

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DU GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : Science et Technologie
Filière : Automatique
Spécialité : Automatique et Systèmes

Présenté par

BENTALEB Hadjila
AMIROUCHE Imane

Thème

Commande par rejet actif de perturbations d'un système incertain

Mémoire soutenu publiquement le 24/06/2024 devant le jury composé de :

Mme Ouiza Adjemout

MAA, UMMTO, Président

Mme Nadia DJEGHALI

Professeur, UMMTO, Encadrant

Mme Fazia Amroun

MAB, UMMTO, Examineur

M Sofiane Hamouche

MAA, UMMTO, Examineur

Table des matières

Introduction générale

1	<i>La commande par backstepping</i>	3
1.1	Introduction	4
1.2	Notions générales	4
1.2.1	Concepts de stabilité	4
1.2.2	La théorie de Lyapunov	6
1.3	Théories de base de la commande par backstepping	7
1.3.1	Systèmes de forme triangulaire inférieure – Strict-Feedback System	8
1.3.2	Commande par backstepping-intégrateur	8
1.3.3	Commande par backstepping : Cas général	12
1.3.4	Commande par backstepping adaptatif	14
1.3.5	Commande par backstepping robuste	17
1.4	Conclusion	20
2	<i>La synthèse d’observateurs</i>	21
2.1	Introduction	22
2.2	Principe d’un observateur	22
2.3	Observabilité	24
2.3.1	Observabilité des systèmes linéaires	24
2.3.2	Observabilité des systèmes non-linéaires	25
2.4	Synthèse d’observateurs des systèmes linéaires	26
2.4.1	Observateur de Luenberger	26
2.4.2	Le filtre de Kalman	30

2.4.3	Observateur à entrées inconnues	31
2.4.4	Observateur à mode glissant	33
2.5	Synthèse d'observateurs des systèmes non linéaires	36
2.5.1	Observateur de Luenberger étendu	36
2.5.2	Le filtre de Kalman étendu	36
2.5.3	Observateurs à grand gain	37
2.5.4	Observateur à mode glissant	37
2.5.5	Observateur à état étendu	40
2.6	Conclusion	41
3	Commande par rejet actif des perturbations : Application à un système chaotique incertain	42
3.1	Introduction	43
3.2	Systèmes chaotiques	43
3.2.1	Domaines d'application du chaos	44
3.2.2	Non linéarités	44
3.2.3	La sensibilité aux conditions initiales	44
3.2.4	Déterminisme	44
3.3	Commande par rejet actif des perturbations (ADRC)	45
3.4	Application à un système chaotique	45
3.4.1	Synthèse d'un observateur à état étendu (Extended State Observer : ESO) .	47
3.4.2	Synthèse de la commande par backstepping	48
3.4.3	Résultats de simulation	53
3.5	Conclusion	59
	Conclusion générale	60

Table des figures

1.1	Variation de l'état x et x_d	12
1.2	Erreur de poursuite e_1	12
2.1	Schéma de principe d'un observateur d'état	23
2.2	Schéma bloc de l'observateur de Luenberger	28
2.3	Représentation de x_1, x_2 réels et leurs estimés \hat{x}_1, \hat{x}_2	30
3.1	Comportement chaotique du système de Genesio sans la commande u et en présence de la perturbation $d(t)$	46
3.2	Schéma Bloc du Principe d'ADRC	47
3.3	Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = 0$	54
3.4	Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = 1$	55
3.5	(a), (b) et (c) les erreurs d'estimation d'état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l'état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = 0$	55
3.6	(a), (b) et (c) les erreurs d'estimation d'état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l'état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = 1$	56
3.7	La trajectoire de l'entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = 0$	56
3.8	La trajectoire de l'entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = 1$	57
3.9	Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = \sin(t)$	57
3.10	(a), (b) et (c) les erreurs d'estimation d'état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l'état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = \sin(t)$	58
3.11	La trajectoire de l'entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = \sin(t)$	58

Remerciements

Nous commençons par exprimer notre profonde gratitude envers Allah tout puissant pour nous avoir accordé la force, le courage et la détermination nécessaires pour mener à bien ce travail modeste. Nous souhaitons également exprimer notre sincère reconnaissance envers notre estimée promotrice, Mme Djeghali Nadia, pour sa patience, sa générosité et sa disponibilité infailible à chaque étape de ce projet.

De même, nous tenons à remercier chaleureusement les membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en examinant ce travail avec sérieux et attention.

Enfin, nous ne pourrions jamais suffisamment remercier nos parents, nos douces mères et nos vaillants pères qui nous ont soutenues et encouragées tout au long de notre parcours. C'est grâce à eux que nous sommes arrivées à ce stade.

Dédicace

À mes parents chéris,

Votre amour infini et votre soutien sans faille ont été ma force et ma boussole. Vous êtes mes piliers.

À mes grands-parents,

Vos précieux conseils et votre affection ont guidé mon chemin. Vous êtes mes étoiles.

À mon frère Abderrahmane et à ma sœur Ines,

Votre présence et vos encouragements constants ont été mon réconfort. Vous êtes mes anges gardiens.

À mes oncles Idir et Mouloud, et mes tantes Taous, Lynda, Nadia, Lila, et Dihia,

Vos paroles inspirantes ont enrichi ma vie. Vous êtes mes guides.

À mes cousins et cousines Samar, Sahar, Ramdan, Mohamed, Karim, Louise, Samy, et Habiba,

Vous êtes mes compagnons de route.

À vous tous, je dédie ce travail, avec toute ma gratitude et mon amour sincère.

Hadjila

Dédicace

Je dédie ce travail,

*À la mémoire de mes grands-parents,
que Dieu les accueille dans son vaste paradis.*

*À mes chers parents et mes frères,
qui m'ont toujours soutenue et encouragée dans mes études et mes
projets.*

À mon mari pour sa compréhension et son aide.

*À ma chère nièce Assinet,
pour sa joie de vivre et son sourire qui m'ont donné la force de
continuer.*

À ma famille, ma belle-famille et mes amis pour leur encouragement.

*Merci à mes professeurs pour leur accompagnement et leurs
conseils avisés.*

Merci à tous et à toutes pour votre soutien.

Imane

Introduction générale

La conception d'une loi de commande pour les systèmes non linéaires incertains présente de nombreux défis, incluant la gestion des non-linéarités, des perturbations externes et des incertitudes paramétriques. Ces contraintes peuvent provoquer des instabilités ou des performances dégradées si elles ne sont pas correctement adressées. Ainsi, la commande des systèmes incertains est un domaine de recherche très actif, avec plusieurs techniques proposées pour améliorer la performance des systèmes [7].

La commande par backstepping est une méthode de commande non linéaire qui a gagné en popularité en raison de sa capacité à traiter les systèmes complexes et incertains. Cette technique permet de construire la loi de commande de manière récursive, en stabilisant progressivement chaque sous-système du système global. L'approche backstepping est particulièrement utile pour les systèmes où la dynamique peut être décomposée en une structure hiérarchique, facilitant ainsi le processus de conception de la commande [5].

Toutefois, l'implémentation efficace d'une loi de commande nécessite souvent la connaissance de toutes les variables d'état du système. Pour des raisons techniques ou économiques, il n'est pas toujours possible de mesurer directement toutes ces variables. Cela rend indispensable l'utilisation d'observateurs, qui estiment les variables d'état du système à partir des informations disponibles, telles que le modèle dynamique du système, ses entrées et ses sorties mesurées. La synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires est bien maîtrisée, mais l'estimation d'état pour les systèmes non linéaires reste un défi malgré les nombreuses méthodes proposées [14].

Par ailleurs, il y'a des techniques de commande qui utilisent un observateur afin d'estimer les incertitudes du système. Parmi ces techniques, nous citons la commande par rejet actif de perturbations (Active Disturbance Rejection Control : ADRC). L'ADRC traite les incertitudes du système et les perturbations externes comme une perturbation totale, estimée par un observateur à état étendu (Extended State Observer : ESO), puis compense cette perturbation en injectant son estimée dans la loi de commande offrant ainsi une robustesse accrue. Cette approche vise à développer des stratégies de commande capables de contrer les perturbations et les incertitudes qui affectent les performances des systèmes non linéaires.

Notre travail se concentre sur la synthèse d'une commande par rejet actif des perturbations pour des systèmes non linéaires incertains, utilisant la technique du backstepping intégrateur. La

commande proposée utilise un observateur par mode glissant pour estimer les variables d'état et la perturbation totale. Ensuite, une commande par backstepping basée sur ces estimations est développée pour réaliser la stabilisation et le suivi des références désirées. Cette approche assure le suivi de référence et le rejet des perturbations.

Ce mémoire s'articule principalement autour de trois chapitres :

- Le premier chapitre introduit les concepts fondamentaux de la commande backstepping, en présentant les principes de base et les étapes de conception de cette méthode. Nous commençons par des notions générales sur la stabilité des systèmes dynamiques, en mettant en lumière la théorie de Lyapunov, qui est fondamentale pour la compréhension de cette méthode de commande. Ensuite, nous présentons les théories de base de la commande par backstepping, en détaillant les différentes approches, notamment les systèmes de forme triangulaire inférieure, la commande par backstepping-intégrateur, le cas général de la commande par backstepping, ainsi que la commande par backstepping adaptatif.
- Le deuxième chapitre présente quelques concepts de base sur l'observabilité et les observateurs des systèmes linéaires et non linéaires, ainsi que leurs méthodes de synthèse.
- En fin, le troisième chapitre présente l'application de la commande par rejet actif des perturbations sur un système chaotique incertain. Nous y utilisons un observateur par mode glissant pour estimer les variables d'état et la perturbation totale, puis élaborons une commande basé sur la technique du backstepping pour assurer le suivi de trajectoire et la compensation des perturbations. La validation de cette approche est effectuée par des simulations.

Le mémoire se termine par une conclusion générale sur le travail réalisé.

Chapitre 1

La commande par backstepping

1.1 Introduction

La commande par backstepping est une méthode de commande non linéaire utilisée pour stabiliser des systèmes dynamiques non linéaires et atteindre des objectifs de suivi de trajectoires. Cette approche repose sur des principes d'itération et de conception par étapes, où chaque étape de la conception de la commande est basée sur la stabilisation d'un sous-système dynamique du système global [5].

La commande par backstepping est utilisée lorsque la linéarisation du système est difficile ou impossible, offrant ainsi une alternative pertinente aux méthodes de commande linéaires classiques. Cette méthode permet une conception progressive de la commande en stabilisant chaque sous-système de manière récursive, tout en préservant les propriétés du système initial. Elle trouve des applications dans une large gamme de domaines, de la robotique à l'ingénierie des systèmes dynamiques [4].

Ce qui rend le backstepping si intéressant, est qu'il préserve les propriétés du système initial tout au long du processus de conception de la loi de commande. De plus, cette méthode permet d'établir des propriétés de stabilité globale ou de sous-système en utilisant des fonctions stabilisatrices à chaque étape.

Dans ce chapitre, nous explorerons le concept de stabilité dans les systèmes dynamiques, en mettant particulièrement l'accent sur la fonction de Lyapunov. Nous introduirons également la commande par backstepping, avec des variantes telles que la commande par backstepping intégrateur et adaptatif et robuste, ainsi que son application dans des systèmes de forme triangulaire et des cas généraux.

1.2 Notions générales

1.2.1 Concepts de stabilité

La stabilité est un attribut très important recherché dans le fonctionnement du système sur une longue période. Ensuite, une étude de stabilité est réalisée autour du point d'équilibre du système non linéaire grâce à la méthode de Lyapunov.

• **Points d'équilibre d'un système [1]**

Soit le système linéaire défini par l'équation dynamique suivante :

$$\dot{x} = f(x) \tag{1.1}$$

Supposons que $f : D \mapsto R^n$ est une application dans un domaine $D \subset R^n$ dans R^n .

Le point d'équilibre (x_e) est systématiquement identifié par la résolution de l'équation suivante :

$$f(x_e) = 0$$

• **Stabilité d'un point d'équilibre [2]**

Supposons que x_e est un point d'équilibre de (1.1), c'est à dire : $f(x_e) = 0$.

Définition 1.2.1. *Le point d'équilibre x_e de (1.1) est :*

* **Stable**, si pour chaque $\varepsilon > 0$, existe $\delta(\varepsilon) > 0$, tel que :

$$\| x(0) - x_e \| < \delta \Rightarrow \| x(t) - x_e \| < \varepsilon, \text{ pour tout } t \geq 0.$$

* **Asymptotiquement stable**, s'il est stable et en plus il existe $\delta > 0$ tel que :

$$\| x(0) - x_e \| < \delta, \text{ alors } x(t) \rightarrow x_e, \text{ lorsque } t \rightarrow \infty$$

* **Globalement asymptotiquement stable**, s'il est asymptotiquement stable pour tous les états initiaux.

Dans notre approche de conception de commande, nous visons à obtenir la stabilité asymptotique globale. La définition précédente se concentre sur la solution explicite $x(t)$ de l'équation (1.1), qui est généralement inaccessible analytiquement. Heureusement, il existe d'autres méthodes pour prouver la stabilité.

Ainsi, le mathématicien et ingénieur russe A.M. Lyapunov a proposé une méthode alternative. Cette méthode implique d'intégrer le vecteur d'état $x(t)$ dans une fonction scalaire $V(x)$ pour quantifier la distance entre $x(t)$ et le point d'équilibre du système. La fonction $V(x)$ peut être interprétée comme une mesure de l'énergie contenue dans le système. Si l'on peut démontrer que $V(x)$ est continue et décroissante strictement par rapport au temps t , alors le système lui-même converge vers l'équilibre. Cette approche, connue sous le nom de méthode directe de Lyapunov, offre une alternative pour démontrer la stabilité. [4]

1.2.2 La théorie de Lyapunov

• La fonction de Lyapunov [1]

Soit le système dynamique suivant :

$$\dot{x} = f(x) \quad (1.2)$$

Une fonction de Lyapunov candidate $V(x)$ pour le système (1.2) est une fonction scalaire possédant les propriétés suivantes :

- * Fonction scalaire, telle que $V(x) : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$.
- * $V(x) = 0$ pour $x = 0$.
- * $V(x)$ est définie positive, telle que $V(x) > 0$ pour $x \neq 0$.

