

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par

Youcef AIT GHERBI

Mustapha RABHI

Thème

**Synthèse d'observateurs à entrées
inconnues pour les systèmes linéaires
continus**

**Application à la détection de fuite d'un
système hydraulique**

Mémoire soutenu publiquement le/...../20..... Devant le jury composé de :

M. Ahmed MAIDI

Professeur, UMMTO, Président

M. Saïd DJENNOUNE

Professeur, UMMTO, Encadreur

M. Amar Si-AMMOUR

M C A, UMMTO, Examineur

M. Mohand-Achour TOUAT

M C B, UMMTO, Examineur

REMERCIEMENT

Je remercie avant tout le bon « DIEU » tout puissant de me donner la santé, le courage la volonté pour finir ce travail.

Mes remerciement s'adressent a tout mes proches tel que la famille et amis sur tout mon binôme YOUCEF.

les plus sincères remerciement s'adressent a tous mes professeures dans mon parcours

J'adresse mes profonds remerciements a notre promoteur à M^r DJENNOUNE pour le temps qu'il nous a consacré, son aide, ces orientations et encouragements et surtout pour sa patience tout au long de ce travail. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse toute ma gratitude.

Mes remerciements a M^r Maldi, M^{eme} CHABALAH, M^r Touat, M^{eme} Louadj, qu'il nous a orienté a chercher pour faire ce travaille

Je remerci tout ce qui nous avons aidé à faire ce travaille de prés ou de loin

Je remercie les membres de jury, qui nous ferons l'honneur de participer au jugement de ce travail.

Enfin je remercie mes parents pour leur soutien au cours de ces longues années

d'études et sans lesquels je n'en serai pas là aujourd'hui et je leur dédié ce travaille

REMERCIEMENT

Avant toutes initiations, je tien à remercier Dieu le tout puissant de m'avoir donné le courage, patience et force durant toutes ces années d'étude.

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à monsieur DJENNOUNE Saïd mon tuteur de ce travail, Professeur au sein du département d'Automatique, qui, par sa confiance à mon égard, m'a offert une occasion favorable de travailler sur un thème original, proposé par ses soins.

Il a pu me consacrer un peu de son temps, en dépit de son calendrier très chargé, pour M'encadrer et me conseiller tout au long de mon projet. Ses qualités humaines, et professionnelles font de lui un homme exemplaire et une Source d'inspiration pour nous, c'est une chance d'avoir un homme de son envergure Au sein de notre département, travailler par son orientation à embelli mes connaissance et mon expérience.

Je tiens également à remercier les membres de jury, de répondre favorablement d'examiner ce travail.

Je remercie également monsieur MAIDI Ahmed membre du laboratoire L2CSP, qui m'a conseillé et orienté.

Je tien à remercier également madame LOUADJ que j'apprécie beaucoup et madame CHEBALAH.

Je remercie les enseignants du département Automatique, qui ont contribué à mon Escalade académique, Monsieur HAMMOUCHE, Monsieur CHARIF et monsieur TOUAT que je respecte énormément, je cite également Monsieur MAIDI et monsieur KARA que j'apprécie particulièrement.

Je n'oublie pas mes amis, qui ont partagé la joie de vivre : menad, sofiane, Azzedine, Kader dadi, adelane, amar, ravah et Mustapha mon binôme, Linda et enfin Sarah.

Ce travaille je le dédie à la mémoire de mon grand père qui nous a quitté aussi tôt qu'on l'espérer.

Enfin, je ne pourrai jamais suffisamment remercier ma famille mon grand père Belkacem, ma grand mère Taous, ma mère qui ma soutenu au long du parcours de ma vie. Mon frère Djamel et ma sœur Imane, qui m'ont soutenu et encouragé le long de mon parcours. à tous mes ancles et mes tantes.

À ma mère
À mon frère et ma sœur
Youcef.

Chapitre II: Commande par retour d'état et synthèse d'observateur a entrée inconnue

II.1	Introduction.....	23
II.2	Observabilité des systèmes linéaires	24
II.2.1	Définition 1	25
II.2.2	Définition 2 : Condition du rang	25
II.2.3	Grammien d'observabilité	25
II.3	Commandabilité d'un système linéaire	26
II.3.1	Notion de commandabilité	26
II.3.2	Définition	26
II.3.3	Théorème du rang de KALMAN	26
II.4	Observateur des systèmes linéaires	27
II.4.1	Observateur de Luenberger	27
II.4.2	Déterminer le gain de l'observateur	28
II.4.3	Observateur à entrées inconnues	32
II.4.4	Observateur mode glissant	35
II.4.4.1	Conception d'un observateur mode glissant	35
II.4.4.2	Observateur Utkin a entrée inconnue.....	38
II.4.5	Observateur PI a entrée inconnu	41
II.5	Commande par retour d'état	47
II.5.1	Détermination la loi de commande	48
II.5.2	Calcul la loi de commande état connu	49
II.5.2.1	Cas d'un système sous forme commandable.....	49
II.5.2.2	Cas d'un système sous forme quelconque	50
II.5.2.3	Calculer la loi de commande par réglage de régime permanent	54
II.5.2.4	Calculer la loi de commande par action intégrale.....	57
II.5.4	Calcul la loi de commande par estimation d'état	61
II.6	Conclusion.....	69

Chapitre III : diagnostic de système hydraulique a trois bacs

III.1 Introduction.....	70
III.2 Présentation du procédé	70
III.3 Modélisation du système à trois bacs	71
III.4 Simulation non linéaire	73
III.5 Linéarisation du système à trois bacs	76
III.6 Simulation du système linéaire	79
III.7 L'observateur de lunberger.....	80
III.8 Commande par retour d'état	83
III.8.1 sans action intégrale	85
III.8.2 avec intégrale	87
III.9 Commande par retour d'état reconstruit	88
III.9.1 sans action intégrale	89
III.9.2 avec intégrale	92
III.10 Détection de fuite	94
III.10.1 Observateur (PI) à entrée inconnue	94
III.10.1.1 Cas absence de fuite	97
III.10.1.2 Cas présence de fuite	98
III.10.2 Observateur à mode glissant d'Utkin à entrée inconnue.....	100
III.10.2.1 Cas absence de fuite	105
III.10.2.2 Cas présence de la fuite	109
III.11 Conclusion	114
Conclusion générale	115
ANNEXE	46
BIBLIOGRAPHIE	46

Liste de Figures

Chapitre I

<i>Figure I.1</i>	Procédure de détection et d'isolation des défauts.....	7
<i>Figure I.2</i>	Schéma représentant la redondance matérielle.....	7
<i>Figure I.3</i>	Schéma explicatif du principe de la redondance matérielle.....	8
<i>Figure I.4</i>	Principe de diagnostic avec modèle.....	13
<i>Figure I.5</i>	Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs.....	15
<i>Figure I.6</i>	Structure d'observateur simple.....	16
<i>Figure I.7</i>	Structure d'observateurs dédiés.....	17
<i>Figure I.8</i>	Structure d'observateurs généralisée.....	18
<i>Figure I.9</i>	Différents types de défauts agissants sur un système.....	21
<i>Figure I.10</i>	Evolution temporelle des différents types de défauts.....	22

Chapitre II

<i>Figure II.1</i>	Observateur la partie essentielle dans la commande.....	24
<i>Figure II.2</i>	Schéma structural de l'observateur de Luenberger.....	28
<i>Figure II.3</i>	Choix des pôles stables du système.....	29
<i>Figure II.4</i>	Schéma fonctionnel de l'observateur a entrée inconnue.....	34
<i>Figure II.5</i>	Observateur en mode glissant.....	37
<i>Figure II.6</i>	Observateur Utkin a entrée inconnue.....	40
<i>Figure II.7</i>	Observateur a entrée inconnue avec intégrateur.....	43
<i>Figure II.8</i>	Système hydraulique.....	44
<i>Figure II.9</i>	Les variables d'états et leurs états reconstruits.....	45
<i>Figure II.10</i>	Les écarts d'états et les entrées inconnues.....	46
<i>Figure II.11</i>	Les variables d'états et leurs états reconstruits.....	46
<i>Figure II.12</i>	Les écarts entre les états et les entrées inconnues.....	47
<i>Figure II.13</i>	Système dynamique en boucle fermé.....	48
<i>Figure II.14</i>	Bouclage du système par un vecteur du gain.....	48
<i>Figure II.15</i>	Réponses indicielles.....	54

Figure II.16	Commande par retour d'état et gain pré-compensateur.....	55
Figure II.17	Réponses indicielles.....	56
Figure II.18	Commande par retour d'état avec action intégral	57
Figure II.19	Réponses indicielles.....	60
Figure II.20	Ecart des réponses.....	60
Figure II.21	Commande par retour d'état d'un système reconstruit.....	65
Figure II.22	Schéma bloc sur simulink de la Commande par retour d'état reconstruit.....	67
Figure II.23	Réponses à un échelon.....	68

Chapitre III

Figure III.1	Schéma de principe du système à trois bacs.....	71
Figure III.2	Schéma de simulation du système non linéaire.....	73
Figure III.3	Schéma de simulation du subsysteme 3 BAC_SNL non linéaire.....	74
Figure III.4	Evolution d'état de chaque bac avec un débit d'entrée $2,78 \times 10^{-5} m^3/s$	75
Figure III.5	Schéma de simulation du système non linéaire.....	79
Figure III.6	Schéma de simulation du subsysteme 3 Bacs.LIN.....	79
Figure III.7	Evolution d'état de chaque bac à l'équilibre.....	80
Figure III.8	Schéma de simulation de l'observateur de lunberger.....	81
Figure III.9	Evolution des niveaux de système et leurs états reconstruits.....	81
Figure III.10	Ecart entre les niveaux et leurs états reconstruits.....	82
Figure III.11	Commande par retour d'état.....	85
Figure III.12	La commande et les niveaux des bacs.....	86
Figure III.13	Etats des bacs avec action intégrale.....	88
Figure III.14	Retour d'état reconstruit.....	89
Figure III.15	La commande U et les états reconstruits.....	90
Figure III.16	Ecart entre les niveaux et leurs états reconstruits.....	91
Figure III.17	La commande U et les états reconstruits	92
Figure III.18	Ecart sur les niveaux avec action intégrale.....	93
Figure III.19	Schéma bloc de simulation du système avec l'observateur PI.....	96
Figure III.20	Les niveaux de bac à l'équilibre avec un débit d'entrée.....	96
Figure III.21	Les niveaux des bacs et leurs états reconstruits de l'observateur.....	97
Figure III.22	Ecart entre les niveaux et leurs estimations avec l'entrée inconnu estimé..	98
Figure III.23	Les niveaux des bacs et leurs états reconstruits.....	99
Figure III.24	Ecart d'estimation des états et l'estimation de l'entrée inconnue	99
Figure III.25	Entrées inconnues reconstruits rampe et sinusoïdale.....	100
Figure III.26	Schéma bloc de simulation du système avec l'observateur UTKIN.....	104
Figure III.27	Arc tangente hyperbolique.....	105
Figure III.28	Les niveaux et les leurs états reconstruits pour k=5.....	106

Figure III.29	Les écarts d'estimation pour $k=5$	106
Figure III.30	Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=20$	107
Figure III.31	Les écarts d'estimation pour $k=20$	107
Figure III.32	Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=80$	108
Figure III.33	Les écarts d'estimations pour $k=80$	108
Figure III.34	Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=5$	110
Figure III.35	Les écarts d'estimations pour $k=5$	110
Figure III.36	Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=20$	111
Figure III.37	Les écarts d'estimations pour $k=20$	111
Figure III.38	Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=80$	112
Figure III.39	Les écarts d'estimation pour $k = 80$	112
Figure III.40	Entrées inconnues estimer pour sinusoïdale et rampe.....	113.

Introduction générale

La mesure de toutes les grandeurs (variables) d'un procédé physique est souvent cruciale, afin de mettre en œuvre des stratégies de commande par retour d'état par exemple, ou bien des stratégies de surveillance et de diagnostic (les variables d'état ne sont pas accessibles à la mesure) ou économiques (difficulté d'implémentation par exemple dans une station nucléaire ou coût élevé des capteurs), il n'est pas toujours possible d'accéder à toutes les variables d'état.

Il faut nécessairement faire appel aux observateurs qui permettent de reconstruire les estimées des états sur la base des informations disponibles qui sont la sortie mesurée et l'entrée de commande. Implémenté sur un ordinateur, l'observateur d'état devient un capteur logiciel. La synthèse d'un observateur nécessite à ce que le système satisfait la condition nécessaire d'observabilité. Dans le cas des systèmes linéaires décrits par un modèle d'état, la conception d'un observateur est relativement aisée car le problème est bien maîtrisé. Les solutions apportées telles que l'observateur de Luenberger [1] ou le filtre de Kalman [2] permettent de répondre à toutes les situations.

D'un autre côté, à cause de l'intérêt considérable porté pour diagnostic, les orientations des travaux de recherche sur l'estimation d'état des systèmes linéaires vers des objectifs de diagnostic sont de plus en plus importantes. Avant la découverte des techniques d'estimation utilisant les informations disponibles sur le processus, le diagnostic, (détection et isolation de défauts) FDI (Fault Détection and Isolation) [3], [4], se faisait à la base de redondance matérielle qui consiste à doubler, tripler voire quadrupler certains composants (capteurs). Cette redondance matérielle est sévère et rapide mais s'avère coûteuse et encombrante. Pour palier à ce problème plusieurs méthodes de diagnostic ont été proposées (diagnostic par traitement du signal, diagnostic par estimation paramétrique, diagnostic à base d'observateursetc.).

Les méthodes à base d'observateurs consistent à générer des résidus qui sont calculés en faisant la différence entre les sorties réelles, éventuellement filtrées, et celles estimées par

l'observateur. Ces méthodes s'avèrent très efficaces pour la détection et la localisation des défauts. En effet, elles ont connu un essor considérable. Notons aussi l'importance d'avoir des états reconstruits en commande par retour d'états [5], [6],

Un défaut dans un système peut se manifester par l'apparition d'un signal au sein du système. Citons comme exemple, la cassure de barres du rotor d'un moteur électrique crée des courants statoriques. Ces grandeurs sont considérées comme des entrées inconnues.

Les observateurs à entrées inconnues permettent non seulement d'estimer les états mais aussi de reconstruire ces grandeurs inconnues. Leur application pour le diagnostic s'avère donc efficace. De plus, ce type d'observateurs permet aussi de découpler les entrées inconnues (aussi bien les signaux défauts que les perturbations) des estimées. La qualité de l'estimation n'est pas donc altérée par la présence de ces signaux perturbateurs. Deux types d'observateurs à entrées inconnues permettant à la fois d'estimer les états et les entrées inconnues sont très répandus dans la littérature. Il s'agit de l'observateur proportionnel intégral (PI) [7], [8] et de l'observateur à modes glissants d'Utkin [9], [10], [11], [12]. La technique des modes glissants est particulièrement avantageuse en raison de ses performances en robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations, de la convergence de l'état estimé vers l'état désiré en temps fini et aussi en raison de la simplicité de son implémentation. Le principe des observateurs à mode glissant repose sur l'injection d'une entrée de contrôle discontinue.

Dans [12], les auteurs ont proposé deux méthodes s'appuyant sur des observateurs à mode glissant, pour détecter et estimer les défauts de capteurs.

L'objectif de notre travail porte essentiellement sur la mise en œuvre d'observateur à entrée inconnue PI et à entrée inconnue à modes glissants pour la détection de fuites dans un système hydraulique constitué de trois bacs. Par ailleurs, la commande par retour d'état avec action intégrale en absence et en présence de l'observateur est aussi considérée dans ce mémoire. Après une étude théorique illustrée sur des exemples simples académiques, les problèmes de commande et de synthèse d'observateur présentés seront appliqués au système hydraulique.

Le mémoire s'articule autour de trois chapitres :

- Le premier chapitre aborde quelques concepts généraux sur le diagnostic. Il sera notamment consacré aux définitions et aux concepts fondamentaux du diagnostic des systèmes à bases de modèles et aux différentes structures de génération de résidus.
- Dans Le deuxième chapitre, nous exposons les notions essentielles sur l'observabilité et la commandabilité. La synthèse de la commande par retour d'état à placement de pôles et la conception d'observateurs à entrées inconnues (Proportionnel Intégral et à Modes Glissants) pour les systèmes linéaire continus temps invariant sont présentées.
- Le dernier chapitre est dévolu à l'élaboration des deux observateurs à entrées inconnue étudiés en chapitre précédent dédiés à la détection de fuites d'un système hydraulique constitué de trois bacs en cascade. Les observateurs sont implémentés numériquement sous l'environnement MATLAB/SIMULINK. Nous présentons les résultats de simulation obtenus.
- Nous terminons notre travail par une conclusion générale et quelques perspectives.

CHAPITRE I :
L'ART DU DIAGNOSTIC

I.1 Introduction

La course à la performance, la rentabilité et la fiabilité a rendu les systèmes industriels de plus en plus complexes et sont de ce fait de plus en plus sensible aux défauts. Leurs conséquences peuvent être importante en termes de productivité arrêt inutile d'une installation, de sécurité anomalie non détecté ou de qualité de la production (mesure incorrecte de la grandeur à contrôler).le diagnostic de defaults devient donc une tache indispensable à la bonne conduite de ces systèmes complexes.

De manière générale, lorsqu'on parle de diagnostic des défauts, on se réfère à la procédure de détection et d'isolation de ces derniers, que l'on retrouve souvent sous le nom: FDI (Fault Détection and Isolation). Cette procédure nous permet d'avoir des informations sur l'apparition d'un défaut et sur sa provenance le plus rapidement possible. Les méthodes de détection et de localisation des défauts ont connu un essor considérable depuis le début des années 70. En effet, de nombreux chercheurs ont investi dans ce domaine proposant alors diverses approches et techniques répondant à la diversité des applications.

Nous proposons dans ce chapitre de faire un état de l'art sur le diagnostic des défauts dans les systèmes physiques. L'intérêt se portera essentiellement sur le problème de détection et D'isolation des défauts. Il est question, dans un premier temps, de donner les différents concepts et notions rencontrés dans la littérature concernant le diagnostic des défauts, car un bon diagnostic nécessite une bonne compréhension de ces notions. Le principe de base du diagnostic sera alors présenté ainsi que les différentes méthodes proposées dans ce domaine.

D'autre part, nous allons présenter la procédure générale de détection et d'isolation des défauts par les méthodes à base de modèle mathématique. Cette dernière passe par deux étapes essentielles : la génération et l'évaluation du vecteur résidu. Mais auparavant, nous allons introduire la manière avec laquelle aborder un problème FDI. Nous insisterons sur la phase de modélisation du système et des différents défauts et entrées inconnues. Nous aborderons également les critères de performance d'un système FDI et nous nous intéresserons, plus particulièrement, au problème de robustesse.

I.2 Définitions et concepts [13]

- **Une anomalie** : est une particularité non conforme à la loi naturelle ou logique.
- **Une panne** : est l'inaptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise. Une panne résulte toujours d'une défaillance.
- **Un défaut** : est une anomalie de comportement au sein du système. Ce concept est important dans les opérations de surveillance pour la conduite et la maintenance des processus industriels. Tout écart entre la caractéristique observée et la caractéristique de référence est considéré comme étant un défaut. Il est donc clair qu'une défaillance conduit à un défaut. Mais un défaut n'induit pas nécessairement une défaillance. En effet, le dispositif peut conserver son aptitude à accomplir sa tâche principale si les défauts n'ont pas d'impacts sur cette tâche. L'art du diagnostic consiste à détecter de façon précoce un défaut avant qu'il ne conduise à un état de défaillance donc de panne.
- **Une défaillance**: est une anomalie altérant ou empêchant l'aptitude d'une unité fonctionnelle à accomplir la fonction souhaitée. Une défaillance correspond à un passage d'un état à un autre, par opposition à une panne qui est un état. Par abus de langage, cet état de panne on pourra l'appeler mode de défaillance.
- **Une perturbation**: consiste en tout phénomène conçu comme normal influençant un processus, bon ou mal, représenté par un modèle de référence.
- **Un résidu** : est un signal conçu pour être un indicateur d'anomalies fonctionnelles ou comportementales, sensiblement nul en absence de défauts et non nul en leur présence.
- **Un symptôme**: est un caractère distinctif d'un état fonctionnel ou comportemental anormal.
- **Le diagnostic**: consiste à déterminer le type, la taille, le lieu et l'instant d'occurrence d'un défaut, il suit la détection de défauts et inclut l'isolation et l'identification.

- **La surveillance :** est une tâche continue, réalisée en temps réel, qui permet de déterminer l'état d'un système physique, elle consiste en l'enregistrement des informations ainsi qu'en la reconnaissance et l'indication des anomalies du comportement.
- **La sensibilité :** représente la capacité d'un système de diagnostic à générer des résidus sensibles aux défauts à détecter. Ces défauts sont généralement caractérisés par une certaine amplitude.
- **La supervision :** est la surveillance d'un système physique et la prise de décisions appropriées en vue de maintenir son opération lors de l'apparition de défauts.

I.3 Procédure de détection et d'isolation des défauts [13]

Comme elle est représentée par la figure II.1, La procédure de détection et d'isolation des défauts passe par trois étapes essentielles :

- **La détection :** C'est l'étape qui décide si le système est soumis à un défaut ou pas. Elle consiste dans la plus part des cas à générer le vecteur résidu, qui est nul en fonctionnement normal et est comparé en ligne aux signatures de pannes. La détection est réalisée en vérifiant le dépassement d'un seuil par les résidus.
- **L'Isolation :** Cette étape permet de localiser le défaut et donc de déterminer quelle partie du système est affectée par l'anomalie. La détection de pannes est souvent suivie d'une procédure d'isolation de pannes, qui sert à distinguer (isoler) une panne particulière. Un seul résidu peut suffire pour détecter les pannes, cependant plusieurs résidus (ou un vecteur de résidus) sont souvent requis pour l'isolation de pannes.
- **L'identification :** L'ampleur et le type des défauts sont estimés dans cette phase.

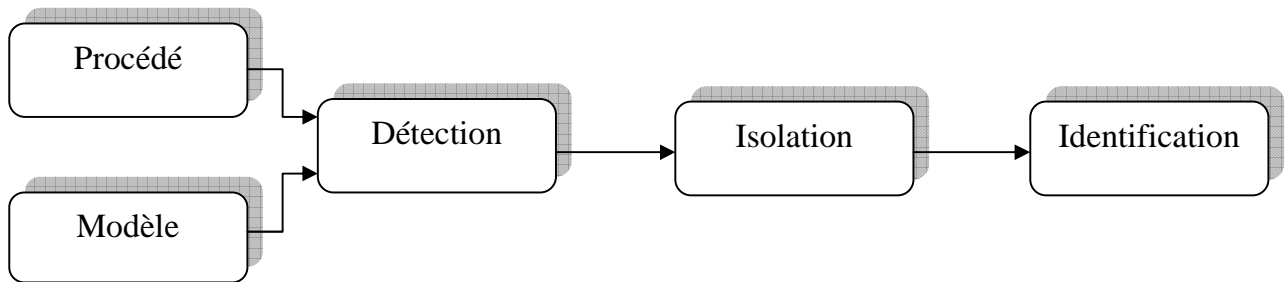


Figure I.1 Procédure de détection et d'isolation des défauts.

I.4 Principe de diagnostic de défaut

I.4.1 Redondances d'informations [14]

Le principe de base du diagnostic des défauts repose sur la notion de redondance, qui fournit au système plusieurs informations différentes sur une même variable. Des tests vont alors permettre de vérifier la cohérence de ces informations. Cependant, il existe deux approches.

La première est dite traditionnelle et consiste à ajouter des capteurs afin d'obtenir des informations supplémentaires sur l'état du système. C'est la redondance matérielle.

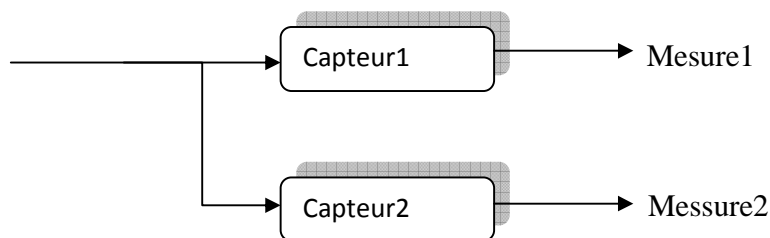


Figure I.2 Schéma représentant la redondance matérielle.

L'inconvénient majeur de cette approche est le coût additionnel en équipement. La deuxième approche est dite redondance analytique. Elle consiste à développer des algorithmes de détection et de localisation des défauts en utilisant les mesures disponibles sur le système. Une équation de redondance analytique est une équation dans laquelle toutes les variables sont connues. Pour éviter les fausses alarmes ou les manques de détection, ces algorithmes

doivent tenir compte des bruits de mesure, des perturbations ainsi que des erreurs de modélisation. Les méthodes basées sur cette approche sont plus simples, plus flexibles, moins coûteuses et plus écologiques que l'approche traditionnelle.

I.4.2 Redondance physique ou matérielle

La redondance physique consiste à utiliser plusieurs actionneurs, capteurs, processeurs et logiciels pour mesurer et/ou contrôler une variable ou une grandeur particulière. Un principe de vote (vote logique) s'applique sur les valeurs redondantes pour décider si une faute est présente ou non (donc faut isoler le capteur défaillant). Cette approche entraîne un coût important en instrumentation mais s'avère extrêmement fiable et simple à implanter. Elle est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à hauts risques tels que les centrales nucléaires ou les avions.

Le diagnostic utilisant la redondance physique se limite à la surveillance des éléments redondants (capteur, actionneurs, ...) présents sur une installation. A l'aide de cette unique technique, il ne sera pas possible de détecter des pannes survenant sur des éléments non redondants.

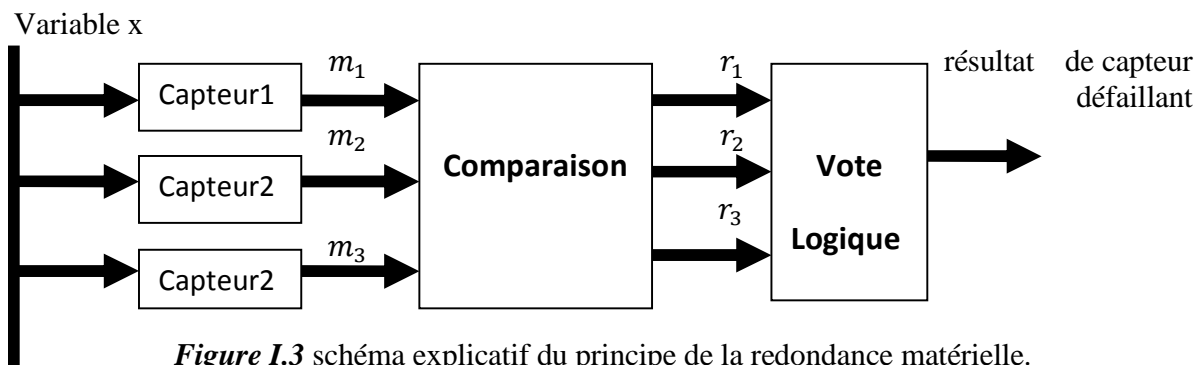


Figure I.3 schéma explicatif du principe de la redondance matérielle.

Par exemple pour la *Figure I.3*, le principe de cette méthode est le suivant, y'aura le calcul de trois résidus r_1 , r_2 et r_3 :

$$r_1 = m_1 - m_2 \tag{1.1}$$

$$r_2 = m_1 - m_3 \tag{1.2}$$

$$r_3 = m_2 - m_3 \quad (1.3)$$

Afin de pouvoir isoler le défaut, la redondance matérielle doit être d'ordre impair. L'avantage de la redondance matérielle réside dans la fiabilité et la simplicité de mise en œuvre de la méthode de diagnostic, elle donne un rendement élevé. En revanche, le coût et l'encombrement (poids et l'espace occupé par le matériel ajouté), ainsi qu'un champ d'application limité aux défauts des capteurs, constituent les principaux inconvénients. De plus, il arrive que pour des raisons techniques d'installation, les composants ne peuvent pas être dupliqués. Cette approche est mise en œuvre essentiellement sur des systèmes à haut risques, telles que les systèmes de commande et de surveillance des centrales nucléaires ou les systèmes de pilotage et de navigation des avions. Elle est donc utilisée dans les systèmes où la sécurité des biens et des personnes est primordiale.

I .4.3 Redondance analytique [15]

Un complément à la redondance physique consiste à exploiter les contraintes liant les différentes variables du système. Ces contraintes peuvent souvent s'exprimer sous la forme de relations analytiques liant les variables connues (relations d'entrée/sortie ou de sortie/sortie). Ces relations sont appelées relations de redondances analytiques. Le principe de la surveillance consiste à vérifier la fermeture algébrique de ces relations en utilisant les mesures prélevées en ligne sur le système. Le concept de redondance analytique repose sur l'utilisation d'un modèle mathématique du système à surveiller [16] Pour cette raison, les méthodes utilisant la redondance analytique pour la surveillance sont appelées méthodes à base de modèle.

Le principe de la surveillance utilisant un modèle peut être séparé en deux étapes : la génération de résidus et la prise de décision.[17]

Définition :

Une relation de redondance analytique (RRA) est une relation analytique ne faisant intervenir que des variables disponibles.

Une RRA peut elle exister seulement si:

- la capacité à extraire analytiquement du modèle Système une telle relation
- la capacité à éliminer analytiquement les variables non disponibles
- le niveau de redondance d'information

I .4.3.1 formule algébrique

$$\omega[y(t, t - p), u(t, t - p), \rho, v(t, t - p), \delta(t, t - p), \varepsilon(t, t - p)] = 0 \quad (1.4)$$

$$y(t, t - p) = (y(t)^T \dots y(t - p)^T) \quad (1.5)$$

$$u(t, t - p) = (u(t)^T \dots u(t - p)^T) \quad (1.6)$$

Tel que :

$u(t)$ Vecteur d'entrée du système à l'instant t.

ρ Ensemble des paramètres connus du système.

$y(t)$ Vecteur de sortie du système à l'instant t.

$\varepsilon(t)$ Bruit aléatoire inconnue.

$\delta(t)$ Défaillance Déterministe Inconnue.

$v(t)$ Perturbation Déterministe Inconnue.

I .5 Présentation des méthodes de diagnostic

Selon que l'on dispose, ou pas, d'un modèle mathématique représentatif du système, les méthodes de diagnostic se répartissent en deux grandes classes. Dans le premier cas, on utilise des redondances d'informations et la connaissance fournie par le modèle mathématique pour caractériser le mode de fonctionnement ou l'état du système, puis

décider s'il est normal ou anormal. Dans le deuxième cas, c'est l'analyse des données fournies par le système qui permet de décider de son état.

Les méthodes les plus familières aux automaticiens sont les méthodes basées sur l'utilisation de modèles mathématiques. Celles-ci utilisent la redondance existant entre les différentes variables mesurées en termes de relations statiques ou dynamiques.

Dans l'étude qui suit, il sera question de présenter les différentes méthodes de détection et d'isolation des défauts. L'intérêt portera surtout sur les méthodes à base de modèle mathématique.

I.5.1 Diagnostique par traitement du signal

Le traitement et l'analyse d'un signal peuvent être parfois utiles dans le domaine de diagnostic, en effet, La mesure d'un signal indique des oscillations qui peuvent être harmoniques, de nature stochastique ou les deux simultanément. La variation de ces signaux peut être reliée aux défauts.

Ainsi, d'une manière générale, on peut déterminer les caractéristiques d'un signal relatif à un défaut en déterminant par exemple son amplitude sa période. Il existe toutefois d'autres possibilités qui consistent à déterminer les fonctions d'auto corrélation, les transformées de Fourier ou la densité spectrale.

I.5.2 Méthodes de diagnostic à base de modèles qualitatifs

Les modèles qualitatifs permettent d'abstraire le comportement du procédé avec un certain degré d'abstraction à travers des modèles non plus mathématiques mais des modèles de type symbolique. Ces modèles décrivent d'une manière qualitative l'espace d'état continu du système.

Contrairement aux modèles de type numérique, les modèles qualitatifs ne représentent pas la physique du système, mais ils le décrivent en terme de mode de fonctionnement.

I .5.3 Méthodes de diagnostic à base de modèles quantitatifs

Ces méthodes reposent sur l'estimation de l'état, des paramètres ou de l'espace de parité en utilisant des modèles mathématiques, du système décrivant le comportement du système. Si l'écart entre ces modèles et les variables du système dépasse un certain seuil, une défaillance est alors détectée. A ce moment, un résidu sera généré et comparé avec toutes les signatures des défauts connues, afin d'isoler et d'identifier la défaillance. Parmi les différentes méthodes de détection et de diagnostic utilisant des modèles mathématiques, nous trouvons principalement celles utilisant l'espace de parité, l'estimation paramétrique et celle à base d'observateurs.

I .5.4 Méthodes de diagnostic à base de modèle

Le principe de ces méthodes consiste à comparer le comportement du système avec le comportement du modèle qualitatif et/ou quantitatif établi. Tout écart est alors synonyme d'une défaillance, comme indiqué dans le schéma de la *Figure 1.3* Il est nécessaire donc d'avoir des connaissances approfondies sur le procédé à diagnostiquer sous la forme d'un modèle représentatif, qui fournit des grandeurs caractéristiques du procédé qui seront constamment comparées aux grandeurs issues du procédé réel.

Selon le type du modèle (qualitatif et/ou quantitatif), on peut distinguer deux branches de méthodes : les méthodes quantitatives issues de la communauté FDI (Fault Détection and Isolation) et les méthodes qualitatives issues des communautés intelligence artificielle. La dissociation entre les méthodes qualitatives et les méthodes quantitatives n'implique pas que ces deux aspects sont disjoints. En réalité, ces deux types d'approche peuvent coexister au sein d'une même méthode de diagnostic.

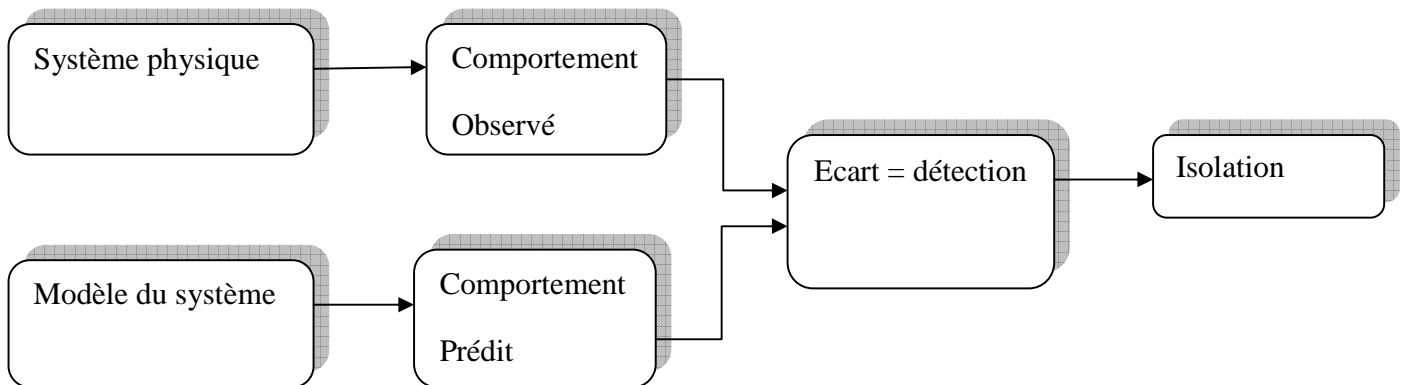


Figure I.4 Principe de diagnostic avec modèle.

I .5.4.1 Espace de parité

Cette méthode est utilisable à la fois dans le cas des systèmes déterministes et dans le cas des systèmes stochastiques. Elle s'appuie sur l'élaboration de signaux permettant de tester la cohérence des mesures par rapport à leurs valeurs calculées à l'aide d'un modèle (on parle aussi de consistance des mesures, de leur parité). D'un point de vue général, la méthode consiste à vérifier les relations algébriques entrées/sorties du modèle en utilisant les mesures réelles. Pour cela, les signaux recueillis sur le système sont injectés dans les relations entrées/sorties et les signaux ainsi créés sont utilisés comme résidus. La méthode a été développée au début pour le cas statique, puis elle a été généralisée plus tard pour le cas des systèmes dynamiques. Cette généralisation utilise la redondance temporelle, c'est-à-dire des relations faisant intervenir les valeurs des sorties des capteurs et les entrées des actionneurs à différents instants. Enfin, la redondance fréquentielle est également utilisée.

I .5.4.2 Méthodes d'estimation paramétrique

Quand la structure du modèle est connue la détection et la localisation des défauts peuvent être effectuées en utilisant des techniques d'identification. L'idée de base consiste à estimer les paramètres du système en temps réel et de les comparer aux paramètres non affectés par les défauts. [18] Pour cela on doit établir un modèle mathématique du système à diagnostiquer et

décrire toutes les relations qui existe entre les constantes physiques et les paramètres du modèle, puis estimer les paramètres du système ainsi que ceux du modèle à partir des entrées et sorties du système. Le vecteur de résidus est obtenu en faisant la différence entre les grandeurs estimées et les valeurs nominales.

I .5.4.3 Méthodes de diagnostic à base d'observateurs [19]

Cette approche s'appuie sur une bonne connaissance du modèle et de ses paramètres, et nécessite l'intégration des diverses relations qui, contrairement aux relations de parité, sont différentielles. Le diagnostic de défaut à base d'observateurs est basé sur le principe de génération de résidus en comparant les grandeurs disponibles du système réel aux grandeurs estimées (issues de l'observateur). L'état du système est reconstruit en se recalant à l'aide de certaines mesures.[20] le gain de l'estimateur dépendant des objectifs et des performances désirées. Dans le cas des systèmes linéaires, la structure de base des reconstruteurs est toujours la même, un modèle parallèle corrigé à l'a l'aide de l'erreur d'estimation multipliée par un gain adéquat, mais dans le cas non linéaires le problème s'avère difficile.

