

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D' INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude
de MASTER ACADEMIQUE**
Spécialité : Machine Electrique
Filière : **Génie Electrique**

Présenté par
Rachid SLIMANI

Thème
**Modélisation par éléments finis d'un
capteur magnétostrictif**

Mémoire soutenu publiquement le 25 septembre 2017 devant le jury composé de :

Mr Farid NAMANI

M/A/A, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Président

Mme Ghania YOUSFI ép OUALI

M/A/A, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Promotrice

Mr Ahmed NAIT OUSLIMANE

M/A/A, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Examineur

Mme Ferroudja BOUALI ép DJADEL

M/A/A, Université Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, Examineur

Remerciement

Je tiens à remercier en premier lieu le BON DIEU de m'avoir donné le courage, patience et la santé durant tout au long de ces années d'étude jusque à ce jour.

Je tiens à remercier ma promotrice Mme YOUSFI pour sa disponibilité, je tiens à lui exprimer ma profonde gratitude pour ses précieux conseils.

Que les membres du jury trouvent ici l'expression de respect pour m'avoir fait l'honneur d'examiner ce modeste travail.

Je remercie enfin, tous ceux qui de près ou de loin ont contribué de manière significative à l'élaboration de ce travail.

Dédicace

Je dédie ce modeste travail à :

*Mes très chers parents qui se sont
sacrifiés tout au long de mes études.*

*Mes frères et sœurs et surtout ma petite
sœur NAIMA qui a également contribué dans ma réussite
durant mes études.*

A tous mes nièces et mes neveux

Toute ma famille et mes amis

Slimani Rachid

Sommaire

Introduction Générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les capteurs et les matériaux

I.1 Introduction :.....	2
I.2 Généralités sur les capteurs :.....	2
I.2.1 Définitions :.....	2
I.2.2. Structure d'un capteur :.....	2
I.2 .2.1 Corps d'épreuve :	3
I.2 .2.2 Détecteur :	3
I.2 .2.3 Electronique de conditionnement :	3
I.2.3. Capteurs actifs :.....	3
I.2.4 Capteurs passifs :.....	4
I.2.5 Caractéristique d'un capteur :	4
I.2.5.1 sensibilité :.....	4
I.2.5.2 linéarité :.....	5
I.2.5.3 étendue de mesure :.....	5
I.2.5.4 Temps de réponse :.....	5
I.2.5.5 Reproductibilité :	5
I.2.5.6 Sélectivité :.....	6
I.2.5.7 Précision :	6
I.2.5.8 Fidélité :	6
I.2.5.9 Erreurs de mesure :.....	6
I.2.5.12 grandeur d'influence :.....	7
I.2.5.13 Étalonnage du capteur.....	7
I.2.6 Choix d'un capteur :.....	8
I.3. Le phénomène de la piézoélectricité :.....	9
I.3.1. Les matériaux piézoélectriques :	9
I.3.1.1 Les oxydes ferroélectriques :	9
I.3.1.2 Le quartz et les oxydes non ferroélectriques :	9
I.3.1.3 Les semi-conducteurs :	10
I.3.1.4 Les polymères :.....	10

I.3.1.5 Les sels :	11
I.4 Le phénomène de la magnétostriction :	11
I.4.2. Magnétostriction inverse:	14
I.4.3. Les matériaux magnétostrictifs	16
I.4.3.1. Définition.....	16
I.4.3.2. Magnétisme en L'absence d'excitation	16
I.4.3.3. Magnétisme à l'échelle atomique	16
I.4.3.4. Magnétisme à l'échelle de l'agrégat d'atomes	17
I.4.3.5 Matériaux magnétostrictifs en couche minces :	19
I.4.3.5.1 Matériaux doux a fort couplage magnétomécanique :	19
I.4.3.5.2 Matériaux à magnétostriction géante :	21
I.4.3.5.3 alliage du Fer-Cobalt (FeCo) :.....	21
I.4.3.6 Comparaison matériaux magnétostrictifs/piézoélectriques :	21
I.5 Conclusion :	22

Chapitre II : Phénomènes électromagnétiques et Méthodes de résolutions

II.1 Introduction :	23
II.2 Phénomène électromagnétique :	23
II.3 Equation de MAXWELL :	23
II.3.1 Forme intégral des équations de Maxwell :	23
II.3.2 forme différentielle des équations de Maxwell :.....	24
III.4. Lois de comportement des milieux :	25
III.4.1. Relations constitutives :.....	25
II.4.2 Loi d'ohm :	26
II.5 Relation de passages :.....	26
II.6. Condition aux limites :	27
II.6.1. Condition de Dirichlet :	27
II.6.2 Condition de Neumann :	28
II.6.3. Condition mixte :	28
II.6.4. Condition de périodicité et d'anti-périodicité :.....	28
II.7 Introduction des potentiels :.....	28
II.7.1 Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique \mathbf{A} :.....	29
II.7.1.1 Equation magnétodynamique bidimensionnelle :.....	30

II.7.1.2 Equation magnétostatiques bidimensionnelle :.....	30
II.8 Equation aux dérivées partielles :.....	30
II.8.1 Equation de type elliptique :	31
II.8.2 Equation de type parabolique :	31
II.8.3 Equation de type hyperbolique :	31
II.9. Méthodes de résolution :.....	31
II.9.1 Méthodes analytiques :	31
II.9.2 Méthodes numériques :.....	32
II.9.2.1 Méthode des différences finies :	32
II.9.2.2 Méthode des éléments finis :	32
II.9.2.3. Méthode de Galerkin :.....	33
II.9.2.4. Formulation variationnelle :	33
II.9.2.5 Formulation des résidus pondre :.....	34
II.9.2.6 La discrétisation géométrique :.....	35
II.9.2.6.1 Élément de références :.....	35
b- Eléments à deux dimensions 2D :.....	35
c- Elément a trois dimensions 3D :.....	36
II.9.2.6.2. Fonction d'interpolation :	36
II.9.2.6.2.1 Principe de l'état complet :.....	36
II.9.2.6.2.2 Principe de compatibilité :.....	36
II.10. Formulation élément finis des équations magnétodynamiques :.....	37
II.11 Méthodes de calcul des forces magnétiques :.....	39
➤ La force de Lorentz :	39

Chapitre III : Application et validation des résultats

III.1 Introduction :.....	41
III.2 Caractéristique physique et géométrique :	41
III.3 Domaine de résolution :	43
III.4 Coefficient de la magnétostriction :	47
III.5 Interpretation des resultats :	47
III.6 Conclusion :.....	53
Conclusion générale :	54
Bibliographie :.....	55

Introduction Générale

Introduction Générale

Depuis des décennies, le développement des matériaux magnétiques de haute qualité et de l'électronique de puissance améliore les performances des systèmes d'entraînement électrique de diverses applications. Les exigences imposées par les normes et la concurrence nous amène à penser à la conception des capteurs de haute précision.

Les matériaux actifs tels que les matériaux piézoélectriques et magnétostrictifs sont couramment utilisés dans les conceptions d'actionneurs ou de capteurs. La propriété principale de ces matériaux réside dans le fort couplage entre les comportements magnétiques et mécaniques pour les matériaux magnétostrictifs, et les comportements électriques et mécaniques pour les matériaux piézoélectriques. L'utilisation combinée de ces matériaux passe par la mise en place de modèle décrivent leur comportement d'une part, et par le développement d'outils de calcul pour la conception d'autre part.

Le travail proposé est l'étude et modélisation par élément finis d'un capteur magnétostrictif.

Notre travail est subdivisé en trois chapitre dont :

Le premier chapitre est consacré à quelques généralités sur les capteurs et sur les matériaux utilisé dans la conception, tel que les matériaux piézoélectriques et les matériaux magnétostrictifs. Avec un exemple sur la magnétostriction direct et inverse.

Dans **le deuxième chapitre** on a présentra les phénomènes électromagnétiques et les méthodes de résolutions.

Enfin **le troisième chapitre** est réservé à une application et validation des résultats.

En terminera par une conclusion générale.

Chapitre I

Généralité sur capteurs et les matériaux

I.1 Introduction :

L'étude d'un domaine physique nécessite la connaissance des différentes grandeurs caractéristiques qui déterminent l'état du domaine. Pour avoir accès à ces grandeurs on utilise soit des outils théoriques comme la simulation, soit des outils pratiques comme les capteurs et les appareils de mesure. Ces derniers sont aussi des systèmes physiques qui doivent être étudiés d'une façon à nous donner une information de l'état du système réel. Pour le bon fonctionnement de ces capteurs, on utilise des matériaux qui ont de bonnes performances physiques.

I.2 Généralités sur les capteurs :

I.2.1 Définitions :

Un capteur est un organe de prélèvement d'information qui élabore à partir d'une grandeur physique, une autre grandeur physique de nature différente (souvent électrique). Cette grandeur représentative du résultat prélevée est utilisable à des fins de mesure ou de commande [1].

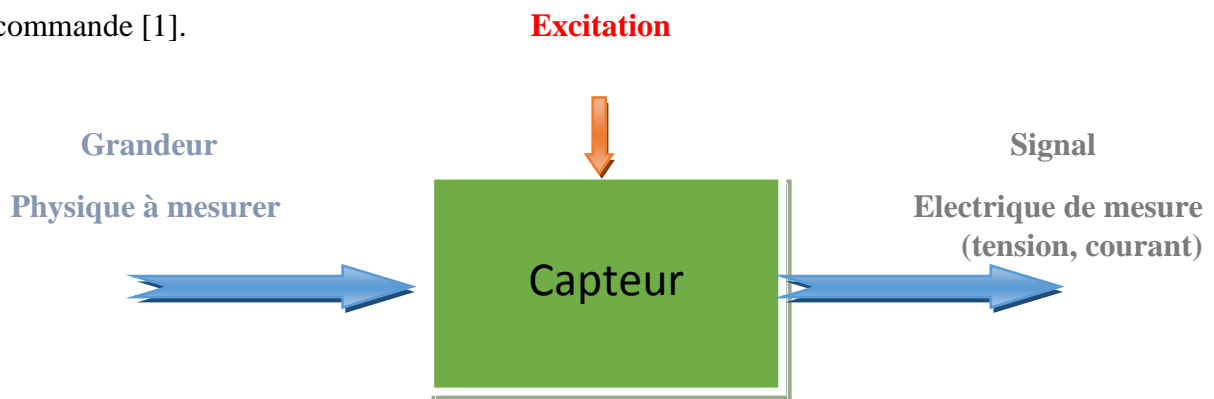


Figure. I.1 : Principe d'un capteur.

I.2.2. Structure d'un capteur :

Le capteur est composé de différentes parties :

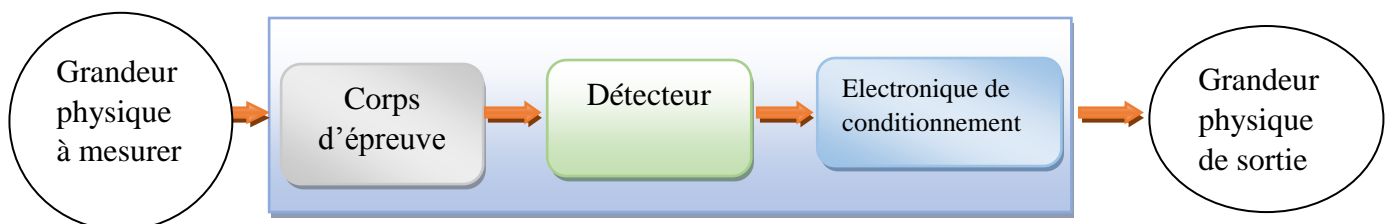


Figure. I.2 : structure de mesure

I.2 .2.1 Corps d'épreuve :

Le corps d'épreuve est un élément sensible qui réagit à la grandeur à mesurer. Il a pour rôle de transformer la grandeur à mesurer en autre grandeur physique dite mesurable [1].

I.2 .2.2 Détecteur :

Un détecteur c'est un élément sensible qui lie le corps d'épreuve, il traduit les réactions du corps d'épreuve en une grandeur électrique constituant le signal de sortie [1].

I.2 .2.3 Electronique de conditionnement :

C'est un dispositif qui converti le signal de sortie du capteur en un signal de mesure standard. Il fait le lien entre le capteur et le système de control commande. Il a pour rôle d'amplifier et de faire le traitement de signal électrique [1].

Selon les phénomènes physiques mis en jeux dans les capteurs, on peut les classer en deux catégories :

I.2.3. Capteurs actifs :

Fonctionnant en générateur, un capteur actif est généralement fondé dans son principe sur un effet physique qui assure la conversion en énergie électrique de la forme d'énergie propre à la grandeur physique à prélever, énergie thermique, mécanique ou de rayonnement.

Grandeur physique à mesurer	Effet utilisé	Grandeur de sortie
Température	Thermoélectrique	Tension
Flux de rayonnement optique	Photoémission	Courant
	Effet photovoltaïque	Tension
	Effet photo-électrique	Tension
Force	Piézo-électrique	Charge électrique
Pression		
Accélération	Induction électromagnétique	Tension
Vitesse		
Position	Effet hall	Tension
Courant		

Tableau. I.1 : Grandeur mesuré et grandeur de sortie.

I.2.4 Capteurs passifs :

Il s'agit généralement d'impédance dont l'un des paramètres déterminants est sensible à la grandeur mesurée. La variation d'impédance résulte :

Soit d'une variation de dimension du capteur, c'est le principe de fonctionnement d'un grand nombre de capteur de position, potentiomètre, inductance à noyaux mobile, condensateur à armature mobile.

Soit d'une déformation résultant de force ou de grandeur s'y ramenant, pression accélération (armature de condensateur soumise à une différence de pression, jauge d'extensomètre liée à une structure déformable).

Grandeur mesurée	Caractéristique électrique sensible	Type de matériau utilisé
Température	Résistivité	Metaux : platine. Nickel. Cuivre...
Très basse temperature	Constante dielectrique	Verre
Flux de rayonnement optique	Résistivité	Semi-conducteur
Déformation	Résistivité	Alliage de nickel, silicium dopé
	Permeabilite megnetique	Alliage ferromagnétique
Position (aimant)	Résistivité	Matériaux magnéto résistants : bismuth, antimoine d'indium
Humidité	Résistivité	Chlorure de lithium

Tableau. I.2 : Grandeurs mesurés et différents matériaux utilisés.

I.2.5 Caractéristique d'un capteur :

Les caractéristiques d'un capteur constituent les liens effectifs entre le capteur et la grandeur qu'il mesure [1].

I.2.5.1 sensibilité :

La sensibilité (s) est une caractéristique importante pour l'exploitation et l'interprétation des mesures. Elle est définie comme étant la variation du signal de sortie (g) par rapport à la variation mesurande (m) [1].

$$S = \Delta g / \Delta m$$

Une autre caractéristique importante de la sensibilité est la fréquence du mesurande. Si le mesurande est constant ou que sa variation au cours du temps est très lente, le capteur fonctionne dans un domaine statique. En revanche, si la fréquence du mesurande augmente alors la sensibilité peut varier. Le capteur alors dans un régime dynamique [1].

I.2.5.2 linéarité :

Est la zone dans laquelle la sensibilité du capteur est indépendante de la valeur de la mesurande, cette zone peut être définie à partir de la définition d'une droite obtenue comme approchant au mieux la caractéristique réelle du capteur, par exemple par la méthode des moindres carrés, on définit à partir de cette droite l'écart de linéarité qui exprime en % l'écart maximal entre la courbe réelle et la droite approchant la courbe [1][2].

I.2.5.3 étendue de mesure :

L'étendue de mesure est la différence entre la limite supérieure et la limite inférieure de la grandeur mesurable par le capteur. Lorsque le capteur fournit une valeur de la grandeur entre 0 et le maximum, ce maximum est appelé « plein Echelle », sous-entendue de mesure. Cette étendue de mesure est notée PE [2].

I.2.5.4 Temps de réponse :

La rapidité est caractérisée par le temps que met le capteur à réagir à une variation brusque du mesurande. Cependant la valeur finale étant le plus souvent atteinte de manière asymptotique, elle correspond au temps nécessaire pour que le capteur délivre une certaine portion α de la pleine amplitude du signal. Le temps de réponse noté t_α est tel que α vaut généralement 90%.

La connaissance du temps de réponse d'un capteur est un élément essentiel lors de la réalisation de mesures [2].

