

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DU GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DÉPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Études de MASTER ACADÉMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie électrique

Spécialité : **Commande des systèmes**

Présenté par

Anis OTMANE-CHERIF

Thème

Observation de la Machine Synchrone à Rotor Bobiné Sans Capteurs (Sensorless)

Mémoire soutenu publiquement le/.. / 2016 devant le jury composé de :

M Ahmed MAIDI

Professeur, UMMTO, Président

M Said DJENNOUNE

Professeur, UMMTO, Encadreur

M Malek GHANES

Professeur, IRCCyN Centrale de Nantes, Co-Encadreur

M Salah HEDDAD

Professeur, UMMTO, Examineur

M Rabah MELLAH

MCA, UMMTO, Examineur

République Algérienne Démocratique et Populaire

**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERY, Tizi-Ouzou**



**Faculté de Génie Électrique et d'Informatique
Département d'Automatique**

Mémoire de Fin d'Études

En vue de l'obtention du diplôme

**Master académique en automatique
Option commande des systèmes**

Thème

***Observation de la Machine
Synchrone à Rotor Bobiné Sans
Capteurs (Sensorless)***

Proposé par :

Pr.DJENNOUNE said
Pr.GHANES Malek

Présentée par :

OTMANE-CHERIF Anis

Soutenu le: ../09/2016

Promotion 2016

Remerciements

Pour commencer, je veux adresser mes remerciements à mes directeurs de mémoire, Pr. Said Djennoune et Pr. Malek Ghanes pour leurs grandes disponibilités et leurs encouragements tout au long de la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais remercier aussi toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à mes recherches et à l'élaboration de ce mémoire.

Je dédie ce mémoire à mes parents :

Ma mère, qui a œuvré pour ma réussite, de par son amour, son soutien, tous les sacrifices consentis et ses précieux conseils, pour toute son assistance et sa présence dans ma vie, reçois à travers ce travail aussi modeste soit-il, l'expression de mes sentiments et de mon éternelle gratitude.

Mon père, qui peut être fier et trouver ici le résultat de longues années de sacrifices et de privations pour m'aider à avancer dans la vie. Puisse Dieu faire en sorte que ce travail porte son fruit ; Merci pour les valeurs nobles, l'éducation et le soutien permanent venu de toi.

ANIS

Table des matières

Table des figures	iii
Notations	iv
Introduction générale	vii
Chapitre 1: Rappels, principe et modelisation de la machine synchrone à rotor bobiné.	
1.1 Introduction	1
1.2 Généralités	2
1.2.1 Symbole.....	2
1.2.2 Constitution.....	3
1.2.3 Avantages et inconvénients.....	5
1.2.4 Utilisation.....	6
1.3 Principe	6
1.3.1 Fonctionnement en alternateur.....	6
1.3.2 Fonctionnement en moteur.....	7
1.4 Bilan des puissances et rendement	8
1.4.1 Bilan des puissances actives.....	8
1.4.2 Rendement.....	9
1.5 Caractéristique couple vitesse	10
1.6 Modélisation de la Machine Synchrone à rotor bobiné (MSRB)	11
1.6.1 Introduction.....	11
1.6.2 Principes et hypothèses de modélisation.....	11
1.6.3 Théorie des deux circuits (de Park).....	11
1.6.4 Avantages de la représentation par la théorie de Park.....	14
1.6.5 Propriétés des matrices de transformation.....	14
1.6.6 Mise en équation.....	16
1.6.6.1 Équations magnétiques.....	16
1.6.6.2 Équations électriques.....	18
1.6.6.3 Couple électromagnétique.....	19
1.6.7 Modélisation dans le repère diphasées ab.....	20
1.6.7.1 Équations magnétiques.....	20
1.6.7.2 Équations électriques.....	22
1.6.7.3 Couple électromagnétique.....	23
1.6.8 Modélisation dans le repère tournant dq.....	24
1.6.8.1 Équations magnétiques.....	24
1.6.8.2 Équations électriques.....	25
1.6.8.3 Couple électromagnétique.....	26
1.7 Conclusion	27

Chapitre 2 : Observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné sans capteurs (*sensorless*).

2.1	Introduction.....	28
2.2	Systèmes Linéaires.....	28
2.2.1	Observabilité.....	28
2.2.2	Principe de fonctionnement de l'observateur.....	30
2.2.3	Observateurs linéaires.....	30
2.3	Systèmes non linéaires.....	32
2.3.1	Observabilité et condition de rang.....	32
2.3.2	Observateurs non linéaires	33
2.4	Modèle d'état	38
2.4.1	Représentation d'état dans le repère dq.....	38
2.4.1.1	Partie électrique.....	38
2.4.1.2	Partie mécanique.....	39
2.4.1.3	représentation d'état complète	39
2.4.2	Représentation d'état dans le repère diphasées $\alpha\beta$	40
2.5	Matrice d'observabilité.....	43
2.5.1	Matrice d'observabilité dans le repère diphasée $\alpha\beta$	43
2.6	Calcul du déterminant.....	44
2.7	Condition d'observabilité.....	45
2.8	Étude d'observabilité à vitesse nulle	47
2.8.1	Sans injection d'un signal haute fréquence (HF).....	47
2.8.2	Avec injection d'un signal haute fréquence (HF).....	47
2.8	Conclusion.....	51

Chapitre 3 : Simulation de la machine synchrone à rotor bobiné sans capteurs (*sensorless*).

3.1	Introduction.....	52
3.2	Résultats de simulations.....	52
3.2.1	Simulation à vitesse nulle sans injection d'un signal HF.....	52
3.2.2	Simulation à vitesse nulle avec injection d'un signal HF.....	55
3.3	Conclusion.....	56
	Conclusion générale.....	57
	Annexe.....	58
	Bibliographie.....	59

Table des figures

figure 1.1 -Symbole général d'une machine synchrone.....	2
figure 1.2.1 -Machine synchrone à inducteur bobiné et à entrefer constant (pôles lisses).....	3
figure 1.2.2 -Machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.....	4
figure 1.2.3 -Différents éléments d'une machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.....	4
figure 1.2.4 -Amortisseurs d'une machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.....	5
figure 1.3.1 -Caractéristique interne.....	7
figure 1.3.2 -Schéma montrant le principe de fonctionnement d'une excitatrice sans balais pour moteur synchrone. Le même système est utilisé pour l'excitatrice des alternateurs.....	8
figure 1.4 -Diagramme des puissances d'un moteur synchrone.....	9
figure 1.5.1 -Caractéristique de couple en fonction de la vitesse d'un moteur synchrone.....	10
figure 1.5.2 -Variation de la vitesse de synchronisme pour différentes fréquences du réseau.....	10
figure 1.6 -Différents repères diphasés pour une machine AC.....	12
figure 1.6.1 -Diagrammes des différents repères pour une machine triphasé.....	13
figure 1.6.2 -Représentation symbolique de la machine synchrone à rotor bobiné à pôles saillants..	16
figure 1.6.3 -Représentation symbolique de la MSRB à pôles saillants équivalente au sens de Concordia.....	20
figure 1.6.4 -Représentation symbolique de la MSRB à pôles saillants équivalente au sens de Par..	24
figure 2.1 -Schéma fonctionnel d'un observateur d'état.....	30
figure 2.7 -Illustration du vecteur d'observabilité.....	46
figure 2.8 -Filtre synchrone pour la démodulation du vecteur courant HF.....	49
figure 3.2.1 -Courbe du courant i_d	53
figure 3.2.2 -Courbe du courant i_q	53
figure 3.2.2 -Courbe du courant i_f	54
figure 3.2.4 -Courbe du déterminant dans le repère dq.....	54
figure 3.3.1 -Courbe des positions.....	55
figure 3.3.2 -Décalage entre la position du vecteur O_b et du rotor.....	56

Notations

Soit x un signal physique, ou un vecteur de signaux physiques, variant avec le temps.

t	Variable temporelle
\dot{x}	Dérivée temporelle de x
\ddot{x}	Dérivée temporelle seconde de x
$x^{(n)}$	Dérivée temporelle d'ordre n de x
\hat{x}	Valeur estimée de x
x_k	Composante de x suivant l'axe k
j	imaginaire pur ($j^2 = -1$)

Acronymes

DC	Courant continu (<i>Direct Current</i>)
AC	Courant alternatif (<i>Alternating Current</i>)
MS	Machine synchrone
MSRB	Machine Synchrone à Rotor bobiné
HF	Haute Fréquence
f.é.m.	Force électromotrice

Matrices usuelles

I_n	Matrice identité de dimension $n \times n$
$O_{n \times m}$	Matrice nulle de dimension $n \times m$
$P(\eta)$	Matrice de rotation d'angle η
J_2	Matrice de rotation d'angle $\pi/2$
K_2	Matrice analogue à l'opération de conjugaison complexe
T_{32}^T	Matrice de transformation triphasé-diphasé (Concordia)

Observation des systèmes dynamiques

x	Vecteur d'état
u	Vecteur d'entrée
y	Vecteur de sortie, $y = h(x)$
$L_f h(x)$	Dérivée de Lie d'une fonction $h(x)$ le long d'un champ de vecteurs f
O_y	Matrice d'observabilité associée à la sortie y
Δ	Déterminant de la matrice d'observabilité

Machine électrique

abc	Repère triphasé stationnaire d'une machine AC triphasée
$\alpha\beta$	Repère diphasé lié au stator d'une machine AC
dq	Repère diphasé lié au champ tournant d'une machine AC
θ, ω	Position et vitesse angulaires du repère dq par rapport à $\alpha\beta$ dans une machine AC

Notation scalaire

Le signal x correspond à l'une des grandeurs physiques suivantes :

ψ	Flux magnétique
i	Courant électrique
v	Tension électrique
e	Force électromotrice

Pour chacune de ces grandeurs, on note :

x_{pk} Grandeur x du circuit p suivant l'axe k

L'indice p peut prendre les valeurs suivantes :

s	Circuit statorique dans une machine AC
f	Circuit rotorique dans une machine AC

Et l'indice k désigne un axe qui appartient à un référentiel réel (comme les axes triphasés) ou à un référentiel fictif (par exemple les repères d'axes diphasés). Les axes désignés par k sont ceux qui appartiennent aux repères présentés ci-dessus. Les axes sont :

a, b, c	Composantes suivant les axes triphasés a, b et c
α, β	Composantes suivant les axes diphasés α et β
d, q	Composantes suivant les axes diphasés d et q

' R ' désigne la résistance d'un circuit électrique :

R_s	Résistance statorique dans une machine AC
R_f	Résistance du circuit inducteur dans une machine synchrone (rotor)

' L ' désigne l'inductance d'un circuit électrique :

L_f	Inductance du circuit inducteur dans les machines synchrone
L_d	Inductance d'axe direct d'une machine AC à pôles saillants (-PS)
L_q	Inductance d'axe en quadrature d'une machine AC-PS
L_{dq}	Inductance différentielle $L_{dq} = L_d - L_q$
L_0	Inductance statorique moyenne d'une machine AC. $L_0 = L_{s0} - M_{s0}$
L_2	Valeur maximale de la fluctuation de l'inductance statorique autour de sa valeur moyenne d'une machine AC-PS. $L_2 = 1.5L_{s2}$
M_{kl}	Inductance mutuelle entre les circuits k et l
M_f	Inductance mutuelle maximale entre un circuit statorique et un circuit rotorique dans une machine synchrone $M_f = \sqrt{1.5} M_0$

Notation Matricielle

Soit \mathcal{X} un vecteur contenant les composantes de x dans tous les circuits p dans un repère donné. Ce vecteur peut être l'un des vecteurs suivants :

Ψ	Vecteur des flux magnétiques dans une machine AC
\mathcal{I}	Vecteur des courants électriques dans une machine AC
\mathcal{V}	Vecteur des tensions aux bornes des circuits d'une machine AC
\mathcal{E}	Vecteur des f.é.m. induites dans les circuits d'une machine AC

La présence d'un indice '*s*' ou '*f*' indique que le vecteur ne contient que les composantes du circuit statorique ou rotorique respectivement exprimées, par défaut, dans un repère diphasé défini par le contexte :

\mathcal{X}_s	Vecteur des composantes statoriques dans un repère diphasé
\mathcal{X}_f	Vecteur des composantes rotoriques dans un repère diphasé

Un indice '2' ou '3' peut être ajouté pour préciser s'il s'agit d'un repère diphasé ou triphasé respectivement. D'autres indices peuvent être ajoutés pour spécifier le repère concerné. Exemple :

$\mathcal{X}_{f\alpha\beta}$	Vecteur des grandeurs rotoriques dans le repère $\alpha\beta$ d'une MSRB
\mathcal{X}_{sdq}	Vecteur des grandeurs statoriques dans le repère dq d'une machine AC

Les mêmes règles de notation indicielle s'appliquent pour les matrices de résistances et d'inductances :

\mathfrak{R}	Matrice (diagonale) des résistances dans une machine AC
\mathcal{L}	Matrice des inductances dans une machine AC
\mathcal{C}_m	Couple électromagnétique
\mathcal{C}_r	Couple résistant (charges + frottements)
p	Nombre de paires de pôles d'une machine électrique
Ω	Vitesse angulaire mécanique ($\omega = p\Omega$)
J	Inertie totale de l'arbre de la machine
f_v	Coefficient de frottement visqueux sur l'arbre de la machine

Introduction générale

L'utilisation des capteurs mécaniques, pour mesurer la position et/ou la vitesse du rotor, dans une structure de commande des machines électriques engendre les contraintes suivantes :

- le coût supplémentaire des capteurs et de leurs électroniques associées ;
- l'encombrement dû à l'installation des capteurs et à leur câblage ;
- la sensibilité des capteurs à leur environnement (température, bruits, oscillations mécaniques, compatibilité électromagnétique, etc.) ;
- la possibilité de défaillance d'un capteur ou d'une de ses connexions, ce qui réduit la fiabilité du système.