En diagnostic, la construction d'observateur est beaucoup plus complexe que ce que il en est dans le cas de commande dans la mesure où les paramètres d'observateurs jouent un rôle aussi sur la manière dont les défauts vont affecter les résidus. En plus d'assurer la stabilité, ces paramètres doivent permettre de structurer les résidus afin de localiser les défauts. Cependant, pour ce type de stratégie, si une anomalie apparaît, elle affecte en général toutes les composantes des vecteurs résidus ; de ce fait, le problème de localisation est plus complexe que ce qu'il en est dans le cadre de l'espace de parité. Pour résoudre ce problème, une solution consiste à construire des bancs d'observateurs où chacun d'entre eux surveille un défaut.

I.6 Principe de génération de résidus à base d'observateurs

Le principe de génération de résidu à base d'observateur consiste à estimer une partie ou l'ensemble des grandeurs mesurables du système à surveiller. Le résidu est calculé alors en faisant la différence, éventuellement filtrée, entre les sorties réelles et celles estimées. L'observateur revient alors à un modèle parallèle au système avec une contre réaction qui pondère l'écart de sortie. Ce principe est illustré sur la *Figure I.4* Cette approche offre des propriétés très intéressantes car elle donne lieu à des résidus très flexibles et la souplesse, dans le choix des paramètres, permet de s'affranchir de certaines entrées inconnues, améliorant ainsi les caractéristiques des résidus telles que leur robustesse vis à vis des perturbations et leur sensibilité aux défauts.

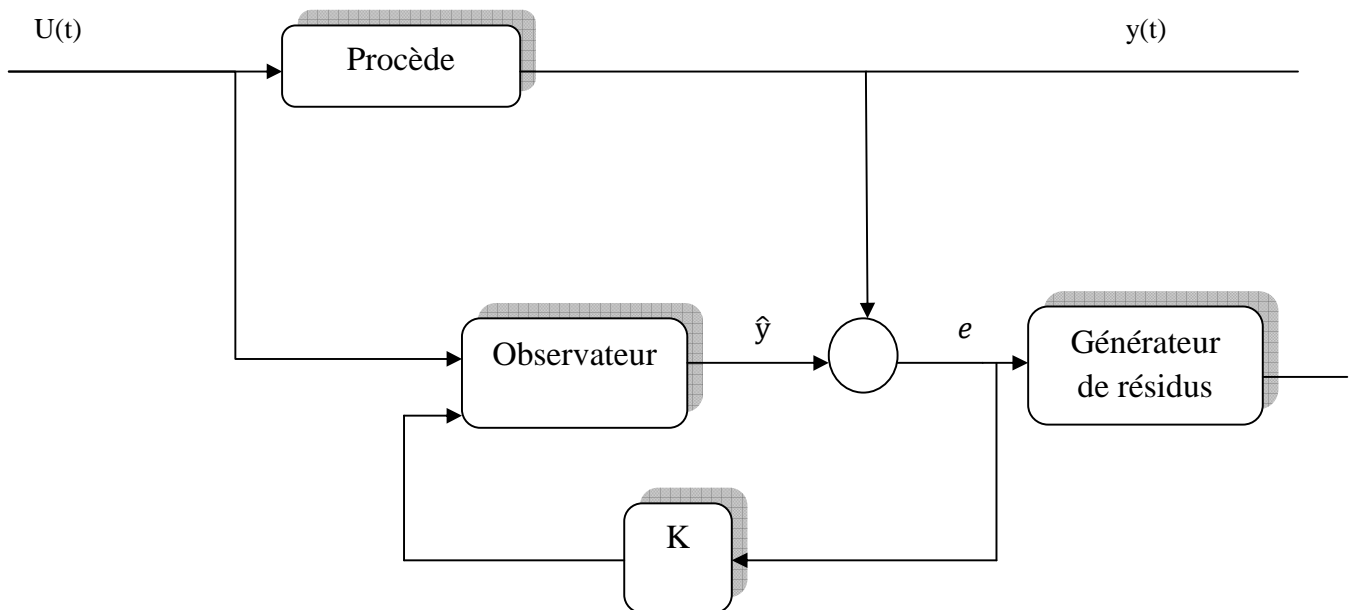


Figure I.5 Schéma de principe du diagnostic des défauts à base d'observateurs.

1.7 Structuration et évaluation des résidus générés à base d'observateur

Il est important d'obtenir une structure du résidu permettant son évaluation. Les résidus doivent être produits, de manière que pour chaque défaut un ou un ensemble de résidus soient affectés.

Cependant, même si l'apparition de défauts multiples est peu probable, les résidus doivent être capables de situer chacun des défauts arrivant simultanément, en occurrence, il devrait être garanti que le recouvrement des effets résultants de la combinaison des défauts ne mène pas à une décision fautive, par exemple détection manquée d'un défaut ou mauvaise isolation du défaut. Il existe plusieurs manières de définir les résidus structurés afin de parvenir à une évaluation correcte du résidu. Les résidus structurés sont conçus de manière à être chacun affecté par un sous ensemble de défaut et robuste (non affecté) par rapport aux défauts restantes. Ainsi, lorsqu'une défaillance apparaît, seul un sous ensemble de résidus réagit. Le résidu est dit structuré par rapport à un vecteur de défaillances f_1 s'il n'est affecté que par les défaillances f_1 et s'il est robuste aux autres. Dans la littérature, on distingue trois structures de génération de résidus à base d'observateur ou chacune est définie par un schéma particulier.[21]

1.7.1 Structure d'observateurs simplifiés

Dans cette structure le banc est constitué d'un seul observateur. Il est synthétisé de façon à n'être sensible qu'à un groupe de défauts. Dans le cas où un des défauts auquel il est sensible apparaît alors les estimations seront faussées. Dans le cas contraire, elles seront exactes.

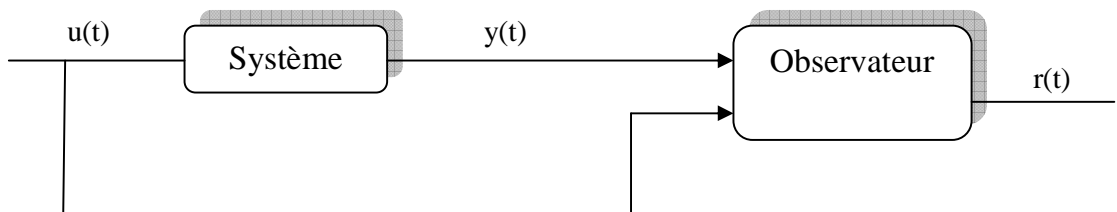


Figure 1.6 Structure d'observateur simple.

I.7.2 Structure d'observateurs dédiés (DOS)

Dans ce type de structure, il est question de construire autant d'observateur que de défaut à détecter, chacun d'entre eux génère un résidu insensible à tous les défauts sauf un. Ainsi, L'observateur recevant une mesure défaillante fournit une mauvaise estimation des variables estimées, tandis que les estimations des autres observateurs convergent vers les mesures des sorties correspondantes sauf sur la sortie erronée. Ce schéma reste valable même dans le cas de plusieurs défauts simultanés.

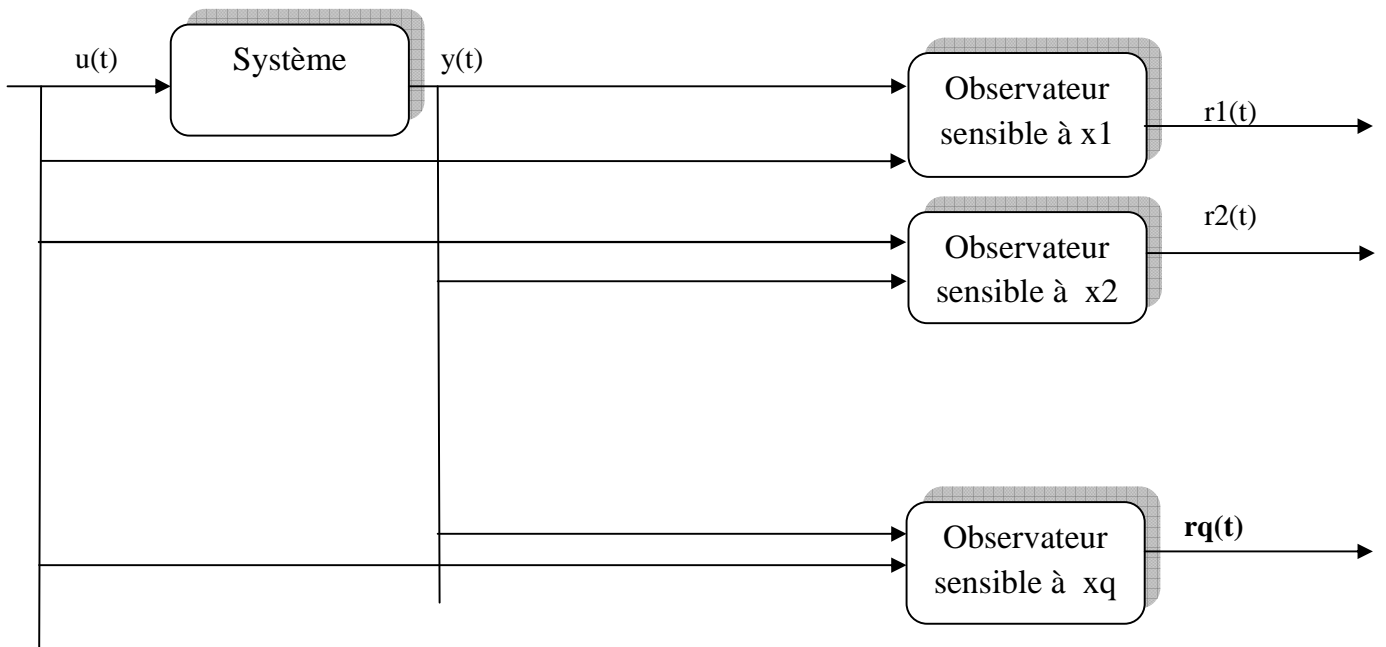


Figure I.7 Structure d'observateurs dédiés.

Mais, si cette structure donne parfois des bons résultats sa conception reste très limitée car elle ne permet pas de s'affranchir des entrées inconnues et des bruits.

1.7.3 Structure d'observateurs généralisés (GOS)

Dans ce genre de structure, il s'agit de synthétiser un certain nombre d'observateurs où chacun d'entre eux étant insensible à un seul défaut. Si un défaut apparaît alors, toutes les estimations d'états seront erronées sauf celles issues de l'observateur insensible à ce seul défaut. Ce schéma offre plus de degrés de liberté pour la conception de l'observateur et permet d'augmenter la robustesse. Cependant, en plus de ne pas être généralement pas capables de résoudre les problèmes de localisation des défauts, La problématique de cette approche reste dans les interactions entre les sous-systèmes. En effet, si ces interactions sont faibles (voire nulle), un défaut n'affectera que l'estimation de l'observateur local correspondant. Il est alors possible de Localiser le composant défaillant. En revanche, si les interactions sont grandes, un défaut d'un des composants se propagera aux observateurs des autres composants.

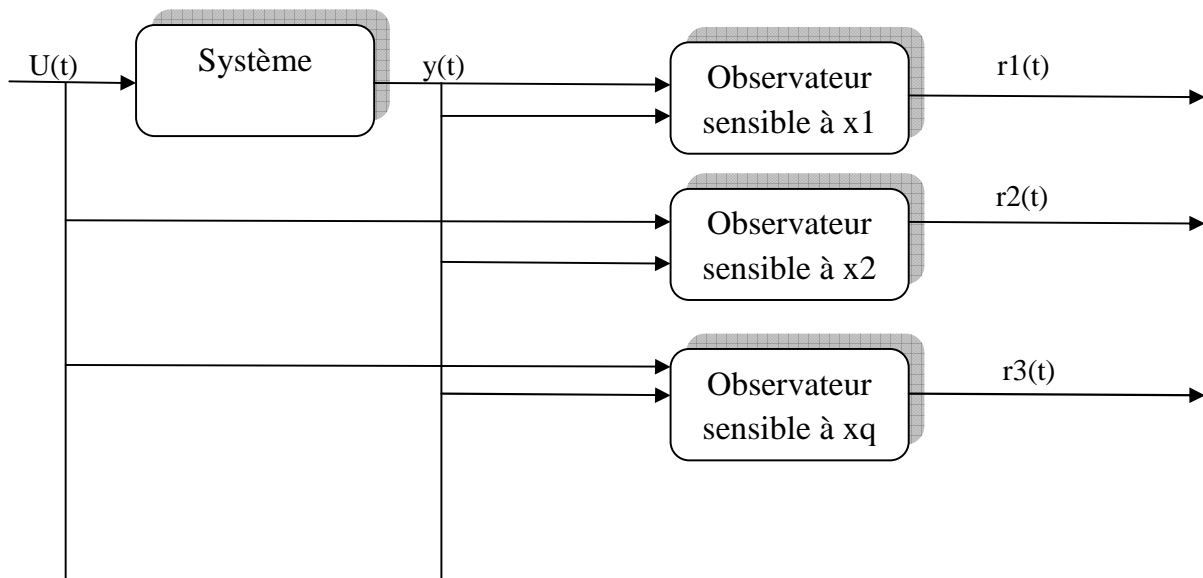


Figure I.8 : Structure d'observateurs généralisée

1.8 Evaluation des résidus

Le résidu converge vers une valeur proche de ou égale à zéro, dans le cas sans défaut quitte d'une manière significative cette valeur après l'occurrence d'un défaut. Il est lié

à la différence entre les sorties mesurées et leurs estimées par l'équation $ri = O(\hat{y}_i - y_i)$, où ri est le résidu correspondant à la i^{eme} sortie et O est un opérateur mathématique (dérivé, norme, Moyenne etc.). Selon le nombre de résidus et l'expression de l'opérateur O , il est possible de détecter et d'isoler les défauts. La plupart des méthodes de diagnostic à base de modèle incorporent deux étapes séquentielles pour résoudre un problème FDI:

- génération du résidu.
- évaluations du résidu.

Un résidu structuré est caractérisé par la propriété suivante : le résidu répond seulement à un sous-ensemble de défauts spécifique, et pour chaque défaut seul un sous-ensemble spécifique de résidus répond.

1.9 Reconstruction de défauts

Au lieu de générer des résidus pour détecter et isoler le défaut, il est parfois plus intéressant de savoir leurs natures et leurs grandeurs. Le problème de reconstruction et d'estimation de défauts (FRE) est différent de la majorité des méthodes FDI décrites précédemment, dont la mesure où le but n'est pas de détecter et d'isoler le défaut mais de l'estimer. Cette approche est très utilisée dans le cas des défauts variant lentement, qui sont très difficiles à détecter, et pour la synthèse de commande tolérante aux défauts. La reconstruction de défauts à base d'observateur est très étudiée dans la littérature et de nombreux travaux ont été faits dans ce sens.[22]

1.10 Performance d'une procédure de diagnostic

L'étape de détection est très importante dans le processus de diagnostic des systèmes. Si cette étape n'est pas correctement réalisée, des défauts peuvent être mal ou pas détectés ou que des fausses alarmes peuvent apparaître. L'efficacité de la détection passe aussi par sa robustesse face aux incertitudes du modèle.[23]

Patton et al donnent un cadre pour les performances d'un système de détection dans le quel ils définissent certaines qualités comme la rapidité de détection, la minimisation des fausses alarmes et la minimisation des mauvaises détections.

Ainsi les performances attendues d'une procédure de détection et d'isolation de défauts reposent sur la définition de critères qualitatifs de la méthode de diagnostic, se décomposant en critères à minimiser tel que le retard à la détection et le taux de fausse alarme et de mauvaise détection et en critères à maximiser tel que la sensibilité à des défauts de faible amplitude et l'insensibilité aux bruits et aux perturbations mais aussi aux incertitudes sur les paramètres du modèle

I.10.1 Robustesse du diagnostic

Certains phénomènes physiques peuvent ne pas être décrits par des modèles suffisamment précis et ces erreurs de modélisation risquent de fausser les décisions à prendre quant à l'existence ou non d'un défaut. De plus, les paramètres peuvent varier au cours du temps, les caractéristiques des perturbations et des bruits sont inconnues ce qui fait que, même dans le cas d'un fonctionnement normal, les résidus générés à partir de ce modèle ne sont pas nuls. Les décisions prises à partir de ces résidus peuvent conduire à des fausses alarmes voire à des mauvaises détections.

La notion de robustesse a été introduite très tôt dans la littérature du diagnostic par de nombreux auteurs et devient ensuite un des thèmes centraux dans les travaux concernant le diagnostic. Patton et al définissent la robustesse d'un système de diagnostic comme un degré pour lequel, les performances du système de diagnostic ne sont pas affectées par des conditions opératoires différentes de celles supposées, a priori, lors de la conception.

La robustesse apparaît donc, comme le rapport entre une sensibilité maximale vis-à-vis du défaut recherché et une sensibilité minimale vis-à-vis des autres défaillances (variations de paramètres, modification de structure, bruits, ...). Un système de diagnostic robuste, est donc un système qui maximisera les effets des défaillances, afin de permettre un niveau de performance du diagnostic identique quelles que soient les conditions opératoires.

I.11 Modélisation des systèmes en présences de défauts

Dans les méthodes de diagnostic à base de modèles, notamment celles à base d'observateurs, il est nécessaire d'établir un modèle mettant en évidence les effets des défauts et des perturbations agissant sur le système pour pouvoir différencier entre les défauts et surtout d'augmenter l'insensibilité des résidus vis-à-vis des perturbations. Comme le montre la figure II-8 les défauts peuvent être répartis en trois classes.

- **Défauts actionneurs** : modélisés en général comme des signaux additifs aux signaux d'entrée, ils agissent au niveau de la partie opérative et détériore ainsi le signal d'entrée du système.
- **Défauts systèmes** : modélisés en général comme des dynamiques additionnelles avec une matrice de distribution, ils s'identifient par la modification des caractéristiques du système.
- **Défaut capteur** : modélisés en général par des signaux additifs aux signaux de sortie, ils fournissent une mauvaise image de l'état physique du système.

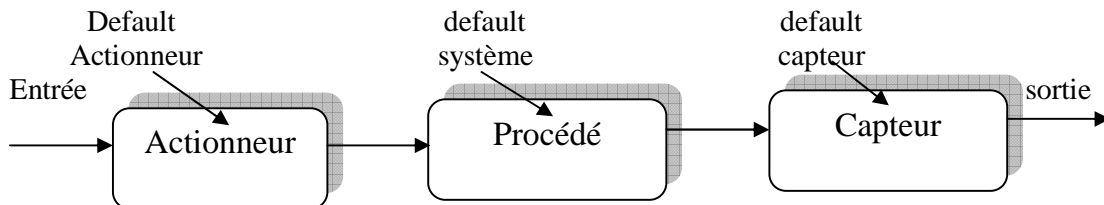


Figure I.9 Différents types de défauts agissant sur un système.

- **Type de défauts**: les défauts peuvent être différenciés selon leur forme et leur comportement dans le temps. En générale on distingue trois types :
- **Défaut abrupt** : il est caractérisé par une discontinuité de l'évolution temporelle de la variable, il correspond à une panne brutale (disfonctionnement totale partiel d'un élément).

- **Défaut intermittent** : Ce défaut est un cas particulier de défaut abrupt avec la propriété particulière que le signal revient de façon aléatoire à sa valeur normale. Ce type de défauts caractérise les faux contacts.
- **Défaut graduel**: Ce défaut a un comportement temporel lent se qui le rend difficile à détecter, il caractérise un encrassement ou une usure d'une pièce.

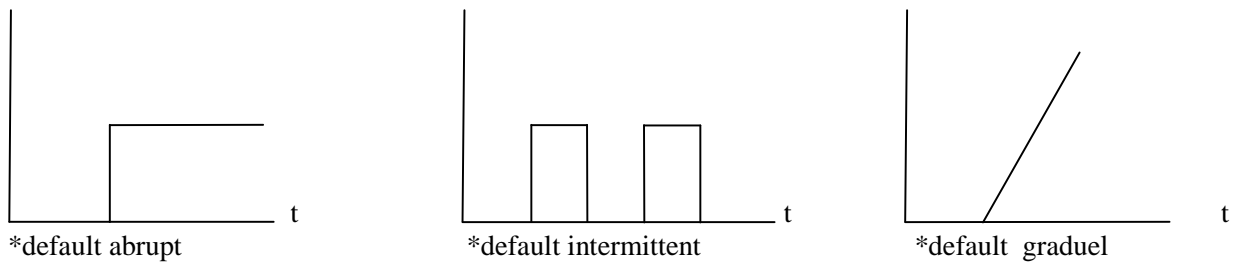


Figure I.10 : Evolution temporelle des différents types de défauts

I.12 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons établi d'une manière globale un état d'art sur le diagnostic de défauts suivant par la présentation principale des méthodes de diagnostic. Les méthodes FDI à base d'observateurs nécessitent de faire un bon choix d'observateurs selon l'identification paramétrique de système et de structures de génération résidus à utiliser. Ces choix dépendent à la fois de la nature du système à diagnostiquer (linéaires) et de type de défauts à détecter.

CHAPITRE II:

***Commande par retour d'état et synthèse d'observateur à entrée
inconnue***

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

II.1 Introduction

Les procédés industriels ont connu un pas du développement considérable, au principe par l'étude des lois de commande classique qu'est basées sur des techniques d'identifications et du modélisation des systèmes.

Tel que la connaissance de comportement d'un procédé par ses mesures permettant de l'exploiter selon des exigences aux objectifs spécifiques. Mais les variables directement mesurées ne couvrant généralement pas la totalité des grandeurs susceptibles a décrit le comportement du procédé (les états), on peut se poser le problème de reconstruction de l'information non mesurée au moyen de celle disponible : c'est le rôle de l'estimateur d'état qui porte le nom d'observateur dans un cadre déterministe et le filtre dans un cadre stochastique. Au cours de ces dernières décennies, une partie importante des activités de recherche en automatique s'est focalisée sur le problème de l'estimation de l'état des systèmes dynamiques. Ceci est motivé par le fait que l'estimation de l'état est une étape importante voir indispensable pour la synthèse des lois de commande, pour le diagnostic ou la supervision des systèmes industriels.

Le besoin d'information sur l'état interne du système est motivé, par le fait qu'elle est une étape importante, voir indispensable à plusieurs niveaux :

- La commande du procédé, qui nécessite obligatoirement la connaissance de son état.
- La surveillance et le diagnostic du procédé, à travers les écarts entre le comportement de l'observateur et celui du procédé.
- La modélisation (identification) du procédé qui estime des grandeurs paramétrique du modèle.

Ceci est illustré clairement par la **Figure II.1** [24]:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

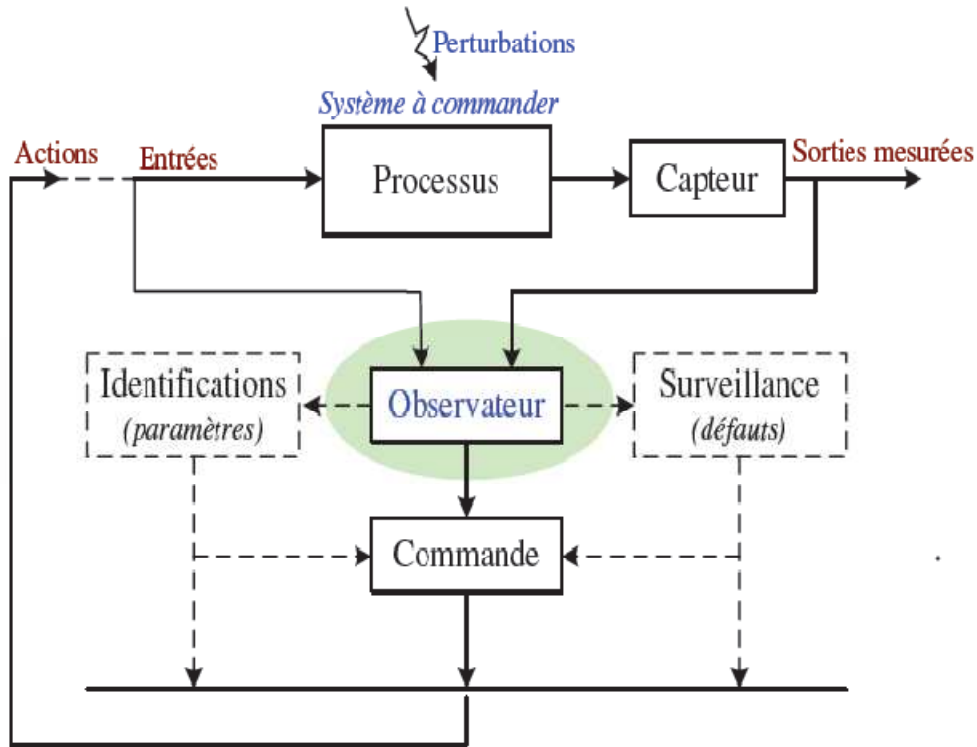


Figure II.1 Observateur la partie essentielle dans la commande.

II.2 Observabilité des systèmes linéaires [24]:

Dans le cas linéaire pour pouvoir synthétiser un observateur, il faudrait savoir si la reconstruction de vecteur d'état à partir des entrées sorties sont possible tel que le vecteur de sortie et la matrice d'état sont observable comme c'est illustré.

Considérons le système linéaire suivant par sa représentation d'état (modèle interne) telle Que:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Où : $x(t) \in R^n$ représente le vecteur d'état, $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée, $y(t) \in R^p$ dénote le vecteur de sortie, t désigne la variable du temps. les matrices A, B, C et D sont des dimensions appropriées.

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

tel que:

A : est la matrice d'évolution du système, $\text{Dim}(A) = (n \times n)$, B : est la matrice d'application de la commande, $\text{Dim}(B) = (n \times m)$, C : est la matrice d'observation, $\text{Dim}(C) = (p \times n)$, et $\text{Dim}(D) = (p \times m)$: est la matrice de transmission directe.

II.2.1 Définition 1 [24] [25]

Le système (2.1) est observable si, étant donné a l'instant t_0 , il existe un instant t_f fini tel que ,la connaissance de $y(t_0, t_f)$ et $u(t_0, t_f)$ permette de déterminer d'une manière unique l'état

$x(t_0) = x_0$ et ceci quelque soit l'entrée du système.

II.2.2 Définition 2 Condition du rang [26]

L'observabilité du système (2.1) est garantie, si le rang de la matrice d'observabilité \mathbf{o} est égal à la dimension de la matrice d'évolution du système de dimension n . On dit alors que la paire (A, C) est observable.

Une fois l'observabilité du système linéaire (2.1) est garantie par l'application de la condition du rang, il est possible de lui construire un observateur tel que celui de type Luenberger.

$$\mathbf{o} = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

II.2.3 Grammien d'observabilité [27][28]

On appel Grammien d'observabilité la matrice semi-définie positive de dimension

$n \times n$ Donné par:

$$w(t_0, t_f) = \int_{t_0}^{t_f} e^{A^T t} C C^T e^{A t} dt$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

ou :le couple (A, C) est observable tel que les valeurs singulières sont strictement positives pour assurer la reconstructions des états $x(t)$.tel que $t \in [t_0 \quad t_f]$

Remarque:

Le grammien représente l'intégrale du carrée de la réponse impulsionnelle des états du système.

II.3 Commandabilité d'un système linéaire

II.3.1 Notion de commandabilité [29]

La commandabilité a pour objet de caractériser la capacité d'un système d'avoir ses caractéristiques dynamiques modifiées par les entrées.

Il est souvent intéressant d'assurer de la commandabilité d'un système avant de mettre en œuvre la commande proprement dite. En d'autres termes, on demande de disposer d'une condition nécessaire et suffisante de commandabilité.

II.3.2 Définition [29]

Un état x_i est commandable en t_0 s'il est possible de déterminer une commande $u(t)$ telle que $t \in [t_0 \quad t_f]$ conduisant tout état initial $x_i(t_0)$ vert 0 en $t_0 \leq t \leq t_f$, si cette propriété est vraie $\forall t_0$ et $\forall i = 1, \dots, n$ alors le système est complètement commandable.

II.3.3 Théorème du rang de KALMAN [29]

Considérons un système LTI représenté par un vecteur d'état $x(t)$ et l'équation:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{Où} \quad A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m}$$

On dit que le système est commandable si et seulement si la matrice de commandabilité \mathcal{C} est de rang plain c'est a dire:

$$\text{rang}(\mathcal{C}) = \text{rang}([B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B]) = n \quad (2.3)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

II.4 Observateur des systèmes linéaires [30][31]

Une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires a été proposée par Luenberger dans le cadre déterministe, et par Kalman dans le cadre stochastique.

Dans les deux cas, on considère le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B u(t) + L w(t) \\ y(t) = C x(t) + v(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

Où : $x \in R^n$ représente le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur d'entrée et, $y \in R^p$ est le vecteur de sortie.

Les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées. $w(t) \in R^r$ et $v(t) \in R^p$ sont deux bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives Q et R . Ces bruits sont supposés non corrélés.

II.4.1 Observateur de Luenberger

La théorie de l'observation de Luenberger repose essentiellement sur des techniques de placement de pôles. On se place dans le cas déterministe, ou les bruits w et v sont nuls, Luenberger propose l'observateur suivant pour le système (2.4):

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A \hat{x}(t) + B u(t) + K (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.5)$$

La dynamique de l'erreur d'estimation:

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ \dot{e}(t) &= (A - KC)e(t) \end{aligned} \quad (2.6)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

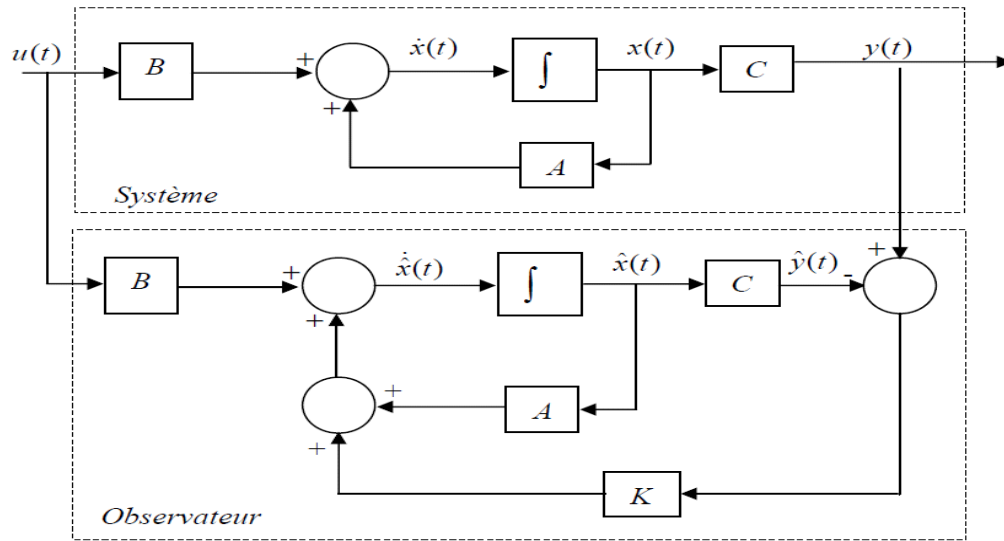


Figure II.2 Schéma structural de l'observateur de Luenberger

II.4.2 Déterminer le gain de l'observateur

En utilisant une technique de placement de pôles, il suffit alors de choisir le gain K de l'observateur de telle sorte que la partie réelles des valeurs propres λ_i de la matrice $A - KC$ soient dans le demi plan gauche de plan complexe

$$\lambda_i = \alpha_i + j\beta_i \quad (2.7)$$

avec: $\alpha_i < 0$ et $i = 1, \dots, n$

En pratique on choisit une dynamique d'erreur plus rapide que celle du processus, d'une manière a choisir les parties réelles des pôles plus grande en valeur absolue par rapport au valeur propre de la matrice d'état A . [32]

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

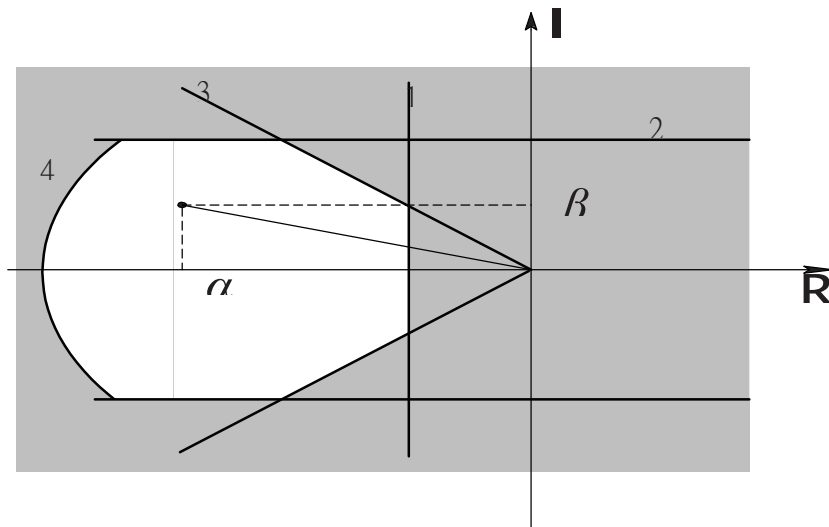


Figure II.3 Choix des pôles stables du système.

Pour placer les pôles, on peut avoir à l'esprit le plan de stabilité qui fait apparaître les limites de performances, représentées par les zones grisées de la **Figure II.3**

Les limites de stabilité sont dues :

- 1 : au degré de stabilité
- 2 : aux pulsations des oscillations
- 3 : au degré d'amortissement
- 4 : aux pulsations de coupures des actionneurs

Cependant, on ne peut les prendre infiniment grandes parce que on ne peut utiliser que des gains réalisables et l'augmentation de la bande passante du reconstructeur ne permet plus de négliger les bruits qui deviennent prépondérants en hautes fréquences.

Il faut noter qu'en présence des bruits w, v la dynamique de l'erreur est :

$$\dot{e}(t) = (A - KC)e(t) + Lw(t) - Kv(t) \quad (2.8)$$

$$E(s) = (sI - A + KC)^{-1} LW(s) + (-sI + A - KC)^{-1}KV(s) \quad (2.9)$$

$$(sI - A + KC)^{-1} L \text{ et } (-sI + A - KC)^{-1}K . \quad (2.10)$$

L'étude du gain fréquentiel permet de quantifier l'influence des bruits sur l'erreur d'observation.

Remarque:

D'une autre façon l'équation d'Ackermann [33] permette de déterminer le gain de l'observateur, celle-ci est établie comme suite:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

Pour que la dynamique d'un observateur converge vers sel de système il faut qu'elle se comporte selon une équation caractéristique désirée sous la forme :

$$D(\lambda) = \lambda^n + \beta_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + \beta_2\lambda^2 + \beta_1\lambda + \beta_0 \quad (2.11)$$

les coefficients β son choisies pour obtenir des spécifications désirées de l'observateur

La matrice de Gain de l'Observateur:

$$L = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_n]^T$$

Peut être obtenue avec : $L = (A) \mathcal{O}^{-1} [0 \ \dots \ 0 \ 1]^T$ (2.12)

Ou \mathcal{O} est la matrice d'observabilité du système et :

$$D(A) = A^n + \beta_{n-1}A^{n-1} + \dots + \beta_2A^2 + \beta_1A + \beta_0I \quad (2.13)$$

Exemple:

Soit le système linéaire $\dot{x} = Ax + Bu$; $y = Cx$ définie par les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0]$$

Étude de L'observabilité :

$$\text{rang}(\mathcal{O}) = \text{rang} \left(\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} \right) = \text{rang} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \right) = 2 = n$$

Le système est donc observable, il est possible de construire un observateur pour déterminer les états du système. Pour cela on va choisir une dynamique telle que le comportement de l'observateur soit équivalent à un système de deuxième ordre avec l'équation caractéristique :

$$D(\lambda) = \lambda^2 + 2\xi\omega_n\lambda + \omega_n^2$$

ou: $\omega_n = 10$ et $\xi = 0.8$

$$\rightarrow D(\lambda) = \lambda^2 + 16\lambda + 100 \quad (2.14)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

Détermination du gain L par placement des pôles:

Ces valeurs nous permettent obtenir un temps de stabilisation de $T_s = 0.5$ s

Rappel : le temps de stabilisation est le temps nécessaire pour que la sortie d'un système soit de 98% de la valeur de la réponse en régime permanent (ou 2% d'erreur) après un changement en échelon de l'entrée, il peut être calculé pour un système de premier ordre: $T_s = 4\tau$ et pour un

système de second $T_s = \frac{4}{\xi \omega_n}$

Pour l'observateur l'équation caractéristique s'écrit :

$$D(\lambda) = |\lambda I - (A - LC)| = \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \right) \right|$$
$$D(\lambda) = \begin{vmatrix} \lambda - 2 + L_1 & -3 \\ 1 + L_2 & \lambda - 4 \end{vmatrix} = (\lambda - 2 + L_1)(\lambda - 4) - (-3)(1 + L_2)$$
$$\rightarrow D(\lambda) = \lambda^2 + (L_1 - 6)\lambda - 4L_1 + 3L_2 + 11$$

Par compatibilité avec (2.14):

$$\begin{cases} -4L_1 + 3L_2 + 11 = 100 \\ L_1 - 6 = 16 \end{cases}$$

$$\rightarrow L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 59 \end{bmatrix}$$

On utilisant l'équation d'Ackermann, d'après l'équation (2.13) par (2.14) on a:

$$D(A) = A^2 + 16A + 100I_2 = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}^2 + 16 \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} + 100 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matrice d'observabilité: $O = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$

→

$$O^{-1} = \frac{1}{\det(O)} C(O)^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$L = p(A)O^{-1} [0 \quad 1]^T = \begin{bmatrix} 133 & 66 \\ -22 & 177 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$
$$\rightarrow L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 22 \\ 59 \end{bmatrix}$$

L'observateur du système s'écrit:

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \hat{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 22 \\ 59 \end{bmatrix} (y - [1 \quad 0]\hat{x})$$

II.4.3 Observateur à entrées inconnues[34][35]

Un processus physique est souvent soumis a des perturbations qui ont comme origine des:

- Bruits dus a l'environnement du processus ou des incertitudes de mesure.
- Des défauts de capteurs ou d'actionneurs.

Ces perturbations ont des effets néfastes sur le comportement normal du processus, et leurs estimations peuvent servir a concevoir un système de commande capable de minimiser les effets.