Définition 1.2.2. Une fonction scalaire $V(x)$ est :

- * *Définie positive* si $V(0) = 0$ et $V(x) > 0, x \neq 0$.
- * *Définie semi-positive* si $V(0) = 0$ et $V(x) \geq 0, x \neq 0$.
- * *Définie semi-négative* si $-V(x)$ est définie semi-positive.
- * *Radialement illimité* si $V(x) \mapsto \infty$ lorsque $\|x\| \mapsto \infty$.

• Théorème de Lyapunov [3]

La théorie de la fonction de Lyapunov est un outil essentiel en analyse des systèmes dynamiques pour évaluer leur stabilité. Considérons le système suivant :

$$\dot{x} = f(x)$$

La première chose dont nous avons besoin est une fonction de Lyapunov $V(x)$, cette fonction doit être définie positive. Deuxièmement, nous examinerons \dot{V} , donnée comme suit :

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V(x)}{\partial t} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial V(x)}{\partial x} f(x) \quad (1.3)$$

La théorie de Lyapunov énonce que :

- * Si $\dot{V}(x)$ est définie négative, alors le système est asymptotiquement stable.
- * Si $\dot{V}(x)$ est définie semi-négative, alors le système est stable.

Remarque

Le théorème de Lyapunov n'indique pas comment déterminer la fonction $V(x)$, mais il existe des méthodes systématiques pour la définir.

1.3 Théories de base de la commande par backstepping

L'idée de la commande par backstepping, initialement introduite dans les années 80 par Petar Kokotović pour les systèmes de rétroaction stricte, repose sur une approche innovante. Ces systèmes, caractérisés par une forme d'état triangulaire inférieure, sont abordés en subdivisant le problème global de commande en une série de sous-problèmes pour des sous-systèmes individuels. Dans cette méthode, des états spécifiques sont utilisés de manière récursive comme "commandes intermédiaires" ou "commandes virtuelles", avec des lois de commande intermédiaires sélectionnées à l'aide de fonctions de Lyapunov successives. La commande par backstepping se caractérise par les étapes suivantes :

- * **Décomposition du problème de commande** : Le système global est décomposé en une séquence de sous-problèmes pour chaque sous-système, simplifiant ainsi la complexité de la commande du système global.
- * **Identification des commandes intermédiaires** : Des états spécifiques sont identifiés comme des "commandes intermédiaires" ou "commandes virtuelles", qui sont utilisées de manière récursive pour stabiliser successivement les sous-systèmes.
- * **Sélection des lois de commande intermédiaires** : Les lois de commande intermédiaires sont sélectionnées à l'aide de fonctions de Lyapunov successives, garantissant la stabilité de chaque sous-système.
- * **Augmentation de la fonction de Lyapunov** : La fonction de Lyapunov est progressivement augmentée à mesure que les différents sous-systèmes sont stabilisés, aboutissant finalement à une fonction de Lyapunov globale qui stabilise le système complet.

Comparativement aux approches traditionnelles de commande non linéaire, telles que la commande par linéarisation, la méthode de backstepping offre l'avantage de conserver sélectivement les non-linéarités bénéfiques tout en éliminant celles qui pourraient compromettre la stabilité du système, contribuant ainsi à une convergence plus efficace vers l'état d'équilibre.

1.3.1 Systèmes de forme triangulaire inférieure – Strict-Feedback System

La méthode de commande par backstepping est spécifiquement adaptée aux systèmes non linéaires présentant une structure d'état de forme triangulaire inférieure. La dynamique de ces systèmes s'exprime par : [5]

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \\ \vdots \\ \dot{\xi}_k = f_k(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) + g_k(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)u \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Avec :

- $x \in R^n$ est le vecteur des variables d'état.
- $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k \in R$ sont des variables qui sont vues comme entrées intermédiaires aux sous-systèmes du système globale.
- $f : R^n \mapsto R^n, g : R^n \mapsto R^n$ sont des fonctions non linéaires.
- u est l'entrée de commande.

1.3.2 Commande par backstepping-intégrateur

Les systèmes non linéaires comportent souvent une chaîne d'intégrateurs, dont la forme générale est définie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2(t) \quad \mapsto (a_1) \\ \dot{x}_2 = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n \\ \dot{x}_n = f(x) + g(x)\xi \\ \dot{\xi} = u \end{array} \right. \quad (1.5)$$

Avec :

- $x \in R^n$ est le vecteur des variables d'état.

- $\xi \in R$ est la variable considérée comme une entrée intermédiaire aux sous-systèmes du système.
- $f : R^n \mapsto R^n, g : R^n \mapsto R^n$ sont des fonctions non linéaires.
- u est l'entrée de commande.

La mise en œuvre de la commande par backstepping pour le système (1.5) implique une procédure itérative et récursive. En partant du sous-système (a_1) , une loi de commande intermédiaire ou virtuelle ξ est établie pour assurer la stabilité de ce sous-système. Ensuite, on remonte récursivement en établissant les commandes virtuelles, jusqu'à l'obtention de la loi de commande globale u . À chaque étape du processus, une fonction de Lyapunov appropriée est choisie et analysée pour dériver les lois de commande virtuelles nécessaires [5].

• **Cas d'un simple intégrateur**

Le backstepping intégrateur est résumé par le lemme suivant :

Lemme 1.3.1. *Considérons le système suivant :*

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (1.6)$$

Où $f(0) = 0$. S'il existe une fonction stabilisante $\xi = \alpha(x)$ et une fonction positive définie $V : R^n \mapsto R$ telle que :

$$\frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)\alpha(x)) < 0$$

Alors la commande :

$$u = -c(\xi - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f(x) + g(x)\xi) - \frac{\partial V}{\partial x}g(x), c > 0$$

Stabilise asymptotiquement le point d'équilibre du système (1.6) [5].

Nous illustrons la procédure de conception à travers un exemple.

Considérons le système de deuxième ordre suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = x - x^3 + \xi \\ \dot{\xi} = u \end{cases} \quad (1.7)$$

L'objectif de la commande est de faire converger x vers x_d quand $t \mapsto \infty$. La loi de commande est synthétisée en deux étapes.

Étape 1 (Commande de x)

Soit l'erreur de poursuite suivant :

$$e_1 = x - x_d \quad (1.8)$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{x} - \dot{x}_d = x - x^3 + \xi - \dot{x}_d \quad (1.9)$$

La fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (1.10)$$

Sa dérivée par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(x - x^3 + \xi - \dot{x}_d) \quad (1.11)$$

En posant :

$$x - x^3 + \xi - \dot{x}_d = -K_1 e_1 \quad (1.12)$$

A fin de rendre la dérivée de V_1 négative définie, ξ est choisi comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée est donnée par :

$$\xi_d = -K_1 e_1 - x + x^3 + \dot{x}_d \quad (1.13)$$

En posant $\xi = \xi_d$, dans (1.11), on obtient :

$$\dot{V}_1 = -K_1 e_1^2 \quad (1.14)$$

D'après l'équation (1.14), on conclue que $\dot{V}_1 \leq 0$. Cela assure la stabilité asymptotique de e_1 .

Étape 2 (Commande ξ)

L'objectif de cette étape est de faire converger ξ vers sa valeur désirée ξ_d en utilisant la commande réelle u .

Soit $e = \xi - \xi^*$ l'erreur de poursuite de ξ , sa dynamique est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{\xi} - \dot{\xi}_d = u - \dot{\xi}_d \quad (1.15)$$

Considérons maintenant la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2}e_2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (1.16)$$

La dérivée de V_2 par rapport au temps est :

$$\dot{V}_2 = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 = -K_1e_1^2 + e_2(e_1 + u - \dot{\xi}_d) \quad (1.17)$$

Pour rendre \dot{V}_2 négative définie, on pose :

$$e_1 + u - \dot{\xi}_d = -K_2e_2^2 \quad (1.18)$$

En remplaçant dans (1.17), nous obtenons :

$$\dot{V} = -K_1e_1^2 - K_2e_2^2 \leq 0 \quad (1.19)$$

L'entrée réelle apparait, son expression est donnée comme suit :

$$u = -K_2e_2^2 - e_1 + \dot{\xi}_d \quad (1.20)$$

Avec :

$$\dot{\xi}_d = -K_1\dot{e}_1 - \dot{x} + 3x^2\dot{x}$$

Cela implique que $x \mapsto x_d$ et $\xi \mapsto \xi^*$ asymptotiquement.

Les paramètres de simulation sont pris comme suit : $x(0) = 0.5$, $K_1 = 10$, $K_2 = 10$ et $x_d = 0$.

Les résultats de simulation obtenus, sont illustrés sur les figures suivantes :

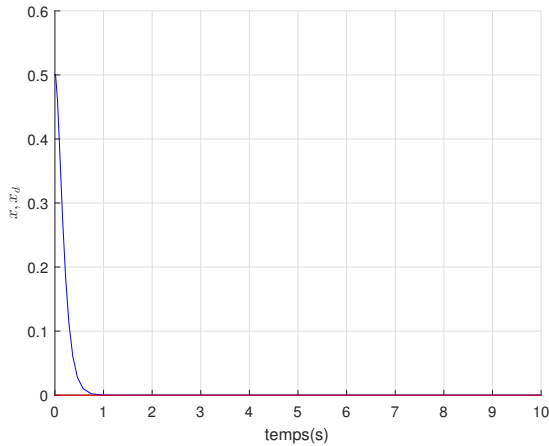


FIGURE 1.1 – Variation de l'état x et x_d .

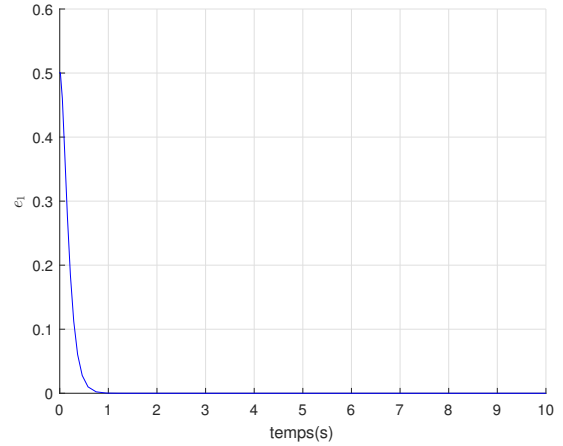


FIGURE 1.2 – Erreur de poursuite e_1 .

D'après la figure (1.1) la trajectoire réelle converge vers la trajectoires désirée .

1.3.3 Commande par backstepping : Cas général

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \\ \vdots \\ \dot{\xi}_k = f_k(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k) + g_k(x, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)u \end{array} \right. \quad (1.21)$$

Avec :

- $x \in R^n$ est le vecteur des variables d'état.
- $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k \in R$ sont des variables qui sont vues comme entrées intermédiaires aux sous-systèmes du système.
- $f : R^n \mapsto R^n, g : R^n \mapsto R^n$ sont des fonctions non linéaires continues et dérivables.
- u est l'entrée de commande .

Pour que la conception réussisse, une loi virtuelle globalement stabilisante est recommandée. La synthèse de la commande par backstepping pour le systèmes décrit par le modèle (1.21), se fait par l'application du backstepping intégrateur. Notre conception récursive est composée des étapes

ci-dessous :

Étape 1

Notre conception récursive démarre avec le sous système ci-dessous :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \quad (1.22)$$

L'objectif est de forcer x converger vers zéro quand $t \mapsto \infty$, en utilisant ξ_1 comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée (fonction stabilisante) est calculée de façon à rendre la dérivée de la fonction de Lyapunov $V(x)$ négative définie, i.e :

$$\frac{\partial V}{\partial x} = (f(x) + g(x)\alpha_1(x)) \leq -W(x)$$

Où : $W(x)$ est une fonction définie positive .

Étape 2

Cette étape considère la commande du sous-système décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \end{cases} \quad (1.23)$$

Soit e_1 la déviation de ξ_1 de sa valeur désirée $\alpha_1(x)$, sa dynamique est donnée par :

$$\dot{e}_1 = \dot{\xi}_1 - \frac{\partial \alpha_1(x)}{\partial x} \dot{x} = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x} (f(x) + g(x)(\alpha_1(x) + e_1))$$

Considérons la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_1 = V(x) + \frac{1}{2}e_1^2 \quad (1.24)$$

Dans cette étape, ξ_2 est utilisée comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée $\alpha_2(x, e_1)$ est calculée de façon à rendre la dérivée de V_1 négative définie.

Étape 3

Dans cette étape nous considérons le sous-système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)\xi_1 \\ \dot{\xi}_1 = f_1(x, \xi_1) + g_1(x, \xi_1)\xi_2 \\ \dot{\xi}_2 = f_2(x, \xi_1, \xi_2) + g_2(x, \xi_1, \xi_2)\xi_3 \end{cases} \quad (1.25)$$

Soit $e_2 = \xi_2 - \alpha_2(x, e_1)$. Considérons la fonction de Lyapunov augmentée suivante :

$$V_2 = V(x) + \frac{1}{2}e_2^2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 \quad (1.26)$$

Dans cette étape ξ_3 est considéré comme un élément de commande virtuel, sa valeur désirée $\xi_3 = \alpha_3(x, e_1, e_2)$ est calculée de façon à rendre la dérivée de V_2 négative définie.

Cette récursive procédure va se terminer à la $k^{\text{ième}}$ étape, où la commande réelle u va être déterminée. La méthodologie présentée assure une fonction stabilisatrice du sous-système à chaque étape du système global et la dernière fonction stabilisatrice fait référence à la loi de commande de tout le système. Nous voyons clairement que cette façon d'obtenir la loi de commande par la méthode de backstepping, nous permet non seulement de stabiliser le système, mais aussi de garder tous les éléments non linéaires. Ceci ne se trouve pas dans les autres méthodes de conception.

1.3.4 Commande par backstepping adaptatif

Le backstepping adaptatif est une méthode de commande qui combine le concept adaptatif par Lyapunov avec la technique récursive du backstepping. Cette approche itérative et systématique permet de construire les trois éléments essentiels d'une commande adaptative basée sur Lyapunov : la loi de commande, la loi d'adaptation et la fonction de Lyapunov. Ces composantes sont développées simultanément pour garantir la convergence et la stabilité du système en tout temps. Le backstepping adaptatif s'avère moins contraignant que d'autres méthodes en ce qui concerne les incertitudes paramétriques, offrant ainsi une solution efficace pour la commande de systèmes non linéaires de tout ordre.

