

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par

Sabiha DJAOUTI

Nawal GUEDOUAR

Thème

Modélisation et commande à retard temporel d'un robot industriel de type SCARA

Mémoire soutenu publiquement le 10/07/2017 devant le jury composé de :

M Ahmed KASRI

MAA, UMMTO, Président

M AMAR HAMACHE

MCA, UMMTO, Encadreur

M Mohamed ALI BEY

MCB, UMMTO, Examineur

Mme Nacira ARAR

MAA, UMMTO, Examinatrice

Remerciements

On remercie Dieu, le tout puissant, qui nous a donné l'opportunité de mener à bien ce travail.

Au terme de ce travail, on voudrait adresser nos sincères remerciements à tous ceux qui de près ou de loin, ont participé à l'élaboration de ce mémoire.

*A notre promoteur **MR A. HAMACHE**, qui a toujours réservé le meilleur accueil, malgré ses obligations professionnelles, nous saisissons cette occasion pour lui exprimer notre profonde gratitude tout en lui témoignant notre respect.*

*Nous ne manquerons pas de remercier **Mme HEMDOUSE** qui nous été d'une grande utilité.*

Nos remerciements, d'avance aux membres de jury qui feront l'honneur d'évaluer ce travail de fin d'études.

*Nos remerciements à tous les enseignants du département d'Automatique à **l'UMMTO**.*

Enfin, on exprime notre reconnaissance envers toute notre famille, tous nos amis, camarades et envers tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à l'aboutissement de ce travail ne serait ce par un modeste geste d'encouragement à notre égard.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail a :

- ❖ A la mémoire de mes parents que dieu les accueille dans son vaste paradis.
- ❖ A mes très chers frères Mouloud et Fateh.
- ❖ A tous les membres de ma famille (frères et sœurs).
- ❖ A « walid » et toute sa famille.
- ❖ A tous mes proches, cousins et cousines.
- ❖ A ma très chère binôme Nawal et toute sa famille.
- ❖ A toute la promo 2016/2017 avec laquelle j'ai partagé des moments inoubliables «spécialement groupe de foule »
- ❖ A mes très chères copines « samou, maya la belle, djidji, ghania »
- ❖ A toute personne qui porte de l'estime pour moi, je vous dis merci.

sabiha

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail a :

- ❖ A ma très chère mère, qui ma tant donné.
- ❖ A mon cher père.
- ❖ A mes très chères sœurs jumelles Sonia et Ouassila.
- ❖ A ma très chère binôme Sabiha « biha biha » et toute sa famille.
- ❖ A tous les membres de ma famille, mes proches et mes amis(es).
- ❖ A toute personne qui porte de l'estime pour moi, je vous dis merci.

NAWAL

Résumé :

Le présent travail traite la problématique de la Modélisation et la commande d'un robot manipulateur industriel, parcourant une trajectoire ellipsoïdo-hélicoïdale accomplissant une tâche industrielle.

D'abord les différents modèles du robot sont établis (modèle géométrique, modèle cinématique et modèle dynamique), suivis de la planification de la tâche à réaliser ou les différentes grandeurs opérationnelles de références .Et ensuite, la loi de commande est synthétisée (méthode du couple calculé) et l'application des modes glissants et la commande par retard temporel.

L'analyse des résultats de simulation obtenus a révélé de bonne performance de poursuite et de robustesse aux imprécisions du modèle dynamique et a l'accomplissement de la tâche désirée.

Mots clés :

Modélisation et commande d'un robot, ellipsoïdo-hélicoïdale, commande par modes glissants à retard temporel TDC.

Sommaire

SOMMAIRE

Introduction générale.....	1
-----------------------------------	----------

Chapitre I : Généralités sur la robotique

1.1. Introduction	3
1.2. Historique	3
1.3. Types de robots	4
1.3.1. Bras manipulateur	4
1.3.2. Robot mobile	4
1.3.3. Robot humanoïde (anthropomorphe).....	5
1.3.4. Cas particuliers	6
1.4. Constituants d'un robot	7
1.4.1. Socle	7
1.4.2. Le porteur	8
1.4.3. Organe terminal (effecteur)	9
1.5. Propriétés d'un robot	10
1.6. Degré de liberté et redondance	10
1.7. Actionneurs en robotique	10
1.8. Capteurs	11
1.9. Espace opérationnel et espace articulaire	11
1.10. Conclusion	11

Chapitre II: Modélisation de la structure mécanique articulée

2.1. Introduction	13
2.2. Structure du robot.....	13
2.3. Apposition des repères	14
2.4. Paramètres de Denavit-Hartenberg	15
2.5. Matrices de transformation homogenes entre repères.....	16
2.6. Modèles geometrique direct et inverse.....	17
2.7. Modèles cinématiques direct et inverse	18
2.8. Modèles dynamique	20

2.8.1. Energie potentielle du robot	21
2.8.2. Energie cinétique du robot	22
2.8.3. Formalisme d'Euler-Lagrange.....	25
2.9. Conclusion.....	27

Chapitre III : Planification de la tâche et génération de la trajectoire de référence

3.1. Introduction	28
3.2. Définition de la trajectoire	28
3.3. Génération de la trajectoire désirée	28
3.4. Evolution des paramètres de la trajectoire par la loi horaire de type Bang-bang avec palier de vitesse	30
3.5. Génération de la trajectoire	34
3.6. Conclusion.....	35

Chapitre IV: Commande robuste en poursuite de la trajectoire

4.1. Introduction	36
4.2. Cahier des charges	36
4.3. Techniques de commande classiques	36
4.3.1. Commande adaptative	36
4.3.2. Commande fondée sur une fonction de Lyapunov	36
4.3.3. Commande passive	37
4.3.4. Commande prédictive	37
4.4. Commande par couple calculé (<i>computed torque</i>)	37
4.5. Synthèse de la loi de commande par couple calculé	37
4.5. Commande par retard temporel ou TDC (<i>Time Delay Control</i>)	45
4.6. Synthèse de la loi de commande par retard temporel et modes glissant	46
4.7. Conclusion	51
Conclusion Générale	52
Références bibliographique	53

Introduction générale

Introduction générale

Au cours de décennies, l'innovation a été poussée en premier lieu vers l'imitation des capacités basiques de l'être humain. Vu la difficulté de réaliser des tâches répétitives et ennuyeuses ou les milieux dans lesquels elles sont réalisées qui sont souvent hostiles, dangereux voire même inaccessibles, l'homme a pensé à créer une machine permettant de faciliter la réalisation de ces tâches pénibles et a réussi finalement à monter une machine automatique réalisant ces tâches, à savoir le robot.

Le robot permet de saisir et soulever des pièces lourdes, de serrer avec précision, découper, assembler, ébavurer, souder ... etc.

L'avantage d'un robot est sa régularité : il peut exécuter le même mouvement des milliers de fois d'affilée sans ressentir la moindre lassitude ou fatigue avec une importante vitesse et une excellente précision. De plus, les robots peuvent être construits de manière à pouvoir résister à des conditions qui seraient dangereuses à l'être humain, toute en utilisant de nouvelles techniques de commande ce qui a permis le développement rapide et performant de l'industrie.

Pour la commande d'un bras manipulateur, il est nécessaire d'établir ses modèles : géométrique, cinématique et dynamique afin de permettre le passage entre espace articulaire propre au robot et espace opérationnel propre à la tâche. Bien-entendu, la tâche à réaliser par le robot doit être planifiée et la trajectoire opérationnelle générée pour alimenter le système de commande en références de position, vitesse et accélération. La commande à choisir doit être capable de surmonter les variations paramétriques et la forte non linéarité de la dynamique du robot.

Le signal de commande est envoyé aux actionneurs du robot qui le concrétisent par des forces ou couples capable de modifier la morphologie du robot et les coordonnées de son outil, en particulier. Certaines de ces tâches sont délicates et exigent une très grande précision avec une dynamique souvent très rapide. Cela justifie le recours des roboticiens aux techniques de commande sophistiquées dont la méthode par couple calculé comme approche idéale ou la commande par modes glissants connue comme étant une approche robuste.

Dans ce travail, il sera question d'appliquer la commande par modes glissants utilisant un estimateur de perturbation à retard temporel. Cette technique d'estimation des perturbations, introduite dans les années quatre-vingt-dix peut être utilisée en commande non linéaire robuste. Son principe repose sur l'estimation des incertitudes du système en exploitant les informations passées sur l'état et la commande.

Ce mémoire s'articule sur quatre chapitres qui se résument comme suit :

Le premier chapitre porte sur quelques généralités et définitions de base relatives à la robotique industrielle.

Le deuxième chapitre est consacré à la modélisation du manipulateur en donnant de manière explicite les modèles géométrique, cinématique et dynamique directes et inverses.

Le troisième chapitre est dédié à la planification de la trajectoire désirée imposée par le cahier de charges tout en déduisant les grandeurs opérationnelles de référence à savoir la position, la vitesse et l'accélération.

Le quatrième chapitre présentera la théorie de la commande à retard temporel (TDC). Les résultats de simulation du système avec discussion seront donnés dans le cas où le robot est piloté par cette loi de commande et seront comparés à ceux de la commande par couple calculé conventionnel.

Le mémoire ce terminera par une conclusion générale et quelques perspectives.

Chapitre I :

Généralités sur la robotique

1.1. Introduction :

Si le concept d'automate date de plusieurs siècles. Le mot robot n'est apparu que très récemment. Il est dérivé du mot tchèque « robota » qui signifie travail. Un robot est un système ou bien un appareil automatique destiné à effectuer une grande variété de tâches soit manipuler des objets soit réaliser des mouvements variés dictés par un programme aisément modifiable [1].

En robotique l'une des tâches de base que doit accomplir un robot consiste à :

- s'adapter aux changements de l'environnement tout en exécutant ces tâches.
- la possibilité d'exécuter les mêmes tâches de différentes manières [1].

1.2. Historique :

Les robots ont connu un essor remarquable entre 1950-1970. En effet, le concept moderne de robot a vu le jour en 1954 lorsque George Devol a déposé son brevet sur son robot «Unimate».

En 1960, le premier Unimate fut utilisé dans les usines de General Motors. Fondé en 1961 par George Devol et Joseph Engel Berger. Ce robot était destiné à extraire des pièces d'une machine de moulage sous pression.

En 1969, Victor David Scheinman de l'Université de Stanford inventa un bras articulé à 6 axes. Cela a permis au robot de suivre précisément des chemins arbitraires dans l'espace sous contrôle informatique et élargi l'utilisation potentielle du robot à des applications plus sophistiquées telles que l'assemblage et le soudage à l'arc. Par la suite, Sheinman vendit son concept à Unimation plus tard.

Dans les années 70, quelques entreprises se sont lancées dans le design et la fabrication des robots industriels. Le premier robot commandé par un microprocesseur a été commercialisé par la société ABB [2].

1.3. Types de robots :

1.3.1. Bras manipulateur :

Un bras manipulateur est un bras d'un robot généralement programmable, avec des fonctions similaires à un bras humain. Les segments de ce manipulateur sont reliés par des axes permettant, soit un mouvement de rotation ou de translation. Les bras manipulateurs peuvent être fixes ou mobiles (c'est-à-dire à roues).

Le bras manipulateur peut être autonome ou contrôlé manuellement et peut être utilisé pour effectuer une variété de tâches avec une grande précision. Ces derniers sont conçus souvent pour des applications industrielles [2].



Figure 1.1 : Bras manipulateur de type Staubli.

Néanmoins on peut les trouver dans différents domaines tels que la médecine où on trouve le robot médical Da Vinci qui peut opérer et diagnostiquer des patients.

1.3.2. Robot mobile :

Un robot mobile se caractérise par l'absence de lien mécanique avec un objet de référence, c'est un véhicule doté de moyens de locomotion lui permettant de se déplacer suivant ses degrés de liberté. L'objectif principal d'un robot mobile consiste à réaliser un mouvement en reliant un point source à un point de destination. L'exécution de cette tâche avec un certain degré d'autonomie nécessite l'utilisation d'un ensemble de ressources et d'une structure assurant une coopération efficace entre elles. Le choix d'une structure est directement lié à la nature de l'environnement dans lequel le robot doit évoluer, et de la nature

de sa tâche ainsi que les performances recherchées. Sachant que celles-ci dépendent à la fois de la qualité des ressources et de leur gestion [3].



Figure1.2 : Robot mobile FORD.

Ce dernier a pris place dans la vie des humaines grâce à ces facultés qui permettent le déplacement comme le modèle FORD 2017 de la figure ci-dessus, et aussi le domaine spatial où les robots Spirits et Opportunity ont réussi à imposer leurs poids dans l'exploitation de la planète MARS où la tâche qui leur est confiée consiste à transmettre des informations scientifiques utiles à la terre.

1.3.3. Robot humanoïde (anthropomorphe) :

Un robot humanoïde est un robot dont l'apparence générale ressemble à celle d'un corps humain. Généralement, les robots humanoïdes ont un torse avec une tête, deux bras et deux jambes, bien que certains modèles ne représentent qu'une partie du corps, par exemple à partir de la taille. Certains robots humanoïdes peuvent avoir un visage similaire à celui d'un être humain.

Les robots humanoïdes ont un effet considérable sur l'homme puisqu'ils le remplacent dans ces différentes tâches répétitives, ennuyeuses voire même dangereuses. Ils sont disponibles en jouets ou en robots expérimentaux qui sont inaccessibles pour la plupart des gens, car ils ne sont pas encore commercialisés [4]. Tel est le cas du robot Asimo, destiné à la recherche, représenté sur la **Figure 1.3**.

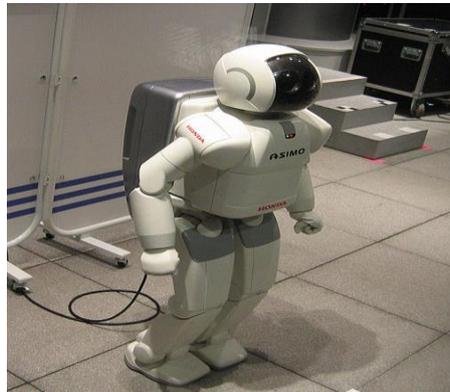


Figure 1.3 : Robot humanoïde Asimo.

1.3.4. Cas particuliers :

➤ Robots industriels :

L'expansion des robots dans l'industrie est une excellente chose, car elle permet d'accomplir des tâches dangereuses et monotones pour l'homme et leur rendement est beaucoup plus stimulant et avantageux pour l'économie.

