3.2 Fonction d'ondelette :

Lors de passage d'un sous-espace V_{j+1} à un sous-espace de résolution immédiatement inférieur V_j , il est possible de définir un nouvel espace W_j complémentaire à V_j dans V_{j+1} .

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad \text{et} \quad V_j \perp W_j$$

Donc W_j représente l'espace des détails qui contiennent l'erreur due à l'approximation, c'est-à-dire l'espace qui contient la différence d'information entre une approximation de f à la résolution 2^j et une approximation de f à la résolution $2^{(j+1)}$.

Pour chaque espace W_j , il existe une famille d'ondelettes $(\psi_{j,n})_{n \in \mathbb{Z}}$ qui forme une base orthonormée dans cet espace. Ces ondelettes sont de la forme (II.11), [14].

La décomposition de f sur la base $(\psi_{j,n})_{n \in \mathbb{Z}}$ représente les détails $d_{j,n}$ qui décrivent exactement l'information perdue par f lors de passage de la résolution $2^{(j+1)}$ à la résolution 2^j .

$$F_{j+1} = F_j + \sum_{n \in \mathbb{Z}} \langle f, \psi_{j,n} \rangle * \psi_{j,n} \quad (\text{III.17})$$

La projection de f sur W_j s'écrit sous la forme suivante :

$$F_{W_j} = 2^{-j} \sum_{j \in \mathbb{Z}, n \in \mathbb{Z}} \langle f(u), \psi_j(u - 2^{-j}n) \rangle * \psi_j(u - 2^{-j}n) \quad (\text{III.18})$$

Avec :

f : Représente le signal original.

F_{j+1} : La projection de f sur l'espace d'approximation V_{j+1} .

F_{W_j} : La projection de f sur l'espace d'approximation V_j .

Les produits internes $\{d_{j,n} = \sum \langle f(u), \psi_j(u - 2^{-j}n) \rangle_{n \in \mathbb{Z}}\}$ correspondent aux coefficients d'ondelettes de f à la résolution 2^j qui peuvent être exprimés par :

$$\langle f(u), \psi_j(u - 2^{-j}n) \rangle_{n \in \mathbb{Z}} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u) * \psi_j(u - 2^{-j}n) du = (f(u) * \psi_j(-u)) (2^{-j}n)$$

$$\langle f(u), \psi_j(u - 2^{-j}n) \rangle_{n \in \mathbb{Z}} = (f(u) * \psi_j(-u)) (2^{-j}n) \quad (\text{III.19})$$

La relation (III.19) peut être exprimée comme un produit de convolution de $f(x)$ et $\psi(-x)$ évalués aux points $(2^j n)$.

On peut considérer ce signal comme étant le signal $f(x)$ filtré par un filtre passe haut, suivi d'un échantillonnage uniforme à la période 2^j . La fonction d'ondelette $\psi(u)$ peut être assimilée à une famille de filtres passe haut.

III.4.4 Analyse multirésolution par filtrage successive :

S. Mallat a pu adapter les expressions de f_j et d_j pour le traitement par ordinateur en introduisant les expressions des deux filtres $h(n)$ (filtre passe-bas) et $g(n)$ filtre (passe-haut) calculées à partir des relations suivantes [17]:

$$\left\{ \begin{array}{l} h(n) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \phi\left(\frac{1}{2} u\right) \phi(u - n) du \\ g(n) = \frac{1}{\sqrt{2}} \int \psi\left(\frac{1}{2} u\right) \phi(u - n) du \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.20)} \\ \text{(III.21)} \end{array}$$

À partir des formules de ces deux filtres on peut représenter n'importe quel signal f à la résolution 2^j et son détail d_j à la même résolution (décomposition). Ces approximations peuvent être calculées par les deux formules ci-dessous [16] :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(2n - k) f_{j+1}(k) \\ d_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(2n - k) f_{j+1}(k) \end{array} \right. \quad \text{Ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} f_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} h(k) f_{j+1}(2n + k) \\ d_j = \sum_{k \in \mathbb{Z}} g(k) f_{j+1}(2n + k) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.22)} \\ \text{(III.23)} \end{array}$$

La reconstruction se fera par l'équation suivante :

$$f_{j+1}(k) = 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} h^*(k - 2n) a_j(n) + 2 \sum_{-\infty}^{+\infty} g^*(k - 2n) d_j(n) \quad \text{(III.24)}$$

La décomposition (analyse) du signal est équivalente à l'application d'un banc de filtre h et g suivi d'une décimation (voir figure III.3.a). Par contre la reconstruction (synthèse) est obtenue par la somme du filtrage h^* des coefficients d'approximation auxquels sont intercalés des zéros et du filtrage g^* des coefficients de détails auxquels également intercalés des zéros. (Voir figure III.3.b.)

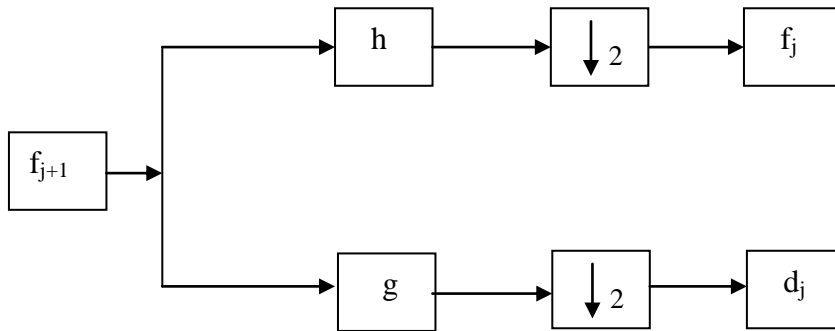


Figure III.3.a : schéma d'analyse

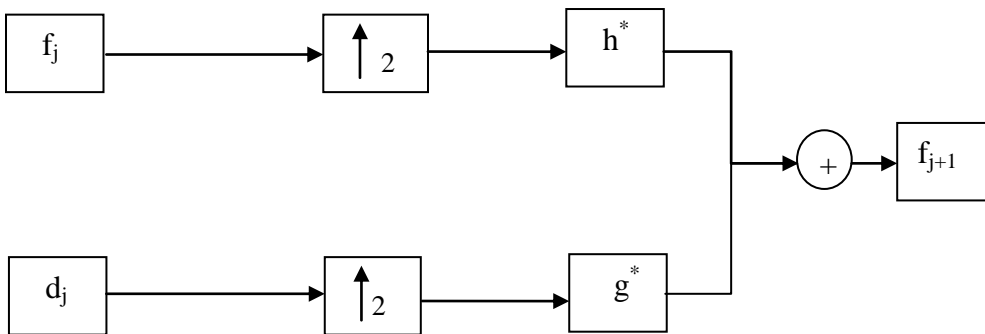




Figure III.3.b : schéma de synthèse

 : Supprimer un échantillon sur deux ou un sous-échantillonnage (décimation)

 : Intcaler un zéro entre chaque deux échantillons ou un sur-échantillonnage

h^* et g^* sont appelés filtre symétrique de h et g respectivement.

III.4.5 Propriétés des filtres de décompositions et de reconstruction :

Les fonctions de transferts des filtres utilisés doivent avoir une distorsion d'amplitude la plus réduite possible. Cela permet de ne pas défavoriser d'une part, certaines fréquences par rapport à d'autres et d'autre part, les phases linéaires de ceux dont la phase ne l'est pas. Cette dernière caractéristique est plus importante que le signal que nous voulons analyser est un signal bidimensionnel représentant une image et que la réception visuelle chez l'homme est sensible aux fluctuations irrégulières de la phase. Et pour cela, les Filtres Miroirs en Quadrature (QMF) à réponse impulsionnelle infinie (RII) ont été utilisés dans un premier temps car ils ont la particularité de reconstruction exacte, mais l'inconvénient résidait dans un temps de calcul important. La limitation des filtres RII pour obtenir des filtres à réponses impulsionnelles finies (RIF) permettait de réduire les temps de calcul mais provoquait à leur tour des dégradations pendant la reconstruction. C'est pour résoudre ces problèmes que les filtres conjugués en quadrature (QCF) ont été développés. En effet ces filtres présentent l'avantage d'être à reconstruction exacte. Daubechies a réussi à calculer des filtres $h(n)$ appelés « filtres de Daubechies » en posant [19]:

$$H(w) = \frac{1}{2} (1 + e^{iw})^N Q(e^{iw}) \quad (\text{III.25})$$

Avec :

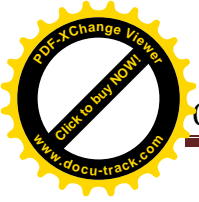
$$Q(e^{iw}) = \sum_{n=0}^{N-1} q(n) e^{inw} \quad (\text{III.26})$$

$$\text{Et } q(0) = 0$$

Les relations entre les filtres de décomposition G, H et les filtres de reconstructions \tilde{H}, \tilde{G} sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{H}(z) = -G(-z) \\ \tilde{G}(z) = -H(-z) \\ G(z) = -H(-z^{-1}) Z^{-(N-1)} \end{array} \right. \quad (\text{III.27})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{h}(n) = (-1)^{n+1} \tilde{g}(n) \\ \tilde{g}(n) = (-1)^n h(n) \\ \tilde{g}(n) = (-1)^{n+1} h(N-1-n) \end{array} \right. \quad (\text{III.28})$$

**III.4.6 Les ondelettes et l'analyse multirésolution biorthogonales : [16, 17,19]**

Pour les applications en traitement d'image, il est important que les filtres associés aux fonctions échelle et ondelette soient à reconstruction exacte et à phase linéaire ou nulle pour préserver les contours de l'image et éviter les effets de bords. Ces filtres doivent être aussi à supports court pour diminuer le nombre d'opérations à effectuer lors de calcul et permettre une exécution rapide des traitements. Cependant ces critères ne peuvent pas être satisfait simultanément dans le cadre des bases orthogonales, les seuls filtres RIF orthogonaux, symétriques et à reconstruction exacte sont ceux correspondant à la base de Haar, tous les autres filtres RIF orthogonaux à reconstruction exacte sont à phase non linéaire comme le filtre de Daubechies.

Les bases d'ondelettes biorthogonales sont une généralisation des bases orthogonales qui permettent d'obtenir des bases d'ondelettes symétriques, de forte régularité et à support fini dont les filtres associés sont à phase linéaire et à reconstruction exacte.

Une analyse multirésolution biorthogonales de $L^2(\mathbb{R})$ est définie par deux suites de sous espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ et $\{\tilde{V}_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ ayant les propriétés suivantes :

- $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = \{0\}$ et $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{V}_j = \{0\}$
- $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R}^n)$ et $\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} \tilde{V}_j = L^2(\mathbb{R}^n)$
- $V_j \subset V_{j+1}$ et $\tilde{V}_j \subset \tilde{V}_{j+1}$

Et de deux fonctions $\varnothing(x)$ et $\tilde{\varnothing}(x)$ de norme 1 dans $L^2(\mathbb{R})$ engendrant des bases non orthogonale de V_j et \tilde{V}_j respectivement, telle que le système : $(\varnothing_{j,k}, \tilde{\varnothing}_{j,l})$ soit biorthogonales :

$$\langle \varnothing_{j,k}, \tilde{\varnothing}_{j,l} \rangle = \delta_{k,l}$$

On peut définir alors deux suites de $L^2(\mathbb{R})$ h_k et \tilde{h}_k telle que [16]:

$$\begin{cases} \varnothing(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h(k) \varnothing(2x - k) & \text{(III.29)} \\ \tilde{\varnothing}(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(k) \tilde{\varnothing}(2x - k) & \text{(III.30)} \end{cases}$$

On introduit deux fonctions d'ondelettes ψ et $\tilde{\psi}$ définies par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k) \varnothing(2x - k) \quad , \quad g(k) = (-1)^{k-1} \tilde{h}(1 - k) \\ \tilde{\psi}(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(k) \tilde{\varnothing}(2x - k) \quad , \quad \tilde{g}(k) = (-1)^{k-1} h(1 - k) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{(III.31)} \\ \text{(III.32)} \end{array}$$

Le système $(\psi_{jk}, \tilde{\psi}_{jk})$ est une base biorthogonale de $L^2(\mathbb{R})$.

Les algorithmes de décomposition et de la reconstruction utilisant les ondelettes biorthogonales ne diffèrent de ceux définies dans le cadre des ondelettes orthogonales que par l'introduction des filtres \tilde{h} et \tilde{g} utilisés à la reconstruction au lieu de h et g respectivement.

La décomposition s'exprime par les formules suivantes :

$$f_j(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} h(l) f_{j+1}(l + 2k) \quad \text{(III.33)}$$

$$d_j(k) = \sum_{l=-\infty}^{+\infty} g(l) f_{j+1}(l + 2k) \quad \text{(III.34)}$$

Et pour la reconstruction (synthèse) on aura :

$$f_{j+1}(k) = 2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(k - 2n) f_j(n) + 2 \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(k - 2n) d_j(n) \quad \text{(III.35)}$$

Les ondelettes biorthogonales permettent d'avoir des ordres de régularité plus grand que ceux des ondelettes orthogonales pour des longueurs de filtres équivalentes. Elles permettent aussi d'avoir un grand nombre de moments nuls pour un support réduit. Ces qualités sont très appréciées dans diverses applications est notamment en compression d'image. Les ondelettes biorthogonales sont largement utilisées pour débruitage des signaux et des images, la reconnaissance d'empreinte digitale et même pour la résolution de certain problème mathématique (calcul matriciel et différentiel).