I.2.5.5 Reproductibilité :

Ce paramètre est probablement le plus important, tant pour les capteurs physiques que chimiques. C'est l'aptitude d'un capteur à donner, dans ces conditions, définies, des réponses très voisines lors de la mesure répétée d'une même valeur du mesurande. Pour une fabrication de capteurs, on définit la reproductibilité d'un capteur à l'autre [2].

I.2.5.6 Sélectivité :

Un capteur est dit sélectif, si la variation du signal de sortie est due uniquement à la seule grandeur (physique, chimique, biologique...) qu'on veut mesurer [2].

I.2.5.7 Précision :

C'est la qualité qui caractérise l'aptitude d'un capteur à donner des indications proches de la valeur vraie de la grandeur mesurée, cela permet d'évaluer l'influence du capteur sur la mesure. On la définit non seulement vis-à-vis du capteur mais aussi vis-à-vis de l'environnement d'utilisation du capteur [2].

I.2.5.8 Fidélité :

La fidélité d'un capteur est sa propriété à redonner des valeurs très proches lorsque, après avoir varié, la grandeur reprend sa valeur initiale. Ce qui se traduit par des résultats groupés autour de leur valeur moyenne. L'écart type dont l'importance reflète la dispersion des résultats est souvent considéré comme l'erreur de fidélité : il permet ainsi une appréciation quantitative de la fidélité. La valeur la plus probable, telle qu'elle résulte d'un ensemble de mesure, peut être connue avec une faible marge d'incertitude tout en étant assez éloignée de la valeur vraie [2].

I.2.5.9 Erreurs de mesure :

La réalisation d'un mesurage consiste à comparer la grandeur à mesurer avec une grandeur de référence. Dans le cas des capteurs, cette comparaison est effectuée par le conditionneur qui permet de le mettre en œuvre la grandeur. Cette comparaison comporte des incertitudes dues aux grandeurs d'influence, à un mauvais étalonnage de la référence, en somme un ensemble de dégradation de l'information par le capteur et la chaîne de mesure. Il n'est donc pas possible d'accéder à la valeur vraie d'un mesurande à part ceux des étalons puisqu'ils sont considérés comme parfaitement connus par convention.

La différence entre la vraie valeur et la valeur délivrée par la chaîne de mesure constitue une erreur. Par nature cette erreur est une inconnue, sa grandeur ne peut être estimée. Ainsi un mesurande n'est connu que dans un intervalle d'incertitude. Il existe plusieurs sortes d'erreurs :

On a l'erreur aléatoire, par exemple erreur de lecture et on a aussi l'erreur systématique, c'est le décalage entre la valeur vraie et la valeur mesurée [1].

I.2.5.12 grandeur d'influence :

Les grandeurs d'influence sont les paramètres qui influent sur le signal de sortie du capteur. On retrouve les grandeurs de type mécanique (variation de pression, les forces qui provoquent des déformations...) ou thermique (variation de température qui engendre la dilatation des corps et la modification des propriétés électriques tels que le changement de conductibilité et de caractéristiques diélectriques) mais aussi des grandeurs électrique (paramètre électrique, tels que le courant, tension, fréquence, des circuits d'alimentation du capteur) [2].

I.2.5.13 Étalonnage du capteur

Étalonner un capteur consiste à déterminer la relation entre les valeurs du mesurande et la grandeur électrique de sortie en fonction des paramètres additionnels. Les paramètres additionnels permettent la mise en œuvre du mesurage. Il s'agit des grandeurs d'influence et des composants de la chaîne de mesure. Cet étalonnage est soit graphique ou algébrique. Dans le cas graphique, il conduit à l'obtention d'une courbe d'étalonnage [1][2].

Dans de nombreux cas, il n'est pas possible de déterminer l'influence des paramètres additionnels. Le capteur est considéré comme insensible aux grandeurs d'influence. Ce type d'étalonnage est désigné comme étalonnage simple.

Un étalonnage simple direct ou absolu consiste à soumettre le capteur à une grandeur parfaitement déterminée nommée étalon. Cet étalon peut être :

- Primaire lorsqu'il est désigné ou largement reconnu présentant les plus hautes qualités métrologiques et dont la valeur est établie sans se référer à d'autre étalons de la même grandeur.
- Référence s'il est disponible en un lieu donné ou dans une organisation donnée, dont dérivent les mesurages qui y sont faits.
- Transfert s'il est utilisé comme intermédiaire pour comparer entre eux des étalons.
- Travail s'il est utilisé couramment pour étalonner ou contrôler des appareils de mesure.

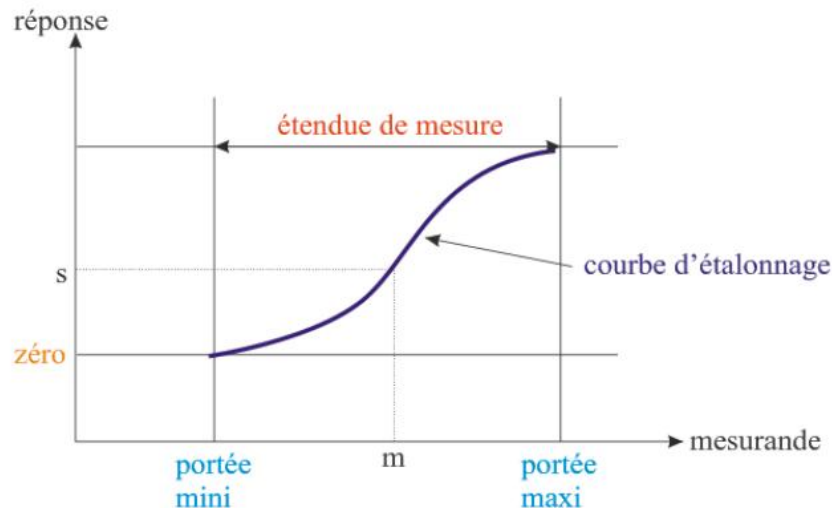


Figure. I.3 : Etendue de mesure et courbe d'étalonnage[2]

I.2.6 Choix d'un capteur :

Tous les capteurs dont les fonctionnements ont été décrits précédemment présentent deux parties distinctes. Une première partie qui a pour rôle de détecter un événement et une deuxième partie qui a pour rôle de traduire l'événement en un signal compréhensible d'une manière ou d'une autre par une partie affichage (analogique ou numérique) [2]. Pour choisir correctement un capteur, il faudra définir tout d'abord :

- Le type d'événement à détecter
- La nature de l'événement
- La grandeur de l'événement
- L'environnement de l'événement

En fonction de ces paramètres on pourra effectuer un ou plusieurs choix pour un type de détection. D'autres éléments peuvent permettre de cibler précisément le capteur à utiliser :

- Ses performances
- Son encombrement
- Sa fiabilité
- Son prix

I.3. Le phénomène de la piézoélectricité :

L'effet piézoélectrique repose sur la propriété particulière de certains matériaux qui peuvent se polariser sous l'application d'une contrainte, et qui inversement se déforment lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique. Dans certains matériaux, comme le quartz, cet effet est naturellement observable. L'application d'une force provoque l'apparition d'un champ électrique (effet piézoélectrique direct), tandis que l'application d'un champ électrique provoque la déformation du matériau (piézoélectrique inverse) [3][4].

I.3.1. Les matériaux piézoélectriques :

Les matériaux naturels ou de synthèse présentant des propriétés piézoélectriques sont très nombreux, il est impossible de faire un inventaire exhaustif. On peut les classer en grandes familles selon leur composition chimique, leur structure cristallographique ou leur intérêt scientifique ou industriel, on citera quelque uns.

I.3.1.1 Les oxydes ferroélectriques :

Les matériaux ferroélectriques, occupent une large place dans la palette des oxydes piézoélectriques. La structure peut être décrite comme un empilement d'octaèdres liés par leurs sommets. De nombreux ferroélectriques modèles appartiennent à cette famille : le titanate de plomb PbTiO_3 , le titanate de baryum BaTiO_3 , le niobate de potassium KNbO_3 , la ferrite de bismuth BiFeO_3 [3].

C'est à cette famille qu'appartient aussi le plus couramment utilisé des matériaux piézoélectriques, le titano-zirconate de plomb ($\text{Pb}(\text{Zr}_x\text{Ti}_{1-x})\text{O}_3$ abrégé en PZT). Les propriétés diélectriques et piézoélectriques sont maximales autour d'une concentration de titane d'environ $x = 52\%$, une région du diagramme de phases composition-température appelée "zone morphotropique" qui sépare les zones de stabilité de structures cristallines différentes [3].

I.3.1.2 Le quartz et les oxydes non ferroélectriques :

Le quartz (SiO_2) est un matériau piézoélectrique important de par son rôle dans l'histoire de la piézoélectricité ainsi que par ses applications. Leur effet piézoélectrique est lié aux déformations de tétraèdres MO_4 qui composent leur structure.

On peut trouver des orientations cristallographiques qui minimisent la dilatation thermique.

Il est très stable (en température, pression etc.). Il a également une très faible solubilité dans la plupart des solvants dans des conditions ordinaires, à l'exception des solvants fluorés.

Il est facile à usiner. Le quartz est dur, mais peu cassant.

Il est facilement intégrable dans des dispositifs de micro- ou nanoélectronique.

Il est naturellement abondant, et peut être fabriqué à un coût modeste avec une très bonne qualité. Parmi les monocristaux de synthèse, le quartz arrive second en quantité produite (3 000 tonnes par an en 2000), derrière le silicium [5].

I.3.1.3 Les semi-conducteurs :

Parmi les matériaux modèles, on peut citer le nitrure d'aluminium (AlN) l'oxyde de zinc(ZnO)

L'effet piézoélectrique des semi-conducteurs est notamment exploité dans les filtres à onde de volume sur couche mince (filtres FBAR). De plus, l'effet piézoélectrique joue un rôle important dans la compréhension des diverses propriétés de ces matériaux, particulièrement dans les nanostructures [20]

I.3.1.4 Les polymères :

Les propriétés piézoélectriques des polymères dépendent étroitement de leur conformation. Pour stabiliser le polymère sous une forme désirée, il est nécessaire de le soumettre à un procédé de polarisation, comme dans les céramiques.

les coefficients piézoélectriques et les couplages électromécaniques de ces polymères restent modestes : 12 à 15 % pour le PVDF (le poly est un polymère du fluorure de vinylidene), son nom anglais est (PolyVinyliDene Fluoride), et jusqu'à 30 % pour le copolymère P(VDF-TrFE). Ils présentent de plus des pertes diélectriques élevées. En revanche, ils présentent d'autres propriétés qui les rendent très utiles, impédance acoustique plus faible, faible permittivité diélectrique, faible conductivité thermique. De plus, ils sont flexibles et on peut les fabriquer sur de grandes surfaces à des coûts modérés. Ils sont utilisés en couche mince de 6 à 25 microns pour la réalisation de transducteurs, d'hydrophones, de détecteurs etc. [3]

I.3.1.5 Les sels :

Les sels piézoélectriques ont eu leur importance dans l'histoire de la recherche sur la piézo et la ferroélectricité, surtout dans la période qui a précédé la découverte des pérovskites, mais les utilisations pratiques de leurs propriétés piézoélectriques restent anecdotiques. Ils sont ferroélectriques, mais avec des propriétés et des mécanismes très différents des oxydes décrits précédemment, liés à leurs liaisons hydrogènes qui s'ordonnent en dessous d'une certaine température de transition. Les plus significatifs sont le sel de Rochelle, la famille du phosphate de monopotassium KH_2PO_4 (abrégé en KDP) et celle du sulfate de triglycine (abrégé en TGS) [6].

I.4 Le phénomène de la magnétostriction :

La magnétostriction désigne la propriété que possèdent les matériaux ferromagnétiques de se déformer en fonction de l'orientation de leur aimantation, sous l'influence d'un champ magnétique.

I.4.1 La magnétostriction direct :

La magnétostriction trouve son origine dans l'interaction entre les moments magnétiques atomiques comme dans l'anisotropie magnétique. Le couplage entre les déformations et l'état d'aimantation d'un matériau s'exprime par un terme appelé énergie magnéto-élastique.

La densité volumique globale d'énergie dans un matériau ferromagnétique soumis à une contrainte mécanique et un champ magnétique externe est égale à la somme des densités des énergies élastique et magnétoélastique, de l'énergie due à l'interaction aimantation-champ externe (énergie Zeeman), de l'énergie d'anisotropie magnétocristalline et de l'énergie démagnétisant. Les valeurs à l'équilibre des déformations sont obtenues quand la somme des énergies élastiques et magnétoélastique est minimale en fonction des déformations.

L'aimantation prend une position stable pour ces déformations à l'équilibre quand la densité globale d'énergie est minimale en fonction des angles déterminant l'orientation de facile aimantation [7].

On définit généralement la déformation de magnétostriction par la différence relative entre la longueur d'éléments (noyaux de bobines) mesurée dans la direction $\vec{\beta}$ sous champ magnétique et la longueur dans la même direction $\vec{\beta}$ sans champ ($\lambda = \Delta l / l$).

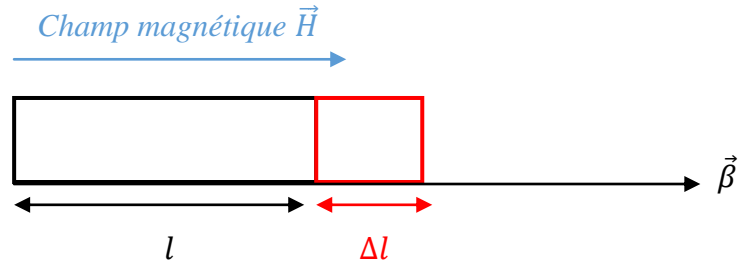


Figure I.4 Allongement d'un cylindre magnétique en fonction de la direction de \vec{H}

Les variations de dimensions induites par magnétostriction sont associées aux changements d'orientation des domaines magnétiques. Le raisonnement élémentaire effectué dans la suite permet de trouver l'expression principale de la déformation magnétostrictive d'éléments linéaires. Considérons une particule de matériau ferromagnétique désaimanté isotrope en forme de sphère de diamètre d . Après aimantation mono domaine, la particule est spontanément déformée par magnétostriction. Le diamètre change de Δd dans la direction d'aimantation et pour une direction de mesure formant un angle θ avec l'aimantation, la variation de dimension est $\Delta d \cos^2\theta$. La différence relative entre la dimension d'un élément en matériau constitué d'un ensemble de ces particules mono domaines avec des directions d'aimantation réparties aléatoirement dans tout l'espace (matériau désaimanté) et celle d'un noyau en matériau formé de particules sphériques est $\Delta d/(3d)$. À champ saturant, tous les domaines sont orientés dans la même direction et la différence relative de dimension de l'ensemble est $(\Delta d \cos^2\theta)/d$ [7].

Donc la variation relative de dimension $\Delta l / l$ d'un noyau entre les états saturé dans une direction et désaimanté est :

$$\frac{\Delta l}{l} \left\{ \cos^2\theta - \frac{1}{3} \right\} \quad (\text{I-1})$$

À la saturation en magnétostriction les directions d'observation et d'aimantation sont confondues ($\theta = 0$) :

$$\left(\frac{\Delta l}{l} \right)_s = \frac{2}{3} \frac{\Delta l}{l} = \lambda_s \quad (\text{I-2})$$

On en déduit, pour un matériau isotrope (amorphe ou polycristallin) :

$$\frac{\Delta l}{l} = \lambda = \frac{3}{2} \lambda_s \left(\cos^2\theta - \frac{1}{3} \right) \quad (\text{I-3})$$

Le coefficient de magnétostriction à saturation λ_s caractérise le matériau de base.

Quand l'échantillon est composé d'un ensemble de grains mono domaines plus ou moins orientés, isotropes en magnétostriction, le coefficient λ est :

$$\lambda = \frac{3}{2} (\langle \cos^2\theta \rangle - \langle \cos^2\theta_0 \rangle) \quad (\text{I-4})$$

$\langle \cos^2\theta \rangle$ et $\langle \cos^2\theta_0 \rangle$ sont les valeurs moyennes dans tout l'espace de $\cos^2\theta$ et $\cos^2\theta_0$ pour l'échantillon soumis au champ magnétique et pour l'état initial respectivement. Pour éliminer le terme $\langle \cos^2\theta_0 \rangle$, λ_s est mesuré quel que soit l'état d'orientation initial à partir de la différence entre les coefficients de magnétostriction pour des champs saturants dans des directions parallèles ($\lambda_{//}$) et perpendiculaire (λ_{\perp}) à la direction des mesures :

$$\lambda_s = \frac{2}{3} (\lambda_{//} - \lambda_{\perp}) \quad (\text{I-5})$$

λ_s est indépendant de l'état désaimanté.

