



République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Faculté des Sciences
Département de Mathématiques

Mémoire de fin d'étude

En vue d'obtention du diplôme Master en Mathématiques Appliquées
Spécialité : Recherche Opérationnelle

Planification du Déploiement de la fibre optique, Wilaya de Tizi-Ouzou

Réalisé par :
Si Youcef Djamila
Mameri Milissa

Devant le jury d'examen composé de :

Mr Merakeb Abdelkader	Professeur	UMMTO	Promoteur
Mr Belhadj Abdelaziz	M.A.A.	UMMTO	Président
Mr Kasdi Kamal	M.A.A.	UMMTO	Examinateur

Année universitaire : 2024 – 2025

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu Tout-Puissant, de nous avoir donné la force, la patience et le courage nécessaires afin d'accomplir ce travail.

Nos sincères remerciements vont également à notre promoteur Mr Merakeb Abdelkader, pour son précieux encadrement, ses recommandations et son soutien tout au long de ce mémoire.

Nous souhaitons également exprimer notre profonde gratitude à notre co-encadreur en entreprise, Mr Lallouche Soufyane, pour son suivi, son aide précieuse et ses recommandations tout au long de notre stage pratique

Nous exprimons également notre profonde gratitude aux membres du jury, pour l'honneur qu'ils nous font en acceptant d'évaluer ce mémoire.

Notre reconnaissance s'étend par ailleurs à l'ensemble des enseignants de notre département, ayant, de près ou de loin, pris part à notre formation.

Pour conclure, notre reconnaissance s'étend à toutes les personnes ayant apporté leur contribution à la réalisation de ce mémoire.

Dédicace

Avant tout, je rends grâce à Dieu Tout-Puissant, Pour m'avoir donné la force et la patience d'accomplir ce travail. Sans Sa volonté, rien n'aurait été possible.

À mes parents, Ma fierté, mes racines, le fondement de ce que je suis.

À ma mère Farida, Mon pilier, mon exemple, ma plus grande richesse. Tu représentes tout pour moi, ton amour a été la lumière qui m'a guidée à chaque étape

À mon père Rabah, le premier homme de ma vie, protecteur silencieux et cœur immense.

Merci pour votre amour inconditionnel, votre soutien sans faille et votre présence rassurante, qui ont été la clé de mes réussites.

À mes deux grands frères, Vous êtes mes yeux dans ce monde, mes piliers silencieux, mes gardiens. Être votre unique petite sœur est une fierté que je porte au cœur.

À mon grand frère Lyes, Toujours présent, comme un second père. Sa sagesse, son soutien et son attention m'ont guidée tout au long de ce parcours avec douceur et bienveillance.

À mon frère Massi, Un frère un ami et un complice. Sa présence a réchauffé mon cœur, dans les moments les plus simples comme dans les plus durs.

À ma belle-sœur Fazia, Ma grande sœur de cœur, douce et présente. Merci d'avoir embelli ma vie par ton soutien et ton affection.

À ma nièce Ryma, ma douce princesse, le rayon de lumière de notre famille. Ton innocence, ton sourire et ta tendresse ont été mon refuge dans les moments les plus durs. Avec tout mon amour infini.

À mon neveu Adem, le petit prince. Si petit, et déjà si précieux dans mon cœur, il représente une douce étoile au sein de notre famille. Son innocence est le symbole de pureté et d'espoir en l'avenir.

À Massil une personne chère, source d'inspiration, ta présence a été un refuge, ton soutien une force face aux doutes tout au long de ce parcours. Avec affection et reconnaissance, je te dédie ce mémoire.

À ma cousine Amel ma petite sœur, toujours présente avec tendresse et attention. Ta présence m'a souvent réconfortée, tes paroles m'ont apaisée, et ton affection sincère a toujours compté pour moi.

À mon amie d'enfance Nawel, ma confidente, ma complice depuis toujours. Merci d'avoir été présente dans les moments de joie comme dans ceux de peine. Ton amitié est un pilier essentiel dans ma vie.

À mes amies, Pour leur patience, leur écoute et leur précieux soutien.

Et enfin, à ma binôme avec qui j'ai eu le plaisir de partager les efforts, les doutes, les réussites, et cette expérience. Je la remercie sincèrement pour son sérieux, sa complicité et la confiance témoignée tout au long de ce travail commun.

SI Youcef Djamila

Dédicace

Avant tout, je remercie Dieu pour Sa guidance, Sa protection et la force qu'Il m'a accordée tout au long de ce parcours.

Je dédie ce travail avec tout mon amour et ma profonde reconnaissance à ma chère mère Dalila, pilier de ma vie, dont le soutien inconditionnel, les sacrifices silencieux et les prières constantes m'ont toujours portée vers l'avant.

À la mémoire de mon père Slimane, paix à son âme, dont l'amour, les valeurs et la sagesse continuent de m'accompagner chaque jour.

À ma grande sœur Thiziri, modèle de bienveillance, de sagesse et de soutien constant, et à son époux Abderrahmane, pour leur présence, leurs conseils et leur tendresse qui m'ont tant apporté.

À ma petite sœur Malak, adolescente pleine de douceur et d'intelligence. Ta tendresse et ta bienveillance sont un refuge que j'apprécie profondément.

À mon neveu Aïden, rayon de lumière dans ma vie. Ton innocence, ta joie spontanée et ton amour pur ont été pour moi une source de réconfort et d'énergie, même dans les moments les plus exigeants.

À mon oncle Mokrane, pour son soutien sincère et ses encouragements qui m'ont toujours touchée et motivée à donner le meilleur de moi-même.

À mes amis, pour leur patience, leur écoute, leurs mots réconfortants et leur présence authentique, même dans les moments de fatigue et d'incertitude.

Et enfin, à ma binôme Djamila, avec qui j'ai partagé les efforts, les doutes, les réussites et cette belle aventure. Merci pour ta rigueur, ta complicité et ta confiance tout au long de notre travail commun.

À vous tous, je dédie ce mémoire, fruit d'un long chemin d'efforts, de réflexions et de belles énergies partagées.

Milissa Mameri

Table des matières

Remerciements	1
Dédicace	2
Dédicace	3
Introduction générale	10
1 La fibre optique et la télécommunication	12
1.1 Introduction	12
1.2 Les télécommunication en Algérie	12
1.3 La Fibre Optique	13
1.3.1 Historique et évolution de la fibre optique :	13
1.3.2 Définition de la fibre optique :	14
1.3.3 Structure de la fibre optique :	14
1.3.4 Types de fibres optique :	15
1.3.5 Comparaison entre les différents types de la fibre optique :	16
1.3.6 Le fonctionnement de la fibre optique :	16
1.4 Qu'est-ce que le réseau FTTX	17
1.4.1 Les différents configurations FTTx :	17
1.4.2 Applications des réseaux FTTx :	19
1.5 Différents types de câbles à fibre optique	19
1.6 Durée de vie d'un câble à fibre optique	22
1.7 Comparaison des câbles à fibre optique et en cuivre	22
1.8 La fibre optique et l'Asymmetric Digital Subscriber Line (ADSL)	23
1.9 Les applications de la fibre optique	24
1.10 Les avantages et les inconvénients de la fibre optique	26
1.11 Conclusion	26
2 Algérie Télécom et le déploiement de la fibre en Algérie	28
2.1 Introduction	28
2.2 Présentation Générale d'Algérie Télécom et de sa Structure Organisationnelle	28
2.2.1 Présentation d'Algérie Télécom :	28
2.2.2 Historique d'Algérie Télécom :	29
2.2.3 Algérie Télécom en Chiffres :	29
2.2.4 Mission et objectifs d'Algérie télécom :	30
2.2.5 Présentation de l'organisme de la direction opérationnelle des télécommunications de Tizi-Ouzou :	30
2.2.6 Le réseau commercial d'Algérie Télécom aux niveaux du la Willaya Tizi-Ouzou :	33
2.2.7 Le groupe d'Algérie Telecom et ses services :	34

2.3	Le déploiement de la fibre optique en Algérie (Historique) :	35
2.3.1	État et Situation actuelle du déploiement de la fibre optique à Tizi-Ouzou :	35
2.3.2	Méthodes de déploiement adaptées :	36
2.3.3	Facteurs ayant favorisé le déploiement :	36
2.3.4	Contraintes techniques et logistiques :	36
2.3.5	Défis économiques et financiers :	37
2.3.6	Enjeux de gouvernance :	37
2.3.7	Comparaison entre les wilayas et la wilaya de Tizi-Ouzou :	37
2.3.8	Facteurs clés de succès pour un déploiement efficace de la fibre optique :	38
2.3.9	Perspectives et Innovations futures :	38
2.4	Conclusion	39
3	Optimisation Combinatoire : Concepts, Modèles et Résolution	40
3.1	Introduction	40
3.2	Historique de l'optimisation mathématique	41
3.3	La Problématique de l'optimisation combinatoire	41
3.4	Outils fondamentaux de l'optimisation combinatoire	44
3.4.1	Complexité théorique d'un problème	44
3.4.2	Classification des problèmes d'optimisation	45
3.4.3	Classes de complexité	46
3.5	Notion de programmation linéaire et non linéaire	47
3.5.1	Programmation linéaire	47
3.5.2	Programmation linéaire en nombres entiers	47
3.6	Les méthodes de résolution en optimisation combinatoire	48
3.6.1	Les méthodes exactes	48
3.6.2	Les méthodes approchées	54
3.7	Optimisation combinatoire non linéaire	57
3.7.1	Formulation mathématique	57
3.7.2	Méthodes de résolution	57
3.8	Optimisation mono-objectifs et multi-objectifs	58
3.8.1	Définitions de base :	59
3.8.2	Formulation mathématique d'un problème d'optimisation multiobjectifs (MOP)	60
3.8.3	Points particuliers :	60
3.8.4	Dominance et Efficacité	61
3.8.5	Méthodes de résolution :	62
3.8.6	Problème multi-objectifs en nombres entiers (MOILP)	65
3.9	Conclusion	66
4	Modélisation mathématique du déploiement de la fibre optique à Tizi ousou et analyse des résultats	67
4.1	Introduction	67
4.2	La problématique	67
4.3	Description du problème réel	67
4.3.1	Zones ciblées non couvertes :	67
4.3.2	Objectifs de la planification :	68
4.4	Contraintes et enjeux du déploiement	69
4.4.1	Contrainte budgétaire :	69
4.4.2	Contrainte matérielle :	69
4.4.3	Contrainte géographique "rayon de couverture " :	69

4.4.4	Contrainte administrative "autorisation de passage" :	69
4.4.5	Conclusion sur la nécessité d'un modèle adapté :	69
4.5	Modèle d'Optimisation pour le Déploiement de la Fibre Optique	69
4.5.1	Formulation mathématique du problème	69
4.5.2	Modélisation Mathématique	70
4.5.3	Transformation multi objectif (Méthode de pondération)	71
4.6	Présentation des données	72
4.6.1	Zones étudiées (nombre de logements) :	72
4.6.2	Budget alloué :	72
4.6.3	Coûts d'installation par zone :	73
4.6.4	Liaisons entre les zones	73
4.6.5	Distances entre les zones :	73
4.7	Présentation de MATLAB et intlinprog	74
4.8	Front de Pareto	77
4.9	Conclusion	79
	Conclusion générale	81
	Bibliographie	84

Liste des acronymes

ACTEL Agence Commerciale Télécom. [31](#), [33](#)

ADSL Asymmetric Digital Subscriber Line. [4](#), [14](#), [23](#), [34](#), [37](#)

CNPE Conseil National des Participations de l'État. [29](#)

DOT Direction des Opérations Techniques. [31](#), [33](#)

EPE Entreprise Publique Economique. [29](#)

FTTH Fiber To The Home. [8](#), [17](#), [18](#), [34](#), [35](#), [37](#), [38](#)

FTTx Fiber To The x. [17](#), [19](#), [30](#)

LAN Local Area Network. [15](#)

NGN Next Generation Network. [30](#)

NRO Nœud de Raccordement Optique. [35](#), [37](#)

SPA Société par Actions. [28](#)

Table des figures

1.1	Les composants de la fibre optique	14
1.2	Types de la fibre optique	16
1.3	Le fonctionnement de la fibre optique	17
1.4	Fibre jusqu'à l'abonné (Fiber To The Home (FTTH))	17
1.5	Fiber To The Noeud (FTTN)	18
1.6	Fiber To The Crub (FTTC)	18
1.7	Fiber To The Building FTTB	19
1.8	Câble à fibre souterrains	20
1.9	Câble à fibre directement enterrés	20
1.10	Câble à fibre aériens	20
1.11	Câble à fibre Blindés	21
1.12	Câble à fibre insensible aux flexions	21
1.13	Câble à fibre uni-boot	22
2.1	La présentation d'Algérie Télécom	29
2.2	Algérie Télécom en chiffre (année 2025)	30
2.3	Organigramme des Structures ACTEL et Points Principaux (PP) de la Région de Tizi-Ouzou	34
3.1	Problème du voyageur de commerce	42
3.2	Relation entre problèmes p , NP et NP -complet	46
3.3	Organigramme de méthodes optimisation combinatoire	48
4.1	zones non couvertes	68
4.2	Code MATLAB	75
4.3	Évolution de la fonction objectif pondérée selon différents valeur de λ	77
4.4	Code MATLAB Front de Pareto	78
4.5	Front de Pareto	79

Liste des tableaux

1.1	Comparaison des types de fibres optiques.	16
1.2	Comparaison entre les câbles en fibre optique et en cuivre	24
2.1	Comparaison entre les wilayas (année 2023)	38
4.1	Variables de décision	70
4.2	Nombre de logements pour chaque zone	72
4.3	Coût d'installation pour chaque zone	73
4.4	Distances entre les différentes zones (en km)	74
4.5	Résultats de la simulation selon différentes valeurs de λ	76

Introduction générale

Le déploiement de la fibre optique constitue aujourd’hui un levier stratégique pour l’inclusion numérique, la compétitivité économique et l’aménagement intelligent du territoire. Dans un monde de plus en plus interconnecté, où l’accès rapide et fiable à l’information est devenu indispensable, cette technologie s’impose comme la solution de référence pour répondre aux exigences croissantes en matière de transmission de données. Dans ce contexte, l’Algérie s’est engagée dans une dynamique de transformation numérique, portée par des investissements publics et des efforts de modernisation menés à travers tout le pays.

La wilaya de Tizi-Ouzou illustre bien cette volonté de développement, mais elle présente aussi des spécificités géographiques et techniques qui rendent la planification du déploiement complexe. Certaines zones, bien que stratégiques en termes de développement urbain, restent à ce jour non connectées, en raison de contraintes budgétaires, logistiques ou topographiques. Cette situation pose la question de la priorisation des interventions, dans un contexte où les ressources sont limitées et les besoins nombreux. Ainsi, planifier efficacement le déploiement de la fibre optique revient à résoudre un problème d’optimisation combinant plusieurs critères parfois contradictoires : maximiser la couverture du territoire tout en minimisant les coûts d’installation, respecter les distances maximales autorisées entre les points de raccordement, et garantir la faisabilité administrative et matérielle de chaque opération.

Ce mémoire s’inscrit dans cette problématique, en proposant une approche rigoureuse de modélisation mathématique appliquée à une situation réelle. À partir de données collectées sur le terrain dans six zones représentatives de la nouvelle ville de Tizi-Ouzou, une formulation multi-objectifs a été construite, tenant compte des contraintes locales identifiées : budget limité, disponibilité du matériel, autorisations de passage, distances entre zones, etc. Le modèle développé repose sur l’optimisation en nombres entiers, et mobilise la méthode de pondération pour générer des solutions de compromis entre les différents objectifs. Ce cadre théorique a ensuite été implémenté à l’aide du logiciel MATLAB et de la fonction `intlinprog`, permettant une exploration des choix de déploiement possibles à travers des simulations concrètes.

Ce travail met en lumière l’intérêt des outils de la Recherche Opérationnelle dans le domaine de la planification des réseaux. Il démontre que les techniques d’optimisation peuvent apporter une réelle valeur ajoutée dans la prise de décision, surtout lorsque celle-ci doit intégrer des facteurs à la fois techniques, économiques et géographiques. Plus largement, il s’inscrit dans une perspective de soutien au développement local, en offrant des outils d’aide à la décision pour accompagner l’expansion des infrastructures numériques dans les territoires.

Ce mémoire est structuré en quatre chapitres principaux :

- Le premier chapitre présente une vue d’ensemble sur la fibre optique et les technologies de télécommunication. Il aborde ses caractéristiques techniques, ses avantages, ainsi que son rôle central dans le développement des réseaux à très haut débit.
- le deuxième chapitre est consacré à la présentation de l’opérateur national Algérie Télécom, en tant qu’acteur principal du déploiement de la fibre optique dans le pays. Il décrit également la situation actuelle du déploiement à l’échelle nationale, en mettant en évidence les efforts et les réalisations accomplies, ainsi que les difficultés rencontrées. Une attention particulière est portée à la wilaya de Tizi-Ouzou, avec une analyse des zones

couvertes et non couvertes, des projets en cours, et des contraintes spécifiques à cette région.

- le troisième chapitre introduit les concepts fondamentaux d'optimisation, en particulier l'optimisation combinatoire et multi-objectifs. Il met en lumière les outils mathématiques adaptés à la modélisation de ce type de problèmes, et les différentes méthodes de résolution existantes.
- Enfin, le quatrième chapitre développe un modèle mathématique appliqué au cas de la nouvelle ville de Tizi-Ouzou. Il détaille la formulation du problème, la prise en compte des contraintes locales, la mise en œuvre du modèle sous MATLAB, ainsi que l'interprétation des résultats issus des simulations.

À travers cette structure, l'objectif est de fournir une approche complète, allant de la compréhension des enjeux techniques et contextuels jusqu'à la construction d'un outil opérationnel pour l'aide à la décision dans le déploiement des infrastructures numériques.

Chapitre 1

La fibre optique et la télécommunication

1.1 Introduction

La transmission de l'information a connu un changement radical et une évolution majeure avec l'arrivée de la fibre optique. Cette technologie a transformé le secteur des télécommunications, offrant une capacité qui dépasse celle des câbles en cuivre en utilisant la lumière comme moyen de transporter les données. Avec la demande croissante en matière de communication moderne, la fibre optique s'impose comme une technologie essentielle à travers le monde. L'Algérie, consciente de l'importance du développement numérique, a investi pour étendre la fibre optique sur son territoire. Ce chapitre vise à explorer en détail la fibre optique, son évolution, ses caractéristiques techniques, ses différents types, ainsi que ses nombreuses applications. L'objectif est de comprendre le rôle et l'impact de la fibre optique sur les infrastructures de communications et les différents secteurs d'activité.

1.2 Les télécommunication en Algérie

Le secteur des télécommunications est un acteur clé de l'économie, grâce à son rôle dans le développement des infrastructures. Considéré comme une véritable industrie de services, il a connu une transformation majeure en Algérie. Avant **2000**, le secteur était sous monopole public. Le pays a lancé des réformes et des investissements pour l'ouvrir à la concurrence, faisant émerger de nouveaux opérateurs privés. L'objectif était de rendre l'économie algérienne plus compétitive et d'offrir aux citoyens des services de meilleure qualité à des prix plus accessibles. Au cœur de cette modernisation se trouve la fibre optique .

L'Algérie a entrepris des projets ambitieux pour déployer cette technologie sur l'ensemble du territoire. La fibre optique permet d'offrir un internet ultra-rapide, améliorant ainsi les services de télécommunications. Elle joue un rôle central dans la transformation numérique du pays, en soutenant l'économie, l'e-commerce et les services en ligne. Son expansion vise à réduire les inégalités d'accès entre les zones urbaines et rurales , en apportant une connectivité même dans les régions les plus reculées. Avec le déploiement de la fibre optique, elle se positionne pour une transition vers une infrastructure numérique moderne, répondant aux besoins du marché mondial et renforçant sa place sur la scène internationale.[15]

1.3 La Fibre Optique

1.3.1 Historique et évolution de la fibre optique :

L'histoire de la fibre optique commence en **1840**, année où les physiciens **Daniel Collondo** et **Jacques Badinet** découvrent que la lumière peut être guidée dans certains matériaux présentant un fort potentiel de réflexion. En **1854**, le savant irlandais John Tyndall montre qu'il est possible de transmettre de la lumière dans un tube rempli d'eau par réflexion interne multiple. Quelques décennies plus tard, en **1880**, Alexander Graham Bell, connu pour l'invention du téléphone, conçoit le photophone, un appareil de transmission optique reposant sur un principe similaire à celui de la fibre optique, tandis que William Wheeler met au point un système de conduites réfléchissantes destiné à transmettre la lumière. En **1895**, Henry Saint-René s'appuie sur ces découvertes pour guider des images à travers des tubes, posant ainsi les bases des futures applications dans le domaine de la télévision.

Au début du XXe siècle, les recherches avancent, et en **1926**, Hansell développe un système de transmission d'images et de fax utilisant des fibres en verre ou en plastique. Puis, en **1930**, le scientifique Heinrich Lamm réussit à transmettre une image en utilisant un faisceau de fibres en quartz, dans le but d'observer des parties du corps humain difficiles à atteindre. L'essor de l'optique moderne repose sur la capacité de transmettre des données par fibre optique. En **1950**, **Abraham van Heel** et Harold Hopkins créent le premier fibroscope, capable d'envoyer des images via des fibres de verre. Bien que cet appareil soit rapidement adopté en médecine et dans l'aéronautique, ces premières fibres présentaient une faible qualité de transmission sur de longues distances. En **1957**, Basil Hirschowitz invente le premier fibroscope médical, marquant un tournant pour la médecine.

Les avancées technologiques ont continué dans les années **1960** et **1970**. En **1961**, **Elias Snitzer** a décrit théoriquement la première fibre optique monomode. En **1970**, des chercheurs de Corning Glass Works ont mis au point une fibre monomode adaptée aux réseaux de communication. En **1975**, le Royaume-Uni a adopté un système optique amélioré, rapidement suivi par les États-Unis. À partir des années **1980**, l'utilisation de la fibre optique s'est généralisée. De nombreuses compagnies de téléphonie ont commencé à remplacer leurs anciens câbles par cette technologie plus performante. En **1991**, l'amplification optique linéaire représente une percée majeure en permettant le haut débit dans les pays connectés à Internet. Parallèlement, les premiers câbles sous-marins en fibre optique sont installés, renforçant ainsi les communications mondiales.

— L'essor de la fibre optique en Algérie

L'Algérie a progressivement adopté cette technologie. En **2015**, le ministre de la Poste et des Technologies de l'Information et de la Communication annonce un plan visant à couvrir l'ensemble du territoire, y compris les zones rurales, en fibre optique. À l'époque, la quasi-totalité des communes du pays était déjà raccordée au réseau, et les travaux de déploiement continuaient. En **2024**, l'Algérie franchit une nouvelle étape dans son développement numérique avec plus de 1,5 million de foyers connectés à la fibre optique, renforçant ainsi l'accès à Internet haut débit et contribuant à la transformation digitale du pays. En **2025**, l'objectif est d'étendre davantage le réseau pour atteindre 2 millions de foyers connectés, tout en améliorant la qualité de service. Cette expansion renforce non seulement les infrastructures numériques, mais aussi les opportunités économiques, éducatives et sociales, consolidant la position de l'Algérie comme l'un des leaders en matière de connectivité en Afrique du Nord.[15]

1.3.2 Définition de la fibre optique :

La technologie de la fibre optique repose sur l'utilisation de très fins fils de verre pour le transport de données sous forme de lumière. Ces fils couverts d'une gaine réfléchissante permettent de traiter d'énormes quantités d'informations à très haut débit, avec fiabilité. Contrairement aux anciens câbles en cuivre utilisés pour l'ADSL, la fibre optique permet d'atteindre des débits jusqu'à 100 fois plus élevés. Un autre avantage est que la distance entre l'utilisateur et le central téléphonique n'affecte pas la qualité de la transmission. La connexion reste stable et performante, quel que soit le trajet emprunté, même sur de très longues distances.

Cette technologie devenue incontournable a fait évoluer les télécommunications qui proposent aujourd'hui des services plus rapides et plus sûrs. Cette technique a par ailleurs trouvé de nombreuses applications dans différents domaines, notamment les capteurs (température, pression), l'imagerie médicale, l'éclairage. Les schémas d'accès à Internet des réseaux de télécommunications ont été transformés par elle, ouvrant de nouveaux espaces de créativité à de nouveaux services numériques et à l'innovation industrielle.

1.3.3 Structure de la fibre optique :

La fibre optique est composée de plusieurs éléments :

Le cœur : C'est la partie centrale où la lumière circule. Fabriquée en verre ou en plastique, elle a un indice de réfraction élevé, ce qui permet à la lumière d'être réfléchi entièrement à l'intérieur du cœur.

La gaine optique : Elle entoure le cœur et a un indice de réfraction plus faible. Cela permet à la lumière de rester confinée dans le cœur, sans s'échapper. Elle est aussi faite de verre ou de plastique et empêche la dispersion de la lumière vers l'extérieur.

Le revêtement : C'est une couche de plastique qui renforce la fibre optique. Il absorbe les chocs et protège la fibre contre les pliures excessives.

L'armature en fibres (ou fibre de renfort) : Elle protège le cœur des forces mécaniques, comme l'écrasement ou les tensions, lors de l'installation.