Les robots industriels sont utilisés dans les chaînes de montage de l'industrie automobile, ils y remplacent les ouvriers dans les tâches pénibles et dangereuses (peinture, soudage, emboutissage, ...etc).

Ils existent plusieurs familles de bras manipulateurs industriels comme : PUMA 560, STAUBLI et SCARA, objet de cette étude.

L'acronyme SCARA signifie (sélective compliance assembly robot arm). Ce robot articulé à deux bras de liaison est très proche du bras humain. Cette fonction permet au bras de se détendre dans des espaces confinées, puis de se rétracter sur le chemin. Les robots SCARA sont rapides, moins encombrants mais relativement coûteux.

Le robot a été appelé bras de Robot d'assemblage de conformité sélective, SCARA. Son bras était rigide dans l'axe Z et pliable dans les axes X et Y, ce qui lui permet de s'adapter aux trous dans les axes X et Y.

La plupart des robots SCARA ont des architectures série, ce qui signifie que le premier moteur doit supporter tous les autres moteurs. Il existe également une architecture de robots SCARA à deux bras, dans laquelle deux des moteurs sont fixés à la base. Le premier robot de ce type a été commercialisé par Mitsubishi Electric [5].

1.4. Constituants d'un robot :

La structure mécanique articulée d'un robot se caractérise par trois ensembles : le socle, le porteur et l'organe terminal (voir **Figure 1.4**) :

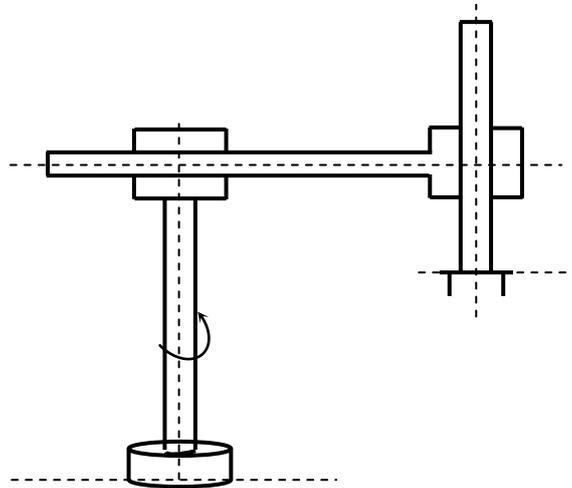


Figure 1.4: Structure mécanique articulée du robot HDG.

1.4.1. Socle :

La base du manipulateur est fixée à l'atelier de travail. Ceci est le cas de la quasi-totalité des robots industriels. Certains robots possèdent un véhicule à plusieurs degrés de liberté tel le robot mobile qui n'a pour sa structure que le véhicule qui assure le transport de la structure mécanique vers la zone d'action.

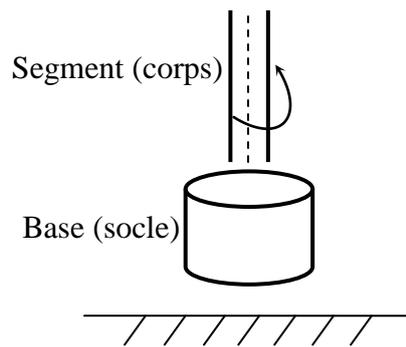


Figure 1.5 : Socle d'un robot.

1.4.2. Le porteur :

Le porteur représente l'essentiel du système mécanique articulé, il a pour rôle d'amener l'organe terminal dans une situation donnée imposée par la tâche à réaliser. La situation d'un corps peut être définie comme la position et l'orientation d'un repère attaché à ce corps par rapport à un repère de référence. Cette combinaison de trois degrés de liberté (une rotation et/ou translation) nécessite une classification des robots qui se base sur différentes configurations :

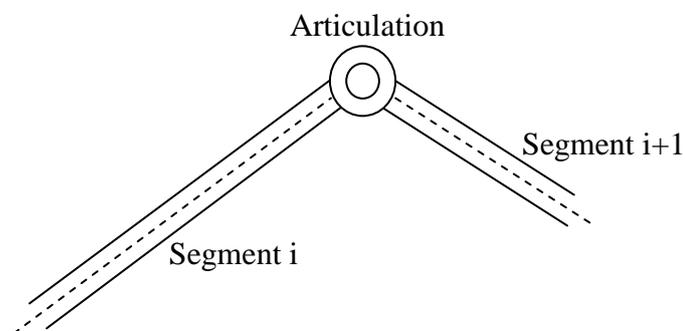


Figure1.6 : Porteur (articulation) d'un robot.

- **Structure cartésienne (PPP)** : a trois degrés de liberté en prismatique (translation).
Par exemple un robot de magasinage.
- **Structure cylindrique (RPP) ou (PRP)** : à un degré de liberté en rotation et deux degrés de liberté en translation.
- **Structure sphérique ou polaire** : à deux rotations et une translation.

- **Structure SCARA** : a une translation et deux rotations [2].

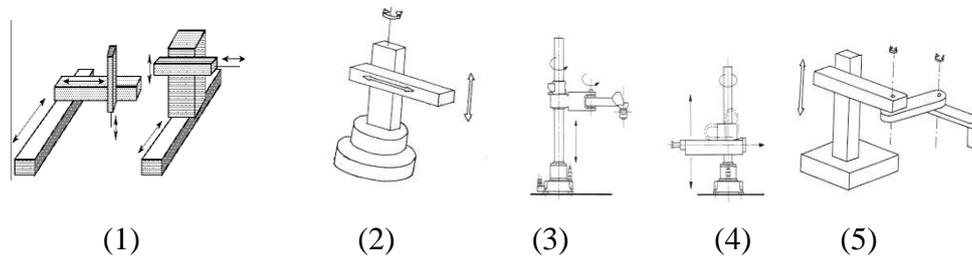


Figure1.7 : Différentes structure de porteurs de robots.

A noter que l'énumération des types d'articulations élémentaires est R pour une rotation et P pour une translation.

1.4.3. Organe terminal (effecteur) :

Il s'agit d'une interface permettant aux robots d'interagir avec son environnement. Un organe terminal peut être multifonctionnel, au sens où il peut être équipé de plusieurs dispositifs ayant différentes fonctionnalités. Il peut aussi être monofonctionnel, mais interchangeable. Enfin un robot peut être multi-bras, chacun des bras portant un organe terminal différent. On utilisera indifféremment le terme organe terminal, préhenseur, outil ou effecteur pour nommer le dispositif d'interaction fixe à l'extrémité mobile de la structure mécanique [6].

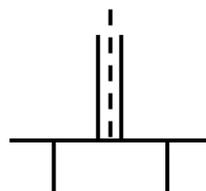


Figure1.8 : Organe terminal d'un robot.

1.5. Propriétés d'un robot :

Les robots possèdent des caractéristiques bien définies à savoir :

- **La précision statique de pose** : c'est l'erreur permanente observée.
- **La périodicité** : c'est la faculté de reproduire une tâche dans une même période de temps.
- **L'atteignabilité** : c'est la capacité d'atteindre un point.
- **La répétabilité** : c'est la capacité à reproduire une action ou une série d'actions. Elle peut être statique pour un point ou dynamique quand il s'agit de parcourir une trajectoire.
- **L'erreur de pose** : c'est l'erreur de positionnement du bras articulé (offset).
- **La compliance** : c'est capacité d'un manipulateur à se comporter d'une souplesse et à s'adapter à l'environnement d'interaction.

1.6. Degré de liberté et redondance :

Le positionnement complet d'une pièce ou de l'effecteur dans l'espace nécessite six paramètres indépendants, appelés degrés de liberté. Parmi les différents choix possibles de ces paramètres, les plus courants sont les trois coordonnées cartésiennes pour positionner un point de la pièce et les trois angles pour orienter cette pièce. Afin qu'un robot fonctionne parfaitement, il est nécessaire qu'il ait six degrés de liberté. Autrement dit, le robot possède au moins six axes motorisés.

Un robot est dit redondant si le nombre d'articulations est supérieur au nombre de degrés de liberté de la tâche à réaliser (espace opérationnel) [7].

1.7. Actionneurs en robotique :

Les actionneurs sont les parties qui convertissent l'énergie stockés en mouvement. Les actionneurs en robotique transforment l'énergie source en énergie mécanique, cela se fait par un actionnement : électrique, hydraulique, pneumatique ou mécanique (avec câblage).

L'actionnement électrique utilise des moteurs électriques à courant continu ou alternatif dans les robots industriels et les machines-outils. La commande du courant permet le réglage des forces de serrage.

L'actionnement pneumatique réalise un mouvement de translation en utilisant un vérin pneumatique simple d'une certaine élasticité due à la compressibilité de l'air. Le réglage de la force de serrage est commandé par la pression d'air.

1.8. Capteurs :

Un capteur est un dispositif transformant l'état d'une grandeur physique observée en une grandeur utilisable. En robotique, les capteurs servent à recueillir des informations utiles sur l'état interne du robot comme la position et la vitesse articulaires (capteurs intéroceptifs) ou bien ils renseignent sur l'état externe du robot comme la position et la vitesse opérationnelles (capteurs extéroceptifs) [9].

1.9. Espace opérationnel et espace articulaire :

L'espace opérationnel est l'espace dans lequel est représentée la situation de l'organe terminal. La dimension de l'espace opérationnel est le nombre de degrés de liberté maximum que peut avoir l'organe terminal est égal au nombre de paramètres indépendants nécessaires à décrire la situation de l'organe dans l'espace.

L'espace articulaire ou espace des configurations d'un robot est l'espace dans lequel est représentée la situation de tous ses corps. La solution la plus simple consiste à utiliser les variables ou coordonnées articulaires. Sa dimension est égale au nombre de variables articulaires indépendantes et correspond au nombre de degrés de liberté de la structure mécanique articulée [10].

1.10. Conclusion :

Au cours du présent chapitre, il a été présenté un bref historique de la robotique, l'évolution dans le domaine de l'industrie des robots en basant sur les composantes d'un bras articulé ainsi que les propriétés et les différents types de robots.

Il a été cité aussi, quelques notions élémentaires de la robotique en se focalisant sur les notions d'espace articulaire propre au robot et espace opérationnel propre à la tâche, de degré de liberté, et d'actionneurs dédiés à la robotique.

Chapitre II:

**Modélisation de la structure
mécanique articulée**

2.1. Introduction :

Pour commander un système mécanique articulé ou simuler son fonctionnement, il faut disposer de tous les modèles permettant de décrire mathématiquement les relations entre les différentes coordonnées du robot et sa tâche dans les deux espaces articulaire et opérationnel.

Généralement, ces modèles mathématiques concernent :

- ✓ Le modèle géométrique direct (MGD) et le modèle géométrique inverse (MGI), qui expriment, respectivement, la situation de l'outil en fonction des variables articulaire et inversement.
- ✓ Le modèle cinématique direct (MCD) et le modèle cinématique inverse (MCI), qui expriment, respectivement, la vitesse de l'outil en fonction des vitesses articulaires et inversement.
- ✓ Le modèle dynamique (souvent inverse) donnant l'équation du mouvement du robot, et qui établit les relations entre les efforts (couples et /ou forces) développés par les actionneurs et les positions, vitesses et accélérations.

Dans le présent travail, nous allons étudier la structure articulée d'un robot de type SCARA (Selective Compliance Assembly Robot Arm) en vue d'établir ses différents modèles puis tester son fonctionnement par simulation.

2.2. Structure du robot étudié :

Il s'agit d'un bras manipulateur planaire à trois degrés de liberté de type **RPP** constitué de trois articulations telles que représenté à la **Figure 2.1** :

Le robot baptisé **HDG** est constitué de trois segments actionnés par trois moteurs : le premier est rotatif servant à la rotation de l'articulation rotoïde art.1, quant aux deux autres, ils sont linéaires et servent à la translation des articulations prismatiques art.2 et art.3.

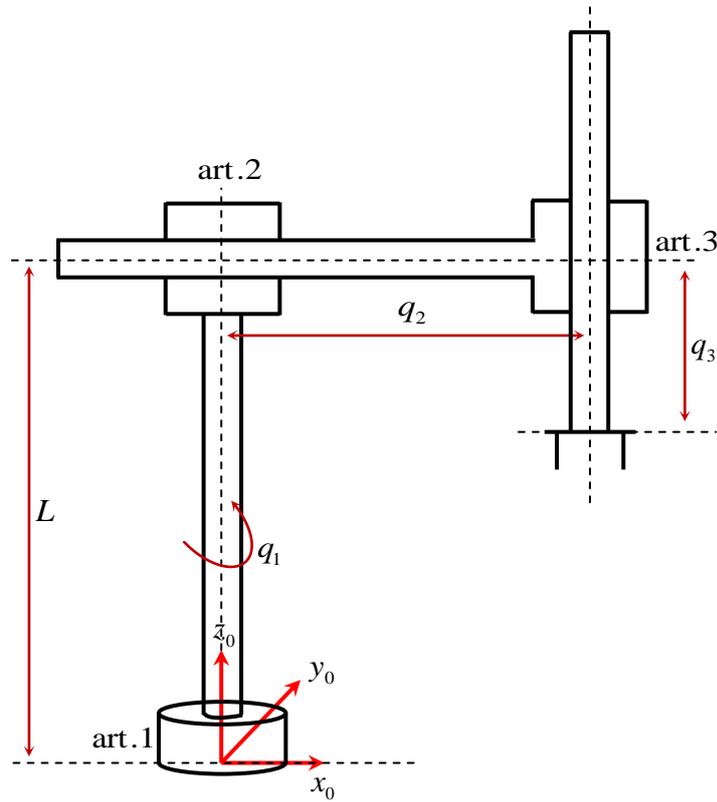


Figure 2.1 : Structure articulée du robot HDG.