Ces contraintes limitent l'utilisation des capteurs, voire la rendent impossible, dans certaines applications. Dans certains domaines industriels tels que la sûreté de fonctionnement, le fonctionnement sans capteur mécanique permet de proposer une solution dégradée, mais fonctionnelle aux applications avec capteurs en cas de panne de ceux-ci. Pour cela, des travaux de recherche intenses sont effectués, depuis les années 1980s, afin de trouver des solutions pour éliminer les capteurs mécaniques. Le principe consiste à remplacer les capteurs mécaniques par des algorithmes qui estiment la position et/ou la vitesse du rotor à partir des mesures des courants.

Cette technique de commande sans capteur mécanique est souvent appelée, par abus de langage, "commande sans capteur". Dans la littérature anglo-saxonne, elle est dite *sensorless*.

Dans les années 1990s, la commande *sensorless* a subi un grand essor dans ses techniques et technologies ; la majorité de l'état de l'art actuel a été proposée durant cette décennie. On distingue aujourd'hui deux grandes catégories de techniques d'estimation :

- ***Estimation passive***, par observateur d'état, en se basant sur le modèle d'excitation fondamentale de la machine [Delpoux, 2012, Ezzat, 2011, Traoré, 2008].
- ***Estimation active***, par injection de signaux (haute fréquence), en exploitant les anisotropies¹ magnétiques de la machine pour détecter la position du rotor [Briz, 2000, Combes, Corley et Lorenz, 1998, 1999, Garcia, 2006, Griffio, 2012, Jansen, 1995, Jebai, 2013, Medjmadj et al., 2015, Rambetius, 2014].

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéressons aux techniques actives.

Dès les premiers travaux sur la commande *sensorless* avec observateur d'état, les ingénieurs et chercheurs ont remarqué que les performances de la commande sont détériorées dans certaines conditions de fonctionnement, surtout à faibles vitesses et à faibles fréquences d'alimentation. Ce problème est souvent jugé étant un problème de stabilité de la commande. Toutefois, en présence d'un observateur d'état, l'observabilité du système est la propriété à étudier avant l'étude de stabilité. Pour cela, nous cherchons dans cette étude à formuler des conditions d'observabilité des machines électriques qui soient analytiques, vérifiables en temps réel, et faciles à interpréter. Plusieurs travaux traitent le sujet de l'observabilité des machines asynchrone et synchrone à aimants permanents on peut même dire que la grande majorité des travaux de la littérature est focalisée sur la machine asynchrone et la machine synchrone à aimants permanents. Néanmoins, les résultats restent encore dispersés et insuffisants. De plus, on ne trouve pas de travaux sur l'observabilité des machines synchrones à rotor bobiné et à réluctance variable.

Le but de cette étude est de trouver et formuler des conditions d'observabilité, en vue de la commande *sensorless*, de la machine synchrone à rotor bobiné.

¹ État, qualité des corps, des substances, des milieux dont les propriétés diffèrent en fonction de la direction considérée, même s'ils restent homogènes et même si l'environnement demeure le même.

Chapitre 1

Rappels, Principe et Modélisation de la Machine Synchrone à Rotor Bobiné

1.1 Introduction

La machine synchrone est surtout utilisée en générateur (l'alternateur) où elle est presque sans concurrent, mais elle sert également en moteur dans un certain nombre de domaines.

Les moteurs synchrones deviennent de plus en plus attractifs. C'est grâce à de nombreuses raisons comme le développement de la technologie des composants de l'électronique de puissance, et l'apparition des processeurs numériques à fréquence élevée et à forte puissance de calcul. Depuis longtemps, les moteurs synchrones sont utilisés dans des applications de forte puissance, mais les progrès technologiques évoluent et ont permis de développer les moteurs synchrones de petite et moyenne puissances. Les machines synchrones (MS) offrent ainsi beaucoup d'avantages, entre autres, une faible inertie, un couple massique élevé, un rendement élevé, un fonctionnement de longue durée et un faible coût d'entretien. Le principal inconvénient en dehors du coût assez élevé est l'ondulation du couple.

C'est ainsi que le moteur synchrone peut être très utile dans de nombreuses applications, comme :

- les équipements domestiques (machine à laver),
- les équipements de technologie de l'information (disques durs),
- les équipements de soins médicaux et de santé (fraise de dentiste),
- les servomoteurs,
- les applications robotiques, machines-outils,
- la production d'électricité,
- la propulsion des véhicules électriques et la propulsion des sous-marins et les TGV atlantique,
- les applications de l'énergie de l'éolienne.

Les principes des machines AC est connus et reconnus dans la littérature [Barret, 1982, Louis, 2004, Mayé, 2006, Wildi, 2000], et la modélisation de ces machines est abordé notamment dans [Glumineau et de Leon Morales, 2015, Louis, 2004, Zhao, 2014].

1.2 Généralités

Le terme de machine synchrone regroupe toutes les machines dont la vitesse de rotation du rotor est égale à la vitesse de rotation du champ tournant du stator. Pour obtenir un tel fonctionnement, le champ magnétique rotorique est généré soit par des aimants, soit par un circuit d'excitation. La position du champ magnétique rotorique est alors fixe par rapport au rotor, ce qui impose le synchronisme entre le champ tournant statorique et le rotor ; d'où le nom de machine synchrone.

1.2.1 Symbole

La MS peut être représentée par son symbole normalisé général qui précise si elle fonctionne en générateur *figure 1.1(a)* ou en moteur *figure 1.1(b)*. Le symbole peut préciser si l'inducteur est bobiné *figure 1.1(d)* ou s'il est muni d'aimants permanents *figure 1.1(c)*. Les représentations sont données pour des machines triphasées, ce qui est de loin le cas le plus fréquent, mais elles peuvent être adoptées pour des machines monophasées ou diphasées.

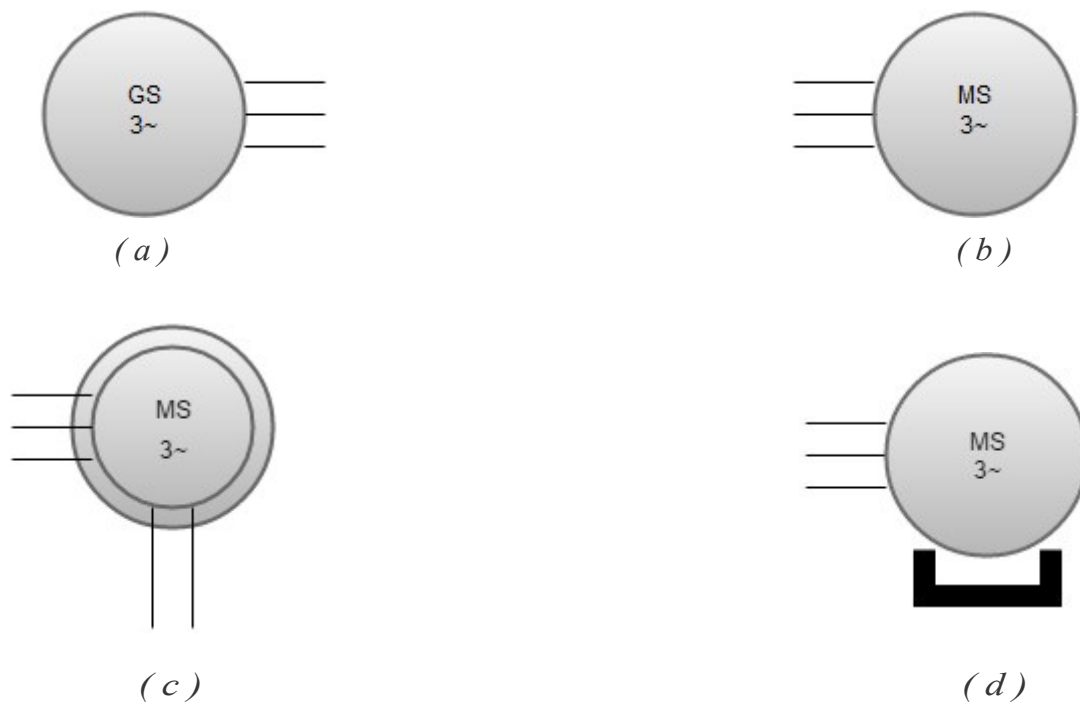


figure 1.1: Symbole général d'une machine synchrone

(a)génératrice synchrone.

(c)moteur synchrone à inducteur bobiné.

(b)moteur synchrone.

(d)moteur synchrone à aimants.

1.2.2 Constitution

■ Stator

Est formé d'un circuit magnétique feuilleté portant un enroulement triphasé réparti dans des encoches. Il se compose d'un bobinage distribué triphasé, tel que les forces électromotrices (f.é.m) générées par la rotation du champ rotorique soient sinusoïdales ou trapézoïdales. Ce bobinage est représenté par les trois axes (a, b, c) déphasés, l'un par rapport à l'autre, de 120° électriques.

■ Rotor

Le rotor porte en général un bobinage placé dans des encoches ou sur des pôles saillants. Cet enroulement, destiné à être alimenté en continu, constitue l'inducteur de la machine, car il sert à créer le champ magnétique qui va balayer les conducteurs de l'induit. L'excitation peut également être produite par des aimants montés en surfaces ou enterrés. Une variante particulière ne comporte aucune excitation au rotor et utilise les variations de réluctance.

Nous intéresserons tout particulièrement à la machine synchrone à rotor bobiné (MSRB). Les machines à rotor bobiné peuvent être à entrefer constant (pôles lisses) *figure 1.2.1* ou à pôles saillants *figure 1.2.2*.

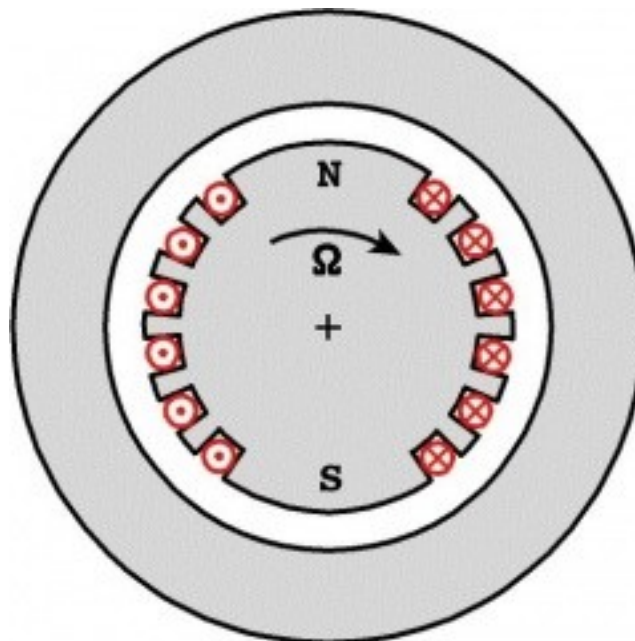


figure 1.2.1- Machine synchrone à inducteur bobiné et à entrefer constant (pôles lisses).

Les rotors à pôles saillants sont bien adaptés aux machines à nombre de paires de pôles élevé et à vitesse de rotation basse ou moyenne (alternateurs des centrales hydrauliques par exemple) alors que les rotors lisses sont bien adaptés aux machines à faible nombre de paires de pôles (une ou deux) et à vitesse de rotation élevée (turboalternateurs des centrales classiques ou nucléaires par exemple). Dans le premier cas la machine a un diamètre plus grand que sa longueur alors que dans le second cas, la machine a une longueur nettement plus grande que son diamètre.

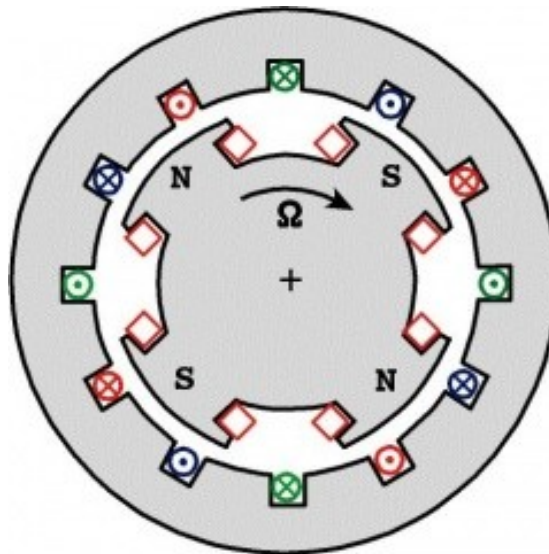


figure 1.2.2- Machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.