La gaine extérieure : C'est la couche finale qui offre une protection mécanique supplémentaire. Elle est souvent de couleur orange, mais peut aussi être noire ou jaune selon les modèles.[1]

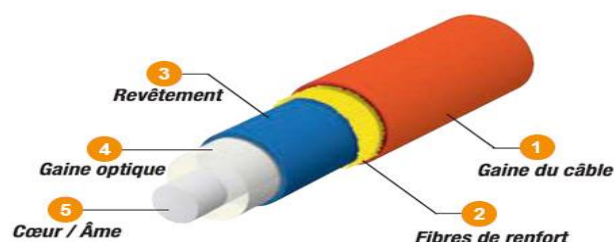


FIGURE 1.1 – Les composants de la fibre optique

1.3.4 Types de fibres optique :

Les fibres optiques peuvent être classées en deux catégories selon leurs caractéristiques, la longueur d'onde utilisée et les modes de propagation de la lumière : les fibres multimodes et les fibres monomodes.[1]

La fibre optique monomode :

La fibre optique monomode (Single Mode Fiber (SMF)) est un type conçu pour la transmission de signaux sur de très longues distances et à très haut débit. Grâce à son cœur extrêmement fin, elle ne permet qu'un seul mode de propagation de la lumière, réduisant ainsi les pertes de signal et améliorant la qualité de transmission. Cette technologie est particulièrement utilisée pour les liaisons intercontinentales, notamment les câbles sous-marins, et constitue aujourd'hui la référence en matière de réseaux de communication à grande échelle.

Les fibres optiques multimodes :

Les câbles à fibre optique multimodes (Multi Mode Fiber (MMF)) été les premiers expérimentés et commercialisés, parce qu'ils permettent de transmettre plusieurs modes de lumière, correspondant à différents faisceaux lumineux, mais non pas plusieurs longueurs d'onde à la même fréquence. Toutefois, la « dispersion modale » provoque un étalement du signal et un affaiblissement de son intensité qui rendent ces câbles peu performants sur les longues distances et les gros débits, et donc réservés à des transmissions au voisinage immédiat, ou à faible débit. On distingue deux grandes catégories de câbles à fibre optique, tous deux reposant sur le principe de réflexion totale interne de la lumière.

- **Fibre multimode à saut d'indice :** C'est la fibre la plus basique. Elle est utilisée dans les réseaux locaux [Local Area Network \(LAN\)](#) . Plusieurs rayons lumineux y circulent en même temps. Elle est peu chère et facile à installer. Dans une fibre à saut d'indice, il y a une différence nette (un "saut") entre l'indice de réfraction du cœur et celui de la gaine. Cela signifie que la lumière change brusquement de direction lorsqu'elle passe du cœur à la gaine.

- **Fibre multimode à gradient d'indice :** Le cœur présente un indice de réfraction maximal en son centre, puis diminue de manière progressive jusqu'à la gaine. Ce dégradé guide les rayons lumineux de manière douce, réduit la dispersion modale et améliore la qualité de transmission. Elle est particulièrement utilisée dans les réseaux locaux [LAN](#) en raison de ses performances sur de courtes distances.

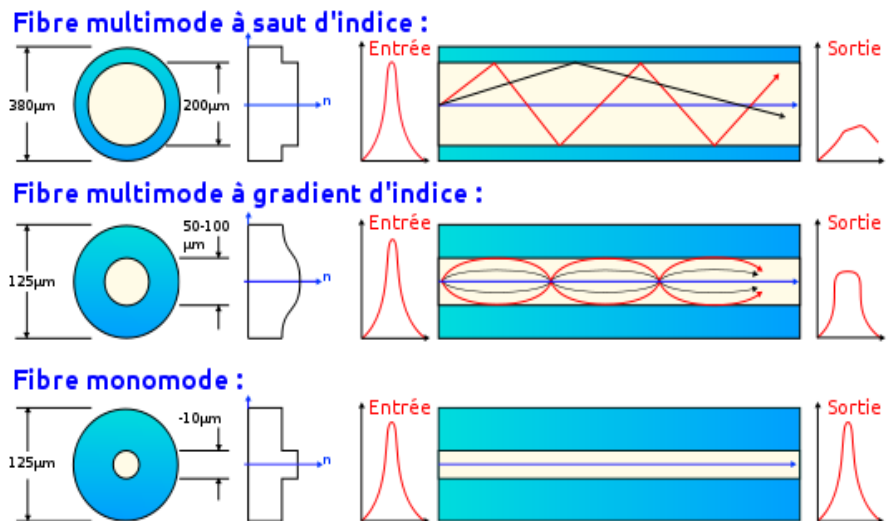


FIGURE 1.2 – Types de la fibre optique

1.3.5 Comparaison entre les différents types de la fibre optique :

Structures	Avantages	Inconvénients
Multimode à saut d'indice	Faible prix, facilité de mise en œuvre.	Perte et distorsion importante du signal.
Multimode à gradient d'indice	Bande passante raisonnable, bonne qualité de transmission.	Difficile à mettre en œuvre.
Monomode	Très grande bande passante, aucune distorsion.	Prix très élevé.

TABLE 1.1 – Comparaison des types de fibres optiques.

1.3.6 Le fonctionnement de la fibre optique :

Comme les ondes radio ou les réseaux filaires, la fibre optique fait intervenir des modes de communication lumineuse pour transmettre l'information, à des distances beaucoup plus élevées. Cela repose bien sur le principe de la réfraction optique. Les trois étapes principales de la fibre optique sont les suivantes :

- **Émission** : Une machine (un ordinateur par exemple), convertit un signal électrique en un signal lumineux grâce à un laser.
- **Transmission** : Ce signal lumineux est transporté rapidement à travers la fibre optique.
- Une cellule photoélectrique reconvertit le signal lumineux en signal électrique exploitable par un autre appareil.

La fibre optique peut transporter jusqu'à 80 longueurs d'onde différentes, chacune pouvant offrir un débit de 100 Gb/s. Cette technologie est idéale pour les infrastructures nécessitant un transfert de données rapide et sécurisé, comme les centres de données ou les interconnexions

entre bâtiments.

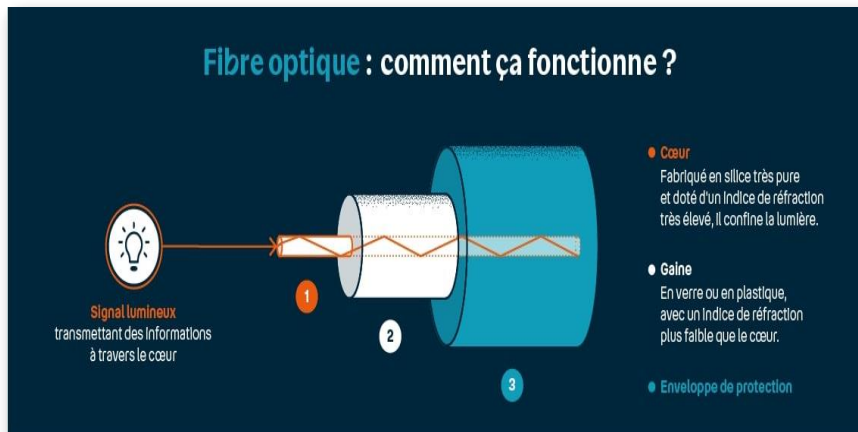


FIGURE 1.3 – Le fonctionnement de la fibre optique

1.4 Qu'est-ce que le réseau FTTH

Avec l'augmentation de la consommation de bande passante et l'explosion des appareils multimédias, les opérateurs de télécommunications déploient massivement la technologie **Fiber To The x (FTTx)**. Ce terme englobe toutes les architectures de réseaux à haut débit utilisant la fibre optique pour se rapprocher au maximum des utilisateurs dans le but d'améliorer la qualité de service.

1.4.1 Les différents configurations FTTH :

FTTH(Fiber To Home) :

La fibre optique est installée directement jusqu'au domicile ou au bureau de l'utilisateur, offrant une connexion ultra-rapide et performante pour un accès optimal à Internet à très haut débit.

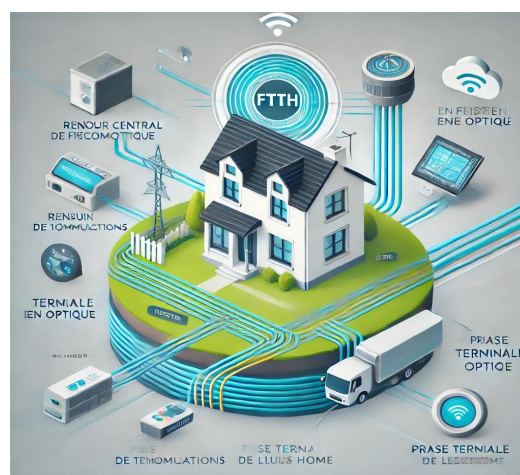


FIGURE 1.4 – Fibre jusqu'à l'abonné (FTTH)

FTTN (Fiber To The Node) :

La fibre s'arrête à un nœud de réseau, situé à quelques kilomètres des utilisateurs. La connexion finale utilise souvent du cuivre. C'est une étape intermédiaire avant le déploiement complet du (FTTH).

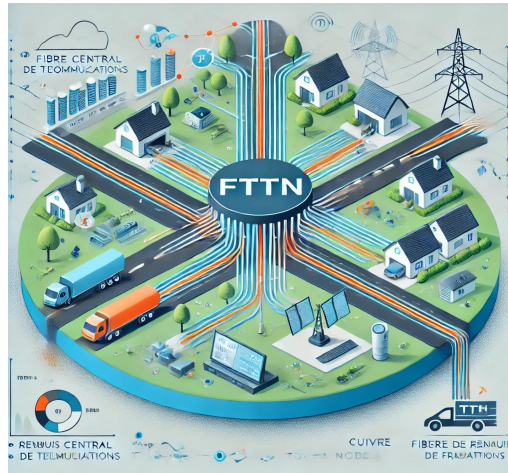


FIGURE 1.5 – Fiber To The Noeud (FTTN)

FTTC (Fiber To The Curb) :

La fibre est transportée jusqu'à une armoire de rue à moins de 300 mètres de l'utilisateur. La dernière étape de la connexion peut alors être assurée par un câble coaxial.



FIGURE 1.6 – Fiber To The Crub (FTTC)

FTTB (Fiber To The Building) :

La fibre optique est installée jusqu'au local technique de l'immeuble, puis la connexion vers les appartements est assurée par d'autres technologies, comme le cuivre ou le Wi-Fi.



FIGURE 1.8 – Câble à fibre souterrains

Câbles à fibres directement enterrés :

Contrairement aux câbles souterrains classiques, ces câbles sont posés directement dans le sol sans conduit. Renforcés, ils résistent à la pression du sol, à l'humidité et aux variations de température.



FIGURE 1.9 – Câble à fibre directement enterrés

Câbles à fibres aériens :

Câbles à fibres aériens. Ces câbles sont conçus pour être suspendus à des poteaux, des pylônes ou d'autres structures aériennes. Ils sont renforcés pour résister aux conditions climatiques (comme le vent, la pluie ou la neige), aux vibrations et aux contraintes mécaniques.



FIGURE 1.10 – Câble à fibre aériens

Câbles de fibre blindés :

Ces câbles possèdent une protection supplémentaire, souvent une couche métallique, qui les rend plus résistants aux interférences électromagnétiques et aux contraintes mécaniques. Ils sont idéaux pour les environnements difficiles ou soumis à des perturbations électromagnétiques.



FIGURE 1.11 – Câble à fibre Blindés

Câbles de fibre insensibles aux flexions :

Ces câbles limitent les pertes de signal dues aux pliures ou torsions. Idéaux pour les installations où ils sont souvent courbés ou déplacés, ils assurent une transmission optique stable et efficace.



FIGURE 1.12 – Câble à fibre insensible aux flexions

Câbles de fibre Uni-Boot :

Ces câbles, conçus pour les connexions duplex (bidirectionnelles), intègrent deux fibres en un seul câble. Cela facilite l'installation et la gestion, surtout dans les espaces réduits. On les utilise principalement dans les centres de données, les infrastructures réseau et les environnements où l'optimisation de l'espace est essentielle.

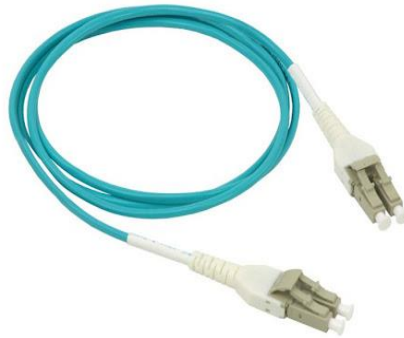


FIGURE 1.13 – Câble à fibre uni-boot

1.6 Durée de vie d'un câble à fibre optique

Les câbles à fibre optique sont conçus pour durer. Lorsqu'ils sont bien installés et protégés, ils peuvent fonctionner efficacement pendant environ 25 à 30 ans. Fabriqués à partir de matériaux résistants comme le verre ou le plastique, ils supportent bien l'usure et la corrosion. Un entretien régulier aide également à maintenir leur performance sur le long terme.

1.7 Comparaison des câbles à fibre optique et en cuivre

Avec l'essor des technologies numériques, le choix du support de transmission est crucial pour garantir une connectivité optimale. Deux principaux types de câbles sont utilisés : les câbles en cuivre, historiquement dominants, et les câbles à fibre optique, qui offrent des performances nettement supérieures. La comparaison entre ces deux technologies repose sur plusieurs critères essentiels.

- **Bande passante et vitesse :** La fibre optique permet des débits bien plus élevés que le cuivre, pouvant atteindre jusqu'à 100 Gbit/s, contre une limitation à 10 Gbit/s pour le cuivre. Cette capacité en fait une solution idéale pour les applications nécessitant un transfert rapide de grandes quantités de données, comme le streaming ou le cloud computing.
- **Distance et intégrité du signal :** Contrairement aux câbles en cuivre, dont le signal s'affaiblit au-delà de 100 mètres, la fibre optique maintient une transmission stable sur de longues distances sans nécessiter d'amplification.
- **Résistance aux interférences et fiabilité :** La fibre optique est insensible aux interférences électromagnétiques, garantissant une connexion plus stable et fiable que le cuivre, notamment dans les environnements soumis à des perturbations électriques.
- **Coût d'installation et d'entretien :** Bien que son installation initiale soit plus coûteuse, la fibre optique nécessite moins de maintenance que le cuivre, dont les frais d'entretien peuvent être plus élevés sur le long terme.
- **Durabilité et résistance aux conditions environnementales :** Moins sensible aux variations climatiques et à l'usure, la fibre optique a une durée de vie plus longue que le cuivre, qui peut se corroder et se détériorer avec le temps.

1.8 La fibre optique et l'ADSL

En plus des câbles en cuivre et de la fibre optique, une autre technologie courante pour l'accès à Internet est l'ADSL. Bien qu'elle repose également sur des lignes en cuivre, ses performances et ses avantages diffèrent considérablement de ceux de la fibre optique.

Définition de l'ADSL :

L'ADSL est une technologie qui utilise les lignes téléphoniques en cuivre pour transmettre et recevoir des données sur Internet. Pour en bénéficier, une connexion téléphonique est nécessaire. Un modem relie l'ordinateur à la ligne téléphonique, tandis qu'un répartiteur permet de séparer les différents signaux.

La différence entre la fibre optique et l'ADSL :

Avec l'évolution des technologies de communication, il est important de comparer les solutions d'accès à Internet afin de choisir la plus adaptée. Deux technologies dominent le marché : l'ADSL, basé sur le téléphone classique, et la fibre optique, plus rapide et performante. Cette comparaison se fait en fonction de plusieurs critères :

- **Vitesse de téléchargement et de chargement :** L'ADSL propose un débit asymétrique, où le téléchargement est plus rapide que l'envoi de données. En revanche, la fibre optique offre un débit symétrique, avec des vitesses de téléchargement et de chargement très élevées.
- **Fiabilité :** Grâce à l'utilisation de signaux lumineux, la fibre optique est beaucoup moins sensible aux interférences électromagnétiques, garantissant une connexion plus stable. L'ADSL, qui fonctionne avec des signaux électriques, est plus vulnérable aux perturbations extérieures.
- **Distance et performance :** La fibre optique maintient un débit constant, quelle que soit la distance jusqu'au nœud de raccordement. En revanche, l'ADSL subit une perte de vitesse proportionnelle à l'éloignement du NRA (Nœud de Raccordement des Abonnés).
- **Coûts :** L'ADSL reste une solution économique avec des abonnements accessibles et un déploiement peu coûteux. En revanche, l'installation de la fibre nécessite des investissements plus importants, compensés par des performances largement supérieures.
- **Disponibilité :** L'ADSL est largement déployée et accessible sur l'ensemble du territoire. La fibre optique, bien que de plus en plus répandue, n'est pas encore disponible partout et son déploiement se poursuit progressivement.

Le tableau suivant présente une synthèse des principales différences entre l'ADSL et la fibre optique :

Caractéristiques	ADSL	Fibre optique
Technologie	Ligne téléphonique en cuivre.	Câbles en fibre optique.
Vitesse de connexion	Jusqu'à 20 Mbps (Typiquement moins).	De 100 Mbps a 1 Gbps et plus
Symétrie	Asymétrique(Upload plus lent).	Symétrique (Upload =download).
Stabilité	Moins stable sensible a la distance.	Très stable, peu sensible à la distance .
Disponibilité	Large couverture.	Dépende de l'infrastructure existante.

TABLE 1.2 – Comparaison entre les câbles en fibre optique et en cuivre

1.9 Les applications de la fibre optique

La fibre optique est utilisée dans de nombreux domaines, notamment :

La fibre optique en médecine :

Depuis plusieurs décennies, les avancées technologiques permettent aux médecins d'explorer l'intérieur du corps humain sans recourir à la chirurgie invasive. Aujourd'hui, la fibre optique joue un rôle clé dans le domaine médical, en facilitant le diagnostic, le suivi des patients et la transmission des données médicales.

Applications médicales de la fibre optique :

1. **Capteurs médicaux :** Les fibres optiques ultrafines, dotées de capteurs, permettent de mesurer avec précision divers paramètres physiologiques en temps réel (température, pression sanguine, ph, concentration de certains médicaments) facilitant ainsi une surveillance médicale plus efficace.
2. **Détection des maladies :** Les fibres optiques constituent un outil précieux pour le diagnostic précoce de certaines pathologies, notamment le cancer.
3. **Chirurgie au laser :** En chirurgie, la fibre optique, élément clé des lasers médicaux, permet des interventions précises et peu invasives, réduisant les lésions tissulaires et favorisant une récupération rapide.

Applications esthétiques de la fibre optique :

Les technologies à fibre optique sont largement utilisées en esthétique pour divers traitements, notamment :

- **Atténuation des cicatrices :** Réduction des cicatrices d'acné sévère et des cicatrices épaisses.
- **Effacement des tatouages :** Suppression des pigments sans endommager la peau.
- **Élimination des verrues :** Traitement ciblé des affections de la peau.
- **Rajeunissement cutané :** Stimulation du collagène pour une peau plus lisse et éclatante.

Applications industrielles de la fibre optique :

Dans l'industrie, la fibre optique est indispensable à l'impression 3D et à la déposition laser. Elle guide un laser ultra-précis afin de fabriquer des pièces complexes, de grande qualité, plus rapidement et avec une grande précision.

Applications spatiales de la fibre optique :

Dans l'espace, la fibre optique assure des communications fiables et rapide sur de longues distances. Performante et peu volumineuse, elle est particulièrement adaptée aux satellites.

Utilisations militaires de la fibre optique :

Dans le domaine militaire, la fibre optique assure des communications fiables, sécurisées et performantes. Légère, résistante et peu sensible aux perturbations, elle est indispensable pour relier les sites sensibles.

La fibre optique dans les systèmes de transport :

Le transport routier s'appuie de plus en plus sur la fibre optique pour une gestion efficace et sécurisée du trafic. Elle est utilisée dans les péages, les feux de signalisation et les panneaux d'affichage, permettant une circulation plus fluide.

La fibre optique dans d'autres domaines :

1. **Domaines d'application diversifiés :** La fibre optique est également utile dans de nombreux secteurs.
 - **Automobile :** La fibre optique vérifie l'état du moteur sans le démonter, en envoyant de la lumière à travers un câble très fin, relié à une petite caméra, ce qui permet de voir l'intérieur du moteur sur un écran sans avoir à l'ouvrir.
 - **Plomberie :** Cette technologie utilise une caméra reliée à une fibre optique qu'on introduit dans les canalisations pour repérer facilement les fuites ou les bouchons, sans avoir à casser les murs ou le sol.
 - **Électricité, construction et ingénierie :** La fibre optique permet d'introduire une caméra flexible dans des endroits étroits ou cachés pour inspecter l'état des installations sans démontage ni destruction.
 - **Menuiserie et contrôle des nuisibles :** La fibre optique permet d'examiner l'intérieur du bois à l'aide d'une fine caméra, pour détecter la présence d'insectes sans percer ni endommager la surface.
2. **Économie d'énergie et maîtrise de l'éclairage :** La fibre optique transporte la lumière naturelle vers l'intérieur des bâtiments, ce qui permet de réduire l'usage de l'électricité. Elle permet aussi de créer des effets lumineux variés et précis pour adapter l'ambiance selon les besoins.
3. **Innovations technologiques et télécommunications :**
 - **Fibres pour applications de sondes :** La fibre optique est utilisée dans des environnements critiques (comme les puits de pétrole) afin de détecter en temps réel des variations de température, de pression ou de vibrations.
 - **Haut débit pour divers secteurs :** Son haut débit est indispensable dans de nombreux domaines (câblage, télévision, téléphonie, aérospatial, chimie...) afin d'assurer une transmission rapide et fiable des données.

- **Télévision HD et 3D** : La fibre optique garantit une excellente qualité d'image, sans pertes, offrant une expérience visuelle fluide et immersive.

1.10 Les avantages et les inconvénients de la fibre optique

Avantages de la fibre optique :

- **Bande passante et vitesse élevées** : La fibre optique permet une transmission des données bien plus rapide que le cuivre, idéale pour les applications nécessitant un débit important.
- **Coût de production faible** : Produire plusieurs kilomètres de fibre optique coûte moins cher que de fabriquer une longueur équivalente en câbles de cuivre.
- **Légèreté et compacité** : les fibres optiques sont plus fines et plus légères, ce qui les rend idéales pour les espaces restreints.
- **Capacité de charge élevée** : plus de fibres peuvent être regroupées dans un câble de même diamètre, permettant de transmettre plus de données simultanément.
- **Faible dégradation du signal** : Contrairement aux câbles en cuivre, la fibre optique subit très peu de pertes de signal, garantissant une connexion stable et de haute qualité sur de longues distances.
- **Longue durée de vie** : En général, un câble à fibre optique peut fonctionner efficacement jusqu'à 30 ans ou plus.
- **Sécurité** : La fibre optique étant diélectrique (ne conduisant pas l'électricité), elle élimine les risques d'étincelles ou d'interférences électromagnétiques, offrant ainsi une connexion plus sécurisée.
- **Navigation fluide et téléchargements ultra-rapides** : Grâce à sa grande vitesse, la fibre optique permet une expérience Internet sans latence, avec des téléchargements rapides et une connexion stable, même lorsque plusieurs appareils sont connectés en même temps.
- **Insensibilité aux perturbations électromagnétiques** : la fibre est insensible aux interférences, ce qui la rend idéale pour les environnements industriels ou difficiles.

Grâce à ces nombreux atouts, la fibre optique garantit une connexion Internet rapide, fiable et performante.

Inconvénients de la fibre optique :

- Protection renforcée des câbles à fibre optique.
- Coût d'installation élevé.
- Fragilité des fils de fibre optique.

1.11 Conclusion

La fibre optique est une avancée technologique majeure qui a révolutionné les télécommunications et de nombreux autres domaines stratégiques. Son développement, depuis ses premières découvertes jusqu'à son déploiement à grande échelle, démontre son importance pour la transmission des données à haut débit, avec une fiabilité et une efficacité inégalée. Grâce à ses

nombreuses applications, elle est devenue une solution incontournable dans les secteurs médical, industriel, militaire, spatial et bien d'autres.

En Algérie, l'expansion de la fibre optique accompagne la modernisation des infrastructures et le développement du numérique, offrant une connectivité plus performante et accessible. Toutefois, malgré ses nombreux avantages, son déploiement reste un défi en raison des coûts d'installation et des contraintes techniques. Cependant, la croissance de son adoption et les investissements réalisés dans ce domaine renforcent son rôle clé dans l'économie et les communications du futur.

Ainsi, la fibre optique continue d'évoluer et de s'imposer comme une technologie essentielle. Elle soutient l'innovation et le progrès dans divers secteurs et joue un rôle central dans la transition vers une société toujours plus connectée et digitalisée.