2.3. Appositions des repères :

Pour l'établissement du MGD, les repères associés aux différentes articulations du robot sont apposés selon la convention de Spong [11] tels est représenté dans la **Figure 2.2** :

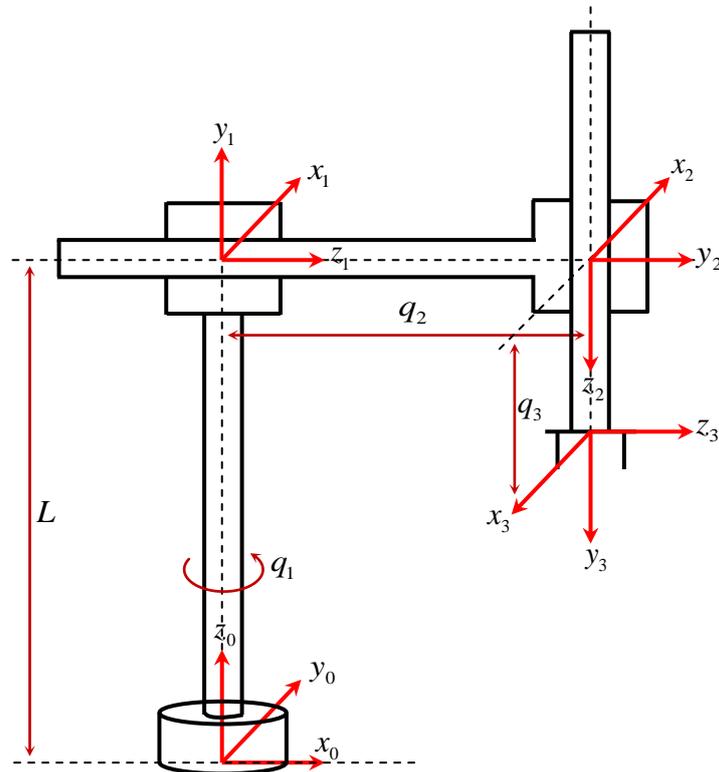


Figure 2.2 : Apposition des repères au robot dans sa configuration initiale.

2.4. Paramètres de Denavit-Hartenberg de la structure articulée :

La situation d'un repère R_i par rapport à un repère R_{i-1} peut être représentée par quatre paramètres géométriques dits de Denavit-Hartenberg (D-H).

Les axes de coordonnées sont apposés en respectant la règle suivante [11][12]:

1. z_i est porté par l'axe de l'articulation reliant le segment i au segment $i+1$.
2. x_i est porté par la normale commune à z_{i-1} et z_i ($x_i = z_{i-1} \wedge z_i$).

Dans la littérature relative à la modélisation des structures articulaires, ces paramètres sont souvent notés : α, a, θ , et d et sont définis comme suit [11][12]:

1. α_i est l'angle orienté (z_{i-1}, z_i) autour de x_i (Link twist).
2. a_i est la mesure algébrique $\overline{z_{i-1}z_i}$ selon x_i (Link length).
3. θ_i est l'angle orienté (x_{i-1}, x_i) autour de z_{i-1} (joint angle). (variable articulaire en cas d'une articulaires rotoïde).

4. d_i est la mesure algébrique $\overline{x_{i-1}x_i}$ selon z_{i-1} (Link offset). (variable articulaire en cas d'une articulation prismatique).

En respectant la position de l'origine du repère de base du robot et la position des origines des repères relatifs à chaque liaison à la **Figure2.2**, les paramètres D-H de toute la structure sont donnés au **Tableau 2.1** :

Tableau 2.1 : Paramètres de Denavit-Hartenberg du robot SCARA.

Numéro de liaison	$\theta[^\circ]$	$d[m]$	$a[m]$	$\alpha[^\circ]$
1 (rotoïde)	$q_1 + 90$	L	0	90
2 (prismatique)	0	q_2	0	90
3 (prismatique)	180	q_3	0	90

2.5. Matrices de transformation homogène entre repères :

La matrice de transformation homogène T_i^{i-1} qui représente la matrice de passage entre deux repères consécutifs R_{i-1} et R_i est définie d'après la convention de Spong par [12] :

$$T_i^{i-1} = \begin{pmatrix} C_\theta & -C_\alpha S_\theta & S_\alpha S_\theta & aC_\theta \\ S_\theta & C_\alpha S_\theta & -S_\alpha C_\theta & aS_\theta \\ 0 & S_\alpha & C_\alpha & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Avec : S_x et C_x désignent, respectivement, les fonctions circulaires sinus et cosinus dont l'argument est x.

L'application de (2.1) pour les valeurs des paramètres de Denavit-Hartenberg donnés au **Tableau 2.1** permet de calculer les matrices de transformation homogène entre repères successifs. Celles-ci sont données comme suit :

$$T_1^0 = \begin{pmatrix} -S_1 & 0 & C_1 & 0 \\ C_1 & 0 & S_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_2^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; T_3^2 = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Ici, S_1 et C_1 veulent dire $\sin(q_1)$ et $\cos(q_1)$, respectivement.

Les matrices de transformation homogène correspondant aux repères de segment par rapport au repère de la base sont telles que :

$$T_2^0 = T_1^0 \times T_2^1 = \begin{pmatrix} -S_1 & C_1 & 0 & q_2 C_1 \\ C_1 & S_1 & 0 & q_2 S_1 \\ 0 & 0 & -1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

$$T_E^0 = T_3^0 = T_2^0 \times T_3^2 = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & C_1 & q_2 C_1 \\ -C_1 & 0 & S_1 & q_2 S_1 \\ 0 & -1 & 0 & L - q_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

2.6. Modèles géométriques direct et inverse :

Le modèle géométrique direct (MGD) est l'ensemble des relations qui permettent d'exprimer la situation de l'organe terminal, c'est-à-dire les coordonnées opérationnelles du robot, en fonction de ses coordonnées articulaires. Dans le cas d'une chaîne ouverte simple, le MGD se lit dans la matrice T_E^0 .

En effet, la position de l'outil est donnée par les trois premières valeurs de la quatrième colonne de T_E^0 . Ce qui donne :

$$\begin{cases} x = q_2 C_1 \\ y = q_2 S_1 \\ z = L - q_3 \end{cases} \quad (2.5)$$

Ces trois valeurs correspondent aux coordonnées cartésiennes ou opérationnelles de la pointe de l'outil dans le repère de la base qui est censé être fixe par rapport à celui de l'atelier.

L'Orientation de l'outil est donnée par la matrice de rotation correspondant aux trois premières lignes et trois premières colonnes de T_E^0 . Ce qui donne :

$$R_E^0 = \begin{pmatrix} S_1 & 0 & C_1 \\ -C_1 & 0 & S_1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Pour faire coïncider le repère de la base et celui de l'outil, ce dernier subit une rotation autour de l'axe Z de $q_1 + 90^\circ$ suivi d'une rotation autour du nouvel axe X de 90° suivi d'une rotation autour du nouvel axe Z de 180° . Cela correspond aux angles d'Euler ZXZ suivants :

$$\begin{cases} \varphi = q_1 + 90^\circ \\ \theta = 90^\circ \\ \psi = 180^\circ \end{cases} \quad (2.7)$$

Dans le cas du robot HDG, la matrice de rotation est inutile car celui-ci ne possède que trois degrés de liberté et évolue dans un espace à six degrés de liberté. Autrement dit, le robot HDG peut seulement positionner l'outil sans l'orienter. Cela s'adapte, bien-entendu, aux tâches industrielles les plus élémentaires comme le perçage, le fraisage ... etc.

Le modèle géométrique inverse (MGI) qui est très utile en commande des robots, permet d'exprimer les coordonnées articulaires du robot en fonction des coordonnées opérationnelles de la pointe de l'outil. Il est déduit en inversant la relation (2.5) et est donné par :

$$\begin{cases} q_1 = \arctan 2(x; y) \\ q_2 = \sqrt{x^2 + y^2} \\ q_3 = L - z \end{cases} \quad (2.8)$$

Où : **arctan2** est la fonction donnant l'angle exact en spécifiant le quadrant.

2.7. Modèles cinématiques direct et inverse :

Le modèle cinématique direct (ou modèle des vitesses) est l'ensemble des relations exprimant les vitesses opérationnelles de l'outil (ou de l'un des segments) du robot en fonction

des vitesses articulaires. Il s'obtient intuitivement par dérivation du modèle géométrique direct. Dans ce travail, le modèle cinématique direct s'obtient par dérivation de (2.5) par rapport au temps. Il est donné comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{q}_2 C_1 - \dot{q}_1 q_2 S_1 \\ \dot{y} = \dot{q}_2 S_1 + \dot{q}_1 q_2 C_1 \\ \dot{z} = -\dot{q}_3 \end{cases} \quad (2.9)$$

Sous sa forme matricielle, (2.9) fait intervenir la matrice jacobienne paramétrisée \mathbf{J} selon les variables opérationnelles utiles, comme suit :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{J} \dot{\mathbf{q}} \quad (2.10)$$

$$\text{Où: } \mathbf{J} = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 & C_1 & 0 \\ q_2 C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$\dot{\mathbf{X}}$ et $\dot{\mathbf{q}}$ sont, respectivement, le vecteur des vitesses opérationnelles et celui des vitesses articulaires donnés par :

$$\dot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}; \quad \dot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix}.$$

Le modèle cinématique inverse exprime la relation inverse. Dans le cas où la matrice jacobienne n'est pas singulière, il est donné comme suit :

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1} \dot{\mathbf{X}} \quad (2.11)$$

Il est à noter que le déterminant de \mathbf{J} est $\det(\mathbf{J}) = q_2$. Par conséquent, la seule position singulière correspond à $q_2 = 0$ qui ne peut pas se produire car les butées mécaniques l'interdisent.

La matrice jacobienne inverse est donnée par :

$$\mathbf{J}^{-1} = \frac{1}{q_2} \begin{pmatrix} -S_1 & -q_2 C_1 & 0 \\ -C_1 & q_2 S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -q_2 \end{pmatrix}$$

En ce qui concerne les accélérations opérationnelles en fonction des accélérations articulaires, on parlera de modèle cinématique du second ordre ou carrément, modèle des accélérations. Celui-ci est donné par dérivation de (2.11) :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{J}\ddot{\mathbf{q}} \quad (2.12)$$

Inversement,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}^{-1}(\ddot{\mathbf{X}} - \dot{\mathbf{J}}\dot{\mathbf{q}}) \quad (2.13)$$

Où $\dot{\mathbf{J}}$ est la dérivée de la matrice jacobienne. Elle est donnée par :

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} -\dot{q}_2 S_1 - \dot{q}_1 q_2 C_1 & -\dot{q}_1 S_1 & 0 \\ \dot{q}_2 C_1 - \dot{q}_1 q_2 S_1 & \dot{q}_1 C_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs $\ddot{\mathbf{X}}$ et $\ddot{\mathbf{q}}$ sont, respectivement, le vecteur des vitesses opérationnelles et celui des vitesses articulaires donnés par :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}; \quad \ddot{\mathbf{q}} = \begin{pmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{pmatrix}.$$

2.8. Modèle dynamique :

C'est l'ensemble de relations qui régissent les mouvements des différentes articulations. De façon rigoureuse, le modèle dynamique d'un robot exprime les positions, vitesses et accélérations articulaires en fonction des efforts (forces ou couples) développés par les actionneurs équipant chaque articulation.

$$\Gamma = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) \quad (2.14)$$

Où : $\Gamma = [\Gamma_1 \quad f_2 \quad f_3]^T$ est le vecteur des couples/forces développés par les actionneurs, selon que l'articulation est rotoïde ou prismatique.

\mathbf{f} : est une fonction vectorielle multivariable fortement non linéaire ;

$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$: est le vecteur des positions articulaires ;

$\dot{\mathbf{q}}$: est le vecteur des vitesses articulaires ;

$\ddot{\mathbf{q}}$: est le vecteur des accélérations articulaires.

Pour un robot manipulateur à chaîne ouverte simple, le modèle dynamique peut se mettre sous la forme canonique suivante [13]:

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}}) \quad (2.15)$$

Où : Γ est le vecteur des efforts.

\mathbf{M} : est une matrice d'inertie du robot, symétrique définie positive qui dépend des variables articulaires. Elle englobe tous les termes d'inertie ou de masse des segments.

\mathbf{H} : est le vecteur des termes centrifuges, de Coriolis et gravitationnels. Il dépend de la position et de la vitesse articulaires.

L'établissement du modèle dynamique peut se faire en utilisant soit le **formalisme de Newton-Euler** basé sur la théorie des torseurs cinématique et dynamique d'un solide en mouvement, soit le **formalisme d'Euler-Lagrange** basé sur les approches énergétiques et d'optimisation.

Dans le présent travail, le formalisme d'Euler-Lagrange est adopté. Pour cela, il y a lieu d'abord d'exprimer les énergies potentielles et cinétiques du robot puis, de leurs appliquer le formalisme et mettre sous forme canonique.

2.8.1. Energie potentielle du robot :

L'énergie potentielle U_i d'un segment i est donnée par [11]:

$$U_i = -m_i \mathbf{g}^T \mathbf{P}_{ci} \quad (2.16)$$

Où : \mathbf{P}_{ci} est le vecteur position du centre de masse relatif au segment i .

\mathbf{g} est le vecteur de gravitation projeté dans le repère de base.

m_i est la masse du segment i .

L'application de (2.16) au robot HDG de la **Figure 2.2** permet d'obtenir les énergies potentielles de chaque segment comme suit :

$$U_1 = -m_1 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{L}{2} \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_1 = m_1 g \frac{L}{2} \quad (2.17)$$

$$U_2 = -m_2 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{q_2}{2} C_1 \\ \frac{q_2}{2} S_1 \\ L \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_2 = m_2 g L_1 \quad (2.18)$$

$$U_3 = -m_3 \begin{pmatrix} 0 & 0 & -g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_2 C_1 \\ q_2 C_1 \\ \frac{1}{2}(L - q_3) \end{pmatrix}, \text{ ce qui donne :}$$

$$U_3 = -\frac{1}{2} m_3 g q_3 + \frac{1}{2} m_3 g L \quad (2.19)$$

L'énergie potentielle totale du robot est donnée par :

$$U = \sum_{i=1}^3 U_i = \left(\frac{m_1 + m_3 + 2m_2}{2} L - \frac{1}{2} m_3 q_3 \right) g \quad (2.20)$$

2.8.2. Energie cinétique du robot :

L'énergie cinétique K_i du segment i est donnée par [12][11]:

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \mathbf{v}_i^2 + \frac{1}{2} I_i \boldsymbol{\omega}_i^2 \quad (2.21)$$

Où : \mathbf{v}_i est le vecteur **vitesse de translation** du centre de masse du segment i.

$\boldsymbol{\omega}_i$ est le vecteur **vitesse de rotation** du segment i autour de son centre de masse.

I_i est le **moment d'inertie** du segment i autour de l'axe passant par son centre de masse.

Par ailleurs, les vecteurs \mathbf{v}_i et $\boldsymbol{\omega}_i$ s'expriment en fonction des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}$ et des **jacobiennes de base** par :

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{J}_{iv}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.22.a)$$

$$\boldsymbol{\omega}_i = \mathbf{J}_{i\omega}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \quad (2.22.b)$$

Où : \mathbf{J}_{iv} est la **sous-jacobienne linéaire** constituée des trois premières lignes de la jacobienne relative au segment i.