Les lignes de champs sont fixes par rapport au rotor et ce dernier n'est donc pas le siège de courants de Foucault : il peut donc être massif, ce qui renforce sa solidité mécanique. Toutefois, la variation de réluctance due aux dents et aux encoches entraîne des variations de champ, et il est souvent nécessaire de feuilletter les épanouissements polaires des rotors à pôles saillants et plus rarement les rotors lisses *figure 1.2.3*.

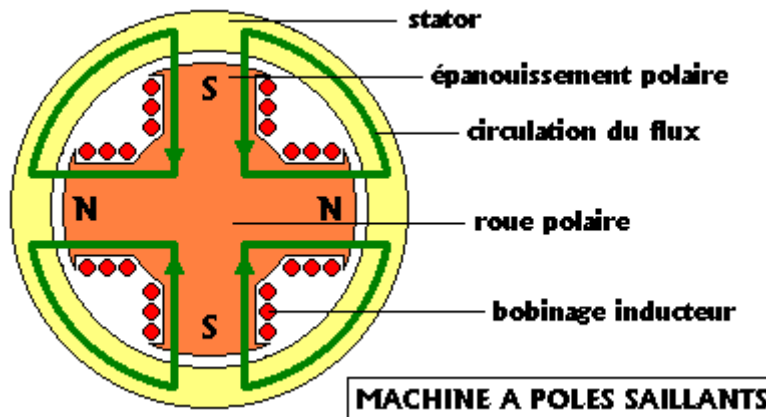


figure 1.2.3- différents éléments d'une machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.

■ Amortisseurs

Les machines à rotor bobiné sont souvent munies d'amortisseurs. Ce sont des barres de cuivre placées dans des encoches à la périphérie des pôles et reliées entre elles pour former une portion de cage ou une cage complète analogue à celle d'un moteur asynchrone *figure 1.2.4*. Les amortisseurs s'opposent aux oscillations consécutives aux changements brusques de fonctionnement. Ils permettent également de démarrer la machine comme un moteur asynchrone. Dans les machines à rotor massif, l'effet d'amortissement est obtenu par la circulation des courants de Foucault dans le rotor massif. Le rotor des moteurs à aimants ne comporte pas d'amortisseurs. Ceux-ci ne sont pas néce-

ssaires pour la stabilité du fonctionnement ou le démarrage en moteur asynchrone, car la machine est systématiquement associée à une alimentation électronique. De plus, leur présence serait néfaste au comportement dynamique du système.

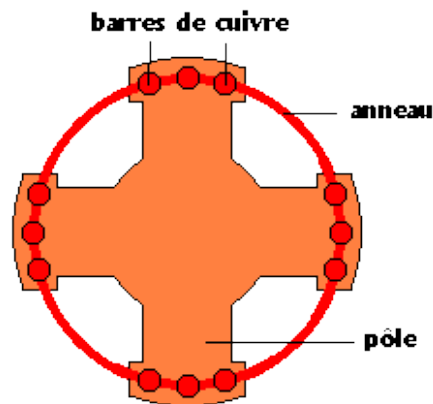


figure 1.2.4- Amortisseurs d'une machine synchrone à inducteur bobiné et à pôles saillants.

■ Circuit d'excitation

Nous intéresserons tout particulièrement à la machine synchrone à rotor bobiné dans ce genre de machine, il faut alimenter l'enroulement inducteur qu'il porte.

➤ Excitation par source de tension continue extérieure

Une source de tension continue est réalisée classiquement par un redresseur branché sur le réseau pour un moteur ou sur sa sortie pour un alternateur. Un système de bagues et balais assure la liaison avec le rotor. Ce type de dispositif présente néanmoins des inconvénients, particulièrement à cause de la maintenance plus exigeante liée à la présence de contacts mobiles.

➤ Excitation par un alternateur auxiliaire et un redresseur

Pour éviter l'utilisation d'un système de bagues et balais, l'excitation peut être fournie par un alternateur inversé, c'est-à-dire dont l'induit est tournant, solidaire de l'arbre de la machine principale, et dont l'inducteur est fixe. Un redresseur à diodes placé sur la partie tournante alimente directement l'inducteur de la machine principale. Ce circuit est toutefois soumis à des conditions mécaniques importantes, particulièrement lorsque la vitesse de rotation est élevée. Pour les machines branchées sur le réseau général, l'inducteur de l'alternateur auxiliaire est alimenté par un redresseur branché sur le réseau, mais ici, les diodes sont sur la partie fixe du système. Pour obtenir un ensemble autonome quand la machine principale est un alternateur qui n'est pas relié au réseau général, un troisième générateur synchrone fournit l'excitation de l'alternateur inversé. S'agissant d'une machine de petite puissance, un modèle à aimant convient pour cette tâche.

1.2.3 Avantages et inconvénients

➤ Générateur synchrone à rotor bobiné

Si l'on excepte les installations de très faible puissance, l'alternateur à rotor bobiné est la machine idéale pour la production d'énergie électrique. Son rendement est excellent. La nécessité d'alimenter

l'inducteur et les conditions à remplir pour le couplage sur le réseau sont deux inconvénients auxquels il n'est pas trop difficile de remédier. Dans le domaine automobile, l'alternateur à rotor à griffes est une solution robuste et de coût modéré. Son rendement est néanmoins très médiocre.

➤ **Moteur synchrone à rotor bobiné**

Les moteurs synchrones à inducteur bobiné ont l'avantage d'avoir un facteur de puissance réglable par le courant d'excitation. Quand ils sont branchés directement sur le réseau, leurs principaux inconvénients sont l'impossibilité de démarrer sans artifice et le risque de décrochage si le couple résistant est trop important. Il leur faut par ailleurs une deuxième source d'énergie pour alimenter l'inducteur en continu.

1.2.4 Utilisation

Les machines synchrones sont rencontrées dans tous les domaines de puissance, de moins d'un watt à plus d'un gigawatt, mais avec des technologies différentes

➤ **Générateur synchrone à rotor bobiné**

La plupart des générateurs d'énergie électrique sont des alternateurs. Les machines à rotor bobiné existent dans les domaines de puissances très différents : du plus petit alternateur d'une voiture à l'énorme turboalternateur d'une centrale nucléaire.

➤ **Moteur synchrone à rotor bobiné**

Les moteurs synchrones à inducteur bobiné sont surtout utilisés dans le domaine des fortes puissances. Ils sont soit branchés directement sur le réseau, soit associés à une alimentation électronique. On rencontre à la fois des machines à entrefer constant et à pôles saillants. Dans cette catégorie d'application, on rencontre la traction ferroviaire, la propulsion des navires, les laminoirs, les compresseurs, les concasseurs... toutefois, la concurrence des moteurs asynchrones a réduit l'usage des moteurs synchrones dans certaines de ces applications de forte puissance.

1.3 Principe

1.3.1 Fonctionnement en alternateur

Le rotor est entraîné par une turbine ou un moteur diesel à une fréquence de rotation n . L'enroulement inducteur qu'il porte, parcouru par un courant continu i_f appelé courant d'excitation, crée une tension magnétique tournante d'entrefer à la fréquence de rotation n . Le champ tournant qui en résulte induit dans l'enroulement du stator un système triphasé équilibré de forces électromotrices dont la fréquence est, pour une machine à p paires de pôles :

$$f_s = pn \quad (1.1)$$

Le rotor et le champ tournant ont la même vitesse de rotation Ω_s , qualifiée de ce fait de vitesse synchrone. La valeur efficace des forces électromotrices à vide est proportionnelle au flux utile par pôle Φ , à la fréquence f_s (ou à la fréquence de rotation n) et au nombre de conducteurs actifs N d'une phase :

$$E_v = KNf\Phi \quad (1.2)$$

La constante K , fixée pour un alternateur donné, est appelée coefficient de Kapp. La relation entre le flux et le courant d'excitation n'est pas linéaire du fait de la saturation du circuit magnétique. La courbe qui représente la valeur efficace E_v des forces électromotrices à vide en fonction de l'intensité i_f du courant d'excitation est appelée caractéristique interne de la machine. Elle n'est linéaire que dans un domaine limité *figure 1.3.1*.

Quand l'alternateur est chargé, le système triphasé de courants qui circule dans l'induit crée une tension magnétique tournante d'entrefer ayant la même vitesse que la tension magnétique créée par l'inducteur : c'est le phénomène de réaction d'induit. La tension magnétique tournante résultante induit dans l'enroulement statorique un système triphasé équilibré de forces électromotrices différent de celui qui est obtenu à vide. Pour les machines à pôles saillants, le problème se complique du fait que la réluctance du circuit magnétique dépend du décalage entre la tension magnétique tournante d'entrefer créée par l'induit et celle créée par l'inducteur. Il faut alors décomposer la réaction magnétique d'induit en une composante longitudinale et une composante transversale.

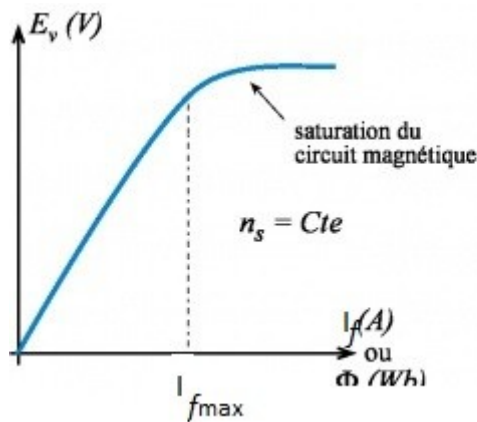


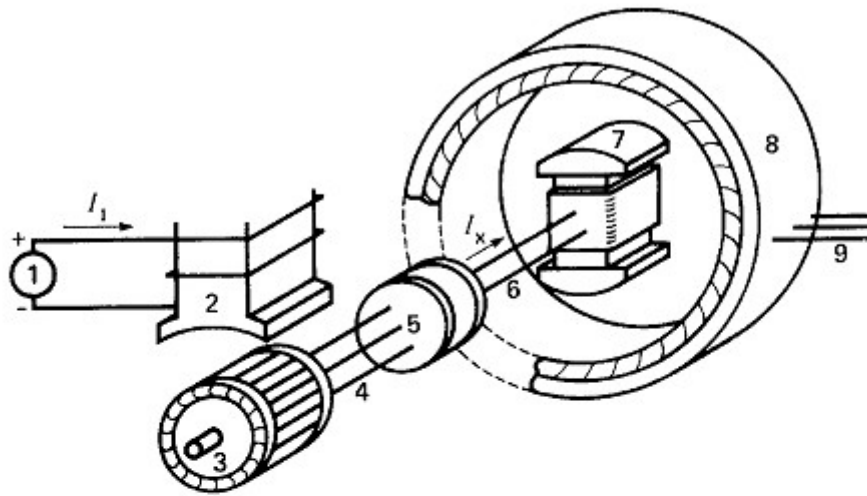
figure 1.3.1- caractéristique interne

1.3.2 Fonctionnement en moteur

L'enroulement statorique, parcouru par un système triphasé équilibré de courants de pulsation ω_s crée une tension magnétique tournante d'entrefer à la vitesse synchrone Ω_s , soit avec p paires de pôles :

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{p} \quad (1.3)$$

Le champ magnétique engendré par l'enroulement inducteur ou les aimants est fixe par rapport au rotor. L'interaction entre le champ tournant et le champ fixe du rotor crée un couple dont le moment a une valeur moyenne nulle. Le moteur synchrone ne démarre pas spontanément. Par contre, si le rotor est entraîné à la vitesse synchrone, l'interaction entre les champs tournants du stator et du rotor crée un couple dont le moment a une valeur moyenne non nulle. La vitesse d'un moteur synchrone est imposée par la fréquence de son alimentation, elle est indépendante de la charge mécanique.



- 1 - source de commande à c.c.
- 2 - pôles à c.c. stationnaires
- 3 - alternateur (excitatrice)
- 4 - ligne triphasée
- 5 - redresseur à diodes
- 6 - ligne à c.c.
- 7 - rotor du moteur synchrone
- 8 - stator du moteur synchrone
- 9 - ligne d'alimentation triphasée

figure 1.3.2- schéma montrant le principe de fonctionnement d'une excitatrice sans balais pour moteur synchrone. Le même système est utilisé pour l'excitatrice des alternateurs.

1.4 Bilan des puissances et rendement

Nous intéresserons tout particulièrement à la machine synchrone à rotor bobiné dans le cas du fonctionnement en moteur.