Chapitre 2

Algérie Télécom et le déploiement de la fibre en Algérie

2.1 Introduction

Le secteur des télécommunications en Algérie représente un levier stratégique du développement économique et social national. Dans ce contexte dynamique, Algérie Télécom, en tant qu'opérateur historique et principal fournisseur de services fixes, occupe une position de premier plan dans la généralisation de l'accès au numérique. Confrontée à une demande croissante en connectivité et à l'évolution rapide des technologies, l'entreprise se doit de relever des défis de taille pour rester compétitive tout en satisfaisant les exigences de ses clients. Le présent document offre une analyse détaillée de son organisation, de ses performances techniques et commerciales, ainsi que de ses politiques de déploiement des infrastructures, en mettant particulièrement l'accent sur les réalisations dans la wilaya de Tizi-Ouzou. Cette étude vise à mettre en évidence les progrès accomplis, les obstacles rencontrés, ainsi que les perspectives d'évolution pour cet acteur majeur de la transformation numérique en Algérie.

2.2 Présentation Générale d'Algérie Télécom et de sa Structure Organisationnelle

2.2.1 Présentation d'Algérie Télécom :

Algérie Télécom est une société par actions à capitaux publics opérant sur le marché des réseaux et de services de communications technologiques. Sa naissance a été consacrée par la loi **2000/03** du **5 août 2000**, relative à la restructuration du secteur des postes et télécommunications qui sépare notamment les activités postales de celles des télécommunications. Algérie Télécom est donc régie par cette loi qui lui confère le statut d'une entreprise publique économique sous la forme juridique d'une **Société par Actions (SPA)**. Entrée officiellement en activité à partir du **01/01/2003**, elle s'engage dans le monde des technologies de l'information et de la communication avec trois objectifs :

- **Rentabilité**
- **Efficacité**
- **Qualité de service**

Algérie Télécom est leader sur le marché algérien des télécommunications qui connaît une forte croissance. Offrant une gamme complétée de service de voix et de données aux clients résidentiels et professionnels. Cette position s'est construite par une politique d'innovation forte adaptée

aux attentes des clients et orientée vers les nouveaux usages. Son ambition est d'avoir un niveau élevé de performance technique, économique et sociale pour se maintenir durablement leader dans son domaine dans un environnement de nouvelle concurrence.

Son souci consiste aussi à préserver et développer sa dimension internationale et à participer à la promotion de la société de l'information en Algérie.[44]

2.2.2 Historique d'Algérie Télécom :

L'histoire d'Algérie Télécom remonte à la réforme du secteur des postes et télécommunications, initiée par la loi **2000/03** du **5 août 2000**. Cette réforme visait à séparer les activités postales de celles des télécommunications, marquant ainsi une étape décisive dans l'organisation du secteur en Algérie. Suite aux résolutions du **Conseil National des Participations de l'État (CNPE)** du **1er mars 2001**, la création d'Algérie Télécom en tant qu'une **Entreprise Publique Economique (EPE)** a été officiellement actée. L'entreprise a été enregistrée au Centre National du Registre du Commerce le **11 mai 2002**, avant de débiter ses activités le **1er janvier 2003**. Dotée d'un capital social de **115 milliards** de dinars, Algérie Télécom s'est imposée comme un acteur incontournable du secteur, avec son siège social situé à Cinq Maisons, Mohammadia, Alger. Depuis sa création, elle œuvre pour le développement des infrastructures de télécommunications et l'amélioration des services, contribuant ainsi à la modernisation numérique du pays.

Récapitulatif sur la présentation d'Algérie Télécom :

NOM	Algérie télécom
Logo	
Slogan	« Toujours plus proche ».
Forme juridique et économiques	Algérie télécom Société par action (SPA)
Siege	Route nationale N° 05 Cinq Maisons Mohammadia 16130 Alger
Capital	115.000.000.000,00 D.A
Téléphone	(213) 21 82.38.38
Fax	(213) 21 82.38.39
Email	contact@algeriatelecom.dz
Site internet	www.algeriatelecom.dz

FIGURE 2.1 – La présentation d'Algérie Télécom

2.2.3 Algérie Télécom en Chiffres :

[44]

Algérie Télécom en Chiffres

Clients raccordés à Internet	Plus de 6.6M Clients
Clients raccordés en Fibre Optique	Plus de 2M Clients
Clients raccordés en ADSL / VDSL	Plus de 2.7M Clients
Clients Idoom 4G	Plus de 1.9M Clients
Réseau Commercial	Plus de 500 Agences et points de présence
Agences commerciales labellisées FI KHIDMATIKOM	91 % des sites d'accueil labélisés

FIGURE 2.2 – Algérie Télécom en chiffre (année 2025)

2.2.4 Mission et objectifs d'Algérie télécom :

2.2.4.1 Missions :

[18]

- Fournir des services de télécommunications assurant le transport et l'échange de voix, de messages écrits, de données numériques et des contenus audiovisuels.
- Développer, exploiter et gérer les réseaux publics et privés de télécommunications.
- Établir, exploiter et gérer les connexions avec l'ensemble des opérateurs de réseaux, y compris leur interruption si nécessaire.

2.2.4.2 Objectifs :

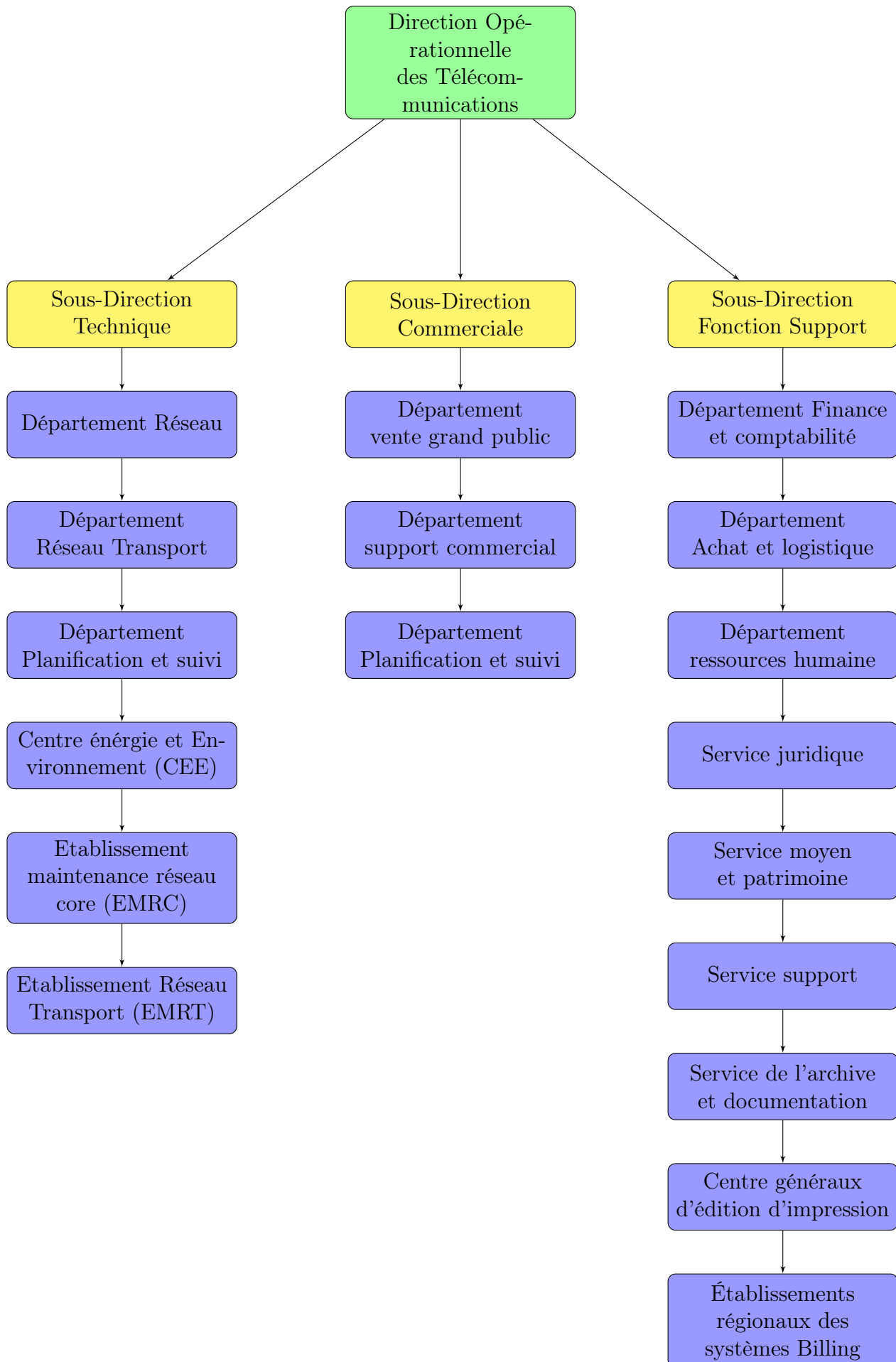
Algérie télécom est engagé dans le monde des technologies de l'information et de la communication avec les objectifs suivants :

- Accroître l'offre de service téléphonique et facilite l'accès aux services de télécommunications au plus grand nombre d'usages, en particulier en zones rurales.
- Accroître la qualité de services, offre une gamme de présentation rendu et rendre plus compétitif les services de télécommunications.
- Développer un réseau national de télécommunication fiable et connecté aux autoroutes de l'information.
- La modernisation et le développement du réseau d'accès par le biais de l'introduction d'équipements de [Next Generation Network \(NGN\)](#).
- Le développement et la sécurisation des liens de transmission, notamment par l'augmentation de la capacité internationale.
- Le développement et la mise sur le marché de nouveaux services ([FTTx](#), prepaid, Wifi...)
- L'amélioration sans cesse croissante de la relation clients.[18]

2.2.5 Présentation de l'organisme de la direction opérationnelle des télécommunications de Tizi-Ouzou :

La direction opérationnelle des télécommunications est une entité opérationnelle dotée de l'autonomie budgétaire et financière, elle gère les entités techniques et commerciales qui lui sont rattachées. Au niveau de la wilaya de Tizi-Ouzou, nous trouvons 10 agences commerciales. La

[Direction des Opérations Techniques \(DOT\)](#) de Tizi-Ouzou se situe au centre-ville. Son directeur est assisté par le management des [Agence Commerciale Télécom \(ACTEL\)](#) et le chargé de communication travaille avec les directeurs des [ACTEL](#) , et ces derniers sont appelés à diffuser l'information. Elle est structurée en plusieurs départements et dotés de cellules rattachées directement au directeur opérationnel des télécoms.



2.2.6 Le réseau commercial d'Algérie Télécom aux niveaux du la Wilaya Tizi-Ouzou :

L'Algérie est administrativement divisée en 58 wilayas, chacune étant composée de plusieurs daïras, elles-mêmes subdivisées en communes. Suite au passage d'Algérie Télécom du ministère des Postes et Télécommunications aux [DOT](#) , chaque wilaya dispose désormais d'une direction régionale supervisant plusieurs agences [ACTEL](#).

Dans la wilaya de Tizi-Ouzou, on compte 7 agences [ACTEL](#), implantées dans différentes localités :

- **Tizi-Ouzou et Nouvelle Ville**
- **Azazga**
- **Draa El Mizan**
- **Larbaâ Nath Irathen**
- **Aïn El Hammam**
- **DBK**

En plus de ces agences, il existe également 9 points de présence répartis dans plusieurs communes :

- **Tigzirt**
- **Azzefoun**
- **Mekla**
- **Bouzeguène**
- **Boghni**
- **Ouadhia**
- **Tizi Rached**
- **Béni Yenni**
- **Ouacif**

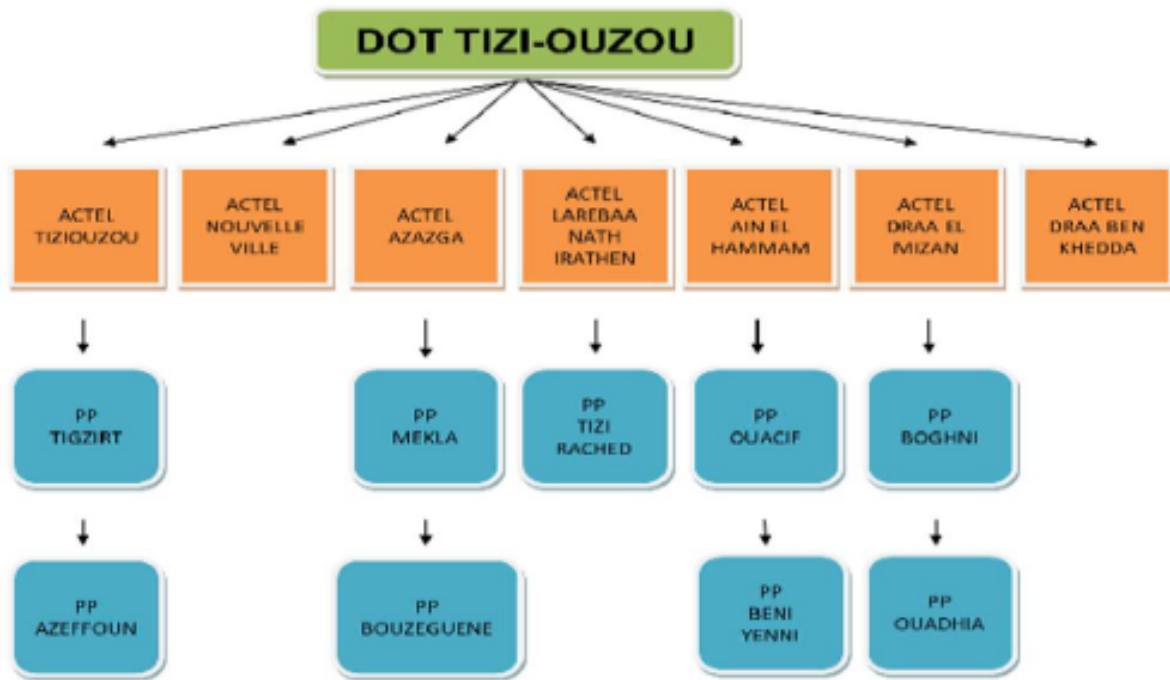


FIGURE 3 – Enter Caption

FIGURE 2.3 – Organigramme des Structures ACTEL et Points Principaux (PP) de la Région de Tizi-Ouzou

2.2.7 Le groupe d'Algérie Telecom et ses services :

Le Groupe Algérie Télécom est le principal acteur du secteur des télécommunications en Algérie. Il rassemble plusieurs filiales spécialisées et propose une large gamme de services destinés aux particuliers, aux professionnels et aux institutions publiques. Le réseau téléphonique commuté a été conçu comme un réseau universel public couvrant l'ensemble du territoire national. Le groupe dispose de plusieurs structures principales :

- **Algérie Télécom** : Offre des services de téléphonie fixe (Iboom Fixe), d'Internet haut débit (ADSL, VDSL (Very-high-bit-rate Digital Subscriber Line), FTTH), de connexion sans fil (4G LTE (Long Term Evolution 4G), Iboom 4G), ainsi que des solutions de transmission de données, de réseaux privés virtuels, de voix sur IP, de visioconférence, d'hébergement de sites web, de commerce électronique et de streaming audio-vidéo.
- **Algérie Télécom Mobile (ATM Mobilis)** : Opérateur public de téléphonie mobile en Algérie, créé en 2003. Il offre des services de téléphonie (GSM (Global System for Mobile Communications 2G), 3G, 4G), de messagerie (SMS/MMS) et d'Internet mobile. Mobilis compte plus de dix millions d'abonnés.
- **Algérie Télécom Satellite (ATS)** : Filiale d'Algérie Télécom, spécialisée dans les communications par satellite. Elle propose des services de téléphonie, de transmission de données, d'interconnexion de sites éloignés, de géolocalisation et de visioconférence, notamment dans les zones isolées.
- **COMINTAL** : Spécialiste de la gestion et de l'exploitation des réseaux de fibre optique

(fibre noire). Elle assure la gestion du trafic national et international et propose des solutions télécom économiques pour les entreprises.

- **SATICOM** : Propose des solutions avancées de vidéocommunication et développe des applications de supervision et de contrôle à distance pour les institutions et les opérateurs économiques, de la conception des projets à leur mise en œuvre.
- **Algérie Télécom Europe (ATE)** : Gère le câble sous-marin ORVAL/ALVAL reliant l'Algérie à l'Europe, assurant ainsi la continuité, la sécurité et la capacité accrue des communications internationales. des services.[44]

2.3 Le déploiement de la fibre optique en Algérie (Historique) :

Le déploiement de la fibre optique en Algérie s'inscrit dans une stratégie nationale de modernisation des infrastructures de télécommunications et de démocratisation de l'accès à Internet très haut débit. Avant **2000**, la couverture téléphonique du pays était très limitée et reposait sur des technologies anciennes comme le TDM(Time Division Multiplexing). La création d'Algérie Télécom en **2000** a marqué un tournant en lançant un vaste programme de modernisation du réseau. À partir de **2013**, la fibre optique a été progressivement déployée, d'abord dans les grandes villes et les chefs-lieux de communes, puis étendue aux régions rurales dès **2014** pour réduire la fracture numérique. Le développement du backbone national, avec près de **200 000 km** de câbles posés, ainsi que les connexions à plusieurs câbles sous-marins internationaux (Annaba-Marseille, ALPAL, Medex, ORVAL-ALVAL), ont permis d'augmenter significativement la capacité de la bande passante et d'améliorer la qualité du service Internet.

Depuis **2018**, l'introduction de la technologie **FTTH** a accéléré l'accès à la fibre pour les particuliers, faisant passer le nombre d'abonnés raccordés de 53 000 en **2020** à plus de 1,5 million fin **2023**. Entre **2020** et **2025**, les efforts de modernisation du réseau se sont intensifiés, notamment à Alger avec le remplacement progressif du réseau cuivre. En **2025**, 41% du territoire est couvert par la fibre optique, avec certaines wilayas, comme Annaba, Constantine et Bordj Baji Mokhtar, entièrement fibrées, tandis qu'Alger atteint 92% de couverture. Le retrait complet du réseau cuivre est prévu d'ici **2027**, garantissant une migration totale vers la fibre optique. En parallèle, la préparation du lancement de la 5G pour fin **2025** soutient l'ambition de l'Algérie de renforcer sa transformation numérique et d'entrer pleinement dans l'ère du très haut débit.

2.3.1 État et Situation actuelle du déploiement de la fibre optique à Tizi-Ouzou :

Le déploiement de la fibre optique dans la wilaya de Tizi Ouzou a connu un essor important à partir de **2015**, dans le cadre de la stratégie nationale de développement des infrastructures numériques. Algérie Télécom a d'abord ciblé les zones urbaines les plus peuplées, telles que **Tizi Ouzou-ville**, **Draâ Ben Khedda**, **Azazga** et **Larbaâ Nath Irathen**, où l'infrastructure existante facilitait la pose rapide des câbles. Les premières opérations ont priorisé les institutions publiques, les établissements scolaires, ainsi que les zones industrielles et commerciales.

À ce jour, plus de 2 615 kilomètres de fibre optique ont été installés dans la wilaya, avec 572 équipements techniques, dont des **Nœud de Raccordement Optique (NRO)** et des armoires de distribution, pour renforcer la diffusion du réseau. Cela a permis d'atteindre un taux de connexion Internet de plus de 85%, plaçant la région parmi les plus connectées du pays. Cependant, si des grandes agglomérations comme **Tizi Ouzou-centre**, **Draâ Ben Khedda**, **Makouda** et **Azazga** bénéficient d'une couverture quasi totale, certaines communes montagneuses, telles que **Iferhounène**, **Illilten**, **Abi Youcef** et **Béni Yenni**, restent partiellement

couvertes. Ces localités posent des défis logistiques en raison du relief accidenté, de l'éloignement et de la dispersion de l'habitat, ralentissant ainsi le déploiement complet du réseau.

La Nouvelle-ville de tizi ousou , ainsi que plusieurs autres quartiers, bénéficie d'une couverture de 90%, grâce aux efforts soutenus d'Algérie Télécom et à la stratégie nationale du très haut débit. Parmi les zones déjà couvertes par la fibre, on trouve **Habitat, Bouzar, Stiti, Aner Amelal (Zone B), SRO Slimani, SRO Hamdad, SRO LMA (lotissement Thala), Azib Ahmed, Taazibt, Ighezar Bouais, Palmier, Aner Amelal (Zone A)** et **SRO Blibek**. Cette couverture est le reflet de l'expansion progressive du réseau vers l'ensemble des quartiers résidentiels.

Toutefois, certaines zones demeurent encore non raccordées, notamment **Amyoud CA2, Aït Ouanech, Amyoud Sud (Bastos), Berkani, Bouhinoun, CEM Sud** et **Chikhaoui Yamina (Bastos)**. Ces secteurs connaissent des retards dus à des contraintes techniques, logistiques et administratives, nécessitant une planification spécifique pour garantir une couverture homogène dans la Nouvelle-ville.

2.3.2 Méthodes de déploiement adaptées :

Pour faire face aux défis topographiques de la région, Algérie Télécom a adopté une approche technique flexible. Dans les centres urbains et les zones densément peuplées, les câbles de fibre optique sont principalement enterrés à travers des fourreaux souterrains existants, ce qui assure une meilleure protection ainsi qu'une maintenance facilitée. À l'inverse, dans les zones rurales et montagneuses, l'opérateur privilégie l'installation aérienne en utilisant des poteaux électriques ou téléphoniques. Cette méthode permet de réduire les coûts de génie civil et d'accélérer l'extension du réseau vers les zones difficilement accessibles. En parallèle, des solutions innovantes comme les micro-tranchées sont parfois employées pour limiter l'impact des travaux sur l'environnement urbain.

2.3.3 Facteurs ayant favorisé le déploiement :

Plusieurs éléments ont facilité l'avancement du déploiement de la fibre optique dans la wilaya de Tizi Ouzou. La forte densité de population dans les zones urbaines a rendu l'investissement dans l'infrastructure plus rentable pour Algérie Télécom. La demande croissante en services numériques, tant de la part des particuliers que des entreprises et des administrations, a renforcé la nécessité d'étendre le réseau à grande échelle. Dans certaines communes, le soutien des autorités locales a permis d'accélérer les démarches administratives, bien que les procédures restent globalement lourdes, notamment en matière d'autorisations de voirie. Enfin, l'existence d'un réseau électrique dense a facilité l'extension aérienne du réseau fibre dans les régions rurales.

2.3.4 Contraintes techniques et logistiques :

- **Complexité de la topographie** : Le relief accidenté, notamment dans les régions montagneuses comme Tizi Ouzou, ainsi que l'étendue des zones désertiques dans le Sud, compliquent considérablement le déploiement. Ces particularités nécessitent le recours à des solutions hybrides combinant fibre optique et 4G LTE(Long Term Evolution), ce qui implique des investissements financiers importants.
- **Délais administratifs** : Les démarches pour obtenir les autorisations de travaux s'étendent en moyenne sur 51 jours, ralentissant ainsi le rythme des déploiements. Ces retards sont souvent aggravés par des oppositions locales ou des actes d'agression envers les équipes sur le terrain.

- **Entretien et dégradations malveillantes** : Les infrastructures, en particulier les câbles, subissent fréquemment des dommages dus aux travaux routiers (par exemple à Tiaret) ou au vol de cuivre, malgré les efforts pour déployer la fibre optique et protéger les réseaux.

2.3.5 Défis économiques et financiers :

- **Coûts élevés** : Le déploiement du dernier kilomètre, reliant le **NRO** au domicile, reste complexe en milieu urbain. Cette difficulté engendre des pertes financières importantes, estimées à 1,178 milliard de dinars pour les partenaires industriels tels que Huawei et ZTE.
- **Pénurie de compétences** : Le manque d'entreprises spécialisées en génie civil freine l'avancement des projets, obligeant au report de nombreux chantiers.
- **Accessibilité tarifaire** : Malgré les efforts promotionnels, les offres **FTTH**, dont les tarifs varient entre 2 000 et 4 200 dinars par mois, demeurent inaccessibles pour une partie de la population.

2.3.6 Enjeux de gouvernance :

- **Manque de transparence** : L'absence de données détaillées par wilaya, notamment pour des régions comme Alger et Béjaïa, complique l'évaluation précise de l'avancement des projets.
- **Sécurisation du réseau** : Malgré la mise en place des sept boucles régionales NG-DWDM (Next Generation Dense Wavelength Division Multiplexing) offrant une capacité de 3 Tbps (3 téraoctets par seconde), le backbone national reste vulnérable face à l'augmentation des cyberattaques.

2.3.7 Comparaison entre les wilayas et la wilaya de Tizi-Ouzou :

La wilaya de Tizi-Ouzou présente une couverture fibre globale entre 75 et 85%, avec 25 000 à 36 000 abonnés **FTTH** et un réseau de plus de 2 600 km, renforcé par 138 km supplémentaires en **2024**, ciblant spécifiquement les zones montagneuses et villages reculés comme Tafoughalt. En comparaison, Constantine et Annaba affichent une couverture presque totale de leurs localités, intégrant urbain et périurbain, tandis qu'Alger atteint 90% de pénétration fibre, priorisant les infrastructures critiques et les nouveaux quartiers. Oran se distingue par 89 568 abonnés **FTTH** en **2024** et un transfert massif de **L'ADSL** vers la fibre, notamment dans les quartiers résidentiels comme Bir El Djira. Les wilayas du Sud (Adrar, Tamanrasset) misent sur des projets structurants : 650 km de fibre à Adrar et 53 antennes 4G LTE complémentaires à Tamanrasset, malgré des données d'abonnés **FTTH** manquantes. Batna et Tiaret accélèrent leurs déploiements, 81 km de fibre prévus à Batna (dont 5,4 km entre Ichemoul et Inoughissen et 33 000 abonnés **FTTH** confirmés à Tiaret en **2024**, alors qu'Aïn Defla vise 9 608 nouveaux branchements et 83 km de réseau en **2025**. Bordj Baji Mokhtar (Sud) devient la première région 100% fibrée, symbolisant l'ambition nationale d'éradiquer le cuivre d'ici **2027**. Contrairement à Tizi-Ouzou, où la 4G LTE complète la fibre dans les zones inaccessibles, les wilayas urbaines privilégient le **FTTH** pur, avec des débits jusqu'à 1,2 Gbit/s (Oran, Alger).