Les perturbations sont appelées entrées inconnues, lorsqu'elles affectent l'entrée du processus ,et leurs présences peut rendre difficile l'estimation de l'état du système. Plusieurs travaux ont été réalisés ,concernant l'estimation de l'état et de la sortie en présence d'entrées inconnues . Ils peuvent être regroupes en deux catégories:

- La première:

suppose la connaissance a priori d'informations sur ces entrées non mesurables en particulier, Johnson [John 75] propose une approche polynomiale et [Meditch 71] suggère d'approcher les entrées inconnues par la réponse d'un système dynamique connu.

- La deuxième:

procède soit par estimation de l'entrée inconnue , soit par son élimination complète des équations du système .

La reconstruction de l'état d'un système dynamique linéaire dont une partie des entrées n'est pas mesurable a un grand intérêt dans la pratique. Dans de telles circonstances, un observateur conventionnel, qui exige la connaissance de toutes les entrées, ne peut pas être utiliser directement.

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

L'observateur a entrées inconnues (UIO) a été développé pour estimer l'état d'un système, en dépit de l'existence des entrées inconnues ou des perturbations en les éliminant dans les équations d'états

Considérons le système dynamique linéaire soumis à l'influence d'entrées inconnues décrit par les équations suivantes:

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + B u + E d \\ y = C x \end{cases} \quad (2.15)$$

ou : $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur des entrées connues, $d \in R^q$ est le vecteur des entrées inconnues telle que $q < n$, et $y \in R^p$ est le vecteur des sorties mesurables. Les matrices A, B et C ont des dimensions appropriées

tel que:

A: est la matrice d'évolution du système, $\text{Dim}(A) = (n \times n)$, B: est la matrice d'application de la commande, $\text{Dim}(B) = (n \times m)$, C: est la matrice d'observation, $\text{Dim}(C) = (p \times n)$.

On suppose que la matrice E est de plein rang et que la paire (A, C) est observable. L'objectif est l'estimation complète du vecteur d'état malgré la présence des entrées inconnues $d(t)$. Ainsi, considérons l'observateur d'ordre plein:[35]

$$\begin{cases} \dot{z} = F z + T B u + K y \\ \hat{x} = z + H y \end{cases} \quad (2.16)$$

ou : $z(t) \in R^n$ et $\hat{x}(t) \in R^n$ est l'estimation du vecteur d'état $x(t)$. Pour que cette estimation soit garantie, il faut que $\hat{x}(t)$ converge asymptotiquement vers $x(t)$ c'est-à-dire il faut que l'erreur d'estimation d'état obéisse au

$$\text{système différentielle : } \begin{cases} \dot{e}(t) = F e(t) \\ e(\infty) = 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

tel que:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

$$K = K_1 + K_2$$

$$z = \hat{x} - H y$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\dot{y} = C\dot{x} = CAx + CBu + CE d$$

$$\dot{e} = Ax + Bu + Ed - Fz - T Bu - Ky - Hy$$

$$\begin{aligned} \dot{e} = & (A - HCA - K_1 C)e - (F - (A - HCA - K_1 C))z(t) - (K_2 - FH)y \\ & - (T - (I - HC))Bu(t) - (HC - I) Ed(t) \end{aligned}$$

D'après (2.17):

$$(HC - I)E = 0$$

$$T = I - HC$$

$$F = A - HCA - K_1$$

$$K_2 = FH$$

Les condition nécessaire et suffisante de réalisation d'observateur a entrée inconnu sont:

$$1) rang(CE) = rang(E) \quad (2.18)$$

2) Le couple (C, A_1) est détectable:

$$A_1 = A - E[(CE)^T (CE)]^{-1} (CE)^T CA \quad (2.19)$$

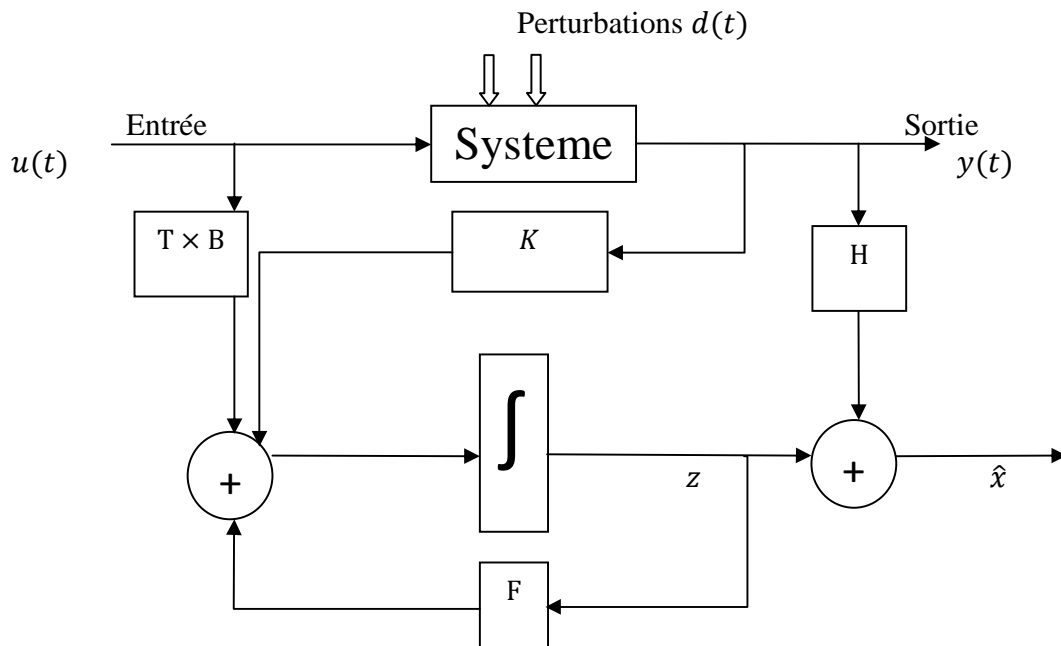


Figure II.4 Schéma fonctionnel de l'observateur a entrée inconnue

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

II.4.4 Observateur mode glissant [36][3.7]

Introduction

La mise en œuvre des lois de commandes basées sur le modèle non linéaire du système, nécessite la connaissance du vecteur d'état complet du système à chaque instant.

Cependant, dans la plupart des cas, seule une partie de l'état est accessible à l'aide des capteurs. Pour reconstituer l'état complet du système, l'idée repose sur l'utilisation d'un capteur logiciel, appelé observateur. Un observateur est un système dynamique qui à partir de l'entrée $u(t)$ du système (la commande), de la sortie $y(t)$ mesurée, ainsi que d'une connaissance à priori du modèle, fournira en sortie un état estimé $\hat{x}(t)$ qui devra tendre vers l'état réel $x(t)$. Une des classes les plus connues des observateurs robustes est celle des observateurs mode glissant.

II.4.4.1 Conception d'un observateur mode glissant

Le principe des observateurs mode glissant consiste à contraindre, à l'aide des fonctions discontinues, les dynamiques d'un système d'ordre n à converger vers une variété s de dimension $(n - p)$, dite surface de glissement (p étant la dimension du vecteur de mesure).

L'attractivité de cette surface est assurée par des conditions appelées, conditions de glissement. Si ces conditions sont vérifiées, le système converge vers la surface de glissement et évolue selon une dynamique d'ordre $(n - p)$.

Dans le cas des observateurs modes glissants, les dynamiques concernées sont celles des erreurs d'observations:

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

A partir de leurs valeurs initiales $e(0)$, ces erreurs convergent vers les valeurs d'équilibre en deux étapes.

➤ Dans la première phase:

La trajectoire des erreurs d'observation évolue vers la surface de glissement sur laquelle les erreurs entre la sortie de l'observateur et la sortie du système réel (les mesures) sont nulles.

$$e_y = y - \hat{y}$$

Cette étape qui est généralement très dynamique est appelée mode d'atteinte.

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

➤ Dans la seconde phase:

La trajectoire des erreurs d'observation glisse sur la surface de glissement, avec des dynamiques imposées de manière à annulé toutes les erreurs d'observations.

Ce dernier mode est appelé mode de glissement.

Considérons un système d'état non linéaire d'ordre n :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ y = h(x) \end{cases} \quad (2.20)$$

ou: $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^m$ est le vecteur des entrées connues, et $y \in R^p$ est le vecteur des sorties mesurables.

Les fonction f et h sont des champs de vecteurs supposés suffisamment continument dérivable sur x . et L'entrée u est localement bornée et mesurable. L'observateur mode glissant est défini avec la structure suivante:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}, u) - k \text{sign}(\hat{y} - y) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (2.21)$$

ou: K est la matrice de gain de dimension $(n - p)$, on remarque que l'observateur obtenu est une copie du modèle du système, plus un terme correcteur qui établit la convergence de \hat{x} vers x . la surface de glissement dans ce cas est donnée par:

$$S(x) = (y - \hat{y}) \quad (2.22)$$

le terme de correction utilisé est proportionnel a la fonction discontinue sign appliqué a l'erreur de sortie ou la fonction sign est définie par

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ -1 & \text{si } x < 0 \end{cases} \quad (2.23)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

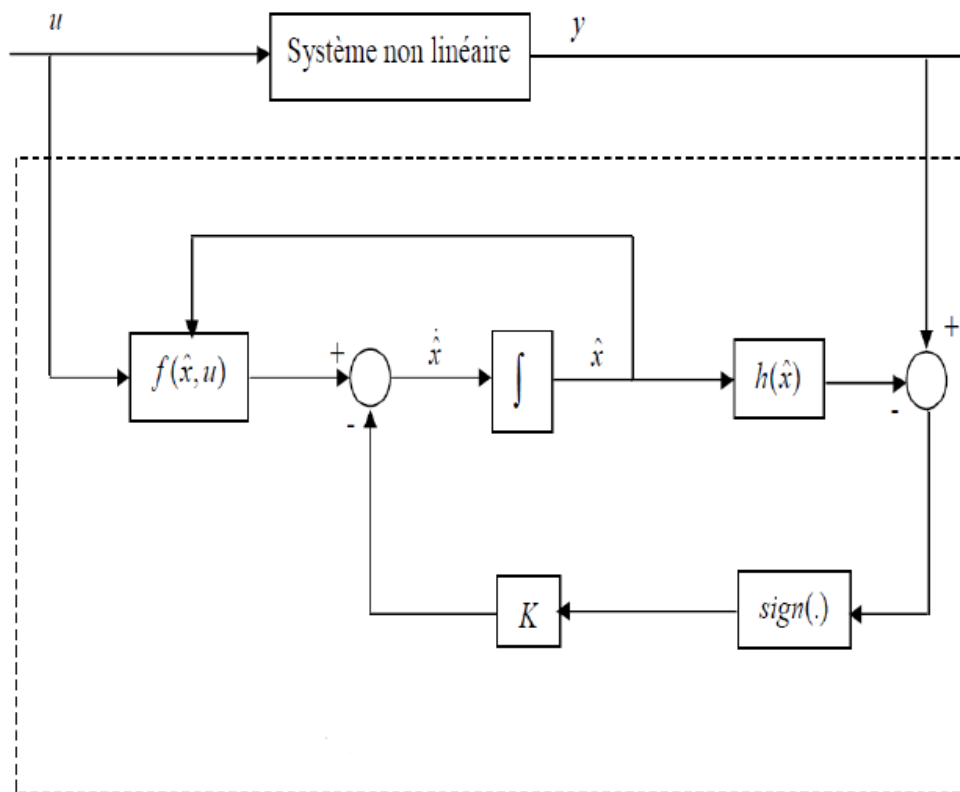


Figure II.5 Observateur en mode glissant

Pour que l'état estimé converge vers l'état réel, l'observateur mode glissant doit respecter deux conditions:

➤ La première:

concerne le mode d'atteinte et garantit l'attractivité de glissement $S = 0$ de dimension p .

-La surface de glissement est attractive si la fonction de Lyapunov

$$V(x) = S^T \times S \text{ vérifie la condition } \dot{V}(x) < 0 \text{ si } \dot{S} \times S < 0 \text{ et } S \neq 0 \quad (2.24)$$

➤ La deuxième:

-satisfaite la condition d'invariance suivante:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\begin{cases} \dot{S} = 0 \\ S = 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

Durant ce mode, les dynamiques du système sont réduites et le système d'ordre n devient un système équivalent d'ordre $(n - p)$. Ces critères permettent la synthèse de l'observateur mode glissant et de déterminer son fonctionnement [24]

II.4.4.2 Observateur Utkin à entrée inconnue [38]

L'observateur en mode de glissement a été appliqué pour estimer les états des systèmes avec entrée inconnue, la conception mentionnée ci-dessus dans utilisé pour construire une entrée inconnue:

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} N \\ C \end{bmatrix} x = Tx = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ y \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

où: la sous-matrice $N \in R^{(n-p) \times n}$ et $\det(T) \neq 0$

ce qui fait que le système (2.17) devient:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix} d \quad (2.27)$$

tel que: $\text{rang}(CB_2) = \text{rang}(B_{22})$. Telle qu'il existe une matrice B_{22}^+

$B_{22}^+ B_{22} = I_m$, suivant la transformation:

$$\begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & -B_{21}B_{22}^+ \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ y \end{bmatrix}$$

est appliqué au modèle suivant:

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{x}}_1 \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{11} \\ \bar{B}_{12} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_{22} \end{bmatrix} d \quad (2.28)$$

ou: $\bar{B}_{22} \in R^{p \times m}$ et la paire (A, C) est observable a condition que la paire $(\bar{A}_{11}, \bar{A}_{21})$ soit absolument observable

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1 \\ \dot{\hat{y}}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{y}_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{B}_{11} \\ \bar{B}_{12} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \bar{L}_1 \\ I_p \end{bmatrix} d \quad (2.29)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

de (2.28) et (2.29) on a le modèle :

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & \bar{A}_{12} \\ \bar{A}_{21} & \bar{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{L}_1 \\ I_p \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{B}_{22} \end{bmatrix} d$$

\bar{L}_1 :L'injection non linéaire de la commande v

$v = kf(e_y)$ Telle que: $e_y = y - \hat{y}$, $k > 0$, $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$ et $f(.)$:est une fonction de commutation

on choisit $f(.)$ de façons a réduire les commutations haute fréquence en régime établi de la commande de système en mode glissant.

l'erreur de système est transformé suivant les cordones:

$$\begin{bmatrix} \tilde{e}_1 \\ e_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{n-p} & \bar{L}_1 \\ 0 & I_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_y \end{bmatrix}$$

D'ou:

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{e}}_1 \\ \dot{e}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{e}_1 \\ e_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ I_p \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} -\bar{L}_1 \bar{B}_{22} \\ \bar{B}_{22} \end{bmatrix} d \quad (2.30)$$

Telle que:

$$\tilde{A}_{11} = \bar{A}_{11} - \bar{L}_1 \bar{A}_{21}, \tilde{A}_{12} = \bar{A}_{12} - \bar{L}_1 \bar{A}_{22} + \tilde{A}_{11} \bar{L}_1 \text{ et } \tilde{A}_{22} = \bar{A}_{22} + \bar{A}_{21} \bar{L}_1 \quad (2.31)$$

noter que la conception de la matrice \tilde{A}_{11} soit asymptotiquement stable , ce qui nécessite l'utilisation du contrôle équivalent de procédé

pour obtenir une expression d'estimation de l'entrée inconnue , on suppose que le système d'erreurs est en mode glissant le long de la surface tant que $e_y = 0$.

d'après (2.25) $\dot{\tilde{e}}_1 = 0$ et $\dot{e}_y = 0$ et de ce qu'est précède:

$$\begin{aligned} \tilde{e}_1 &= \tilde{A}_{11}^{-1} \bar{L}_1 \bar{B}_{22} d \\ \tilde{A}_{21} \tilde{e}_1 - v_{eq} + \bar{B}_{22} d &= 0 \end{aligned}$$

ou: v_{eq} est la commande équivalente de l'observateur en mode glissement détermine par la condition de stabilité selon Lyapunov de (2.24) .

$S = e_y \rightarrow$ la fonction de Lyapunov : $V(S) = \frac{1}{2} S^2$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

→ $\dot{V} = \dot{S}S = e_y \times \dot{e}_y$ Le système est stable ssi:

$$\dot{V} < 0 \rightarrow \dot{V} < -|e_y|(K - |\tilde{A}_{21}|\tilde{e}_1|_{max} + |B_{22}|d_{max}) < 0$$

$$\rightarrow K > \sup (|\tilde{A}_{21}|\tilde{e}_1|_{max} + |B_{22}|d_{max})$$

Le gain de la commande équivalente est déterminé par la résolution de l'inégalité matricielle suivante (LMI) qui admet une infinité de solution

$$\tilde{A}_{21}\tilde{e}_1 + \tilde{A}_{22}e_y + \bar{B}_{22}w - kv_{eq} < 0$$

$$\rightarrow k \times v_{eq} > \tilde{A}_{21}\tilde{e}_1 + \tilde{A}_{22}e_y + \bar{B}_{22}w$$

On augmente par palier le gain k pour ramener avec amincissement les états de système vers la surface de glissement

D'ou:

$$d \sim ((I_p + \tilde{A}_{21}\tilde{A}_{11}^{-1}\bar{L}_1) \bar{B}_{22})^+ v_{eq} \tag{2.32}$$

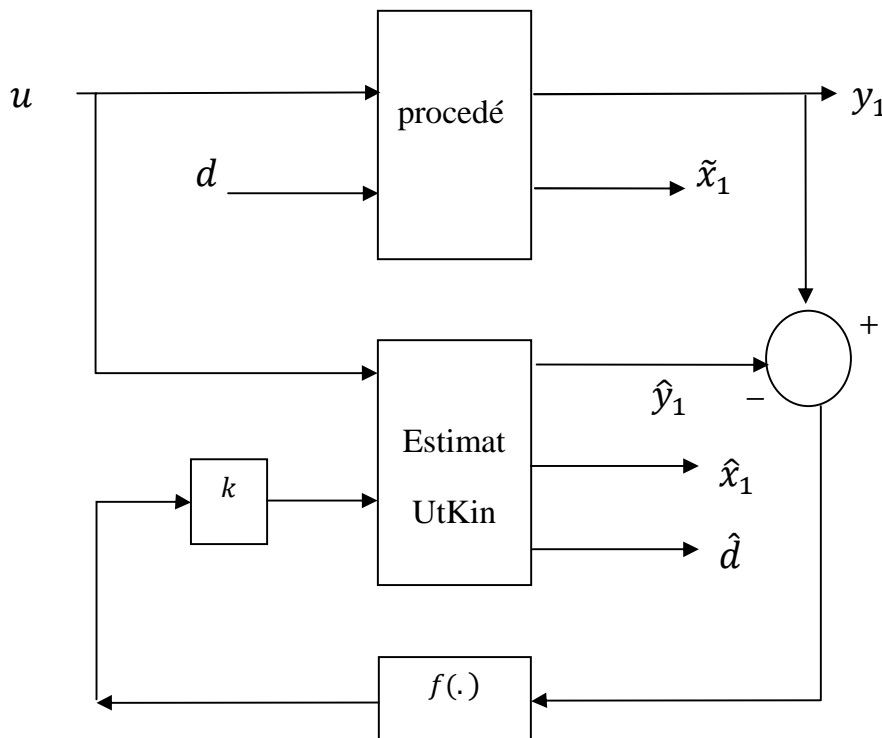


Figure II.6 Observateur Utkin a entrée inconnue

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

II.4.5 Observateur PI a entrée inconnu [39]

soit le système suivant définit par:

$$\begin{cases} \dot{x} = A x + B u + F d \\ y = C x \end{cases} \quad (2.33)$$

telle que Observateur PI a entrée inconnu est déterminé par:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A \hat{x} + B u + F \hat{d} + K_p (y - C \hat{x}) \\ \dot{\hat{d}} = K_I (y - C \hat{x}) \end{cases} \quad (2.34)$$

Ou :

K_p et K_I sont les gains proportionnel intégral, respectivement.

ils ne peuvent pas être conçus indépendamment, Ce qui complique la conception de l'observateur, dans certains cas il y a une forte ambiguïté de choisir les dynamiques de convergence.

En outre, il y a $2(n \times m)$ paramètres pour placer les $(n + m)$ pôles. c'est pour cela qu'il n'existe pas de méthode directe pour la conception de K_p et K_I

Lorsque l'observateur PI est appliqué au système décrit dans l'erreur d'estimation d'état (2.33) et celle de la perturbation (2.34) sont comme suit :

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \hat{x}(t) \\ \epsilon &= d - \hat{d} \end{aligned}$$

Soit le vecteur d'états de système augmenté définit par :

$$\xi = \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

ce qui fait de:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ \dot{d} - \dot{\hat{d}} \end{bmatrix}$$

$$x - \hat{x} = (Ax + Bu + Fd) - (A\hat{x} + Bu + F\hat{d} + K_p(y - C\hat{x}))$$

$$= Ax + Fd - A\hat{x} - F\hat{d} - K_p Cx + K_p C\hat{x}$$

$$= (A - K_p C)(x - \hat{x}) + F(d - \hat{d})$$

$$\dot{d} - \dot{\hat{d}} = 0 - K_I (y - C\hat{x})$$

$$= -K_I C(x - \hat{x})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x} - \dot{\hat{x}} \\ \dot{d} - \dot{\hat{d}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A - K_p C)(x - \hat{x}) + F(d - \hat{d}) \\ -K_I C(x - \hat{x}) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} (A - K_p C) & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -K_p C & 0 \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p \\ K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix}$$

$$= (\bar{R} - K \bar{C}) \xi$$

$$\dot{\xi} = R \xi \tag{2.35}$$

telle que: $R = \bar{R} - K \bar{C}$, $R = \begin{bmatrix} (A - K_p C) & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix}$, $K = \begin{bmatrix} K_p \\ K_I \end{bmatrix}$, $\bar{C} = [C \ 0]$

Pour que ξ converge ,il faut que les valeurs propres de la matrice augmenté R soient a parties réelles négatives.

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

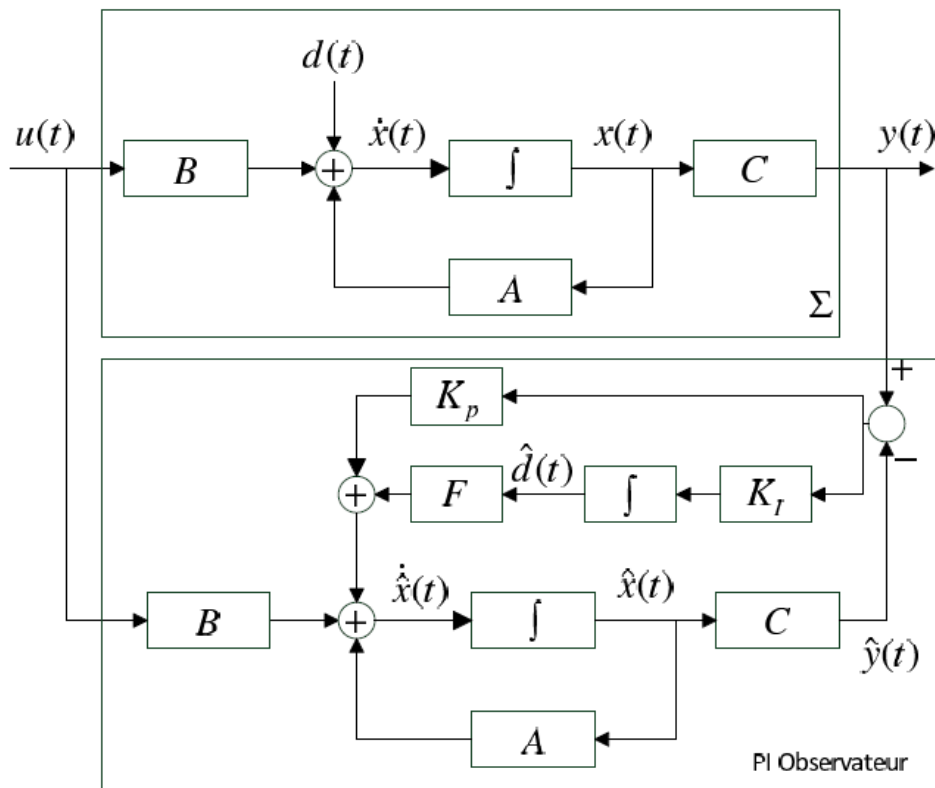


Figure II.7 Observateur a entrée inconnue avec intégrateur

Si toutes les valeurs propres de R sont stables, e sera proche de zéro asymptotiquement

D'après (2.17) on a : $\hat{x} \rightarrow x$

La conception de l'observateur PI consiste a rendre toutes les valeurs propres de la matrice R stables. L'observateur PI a été développé par Beale et Shafai(1988)

pour étendre la robustesse des observateurs, y compris par une action intégrale dans d'observateur. L'observateur proportionnel intégral est capable d'estimer des perturbations(constante, linéaire et non linéaire). En augmentant le gain intégral, il est possible de rejeter les perturbations rapides avec, cependant, sa entraîne la diminution de la marge de stabilité de l'observateur [Linder(1997)].

**CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE
D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE**

Exemple:

Soit le système hydraulique constitué de trois bacs:

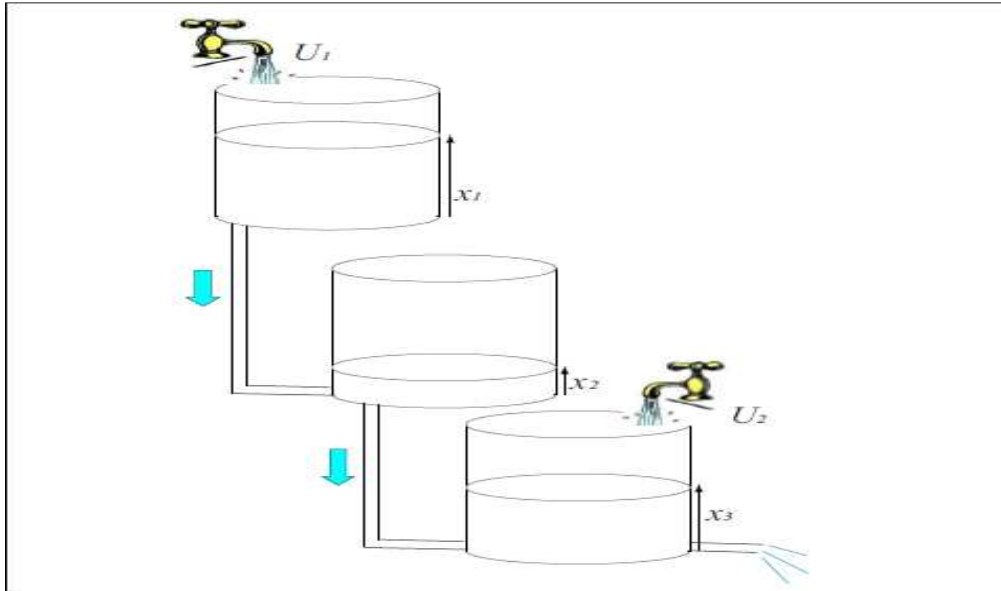


Figure II.8 système hydraulique

ou: le vecteur d'état $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ constitue des niveaux des trois bacs respectivement

U_1 : L'entrée connue représenté par u , U_2 : L'entrée inconnue représenté par d

ou: la sortie est au niveaux de premier bacs

On suppose que son modèle linéaire après la linéarisation au tour de son point du fonctionnement désiré suivant des contraintes physiques (surface des bacs ,diamètre des tubes, débit d'entrée) est comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} d \\ y = [1 \ 0 \ 0]x \end{cases}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [C \ 0] \rightarrow \bar{R} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

Par un placement des pôles $-1.5, -2.5, -2.5, -1.5$ défini par (\bar{R}, \bar{C}) ,

On trouve :

$$K = [3 \ 1.5 \ 0.75 \ 7.0313] \text{ Le code de calcul est dans ANNEXE 5}$$

tel que l'entrée est une porte (Δu) retardé de 50 s d'amplitude 1 et de durée 150 s,

l'entrée inconnue affecte le système à $t = 200$ s défini par une exponentielle croissante

$$d(t) = 0.1(1 - e^{-\frac{-(t-200)}{100}})$$

Les résultats de simulation obtenus sont illustrés dans les figures suivantes :

➤ Sans perturbation : $d(t) = 0$

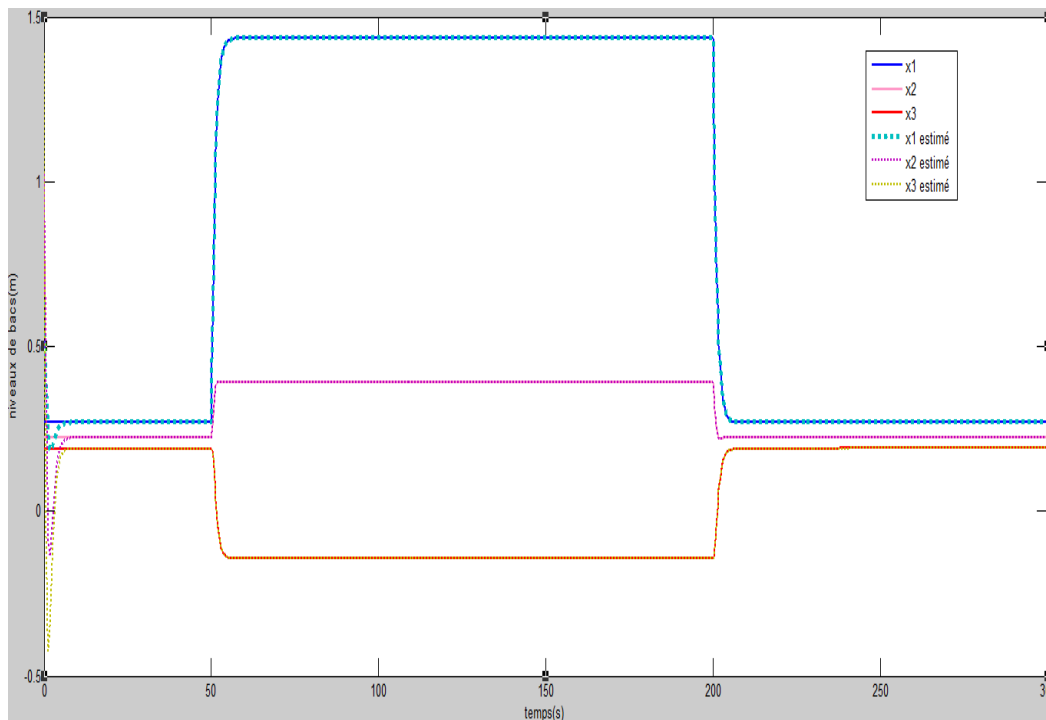


Figure II.9 Les variables d'états et leurs états reconstruits

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

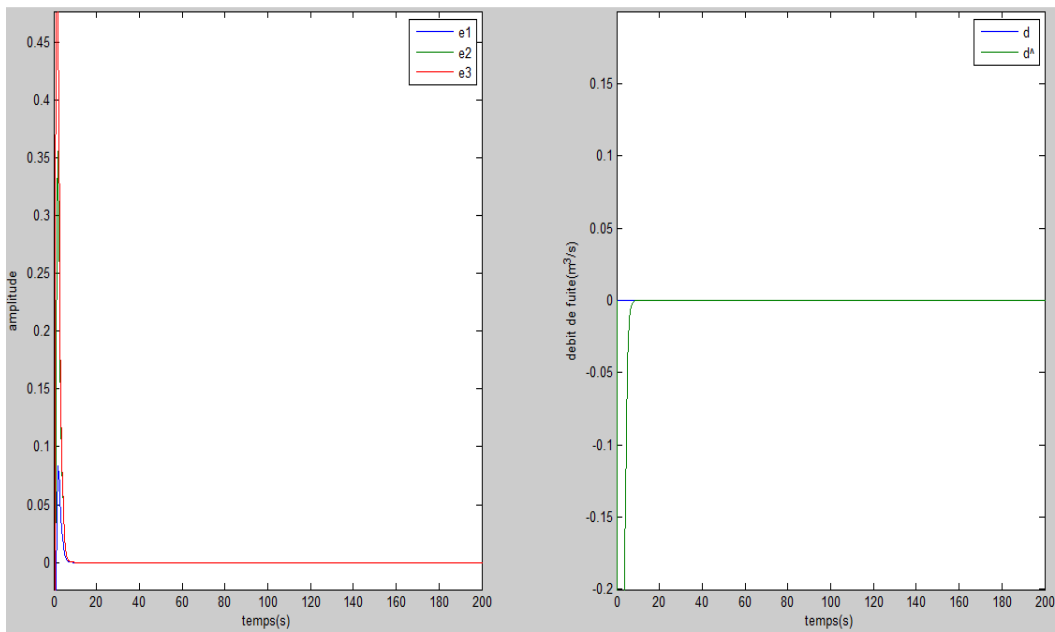


Figure II.10 Les écarts d'états et les entrées inconnues
Avec perturbation

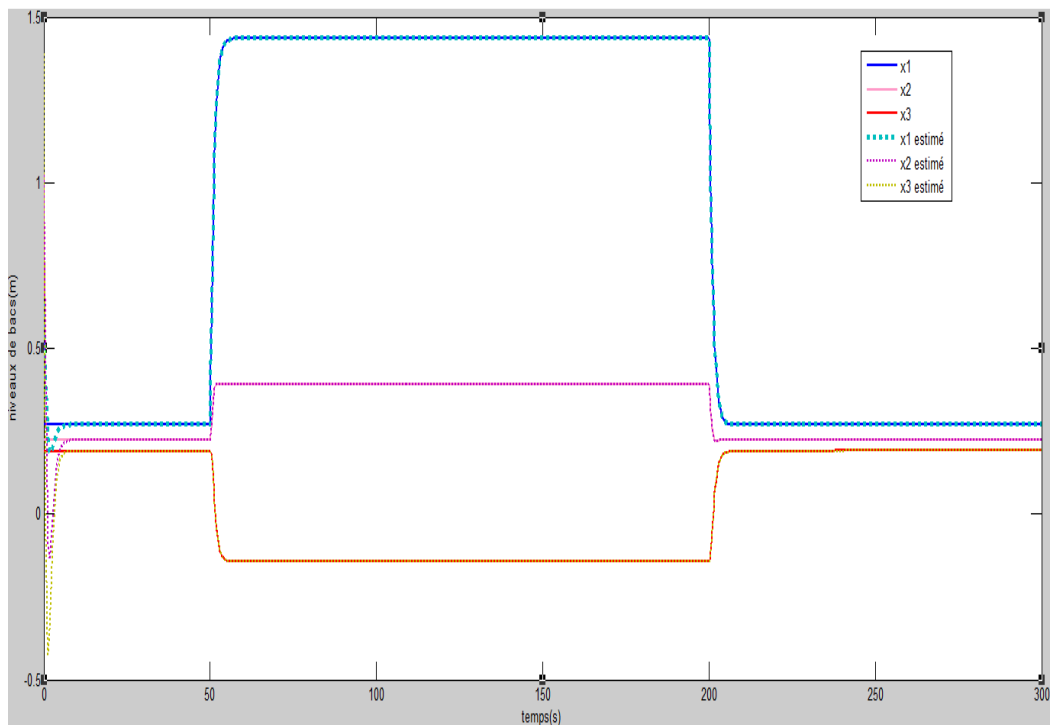


Figure II.11 Les variables d'états et leurs états reconstruits.

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

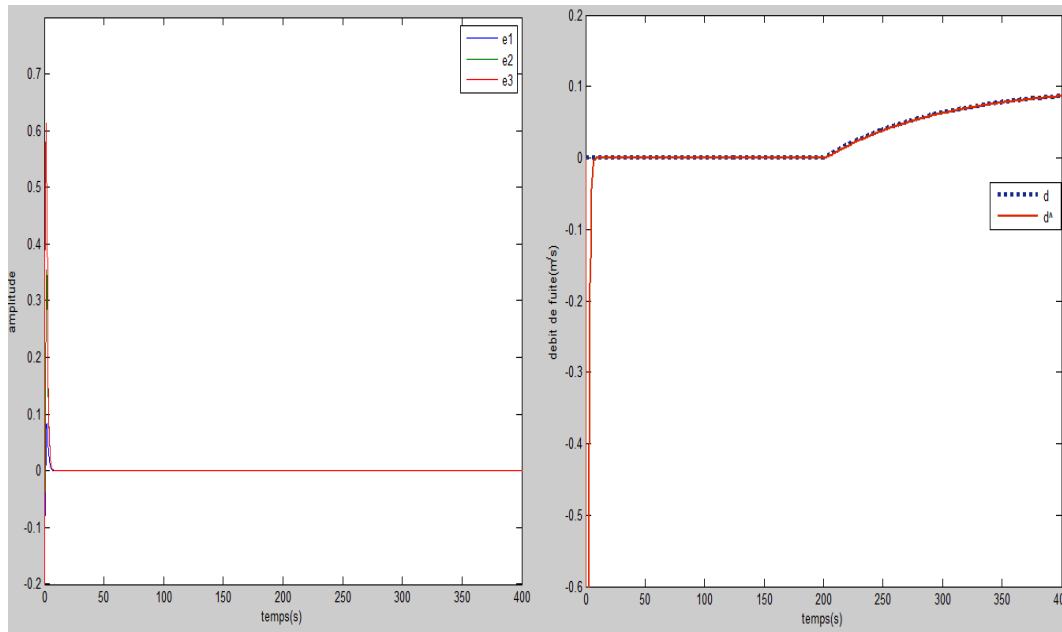


Figure II.12 Les écarts entre les états et les entrées inconnues

II.5 Commande par retour d'état [25]

La commande par retour d'état consiste à modifier le comportement en boucle fermée d'un système dynamique paramétrique commandable, tel que la commande est déterminée par une fonction linéaire qui dépend des éléments de vecteur d'état interne de système.

Objectif : obtenir un système convenable aux spécifications désirées de stabilité, rapidité et précision cela suivant le choix des pôles négatives de la fonction de transfert, qu'ils sont les valeurs propres de la matrice d'état qui permettent de réaliser un asservissement modifiant convenablement cette dernière.

Limite d'utilisation: les méthodes de conception des régulateurs ont été limitées au cas mono variables l'extension au cas multi variables n'est pas évident, l'exploitation d'une seule information (incomplète) par le contrôleur ne permet pas d'atteindre les performances exigées à titre d'exemple :

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

un retour de sortie statique (action proportionnelle $u(t) = K\varepsilon(t)$), une seule sortie ne permet pas de stabiliser un seul pôle instable.