1.4.1 Bilan des puissances actives

La puissance active appelée par le moteur au réseau est :

$$P = 3VI \cos \varphi \quad (1.4)$$

Le stator est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fs} et de pertes par effet Joule p_{js} :

$$p_{js} = 3R_s I^2 \quad (1.5)$$

Si le rotor est bobiné, la puissance reçue par le circuit inducteur de son alimentation continue est :

$$P_e = v_f i_f \quad (1.6)$$

Le rotor est le siège de pertes ferromagnétiques p_{fr} et de pertes par effet Joule p_{jr} dans le circuit d'excitation :

$$p_{jr} = R_f i_f^2 \quad (1.7)$$

Cette dernière puissance est égale à la puissance P_e reçue par le circuit inducteur. Pour obtenir la puissance utile P_u c'est-à-dire celle qui est utilisable par la charge entraînée, il reste à retrancher les pertes mécaniques p_m (frottement, ventilation, balais) :

$$P_u = P_m - p_m \quad (1.8)$$

avec :

P_m la puissance mécanique de la turbine ou du moteur qui l'entraîne.

Ce bilan permet de tracer le diagramme des puissances *figure 1.4*

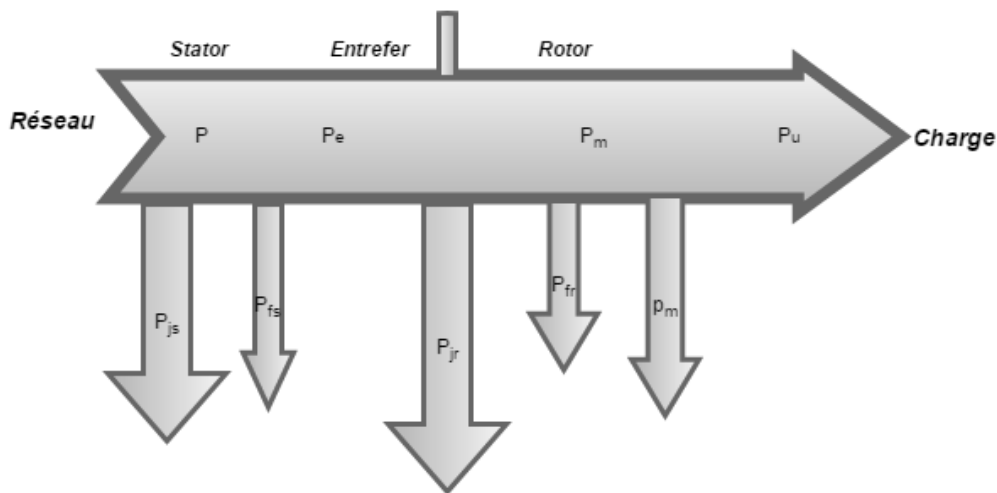


figure 1.4-Diagramme des puissances d'un moteur synchrone

1.4.2 Rendement

Le rendement ρ est défini comme le rapport de la puissance mécanique utile à la puissance électrique totale fournie au moteur :

$$\rho = \frac{P_u}{P + P_e} \quad (1.9)$$

1.5 Caractéristique couple vitesse

La caractéristique couple vitesse de la machine synchrone est très différente de celle de la machine asynchrone : la seule vitesse de fonctionnement pour laquelle un couple est disponible est la vitesse de synchronisme. Comme pour la machine asynchrone, dès que le couple résistant dépasse le couple maximal C_{\max} que peut produire la machine, celle-ci décroche et s'arrête *figure 1.5.1*. La relation entre la vitesse du synchronisme ω_{syn} et la fréquence statorique f_s est :

$$\omega_{\text{syn}} = \frac{2\pi f_s}{p} \quad (1.10)$$

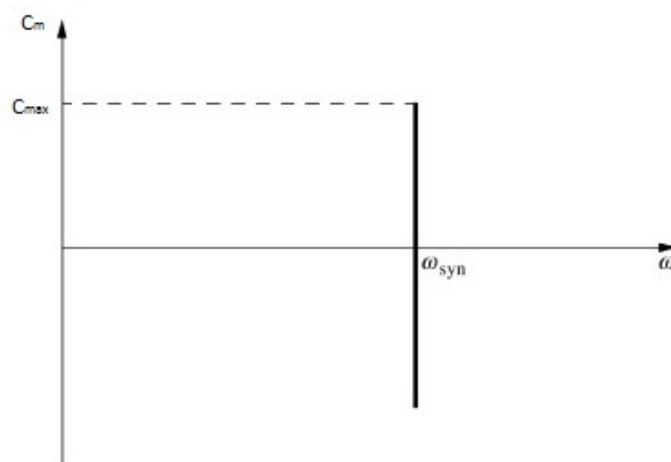


figure 1.5.1-Caractéristique de couple en fonction de la vitesse d'un moteur synchrone.

La seule manière de faire varier la vitesse d'une machine synchrone est de faire varier la fréquence de son réseau d'alimentation *figure 1.5.2*

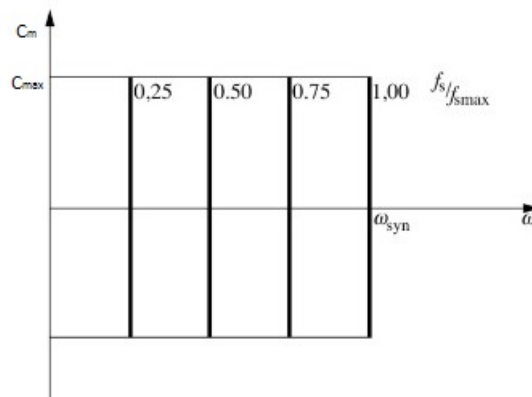


figure 1.5.2-Variation de la vitesse de synchronisme pour différentes fréquences du réseau.

1.6 Modélisation de la Machine Synchrone à rotor bobiné (MSRB)

1.6.1 Introduction

Les machines électriques tournantes sont des systèmes physiques régis par des phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques, thermiques, etc. Dans le contexte de l'observation en position et en vitesse de ces machines, seuls les phénomènes électromagnétiques et électromécaniques sont pertinents pour la mise en œuvre d'un modèle simplifié et représentatif.

1.6.2 Principes et hypothèses de modélisation

La modélisation des machines électriques exige d'une part la prise en compte de certaines hypothèses simplificatrices usuelles suivantes :

- ◆ **Hypothèse 1** : la répartition spatiale des conducteurs statoriques est sinusoïdale, la distribution spatiale de la force magnétomotrice (m.m.f) l'est aussi ; les harmoniques spatiales de la distribution du flux sont négligées ;
- ◆ **Hypothèse 2** : les pertes par hystérésis et par courant de Foucault sont supposées nulles ;
- ◆ **Hypothèse 3** : les circuits magnétiques sont linéaires (non saturés) ;
- ◆ **Hypothèse 4** : la composante homopolaire est supposée nulle pour les grandeurs statoriques, c.-à-d. le système triphasé est équilibré ;
- ◆ **Hypothèse 5** : l'effet d'amortissement au rotor ainsi que les couplages capacitifs entre les enroulements sont négligés ; les irrégularités de l'entrefer dues aux encoches statoriques sont ignorées ;

et d'autres parts se basent sur trois types d'équations :

- Équations magnétiques : il s'agit des équations qui décrivent les flux en fonction des courants qui parcourent les enroulements (théorème d'Ampère).
- Équations électriques : la relation entre les tensions et les courants est décrite par la loi d'Ohm généralisée avec la loi de Faraday.
- Équations mécaniques : la deuxième loi de Newton décrit la variation de la vitesse de l'arbre de la machine en fonction du couple (résultant de la force de Laplace).

Malgré la prise en compte des hypothèses simplificatrices, les équations d'une MSRB restent fortement non linéaires, ce qui rend l'analyse du comportement de la machine très difficile, surtout en régime transitoire. Pour faciliter l'analyse des régimes transitoires et permanents de la MSRB et, par la suite, faciliter leur observation et leur commande, la théorie des deux circuits (de Park) a été introduite.

1.6.3 Théorie des deux circuits (de Park)

L'idée de base de la théorie des deux circuits s'articule sur le fait que, pour n'importe quelle machine à courant alternatif (AC) polyphasé, le principe de fonctionnement est le même : le rotor interagit avec le champ magnétique tournant créé par le stator pour générer un couple qui permet au rotor de se mettre en rotation. Il convient donc de représenter les variables tournantes (champ et flux magnétiques, par la suite courant et tension électriques) comme des vecteurs dans un repère

orthonormé. Ce repère peut être lié au stator ($\alpha_s \beta_s$), au rotor ($\alpha_r \beta_r$), au champ tournant du stator (dq) ou à un repère arbitraire ($d_a q_a$) comme le montre la figure 1.6.

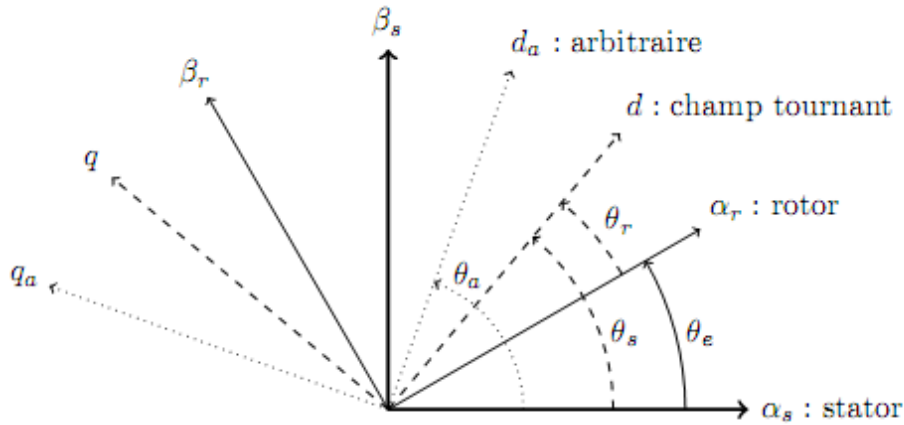


figure 1.6-Différents repères diphasés pour une machine AC.

Mathématiquement, le passage du repère polyphasé fixe à un repère diphasé fixe se fait par projection de la résultante de la variable désirée (flux, courant, etc.) sur un système de 2 axes. Ensuite, le passage d'un repère diphasé à un autre se fait par une rotation $P(\eta)$, où η est l'angle entre les deux repères :

$$P(\eta) = \begin{pmatrix} \cos(\eta) & -\sin(\eta) \\ \sin(\eta) & \cos(\eta) \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

L'ensemble de changements de variable qui transforme le système polyphasé fixe en un diphasé tournant est appelé *transformation de Park*. Cette transformation peut être interprétée comme la substitution, aux enroulements polyphasés immobiles par rapport au stator, de deux enroulements d et q , dont les axes magnétiques sont solidaires du repère diphasé tournant. Il s'agit donc d'une série de transformations mathématiques qui simplifient le modèle de la machine en gardant l'aspect des grandeurs transformées. Cette méthode se décompose en deux étapes *figure 1.6.1* :

1. Transformation Triphasé-Diphasé (dans un repère fixe) (**Concordia**)
2. Transformation Repère fixe-Repère tournant (**Park**)

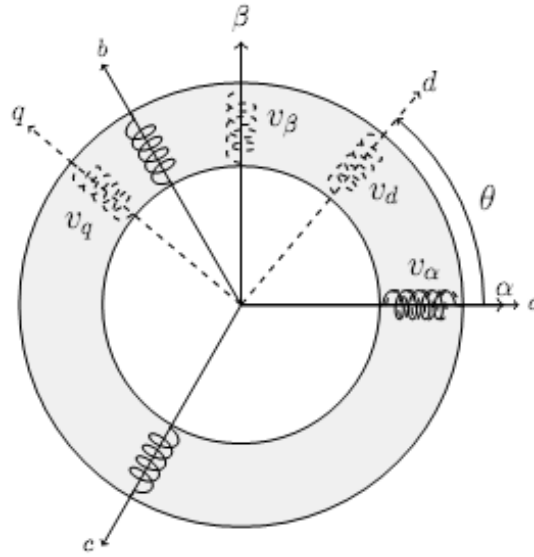


figure 1.6.1-Diagrammes des différents repères pour une machine triphasée.

Le passage du système d'enroulement triphasé (X_{abc}) à un système diphasé fixe ($X_{\alpha\beta}$) *figure 1.6.1* est possible grâce à la transformation suivante

- **Transformation Triphasé-Diphasé (dans un repère fixe) (Concordia), noté T_{32}**

$$X_{\alpha\beta} = T_{32}^T X_{abc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

Elle conserve la puissance mais pas les amplitudes. Cette transformation est souvent utilisée pour simplifier les opérations matricielles, pour des raisons de symétrie de transformation directe et inverse (voir ses propriétés dans le paragraphe 1.6.5).