Wilaya (Région)	Taux couverture FTTH	Abonnés FTTH (estimé)	Zones bien couvertes	Zones non couvertes	Défis majeurs
Tizi-Ouzou (Nord)	65-75%	45,000	Centre-ville, Azazga, Draâ Ben Khedda	Aïn El Hammam, Ouaguenoun, Yakouren	Relief montagneux, coût d'installation
Alger (Nord)	90-95%	850,000	Toutes communes urbaines	Quelques quartiers périphériques	Saturation réseau
Constantine (Est)	70-75%	68,000	Ville centre, El Khroub	Aïn Smara, Hamma Bouziane	Extension périurbaine
Annaba (Est)	65-70%	52,000	Sidi Amar, El Bouni	Berrahel, Chetaïbi	Priorité zones industrielles
Oran (Ouest)	80-85%	120,000	Es-Sénia, Bir El Djir	Gdyel, Boutlelis	Gestion densité urbaine
Ouargla (Sud)	35-40%	18,000	Centre-ville, Hassi Messaoud	Zones oasiennes éloignées	Rentabilité faible
Tamanrasset (Sud)	25-30%	8,000	Ville principale	In Salah, zones montagneuses	Distances importantes

TABLE 2.1 – Comparaison entre les wilayas (année 2023)

2.3.8 Facteurs clés de succès pour un déploiement efficace de la fibre optique :

Le déploiement de la fibre optique s'appuie sur une planification stratégique, l'étude approfondie du terrain et la priorisation des zones à raccorder. Cette modernisation est renforcée par l'augmentation de la capacité internationale (câble Medex) et le remplacement progressif du cuivre afin d'améliorer le débit et la fiabilité. Elle s'opère en collaboration avec Huawei et Nokia, grâce à une coordination efficace, la digitalisation des demandes (Idoom) et la formation des équipes techniques. La 4G-LTE est utilisée temporairement afin d'assurer une connexion rapide dans les zones non encore fibrées. Enfin, l'implication des citoyens et la capacité d'adaptation face aux contraintes restent des éléments fondamentaux de ce déploiement.

2.3.9 Perspectives et Innovations futures :

L'ambition affichée est de raccorder 100% des communes de plus de 1 000 habitants à la fibre optique d'ici **2030**, avec pour objectif la généralisation de l'accès au très haut débit. Le renforcement de la **FTTH** connectivité internationale est également en cours, grâce à la mise en service de nouveaux câbles sous-marins tels qu'ORVAL et ALVAL, qui améliorent considérablement les capacités d'échange de données avec l'étranger. Par ailleurs, le déploiement

de la 5G, prévu après **2025**, nécessitera une densification encore plus importante du réseau de fibre optique afin de soutenir les exigences de haut débit et de faible latence imposées par cette technologie.

2.4 Conclusion

En conclusion, Algérie Télécom illustre à la fois les progrès accomplis et les défis persistants du secteur des télécommunications en Algérie. Grâce à des initiatives ambitieuses comme l'extension massive du réseau de fibre optique, l'entreprise témoigne d'une volonté affirmée de moderniser les infrastructures numériques et de réduire la fracture numérique entre régions. Les avancées réalisées dans des wilayas pilotes comme Tizi-Ouzou démontrent la faisabilité d'un développement technologique accéléré, même dans des contextes géographiques complexes. Toutefois, de nombreux défis demeurent, qu'ils soient d'ordre technique (relief accidenté, maintenance délicate), économique (coûts élevés d'installation, accessibilité tarifaire pour les ménages), ou administratif (délais d'exécution, procédures de coordination). Pour pérenniser ses acquis et atteindre ses objectifs stratégiques, notamment la généralisation de la fibre optique et le lancement effectif de la 5G à l'horizon 2030, Algérie Télécom devra renforcer ses partenariats publics-privés, rationaliser ses processus internes et mieux adapter ses services aux besoins économiques et sociaux du pays. En définitive, sa réussite dépendra de sa capacité à conjuguer performance industrielle, innovation technologique et mission de service public, participant ainsi activement à l'émergence d'une Algérie moderne, connectée et compétitive sur la scène internationale.

Chapitre 3

Optimisation Combinatoire : Concepts, Modèles et Résolution

3.1 Introduction

L'optimisation est un domaine important des mathématiques appliquées qui consiste à chercher la meilleure solution possible à un problème, tout en respectant certaines contraintes. Quand le problème concerne un grand nombre de choix possibles (comme organiser un planning, planifier un réseau ou répartir des ressources), on parle alors d'optimisation combinatoire. Ce type d'optimisation est très utilisé dans des domaines concrets comme la logistique, l'industrie, les télécommunications ou encore l'intelligence artificielle. L'optimisation combinatoire permet de modéliser et de résoudre des situations complexes, où il faut prendre des décisions efficaces dans un ensemble de possibilités très vaste. Comme ces problèmes sont souvent difficiles à résoudre complètement avec des méthodes simples, des outils théoriques et des algorithmes spécifiques ont été développés au fil du temps. Ce chapitre a pour objectif de présenter les principes de base de l'optimisation combinatoire, tout en expliquant son importance et ses applications. Il commence par un bref retour sur l'évolution de l'optimisation mathématique, depuis les origines jusqu'aux techniques modernes comme la programmation linéaire ou les algorithmes inspirés de la nature. Nous présentons ensuite quelques problèmes classiques d'optimisation, comme le problème du voyageur de commerce, le problème du sac à dos ou celui de l'affectation. Ces exemples montrent bien les types de situations qu'on peut modéliser avec l'optimisation combinatoire. Le chapitre aborde aussi la notion de complexité algorithmique, qui permet de comprendre pourquoi certains problèmes sont faciles à résoudre et d'autres beaucoup plus difficiles (comme les problèmes NP-complets). Pour cela, différentes méthodes de résolution sont présentées, qu'elles soient exactes (comme la programmation dynamique ou l'algorithme Branch and Bound) ou approchées (comme le recuit simulé, les algorithmes génétiques). Enfin, nous parlons de l'optimisation multi-objectifs, qui concerne les situations où plusieurs critères doivent être optimisés en même temps. Cela demande des approches spécifiques, comme l'utilisation du front de Pareto, pour comparer les différentes solutions possibles. En résumé, ce chapitre fournit les connaissances nécessaires pour bien comprendre les méthodes d'optimisation utilisées dans la suite du mémoire, en particulier pour la résolution du problème de déploiement de la fibre optique. Il permet de mieux cerner les outils disponibles, leurs avantages et leurs limites, afin de choisir la méthode la plus adaptée au problème étudié, notamment la méthode de pondération utilisée dans notre modélisation.

3.2 Historique de l'optimisation mathématique

L'optimisation mathématique trouve ses origines dans l'Antiquité avec des problèmes géométriques posés par des mathématiciens grecs tels qu'Euclide, qui étudiaient la maximisation de la surface et du volume dans une configuration donnée. Cependant, la véritable émergence du domaine s'est produite au XVIIe siècle, lorsqu'on a développé le calcul, qui a permis de formuler et de résoudre des problèmes de maximisation et de minimisation des fonctions continues. Au XVIIIe siècle, des progrès significatifs ont été réalisés avec la proposition de la méthode du multiplicateur de Lagrange pour résoudre les problèmes avec contraintes. Au XIXe siècle, le calcul des variations a émergé pour l'optimisation des trajectoires et des formes, notamment dans le cadre de la mécanique classique. Le XXe siècle marque une véritable révolution avec l'introduction de la programmation linéaire en 1947 par "George Dantzig"[10], qui développe l'algorithme du simplexe pour résoudre des problèmes de grande dimension. Ce siècle a également marqué l'essor de l'optimisation discrète et combinatoire, en particulier des problèmes de graphes, de l'allocation des ressources et de la planification, qui sont devenus cruciaux dans l'industrie et l'informatique. Avec l'essor de l'informatique, de nouvelles méthodes ont émergé, telles que les algorithmes évolutionnaires, les algorithmes métaheuristiques (recuit simulé, colonies de fourmis) et l'optimisation stochastique et multi-objectifs, applicables aux systèmes complexes et incertains. L'optimisation mathématique est au cœur de nombreuses avancées technologiques actuelles, notamment dans les domaines de l'apprentissage automatique, de l'intelligence artificielle, de la logistique et de la modélisation des systèmes.

3.3 La Problématique de l'optimisation combinatoire

Bien que, pour fixer les idées, on introduise la problématique de l'optimisation combinatoire à partir de petits exemples.

Exemple 1 : " Problème du voyageur de commerce"

Un voyageur de commerce a n villes à visiter et souhaite construire un itinéraire qui lui permette de visiter chaque ville une et une seule fois en revenant à son point de départ tout en minimisant la longueur du chemin parcouru. Le problème est donc, étant donné un réseau $R = (X, U, d)$, de trouver un circuit qui passe par tous les sommets (représentant les villes) une seule fois, c'est-à-dire un chemin de base dont les extrémités fusionnent et qui possède un nombre d'arcs égal au nombre de villes n et une longueur totale minimale. Une manière équivalente de résoudre ce problème est de se donner une matrice $n \times n$ dont l'élément D_i^j , dans la i -ième ligne et la j -ième colonne, est égal à :

$$D_i^j = \begin{cases} \text{la distance entre les villes } i \text{ et } j, & \text{si } (i, j) \in U \\ \infty, & \text{sinon} \end{cases}$$

Le problème est alors de trouver une permutation p sans cycle (indécomposable) de n objets telle que :

$$\sum_{i=1}^n D_i^{p(i)} \text{ soit minimum.}$$

- Dans la figure 1, Le chemin : $2 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 1 \rightarrow 6 \rightarrow 3 \rightarrow 2$ est une solution du problème du voyageur de commerce (TSP), et sa valeur est égale à 19.
- Dans cet exemple, le nombre de solutions possibles est :

$$\frac{(6-1)!}{2} = 60$$

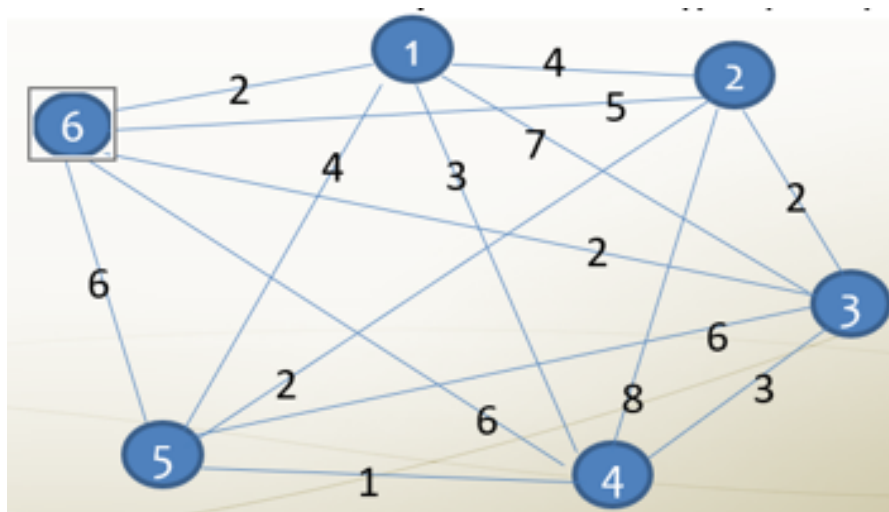


FIGURE 3.1 – Problème du voyageur de commerce

Exemple 2 : "Problème du sac à dos"

On dispose de n objets ayant chacun un poids a_j une valeur c_j ($j = 1, 2, \dots, n$) et une capacité b . Il faut effectuer une sélection (déterminer un sous-ensemble de ces objets) dont le poids total soit inférieur ou égal à un nombre donné et dont la valeur, somme des valeurs objets sélectionnés, soit maximum. C'est-à-dire qu'on cherche

$$J \subset \{1, 2, \dots, n\} \quad \text{tel que} \quad \sum_{j \in J} c_j \quad \text{soit maximum.}$$

Sous la contrainte

$$\sum_{j \in J} a_j \leq b$$

Associons à chaque objet j ($j = 1, 2, \dots, n$) une variable x_j qui prend la valeur 1 si j -ième objet fait partie de la sélection ($j \in J$), 0 sinon. Le problème du sac à dos se formule alors de la manière suivante :

$$(k) \begin{cases} a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \leq b \\ c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = z(\text{Max}) \end{cases} \quad x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

La dernière expression $\sum_{j=1}^n c_j x_j$ est appelée z , et l'on cherche à rendre la valeur de z maximale. Le problème présenté tire son nom d'un exemple classique : un campeur préparant une randonnée doit choisir, parmi n objets, ceux qu'il emportera dans son sac à dos. Chaque objet j a un poids a_j et une utilité c_j et l'objectif est de maximiser l'utilité totale sans dépasser une capacité maximale (de poids ou de volume). Ce modèle, appelé « problème du sac à dos » (ou knapsack en anglais), conserve ce nom pour des raisons historiques, bien qu'il ne reflète pas fidèlement la réalité d'une randonnée. Il ignore par exemple les interdépendances entre objets (comme la faible utilité du dentifrice sans brosse à dents), et suppose que la capacité maximale est fixe, alors qu'en pratique, elle peut être souple ou sujette à compromis entre poids et utilité.[40]

Exemple 3 : " Problème d'affectation"

Ce problème a pour objectif d'établir des liens entre les éléments de deux ensembles distincts, de manière à minimiser un coût et en respectant des contraintes d'unicité de lien pour chaque élément [34]. On considère m tâches et n agents, avec $n \geq m$. Pour tout couple (i, j) ($i =$

$1, \dots, m$), ($i = 1, \dots, n$), l'affectation de la tâche i à j implique un coût de réalisation noté C_{ij} ($C_{ij} \geq 0$). Chaque tâche doit être réalisée une seule fois et chaque agent peut réaliser au maximum une tâche. On doit affecter les tâches aux agents, de manière à minimiser le coût total de réalisation et en respectant les contraintes de réalisation des tâches et de disponibilité des agents. À chaque couple tâche/agent (i, j) , on associe une variable d'affectation binaire x_{ij} :

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{Si la tâche } i \text{ est affectée à l'agent } j \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

- Le coût total de réalisation des tâches est égal à la somme : $\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij}$.
- Le nombre d'agents réalisant la tâche i est donné par : $\sum_{j=1}^n x_{ij}$.
- Le nombre de tâches réalisées par l'agent j est donné par : $\sum_{i=1}^m x_{ij}$

le problème d'affectation est modélisé sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Min} \quad \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}x_{ij} \\ \text{s.c.} \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \forall i = 1..m \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} \leq 1 \quad \forall j = 1..n \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i = 1..m, \forall j = 1..n \end{array} \right.$$

Définition 1 :

Un problème d'optimisation combinatoire se définit à partir d'un ensemble fini S appelé ensemble des solutions admissibles. Et une fonction objectif $f : S \rightarrow \mathbb{R}$. L'objectif est de trouver un élément $\hat{s} \in S$ tel que $f(\hat{s}) = \min_{s \in S} f(s)$. Dans ce contexte, S est généralement un sous-ensemble de $\mathcal{I}(E)$ qui représente l'ensemble de solutions possibles construite à partir d'un ensemble fini E et S représente les solutions qui satisfont les contraintes du problème. Cette définition, bien que simple en apparence, ne doit pas être sous-estimée. Prenons l'exemple du problème du voyageur de commerce sur un réseau de 101 villes. Dire qu'il suffit d'énumérer toutes les tournées pour choisir celle de longueur minimale n'est pas une solution pratique : il existe $100!$ tournées possibles, un nombre astronomique, bien supérieur au nombre estimé d'atomes dans l'univers.

C'est pourquoi on recherche des méthodes efficaces, dont le nombre d'opérations dépend de la taille des données (par exemple 100 ou 100^2), et non du nombre total de solutions possibles.[40]

Remarque 1 :

Le mot "problème" peut être utilisé à deux niveaux :

1. Au sens général, il désigne une question théorique abstraite, sans données numériques précises. Par exemple, le problème du voyageur de commerce ou du sac à dos peut être formulé de manière générale, pour en étudier les propriétés ou les méthodes de résolution.
2. Au sens particulier, il fait référence à un cas concret avec des valeurs données. Par exemple : "résoudre le problème du sac à dos avec $n = 3$, $a = (6, 5, 4)$, $b = 9$, $c = (10, 8, 5)$ " signifie qu'on cherche ici une solution spécifique.

En réalité, le problème général peut être vu comme l'ensemble de tous les cas particuliers possibles. Dans la pratique, le contexte permet souvent de savoir s'il s'agit d'un cas concret ou

d'une définition générale, et il est donc inutile de toujours le préciser.

Ainsi, dans la définition d'un problème d'optimisation combinatoire, on considère une question générale dont chaque cas revient à chercher une solution optimale dans un ensemble fini.[40]

Remarque 2 :

Le problème consistant à chercher un élément maximum au lieu d'un élément minimum est de même nature puisque :

$$\max_{s \in S} [f(s)] = - \min_{s \in S} [-f(s)]$$

[40]

Remarque 3 :

De façon générale, il suffit que la fonction prenne ses valeurs dans un ensemble totalement ordonné. Le plus souvent, f prend ses valeurs dans \mathbb{R} . Un cas particulier important est celui où f prend ses valeurs dans $\{0, 1\}$ (problème "de décision").

Définition 2 :

Considérons le problème d'optimisation combinatoire de la définition 1. S'il existe un ensemble E (fini) et une application $c : E \rightarrow \mathbb{R}$ tel que :

- $S \subset \mathcal{I}(E)$
- $f(s) = \sum_{e \in S} c(e)$

Alors problème d'optimisation combinatoire est dit à "fonction objectif séparée". Le problème de sac à dos est clairement à fonction objectif séparée (il suffit de poser $E = 1, 2, \dots, n$).[40]

3.4 Outils fondamentaux de l'optimisation combinatoire

3.4.1 Complexité théorique d'un problème

La théorie de la complexité permet de classer les problèmes combinatoires en fonction de la difficulté de leur résolution. Par complexité d'un problème, on entend une estimation du nombre d'opérations nécessaires pour résoudre ses différentes instances, en fonction de leur taille. Cette estimation est généralement faite dans le pire des cas, c'est-à-dire en supposant l'instance la plus difficile à résoudre.

Avant d'aborder les différentes classes de complexité, il est essentiel de comprendre les notions suivantes :

1. **Instance d'un problème d'optimisation combinatoire (POC) :** Soit X un problème d'optimisation caractérisé par un ensemble E de données d'entrée : $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$. Une instance de ce problème est un ensemble concret de données $E' = \{e'_1, e'_2, \dots, e'_n\}$, et une autre instance peut être définie par un autre ensemble $E'' = \{e''_1, e''_2, \dots, e''_n\}$. Toutes les instances d'un même problème ont la même taille : $|E| = |E'| = |E''|$. [4]
2. **Problème de décision :** Un problème de décision est un problème dont la solution est une réponse binaire : **Oui** ou **Non**. En d'autres termes, pour une instance donnée, l'objectif est de déterminer si cette instance appartient à un ensemble de solutions acceptables. Mathématiquement, on peut le formuler ainsi : $D(X) = \{\text{Oui}, \text{Non}\}$. [4]

3. **Problème d'optimisation** : Un problème d'optimisation est un problème caractérisé par un quadruplet $\langle I, S, f, \text{mode} \rangle$ où I : représente les données du problème, S : est le type de collection, ensemble ou le type d'éléments qu'on attend comme résultat, f : est la fonction qui mesure la qualité du résultat et mode (max ou min) indique s'il s'agit de maximisation ou minimisation. [4]
4. **Problème polynomial** Un problème polynomial est un problème pour lequel il existe un algorithme dont le temps de résolution augmente de façon raisonnable lorsque la taille de l'entrée augmente. Concrètement, si n est la taille de l'instance, le temps nécessaire pour résoudre le problème est proportionnel à n^k , où k est une constante. Cela signifie que l'algorithme peut résoudre le problème assez rapidement même pour de grandes instances.

3.4.2 Classification des problèmes d'optimisation

En général, les critères utilisés pour classer les problèmes d'optimisation sont :

- **Domaines des variables de décision** : (Continu Vs. Discret ou combinatoire)
- **Le nombre de critères à optimiser** : (Mono objectif Vs. Multi objectifs)
- **L'existence des variables aléatoires dans le problème** : (Déterministe Vs. Stochastique)
- **L'évolution des variables avec le temps** : (Statique Vs. Dynamique)

1. Domaines des variables de décision : Continu Vs. Discret ou combinatoire

Un problème d'optimisation est :

- **Continu** : Si les solutions du problème appartiennent à un ensemble continu, par exemple si la solution est un nombre réel.
- **Discret ou combinatoire** : Si les solutions du problème appartiennent à un ensemble discret et que la solution est une combinaison d'éléments du problème, par exemple une solution au problème du voyageur de commerce (TSP).

2. Le nombre de critères à optimiser : Mono objectif Vs. Multi objectifs

Un problème d'optimisation est :

- **Mono objectif** : S'il y a un seul critère à optimiser dans la fonction objectif.
- **Multi objectifs** : S'il y a plusieurs critères à optimiser simultanément dans la fonction objectif.

3. L'existence des variables aléatoires dans le problème : Déterministe Vs. Stochastique

Un problème d'optimisation est :

- **Déterministe** : Si toutes les variables du problème sont déterministes.
- **Stochastique** : S'il y a au moins une variable du problème définie sous forme d'une variable aléatoire.

4. L'évolution des variables avec le temps : Statique Vs. Dynamique :

- Un problème d'optimisation est :
 - **Statique** : Si les variables du problème ne changent pas avec le temps.
 - **Dynamique** : Si les variables du problème changent avec le temps.

3.4.3 Classes de complexité

Certains problèmes sont plus faciles à résoudre que d'autres, car il est possible de trouver une solution optimale rapidement. La théorie de la complexité a été développée pour classer les problèmes selon leur difficulté de manière mathématique. Les principaux types de problèmes sont regroupés dans trois classes : **P**, **NP** et **NP-Complet**. [22]

1. Problèmes de la classe **P** :

Elle contient l'ensemble des problèmes polynomiaux, i.e., pouvant être résolus par un algorithme de complexité polynomiale. Cette classe caractérise l'ensemble des problèmes que l'on peut résoudre facilement. [41] Exemple :

- Trier une liste de nombres.
- Trouver le plus court chemin dans un graphe.
- Vérifier si un nombre est pair ou impair.

2. Problèmes de la classe **NP** :

C'est la classe des problèmes de décision pour lesquels il est possible de vérifier en temps polynomial qu'une solution donnée est réalisable ; c'est-à-dire, on peut construire un algorithme polynomial qui est capable de vérifier si pour une solution donnée, la réponse au problème de décision est OUI ou NON. Parmi les exemples typiques de problèmes de la classe NP, on trouve **le problème du voyageur de commerce** et **le problème du sac à dos**.

3. Problèmes **NP-Complets** :

Ce sont les problèmes de décision pour lesquels il n'existe pas d'algorithme permettant leur résolution en un temps polynomial. un problème X est un problème **NP-Complet**.

- S'il appartient à la classe NP,
- Et si quel que soit le problème qui appartient aussi à la classe NP, on peut le réduire au problème X en un temps polynomial. [21]

Le premier problème qui a été démontré comme étant NP-Complet [19] a été celui de la satisfiabilité d'une formule logique binaire (SAT) [9].

4. Problèmes **NP-Difficiles** :

Cette classe englobe les problèmes de décision et les problèmes d'optimisation. Les problèmes NP-Difficiles sont aussi difficiles que les problèmes NP-Complets. Si un problème de décision associé à un problème d'optimisation O_P est NP-Complet alors O_P est un NP Difficile [8]. Par conséquent, afin de prouver qu'un problème d'optimisation est NP-Difficile, il suffit de montrer que le problème de décision associé à O_P est NP-Complet [?]. Il est à noter que jusqu'à maintenant, aucun algorithme polynomial n'est connu pour résoudre ce type de problèmes.

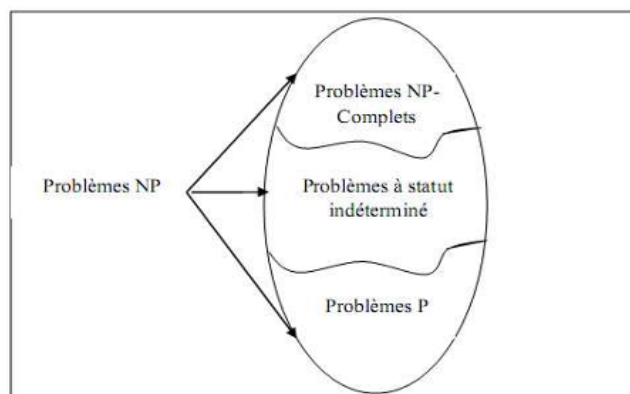


FIGURE 3.2 – Relation entre problèmes p , NP et NP -complet

3.5 Notion de programmation linéaire et non linéaire

L'objectif de la programmation linéaire et de la programmation non linéaire est la résolution de nombreux problèmes économiques et industriels.