• Principe du backstepping adaptatif [5]

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta\varphi(x_1) \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (1.27)$$

Avec :

- $x \in R^n$ est le vecteur des variables d'état.
- $\theta \in R^n$ est un paramètre constant inconnu à estimer.
- $\varphi(x_1)$ est la fonction non linéaire continue et lisse.
- u est l'entrée de commande.

Pour résoudre le problème général du backstepping adaptatif, nous devrions suivre les étapes suivantes :

Étape 1

Dans cette étape, nous considérons x_2 comme une entrée virtuelle. L'erreur d'estimation est :

$$e_\theta = \theta - \hat{\theta} \quad (1.28)$$

Avec $\hat{\theta}$ est l'estimé du paramètre inconnu θ du système.

Soit la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1(x_1, e_\theta) = \frac{1}{2}x_1^2 + \frac{1}{2\gamma}e_\theta^2 \quad (1.29)$$

Où γ est le gain d'adaptation.

En choisissant l'entrée virtuelle comme suit :

$$x_2 = -k_1x_1 - \hat{\theta}\varphi(x_1) = \alpha(x_1, \hat{\theta}) \quad (1.30)$$

et la loi d'adaptation comme suit :

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma\varphi(x_1)x_1 = \gamma\beta_1 \quad (1.31)$$

La dérivée de l'équation de Lyapunov (1.29) est :

$$\dot{V}_1 = -k_1 x_1^2 \leq 0 \quad (1.32)$$

Cela implique que x_1 et e_θ convergent vers zéro asymptotiquement.

Étape 2

La déviation de x_2 de sa valeur désirée $\alpha_1(x_1, \hat{\theta})$ est :

$$e = x_2 - \alpha_1(x_1, \hat{\theta}) \quad (1.33)$$

Sa dynamique est donnée par :

$$\dot{e} = \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1 = u - \dot{\alpha}_1 = u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \hat{\theta} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) - e_\theta \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) \quad (1.34)$$

Choisissons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_2(x_1, e, e_\theta) = V_1(x_1, e_\theta) + \frac{1}{2} e^2 \quad (1.35)$$

La dérivée de V_2 par rapport au temps est :

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e\dot{e} \\ &= -k_1 x_1^2 + e_\theta \left(\beta_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) e - \frac{1}{\gamma} \dot{\hat{\theta}} \right) + e \left(u + x_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \hat{\theta} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) \right) \end{aligned} \quad (1.36)$$

Pour rendre \dot{V}_2 définie négative, nous choisissons la commande u comme suit :

$$u = -k_2 e - x_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} x_2 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \hat{\theta} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) \quad (1.37)$$

Et la loi d'adaptation comme suit :

$$\dot{\hat{\theta}} = \gamma \left(\beta_1 - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) e \right) = \gamma (\varphi(x_1) e - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \varphi(x_1) e) \quad (1.38)$$

Par conséquent, la dérivée de V_2 devient :

$$\dot{V}_2 = -k_1 x_1^2 - k_2 e^2 \quad (1.39)$$

Cela implique que $x_1 \rightarrow 0$, $e \rightarrow 0$ et $e_\theta \rightarrow 0$ asymptotiquement.

1.3.5 Commande par backstepping robuste

La commande par backstepping robuste est une méthode de contrôle avancée utilisée pour concevoir des lois de commande afin de stabiliser des systèmes dynamiques non linéaires. Cette technique est particulièrement efficace pour les systèmes où les incertitudes et les perturbations externes peuvent affecter les performances du système.

Le backstepping robuste est résumé par le lemme suivant :

Lemme 1.3.2. [5]

Pour tout $\varepsilon > 0$ donné, l'inégalité suivante est vérifiée :

$$0 \leq k.x.\text{sign}(x) - k.x.\tanh\left(\frac{kh}{\varepsilon}x\right) \leq \varepsilon \quad (1.40)$$

Avec :

- x est la variable d'état.
- $h = 0.2785$ et k est n'importe quel nombre positif.

Pour illustrer comment procéder, considérons un système simple tel que :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f(x_1) + x_2 + \Delta(x_1, t) \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (1.41)$$

Avec $\Delta(x_1, t)$ est une fonction non linéaire inconnue (incertitude) bornée, c'est-à-dire :

$$|\Delta(x_1, t)| < h_1(x_1, t).$$

Étape 1

Dans cette étape x_2 est utilisée comme une entrée virtuelle. Choisissons la fonction de Lyapunov suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}x_1^2 \quad (1.42)$$

et la fonction stabilisante suivante :

$$x_2 = -k_1 x_1 - f(x_1) - h_1(x_1, t) \operatorname{sign}(x_1) \quad (1.43)$$

Nous obtenons :

$$\dot{V}_1 = -k_1 x_1^2 + x_1 \Delta(x_1, t) - x_1 h_1(x_1, t) \operatorname{sign}(x_1) < 0 \quad (1.44)$$

Ceci implique que $x_1 \rightarrow 0$ asymptotiquement malgré la présence des incertitude $\Delta(x_1, t)$. Afin d'éviter l'utilisation d'une fonction stabilisante discontinue, l'équation (1.43) est approximée de la manière suivante :

$$x_2 = -k_1 x_1 - f(x_1) - h_1(x_1, t) \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) = \alpha_1(x_1, t) \quad (1.45)$$

Avec

- x est la variable d'état et $h = 0.2785$ (voir lemme (1.3.2)).
- La fonction stabilisante (1.3.2) étant utilisée, la dérivée de V_1 devient :

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -k_1 x_1^2 - x_1 \Delta(x_1, t) - x_1 h_1(x_1, t) \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) \\ &\leq -k_1 x_1^2 - x_1 h_1(x_1, t) \operatorname{sign}(x_1) - x_1 h_1(x_1, t) \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) \end{aligned} \quad (1.46)$$

D'après le lemme (1.3.2), la dérivée de V_1 devient :

$$\dot{V}_1 \leq -k_1 x_1^2 + \varepsilon_1 \quad (1.47)$$

Cela implique que la variable x_1 tend vers une boule dont le rayon dépend du paramètre ε_1 .

Étape 2

Comme x_2 n'est pas une grandeur de commande réelle, nous définissons l'erreur de poursuite suivante :

$$e = x_2 - \alpha_1(x_1, t) \quad (1.48)$$

Sa dynamique est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \dot{e} &= \dot{x}_2 - \dot{\alpha}_1(x_1, t) \\
 &= u - \left(\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \dot{x}_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \right) \\
 &= u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) + e + \Delta(x_1, t) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{1.49}$$

En augmentant la fonction de Lyapunov V_1 en incluant la variable d'erreur e , on obtient :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e^2 \tag{1.50}$$

La dérivée de V_2 par rapport au temps est :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= \dot{V}_1 + e \dot{e} \leq -k_1 x_1^2 + \varepsilon_1 + x_1 e + e \dot{e} \\
 &= -k_1 x_1^2 + \varepsilon_1 + x_1 e + e \left(u - \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (-k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) + e + \Delta(x_1, t)) - \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} \right)
 \end{aligned} \tag{1.51}$$

Supposons qu'il existe une fonction, lisse $h_2(x_1, t)$ telle que :

$$\frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \Delta(x_1, t) \leq h_2(x_1, t) \tag{1.52}$$

En choisissant la commande réelle comme suit :

$$u = -k_2 e - x_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} (-k_1 x_1 - h_1 \tanh\left(\frac{h h_1(x_1, t) x_1}{\varepsilon_1}\right) + e) + \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} - h_2 \tanh\left(\frac{h h_2(x_1, t) e}{\varepsilon_2}\right) \tag{1.53}$$

L'inégalité (1.51) devient :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &\leq -k_1 x_1^2 - k_2 e^2 + \varepsilon_1 - e \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} \Delta(x_1, t) + e h_2 \tanh\left(\frac{h h_2(x_1, t) e}{\varepsilon_2}\right) \\
 &\leq -k_1 x_1^2 - k_2 e^2 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2
 \end{aligned} \tag{1.54}$$

Cela implique que les variables x_1 et e convergent vers une boule dont le rayon dépend des paramètres ε_1 et ε_2 .

1.4 Conclusion

Pour conclure, la commande par backstepping est une approche puissante et méthodique pour la stabilisation des systèmes non linéaires. En intégrant une fonction de Lyapunov, cette méthode permet de concevoir des lois de commande qui garantissent la stabilité du système en boucle fermée. L'un des principaux atouts de cette approche réside dans sa praticité, offrant un contrôle précis et efficace des systèmes.

Dans le chapitre suivant, nous allons aborder la synthèse des observateurs.

Chapitre 2

La synthèse d'observateurs

2.1 Introduction

La synthèse d'observateurs, également appelée estimation d'état, est un élément clé en génie de contrôle. Elle consiste à estimer les états internes d'un système en utilisant les informations disponibles sur ses entrées et sorties. Son objectif est de fournir des estimations précises et fiables des états du système, même en présence d'incertitudes et de perturbations .

Au fil des années, la synthèse d'observateurs a connu de nombreuses avancées, tant pour les systèmes linéaires que pour les systèmes non linéaires. Elle repose sur des concepts mathématiques tels que la théorie des systèmes dynamiques, la théorie du contrôle et l'analyse des signaux. Son objectif principal est de fournir des estimations robustes et précises des états du système, afin de faciliter la conception de lois de commande efficaces et de garantir la stabilité et la performance du système global .

Différentes approches ont été développées dans le domaine de la synthèse d'observateurs, comme les observateurs de Luenberger, les observateurs à horizon fini et les observateurs adaptatifs. Chacune de ces approches présente des avantages et des limitations, et leur choix dépend du contexte et des spécificités du système à observer.

Dans ce chapitre, nous allons explorer les différentes approches et techniques de synthèse des observateurs. Notre analyse se focalisera sur l'importance fondamentale de l'observabilité des systèmes, qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Nous mettrons en lumière que la vérification de l'observabilité est souvent plus ardue dans le cas des systèmes non linéaires. De plus, nous examinerons plusieurs catégories d'observateurs, qu'ils soient linéaires ou non linéaires. Chacun de ces observateurs est spécifique à un modèle mathématique donné et répond à des critères qui lui sont propres, tout en présentant des avantages et des inconvénients distincts. Il est crucial de souligner que le choix de l'observateur dépend étroitement du système à observer ainsi que des objectifs de conception du système de commande. Opter pour l'observateur adéquat peut ainsi contribuer à améliorer la précision de l'estimation de l'état du système et à optimiser les performances du système de commande en question.

2.2 Principe d'un observateur

Dans les systèmes physiques complexes avec de nombreuses variables, il n'est souvent pas possible d'avoir toutes les informations sur l'état du système en raison de contraintes techniques et

de coûts élevés liés à l'installation de capteurs supplémentaires. Cela peut réduire le nombre d'états mesurés. Dans la plupart des cas, la dimension du vecteur d'entrée est supérieure à celle du vecteur de sortie, ce qui signifie que l'état du système ne peut pas être directement mesuré à partir des sorties. C'est là qu'intervient l'observateur d'état, qui permet de reconstruire les états du système à partir des sorties mesurées. L'observateur est donc utilisé pour estimer les états du système lorsque leur mesure directe n'est pas possible.

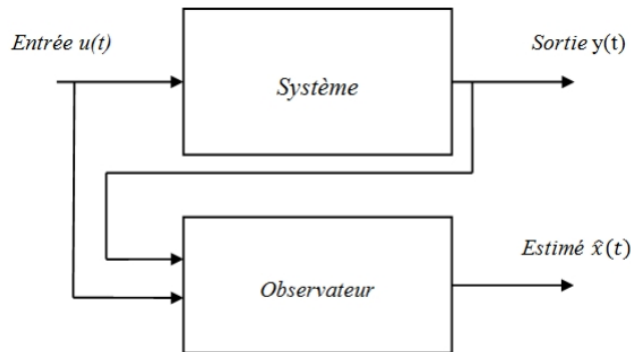


FIGURE 2.1 – Schéma de principe d'un observateur d'état

Soit le système dynamique décrit par le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases}$$

Avec :

- $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état.
- $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée.
- $y(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie.
- f et h sont des fonctions non linéaires.

Soit $u(t)$ et $y(t)$ l'entrée et la sortie du système réel. L'équation de l'observateur est définie comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t), u(t)) + L(y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = h(\hat{x}(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.1)$$

L'objectif est que l'erreur d'estimation d'état tende vers zéro :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad t \rightarrow \infty .$$

Avant d'entamer la conception d'un observateur, il est nécessaire que le système soit observable.

2.3 Observabilité

L'observabilité d'un système est la capacité de déterminer les états internes du système à partir des mesures des sorties externes. Cela signifie essentiellement que nous pouvons obtenir une estimation des états cachés du système en analysant les informations que nous pouvons mesurer à l'extérieur. L'observabilité est une propriété cruciale dans la conception des observateurs, car elle nous permet de comprendre et de contrôler le comportement du système même si nous n'avons pas accès directement à tous les états internes.

2.3.1 Observabilité des systèmes linéaires

Soit un système continu décrit par l'équation d'état déterministe suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

Avec :

- $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état.
- $u(t) \in R^m$ est le vecteur de commande.
- $y(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie système.
- A , B et C sont des matrices connues avec des dimensions appropriées.

L'observabilité du système linéaires (2.2) n'est garantie que si :

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} = n \quad (2.3)$$

Par conséquent, le système linéaire (2.2) est observable si le rang de la matrice d'observabilité O est égal à la dimension n du système. Dans le cas où le rang de la matrice O est inférieure à n , on parle d'observabilité partielle.

2.3.2 Observabilité des systèmes non-linéaires

L'observabilité des systèmes non linéaires dépend des entrées et des conditions initiales. Nous considérons un système non linéaire décrit par le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec :

- $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état.
- $u(t) \in R^m$ est le vecteur d'entrée.
- $y(t) \in R^q$ est le vecteur de sortie.
- $f : R^n \times R^m \rightarrow R^n$ et $h : R^n \times R^m \rightarrow R^q$, sont des fonctions non linéaires.

Pour les systèmes non linéaires, les définitions et les méthodes d'analyse sont plus complexes que pour les systèmes linéaires. Voici quelques définitions et lois importantes concernant l'observabilité des systèmes non linéaires [5] [7] .