III.4.7 Analyse multirésolution à deux dimensions [16]:

Nous allons voir dans cette partie comment les principes de l'analyse multirésolution monodimensionnelle présentés précédemment peuvent être étendus aux signaux multidimensionnels. Nous nous intéresserons plus spécialement au cas des signaux à deux dimensions. Etant donnée une analyse multirésolution $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R})$, on définit la famille de sous espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$ comme étant le produit tensoriel suivant :

$$V_j^{(2)} = V_j \otimes V_j$$

Soit : $\{V_j^{(2)}\}_{j \in \mathbb{Z}}$, une analyse multirésolution, est \emptyset la fonction associée tel que,

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \quad \emptyset(x, y) = \emptyset(x) \cdot \emptyset(y)$$

$W_j^{(2)}$ les espaces de détails, est le complément orthogonal de $V_j^{(2)}$ dans $V_{j+1}^{(2)}$, alors $W_j^{(2)}$ s'écrit :

$$W_j^{(2)} = W_j^1 \oplus W_j^2 \oplus W_j^3$$

Avec : $W_j^1 = V_j \otimes W_j$

$W_j^2 = W_j \otimes V_j$

$W_j^3 = W_j \otimes W_j$

D'où $V_{j+1}^{(2)} = V_j^{(2)} \oplus W_j^{(2)}$

$$\begin{aligned} V_{j+1}^{(2)} &= V_{j+1} \otimes V_{j+1} = (V_j \oplus W_j) \otimes (V_j \oplus W_j) \\ &= \underbrace{V_j \otimes V_j}_{V_j^{(2)}} \oplus \underbrace{[(V_j \otimes W_j) \oplus (W_j \otimes V_j) \oplus (W_j \otimes W_j)]}_{W_j^{(2)}} \end{aligned}$$

On voit que chaque espace de détail est en effet composé de trois espaces de détails. Chacun de ces trois espaces W_j correspondra à une ondelette mère ψ^k

On constate que la base du sous espace de détail (ondelette) sera constituée par familles d'ondelettes : [16]

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \psi^h(x, y) = \emptyset(x) \psi(y) \\ \psi^2(x, y) = \psi^v(x, y) = \psi(x) \emptyset(y) \\ \psi^3(x, y) = \psi^d(x, y) = \psi(x) \psi(y) \end{cases} \quad \text{(III.36)}$$

Avec $\{\psi_{jkl}^1, \psi_{jkl}^2, \psi_{jkl}^3\}_{(k, l) \in \mathbb{Z}^2}$ une base orthonormée de $W_j^{(2)}$

et $\{\psi^1_{jkl}, \psi^2_{jkl}, \psi^3_{jkl}\}_{(j,k,l) \in \mathbb{Z}^3}$ une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R}^2)$

$$\begin{cases} \emptyset_{jkl}(x, y) = 2^j \emptyset(2^j x - k) \emptyset(2^j y - l) \\ \psi^1_{jkl}(x, y) = 2^j \emptyset(2^j x - k) \psi(2^j y - l) \\ \psi^2_{jkl}(x, y) = 2^j \psi(2^j x - k) \emptyset(2^j y - l) \\ \psi^3_{jkl}(x, y) = 2^j \psi(2^j x - k) \psi(2^j y - l) \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

III.4.7.1 Algorithme de décomposition séparable et de reconstruction :

La décomposition d'une image discrète $f(u, v)$ est considérée comme l'approximation de départ le signal f_{j+1} fournit a chaque étape quatre imagettes, l'une correspond à l'approximation inférieure f_j et les trois autres sont constituées des coefficients de la décomposition en ondelettes et contiennent les détails perdus lors de passage d'une résolution à la suivante (voir figure II.6). Ces détails sont, suivant l'imagette, orientés horizontalement d^j_h (correspond à $\psi^h(x, y)$), verticalement d^j_v (correspond à $\psi^v(x, y)$) et en diagonal d^j_d (correspond à $\psi^d(x, y)$) (voir figure II.6) :

$$\begin{aligned} f_{jkl} &= \langle f, \emptyset_{jkl} \rangle = 2^j \langle f(u, v), \emptyset(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(2k - n) h(2l - m) f_{j+1 nm} \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

$$\begin{aligned} d^h_{jkl} &= \langle f, \psi^h_{jkl} \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^h(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(2k - n) g(2l - m) f_{j+1 nm} \end{aligned} \quad (\text{III.39})$$

$$\begin{aligned} d^v_{jkl} &= \langle f, \psi^v_{jkl} \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^v(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(2k - n) h(2l - m) f_{j+1 nm} \end{aligned} \quad (\text{III.40})$$

$$\begin{aligned} d^d_{jkl} &= \langle f, \psi^d_{jkl} \rangle = 2^j \langle f(u, v), \psi^d(2^j u - k, 2^j v - l) \rangle \\ &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g(2k - n) g(2l - m) f_{j+1 nm} \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Le mot « séparable » est venu de fait que le filtrage bidimensionnel effectué sur une image est une application de filtrage monodimensionnel et le sous-échantillonnage de manière indépendante : sur les lignes et puis sur les colonnes.

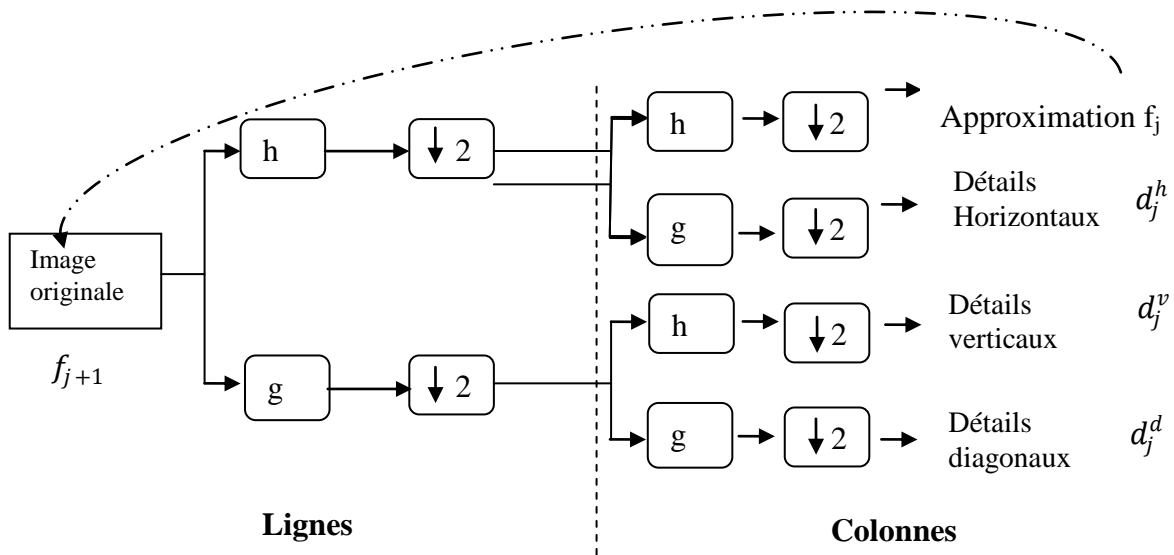


Figure III.4 : schéma de décomposition en 2D

La reconstruction de l'image est réalisée en utilisant la formule suivante :

$$f_{j+1} = \sum_n \sum_m [\tilde{h}(k - 2a)\tilde{h}(l - 2m)f_{jnm} + \tilde{h}(k - 2n)\tilde{h}(l - 2m)d_{jnm}^h + \tilde{g}(k - 2n)\tilde{h}(l - 2m)d_{jnm}^v + \tilde{g}(k - 2n)\tilde{g}(l - 2m)d_{jnm}^d] \quad \text{(III.42)}$$

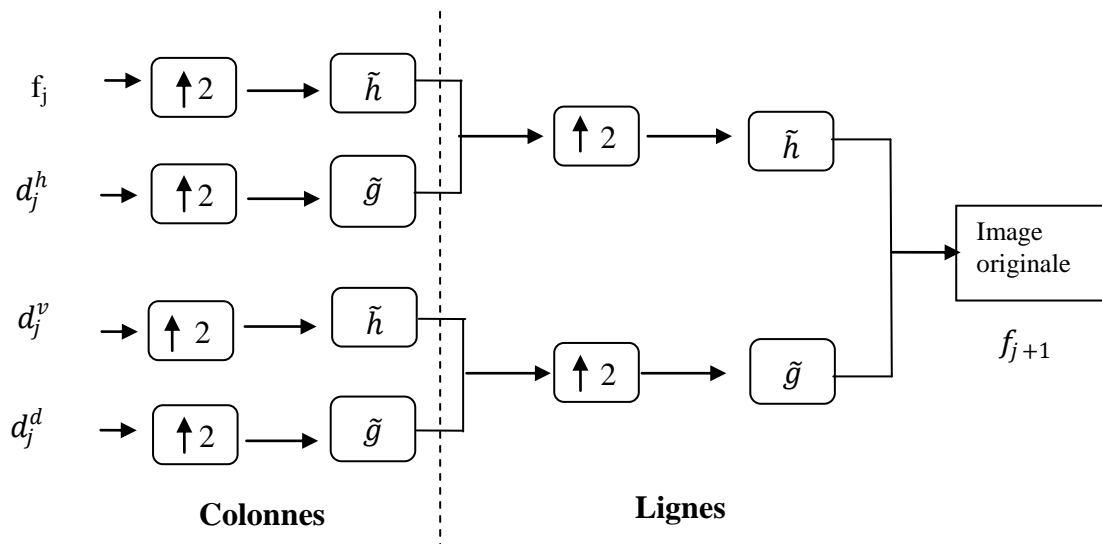


Figure III.5 : schéma de reconstruction en 2D

Une représentation simple et bien adaptée pour ce type de décomposition peut être faite sous la forme d'arbre (figure II.7). Chaque nœud porte un numéro, indiquant le sens de la décomposition (**1** : pour la décomposition selon les lignes, **2** : pour la décomposition selon les

colonnes), et deux branches, correspondant aux deux sous-bandes résultantes de la décomposition.

f_3	d_3^h	d_2^h	d_1^h
d_3^v	d_3^d		
d_2^v		d_2^d	
d_1^v			d_1^d

Figure III.6 : Décomposition en ondelette d'une image 2D

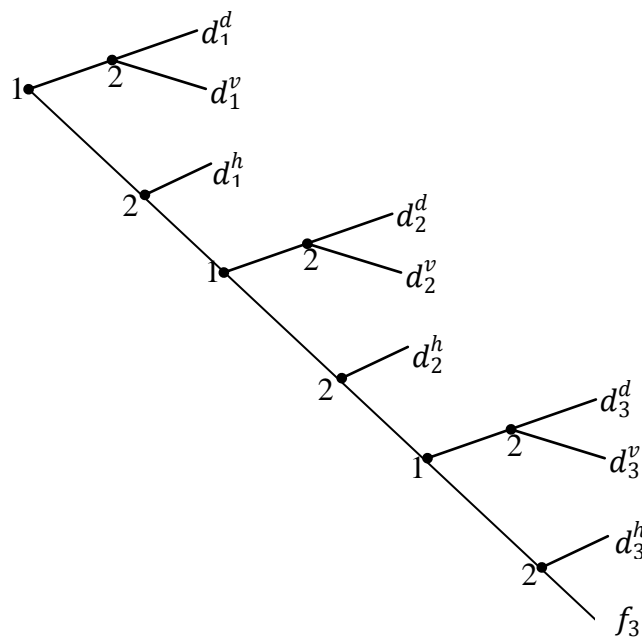


Figure III.7 : Arbre de décomposition d'une image sur une base d'ondelette

III.6 Discussion :

Dans ce chapitre nous avons abordé les étapes nécessaires pour appliquer la théorie des ondelettes. Nous avons vu que l'analyse multirésolution est un moyen nécessaire pour exploiter les avantages de cette théorie, celle-ci combinée aux bancs de filtres. En effet elle permet de séparer les détails d'un signal à plusieurs résolutions de données. Le but de ces opérations est de traiter les coefficients de détails facilement avant de procéder à la reconstruction.



Chapitre IV

La méthode adoptée

IV.1 Préambule :

L'acquisition des images hyperspectrales prend beaucoup d'espace de mémoire au bord d'un satellite. Donc il s'agit de stocker un maximum de données dans un volume aussi réduit que possible, ou encore de transmettre un maximum de données de façon aussi économique que possible.

Jusqu'à maintenant, et dans les chapitres précédents, on a pu définir tous les outils nécessaires afin de développer notre méthode choisie pour la compression de ces images. C'est une méthode hybride qui combine la transformée en ondelettes et la quantification scalaire. Nous allons traiter ses différentes étapes en détail dans ce chapitre.

IV.2 Principe de la méthode :

La méthode est une association de plusieurs techniques de compression/décompression, tout en gardant un taux de compression élevé et reconstituant une image d'une qualité acceptable. Son but est la compression d'une séquence d'images hyperspectrales, joignant une transformée en ondelette qui est basée sur un filtrage (ligne et colonne) et une quantification scalaire à zone morte appliquée aux coefficients d'ondelettes et enfin un codage entropique (Huffman) . Cette méthode se résume par les étapes suivantes et illustrées par la figure IV.1 :

Après avoir sélectionné une séquence d'images :

- 1-Appliquer à chaque image de la séquence une TOD, telle qu'on obtient une image approximative (bande lissée) et des images de détails.
- 2-Appliquer une DCT à l'image d'approximation, après décomposition de cette dernière en 8×8 blocs.
- 3-Décomposition des images de détails en blocs.
- 4-Effectuer une quantification scalaire à zone morte pour chaque bloc.
- 5-Coder l'ensemble (image approximative et images de détails) avec un codeur de Huffman.
- 6-Restituer l'image, en appliquant une DCT inverse (IDCT) à l'image d'approximation et TOD inverse (TODI) aux images de détails, et cela après avoir décodé l'ensemble.