3.5.1 Programmation linéaire

La programmation linéaire renferme l'ensemble des outils et des techniques de résolution des problèmes dont la fonction objective et les contraintes sont de type linéaires [27]. Un Programme Linéaire (PL) est un problème d'optimisation consistant à maximiser (ou minimiser) une fonction objectif linéaire de variables soumises à un ensemble de contraintes exprimées sous forme d'équations ou d'inéquations linéaires. La forme standard d'un programme linéaire est la suivante :

$$(P_1) \begin{cases} \max z = c \cdot x \\ \text{s.c. } Ax = b \\ x \geq 0 \end{cases}, \quad A = (m \times n)$$

On peut supposer que le *rang* de A est m car si $\text{rang}(A) < m$, certaines contraintes sont soit redondantes (à éliminer), soit incompatibles (le système $Ax = b$ n'a pas de solution). Tout programme linéaire peut être réécrit sous forme standard en ajoutant des variables d'écart, par exemple $a \cdot x \leq b$ devient $a \cdot x + s = b, \quad s \geq 0$

- **Remarque 1** : Un problème linéaire continu peut être résolu en temps polynomial [32]. Il existe des algorithmes polynomiaux efficaces pour résoudre un programme linéaire comme ceux dits de points intérieurs initiés par [31]. Néanmoins l'algorithme du simplexe [10] est le plus célèbre (et le plus efficace dans le cas général) des algorithmes de résolution, bien qu'il ne soit pas polynomial ! L'algorithme du simplexe repose sur le fait qu'une solution optimale d'un programme linéaire peut être prise parmi les sommets du polyèdre de \mathbb{R}^n déterminé par $A \cdot x \leq b$.

3.5.2 Programmation linéaire en nombres entiers

De nombreux problèmes d'optimisation, provenant de domaines variés, peuvent être modélisés sous forme de programmes linéaires avec des variables entières. Ces modèles sont appelés programmes linéaires en nombres entiers (PLNE). Ils sont souvent difficiles à résoudre, car leur espace de recherche est discret. Malgré cela, les PLNE constituent un outil de modélisation puissant, et plusieurs méthodes de résolution ont été développées. La forme générale d'un PLNE est donnée ci-dessous [40] :

$$(P_2) \begin{cases} \max z = c \cdot x \\ \text{s.c. } Ax \leq b \\ x \in \mathbb{N}^n \end{cases}$$

- Le problème \bar{P}_2 obtenu à partir de P_2 en relaxant (en oubliant) les contraintes d'intégrité sera appelé la relaxation continue de P_2 .

$$(\bar{P}_2) \begin{cases} \max z = c \cdot x \\ \text{s.c. } Ax \leq b \\ x \in \mathbb{R}^n \end{cases}$$

- Il pourra se faire, dans certains cas, que toutes les variables ne soient pas astreintes à être entières, mais seulement certaines d'entre elles. Dans ce cas on parle de programmation linéaire mixte.

- **Remarque 1 :** En général, on suppose que les coefficients de la matrice A et du vecteur b sont entiers. Un programme linéaire en nombres entiers peut souvent être reformulé sous la forme d'un programme linéaire en variables booléennes (0-1). Les méthodes classiques de programmation linéaire ne sont pas toujours adaptées aux PLNE, car elles recherchent une solution optimale au sommet d'un polyèdre défini par $\{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \leq b, x \geq 0\}$ lequel n'a généralement pas de solutions entières. Pour obtenir des solutions entières optimales, plusieurs approches ont été développées, notamment les algorithmes de séparation et évaluation (Branch and Bound) et les méthodes de coupes.
- **Remarque 2 :** La programmation linéaire en nombres entiers PLNE est un problème NP-difficile, car de nombreux problèmes complexes peuvent être formulés sous cette forme. Plusieurs solveurs sont disponibles pour résoudre les programmes linéaires, tels que CPLEX, Gurobi, Matlab (Par contre Matlab, sa capacité à traiter des problèmes de grande taille dépend de la complexité du problème et des ressources matérielles disponibles), GLPK et d'autres. Ces outils sont capables de résoudre des problèmes comportant jusqu'à 200 000 variables et contraintes. Cependant, pour les PLNE, les performances sont plus limitées. Les solveurs commerciaux comme CPLEX et Gurobi peuvent traiter quelques milliers de variables, tandis que SCIP, un solveur académique, offre également de très bonnes performances.

3.6 Les méthodes de résolution en optimisation combinatoire

Elles sont schématisées comme suit :

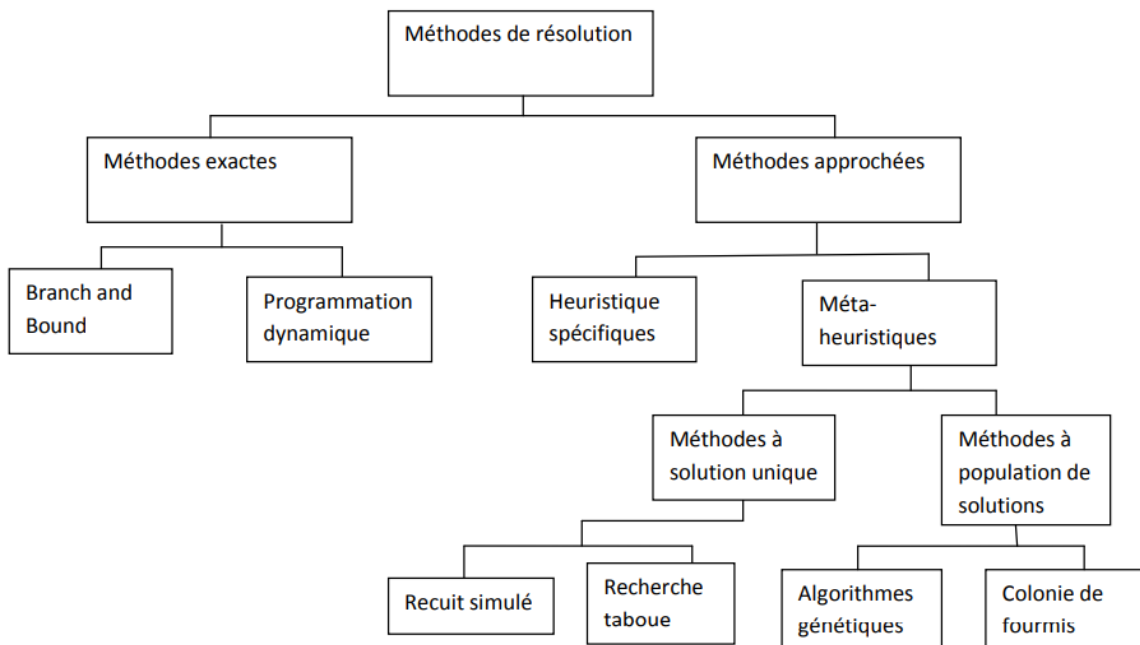


FIGURE 3.3 – Organigramme de méthodes optimisation combinatoire

3.6.1 Les méthodes exactes

Parmi les approches utilisées pour résoudre les problèmes d'optimisation combinatoire POC, les méthodes exactes occupent une place centrale lorsqu'il s'agit de garantir la recherche d'une solution optimale. Ces méthodes incluent notamment la programmation linéaire en nombres

entiers PLNE, la programmation dynamique ou d'autres algorithmes déterministes. Elles permettent non seulement d'obtenir une solution optimale, mais aussi de prouver son optimalité. En cas d'interruption prématurée, elles peuvent fournir des bornes sur la qualité de la solution. Toutefois, leur efficacité décroît avec la taille du problème : les ressources en temps de calcul et en mémoire augmentent rapidement, limitant leur application aux instances de petite ou moyenne taille. Lorsqu'un POC est formulable sous forme d'un programme linéaire, il peut être résolu à l'aide de méthodes comme l'algorithme du simplexe. En présence de contraintes d'intégrité, des techniques spécifiques aux PLNE sont alors mobilisées, telles que les méthodes de coupes ou la programmation dynamique.

Bip Match :

L'algorithme Bip Match est une méthode rapide permettant de déterminer un couplage maximum dans un graphe biparti [38], en s'appuyant sur le concept de chaînes alternées améliorantes. Dans un graphe biparti $G = (X \cup Y, E)$, où X et Y sont deux ensembles disjoints de sommets tels que chaque arête de E (Ensemble des arêtes) relie un sommet de X à un sommet de Y , et pour un couplage donné C , une chaîne est dite alternée si elle alterne entre des arêtes appartenant à C et d'autres qui n'en font pas partie. Une telle chaîne est améliorante (ou augmentante) si ses deux extrémités ne sont incidentes à aucune arête de C , c'est-à-dire qu'elles sont insaturées. Le fonctionnement de l'algorithme repose sur deux propriétés fondamentales établies par [6] :

- **Propriété 1 :** Soient G un graphe, C un couplage, et μ une chaîne alternée améliorante pour C . En réalisant un transfert sur μ (c'est-à-dire en inversant les arêtes présentes et absentes de C sur cette chaîne), on obtient un nouveau couplage C' tel que $|C'| = |C| + 1$.
- **Propriété 2 :** Un couplage est maximal si et seulement s'il n'admet aucune chaîne alternée améliorante.

L'algorithme commence par construire un couplage initial simple, en associant chaque sommet de la partie X du graphe à son premier voisin disponible dans Y , c'est-à-dire un sommet qui n'est pas encore engagé dans une arête du couplage. Ce premier couplage correspond à des chaînes améliorantes de longueur un (une seule arête).

À partir de ce couplage initial, l'algorithme cherche à l'améliorer en détectant de nouvelles chaînes améliorantes à l'aide d'une exploration en largeur du graphe. L'objectif est d'augmenter progressivement la cardinalité du couplage. Cette recherche démarre toujours à partir d'un sommet insaturé de X , et s'arrête dès qu'une chaîne améliorante de longueur minimale est identifiée. L'exploration alterne entre les deux parties du graphe (un sommet de X , puis un sommet de Y), en respectant l'alternance entre arêtes hors couplage et arêtes du couplage.

L'algorithme prend fin lorsqu'aucune nouvelle chaîne améliorante ne peut être trouvée.

Algorithme hongrois/Kuhn-Munkres algorithm (Problème d'affectation) :

Un cas courant du problème d'affectation est celui où le nombre d'opérations à effectuer est égal au nombre de ressources disponibles. En réalité, tout problème d'affectation peut être transformé sous cette forme. Si le nombre d'opérations m est inférieur au nombre de ressources n , on ajoute des opérations fictives avec un coût nul pour équilibrer. Si au contraire $m > n$, on ajoute des ressources fictives, elles aussi à coût nul. L'algorithme hongrois est une méthode spécialement conçue pour résoudre ce type de problème. Il repose sur une modélisation du problème d'affectation sous forme de programme linéaire. [30]

Méthode de Branch and Bound :

Principe de la méthode de Branch and Bound :

Dans de nombreux problèmes, notamment en optimisation, le nombre de solutions possibles est fini (ou au moins dénombrable). En théorie, on pourrait donc toutes les énumérer et choisir la meilleure. Mais en pratique, ce n'est pas faisable, car le nombre de solutions peut être énorme. La méthode Branch and Bound (B&B) propose une manière plus intelligente de faire cette recherche. Elle utilise les caractéristiques du problème pour éviter d'explorer certaines solutions qui ne peuvent pas mener à la solution optimale. Cela permet souvent de trouver la bonne solution en un temps raisonnable, même si, dans le pire des cas, on pourrait être obligé d'examiner toutes les solutions [33].

[12]La méthode B&B repose sur trois éléments essentiels :

- L'évaluation : pour décider s'il vaut la peine d'explorer une branche.
- La séparation : pour diviser le problème en sous-problèmes plus simples.
- La stratégie de parcours : pour choisir dans quel ordre explorer les branches de l'arbre.

L'évaluation : L'évaluation sert à réduire l'espace de recherche en éliminant les parties qui ne peuvent pas contenir la meilleure solution. Elle permet de savoir si cela vaut la peine d'explorer un sous-ensemble donné. Dans la méthode Branch and Bound, on garde en mémoire la meilleure solution trouvée jusqu'à présent (celle qui a le coût le plus bas). Ensuite, à chaque fois qu'on étudie un nouveau nœud, on compare son coût à celui de la meilleure solution actuelle. Si ce coût est plus élevé, on arrête l'exploration de cette branche, car toutes les solutions qui en découlent seront forcément moins bonnes.

La séparation : La séparation consiste à diviser le problème principal en plusieurs petits sous-problèmes. En résolvant chacun d'eux et en comparant les résultats, on peut trouver la meilleure solution globale. Cela revient à construire un arbre où chaque branche représente un sous-problème. Les nœuds de cet arbre qui n'ont pas encore été explorés, et qui pourraient contenir la solution optimale, sont appelés nœuds actifs.

La stratégie de parcours :

Dans la méthode Branch and Bound, la stratégie de parcours détermine l'ordre dans lequel les sous-problèmes sont explorés. Il existe plusieurs façons de parcourir l'arbre de recherche :

- Exploration en largeur : cette méthode traite en priorité les nœuds les plus proches de la racine. Elle fait donc moins de divisions au départ. Cependant, elle est souvent moins efficace que les autres méthodes.
- Exploration en profondeur : ici, on privilégie les nœuds situés en bas de l'arbre (les plus éloignés de la racine). Cette stratégie permet d'arriver rapidement à une solution réalisable et consomme moins de mémoire.
- Exploration du meilleur nœud : cette méthode consiste à choisir en priorité le nœud avec la meilleure évaluation (la borne la plus prometteuse). Cela permet de ne pas explorer les sous-problèmes qui sont peu intéressants par rapport à la solution optimale recherchée.

[26]L'algorithme Branch and Bound construit et explore l'arbre de recherche. La racine de cet arbre correspond à l'ensemble des solutions possibles du problème initial (dans le cas d'un modèle en programmation linéaire en nombres entiers). Chaque nœud représente ensuite un sous-ensemble de ces solutions. À chaque étape, l'algorithme résout une version simplifiée (ou relâchée) du sous-problème correspondant au nœud courant. Cette résolution donne une borne inférieure sur la solution optimale de ce sous-problème. Ensuite, plusieurs cas peuvent se présenter :

- Si cette borne est plus grande que la meilleure solution entière déjà trouvée, on peut éliminer ce nœud, car il ne contient pas de meilleure solution possible (on parle d'élagage).

- Si la solution de la relaxation est entière et meilleure que celle trouvée jusqu'à présent, elle devient la nouvelle solution optimale.
- Si la borne est meilleure que la solution actuelle, mais que la solution trouvée n'est pas entière, on divise ce sous-problème en plusieurs sous-problèmes plus petits.

La méthode continue ainsi en explorant les autres nœuds jusqu'à ce qu'il n'en reste plus à traiter. À la fin, on obtient la meilleure solution possible parmi toutes celles explorées.

Algorithm 1 Algorithme de Branch-and-Bound (version de base)

[37]

- 1: **Initialisation** : Trouver une solution admissible entière, et noter sa valeur Z^* .
 - 2: **if** aucune solution n'est trouvée **then**
 - 3: Poser $Z^* = +\infty$ (pour un problème de minimisation).
 - 4: **end if**
 - 5: *Résolution de la relaxation continue* :
 Résoudre la version relâchée du problème (sans contrainte d'intégralité).
 La solution donne une borne inférieure Z_{RP} pour la minimisation.
 - 6: **Élagage (pruning)** : Éliminer un nœud (ou sous-problème) si :
 - La solution non admissible (invalide)
 - $Z_{RP} \geq Z^*$ (pas d'amélioration possible)
 - La solution est entière et $Z_{RP} < Z^* \Rightarrow$ mise à jour de $Z^* \leftarrow Z_{RP}$
 - 7: **while** des nœuds non élagués restent **do**
 - 8: Choisir un nœud actif (non élagué)
 - 9: **Brancher** : choisir une variable fractionnaire $x_i \notin \mathbb{Z}$
 - 10: Créer deux sous-problèmes :
 - $x_i \leq \lfloor x_i \rfloor$
 - $x_i \geq \lceil x_i \rceil$
 - 11: **for** chaque sous-problème **do**
 - 12: Résoudre la relaxation continue
 - 13: **if** la solution est entière et $Z_{RP} < Z^*$ **then**
 - 14: Mise à jour de $Z^* \leftarrow Z_{RP}$
 - 15: **end if**
 - 16: **end for**
 - 17: **end while**
 - 18: **Fin** : Lorsque tous les nœuds ont été élagués, Z^* est la valeur optimale.
-

Branch-and-Bound : cas des variables binaire 0-1

[20]La méthode Branch and Bound (B&B) est particulièrement bien adaptée pour résoudre des problèmes d'optimisation linéaire dans lesquels les variables ne peuvent prendre que deux valeurs : 0 ou 1. On appelle ces variables des variables binaires.

— **Comment ça marche ?**

L'idée est d'explorer intelligemment toutes les combinaisons possibles des variables 0-1, sans les tester une par une, grâce à un arbre de décision :

Étapes de base :

1. On commence par un nœud de l'arbre, appelé la racine. À ce stade, aucune variable n'a encore de valeur fixée.
2. On choisit une variable x qui n'est pas encore fixée.

3. On crée deux sous-problèmes :

- Un où on impose $x=0$
- Un autre où on impose $x=1$

Ces deux cas forment deux nouveaux nœuds de l'arbre.

4. On recommence l'opération pour chaque nœud où il reste encore des variables non fixées.

5. Quand toutes les variables sont fixées, on arrive à une feuille de l'arbre (une solution complète). Si on a n variables binaires, alors au maximum on peut avoir 2^n feuilles.

— **Calcul de borne (ou évaluation)** : À chaque nœud, on résout une version relâchée du problème, c'est-à-dire en autorisant temporairement des valeurs réelles entre 0 et 1. Cela nous donne une estimation du meilleur résultat possible à partir de ce nœud (c'est ce qu'on appelle une borne inférieure si on minimise).

— **Élagage (ou élimination)** : On arrête l'exploration d'une branche (on l'élague) si l'un des trois cas suivants se produit :

1. Test 1 : La borne obtenue (par la relaxation) est pire (plus grande) que la meilleure solution entière déjà trouvée → inutile d'explorer plus loin.
2. Test 2 : Le sous-problème n'a pas de solution possible → on l'abandonne.
3. Test 3 : La solution de la relaxation est déjà entière (0 ou 1 partout) → c'est une solution valide, on la compare avec la meilleure trouvée jusqu'ici. Si elle est meilleure, elle devient la nouvelle solution optimale.

Algorithm 2 Algorithme de Branch-and-Bound (cas binaire)

```
1: Initialisation :  
2:  $Z^* \leftarrow +\infty$   
3: Calculer la borne à la racine et appliquer les critères d'élagage  
4: procedure BRANCH-AND-BOUND  
5:   while il existe un sous-problème non élagué do  
6:     Critère d'arrêt :  
7:     if tous les sous-problèmes sont élagués then  
8:       Terminer l'algorithme  
9:     end if  
10:    Branchement :  
11:    Choisir le dernier sous-problème créé (ou celui avec la plus grande borne en cas  
    d'égalité)  
12:    if le sous-problème est élagué then  
13:      Retour à l'étape de critère d'arrêt  
14:    end if  
15:    Fixer une nouvelle variable binaire non encore fixée  
16:    Calcul de borne :  
17:    Résoudre la relaxation linéaire du sous-problème  
18:    if tous les coefficients sont entiers then  
19:      Arrondir la solution  
20:    end if  
21:    Élagage :  
22:    if la borne  $\leq Z^*$  then  
23:      Élaguer le sous-problème  
24:    else if la relaxation n'a pas de solution réalisable then  
25:      Élaguer le sous-problème  
26:    else if la solution est entière et  $< Z^*$  then  
27:      Mettre à jour la solution optimale  $Z^*$   
28:    end if  
29:  end while  
30: end procedure
```

Méthode de coupes planes (Cutting-Plane)

Cette méthode a été développée par A. Schrijver en 1986 [42], pour résoudre des problèmes d'optimisation combinatoire formulés sous la forme du programme linéaire suivant :

$$\begin{cases} \min c^T x \\ Ax \geq b \\ x \in \mathbb{Z}^n \end{cases}$$

Lorsque le problème d'optimisation combinatoire est de grande taille, on utilise une technique qui consiste à supprimer une partie des contraintes afin de résoudre un problème relaxé. La solution optimale de ce problème relaxé appartient à l'ensemble des solutions réalisables du problème initial. Cette technique sert à résoudre un problème relaxé, et à ajouter au fur à mesure les contraintes du problème initial. Pour un problème de minimisation, une contrainte est définie par un couple (S, S_0) , où $S \in \mathbb{R}^n$ et $S_0 \in \mathbb{R}$. On appelle alors ces contraintes des coupes planes. L'algorithme s'arrête dès qu'il n'existe plus de contrainte violée par la solution courante. Cette dernière est alors considérée comme la solution optimale du problème initial.

Un exemple classique de cette approche est la méthode de Gomory, qui génère des coupes valides pour résoudre les problèmes en nombres entiers.

3.6.1.1 Méthode Branch and Cut :

Méthode Branch and Cut Cette méthode fait la combinaison entre l'algorithme de la méthode Branch and Bound et celui de la méthode des coupes planes. Cette méthode fait la combinaison entre l'algorithme de la méthode Branch and Bound et celui de la méthode des coupes planes. Lors de la résolution d'un programme linéaire en nombres entiers, la méthode Branch and Cut procède en premier lieu par la relaxation du problème puis applique l'algorithme de la méthode des coupes planes sur la solution trouvée. On veut résoudre le problème d'optimisation combinatoire suivant :

$$\begin{cases} \min c^T x \\ Ax \geq b \\ x \in \mathbb{Z}^n, A \in \mathbb{R}^{n \times m}, b \in \mathbb{R}^m \end{cases}$$

Programmation dynamique :

La programmation dynamique est une méthode largement utilisée pour traiter une classe spécifique de problèmes d'optimisation sous contrainte, dans lesquels la fonction objectif peut être exprimée comme la somme de fonctions monotones non décroissantes en fonction des ressources. Cette approche est applicable à une variété de contextes, qu'ils soient discrets, continus [39]. Le principe fondamental de la programmation dynamique repose sur la décomposition du problème initial en une série de sous-problèmes plus simples. À chaque sous-problème correspond un ensemble de décisions possibles, chacune étant associée à un coût ou à une contribution dans la fonction objective [13]. En résolvant récursivement ces sous-problèmes et en mémorisant les solutions intermédiaires (principe de minimisation), on peut construire progressivement la solution optimale du problème global. Les algorithmes fondés sur cette technique sont généralement simples à implémenter et offrent de très bonnes performances pour des problèmes de petite à moyenne taille. Toutefois, leur utilisation devient souvent inefficace pour les instances de grande taille, en raison de leur complexité spatiale et/ou temporelle élevée. En effet, la croissance exponentielle du nombre d'états à traiter peut rendre l'approche impraticable sans techniques de réduction ou d'approximation.

3.6.2 Les méthodes approchées

Contrairement aux méthodes exactes, les méthodes approchées ne garantissent pas une solution optimale, mais cherchent plutôt une bonne solution obtenue rapidement avec un temps de calcul réduit. Une grande partie de ces méthodes est regroupée sous le terme de **méta-heuristiques**. Les méta-heuristiques sont souvent classées en deux grandes catégories :

1. **Méthodes à solution unique** : elles explorent une seule solution à la fois dans l'espace de recherche. Ce sont les méthodes dites **à voisinage** comme :
 - **La recherche locale** (ex. : méthode de la descente).
 - **Le recuit simulé**.
 - **La recherche taboue**.
2. **Méthodes à base de population** : elles travaillent sur plusieurs solutions simultanément. On y trouve :
 - Les algorithmes évolutionnaires,
 - Les algorithmes de colonies de fourmis

Heuristiques :

En optimisation combinatoire, une heuristique est un algorithme approché qui permet de trouver, en un temps raisonnable (généralement polynomial), une solution réalisable, même si elle n'est pas optimale. Ces méthodes sont particulièrement utiles pour obtenir rapidement une bonne solution, notamment lorsqu'on cherche à accélérer la résolution exacte d'un problème complexe. Les heuristiques sont en général conçues pour un type de problème spécifique, en tirant parti de sa structure propre. Toutefois, elles ne garantissent pas la qualité ni l'optimalité de la solution trouvée. On distingue principalement deux grandes catégories d'heuristiques :

- Les méthodes constructives : elles construisent progressivement une solution, en ajoutant étape par étape des éléments jusqu'à obtenir une solution complète.
- Les méthodes de fouille locale : elles partent d'une solution complète (souvent peu performante) et tentent de l'améliorer petit à petit en explorant les solutions voisines.