$\mathbf{J}_{i\omega}$ est la **sous-jacobienne angulaire** constituée des trois dernières lignes de la jacobienne relative au segment i.

Les jacobiennes de base relatives à chaque segment \mathbf{J}_i sont obtenues par l'algorithme des torseurs cinématiques. Elles sont données par la concaténation de i colonnes J_{ik} , $k=1\dots i$ comme suit :

$$J_{ik} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{k-1}^0 \wedge (\mathbf{P}_i^0 - \mathbf{P}_{k-1}^0) \\ \mathbf{a}_{k-1}^0 \end{pmatrix} \quad \text{Si articulation k est rotoïde} \quad (2.23.a)$$

$$J_{ik} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{k-1}^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{Si articulation k est prismatique} \quad (2.23.b)$$

Avec : \mathbf{a}_i^0 est le vecteur constitué des trois premiers éléments de la troisième colonne de la matrice T_i^0 . Par convention $\mathbf{a}_0^0 = (0 \ 0 \ 1)^T$.

L'application de (2.22), ..., (2.23) au robot HDG conduit à :

Segment 1 (i=1, k=1) :

$$J_1 = J_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \dot{q}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\omega}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \dot{q}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{pmatrix};$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m_1 \mathbf{v}_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \boldsymbol{\omega}_1^2 = \frac{1}{2} I_1 \dot{q}_1^2 \quad (2.24)$$

Segment 2 (i=2, k=1, 2):

$$J_{21} = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 \\ q_2 C_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad J_{22} = \begin{pmatrix} C_1 \\ S_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad J_2 = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 & C_1 \\ q_2 C_1 & S_1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_2 = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 & C_1 \\ q_2 C_1 & S_1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\dot{q}_1 q_2 S_1 + \dot{q}_2 C_1 \\ \dot{q}_1 q_2 C_1 + \dot{q}_2 S_1 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \boldsymbol{\omega}_2 = \begin{pmatrix} 00 \\ 00 \\ 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{q}_1 \end{pmatrix};$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 \mathbf{v}_2^2 + \frac{1}{2} I_2 \boldsymbol{\omega}_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{q}_1^2 q_2^2 + \dot{q}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 \dot{q}_1^2 \quad (2.25)$$

Segment 3 (i=3, k=1, 2, 3):

$$J_{31} = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 \\ q_2 C_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}; J_{32} = \begin{pmatrix} C_1 \\ S_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_{33} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; J_3 = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 & C_1 & 0 \\ q_2 C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix};$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{pmatrix} -q_2 S_1 & C_1 & 0 \\ q_2 C_1 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -q_2 \dot{q}_1 S_1 + \dot{q}_2 C_1 \\ q_2 \dot{q}_1 C_1 + \dot{q}_2 S_1 \\ -\dot{q}_3 \end{pmatrix}; \boldsymbol{\omega}_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{q}_1 \end{pmatrix};$$

$$K_3 = \frac{1}{2} m_3 \mathbf{v}_3^2 + \frac{1}{2} I_3 \boldsymbol{\omega}_3^2 = \frac{1}{2} m_3 (q_2^2 \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2) + \frac{1}{2} I_3 \dot{q}_1^2 \quad (2.26)$$

L'énergie cinétique totale du robot HDG est donnée par :

$$K = K_1 + K_2 + K_3$$

$$= \frac{1}{2} (I_1 + I_2 + I_3 + (m_2 + m_3) q_2^2) \dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} (m_2 + m_3) \dot{q}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{q}_3^2 \quad (2.27)$$

2.8.3. Formalisme d'Euler-Lagrange :

Le formalisme d'Euler-Lagrange permet d'obtenir directement les relations entre les efforts moteurs, aux articulations, et les équations du mouvement en termes de variables articulaires. Pour chaque articulation, l'équation du mouvement est obtenue comme suit :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial W}{\partial q_i} ; i = 1, \dots, n \quad (2.28)$$

Avec :

$W = K - U$: Lagrangien du système,

n : Nombre de degrés de liberté du robot.

En appliquant l'équation (2.28) à chaque articulation, on obtient :

1^{ère} articulation :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial W}{\partial q_1} = (I_1 + I_2 + I_3 + (m_2 + m_3) q_2^2) \ddot{q}_1 \quad (2.29)$$

2^{ème} articulation :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial W}{\partial q_2} = (m_2 + m_3) \ddot{q}_2 + (m_2 + m_3) q_2 \dot{q}_1^2 \quad (2.30)$$

3^{ème} articulation :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial W}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial W}{\partial q_3} = m_3 \ddot{q}_3 + \frac{1}{2} m_3 g \quad (2.31)$$

Les équations (2.29), (2.30) et (2.31) ensemble peuvent se mettre sous la forme (2.14).

La matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ et le vecteur $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ sont ainsi identifiés aisément :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{bmatrix} I_1 + I_2 + I_3 + (m_2 + m_3) q_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 + m_3 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{bmatrix} 0 \\ (m_2 + m_3) q_2 \dot{q}_1^2 \\ \frac{1}{2} m_3 g \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

L'effort de maintien (*holding torque*) est donné par l'expression :

$$\mathbf{\Gamma}_h = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{2} m_3 g \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

2.9. Conclusion :

Au cours du présent chapitre, nous avons défini la structure du robot HDG, apposée les repères et calculé les matrices de transformations homogènes associées aux différents repères. Pour expliciter les relations mathématiques de base qui lient les deux espaces de coordonnées relatifs à la robotique à savoir l'espace articulaire et l'espace opérationnel, nous avons développé les modèles directs puis inverses.

Le modèle dynamique permet d'exprimer les efforts à développer par les actionneurs équipant les articulations du robot en fonction des positions et vitesses articulaires. Ces efforts permettent de modifier la configuration du robot afin d'atteindre une morphologie désirée et avec des performances dictées dans le cahier des charges.

En exploitant tour à tour la théorie des torseurs cinématiques et le formalisme énergétique d'Euler-Lagrange, nous avons détaillé le modèle du robot HDG et l'avons mis sous forme canonique.

Chapitre III :
Planification de la tâche et
génération de la trajectoire
de référence

3.1. Introduction :

Les robots sont largement utilisés en industrie automobile, fabrication de circuits intégrés, milieux hostiles, pour déplacer, trancher, ébavurer, façonner...etc , voire même en médecine. Ils sont donc dotés de capacités de perception de leur environnement tout en évitant les obstacles. En industrie, le plus souvent ces tâches sont répétitives et exigent une trajectoire bien définie en termes de cinématique et que l'outil du robot doit suivre. La planification de telles trajectoires dans l'espace de travail est une tâche nécessaire à l'accomplissement de la présente étude.

3.2. Définition de la trajectoire :

La génération de trajectoire consiste à calculer pour chaque articulation la position, la vitesse et l'accélération de référence qui assurent le passage de l'outil par l'ensemble des points constituant la trajectoire désirée (planifiée).

L'évolution de la position, la vitesse et l'accélération s'expriment en fonction du temps et constituent les consignes pour le dispositif de commande du robot.

3.3. Génération de la trajectoire désirée :

Dans cette section on s'intéresse à la génération de la trajectoire que doit parcourir l'outil du robot en suivant une courbe ellipso-hélicoïdale dans le sens antihoraire. De plus, l'outil doit démarrer et arriver à vitesse nulle.

Géométriquement, une hélice est un ensemble de points de l'espace dont la somme des distances à deux points fixes, dits foyers, de la projection sur le plan principal xOy est constant, voir **Figure 3.1**.

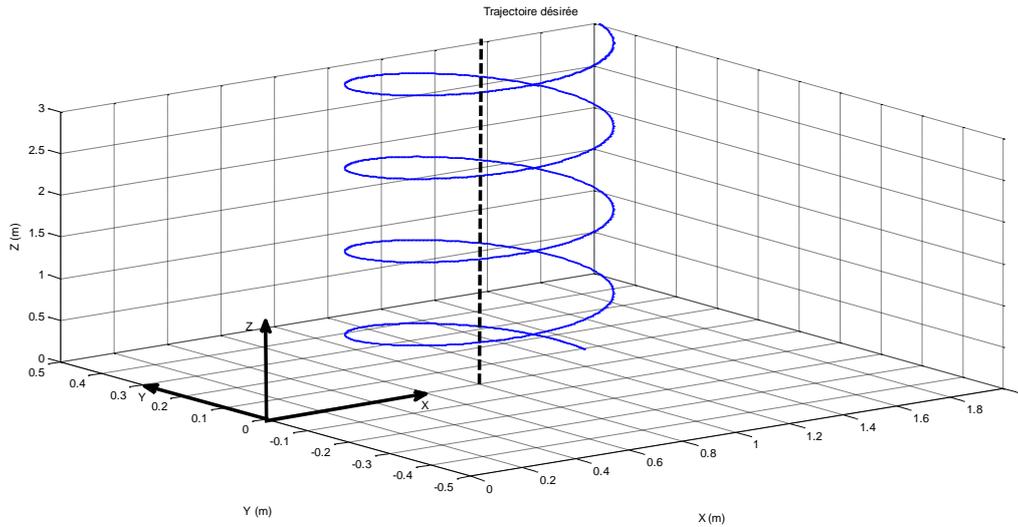


Figure 3.1 : Trajectoire désirée.

L'équation paramétrique de l'hélice s'écrit en fonction de deux paramètres indépendants à savoir :

- L'angle de balayage θ propre à l'ellipse : il varie de $\theta_{\min} = 0 \text{ rad}$ à $\theta_{\max} = 8\pi \text{ rad}$.
- La hauteur γ : elle varie de $\gamma_{\min} = 0 \text{ m}$ à $\gamma_{\max} = 0.5 \text{ m}$.

s'écrit comme suit :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a \cos \theta + x_0 \\ b \sin \theta + y_0 \\ z_0 + \gamma \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

où : $(x_0, y_0, z_0) = (0.8, 0, 0.2)$ représente les coordonnées du centre de l'hélice à l'instant initial.

3.4. Evolution des paramètres de la trajectoire par la loi horaire de type Bang-bang avec palier de vitesse :

La loi bang-bang avec palier de vitesse, appelée aussi loi trapèze, est la loi horaire optimale, parmi celles qui assurent la continuité de la vitesse et de la position, cependant l'accélération reste discontinue. Cette loi convient bien à notre cahier des charges, en effet, le mobile démarre à vitesse nulle ($\dot{\theta}(0) = 0$), accélère jusqu'à atteindre une vitesse maximum $\dot{\theta}_{\max}$ à l'instant t_a qu'il maintient jusqu'à l'instant $t_f - t_a$ puis décélère pour atteindre une vitesse nulle à l'instant final t_f ($\dot{\theta}(t_f) = 0$) (voir la **Figure 3.2**).

D'après la loi Bang-bang, la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ est donnée par :

$$\dot{\theta}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a} t, 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{\theta}_{\max}, t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ \frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a} (t_f - t), t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.2)$$

L'accélération $\ddot{\theta}(t)$ est déduite en dérivant (3.2) par rapport au temps, elle est donnée par :

$$\ddot{\theta}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a}, 0 \leq t \leq t_a \\ 0, t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ -\frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a}, t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.3)$$

La position $\theta(t)$ est obtenue en intégrant les équations de vitesse dans l'intervalle de temps correspondant à chaque étape du mouvement.

Pour $t \in [0, t_a[$:

$$\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} \Rightarrow d\theta = \dot{\theta} dt \quad (3.4)$$

En intégrant les deux membres de (3.4)

$$\int_{\theta}^{\theta(t)} d\theta = \int_0^t \dot{\theta} dt \quad (3.5)$$

Ce qui donne :

$$\theta(t) = \int_0^t \frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a} t dt = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{2t_a} t^2 \quad (3.6)$$

Ainsi la position à l'instant t_a est donnée par :

$$\theta(t_a) = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{2} t_a \quad (3.7)$$

Pour $t \in [t_a, t_f - t_a[$:

$$\dot{\theta}(t) = \dot{\theta}_{\max} \Rightarrow \int_{\theta(t_a)}^{\theta(t)} d\theta = \int_{t_a}^t \dot{\theta}_{\max} dt \quad (3.8)$$

Ce qui donne :

$$\theta(t) = \dot{\theta}_{\max} \left(t - \frac{t_a}{2} \right) \quad (3.9)$$

Ainsi la position à l' instant $t_f - t_a$ est donnée par :

$$\dot{\theta}(t_f - t_a) = \dot{\theta}_{\max} \left(t_f - \frac{3t_a}{2} \right) \quad (3.10)$$

Pour $t \in [t_f - t_a, t_f[$:

$$\dot{\theta}(t) = -\frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a} (t_f - t) \quad (3.11)$$

En intégrant les deux nombres on aura :

$$\int_{\theta(t_f - t_a)}^{\theta(t)} d\theta = \int_{t_f - t_a}^t \frac{\dot{\theta}_{\max}}{t_a} (t_f - t) dt \quad (3.12)$$

Ce qui donne :

$$\theta(t) = \frac{\dot{\theta}_{\max}}{2t_a} (t^2 + t_f^2 - t_a^2 - 2tt_f) + \dot{\theta}_{\max} \left(t_f - 3\frac{t_a}{2} \right) \quad (3.13)$$

A l' instant t_f , la position est donnée par :

$$\theta(t) = -\frac{\dot{\theta}_{\max}}{2t_a} (t_a^2) + \dot{\theta}_{\max} \left(-3\frac{t_a}{2} \right) \quad (3.14)$$

Ou encore :

$$\theta(t_f) = \dot{\theta}_{\max} (t_f - t_a) \quad (3.15)$$

Or le cahier des charges, $\theta(t_f) = 8\pi$ la valeur de $\dot{\theta}_{\max}$ est imposée par l'expression suivantes :

$$\dot{\theta}_{\max} = \frac{8\pi}{t_f - t_a} \quad (3.16)$$

Finalement, la position $\theta(t)$ est donnée par :

$$\theta(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\theta}_{\max}}{2t_a} t^2, 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{\theta}_{\max} \left(t - \frac{t_a}{2} \right), t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ \frac{-\dot{\theta}_{\max}}{2t_a} (t^2 + t_f^2 - t_a^2 - 2t_f t), t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.17)$$

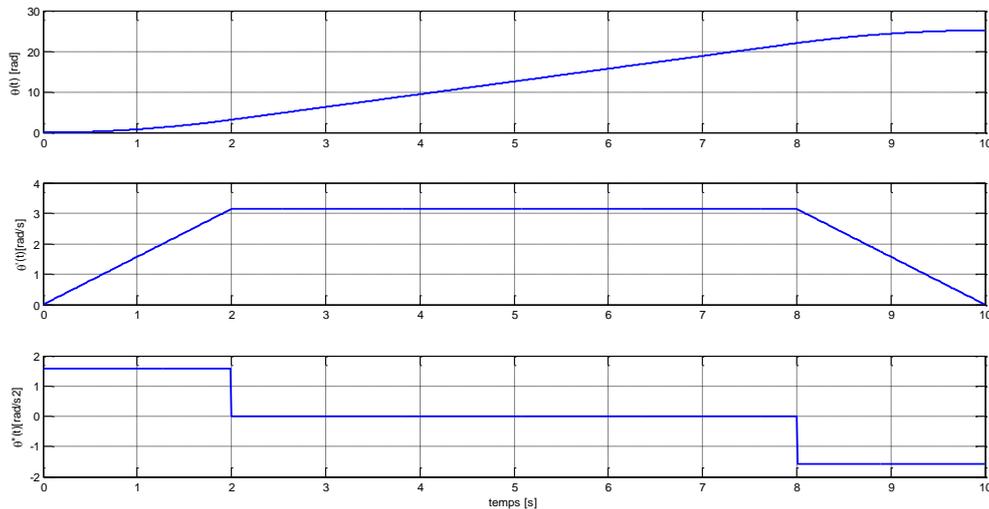


Figure 3.2 : Loi horaire de type Bang-Bang avec palier de vitesse de l'angle de balayage.