Définition 2.3.1. (*Distinguabilité, Indistinguabilité*)

Deux états initiaux x_1 et $x_2 \in X$ tels que $x_1 \neq x_2$ sont dits distinguables dans X s'il existe un temps $t \geq 0$ et toute entrée $u[0, t] \rightarrow U$ telles que les trajectoires des sorties correspondantes $y(t, x_1, u(t))$ et $y(t, x_2, u(t))$ vérifient :

$$y(t, x_1, u(t)) \neq y(t, x_2, u(t))$$

Dans le cas contraire, deux états initiaux x_1 et $x_2 \in X$ tels que $x_1 \neq x_2$ sont dits indistinguables si :

$$y(t, x_1, u(t)) = y(t, x_2, u(t))$$

Définition 2.3.2. (*Observabilité et observabilité local faible*)

Un système est observable en $x_1 \in X$ si tout autre état $x_2 \neq x_1$ est distinguable de x_1 dans X . Un système est globalement observable s'il est distinguable en tout point de X .

Un système est localement ou faiblement observable, s'il existe un voisinage V de tout $x \in X$ tel que pour tout voisinage \tilde{V} de x contenu dans V , il n'existe aucun état indistinguable de x dans \tilde{V} où les trajectoires évoluent à l'intérieur de \tilde{V} .

En pratique, ces notions sont relativement difficiles à vérifier et on recourt souvent à la linéarisation du système autour d'un point d'équilibre.

Définition 2.3.3. (Observabilité au sens du rang)

Le système (2.4) est observable si la condition de rang suivante est satisfaite :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} dh(x, u) \\ dL_f h(x, u) \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h(x, u) \end{bmatrix} = n \quad (2.5)$$

Avec :

$$dh(x, u) = \left(\frac{\partial h}{\partial x_1}, \frac{\partial h}{\partial x_2}, \dots, \frac{\partial h}{\partial x_n} \right) \quad (2.6)$$

$$L_f h(x, u) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x, u) \quad (2.7)$$

où $L_f^k h(x, u)$ représente la $k^{\text{ième}}$ dérivée de Lie de h par rapport à f .

2.4 Synthèse d'observateurs des systèmes linéaires

Luenberger a proposé une solution simple et optimale au problème de l'estimation de l'état des systèmes linéaires dans un cadre déterministe, tandis que Kalman l'a fait dans un cadre stochastique.

2.4.1 Observateur de Luenberger

Considérons le modèle dynamique du système linéaire défini par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.8)$$

Avec :

- $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^p$ sont des vecteurs d'état, de commande et de sortie.
- A, B et C sont des matrices du système de dimensions appropriées.
- Les conditions initiales sont définies par $x(0) = x_0$.

L'observateur de Luenberger est l'un des observateurs les plus connus dans les commandes par retour d'état. Il est utilisé pour estimer l'état d'un système lorsque certaines parties de l'état ne peuvent pas être mesurées. Il peut également estimer les paramètres variables ou inconnus d'un système. La théorie de Luenberger repose sur des techniques de placement de pôles.

L'observateur de Luenberger est décrit par les équations suivantes [12] :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)); & \hat{x}(t) = x(t_0) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (2.9)$$

Avec :

- $\hat{x}(t)$ est l'estimé de $x(t)$ et $\hat{y}(t)$ est l'estimé de $y(t)$.
- L est le gain de l'observateur.
- A , B et C sont des matrices connues avec des dimensions appropriées.
- L'erreur d'estimation est définie par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$$

- La dynamique de cette erreur est donnée par :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t)$$

Le schéma bloc de l'observateur (2.9), est illustré par la figure (2.2) suivante :

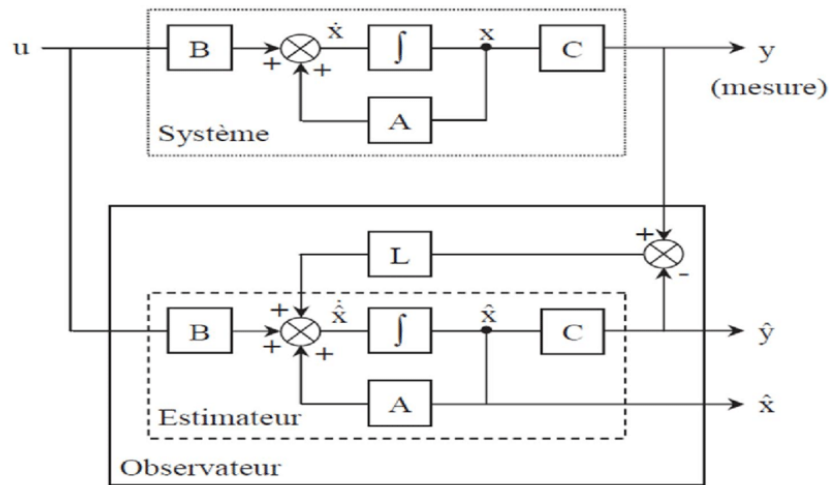


FIGURE 2.2 – Schéma bloc de l'observateur de Luenberger

La sélection du gain dans la conception des observateurs de Luenberger vise à garantir la stabilité asymptotique de l'erreur d'estimation. En choisissant le gain de telle sorte que la matrice $(A - LC)$ possède des valeurs propres à parties réelles strictement négatives (qualifiée de matrice de Hurwitz), on assure que l'erreur d'estimation converge vers zéro. Cette convergence rapide est cruciale car l'observateur remplace directement un capteur, et il est nécessaire que l'erreur d'estimation soit bien plus rapide que la dynamique du système, idéalement dix fois plus rapide.

Lorsque le couple (A, C) est observable, déterminer le gain L permet d'atteindre une dynamique de convergence souhaitée. En pratique, la conception de l'observateur consiste à résoudre un problème de déplacement de pôles : en fixant les valeurs propres désirées de $(A - LC)$ pour obtenir une dynamique souhaitée, le gain L est calculé en utilisant le principe de placement de pôle.

Exemple

Soit le système décrit par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -10 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \end{cases}$$

Avec :

- $x_1(t)$ et $x_2(t)$ sont les deux variables d'états.
- $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont les deux variables de sorties.

— $u(t)$ est l'entrée du système.

Il faut initialement déterminer si le système est observable, car si ce n'est pas le cas, il n'est pas possible de construire un observateur.

$$\text{rang}(O) = \text{rang} \begin{pmatrix} C \\ CA \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -10 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = 2 = n$$

le système est donc observable, il est possible de construire un observateur pour déterminer les états du système.

- On détermine l'observateur d'état de Luenberger, dont la dynamique est régie par les pôles égaux à -20 .
- Calcul du gain de l'observateur L :

Par identification : $A_0 = A - LC$, et $L = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix}$

$$A - LC = \begin{bmatrix} -10 & -1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} \\ l_{21} & l_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 - l_{11} & -1 - l_{12} \\ 2 - l_{21} & -1 - l_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix}$$

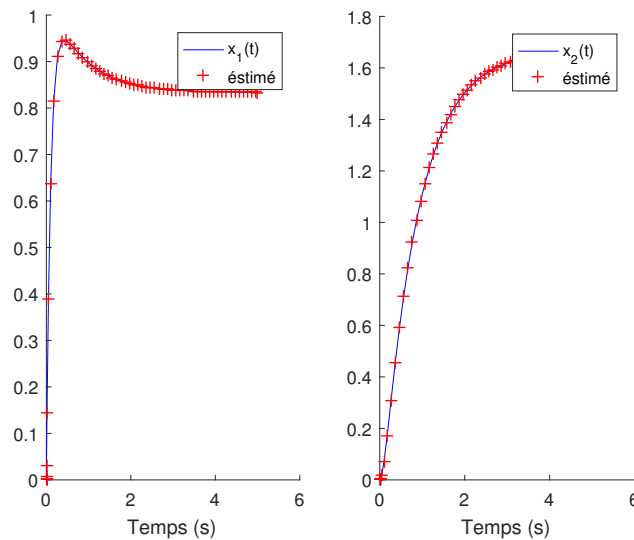
Par identification : $L = \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 2 & 19 \end{bmatrix}$

L'observateur d'état de Luenberger est représenté par :

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}(t) = \begin{bmatrix} -20 & 0 \\ 0 & -20 \end{bmatrix} \hat{x}(t) + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 10 & -1 \\ 2 & 19 \end{bmatrix} (y(t) - \hat{y}(t)) \\ \hat{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \hat{x}(t) \end{cases}$$

La figures (2.3) représentent les variables d'état estimées :

La figure (2.3) montre les états x_1, x_2 et leurs estimés \hat{x}_1, \hat{x}_2 , respectivement.


 FIGURE 2.3 – Représentation de x_1, x_2 réels et leurs estimés \hat{x}_1, \hat{x}_2

2.4.2 Le filtre de Kalman

Le filtre de Kalman est une méthode d'estimation utilisée dans le traitement du signal et le contrôle. Il permet d'estimer l'état d'un système dynamique en utilisant des mesures bruitées et un modèle mathématique du système. En combinant de manière optimale les informations provenant des mesures et du modèle, le filtre de Kalman fournit une estimation précise et robuste de l'état du système, même en présence de bruit.

On considère le modèle dynamique du système linéaire défini par [8] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Lw(t) \\ y(t) = Cx(t) + v(t) \end{cases} \quad (2.10)$$

Avec :

- $x(t) \in R^n, u(t) \in R^m, y(t) \in R^p$ sont les vecteurs d'état, de commande et de sortie.
- $w(t) \in R^r, v(t) \in R^p$ sont des bruits blancs gaussiens d'espérance nulle, de covariances respectives Q et R . Ces bruits sont supposés non corrélés.
- A, B, C et L sont des matrices du système de dimensions appropriées.

La théorie de l'observateur de Kalman nécessite la résolution d'une équation de Riccati. Kalman

utilise les propriétés statistiques des bruits w et v et propose la structure d'observateur suivante :

$$\hat{\dot{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + K(t)(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (2.11)$$

En minimisant la matrice de covariance de l'erreur d'estimation $P(t) = E(e(t)e(t)^T)$, on obtient l'expression du gain de l'observateur :

$$K(t) = P(t)C^T R^{-1} \quad (2.12)$$

Où $P(t)$ est solution de l'équation de Ricatti :

$$\dot{P}(t) = AP(t) + P(t)A^T - P(t)C^T R^{-1} CP(t) + LQL^T \quad (2.13)$$

2.4.3 Observateur à entrées inconnues

Un observateur à entrées inconnues est un type d'observateur qui permet de générer des résidus sensibles aux défauts, tout en étant insensibles aux entrées inconnues. Il parvient à séparer l'influence de ces entrées sur la valeur du résidu. Les entrées inconnues peuvent être des perturbations, des bruits de mesure ou des erreurs de modélisation. L'observateur à entrées inconnues est conçu de manière à rendre l'erreur d'estimation indépendante de ces perturbations non mesurables. Cela permet d'estimer avec précision l'état du système, même en présence de perturbations difficiles à mesurer. En somme, l'observateur à entrées inconnues est un outil puissant pour estimer l'état d'un système en tenant compte des perturbations non mesurables.

La théorie d'un observateur à entrées inconnues est applicable à la classe des systèmes linéaires (2.2). Seulement cette fois, les entrées inconnues interviennent dans le modèle du système [9] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ed(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.14)$$

Avec :

- $d(t) \in R^q$ est une entrée inconnue.
- E est une matrice de rang plein de dimension appropriée.

Pour le système (2.14) on dit qu'un observateur est à entrée inconnue si l'erreur d'estimation tend vers zéro en présence d'entrées inconnues. Sa structure est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + TBu(t) + Ky(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Hy(t) \end{cases} \quad (2.15)$$

Avec :

- $z(t) \in R^n$ est le vecteur d'état de l'observateur.
- $\hat{x}(t) \in R^n$ est le vecteur d'état estimé du système.
- F, T, K et H sont les matrices qui seront déterminées pour stabiliser l'observateur et découpler les entrées inconnues .

En posant $K = K_1 + K_2$, la dérivée de l'erreur d'estimation par rapport au temps sera donnée par :

$$\dot{e}(t) = \dot{x}(t) - \dot{\hat{x}}(t) = (A - HCA - K_1C)e - [F - (A - HCA - K_1C)]z(t) - [T - (1 - HC)]Bu(t) - (1 - HC)Ed(t) - [K_2 - (A - HCA - K_1C)H]y(t)$$

Ainsi, les conditions permettant le découplage de l'entrée inconnue sont :

- $(HC - 1)E = 0$
- $T = 1 - HC$
- $F = A - HCA - K_1C$
- $K_2 = FH$
- $K = K_1 + K_2$

Si ces conditions sont satisfaites alors l'erreur dynamique sera :

$$\dot{e}(t) = Fe(t)$$

Afin que l'erreur d'estimation tende asymptotiquement vers zéro, les valeurs propres de F doivent être à partie réelle négative. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'existence d'un tel observateur pour un système décrit par l'équation (2.14) sont :

- $Rang(CE) = Rang(E)$
- (C, A_l) est stable, $A_l = A - E[(CE)^TCE]^{-1}(CE)^TCA$.

Remarque

L'avantage de la méthode d'observateurs à entrées inconnues est qu'elle permet de séparer complètement les entrées inconnues, rendant ainsi l'erreur d'estimation insensible à ces entrées et sensible aux défauts. Cela signifie que l'observateur peut détecter et isoler les défauts du système, même en présence d'entrées inconnues. Cependant, il est important de noter que cette méthode peut présenter un inconvénient majeur : la transformation d'un système non linéaire à une forme spécifique n'est pas toujours réalisable. Même dans le cas linéaire, cette transformation est possible uniquement pour une classe restreinte de systèmes. Donc, bien que l'observateur à entrées inconnues soit une approche puissante, il peut y avoir des limitations dans sa mise en œuvre, en particulier pour les systèmes non linéaires.

2.4.4 Observateur à mode glissant

Les observateurs à modes glissants sont une classe populaire d'observateurs robustes. Ils offrent des performances robustes face aux incertitudes de modélisation et aux perturbations, ainsi qu'une convergence rapide vers l'état désiré. De plus, ils sont faciles à implémenter pour les systèmes linéaires et non linéaires. Ces observateurs utilisent une entrée de contrôle discontinue pour contraindre les dynamiques du système à converger vers une surface de glissement. Si les conditions de glissement sont satisfaites, le système converge vers cette surface et y évolue selon une dynamique d'ordre réduit.