1. **Caractéristiques des heuristiques** Les heuristiques offrent plusieurs avantages tout en présentant certaines limites. Leurs principales caractéristiques peuvent être résumées ainsi :

- **Polyvalence** : elles peuvent être appliquées à une large variété de problèmes.
- **Efficacité** : elles donnent de bons résultats dans de nombreux cas,
- **Flexibilité** : elles permettent de trouver un équilibre entre la qualité des solutions et le temps de calcul,
- **Aucune garantie d'optimalité** : la solution trouvée n'est pas forcément le meilleur possible.

Méta-heuristiques :

Les méta-heuristiques ont été introduites pour surmonter les limites des heuristiques classiques, notamment lorsqu'il est difficile d'obtenir une bonne solution pour des problèmes d'optimisation complexes. Ces méthodes permettent généralement d'obtenir des solutions de haute qualité, même lorsque les méthodes exactes sont trop lentes ou demandent beaucoup de mémoire. Elles offrent un bon compromis entre temps de calcul et qualité de la solution, ce qui les rend très utiles dans de nombreux cas. Contrairement aux heuristiques, souvent conçues pour un seul type de problème, les méta-heuristiques sont plus générales et peuvent être utilisées sur différents problèmes. Elles combinent souvent plusieurs stratégies heuristiques pour améliorer leur efficacité.[28]

Recuit simulé (simulated annealing) :

Le recuit simulé SA est une méthode de recherche locale qui utilise une stratégie particulière pour éviter de rester bloqué dans un minimum local. C'est une métaheuristique inspirée d'une technique ancienne utilisée en métallurgie : pour obtenir un métal solide et sans défaut, on le chauffe (recuit), puis on le refroidit très lentement. Cette alternance permet d'atteindre une structure plus stable. Le recuit simulé applique cette idée à l'optimisation. Il est basé sur l'algorithme de Métropolis, utilisé initialement en physique. Le recuit simulé accepte parfois des solutions moins bonnes que la solution actuelle. Cela permet de diversifier la recherche et d'éviter de rester bloqué dans un optimum local. En effet, une bonne solution globale peut se trouver dans le voisinage d'une mauvaise solution, et non dans celui d'une bonne. Cependant, cette stratégie peut aussi faire perdre la meilleure solution déjà trouvée et mener à une solution finale de mauvaise qualité. Pour éviter cela, on introduit généralement une variable mémoire qui conserve la meilleure solution rencontrée durant la recherche.[35].

- **Remarque** :

- La méthode doit être adaptée au problème spécifique traité.
- Il est souvent difficile de prédire sa performance à l'avance.

Recherche tabou (RT) :

Il s'agit d'une métaheuristique basée sur une solution unique, proposée par Glover en 1986 [23]. Elle améliore la recherche locale en s'appuyant sur des règles et des mécanismes conçus pour orienter la recherche de façon plus intelligente [24]. Elle repose sur deux idées principales :

- L'utilisation du voisinage pour explorer d'autres solutions.
- Utilisation d'une mémoire pour orienter intelligemment le déroulement de la recherche.

Contrairement à une recherche locale classique, elle n'accepte pas uniquement une solution meilleure, mais peut aussi choisir une solution voisine moins bonne, afin d'échapper aux optima locaux. Cela permet d'explorer plus largement l'espace de recherche et d'augmenter les chances de trouver l'optimum global. Les solutions de moins bonne qualité peuvent parfois mener à de meilleurs résultats, car elles peuvent être entourées de bons voisins. Pour exploiter cette idée tout en évitant de tourner en rond (revenir plusieurs fois sur les mêmes solutions), la recherche tabou utilise une mémoire qui enregistre les dernières solutions explorées. Cette mémoire, appelée liste tabou, empêche-la revisite de ces solutions pendant un certain nombre d'itérations. La liste tabou a une capacité limitée : elle ne peut pas stocker toutes les solutions rencontrées. Elle fonctionne donc comme une file de type FIFO (First In First Out), c'est-à-dire que lorsqu'une nouvelle solution est ajoutée, la plus ancienne est supprimée pour faire de la place. Il existe plusieurs variantes de la recherche tabou. Elles diffèrent surtout par le choix du voisinage exploré et par la manière de gérer cette liste tabou.

Algorithmes génétiques :

Les algorithmes génétiques sont inspirés des principes de la génétique et de la sélection naturelle. Ils ont été adaptés aux problèmes d'optimisation combinatoire par John Holland [29], puis améliorés par David Goldberg [25]. On trouve dans ce contexte le même vocabulaire utilisé dans la théorie de l'évolution et de la génétique :

- **Un gène** : Ensemble de symboles qui représente la valeur d'une variable. Il peut être codé sous forme de bit, entier, réel ou caractère.
- **Un chromosome** : ensemble ordonné de gènes, formant une solution partielle respectant les contraintes du problème.
- **Un individu** : correspond à une solution complète, représentée par un ou plusieurs chromosomes.
- **Une population** : Ensemble d'individus, c'est-à-dire un ensemble de solutions potentielles.
- **Une génération** : Ensemble d'itérations permettant le passage d'une population à une autre.

Le fonctionnement de cet algorithme est comme suit :

Algorithm 3 Algorithme génétique

```
1: Début
2: Initialiser les paramètres nécessaires ;
3: Initialiser une population de  $N$  individus ;
4: Évaluer les  $N$  individus ;
5: while condition d'arrêt non satisfaite do
6:   Utiliser l'opérateur de sélection pour sélectionner  $K$  individus ;
7:   Appliquer l'opérateur de croisement sur les  $K$  individus avec la probabilité  $P_c$  ;
8:   Appliquer l'opérateur de mutation sur les individus avec la probabilité  $P_m$  ;
9:   Utiliser l'opérateur d'évaluation pour évaluer les enfants obtenus ;
10:  Utiliser l'opérateur de sélection pour remplacer quelques individus parents par des in-
    dividus enfants ;
11: end while
12: Retourner la ou les meilleures solutions ;
13: Fin
```

3.7 Optimisation combinatoire non linéaire

L'optimisation combinatoire non linéaire (POCNL) désigne une classe de problèmes où il s'agit de prendre des décisions discrètes (binaires ou entières), mais dans un contexte où la fonction objectif ou certaines contraintes sont non linéaires. Cela reflète davantage la réalité de nombreux systèmes complexes, mais rend la résolution des problèmes plus difficile. Les problèmes d'optimisation combinatoire non linéaire apparaissent dans des contextes tels que :

- La planification d'installations avec effets d'interaction entre équipements,
- La couverture de zones avec contraintes de distance, budget et ressources,
- Le routage ou la gestion d'infrastructures avec des coûts non proportionnels.

3.7.1 Formulation mathématique

le modèle général peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \min_{x \in \{0,1\}^n} f(x) \\ g_i(x) \leq 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, m \\ h_j(x) = 0 \quad \text{pour } j = 1, \dots, p \end{cases}$$

où

- x est un vecteur de variables discrètes (souvent binaires),
- $f(x)$ est la fonction objectif **non linéaire**,
- $g_i(x)$, $h_j(x)$ représentent des **contraintes non linéaires** (techniques, budgétaires, géographiques, etc.).

Ce type de modélisation est plus souple et plus réaliste, mais rend la résolution informatique bien plus exigeante.

3.7.2 Méthodes de résolution

Méthodes exactes (limitées en non linéaire)

Certaines méthodes exactes peuvent être adaptées, mais sont généralement réservées à des problèmes de petite taille ou très structurés :

- Branch-and-Bound non linéaire
- Relaxation lagrangienne
- Programmation dynamique (dans des cas simples)

Ces approches sont coûteuses en temps et en mémoire, et rarement utilisées seules pour des problèmes non linéaires avec de nombreuses variables binaires.

Métaheuristiques (appropriées et efficaces) :

Pour des problèmes complexes comme le nôtre (avec plusieurs contraintes réelles : budget, couverture, matériel, acceptation des propriétaires), les métaheuristiques sont les plus adaptées. Ce sont des algorithmes inspirés de la nature ou du comportement humain qui explorent efficacement de grands espaces de recherche :

- Algorithmes génétiques (implémentés dans MATLAB avec la fonction "ga")
- Recuit simulé (simulated annealing)
- Colonies de fourmis
- Optimisation par essaim de particules (PSO)
- Recherche taboue

Ces méthodes permettent de résoudre des POCNL en produisant des solutions proches de l'optimum dans des délais raisonnables. Elles sont particulièrement utilisées en ingénierie, télécommunications, logistique.

3.8 Optimisation mono-objectifs et multi-objectifs

Après avoir présenté les fondements de l'optimisation combinatoire, notamment les problèmes linéaires en nombres entiers PLNE et les modèles à variables binaires, cette seconde partie s'intéresse à la manière dont les objectifs d'optimisation influencent la modélisation et la résolution des problèmes. En effet, dans le cadre des problèmes combinatoires, et plus particulièrement dans ceux liés à la planification, il est essentiel de distinguer entre les approches mono-objectifs et multi-objectifs, selon que la décision repose sur un seul critère ou plusieurs critères simultanés.

L'optimisation mono-objectifs vise à maximiser ou minimiser une seule fonction objective (par exemple : minimiser les coûts ou maximiser la couverture), tout en respectant un ensemble de contraintes, souvent linéaires. Ce type de formulation est largement utilisé dans les problèmes de planification, comme par exemple la planification du déploiement d'un réseau (électrique, télécom, etc.), où l'on cherche à déterminer quelles zones desservir, dans quel ordre, et avec quelles ressources, tout en respectant des contraintes budgétaires, techniques ou géographiques. Ces problèmes sont souvent modélisés à l'aide de variables binaires, représentant des choix de type oui/non, comme l'ouverture ou non d'un site, ou l'installation ou non d'un équipement. Cependant, dans de nombreux cas pratiques, une approche mono-critère ne suffit pas à rendre compte de la complexité du problème. Les décideurs doivent souvent prendre en compte plusieurs objectifs simultanément, parfois conflictuels. C'est le cas, par exemple, dans un problème de planification de déploiement de la fibre optique, où il faut réduire les coûts d'installation, maximiser le nombre de foyers connectés, tout en assurant une couverture équitable du territoire. Ce type de problématique relève de l'optimisation multi-objectifs, ou multicritère, qui ne cherche pas une unique solution optimale, mais un ensemble de solutions de compromis, appelées solutions non dominées, formant le front de Pareto. Dans cette approche, aucune solution du front ne peut être améliorée sur un objectif sans dégrader au moins un autre. Cela permet de fournir aux décideurs un éventail de choix stratégiques, tenant compte des priorités et des

contraintes spécifiques du contexte opérationnel. Ainsi, l'intégration des techniques mono et multi-objectifs dans les modèles combinatoires linéaires à variables entières ou binaires permet de modéliser avec précision des situations réelles complexes, notamment dans les domaines de la logistique, de la gestion de projets et de la planification des infrastructures, comme celle étudiée dans ce mémoire.[36][7]

3.8.1 Définitions de base :

Fonction objectif :

La fonction objectif est un élément central de tout problème d'optimisation. Elle représente le but à atteindre ou la performance à maximiser ou minimiser, en fonction des objectifs définis. Dans le cas d'un problème multi-objectifs, elle est généralement notée $f(x)$ où $z(x)$ et s'exprime sous forme d'un vecteur de fonctions :

$$F(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \text{ ou } Z(x) = [z_1(x), z_2(x), \dots, z_k(x)]$$

Où chaque fonction $f_1(x), f_2(x) \dots f_k(x)$ correspond à un critère spécifique à optimiser, et k désigne le nombre total d'objectifs. La fonction objectif peut également être appelée fonction de coût, critère d'optimisation, ou encore fonction de performance.[14]

Variable de décision :

Les variables de décision sont les composantes essentielles sur lesquelles repose un problème d'optimisation. Ce sont les valeurs que l'on cherche à déterminer afin d'atteindre les objectifs fixés, tout en respectant les contraintes imposées. Ces variables, généralement notées $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ appelées aussi vecteur de décision, appartiennent à un ensemble admissible appelé espace de décision.

Espace de décision :

L'espace de décision représente l'ensemble des valeurs possibles que peuvent prendre les variables de décision dans un problème d'optimisation, en tenant compte des contraintes imposées. Il est généralement noté X ou S , et constitue le domaine de définition du problème à optimiser.

Espace des critères :

L'espace des critères désigne l'ensemble des résultats obtenus par l'évaluation des solutions admissibles à l'aide des fonctions objectifs. Il représente donc l'image de l'espace de décision à travers les différentes fonctions $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$. C'est dans cet espace que l'on étudie les compromis entre objectifs, et où l'on identifie les solutions efficaces (ou solutions Pareto-optimales).

Contraintes :

Une contrainte représente une condition ou une restriction que les variables de décision doivent obligatoirement satisfaire pour qu'une solution soit considérée comme admissible. Ces contraintes peuvent être de nature égalitaire (sous forme d'égalités) ou inégalitaire (sous forme d'inégalités), et elles traduisent souvent des limitations physiques, économiques, techniques ou logiques imposées par le système étudié.

3.8.2 Formulation mathématique d'un problème d'optimisation multi-objectifs (MOP)

Un problème d'optimisation multi-objectifs consiste à optimiser simultanément plusieurs fonctions objectives souvent conflictuelles, sous un ensemble de contraintes. Il peut être formulé mathématiquement comme suit [17][3] :

$$\begin{aligned} \text{Optimiser : } & Z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \quad (\text{à minimiser ou maximiser}) \\ \text{sous contraintes : } & g_i(x) \geq b_i, \quad i = 1, \dots, p \\ & h_j(x) = c_j, \quad j = 1, \dots, q \\ & x \in S \subseteq \mathbb{R}^n \end{aligned}$$

Ou bien :

$$\begin{aligned} \text{Optimiser : } & Z(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)) \quad (\text{à minimiser ou maximiser}) \\ \text{sous contraintes : } & x \in S \subseteq \mathbb{R}^n \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Avec :

- x est le vecteur de décision composé de n variables.
- $Z(x)$ est le vecteur des fonctions objectifs à optimiser (minimiser ou maximiser).
- $g_i(x)$ représente les contraintes d'inégalité.
- $h_j(x)$ représente les contraintes d'égalité.
- S est l'ensemble des solutions admissibles (aussi appelé espace de décision).

Remarque :

Si pour $j = 1 \dots n$, f_j linéaire et toutes les contraintes sont linéaires alors on aura un problème d'optimisation multi-objectif linéaire. Si on a parmi ses fonctions ou ses contraintes une qui n'est pas linéaire dans ce cas le problème devient un problème d'optimisation non linéaire

Notion de solution admissible

Une solution admissible (ou solution réalisable) est un vecteur de décision $x \in \mathbb{R}^n$ qui satisfait l'ensemble des contraintes du problème d'optimisation.

3.8.3 Points particuliers :

Point idéal :

Les coordonnées du point idéal (Z^i) correspondent aux meilleures valeurs de chaque objectif.

- Pour un problème à minimiser : $Z_i = (\min f_1(x), \min f_2(x), \dots, \min f_k(x))$
- pour un problème à maximiser : $Z_i(x) = (\max f_1(x), \max f_2(x), \dots, \max f_k(x))$

Si par exemple on veut maximiser le premier objectif et minimiser le deuxième, donc on aura : $Z_i = (\max f_1(x), \min f_2(x))$. [3]

Point anti-idéal ou point Nadir :

Le point anti-idéal, également appelé point Nadir, est un vecteur qui regroupe les pires valeurs (ou les plus défavorables) pour chaque fonction objectif parmi l'ensemble des solutions admissibles.[3]

Pour un problème à max : $Z_a = (\min f_1(x), \min f_2(x), \dots, \min f_k(x))$

Pour un problème à min : $Z_a = (\max f_1(x), \max f_2(x), \dots, \max f_k(x))$

Si par exemple on veut maximiser le premier objectif et minimiser le deuxième, donc on aura :

$Z_i = (\min f_1(x), \max f_2(x))$

La matrice des gains :

La matrice des gains est une matrice carrée $n \times n$, dont les éléments $a_{jk} = f_k(x_j^*)$ représentent la valeur de la fonction objectif f_j évaluée en la solution optimale x_k^* de l'objectif f_k . Elle s'écrit [3] :

$$G = \begin{pmatrix} f_1(x_1^*) & f_1(x_2^*) & \cdots & f_1(x_n^*) \\ f_2(x_1^*) & f_2(x_2^*) & \cdots & f_2(x_n^*) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_n(x_1^*) & f_n(x_2^*) & \cdots & f_n(x_n^*) \end{pmatrix}$$

Les éléments diagonaux $f_j(x_j^*)$ forment les coordonnées du **point idéal**. Les autres éléments illustrent les conflits entre objectifs.[3]

3.8.4 Dominance et Efficacité

Dans un problème multi objectif les critères sont supposer contradictoire, il n'existe pas de solution réalisable qui donne l'optimum de tous les critères simultanément.

Dominance :

En résolvant un problème multi-objectif, on obtient plusieurs solutions. La dominance (au sens de Pareto) a pour but de distinguer parmi toutes ces solutions obtenues celles qui sont particulières, c'est-à-dire celles que l'on ne peut pas améliorer sans dégrader au moins la valeur d'un autre objectif. Pour qu'une solution soit intéressante, il faut qu'il existe une relation de dominance entre elle et les autres solutions.[3]

— **Définition de la dominance :** Soit x et y deux vecteurs de \mathbb{R}^n tel que $x = (x_1, \dots, x_n)$ et $y = (y_1, \dots, y_n)$

On dit que x domine y si :

x est au moins aussi bonne que y sur tous les objectifs et x strictement meilleure que y sur au moins un objectif. [5]

— **Propriétés :**

- La relation de dominance n'est pas réflexive car une solution ne peut pas être dominée elle-même.
- Elle n'est pas symétrique car si x domine y , y ne peut pas dominer x .
- Elle est transitive si x domine y et y domine z donc x domine z . [5]

L'efficacité :

— **Définition :** Une solution x^* de S est une solution efficace s'il n'existe pas de x de tel que $f(x)$ domine $f(x^*)$. [5]

Efficacité faible :

Une solution x^* de S est une solution faiblement efficace s'il n'existe pas de x^* de X telle que $f(x) < f(x^*)$. [5]

— **Remarque :** Toutes solutions efficaces est faiblement efficace.

Front Pareto et surface de compromis

Nous rappelons que la solution que nous cherchons a un problème d'optimisation multi objectif n'est pas un point unique mais un ensemble de points que nous avons appelé l'ensemble des meilleurs compromis.

— **Front de Pareto :** Il représente l'ensemble des points non dominé. Soit F l'image dans l'espace des objectifs de l'ensemble réalisable S . Le front Pareto $ND(F)$ de F est défini comme suit : $ND(F) = \{y \in F \mid \nexists z \in F \text{ tel que } z \prec y\}$. [5]

— **Condition de Pareto optimale :**

Soit un problème d'optimisation multi objectif (PMO)

$\max / \min Z(x) = (f_1(x), \dots, f_n(x))$ avec $x \in S$.

$S = \{x \in \mathbb{R}^n \mid g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, p\}$ supposer différentiable en $x^* \in S$.

— **Théorème 1 : condition nécessaire d'efficacité :** Pour que x^* soit une solution efficace pour un PMO il est nécessaire qu'il existe un W , $W = (w_1, \dots, w_n)^T \in \mathbb{R}_+^n$ avec $w_k \geq 0$, $k = 1, \dots, n$ et un vecteur $u = (u_1, \dots, u_n) \in \mathbb{R}_+$

$$Tq : \sum_{k=1}^n w_k \nabla f_k(x^*) + \sum_{i=1}^p x_i \nabla g_i(x^*) = 0$$

$$u_j \cdot g_j(x^*) = 0. [3]$$

— **Théorème 2 : condition suffisante d'efficacité**

Supposant que le problème PMO convexe alors les conditions nécessaires du théorème 1 devient suffisante.

Autrement dit si x^* dans S vérifiant les conditions nécessaires de théorème 1 et si f_k , $k = 1, \dots, n$ est convexe et g_i , $i = 1, \dots, p$ est convexe alors x^* est une solution efficace pour ce problème multi-objectif. [3]

3.8.5 Méthodes de résolution :

Il existe un nombre important de méthodes et nous avons classé celles-ci en cinq groupes :

1. les méthodes scalaires.
2. les méthodes interactives.
3. les méthodes floues.
4. les méthodes exploitant une métaheuristique.
5. les méthodes d'aide à la décision.

Les méthodes de ces cinq groupes peuvent aussi être rangées en trois familles de méthodes d'optimisation multi objectif :

— **Les méthodes à préférence a priori :** Dans ces méthodes, l'utilisateur définit le compromis qu'il désire réaliser (il fait part de ses préférences) avant de lancer la méthode d'optimisation. On retrouve dans cette famille la plupart des méthodes par agrégation (où les fonctions objectif sont fusionnées en une seule)

- **Les méthodes à préférence progressive :** Dans ces méthodes, l'utilisateur affine son choix de compromis au fur et à mesure du déroulement de l'optimisation. On retrouve dans cette famille les méthodes interactives.
- **Les méthodes à préférence a posteriori :** Dans ces méthodes, l'utilisateur choisit une solution de compromis en examinant toutes les solutions extraites par la méthode d'optimisation. Les méthodes de cette famille fournissent, à la fin de l'optimisation, une surface de compromis.

Il existe des méthodes d'optimisation multi objectif qui n'entrent pas exclusivement dans une famille. Par exemple, on peut utiliser une méthode à préférence a priori en lui fournissant des préférences choisies au hasard. Le résultat sera alors un grand nombre de solutions qui seront présentées à l'utilisateur pour qu'il décide de la solution de compromis. Cette combinaison forme alors une méthode à préférence a posteriori.[14]

La méthode de pondération des fonctions objectifs

1. Principe :

La méthode de pondération est l'une des approches les plus simples et les plus intuitives pour résoudre un problème d'optimisation multi-objectifs. Elle consiste à transformer un problème multi-objectifs en un problème mono-objectif classique, pour lequel il existe de nombreuses techniques de résolution efficaces.

Cette transformation s'effectue en attribuant un poids à chaque fonction objectif, puis en calculant la somme pondérée de ces fonctions. La nouvelle fonction objectif ainsi obtenue est une combinaison linéaire des objectifs initiaux, ce qui permet d'utiliser directement les méthodes d'optimisation mono-objectifs.[3]

2. Présentation formelle :

Considérons un problème multi-objectifs :

Minimiser ou maximiser $(f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x))$ avec $x \in S$

où $f_k(x)$ sont les fonctions objectifs à optimiser.

La méthode de pondération associe à chaque fonction f_k avec un poids $w_k \geq 0$ avec la contrainte : $\sum_{k=1}^n w_k = 1$

Le problème multi-objectifs est alors converti en un problème mono-objectif :

$$x \in S, \quad \min / \max \sum_{k=1}^n w_k f_k(x)$$

- #### 3. Théorème :
- Toute solution optimale du problème mono-objectif pondéré est une solution efficace (ou Pareto-optimale) du problème multi-objectifs si tous les poids w_k sont strictement positifs $w_k > 0$. [3]

- #### 4. Remarque :
- Dans le cas particulier d'un problème à deux objectifs (bi-objectif), le choix des poids est simplifié. En fixant $w_1 = w$, $w_2 = 1 - w$, avec $w \in [0, 1]$ le problème devient :

$$x \in S \quad \min [w f_1(x) + (1 - w) f_2(x)]$$

Ce paramètre w permet d'explorer le front de Pareto en variant la préférence entre les deux objectifs.

L'ordonnancement lexicographique

1. Principe :

L'ordonnancement lexicographique est une méthode intuitive pour résoudre un problème d'optimisation multi-objectifs. Elle consiste à considérer les fonctions objectives une par une, dans un ordre de priorité donné, en minimisant successivement chaque fonction tout en incorporant les solutions précédentes comme contraintes supplémentaires.[14]

2. **Présentation de la méthode :**

Considérons un problème multi-objectifs P avec k fonctions objectifs $(f_1, f_2 \dots f_k)$ La résolution s'effectue en k étapes, correspondant au nombre de fonctions objectives :

- **Étape 1 :** On minimise la première fonction objective $f_1(x)$ sous les contraintes d'origine :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x f_1(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{array} \right.$$

On note f_1^* la valeur optimale obtenue.

- **Étape 2 :** On minimise la deuxième fonction objective $f_2(x)$ en ajoutant la contrainte d'égalité sur $f_1(x)$ à sa valeur optimale f_1^* :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x f_2(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ f_1(x) = f_1^* \\ g(x) \leq 0 \\ h(x) = 0 \end{array} \right. \tag{3.2}$$

- **Étape 3 :** On répète ce processus de manière itérative jusqu'à la $k^{\text{ième}}$ fonction objective, en ajoutant à chaque étape les contraintes d'égalité correspondant aux valeurs optimales obtenues précédemment :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_x f_k(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ f_1(x) = f_1^*, \\ f_2(x) = f_2^*, \\ \dots \\ f_{k-1}(x) = f_{k-1}^*, \\ g(x) \leq 0, \\ h(x) = 0 \end{array} \right.$$

La solution finale x^* obtenue à la dernière étape est celle qui minimise tous les objectifs selon leur ordre de priorité, respectant ainsi un classement strict des critères.