Pour un angle θ entre la direction d'observation et celle de l'aimantation égal à 90, le coefficient de magnétostriction prend pour un matériau isotrope la valeur λ_t :

$$\lambda_t = -\frac{\lambda_s}{2} \quad (\text{I-6})$$

λ_t est le coefficient de magnétostriction transversale. La variation de volume due à ce type joule de magnétostriction est nulle.

Pour un monocristal cubique aimanté à saturation suivant une direction \vec{a} (a_1, a_2, a_3) sont les cosinus directeurs de la direction d'aimantation par rapport au système d'axe associé au réseau cubique), la magnétostriction observée suivant la direction \vec{b} (b_1, b_2, b_3) s'exprime par[7] :

$$\lambda(\vec{B}) = \frac{3}{2} \lambda_{100} (\alpha_1^2 \beta_1^2 + \alpha_2^2 \beta_2^2 + \alpha_3^2 \beta_3^2 - \frac{1}{3}) + 3 \lambda_{111} (\alpha_1 \alpha_2 \beta_1 \beta_2 + \alpha_2 \alpha_3 \beta_2 \beta_3 + \alpha_3 \alpha_1 \beta_3 \beta_1) \quad (\text{I-7})$$

Avec : λ_{100} et λ_{111} : variations relatives de longueur du matériau observées suivant les directions d'aimantation à saturation respectivement parallèles aux axes $\langle 100 \rangle$ et $\langle 111 \rangle$.

La magnétostriction à saturation λ_s pour un polycristal formé de cristallites cubiques non ordonnés est donnée par :

$$\lambda_s = \frac{2}{5} \lambda_{100} + \frac{3}{5} \lambda_{111} \quad (\text{I-8})$$

I.4.2. Magnétostriction inverse:

Une contrainte uniforme T est appliquée à un matériau magnétostrictif isotrope non soumis à un champ magnétique et initialement désaimanté. Une anisotropie uniaxiale magnétoélastique est introduite par la contrainte. La direction de cette contrainte forme un angle φ avec celle de l'aimantation induite. La densité d'énergie magnétoélastique W_{me} , en négligeant la magnétostriction en volume et prenant arbitrairement l'origine des densités à la saturation ($\theta = 0$), est égale à :

$$W_{me} = \frac{3}{2} \lambda_s T \sin^2 \theta \quad (I-9)$$

Les orientations stables de l'aimantation correspondent aux minimums de W_{me} . Le tableau I.3 présente, pour différents cas de magnétostriction et de contrainte, les directions stables d'aimantation induites par la contrainte. Bien entendu, cette influence est pondérée par les effets d'anisotropie et du champ démagnétisant. La Figure I.4 montre l'influence d'une traction sur la courbe de première aimantation du Permalloy ($\lambda_s > 0$) et du nickel ($\lambda_s < 0$). Les courbes avec contrainte (Figure.I.4) ou sans contrainte appliquée (en trait plein) sont comparées :

Le Permalloy correspond au cas du Tableau I.3 : l'effet de la traction favorise un axe de facile aimantation suivant la direction d'application de la contrainte ; le nickel a un comportement opposé [7].

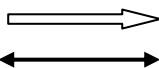
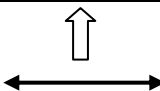
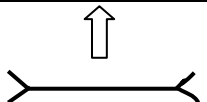
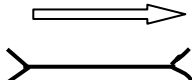
Contrainte	$\lambda_s > 0$	$\lambda_s < 0$
Traction $T > 0$		
Compression $T < 0$		

Tableau I.3 : Influence d'une contrainte T sur la direction de l'axe de facile aimantation d'un matériau magnétostrictif isotrope à champ nul [7]

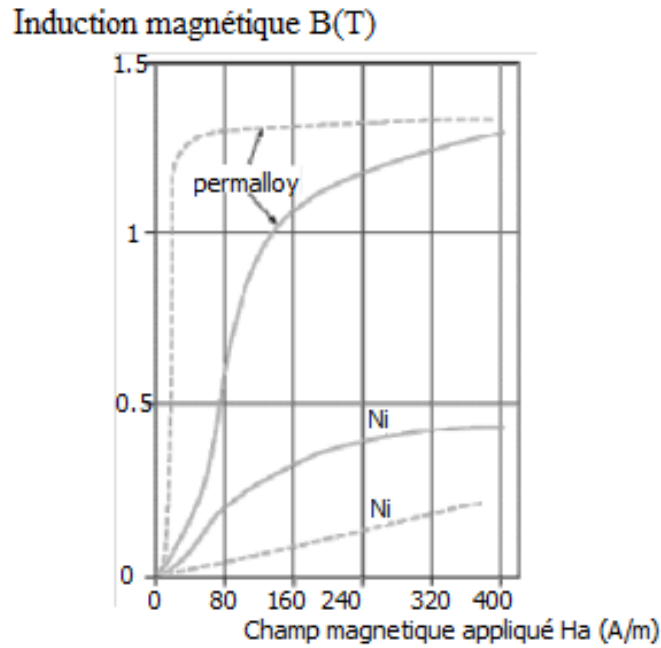


Figure I.5 : Courbe de première aimantation pour un échantillon de Permalloy 68 (68 % de nickel) et de nickel avec (courbes en trait) ou sans (courbes en trait plein) contrainte T [7].

Un élément linéaire en matériau magnétostrictif isotrope à l'état désaimanté, sans contrainte mécanique présente à saturation pour un champ axial un coefficient $\lambda_{//}$ égal à λ_s . Si une contrainte longitudinale T est appliquée, on observe deux types de comportement. Pour un produit $\lambda_s T > 0$ le coefficient $\lambda_{//}$ à la saturation ($\theta = 0$) diminue de λ_s à 0 en fonction de l'amplitude de la contrainte, car le matériau contraint n'est plus isotrope à l'état initial (θ tend vers zéro).

$$\lambda_{//} = 3\lambda_s (1 - \cos^2 \theta_0)/2 \quad (\text{I-10})$$

Si $\lambda_s T < 0$ le coefficient $\lambda_{//}$ croît de λ_s à $3\lambda_s/2$ en fonction de la contrainte, les domaines à champ nul s'orientant principalement dans la direction normale à l'axe ($\theta_0 = 90$).

Un matériau ordonné présente des directions préférentielles d'alignement des domaines magnétiques définies par la symétrie cristalline. L'énergie d'anisotropie est égale à la différence des énergies nécessaires pour aimanter jusqu'à la saturation un échantillon dans les directions difficile et facile. Si le matériau est magnétostrictif, l'énergie magnétoélastique contribue à l'énergie d'anisotropie, et la constante d'anisotropie effective est différente de celle d'anisotropie magnétocristalline. Cette contribution est fonction de la symétrie cristalline. Pour une symétrie cubique, elle dépend des coefficients de magnétostriction isotrope de volume et de magnétostriction anisotrope type Joule [7].

I.4.3. Les matériaux magnétostrictifs

I.4.3.1. Définition

Les matériaux magnétostrictifs sont au champ magnétique ce que les piézoélectriques sont au champ électrique. Sous l'effet d'un champ magnétique, un barreau de fer s'allonge tandis que qu'il subit une striction dans le sens transversal. L'effet Villari correspond à l'aimantation du barreau sous l'effet d'un allongement. Selon la géométrie considérée, il est aussi possible d'exploiter des déformations en flexion ou en torsion.

Seuls les alliages de Fer et de Terres rares, tel que FeCo et le Terfenol-D, permettent d'obtenir des déformations importantes, de l'ordre de 1000 à 2000 ppm, soit 10 à 50 fois supérieures à celles obtenus avec les métaux. Bien que ces déformations soient légèrement plus importantes que celles obtenues avec les piézoélectriques, elles sont plus difficiles à mettre en jeu du fait de la perméabilité relativement faible des matériaux (4 dans le cas du Terfenol-D).

Ces alliages pourraient être intéressants dans la réalisation de capteurs et actionneur, mais aussi des moteurs à effort élevé et faible vitesse [8].

I.4.3.2. Magnétisme en L'absence d'excitation

Pour comprendre et interpréter l'évolution de la structure magnétique d'un matériau, il est nécessaire de remonter à l'échelle atomique, puis progressivement de passer à l'échelle de l'arrangement d'atomes puis du cristal et enfin de la pièce.

I.4.3.3. Magnétisme à l'échelle atomique

Toute substance matérielle est formée d'un ensemble d'atomes. Chaque atome est composé d'un noyau autour duquel gravite un certain nombre d'électrons. Les particules constituant le noyau et les électrons sont chargées et perpétuellement en mouvement, ce qui crée des moments magnétiques qui sont à l'origine des propriétés magnétiques des corps.

Le moment magnétique électronique provient d'une part des mouvements des électrons autour du noyau sur leurs orbites et d'autre part de la rotation spinale de chaque électron l'ordre de grandeur est de 10^{-23} Am^2 [9].

Le moment magnétique dû aux mouvements des composants du noyau est beaucoup plus faible.

Chaque atome possède donc un moment magnétique élémentaire dont la direction et le module dépendent de l'environnement particulier de l'atome (nature et position, ...).

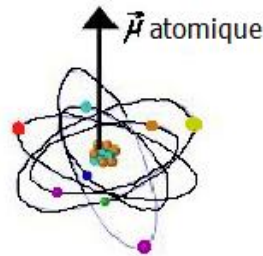


Figure I.6 : le moment magnétique élémentaire au niveau atomique.

Du point de vue magnétique, chaque atome peut donc être considéré comme un petit aimant élémentaire. Pour le fer, il se trouve que ce moment magnétique élémentaire est particulièrement important. [10]

I.4.3.4. Magnétisme à l'échelle de l'agrégat d'atomes

Lorsque des atomes s'assemblent, les moments magnétiques de chacun d'eux interagissent plus ou moins entre eux ce qui conduit, en magnétisme, à classer les matériaux en cinq grandes catégories : les diamagnétiques, les paramagnétiques, les ferromagnétiques, les ferrimagnétiques et les antiferromagnétiques.

Les alliages ferreux étant ferromagnétiques à basse température (en dessous de la température de CURIE) et paramagnétique au-dessus [9].

a) Le paramagnétisme :

Si les interactions entre les moments magnétiques des atomes sont faibles devant l'agitation thermique, les interactions deviennent négligeables. En l'absence d'excitation extérieure, une répartition aléatoire des moments magnétiques élémentaires est obtenue. Dans le cas d'une excitation magnétique extérieure, les moments magnétiques atomiques tendent à s'aligner le long des lignes de champ magnétique extérieur. L'aimantation est proportionnelle à l'excitation appliquée H :

$$M = \chi . H \quad (I-11)$$

χ : représente la susceptibilité magnétique (nombre sans dimension).

Le paramagnétisme est sensible à la température. La susceptibilité initiale est positive et devient infinie au zéro absolu. Elle décroît lorsque la température augmente.

b) Le ferromagnétisme :

Si la température est relativement faible et si les moments atomiques des atomes sont relativement importants (cas du fer et du nickel à température ambiante), lors d'un rassemblement d'atomes (agrégat), les moments magnétiques ont tendance à s'arranger parallèlement entre eux et il en résulte pour l'agrégat une aimantation spontanée. L'induction magnétique B représente l'état magnétique en fonction de l'environnement magnétique exprimé par le champ H et de son état d'aimantation exprimé par M .

$$B = \mu_0(H + M) \quad (\text{I-12})$$

Avec :

$$\mu_0 = 4.\pi.10^{-7} \text{ Henry.m}^{-1}, \text{ la perméabilité du vide.}$$

La perméabilité μ , relie l'induction magnétique résultante au champ magnétique appliqué :

$$\vec{B} = \mu.\vec{H} = \mu_0.(1+\chi).\vec{H} = \mu_0\mu_r.\vec{H} \quad (\text{I-13})$$

Avec :

μ_r : Perméabilité relative (sans dimension).

L'aimantation spontanée dépend de la température ; elle décroît si la température augmente. Au-dessus de la température de CURIE, le matériau retrouve un comportement paramagnétique. [8]

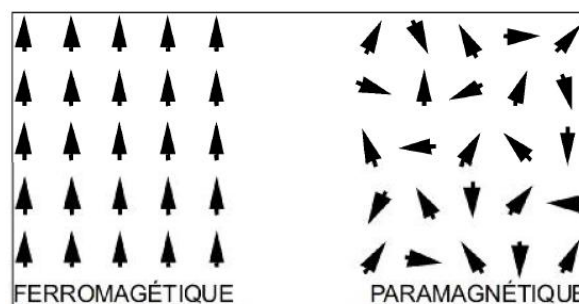


Figure I.7 : Type de magnétisme (cas du fer)

I.4.3.5 Matériaux magnétostrictifs en couche minces :

On peut distinguer deux familles de matériaux magnétostrictifs, les matériaux doux à fort couplage magnétomécanique et les matériaux à magnétostriction géante. [11]

I.4.3.5.1 Matériaux doux à fort couplage magnétomécanique :

Cette catégorie comprend les alliages polycristallins et les amorphes à base de fer, nickel. Ils possèdent une magnétostriction à saturation modeste (de l'ordre de 50 ppm) et leur excellent coefficient de couplage n'est qu'une conséquence de leur très faible anisotropie.

Et les plus remarquables dans cette catégorie est l'alliage amorphe $\text{Fe}_{81}\text{B}_{13.5}\text{Si}_{3.5}\text{C}_2$ dont la désignation commerciale est le metglass 2605 SC.

Ce matériau est disponible en général sous forme de rubans minces autosupportés d'épaisseur typiquement égale à 25 μm . Le tableau I.4 donne une liste non exhaustive des caractéristiques de cet alliage. Il est important de faire une distinction entre les paramètres rigides ou intrinsèques, et les paramètres contrôlables, qui peuvent être largement modifiés par des traitements doux après fabrication.

Les quatre premiers paramètres du tableau I.4 sont rigides tandis que les cinq suivants sont sensibles à tout traitement modifiant les propriétés d'anisotropie [11].

Il est bien connu que les alliages amorphes ne possèdent aucune anisotropie magnétique intrinsèque à grande échelle. En revanche il s'y développe souvent une anisotropie accidentelle sous l'effet d'action parasite agissant pendant le dépôt ou le recuit des couches. Ces actions sont par exemple des contraintes ou des champs magnétiques parasites statiques ou alternatifs, même de très faible intensité. Cette anisotropie induite est par définition mal contrôlée et en général. Elle varie d'un point à l'autre de l'échantillon.

Pour cette raison on préfère souvent induire volontairement une anisotropie contrôlée et homogène par un recuit sous champ à température modérée. Typiquement un recuit à 350 °C pendant 10 minutes sous un champ saturant le ruban dans une direction de son plan induit une anisotropie uniaxiale avec un axe facile parallèle au champ appliqué.

La valeur du champ d'anisotropie obtenue dans le metglass à l'essuie de ce traitement reste très faible (de l'ordre de 50A/m), mais elle est apparemment suffisante pour dominer les effets parasites [11].

On relève dans le *Tableau I.4* les points remarquables suivant :

- Un coefficient de couplage très élevé :
- Un effet ΔE gigantesque : le module à aimantation libre (25 Gpa) est presque dix fois plus petit que le module à aimantation bloquée (200 Gpa) :
- Une sensibilité extrême de la perméabilité à une contrainte statique :
- En revanche la magnétostriction à saturation n'est que de 30 ppm.

Ces caractéristiques font du metglass un matériau excellent pour les capteurs, mais pas pour les actionneurs.

Module de Young à aimantation bloquée Y_{33}^M en Gpa	200
Température de Curie en K	643
Induction à saturation à 300 K μ_0 en T	1.61
Magnétostriction à saturation à 300 K, λ_c en ppm	0.003
Perméabilité relative μ_{33}	20 000
Perméabilité relative sous contrainte (MPa)	80 000
Magnétostrictivité statique d_{33} en nm/A	1 000
Coefficient de couplage magnétomecanique k_{33} , sous champ de polarisation (50 A/m)	0.97
Module de Young à aimantation libre Y_{33}^H en Gpa	25

Tableau I.4 : quelque caractéristique utile du Metglass 2605C. la Magnétostrictivité d_{ij} est le rapport de déformation S_i , mesurée à contrainte nulle, au champ qui la produit H_j [11].