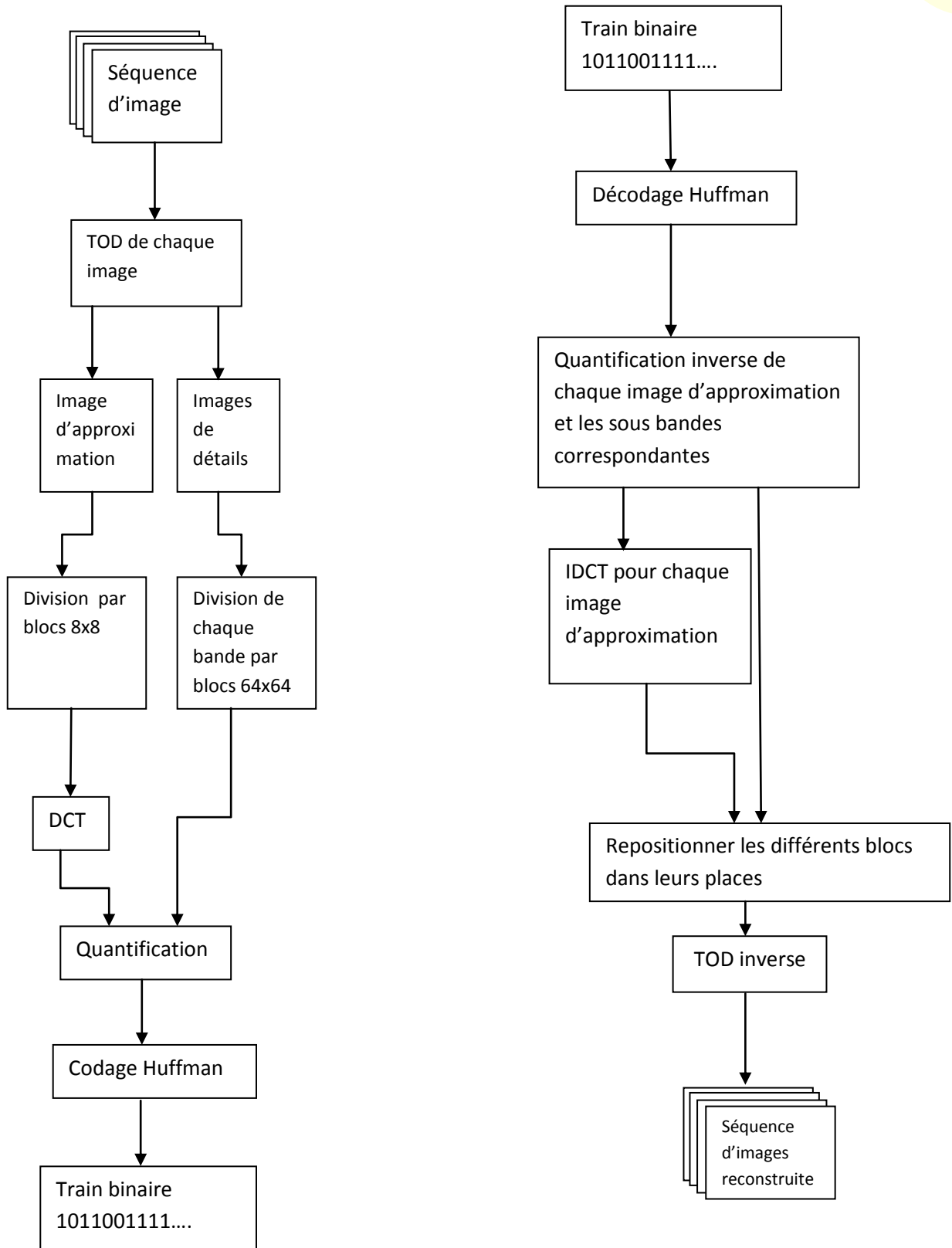


Figure IV.1: Schéma synoptique de compression / décompression

IV.3 Compression :

VI.3.1 La transformation en ondelette :

La transformée en ondelette est l'une des transformations qui nous permet d'obtenir une meilleure décorrélation qui a pour objectif de réduire les redondances statistiques de l'image et ainsi réduire les entropies d'ordre faible. La TOD s'effectue en utilisant deux types de filtres à réponse impulsionnelle finie. L'un passe bas et l'autre passe haut.

Les Filtres passe-bas :

Consistant à atténuer les composantes de l'image ayant une fréquence haute (pixels foncés). Ce type de filtrage est généralement utilisé pour atténuer le bruit de l'image, c'est la raison pour laquelle on parle habituellement de lissage.

Les filtres passe-haut :

A l'inverse des passe-bas, atténuent les composantes de basse fréquence de l'image et permettent notamment d'accentuer les détails et le contraste, c'est la raison pour laquelle le terme de "filtre d'accentuation" est parfois utilisé.

Les différentes étapes du filtrage sont illustrées dans les figures suivantes :

-La première consiste à effectuer un filtrage avec décimation selon les lignes, par le filtre passe-bas. Ceci se traduit dans l'exemple comme suit :

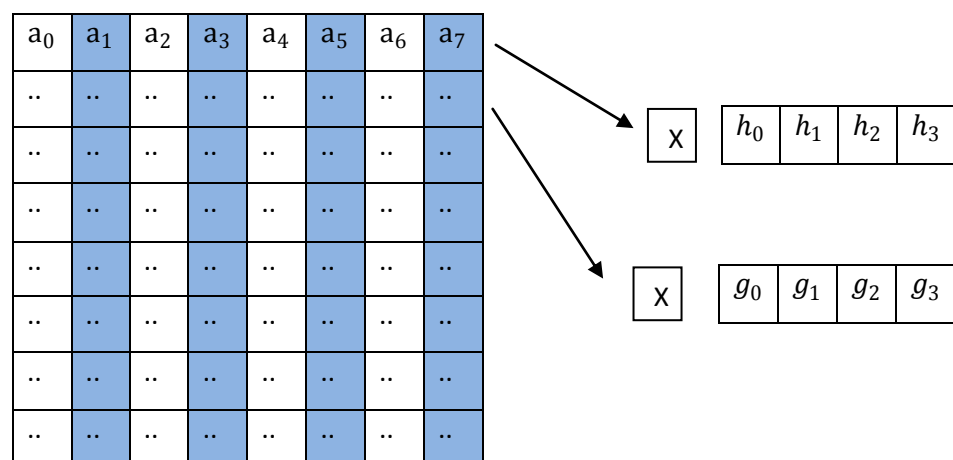


Figure IV.2 : Illustration de la convolution d'une ligne par le filtre

Le filtre est « disposé sur la ligne » de façon à ce que le premier coefficient du filtre se superpose sur les pixels d'indices pair et saute ce qui sont d'indice impair (décimation sur les colonnes grisées (impaire)).

On aura :

$$a'_0 = a_0 h_0 + a_1 h_1 + a_2 h_2 + a_3 h_3$$

$$a'_1 = a_2 h_0 + a_3 h_1 + a_4 h_2 + a_5 h_3$$

$$a'_2 = a_4 h_0 + a_5 h_1 + a_6 h_2 + a_7 h_3$$

$$a'_3 = a_0 h_0 + a_1 h_1 + a_2 h_2 + a_3 h_3$$

Les mêmes opérations sont effectuées avec le filtre passe haut :

On aura

$$a'_4 = a_0 g_0 + a_1 g_1 + a_2 g_2 + a_3 g_3$$

$$a'_5 = a_2 g_0 + a_3 g_1 + a_4 g_2 + a_5 g_3$$

$$a'_6 = a_4 g_0 + a_5 g_1 + a_6 g_2 + a_7 g_3$$

$$a'_7 = a_6 g_0 + a_7 g_1 + a_0 g_2 + a_1 g_3$$

Les coefficients sont disposés dans une matrice de la façon suivante :

-les coefficients issus de filtrage passe bas sont disposés à gauche.

- les coefficients issus de filtrage passe haut sont disposés à droite.

	a'_0	a'_1	a'_2	a'_3	a'_4	a'_5	a'_6	a'_7	
	
	
L	H
	
	
	
	

Figure IV.3: Disposition des coefficients issus d'un filtre avec décimation (suivant les x)

Les opérations citées précédemment sont appliquées de la même manière sur la matrice obtenue du traitement précédent, sauf qu'elles sont effectuées suivant les colonnes. Les coefficients résultants sont disposés de la même manière suivante :

-les coefficients issus du filtrage passe-bas sont disposés dans la partie supérieure de la matrice.

- les coefficients issus du filtrage passe-haut sont disposés dans la partie inférieure.

	a'_0	
LL	a'_1	HL
	a'_2	
	a'_3	
	a'_4	
LH	a'_5	HH
	a'_6	
	a'_7	

Figure IV.4: Disposition des coefficients issus d'un filtrage avec décimation (suivant les y)

Nous obtenons alors (voir l'exemple de la figure IV.5):

- une sous-bande issue d'un double filtrage passe-bas (approximation, LL).
- une sous-bande issue d'un double filtrage passe-haut (détails diagonaux, HH).
- une sous-bande issue d'un filtrage passe-haut et un filtrage passe-bas (détails horizontaux, HL)
- une sous-bande issue d'un filtrage passe-bas et un filtrage passe-haut (détails verticaux, LH).

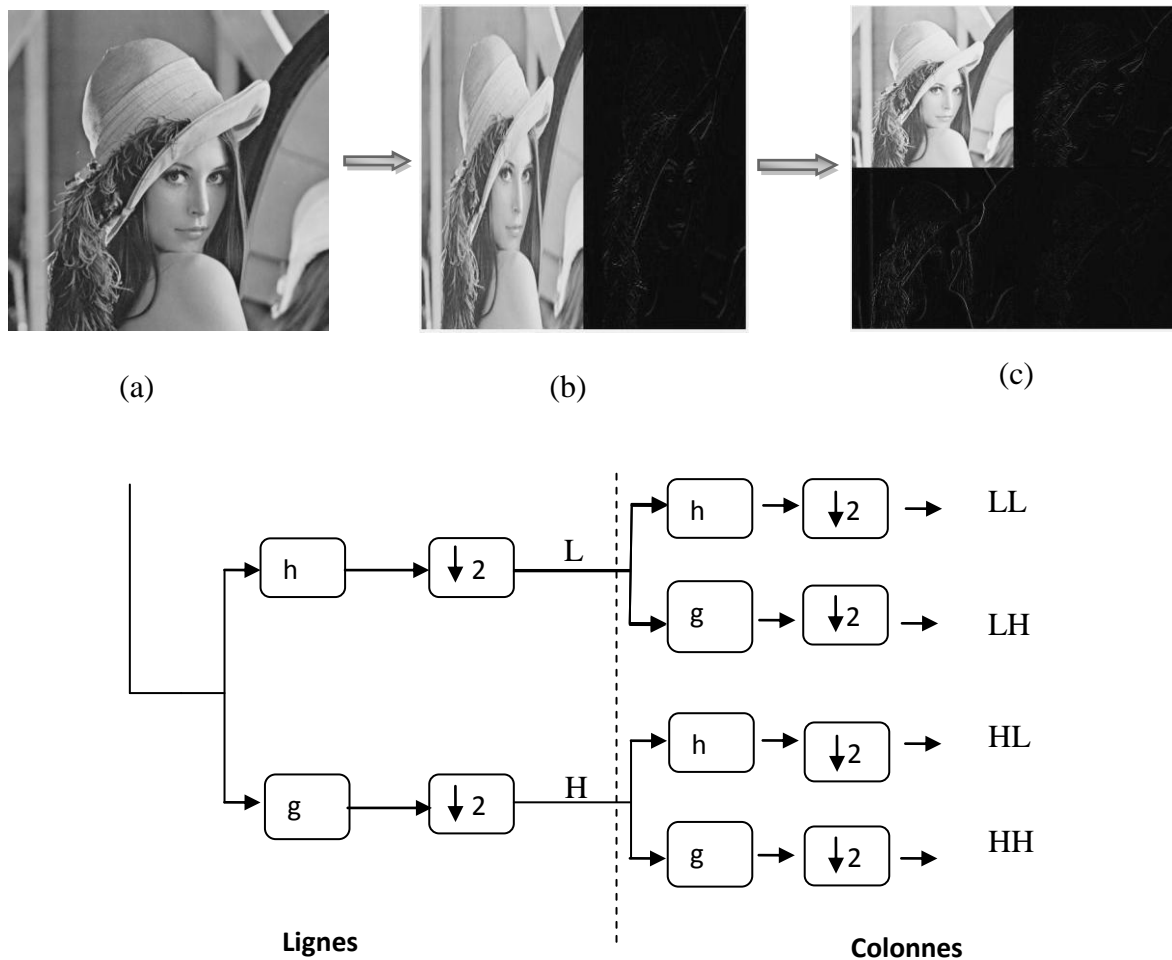


Figure IV.5: La transformé en ondelette 2D appliquée sur l'image Lena 512x512

La transformée en ondelette est appliquée dans la direction horizontale et verticale séparément. L'image est d'abord filtrée dans la direction horizontale, qui a résulté deux sous-bandes, «une basse et une haute horizontale ». Chaque sous-bande passe dans un filtre vertical d'ondelette. Et de cette manière là, qu'on peut avoir une image décomposée en quatre sous-bandes :

- la sous-bande LL (filtre passe bas vertical et horizontal).
- la sous-bande LH (filtre passe bas vertical et filtre passe haut horizontal).
- la sous-bande HL (filtre passe haut vertical et filtre passe bas horizontal).
- la sous-bande HH (filtre passe haut vertical et horizontal).

Si on veut obtenir une décomposition à l'échelle n , il suffit de répéter l'ensemble des opérations subites sur l'approximation issue de la décomposition à l'échelle précédente (échelle $n-1$).

IV.3.2 La transformée en cosinus discrète DCT :

C'est une transformation mathématique qui transforme un ensemble de données d'un domaine spatial en un spectre de fréquence et inversement (IDCT). La DCT est effectuée sur une matrice carrée de $N \times N$ valeurs de pixels et donne une matrice carrée $N \times N$ de coefficients de fréquence. Le temps de calcul requis pour chaque élément dans la DCT dépend de la taille de la matrice. Vu la difficulté d'appliquer la DCT sur la matrice entière, celle-ci est décomposée en blocs de taille 8×8 pixels.