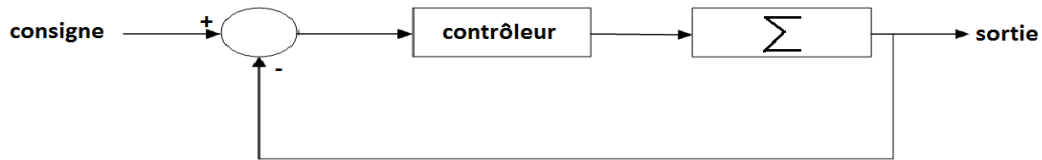


Figure II.13 Système dynamique en boucle fermer

II.5.1 Détermination la loi de commande

Soit le système:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (2.36)$$

Le signal de commande du système $u(t)$ (autrement dit l'écart) doit être construit en soustrayant au signal de consigne un signal qui dépend du vecteur d'état. Ce vecteur d'état étant composé de n signaux $x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$, on le multipliant par un vecteur ligne K_{co} appelé vecteur de gain pour pouvoir effectuer cette soustraction, on a alors :

$$K_{co} = [k_1, k_2, \dots, k_n] \quad (2.37)$$

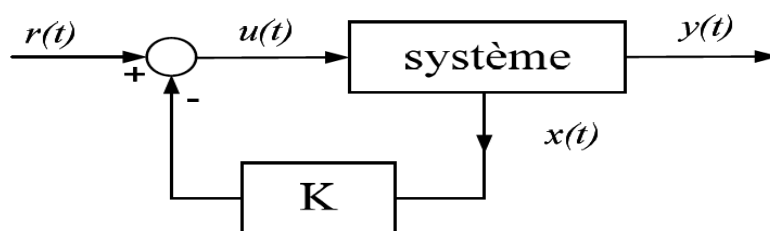


Figure II.14 Bouclage du système par un vecteur du gain

Les équations du système en boucle fermée sont :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ u(t) = r(t) - K_{co}x(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) \end{cases}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

L'équation d'état du système en boucle fermée s'écrit comme suit :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) = Ax(t) + B[r(t) - K_{co}x(t)] = [A - BK_{co}]x(t) + Br(t)$$

Donc :

$$\dot{x}(t) = [A - BK_{co}]x(t) + Br(t) \tag{2.38}$$

Par conséquent, la matrice d'état du système en boucle fermée vaut : $(A - BK_{co})$

La dynamique du système bouclé est donc fixée par les valeurs propres de la matrice d'état du système en boucle fermée $(A - BK_{co})$, ces valeurs propres sont les racines de l'équation caractéristique :

$$\det(sI - (A - BK_{co})) = 0 \tag{2.39}$$

II.5.2 Calcul de la loi de commande état connu:

II.5.2.1 Cas d'un système sous forme commandable [25]

Soit le système linéaire à temps invariant mis sous forme compagne commandable donné par (2.36)

L'objectif c'est de calculer la matrice de dimension $(1 \times n)$, $K_{co} = [k_{1co}, k_{2co}, \dots, k_{nco}]$ de retour d'état telle que la matrice $A - BK_{co}$ ait comme valeurs propres $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$

$$A - BK_{co} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & & \\ & \ddots & \ddots & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ -a_1 - k_{1co} & \dots & -a_i - k_{ico} & \dots & 0 & 1 \\ & & & & -a_n - k_{nco} & \end{bmatrix} \tag{2.40}$$

La dynamique désirée en boucle fermée est caractérisée par les pôles désirés en boucle fermée sont : $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$.

**CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE
D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE**

Le polynôme caractéristique en boucle fermée :

$$F_{BF}(s) = \prod_{i=1}^n (s - \lambda_i) = s^n + B_{n-1}s^{n-1} + \dots + B_1s + B_0 \quad (2.41)$$

Le polynôme caractéristique de la matrice d'état en boucle fermée est :

$$\begin{aligned} F_{(A-BK_{co})}(p) &= \det[sI - (A - BK_{co})] \\ &= s^n + (a_n + k_{con})s^{n-1} + \dots + (a_2 + k_{2co})s + (a_1 + k_{1co}) \end{aligned}$$

$$F_{(A-BK)}(s) = F_{BF}(s) \Rightarrow \begin{cases} a_n + k_{nco} = B_{n-1} \\ \vdots \\ a_2 + k_{2co} = B_1 \\ a_1 + k_{1co} = B_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_{nco} = B_{n-1} - a_n \\ \vdots \\ k_{2co} = B_1 - a_2 \\ k_{1co} = B_0 - a_1 \end{cases}$$

La valeur du gain du retour d'état :

$$K_{co} = [B_0 - a_1, B_1 - a_2, \dots, B_{n-1} - a_n] \quad (2.42)$$

La loi de commande s'écrit dans ce cas comme suit :

$$\begin{aligned} u(t) &= r(t) - K_{co}x(t) \\ &= r(t) - [B_0 - a_1, B_1 - a_2, \dots, B_{n-1} - a_n] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \\ &= r(t) - [(B_0 - a_1)x_1 + (B_1 - a_2)x_2 + \dots + (B_{n-1} - a_n)x_n] \\ &= r(t) + (a_1 - B_0)x_1 + (a_2 - B_1)x_2 + \dots + (a_n - B_{n-1})x_n \end{aligned}$$

II. 5. 2.2 Cas d'un système sous forme quelconque [29]

Soit le système décrit par les équations d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases}$$

Si le système est commandable on peut le mettre sous la forme canonique de commandable

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\begin{cases} \dot{x}_C(t) = A_C x_C(t) + B_C u(t) \\ y(t) = C_C x_C(t) \end{cases} \quad (2.43)$$

Avec :

$$\begin{cases} A_C = PAP^{-1} \\ B_C = PB \\ C_C = CP^{-1} \\ x_C = Px \end{cases} \quad (2.44)$$

P : matrice de passage d'une représentation quelconque commandable à sa forme canonique commandable.

Le calcul de P est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} q \\ qA \\ \vdots \\ qA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Avec q c'est la dernière ligne de C^{-1} qui est trouvé à partir de l'inverse de la matrice de la commandabilité

La commande dans l'espace d'état est défini par les nouvelles variables x_C par :

$$\begin{aligned} u(t) &= r(t) - K_{co}x(t) \\ u(t) &= r(t) - K_{co}P^{-1}x_C(t) \\ u(t) &= r(t) - K_Cx_C(t) \end{aligned}$$

Avec :

$$\begin{cases} K_C = K_{co}P^{-1} \\ K_{co} = K_C P \end{cases} \quad (2.46)$$

Exemple:

On désirent contrôler le système linéaire $\dot{x} = Ax + Bu; y=Cx$ (2.47) définie par les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [0 \quad 1]$$

Suivant les pôles $-3, -4$ engendrent l'équation caractéristique:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$D(\lambda) = (\lambda+3)(\lambda+4) = \lambda^2 + 7\lambda + 12 \quad (2.48)$$

Étude de la commandabilité :

$\text{rang}(\zeta) = \text{rang}([B \ AB]) = \text{rang}\left(\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}\right) = 2 = n$ Puisque le système est commandable ,On va calculer sont retour d'état suivant les pôles selon deux façons:

directe:

$$\begin{aligned} A - BK_{co} &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} [k_{1co} \ k_{2co}] \\ &= \begin{bmatrix} -1 - k_{1co} & -1 - k_{2co} \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - (A - BK_{co})) &= \det\left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 - k_{1co} & -1 - k_{2co} \\ 2 & 0 \end{bmatrix}\right) \\ &= \begin{vmatrix} \lambda + 1 + k_{1co} & 1 + k_{2co} \\ -2 & \lambda \end{vmatrix} \\ &= \lambda^2 + (1 + k_{1co})\lambda + 2 + 2k_{2co} \end{aligned}$$

par compatibilité avec (2.48) on:

$$\begin{cases} 1 + k_{1co} = 7 \\ 2 + 2k_{2co} = 12 \end{cases} \rightarrow K_{co} = [k_{1co} \ k_{2co}] = [6 \ 5]$$

de la forme compagne commandable ,le système (2.47) dans la base compagne commandable s'écrit comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u(t) \\ y(t) = C_c x_c(t) \end{cases}$$

comme c'est illustré dans (2.45) on doit calculer la matrice de passage telle que

**CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE
D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE**

$$n = 2 \rightarrow P = \begin{bmatrix} q \\ qA \end{bmatrix}$$

$$\zeta^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow q = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow P = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_c = PAP^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$B_c = PB = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_c = CP^{-1} = [2 \ 0]$$

$$\text{Donc: } A_c - B_c K_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} [k_{c1} \ k_{c2}] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 - k_{c1} & -1 - k_{c2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - (A_c - B_c K_c)) &= \det \left(\begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 - k_{c1} & -1 - k_{c2} \end{bmatrix} \right) \\ &= \begin{vmatrix} \lambda & 1 + k_{c2} \\ 2 + k_{c1} & \lambda + 1 + k_{c2} \end{vmatrix} \\ &= \lambda^2 + (1 + k_{c2})\lambda + 2 + k_{c1} \end{aligned}$$

par compatibilité avec (2.48) on:

$$\begin{cases} 1 + k_{c2} = 7 \\ 2 + k_{c1} = 12 \end{cases}$$

$$\rightarrow K_{co} = [k_{c1} \ k_{c2}] = [10 \ 6]$$

$$\text{D'après (2.46) on a : } K_{co} = [10 \ 6] \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} = [6 \ 5]$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

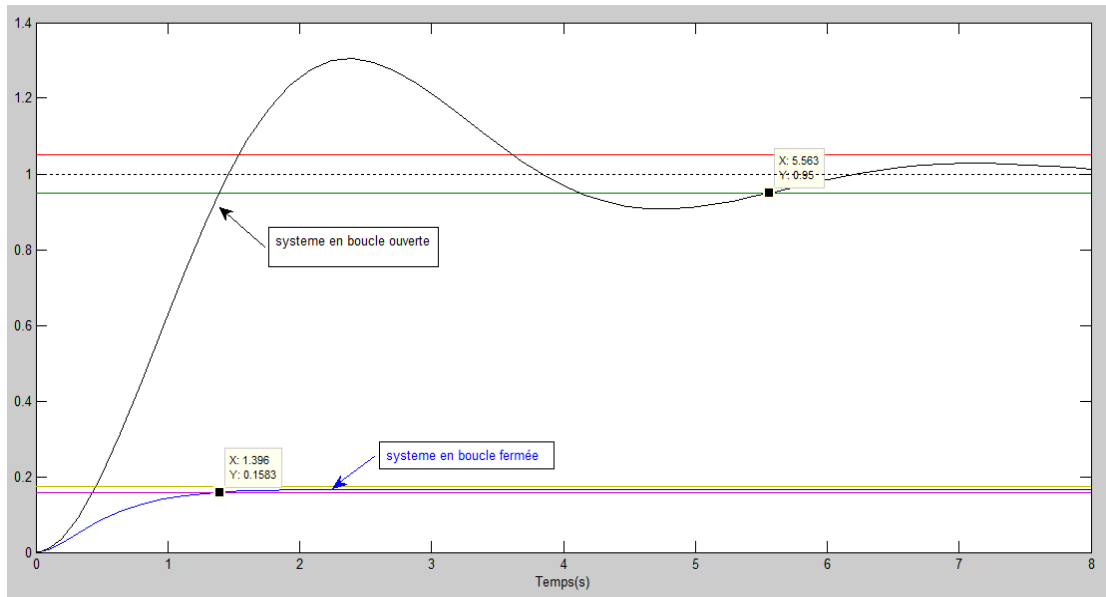


Figure II.15 Réponses indicielles

Par la méthode de $95\%S(\infty)$:

$$tr_{bo} = 5.56 \text{ s} , tr_{bf} = 1.39 \text{ s} \quad (2.49)$$

Le système en boucle fermée a plus de précision et rapidité que celui en boucle ouverte suivant la **Figure II.15**, ce qui fait que le retour d'état diminue la dynamique tout en augmentant la rapidité (2.49)

II. 5. 2.3 Calculer la loi de commande par réglage de régime permanent [26]:

Le choix des pôles du système permettent de régler sa dynamique en cours du régime transitoire suivant la valeur de gain du retour K_{co} ce n'est pas le cas pour régler le problème de la précision car nous ne pouvons pas choisir le régime permanent du système en boucle fermée.

On propose une première structure de commande permettant d'assurer une erreur de position nulle en régime permanent

$$u(t) = -K_{co}x(t) + Ny_{ref}(t) \quad (2.50)$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

ou: N est gain permettant de régler le gain statique en boucle fermée

telle que la fonction de transfert en boucle ouverte $G(s) = C(sI - A)^{-1}B$ le gain N va boucle la chaîne suivante en formant la transmetance :

$$G_{bf}(s) = C(sI - A + BK_{co})^{-1}BN$$

supposons que $y_{ref}(t) = y_{ref}$ est une constante pour que $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = y_{ref}$, il est donc nécessaire que $G_{bf}(0) = 1$ ce qui donne :

$$N = \frac{1}{C(-A+BK_{co})^{-1}B} \quad (2.51)$$

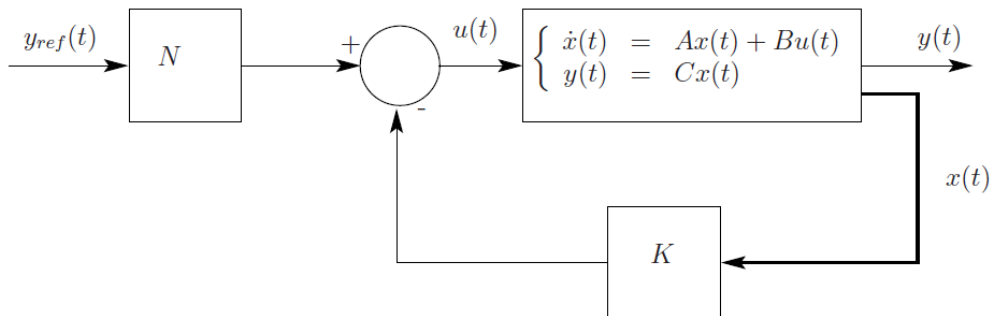


Figure II.16 Commande par retour d'état et gain pré-compensateur

Application:

Prenant l'exemple précédent suivant la loi (2.51) avec le même gain de retour calcule :

$$A - BK_{co} = \begin{bmatrix} -7 & -6 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$(-A + BK_{co})^{-1} = \frac{1}{\begin{vmatrix} 7 & 6 \\ -2 & 0 \end{vmatrix}} \begin{bmatrix} 0 & -6 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.1667 & 0.5833 \end{bmatrix}$$

$$C(-A + BK_{co})^{-1}B = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ 0.1667 & 0.5833 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.1667$$

$$N = \frac{1}{0.1667} = 6$$

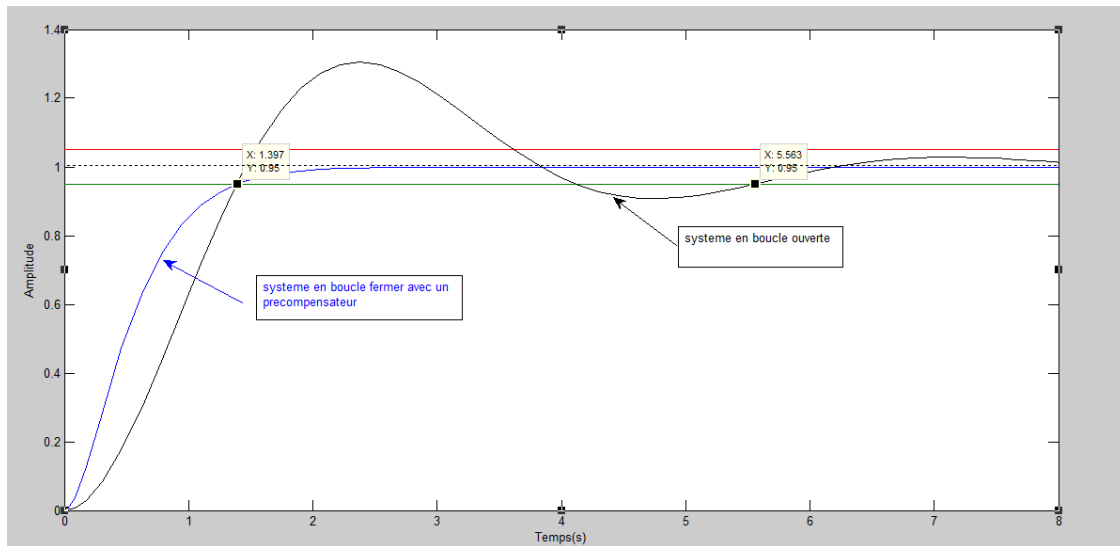


Figure II.17 Réponses indicielles

Par la méthode de $95\%S(\infty)$:

$$tr_{bo} = 5.56 \text{ s}, tr_{bf} = 1.39 \text{ s} \tag{2.52}$$

le système en boucle fermer attend la valeur final désirée de l'entrée suivant une bonne précision ,tel que le gain pré-compensateur impose une dynamique sur le système en boucle fermer de (2.52) toute en gardant la même rapidité (2.49)

Remarque:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

Le retour d'état de système (2.47) s'écrit:

$$u(t) = -K_{co}x(t) + Ny_{ref}(t) = -[k_{1co} \ k_{2co}] \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + v(t)$$

$$= -k_{1co}x_1(t) - k_{2co}x_2(t) + v(t) = -\frac{6}{2}\dot{y}(t) - 5y(t) + v(t)$$

$$\rightarrow U(s) = -(5 + 3s)Y(s) + V(s) \tag{2.53}$$

De (2.53) le retour d'état représente la commande de régulateur a action proportionnel dérivé

Cette commande est convenable a la spécification de la rapidité de système comme c'est montrer dans (2.49) , d'après (2.52) il y a une dynamique imposé par le pré-compensateur N pour améliorer la précision ce qu'est peut être néfaste sur les pré actionneurs.

II. 5.2. 4 Calculer la loi de commande par action intégrale [25]:

On ajoute un intégrateur a la chaine directe de système:

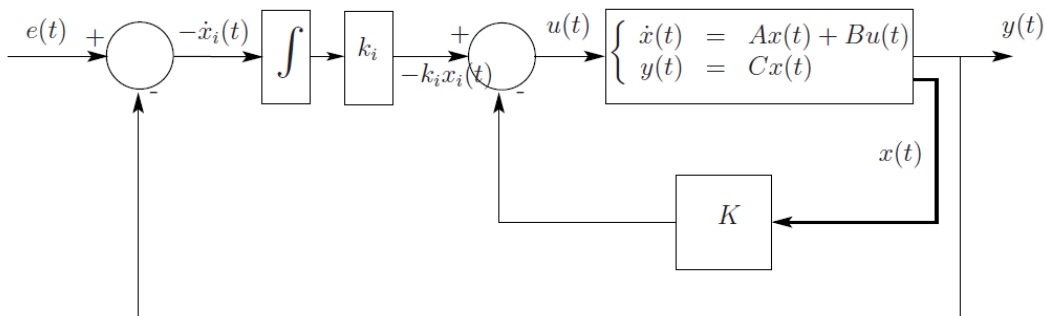


Figure II.18 Commande par retour d'état avec action intégral

Les équations de la boucle fermer s'écrivent:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \\ \dot{x}_i(t) = y(t) - e(t) \end{cases}$$

La loi de commande implanté est définie par:

$$u(t) = -k_{ico}x_i(t) - Kx(t) = -[K_{co} \quad k_i] \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix}$$

Ce qui fait :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} Ax(t) + Bu(t) \\ Cx(t) - v(t) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Ax(t) \\ Cx(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Bu(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -v(t) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{x}_i(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} v(t) \end{aligned}$$

d'ou:

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{A}z(t) + \hat{B}u(t) + \hat{D}e(t) \\ u(t) = -\tilde{K}z(t) \end{cases}$$

telle que $z(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x_i(t) \end{bmatrix}$ et $\tilde{K} = [K_{co} \quad k_i]$

L'objectif c'est d'assurer la stabilité de système en boucle fermer de régime permanent en gardant un écart du position carrément nul

Établissement des équations des deux régimes:

➤ Permanent:

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_{\infty} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} x_i(t) = x_{i\infty} \\ \lim_{t \rightarrow \infty} u(t) = u_e \\ \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = e_0 \end{cases} \quad (2.54)$$

Le calcul des points singulier de système augmenter nous donne les équations statiques suivant:

**CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE
D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE**

$$\begin{cases} 0 = \hat{A} z_\infty + \hat{B} u_e + \hat{D} e_0 \\ u_e = -\tilde{K} z_\infty \end{cases} \rightarrow (\hat{A} - \hat{B}\tilde{K}) z_\infty + \hat{D} e_0 = 0 \quad (2.55)$$

➤ Dynamique:

L'erreurs des états sont:

$$\varepsilon(t) = \begin{bmatrix} x(t) - x_\infty \\ x_i(t) - x_{i_\infty} \end{bmatrix}$$

La dynamique de l'erreur est régit par l'équation:

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}(t) &= \hat{A} \varepsilon(t) + \hat{A} z_\infty - \hat{B}\tilde{K} \varepsilon(t) - \hat{B}\tilde{K} z_\infty + \hat{D}e(t) \\ &= (\hat{A} - \hat{B}\tilde{K}) \varepsilon(t) + (\hat{A} - \hat{B}\tilde{K})z_\infty + \hat{D}e(t) \end{aligned}$$

Afin de prouver que la dynamique de l'erreur est stable et tend vers zéro pour des temps suffisamment grands, il faut choisir \tilde{K} tel que $(\hat{A} - \hat{B}\tilde{K})$ soit stable. Par ailleurs, le choix des pôles de $(\hat{A} - \hat{B}\tilde{K})$ permet d'imposer la vitesse de convergence de l'erreur vers zéro et donc de $x(t)$ vers x_∞ . L'inconvénient de la synthèse d'une commande par retour d'état Avec action intégrale revient donc au calcul classique d'un retour d'état sur un système Augmente $(\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}, 0)$.

Exemple:

Prenant l'exemple précédent (2.47) les matrices de système augmenté sont:

$$\begin{aligned} \hat{A} &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \\ \hat{B} &= \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

On choisies la dynamique de système augmenté suivent les pôles -2,-3,-4:

$$D(\lambda) = (\lambda+2)(\lambda+3)(\lambda+4) = \lambda^3 + 9\lambda^2 + 26\lambda + 24 \quad (2.56)$$

Telle que:

$$\begin{aligned} \det(\lambda I - (\hat{A} - \hat{B}\tilde{K})) &= \left| \begin{bmatrix} \lambda & 0 & 0 \\ 0 & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & \lambda \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -1 - k_1 & -1 - k_2 & -k_i \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \right| \\ &= \lambda^3 + (1 + k_1)\lambda^2 + 2(1 + k_2)\lambda + 2k_i \end{aligned}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

Par compatibilité avec (2.56)

$$\begin{cases} 1 + k_{1co} = 9 \\ 2(1 + k_{2co}) = 26 \\ 2k_i = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} k_{1co} = 8 \\ k_{2co} = 12 \\ k_i = 12 \end{cases}$$

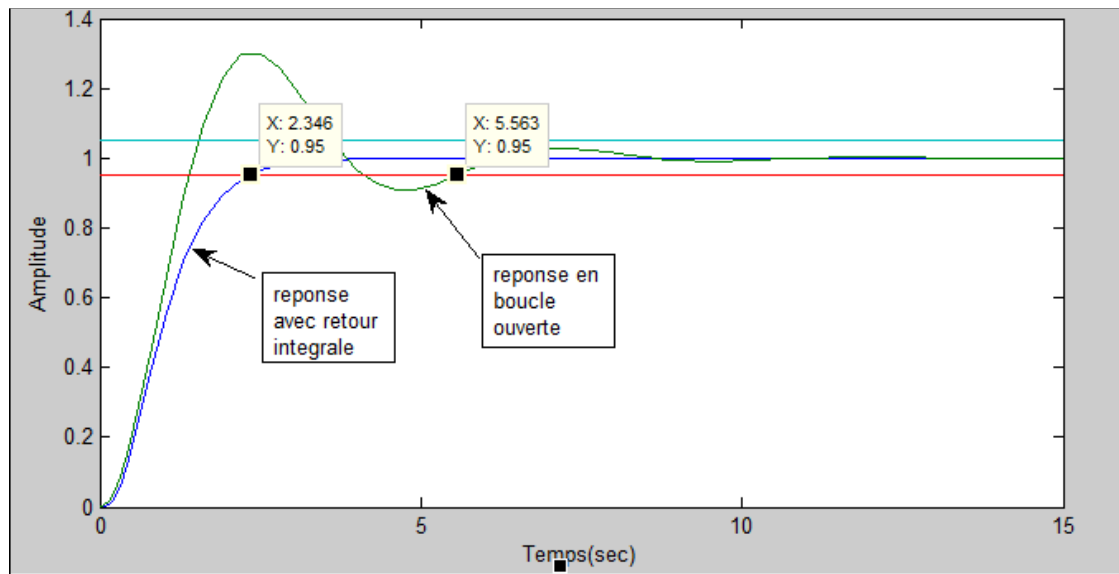


Figure II.19 Réponses indicielles

le système avec intégrateur utilise moins de dynamique que le système en boucle ouverte pour atteindre le régime permanent tel que $tr_{bf} = 2.3461\text{sec} < tr_{bo}$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

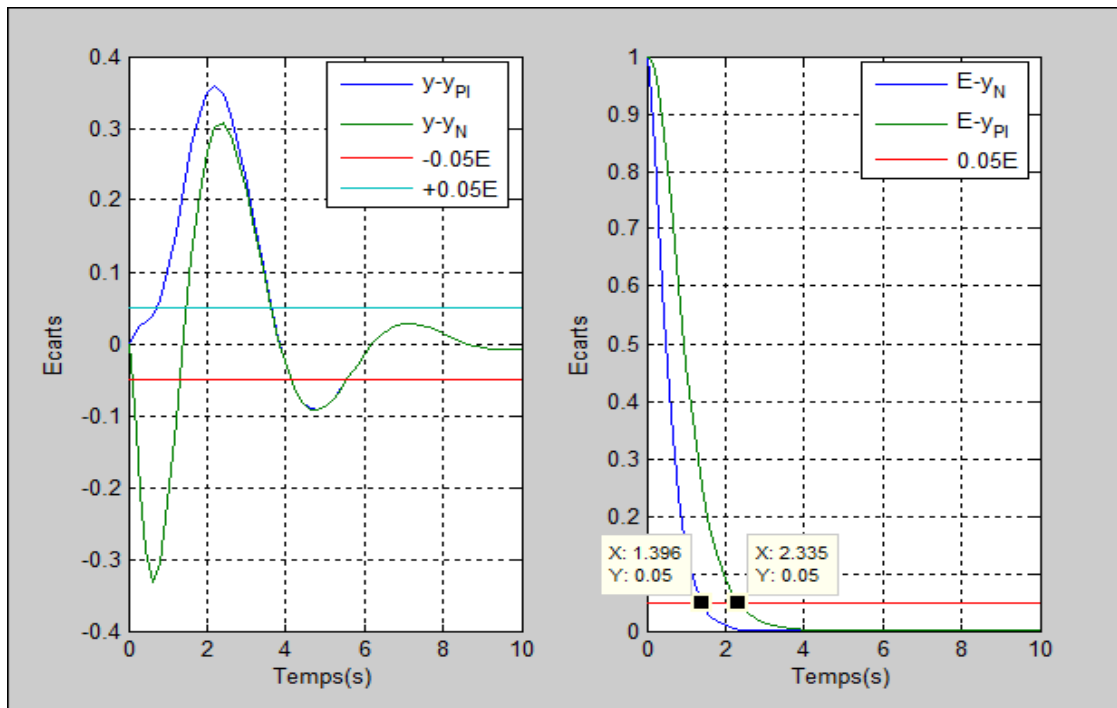


Figure II.20 Écart des réponses

l'influence du retour d'état sur le système en boucle ouverte est important dans le régime transitoire, tel que la commande par retour de sortie utilise moins de dynamique on ajoutant un gain pré compensateur, le système prend une précision certaine avec une augmentation de dynamique ore que le système avec intégrateur a plus de précision en en utilisant moins de dynamique.

Dans le cas ou le modèle de système est connu ,la loi de control est calculable en compromis sur les performances de précision et rapidité qui dépendraient de fait intégrale et compensation de système a une dynamique désirable.

II.5.4 Calcul la loi de commande par estimation d'état [33]

La mise en œuvre d'une commande dans le cas des systèmes continus suppose l'hypothèse d'un système commandable et observable, lorsque toutes les variables d'état ne sont pas accessibles à la mesure. On écarte donc les parties non commandables ou non observables du

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

système, c'est-à-dire qu'on ne les prend pas en compte, mais il faut vérifier que les non commandables restent stables et que les non observables ne soient pas nécessaires pour la commande. Le problème de la commande se résout ensuite en trois grandes étapes :

1. Recherche de la commande en supposant x mesurable. La commande linéaire est de la forme $u = -K_{co}x$, avec K_{co} déterminée en imposant des pôles à la boucle fermée.
2. Reconstruction de l'état. Si seul y est mesurable, il faut synthétiser un observateur, ce qui revient à déterminer un gain L assurant la stabilité de l'observateur et une estimation sans biais.
3. La commande du système est finalement réalisée à partir de l'état estimé $u = -K_{co}x$, couramment appelé commande par retour de sortie.

Cependant le gain K_{co} est calculé pour garantir la stabilité et performance du système, et pour cela que les racines de l'équation caractéristique $\det(\lambda I - (A - BK_{co})) = 0$ soit a partie réelle négative.

ce qui fait: $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$ il faut vérifier souvent cette condition qu'elle soit garanti avec les états estimés \hat{x} .

La loi de commande s'écrit:

$$u = v - K_{co}\hat{x} \tag{2.57}$$

➤ Premier cas : $v = 0$

$u = -K_{co}\hat{x}$ telle que l'équation d'observateur est: $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x})$

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} - BK_{co}\hat{x} + L(y - C\hat{x}) \tag{2.58}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{\hat{x}} = (A - LC - BK_{co})\hat{x} + Ly \\ u = -K_{co}\hat{x} \end{cases} \tag{2.59}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

La dynamique de l'erreur d'estimation:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - (A - LC)\hat{x} - Ly - Bu \\ &= A(x - \hat{x}) + LC(\hat{x} - x) = (A - LC)e \end{aligned}$$

Ce qui montre que la dynamique de l'erreur ne dépend pas de l'entrée.

telle que: $\dot{x} = Ax + Bu = Ax - BK_{co}\hat{x}$ par substitution: $\hat{x} = x - e$:

$$\dot{x} = Ax - BK_{co}x + BK_{co}e = (A - BK_{co})x + BK_{co}e$$

ce qui fait:

$$\rightarrow \begin{cases} \dot{x} = (A - BK_{co})x + BK_{co}e \\ \dot{e} = (A - LC)e \end{cases} \quad (2.60)$$

Sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{co} & BK_{co} \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} \quad (2.61)$$

Les valeurs propres de système sont donc:

$$|\lambda I - (A - BK_{co})| |\lambda I - (A - LC)| = 0 \quad (2.62)$$

on choisit les pôles a parties réels négatives pour calculer les gains K_{co} et L respectivement de telle façons que la condition de convergence dans :

$|\lambda I - (A - BK_{co})|$ est assuré par la commandabilité pour déterminer le gain de retour de sortie

$|\lambda I - (A - LC)|$ est confirmé par l'observabilité pour calculer l'injection de l'observateur

Pour que le comportement du système bouclé ne soit pas modifié de façon notable par la présence de l'observateur, il suffit que la dynamique de la reconstruction de l'état soit rapide devant la dynamique du système bouclé tel que les pôles de $(A - LC)$ ont du grand module devant les pôles de $(A - BK_{co})$, tel qu'il n'aurant pas une différence importante de leurs module pour éviter

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

l'augmentation excessive de la bande passante qui impose une dynamique de divergence. tel que la dynamique de $A - K_{co}'C$ soit convergente

➤ deuxième cas $v \neq 0$

$$u = v - K_{co}\hat{x} \quad (2.63)$$

L'erreur d'estimation:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ax + Bu - (A - LC)\hat{x} - Ly - Bu \\ &= A(x - \hat{x}) + LC(\hat{x} - x) = (A - LC)e \end{aligned}$$

est la même erreur trouver dans un retour sans pré-compenseur

Telle que:

$$\dot{x} = Ax + Bv - BK_{co}\hat{x} = (A - BK_{co})x + BK_{co}e + Bv$$

$$\begin{cases} \dot{x} = (A - BK_{co})x + BK_{co}e + Bv \\ \dot{e} = (A - LC)e \\ y = Cx \end{cases}$$

Sous forme matricielle:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{co} & BK_{co} \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v \quad (2.64)$$

Si : y_c est une constante, une fois atteint le régime permanent pour que la valeur de y tend a y_c on a:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{co} & BK_{co} \\ 0 & A - LC \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} v$$

$$y = y_c = Cx$$

Puisque $(A - LC) \neq 0$ car la matrice L a été choisi pour que l'observateur soit stable, donc les pôles strictement inférieurs a zéro, donc forcément $e = 0$ (erreur d'observation est nulle en régime stationnaire).

L'équation devient: $(A - BK_{co})x + Bv = 0$

Donc:

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$x = -(A - BK_{co})^{-1}Bv$$

qu'on substitue dans l'équation de sortie $y = y_c = Cx = C(-(A - BK_{co})^{-1}B)v$

$$v = [C(-(A - BK_{co})^{-1}B)]^{-1}y_c = Ny_c$$

Identique à l'équation pour la commande par retour d'état directe. Donc la sortie y tends ver la consigne y_c si la matrice N est calcule avec:

$$N = [C(-(A - BK_{co})^{-1}B)]^{-1} \quad (2.65)$$

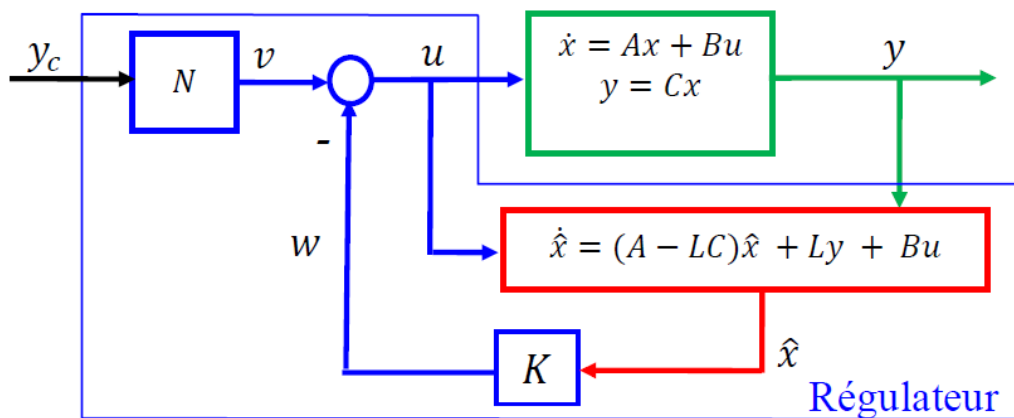


Figure II.21 Commande par retour d'un système état reconstruit

Exemple:

soit le système définit par:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 9 & 7 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = [1 \quad 2 \quad 0]x(t) \end{cases} \quad (2.66)$$

La matrice de la commandabilité est:

$$C = [B \quad AB \quad A^2B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 11 \end{bmatrix}$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$\text{rang}(\mathcal{C}) = 3 = n$$

ce qui fait que le système est commandable, On cherche a réalisé une commande par retour de sortie, car l'états x_3 n'est pas accessible a la mesure.

pour obtenir un système en boucle fermé avec le vecteur des pôles fixes a: $-1 - 2, -3$

$$\begin{aligned} D(\lambda) &= (\lambda + 1)(\lambda + 2)(\lambda + 3) \\ &= \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6 \end{aligned} \quad (2.67)$$

D'après (2.40) le système (2.65) est sous forme commandable donc:

$$K_{co} = [B_0 - a_1, B_1 - a_2, B_2 - a_3] = [15 \quad 18 \quad 4]$$

Pour calculer le gain de l'observateur on vérifier la condition de séparation :

$$A - K_{co}'C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 9 & 7 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 15 \\ 18 \\ 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -15 & -29 & 0 \\ -18 & -36 & 1 \\ 5 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

par un calculé sou matLab on a trouver que les valeurs propres de cette matrices sont:

$$-50.6892, -1.1554 + 1.5911i, -1.1554 + 1.5911i$$

C'est pour cela qu'il faut prendre des pôles $-1 - 2i, -2 + 2i, -3$ déphasés dans le demi plan gauche de plan complexe pour déterminer le vecteur de retour d'état K pour assurer la convergence de l'observateur.

$$\begin{aligned} \text{matrice d'observabilité: } \mathcal{O} &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 \\ 18 & 14 & -3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{d'après (2.65)} \quad D(A) = A^3 + 6A^2 + 11A + 6I_3$$

$$= \begin{bmatrix} 15 & 18 & 4 \\ 36 & 43 & 10 \\ 90 & 106 & 23 \end{bmatrix}$$

$$L = D(A)\mathcal{O}^{-1} [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

$$= \begin{bmatrix} 15 & 18 & 4 \\ 36 & 43 & 10 \\ 90 & 106 & 23 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -0.7561 & 0.1463 & 0.0976 \\ 0.8780 & -0.0732 & -0.0488 \\ -0.4390 & 0.5366 & 0.0244 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\rightarrow L = \begin{bmatrix} 1.1151 \\ -0.0576 \\ 0.3813 \end{bmatrix}$$

Calcul de precompensateur:

$$N = [C(-(A - BK_{co})^{-1}B)]^{-1}$$

$$(A - BK_{co})^{-1} = \begin{bmatrix} -1.8333 & -2.6667 & -0.1667 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C \times (-(A - BK)^{-1}B) = \begin{bmatrix} 0.1667 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \times [0 \ 0 \ 1]$$

$$= 0.1667$$

$$\rightarrow N = 6$$

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

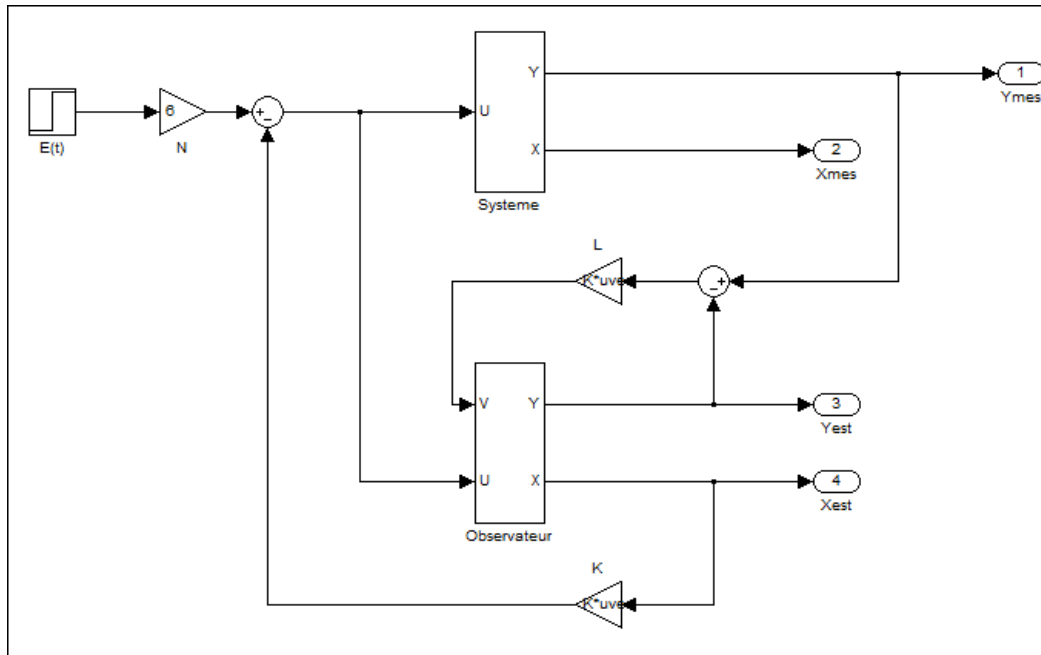


Figure II.22 Schéma bloc sur simulink de la Commande par retour d'état reconstruit

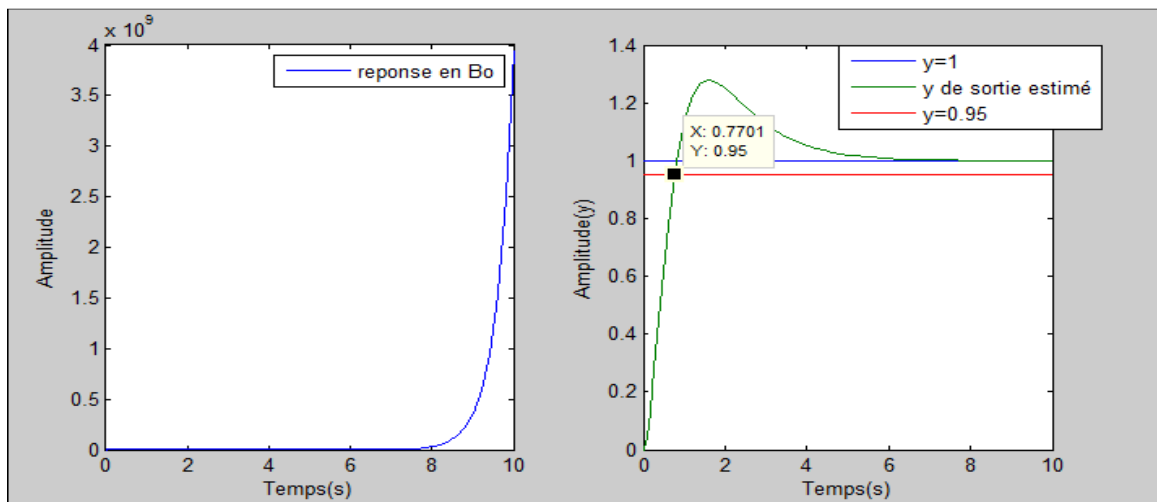


Figure II.23 Réponses à un échelon

La réponse estimée converge vers l'entrée voulue après un instant $tr_{bf} = 0.7701 \text{ sec}$ or que la réponse de système en boucle ouverte est complètement divergente ce qui fait que la commande

CHAPITRE II: COMMANDE PAR RETOUR D'ÉTAT ET SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR A ENTRÉE INCONNUE

par retour d'état stabilise la sortie tel que le gain precompensateur améliore sa dynamique ,l'utilisation de l'observateur consiste à reconstruire les états internes de systeme pour calculer la loi de commande imposee par une dynamique de l'observateur plus importante que cel de système a fin de corriger le défaut affecté par l'entrée indicielle.