Un raisonnement similaire permet d'établir les lois horaires de la hauteur $\gamma(t)$:

$$\gamma(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\gamma}_{\max}}{2t_a} t^2, 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{\gamma}_{\max} \left(t - \frac{t_a}{2} \right), t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ \frac{-\dot{\gamma}_{\max}}{2t_a} (t^2 + t_f^2 - t_a^2 - 2t_f t), t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.18)$$

$$\dot{\gamma}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\gamma}_{\max}}{t_a} t, & 0 \leq t \leq t_a \\ \dot{\gamma}_{\max}, & t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ \frac{\dot{\gamma}_{\max}}{t_a} (t_f - t), & t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.19)$$

$$\ddot{\gamma}(t) = \begin{cases} \frac{\dot{\gamma}_{\max}}{t_a}, & 0 \leq t \leq t_a \\ 0, & t_a \leq t \leq t_f - t_a \\ -\frac{\dot{\gamma}_{\max}}{t_a}, & t_f - t_a \leq t \leq t_f \end{cases} \quad (3.20)$$

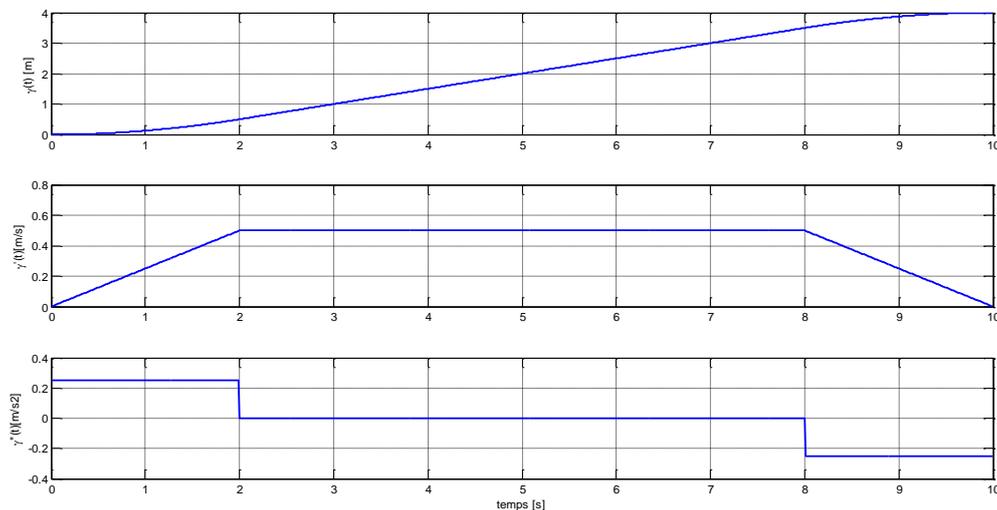


Figure 3.3 : Loi horaire de type Bang-Bang avec palier de vitesse de la hauteur.

3.5. Génération de la trajectoire :

Les générateurs de trajectoires ont pour but de déterminer l'évolution des positions des articulations ou de la situation du robot en fonction du temps. Cette trajectoire référence, une fois transformée dans l'espace articulaire du robot, définira l'entrée du système de commande. Le générateur présente une grande importance car la qualité du mouvement produit dépend étroitement de la continuité de la trajectoire générée ainsi que ses dérivées. Cette qualité

impacte non seulement la précision de suivi du chemin mais aussi la durée de vie du système mécanique [15].

En exploitant (1), les expressions des coordonnées cartésiennes désirées de la pointe de l'outil x_d, y_d, z_d sont donnée par :

$$\begin{cases} x_d = a \cos \theta + x_0 \\ y_d = b \sin \theta + y_0 \\ z_d = z_0 + \gamma \end{cases} \quad (3.21)$$

En notant par \mathbf{X}_{ref} le vecteur position désirée: $[x_d \quad y_d \quad z_d]^T$, on peut écrire :

$$\mathbf{X}_{ref} = \begin{bmatrix} x_0 + a \cos \theta \\ y_0 + b \sin \theta \\ z_0 + \gamma \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Une simple dérivation de \mathbf{X}_{ref} conduit à :

$$\dot{\mathbf{X}}_{ref} = \begin{bmatrix} -a\dot{\theta} \sin \theta \\ b\dot{\theta} \cos \theta \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

De même :

$$\ddot{\mathbf{X}}_{ref} = \begin{bmatrix} -a(\dot{\theta}^2 \cos \theta + \ddot{\theta} \sin \theta) \\ -b(\dot{\theta}^2 \sin \theta - \ddot{\theta} \cos \theta) \\ \ddot{\gamma} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

3.6. Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à la description de la tâche à réaliser par le robot. Cette description se traduit par une trajectoire à suivre par l'outil du robot. Pour la générer, une loi horaire bien adaptée (loi bang-Bang avec palier de vitesse) a été utilisée et à partir de laquelle ont été déduites toutes les grandeurs opérationnelles de références à savoir la position, la vitesse et l'accélération.

Chapitre IV:
Commande robuste en
poursuite de la trajectoire

4.1. Introduction :

La commande d'un robot manipulateur peut être formulée comme la détermination de l'évolution des forces généralisées (forces ou couples) que les actionneurs doivent développer pour garantir l'exécution de la tâche tout en satisfaisant certains critères de performance. En se basant sur l'équation dynamique du robot, différentes techniques ont été utilisées pour la commande des bras manipulateurs, pour cela les contraintes dynamiques du robot doivent être prises en compte et les paramètres qui les caractérisent sont bien identifiés.

4.2. Cahier des charges :

Après avoir planifié la tâche à réaliser par le robot (ellipsoïde hélicoïdal) et déterminé les références en position, vitesse et accélération (chapitre précédent), il reste à calculer une commande pour piloter les actionneurs des différentes articulations du robot afin d'assurer la poursuite de la trajectoire désirée dont dépend uniquement la qualité du produit.

4.3. Techniques de commande classiques :

Différentes techniques ont été utilisées pour la commande des bras manipulateurs. Pour cela, nous citons juste la panoplie de techniques rapportées dans la littérature.

4.3.1. Commande adaptative :

Ce type de techniques vise à corriger les déficiences de la commande par découplage non linéaire, comme la connaissance approximative des paramètres du modèle du robot ou pour s'adapter aux différentes conditions opératoires. Les avantages de ce type de techniques sont évidents, cependant la puissance de calcul demandée au système constitue un inconvénient important [15].

4.3.2. Commande fondée sur une fonction de Lyapunov :

Cette méthode est basée sur une fonction de Lyapunov qui a été utilisée pour la commande des bras manipulateurs de façon satisfaisante pour des tâches de suivi. Particulièrement lorsqu'on cherche à garantir la convergence asymptotique [15].

4.3.3. Commande passive :

Cette technique considère le robot comme un système passif, c'est à dire un système qui dissipe de l'énergie. De telles lois de commande permettent de modifier l'énergie naturelle du robot pour qu'il réalise la tâche. En utilisant le formalisme de Hamilton, la commande cherche à minimiser l'énergie du système en utilisant un bloc non linéaire passif dans la boucle de retour. La commande passive tend à être plus robuste que le découplage non linéaire, lorsque la technique ne recherche pas à annuler les non linéarités [15].

4.3.4. Commande prédictive :

C'est une technique de commande de l'automatique avancée. Elle a pour objectif de commander des systèmes industriels complexes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé [15].

4.4. Commande par couple calculé (*computed torque*) :

Cette technique est aussi connue sous le vocable de commande dynamique ou commande par découplage non linéaire. Lorsque l'application exige des évolutions rapides avec des contraintes dynamiques, la commande doit prendre en compte les forces d'interaction. Ce type de commande considère l'ensemble des articulations et, pour les découpler, utilise la théorie du découplage non linéaire. Cette théorie utilise le modèle dynamique du robot pour le calcul de la loi de commande, ce qui conduit à des lois de commande centralisées non linéaires. La commande par couple calculé permet de synthétiser facilement des régulateurs de robots très efficaces, tout en fournissant un cadre pour rassembler les techniques de commande classiques et quelques techniques de commande modernes.

4.5. Synthèse de la loi de commande par couple calculé :

L'équation dynamique dans l'espace articulaire étant la suivante :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4.1)$$

L'équation dynamique de l'erreur $\mathbf{e} = \mathbf{q}_{ref} - \mathbf{q}$ est choisie de telle manière à ce que la solution de cette dernière soit exponentiellement stable (cahier des charges). Pour atteindre cet objectif, un choix possible est donné par l'équation d'erreur ci-dessous :

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (4.2)$$

Où $\mathbf{K}_p, \mathbf{K}_v$ sont des matrices diagonales définies positives représentant respectivement les gains proportionnels et dérivés.

Autrement dit :

$$(\ddot{\mathbf{q}}_{ref} - \ddot{\mathbf{q}}) + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = \mathbf{0} \quad (4.3)$$

Ou encore,

$$\ddot{\mathbf{q}} = \ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} \quad (4.4)$$

L'équation (4.1) conduit à l'expression de l'accélération suivante :

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (4.5)$$

Par identification de (4.4) et (4.5), on peut écrire :

$$\ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{q}) (\mathbf{\Gamma} - \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) \quad (4.6)$$

Finalement, l'expression de la commande est donnée par :

$$\mathbf{\Gamma} = \mathbf{M}(\mathbf{q}) (\ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \mathbf{K}_v \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e}) + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4.7)$$

La loi de commande donnée par (4.7) est représentée à la **Figure 4.1**.

Il faut noter que cette loi de commande, qui utilise la technique de linéarisation, exige la connaissance parfaite du modèle dynamique notamment, la matrice \mathbf{M} et le vecteur \mathbf{H} . Cela représente un inconvénient majeur du point de vue robustesse de la commande aux incertitudes de modélisation qui sont, dans la plus part des cas, inévitables [11].

Une des solutions au problème de robustesse de la commande par couple calculé est l'introduction d'un terme d'estimation non adaptatif dans la loi de commande [16][17].

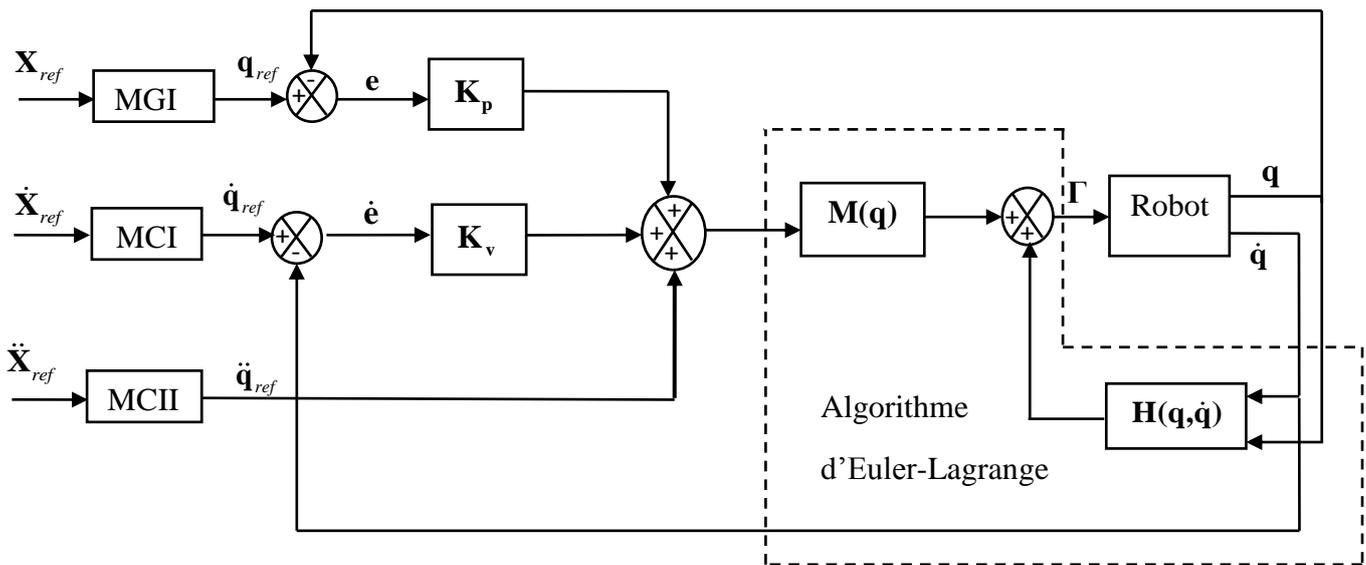


Figure 4.1. Schéma de commande par couple calculé dans l'espace articulaire.

Simulation et discussion :

Pour simuler le fonctionnement du robot commandé par le couple calculé, nous avons élaboré un programme MATLAB implémentant la méthode de Runge-Kutta pour la résolution des équations différentielles ordinaires.