Après la décomposition de l'image d'approximation en bloc (b_i) de taille 8×8 pixels, on transforme chaque bloc vers le domaine fréquentiel (b_t) en lui appliquant la transformée en cosinus discret dont la formule est :

$$b_t(u, v) = \frac{1}{4} C(u) \cdot C(v) \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 b_i(n, m) \cos\left[\frac{(2n+1)u \pi}{16}\right] \cos\left[\frac{(2m+1)v \pi}{16}\right]$$

Avec:

m, n = les coordonnées dans le domaine spatial.

u, v = les coordonnées dans le domaine fréquentiel.

$$C(u), C(v) : \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & \text{Si } u \text{ ou } v = 0 \\ 1 & \text{si } u \text{ ou } v \neq 0 \end{cases}$$

La DCT est appliquée à l'image d'approximation pour ces avantages hérités de la TFD. Elle permet de concentrer l'énergie sur un nombre réduit de coefficients. D'autre part aucune réduction de données car, le processus de compression aura lieu après la transformation, ainsi ses avantages qui sont : périodicité des coefficients, séparabilité, décorrélation dans le domaine fréquentiel, performances, la rapidité.

IV.3.3 Le choix de seuil :

L'opération dite 'seuillage' consiste à mettre à zéro tous les coefficients ayant une valeur inférieure à une certaine valeur appelée seuil, dans plusieurs cas la difficulté réside dans le choix de seuil adopté. Pour le traitement de chaque bloc, notre choix de seuil s'est référé sur la quantité d'information que contient chaque bloc. C'est à partir de ce principe qu'on a pu définir notre seuil basé sur le calcul de la moyenne (moy) des coefficients des sous bandes de détails. La moyenne des coefficients de chaque bloc (moybloc) est comparée à la moyenne (moy). Toutes les valeurs qui sont inférieures à la moyenne sont mises à zéro. L'expression de seuil est donnée par la relation suivante :

$$\text{Seuil} = N * \text{moy}$$

Où

N : entier positif ; $N=1 \dots n$

moy : Moyenne des coefficients des sous bandes de détails.

IV.3.4 La quantification :

En général, la quantification apparaît en deuxième lieu dans un processus de compression, pour réduire la quantité d'information, de manière souvent irréversible. Par exemple, dans un schéma de compression par transformée, ou l'information, représentée dans un espace de « fréquences », est moins corrélée que dans l'espace initial. La transformée est constituée de coefficients réels, qu'on ne peut donc manipuler directement de manière numérique. Ainsi, une quantification est utilisée pour simplifier cette présentation, tout en préservant l'information la plus pertinente. On remplace ainsi les valeurs initiales par un ensemble fini d'éléments qui donneront des résultats acceptables lors de la phase de décomposition. Ces éléments peuvent être des scalaires lorsqu'on remplace l'information de chaque pixel par des nombres entiers.

IV.3.5 Quantification scalaire adoptée (quantification à zone morte) :

C'est un type spécial de quantifieur, où l'intervalle autour de zéro est plus large. La zone morte qualifiée par conséquent cet intervalle autour de zéro, autorise la totalité des valeurs de source reconnues comme petites, d'être quantifiées à une seule même valeur (généralement zéro). Ce type de quantifieur est par conséquent non-uniforme (ou

asymétrique). Cependant, si la totalité des autres intervalles sont uniformes, on qualifie le plus souvent ce type de quantifieur d'uniforme à zone morte. Ce type de quantifieur est particulièrement utilisé en compression d'image, où suite à une transformation de l'image par ondelette ou DCT, notre méthode consiste à décomposer les sous bandes de détails en bloc 64×64 et calculer la moyenne de chaque bloc :

- Si la moyenne du bloc (moybloc) sélectionné \geq moy, alors on quantifie avec seuil /2, car ce bloc contient beaucoup d'information ainsi pour ne pas perdre autant d'informations.
- Si la moyenne du bloc (moybloc) sélectionné $<$ moy, alors on quantifie avec seuil.

Typiquement, les valeurs comprises dans la zone morte sont quantifiées à zéro, et ne sont par conséquent pas reconnues par le codage entropique.

IV.3.6 Codage entropique (HUFFMAN) :

Le codage de Huffman est l'un des codeurs les plus simple a utilisé, il permet de coder les probabilités des symboles existant dans l'image. Il consiste à coder les symboles par une représentation de bits à longueur variable. Les symboles ayant la probabilité d'apparition forte sont codés avec des chaînes de bits plus courtes, tandis que les symboles dont la probabilité d'apparition est faible sont codés par des chaînes plus longues. Le code d'un symbole ne doit pas être le préfixe d'un autre code. Cette propriété est admise afin que la reconnaissance soit possible. Pour représenter le codage Huffman, on utilise l'arbre binaire.

Le codage de Huffman garantit une longueur moyenne comprise entre $H(s)$ et $H(s)+1$ (tel que $H(s)$ est l'entropie de l'image), c'est donc un code efficace. Si les probabilités sont connues, cet algorithme est optimal. L'algorithme de Huffman fonctionne de la manière suivante :

1. Arranger les probabilités des symboles $P(s_i)$ par ordre décroissant et les considérer comme les feuilles d'un arbre.
2. Tant qu'il reste plus d'un nœud :
 - Regrouper les deux nœuds avec la plus faible probabilité pour former un nouveau nœud ayant pour probabilité la somme des deux nœuds regroupés.
 - Assigner arbitrairement 0 et 1 aux deux branches conduisant au nouveau nœud formé.

3. Parcourir l'arbre depuis la racine pour trouver le code affecté à chaque symbole.

IV.4 Décompression :

La procédure de décompression est relativement simple. Pour pouvoir afficher l'image compressée il est important d'appliquer le processus inverse : décodage inverse, quantification inverse, la DCT inverse et la TOD inverse.

Le décodage permet de reconstruire la matrice des coefficients codés avec des 0 et 1 de la séquence d'images.

IV.4.1 La quantification inverse :

A l'appel de la procédure de compression, s'effectue le décodage des coefficients, ces coefficients devront passer par une autre étape très importante qui consiste à les ramener à leur intervalle initial, l'étape dite quantification inverse.

IV.4.2 Transformée en cosinus discrète inverse (IDCT) :

Après la quantification inverse nous nous retrouvons avec une matrice similaire à celle obtenue après la TOD avec une image d'approximation transformée en DCT. Afin de reconstruire toute l'image, il faut d'abord reconstruire l'image d'approximation en lui appliquant une IDCT.

La IDCT est une transformée inverse de la DCT. Elle permet de reconstruire les coefficients réels transformés.

Pour 8*8 blocs l'IDCT s'écrit :

$$b_i(n, m) = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^7 \sum_{m=0}^7 C(u) \cdot C(v) \cdot b_t(u, v) \cos\left[\frac{(2n+1)u\pi}{16}\right] \cdot \cos\left[\frac{(2m+1)v\pi}{16}\right]$$

IV.4.3 Transformée en ondelette inverse (TODI) :

Cette étape représente l'opération inverse de la transformée en ondelettes. La transformée inverse a pour but de reconstruire l'image originale à partir des sous détails et de l'image de basse résolution. La reconstruction est donc obtenue par la somme du filtrage h^* (filtre passe bas) des coefficients d'approximations et du filtrage g^* (filtre passe haut) des coefficients de détails auxquels sont intercalés des zéros.

En reprenant l'exemple de la décomposition à l'échelle 1, nous effectuerons l'opération suivante pour faire la synthèse :

- A la partie supérieure de la matrice, on applique une interpolation suivant les colonnes qui consiste à intercaler des zéros entre chaque deux lignes, s'en suivra un filtrage basse –bas de reconstruction suivant les colonnes exactement comme cela s'est fait pour la décomposition, (voir figure IV.6)
- A la partie inférieure de la matrice, on applique une interpolation suivant les colonnes suivie d'un filtrage passe-haut de reconstruction, toujours suivant les colonnes.

a''_0

a''_1

a''_2

a''_3

Figure IV.6: Illustration de l'interpolation des lignes par des lignes de zéros

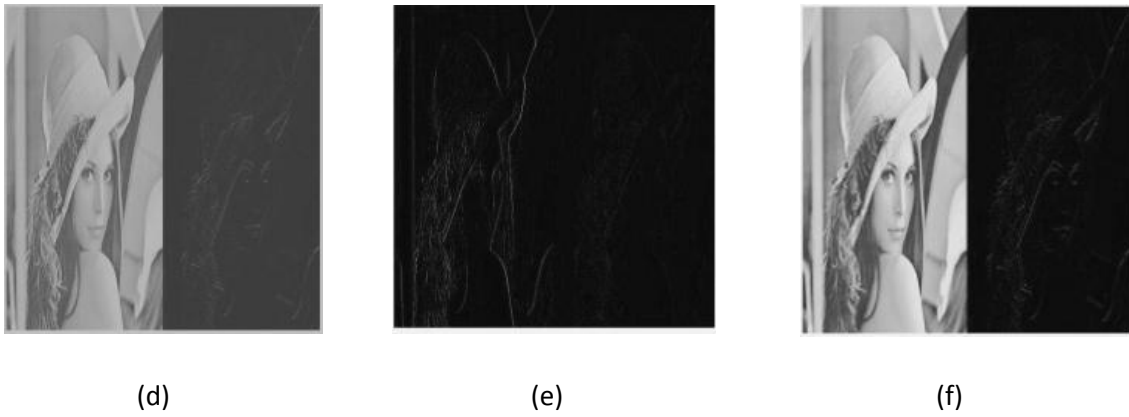


Figure IV.7

(d) image obtenue après filtrage par h avec interpolation de la partie haute de l'image (Figure IV.5.c) suivant les colonnes.

(e) image obtenue après filtrage par g avec interpolation de la partie basse de l'image (Figure IV.5.c) suivant les colonnes.

(f) image obtenue après addition des coefficients de l'image (d) et (e).

De l'addition des deux matrices précédentes, on obtient une nouvelle matrice (figure IV.7 (f)) qui se verra appliquer les opérations suivantes :

A la partie gauche de la matrice, on opère une interpolation suivant les lignes et un filtre passe-bas de reconstruction (Figure IV.8.g). Et à la partie droite on opère une interpolation suivant les lignes et un filtrage passe haut de reconstruction (Figure IV.8.h). Les deux matrices résultantes sont additionnées et l'image de ce fait reconstruite (Figure IV.8.i).

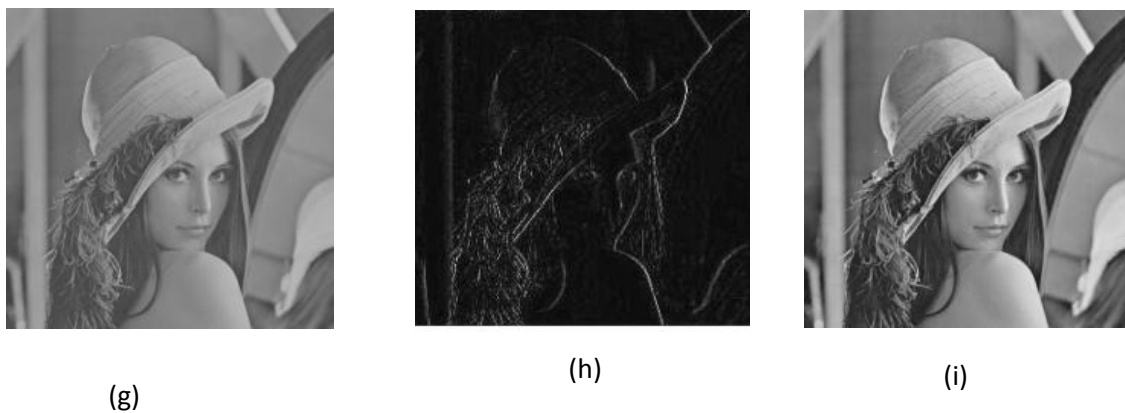


Figure IV.8

- (g) image obtenue après filtrage par \mathbf{h} avec interpolation de la partie gauche de l'image (figure IV.7 (f)) suivant les lignes.
- (h) image obtenue après filtrage par \mathbf{g} avec interpolation de la partie droite de l'image (figure IV.7 (f)) suivant les lignes.
- (i) image obtenue après addition des coefficients de l'image (g) et (h).

IV.5 Discussion :

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode de compression/décompression d'une image hyperspectrale. Pour leurs implémentations, on s'est basé sur la transformée en ondelette discrète et une transformée en cosinus discrète pour l'image d'approximation associées avec une quantification scalaire. Après avoir détaillé notre méthode, nous allons voir ces différents tests et résultats qui seront présentés dans le prochain chapitre.



Chapitre V

Tests et résultats

V.1 Préambule :

Dans le chapitre précédent, nous avons proposé une méthode adoptée pour compresser les images hyperspectrales, place maintenant à l'évaluation de cette méthode en se basant sur des différents tests et résultats que nous allons effectuer sur ce type d'image.

L'image que nous allons traiter a été prise par le capteur Aviris (voir Annexe B), elle contient 224 canaux spectraux contigus (également appelées les bandes spectrales), avec des longueurs d'ondes variant entre 400 à 2500 nanomètres (entre le visible et le moyen infrarouge), ou chaque canal est d'une résolution 512x614 pixels codé sur 16 bits (2 octets).