Considérons le système linéaire suivant : [10]

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.16)$$

Avec :

- $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état.
- $u(t) \in R^m$ est le vecteur de commande.
- $y(t) \in R^p$ est le vecteur de sortie système.
- A , B et C sont des matrices connues avec des dimensions appropriées. On suppose que la paire (A, C) est observable.

La reconstruction des variables d'état est basée sur les sorties mesurées. Un changement de coordonnées peut être effectué pour que les sorties apparaissent directement comme des composantes du vecteur d'état. Sans perte des généralités, la matrice de sortie peut être réécrite comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

Avec :

— $C_1 \in R^{p \times (n-p)}$, $C_2 \in R^{p \times p}$ et le déterminant de C_2 est non nul.

En respectant ces conditions, l'utilisation d'une matrice non singulière T permet de reformuler les matrices de sortie, d'état et de commande dans de nouvelles coordonnées de la manière suivante :

$$\tilde{C} = CT^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & I_p \end{bmatrix} = TAT^{-1} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \text{ et } \tilde{B} = TB = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{Où : } T = \begin{bmatrix} I_{n-p} & 0 \\ C_1 & C_2 \end{bmatrix}$$

Le système (2.16) peut être donc mis sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}y(t) + B_1u(t) \\ \dot{y}(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}y(t) + B_2u(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = Tx(t) \text{ et } x_1(t) \in R^{n-p}.$$

L'observateur à mode glissant proposé pour ce type de système est :

$$\begin{cases} \hat{\dot{x}}_1(t) = A_{11}\hat{x}_1(t) + A_{12}\hat{y}(t) + B_1u(t) + Lv(t) \\ \hat{\dot{y}}(t) = A_{21}\hat{x}_1(t) + A_{22}\hat{y}(t) + B_2u(t) - v(t) \end{cases} \quad (2.18)$$

Avec :

— $\hat{x}_1(t)$ et $\hat{y}(t)$ sont respectivement les estimées de $x_1(t)$ et $y(t)$.

— L est le gain de l'observateur et $v(t)$ est l'injection discontinue donnée par :

$$v(t) = [\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1) \quad \text{sign}(y_2 - \hat{y}_2) \quad \dots \quad \text{sign}(y_p - \hat{y}_p)]$$

$v(t)$ représente le vecteur de surfaces de glissement. Les p surfaces de glissement sont :

$$s_i = y_i - \hat{y}_i, \quad i = 1, 2, \dots, p$$

Les erreurs d'estimation d'état et de sortie sont données par :

$$\begin{cases} e_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t) \\ e_y(t) = y(t) - \hat{y}(t) \end{cases} \quad (2.19)$$

À partir des équations (2.17), (2.18) et (2.19), la dynamique des erreurs d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}_1(t) = A_{11}e_1(t) + A_{12}e_y(t) + Lv(t) \\ \dot{e}_y(t) = A_{21}e_1(t) + A_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (2.20)$$

La paire (A_{11}, A_{22}) est observable car la paire (A, C) est observable. Par conséquent, le gain L peut être choisi pour que le système soit stable.

Définissons maintenant un nouveau changement de variable de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = T_L \begin{bmatrix} x_1(t) \\ y(t) \end{bmatrix}; \quad T_L = \begin{bmatrix} I_{n-p}(t) & L \\ 0 & I_p \end{bmatrix}$$

Avec ce changement de variable, la dynamique de l'erreur d'estimation s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}e_1(t) + \tilde{A}_{12}e_y(t) \\ \dot{e}_y(t) = \tilde{A}_{21}e_1(t) + \tilde{A}_{22}e_y(t) - v(t) \end{cases} \quad (2.21)$$

Où :

$$\tilde{e}_1(t) = e_1(t) + Le_y(t) \text{ et } \tilde{A}_{11} = A_{11} + LA_{21}.$$

$$\tilde{A}_{12} = A_{12} + LA_{22} - \tilde{A}_{11}L \text{ et } \tilde{A}_{22} = A_{22} + A_{21}L.$$

Pour un gain L assez grand, un régime glissant peut être rétabli sur l'erreur de sortie (2.21). Donc après un temps fini, l'erreur $e_y(t)$ et sa dérivée seront nulles et on aura à partir de l'équation (2.21) :

$$\dot{\tilde{e}}_1(t) = \tilde{A}_{11}\tilde{e}_1(t) \quad (2.22)$$

Avec un choix correct du gain pour stabiliser \tilde{A}_{11} , le système d'équation (2.21) est stable $\tilde{e}_1(t) \mapsto 0$ quand $t \mapsto \infty$, ce que veut dire que $\hat{x}_1(t)$ tend vers $x_1(t)$.

En pratique la difficulté de cette méthode est dans le choix d'un gain L approprié pour établir un régime glissant dans un temps fini .

2.5 Synthèse d'observateurs des systèmes non linéaires

2.5.1 Observateur de Luenberger étendu

L'observateur de Luenberger étendu est une méthode utilisée pour estimer l'état interne d'un système non linéaire en utilisant un modèle linéaire simplifié. Cet observateur fonctionne en ajoutant un terme d'erreur au modèle linéaire, qui est ensuite corrigé à l'aide d'un gain constant calculé par placement de pôles. Cependant, il est important de noter que cet observateur peut rencontrer des problèmes d'instabilité lorsque le système s'éloigne de son point de fonctionnement. Par conséquent, il est crucial de prendre des mesures pour garantir que l'état estimé reste proche de l'état d'équilibre.

2.5.2 Le filtre de Kalman étendu

Le filtre de Kalman étendu est une extension du filtre de Kalman standard qui est utilisé pour estimer l'état d'un système non linéaire. Il utilise les équations du filtre de Kalman standard, mais avec une linéarisation du modèle non linéaire en utilisant la formule de Taylor au premier ordre. Cela permet d'obtenir des estimations acceptables de l'état du système. Cependant, il y a quelques inconvénients à prendre en compte. Le filtre de Kalman étendu ne présente pas de bonnes propriétés de convergence et ne peut pas être généralisé à tous les cas de systèmes non linéaires. De plus, sa mise en œuvre nécessite beaucoup de calculs.

Considérons le système non linéaire suivant [5] :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + v(t) = F(x(t), u(t)) + v(t); & x(t_0) = x_0 \\ y(t) = h(x(t)) + w(t) \end{cases} \quad (2.23)$$

Les bruits $v(t)$ et $w(t)$ sont blancs gaussiens centrés de covariance M_e et M_w respectivement.

Soient :

$$A(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial x}, \quad B(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial u}, \quad C(x(t)) = \frac{\partial h(x)}{\partial x}, \quad (2.24)$$

les jacobienes de $F(x, u)$ par rapport à x et à u et de $h(x)$ par rapport à x . Alors le filtre de Kalman non linéaire est décrit par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)); & \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \\ y(t) = h(\hat{x}(t)) \end{cases} \quad (2.25)$$

Le gain $L(x, t)$ est donné par :

$$L(x, t) = P(x(t))C(x(t))^T M_w^{-1} \quad (2.26)$$

$P(x(t))$ est solution de l'équation de Ricatti paramétrée

$$\dot{P}(x(t)) = AP + PA^T - PC^T M_w^{-1} CP + M_v \quad (2.27)$$

2.5.3 Observateurs à grand gain

Les observateurs à grand gain utilisent la théorie de stabilité de Lyapounov pour estimer l'état d'un système non linéaire. Contrairement à l'observateur de Luenberger et au filtre de Kalman, ces observateurs ont une convergence globale réglable, mais ils ne s'appliquent qu'à une classe restreinte de systèmes non linéaires. On les appelle "à grand gain" car le gain de l'observateur est suffisamment élevé pour compenser la non-linéarité du système. Cependant, un inconvénient de ce type d'observateur est sa sensibilité au bruit de mesure si le gain est choisi trop élevé.

2.5.4 Observateur à mode glissant

La synthèse des observateurs à mode glissant (MG) repose sur la théorie des systèmes à structure variable, introduite par Filipov. Ce type d'observateurs se caractérise par l'utilisation d'une fonction discontinue, appelée fonction sign, pour le terme correctif. Cette fonction est définie comme suit [11] :

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} -1 & \text{si } x < 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x > 0 \end{cases} \quad (2.28)$$

Pour un système de forme générale :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u) \\ y = h(t, x) \end{cases} \quad (2.29)$$

un observateur à mode glissant est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}, u) + L \operatorname{sign}(y - \hat{y}) \\ \hat{y} = h(\hat{x}) \end{cases} \quad (2.30)$$

Avec L est une matrice de gain de dimension $n \times p$.

• **Observateur à modes glissants étape par étape d'ordre un**

Cet observateur a été spécialement conçu pour les systèmes pouvant être représentés sous forme triangulaire, comme illustré ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) \\ y = x_1 \end{cases} \quad (2.31)$$

Avec :

— $f(x_1, x_2)$ est une fonction bornée pour $(x_1, x_2) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$.

La structure de l'observateur proposé est la suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \hat{x}_2 + \lambda_1 \operatorname{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \dot{\hat{x}}_2 = f(x_1, \tilde{x}_2) + E_1 \lambda_2 \operatorname{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \\ \tilde{x}_2 = \hat{x}_2 + E_1 \lambda_1 \operatorname{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \end{cases} \quad (2.32)$$

Avec :

$$E_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 - \hat{x}_1 = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Un réglage approprié des valeurs de gain λ_1 et λ_2 permet d'assurer la convergence de l'erreur d'estimation vers zéro en un laps de temps fini. L'observateur à mode glissant d'ordre 1 présente plusieurs atouts, tels qu'une convergence rapide, une robustesse face aux variations de paramètres et

aux perturbations. Cependant, il peut introduire un phénomène de réticence, où l'observateur réagit moins rapidement aux changements brusques dans le système. Afin de remédier à cet inconvénient, il est recommandé d'utiliser des observateurs d'ordre supérieur, qui offrent une meilleure précision et une réponse plus rapide aux variations du système [5].

• **Observateur à modes glissants étape par étape d'ordre supérieur**

Considérons le système non linéaire d'ordre n décrit par l'équation suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \vdots \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{cases} \quad (2.33)$$

L'observateur à mode glissant d'ordre 2 est formulé comme suit :

$$\begin{cases} \hat{x}_1 = \tilde{x}_2 + \lambda_1 |x_1 - \hat{x}_1|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \tilde{x}_2 = \alpha_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\ \hat{x}_2 = E_1[\tilde{x}_3 + \lambda_2 |\tilde{x}_2 - \hat{x}_2|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2)] \\ \vdots \\ \tilde{x}_n = E_{n-2} \alpha_{n-1} \text{sign}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\ \hat{x}_n = E_{n-1}[\tilde{f} + \lambda_n |\tilde{x}_n - \hat{x}_n|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n)] \\ \tilde{f} = E_{n-1} \alpha_{n-1} \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \end{cases} \quad (2.34)$$

L'observateur à modes glissants d'ordre supérieur s'appuie sur l'algorithme de super twisting afin de minimiser le phénomène de réticence. Des recherches ont montré que les erreurs d'estimation $e_i = x_i - \hat{x}_i$, pour $i = 1, 2, \dots, n$, convergent vers zéro en un temps fini.

2.5.5 Observateur à état étendu

Considérons le système non linéaire d'ordre n décrit par l'équation suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = F(t, x_1, x_2, \dots, x_n(t)) + bu(t) + w(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Avec :

- $w(t)$ représente les perturbations externes.
- La somme $F(t, x_1, x_2, \dots, x_n(t)) + w(t)$ est considérée comme la perturbation totale.

Le système peut être réécrit comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \vdots \\ \dot{x}_n(t) = x_{n+1} + bu(t) \\ \dot{x}_{n+1}(t) = h(t, x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)) \\ y(t) = x_1(t) \end{array} \right. \quad (2.36)$$

Avec :

- $x_{n+1} = F(t, x_1, x_2, \dots, x_n(t)) + w(t)$ est l'état étendu.
- h est la dérivée de l'état étendu.
- x_{n+1} est la variable d'état supplémentaire, représente l'incertitude totale.

L'observateur de J.Han associé au système (2.36) est formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{x}_1(t) = \hat{x}_2(t) - g_1(\hat{x}_1(t) - y(t)) \\ \hat{x}_2(t) = \hat{x}_3(t) - g_2(\hat{x}_1(t) - y(t)) \\ \vdots \\ \hat{x}_n(t) = \hat{x}_{n+1} - g_n(\hat{x}_1(t) - y(t)) + bu(t) \\ \hat{x}_{n+1}(t) = -g_{n+1}(\hat{x}_1(t) - y(t)) \end{array} \right. \quad (2.37)$$

Ainsi, l'estimation s'étend à une dimension de $n + 1$, permettant de prédire non seulement l'état complet du système (x_1, x_2, \dots, x_n) , mais également l'état étendu x_{n+1} , englobant la dynamique incertaine ainsi que les perturbations externes. C'est ainsi que l'observateur est qualifié d'observateur à état étendu (Extended State Observer : ESO).

2.6 Conclusion

La synthèse des observateurs est un sujet fascinant dans le domaine de l'ingénierie de contrôle. Nous avons discuté de l'observabilité des systèmes dynamiques, en mettant en évidence les critères de rang pour les systèmes linéaires et la dépendance de l'observabilité de l'entrée pour les systèmes non-linéaires. Nous avons également exploré différentes approches de synthèse d'observateur, y compris les observateurs linéaires et non-linéaires. Les observateurs à modes glissants sont particulièrement intéressants en raison de leurs robustesses aux incertitudes paramétriques.

Dans le prochain chapitre, nous allons appliquer la commande ADRC combinant l'approche backstepping et un observateur à mode glissant

Chapitre 3

*Commande par rejet actif des perturbations :
Application à un système chaotique incertain*

3.1 Introduction

La commande par rejet actif des perturbations (Active Disturbance Rejection Control : ADRC), est une approche de contrôle utilisée spécifiquement pour des systèmes incertains. Elle offre une solution efficace pour stabiliser et contrôler les systèmes en présence d'incertitudes et de perturbations [7].