II.6. Conclusion:

Dans ce chapitre, nous avons commencé par rappeler quelques définitions relatives à l'observabilité et la commandabilite des systèmes dynamiques linéaires. Nous avons ensuite exposé deux types d'observateurs a entrées inconnus, qu'ils sont proportionnel intégral et l'observateur mode glissant (UTKIN).

Chaqu'un de ces observateurs est spécifique à un modèle mathématique, particulier qui répond aux conditions propres de convergence. Ces deux observateurs ont été utilisés pour mettre en œuvre des commandes a retours d'états reconstruits. le choix de cette étude est motivé par le fait de leurs capacité a reconstruire des entrées inconnues intervenant dans le systeme comme un défaut ,au chapitre suivant nous allons exploiter ces deux observateurs pour la détection de fuit dans un systeme hydraulique .

CHAPITRE III:
APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS
BACS

III.1 Introduction

Avec la complexité croissante des systèmes modernes d'ingénierie et la demande sans cesse croissante pour la sécurité et la fiabilité, il y a eu un grand intérêt dans le développement des procédés de détection de défaut et d'isolement. Tout type de dysfonctionnement ou de dégradation d'un système peut conduire à une réduction des performances ou de la perte d'importance fonctions, porter atteinte à la sécurité et la disponibilité d'un système . Par ailleurs, la prise en compte d'une stratégie de localisation de défaut peut être motivée par la L'ajustement ou la modification en ligne de la loi de commande nominale afin de maintenir la sécurité des opérateurs et la fiabilité du processus. Au cours des dernières décennies de nombreuses recherches ont abordé le problème de logement de faute Diagnostic des défauts des systèmes industriels a été un objet de nombreuses publications telles que L'application du processus à trois bacs qui est un système académique conçue pour développement et l'expérimentation des systèmes linéaires. Le système à trois bacs est illustré dans la *Figure III.1*

On suppose que les variables d'états de ce système sont les hauteurs du fluide de chaque bac. On suppose aussi que la sortie du système est la hauteur du fluide dans le réservoir numero1, ensuite on obtient les hauteurs par la mesure de capteur pression du fond de chaque bac ou les trois capteurs de pression sont reliés aux entrées analogiques du Pc. On souhaite diagnostiquer ce système et détecter l'apparition d'éventuelle fuite dans le bac numero1.

III.2 Présentation du procédé

Le procédé est constitué de trois bacs connecté selon la figure III-1, le premier bac est alimenté par un débit d'entré q_e constant ($2,78 \times 10^{-5} m^3/s$), contrôlé par une vanne régulé en débit dont on commande la consigne, les trois bacs 1,2,3 accompagné de débit de sorties $q_{12} ; q_{23}$;respectivement ,de section effective S_1, S_2, S_3 respectivement .ils communiquent entre eux a travers des orifices de diamètre d_1, d_2, d_3 et de section ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 de coefficient de débit α_d ,on note aussi deux sorties de diamètres d_{s1}, d_{s2} , de sections $\phi_{s1} \phi_{s2}$.les variables d'états sont les niveaux de bacs (x_1, x_2, x_3) ,la sortie est le niveau du bac numéro1.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Remarque :

q_{s2} et q_{s3} sont considérés comme des défauts de notre système, comme chaque bac peut avoir un défaut. Comme aussi on peut supposer qu'un seul bac qui peut contenir une Fail.

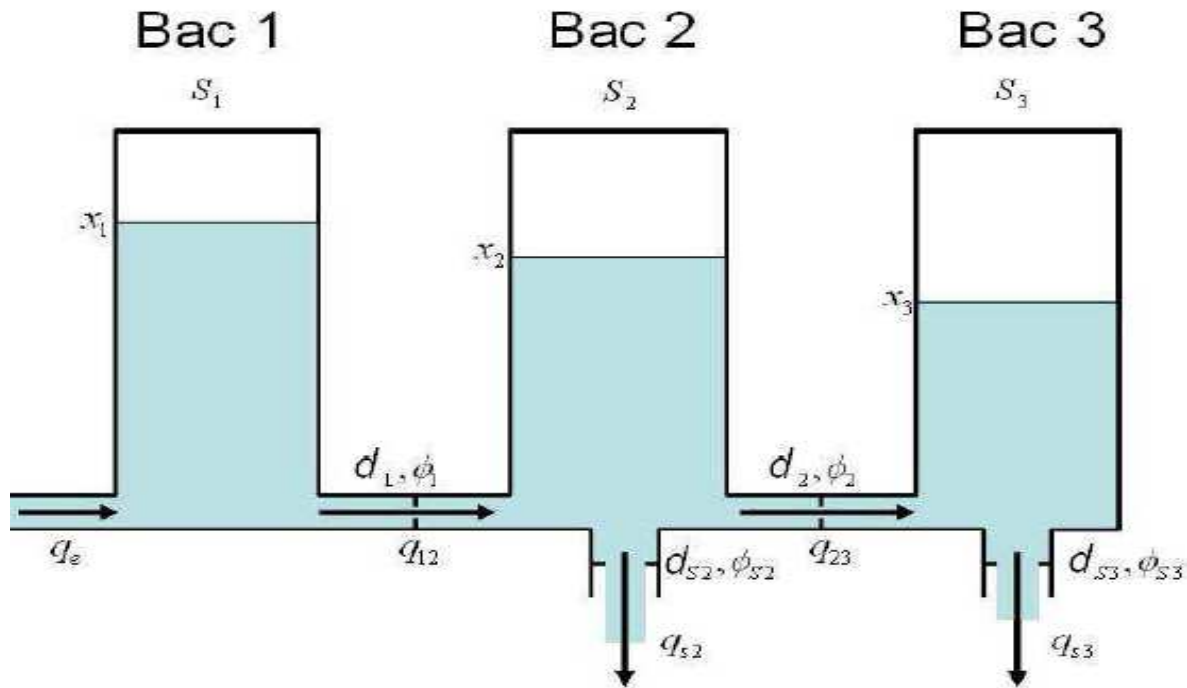


Figure III.1 Schéma de principe du système à trois bacs.

III.3 Modélisation du système à trois bacs

Le model non linéaire:

$$\begin{aligned} S_1 \frac{dx_1(t)}{dt} &= q_e(t) - q_{12}(t) \\ S_2 \frac{dx_2(t)}{dt} &= q_{12}(t) - q_{s2}(t) - q_{23}(t) \\ S_3 \frac{dx_3(t)}{dt} &= q_{23}(t) - q_{s3}(t) \end{aligned} \quad (3.1)$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Nous exprimons le débit sortant d'un bac i vers un bac j en fonction des différences entre les hauteurs d'eaux en amont et en aval par la relation de Bernoulli suivante:

$$q_{ij} = a_{ij} \sqrt{\Delta x} \quad (3.2)$$

Avec:

a_{ij} dépendant de la section \emptyset et de coefficient de débit moyen α_d de la réalisation.

$$a_{ij} = \alpha_d \emptyset \sqrt{2g} \quad (3.3)$$

Nous considérons la hauteur d'eau du premier Bac comme étant la sortie de système. Nous avons donc un système dynamique qui est représenté dans l'équation.

$$\frac{dx(t)}{dt} = F(x, q_e)$$
$$F(x, q_e) = \begin{pmatrix} \frac{1}{S_1}(q_e(t) - a_{12}\sqrt{x_1 - x_2}) \\ \frac{1}{S_2}(-a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} + a_{12}\sqrt{x_1 - x_2} - a_{S_2}\sqrt{x_2}) \\ \frac{1}{S_3}(a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} - a_{S_3}\sqrt{x_3}) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

La sortie du système est: $y(t) = x_1(t)$

Les paramètres physique du système sont représenté comme suite :

Surface de la section du réservoir : $S_1 = S_2 = S_3 = 0.001310 \text{ m}^2$.

Surface des tuyaux transversaux : $\emptyset_1 = 4,1 \times 10^{-5} \text{ m}^2$, $\emptyset_2 = 2,2 \times 10^{-5} \text{ m}^2$

$\emptyset_{S_2} = \emptyset_{S_3} = 9,6211 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

Débit de sortie de chaque tuyau : $q_{12} = 2,77 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, $q_{23} = 1,35 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$q_{s2}=1,42 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s} \quad q_{s2}=1,30 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Niveau maximal des réservoirs : $h = 0.2606\text{m} = 26.06 \text{ cm}$.

Le débit d'entrée maximal : $q_{max}=0.140 \text{ m}^3/\text{h} = 3,89 \times 10^{-5}\text{m}^3/\text{s}$.

III.4 Simulation non linéaire

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{S_1}(q_e(t) - a_{12}\sqrt{x_1 - x_2}) \\ \frac{1}{S_2}(a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} + a_{12}\sqrt{x_1 - x_2} - a_{S_2}\sqrt{x_2}) \\ \frac{1}{S_3}(a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} - a_{S_3}\sqrt{x_3}) \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Le schéma bloc sur Simulink est donné dans les figures (III.2), pour mieux illustrer notre modeste travaille on cherche à avoir les niveaux réelle de chaque bac telle que en sorte de chercher les points de fonctionnement.

On injecte un débit physique $2,78 \times 10^{-5}\text{m}^3/\text{s}$ on remarque que l'évolution des états se comporte comme un système de premier ordre.

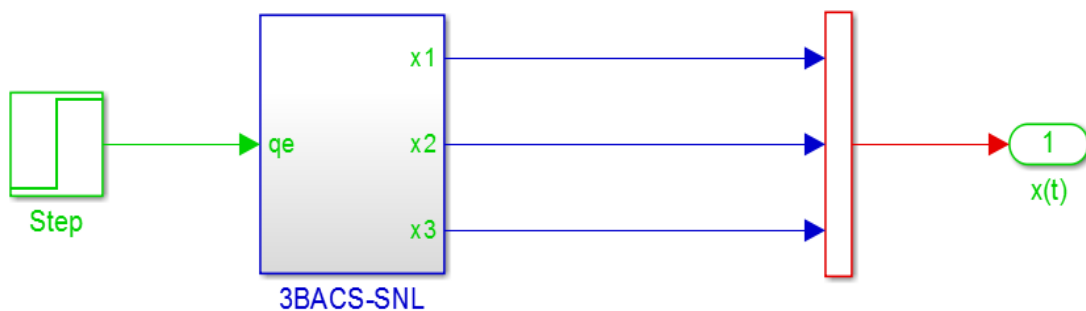


Figure III.2 Schéma de simulation du système non linéaire.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

On donne :

$$F_{cn1} = \dot{x}_1 = \frac{1}{S_1} (q_e(t) - a_{12}\sqrt{x_1 - x_2}) \quad (3.12)$$

$$F_{cn2} = \dot{x}_2 = \frac{1}{S_2} (a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} + a_{12}\sqrt{x_1 - x_2} - a_{S_2}\sqrt{x_2}) \quad (3.13)$$

$$F_{cn3} = \dot{x}_3 = \frac{1}{S_3} (a_{23}\sqrt{x_2 - x_3} - a_{S_3}\sqrt{x_3}) \quad (3.14)$$

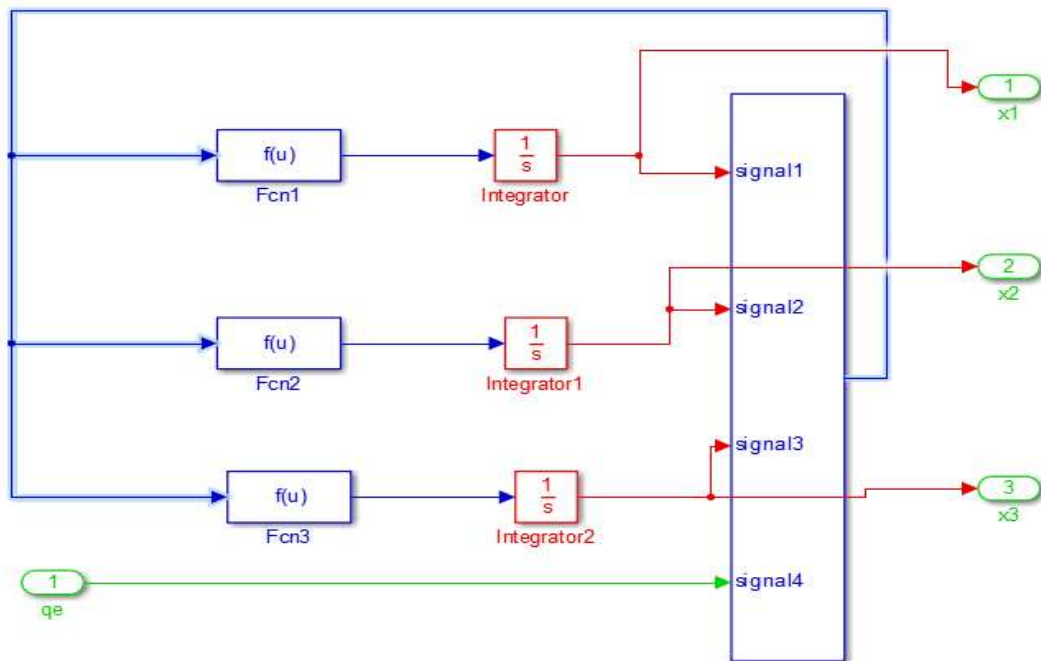


Figure III.3 Schéma de simulation du subsysteme 3 BAC_SNL non linéaire.

Les résultats de cette simulation est illustré dans la figure (III.4) :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

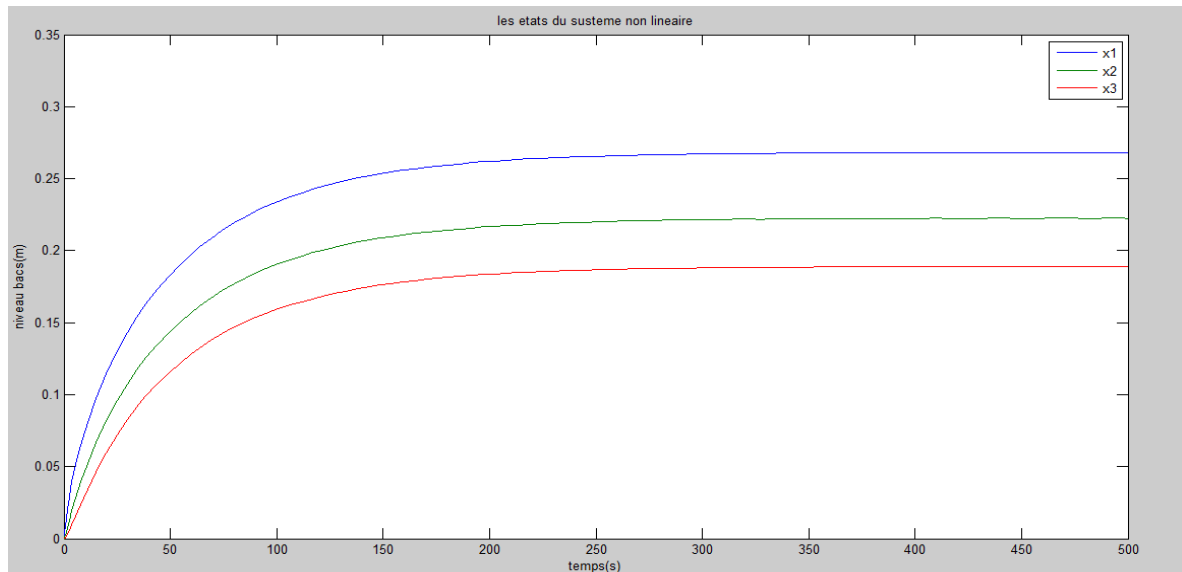


Figure III.4 Evolution d'état de chaque bac avec un débit d'entrée $2,78 \times 10^{-5} m^3/s$

Remarque :

Les 3 bacs à l'instant $t_0=0$ s son vides ,puis il passent d'un mode transitoire avec une dynamique lente du système, enfin que les niveaux des bacs x_1, x_2, x_3 ,se stabilisent respectivement aux valeurs suivantes 0.2683 m,0.2224 m et 0.1890 m au bout de 350 s , avec des conditions initiales nulles (0,0,0).

Les temps de réponse approximative de système par la méthode de $95\%S(\infty)$ sont :

$$tr_1 = 153.4 \text{ s a } x_{1\infty} = 268 \text{ mm}$$

$$tr_2 = 158.3 \text{ s a } x_{2\infty} = 221.8 \text{ mm}$$

$$tr_3 = 167.27 \text{ s a } x_{3\infty} = 189 \text{ mm}$$

Le comportement de la réponse du système hydraulique à trois réservoirs en cascade se compatibilise avec la réponse indicielle du premier ordre, en outre les débits d'entrées-sortie de chaque réservoir prends des valeurs constante pour chaque variation des point de fonctionnement selon les contraintes physique (les surfaces de réservoirs, le diamètre des orifices d'entrée –sortie).

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Remarque:

Le système à trois bacs (3.4) est un modèle non linéaire (possède des fonctions racine, carre), si on arrive à convertir les entrées et les sorties physique à des signaux électrique (petit signaux) on pourra ramener le système non-linéaire à un fonctionnement normal autour d'un point d'équilibre, dans ce cas la on peut approcher le système non linéaire par un système linéaires dont la procédure sera présenté comme suite :

III.5 Linéarisation du système à trois bacs

Considérons la linéarisation du modèle d'état à mesure continue présenté sans l'équation (3.5)

$$\begin{cases} \frac{d\Delta x(t)}{dt} = A\Delta x(t) + B\Delta u(t) \\ \Delta y(t) = C\Delta x(t) + D\Delta u(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Où :

Le système est au point d'équilibre pour:

$$q_e = q_{ee} = 100 \text{ L/h} = 2,78 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$$

Et:

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{dx_2}{dt} = \frac{dx_3}{dt} = 0$$

Ce qui a impose pour le point d'équilibre:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{10} = \left(\frac{q_{ee}}{a_{12}}\right)^2 + x_{20} \\ x_{20} = \frac{q_{ee}}{a_{S_2}^2 + a_{S_3}^2 \beta + 2a_{S_2} a_{S_3} \sqrt{\beta}} \\ x_{30} = \beta x_{20} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Avec :

$$\beta = \frac{a_{23}^2}{(a_{s_3})^2 + a_{23}^2}$$

A.N:

$$50 \text{ cm} > x_{10} = 0.2606 \text{ m} > x_{20} = 0.2148 \text{ m} > x_{30} = 0.1803 \text{ m}$$

Ce qui donne à obtenir une représentation d'état au tour de ce point d'équilibre, avec :

$$u = \Delta q_e \quad ;$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial x} |_{x_{i0}, q_{ee}} \quad , \quad B = \frac{\partial F}{\partial q} |_{x_{i0}, q_{ee}}$$

$$C = \frac{\partial G}{\partial x} |_{x_{i0}, q_{ee}} \quad , \quad D = \frac{\partial G}{\partial q} |_{x_{i0}, q_{ee}}$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \\ \frac{\partial f_1}{\partial x_3} & \frac{\partial f_2}{\partial x_3} & \frac{\partial f_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-a_{12}}{2s_1\sqrt{x_1-x_2}} & \frac{a_{12}}{2s_1\sqrt{x_1-x_2}} & 0 \\ \frac{a_{12}}{2s_1} & \frac{z}{2s_2} & \frac{a_{23}}{2s_2\sqrt{x_2-x_3}} \\ 0 & \frac{a_{23}}{2s_2\sqrt{x_2-x_3}} & \frac{r}{2s_3} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Avec :

$$z = \frac{-a_{23}}{\sqrt{x_2-x_3}} - \frac{a_{12}}{\sqrt{x_1-x_2}} - \frac{as_2}{\sqrt{x_2}}$$

$$r = \frac{-a_{23}}{\sqrt{x_2-x_3}} - \frac{as_3}{\sqrt{x_3}}$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q} \\ \frac{\partial f_3}{\partial q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ s_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$F_1 = \frac{\partial x_1}{\partial t}, F_2 = \frac{\partial x_2}{\partial t}, F_3 = \frac{\partial x_3}{\partial t};$$

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \Delta x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 - x_{10} \\ x_2 - x_{20} \\ x_3 - x_{30} \end{bmatrix};$$

$[x_{10} \quad x_{20} \quad x_{30}]$ Étant des points de fonctionnement en régime permanent niveau de chaque bac.

Avec :

$$[x_{10} \quad x_{20} \quad x_{30}]^T = [0.2606 \quad 0.2148 \quad 0.1803]^T$$

Au final on obtient le modèle d'état linéaire ci-dessous :

$$A = \begin{bmatrix} -0,2415 & 0,2415 & 0 \\ 0,2415 & -0,4244 & 0,1566 \\ 0 & 0,1566 & -0,1865 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 795,7747 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad 0];$$

$$D = [0]$$

Où :

Le système linéaire est sous forme du modèle linéaire de l'équation (2.1).

III.6 Simulation du système linéaire

Le schéma bloc sur Simulink est donné dans les *Figure III.5, Figure III.6*, on considère que l'entrée est une variation (porte) Δu .

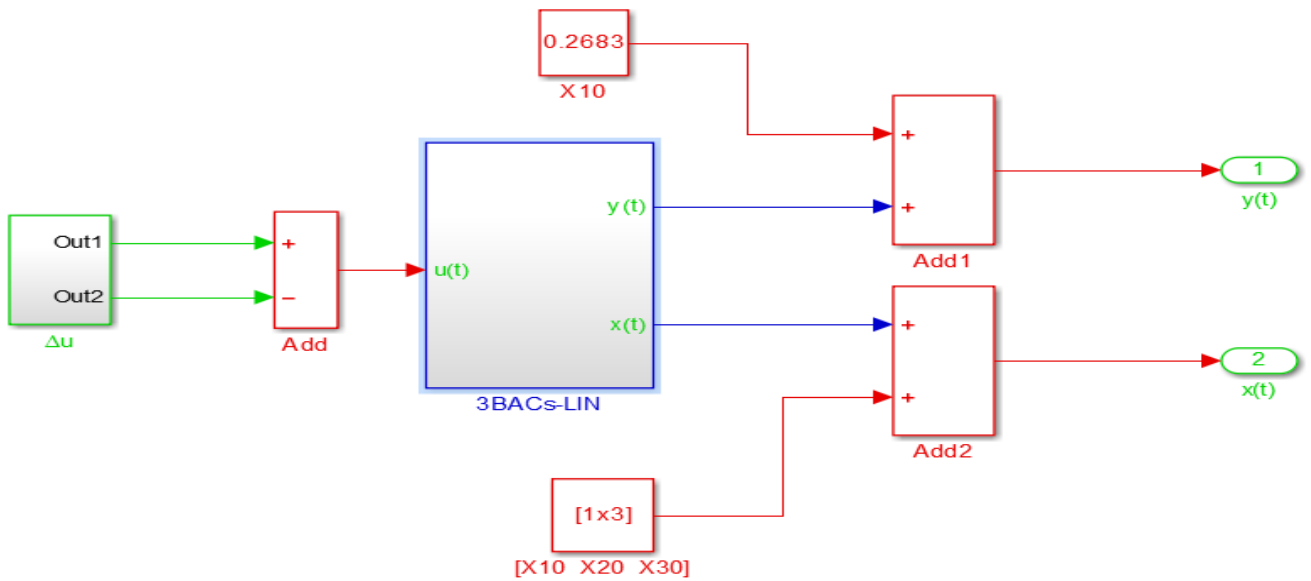


Figure III.5 Schéma de simulation du système non linéaire

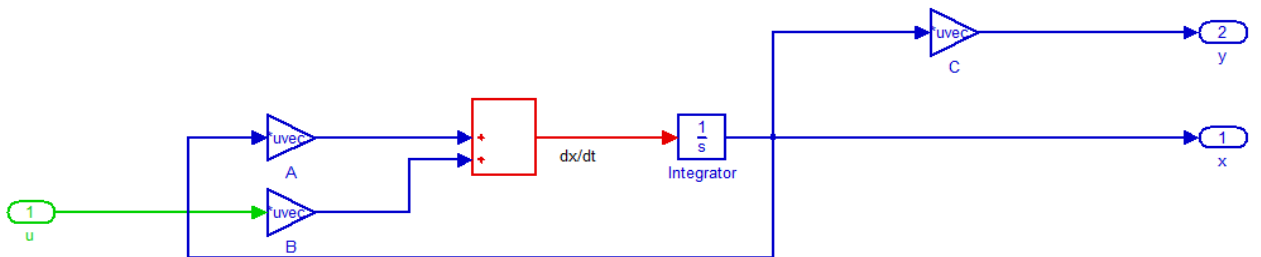


Figure III.6 Schéma de simulation du sousystème 3 Bacs.LIN.

Les résultats de la simulation des états de système sont donnés dans la figure suivante:

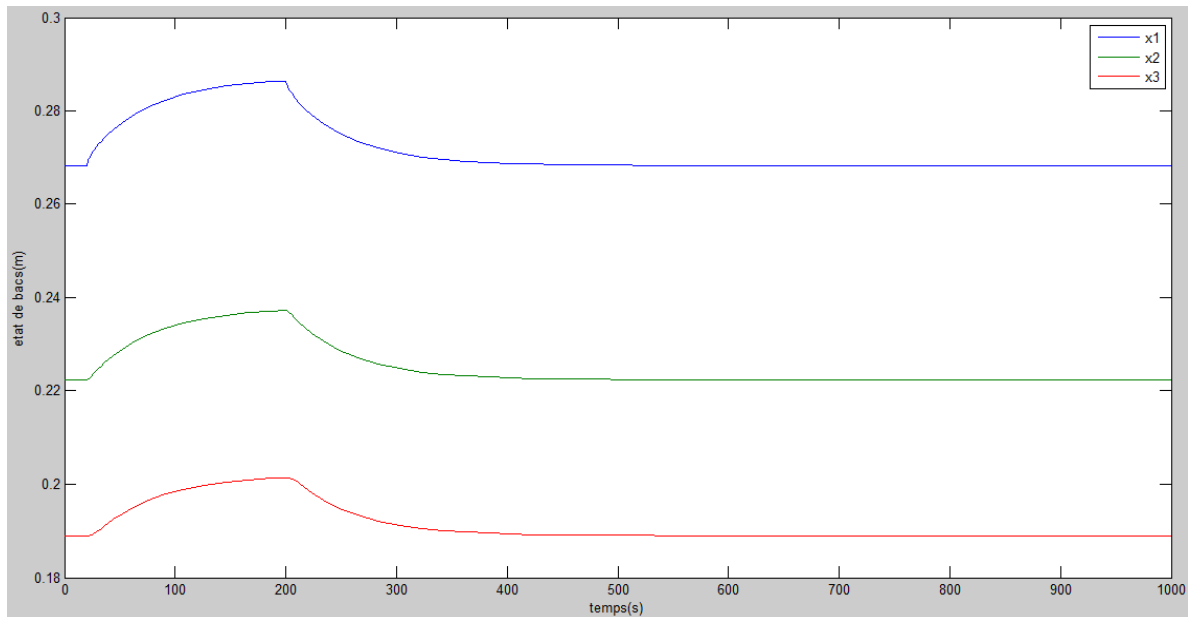


Figure III.7 Evolution d'état de chaque bac à l'équilibre.

Remarque :

L'entrée est variable Δu (signal porte) à l'instant 20s et 200s de même amplitude, pour cela on remarque des résultats obtenus dans les simulations de l'évolution des courbes ont débuté par le point de fonctionnement $[x_{10} \ x_{20} \ x_{30}]$ ils attendent les niveaux $x_{11} \ x_{21} \ x_{31}$ qui sont respectivement 0.2864m 0.2372m 0.2014m en suite les courbes vont décroître au bout de 300 sec vont atteindre et se stabiliser aux point de fonctionnement auprès des conditions initiales (0,0,0).

III.7 L'observateur de lunberger

On se propose de réaliser un observateur de lunberger dans l'objectif d'estimer les états d'une dynamique plus rapide lorsque on choisit les pôles du système $[-0.6299 \ -0.6299 \ -0.6299]$ pour assurer une meilleure convergence des états, et choisir $2*[-0.6299 \ -0.6299 \ -0.6299]$ pour les états reconstruits convergent plus vite que les états réelles de système dont on a expliqué la structure de cet observateur est définie dans l'équation (2.7).

Le schéma bloc sur Simulink est donné dans les **Figures III.8**, on considère que l'entrée est une variation (signal porte) Δu .

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

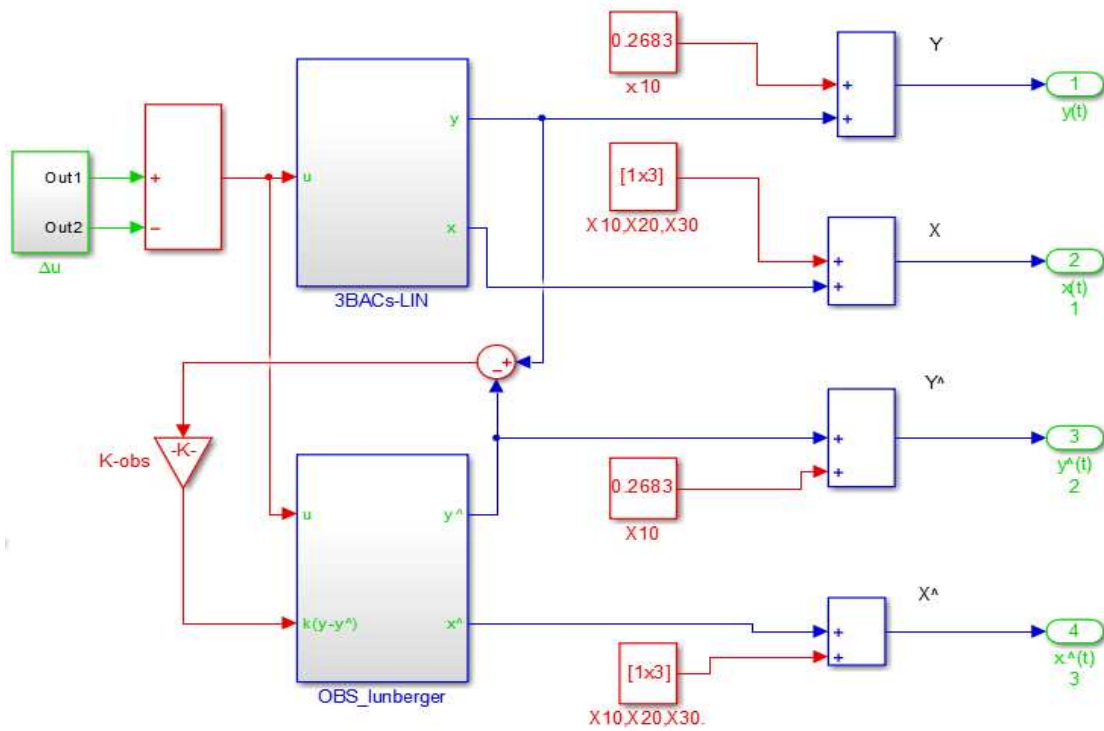


Figure III.8 Schéma de simulation sur simulink de l'observateur de lunberger.