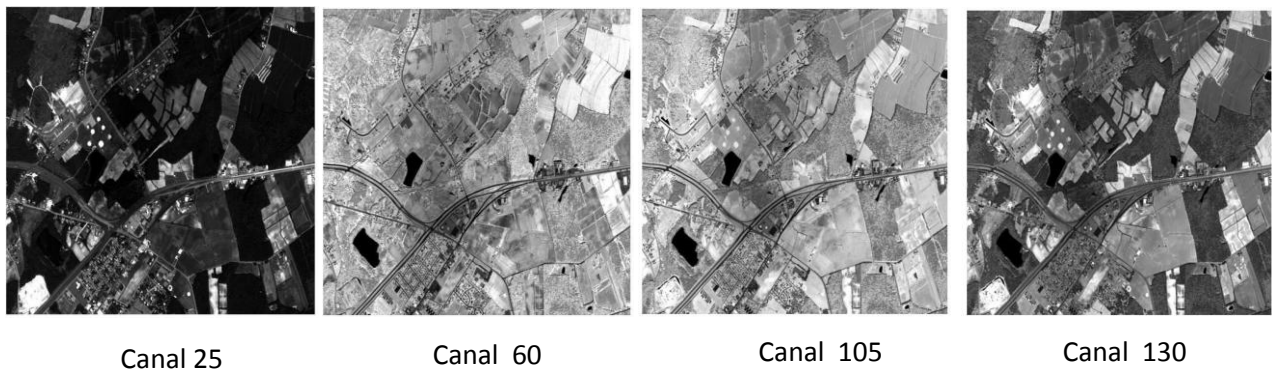


Figure V.1 : Même scène dans diverses bandes spectrales (entre le visible et le moyen- infrarouge).

Nous allons limiter nos tests sur une séquence de 10 canaux dans le domaine visible, c'est à dire une séquence de 10 images. Le choix de la séquence dans un domaine visible est dans le but de juger la qualité des images visuellement.

Afin d'interpréter les résultats obtenus, nous rappellerons les définitions des deux critères d'évaluation des performances de toutes méthodes de compression qui sont :

- Le calcul signal sur bruit crête (*PSNR*) en décibels (dB). Ce dernier mesure la distorsion de l'image traitée par rapport à l'image originale, selon l'équation suivante :

$$PSNR(i) = 10 \log_{10} \left[\frac{(65535)^2}{MSE(i)} \right]$$

$$PSNR_{\text{moy}} = \frac{1}{(m-n)+1} \sum_{i=n}^m PSNR(i)$$

n : numéro du canal initial ; m : numéro du canal final

PSNR(i) : est le psnr de chaque image.

PSNR_{moy} : est le psnr moyen de la séquence d'images.

MSE(i) : est l'erreur quadratique moyenne entre l'image originale et l'image reconstruite.

- Le calcul du taux de compression défini, selon la formule, ci-dessous :

$$Tc = \left(1 - \frac{1}{Rc}\right) * 100$$

$$\frac{1}{Rc} = \frac{\text{la taille de la séquence d'images compressée}}{\text{la taille de la séquence d'images originale}}$$

Rc : est le rapport de compression.

Séquence d'images à tester :



Canal 22



Canal 23



Canal 24



Canal 25



Canal 26



Canal 27



Canal 28



Canal 29



Canal 30



Canal 31

Figure V.2 : La séquence d'images teste

V.2 Tests et interprétation des résultats obtenus :

Il est important que les filtres associés aux fonctions échelle et ondelette soient à reconstruction exacte et à phase linéaire ou nulle (afin d'éviter tout artefact), et pour ce là, les bases d'ondelettes biorthogonales permettant d'obtenir des bases d'ondelettes symétriques, de forte régularité et à support fini, offrent des perspectives intéressantes.

Afin de choisir le meilleur filtre biorthogonal qui nous servira à la décomposition de l'image teste en coefficients d'ondelette, nous allons tester l'influence des différents filtres de Daubechies M/N sur la qualité de l'image.

Les différents résultats obtenus sur la séquence d'images sont inscrits respectivement dans les tableaux ci-dessous :

filtres	PSNR (db)	Tc (%)	temps (s)
Db 5/3	31,32	89,14	56,80
Db 9/3	31,56	88,95	60,57
Db 13/3	31,69	88,62	59,82
Db 17/3	31,77	88,36	65,23
Db 4/4	30,88	88,95	56,45
Db 9/7	32,20	91,44	45,78
Db 12/4	32,34	89,60	59,1
Db 20/4	32,21	89,41	58,04
Db 8/4	32,51	89,57	54,52
Db 9/11	29,95	91,22	42,03

Tableau V.1 : variation du PSNR, taux de compression et temps d'exécution en fonction des différents filtres.

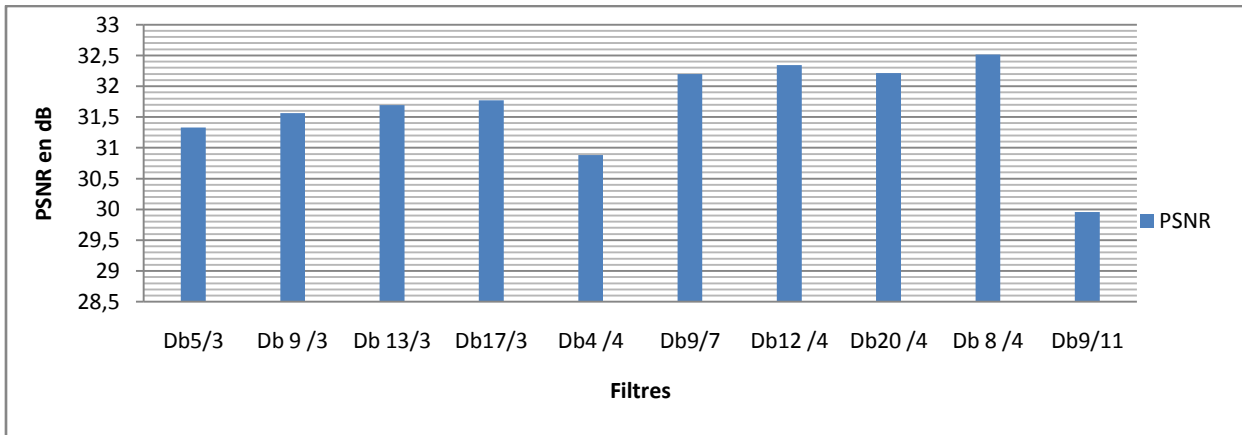


Figure V.3 : Evolution du PSNR en fonction des différents filtres

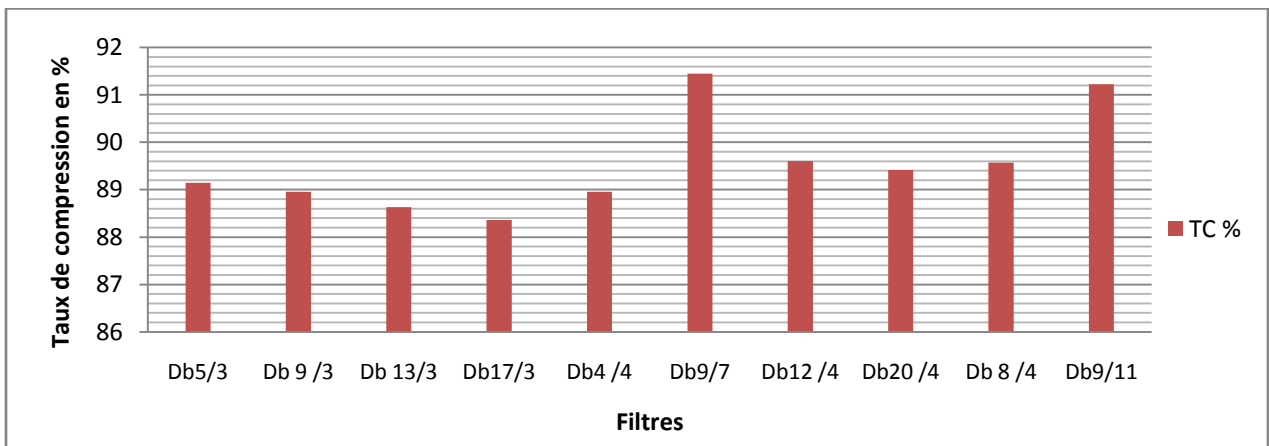


Figure V.4 : Evolution du taux de compression en fonction des différents filtres

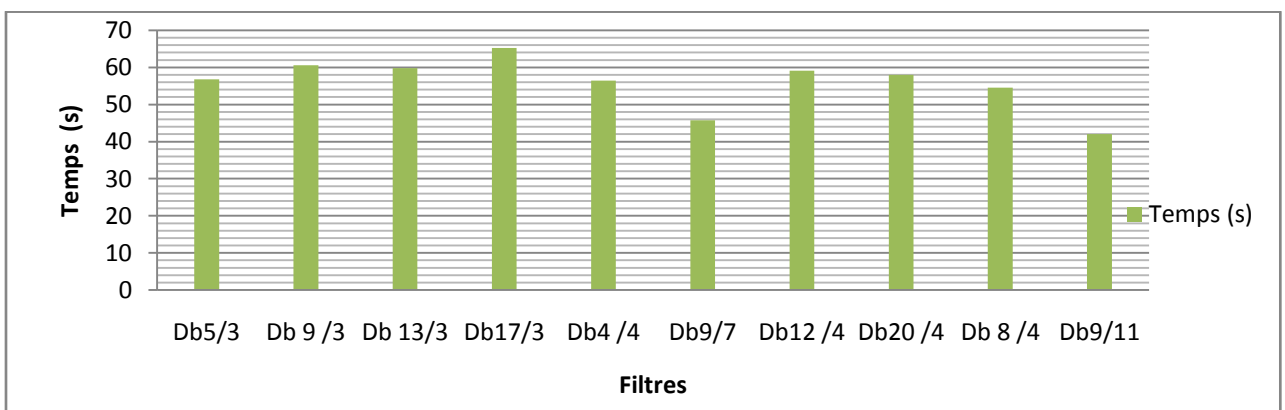


Figure V.5 : Evolution du temps d'executions en fonction des différents filtres

Les résultats de tableau (V.1) et les figures (V.3), (V.4), (V.5) obtenues, ont montré la nette supériorité du filtre biorthogonale 9/7 par rapport aux autres filtres avec tous les facteurs pris en considération tel que le temps d'exécution, PSNR et le taux de compression.

Ainsi on a opté pour ce filtre pour valider nos tests.

➤ **Evaluation du PSNR et du Débit par rapport à la résolution :**

Les différents tests effectués dans cette partie montrent l'influence de la résolution sur l'évolution du PSNR et du Débit de compression.

Tous ceux-ci est illustré par le tableau et la figure qui suivent :

Niveau 2		Niveau 3		Niveau 4		Niveau 5		Niveau 6	
PSNR	Débit	PSNR	Débit	PSNR	Débit	PSNR	Débit	PSNR	Débit
33.65	4.48	34.92	2.19	35.48	2.42	38.16	2.11	36.66	4.73
33.49	3.84	34.32	1.52	35.31	1.39	37.32	1.18	36.65	2.67
33.40	3.68	34.01	1.41	35.21	1.32	36.88	1.11	36.61	1.84
33.03	3.39	32.97	1.07	34.80	1.03	35.44	0.81	36.51	1.39
32.26	3.30	31.20	0.99	33.92	0.82	33.16	0.62	36.19	0.88
30.73	3.09	28.33	0.91	32.15	0.59	29.74	0.44	35.99	0.78
30.04	3.09	27.22	0.90	31.37	0.51	28.49	0.37	35.08	0.56
27.89	3.07	24.06	0.89	28.93	0.42	25.06	0.27	32.77	0.34
24.33	2.88	19.48	0.77	24.97	0.31	20.29	0.16	24.41	0.11

Tableau V.2 : variation de PSNR en fonction de débit de compression pour les différents niveaux de résolutions choisis.

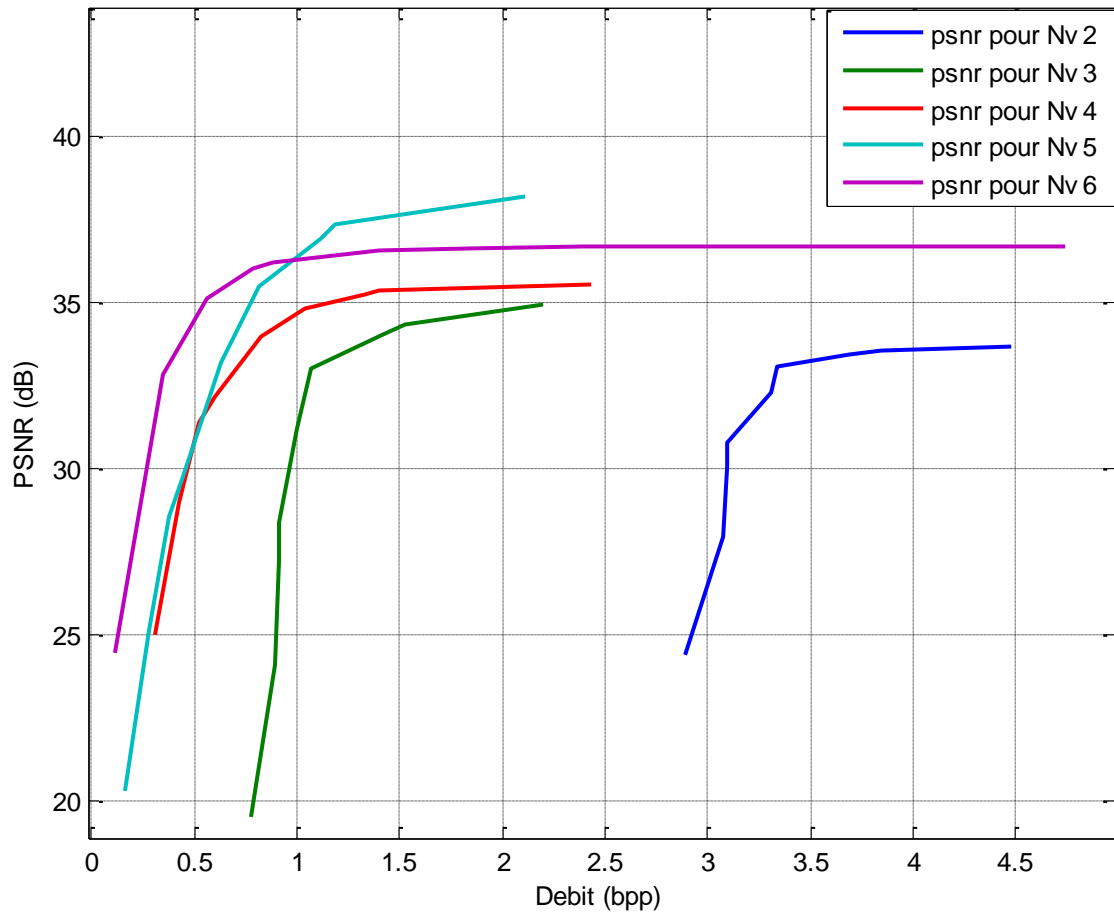


Figure V.6 : variation de PSNR en fonction Débit dans les différents niveaux de résolution

En faisant varier le niveau de résolution, on conclue que chaque augmentation de la résolution s'accompagne par une diminution de débit de compression et reconstruction d'une image de qualité acceptable.