L'ADRC utilise un observateur à état étendu (Extended State Observer : ESO) pour estimer et rejeter activement les perturbations, qu'elles soient internes ou externes. Cela permet de maintenir une performance de contrôle précise malgré les variations et les perturbations imprévisibles qui affectent le système [14].

Grâce à la commande ADRC, il est possible de maintenir une trajectoire de référence souhaitée, même dans des environnements incertains et chaotiques. Cela en fait une approche très intéressante pour les applications des systèmes chaotiques incertains [7].

Dans ce chapitre, nous explorons l'utilisation de la commande par rejet actif des perturbations pour contrôler un système chaotique. L'objectif est de supprimer le comportement chaotique du système en présence d'incertitudes et de perturbations externes.

Nous commençons par la définition de la théorie du chaos et explication de ses principes fondamentaux. Ensuite, nous détaillons la conception d'une commande ADRC adaptée à notre système chaotique. Dans notre approche, nous utilisons la commande par backstepping intégrateur, reconnue pour son efficacité dans la stabilisation du système et un observateur à mode glissant permettant d'estimer les variables d'état du système et l'état étendu. Ce dernier représente la perturbation totale comprenant les incertitudes du système et les perturbations externes. Notre objectif principal est de concevoir un système de commande robuste et performant pour notre système chaotique, afin d'éliminer l'effet des incertitudes et d'assurer le suivi de la trajectoire désirée. Enfin, nous analysons les performances et la stabilité du système sous l'effet de cette commande en réalisant des simulations sous Matlab.

3.2 Systèmes chaotiques

Un système chaotique est caractérisé par un comportement irrégulier et désordonné, tout en étant déterministe. Cela signifie que le système suit des règles précises, mais ses résultats sont imprévisibles à long terme. En particulier, Un système est considéré comme chaotique s'il présente

un comportement imprévisible et complexe sur une large gamme de fréquences.

3.2.1 Domaines d'application du chaos

Contrôle	Le chaos est utilisé pour contrôler le comportement irrégulier dans les circuits et les systèmes.
Synchronisation	Il est utilisé pour assurer une communication sécurisée, le cryptage et la radio.
Traitement d'information	On l'utilise pour le codage, le décodage et le stockage d'informations dans des systèmes chaotiques tels que les éléments de mémoire et les circuits.
Reconnaissance de forme	Le chaos est utilisé pour la reconnaissance de forme.
Prédiction à court terme	Il est utilisé pour prédire des phénomènes tels que les maladies contagieuses, la température et l'économie.

TABLE 3.1 – Exemples d'applications du chaos

3.2.2 Non linéarités

Un système chaotique est un système dynamique non linéaire, ce qui signifie qu'il ne peut pas être décrit par des relations linéaires directes.

3.2.3 La sensibilité aux conditions initiales

La sensibilité aux conditions initiales est une caractéristique essentielle des systèmes chaotiques. Cela signifie que des petites variations dans les conditions initiales peuvent entraîner des résultats complètement différents à long terme. L'effet papillon est une analogie couramment utilisée pour illustrer cette sensibilité, où le battement d'ailes d'un papillon peut potentiellement déclencher une réaction en chaîne conduisant à une tempête à des milliers de kilomètres de là [15].

3.2.4 Déterminisme

Un système déterministe est caractérisé par le fait que son état présent est entièrement prédéterminé par les conditions initiales. En opposition à un système stochastique, où l'état présent est influencé non seulement par les conditions initiales, mais également par une réalisation spécifique d'un paramètre aléatoire, tel qu'un bruit ou une variable interne.

3.3 Commande par rejet actif des perturbations (ADRC)

La commande par rejet actif des perturbations (ADRC) est une stratégie de contrôle qui vise à atténuer les effets des perturbations dans les systèmes dynamiques. Cette méthode repose sur l'utilisation d'un observateur à état étendu pour estimer en temps réel les perturbations agissant sur le système. Ces perturbations peuvent être de internes ou externes et peuvent perturber le comportement attendu du système.

Une fois que les perturbations sont estimées, la commande est ajustée de manière à les compenser, permettant ainsi au système de maintenir des performances de contrôle satisfaisantes malgré les perturbations. L'ADRC offre une approche robuste pour la commande des systèmes dynamiques, en particulier dans les cas où les perturbations sont imprévisibles ou variables. En résumé, l'ADRC utilise une estimation active des perturbations pour générer des commandes adaptatives visant à réduire leur impact sur le système contrôlé.

Dans notre travail, l'approche ADRC proposée repose sur l'utilisation d'un observateur à mode glissant étape par étape à état étendu, ainsi que sur une commande par backstepping intégrateur.

Dans cette étape, nous débutons par la conception d'un observateur à mode glissant étape par étape à état étendu, destiné à estimer les états du système ainsi que la perturbation totale (incertitudes et perturbation externes). Ensuite, nous développons une commande par backstepping intégrateur en supposant une connaissance parfaite des états du système ainsi que de l'état étendu (la perturbation totale).

Finalement, nous analysons la stabilité du système sous la commande par rejet actif de la perturbation.

3.4 Application à un système chaotique

Nous appliquons la commande ADRC pour un système chaotique dont la dynamique est supposée complètement inconnue, en tenant également compte de la présence de perturbations externes. Le système chaotique incertain considéré est celui de Genesisio, décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = f(x_1, x_2, x_3) + d(t) + bu(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

Avec :

- x_1, x_2 et x_3 sont des variables d'état.
- La fonction $f(x_1, x_2, x_3) = -6x_1 - 2.92x_2 - 1.2x_3 + x_1^2(t)$, exprime les incertitudes du système, supposée inconnue.
- $d(t)$ est la perturbation externe inconnue prise comme suit : $d(t) = 0.1 \cos(5t)x_3(t) - 0.1 \sin(t)$ et $b = 1$.
- u et y sont respectivement le signal de commande et le la sortie du système.

La figure suivante (3.1) montre le comportement chaotique du système en absence de la commande u , sous l'effet de la perturbation $d(t)$ et les conditions initiales sont $x^T = [0, 0, 0]$:

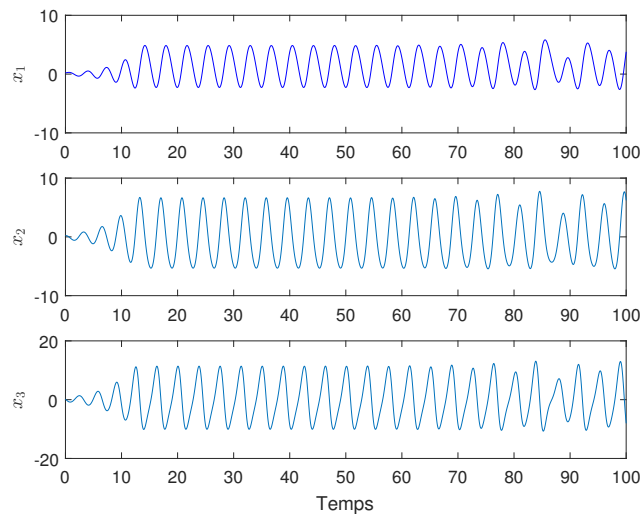


FIGURE 3.1 – Comportement chaotique du système de Genesio sans la commande u et en présence de la perturbation $d(t)$.

Soit l'état étendu : $x_4(t) = f(x_1, x_2, x_3) + d(t)$ (perturbation totale). Ainsi, le modèle (3.1) peut être reformulé de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) + u(t) \\ \dot{x}_4(t) = h(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases} \quad (3.2)$$

Le schéma bloc du principe d'ADRC est illustré dans la figure suivante :

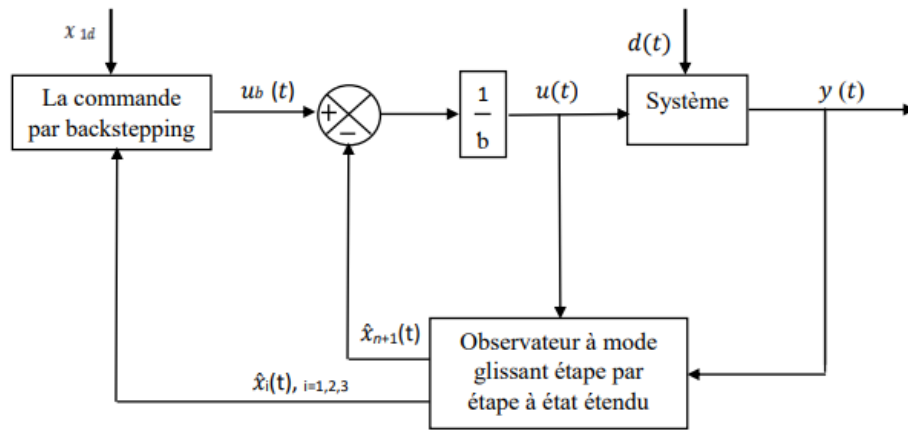


FIGURE 3.2 – Schéma Bloc du Principe d'ADRC

3.4.1 Synthèse d'un observateur à état étendu (Extended State Observer : ESO)

Un observateur à mode glissant étape par étape a été préalablement présenté dans [13] dans le but d'estimer à la fois l'état du système et les entrées inconnues. L'observateur à état étendu à mode glissant étape par étape, pour le système (3.2) est conçu de la manière suivante :

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}_1(t)}{dt} = \hat{x}_2(t) + \beta_1 \text{sign}(\sigma_1(t)) \\ \frac{d\hat{x}_2(t)}{dt} = \hat{x}_3(t) + E_1\beta_2 \text{sign}(\sigma_2(t)) \\ \frac{d\hat{x}_3(t)}{dt} = \hat{x}_4(t) + E_2\beta_3 \text{sign}(\sigma_3(t)) + u(t) \\ \frac{d\hat{x}_4(t)}{dt} = E_3\beta_4 \text{sign}(\sigma_4(t)) \end{cases} \quad (3.3)$$

Les états $\tilde{x}_i, i = 2, \dots, 4$ sont définis comme suit :

$$\begin{cases} \tilde{x}_2(t) = \hat{x}_2(t) + E_1\beta_1 \text{sign}(\sigma_1(t)) \\ \tilde{x}_3(t) = \hat{x}_3(t) + E_2\beta_2 \text{sign}(\sigma_2(t)) \\ \tilde{x}_4(t) = \hat{x}_4(t) + E_3\beta_3 \text{sign}(\sigma_3(t)) \end{cases} \quad (3.4)$$

Avec :

- $\sigma_1(t) = x_1(t) - \hat{x}_1(t)$ est la déviation entre l'état réel $x_1(t)$ et l'état estimé $\hat{x}_1(t)$ et $\sigma_i(t) = \tilde{x}_i(t) - \hat{x}_i(t), i = 2, 3, 4$.
- E_i sont les fonctions de commutation, sont définies comme suit :

$$E_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{x}_i - \hat{x}_i = 0 \quad \text{pour } i = 1, 2, 3. \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

3.4.2 Synthèse de la commande par backstepping

Considérons le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t) + u(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

Dans cette partie, nous supposons que les états du système et l'état étendu connus. La commande par rejet actif de perturbations est choisie comme suit :

$$u(t) = u_b(t) - x_4(t)$$

En remplaçant $u(t)$ dans (3.5), obtient :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = u_b(t) \end{cases} \quad (3.6)$$

La synthèse de la commande par backstepping est faite en trois étapes :

Étape 1 Commande de x_1

Dans cette étape, nous considérons le premier sous-système du système global (3.6) :

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (3.7)$$

La dynamique de l'erreur de poursuite est décrite par :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (3.8)$$

Avec x_{1d} , est la valeur désirée de x_1 .

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \dot{x}_{1d} = x_2 - \dot{x}_{1d} \quad (3.9)$$

La fonction de Lyapunov V_1 est :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (3.10)$$

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_{1d}) \quad (3.11)$$

En posant :

$$x_2 - \dot{x}_{1d} = -K_1 e_1 \quad (3.12)$$

Nous choisissons x_2 comme entrée virtuelle et sa valeur souhaitée calculée à partir de (3.12) est définie de la manière suivante :

$$x_{2d} = -K_1 e_1 + \dot{x}_{1d} \quad (3.13)$$

En remplaçant x_2 par x_{2d} dans (3.11), nous obtenons :

$$\dot{V}_1 = -K_1 e_1^2 \leq 0 \quad (3.14)$$

Comme \dot{V}_1 est une fonction définie négative, cela garantit la stabilité asymptotique de e_1 .

Étape 2 Commande de x_2

Dans cette étape, nous considérons le deuxième sous-système de (3.6) :

$$\dot{x}_2 = x_3 \quad (3.15)$$

La dynamique de l'erreur de poursuite est décrite par :

$$e_2 = x_2 - x_{2d} \quad (3.16)$$

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\dot{e}_2 = \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} \quad (3.17)$$

Avec :

$$\dot{x}_{2d} = -K_1 e_2 + K_1^2 e_1 + \ddot{x}_{1d} \quad (3.18)$$

Alors,

$$\dot{e}_2 = x_3 + K_1^2 e_1 - K_1 e_2 - \ddot{x}_{1d} \quad (3.19)$$

La fonction de Lyapunov V_2 est :

$$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} e_2^2 = \frac{1}{2} e_1^2 + \frac{1}{2} e_2^2 \quad (3.20)$$

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\begin{aligned}
 \dot{V}_2 &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 \\
 &= e_1(e_2 - K_1 e_1) + e_2(x_3 + K_1 e_2 - K_1^2 e_1 - \ddot{x}_{1d}) \\
 &= -K_1 e_1^2 + e_2(e_1 + x_3 + K_1 e_2 - K_1^2 e_1 - \ddot{x}_{1d})
 \end{aligned} \tag{3.21}$$

Pour avoir la négativité de \dot{V}_2 , on pose :

$$e_1 + x_3 + K_1 e_2 - K_1^2 e_1 - \ddot{x}_{1d} = -K_2 e_2 \tag{3.22}$$

Nous choisissons x_3 comme entrée virtuelle et sa valeur souhaitée calculée à partir de (3.22) est définie de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 x_{3d} &= -K_2 e_2 - e_1 - K_1 e_2 + K_1^2 e_1 + \ddot{x}_{1d} \\
 &= (-1 + K_1^2) e_1 - (K_1 + K_2) e_2 + \ddot{x}_{1d}
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

En remplaçant x_3 par x_{3d} dans (3.21), nous obtenons :

$$\dot{V}_2 = -K_1 e_1^2 - K_2 e_2^2 \leq 0 \tag{3.24}$$

Comme \dot{V}_2 est une fonction définie négative, cela garantit la stabilité asymptotique de e_1 et e_2 .