Paramètres du robot :

Masse en Kg : $m_1 = 0.5, m_2 = 0.3, m_3 = 0.1$

Longueurs en m : $L = 1.00$

Moment d'inertie en $K.m^2$: $I_1 = 0.1, I_3 = I_4 = 0.02$

On impose à l'équation d'erreur désirée (4.2) un temps de réponse $t_r = 0.3s$ (la pulsation naturelle est $\omega_n = 10 rad/s$) et un amortissement $\xi = 0.7$ ce qui donne :

$$K_p = 100 \times blockdiag([1 \ 1 \ 1]) ; k_v = 14 \times blockdiag([1 \ 1 \ 1])$$

Deux situations de fonctionnement du robot sont considérées à savoir :

Situation normale : aucune incertitude de modélisation n'est considérée.

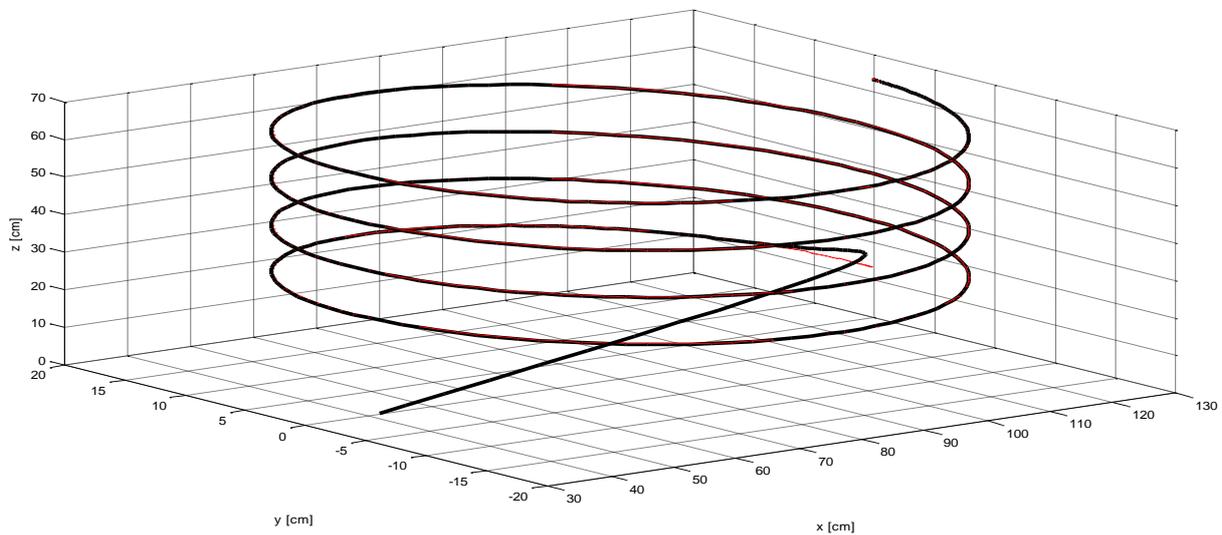
Situation de défaillance : des incertitudes de modélisation de 20% sur la matrice d'inertie $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ et de 70% sur le vecteur $\mathbf{H}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ sont considérées.

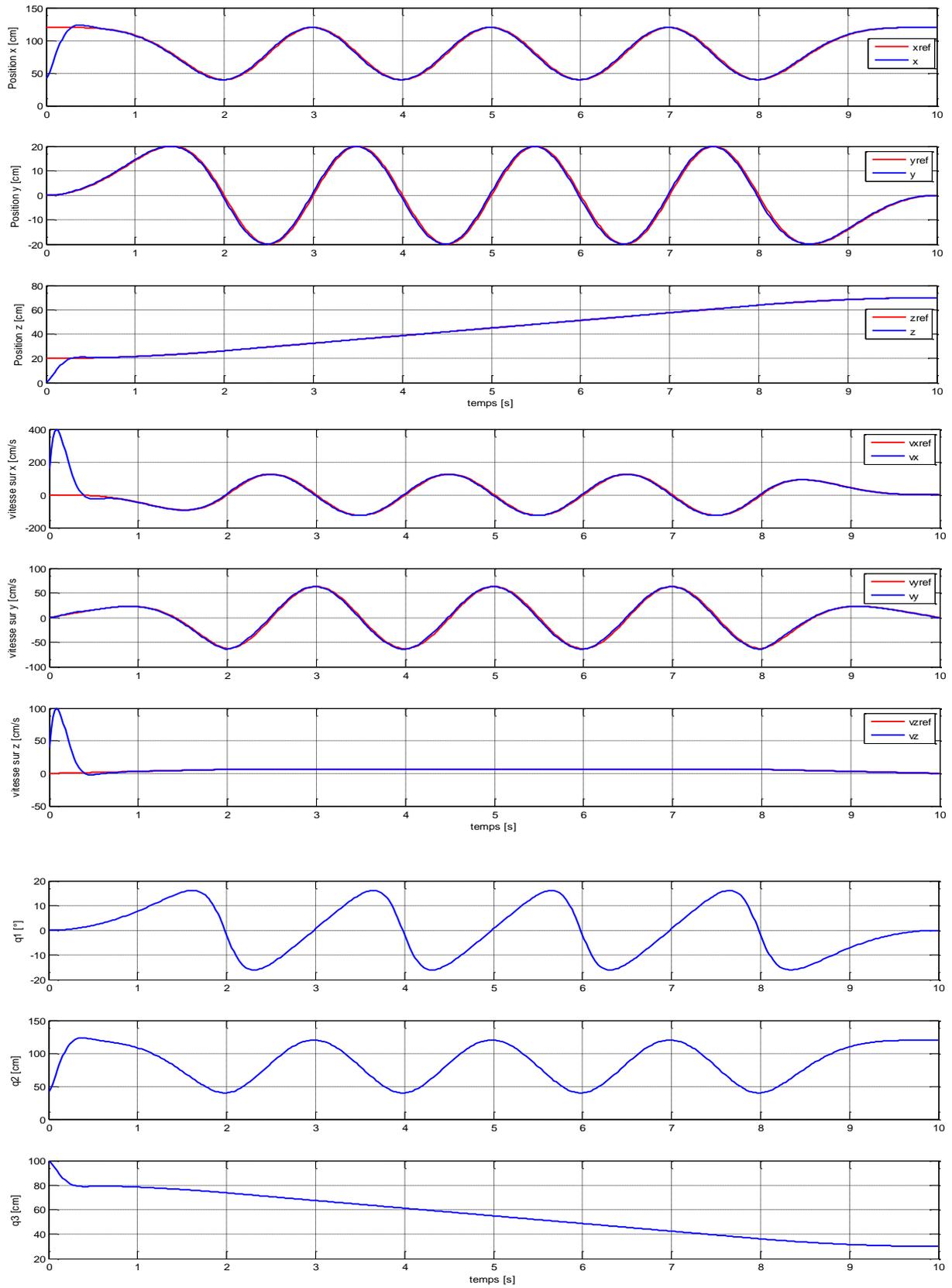
Pour chaque situation, un indice de performance est calculé comme suit IAE:

$$I = \int_0^{+\infty} \|\mathbf{e}(\tau)\| d\tau \quad (3.8)$$

Cet indice quantifie la norme de l'écart entre la position désirée et la position réelle de l'outil. Par conséquent, il mesure l'efficacité du système de commande du robot.

Les résultats de simulation sont donnés aux **Figures 4.2** et **4.3** :





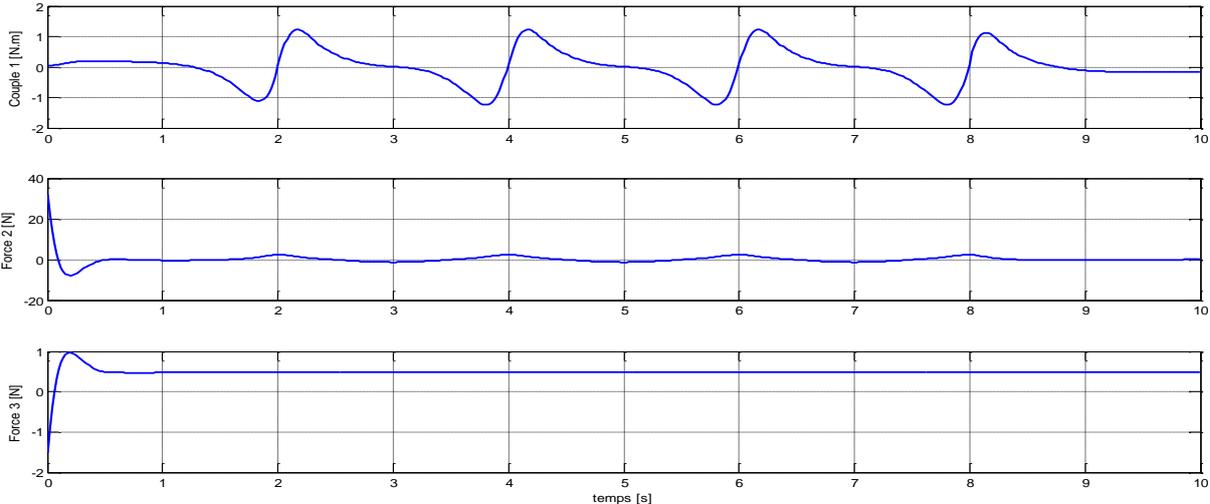
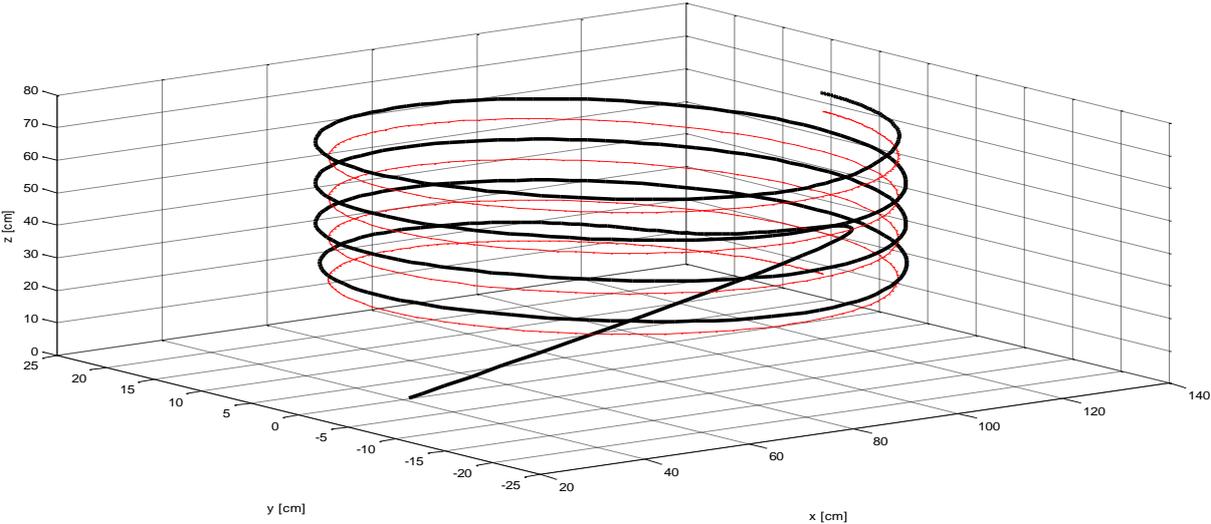
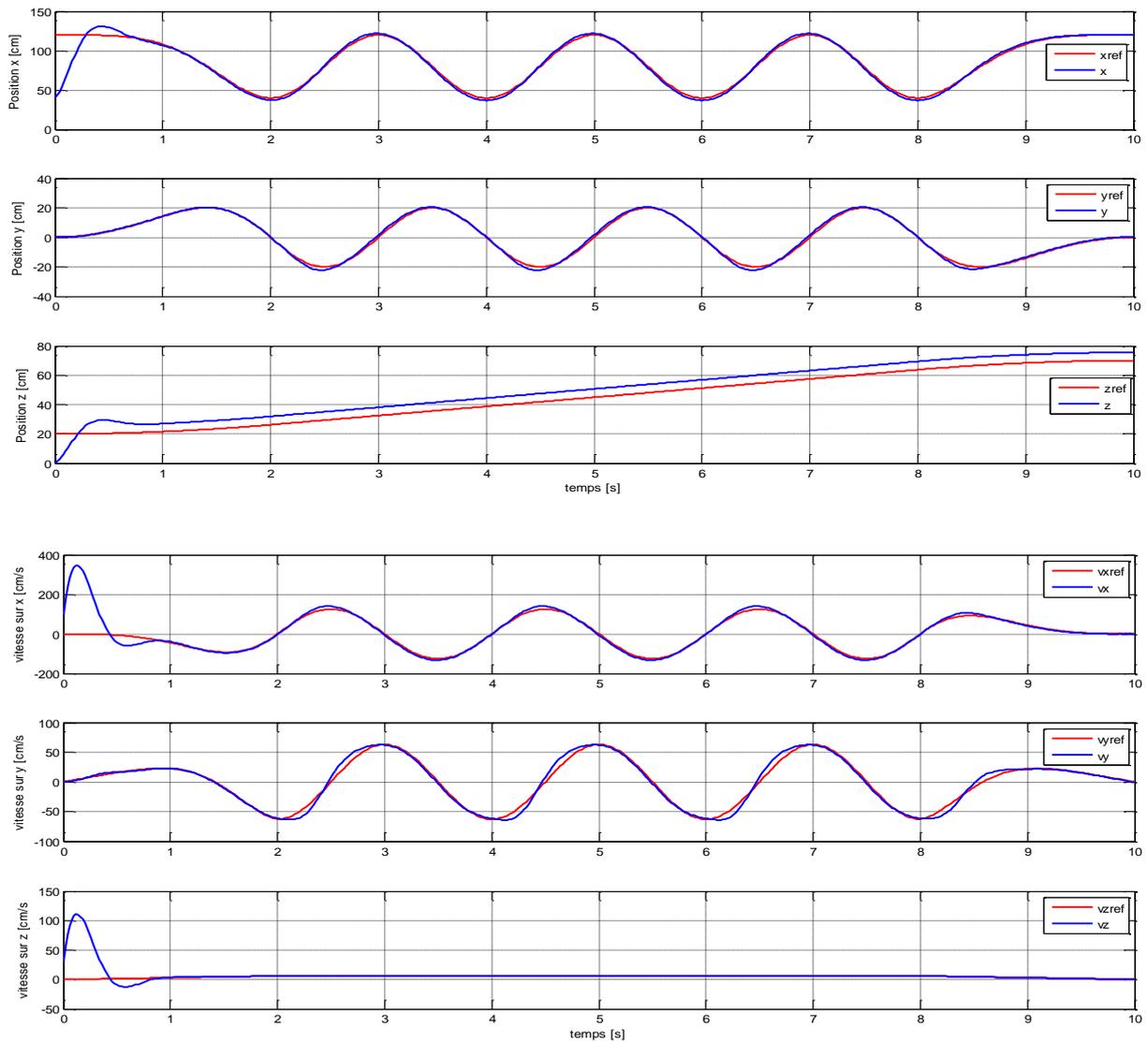


Figure 4.2 : Réponse du système en situation normale ($I= 27.22\%$).