Le passage du repère fixe $\alpha\beta$ au repère tournant dq *figure 1.6.1* se fait par application de la transformation suivante :

- **Transformation Repère fixe-Repère tournant (Park) ou (rotation)**

De rotation d'angle θ (angle que fait le repère dq par rapport au repère fixe, dans le sens trigonométrique) sur les grandeurs $X_{\alpha\beta}$, suivant la relation suivante :

$$X_{dq} = P(-\theta) X_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} X_{\alpha\beta} \quad (1.13)$$

L'ensemble des transformations qui transforment les grandeurs triphasées en diphasées tournantes est souvent appelé *Transformation de Park*. Cette appellation est parfois donnée à la transformation de rotation toute seule.

1.6.4 Avantages de la représentation par la théorie de Park

La théorie des deux circuits présente plusieurs avantages du point de vue de la commande et de l'analyse des machines :

- ✓ Quelle que soit la machine AC, le modèle d'état du stator se réduit à deux équations, et le modèle du rotor se réduit au plus à deux équations d'état; selon le type du rotor, deux équations (machine asynchrone), dans le cas de la MSRB on peut avoir une seule.
- ✓ Les dynamiques des deux circuits en quadrature sont découplées, c.-à-d. le flux généré par la bobine d'un axe est indépendant du courant traversant la bobine de l'autre axe.
- ✓ Dans le repère du champ tournant, le modèle d'une machine AC se rapproche de celui d'une machine DC, ce qui permet d'appliquer des techniques de commande plus performantes telle que la commande vectorielle (ou commande à flux orienté).

1.6.5 Propriétés des matrices de transformation

Les matrices de transformation usuelles pour les machines AC possèdent quelques propriétés intéressantes et utiles pour la modélisation et l'analyse de ces machines. Elles sont résumées dans ce paragraphe.

Matrice de rotation

- La matrice de rotation $\mathbf{P}(\eta)$ est orthogonale, son déterminant vaut 1. De plus, son inverse est égale à sa transposée :

$$\mathbf{P}(\eta)^{-1} = \mathbf{P}(-\eta) = \mathbf{P}^T(\eta) \quad (1.14)$$

- La rotation d'un angle nul est l'identité :

$$\mathbf{P}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2 \quad (1.15)$$

- La rotation d'un angle $\pi/2$ est l'analogue matriciel de l'imaginaire pur 'j' pour les nombres complexes ($j^2 = -1$) :

$$\mathbf{P}\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = J_2 \quad (1.16)$$

- La multiplication de deux rotations est la rotation de la somme des angles :

$$\mathbf{P}(\eta)\mathbf{P}(\xi) = \mathbf{P}(\eta + \xi) \quad (1.17)$$

- La dérivée de la matrice de rotation s'écrit comme suit :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{P}(\eta) = \frac{d\eta}{dt}\mathbf{P}\left(\eta + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{d\eta}{dt}J_2\mathbf{P}(\eta) \quad (1.18)$$

Matrice de Concordia

- Une propriété très intéressante de la matrice de Concordia est la suivante :

$$T_{32}^T T_{32} = I_2 \quad (1.19)$$

- Soit S une matrice circulante :

$$S = \begin{bmatrix} a & b & c \\ c & a & b \\ b & c & a \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

On a :

$$T_{32}^T S T_{32} = \left(a - \frac{1}{2}(b+c) \right) I_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}(b-c) J_2 \quad (1.21)$$

On prend le cas particulier de la matrice circulante $S(\eta)$:

$$S(\eta) = \begin{bmatrix} \cos(\eta) & \cos(\eta + 2\pi/3) & \cos(\eta + 4\pi/3) \\ \cos(\eta + 4\pi/3) & \cos(\eta) & \cos(\eta + 2\pi/3) \\ \cos(\eta + 2\pi/3) & \cos(\eta + 4\pi/3) & \cos(\eta) \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

Cette propriété donne :

$$T_{32}^T S(\eta) T_{32} = \frac{3}{2} P(\eta) \quad (1.23)$$

Ces propriétés sont utilisées dans les sections suivantes pour la mise en œuvre des modèles diphasés de la MSRB.

1.6.6 Mise en équation

Sous les hypothèses classiques de modélisation des machines électriques en vue de leur commande, nous considérons une machine synchrone à rotor bobiné à $2p$ pôles saillants. Nous appliquons les principes de modélisation présentés dans les sections précédentes à cette machine.

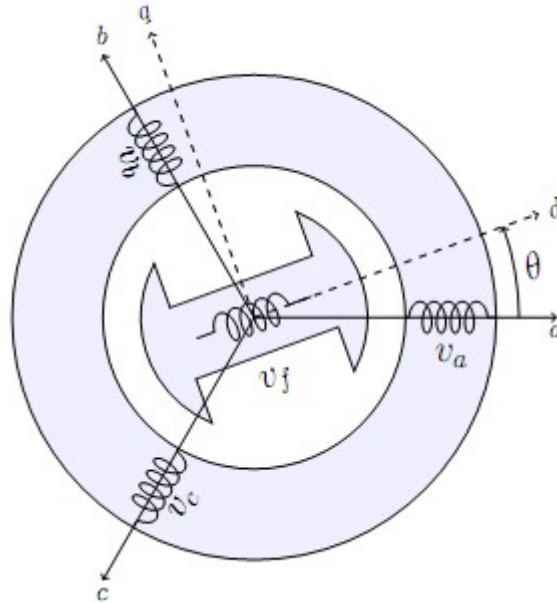


figure 1.6.2-Représentation symbolique de la machine synchrone à rotor bobiné à pôles saillants.

1.6.6.1 Équations magnétiques

Selon le théorème d'Ampère, tout courant i , parcourant un circuit, crée un champ magnétique à travers la section qu'il entoure. L'inductance de ce circuit est le quotient du flux de ce champ magnétique ψ par l'intensité du courant traversant le circuit.

Étant donné une machine AC à n enroulements, les interactions magnétiques entre enroulements agissant sur une bobine j font intervenir :

- Les inductances propres $L_j(\theta)$,
- Les inductances mutuelles $M_{jk}(\theta)$.

Les inductances dépendent des chemins magnétiques des flux, elles sont donc fonctions de la position relative du rotor par rapport au stator. Si on appelle ψ_j le flux d'enroulement du circuit de rang j , son expression en fonction des inductances et des courants i_k traversant les circuits k est (la dépendance en temps des courants et flux est supprimée pour alléger l'écriture) :

$$\begin{bmatrix} \psi_1(t) \\ \psi_2(t) \\ \vdots \\ \psi_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_1(\theta) & M_{12}(\theta) & \cdots & M_{1n}(\theta) \\ M_{21}(\theta) & L_2(\theta) & \cdots & M_{2n}(\theta) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1}(\theta) & M_{n2}(\theta) & \cdots & L_n(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ \vdots \\ i_n(t) \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

Ou sous la forme implicite :

$$\Psi = \mathcal{L}(\theta) \mathcal{I} \quad (1.25)$$

Sous l'hypothèse de distribution sinusoïdale de la m.m.f. (hypothèse 1), la matrice d'inductance s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_2(\theta) \quad (1.26)$$

où \mathcal{L}_0 est une matrice constante comprenant les inductances indépendantes de la position, et $\mathcal{L}_2(\theta)$ est une matrice qui dépend de la position θ contenant les inductances qui varient en fonction de la position ; l'indice '2' signifie qu'on se contentera de la deuxième harmonique dans la répartition spatiale des inductances. La matrice inductance $\mathcal{L}(\theta)$ est symétrique, du fait de la réciprocité des inductances mutuelles ($M_{ij}(\theta) = M_{ji}(\theta)$), donc :

$$\mathcal{L}(\theta) = \mathcal{L}^T(\theta) \quad (1.27)$$

Les flux de la machine s'écrivent comme suit :

$$\Psi_{3s} = \mathcal{L}_{3s}(\theta) \mathcal{I}_{3s} + \mathcal{M}_{sf}(\theta) i_f \quad (1.28)$$

$$\psi_f = \mathcal{M}_{sf}^T(\theta) \mathcal{I}_{3s} + L_f(\theta) i_f \quad (1.29)$$

Dans la MSRB à pole saillants, la matrice des inductances $\mathcal{L}_{3s}(\theta)$ contient deux termes ; \mathcal{L}_{3s0} constant, et $\mathcal{L}_{3s2}(\theta)$ fonction de l'angle électrique θ :

$$\mathcal{L}_{3s}(\theta) = \mathcal{L}_{3s0} + \mathcal{L}_{3s2}(\theta) \quad (1.30)$$

où

$$\mathcal{L}_{3s0} = \begin{bmatrix} L_{s0} & M_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & L_{s0} & M_{s0} \\ M_{s0} & M_{s0} & L_{s0} \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

et

$$\mathcal{L}_{3s2}(\theta) = L_{s2} \begin{bmatrix} \cos(2\theta) & \cos(2\theta - 2\pi/3) & \cos(2\theta + 2\pi/3) \\ \cos(2\theta - 2\pi/3) & \cos(2\theta + 2\pi/3) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta + 2\pi/3) & \cos(2\theta) & \cos(2\theta - 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

En ce qui concerne $\mathcal{M}_{sf}(\theta)$, qui est l'inductance mutuelle entre l'enroulement rotorique et les enroulements statoriques, elle a l'expression suivante :

$$\mathcal{M}_{sf}(\theta) = M_0 \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \cos(\theta - 2\pi/3) \\ \cos(\theta + 2\pi/3) \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

1.6.6.2 Équations électriques

Ces équations décrivent le comportement des courants et des f.é.m. dans les enroulements, elles se basent sur la loi de Faraday et la loi d'Ohm.

◆ **Loi de Faraday**

Selon la loi de Faraday, chaque enroulement de rang j , soumis à un flux magnétique ψ_j variable, est le siège d'une force électromotrice (f.é.m.) e_j , mesurée en convention générateur, avec :

$$e_j = -\frac{d\psi_j}{dt} \quad (1.34)$$

Le signe négatif présent dans cette loi provient de la définition historique de l'orientation du champ électrique (de la charge + vers la charge -) et du champ magnétique (à l'extérieur de l'aimant les lignes de champ vont du pôle nord de l'aimant vers le pôle sud).

La loi de Faraday s'exprime en écriture matricielle (vectorielle) pour n enroulements :

$$E = -\frac{d}{dt} \Psi \quad (1.35)$$

D'après la relation (1.25) entre flux et courants, on distingue deux termes dans la dérivée du vecteur flux :

- un terme correspondant aux dérivées des courants par rapport au temps; c'est la f.é.m. de transformation définie par :

$$\varepsilon_{tr} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\mathcal{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} = -[\mathcal{L}_0(\theta) + \mathcal{L}_2(\theta)] \frac{d\mathcal{I}}{dt} \quad (1.36)$$

- un terme correspondant à la dérivée de la matrice d'inductance par rapport au temps (la seule variation possible résulte d'une variation de l'angle θ puisque les circuits sont supposés indéformables); c'est la f.é.m. de rotation définie par :

$$\varepsilon_{rot} = \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{d\mathcal{L}(\theta)}{dt} \mathcal{I} \omega = -\frac{d\mathcal{L}_2(\theta)}{dt} \mathcal{I} \omega \quad (1.37)$$

avec ω étant la vitesse électrique de rotation (dérivée temporelle de θ).

Finalement, la loi de Faraday pour les machines électriques s'écrit comme suit :

$$\varepsilon = \varepsilon_{tr} + \varepsilon_{rot} = -\mathcal{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{dt} \mathcal{I} \omega \quad (1.38)$$

◆ **Loi d'Ohm**

La loi d'Ohm appliquée sur le système d'enroulements d'une machine tournante s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\mathcal{G} + \varepsilon = \mathfrak{R} \mathcal{I} \quad (1.39)$$

où \mathfrak{R} est la matrice des résistances $\mathfrak{R} = \text{diag}\{R_1, R_2, \dots, R_n\}$, et $\mathcal{I} = [v_1(t) \dots v_n(t)]^T$ le vecteur de

tension.

En remplaçant le vecteur f.é.m. par son expression, on obtient :

$$\begin{aligned}\mathcal{G} &= \Re \mathcal{I} + \frac{d\Psi}{dt} \\ &= \Re \mathcal{I} + \mathcal{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} + \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \mathcal{I} \omega\end{aligned}\quad (1.40)$$

La loi des mailles, appliquée sur les phases statoriques et rotorique, donne les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\mathcal{G}_{3s} &= R_s \mathcal{I}_{3s} + \frac{d\Psi_{3s}}{dt} \\ &= R_s \mathcal{I}_{3s} + \mathcal{L}_{3s} \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \mathcal{M}_{sf}^T \frac{di_f}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{L}_{3s}}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} i_f\end{aligned}\quad (1.41)$$

$$\begin{aligned}v_f &= R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \\ &= R_f i_f + L_f \frac{di_f}{dt} + \mathcal{M}_{sf}^T \frac{d\mathcal{I}_{3s}}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} \mathcal{I}_{3s}\end{aligned}\quad (1.42)$$

1.6.6.3 Couple électromagnétique

L'expression générale du couple :

$$\begin{aligned}C_m &= \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathcal{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \\ &= \frac{p}{2} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ i_f \end{bmatrix}^T \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\begin{bmatrix} \mathcal{L}_{3s}(\theta) & \mathcal{M}_{sf}(\theta) \\ \mathcal{M}_{sf}^T(\theta) & L_f \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{3s} \\ i_f \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (1.43)$$

tenant compte de l'égalité :

$$\mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{sf}}{d\theta} i_f = i_f \frac{d\mathcal{M}_{sf}^T}{d\theta} \mathcal{I}_{3s}\quad (1.44)$$

on aura :

$$C_m = \frac{p}{2} \mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{L}_{3s}}{d\theta} \mathcal{I}_{3s} + p \mathcal{I}_{3s}^T \frac{d\mathcal{M}_{sf}}{d\theta} i_f\quad (1.45)$$

- Le premier terme, fonction des courants et inductances statoriques, décrit l'effet de la saillance.
- Le second terme présente le couple produit par la réaction des flux statorique et rotorique. Il existe pour les machines à rotor excité (par aimant ou par bobinage), où il est souvent le terme dominant.