En particulier, les capteurs de force mettent en œuvre la variation de perméabilité induit par une contrainte, ce principe résulte du fait que la perméabilité magnétique d'un échantillon peut être mesurée à distance et en tous cas sans contacte.

I.4.3.5.2 Matériaux à magnétostriction géante :

La magnétostriction géante du composé intermétallique cubique $TbFe_2$ connue sous l'appellation Terfenol, cette alliage présente des déformations magnétostrictives 50 à 100 fois plus grandes que celle des alliages doux à fort couplage magnéto-mécaniques. Malheureusement cela est obtenu au prix d'une assez forte anisotropie. Ainsi les champs de commande nécessaire sont élevés et les coefficients de couplage magnéto-mécaniques restent modérés.

L'alliage $Tb_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$ connu sous le nom de Terfenol D possède toujours une magnétostriction géante, mais son anisotropie est plus faible que celle du Terfenol, ce qui conduit à un coefficient de couplage nettement amélioré.

Dans le tableau I.5 on donne quelques caractéristiques utiles de ces deux alliages (à l'état massif) : on voit que si les magnétostrictions à saturation sont effectivement très importantes, en revanche les coefficients de couplage magnéto-mécaniques restent définitivement inférieurs à celui des alliages doux, même dans le matériau amélioré. [11]

Matériau	Tc, en K	$\mu_0 M_S$ en T	$10^6 \lambda_S$	$k_{33} \max$	$d_{33} \max$ nA/m
$TbFe_2$	698	1,1	1.75	0,35	/
$Td_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$	653	1,0	1.1	0,6	57

Tableau I.5 : principales caractéristiques du TerfénoI ($TbFe_2$), et du TerfénoI D ($Td_{0.3}Dy_{0.7}Fe_2$) [11].

I.4.3.5.3 alliage du Fer-Cobalt (FeCo) :

Entre 30 et 50% de cobalt, possèdent une aimantation spontanée, à température ambiante supérieure ou égale à 2,4 Tesla, qui représente le record absolu de tous les alliages ferromagnétiques, elles sont caractérisées par l'efficacité pour alimentation de haute puissance, stabilité haute fréquence, densité de flux et l'induction à saturation sont très élevé et a de faible perte à forte induction, résistivité assez forte.

I.4.3.6 Comparaison matériaux magnétostrictifs/piézoélectriques :

Les matériaux piézoélectriques sont à ce jour les matériaux actifs les plus couramment utilisés. Ceci est particulièrement justifié par une plus grande maturité technologique, une meilleure disponibilité et à un coût réduit.

Les matériaux piézo-électriques, et plus particulièrement les céramiques multicouches, ont pour principal avantage de fournir des déformations importantes variant linéairement avec le champ appliqué, et ce sur une bande passante importante. Cependant, les matériaux à magnétostriction géante, et en l'occurrence le Terfenol-D, semblent présenter des performances plus intéressantes que les céramiques piézoélectriques dans certaines conditions. À cause de la faible valeur de sa rigidité et à sa capacité à travailler sous de larges précontraintes, la déformation dynamique à la résonance du Terfenol-D ($2 \cdot 10^{-3}$ en quasi-statique et le double en résonance) est supérieure à celle des céramiques piézoélectriques [12].

I.5 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présente le capteur, sa structure et ces caractéristiques, aussi on à présente quelque matériaux piézoélectrique et matériaux magnétostrictifs avec des exemples sur la magnétostriction direct et inverse et un exemple sur le matériau metglass.

Chapitre II

**Phénomènes Electromagnétiques et Méthodes de
résolutions**

II.1 Introduction :

La difficulté d'étudier un problème physique nous oblige de faire appel à des équations mathématiques pour faire l'étude. Dans le cas d'électromagnétique, on utilise les équations de Maxwell associées à des lois de comportement.

II.2 Phénomène électromagnétique :

L'électromagnétisme est la branche de la physique qui étudie les interactions entre particules chargées électriquement, qu'elles soient au repos ou en mouvement, et plus généralement les effets de l'électricité, en utilisant la notion de champ électromagnétique. Il est d'ailleurs possible de définir l'électromagnétisme comme l'étude du champ électromagnétique et de son interaction avec les particules chargées.

Pour étudier ce phénomène on fait appel aux équations de MAXWELL.

II.3 Equation de MAXWELL :

Maxwell propose en 1860 une théorie générale de l'électromagnétisme classique, qui pose les fondements de la théorie moderne.

Les équations de Maxwell spécifient que toute variation spatiale ou temporelle d'un champ électrique en un point dans l'espace engendre la naissance d'un champ magnétique, ou toute variation spatiale ou temporelle d'un champ magnétique en un point dans l'espace engendre la naissance d'un champ électrique. Ces équations sont valables dans n'importe quel système d'axes.

II.3.1 Forme intégral des équations de Maxwell :

- La première équation de Maxwell traduit le théorème de Gauss qui relie le flux total du vecteur \vec{D} , sortant d'une surface fermée à la charge totale contenue à l'intérieur du volume s'appuyant sur cette surface.

$$\iint \vec{D} \cdot \vec{ds} = \iiint \rho \cdot dv \quad (\text{II-1})$$

dv : élément de volume [m^3]

ρ : La densité de charge volumique [C/m^3]

ds : élément de surface [m^2]

- La deuxième équation de Maxwell traduit la loi de l'induction de Faraday qui relie la f.e.m induit au taux de variation de flux magnétique.

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial}{\partial t} \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-3})$$

D'où :

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad (\text{II-4})$$

Avec :

$$- \frac{\partial \Phi}{\partial t} = e \quad (\text{II-5})$$

$$\text{Alors on peut écrire } \int \vec{E} \cdot d\vec{l} = e \quad (\text{II-6})$$

Φ : Flux magnétique traversant la section s

dl : Élément de longueur [m]

e = Différence de potentiel

- La troisième équation de Maxwell concerne la conservation du flux magnétique, elle est donnée par :

$$\int \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{II-7})$$

- La quatrième équation de Maxwell, appelée aussi loi de Maxwell-Ampère, considère que la circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé est égale à la somme des courant enlacés par la courbe.

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = \iint [J + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}] \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-8})$$

ou bien :

$$\int \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (\text{II-9})$$

I_i : courant i contenu à l'intérieur de contour fermé.

II.3.2 forme différentielle des équations de Maxwell :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad (\text{II-10})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-11})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (\text{II-12})$$

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II-13})$$

D'où

\vec{D} : L'induction électrique [C/ m²]

\vec{E} : Champ électrique [V/m]

\vec{B} : L'induction magnétique

\vec{H} : Champ magnétique [A/ m]

\vec{j} : La densité de courant [A/m²]

ρ : La densité de charges électriques [C/m³]

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: exprime la densité de courant de déplacement.

III.4. Lois de comportement des milieux :

III.4.1. Relations constitutives :

Les deux types de champ de vecteur sont liés par les relations constitutives, décrivant les caractéristiques des matériaux. Les propriétés de la matière où se développent ces champs interviennent sous la forme de relation entre le champ magnétique H et l'induction magnétique B, à travers la perméabilité magnétique μ . Et entre l'induction électrique D et le champ électrique E, à travers la permittivité électrique ϵ .

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II-14})$$

$$\vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \quad (\text{II-15})$$

D'où

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r \quad (\text{II-16})$$

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide :

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} [\text{H/m}].$$

μ_r est la perméabilité magnétique relatives du milieu.

μ est la perméabilité magnétique absolue exprimée en [H/m]

$$\mu_r = \begin{cases} \text{Constante (cas linéaire)} \\ \mu_r(\mathbf{H}) \text{ (cas non linéaire)} \end{cases}$$

Et :

$$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \quad (\text{II-17})$$

ϵ_0 est la permittivité électrique du vide :

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ [F/m]}$$

ϵ_r est la permittivité relative du milieu

ϵ est la permittivité absolue donnée en [F/m]

$$\epsilon_r = \begin{cases} \text{Constante (cas linéaire)} \\ \epsilon_r(E) \text{ (cas non linéaire)} \end{cases}$$

II.4.2 Loi d'ohm :

Elle lie le champ électrique \vec{E} à la densité de courant électrique dans un milieu donné, à travers la conductivité σ , cette loi est donnée par la relation suivante :

$$\vec{J}_C = \sigma \vec{E} \quad (\text{II-18})$$

II.5 Relation de passages :

Les relations de passages sont obtenues par l'intégration des équations de Maxwell entre deux points voisins situés de part et d'autre de la surface séparant les deux milieux (1) et (2). Elles s'énoncent comme suit :

- Conservation de la composante tangentielle du champ électrique :

$$(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II-19})$$

\vec{n} : Vecteur normal à la surface de séparation entre les deux milieux (1) et (2)

\vec{E}_1 : la composante tangentielle du champ électrique dans le milieu (1)

\vec{E}_2 : la composante tangentielle du champ électrique dans le milieu (2)

- Conservation de la composante normale de l'induction magnétique :

$$(\vec{B}_1 - \vec{B}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II-20})$$

\vec{B}_1 : la composante normale de l'induction magnétique dans le milieu (1)

\vec{B}_2 : la composante normale de l'induction magnétique dans le milieu (2)

- Conservation de la composante normale de la densité de courant :

$$(\vec{J}_1 - \vec{J}_2) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II-21})$$

\vec{J}_1 : la composante normale de la densité de courant dans le milieu (1)

\vec{J}_2 : la composante normale de la densité de courant dans le milieu (2)

- Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique si les courants surfaciques existent :

$$(\vec{D}_1 - \vec{D}_2) \cdot \vec{n} = \rho_s \quad (\text{II-22})$$

ρ_s : densité de charges électriques portées par la surfaces de séparation.

\vec{D}_1 : la composante normale du déplacement électrique dans le milieu (1).

\vec{D}_2 : la composante normale du déplacement électrique dans le milieu (2).

- Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique si les courants surfaciques existent :

$$(\vec{H}_1 - \vec{H}_2) \wedge \vec{n} = \vec{K} \quad (\text{II-23})$$

\vec{K} : Densité de courant porte par la surface de séparation.

\vec{H}_1 : la composante tangentielle de l'induction magnétique dans le milieu (1)

\vec{H}_2 : la composante tangentielle de l'induction magnétique dans le milieu (2)

II.6. Condition aux limites :

La résolution du système compose des équations de Maxwell et des lois de comportement admettent une infinité de solution. Par conséquence, pour assurer l'unicité de la solution, des conditions aux limites du domaine sont imposées [13].

On cite quatre types de condition aux limites :

II.6.1. Condition de Dirichlet :

Cette condition nous renseigne sur la valeur de l'inconnue sur la frontière extérieure du domaine d'étude.

$$U|_r = g_0 \quad (\text{II-24})$$

U : Inconnue du problème de résolution.

g_0 : constante

II.6.2 Condition de Neumann :

Elle est appliquée sur la frontière lorsque la valeur de la grandeur calculée n'est pas connue à la frontière du domaine de résolution.

$$\frac{\partial U}{\partial n} \Big|_r = g \quad (\text{II-25})$$

g : constante.

II.6.3. Condition mixte :

C'est la combinaison des deux types précédents, elle s'exprime de la façon suivante :

$$aU + b \frac{\partial U}{\partial n} = c \quad (\text{II-26})$$

a, b et c sont des constante.

II.6.4. Condition de périodicité et d'anti-périodicité :

Ces conditions permettent de prendre en considération la périodicité (l'anti-périodicité) du phénomène physique mis en jeu, dites aussi condition cyclique ou anticyclique.

$$U|_r = KU|_{r+dr} \quad (\text{II-27})$$

dr : période spatiale (suivent le contour r).

si $K=1$ \longrightarrow condition cyclique

si $K=-1$ \longrightarrow condition anticyclique

II.7 Introduction des potentiels :

La résolution des équations de Maxwell et des lois comportement associées peut être obtenue en considérant les champs comme inconnues. Il est préférable d'exprimer les champs magnétique et électrique en fonction de potentiel qui peuvent être scalaire ou vectoriel.

II.7.1 Formulation utilisant le potentiel vecteur magnétique \vec{A} :

Le système d'équation formulé précédemment se prête mal à une résolution numérique et contient beaucoup d'inconnues, pour cela, l'utilisation du potentiel vecteur magnétique \vec{A} et du potentiel électrique scalaire V permet de réduire le nombre d'inconnues.

À partir de l'équation (II-3) :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

Il existe un potentiel vecteur magnétique \vec{A} tel que

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \quad (\text{II-28})$$

La combinaison de (II-11) et (II-28) conduit à :

$$\vec{\nabla} = [\vec{\nabla} \wedge \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}] = 0 \quad (\text{II-29})$$

On a :

$$\vec{B} = \mu_0 [\vec{H} + \vec{M}] \quad (\text{II-30})$$

Avec \vec{M} : représente l'aimantation

De l'équation (II-29) on déduit qu'il existe un potentiel électrique scalaire V tel que :

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{\nabla} V \quad (\text{II-31})$$

D'où

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-32})$$

De l'équation (II-30) on aura :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M} \quad (\text{II-33})$$

On obtiendra alors la densité de courant comme suit

$$\vec{J} = \sigma [-\vec{\nabla} V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}] \quad (\text{II-34})$$

La combinaison des équations (II-4), (II-33) et (II-34) donne la relation suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge \left[\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right] + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\sigma \cdot \vec{\nabla} \vec{V} + \vec{\nabla} \wedge \vec{M} \quad (\text{II-35})$$

L'équation (II-35) représente l'équation de la magnétodynamique en terme de potentiel vecteur magnétique.

II.7.1.1 Equation magnétodynamique bidimensionnelle :

L'approche bidimensionnelle permet de grandes simplifications. Dans ce cas, le potentiel vecteur magnétique ne comporte qu'une seule composante perpendiculaire au plan d'étude, prise comme étant la direction \vec{Oz} en coordonnées cartésiennes.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial Az}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial Az}{\partial y} \right] - \sigma \frac{\partial Az}{\partial t} = -J_S - \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-36})$$

Avec :

$$v = \frac{1}{\mu} : \text{Réductivité magnétique.}$$

M_x, M_y : sont respectivement l'aimantation selon les directions \vec{Ox} et \vec{Oy} .

En régime harmonique :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial Az}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial Az}{\partial y} \right] - j\sigma\omega Az = -J_S - \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-37})$$

II.7.1.2 Equation magnétostatiques bidimensionnelle :

En coordonnées cartésiennes :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial Az}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial Az}{\partial y} \right] = -J_S - \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-38})$$

Avec :

$$\vec{A} (0,0, Az), \vec{J} (0,0, J_{Sz}).$$

II.8 Equation aux dérivées partielles :

Le caractère particulier d'une équation aux dérivées partielles (EDP) est de mettre en jeu des fonctions de plusieurs variables.

$$(x, y, \dots) \longrightarrow u(x, y, \dots).$$

Une EDP est alors une relation entre les variables et les dérivées partielles de u .

Les équations aux dérivées partielles régissant la plupart des phénomènes physique sont de trois types :

II.8.1 Equation de type elliptique :

Elle traite les problèmes stationnaires indépendants du temps ($\frac{d}{dt}=0$), l'équation est représentée en coordonnées cartésiennes sous la forme suivant :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II-39})$$

$\phi(x, y, z)$: est la fonction inconnue du problème.

II.8.2 Equation de type parabolique :

Ce type d'équation est lié à l'étude des régimes transitoires, en coordonnées cartésiennes l'équation est représentée comme suit :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{\partial\phi}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-40})$$

II.8.3 Equation de type hyperbolique :

Ce type d'équation traite les phénomènes de propagation d'onde, elle est sous la forme suivant (en coordonnées cartésiennes) :

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II-41})$$

II.9. Méthodes de résolution :

La modélisation des systèmes électrique peut être réalisée par deux types de méthodes différentes :

- ❖ Les méthodes analytiques
- ❖ Les méthodes numériques

II.9.1 Méthodes analytiques :

L'utilisation des méthodes analytiques permet de connaître les performances du phénomène à étudier à partir des paramètres d'entrées, et elle peut fournir rapidement un résultat.

La méthode analytique nécessite une connaissance experte du dispositif étudié, les résultats obtenus sont souvent moins précis [14].

II.9.2 Méthodes numériques :

L'analyse numérique est une discipline des mathématiques. Elle s'intéresse tant aux fondements théoriques qu'à la mise en pratique des méthodes permettant de résoudre, par des calculs purement numériques, des problèmes d'analyse mathématique [15].