On remarque par exemple dans le tableau (V.2), pour un PSNR quasiment constant ($\text{PSNR} \approx 33 \text{ dB}$) le débit de compression diminue en augmentant le niveau de résolution.

Le choix de la résolution se fera selon la qualité visuelle de l'image et le débit de compression désiré. Notre but est d'atteindre une bonne qualité de l'image à reconstruire avec un faible débit de compression.

On constate que le niveau 6 offre une relation appréciable et satisfait la dualité PSNR débit de compression. Avec ce niveau on peut atteindre un débit de 0,16 bpp avec un PSNR correspondant à 27,07 dB, et pour 0,34 bpp on trouve un PSNR de 32,77 dB, ce qui est important comme résultat.

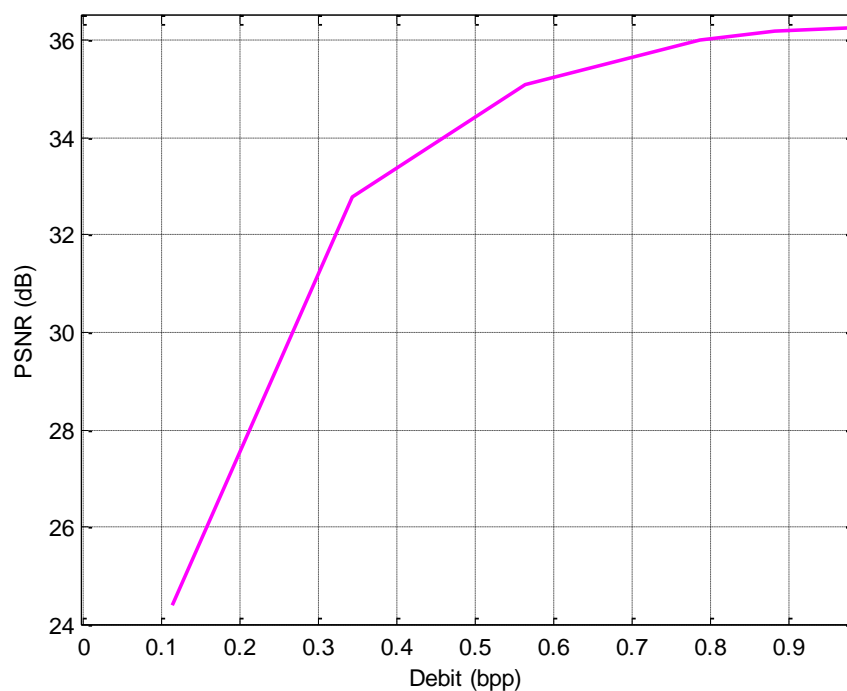


Figure V.7 : variation de PSNR en fonction Débit à la résolution 6

Nous représentons la séquence d'images reconstruite sur la figure suivante :



Canal 22



Canal 23



Canal 24



Canal 25



Canal 26



Canal 27



Canal 28



Canal 29



Canal 30

Canal 31

Figure V.8 : Séquence d'images reconstruite. $PSNR_{\text{moy}}=27,07 \text{ dB}$

Débit = 0,16 bpp

La figure (V.8) représente la séquence d'images restituée pour le niveau de résolution 6. Ces images sont de bonne qualité visuelle et d'une dynamique très proche à celle des images de la séquence originale.

Pour mettre en valeur nos résultats, nous avons effectué une comparaison par rapport au standard JPEG 2000. La figure qui suit illustre la comparaison entre les deux méthodes :

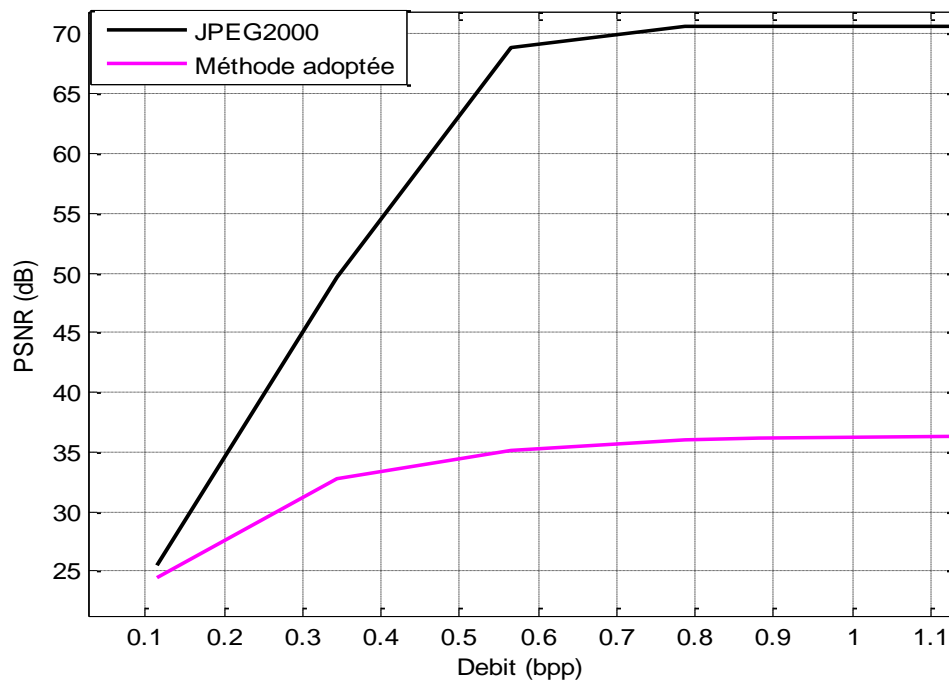


Figure V.9 : Comparaison entre la méthode adoptée et le standard JPEG2000

Le tableau suivant illustre quelques résultats des tests effectués à faibles débits :

	Méthode adoptée	JPEG2000
débit=0,11 bpp	PSNR=24.4 dB	PSNR=25 dB
débit=0,13 bpp	PSNR=25 dB	PSNR=27 dB
débit=0,20 bpp	PSNR=29 dB	PSNR= 34 dB

Tableau V.3 : Comparaison de la méthode proposé avec JPEG2000

D'après la figure (V.9) on remarque que à faible débit les deux courbes se rapprochent plus en plus donc la reconstruction de l'image dans les deux méthodes est presque semblable, par contre en augmentant le débit la différence apparait vite sur le graphe de JPEG 2000 qui atteint un PSNR vraiment important ce qui apporte une meilleure représentation de l'image. En général, notre méthode apporte des résultats acceptables.

Cette comparaison nous renseigne sur la qualité et la valeur de notre méthode, dont on tire l'importance des résultats que notre approche peut atteindre.

V.3 Discussion:

En analysant les résultats obtenus, on constate que notre méthode a permis d'obtenir des débits de compression faible tout en gardant une qualité visuelle acceptable, le temps du processus de compression/décompression est satisfaisant puis il ne dépasse pas les 50 s.

Conclusion

Conclusion :

Le travail exposé à travers ce mémoire, nous a permis d'étudier et mettre en œuvre une technique de compression d'images hyperspectrales associant une transformée en ondelette et une quantification scalaire suivie d'un codage entropique.

Dans un premier temps, nous avons fait une étude sommaire en présentant des généralités se référant aux différentes méthodes de compression et les standards de compression existants pour situer notre travail. Ensuite, nous nous sommes introduits au cœur des images hyperspectrales pour donner quelques définitions et caractéristiques et approfondir nos connaissances dans ces dernières. Dans le chapitre qui suit, nous avons exposé les outils nécessaires à notre schéma de compression par une présentation de la théorie en ondelette ainsi l'analyse multirésolution.

La méthode adoptée a donné des résultats satisfaisants, du point de vue débit de compression par rapport à la qualité de l'image reconstruite, tout en veillant sur le bon choix des paramètres de la décomposition en ondelette (choix de filtre et résolution) et une meilleure quantification permettant d'avoir de bon résultat. Pour savoir le degré de perfection de notre méthode, nous avons effectué une comparaison avec le standard JPEG 2000 où les résultats obtenus sont proches à faible débit de compression. Cependant des améliorations peuvent être apportées sur notre méthode, comme par exemples :

- En utilisant des codeurs à arbres de zéros comme SPIHT et EZW.
- Appliquer une décomposition en ondelette à 3 dimensions.
- Extension de la méthode dans le domaine RVB pour bien minimiser le nombre d'images à traiter.

L'étude faite nous a permis de s'initier au domaine de l'imagerie en général, et de compression d'images hyperspectrales en particulier, où nous avons acquis un certain nombre de connaissances qui, sans doute, nous serviront à l'avenir. Nous avons également eu beaucoup de plaisir à apprendre et familiariser avec la programmation en matlab.

Annexe

Annexe « A »

Présentation de logiciel MATLAB :

MATLAB est un outil intéressant pour l'ingénieur. Il permet de résoudre rapidement des problèmes mathématiques d'une façon aisée soit en utilisant les possibilités de calcul symbolique (formel), soit en utilisant les méthodes de résolution numérique les plus performantes. MATLAB permet également la visualisation graphique des résultats obtenus en 2 dimensions ou en 3 dimensions. Il possède un langage de programmation à la fois puissant et simple d'utilisation.

Le nom de MATLAB est une abréviation de MATrix LABoratory. Écrit à l'origine, en fortran, par Cleve Moler, MATLEB était destiné à faciliter l'accès au logiciel matriciel développé dans les projets LINPACK et EISPACK.

MATLAB, l'élément de base est la matrice. L'utilisation ne s'occupe pas des allocations mémoire ou de redimensionnement comme dans les langages classiques. Les problèmes numériques peuvent être résolus en un temps performant, qui ne représente qu'une fraction infime du temps à passer avec d'autres langages comme le C, C++ ou le Fortran.

MATLAB est un interpréteur : les instructions sont interprétées et exécutées ligne par ligne.

MATLAB propose deux types de fonctionnement :

-Un fonctionnement en ligne de commande où MATLAB exécute les instructions au fur et à mesure qu'elles sont données par l'utilisateur.

-Un fonctionnement via des scripts, dans ce cas MATLAB exécute ligne par ligne un fichier texte que l'on désigne par programme.

MATLAB propose également une aide très complète illustré d'exemple, étant donné le très grand nombre d'instructions utilisables, il est important de bien savoir l'utiliser.

Notations

- $L^2(\mathbb{R})$ désigne l'ensemble des fonctions de \mathbb{R} de carré intégrable.
- l^2 désigne l'ensemble des séries de \mathbb{R} de carré intégrable.
- La convolution de deux fonctions $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ et $g(x) \in L^2(\mathbb{R})$ est donnée par :

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(u)g(x - u)du$$

- La transformée de Fourier de $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ s'écrit comme suit :

$$\hat{f}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-jwx) dx$$

- Pour $f(x)$ et $g(x)$ appartenant à $L^2(\mathbb{R})$, le produit interne de $f(x)$ avec $g(x)$ s'écrit comme suit :

$$\left\langle \frac{f(x)}{g(x)} \right\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x)dx$$

- Transformation en Z d'une fonction échantillonnée $f \in l^2(\mathbb{Z})$

$$F(Z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} h(n)Z^{-n} \quad \text{ou } n \in \mathbb{Z}$$

Principe d'incertitude de HEISENBERG :

Le principe d'Heisenberg stipule qu'on ne peut obtenir à la fois une résolution infiniment bonne en temps et en fréquence : il y a un compromis à réaliser entre les deux. Plus une fonction $f(t)$ est bien localisée en temps, c'est-à-dire qu'elle a de bonnes propriétés de décroissance quand $|t|$ tend vers l'infini, moins sa transformée de Fourier $\hat{f}(\omega)$ sera bien localisée en fréquence. Par exemple, la transformée de Fourier de l'indicatrice $f = I_{[-A,A]}$ d'un intervalle $[-A, A]$ vaut $\hat{f}(\omega) = A \operatorname{sinc} 2\pi\omega A$; plus A est petit, plus le support de f est petit, donc meilleure est la résolution temporelle ; mais plus A est petit, plus $\hat{f}(\omega)$ va osciller longtemps.