Les résultats de simulation sont obtenus on les verra dans la **Figure III.9** :

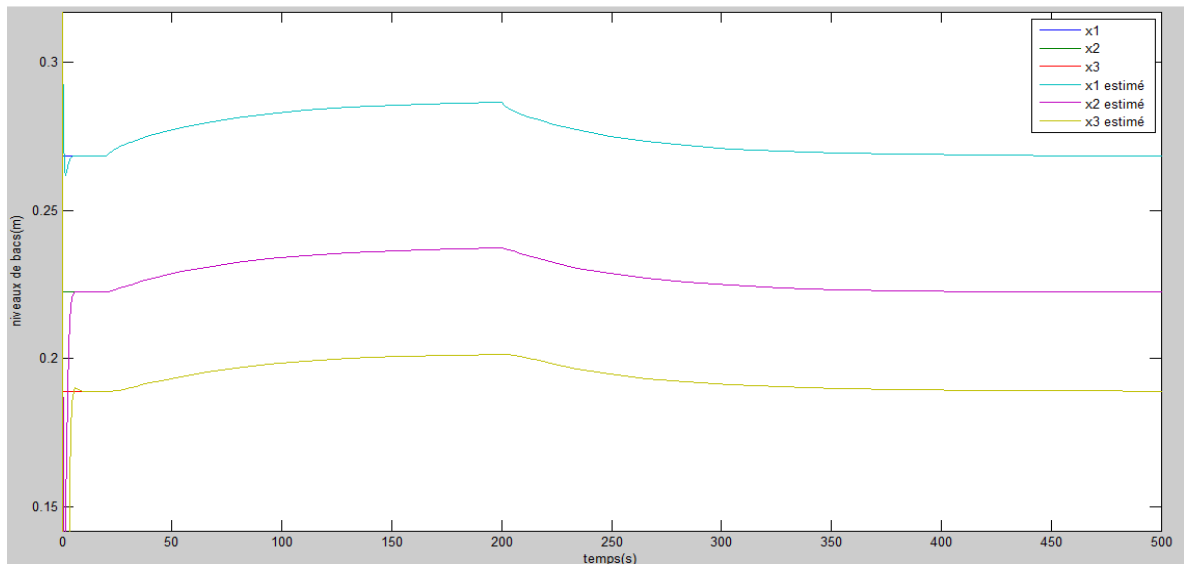


Figure III.9 Evolution des niveaux de système et leurs états reconstruits.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

L'observateur de Luenberger est un observateur très performant par conséquent la convergence est très rapide en prenant les conditions initiales différentes de celle du système (0.1,0.3,0.6) et se stabilisent aux mêmes niveaux $[x_{11} \ x_{21} \ x_{31}]$

On a injecté une entrée variable Δu (signal porte) à l'instant 20s et 200s de même amplitude, pour cela on constate des résultats dans les simulations que l'évolution des courbes ont débuté par le point de fonctionnement $[x_{10} \ x_{20} \ x_{30}]$ ils atteignent les niveaux $x_{11} \ x_{21} \ x_{31}$ qui sont respectivement en suite les courbes vont décroître au bout de 200s vont atteindre et se stabiliser aux points de fonctionnement 0.2864m 0.2372m 0.2014m et on remarque mieux cette convergence des erreurs entre les états et les états reconstruits dans la figure III.10 qui suit :

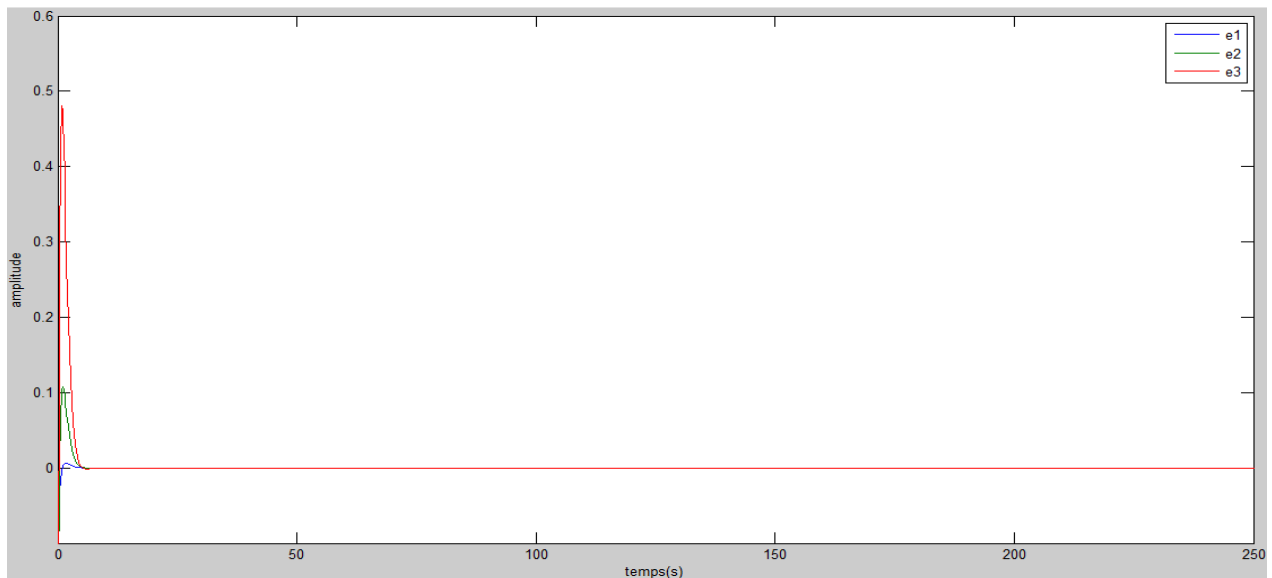


Figure III.10 Ecart entre les niveaux et leurs états reconstruits.

Comme le montre la figure ci-dessus les erreurs d'estimation $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$

$e_3 = x_3 - \hat{x}_3$ Convergent asymptotiquement vers zéro.

On peut conclure que notre observateur proposé ramène une bonne convergence des états reconstruits par rapport à leurs états réels.(asymptote)

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Le gain de l'observateur est calculé par l'instruction "Acker" sous matlab.le code du programme est donné dans annexe 1.

III.8 Commande par retour d'état

Pour la conception de la commande par retour d'état il est demandé de tester la matrice de commandabilité en vérifiant la condition du rang de l'équation (2.4).

Le système possède des pôles stable (partie réelle négative) $P_{sys} = [-0.6299 \ -0.2046 \ -0.0180]$, il reste à vérifier la commandabilité de la paire(A, B).

$$\begin{aligned} \text{rang}(\zeta) &= \text{rang}([B \ AB \ A^2B]) \\ \text{rang}(\zeta) &= \text{rang}\left(\begin{bmatrix} 795.7747 & -192.1796 & 92.2827 \\ 0 & 192.1796 & -127.9724 \\ 0 & 0 & 30.0953 \end{bmatrix}\right) = 3 = n \quad (3.14) \end{aligned}$$

Les pôles en boucle fermée seront fixés de manière à atteindre la performance désirée. Les pôles qui nous permettent d'accélérer raisonnablement le système sans dépasser les limites sur le débit de système sont :

$$P_r = [-0.6299 \ -0.6299 \ -0.6299]/3$$

Donc le système est commandable, Pour améliorer la dynamique de système on va réaliser le retour d'état imposé par les vecteurs des valeurs propres suivants:

- 1) fixe le gain de retours d'états: $\lambda_r = [-0.21 \ -0.21 \ -0.21]$ sur le système défini par le couple (A, B) .

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

2) Déterminer le gain de l'action intégrale:

$$\lambda_I = [-0.3098 \quad -0.1343 + 0.0957i \quad -0.1343 - 0.0957i \quad -0.516]$$

Sur le système augmenté défini par le couple (\hat{A}, \hat{B}) tel que: $\hat{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}$ et $\hat{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$

L'action intégrale est imposée par le gain K_i en effectuant plusieurs essais sur la boucle fermée, pour garder la même performance de la rapidité et d'avoir un système avec retour intégral plus rapide que le système en retour seul, on impose des pôles du module légèrement grands par rapport aux pôles de système avec retour seul pour éviter la divergence de son comportement dynamique par l'augmentation de la bande passante causée par le gain d'intégrateur.

Le gain K du retour d'état est calculé par l'instruction 'Acker' sous matlab. le code du programme est donné dans l'annexe 2.

Le schéma bloc de la commande du retour d'état est donné sur simulink est donné dans

la **Figure III.11** :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

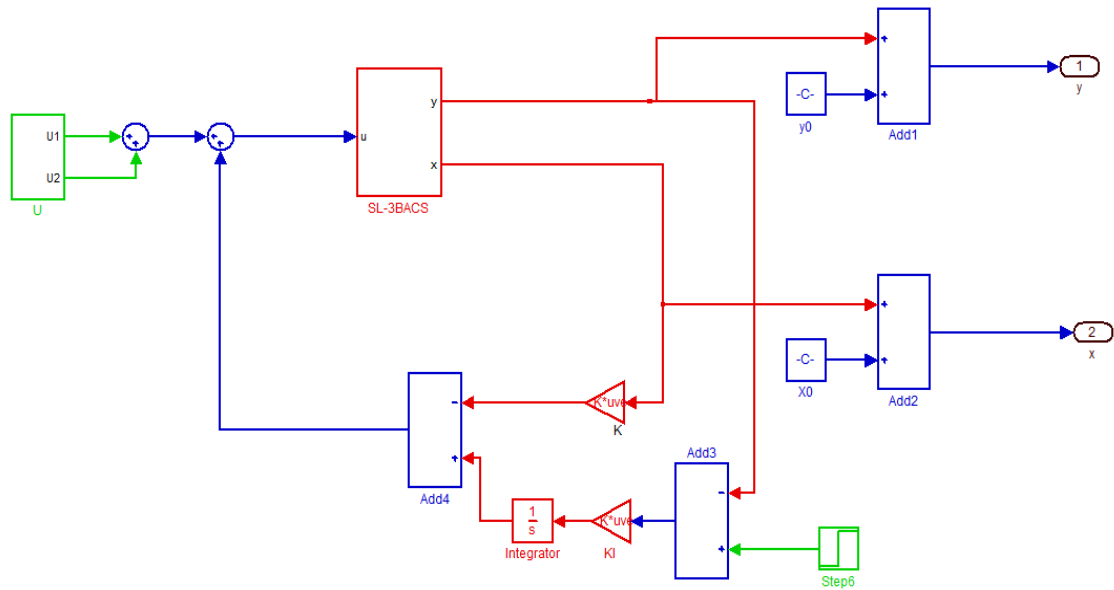


Figure III.11 commande par retour d'état

III.8.1 Sans action intégrale

Dans notre cas on calcule le gain K du retour d'état et on trouve :

$$K = [-0.2796 \quad 0.6470 \quad -0.1361] \cdot 10^{-3}$$

Les résultats obtenus dans la simulation sont aperçu la *Figure III.12*:

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

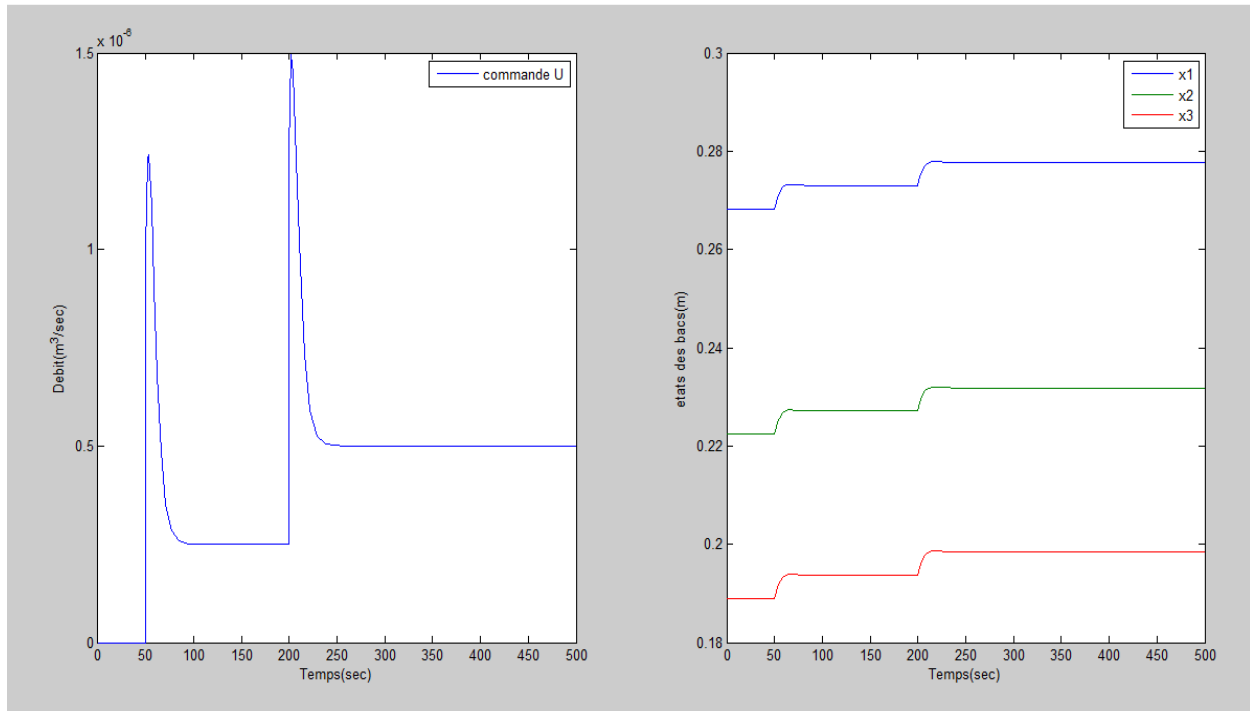


Figure III.12 La commande et les niveaux des bacs.

On remarque que à l'instant $t_1 = 50\text{s}$ on injecte un débit d'entrée $q_e = 2.78 \cdot 10^{-5}$ qui sera ajouté pour de fonctionnement 0.2683 m, 0.2224 m et 0.1890 m, à l'instant $t_2 = 200\text{s}$ une perturbation affecte notre système et on remarque que la commande par retour d'état n'intervient pas pour rejeter la perturbation.

$$tr_1 = 9.59\text{s} \quad \text{a} \quad x_{1\infty} = 273 \text{ mm}$$

$$tr_2 = 21.41\text{s} \quad \text{a} \quad x_{2\infty} = 226.3 \text{ mm}$$

$$tr_3 = 50.88\text{s} \quad \text{a} \quad x_{3\infty} = 192.3 \text{ mm}$$

a l'instant $t_p = 200\text{s}$ on aura l'apparition d'une perturbation, les états aurons les temps de réponse respectives par rapporte a t_p :

$$tr_1 = 8.37\text{s} \quad \text{a} \quad x_{1p\infty} = 276.8\text{mm}$$

$$tr_2 = 17.78\text{s} \quad \text{a} \quad x_{2p\infty} = 229.4 \text{ mm}$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$tr_3 = 25.54s \quad a \quad x_{3p\infty} = 194.9 \text{ mm}$$

Les écarts permanents:

$$e_{1\infty} = x_{1p\infty} - x_{1\infty} = 3.8 \text{ mm}$$

$$e_{2\infty} = x_{2p\infty} - x_{2\infty} = 3.1 \text{ mm}$$

$$e_{3\infty} = x_{3p\infty} - x_{3\infty} = 2.6 \text{ mm}$$

On remarque que les écarts permanents ne sont pas négligeable par rapport a leurs régimes permanant fixé par l'entrée, mais le comportement de système devient plus vite a l'apparition de la perturbation, ce qu'est convenable dans l'asservissement de système par rapport à l'entrée.

La commande de débit $q_e = 2.5 \times 10^{-7} m^3/s$ a $t = 106.68 \text{ s}$ entraine le système dans un régime permanant $(x_{1\infty}, x_{2\infty}, x_{3\infty})$, l'augmentation de la consigne a $t=200\text{sec}$ cause une croissance de la commande telle que $q_e = 1.25 \times 10^{-6} m^3/s$, par conséquence l'évolution des états de système diminue la commande $q_e = 4.5 \times 10^{-7} m^3/s$ après une durée de $t = 52.46 \text{ s}$ pour quel soit stabiliser au point d'équilibre $(x_{1p\infty}, x_{2p\infty}, x_{3p\infty})$.

III.8.2 Avec action intégrale:

les résultats de simulation avec **Ki = 0.00001** sont illustré dans la *Figure III.13* :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

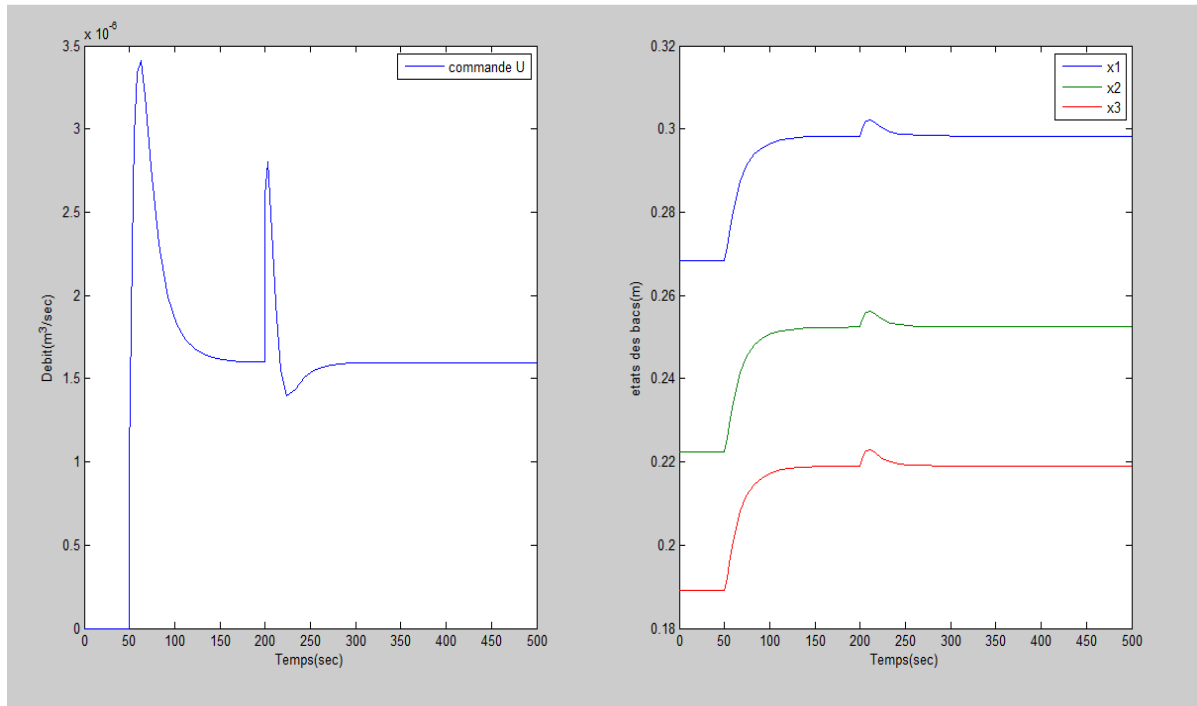


Figure III.13 Etats des bacs avec action intégrale.

$$tr1 = 53.54s \quad a \quad x_{1\infty} = 30 \text{ mm}$$

$$tr2 = 62.94s \quad a \quad x_{2\infty} = 24.7 \text{ mm}$$

$$tr3 = 68.95s \quad a \quad x_{3\infty} = 20.8 \text{ mm}$$

On remarque l'apparition d'une a perturbation a $t_p = 200s$ qui n'affecte pas le système (on assiste au rejet de perturbation causé par l'action intégrale), l'erreur statique est carrément nulle, ce qu'est favorable dans la régulation

On constate de la **Figure III.13** que le retour d'états influence sur la commande en générale et l'action intégrale intervient sur le rejet de perturbation en spéciale.

III.9 Commande par retour d'état reconstruit:

Le schéma bloc sur simulink de retour d'états reconstruit est illustré dans la **Figure III.14** :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

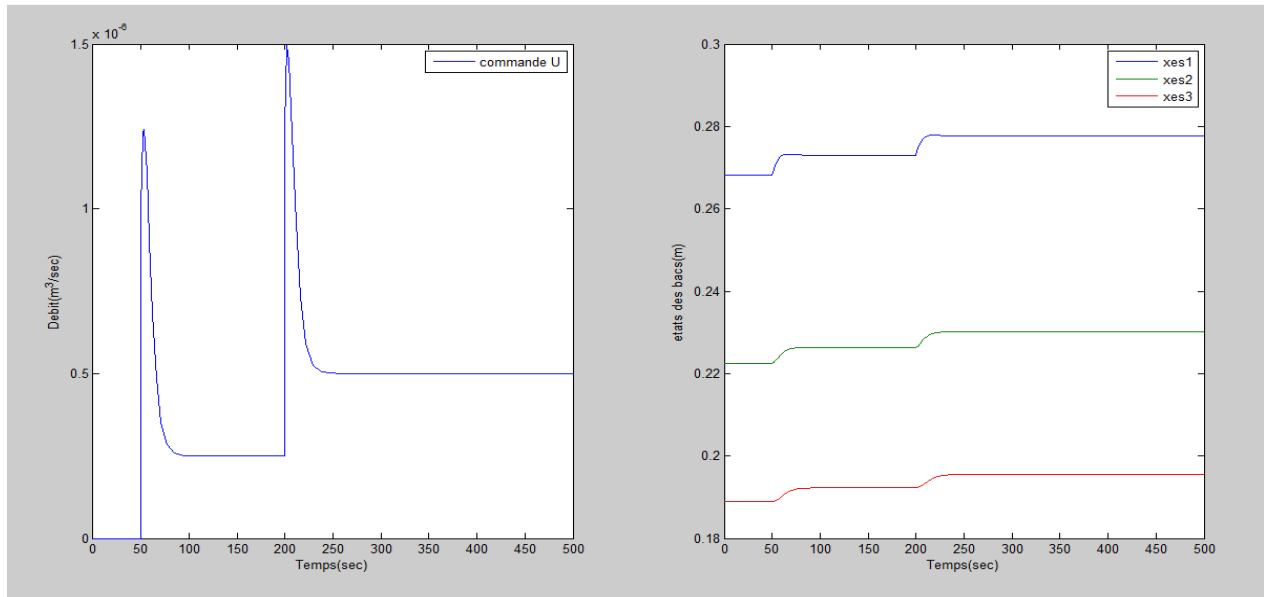


Figure III.15 La commande U et les états reconstruits.

$$tr_1 = 9.55s \text{ a } \hat{x}_{1\infty} = 273mm$$

$$tr_2 = 19.62s \text{ a } \hat{x}_{2\infty} = 226,3mm$$

$$tr_3 = 30.93s \text{ a } \hat{x}_{3\infty} = 192.2 \text{ mm}$$

Les temps de réponse des états reconstruits (niveaux) se sont diminués suivant le comportement physique de système qu'est causé par l'écoulement et le passage de l'eau suivant son accélération par rapport à celle de la gravité.

$$tr_1 = 8.30s \text{ a } \hat{x}_{1p\infty} = 277.7 \text{ mm}$$

$$tr_2 = 17.8s \text{ a } \hat{x}_{2p\infty} = 230.1 \text{ mm}$$

$$tr_3 = 26.22s \text{ a } \hat{x}_{3p\infty} = 195.50 \text{ mm}$$

On remarque que le système est devenu plus rapide par l'influence de la perturbation, on augmentant l'amplitude de régime permanent ce qu'est convenable dans l'asservissement. Mais c'est un inconvénient dans la régulation par rapport aux écarts permanents à un temps de perturbation $t_p = 200s$ sont:

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$\hat{e}_{1\infty} = \hat{x}_{1p\infty} - \hat{x}_{1\infty} = 4.7 \text{ mm}$$

$$\hat{e}_{2\infty} = \hat{x}_{2p\infty} - \hat{x}_{2\infty} = 3.8 \text{ mm}$$

$$\hat{e}_{3\infty} = \hat{x}_{3p\infty} - \hat{x}_{3\infty} = 3.3 \text{ mm}$$

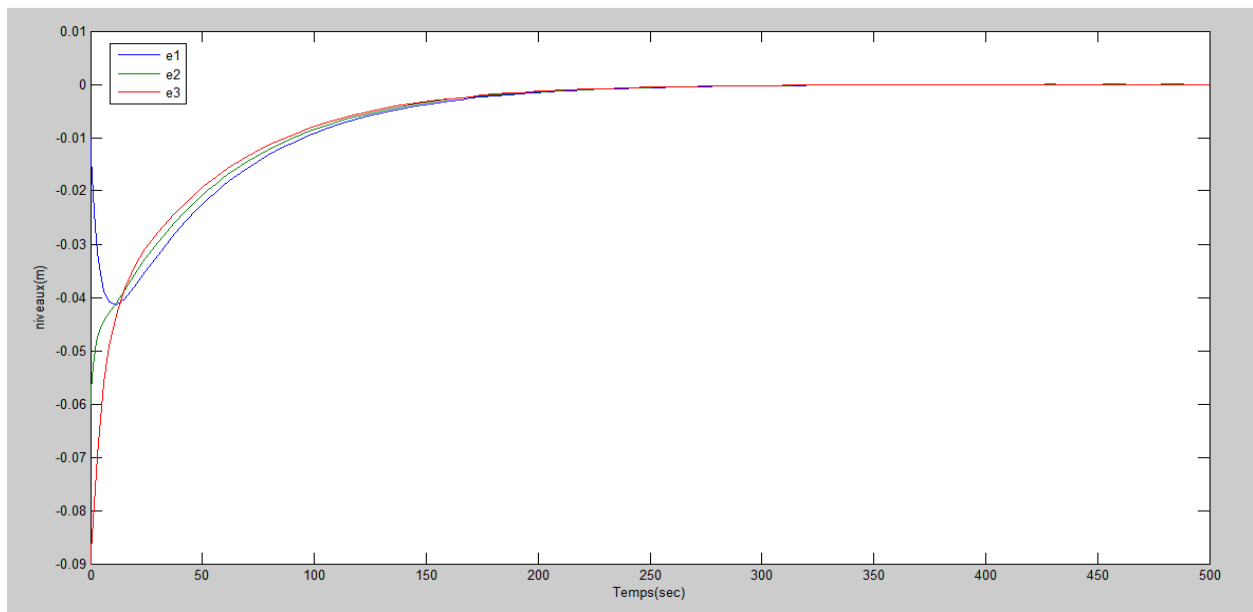


Figure III.16 Ecart entre les niveaux et leurs états reconstruits.

Comme le montre la figure ci-dessus les erreurs $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, $e_3 = x_3 - \hat{x}_3$ Convergent asymptotiquement vers zéro. Les états estimés de l'observateur sont asymptotique à ceux des états de système au cours d'un temps négligeable, au cours de ce que l'on peut dire que la reconstruction d'état n'a pas influencé sur le régime du système et que les états reconstruits convergent vers les états réels en boucle fermée.

L'entrée est soumise à une consigne qui traduit un débit de $10^{-6} m^3/s$. Après une durée de 104 s le débit $q_e = 2,5 \times 10^{-7} m^3/s$ d'équilibre qui impose les régimes permanents estimés ($\hat{x}_{1\infty}$, $\hat{x}_{2\infty}$, $\hat{x}_{3\infty}$), un signal de perturbation de même amplitude que la consigne affecte l'entrée à 200 s cela entraîne une augmentation de la commande à un max de

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$q_e = 2.8 \times 10^{-6} m^3/s$ sa décroissance va causer la croissance des niveaux estimés dans une chaîne fermée qui vont se stabiliser après 256s par une commande de $q_e = 5 \times 10^{-7} m^3/s$ telle que les états estimés vont être fixés à des niveaux d'équilibre ($\hat{x}_{1p\infty}$, $\hat{x}_{2p\infty}$, $\hat{x}_{3p\infty}$).

III.9.2 Avec action intégrale :

Les résultats de simulation $K_i = 0.00001$ sont montrés ci-dessous

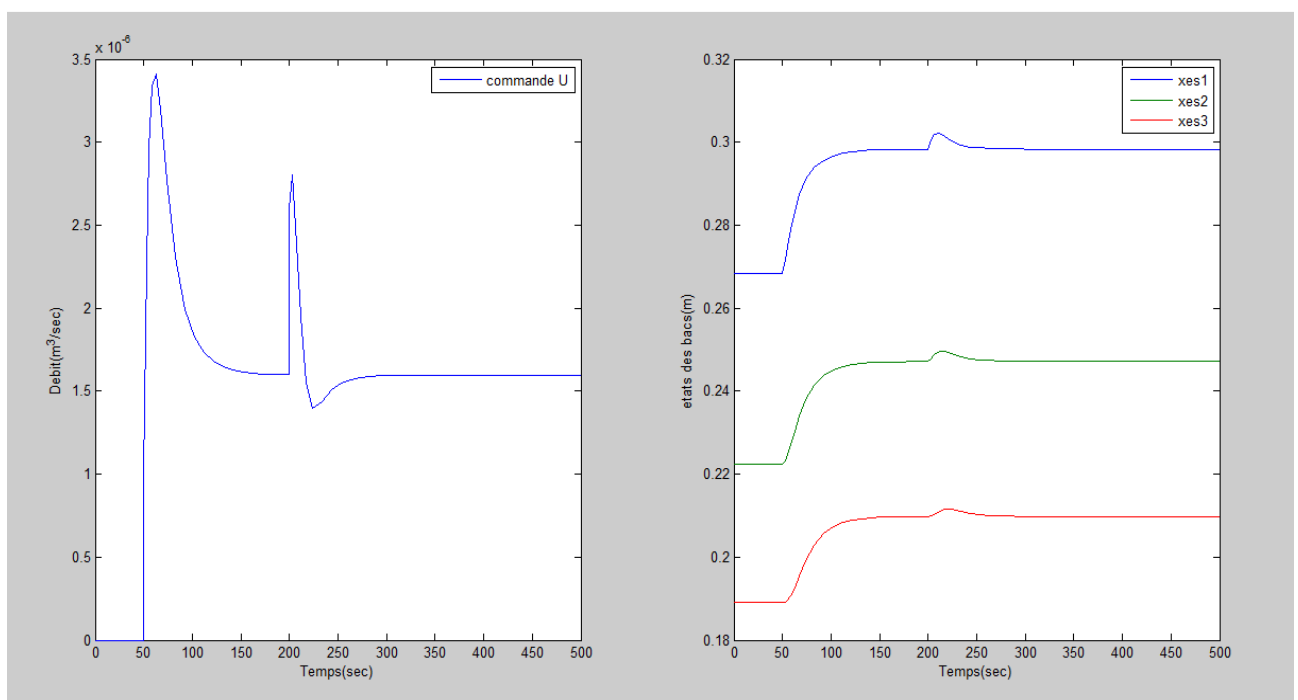


Figure III.17 La commande U et les états reconstruits.

$$tr_1 = 53.8s \quad a \quad \hat{x}_{1\infty} = 298.3 \text{ mm}$$

$$tr_2 = 61.53s \quad a \quad \hat{x}_{2\infty} = 247.1 \text{ mm}$$

$$tr_3 = 69.26s \quad a \quad \hat{x}_{3\infty} = 209.80 \text{ mm}$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Il y a un rejet de perturbation a $t_p = 200s$ qui garde le même régime permanent des états estimés avec un écart nul, qu'est un avantage sur la régulation de système. On constate que le retour d'état à action intégrale reconstruits agit de même rôle sur les états reconstruit et la commande que l'estimation en boucle ouvert.

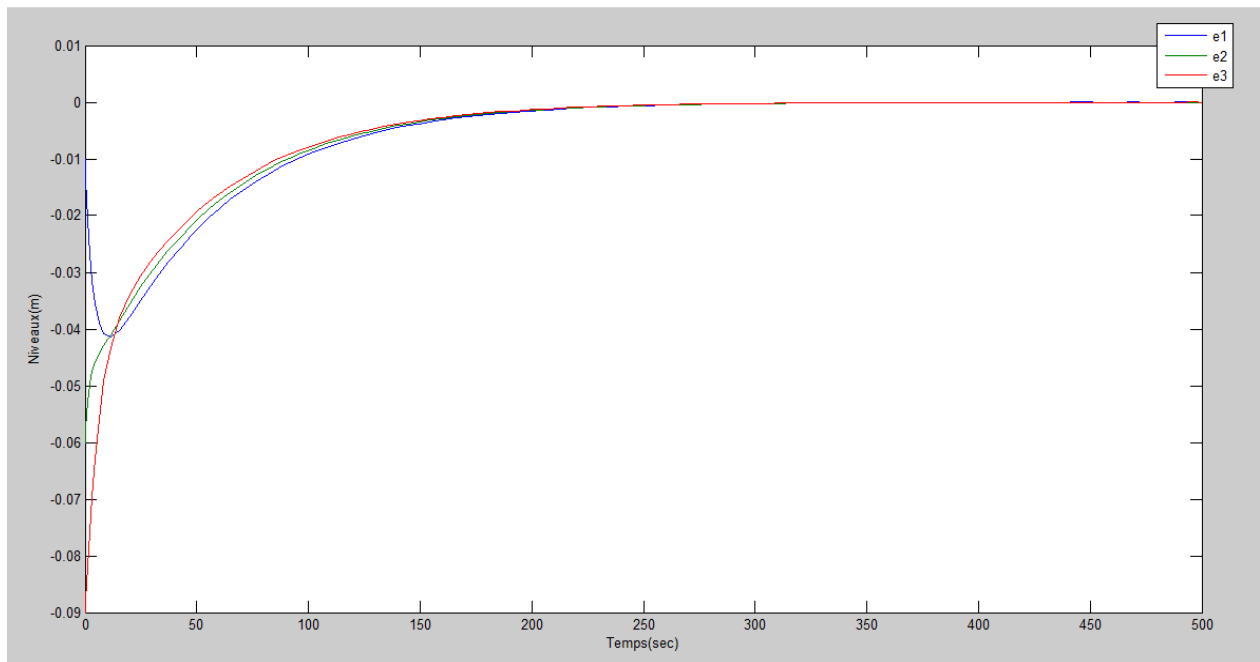


Figure III.18 Ecarts sur les niveaux avec action intégrale.

Comme le montre la figure ci-dessus les erreurs $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, $e_3 = x_3 - \hat{x}_3$ Convergent asymptotiquement vers zéro. Les états estimés de l'observateur sont asymptotique à ceux des états de système au cours d'un temps négligeable. donc le retour d'état n'a pas influencé sur les états estimés .

à l'instant $t = 50 s$ nous avons imposé une consigne qui traduit $10^{-6}m^3/s$ de débit, qui fait une commande de $q_e = 3,41 \times 10^{-6}m^3/s$ à partir de $140 s$ la dynamique des états estimés évoluent pour atteindre leur régimes permanents ($\hat{x}_{1\infty}$, $\hat{x}_{2\infty}$, $\hat{x}_{3\infty}$), cette dynamique va décroître la commande jusqu'à $q_e = 1,6 \times 10^{-6}m^3/s$, on assiste à l'apparition d'une perturbation à l'instant $t = 200s$ qui augmente l'amplitude de la commande $q_e = 2,8 \times 10^{-6}m^3/s$ pour une

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

duré 10 s de et elle décroît vers le régime permanent de la commande $q_e = 1,6 \times 10^{-6} m^3/s$.on constate le rejet de perturbation par la présence de l'intégrateur.

III.10 Détection de fuite :

III.10.1 Observateur (PI) à entrée inconnue :

Dans cette partie d'estimation on se propose de réaliser un observateur à entrée inconnue de type pi, dans l'objectif d'estimer les états non apparent et réduire l'erreur pour cela on mit en aval la structure de l'observateur de ce dernier par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x} + Bu + F\hat{d} + K_p(y - C\hat{x}) \\ \dot{\hat{d}} = K_I(y - C\hat{x}) \end{cases} \quad (3.15)$$

et

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\epsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_I C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \epsilon \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Où :

\hat{x} est l'état estimé de, F étant la postions de la fuite parmi les trois réservoirs et K_I, K_p Sont des gains intégrale et proportionnel respectivement.

$$\text{Comme } e(t) = (x - \hat{x}) \quad (3.17)$$

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \dot{x} - \dot{\hat{x}} = Ae(t) + F\epsilon(t) \\ \dot{\epsilon} = \dot{d}(t) - \dot{\hat{d}}(t) = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Ce qui fait :

$$R = \bar{R} - K\bar{C} = \begin{bmatrix} A & F \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_p \\ K_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - K_p C & F \\ -K_i C & 0 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Pour assurer une bonne convergence il faut choisir les pôles suivants :

$$p = [-0.7 \quad -0.02 \quad -0.25 \quad -0.05]$$

Avec un calcul de placement des pôles on utilisant la commande 'Acker' sous MatLab sur les matrices

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} -0.2415 & 0.2415 & 0 & 1 \\ 0.2415 & -0.4244 & 0.1566 & 0 \\ 0 & 0.1566 & -0.1865 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{C} = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \text{ et } K = [K_p \quad K_i]$$

On obtient les résultats de paramètres suivant :

$$K_i = 0.0032.$$

$$K_p = [0.1676 ; -0.0287 ; 0.0281]$$

Le schéma block sur simulink est donné dans la figure suivante :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

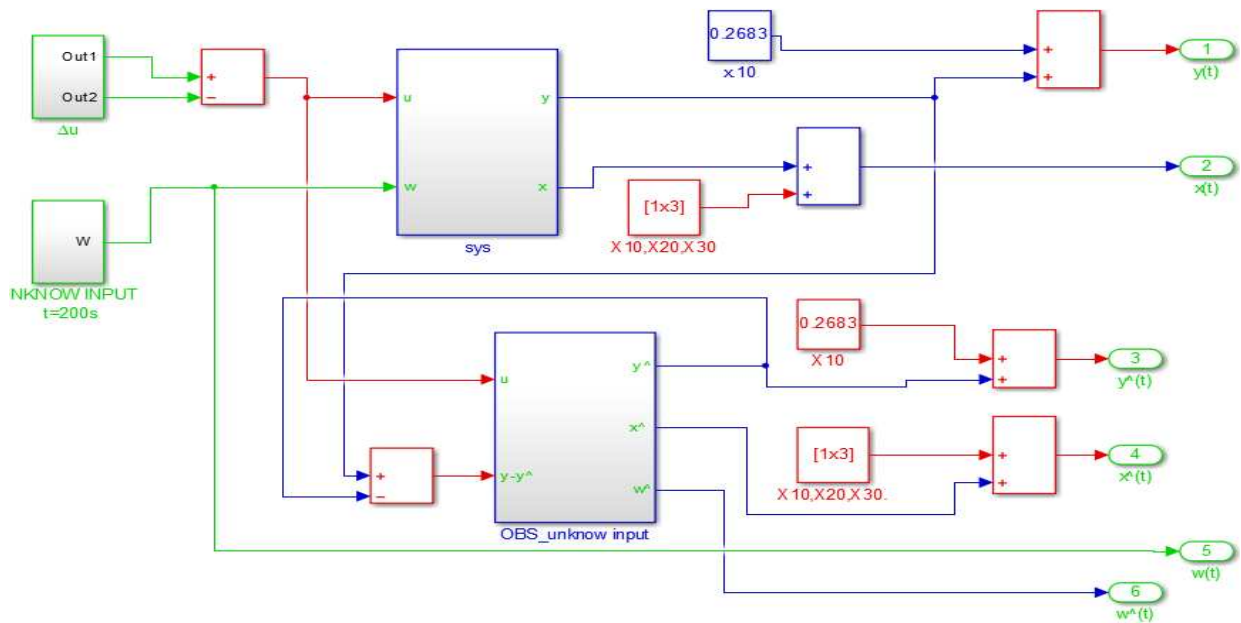


Figure III.19 Schéma bloc de simulation du système avec l'observateur PI

Le code de calcul des paramètres de l'observateur PI est donné dans ANNEXE 3.