Plus formellement, l'analyse numérique est l'étude des algorithmes permettant de résoudre les problèmes de mathématiques continues (distinguées des mathématiques discrètes). Cela signifie qu'elle s'occupe principalement de répondre numériquement à des questions à variable réelle ou complexe comme l'algèbre linéaire numérique sur les champs réels ou complexes, la recherche de solution numérique d'équations différentielles et d'autres problèmes liés survenant dans les sciences physiques et l'ingénierie.

Il existe plusieurs méthodes et parmi eux on peut citer :

- La méthode des différences finies.
- La méthode des intégrales de frontières
- La méthode des éléments finie.

Dans notre travail on s'intéresse beaucoup plus à la méthode des éléments finis.

II.9.2.1 Méthode des différences finies :

Cette méthode est basée sur la transformation de l'opérateur différentiel en un opérateur aux différences aux chaque dérivée est approchée par une différence de valeur des inconnues aux nœuds du domaine de résolution.

II.9.2.2 Méthode des éléments finis :

La méthode des éléments-finis est une méthode puissante basée sur une théorie mathématique rigoureuse. Aujourd'hui, les éléments-finis sont un outil majeur, incontournable en mécanique (fluides et solides, interactions, structures), et applicable dans de nombreux domaines impliquant des problèmes d'EDP aux limites comme par exemple en mathématiques financières ou l'électromagnétisme. De nombreux codes industriels (solveurs) existent et sont généralement couplés à un logiciel de CAO 1 ou Computer Aided Design (CAD) en Anglais. Il y'a aussi Comsol et Matlab [21].

La méthode des éléments-finis (MEF) est une méthode d'approximation numérique de solutions de problèmes aux limites statiques ou dynamiques.

Mais en fait, absolument tous les problèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) aux limites. Il s'agit, comme dans toutes les méthodes numériques, de trouver une approximation discrète.

Pour faire bref, d'un problème différentiel aux limites linéaire, on trouve une formulation vibrationnelle associée équivalente, dont on calcule une approximation de la solution en projetant sur un espace de dimension finie, ce qui revient à résoudre au final un système linéaire [20]

L'appellation éléments finis vient de la décomposition du domaine d'étude en éléments, ils sont souvent représentés par un maillage.

II.9.2.3. Méthode de Galerkin :

Cette méthode consiste à choisir des fonctions de pondération identiques aux fonctions de forme. On utilise cette méthode dans les problèmes magnétostatiques et magnétodynamiques avec l'existence d'une source du courant, formulée en terme potentiel vecteur \vec{A} .

II.9.2.4. Formulation variationnelle :

La base c'est la détermination de la fonctionnelle d'énergie du système à étudier. Cette dernière est établie à partir du principe de l'action hamiltonienne qui indique l'existence d'une fonctionnelle de type intégral définie par [17].

$$F(A) = \int_{\Omega} L. d\Omega \quad (\text{II-42})$$

Ω : Domaine de résolution

L : La fonction de Lagrange déduite de la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système.

Dans le cas d'un phénomène magnétostatique, la fonction L est donnée sous forme suivante :

$$L = \int_0^B v. B. dB - JA \quad (\text{II-43})$$

La fonctionnelle d'énergie devient alors :

$$F(A) = \int \left[\int_0^B v. B. dB - JA \right]. d\Omega \quad (\text{II-44})$$

Avec :

L : Fonction de Lagrange.

A : Potentiel vecteur magnétique [$T \cdot m$]

J : Densité de courant [A/m^2].

ν : Réductivité magnétique [H/m]⁻¹

B : Induction magnétique [T].

La résolution du problème variationnelle régi par la fonctionnelle d'énergie $F(A)$ revient à minimiser cette même fonctionnelle, sa minimisation est effectuée par le principe de Rayleigh-Ritz qui s'énonce comme suit :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0 \quad (\text{II-45})$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$

Ou :

$$\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_3} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_n} = 0 \quad (\text{II-46})$$

Avec :

n : Nombre de nœuds du domaine de résolution.

A_i : Inconnue au nœud i du domaine

II.9.2.5 Formulation des résidus pondère :

Le principe de la formulation des résidus pondères est de choisir des fonctions de projection qui minimisent l'intégrale du résidu de l'approximation exprimé comme suit :

$$\int R \cdot \phi_i \cdot d\Omega = 0 \quad (\text{II-47})$$

Avec :

$$R = L(A) - F \quad (\text{II-48})$$

Ou :

R : Le résidu de l'approximation.

$L(A)$: Operateur différentiel.

F : Fonction définie sur domaine d'étude Ω .

A : L'inconnue du problème.

ϕ_i : La fonction de projection ou de pondération.

Les valeurs de A qui permettent d'annuler l'intégral, sont des solutions du système algébrique obtenue.

II.9.2.6 La discrétisation géométrique :

Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines. Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. L'approximation de l'inconnue se fait en chaque élément par des fonctions d'interpolation [16].

II.9.2.6.1 Elément de références :

Le maillage consiste à discrétiser le domaine d'étude, qui peut être à une, deux ou trois dimensions, en un ensemble d'éléments finis de forme simple, ces éléments peuvent être des segments, des triangles, des carrés, des cubes, des quadrilatères... etc.

a-Elément à une dimension 1D :

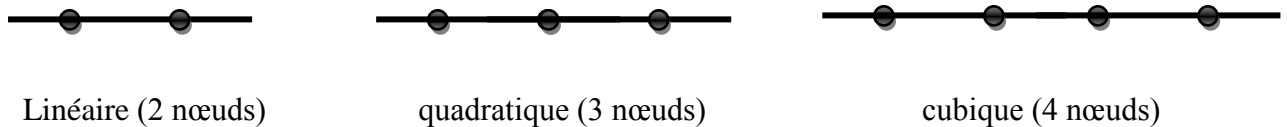


Figure II- 2 : différents éléments en 1D

b- Eléments à deux dimensions 2D :

- **Elément triangulaires :**

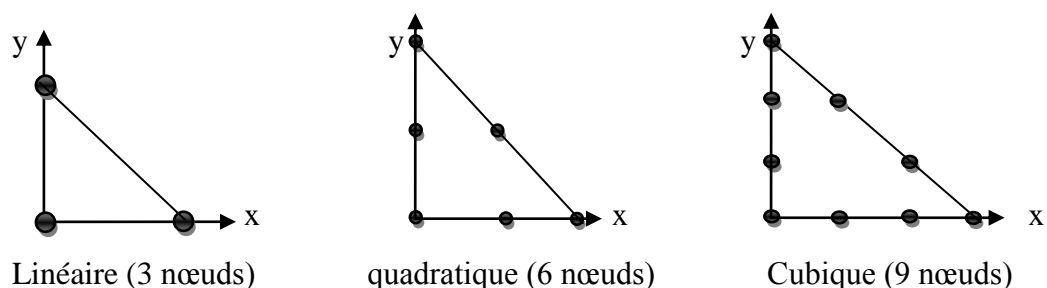
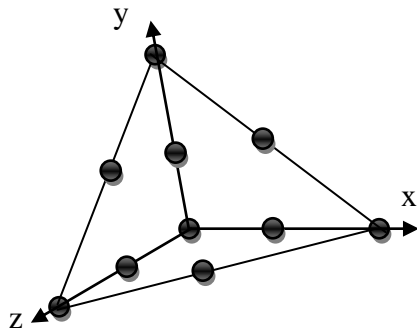
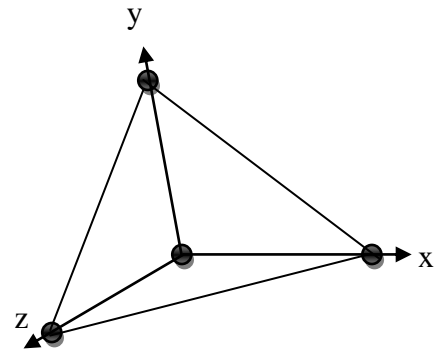


Figure II-3 différents éléments 2D triangulaires

c- Elément a trois dimensions 3D :

Quadratique (10 nœuds)



linéaire (4 nœuds)

Figure II-4 : différents élément 3D

II.9.2.6.2. Fonction d'interpolation :

Les fonctions d'interpolation sont obtenues à partir du triangle de Pascal, donné ci-dessus :

$$\begin{array}{ccccccc}
 1 & \longrightarrow & \text{ordre 0} & & & & \\
 U & \longrightarrow & V & \longrightarrow & \text{ordre 1} & & \\
 U^2 & \longrightarrow & UV & \longrightarrow & V^2 & \longrightarrow & \text{ordre 2} \\
 U^3 & \longrightarrow & U^2V & \longrightarrow & UV^2 & \longrightarrow & V^3 & \longrightarrow & \text{ordre 3} \\
 U^4 & \longrightarrow & U^3V & \longrightarrow & U^2V^2 & \longrightarrow & UV^3 & \longrightarrow & V^4 & \longrightarrow & \text{ordre 4}
 \end{array}$$

Figure II-5 : triangle de PASCAL

La construction de ces fonctions doit vérifier les conditions suivantes :

II.9.2.6.2.1 Principe de l'état complet :

- La fonction doit avoir un terme constant
- Le nombre de termes de la fonction doit être égal au nombre de nœuds de l'élément.

II.9.2.6.2.2 Principe de compatibilité :

La fonction doit être continue (c'est-à-dire la première dérivée existe). On va illustrer un petit exemple d'une fonction d'interpolation :

$$A(U,V) = a + Bu + cV + dUV + eU^2 + fV^2 \quad (\text{II-49})$$

La base polynomiale sera alors :

$$[1 \ U \ V \ UV \ U^2 \ V^2] = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix} \text{ c'est la fonction d'approximation sur un élément.}$$

Une fonction approchée $U^e(x)$ est différente sur chaque élément par la méthode d'approximation nodale.

Avec :

e : l'indice relatif a l'élément étudié.

Donc la fonction d'approximation aura la forme suivante :

$$U(x) = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n] \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix}$$

Avec :

$U(x)$: la fonction d'approximation.

$\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$: sont les fonctions de forme de l'élément.

U_1, U_2, \dots, U_n : sont les variables associées aux nœuds du domaine.

II.10. Formulation élément finis des équations magnétodynamiques :

Dans un système de coordonnées cartésiennes, l'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée par l'expression suivant :

$$\vec{\nabla} \wedge (v \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_S + \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-50})$$

$$\vec{\nabla} \wedge (v \vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + j\sigma\omega \vec{A} = \vec{J}_S + \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-51})$$

Après la transformation, l'équation (II-51) devient :

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \right] + j\sigma\omega A_z = J_S + \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \quad (\text{II-52})$$

La formulation intégrale de l'équation (II-52) est donnée comme suit :

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(- \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \right] + j\sigma\omega A - J_s - \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \right) \cdot dx dy = 0 \quad (\text{II-53})$$

L'équation (II-53) peut être réécrite sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(- \frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \right) \cdot dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \\ \Omega \cdot \alpha_i \cdot J_s \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \cdot dx dy \end{aligned} \quad (\text{II-54})$$

$dx dy$: Domaine de résolution

α_i : Fonction de projection

L'application du théorème de green au premier terme de l'équation (II-54) nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] \right) \cdot dx dy = - \iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \cdot dx dy + \\ \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \alpha_i \cdot \cos(n, y) \right) \cdot d\Gamma = \iint_{\Omega} v \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_z \cdot dx dy + \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II-55})$$

En remplaçant (II-54) dans (II-55) on obtient :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} v \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_z \cdot dx dy - \int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \\ \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \cdot dx dy. \end{aligned} \quad (\text{II-56})$$

Dans le cas de conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène le terme sur la frontière s'annule, ce qui revient à écrire :

$$\int_{\Gamma} v \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{II-57})$$

L'expression (II-55) devient alors :

$$\iint_{\Omega} v \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} A_z \cdot dx dy + j\omega \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot A_z \cdot dx dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_s \cdot dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] \cdot dx dy \quad (\text{II-58})$$

Sachant que : $A = \sum_{j=1}^n \alpha_j \cdot A_j$

Et en remplaçant dans (II-58) on obtient :

$$\sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} v \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j dx dy \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^n \left[\iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy + \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] dx dy \quad (\text{II-59})$$

L'écriture de (II-59) pour tous les nœuds du domaine nous permet d'aboutir au système matriciel suivant :

$$[M] \cdot [A] + j\omega \cdot [L] \cdot [A] = [K] + [G]$$

$$\text{Avec : } M_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \vec{\nabla} \alpha_i \cdot \vec{\nabla} \alpha_j dx dy \quad (\text{II-60})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot dx dy \quad (\text{II-61})$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_S \cdot dx dy \quad (\text{II-62})$$

$$G_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left[\frac{\partial M_y}{\partial x} - \frac{\partial M_x}{\partial y} \right] dx dy \quad (\text{II-63})$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i \quad (\text{II-64})$$

II.11 Méthodes de calcul des forces magnétiques :

Les efforts magnétiques exercés sur les parties mobiles constituent une grandeur importante pour l'étude du fonctionnement de ces structures. Pour déterminer ces efforts on utilise l'une de ces méthodes suivantes :

- Le tenseur de Maxwell.
- Les travaux virtuels.
- L'énergie et la Co-énergie magnétique.
- La force de Lorentz.

➤ La force de Lorentz :

La force électromagnétique de Lorentz résulte de la coexistence d'une induction magnétique, résultante d'une source d'excitation, et d'une densité de courant induit dans un milieu conducteur [16].

L'expression de cette force est donnée par :

$$\vec{F} = \iiint_v \vec{J} \wedge \vec{B} dv$$

Le terme $\vec{J} \wedge \vec{B}$ représente la densité de force magnétique qui souvent utilise à la place de la force magnétique.

II.12 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté les équations de Maxwell et les différentes méthodes de résolution et la formulation électromagnétique pour le cas magnétodynamique en utilisant le potentiel vecteur magnétique et la méthode de calcul de la force magnétique qui est la force de Lorentz.

Chapitre III

Application et Validation des Résultats

III.1 Introduction :

Ce chapitre présente une modélisation d'un capteur magnétostrictif. Deux cas seront traités dans notre étude, lorsque le capteur est un trilame qui est constitué de trois couches de matériaux, et l'autre cas on changera l'épaisseur de la plaque magnétostriction, On utilisera la méthode des éléments finis sous MATLAB pour le traitement.

III.2 Caractéristique physique et géométrique :

Le dispositif étudié est une tri-couche est l'association de deux couches de d'un matériau piézoélectrique et d'un matériau magnétostrictif pris en sandwich (Figure. III-1). Le principe de fonctionnement des deux combinaisons est identique : le champ magnétique est converti en déformation par l'intermédiaire du matériau magnétostrictif et cette déformation est convertie en polarisation électrique par le(s) matériau(x) piézoélectrique(s). Le matériau magnétostrictif choisi est un alliage de FeCo (AFK 502 de la société IMPHY), tandis que le Zircono-Titanate de Plomb (PZT) a été retenu pour le(s) matériau(x) piézoélectrique(s). D'autres matériaux peuvent être choisis, comme le Terfenol-D [18].

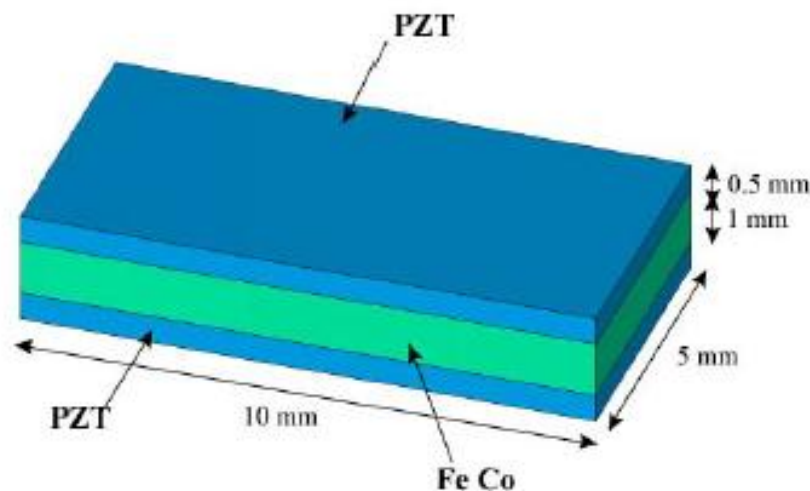


Figure III.1 trilame PZT/FeCo/PZT

Ces capteurs présentent plusieurs avantages en comparaison des capteurs de champs habituellement utilisés, tels que les sondes à effets Hall ou les AMR (Anisotropic Magnetoresistance). Le premier est de pouvoir fonctionner à température relativement élevée du fait de la température de Curie élevée des matériaux. Un autre réside dans la simplicité des configurations et de la fabrication, correspondant à un simple assemblage.