Cela implique que x_1 et x_2 converge asymptotiquement vers leurs valeurs désirées.

Étape 3 Commande de x_3

C'est la dernière étape de conception, on considère le système global (3.6).

L'erreur de poursuite est décrite par :

$$e_3 = x_3 - x_{3d} \tag{3.25}$$

Les dynamiques des erreurs de poursuite sont données par :

$$\begin{aligned}
 \dot{e}_1 &= e_2 - K_1 e_1 \\
 \dot{e}_2 &= e_3 - K_2 e_2 - e_1
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

La dérivée de l'erreur e_3 est :

$$\begin{aligned}\dot{e}_3 &= \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \\ &= u_b(t) - \dot{x}_{3d}\end{aligned}\quad (3.27)$$

Avec :

$$\dot{x}_{3d} = (-K_1^3 + 2K_1 + K_2)e_1 + (K_1^2 + K_2^2 + K_1K_2 - 1)e_2 - (K_1 + K_2)e_3 + \ddot{x}_{1d}\quad (3.28)$$

La fonction de Lyapunov V_3 est :

$$V_3 = V_1 + V_2 + \frac{1}{2}e_3^2 = \frac{1}{2}e_1^2 + \frac{1}{2}e_2^2 + \frac{1}{2}e_3^2\quad (3.29)$$

Sa dérivée par rapport au temps :

$$\begin{aligned}\dot{V}_3 &= e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3 \\ &= -K_1e_1^2 - K_2e_2^2 + e_3(u_b(t) - \dot{x}_{3d} + e_2)\end{aligned}\quad (3.30)$$

En posant :

$$u_b(t) - \dot{x}_{3d} + e_2 = -K_3e_3\quad (3.31)$$

L'entrée réelle apparait, son expression obtenue à partir de (3.31) est donnée comme suit :

$$u_b(t) = -K_3e_3 + \dot{x}_{3d} - e_2\quad (3.32)$$

En remplaçant $u_b(t)$ dans (3.30) , on obtient :

$$\dot{V}_3 = -K_1e_1^2 - K_2e_2^2 - K_3e_3^2 \leq 0\quad (3.33)$$

On conclue que x_1 , x_2 et x_3 convergent asymptotiquement vers leurs valeurs désirées.

La commande à appliquer à notre système doit être en fonction des estimés obtenus à partir de notre

observateur. ce qui se traduit par l'expression :

$$u(t) = \hat{u}_b(t) - \hat{x}_4(t)$$

Avec :

$$\hat{u}_b(t) = -K_3 \hat{e}_3 + \dot{\hat{x}}_{3d} - \hat{e}_2$$

et :

$$\hat{e}_i = \hat{x}_i - \hat{x}_{id} \quad \text{pour } i = 1, 2, 3.$$

$$\dot{x}_{2d} = -K_1 \hat{e}_1 + \dot{x}_{1d}$$

$$\dot{\hat{x}}_{3d} = (-1 + K_1^2) \hat{e}_1 - (K_1 + K_2) \hat{e}_2 + \ddot{x}_{1d}$$

$$\dot{\hat{x}}_{3d} = (-K_1^3 + 2K_1 + K_2) \hat{e}_1 + (K_1^2 + K_2^2 + K_1 K_2 - 1) \hat{e}_2 - (K_1 + K_2) \hat{e}_3 + \ddot{x}_{1d}$$

3.4.3 Résultats de simulation

Les paramètres de simulation sont pris comme suit :

- Les conditions initiales du système et de l'observateur sont : $x_0 = [2.5, 1, 1]^T$, $\hat{x}_0 = [3, 0, 0, 0]^T$.
- Les paramètres de l'observateur sont choisis comme suit : $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 6$, $\beta_3 = 15$ et $\beta_4 = 100$.
- Les gains de la commande par backstepping sont : $K_1 = 6$, $K_2 = 2$ et $K_3 = 5$.

• Cas 1 : Référence constante ($x_{1d} = 0$, $\dot{x}_{1d} = 1$)

Les figures (3.3) et (3.4) montrent les trajectoires d'état obtenues avec notre méthode de commande pour $x_{1d} = 0$ et $\dot{x}_{1d} = 1$. Dans les deux cas, les états de notre système suivent correctement les références et les perturbations sont efficacement rejetées.

Les figures (3.5) et (3.6) montrent les erreurs d'estimation des états et l'estimation des perturbations. L'observateur estime bien les états et les perturbations, car les erreurs d'estimation convergent vers zéro.

Les figures (3.7) et (3.8) montrent les signaux de commande pour différentes valeurs de x_{1d} . On voit que les signaux de commande exhibent le phénomène de chattering. Cela est dû au fait qu'on a utilisé un observateur à mode glissant d'ordre un.

• Cas 2 : La référence est variable ($x_{1d} = \sin(t)$)

La figure (3.9) montre les trajectoires d'état obtenues par la commande proposée pour $x_{1d} = \sin(t)$. On constate que les variables d'état suivent correctement le signal de référence.

La figure (3.10) montre une bonne estimation des états et de l'état étendu. Le signal de commande est montré par la figure (3.11). On constate que le signal de commande est affecté par le chattering. En résumé, la méthode de commande que nous avons proposée assure un bon suivi des trajectoires souhaitées pour notre système. Les variables d'état suivent précisément les valeurs de référence que nous avons fixées. De plus, grâce à l'observateur utilisé, nous obtenons des estimations précises des états du système ainsi que des perturbations globales.

L'inconvénient de l'approche proposée est la présence du phénomène de chattering au niveau du signal de commande $u(t)$. Ainsi, l'utilisation d'un observateur à mode glissant d'ordre supérieur est nécessaire pour éliminer ce phénomène.

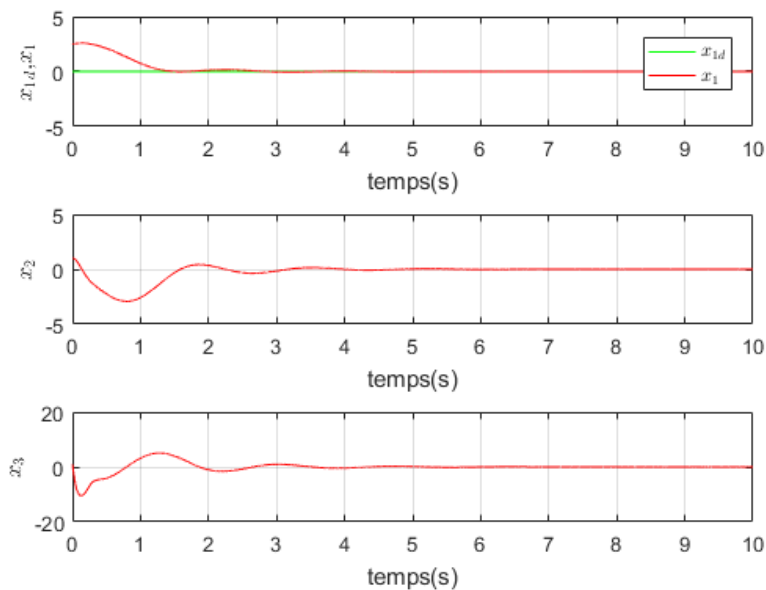


FIGURE 3.3 – Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = 0$.

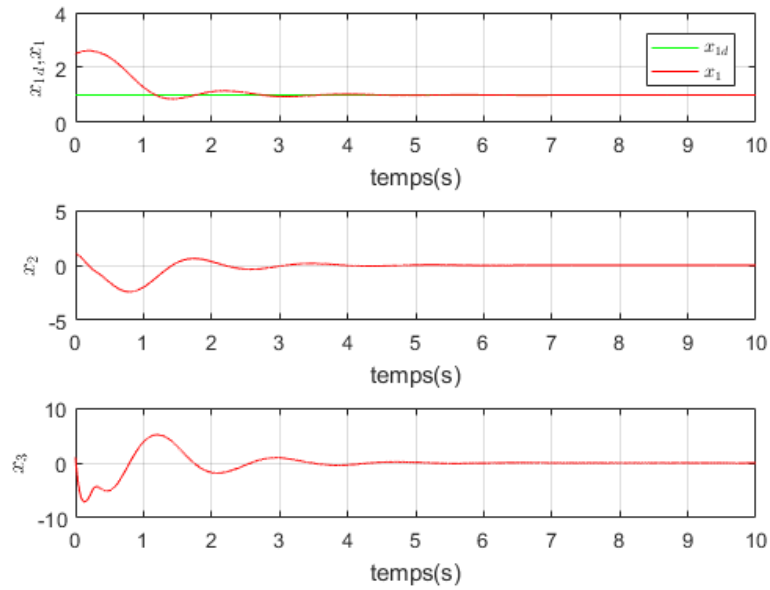


FIGURE 3.4 – Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = 1$.

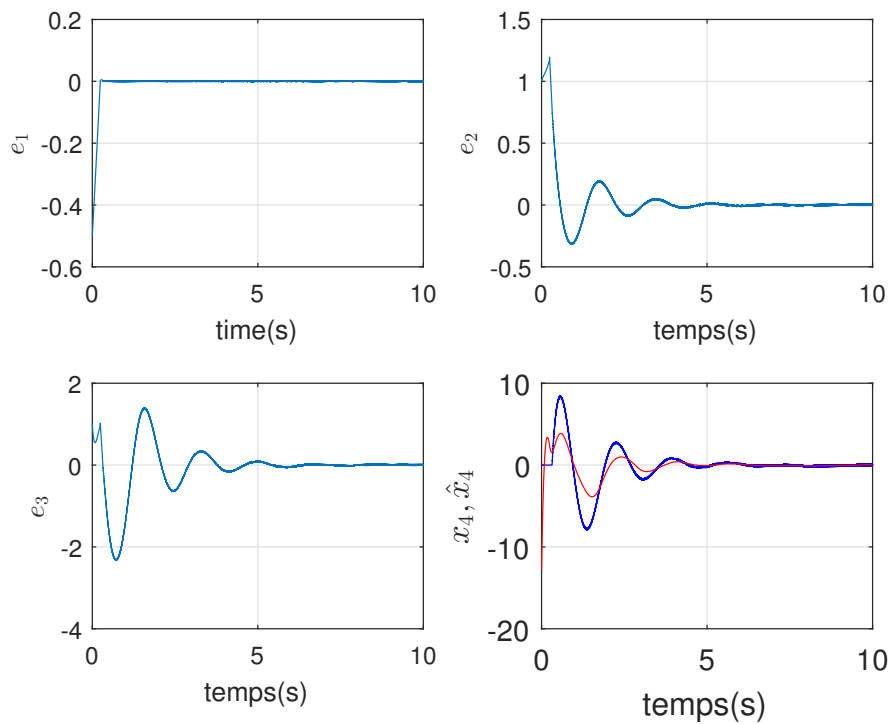


FIGURE 3.5 – (a), (b) et (c) les erreurs d'estimation d'état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l'état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = 0$.

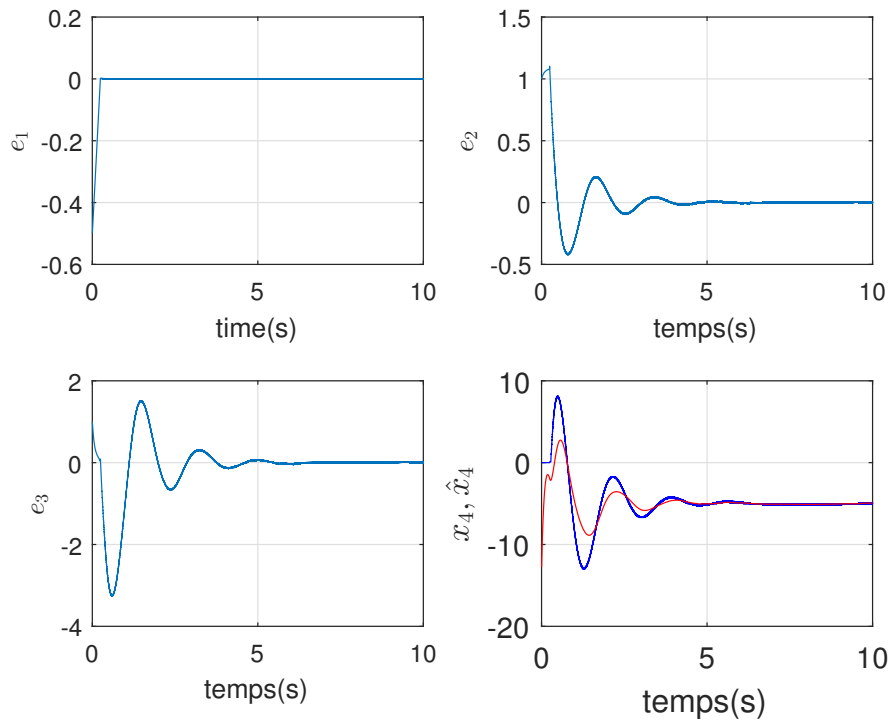


FIGURE 3.6 – (a), (b) et (c) les erreurs d’estimation d’état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l’état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = 1$.