La méthode epsilon-contraintes

1. **Principe :** La méthode epsilon-contraintes est une autre approche classique pour transformer un problème multi-objectifs (MOP) en un problème à objectif unique. Elle consiste à choisir une fonction objectif particulière f_i à maximiser (ou minimiser), tandis que les autres fonctions objectives f_j (avec $j \neq i$) sont transformées en contraintes d'inégalités basées sur des seuils ε_j . [16] Ces contraintes imposent que chaque objectif secondaire $f_j(x)$ soit supérieur ou égal à un certain seuil $\varepsilon \in \mathbb{R}$, fixé par le décideur selon ses préférences ou exigences. Le problème devient alors de :

$$(\mathcal{P}_\varepsilon) : \left\{ \begin{array}{l} \max_{x \in D} f_i(x) \\ \text{sous les contraintes :} \\ f_j(x) \geq \varepsilon_j, \quad \forall j \neq i, j = 1, \dots, k \end{array} \right.$$

Le choix de la fonction f_i à optimiser reflète la priorité principale du décideur.

2. **Théorème :**

- **Théorème 1 :** La solution optimale du problème (P_ε) est une solution Pareto optimale pour le problème multi-objectifs original (MOP). [16]
- **Théorème 2 :** Un point $x \in D$ est une solution efficace (Pareto optimale) pour le (MOP) si et seulement s'il est solution optimale de (P_ε) pour chaque $i \in \{1, \dots, k\}$, avec $\varepsilon_j = f_j(x^*)$. [16]

3. **Remarque :**

- Les seuils ε_j sont fixés par le décideur selon ses préférences.
- En faisant varier les valeurs des ε_j , on peut générer un sous-ensemble représentatif du front de Pareto du problème multi-objectifs. [16]

4. **Exemple :** Considérons un problème (MOP) à trois critères. En appliquant la méthode epsilon-contraintes en choisissant le critère 3 comme prioritaire, et en fixant $\varepsilon = (\varepsilon_1, \varepsilon_2) = (1, 3)$, on cherche à maximiser $f_3(x)$.

$$(MOP) \quad \begin{cases} \min f(x) = (f_1(x) = -3x_1 + x_2; & f_2(x) = x_1 + 2x_2; & f_3(x) = 2x_1 + x_2) \\ \text{s.c.} \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 2 \\ x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \end{cases}$$

$$(P_\varepsilon) \quad \begin{cases} \min f_{i=3}(x) \\ x \in D \\ f_j(x) \leq \varepsilon_j \quad \forall j \neq 3 \quad (j = 1, 2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \min 2x_1 + x_2 \\ \text{s.c.} \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 2 \\ f_1(x) \leq \varepsilon_1 \Rightarrow -3x_1 + x_2 \leq 1 \\ f_2(x) \leq \varepsilon_2 \Rightarrow x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ x = (x_1, x_2) \in \mathbb{R}_+^2 \end{cases}$$

En résolvant (P_ε) par le simplexe, sa résolution optimale $x^* = (x_1, x_2) = (0, 0)'$.
Donc d'après le théorème 3.10, est Pareto-optimale pour le problème (MOP).

3.8.6 Problème multi-objectifs en nombres entiers (MOILP)

L'optimisation multiobjectif en nombre entier est un cas particulier de l'optimisation multi-objectif, dans lequel les variables de décision sont contraintes à prendre des valeurs entières (souvent binaires). Ce type de problème conserve les principes fondamentaux de l'optimisation multi-objectif (recherche de compromis entre plusieurs objectifs), mais il nécessite des méthodes spécifiques adaptées à la nature discrète des variables. [2]

Parmi les principales méthodes utilisées, on distingue :

Méthode de Gupta et Malhotra :

La méthode de coupe proposée par Gupta et Malhotra en 1992 est utilisée pour résoudre des problèmes de programmation linéaire en nombres entiers multi-objectif (MOILP). Elle étend les coupes de Dantzig, qui éliminent des solutions non optimales. Contrairement aux coupes traditionnelles qui coupent un seul point, cette méthode coupe toute une arête, ce qui permet d'exclure un plus grand nombre de solutions non valides et de rendre la recherche plus efficace. Cette approche aide à trouver des solutions optimales dans des problèmes où plusieurs objectifs doivent être atteints en même temps.[11]

Méthode de Sylva et Crema :

Dans leur article publié en 2004, John Sylva et Alejandro Crema ont proposé une version améliorée de l'algorithme de Klein et Hannan. Leur objectif est de trouver toutes les solutions efficaces d'un problème multi-objectif en nombres entiers. Pour cela, ils résolvent plusieurs fois un programme linéaire en nombres entiers (PLNE), en changeant à chaque fois la combinaison des objectifs à optimiser. Après chaque résolution, ils ajoutent des contraintes supplémentaires pour ne pas retrouver la même solution et pour écarter celles qui ne sont pas efficaces. Ainsi, l'algorithme trouve à chaque étape une nouvelle solution efficace, jusqu'à toutes les avoir. Cette méthode est simple à appliquer et très utile pour les problèmes où il faut prendre des décisions entières (comme "oui/non" ou "0/1") tout en tenant compte de plusieurs objectifs à la fois. Elle permet de gagner du temps en évitant les répétitions et en explorant seulement les solutions intéressantes.[43]

3.9 Conclusion

En conclusion, ce chapitre met en lumière les principes fondamentaux de l'optimisation combinatoire et son rôle essentiel dans la résolution de problèmes d'optimisation complexes. La présentation des concepts théoriques et des méthodes de résolution, y compris les approches exactes et les métaheuristiques, prépare le terrain pour les applications pratiques ultérieures. En intégrant ces connaissances théoriques, nous serons mieux équipés pour modéliser et analyser les défis liés à la planification du déploiement de la fibre optique, permettant ainsi une transition harmonieuse vers le chapitre suivant.

Chapitre 4

Modélisation mathématique du déploiement de la fibre optique à Tizi ouzou et analyse des résultats

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modélisation mathématique du problème de planification du déploiement de la fibre optique. Ce type de déploiement représente aujourd'hui un enjeu stratégique majeur pour le développement numérique des territoires, notamment en Algérie, où la modernisation des infrastructures de télécommunication est une priorité nationale. Plus spécifiquement, notre étude se focalise sur la wilaya de Tizi-Ouzou, une région caractérisée par une géographie variée, des zones urbaines denses, des zones rurales dispersées et des contraintes topographiques qui rendent le déploiement complexe. L'objectif est de proposer un modèle mathématique permettant d'optimiser la planification du réseau de fibre optique dans certaines zones de la wilaya, tout en prenant en compte des critères techniques, économiques et géographiques.

4.2 La problématique

La problématique principale de ce travail peut être formulée comme suit : Comment planifier de manière optimale le déploiement de la fibre optique à Tizi-Ouzou, en assurant une couverture maximale du territoire tout en minimisant les coûts d'installation, et en tenant compte des contraintes d'infrastructure existantes ainsi que des priorités d'aménagement du territoire ?

4.3 Description du problème réel

Contexte actuel du déploiement sur Tizi-Ouzou : Comme expliqué dans le chapitre 2, la wilaya de Tizi-Ouzou a réalisé des progrès significatifs dans le déploiement de la fibre optique. Cependant, certaines zones dans la nouvelle ville ne sont pas encore connectées.

4.3.1 Zones ciblées non couvertes :

Dans le cadre de cette étude, il est question de certaines zones non connectées jusqu'à présent par la fibre optique au sein de la nouvelle ville de Tizi-Ouzou. Ces secteurs en pleine

urbanisation abritent une opportunité stratégique d'accroissement de l'accès au très haut débit dans la wilaya. Ces zones sont représentées sur cette carte :

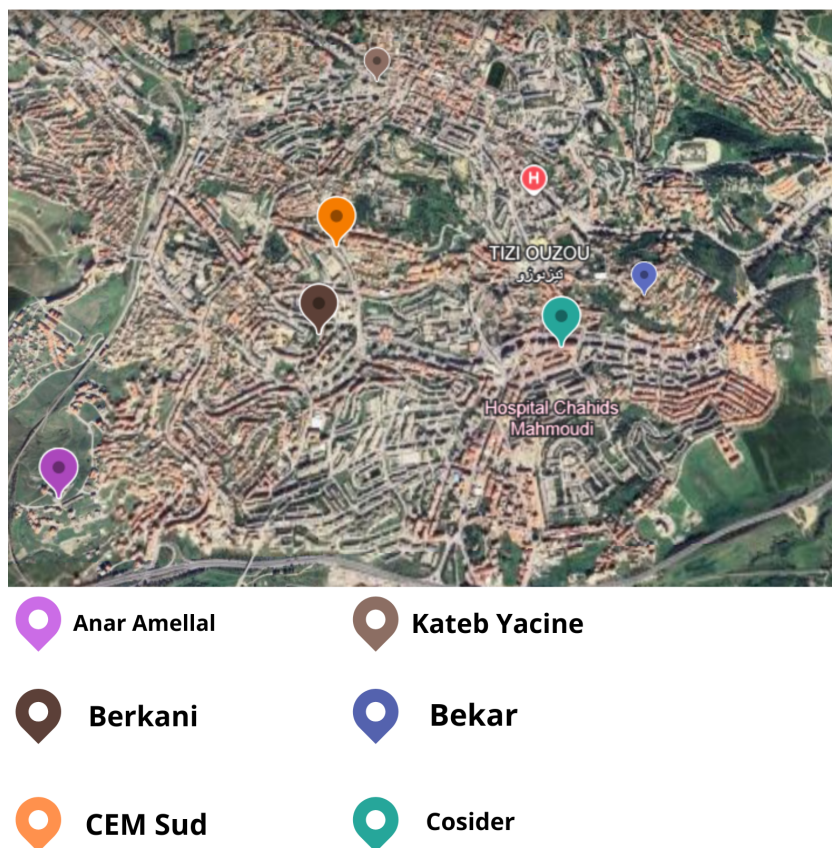


FIGURE 4.1 – zones non couvertes

4.3.2 Objectifs de la planification :

Face à cette situation, les objectifs principaux de la planification du déploiement dans les zones ciblées sont les suivants :

- Augmenter la couverture des ménages dans les régions actuellement non desservies, afin de réduire la fracture numérique et d'assurer une égalité d'accès au service.
- Réduire au minimum les coûts d'installation et de déploiement, en optimisant l'utilisation des infrastructures existantes et en tenant compte des contraintes économiques.

Ces deux objectifs sont souvent contradictoires : maximiser la couverture implique souvent des investissements supplémentaires, notamment dans les zones difficiles d'accès, tandis que la minimisation des coûts peut conduire à négliger certaines zones peu rentables.

Cela justifie le recours à une approche d'optimisation multicritère, capable de générer un ensemble de solutions de compromis efficaces, parmi lesquelles le décideur pourra sélectionner l'option la mieux adaptée en fonction des priorités stratégiques locales.

4.4 Contraintes et enjeux du déploiement

Le déploiement optimal de la fibre optique dans les zones ciblées de la nouvelle ville de Tizi-Ouzou doit tenir compte de plusieurs contraintes techniques, économiques et administratives qui influencent directement la faisabilité et l'efficacité du projet. Les principales contraintes identifiées dans le cadre de cette étude sont les suivantes :

4.4.1 Contrainte budgétaire :

Le coût total d'installation dans l'ensemble des zones ciblées ne doit pas dépasser le budget maximal alloué au projet. Cette contrainte impose une sélection rigoureuse des zones à raccorder et nécessite une optimisation des ressources disponibles pour maximiser la couverture tout en respectant les limites financières.

4.4.2 Contrainte matérielle :

La disponibilité des équipements et matériaux nécessaires (câbles à fibre optique, boîtiers, armoires de distribution, équipements de terminaison) est limitée. Le déploiement doit donc être planifié en fonction des capacités logistiques et du stock réellement accessible durant la période d'intervention.

4.4.3 Contrainte géographique "rayon de couverture" :

Chaque point de raccordement au réseau existant (nœud ou armature principale) ne peut couvrir que les zones situées dans un rayon maximal de 5,5 km. Cette contrainte géographique vise à garantir la qualité du signal, la performance du réseau et à limiter les pertes optiques dues à la distance.

4.4.4 Contrainte administrative "autorisation de passage" :

Le déploiement de la fibre implique souvent le passage de câbles sur des terrains privés ou en façade de bâtiments. Dans ce cas, une autorisation préalable des propriétaires ou des autorités locales est requise. L'absence de validation ou le refus d'un propriétaire peut empêcher totalement le raccordement d'une zone, ce qui doit être anticipé dans le plan.

4.4.5 Conclusion sur la nécessité d'un modèle adapté :

Ces contraintes imposent une modélisation rigoureuse et une approche d'optimisation multicritère qui permette de concilier efficacité technique, viabilité économique et faisabilité opérationnelle. Elles constituent la base des hypothèses de travail et des paramètres utilisés dans le modèle présenté dans les sections suivantes.

4.5 Modèle d'Optimisation pour le Déploiement de la Fibre Optique

4.5.1 Formulation mathématique du problème

Suite à l'analyse approfondie de la situation actuelle du déploiement de la fibre optique dans la wilaya de Tizi-Ouzou incluant les contraintes, il est apparu nécessaire de modéliser ce

problème sous forme mathématique afin d'identifier les solutions optimales possibles. L'objectif de cette modélisation est de guider la prise de décision en maximisant la couverture des zones tout en minimisant les coûts d'installation, et en respectant les contraintes locales identifiées lors de l'étude.

4.5.2 Modélisation Mathématique

Variables de Décision et Paramètres :

Variable/Paramètre	Type	Description
x_i	Binaire	$x_i = 1$ si la zone i est couverte par la fibre, 0 sinon.
y_{ij}	Binaire	$Y_{ij} = 1$ si une liaison entre les zones i et j est installée, 0 sinon.
l_i	Paramètre	Nombre des logements dans la zone i . Influence la maximisation de la couverture.
C_i	Paramètre	Coût d'installation de la fibre dans la zone i .
B_{max}	Paramètre	Budget total alloué au projet.
m_i	Binaire	$m_i = 1$ si le matériel est disponible dans la zone i , sinon 0.
a_{ij}	Binaire	$a_{ij} = 1$ si le propriétaire autorise la liaison entre i et j , sinon 0.
d_{ij}	Paramètre	Distance (en km) entre les zones i et j .
λ	Paramètre	Poids ($0 \leq \lambda \leq 1$) pour pondérer l'importance relative de la couverture (λ) et des coûts ($1 - \lambda$).

TABLE 4.1 – Variables de décision

Objectifs du modèle :

Le problème est formulé comme un problème multi-objectifs, comportant deux fonctions principales :

1. **Maximisation de la couverture des logements** : L'objectif est de couvrir un maximum de logements en déployant la fibre dans les zones les plus peuplée. Ceci se traduit par :

$$Z_1 = \max \sum_{i=1}^n l_i x_i$$

- L_i : nombre de logements dans la zone i ,
- $x_i \in \{0, 1\}$: variable binaire indiquant si la zone i est sélectionnée pour le déploiement ($x_i = 1$) ou non ($x_i = 0$).

2. **Minimisation des coûts de déploiement** : Il est également nécessaire de minimiser les coûts liés à l'installation de l'infrastructure. ceci se traduit par :

$$Z_2 = \min \sum_{i=1}^n C_i x_i$$

- C_i : coût d'installation dans la zone i .

Les contraintes :

Le modèle tient compte des principales contraintes identifiées dans la wilaya de Tizi-Ouzou, issues de l'étude de terrain et des réalités locales. Ces contraintes concernent notamment les limites budgétaires, la disponibilité du matériel, les autorisations nécessaires des propriétaires pour certaines liaisons, ainsi que les restrictions géographiques liées au rayon de couverture maximal de la fibre optique. Leur prise en compte est essentielle pour garantir la faisabilité technique et économique du projet dans ce contexte spécifique.

1. **Contrainte budgétaire** : Le coût total d'installation ne doit pas dépasser le budget prévu pour le projet. Cela permet de s'assurer que les choix de déploiement respectent les limites financières disponibles.

Où $\sum_{i=1}^n C_i x_i \leq B_{max}$.

2. **Disponibilité du matériel** : Le déploiement de la fibre dans une zone n'est possible que si le matériel nécessaire est disponible. Si le matériel est absent, la zone ne peut pas être sélectionnée : $x_i \leq m_i$

Où m_i est une variable binaire :

- $m_i = 1$ si le matériel est disponible.
- $m_i = 0$ sinon.

3. **Acceptation des propriétaires** : Certaines liaisons entre les zones ne peuvent être établies que si les propriétaires concernés donnent leur accord. Ainsi, une liaison n'est autorisée que si elle est approuvée au préalable .

Où : $a_{ij} \leq y_{ij}$

- y_{ij} indique si une liaison est prévue entre les zones i et j .
- $a_{ij} \in \{0, 1\}$ représente l'autorisation du propriétaire (1 s'il accepte, 0 sinon).

4. **Rayon de couverture maximal** : La fibre optique ne peut être installée entre deux zones que si la distance qui les sépare est inférieure ou égale au rayon de couverture autorisé, fixé à 5,5 km. On a donc : $d_{ij} y_{ij} \leq 5.5km$

- d_{ij} est la distance entre les zones i et j .
- $y_{ij} = 1$ si une liaison est prévue entre les deux zones.

5. **Contrainte d'activation minimal** : Afin d'éviter une solution vide, on impose qu'au moins une zone soit sélectionnée pour le déploiement. Ceci se traduit par :

$$\sum_{i=1}^n x_i \geq 1$$

4.5.3 Transformation multi objectif (Méthode de pondération)

Afin de résoudre ce problème comportant deux objectifs contradictoires, maximiser la couverture des logements et minimiser les coûts de déploiement, nous utilisons la méthode d'agrégation (somme pondérée des objectifs). Cette approche consiste à combiner les deux fonctions objectifs en une seule fonction pondérée, selon un coefficient de préférence :

$$\max (\lambda (\sum_{i=1}^n L_i x_i) - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n C_i x_i)$$

ou

- $\lambda \in [0, 1]$ est un coefficient de pondération qui représente l'importance accordé a la couverture des logements.

— $(1-\lambda)$ représente l'importance relative accordé aux coûts d'installation.

En faisant varier la valeur de λ , on peut générer plusieurs solutions de compromis, chacune mettant l'accent sur l'un ou l'autre des objectifs. L'ensemble de ces solutions forme ce qu'on appelle le front de Pareto, à partir duquel la solution optimale peut être choisie selon les priorités et préférences du décideur. voici le modèle mathématique :

$$\begin{aligned} \max_{x_i, y_{ij}} \quad & \lambda \left(\sum_{i=1}^n L_i x_i \right) - (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n C_i x_i \\ \text{sous contraintes} \quad & \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n C_i x_i \leq B_{\max} \\ x_i \leq m_i \\ a_{ij} \leq y_{ij} \\ d_{ij} y_{ij} \leq 5.5 \\ \sum_{i=1}^n x_i \geq 1 \\ x_i, y_{ij} \in [0, 1] \\ m_i, a_{ij} \in [0, 1] \\ C_i \in \mathbb{N}, \quad B_{\max} \in \mathbb{N}, \quad d_{ij} \in \mathbb{R}_+ \end{array} \right. \end{aligned}$$

4.6 Présentation des données

Afin de simuler le modèle de planification du déploiement de la fibre optique à Tizi-Ouzou, nous avons sélectionné un ensemble de six zones représentatives de la nouvelle ville. Les données collectées portent sur plusieurs aspects essentiels pour l'application du modèle.

4.6.1 Zones étudiées (nombre de logements) :

Le nombre de logements dans chaque zone, qui détermine l'intérêt en termes de couverture à maximiser. le tableau suivant représente le nombre des logements dans les zones sélectionnées.

Zone	Nom de la zone	Nombre de logements
Zone 1	Anar Amellal	349
Zone 2	Berkani	240
Zone 3	CEM Sud	305
Zone 4	Kateb Yacine	261
Zone 5	Bekar	130
Zone 6	Cosider	196

TABLE 4.2 – Nombre de logements pour chaque zone

4.6.2 Budget alloué :

Le projet de déploiement de la fibre optique bénéficie d'un budget alloué de 8000000 DA. Cette somme a été prévue pour couvrir l'ensemble des dépenses nécessaires à la réalisation du projet, notamment les coûts d'installation, de raccordement, et les frais logistiques. Ce budget constitue un élément clé pour la mise en œuvre efficace du plan, tout en garantissant le respect des objectifs fixés en termes de couverture et de qualité de service.

4.6.3 Coûts d'installation par zone :

Les coûts d'installation de la fibre optique varient d'une zone à une autre en fonction de plusieurs facteurs : la topographie, la densité d'habitation, l'accessibilité de la zone et les besoins en matériel. Ces coûts sont essentiels pour l'évaluation économique du projet, car ils influencent directement la fonction objectif de minimisation du budget. Le tableau suivant présente les coûts d'installation estimés pour chaque zone sélectionnée dans la ville de Tizi-Ouzou :

Zone	Nom de la zone	Coût d'installation (DA)
Zone 1	Anar Amellal	947 982
Zone 2	Berkani	1 020 689
Zone 3	CEM Sud	1 087 943
Zone 4	Kateb Yacine	1 300 720
Zone 5	Bekar	859 585
Zone 6	Cosider	1 883 259

TABLE 4.3 – Coût d'installation pour chaque zone

4.6.4 Liaisons entre les zones

Dans cette étude, nous supposons que toutes les liaisons entre les zones sont techniquement activables, c'est-à-dire qu'il existe une possibilité de connexion entre chaque paire de zones. Cela implique que chaque zone peut potentiellement être reliée aux autres, formant ainsi un réseau entièrement interconnecté.

De plus, chaque zone est également connectée au centre principal d'Algérie Télécom, où se situe le point de départ de la fibre optique (le Nœud de Raccordement Optique – NRO). Cette hypothèse garantit que toutes les zones peuvent recevoir un signal fibre dès lors qu'elles sont sélectionnées dans le plan de déploiement. Cette configuration simplifie la modélisation des variables de liaison $Y_{i,j}$ que l'on considère égales à 1 pour toutes les paires de zones, sous réserve du respect des autres contraintes (acceptation des propriétaires et distance maximale).

4.6.5 Distances entre les zones :

Les distances géographiques entre les différentes zones étudiées jouent un rôle essentiel dans le modèle. En effet, pour qu'une liaison fibre optique puisse être envisagée entre deux zones, la distance qui les sépare doit respecter la contrainte de couverture maximale, fixée à 5,5 km. Ces distances permettent donc de valider la faisabilité technique des connexions et d'activer uniquement celles qui respectent cette limite. Les liaisons dont la distance dépasse ce seuil sont considérées comme inexploitable dans le cadre du projet. Le tableau suivant présente les distances estimées (en kilomètres) entre chaque paire de zones sélectionnées :

	Zone 1	Zone 2	Zone 3	Zone 4	Zone 5	Zone 6
Zone 1	–	D12=1.37	D13=1.70	D14=2.46	D15=2.82	D16=2.37
Zone 2	–	–	D23=0.43	D24=1.27	D25=1.53	D26=1.13
Zone 3	–	–	–	D34=0.87	D35=1.45	D36=1.15
Zone 4	–	–	–	–	D45=1.66	D46=1.57
Zone 5	–	–	–	–	–	D56=0.45
Zone 6	–	–	–	–	–	–

TABLE 4.4 – Distances entre les différentes zones (en km)

Avec :

- **Zone 1** :Anar Amellal.
- **Zone 2** :Berkani.
- **Zone 3** :CEM Sud.
- **Zone 4** :Kateb Yacine.
- **Zone 5** :Bekar.
- **Zone 6** :Cosider.