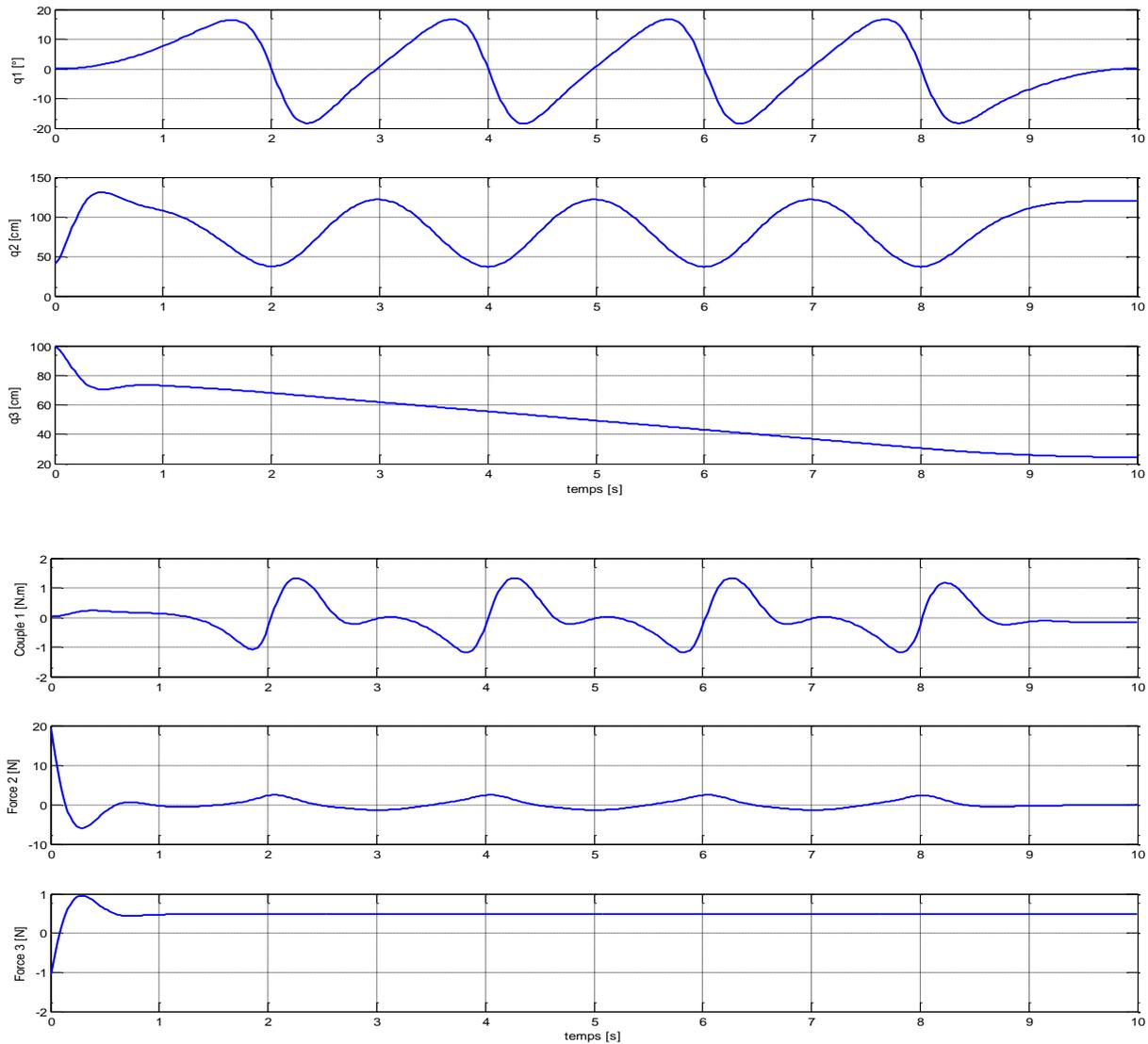


Figure 4.3 : Réponse du système en situation de défaillance ($I=73.80\%$).

D'après les résultats de simulation donnés aux **Figures (4.2) et (4.3)**, il est clair que la propriété d'atteignabilité est satisfaite avec une continuité des mouvements opérationnels et articulaires. De même, la propriété de répétabilité est effective avec des mouvements continus dans les deux espaces. En effet, les mouvements en x et y sont quasi-périodiques sur le palier de vitesse.

L'analyse des courbes relatives aux efforts développés montre qu'ils sont admissibles et loin des limites des actionneurs. La commande par couple calculé (linéarisante) s'avère donc très performante et donne de bons résultats dans le cas où le modèle est certain. Néanmoins, dans la situation de défaillance les performances du système de commande sont très dégradées et la poursuite est pratiquement perdue.

4.5. Commande par retard temporel ou TDC (*Time Delay Control*) :

Les algorithmes de commandes les plus simples et les plus utilisés sont basés sur la théorie classique de commande. Dans beaucoup d'applications, cependant, la dynamique du système peut être non linéaire, temps-variante voire même inconnue. Les dynamiques des robots sont inévitablement non linéaires et peuvent ne pas être bien connues. Beaucoup de systèmes sont astreints à fonctionner dans une petite plage de leur véritable domaine de fonctionnement comme les servomoteurs qui doivent fonctionner dans la partie linéaire du domaine de fonctionnement pour une commande précise. Souvent pour assurer des performances satisfaisantes, les restrictions sur le fonctionnement des systèmes limitent leur utilité.

Afin de contrecarrer les effets des incertitudes et des perturbations, il faut faire recours aux techniques de commande dites robustes.

La commande par mode glissant est une commande robuste passive, le choix adéquat du gain de commande permet d'anticiper sur les effets des erreurs de modélisations et éventuellement les signaux perturbateurs et non connues à priori.

Il existe une autre classe de commandes robustes dites actives. L'idée est d'ajouter dans la loi de commande un terme qui permet d'estimer les incertitudes et les perturbations puis les compenser dans la loi de commande. La détermination de ce terme dépend de la connaissance à priori des incertitudes et/ou des perturbations. Or, par nature, celles-ci sont inconnues.

A l'inverse de la commande adaptative qui utilise les informations actuelles pour prédire les perturbations, le principe de la commande TDC repose sur l'estimation des incertitudes à partir des informations passées ou retardées dans le temps.

Pour détailler encore, la TDC initialement proposée par Kamal Youcef TOUMI, ne dépendait pas de la connaissance de la dynamique du système, les fréquences de commutation ou la commande discontinue. L'algorithme de commande original nécessite l'estimation de la dérivée du vecteur d'état afin d'estimer, à travers le retard temporel (time Delay), les effets courants des dynamiques inconnues et les perturbations associées au modèle de commande. Le régulateur utilise l'information globale pour supprimer les dynamiques inconnues et les perturbations simultanément et insérer par la suite les dynamiques désirées dans le modèle de commande pour modifier directement la commande plutôt que d'ajuster les gains du régulateur. L'algorithme de commande TDC a été appliqué à plusieurs systèmes par

simulation et par expérimentation. Les résultats ont été généralement très favorables avec des performances s'accordant bien avec les performances désirées.

Bien que la commande TDC ait connu des développements importants, nous nous limitons dans notre travail à étudier la TDC de base avec **les modes glissants**. Spécifiquement, la dynamique et les perturbations inconnues sont estimées en utilisant des méthodes de d'extrapolation simple et pour éviter la théorie compliquée de sa stabilité, nous avons jugé utile d'ajouter un terme de compensation des erreurs d'estimation basé sur les modes glissants [18].

Le retard temporel joue un rôle important dans la dynamique des systèmes robotiques dans certaines applications de suivi de trajectoires.

4.6. Synthèse de la loi de commande par retard temporel et modes glissant :

L'équation dynamique dans l'espace articulaire étant la suivante :

$$\Gamma = \mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4.9)$$

Si $\Delta(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ représente les erreurs de modélisation et $\bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})$ et $\bar{\mathbf{H}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ les valeurs nominales de $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ et $\mathbf{H}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ à l'instant actuel t alors, (4.9) s'écrira comme suit :

$$\Gamma = \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{H}}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \Delta(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \quad (4.10)$$

ou encore,

$$\Gamma(t) = \bar{\mathbf{M}}(t)\ddot{\mathbf{q}}(t) + \bar{\mathbf{H}}(t) + \Delta(t) \quad (4.11)$$

Etant donné que la matrice d'inertie est inversible, il existe toujours $\delta(t)$ une perturbation équivalente ramenée du côté accélération telle que :

$$\Delta(t) \approx \bar{\mathbf{M}}(\mathbf{q})\delta(t) \quad (4.12)$$

Cela permet de réécrire (4.11) comme suit :

$$\Gamma(t) = \bar{\mathbf{M}}(t)(\ddot{\mathbf{q}}(t) + \delta(t)) + \bar{\mathbf{H}}(t) \quad (4.13)$$

Soit T un retard temporel suffisamment petit (de quelques périodes d'échantillonnage dans le cas d'un asservissement numérique), le principe de la TDC stipule que la perturbation $\delta(t)$ varie peu et par conséquent celle-ci peut être approchée ou estimée par :

$$\hat{\delta}(t) \simeq \delta(t-L) \quad (4.14)$$

L'utilisation de (4.13) et le fait que la matrice $\bar{\mathbf{M}}$ est inversible permettent d'écrire :

$$\hat{\delta}(t) \simeq \bar{\mathbf{M}}^{-1}(t-L) \left(\Gamma(t-L) - \bar{\mathbf{H}}(t-L) \right) - \ddot{\mathbf{q}}(t-L) \quad (4.15)$$

Il est à noter que, par principe, l'estimée $\hat{\delta}(t)$ est biaisée. Si le biais est noté ε alors,

$$\delta(t) \simeq \hat{\delta}(t) + \varepsilon \quad (4.16)$$

Si les conditions d'applicabilité de la TDC sont favorables alors, il est possible de considérer que l'erreur d'estimation est bornée. Autrement dit, il y a trois constantes positives $\bar{\varepsilon}_i$, $i=1 \dots 3$, telles que :

$$|\varepsilon_i| < \bar{\varepsilon}_i \quad (4.17)$$

La surface de glissement qui garantisse la poursuite de la trajectoire peut être choisie comme suit [13]:

$$\mathbf{S} = \dot{\mathbf{e}} + \Lambda \mathbf{e} \quad (4.18)$$

où : $\Lambda = \text{blockdiag}(\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3)$ et $\lambda_i > 0$.

Pour stabiliser l'erreur de poursuite, la loi de commande (4.19) est proposée :

$$\Gamma(t) = \bar{\mathbf{M}}(t) \left(\ddot{\mathbf{q}}_{ref}(t) + \Lambda \dot{\mathbf{e}}(t) + \hat{\delta}(t) + \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(t)) \right) + \bar{\mathbf{H}}(t) \quad (4.19)$$

ou :

$$\mathbf{K} = \text{blockdiag}(k_1 \quad k_2 \quad k_3) \text{ et } k_i > \bar{\varepsilon}_i. \quad (4.20)$$

Remarque : la relation (4.19) montre que la commande est constituée d'une partie continue appelée commande équivalente $\Gamma_{eq}(t) = \bar{\mathbf{M}}(t) \left(\ddot{\mathbf{q}}_{ref}(t) + \Lambda \dot{\mathbf{e}}(t) + \hat{\delta}(t) \right) + \bar{\mathbf{H}}(t)$ et d'une partie discontinue $\Gamma_{dis}(t) = \bar{\mathbf{M}}(t) \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(t))$.

Théorème : la loi de commande (4.19) sous la condition (4.20) stabilise les erreurs de poursuite en position et en vitesse, asymptotiquement.

Preuve : la fonction de Lyapunov définie positive et radialement non bornée V est choisie telle que :

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} = \sum_{i=1}^3 s_i \dot{s}_i \quad (4.21)$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T \dot{\mathbf{S}} \quad (4.22)$$

L'exploitation de (4.18) et (4.22) conduit à :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{S}^T (\ddot{\mathbf{e}} + \Lambda \dot{\mathbf{e}}) \\ &= \mathbf{S}^T (\ddot{\mathbf{q}}_{ref} - \ddot{\mathbf{q}} + \Lambda \dot{\mathbf{e}}) \end{aligned} \quad (4.23)$$

En remplaçant dans (4.23) $\ddot{\mathbf{q}}$ par son expression déduite de (4.13), il vient :

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T (\ddot{\mathbf{q}}_{ref} + \Lambda \dot{\mathbf{e}} - \bar{\mathbf{M}}^{-1}(t) (\mathbf{\Gamma}(t) - \bar{\mathbf{H}}(t)) + \boldsymbol{\delta}(t)) \quad (4.24)$$

L'insertion de la commande $\mathbf{\Gamma}(t)$ donnée par (4.19) dans (4.24) conduit à :

$$\dot{V} = \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\delta}(t) - \hat{\boldsymbol{\delta}}(t) - \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(t))) \quad (4.25)$$

En utilisant (4.16), il vient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \mathbf{S}^T (\boldsymbol{\varepsilon}(t) - \mathbf{K} \text{sign}(\mathbf{S}(t))) \\ &= \sum_{i=1}^3 \varepsilon_i s_i - k_i |s_i| \end{aligned} \quad (4.26)$$

Il en résulte que \dot{V} peut être majorée comme suit :

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^3 (|\varepsilon_i| - k_i) |s_i| \quad (4.27)$$

En prenant en compte la condition (4.20), il vient :

$$\dot{V} \leq -\rho \sum_{i=1}^3 |s_i| \quad (4.28)$$

avec $\rho = \min_{i=1, \dots, 3} \{k_i - \bar{\varepsilon}_i\}$.

Cela démontre que \dot{V} est définie négative. Par conséquent, toutes les grandeurs sont bornées de plus, la surface \mathbf{S} converge en temps fini vers zéro [19].