Exprimons mathématiquement ce principe. Supposons pour simplifier que $f(x) \in L^2(\mathbb{R})$ et \hat{f} aie un centre de gravité nul (ce que l'on peut obtenir en translatant convenablement l'origine des axes), c'est-à-dire :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} t |f(t)|^2 dt = 0; \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \omega |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega = 0$$

On définit la localisation en temps :

$$\sigma_f^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 |f(t)|^2 dt$$

Et la localisation en fréquence :

$$\sigma_{\hat{f}}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \omega^2 |\hat{f}(\omega)|^2 d\omega$$

On définit alors la durée utile de la fonction f :

$$\Delta t^2 = \frac{\sigma_f^2}{\|f\|^2}$$

Et la bande utile de cette fonction :

$$\Delta\lambda^2 = \frac{\sigma_{\hat{f}}^2}{\|f\|^2}$$

Le principe d'incertitude donne la relation suivante entre ces deux quantités :

$$\Delta t \cdot \Delta\lambda \geq \frac{1}{4\pi}$$

La localisation en temps (mesurée par Δt) se fait au détriment de la localisation en fréquence (mesurée par $\Delta\lambda$), et réciproquement.

Notons que le meilleur compromis autorisé par le principe d'Heisenberg, à savoir :

$$\Delta t \cdot \Delta\lambda = \frac{1}{4\pi}$$

Espace de Hilbert $L^2(\mathbf{R})$:

L'ensemble des fonctions mesurables à valeurs dans \mathbf{C} de carré sommable constitue un espace de Hilbert lorsqu'il est muni du produit scalaire :

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)g(x)dx$$

Une fonction $f(t)$ s'appelle fonction de carré sommable si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) < +\infty$$

Par définition, la norme de la fonction $f(t)$ est définie par

$$\|f\| = \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t)dt}$$

Le but principal de l'introduction de la valeur absolue dans l'analyse est de permettre de mesurer les distances sur la droite réelle, la relation existante entre la norme d'une fonction et la valeur absolue d'un nombre réel ou complexe étant évidente :

$$d(x, y) = |x - y|$$

En considérant $x=f(x)$ et $y=g(t)$ comme les points dans l'espace $L^2(\mathbb{R})$, on définit la distance entre ces points à l'aide de la norme suivante :

$$d(x, y) = \|f - g\|$$

Base de Reisz :

Une famille $\{e_i\}$ est une base de Reisz d'un espace de Hilbert H , si seulement si ; les deux propriétés suivantes sont satisfaites.

Les combinaisons linéaires finies $\sum B_i e_i$ sont denses dans H .

Il existe deux constantes strictement positives C_1 et C_2 telles que pour toute suite finie $\{B_i\}$, on ait :

$$C_1(\sum |B_i|)^{1/2} \leq \|\sum B_i e_i\| \leq C_2 (\sum |B_i|^2)^{1/2}$$

Transformations orthogonales :

Deux fonctions $f(t)$ et $g(t)$ sont orthogonales si : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)g(t)dt = 0$

L'algèbre linéaire nous apprend qu'il existe des transformations dites singulières, c'est-à-dire : non inversible de telles transformations sont à exclure dans notre cas. Parmi les transformations inversibles ; il en existe dont les matrices correspondantes vérifiant la relation : $(A^*)^T(A^*) = (I)$

Avec

- (A^*) : matrice dont les coefficients sont conjugués de (A)
- $(A)^T$: matrice transposée de (A) , c'est-à-dire : la matrice dont les coefficients sont ceux de (A) mais arrangés de façon que les lignes soient les colonnes de (A) . $(A^*)^T$ est aussi appelée matrice adjointe de (A) .

Annexe A

- (I) : matrice identité ; tous les coefficients sont nuls sauf ceux de la diagonale principale qui valent '1'. Cette matrice correspond à une transformation qui laisse tout bloc invariant.

Les matrices qui vérifiant cette relation sont dites unitaires, orthogonales lorsqu'elles sont à coefficients réels.

Il est évident que tout système orthogonal appartient à l'espace $L^2(\mathbb{R})$.

Une fonction $f(t)$ définie sur \mathbb{R} est normée si : $\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(t) dt = 1$

Un système de fonctions $V_1(t), V_2(t), \dots, V_n(t)$, définie sur \mathbb{R} , forment un système orthonormé si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V_i(t)V_j(t) dt = \begin{cases} 1 & \text{pour } i=j \\ 0 & \text{pour } i \neq j \end{cases}$$

Annexe « B »

Annexe B

Le capteur AVIRIS :

Les spécifications datent de 1987 pour un instrument aéroporté. Aviris a été réalisé pour simuler les performances des futurs instruments hyperspectraux spatiaux. D'autre part, les images sont facilement disponibles et beaucoup d'endroits sont couverts. De plus, la documentation technique disponible est très complète.

Nom	Airborne Visible / Infrared Imaging Spectrometer
Plateforme	ER-2 (aéroporté haute altitude) autre porteur (aéroporté basse altitude)
Pays	USA
Constructeur	NASA/JPL
Opérateur	NASA/Ames Research Center
Date d'exploitation	1987
Site interne	http : //aviris.jpl.nasa.gov

Instrument:

FOV	30°
IFOV	1 mrad
Focale effective	19.76 cm
Diamètre effectif de la pupille	14.5 cm
Fibre Optique	Silice (A, B) Verre fluore (C, D)
Diamètre 200 µm	200 µm
Ouverture numérique 0.45	0.45
Type de scanner	Whiskbroom
Altitude	20 km
Vitesse/sol	735 km/h
Enregistrement	Metrum VLDS
Masse	340 kg
Puissance	1148 W (28 VDC, 41 A)
Dimensions	84 cm × 160 cm × 117 cm
Température de fonctionnement	0° à 30°C

Annexe B

Capteur :

Spectromètre	A	B	C	D
Spectre (nm)	380- 690	670-1270	1260-1880	1880-2500
Nombre de bandes	32	64	64	64
Largeur de bande	9.7 nm	9.5 nm	10.0 nm	12 nm
Réseau	117.65	128.2	124.2	128.6
Type	Line array	Line array	Line array	Line array
Nombre d'éléments	32	64	64	64
Matériaux	Silicon	InSb	InSb	InSb
Temps d'intégration	87 μ s	87 μ s	87 μ s	87 μ s
Surface active (μ m)	200 \times 200	200 \times 200	200 \times 200	200 \times 200
Espace inter-éléments	30 μ m	30 μ m	30 μ m	30 μ m

Acquisition des données :

Largeur de champ Délai de revisite	11 km aéroporté
Nombre de bandes Résolution spectrale	224 10 nm
Pixels par ligne Taux d'échantillonnage Echantillonnage spatial	614 12 lignes/s 20 m \times 20 m (a 20 km) 4 m \times 4 m (a 4 km)
Quantification Débit	12 bits 16 bits après corrections radiométriques 20.4 Mbit/s
SNR A SNR B SNR C SNR D Remarque	150 :1 140 :1 70 :1 30 :1 Le SNR a été amélioré dans les versions successives de l'instrument, il est de l'ordre de 600 `a 1000 pour la version 3

Données disponibles :

Scène	
Largeur	1.9 km à 11 km
Longueur	10-100 km
Taille fichier	max 10 Go par vol (850 km)

Annexe « C »

Une ondelette est une forme d'onde de la durée limitée qui a une valeur moyenne zéro, ou les ondelettes sont des ondes localisées par temps court. En regardant des images des ondelettes et des ondes sinusoïdales, on peut voir intuitivement que des signaux avec les changements pointus pourraient mieux être analysés avec une ondelette irrégulière qu'avec un sinusoïde douce.

Propriétés de la fonction d'ondelette : [10]

La théorie des ondelettes permet d'associer aux fonctions d'échelle et d'ondelette un certain nombre de propriétés intéressantes pour l'analyse et la synthèse des signaux :

Support :

Si la fonction d'échelle \varnothing et l'ondelette ψ sont à support compact, les filtres H et G sont à réponse impulsionnelle finie (FIR), et ils sont favorables à une implantation informatique. Dans le cas contraire, une décroissance rapide des filtres permet tout de même de les approcher raisonnablement par des filtres FIR.

Coefficients rationnels :

Dans une implantation informatique, il est souhaitable de réaliser les transformations le plus rapidement possible avec le moins d'occupation de l'espace mémoire. Il sera donc intéressant de ne pas effectuer les calculs en réel. Les filtres ayant des coefficients h_k et g_k rationnels (ou même dyadiques) sont donc très recherchés. Certaines précautions permettent même d'effectuer les transformations directement avec des entiers.

Orthogonalité :

Si les ondelettes sont orthogonales, la transformée en ondelettes est stable et réversible. Les opérateurs de projections dans les différents sous-espaces V_j et W_j conduisent à des approximations optimales au sens de L^2 .

Symétrie :

Si les fonctions d'échelle et d'ondelette sont (anti-)symétriques, les filtres sont alors à phase linéaire. On observe une distorsion de la phase à la reconstruction lorsque cette propriété est absente.

Annexe C

En fait, il n'existe pas d'ondelettes orthogonales qui soient à la fois symétriques et à support compact. C'est pourquoi, les ondelettes biorthogonales ont été introduites et sont abondamment utilisées.

Régularité :

La régularité de l'ondelette est importante en compression. Les compressions correspondent souvent à des mises à zéro de certains coefficients d'ondelettes, ce qui équivaut à négliger les composantes $d_j = \langle f, \psi_{j,k} \rangle$ de la fonction originale. La régularité de l'ondelette permet de masquer les erreurs de reconstruction. De plus, une plus grande régularité entraîne une meilleure localisation fréquentielle des filtres.

Moments nuls

L'efficacité d'une ondelette pour la compression des signaux est caractérisée par sa capacité à représenter sur un nombre réduit de coefficient non nuls la plus grande partie de l'information. Autrement dit, une ondelette est plus efficace si elle donne un grand nombre de coefficients détails qui voisine zéro.

Cette efficacité peut être définie par le nombre de ces premiers moments nuls [18] :

$$N = \max \{n \in \mathbb{N}, \int_{-\infty}^{+\infty} t^n \psi(t) dt\}$$

Quelques types d'ondelettes :

L'ondelette de Haar :

C'est la plus simple des ondelettes définie sur l'intervalle $[0,1]$ ou parfois sur $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$, c'est la fonction H constante par morceaux qui vaut :

$$H(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x \in [0, \frac{1}{2}] \\ 1 & \text{si } x \in [\frac{1}{2}, 1] \end{cases}$$

Cette ondelette est très simple elle est discontinue et donc facile à mettre en œuvre algorithmiquement.

De plus, son support est compact c.à.d. elle est bien localisée en espace. Elle n'a qu'un seul moment nul et discontinue ; sa transformée de Fourier est de la forme suivant :

$$H(\omega) = j e^{-j\pi\omega} \frac{\sin 2 \frac{\pi\omega}{2}}{\frac{\pi\omega}{2}},$$

Cette dernière oscille beaucoup et sa localisation en fréquence n'est pas bonne.

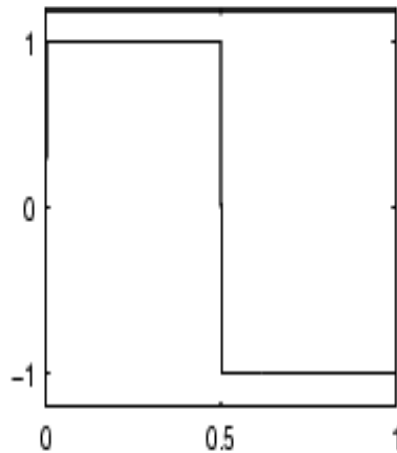


Figure II.8 : Odelette de Haar

Ondelettes de Daubechies :

Ingrid Daubechies (1990) a complété l'œuvre de Haar en 1987 [Daubechies, 1988]. Pour toute valeur r , Daubechies construit une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$ de la forme,

$$2^{\frac{j}{2}} \psi_r(2^j x - K), j \in \mathbb{Z}, K \in \mathbb{Z}$$

En effet, ψ est définie sur un support compact $[0, 2r + 1]$ et satisfait l'équation suivante:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_r(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} x^r \psi_r(x) dx$$

Où $\psi_r(x)$ possèdent r dérivées continues.

Lorsque $r = 0$, $\psi_r(x)$ est définie sur $[0, 1]$, on retombe sur le système de Haar.

Les noms des ondelettes de famille de Daubechies sont écrits le dbN, où N est l'ordre, et le DB le « nom de famille » de l'ondelette. L'ondelette db1, comme mentionnée ci-dessus, est identique que l'ondelette de Haar. Voici les fonctions livre par pouce carré d'ondelette des neuf prochains membres de la famille :

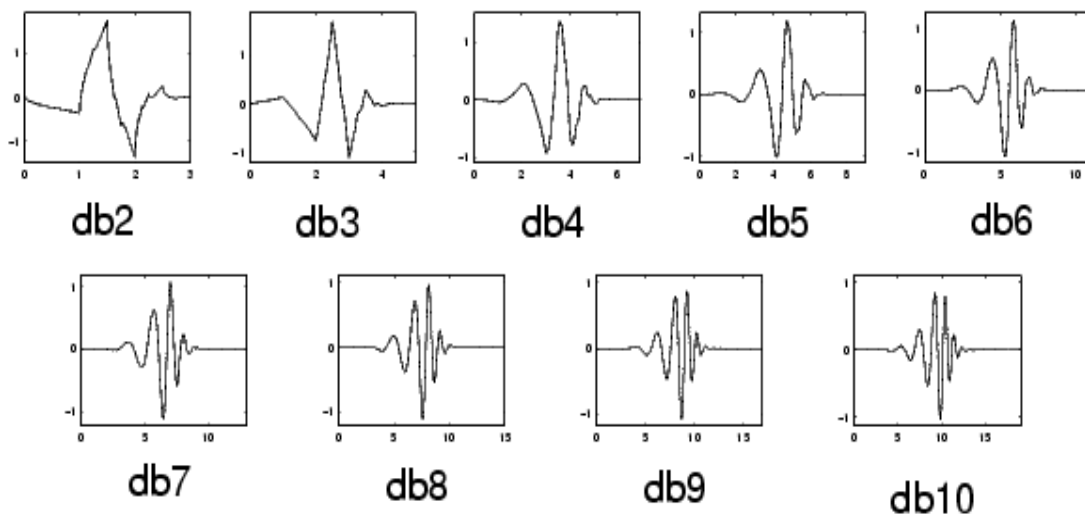


Figure II.11 : les Ondelettes de **Daubechies**

L'ondelette de Morlet :

C'est une fonction gaussienne modulée, elle est représentée sous la forme suivant :

$$\psi(t) = e^{-\pi t^2} e^{2j\pi k_0 t}$$

Par exemple, pour $k_0=5$ sa transformée de Fourier est une gaussienne décalée de k_0 et vaut

$$\hat{\psi}(\omega) = e^{-\pi(\omega-k_0)^2}$$

$\hat{\psi}(0)$ ne vaut pas zéro : ψ n'est pas de moyenne nulle, si k_0 est suffisamment grand, $\hat{\psi}(0)$ négligeable ; par exemple pour $k_0=5$, $\hat{\psi}(\omega)$ est environs 10^{-8} ; pour $\omega \leq 0$ $\hat{\psi}(\omega)$ est négligeable. Cette fonction est donc couramment utilisée comme une ondelette complexe analytique.