Les résultats de simulations sont montrés dans la **Figure III.20** :

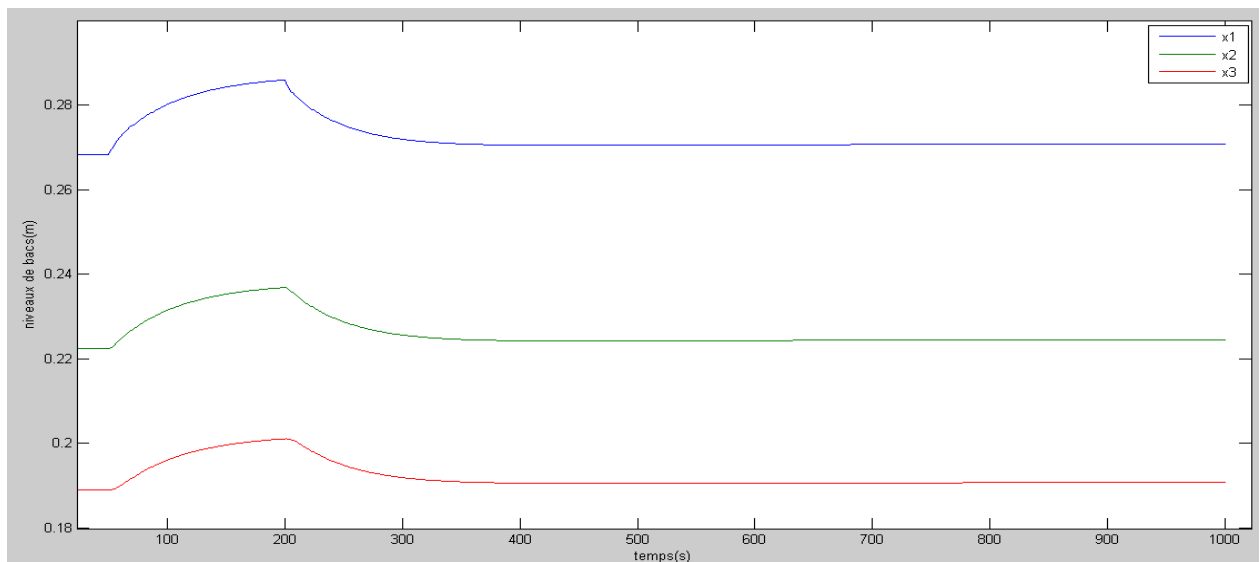


Figure III.20 Les niveaux de chaque bac à l'équilibre

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

L'entrée est un débit de $2,78 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ (Δu) à 20s et à 200s)

III.10.1.1 Cas absence de fuite

On suppose comme premier que y'en a pas de fuite pour cela on pose $d(t)=0 \text{ m}^3/\text{s}$ et un débit d'entré étant une variation Δu , on simule et on obtient les figures suivantes .

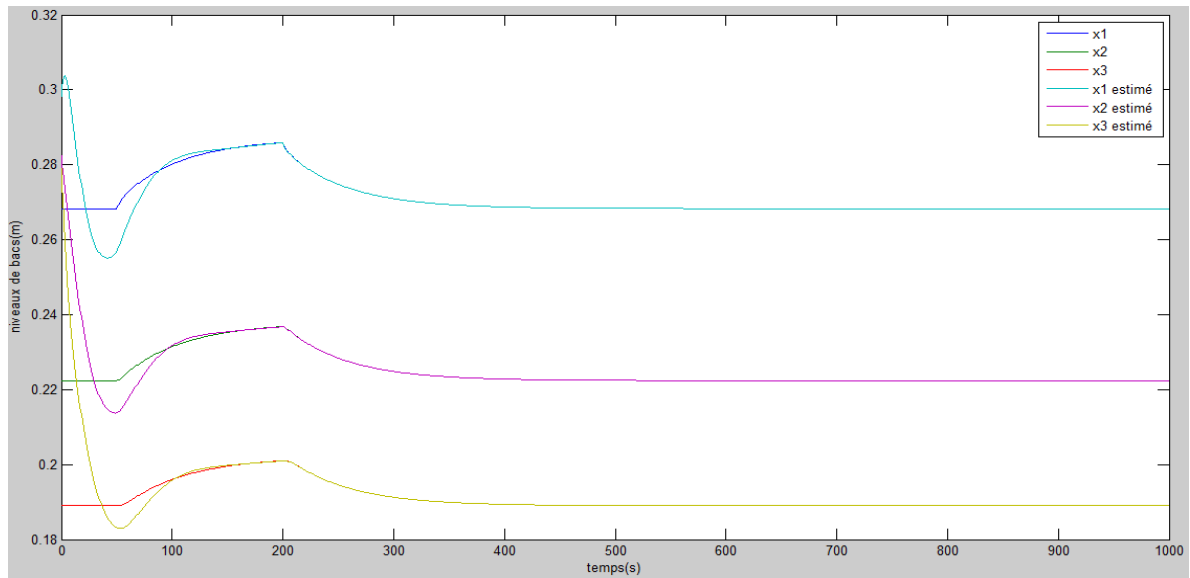


Figure III.21 Les niveaux des bacs et leurs états reconstruits de l'observateur

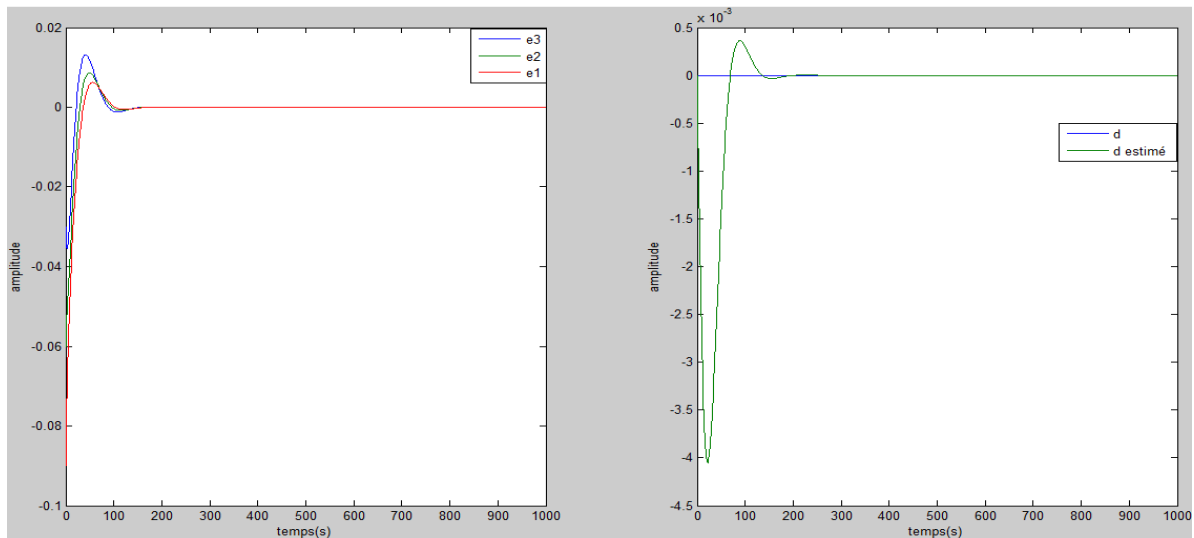


Figure III.22 Ecarts entre les niveaux et leurs estimations avec l'entrée inconnu estimé

On remarque que l'erreur d'estimation des erreurs d'états tends vers zéro à partir 200 s on déduits que la convergence et la rapidité de notre dynamique d'observateur provoque un dépassement dans la courbe de l'entré inconnue de notre observateur est rapide l'une des solutions pour minimiser le dépassement c é de modifier les gains proportionnel et intégrale de notre observateur mais qui va induire à de grande erreurs de mesure.

III.10.1.2 CAS présence de fuite :

On suppose que la fuite se trouve dans le premier bac, causé par un trou à l'instant 200 s du lancement du processus de remplissage des bacs, et qui prends une allure exponentiel jusqu'a atteindre l'équilibre $d= 9.9956 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$, les résultats de simulation sont vu dans les

Figures III.23 et **Figures III.24** suivantes :

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

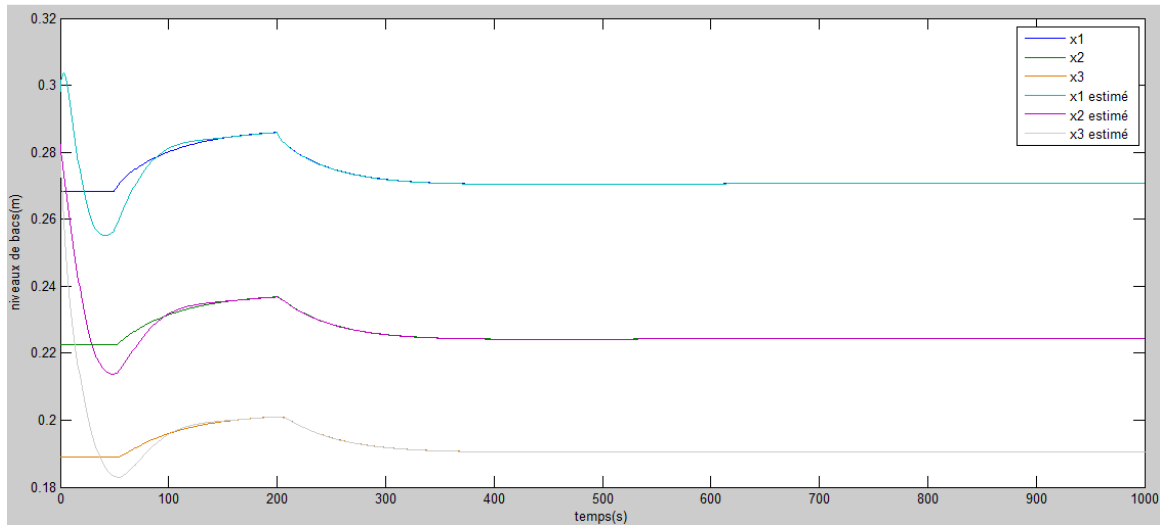


Figure III.23 Les niveaux des bacs et leurs états reconstruits.

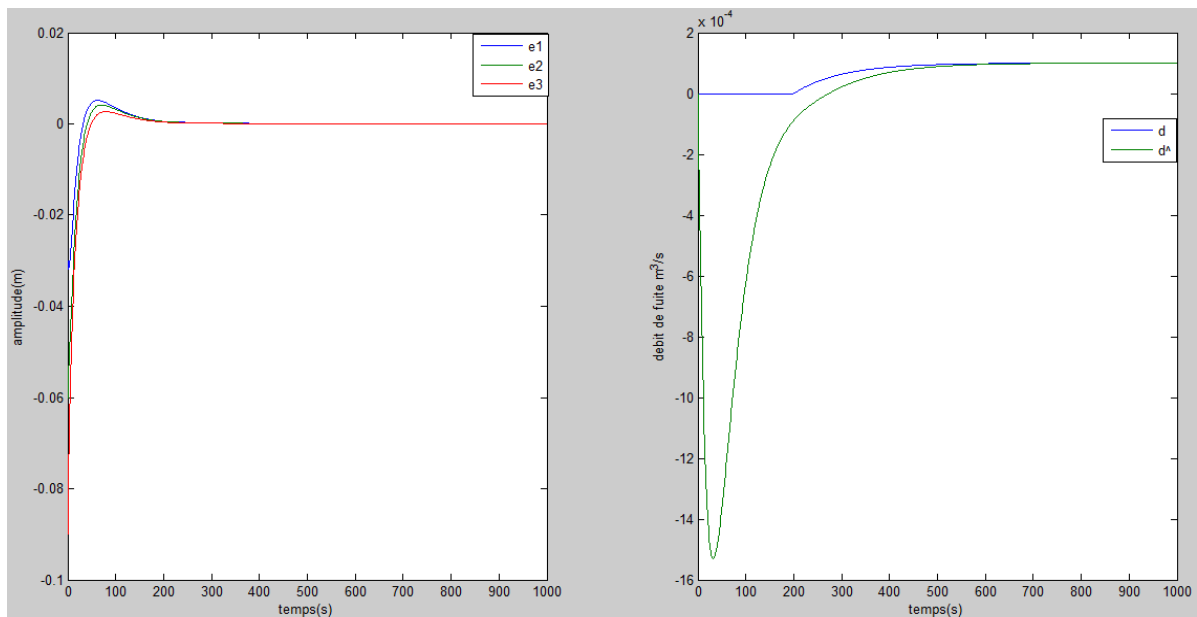


Figure III.24 Ecart d'estimations des états et les entrée inconnue reconstruits.

On remarque que l'erreur d'estimation des erreurs d'états tends vers zéro à partir 400 s l'entrée inconnue (la fuite) empêche l'erreur d'état de tendre vers zéro rapidement, dans le cadre de mieux illustrer la performance et la bonne convergence de notre observateur on

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

propose d'injecter une entrée rampe et une sinusoïdale (l'entrée sinusoïdale c'est juste pour prouver l'efficacité de convergence de notre observateur car dans le cas réel n'existe pas un débit négatif)

Les résultats de simulation son montrés dans les figures suivantes :

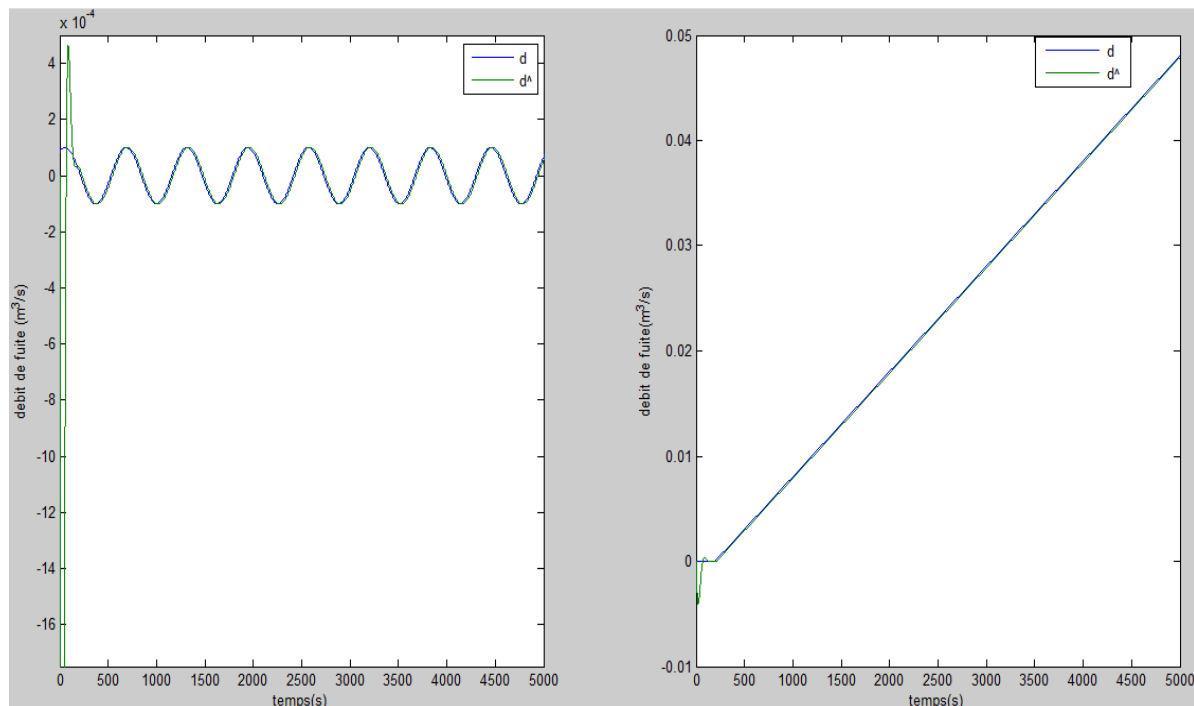


Figure III.25 Entrées inconnues estimer pour sinusoïdale et rampe

On constate que l'observateur à entrée inconnue (PI) est un observateur très performant de façon que la reconstruction des états d'état et de l'entrée inconnue se fait par une précision importante ce qui fait on obtient des résultats très satisfaisants.

III.10.2 Observateur à mode glissant d'utkin à entrée inconnue

Les gains k_i sont choisie de telle manière a assuré une bonne convergence de variables d'états reconstruits vers leurs états réel correspondant en présence et en absence de l'entrée inconnue,

Le modèle linéaire devient:

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix} u_1 + \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix} w \quad (3.20)$$

Le modèle d'état finalement représenté ci-dessous :

$$A = \begin{bmatrix} -0,2415 & 0,2415 & 0 \\ 0,2415 & -0,4244 & 0,1566 \\ 0 & 0,1566 & -0,1865 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 795,7747 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Remarque :

($w = d$) Se considèrent comme toutes les deux comme entrée inconnue

D'après l'équation (2.26) on prend $\tilde{x} = Tx = \begin{bmatrix} N \\ C \end{bmatrix} x$

Puisque A est une matrice symétrique c est préférable de poser $N = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ pour simplifier

Les modèles

Avec :

$$\text{Det}\left(\begin{bmatrix} N \\ C \end{bmatrix}\right) \neq 0$$

Par le changement de variable précédent :

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1 \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix} w$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0,4244 & 0,1566 \\ 0,1566 & -0,1865 \end{bmatrix}, A_{12} = \begin{bmatrix} 0,2415 \\ 0 \end{bmatrix}, A_{21} = [0,2415 \quad 0]$$

$$A_{22} = -0,2415, B_{11} = B_{21} = 0, B_{22} = B_{12} = 795,7747$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

La paire (A, C) est commande alors on va calculer l'injection L par la paire (A_{11}, A_{21}) par les pôles $(-1.5, -1.5)$ ce qui donne :

$$(\lambda + 1.5)^2 = \lambda^2 + 3\lambda + 2.25 \quad (3.21)$$

$$p(\lambda) = |\lambda I - (A_{11} - LA_{21})|$$

$$= \left| \lambda \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \left(\begin{bmatrix} -0.4244 & 0.1566 \\ 0.1566 & -0.1865 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.2415 & 0 \end{bmatrix} \right) \right|$$

$$= \begin{vmatrix} \lambda + 0.4244 + 0.2415L_1 & -0.1566 \\ -0.1566 + 0.2415L_2 & \lambda + 0.1865 \end{vmatrix}$$

$$= (\lambda + 0.4244 + 0.2415L_1)(\lambda + 0.1865) - (-0.1566)(-0.1566 + 0.2415L_2)$$

$$= \lambda^2 + (0.6109 + 0.2415L_1)\lambda + 0.0547 + 0.045L_1 + 0.0378L_2$$

Par compatibilité avec (3.21) :

$$\begin{cases} 0.6109 + 0.2415L_1 = 3 \\ 0.0547 + 0.045L_1 + 0.0378L_2 = 2.25 \end{cases}$$

$$\rightarrow L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9.8928 \\ 46.2680 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

→ Déterminer l'entrée inconnue estimé :

D'après (2.29), (2.30), (2.31) on trouve:

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

$$\tilde{A}_{11} = A_{11} - LA_{21} = \begin{bmatrix} -2.8135 & 0.1566 \\ -11.0171 & -0.1865 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{12} = A_{12} - LA_{22} + \tilde{A}_{11}L = \begin{bmatrix} -17.9573 \\ -106.4454 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A}_{21} = A_{21}, \tilde{A}_{22} = 2.1476, \bar{B}_{22} = 795.7747$$

Telle que dans le régime glissant: $v = k \arctan(e_y)$

$s = e_y \rightarrow$ La fonction de Lyapunov.

$V(s) = \frac{1}{2}S^2 \rightarrow \dot{V} = \dot{S} = e_y \times \dot{e}_y$ le système est stable d'après (2.24) Ssii:

$$\dot{V} < 0 \rightarrow \dot{e}_y < 0$$

Ce qui donne l'inégalité matricielle suivante (LMI):

$$\tilde{A}_{21}\tilde{e}_1 + \tilde{A}_{22}e_y + \bar{B}_{22}u_2 - kv_{eq} < 0 \rightarrow k \times v_{eq} > \tilde{A}_{21}\tilde{e}_1 + \tilde{A}_{22}e_y + \bar{B}_{22}u_2$$

On a choisit une fonction *arcta* pour réduire les Commutations haute fréquence de la commande mode glissant glissant.

On augmentant le gain k pour amener avec amincissement les trajectoires des états vers la surface de glissement, a la convergence on a : $e_y = \dot{e}_y = 0$, ce qui donne :

$$d \sim ((I_p + \tilde{A}_{21}\tilde{A}_{11}^{-1}L) \bar{B}_{22})^+ v_{eq}$$

$$d \sim 0.0518 v_{eq}$$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Le schéma block sur simulink du système accompagné par l'observateur Utkin *Figure III.26* :

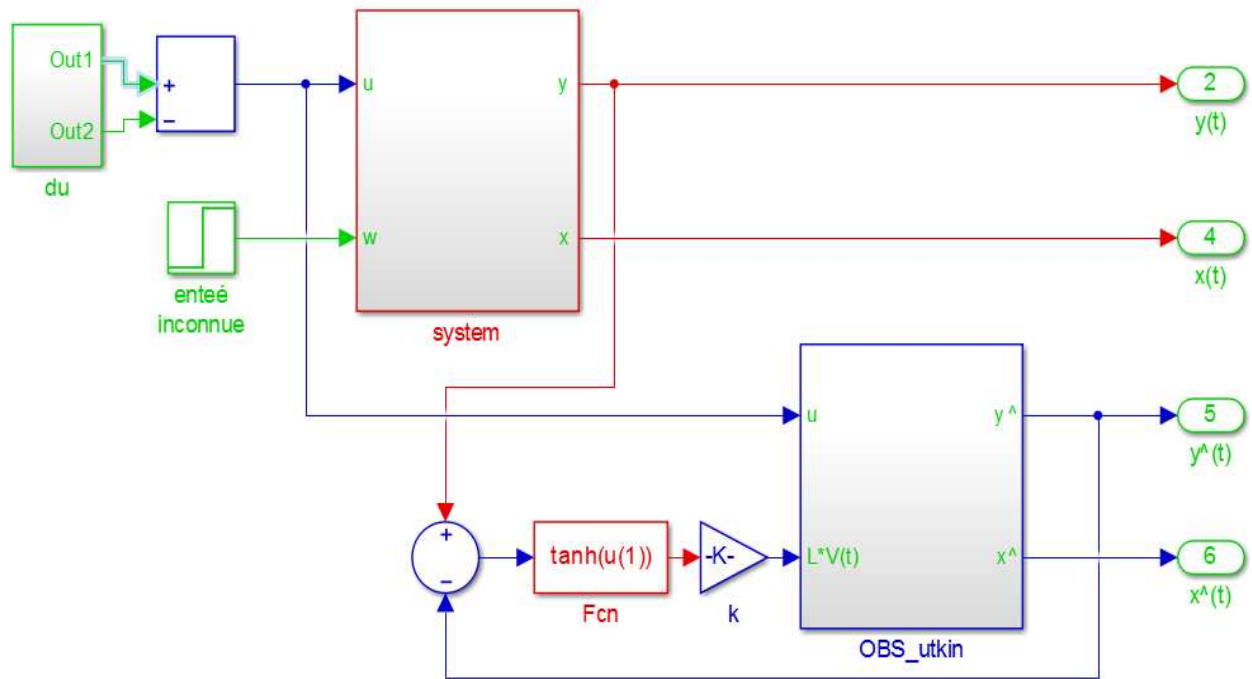


Figure III.26 Schéma bloc de simulation du système avec l'observateur Utkin

Telle que dans le régime glissant: $v = K \arctan(e_y)$ ou la fonction actant permet de valider tout les valeurs de e_y comme c'est montrer dans la figure suivante:

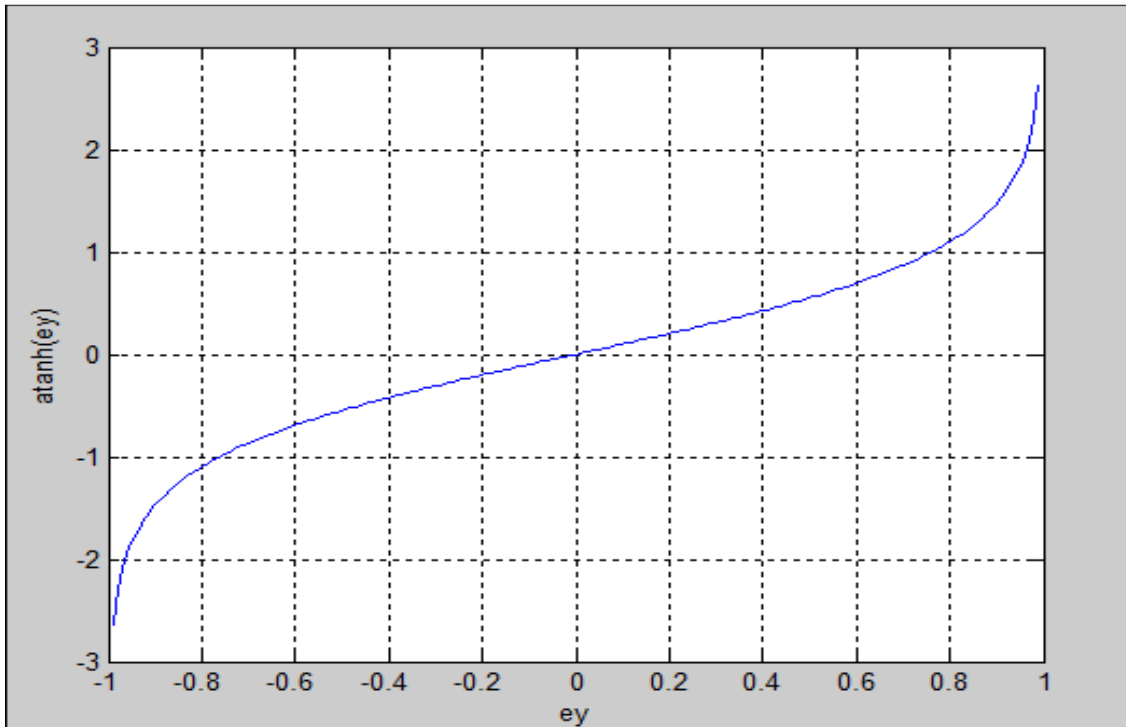


Figure III.27 Arc tangente hyperbolique

Le code de calcul est donné dans annexe 4.

Les résultats de simulations de cas perturbation et sans perturbation sont illustré dans les figures qui suivent :

III.10.2.1 Cas sans fuite :

On injecte un débit d'entré $q_e = 2.78 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$ et que l'entré inconnue soit nulle ;

$$w(t) = 0 \text{ m}^3/\text{s}$$

Les résultats de simulation sont donnés sur les figures suivantes pour des mesures Différentes selon le gain $k_i = 5, 20, 80$.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

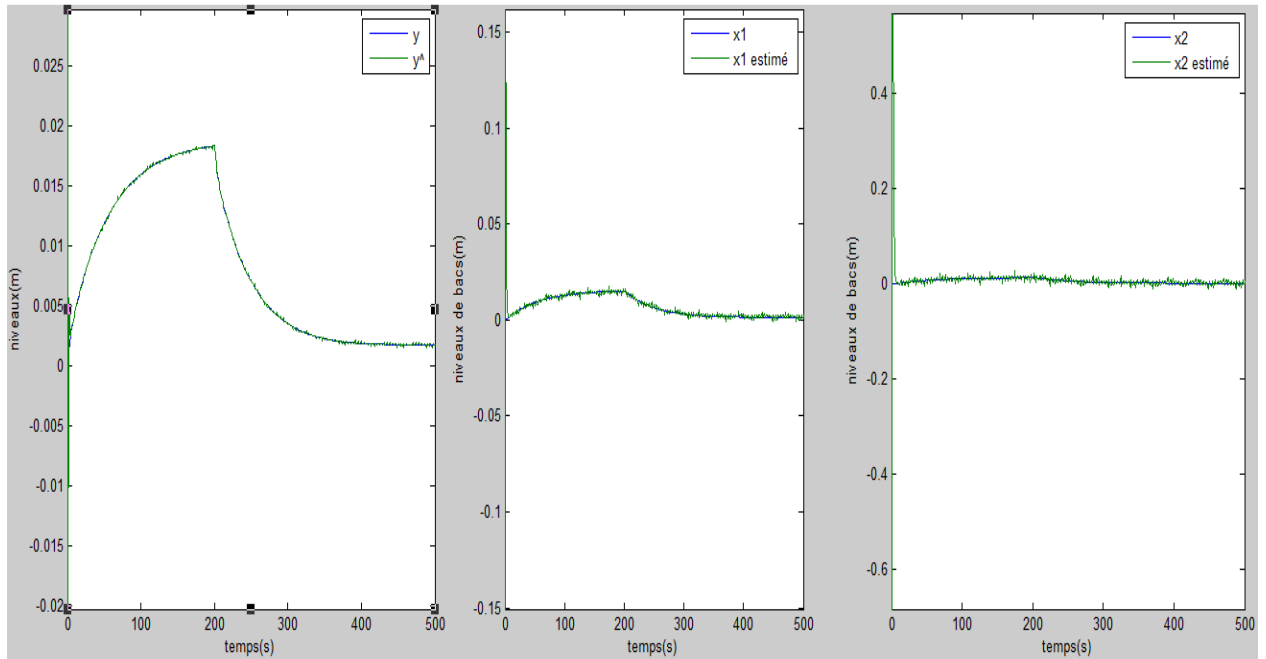


Figure III.28 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=5$

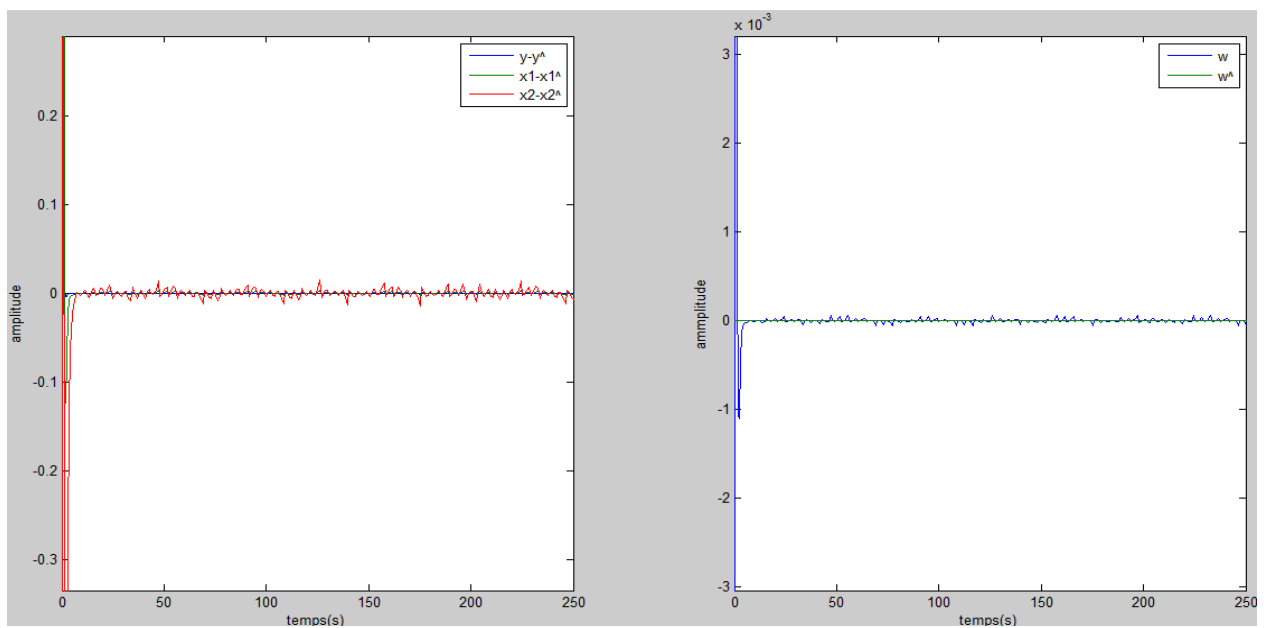


Figure III.29 Les ecarts d'estimations pour $k=5$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

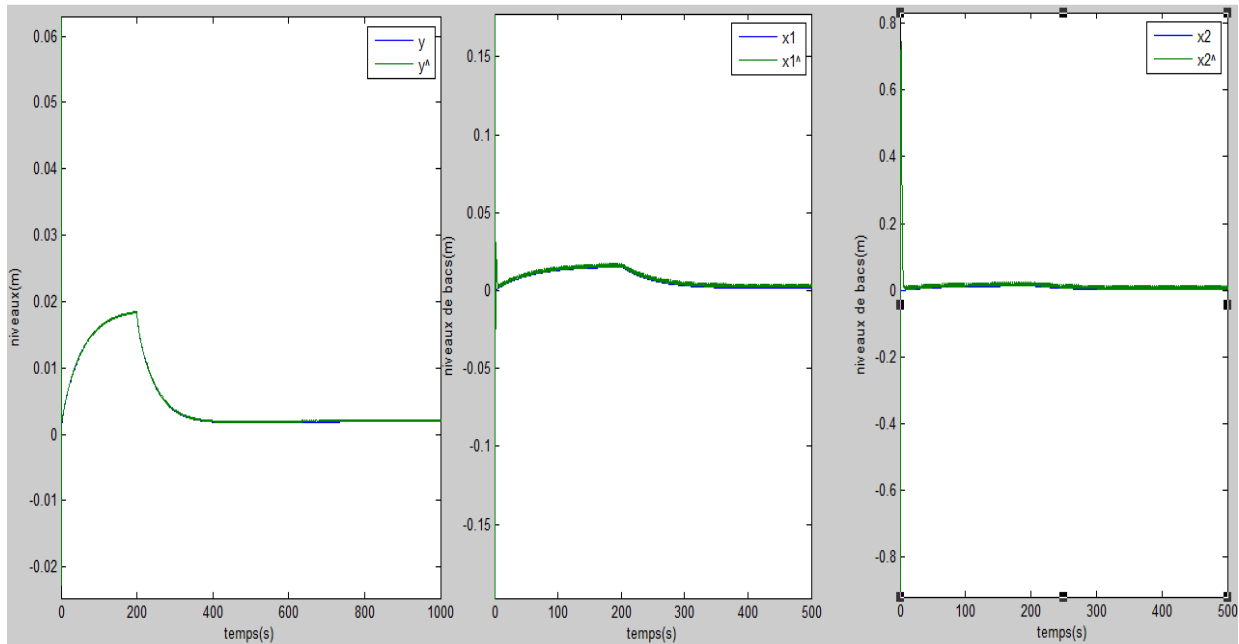


Figure III.30 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=20$

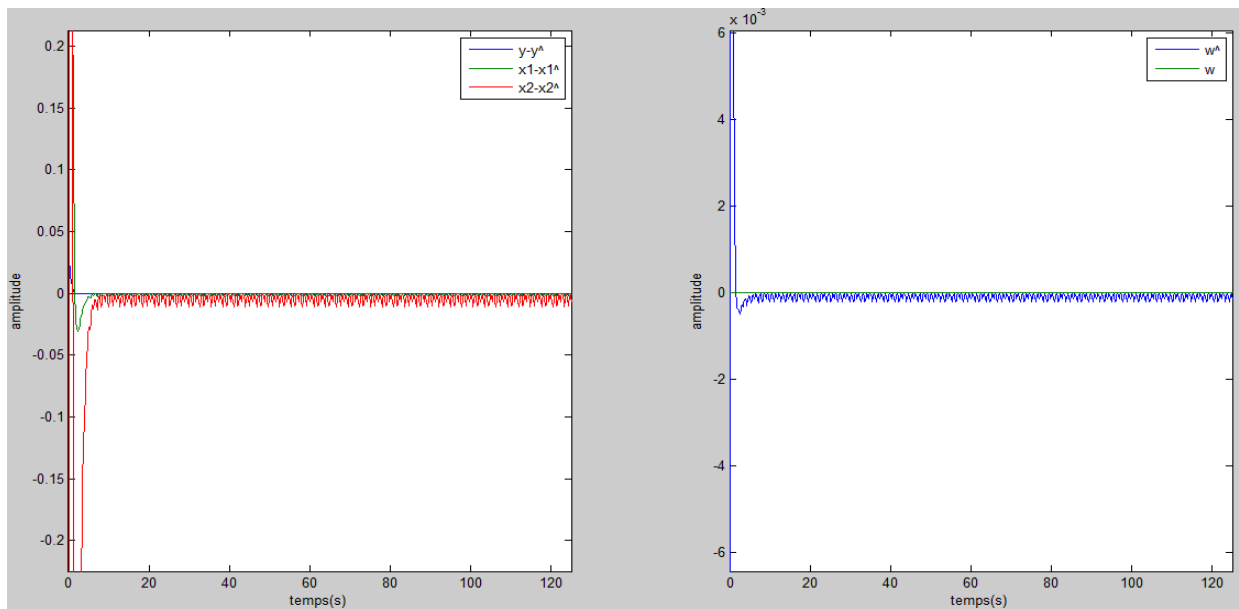


Figure III.31 Les écarts d'estimations pour $k=20$.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

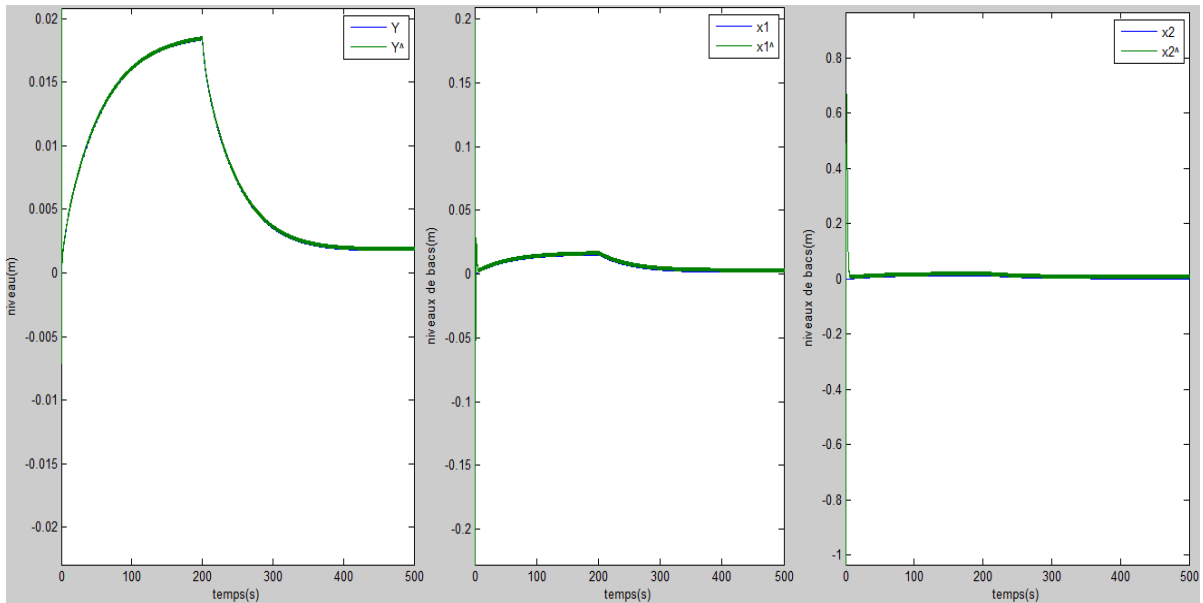


Figure III.3 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=80$

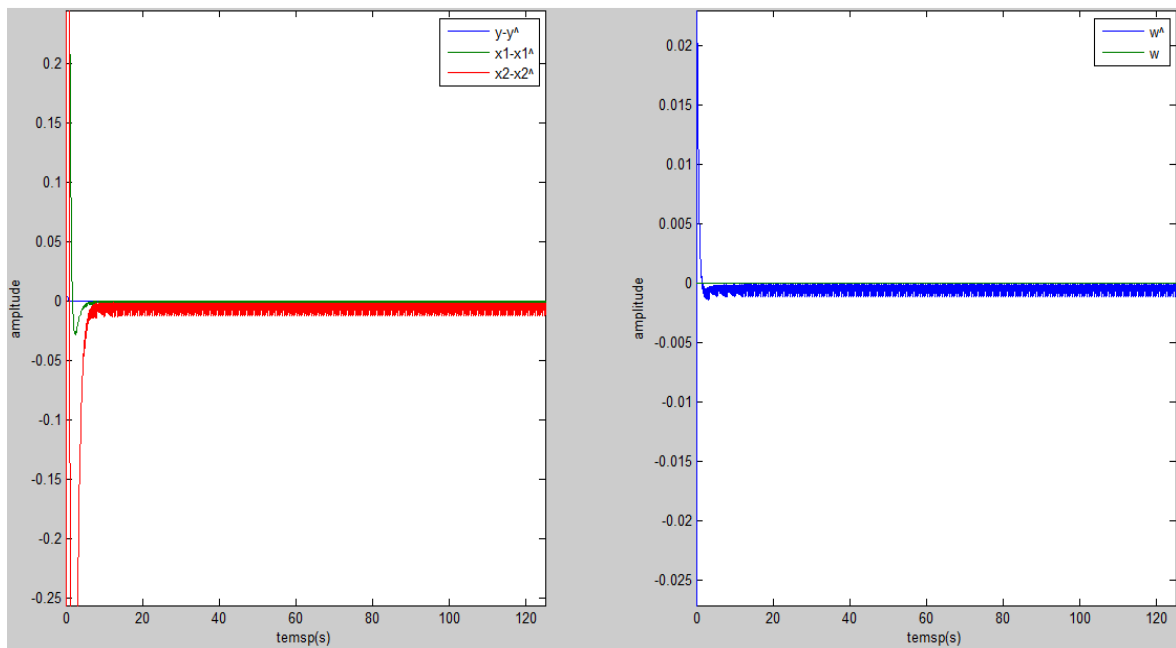


Figure III.33 Les écarts d'estimations pour $k=80$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

Pour $k = 5$ l'erreur d'estimation tend vers zéro à partir de 4 seconde pour $k = 20$ $k = 80$ l'erreur tend vers zero à partir de 2 seconde.