4.7 Présentation de MATLAB et intlinprog

MATLAB est un environnement de calcul numérique très utilisé pour la modélisation, la simulation et la résolution de problèmes d’optimisation. Parmi ses nombreuses fonctions, *intlinprog* est dédiée à la résolution de problèmes de programmation linéaire en nombres entiers mixtes (MILP "Mixed Integer Linear Programming"). Le solveur *intlinprog* permet de minimiser une fonction linéaire sous contraintes linéaires, en imposant que certaines variables soient entières. Elle est particulièrement adaptée aux problèmes combinatoires et d’optimisation complexes. L’algorithme utilisé, basé sur la méthode du Branch and Bound, explore intelligemment l’espace des solutions possibles, ce qui lui permet de trouver une solution optimale sans examiner toutes les possibilités, un avantage majeur pour traiter des problèmes de taille moyenne à grande. Cette méthode a été appliquée dans le cadre du modèle d’optimisation lié au déploiement de la fibre optique, afin d’identifier les meilleures décisions discrètes (activer ou non un point, choisir ou non un tracé, etc.) tout en respectant les contraintes techniques du problème. Le travail a été réalisé en binôme sur un ordinateur équipé d’un processeur **Intel Core i5** de **10e** génération, avec **8 Go** de mémoire RAM, sous système d’exploitation **Windows 10 (64 bits)**, ce qui a permis d’exécuter les calculs et simulations dans des délais raisonnables. Cette combinaison d’efficacité et de robustesse fait de MATLAB et de *intlinprog* des outils précieux pour aborder des problématiques complexes, telles que le déploiement de réseaux, où les contraintes et les choix discrets sont nombreux. Leur utilisation garantit une résolution rigoureuse tout en offrant une grande souplesse pour l’analyse et l’ajustement du modèle.

```

1  clear; clc;
2  n = 6;
3  p = n*(n-1)/2;
4  N = n + p;
5  % Données
6  l_i = [349,240,305,261,130,196];
7  zr = zeros(p,1);
8  L = [l_i'; zr];
9  C_i = [947982, 1020689,1087943, 1300720, 859585,1883259];
10 C_ij = zeros(p,1);
11 C = [C_i'; C_ij];
12 f1 = L;
13 f2 = C;
14 B_max = 8000000;
15 % Distances
16 d = [1.37,1.70 ,2.46 ,2.82 ,2.37,0.43,1.27,1.53,1.13,0.87,1.45,1.15,1.66,1.57,0.45];
17 D = 5.5 ./ d;
18 % Contraintes
19 A1 = C';
20 b1 = B_max;
21 A2 = [ones(1,n), zeros(1,p)];
22 b2 = -1;
23 A = [A1; -A2];
24 b = [b1; b2];
25 intcon = 1:N;
26 lb = zeros(N,1);
27 ub = ones(N,1);
28 for i = n+1:N
29     ub(i) = min(1, D(i-n));
30 end
31 fprintf('lambda | x1 x2 x3 x4 x5 x6 | f1 | f2 | Obj pondéré \n');
32 fprintf('-----|-----|-----|-----\n');
33 % Initialisation pour le graphe
34 lambda_vals = 0:0.05:1;
35 objectif_vals = nan(size(lambda_vals));
36 i_plot = 1;
37 for lambda = lambda_vals
38     f_main = -(lambda*f1*1e-3 - (1-lambda)*f2*1e-6)';
39     [x, fval, exitflag] = intlinprog(f_main, intcon, A, b, [], [], lb, ub);
40     if exitflag > 0
41         val_f1 = f1' * x;
42         val_f2 = f2' * x;
43         obj = lambda * val_f1 *1e-3- (1 - lambda) * val_f2*1e-6;
44         objectif_vals(i_plot) = abs(obj);
45         x = round(x(1:n));
46         obj1=abs(obj)
47         fprintf(' %.2f | %d %d %d %d %d %d | %4.0f | %4.0f | %11.2f \n', ...
48             lambda, x(1), x(2), x(3), x(4), x(5), x(6), val_f1, val_f2, obj1);
49     else
50         fprintf(' %.2f | Pas de solution\n', lambda);
51     end
52     i_plot = i_plot + 1;
53 end
54 end
55 i_plot = i_plot + 1;
56 end
57 valid_idx = ~isnan(objectif_vals);
58 lambda_valid = lambda_vals(valid_idx);
59 objectif_valid = objectif_vals(valid_idx);
60 % Tracé du graphe
61 figure;
62 plot(lambda_vals, objectif_vals, '-o', 'LineWidth', 2, 'Color', [0 0.4470 0.7410]);
63 xlabel('\lambda');
64 ylabel('Valeur de la fonction objectif pondérée');
65 title('Évolution de la fonction objectif pondérée selon \lambda');
66 grid on;

```

FIGURE 4.2 – Code MATLAB

Explication détaillée du code MATLAB

Le programme MATLAB met en œuvre une approche de pondération pour résoudre un problème d'optimisation multiobjectif en nombres entiers. Dans les lignes 1 à 3, on commence par la déclaration des variables : le nettoyage de l'espace de travail (`clear; clc;`), ainsi que la défi-

dition du nombre de variables $n = 6$ et de contraintes $m = 7$. Dans les lignes 4 à 13, les données du problème sont définies. On y retrouve les coefficients des deux fonctions objectif f_1 et f_2 sous forme matricielle, le second membre des contraintes, ainsi que la matrice des contraintes A qui regroupe les coefficients associés aux variables dans chaque contrainte. Les lignes 14 à 17 fixent les bornes inférieure (**lb**) et supérieure (**ub**) des variables, toutes comprises entre 0 et 1, ce qui signifie que nous travaillons ici sur un problème d'optimisation à variables binaires. Ensuite, dans les lignes 18 à 23, on initialise certains vecteurs vides pour stocker les résultats, tels que les solutions **x**, ainsi que les valeurs des fonctions objectif f_1 , f_2 et **lambda_val**, qui contient une série de valeurs allant de 0 à 1 par pas de 0,05. Ces valeurs représentent les pondérations appliquées aux deux objectifs dans la méthode par somme pondérée. Les lignes 24 à 26 préparent des vecteurs supplémentaires pour enregistrer les solutions valides trouvées durant les itérations. La boucle principale, située entre les lignes 27 et 56, parcourt les différentes valeurs de λ . Pour chaque valeur, une fonction objectif pondérée est construite selon la formule :

$$z = \lambda f_1 + (1 - \lambda) f_2$$

Cette fonction est ensuite minimisée à l'aide de l'algorithme **intlinprog**, qui permet de résoudre des programmes linéaires en variables entières. En cas de succès (condition **exitflag == 1**), les valeurs correspondantes de f_1 et f_2 sont calculées puis affichées, et les résultats sont stockés pour être traités plus tard. Dans les lignes 57 à 63, une analyse est réalisée pour ne conserver que les solutions non dominées, c'est-à-dire celles qui ne sont surpassées par aucune autre solution selon les deux critères (f_1 et f_2). Cela permet de construire le front de Pareto. Enfin, les lignes 64 à 70 génèrent une figure graphique représentant l'évolution de la fonction objectif pondérée en fonction de λ . Ce graphique aide à visualiser les compromis entre les deux fonctions objectif et à identifier les stratégies de déploiement optimales selon les priorités choisies.

Le tableau suivant représente les résultats de la simulation selon différentes valeurs de λ :

λ	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	f_1	f_2	Objectif pondéré
0.00	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.86
0.05	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.81
0.10	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.76
0.15	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.71
0.20	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.66
0.25	0	0	0	0	1	0	130	859585	0.61
0.30	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.56
0.35	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.49
0.40	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.43
0.45	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.36
0.50	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.30
0.55	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.23
0.60	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.17
0.65	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.10
0.70	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.04
0.75	1	0	0	0	0	0	349	947982	0.02
0.80	1	0	1	0	0	0	654	2035925	0.12
0.85	1	1	1	1	0	0	1155	4357334	0.33
0.90	1	1	1	1	1	0	1285	5216919	0.63
0.95	1	1	1	1	1	1	1481	7100172	1.05
1.00	1	1	1	1	1	1	1481	7100178	1.48

TABLE 4.5 – Résultats de la simulation selon différentes valeurs de λ

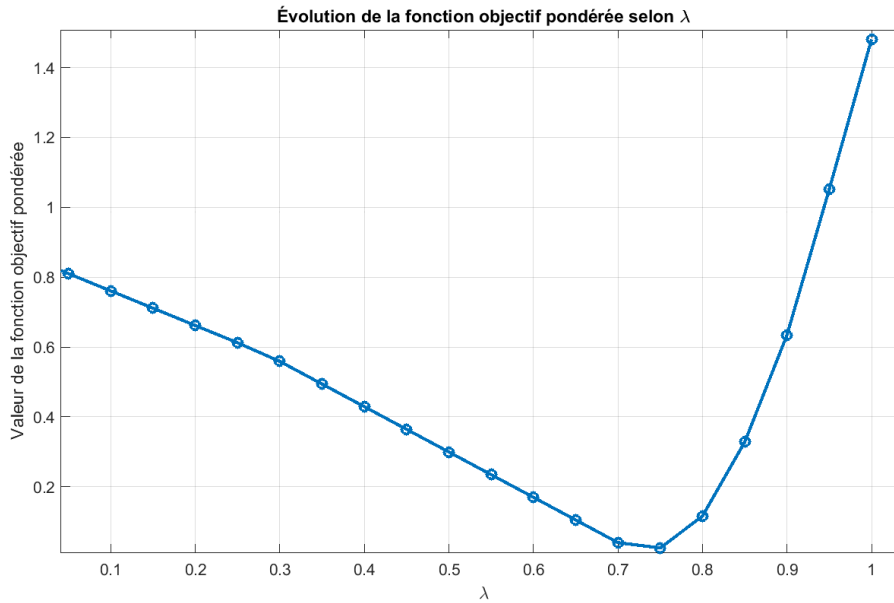


FIGURE 4.3 – Évolution de la fonction objectif pondérée selon différents valeur de λ

- **Remarque** : Les résultats obtenus mettent en évidence une évolution progressive des solutions en fonction des valeurs de λ). Pour des pondérations ($\lambda \leq 0.25$), les solutions privilégient la minimisation des coûts avec une couverture très limitée ($f_1 = 130$). A partir de $\lambda = 0.30$ un changement de stratégie apparaît : la couverture devient plus importante ($f_1 = 349$) ce qui fait légèrement augmenter les coûts. Ce changement continue jusqu'à $\lambda = 0.75$, avec un bon compromis entre les deux objectifs. Pour les pondérations plus élevées ($\lambda \geq 0.80$) la couverture atteint des valeurs maximales ($f_1 = 1481$) mais cela engendre une augmentation considérable du coût total. La variation de la solution en fonction de λ illustre bien le compromis entre les objectifs, ce qui permet d'identifier des solutions efficaces selon les priorités fixées.

4.8 Front de Pareto

Le front de Pareto permet d'illustrer les compromis entre le coût total d'installation de la fibre optique et la couverture des zones à desservir. Le code ci-dessous est utilisé pour générer ce front à partir des solutions obtenues lors de l'optimisation. Il permet d'extraire les solutions non dominées et de préparer les données pour la représentation graphique.

```

1 clear; clc;
2 n = 6;
3 p = n*(n-1)/2;
4 N = n + p;
5 % Données
6 l_i = [349,240,305,261,130,196];
7 zr = zeros(p,1);
8 L = [l_i'; zr];
9 C_i = [947982, 1020689,1087943, 1300720, 859585,1883259];
10 C_ij = zeros(p,1);
11 C = [C_i'; C_ij];
12 f1 = L;
13 f2 = C;
14 B_max = 8000000;
15 % Distances
16 d = [1.37,1.70 ,2.46 ,2.82 ,2.37,0.43,1.27,1.53,1.13,0.87,1.45,1.15,1.66,1.57,0.45];
17 D = 5.5 ./ d;
18 % Contraintes
19 A1 = C';
20 b1 = B_max;
21 A2 = [ones(1,n), zeros(1,p)];
22 b2 = -1;
23 A = [A1; -A2];
24 b = [b1; b2];
25 intcon = 1:N;
26 lb = zeros(N,1);
27 ub = ones(N,1);
28 for i = n+1:N
29     ub(i) = min(1, D(i-n));
30 end
31
32 pareto_f1=[];
33 pareto_f2=[];
34 lambda_vals=0:0.05:1;
35 fprintf('lambda | f1 | f2 | Obj pondéré \n');
36 fprintf('-----|----|-----\n');
37 % Initialisation pour le graphe
38 lambda_vals = 0:0.05:1;
39 objectif_vals = nan(size(lambda_vals));
40 i_plot = 1;
41 for lambda = lambda_vals
42     f_main = -(lambda*f1*1e-3 - (1-lambda)*f2*1e-6);
43     [x, fval, exitflag] = intlinprog(f_main, intcon, A, b, [], [], lb, ub);
44     if exitflag > 0
45         val_f1 = f1' * x;
46         val_f2 = f2' * x;
47         obj = lambda * val_f1 *1e-3- (1 - lambda) * val_f2*1e-6;
48         obj1=abs(obj)
49         pareto_f1(end+1)=val_f1;
50         pareto_f2(end+1)=val_f2;
51         fprintf(' %.2f | %.70f | %.80f | %.12.2f \n', ...
52             lambda, val_f1, val_f2, obj1);
53     else
54         fprintf(' %.2f | Pas de solution\n', lambda);
55     end
56 end
57 % Tracé du graphe
58 figure;
59 plot(pareto_f1, pareto_f2, '-o', 'LineWidth', 2, 'Color', [0.0500 0.3250 0.0980]);
60 xlabel('f_1:Couverture totale');
61 ylabel('f_2:Cout totale');
62 title('Front de Partee obtenu par pondération des objectifs');
63 grid on;

```

FIGURE 4.4 – Code MATLAB Front de Pareto

Ce code MATLAB permet de représenter le front de Pareto à partir des solutions obtenues pour différentes valeurs de λ . Après avoir résolu le problème d'optimisation multiobjectif, il identifie dans les lignes 57 à 63 les solutions non dominées, c'est-à-dire celles qui offrent un bon compromis entre les deux fonctions objectif. Le graphique final illustre ces solutions, facilitant ainsi l'analyse des choix possibles selon les priorités définies.

La représentation graphique du front de Pareto :

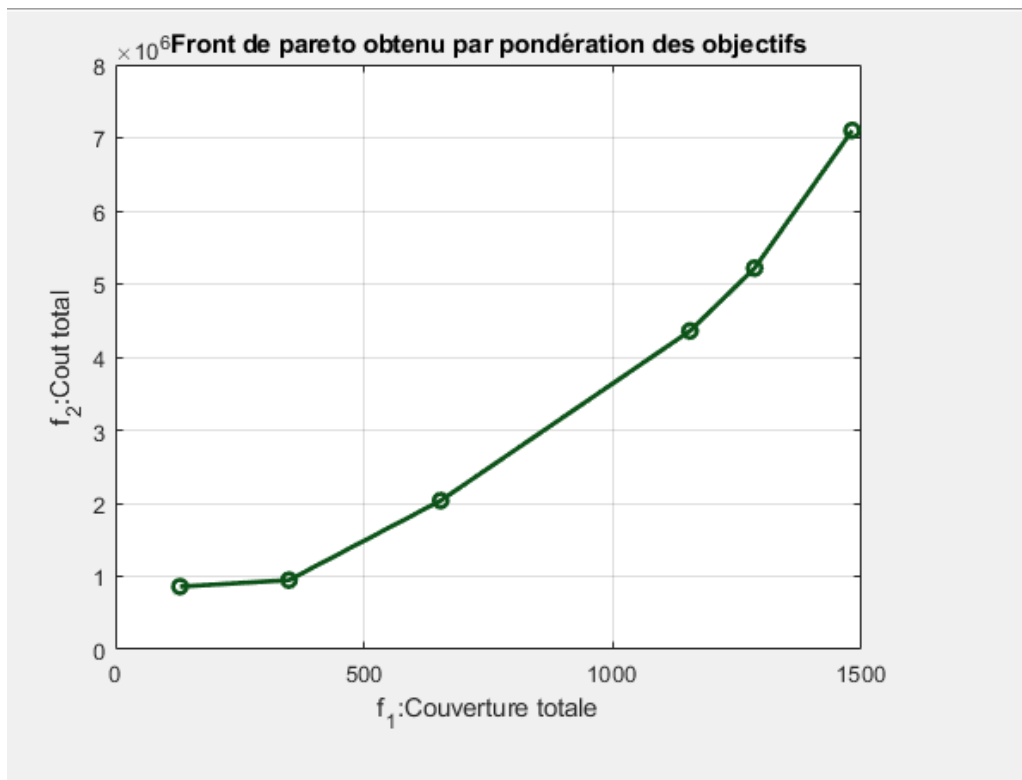


FIGURE 4.5 – Front de Pareto

Analyse stratégique des résultats et recommandation pour la prise de décision

L'analyse des résultats obtenus dans le tableau de simulation et sur le front de Pareto met en évidence plusieurs solutions de compromis entre la couverture des logements et le coût d'installation. Selon la valeur du paramètre λ , la stratégie de déploiement varie, ce qui permet d'adapter les décisions aux priorités locales (rentabilité, équité territoriale, contraintes budgétaires).

Deux compromis se dégagent particulièrement :

- Pour λ compris entre 0,30 et 0,75, la solution reste stable : une seule zone (la plus dense) est couverte, représentant 349 logements pour un coût modéré de 947 982 DA. C'est une solution économiquement très avantageuse.
- Pour $\lambda = 0,85$, quatre zones sont sélectionnées, couvrant 1 155 logements pour un coût total de 4 357 334 DA, soit un excellent rapport couverture/coût, tout en restant largement en dessous du budget maximal de 8 000 000 DA. Ce compromis permet une couverture étendue sans dépasser les capacités financières du projet.

Ainsi, selon les priorités stratégiques d'Algérie Télécom qu'elles soient orientées vers la rentabilité ou l'impact social ces deux scénarios représentent des choix réalistes et efficaces pour la planification du déploiement de la fibre optique dans la wilaya de Tizi-Ouzou.

4.9 Conclusion

Pour conclure, ce chapitre a permis de présenter une approche structurée pour la planification optimale du déploiement de la fibre optique à Tizi-Ouzou, en intégrant les contraintes et

spécificités locales. La formulation mathématique proposée, appuyée par l'utilisation de MATLAB et de la méthode *intlinprog*, offre un cadre efficace pour générer des solutions adaptées aux enjeux techniques, économiques et géographiques du territoire. Les résultats obtenus constituent une base solide pour orienter les décisions futures et favoriser une couverture numérique élargie et maîtrisée dans la région.

Conclusion générale

L'extension des infrastructures numériques constitue aujourd'hui un enjeu crucial pour accompagner les mutations technologiques et améliorer l'accessibilité aux services modernes. Ce mémoire a été l'occasion de développer une réflexion appliquée autour d'un cas concret : la structuration d'un plan de déploiement de la fibre optique dans une partie encore insuffisamment desservie de la wilaya de Tizi-Ouzou.

En nous appuyant sur des données réelles et des contraintes opérationnelles, nous avons conçu une modélisation mathématique qui tient compte à la fois des priorités de couverture et des limitations techniques ou financières. L'originalité du travail réside dans la capacité à intégrer plusieurs dimensions du problème dans un cadre formel cohérent, tout en restant proche des réalités du terrain.

La résolution à l'aide d'un outil numérique a permis de tester plusieurs configurations, illustrant comment l'ajustement des paramètres influe sur les zones sélectionnées. Ce processus a mis en lumière des arbitrages incontournables entre extension de réseau et gestion des moyens disponibles. Le recours à une approche multi-critères, combinée à une programmation en nombres entiers, a fourni un outil d'aide à la décision adaptable aux préférences locales.

Ce travail n'a pas vocation à produire un schéma définitif, mais à offrir une base méthodologique transférable, susceptible d'être enrichie par d'autres critères ou d'autres contextes géographiques. Le modèle proposé présente également l'avantage d'être suffisamment flexible pour être appliqué à n'importe quelle ville et à tout type de données, à condition d'adapter les paramètres aux spécificités locales. Il ouvre aussi des perspectives de recherche, notamment autour de méthodes d'optimisation plus avancées ou de la prise en compte de données dynamiques et évolutives.

En somme, cette étude témoigne de la pertinence des mathématiques appliquées pour traiter des problématiques d'aménagement stratégique, et souligne l'intérêt d'une démarche rigoureuse pour éclairer les choix dans un domaine où les enjeux sont à la fois techniques, sociaux et économiques.

Bibliographie

- [1] *Qu'est-ce qu'une fibre optique*, 2025.
- [2] M. Abbas and M. Moula. *Integer linear fractional programming with multiple objective*. *Journal of the Italian Operation Research Society*, 2002.
- [3] M. Aouane. *Cours d'optimisation multiobjectif*, 2022–2023. Cours universitaire, Licence 3, Université de Mouloud Mammeri Tizi Ouzou.
- [4] D. Aïssaoui. *Méthode hybride pour la résolution des problèmes de programmation linéaire en nombres entiers*. Mémoire de master, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, Tizi-Ouzou, Algérie, 2014.
- [5] Nadira Benlahrache. *Optimisation Multi-Objectif Pour l'Alignement Multiple de Séquences*. Master's thesis, Université Mentouri, Constantine, 2007.
- [6] Claude Berge. *Graphes et Hypergraphes*. Dunod, Paris, 2 edition, 1983.
- [7] BOUBEKEUR Rachid et BAHNES Nacera. *Analyse multicritère d'aide à la décision*. Master's thesis, Université Abdelhamid Ibn Badis de Mostaganem, 2017.
- [8] I. Charon, A. Germa, and O. Hudry. *Méthodes d'optimisation combinatoire*. Masson, Paris, 1996.
- [9] S. Cook. *The Complexity of Theorem-Proving Procedure*. Association of Computing Machinery, New York, 1971.
- [10] George B. Dantzig. *Maximization of a Linear Function of Variables Subject to Linear Inequalities*. Ph.d. thesis, University of California, Berkeley, USA, 1947.
- [11] George B. Dantzig. *Linear programming and extensions*. Princeton University Press, 1963.
- [12] Sidi Mohamed Douiri, Souad Elbernoussi, and Halima Lakhbab. *Cours des Méthodes de Résolution Exactes, Heuristiques et Métaheuristiques*. Support de cours, Master Codes, Cryptographie et Sécurité de l'Information, non daté. Consulté dans le cadre d'un travail de recherche académique.
- [13] Y. Dumas, J. Desrosiers, and J. Soumis. *A Dynamic Programming Solution of the Large-Scale Single Vehicle Dial-a-Ride Problem with Time Windows*. *American Journal of Mathematical and Management Sciences*, 1986.
- [14] Yann Collette and Patrick Siarry. *Optimisation multiobjectif*. Eyrolles, 2002.
- [15] FERDJI Nacer Eddine Ghiles et FERHOUM Sofiane. *Impact du projet d'installation de la fibre optique sur le développement territorial en Algérie : Cas de la Wilaya de Tizi-Ouzou*. Master's thesis, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2020.
- [16] Boumrar Fatima et Lamrani Kenza. *La programmation mathématique multi-objectifs floue et stochastique (pseudo) et applications*. Master's thesis, Université Mouloud Mammeri Tizi ouzou, 2022.
- [17] HAMMAR Sonia et SEGGARI Karima. *Problème de transport multiobjectif à coefficients intervalles*, 2019.

- [18] KAOUI FERHAT. *Implémentation de la technologie MSAN chez Algérie télécom*. Master's thesis, Université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2018.
- [19] L. Ferro, S. Khin, and N. Salman. *Résolution pratique de problèmes NP-complets*, June 2005. Livre.
- [20] Pierre Fouilhoux. *Recherche Opérationnelle et Optimisation Combinatoire (Rappels) : Branchement et Évaluation (Branch-and-Bound)*. Support de cours, Master Informatique, spécialité Androïde, module MAOA, Sorbonne Université, 2019–2020.
- [21] Michael R. Garey and David S. Johnson. *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman, 1979.
- [22] R. M. Garey and D. S. Johnson. *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Co., 1979.
- [23] F. Glover, G. A. Kochenberger, and B. Alidaee. *Adaptive memory tabu search for binary quadratic programs*. *Management Science*, 44 :336–345, 1998.
- [24] Fred Glover and Manuel Laguna. *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1997.
- [25] David E. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning*. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, 1989.
- [26] Sameh Grainia. *L'algorithme de Branch and Price and Cut pour le problème de conception de réseaux avec coûts fixes et sans capacité*. Mémoire de maîtrise en informatique, Université de Montréal, Canada, Avril 2015.
- [27] Christelle Guéret, Christian Prins, and Marc Sevaux. *Programmation Linéaire*. Eyrolles, 2000.
- [28] Jin-Kao Hao, Philippe Galinier, and Michel Habib. *Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes*. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 13(1) :7–42, 1999.
- [29] J. H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.
- [30] Hungarian Algorithm. *Hungarian Algorithm for Assignment Problem*. <https://www.hungarianalgorithm.com/hungarianalgorithm.php>, 2024.
- [31] Narendra Karmarkar. *A New Polynomial-Time Algorithm for Linear Programming*. *Combinatorica*, 4(4) :373–395, 1984.
- [32] Leonid G. Khachiyan. *A Polynomial Algorithm in Linear Programming*. *Soviet Mathematics Doklady*, 20 :191–194, 1979.
- [33] A. H. Land and A. G. Doig. *An automatic method for solving discrete programming problems*. *Econometrica*, 28 :497–520, 1960.
- [34] Catherine Mancel. *Modélisation et résolution de problèmes d'optimisation combinatoire issus d'applications spatiales*. Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, Toulouse, France, 2004. Soutenue le 25 juin 2004.
- [35] N. Metropolis, M. N. Rosenbluth, and H. A. Teller. *Equation of state calculation by fast computing machines*. *Journal of Chemical Physics*, 21(6) :1087–1092, 1953.
- [36] RAGGAS Nassima. *Optimisation multicritère appliquée au problème d'affectation*. Master's thesis, UNIVERSIT... DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENNE, 2008.
- [37] Maria Alejandra Ayala P. *Programmation linéaire en nombres entiers pour l'ordonnancement cyclique sous contraintes de ressources*. Thèse de doctorat, Université de Toulouse, France, Juin 2011.

-
- [38] Christian Prins. Analyse et traitements de problèmes de tournées de véhicules. Habilitation à diriger des recherches, Université de Technologie de Compiègne, France, 1994.
- [39] Aldo Rustichini. *Dynamic Programming Solution of Incentive Constrained Problems*. *Journal of Economic Theory*, 78(2) :329–354, 1998.
- [40] Marc Sakarovitch. Optimisation combinatoire, programmation discrète. Hermann, Paris, 1984.
- [41] Michel Sakarovitch. Optimisation combinatoire : méthodes mathématiques et algorithmique. Hermann, Paris, 1984.
- [42] A. Schrijver. Theory of Linear and Integer Programming. Wiley and Sons, 1986.
- [43] J. Sylva and A. Crema. *A method for finding the set of nondominated vectors for multiple objective integer linear programs*. *European Journal of Operational Research*, 2004.
- [44] Algérie Télécom. *Algérie Télécom – Official website*, 2025.