1.6.7 Modélisation dans le repère diphasées $\alpha\beta$

Le repère diphasé fixe, lié au stator, est noté $\alpha\beta$ pour la machine synchrone. Les équations dans ce repère sont obtenues à partir de la projection des équations triphasées par application de la transformation de Concordia. Cette transformation est définie pour toutes les variables magnétiques et électriques par l'équation (1.12).

Le schéma de la machine diphasé, équivalent au sens de Concordia, est présenté dans la *figure 1.6.3*, après l'application de la transformation triphasé-diphasé.

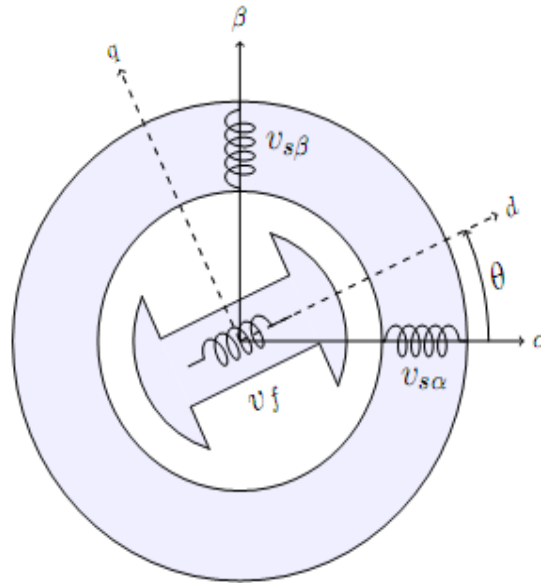


figure 1.6.3- Représentation symbolique de la MSRB à pôles saillants équivalente au sens de Concordia.

1.6.7.1 Équations magnétiques

Dans ce qui suit, les matrices d'inductances sont factorisées de façon à faire apparaître les matrices usuelles des machines triphasées.

Sous l'hypothèse du système triphasé équilibré (la somme des courants statoriques est nulle), on peut écrire la partie constante de la matrice d'inductance, qui est une matrice circulante symétrique, sous la forme suivante :

$$\mathcal{L}_{3s0} = (L_{s0} - M_{s0})T_{32}T_{32}^T \quad (1.46)$$

La partie variable (en fonction de la position) de la matrice d'inductance, $\mathcal{L}_{3s2}(\theta)$ symétrique non circulante, peut s'écrire de la manière suivante :

$$\mathcal{L}_{3s2}(\theta) = \frac{3}{2}L_{s2}T_{32}P(\theta)K_2P(-\theta)T_{32}^T \quad (1.47)$$

où la matrice K_2 est une matrice 2×2 analogue à l'opération de conjugaison pour les nombres complexes et qui s'écrit :

$$K_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (1.48)$$

Finalement, la matrice d'inductance statorique s'écrit sous la forme factorisée suivante:

$$\mathcal{L}_{3s} = \mathcal{L}_{3s0} + \mathcal{L}_{3s2} = T_{32} [L_0 I_2 + L_2 P(\theta) K_2 P(-\theta)] T_{32}^T \quad (1.49)$$

avec :

$$L_0 = L_{s0} - M_{s0} \quad (1.50)$$

$$L_2 = \frac{3}{2} L_{s2} \quad (1.51)$$

En ce qui concerne $\mathcal{M}_{sf}(\theta)$, elle peut être factorisée comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{sf}(\theta) &= \sqrt{\frac{3}{2}} M_0 T_{32} P(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= M_f T_{32} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.52)$$

où

$$M_f = \sqrt{\frac{3}{2}} M_0 \quad (1.53)$$

◆ Flux statoriques

Appliquons la transformation de Concordia aux flux statoriques :

$$\begin{aligned} \Psi_{3s} &= T_{32} \Psi_{s\alpha\beta} \\ &= \mathcal{L}_{3s}(\theta) T_{32} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathcal{M}_{sf}(\theta) i_f \end{aligned} \quad (1.54)$$

Multipliant à gauche par T_{32}^T , on obtient :

$$\Psi_{s\alpha\beta} = \mathcal{L}_{s\alpha\beta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + M_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \quad (1.55)$$

où $\mathcal{L}_{s\alpha\beta}$ est la matrice d'inductance statorique dans le repère diphasé $\alpha\beta$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{s\alpha\beta} &= L_0 I_2 + L_2 P(\theta) K_2 P(-\theta) \\ &= \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos(2\theta) & L_2 \sin(2\theta) \\ L_2 \sin(2\theta) & L_0 - L_2 \cos(2\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.56)$$

et $\mathcal{I}_{f\alpha\beta}$ le vecteur des projections du courant rotorique dans le repère $\alpha\beta$:

$$\mathcal{I}_{f\alpha\beta} = i_f [\cos(\theta) \quad \sin(\theta)]^T \quad (1.57)$$

◆ **Flux rotoriques**

Le flux rotor dans le repère diphasé fixe s'écrit comme suit :

$$\Psi_{f\alpha\beta} = \psi_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (1.58)$$

$$= \mathcal{M}_{sf}^T \mathcal{I}_{3s} \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} + L_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \quad (1.59)$$

avec

$$\begin{aligned} &= \mathcal{M}_{f\alpha\beta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + L_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \\ \mathcal{M}_{f\alpha\beta}(\theta) &= M_f \begin{bmatrix} \cos^2(\theta) & \cos(\theta)\sin(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\theta) & \sin^2(\theta) \end{bmatrix} \\ &= \frac{M_f}{2} \begin{bmatrix} 1 + \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & 1 - \cos(2\theta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.60)$$

Finalement, les équations des flux s'écrivent :

$$\psi_{s\alpha} = (L_0 + L_2 \cos(2\theta))i_{s\alpha} + L_2 i_{s\beta} \sin(2\theta) + M_f i_{f\alpha} \quad (1.61)$$

$$\psi_{s\beta} = (L_0 - L_2 \cos(2\theta))i_{s\beta} + L_2 i_{s\alpha} \sin(2\theta) + M_f i_{f\beta} \quad (1.62)$$

$$\psi_{f\alpha} = L_f i_{f\alpha} + M_f i_{s\alpha} \cos^2(\theta) + M_f i_{s\beta} \cos(\theta)\sin(\theta) \quad (1.63)$$

$$\psi_{f\beta} = L_f i_{f\beta} + M_f i_{s\beta} \sin^2(\theta) + M_f i_{s\alpha} \cos(\theta)\sin(\theta) \quad (1.64)$$

ou sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \Psi_{s\alpha\beta} \\ \Psi_{f\alpha\beta} \end{bmatrix} = \mathcal{L}(\theta) \mathcal{I} = \begin{bmatrix} \mathcal{L}_{s\alpha\beta} & M_f I_2 \\ \mathcal{M}_{f\alpha\beta} & L_f I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \\ \mathcal{I}_{f\alpha\beta} \end{bmatrix} \quad (1.65)$$

1.6.7.2 Équations électriques

Appliquons la transformation de Concordia pour les équations (1.41) et (1.42) en tenant compte de l'équation (1.65), au stator nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{s\alpha\beta} &= R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{s\alpha\beta}}{dt} \\ &= R_s \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \mathcal{L}_{s\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + M_f \frac{d\mathcal{I}_{f\alpha\beta}}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{L}_{s\alpha\beta}}{d\theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \end{aligned} \quad (1.66)$$

avec :

$$\frac{d\mathcal{I}_{f\alpha\beta}}{dt} = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} i_f \omega + \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \frac{di_f}{dt} \quad (1.67)$$

$$\frac{d\mathcal{L}_{s\alpha\beta}}{d\theta} = \begin{bmatrix} -2L_2 \sin(2\theta) & 2L_2 \cos(2\theta) \\ 2L_2 \cos(2\theta) & 2L_2 \sin(2\theta) \end{bmatrix} \quad (1.68)$$

ou sous la forme matricielle explicite :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} &= R_s \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos(2\theta) & L_2 \sin(2\theta) \\ L_2 \sin(2\theta) & L_0 - L_2 \cos(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} \\ &+ M_f \left(\begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} i_f \omega + \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \frac{di_f}{dt} \right) + \omega \begin{bmatrix} -2L_2 \sin(2\theta) & 2L_2 \cos(2\theta) \\ 2L_2 \cos(2\theta) & 2L_2 \sin(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.69)$$

tandis qu'au rotor nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathfrak{g}_{f\alpha\beta} &= R_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} + \frac{d\Psi_{f\alpha\beta}}{dt} \\ &= R_f \mathcal{I}_{f\alpha\beta} + \mathcal{M}_{f\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} + L_f \frac{d\mathcal{I}_{f\alpha\beta}}{dt} + \omega \frac{d\mathcal{M}_{f\alpha\beta}}{d\theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \end{aligned} \quad (1.70)$$

avec :

$$\frac{d\mathcal{M}_{f\alpha\beta}}{d\theta} = M_f \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

ou sous la forme matricielle explicite :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} v_{f\alpha} \\ v_{f\beta} \end{bmatrix} &= R_f i_f \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} + \frac{M_f}{2} \begin{bmatrix} 1 + \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \\ \sin(2\theta) & 1 - \cos(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} \\ &+ L_f \left(\begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ \cos(\theta) \end{bmatrix} i_f \omega + \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{bmatrix} \frac{di_f}{dt} \right) + \omega M_f \begin{bmatrix} -\sin(2\theta) & \cos(2\theta) \\ \cos(2\theta) & \sin(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.72)$$

1.6.7.3 Couple électromagnétique

Appliquons la transformation de Concordia pour l'équation (1.45), alors l'expression du couple s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_m &= \frac{p}{2} \mathcal{I}^T \frac{\partial \mathcal{L}(\theta)}{\partial \theta} \mathcal{I} \\ &= \frac{p}{2} \mathcal{I}_{s\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathcal{L}_{s\alpha\beta}}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} + \frac{p}{2} \mathcal{I}_{f\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathcal{M}_{f\alpha\beta}}{\partial \theta} \mathcal{I}_{s\alpha\beta} \end{aligned} \quad (1.73)$$

$$= p M_f i_f (i_{s\beta} \cos(\theta) - i_{s\alpha} \sin(\theta)) - p L_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin(2\theta) - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos(2\theta)] \quad (1.74)$$

1.6.8 Modélisation dans le repère tournant dq

Le modèle de la machine synchrone dans le repère rotorique dq (repère synchrone) est obtenu, à partir du modèle dans le repère fixe $\alpha\beta$, par rotation d'angle θ , angle du rotor par rapport au stator :

$$X_{\alpha\beta} = P(\theta)X_{dq} \quad (1.75)$$

Le schéma de la machine diphasé, équivalent au sens de Park, est présenté dans la *figure 1.6.4*, après l'application de la transformation de Park.

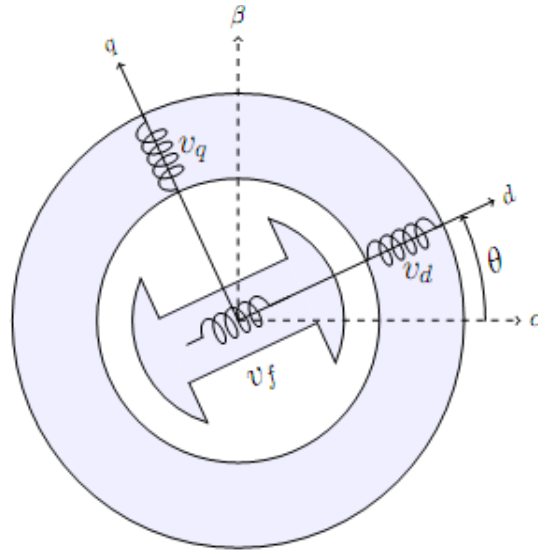


figure 1.6.4- Représentation symbolique de la MSRB à pôles saillants équivalente au sens de Park.