A cela s'ajoute l'absence d'alimentation extérieure (pas besoin de polarisation initiale). Cependant, des problèmes subsistent tel que la non linéarité de la réponse du capteur à cause du comportement non-linéaire des matériaux magnétostrictifs.

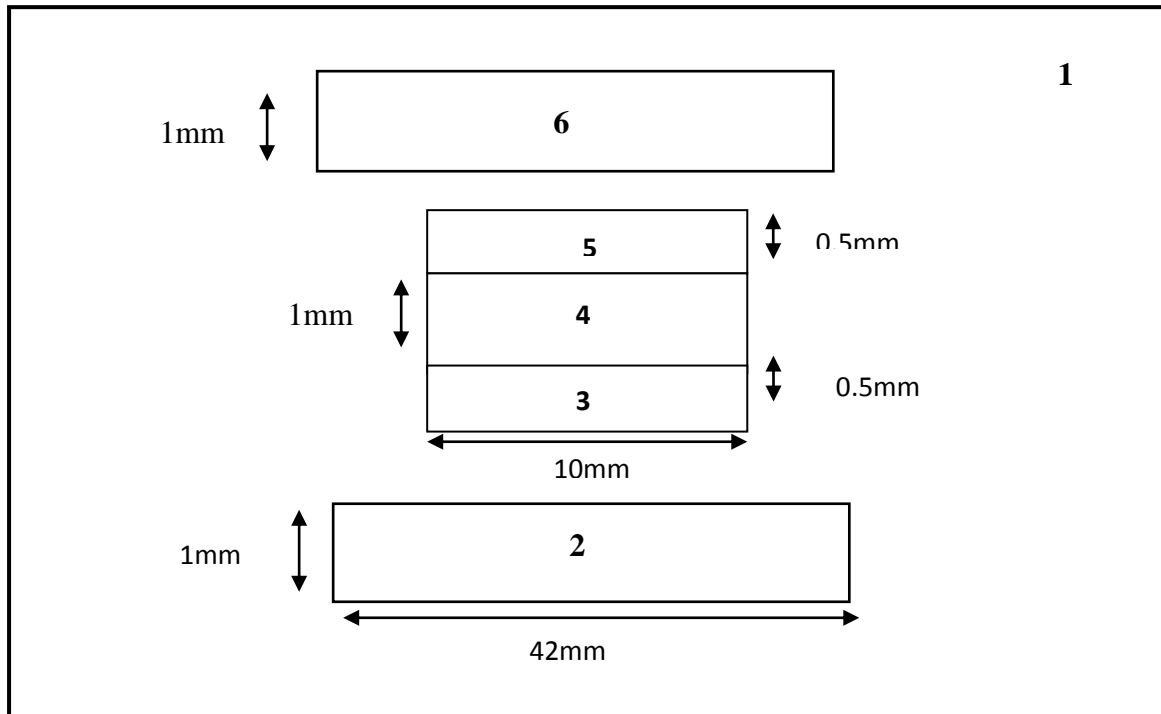


Figure. III.2 : Caractéristiques géométriques du dispositif d'étude trilame.

Les caractéristiques physiques des différentes régions (milieux) sont comme suit :

- L'air (région 1) :
 - Conductivité électrique : $\sigma_{air} = 0 [\Omega m]^{-1}$
 - Permeabilité magnétique : $\mu_{air} = \mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [H/m]$
- Le cuivre (région 2 et région 6) : inducteur.
 - Conductivité électrique : $\sigma = 5.9 * 10^7 [\Omega m]^{-1}$
 - Permeabilité magnétique : $\mu = \mu_0 = 4\pi * 10^{-7} [H/m]$
- La plaque magnétostrictive (région 4) :
 - Conductivité électrique : $\sigma = 0 [\Omega m]^{-1}$
 - Permeabilité magnétique : $\mu = \mu_r \mu_0 = 15 * 4\pi * 10^{-7} [H/m]$
- Les plaques piézoélectriques (région 3 et région 5) :
 - Conductivité électrique : $\sigma = 10^2 [\Omega m]^{-1}$
 - Permeabilité magnétique : $\mu = \mu_r \mu_0 = 1 * 4\pi * 10^{-7} [H/m]$

III.3 Domaine de résolution :

Les conditions aux limites appliquées sur les frontières du domaine d'étude (region 1) sont de type Dirichlet, mais dans la couche magnétostrictive (region 4) située entre les plaques piézoélectriques on lui applique les conditions de type Neumann, est illustré dans la figure suivante, qui nous montre le domaine de résolution et les conditions aux limites appliquées.

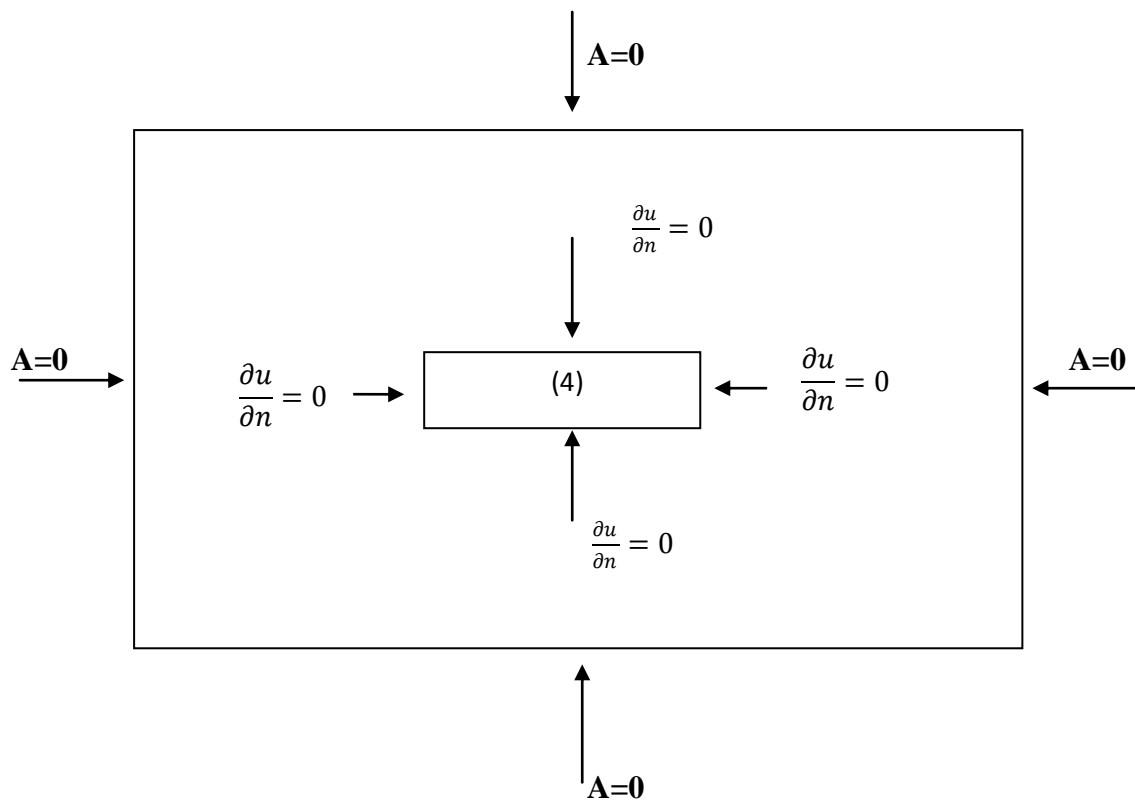


Figure III.3 : domaine de résolution et conditions aux limites appliquées

➤ **Avec la couche magnétostriction de 1mm :**

les courbes obtenue sont zoomer pour mieux visualiser les plaques et les lignes du champs :

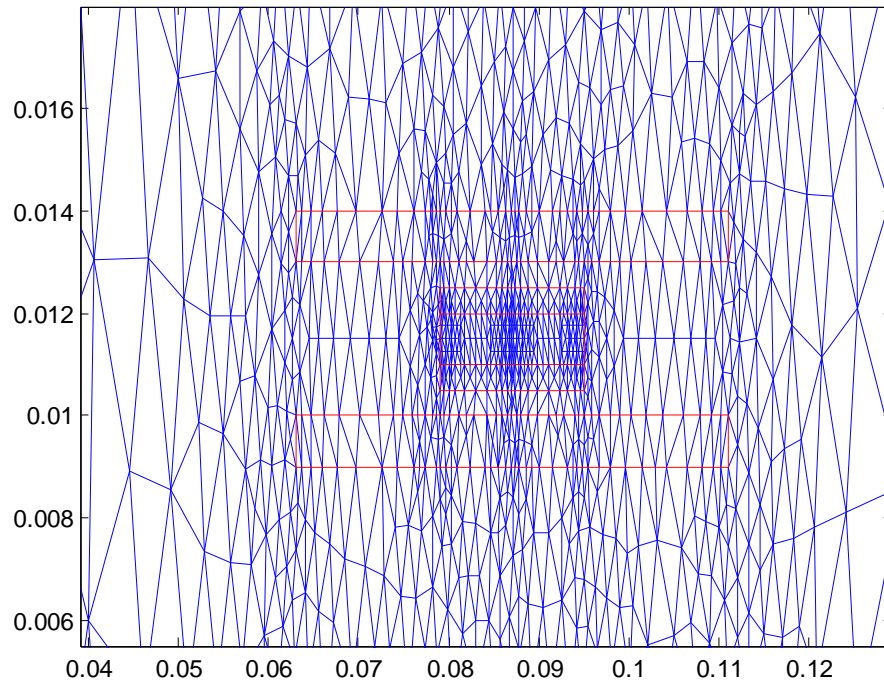


Figure III.4: Maillage élément finis avec 997 nœuds et 1936 triangles .

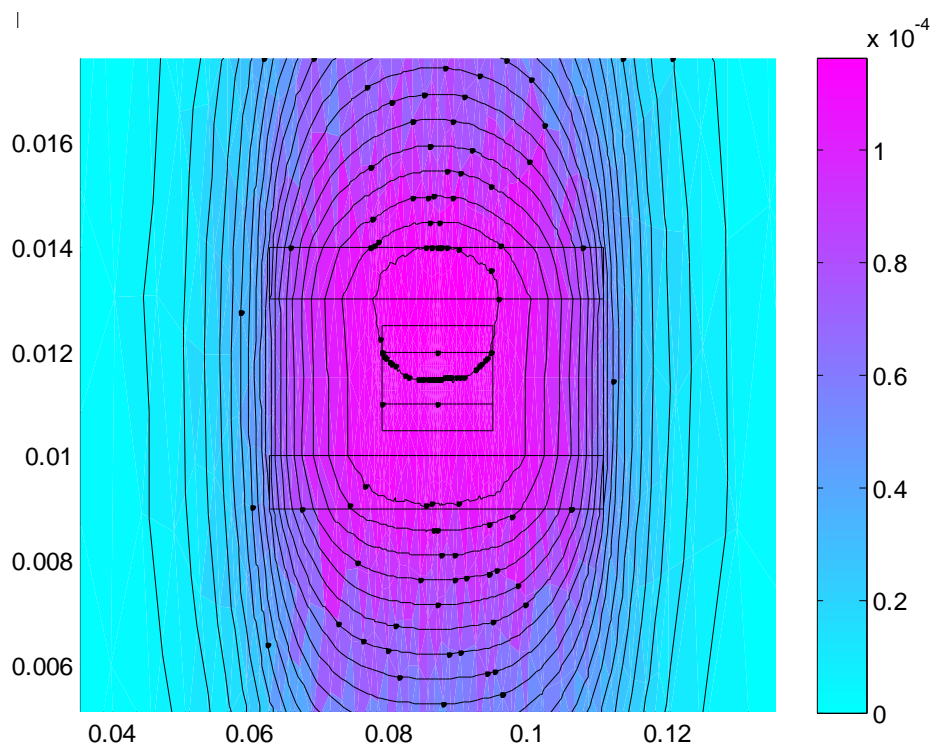


Figure III.5 : Répartition du potentiel vecteur magnétique A.

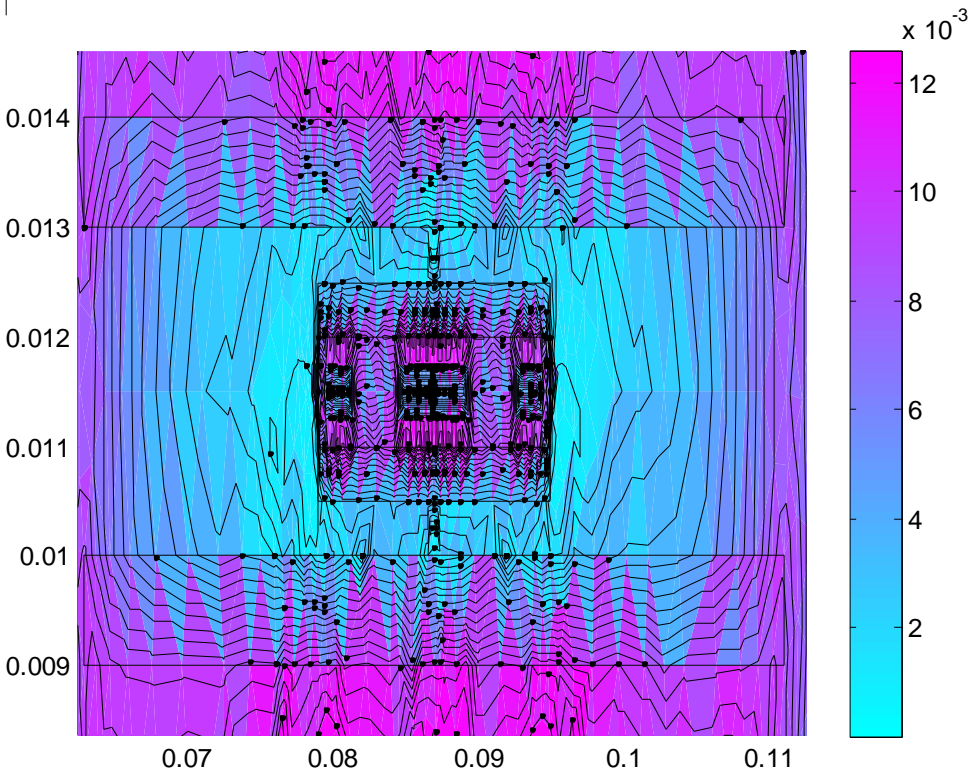


Figure III.6 : Répartition du induction magnétique B .

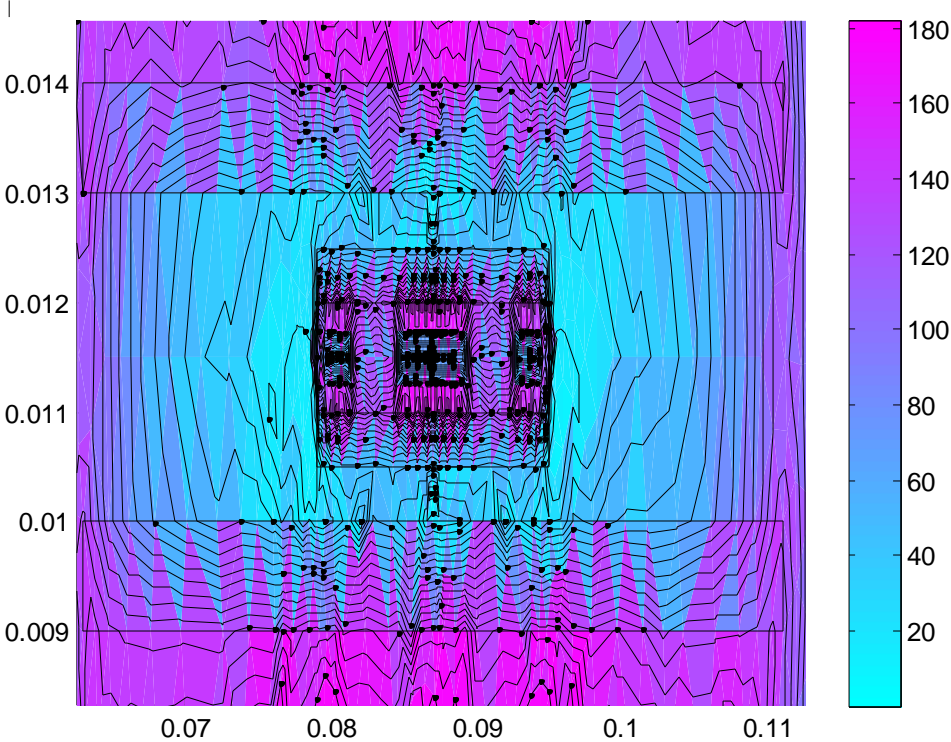


Figure III.7: Répartition du champ magnétique H .