En régime de glissement, $\mathbf{S} \equiv \mathbf{0}$ et l'équation différentielle régissant l'erreur de poursuite \mathbf{e} est :

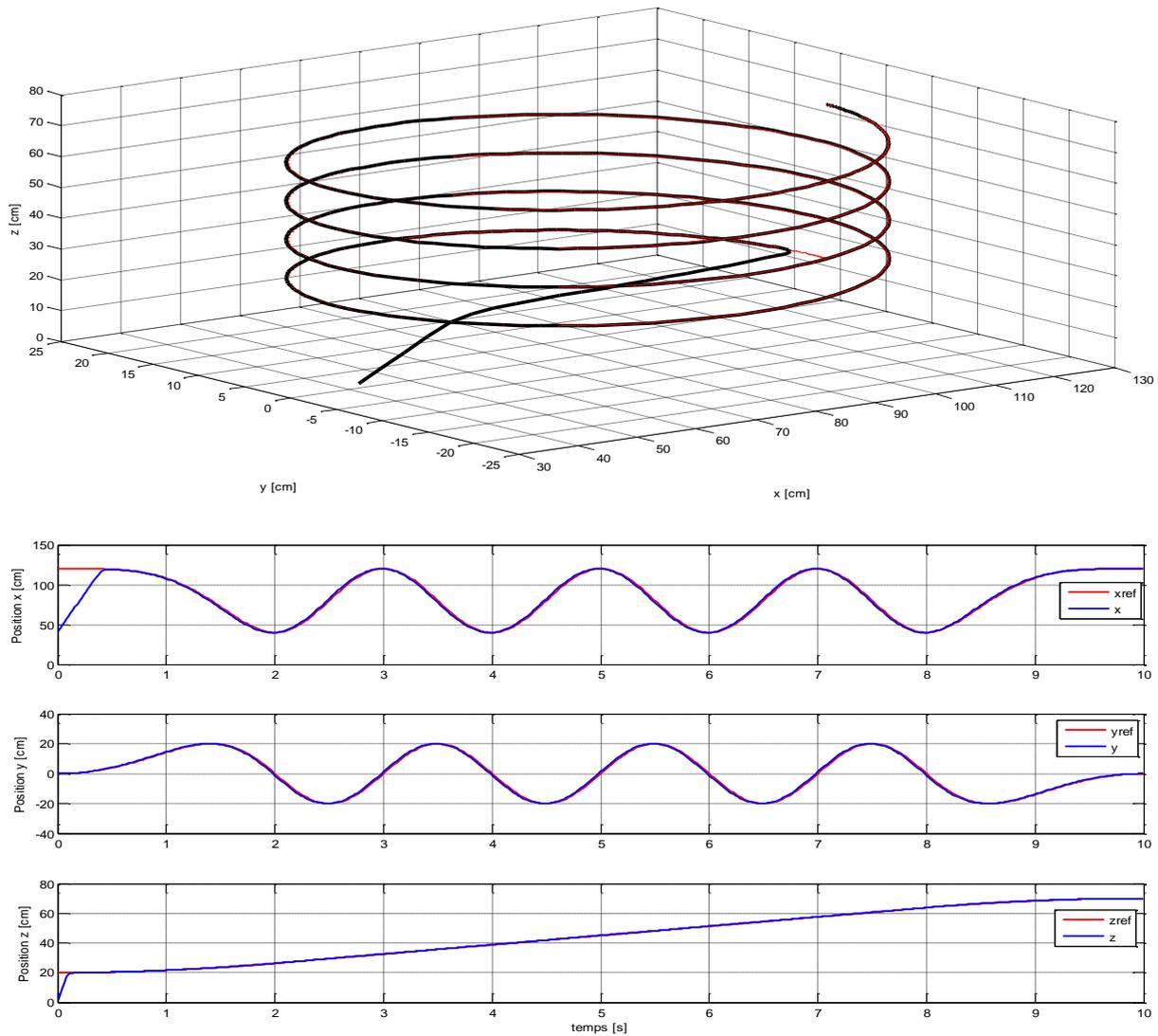
$$\dot{\mathbf{e}} = -\Lambda \mathbf{e} \tag{4.28}$$

qui admet pour solution $\mathbf{e}(t) = \mathbf{e}(0)e^{-\Lambda t}$. Il s'en suit que les erreurs de poursuite en position et en vitesse sont asymptotiquement stable. Cela achève la preuve du théorème.

Simulation et discussion :

La même situation de défaillance et le même indice de performance que ceux de la commande par couple calculé, sont considérés.

Les résultats de simulation sont donnés à la **Figure 4.4**.



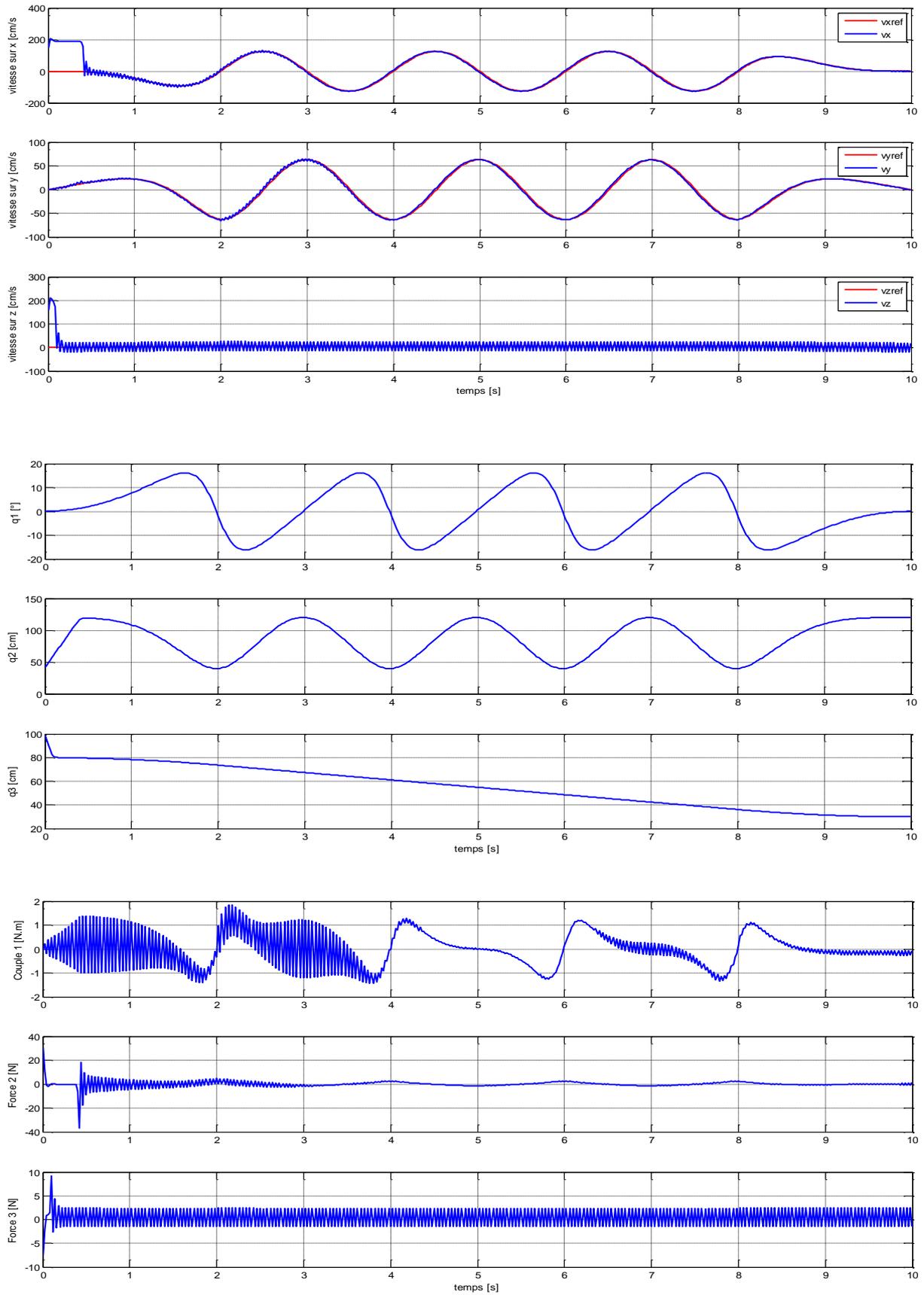


Figure 4.4 : Réponse du système en situation de défaillance ($I= 32.55\%$).

D'après les résultats de simulation donnés à la **Figure 4.4**, il est clair qu'en situation de défaillance, les propriétés d'atteignabilité et de répétabilité sont satisfaisantes. De plus, l'analyse des courbes relatives aux efforts développés montre qu'ils sont admissibles et loin des limites des actionneurs bien qu'ils soient affectés par le phénomène de chattering auquel il faut faire face [19].

4.7. Conclusion

Le présent chapitre a été consacré à la modélisation et à la commande du robot HDG proposé au chapitre II. Nous avons cité quelques techniques de commandes connues dans la littérature dédiée à la commande des robots puis détaillé la commande par couple calculé, comme approche idéale pour la commande des robots. Pour pallier aux insuffisances de la commande par couple calculé, la commande par retard temporel et modes glissants, objet du présent travail, a été synthétisée. Ces techniques de commande ont été appliquées au robot HDG dans l'objectif de suivre une trajectoire test de type ellipsoïdo-hélicoïdal.

Dans le cas où le robot est commandé par la TDC, les résultats de simulations en situation de défaillance ont montré que les propriétés d'atteignabilité et de répétabilité, très exigées en robotique industrielle, sont effectives et performantes et que les mouvements opérationnels et articulaires sont continus avec des efforts de commande admissibles.

Conclusion générale

Conclusion Générale

Le travail développé dans ce mémoire porte sur la modélisation et la commande d'un bras manipulateur à trois degrés de liberté ayant une structure SCARA en utilisant la commande à retard temporel.

Les modèles géométriques et cinématiques directs et indirects et le modèle dynamique ont été établis en exploitant la structure du robot et la technique de description de la géométrie des robots par les paramètres de Denavit – Hartenberg. Les modèles obtenus décrivent, de manière assez complète, le passage entre l'espace articulaire et l'espace des tâches. De plus, ils permettent de synthétiser une loi de commande pour conduire le robot à réaliser la tâche désirée.

Afin d'assurer un meilleur suivi de la trajectoire désirée, un certain nombre de contraintes imposés par le cahier des charges doivent être respectés pour un produit de meilleure qualité.

En utilisant la loi Bang – bang avec palier de vitesse, la position de l'organe terminal ainsi que sa vitesse et son accélération sont calculées en fonction du temps de manière à avoir un modèle mathématique générateur de la trajectoire.

Afin de tester le fonctionnement du robot, nous avons choisi d'appliquer deux techniques de commande non linéaires : la commande par couple calculé conventionnel et la commande par modes glissant à retard temporel.

A la lumière des résultats de simulation obtenus dans la situation normale, les deux techniques de commande révèlent de bonnes performances en poursuite de trajectoire. Cependant en situation de défaillance, seule la commande par modes glissants à retard temporel est capable de maintenir des performances acceptables.

Au final, il serait intéressant d'élargir le champ d'application de la technique de commande par modes glissants à retard temporel aux robots redondant en évitement d'obstacles ou d'utiliser des observateurs d'état étendus pour voir s'il est possible d'améliorer les performances de la commande.

Références bibliographiques

BIBLIOGRAPHIE

[1] : Rahmani N, « Etude et Conception d'un robot marchant » Mémoire de fin d'étude Université Mohamed Khider Biskra, Algérie, 2013/2014.

[2] : Ait Dahmane Kahina, Ait Ziane Meziane, « Conception et Réalisation d'un Bras Manipulateur Commandé par API » Université de Khemis Miliana, Algérie, 2014/2015.

[3] : cloudfront, « chapitre : I Généralités sur les robots mobiles ».

[4] : www.roboticbeast.com « les-différents-types-de-robot-1 », Dernière modification de cette page le 20 septembre 2012.

[5] : www.usinenouvelle.com, « La Robotique Industrielle », Dernière modification de cette page le 17 avril 2015.

[6] : CHAAL Merouane, « Modélisation cinématique d'un robot manipulateur à chaîne continue ouverte » Université Kasdi Merbah, Ouargla, 2012/2013.

[7] : Bétemps M, Jutard A, « Analyse et modélisation des robots manipulateurs ».

[8] : Pruski A, « La robotique Générale », Maître de conférences à l'université de Metz, 1988.

[9] : Takhi H, « Conception et Réalisation D'un Robot Mobile à Base d'Arduino », Université Amar Telidji, Algérie, 2014.

[10] : Cherfia A, « Analyse Cinématique Des Robots Parallèles » Thèse de Doctorat, Université Mentouri Constantine, Algérie, 2007.

[11] : SPONG M. W., VIDYASAGAR M., « Robot Dynamics and Control », Quinn-Woodbine, USA, 1981.

[12] : CRAIG J.J., « Introduction to Robotics : Mechanics and control, 2nd Edition », Addison-Wesley Publishing Company, 1999.

[13] : KHALIL W., DOMBRE E., « Modélisation, identification et commande des robots », 2^{ème} édition revue et augmentée, Hermès publications, Paris, 1999.

[14] : Broquere X., « Planification de Trajectoire Pour la Manipulation D'objets et L'interaction homme-robot », Thèse de Doctorat de Université de Toulouse, France, 2011.

[15] : Herrera Aguillar I., « commande des bras manipulateurs et retour visuel pour des applications à la robotique de service », Thèse de Doctorat de Université de Toulouse III, France, 2007.

[16] : A HAMACHE, M.O. BENSIDHOUM, H. CHEKIREB (2016). « Adaptive sliding mode with time delay control based on convolutions for power flow reference tracking using VSC-HVDC system ».Turkish journal of electrical Engineering and Computer Sciences, 2016, ISSN : 1300-0632, Vol.25, No.2, 2017, pp.22149-2162.DOI :3906/elk-1602-277.

[17] : A HAMMACHE, M.O.BENSIDHOUM, H.CHEKIREB(2016). « Sliding Mode Control with Time Delay Disturbance Estimator for power Flow Control Using VSC-HVDC ».Mediterranean journal of Measurement and Control, 2016, ISSN : 1743-9310, Vol.12, No.2, 2016, pp.580-588.

[18] : K.Youcef-Toumi and F.Kondo, « TIME DELAY CONTROL », IEEE American Control Conference, 1989, pp.1912-1917.

[19] : UTKIN V.I., « Variable Structure Systems With Sliding Modes : A Survey », IEEE Transactions on Automatic Control, VOL.AC-22, No.2, April 1977, p.212-222.