1.6.8.1 Équations magnétiques

La matrice d'inductance statorique (1.56) dans le repère diphasé fixe se factorise comme suit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{s\alpha\beta} &= P(\theta)(L_0 I_2 + L_2 K_2)P(-\theta) \\ &= P(\theta)\mathcal{L}_{sdq}P(-\theta) \end{aligned} \quad (1.76)$$

où

$$\mathcal{L}_{sdq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (1.77)$$

avec L_d et L_q les inductances d'axe direct (d) et en quadrature (q) respectivement :

$$L_d = L_0 + L_2 \quad (1.78)$$

$$L_q = L_0 - L_2 \quad (1.79)$$

L'inductance mutuelle entre les enroulements statoriques et l'enroulement rotorique se factorise comme suit :

$$\mathcal{M}_{sf} = M_f T_{32} P(\theta) \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.80)$$

La composante nulle dans le vecteur à droite de l'équation (1.80) vient du fait que seul l'axe direct du rotor est excité par le courant i_f .

◆ **Flux statoriques**

A partir des formes factorisées des matrices d'inductances, l'application de la transformation de rotation sur les flux statoriques, en multipliant à gauche l'équation (1.55) par $P(-\theta)$, donne :

$$\Psi_{sdq} = \mathcal{L}_{sdq} \mathcal{I}_{sdq} + M_f \mathcal{I}_{fdq} \quad (1.81)$$

La composante en quadrature du vecteur courant rotorique dans le repère dq est nulle ($i_{fq} = 0$), tandis que la composante d'axe direct est égale au courant d'excitation $i_{fd} = i_f$.

◆ **Flux rotoriques**

Les composantes du vecteur de flux rotorique $\Psi_{f\alpha\beta}$ s'écrivent :

$$\psi_{f\alpha} = M_f i_{sd} \cos(\theta) + L_f i_f \cos(\theta) \quad (1.82)$$

$$\psi_{f\beta} = M_f i_{sd} \sin(\theta) + L_f i_f \sin(\theta) \quad (1.83)$$

Alors, les composantes du flux rotorique dans le repère dq sont :

$$\psi_{fd} = M_f i_{sd} + L_f i_f \quad (1.84)$$

$$\psi_{fq} = 0 \quad (1.85)$$

D'après les équations (1.84) et (1.85) on peut conclure que l'axe d est aligné avec le flux rotorique, ce qui nous conduit à parler que de la composante d'axe d lorsqu'on parlera du flux rotorique, ce qui nous permet de simplifier l'écriture en omettant l'indice q .

Les flux de la MSRB dans le repère dq s'écrivent donc sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & M_f \\ 0 & L_q & 0 \\ M_f & 0 & L_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (1.86)$$

1.6.8.2 Équations électriques

Remplaçons les variables $X_{s\alpha\beta}$ par $P(\theta)X_{sdq}$ dans l'équation des tensions statoriques (1.66), et multiplions à gauche par la matrice $P(-\theta)$, en utilisant les propriétés de cette matrice, on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{s\alpha\beta} &= R_s \mathcal{I}_{sdq} + P(-\theta) \frac{d}{dt} (P(\theta) \Psi_{sdq}) \\ &= R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega P(-\theta) P \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \Psi_{sdq} \\ &= R_s \mathcal{I}_{sdq} + \frac{d\Psi_{sdq}}{dt} + \omega J_2 \Psi_{sdq} \end{aligned} \quad (1.87)$$

Procédant de la même manière pour la tension rotorique (1.70), on obtient :

$$\mathcal{G}_f = R_f i_f + \frac{d\psi_f}{dt} \quad (1.88)$$

Finalement, les équations des tensions de la MSRB dans le repère dq s'écrivent :

$$v_{sd} = R_s i_{sd} + L_d \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} - \omega L_q i_{sq} \quad (1.89)$$

$$v_{sq} = R_s i_{sq} + L_q \frac{di_{sq}}{dt} + \omega (M_f i_f + L_d i_{sd}) \quad (1.90)$$

$$v_f = R_f i_f + M_f \frac{di_{sd}}{dt} + L_f \frac{di_f}{dt} \quad (1.91)$$

1.6.8.3 Couple électromagnétique

Sachant que la puissance électrique transformée en puissance mécanique à l'intérieur du moteur a pour expression d'une part :

$$P_u = \mathcal{C}_m \Omega \quad (1.92)$$

où Ω est la vitesse de rotation.

Et d'autre part, on a :

$$P_u = p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \Omega \quad (1.93)$$

D'après les équations (1.92) et (1.93); l'équation du couple s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_m &= p (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) \\ &= p [(L_d - L_q) i_{sd} + M_f i_f] i_{sq} \end{aligned} \quad (1.94)$$

la forme matriciel est la suivante :

$$\mathcal{C}_m = p \mathcal{I}_{sdq}^T \mathbf{J}_2 \Psi_{sdq} \quad (1.95)$$

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons abordé le principe de fonctionnement des machines synchrones notamment la MSRB. Puis on a passé à la modélisation ce qui nous a permis d'obtenir deux modèles l'un suivant le repère statorique $(\alpha\beta)$ l'autre suivant le repère dq .

Chapitre 2

Observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné sans capteurs (*sensorless*)

2.1 Introduction

La commande par retour d'état statique ou dynamique repose implicitement sur l'hypothèse que l'état est connu à chaque instant. Pour des raisons technologiques (de matériel, de réalisabilité, etc.), de fiabilité (panne des éléments de mesure) ou encore économiques (coût des capteurs), dans de nombreuses applications la mesure de tout l'état n'est pas possible. Il est alors nécessaire, à l'aide des mesures disponibles de reconstruire les variables d'état non mesurées. C'est le problème bien connu de l'observation. Nous retrouvons cette problématique dans un contexte plus général que celui de la commande, comme par exemple le diagnostic, la détection de panne, la sécurité où la connaissance de l'état du système peut être nécessaire. Par ailleurs, pour les systèmes représentés par une dynamique linéaire -systèmes linéaires- la commande et l'observation peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre. En effet la synthèse d'une loi de commande avec observateur peut être séparée en deux : la résolution du problème d'observation et la résolution du problème de commande. C'est le principe de séparation. Pour les systèmes non linéaires, il en est tout autrement, la résolution du problème d'observation ne peut pas en général se faire indépendamment de celui de la commande et ceci pour deux raisons :

- Les entrées non universelles : dans le cas non linéaire, la reconstruction de l'état peut dépendre des entrées considérées ce qui n'est pas le cas pour les systèmes linéaires. On dit alors que l'observabilité du système dépend de l'entrée.
- Le principe de séparation n'est pas vérifié en général, même si le système est observable pour la loi de commande appliquée.

Ce présent chapitre est constitué de rappels sur les notions et propriétés de l'observation des systèmes [Besancon, 2007, Hermann, 1977, Khalil, 2015], ces rappels constituent une introduction au problème d'observabilité et de synthèse d'observateur pour la machine synchrone à rotor bobiné sans capteur mécanique abordé aussi dans ce chapitre.

2.2 Systèmes Linéaires

Nous rappelons ici les résultats classiques sur l'observabilité et la synthèse d'observateurs pour les systèmes linéaires.

2.2.1 Observabilité

Considérons ici un système linéaire stationnaire de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}\quad (2.1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état et notons $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ les composantes du vecteur $x(t)$ qui sont les n variables d'état du système ; x_0 est le vecteur des conditions initiales au temps initial t_0 .

$u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ celui des sorties. Les matrices A, B, C et D sont des matrices constantes de dimension appropriée.

La propriété d'un tel système correspond au fait que l'état $x(t)$ peut être déterminé sur tout intervalle $[t_0, t_1]$ à partir de la connaissance de $u(t)$ et $y(t)$, et peut être formalisé de la façon suivante :

Définition 1 (Observabilité).[Hermann, 1977] *Le système (2.1) est observable si, étant donné l'instant t_0 , il existe un instant t_1 fini tel que la connaissance de $y(t_0, t_1)$ et $u(t_0, t_1)$ permette de déterminer de manière unique l'état $x(t_0) = x_0$ et ceci quelque soit l'entrée du système.*

Définition 2 (Reconstructibilité).[Hermann, 1977] *Un état x_1 est dit reconstructible à l'instant t_1 si, quelque soit $u(t)$, il existe $t_0 \leq t_1$ tel que la connaissance de $u(t)$ et de $y(t)$ avec $t \in [t_0, t_1]$, permettent de déterminer $x(t_1) = x_1$. Si tout état est reconstructible à l'instant t_1 , le système est dit reconstructible.*

Remarque *Dans la première définition (observabilité), le problème est de retrouver la condition initiale de l'état à partir d'information postérieure à celle-ci. Dans la deuxième (reconstructibilité) le problème est de déterminer l'état à partir d'information antérieures à celle-ci.*

Comme cela a été écrit ci-dessus, si on peut retrouver l'état initial, on peut trouver l'état à tout instant. On notera que dans la pratique, c'est la connaissance de $x(t)$ et non celle de x_0 qui nous importera pour concevoir des lois de commande utilisant l'état.

Pour tester l'observabilité d'un système, différents critères existent. On peut par exemple appliquer le test du rang de la matrice d'observabilité, définie par :

$$\Theta = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

La condition du rang s'énonce comme suit.

Définition 3 *Le système (2.1) est observable si et seulement si le rang de la matrice Θ est égale à n . On dit alors que la paire (C, A) est observable.*

Ce résultat signifie que le sous espace non observable défini par

$$N = \text{Ker} \left(\bigcap_{i=1}^n CA^{i-1} \right) \quad (2.3)$$

(Le plus petit sous-espace vectoriel invariant contenu dans le noyau de C ($\text{Ker}C$)) est réduit à 0.

2.2.2 Principe de fonctionnement de l'observateur

La structure de l'observateur est celle indiquée sur la *figure 2.1*. Elle fait intervenir tout d'abord un estimateur fonctionnant en boucle ouverte qui est caractérisé par la même dynamique que celle du système. La structure fonctionnant en boucle fermée obtenue par l'introduction d'une matrice de gains L permet d'imposer la dynamique propre à cet observateur.

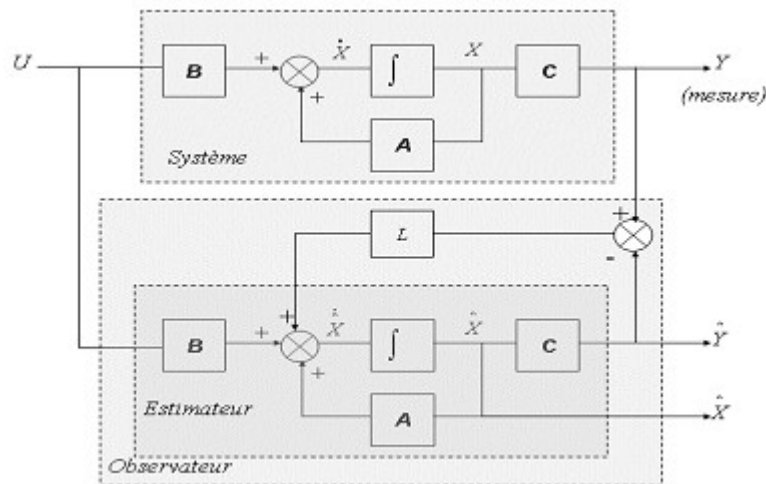


figure 2.1-Schéma fonctionnel d'un observateur d'état.

Les différentes grandeurs mentionnées sur la figure représentent respectivement : un vecteur d'entrée U du système réel et de l'observateur, un vecteur d'état X constitué des grandeurs à observer et un vecteur de sortie Y dont les composantes sont mesurables (courants, tensions dans le cas de la machine synchrone sans capteur mécanique). Le dernier vecteur est comparé au vecteur équivalent donné par l'observateur pour assurer le fonctionnement en boucle fermée. Cette différence est multipliée par une matrice de gain L et envoyée à l'entrée de l'observateur pour influencer les états estimés. Ainsi, par un choix judicieux de la matrice de gain L tel que les valeurs propres de $A-LC$ soient à parties réelles strictement négatives, on peut modifier la dynamique de l'observateur $\{(2.4), (2.5)\}$ et par conséquent faire évoluer la vitesse de convergence de l'erreur vers zéro plus ou moins rapidement.

DéTECTABILITÉ On rappelle que si le sous-espace inobservable N n'est pas réduit à zéro, on peut néanmoins garder la possibilité de construire un observateur, à condition que le sous-espace des modes instable de A (au moins) soit observable : c'est la propriété de *déTECTABILITÉ*.

2.2.3 Observateurs linéaires

Dans ce qui suit, nous allons faire la synthèse des observateurs linéaires les plus importants [Besancon, 2007, Hermann, 1977, Khalil, 2015].