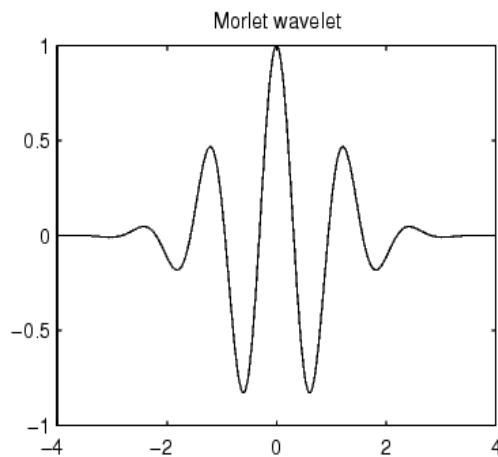


Figure II.9 : Ondelette de Morlet

Ondelettes de Meyer :

La fonction d'ondelette de Meyer est définie dans le domaine de fréquence comme suit :

$$\hat{\psi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \sin\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi} |\omega| - 1\right)\right) \quad \text{si} \quad \frac{2\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{4\pi}{3}$$

$$\hat{\psi}(\omega) = (2\pi)^{-1/2} e^{i\omega/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{4\pi} |\omega| - 1\right)\right) \quad \text{si} \quad \frac{4\pi}{3} \leq |\omega| \leq \frac{8\pi}{3}$$

$$\hat{\psi}(\omega) = 0 \quad \text{Si} \quad |\omega| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right]$$

Telle que $v(a) = a^4(35 - 84a + 70a^2 - 20a^3)$; $a \in [0,1]$.

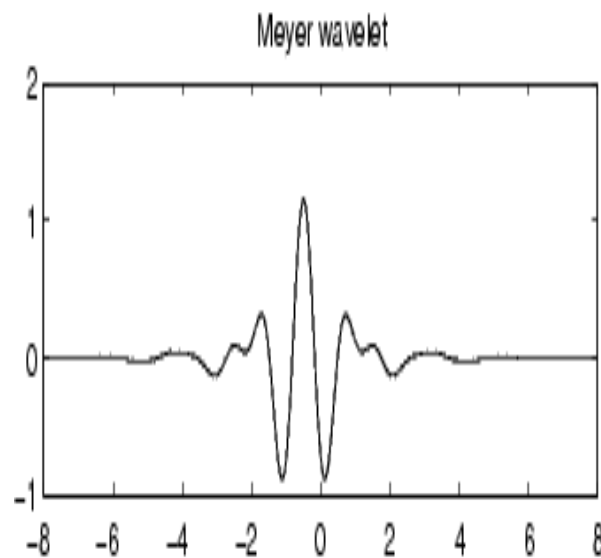


Figure II.10 : Odelette de Meyer

Ondelettes orthogonales :

La fonction d'échelle est une solution à une équation fonctionnelle fractale, appelée l'équation de raffinement :

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k \phi(2x - k)$$

Ou la séquence $(a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$ des entiers flottants est appelé la séquence d'échelle ou le masque d'échelle. L'ondelette exacte est obtenue par la combinaison linéaire similaire :

$$\psi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k \phi(2x - k)$$

Ou la séquence $(b_0, b_1, \dots, b_{M-1})$ des entiers flottants est appelé la séquence d'ondelette ou le masque d'ondelette.

Une condition nécessaire pour l'orthogonalité des ondelettes est que l'ordre d'échelle est orthogonal à tous ses décalages par un chiffre pair des coefficients :

$$\sum_{n \in \mathbb{Z}} a_n a_{n+2m} = 2\delta_{m,0}$$

Dans ce cas-ci, il y a le même nombre $M=N$ de coefficients dans la dilatation comme dans l'ordre d'ondelette, l'ordre d'ondelette peut être déterminé comme :

$$b_n = (-1)^n a_{N-n-1}$$

Ondelettes biorthogonales :

Cette famille d'ondelette présente la propriété de la phase linéaire, qui est nécessaire pour la reconstruction de signal et d'image. En employant deux ondelettes, une pour la décomposition et l'autre pour la reconstruction.

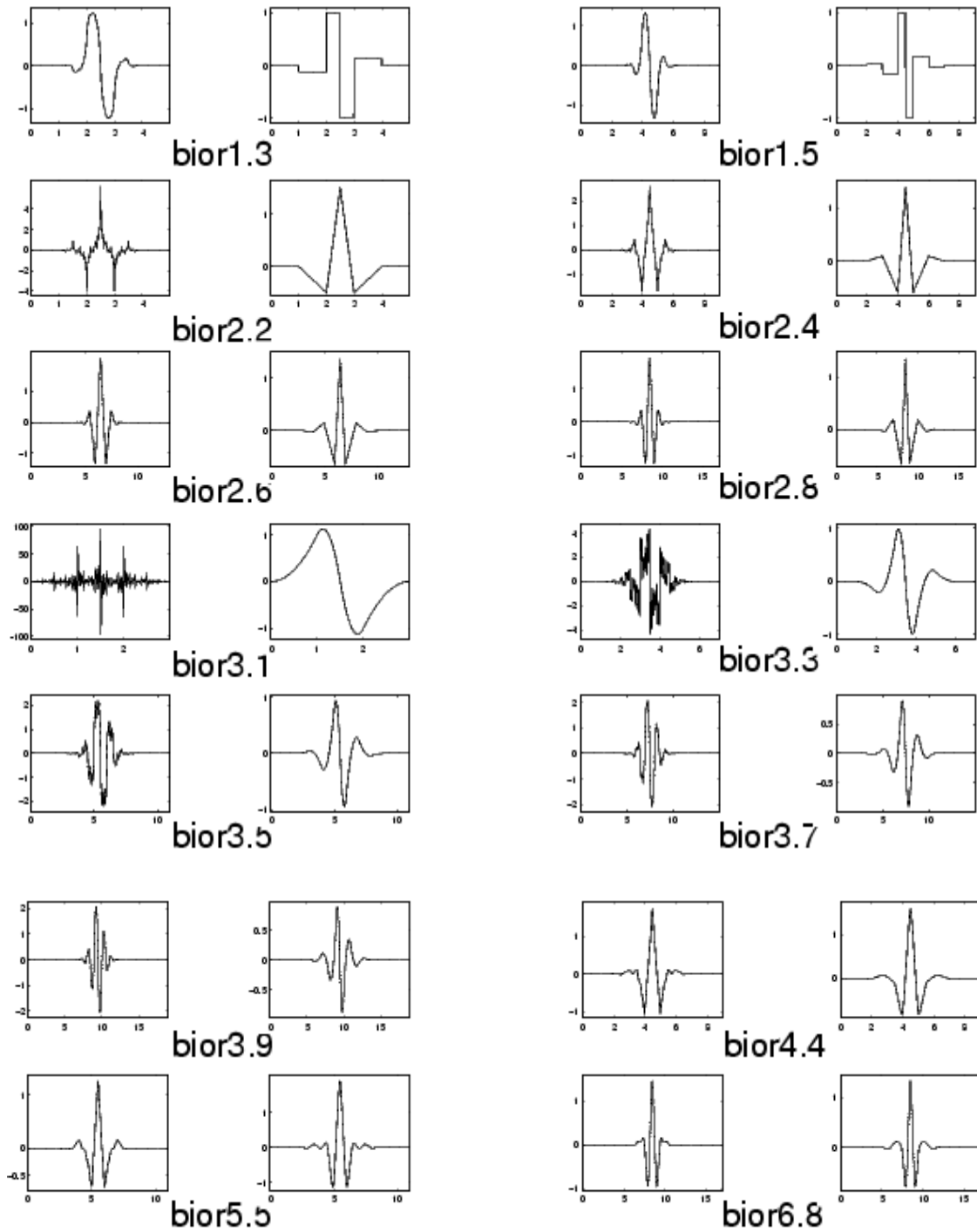


Figure II.12 : les Odelettes biorthogonales

i	Coefficients des filtres d'analyse		Coefficients des filtres de synthèse	
	Filtre passe-bas	Filtre passe-haut	Filtre passe-bas	Filtre passe-haut
0	0.6029490182364	1.1150870524570	1.1150870524570	0.6029490182364
±1	0.2668641184429	-0.5912717631142	0.5912717631142	-0.2668641184429
±2	-0.0782232665290	-0.0575435262285	-0.0575435262285	-0.0782232665290
±3	-0.0168641184287	0.0912717631142	-0.0912717631142	0.0168641184287
±4	0.0267487574108			0.0267487574108

Table de coefficients du filtre de Daubechies 9/7

Correspondance entre les biorthogonales Nr.Nd (bior Nr.Nd) et Daubechies N/M :

Tel que :

Nr représentent le nombre de coefficients des filtres de reconstruction.

Nd représentent le nombre de coefficients des filtres de décomposition.

Biorthogonales Nr.Nd	Daubechies N/M
bior 1.1	2/2
bior 1.3	6/2
bior 1.5	10/2
bior 2.2	5/3
bior 2.4	9/3
bior 2.6	13/3
bior 2.8	17/3
bior 3.1	4/4
bior 3.3	8/4
bior 3.5	12/4
bior 3.7	16/4
bior 3.9	20/4
bior 4.4	9/7
bior 5.5	9/11
bior 6.8	17/11



Bibliographie

Bibliographie

- [1] : KADDOUR Chakib et AISSA BRAHIM Salim « compression d'images fixes par fractales basée sur la triangulation Delaunay et la quantification vectorielle » mémoire de fin d'étude, institut national d'informatique(INI), Alger, 1999.
- [2] : A. Tremeau, Ch. Ferandez-Maloigne, P. Bonton « Image numérique couleur : de l'acquisition au traitement » TRS 72, Vol 02, 2004.
- [3] : O. Messaoui, « Etude comparative des méthodes de compression d'image : application aux images MSG » Thèse magister, Télé-détection, L'UMMTO, 2008.
- [4] :R.Rafraf , « compression d'images fixes par la quantification vectorielle et l'approximation fractale »,thèse d'ingénieur en informatique,1999
- [5] : Patrick Bas « Compression d'Images Fixes et de Séquences Vidéo : cours ENSERG/INPG »
- [6] : F. Davoine « compression d'image par fractales basée sur la triangulation de Delaunay » ,thèse de doctorat, polytechnique de Grenoble, France ;1995
- [7] : L. Akrouf « compression d'images numériques par fractales dans le domaine DCT » thèse d'ingénieur d'état en électronique UMMTO, 2003
- [8] :SEDDIF « Segmentation d'image meteosat par une méthode statistique supervisée » thèse ingénieur en électronique, UMMTO, 2005
- [9] :N.Nait Amara et R.Chouchane « compression d'images fixes par classification de régions en associant les ondelettes et les fractales » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2008
- [10] : G. MERCIER, C. ROUX, G. MARTINEAU « Technologies du Multimédia » ENST Bretagne, département ITI, BP 832, F-29280 Brest, France.
- [12] : E.INCERTI « compression d'image : algorithmes et standards » IA 101, Vol 02, paris 2003
- [13] :http://www.ulb.ac.be/cours/acohen/travaux_2006_infodoc/CompressionNumerique/TypeDonneesImageJPEG2000.htm
- [14] : O.LECADET « Méthodes d'ondelettes pour la segmentation d'images. Applications a l'imagerie médicale et au tatouage d'images » .thèse doctorat en math, INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE GRENOBLE, 28 Sept 2004
- [15] : M.BENBAHLOUL et T.MOKHTAR « compression d'image fixes selon JPEG 2000 » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2003

[16] : S.BELAMIRI, T.SAIDI, R.MEDDANE « Compression d'image par paquet d'ondelette » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2003.

[17] :N.HAMRENE, D.IDIR, L.HAMOUDI « codages d'images en sous bande par fractales appliqués aux images médicales » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2005

[18] :M.IDRI « compression irréversible d'image numérique a base d'ondelettes entières » thèse d'ingénieur en électronique, UMMTO, 2007

[19] : M.LAHDIR «Nouvelle approche de compression d'images basée sur les ondelettes et les fractales : application aux images météosat » thèse doctorat, UMMTO, 2007

[20] : C.GASQUET et P.WITOMSKI « Analyse de Fourier et applications : filtrage de calcul numérique et ondelettes ». Université Joseph Fourier (Grenoble I). 2004.

[21] : E. CHRISTOPHE « Compression des Images Hyperspectrales et son impact sur la Qualité des Données» thèse doctorat, Toulouse, 2006

[22] : S.HOMAYOUNI «Caractérisation des Scènes Urbaines par analyse des Images Hyperspectrales » thèse doctorat, Paris, 2005

[23] :X.DELAUNY « compression d'image satellite par poste transformées dans le domaine ondelettes » thèse doctorat, Toulouse, 2008