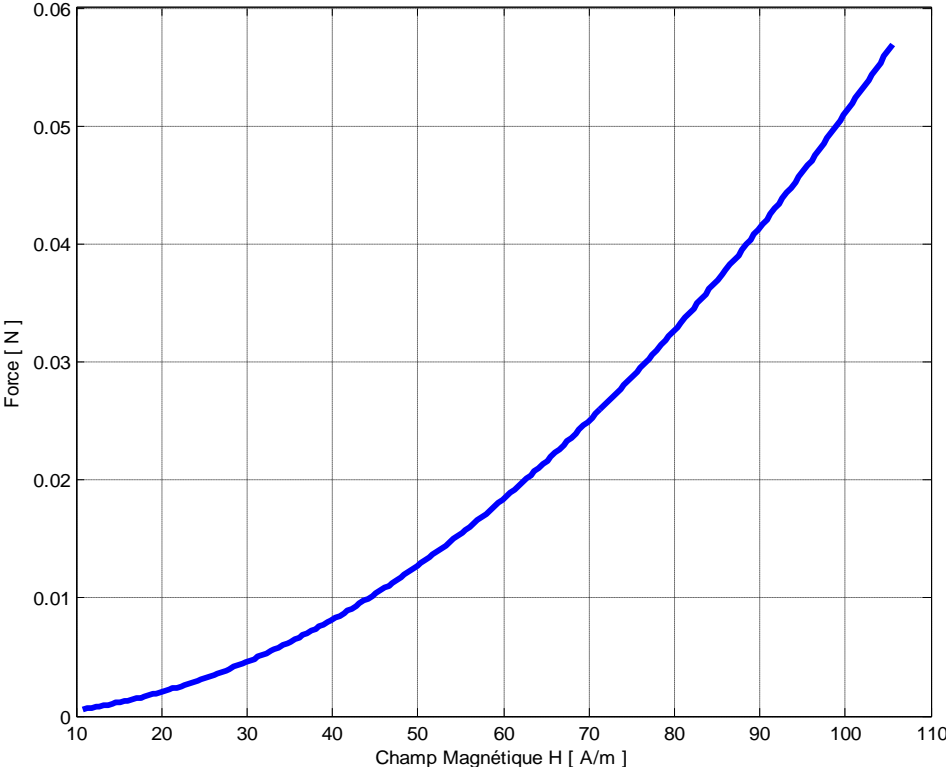


Figure III.9 : force en fonction de champs magnétique H

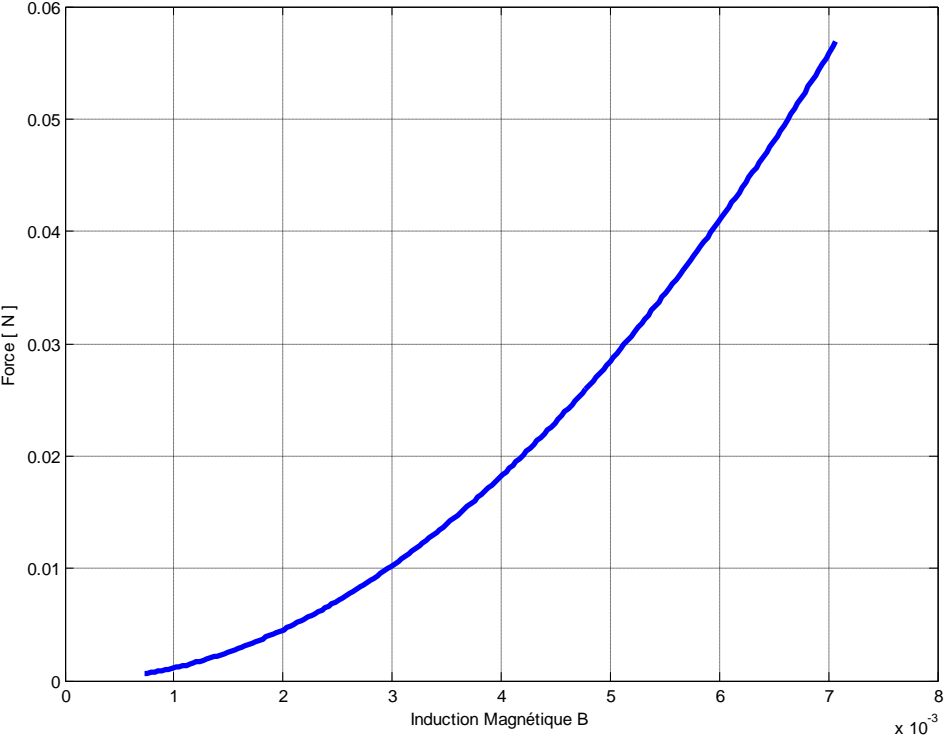


Figure III.10 : force en fonction de l'induction magnétique B

III.4 Coefficient de la magnétostriction :

$\lambda(\sigma, M)$ représente le coefficient de magnétostriction en fonction de la contrainte σ et l'aimantation M . l'expression analytique de cette fonction étant inconnue pour l'échantillon, elle est approximée par un polynôme [19] :

$$\lambda = \gamma_1(\sigma)M^2 + \gamma_2(\sigma)M^4 \quad (\text{III-1})$$

Cette expression contifie la magnétostriction découlant de la réorientation des domaines magnétiques qui se produit lorsqu'un champ est appliqué.

$\gamma_1(\sigma), \gamma_2(\sigma)$ sont des fonctions des contraintes, ils définissent de combien les allures changent lorsque la contrainte varie.

On considère que la relation entre $\gamma_i(\sigma)$ et σ est linéaire :

$$\gamma_1(\sigma) = \gamma_1(0) + \sigma \gamma_1'(0) \quad (\text{III-2})$$

$$\gamma_2(\sigma) = \gamma_2(0) + \sigma \gamma_2'(0) \quad (\text{III-3})$$

Les paramètres $\gamma_1(0), \gamma_1'(0), \gamma_2(0), \gamma_2'(0)$ sont des constantes qui sont déterminées à partir de la courbe expérimentales [19].

$M=8.10^5 \text{ A/m}$ et $\sigma = 0.57 \text{ Mpa}$

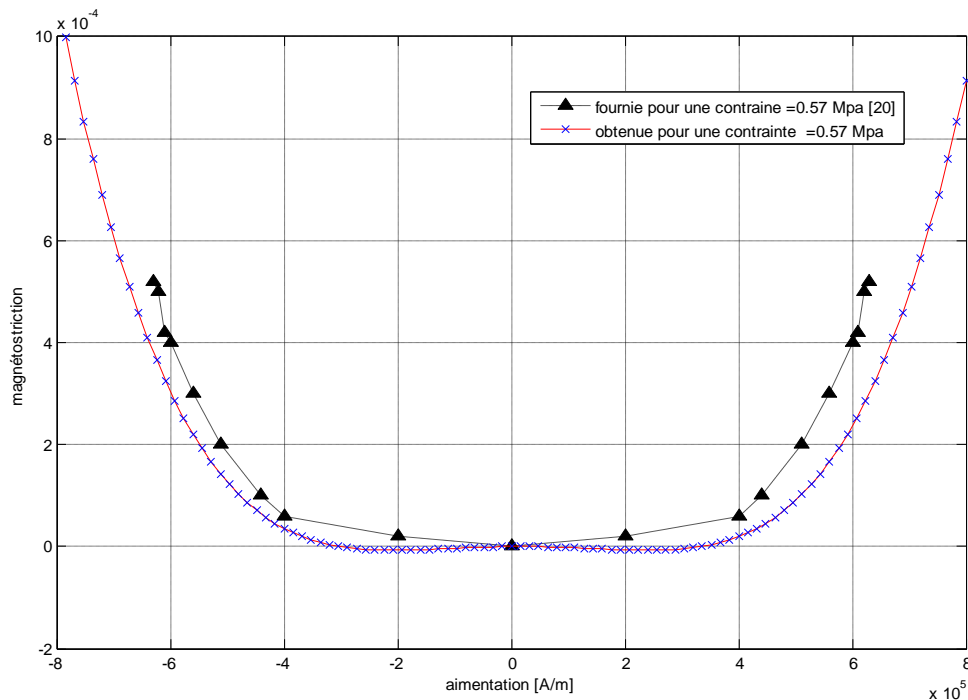


Figure III.11 : magnétostriction fonction de l'aimantation

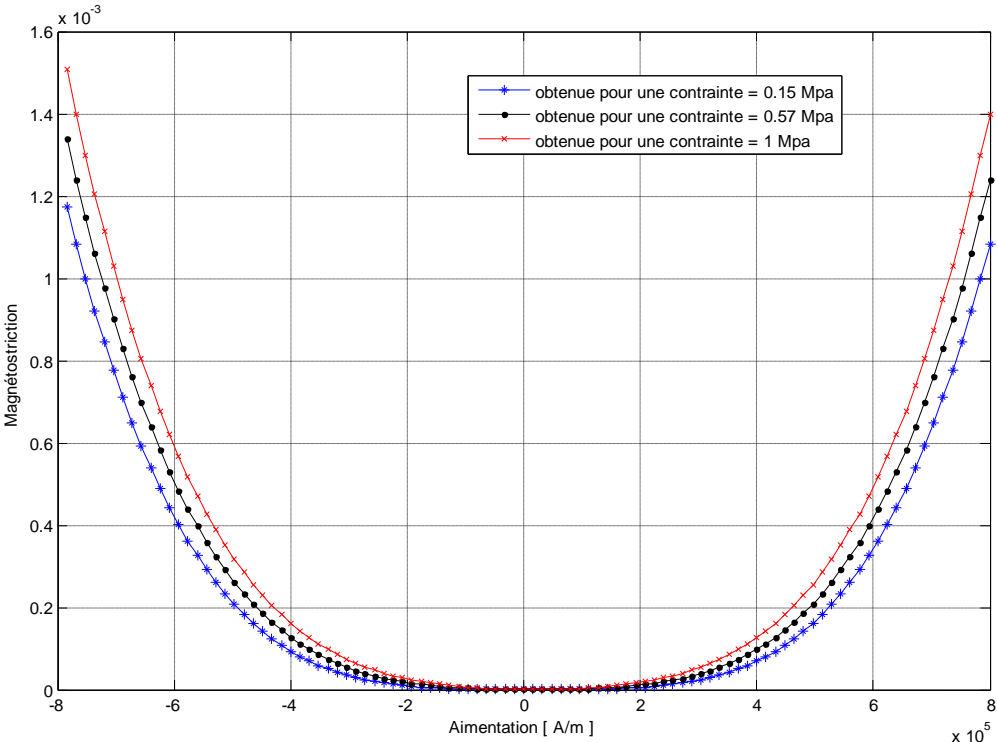


Figure III.12 : La magnétostriction en fonction de différentes contraintes

➤ **avec une couche magnetostrictif de 0.5mm :**

les courbes obtenue sont zoomer pour mieux visualiser les plaques et les lignes du champs :

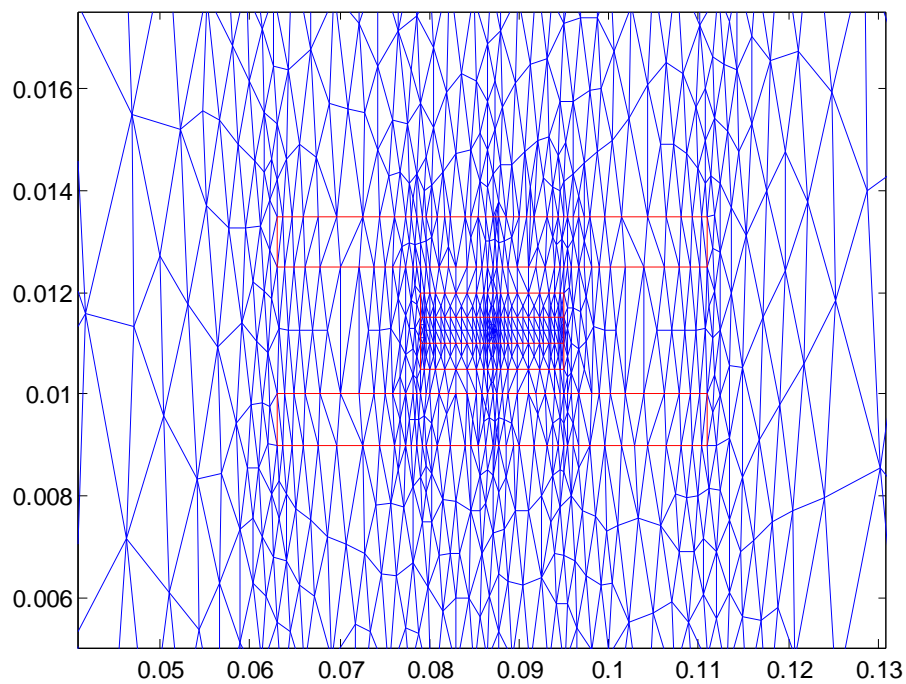


Figure III.14 : Maillage du domaine d'étude

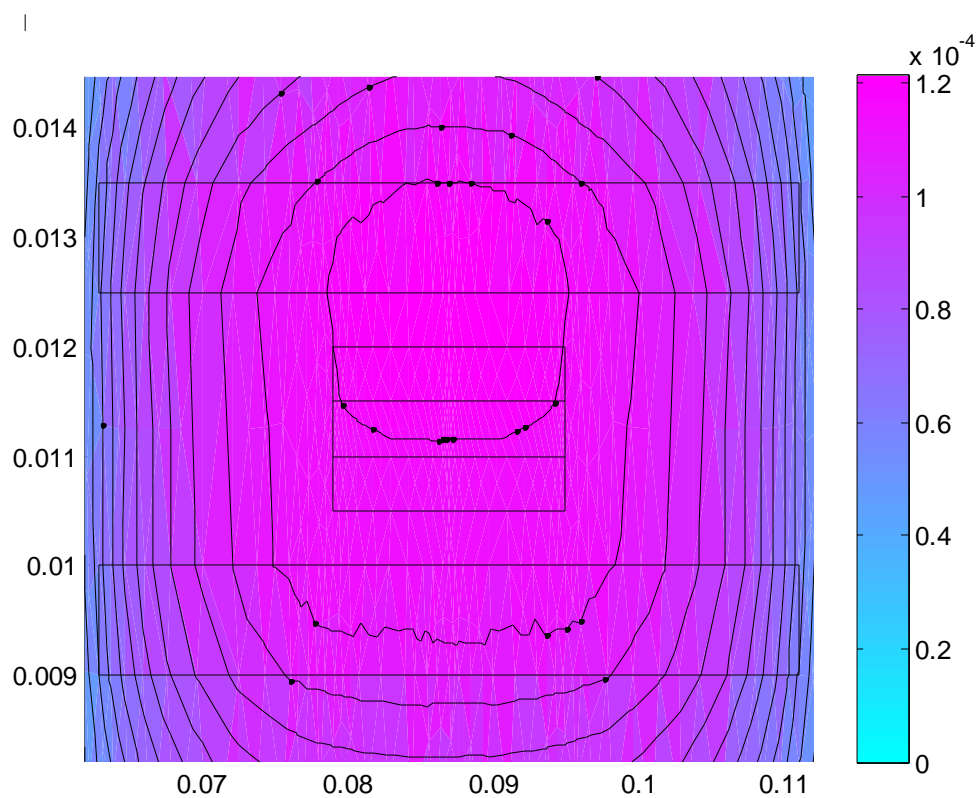


Figure III.15 : Répartition du potentiel vecteur magnétique A zoomer.