Remarque :

Pour des valeurs assez grandes de k ($k=20$ et $k=80$) le système converge rapidement vers le régime glissant cependant l'augmentation de k fait apparaitre le phénomène de chattering

Pour les valeurs faibles ($k=5$) le système est très lent, les oscillations dues au chattering n'apparaissent pas

Afin d'atténuer le chattering, nous avons utilisé en simulation la fonction sigmoïde arc tangente.

Pour éviter ce phénomène le recours aux modes glissant d'ordre supérieur peut être vu une solution a envisager.

III.10.2.2 Cas présence de fuite

Dans ce cas la fuite est présente dans le système hydraulique survenu à l'instant $t = 200s$ elle evolue exponentiellement jusqu'à atteindre $10^{-6} m^3/s$, les résultats de simulation sont données pour $k_i = 5, 20, 80$.

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

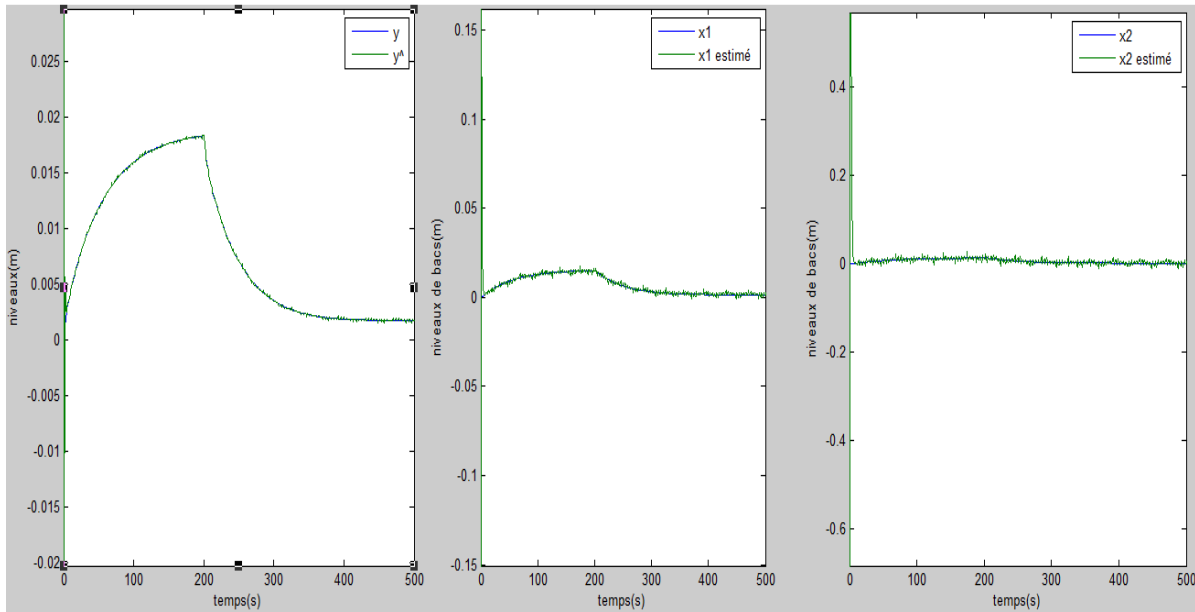


Figure III.34 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=5$

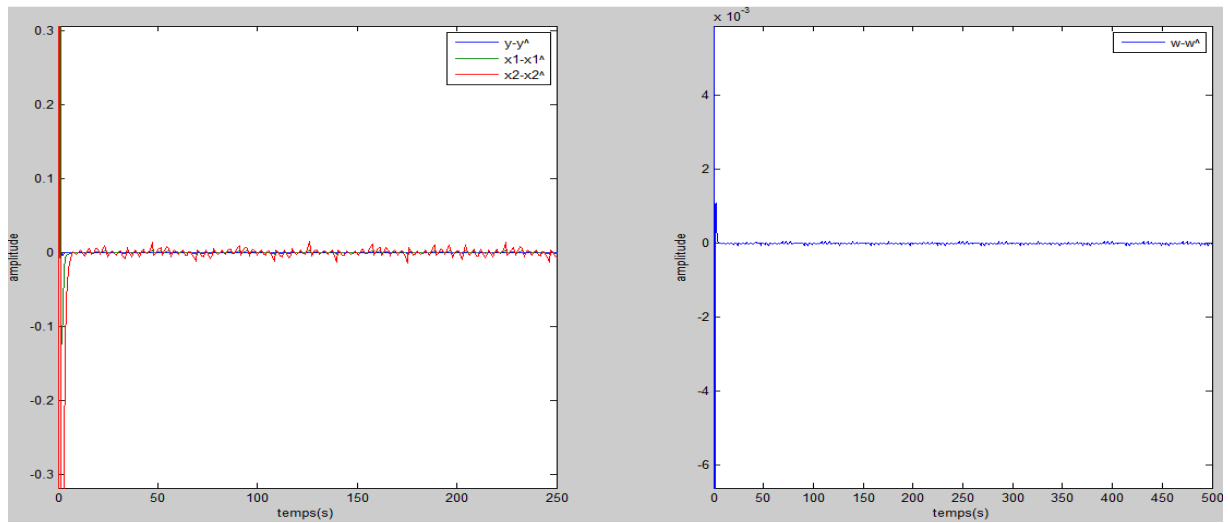


Figure III.35 Les écarts d'estimations pour $k=5$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

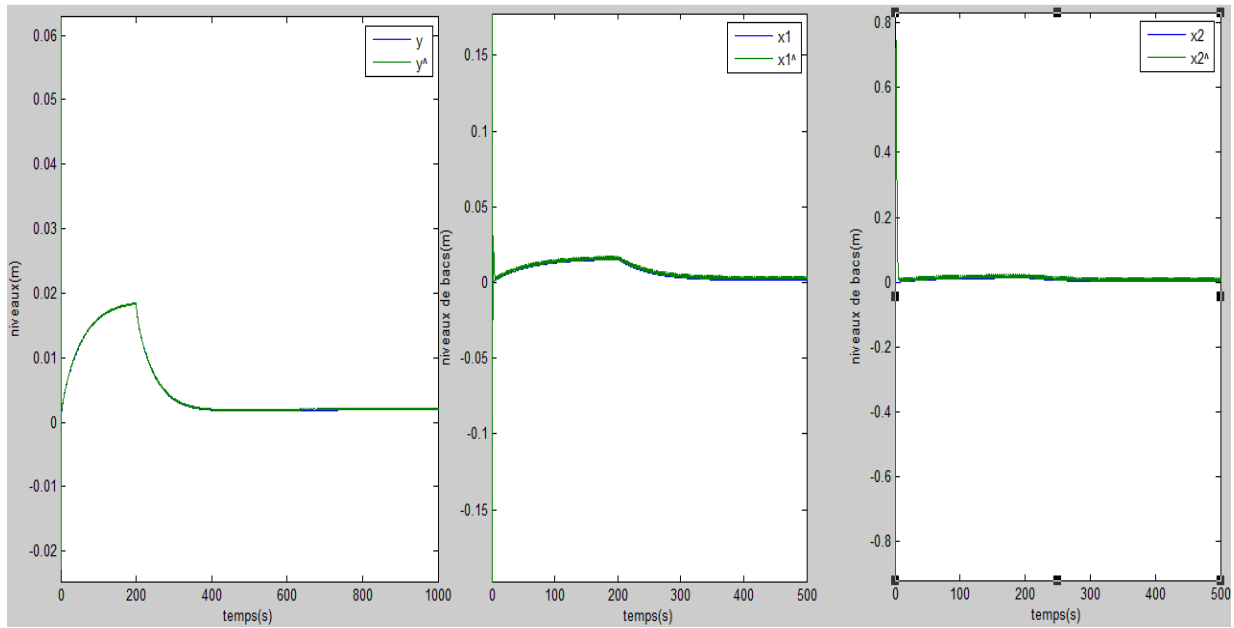


Figure III.36 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=20$

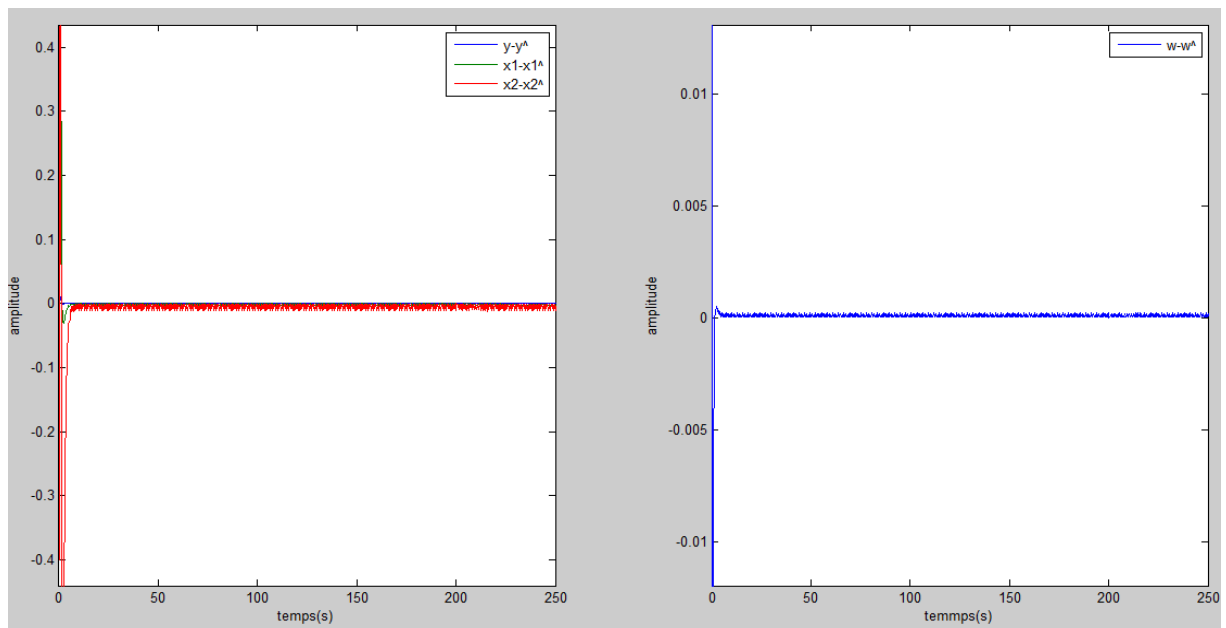


Figure III.37 Les écarts d'estimation pour $k=20$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

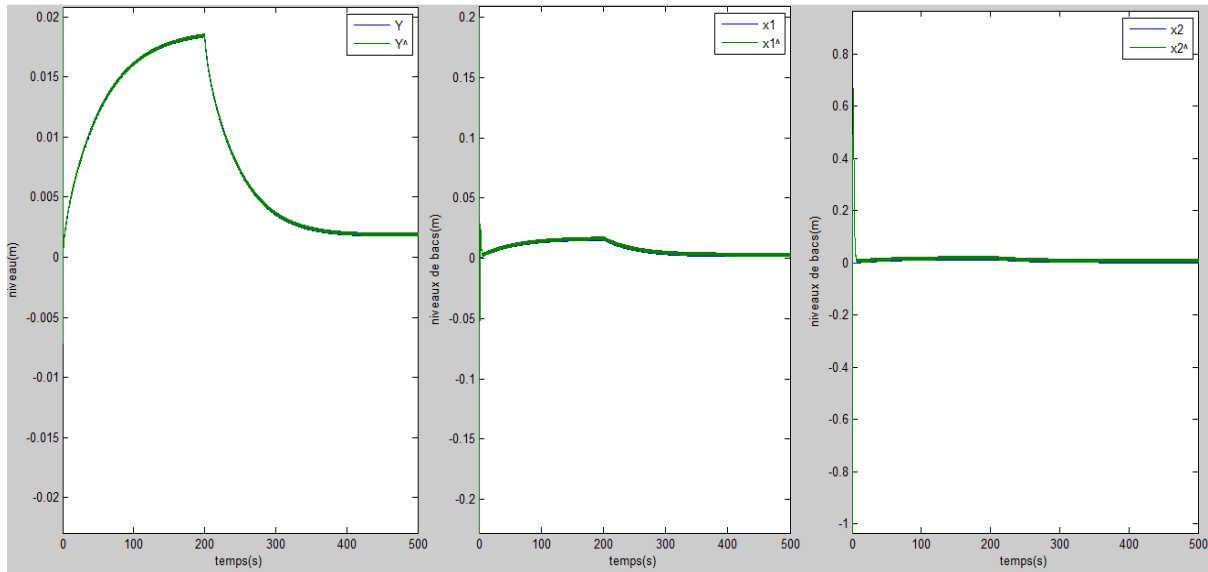


Figure III.38 Les niveaux et leurs états reconstruits pour $k=80$

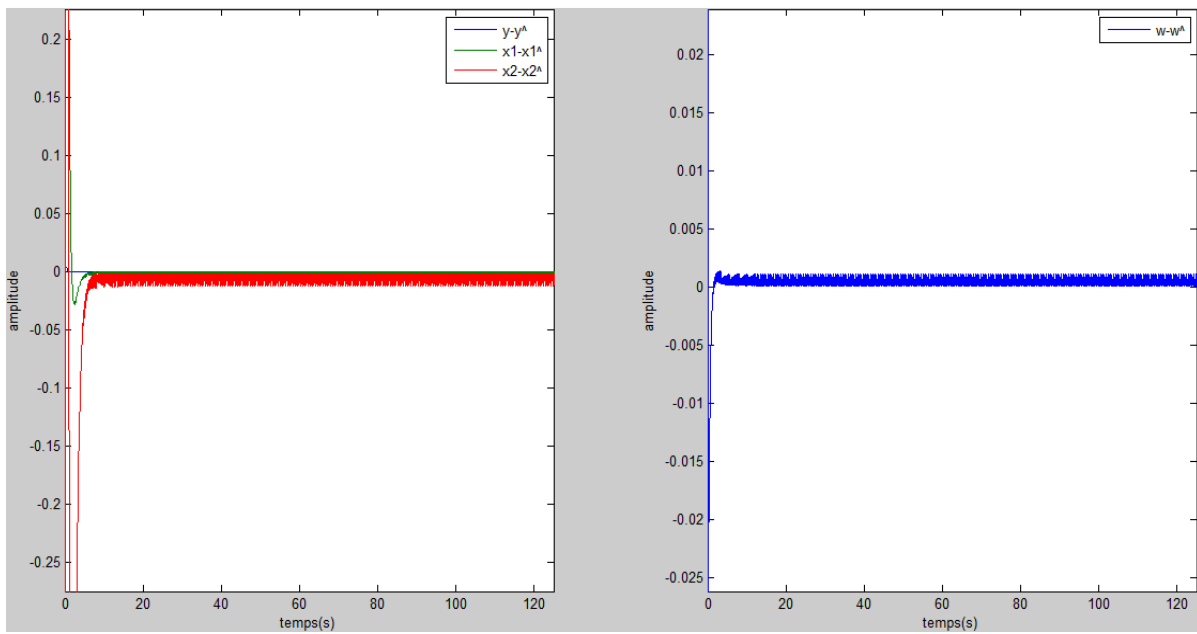


Figure III.39 Les écarts d'estimations pour $k = 80$

CHAPITRE III: APPLICATION A UN SYSTEME HYDRAULIQUE A TROIS BAC

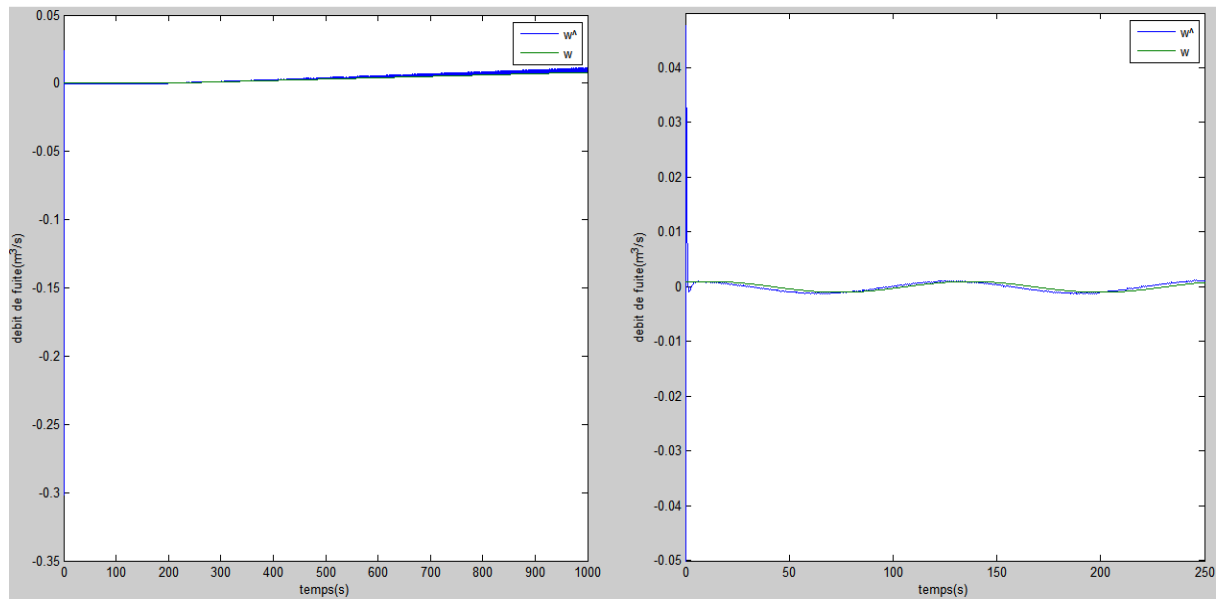


Figure III.40 Entrées inconnues estimer pour rampe et sinusoïdale

Pour $k = 5$ l'erreur d'estimation tends vers zéro à partir de 4 seconde, l'erreur de l'entrée inconnue égale à zéro après 10 seconde. Pour $k = 20, k = 80$ l'erreur tends vers zero à partir de $k = 1.5$ s, l'erreur de l'entrée inconnue égale à zéro après 5s.

Remarque:

L'augmentation de k implique un temps de convergence tres petit.

Les états reconstruits sont asymptotique pour leurs états réels l'entrée inconnue estimé converge vers son entrée inconnue réel, avec un chatering très remarquable

en dernier la difficulté de cette méthode réside dans le choix d'un gain approprié k . quelque auteurs nous disent de modifier le gain k pendant chaque intervalle de temps pour éviter les commutation

III.11 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons illustré les méthodes de reconstruction avec la présence et l'absence de fuite pour notre système linéaire, en faisant appel aux différents observateurs étudiés en chapitre trois sur le système hydraulique à trois bacs qui est une application répondue dans les labos, pour la commande et le contrôle de niveaux.

Pour cela le système est mis devant deux cas :

cas1 : le système est Independent des fuites et commandable, on lui applique un retour d'état (intégrale et sans intégrale) pour notre système à trois bacs pour améliorer ses performances (stabilité, précision, rapidité) et soit mieux contrôlé suivant les exigences des cahiers de charges, un observateur de Luenberger mis en place pour estimer les variables d'état.

secundo cas le système est soumis à une fuite(entrée inconnue),donc affecté par des fuites il faut estimer cette entrée qui va perturber notre système pour cela on mis en place 2 observateurs ;à entrée inconnue p_i qui est caractérisé par ses gains proportionnel et intégrale K_p , K_i respectivement ,un observateur Utkin à entrée inconnue qui dispose d'une fonction tangente hyperbolique qui est définie à chaque instant et des gains k choisie par palier.cet observateur qui est synthétisé pour assurer la robustesse et maintenir le régime de glissement en présence de fuite .

les résultats de simulation obtenus prouvent la bonne convergence de nos observateurs en temps fini, de manière que les paramètres choisie ont influencé positivement sur les performances de nos observateurs qui convergent rapidement, et qui dépendent entièrement et totalement des paramètres utilisé pour chaque observateur (K_p , K_i) entrée inconnue PI ,et (K_i ,fonction hyperbolique les gains L_1 et L_2) pour Utkin

Conclusion générale

Le travail exposé dans ce mémoire a porté sur la synthèse d'observateurs à entrée inconnue dédiés à la commande et le diagnostic des défauts des systèmes linéaires continus.

Plus particulièrement, nous avons étudié la commande par retour d'état par placement de pôles avec ou sans l'action intégrale. Nous avons illustré l'avantage de l'action intégrale dans le rejet de perturbation. Nous avons aussi considéré le problème de commande par retour d'état reconstruit en présence de l'observateur. Les résultats de simulation effectuée sur l'application du système hydraulique ont permis de vérifier le principe de séparation.

Puis, nous avons abordé le cœur de notre travail qui est celui de la synthèse d'observateurs à entrées inconnues pour la détection de défauts. Nous avons considéré deux types d'observateur, l'observateur PI et l'observateur à modes glissants d'Utkin. L'implémentation de ces résultats sur l'application du système hydraulique a permis dans les deux cas d'estimer une fuite considérée comme l'entrée inconnue. Cette estimée envoyée vers un générateurs de résidus ou un bloc FDI permettra d'activer les alarmes et de prendre la décision adéquate. Les résultats de simulation obtenus nous ont permis de mieux comprendre le travail théorique effectué dans ce projet.

En ce qui concerne les développements futurs du travail rapporté dans ce présent mémoire, ils sont multiples. Nous pouvons citer quelques uns :

- Par manque de temps, nous n'avons pas pu faire les tests de robustesse sur les deux observateurs étudiés. Une étude comparative devrait être complétée.
- Nous nous sommes limités au cas des systèmes linéaire temps invariant continus. Il serait intéressant d'étendre le champ d'étude aux systèmes non linéaires, au système temps variant et aux systèmes décrits par les modèles de Takagi-Sugeno.
- En pratique, les mesures sont échantillonnées (mesures discrètes). Dans notre étude, nous avons considéré la mesure continue. L'extension de notre étude au cas de mesures échantillonnées nous paraît fortement attrayante.
- L'utilisation d'un observateur à action multi intégrale (PMI) serait aussi intéressante à envisager afin d'améliore la précision.

- Il est bien connu que la technique des modes glissants possède l'inconvénient du chattering. Afin d'atténuer ce phénomène néfaste, le recours aux modes glissant d'ordre supérieur (Super Twisting) peut s'avérer nécessaire.
- Enfin, le problème de synchronisation chaotique et de récupération de message secret dans les schémas de transmission sécurisée de donnée est théoriquement proche du problème de diagnostic. L'investigation de l'étude menée dans le cadre de notre travail à cette thématique serait aussi une voie à envisager.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D.G.LUNBERGER.*an introduction to observers.IEEE.Transaction control*, vol 16, pp 596-602, 1971.
- [2] R.E.KALMAN.*A New approach to linear filtering.Transaction of the ASME journal of basic Engineering*, vol 82,pp 35-45,1960.
- [3] A.S.WILLSKEY.*A Survey of design method for failure detection in dynamic systems.automatica*.1976.
- [4] LI ZTAO. *Contribution à l'élaboration des algorithmes d'isolations et d'identification de defaults dans les systèmes non linéaire*. These, automatique /robotique INSA de Toulouse France ,2006.
- [5] Franklin, G.F. and Powell,J.D. and A .Emami-Naeini.*Feedback control of dynamic systems* , J.D.,sixth edition, 2010.
- [6] Veillette, R. J. (1992). *Reliable state feedback and reliable observers*. In **Proc. 31st IEEE Conf: Decision and Control**, Tucson, AZ, pp. **2898-2903**. Veillette, R. J., J. V. MedaniC
- [7] A. Weinmann.*Uncertain Models and Robust Control. Springer-Verlag Wien New York, Vienne (1991)*
- [8] Z. Yacine “*Observateurs pour l'estimation de la dynamique latérale du véhicule et Application à la détection de situation critique*” *Thèse de doctorat, Département Automatique,FGEI, UMMTO, 2016*.
- [9] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, A. Levant, *Sliding Mode Control and Observation*, Springer, 2014.
- [10] C. Edwards, S. K. Spurgeon and R. J. Patton, "*Sliding mode observers for fault detection and isolation*", *Automatica*, vol. 36, n°. 4, pp. 541-553, 2000.

- [11] W.PERRUQUETTI et J.P.BARBOT.*Sliding mode control in Engineering, Edition Marcel Dekker,New York,2002.*
- [12] V. I. Utkin, *Sliding Modes in Control and Optimization.* Heidelberg.Springer-Verlag Berlin, 1992.
- [13] Q.ZHANG .*Contribution à l'élaboration d'algorithmes d'isolation et d'identification de défaut dans un système non linéaire .Thèse institut national des sciences appliquées de Toulouse .2006.*
- [14] A.AKHENAK. *Conception d'observateur non linéaire par approche multimodèle : Application au diagnostic.*Thèse de doctorat,Ecole doctorale IAEM de Lorraine,2004.
- [15] Yannick Pencolé. *CNRS-LAAS, Université de Toulouse, France. Diagnostic à base de modèles: le cas des systèmes continus.2012.*
- [16] R.J.PATTAN.*Fault detection and diagnosis in Aerospace Systems using Analytical Redundancy,computing and control Engineering Journal ,vol.2,pp127-136,1991.*
- [17] M.L.LEUSHEN, I.D.WALKER ET J.R CAVALLARO. *Non linear analytical Redundancy for FAULT Detection .IEEE Transaction in on Automatic control ,2002.*
- [18] S.BACHIR. *Contribution au diagnostic de la machine à synchrone par estimation paramétrique .thèse .université de Poitiers, 2002.*
- [19]T.F.LOOTSMAN.*Observer-based fault detection and isolation for non linear systems These .department of control Engineering, University Aalborg, Denmark, 2001.*
- [20] H.Y.CHOU.*fault Diagnostic of the heat exchanger system using unknown input observer .*

- [21] O.ADROT .*Diagnostic à base de modèles incertains en utilisant l'analyse par intervalle l'approche bornante* .Thèse, institut National Polytechnique de lorraine, 2004.
- [22] R.J.RAOUFI.*non linear robust observer for simulation state and and falt estimation Edmonton Alberta*,2010.
- [23] R.J.PATTAN.*Fault detection and diagnosis in Aerospace Systems using Analytical Redundancy, computing and control* **Engineering Journal**, vol.2, pp127-136, 1991.
- [24] *Tian Yang. Une contribution à l'observation et à l'estimation des systèmes linéaires, thèse de doctorat. École Centrale de Lille. 2010.*
- [25] J. Pierre. *Commande des procédés» Edition DOC &TEC*, 2012.
- [26] Frédéric Rotella. *Observation, Théorie et pratique du calcul matricie'*, École Nationale d'Ingénieurs de Tarbes. , 1995
- [27] D. Alazard et J.P. Chrétie.*Commande Active des Structures Flexibles: applications spatiales et aéronautiques. Notes de cours SUPAERO.*
- [28] P. Borne , G. Dauphin-Tanguy, J.P. Rotella et I.Zambettakis.*Modélisation et Identification des processus*, tome 1.Edition Technique, Paris, 1992.
- [29] C. Vachier. *Représentation d'état et commande dans l'espace d'état"*, notes de Cours. université de PARIS XII-VAL DE MARNE, 2007.
- [30] DG. Luenberger.*An introduction to observers, " IEEE Trans. automatic control*.1971
- [31] A. Zemouche .*observation de l'état des systèmes dynamique non linéaire*,université luis pasteur Strasbourg I.2007.

- [32] Benoît LARROQUE .*Observateur des systèmes linéaires, application a la détection et localisation des fautes*. le titre de Docteur de l'Université de Toulouse, 2008.
- [33] Dulhoste Jean-François.- Université de Los Andes. Esc. Ing. Mécanique.
département science Terminologie - Grenoble INP. ENSE3.Gipsa-lab.
- [34] Marwa Mohamed Moustafa EZZAT, "Commande non linéaire sans capteur de la Machine synchrone à aimants permanents, " thèse de doctorat. Université de Nantes.2011
- [35] Vincent Cocquempot.*du diagnostic a la tolérance aux fautes*, revue ". LAGIS FRE
3303 Université Lille 1, France
- [36] Mohinder S. Grewal et Angus P. Andrews, "*Kalman Filtering : Theory and Practice*, revue". Automatique ENSICA 1A et 2A
- [37] H. Sira-Ramirez.*On the sliding mode control of nonlinear systems*, " Syst & Cont.
lett19. 303. 312. 1992.
- [38] Sébastien Solvar. *Observateur à mode glissant d'ordre 2 appliqué à la MAS sans capteur mécanique*, " réunion GDR CE2, E.N.S.A.M. 2010.
- [39] Evgeny TARASOV .*Estimation des entrées inconnues pour le diagnostic et la Commande*. Approche Bond Graph, Thèse doctorat, Université Lille 1,2015

—

ANNEXES

ANNEXE1

- LE code utilisé pour le Calcul le gain de l'observateur de Lunberger :

```
% Entrée des matrices A et B
A=[-0.2415  0.2415  0;0.2415 -0.4244  0.1566;0  0.1566 -0.1865];
B = [795.7747;0;0];
C=[1 0 0];
% Déterminer la matrice de l'observabilité
M=obsv(A,C);

% Déterminer le rang de M
r=rank(M);
%r= 3

% Puisque le rang est de 3, le placement des pôles est possible
% Calcul du polynôme caractéristique
JA = poly(A);

% Calcul du polynôme caractéristique désiré en définissant la matrice diagonale J
sys=ss(A,B,C,0);
Pays=pole(sys);
Po=(-0.6299*2)*[1 1 1];
k=acker(A,C',Po);
```

```
A =
   -0.2415    0.2415    0.0000
    0.2415   -0.4244    0.1566
    0.0000    0.1566   -0.1865

C =
    1.0000    0.0000    0.0000

M =
   -0.1400    0.1400    0.0000
    0.0000    0.1400    0.0000
    0.0000    0.0000    0.0000

Po =
    1.2598    1.2598    1.2598

k =
    2.9270   11.7157   31.6266
```

ANNEXE2

- LE Code du pogramme pour le Calcul du gain du gain de retour d'état.

```
% Entrée des matrices A et B
A=[-0.2415  0.2415  0;0.2415 -0.4244  0.1566;0  0.1566 -0.1865];
B = [795.7747;0;0];
C=[1 0 0];
% Déterminer la matrice de contrôlabilité
M=ctrb(A,B);

% Déterminer le rang de M
r=rank(M);
%r= 3

% Puisque le rang est de 3, le placement des pôles est possible
% Calcul du polynôme caractéristique
JA = poly(A);

% Calcul du polynôme caractéristique désiré en définissant la matrice diagonale J
sys=ss(A,B,C,0);
Psys=pole(sys);
Pc=(-0.6299/3)*[1 1 1];
k=acker(A,B,Pc);
```

```
M =
  795.7747   -192.1796    92.8227
         0    192.1796   -127.9724
         0         0     30.0953

r =
     3

JA =
  1.0000    0.8524    0.1438    0.0023

Pc =
  -0.2100   -0.2100   -0.2100

k =
  1.0e-003 *
  -0.2796    0.6470   -0.1361
```

```

A=[-0.2415 0.2415 0;0.2415 -0.4244 0.1566;0 0.1566 -0.1865];
B=[795.7747;0;0];
C=[1 0 0];
As=[-0.2415 0.2415 0 0;0.2415 -0.4244 0.1566 0;0 0.1566 -0.1865 0;1 0 0 0];
Bs=[B;0];

%verifier la commandabilité de (As,Bs)
cotr=ctrb(As,Bs);
r=rank(cotr);
%r=4 systeme est commandable

%Calculant le retour d'etat et l'action integrale
p=[-0.3098 -0.1343+0.0957i -0.1343-0.0957i -0.0516];
K=acker(As,Bs,p);

```

```

AS =
-0.2415    0.2415    0    0
 0.2415   -0.4244    0.1566    0
 0    0.1566   -0.1865    0
 1.0000    0    0    0

Bs =
795.7747
 0
 0
 0

cotr =
795.7747  -192.1796   92.8227  -53.3220
 0   192.1796  -127.9724   81.4411
 0    0    30.0953  -25.6533
 0   795.7747  -192.1796   92.8227

r =
 4

K =
1.0e-003 *
-0.2795    0.6469   -0.1360    0.0100

```

ANNEXE 3

- Le code du programme effectué pour calculé les paramètres de l'observateur (PI).

```
A=[-0.2415 0.2415 0;0.2415 -0.4244 0.1566;0 0.1566 -0.1865];
B=[795.7747;0;0];
C=[1 0 0];
F=[1;0;0];
Ra=[A F;0 0 0 0];
Ca=[C 0];
%verifier l'obsesrvabilité de la paire(Ra,Ca)
co=obsv(Ra,Ca);
o=rank(co);
%o=4 systeme est observable
%verifier la commandabilité de (Ra',Ca')
ctrbl=ctrb(Ra',Ca');
r=rank(ctrbl);
%r=4 systeme est commandable
P=[-0.7 -0.02 -0.25 -0.05];
k=acker(Ra',Ca',P);
```

```
co =
    1.0000         0         0         0
   -0.2415    -0.2415         0    1.0000
    0.1166   -0.1608    0.0378   -0.2415
   -0.0670    0.1023   -0.0322    0.1166

o =
     4

ctrbl =
    1.0000   -0.2415    0.1166   -0.0670
         0    0.2415   -0.1608    0.1023
         0         0    0.0378   -0.0322
         0    1.0000   -0.2415    0.1166

r =
     4

k =
    0.1676   -0.0287    0.0281    0.0032
```

ANNEXE4

- Le code utilisée pour le calcul de Gain L L'observateur utkin .

```
% Entrée des matrices A et B
A11=[-0.4244 0.1566;0.1566 -0.1865];

A21=[0.2415 0];
% Déterminer la matrice de l'observabilité
M=obsv(A11,A21);

% Déterminer le rang de M
r=rank(M);
%r= 2

% Puisque le rang est de 2, le placement des pôles est possible
% Calcul du polynôme caractéristique
JA = poly(A11);

% Calcul du polynôme caractéristique désiré en définissant la matrice diagonale J
Po=[-1.5 -1.5];
k=acker(A11,A21',Po);
```

```
A11 =
    -0.4244    0.1566
    0.1566   -0.1865

A21 =
    0.2415         0

M =
    0.2415         0
   -0.1025    0.0378

Po =
   -1.5000   -1.5000

k =
    9.8928   46.2680

fx >>
```

ANNEXE5

- Le code utilisé pour calculer les paramètres de l'exemple PI

```
% % % les matrices de representation d'etat
a=[-1 1 0;1 -3 2;0 -2 -1];
c=[1 0 0];
b=[1;0;0];
% % % la position de la fuite dans le systeme
E=[0;0;1];
% % % matrice a augmenté
A=[-1 1 0 0;1 -3 2 0;0 -2 -1 1;0 0 0 0];
% % % matrice c augmentéc augmenté
C=[1 0 0 0];
% % % verification de l'observabilité
o=obsv(A,C);
% % % calcul du rang
r=rank(o);
% % % les poles systemes
p=[-1.5 -2.5 -2.5 -1.5];
% % % le vecteur K=[kp1 kp2 kp3 ki]=[k(1) k(2) k(3) k(4)]
K=acker(A',C',[-1.5 -2.5 -2.5 -1.5]);
```

```
A =
    1     1     0     0
    1    -3     2     0
     0    -2    -1     1
     0     0     0     0

C =
    1     0     0     0

r =
    4

p =
   -1.5000   -2.5000   -2.5000   -1.5000
   ...
   ...

K =
    3.0000    1.5000    0.7500    7.0313
```