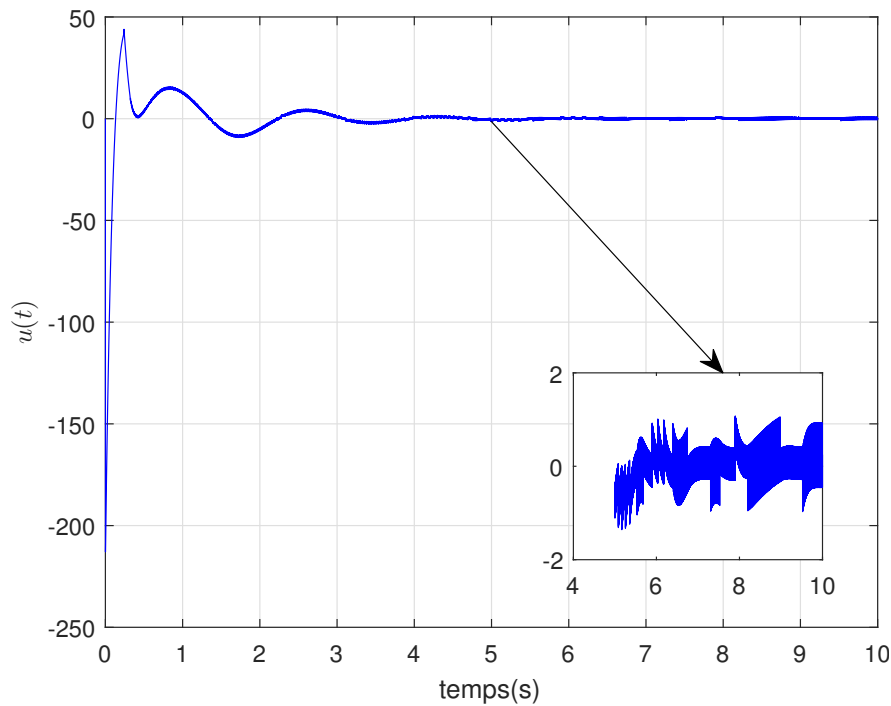


FIGURE 3.7 – La trajectoire de l’entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = 0$

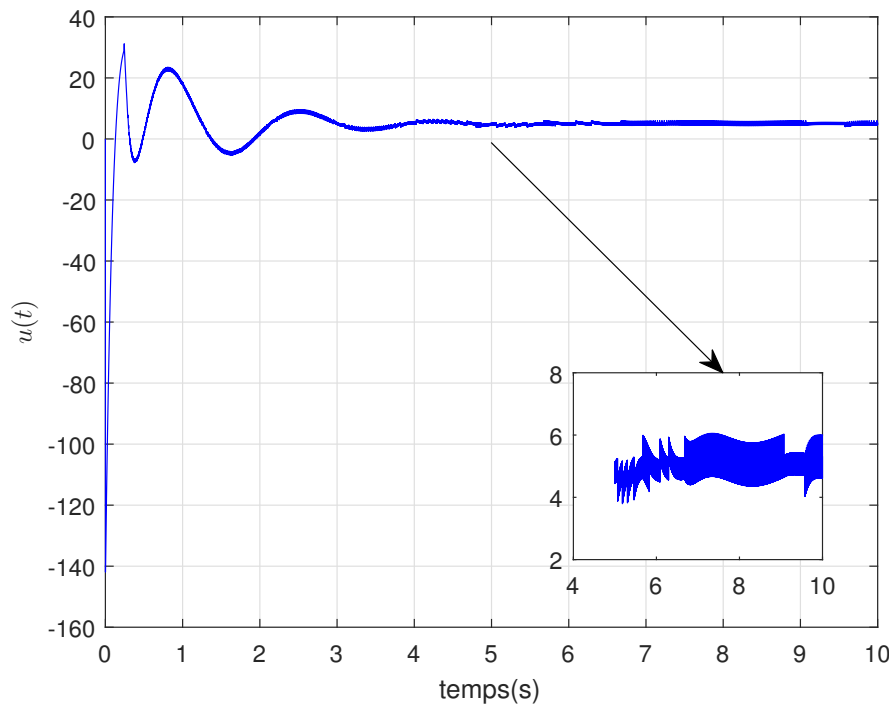


FIGURE 3.8 – La trajectoire de l'entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = 1$

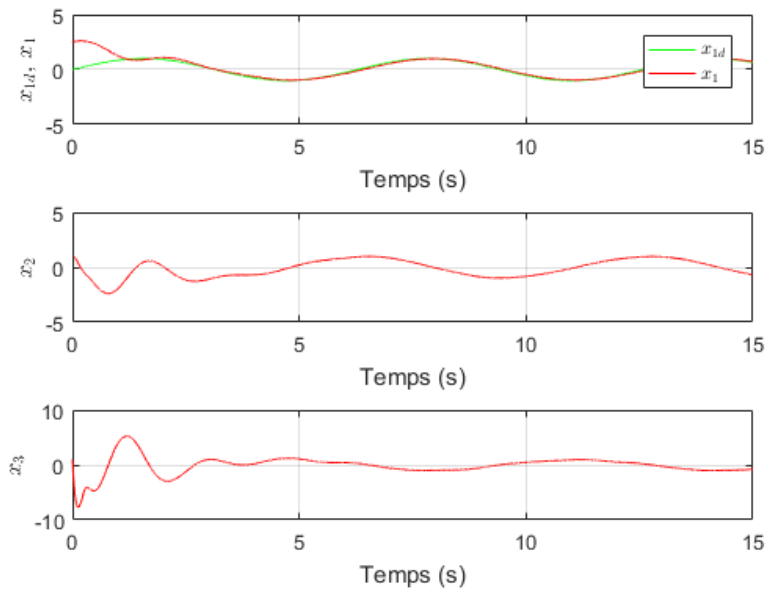


FIGURE 3.9 – Les variables d'état $x_i(t)$, $i = 1, 2, 3$, pour $x_{1d} = \sin(t)$.

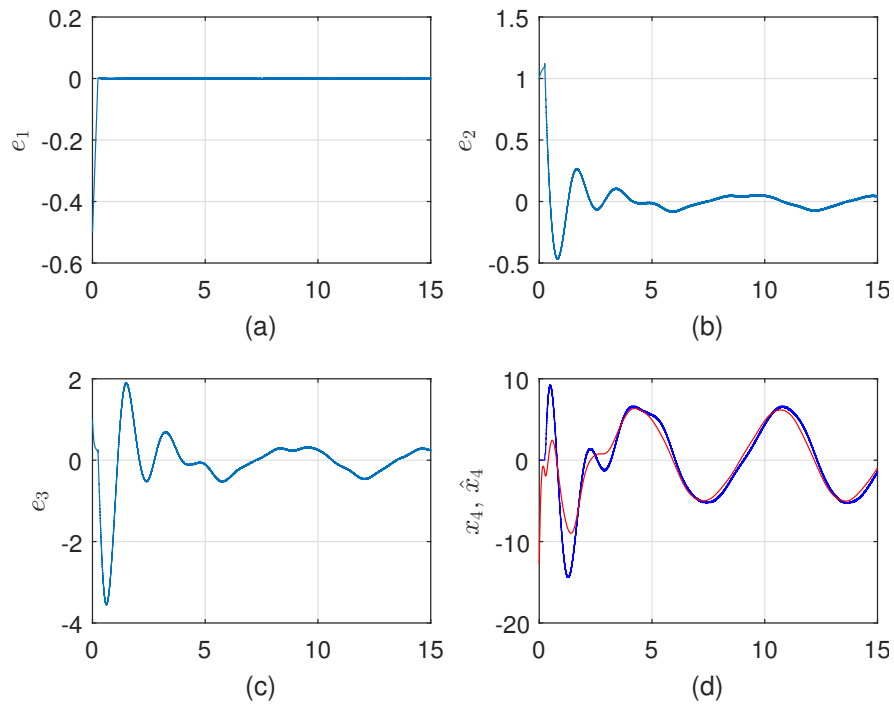


FIGURE 3.10 – (a), (b) et (c) les erreurs d'estimation d'état e_i , $i = 1, 2, 3$; (d) : l'état étendu x_4 et son estimé pour $x_{1d} = \sin(t)$.

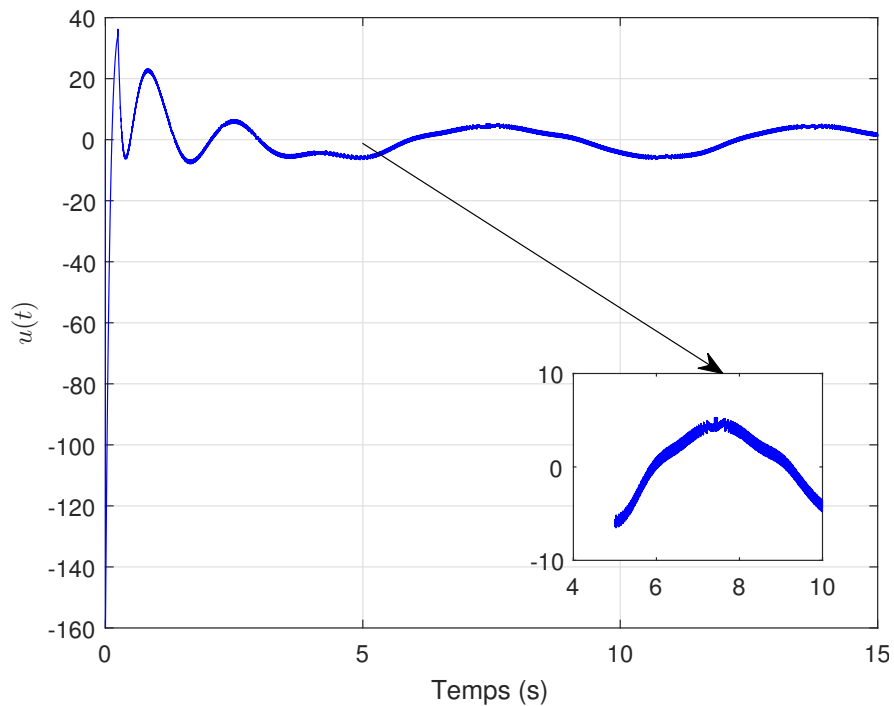


FIGURE 3.11 – La trajectoire de l'entrée de commande $u(t)$ pour $x_{1d} = \sin(t)$

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit une stratégie de commande innovante en utilisant la méthode par backstepping combinée à un observateur à état étendu, formant ainsi la commande par Rejet Actif de Perturbations (ADRC). Cette approche est particulièrement adaptée pour contrôler efficacement des systèmes sujets à des incertitudes de modèle et à des perturbations externes. Les résultats de simulations obtenus ont montré l'efficacité de la commande par rejet actif de perturbations.

Conclusion générale

Ce mémoire a présenté une approche de commande efficace pour les systèmes non linéaires avec des incertitudes et des perturbations externes.

Dans le premier chapitre, nous avons exploré les concepts de base de la commande par backstepping, y compris les systèmes de forme triangulaire inférieure et la commande par backstepping intégrateur, ainsi que d'autres approches de conception de la commande par backstepping.

Dans le deuxième chapitre, nous avons examiné la synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires et non linéaires. Nous avons vu que les systèmes non linéaires ont des représentations d'état très variées, et nous avons présenté la méthode d'estimation d'état à base d'observateurs à mode glissant, qui a tendance à se généraliser sur des classes assez larges de systèmes non linéaires.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté la commande par rejet actif de perturbations et appliqué à un système chaotique. Ce type de commande est bien adapté à la commande des systèmes non linéaires en présence des incertitudes et des perturbations externes. Notre approche ADRC combine la commande par backstepping et l'observateur à mode glissant. Ce dernier permet d'estimer les états du système ainsi que la perturbation totale (état étendu). Ensuite, ces estimés sont utilisés par la commande par backstepping pour éliminer leur effet. Nous avons montré par des simulations que la commande ADRC permet d'assurer le suivi de références et le rejet des perturbations.

En somme, les résultats de ce mémoire offrent des perspectives intéressantes pour la conception de commandes et d'observateurs pour les systèmes non linéaires avec des incertitudes et des perturbations externes. Les travaux futurs pourraient inclure l'application de ces méthodes à des systèmes réels et l'exploration de nouvelles approches de conception de commande non linéaire.

Bibliographie

-
- [1] JEAN JACQUES E.SLOTINE, « *Applied Nonlinear Control* », Prentice Hall, Inc, New Jersey, 1991.
- [2] HASSAN K. KHALIL, « *Nonlinear Systems* », Prentice Hall, Inc, New Tercey, 1996, Second Edition, 96.
- [3] J. P. LASALLE, « *Some extensions of Liapunov's second method* », IRE Trans. Circuit Theory, CT-7 (1960), 520–527.
- [4] FAHED ESHBAIR, « *Modélisation et commande d'un système multi-moteur par la technique de commande Backstepping* », mémoire de fin d'étude, L'université du Québec à Trois-Rivière, 2005.
- [5] DJEGHALI NADIA, « *Observation, Diagnostic et commande de la machine asynchrone* », thèse de doctorat, Département Automatique, FGEI, UMMTO, 2013.
- [6] SI HALI MYRIAM, « *Diagnostic de défauts à base d'observateurs à entrées inconnues : Application au système hydraulique* », mémoire de fin d'étude, Département Automatique, FGEI, UMMTO, 2019.
- [7] KHELFI AMEL, IRATNI MOUNIA, « *Commande par rejet actif de perturbations basée sur la technique des modes glissants* », Département d'automatique, FGEI, UMMTO, 2020.
- [8] AMINE SBOUI, « *Synthèse d'observateurs pour les systèmes non-linéaire à retard* », thèse doctorat, Département Automatique, Université de CAEN/BASSE-NORMANDIE, 2010.
- [9] NAIT SLIMANI BOUKHALFA, « *Synthèse d'observateur non linéaire : application au diagnostic des défauts* », mémoire de fin d'étude, Département Automatique, FGEI, UMMTO, 2011.
- [10] AMMOUR AGHILES, GRAICH ZAKIA, « *Synthèse d'un observateur fractionnaire à mode glissant pour l'estimation de défauts* », mémoire de fin d'étude, Département Automatique, FGEI, UMMTO, 2017.
- [11] TALHAOUI HICHAM, « *Contrôle par mode glissant : Observation et estimation paramétrique d'une machine à induction avec défauts* », thèse de doctorats, Département Electrotechnique, LGEB, Université de Biskra, 2016.
- [12] HASSIBA NACHAF, « *Observation et Synthèse d'Observateurs pour les Systèmes à Retard* », mémoire de magister, Département Automatique, FGEI, UMMTO, 2015.

- [13] N. DJEGHALI, S. DJENNOUNE, M. BETTAYEB, M. GHANES, J. P. BARBOT, « *Observation and sliding mode observer for nonlinear fractional-order system with unknown input*», ISA transactions, volume 63, pages 1-10, 2016.
- [14] VINCENT DABIN, « *Commande d'un quadricoptère par rejet actif de perturbation*», mémoire de fin d'étude, Département de Génie Électrique, École Polytechnique de Montréal, Août, 2008.
- [15] HAMOUDI AHCENE, « *Contribution à la conception d'observateurs non linéaires pour la synchronisation des systèmes chaotiques sous contraintes de communication*», Thèse de Doctorat, Département Automatique, FGEEI, UMMTO, 2022.