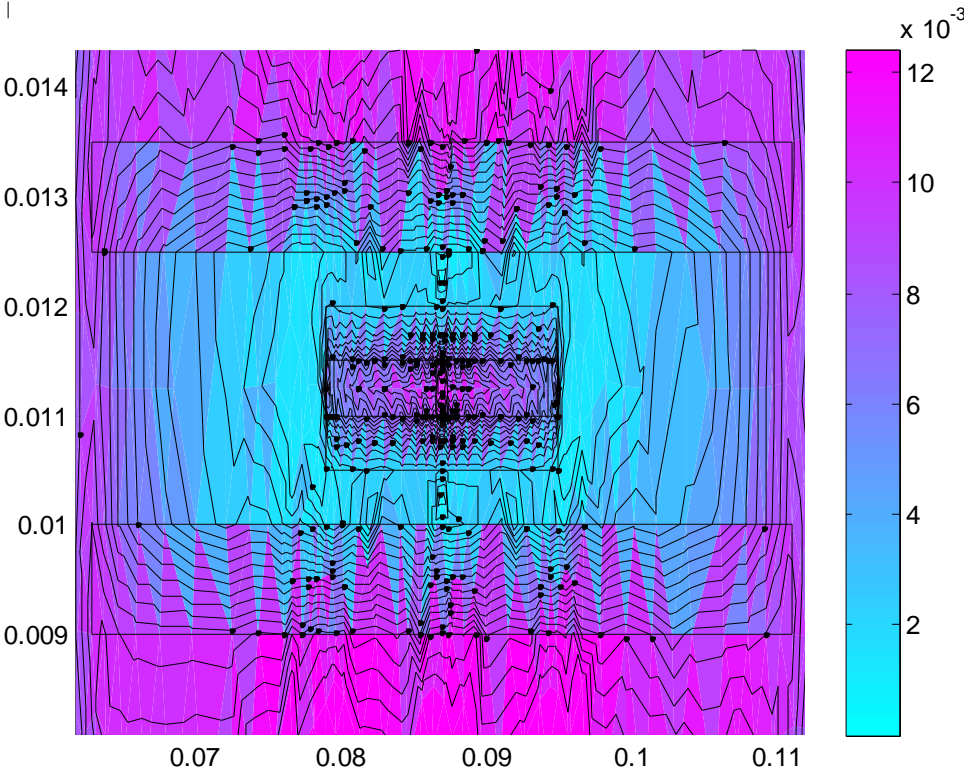


Figure III.16 : Répartition de l'induction magnétique B zoomer.

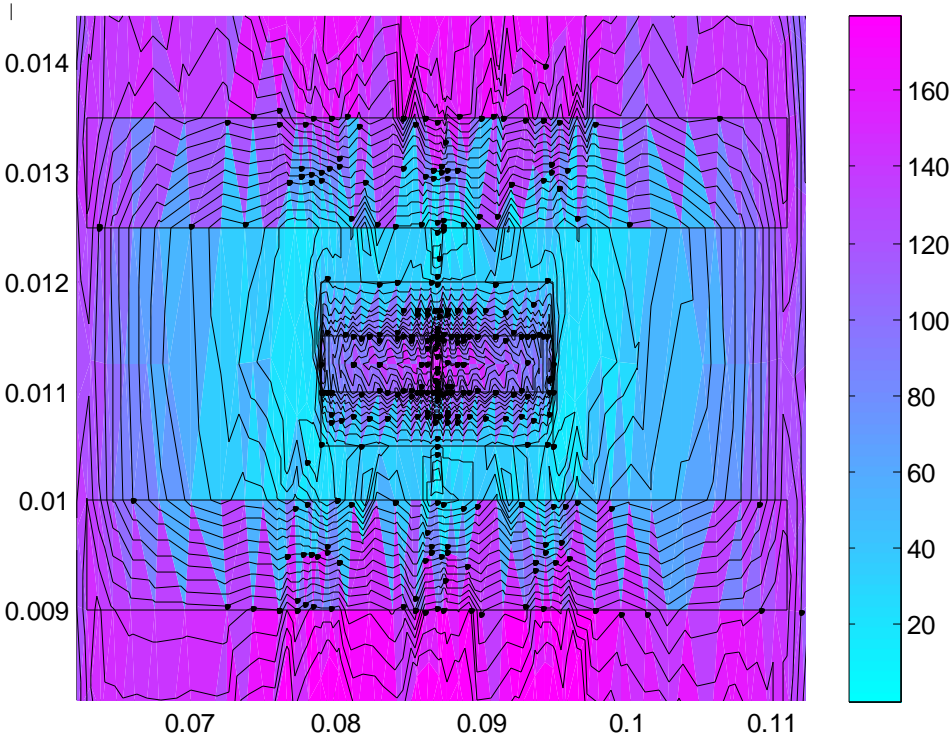


Figure III.17 : Répartition du champ magnétique H .

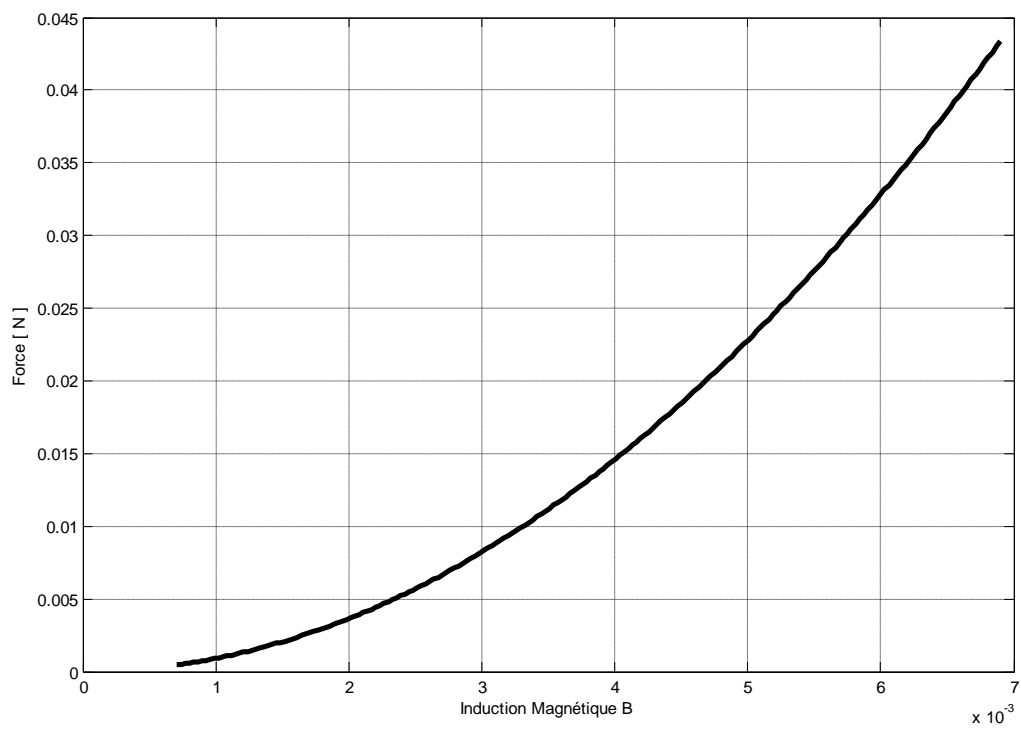


Figure III.18 : La force en fonction de l'induction magnétique B

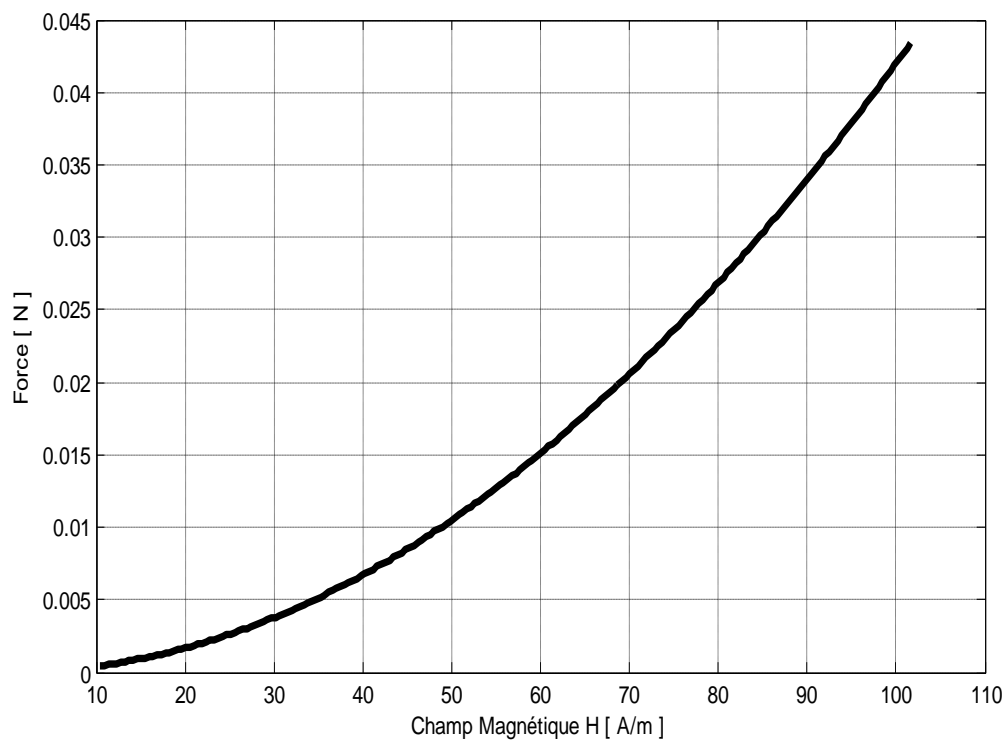


Figure III.19 : La force en fonction du champ magnétique H

III.4 Interpretation des resultats :

En se référant aux modèle mathématique du capteur magnétostrictif et aux résultats de simulations présenté par les figure III.9, III.10, III.11, III.12, III.18, III.19 , on peut conclure :

Les figures III.9 et III.19 représentent la variation de la force de Lorentz en fonction du champ magnétique appliqué, qui se manifeste avec l'augmentation non linéaire de la force en fonction du champ magnétique, est due à l'introduction du potentiel vecteur magnétique qui s'explique par la variation de l'induction magnétique par rapport à l'épaisseur.

Dans la figure III.9 avec une plaque magnétostrictive d'une épaisseur de 1mm, la force est de 0.05 N pour 100 A/m. et dans la figure III.19 avec une plaque magnétostrictive d'épaisseur de 0.5mm, la force est de 0.042 N pour 100 A/m.

On remarque une proportionnalité entre l'épaisseur de la plaque et la force induit.

Les figures III.10 et III.18 représentent la variation de la force de Lorentz en fonction de l'induction magnétique, qui se manifeste avec l'augmentation non linéaire de la force en fonction de l'induction magnétique, et sa est due à l'introduction du potentiel vecteur magnétique qui s'explique par la variation de l'induction magnétique par rapport à l'épaisseur.

Dans la figure III.10 avec une plaque magnétostrictive d'une épaisseur de 1mm, la force est de 0.04 N pour 6.10^{-3} .

Dans la figure III.18 avec une plaque magnétostrictive d'une épaisseur de 0.5mm, la force est de 0.032N pour 6.10^{-3} .

On remarque une proportionnalité entre l'épaisseur de la plaque et la force induit.

Figure III.11, On se réfère de l'équation (III.1) est le résultat fournie par [19].

On remarque il n'y a pas une grande erreur.

Figure III.12, on remarque que, quand la contrainte augmente, la magnétostriction augmente aussi. On remarque aussi à chaque fois que la contrainte diminue, la courbe de magnétostriction en fonction de l'aimantation s'élargie.

III.5 Conclusion :

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de simulation d'un capteur magnétostrictif avec différents épaisseurs de la plaque magnétostrictive.

Il a été montré que la nature magnétostrictive de la plaque, transforme le champ magnétique en une déformation qui peut être traduite par l'intensité de ce champ, ce qui nous donne accès à la détection de l'intensité du champ et cela expliqué par les différentes épaisseurs utilisées.

Conclusion Générale

Conclusion générale :

Les capteurs magnétostrictifs sont des organes très présents dans tous les domaines. La connaissance de leurs fonctionnements est un point critique pour assurer la qualité de service.

L'objectif principale de ce mémoire a porté sur la modélisation d'un capteur magnétostrictif en s'appuyant sur la méthode des éléments finis avec le logiciel MATLAB.

La finalité à travers le modèle mis en œuvre étant l'analyse du comportement du capteur magnétostrictif aussi bien avec différentes l'épaisseur de la plaque magnétostrictif. L'intérêt principal de ce modèle réside dans le fait d'avoir des résultats comparable à l'expérimentation de plus de sa simplicité de mettre en œuvre et dans certains cas très précis et flexible.

D'une manière générale, l'effet de la magnétostriction modifie les paramètres physiques et magnétiques des capteurs qui sont directement liés aux signatures observées. Cette modification se ressent lors de la déformation du matériau ou la modification du champ magnétique émit par ce dernier. Les résultats obtenus sont comparé à ceux d'autres travaux [19] montrant une très bonne concordance qualitative.

Les aspects non aborder dans ce présente travail sont envisageables en perspectives à savoir :

- Etudier le courant et la tension émise par ce capteur
- Modéliser le capteur par d'autres méthodes.
- Calcule de la déformation dans le capteur

Bibliographie

Bibliographie :

- [1] Hafaid imen études physico-chimique de capteurs à base de nanomatériaux pour des applications biomédicales ‘ Thèse de doctorat. Lyon 2009.
- [2] Shung KK, Cannata JM, Zhou QF, « Piezoelectric materials for high frequency medical imaging applications: A review », Journal of Electroceramics, vol. 19, 2007.
- [3] S.B. Lang and S. Muensit, « Review of some lesser-known applications of piezoelectric and pyroelectric polymers », Applied Physics A: Materials Science & Processing, vol. 85, 2006.
- [4] Michel Brissaud, Matériaux piézoélectriques : caractérisation, modélisation et vibration, Lausanne, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2007
- [5] John Frederick Nye, Propriétés physiques des cristaux ‘Physical Properties of Crystals’, Paris, Dunod, 1961
- [6] Jan Tichy, Jirí Erhart, Erwin Kittinger, Jana Prívratská, Fundamentals of Piezoelectric Sensorics: Mechanical, Dielectric, and Thermodynamical Properties of Piezoelectric Materials, Springer, 2010
- [7]. Ph.D, Modélisation et caractérisation des matériaux magnétique composites doux utilisés dans les machines électriques, thèse de doctorat.
- [8] ERIC CRECSENSO et Evagelos Hristoforo, utilisation des matériaux magnétostrictifs filaire comme capteur de mesure de champ magnétique, NSCR : Demokritos : Grèce, année 2002.
- [9]. Malloum S., Approche du bruit magnétique, application au suivi de la fatigue en flexion rotative, 2002.
- [10] CHETOUH SAMIR, caractérisation mécanique des matériaux intelligents de type magnétostrictifs et leurs application, mémoire de Magister, Université Mentouri Constantine, Mai 2010
- [11] Micro-actionneurs électromagnétique MAGMAS, sous la direction Orphée Cugat. 2002
- [12] Matériau à magnétostriction géante, trémolet de lacheisserie, 1999b et setter, 2002
- [13] J.C Sabonnafière, J. L Colomb ‘ calcul des champs électromagnétiques’. Technique de l’ingénieur, D 3020, traité de génie électrique. 2003.

- [14] Matthew N. O. Sadiku 'Numerical technique in Electromagnetic'. Copyright C by CRC Press Inc, ISBN 0684936423265, 1992.
- [15] R. Albanese, G. Rubinacci 'Numerical procedures for the solution of non linear electromagnetic problems'. IEEE transaction on magnetic. Vol. 28, No.2 PP 1228-123. March 1992.
- [16] M. Gyimesi, I. Avdeev and D. Ostergaard ' finite element simulation of micro-electromechanical system (MEMS) by strongly coupled electro-mechanical transducers' IEEE, transaction on magnetic volume 40, N 2; 2004.
- [17] Hakim BENS Aidane ' Modélisation de systèmes micro-électromécaniques (MEMS) en régime dynamique par la méthode des éléments finis' mémoire de Magister, Université de Tizi Ouzou, 2006.
- [18] Patrice Minotti, Antoine Ferreira ' Les micromachines', Edition HERMES. Paris 1998.
- [19] HOCINI Farid association de la commande pour l'étude par élément finis des phénomènes magnéto-élastiques et vibratoires dans les systèmes électrotechniques, 23 avril 2013.
- [20] Fred S. Hickernell, « The Piezoelectric Semiconductor and Acoustoelectronic Device Development in the Sixties », IEEE Transactions on ultrasonic, ferroelectrics, and frequency control, vol. 52, 2005.
- [21] HAL , Herve Oudin. Méthodes des éléments finis. Engineering school. Ecole Central de Nantes, 2008.