- **Observateur de Luenberger**

Notons $\hat{x}_i(t)$ les estimées, fournies par l'observateur, des variables d'état réelles $x_i(t)$ et par $\hat{x}(t)=[\hat{x}_1(t), \hat{x}_2(t) \dots \hat{x}_n(t)]^T \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'état estimé. L'observateur de Luenberger est décrit par les équations d'état suivantes :

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L(y(t) - \hat{y}(t)); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (2.4)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (2.5)$$

$\hat{y}(t)$ représente la sortie estimée. Le facteur L est le gain de l'observateur. Le schéma bloc de l'observateur est illustré par la *figure 2.1*. En raison de l'injection de la sortie, ce type d'observateur est aussi dénommé observateur en boucle fermée. Définissons l'erreur d'observation par :

$$e(t) = x(t) - \hat{x}(t) \quad (2.6)$$

La dynamique de cette erreur est régie par l'équation suivante :

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t); \quad e(t_0) = e_0 = x_0 - \hat{x}_0 \quad (2.7)$$

Le gain L est dimensionné de telle manière que la matrice (A-LC) soit de Hurwitz, c'est à dire ayant des valeurs propres à parties réelles strictement négatives, alors l'erreur d'estimation converge asymptotiquement vers zéro.

Remarque L'équation de de l'observateur peut se réécrire comme suit :

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - LC)\hat{x}(t) + Bu(t) + Ly(t); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (2.8)$$

C'est donc un observateur à injection de sortie. L'injection de la sortie est contrôlée par le gain L pour assure la convergence.

- **Filtre de Kalman-Bucy**

Le filtre de Kalman-Bucy est observateur optimal pour un système stochastique décrit par le modèle suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v(t); \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.9)$$

$$y(t) = Cx(t) + w(t) \quad (2.10)$$

$v(t)$ est le bruit interne au système et $w(t)$ est le bruit de mesure observé en sortie et généré par les dispositifs de mesure. Nous supposons que les bruits sont blancs gaussiens centré de covariance M_v et M_w respectivement :

$$E(v(t)) = 0; \quad \text{cov}(v(t), v(\tau)) = M_v \delta(t - \tau) \quad (2.11)$$

$$E(w(t)) = 0; \quad \text{cov}(w(t), w(\tau)) = M_w \delta(t - \tau) \quad (2.12)$$

M_v et M_w sont des matrices symétriques définies positives. L'observateur optimal de Kalman-Bucy est décrit par (2.6) et (2.7), où le gain L est déterminé de façon à minimiser la variance de l'erreur d'estimation

$$\text{Var} = J = E\{e^T(t)e(t)\} \quad (2.13)$$

La méthode d'optimisation de Lagrange nous fournit l'expression du gain optimal L en régime stationnaire

$$L = PC^T M_w^{-1} \quad (2.14)$$

où P est la matrice symétrique définie positive solution de l'équation de Riccati

$$AP + PA^T - PC^T M_w^{-1} CP + M_v = 0 \quad (2.15)$$

La condition nécessaire et suffisante d'observabilité du couple (A,C) garantit l'existence et l'unicité de la solution P de l'équation de Riccati. Notons aussi que le filtre de Kalman possède aussi de

bonnes performances déterministes (stabilité et convergence).

2.3 Systèmes non linéaires

Soit le système non linéaire de la forme :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\tag{2.16}$$

où $x(t) \in D \subset \mathbb{R}^n$ représente l'état, $u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m$ l'entrée et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ la sortie. $F(., .)$ et $h(., .)$ sont des fonctions analytiques, avec D et U respectivement le domaine d'étude et l'ensemble de commande admissibles.

Contrairement au cas linéaire, le problème de l'observabilité des systèmes non linéaires se complique, dans la mesure où l'observabilité dans ce cas peut dépendre de l'entrée appliquée. L'observabilité des systèmes non linéaire est définie à partir de la notion d'indiscernabilité (ou d'indistinguabilité) [Hermann, 77].

2.3.1 Observabilité et condition de rang

Définition 4 (Indiscernabilité)[Hermann, 1977]. Deux états initiaux $x(t_0) = x_1$ et $x(t_0) = x_2$ sont dit indiscernable pour le système (2.16) si $\forall t \in [t_0, t_1]$, les sorties correspondantes $y_1(t)$ et $y_2(t)$ sont identiques quelle que soit l'entrée admissible $u(t)$ du système.

Définition 5 (Observabilité). Le système non linéaire (2.16) est dit observable s'il n'admet de pair indiscernable.

En d'autre termes, un système est observable s'il n'existe pas d'états initiaux distincts qui ne puissent être départagés par examen de la sortie du système.

Définition 6 (Observabilité faible)[Hermann, 1977]. Le système (2.16) est localement ou faiblement observable, s'il existe un voisinage D pour tout x tel que pour tout voisinage \tilde{D} de x qui est contenu dans D , il n'existe aucun état indistinguable de x en \tilde{D} où les trajectoires évoluent à l'intérieur de \tilde{D} .

Définition 7 (Espace d'observabilité)[Hermann, 1977]. Soit le système (2.16). L'espace d'observabilité, noté O , est le plus petit sous-espace vectoriel de fonction de \mathbb{R}^n à valeur dans l'espace de sortie, contenant les sortie h_1, h_2, \dots, h_p et qui soit fermé sous l'opération de la dérivation de Lie par rapport au champ de vecteur $f(x, u)$, u étant fixé.

On note dO l'espace des différentielles des éléments de O .

Définition 8 [Besancon, 2007] L'espace $dO(x_0)$ (c'est à dire évalué en x_0) caractérise l'observabilité faible locale en x_0 du système (2.16). Le système (2.16) est dit satisfaisant la condition de rang d'observabilité en x_0 si :

$$\dim dO(x_0) = n\tag{2.17}$$

Le système (2.16) satisfait la condition de rang d'observabilité si, pour tout $x \in \mathbb{R}^n$:

$$\dim dO(x) = n\tag{2.18}$$

Remarque Dans le cas du système linéaire (2.1), on considère alors l'espace vectoriel O des fonctions de \mathbb{R}^n à valeurs dans \mathbb{R}^p engendré par $Cx, CAx, \dots, CA^{n-1}x$ et l'espace dO , l'espace des différentielles (constantes) de chacune de ces fonctions. En retrouve donc la condition de rang donné par $[C, CA, \dots, CA^{n-1}]$: on retrouve donc la condition de rang donnée précédemment (2.2).

On introduit ici la notion d'espace d'observabilité générique noté O et définit par $O = X \cap (Y + U)$, avec :

$$\begin{aligned} X &= \text{Span}_K dx \\ U &= \text{Span}_K du^{(v)}, \quad v \geq 0 \\ Y &= \text{Span}_K du^{(w)}, \quad w \geq 0 \end{aligned}$$

où K est l'ensemble des fonctions méromorphes.

Définition 9 Le système (2.16) est génériquement observable si et seulement si :

$$\dim dO(x) = n$$

cette condition est appelée condition de rang d'observabilité générique.

Supposons que la condition de rang d'observabilité générique soit satisfaite. On peut alors vérifier :

$$\text{rang}_k \begin{pmatrix} dh \\ dL_f h \\ \vdots \\ dL_f^{n-1} h \end{pmatrix} = n \quad (2.19)$$

ou bien avec une définition algébrique équivalente :

$$\text{rang}_k \begin{pmatrix} dy \\ d\dot{y} \\ \vdots \\ dy^{(n-1)} \end{pmatrix} = n \quad (2.20)$$

Cela implique que l'état x peut être déduit de la connaissance de la sortie et d'un nombre fini de ses dérivées.

Un critère seulement suffisant est que le jacobien :

$$\frac{\partial(y, \dots, y^{(n-1)})}{\partial(x_1, \dots, x_n)} \quad (2.21)$$

soit de rang plein.

2.3.2 Observateurs non linéaires

- **Observateur de Luenberger étendu**

La détermination de l'observateur de Luenberger pour un système non linéaire nécessite la disponibilité d'un modèle linéaire. Le modèle linéaire peut être obtenu par linéarisation autour d'un point d'équilibre. Le gain de l'observateur est alors calculé par la technique de placement de pôles. Cependant, cette méthode ne peut être utilisée que si l'on est sûr que l'état du système reste au voisinage du point d'équilibre. Des instabilités peuvent survenir ds que l'on

s'éloigne du point de fonctionnement.

Une autre approche de synthèse d'un observateur de Luenberger pour les systèmes non linéaire utilise un modèle linéaire obtenu par changement de coordonnées, basé sur la linéarisation de l'erreur de l'observation des modèles non linéaire afin de leur appliquer l'observateur de Luenberger. Cependant, cette méthode ne s'applique qu'à une classe réduite de systèmes non linéaires. Une méthode plus exacte est introduite basée sur la linéarisation exacte des systèmes non linéaires en mettant en évidence le concept de l'immersion. Récemment les auteurs ont combiné la méthode de l'immersion à la méthode de linéarisation de l'erreur de l'observation en ajoutant des dynamiques qui ne dépendent que de la sortie et des variables auxiliaires.

- **Filtre de Kalman Étendu (FKE)**

Considérons le système non linéaire

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + g(x(t))u(t) + v(t) = F(x(t), u(t)) + v(t); \quad x(t_0) = x_0 \quad (2.22)$$

$$y(t) = h(x(t)) + w(t) \quad (2.23)$$

Les bruits $v(t)$ et $w(t)$ sont blancs gaussiens centrés de covariance M_v et M_w respectivement.

Soient

$$A(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial x}, \quad B(x(t)) = \frac{\partial F(x, u)}{\partial u}, \quad C(x(t)) = \frac{\partial h(x)}{\partial x},$$

Les jacobiennes de $F(x, u)$ par rapport à x et à u et de $h(x)$ par rapport à x . Alors le filtre de Kalman non linéaire est décrit par :

$$\dot{\hat{x}}(t) = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + L(x, t)(y(t) - \hat{y}(t)); \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 \quad (2.24)$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t)) \quad (2.25)$$

Le gain $L(x, t)$ est donné par :

$$L(x, t) = P(x(t))C(x(t))^T M_w^{-1} \quad (2.26)$$

$P(x(t))$ est solution de l'équation de Ricatti paramétrée :

$$\dot{P}(x(t)) = AP + PA^T - PC^T M_w^{-1} CP + M_v \quad (2.27)$$

Comme dans le cas linéaire, on peut utiliser le filtre de Kalman dans le cadre déterministe. Dans ce cas, les matrices M_v et M_w définis positifs n'ont plus d'interprétation stochastique, mais peuvent être interprétées comme des matrices de coût, en considérant le filtre de Kalman comme un problème d'optimisation quadratique. Il a été démontré que cet observateur est localement exponentiellement convergent i.e il converge exponentiellement pour x_0 assez proche de \hat{x}_0 (dans le cadre stochastique). Le filtre de Kalman étendu semble donner de bons résultats en pratique et il est souvent utilisé par les ingénieurs en charge de la commande de procédés. Cependant, aucun résultat théorique ne garantit sa convergence. Son caractère local le rend impraticable aux cas de procédés fortement non linéaires ou soumis à de grandes perturbations non modélisées et non mesurées. Dans une telle situation, une divergence entre l'état estimé et l'état réel est souvent constatés. Un autre inconvénient du filtre de Kalman étendu est que sa mise en œuvre exige beaucoup de calculs.

- **Observateur à grand gain**

Les observateurs à grand-gain possèdent d'excellentes propriétés globales, contrairement à l'observateur de Luenberger et au filtre de Kalman, ce sont des observateurs qui convergent globalement

de manière exponentielle. Par contre, leur application ne concerne qu'une classe restreinte de système non linéaire. Comme cela était souligné plus haut, dans le cas général, l'observabilité des systèmes non linéaires dépend de l'entrée. Cependant, il existe des systèmes qui sont observables quelque soit l'entrée. Ils sont dits uniformément observables. La classe restreinte concerne les systèmes uniformément observables qui peuvent être transformés par un changement de coordonnées, en une forme canonique particulière dite triangulaire. Les systèmes affines en l'entrée et mono-sortie sont uniformément observables et peuvent être transformés en la forme triangulaire.

Soit le système non linéaire affine en l'entrée, suivant :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u(t) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}\quad (2.28)$$

L'application

$$\phi(x) = z = \begin{bmatrix} h(x) \\ L_f h(x) \\ L_f^2 h(x) \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h(x) \end{bmatrix}\quad (2.29)$$

est un difféomorphisme qui transforme le système (2.28) en

$$\dot{z}(t) = \begin{bmatrix} z_2(t) \\ z_3(t) \\ \vdots \\ \varphi(z(t)) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1(z_1) \\ g_2(z_1, z_2) \\ \vdots \\ g_{n-1}(z_1, z_2, \dots, z_{n-1}) \end{bmatrix} u(t)\quad (2.30)$$

$$y(t) = z_1 = Cz(t)\quad (2.31)$$

L'observateur s'écrit :

$$\dot{\hat{x}} = f(\hat{x}(t)) + g(\hat{x}(t))u(t) + S_\infty^{-1}C^T (C\hat{x}(t) - y(t))\quad (2.32)$$

La matrice S_∞ est solution de l'équation

$$A^T S_\infty + S_\infty A + \theta S_\infty = -C^T C$$

où

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}; \quad C = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0]$$

et θ est un paramètre suffisamment grand qui permet d'ajuster la convergence de l'observateur.

On peut montrer que

$$\|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq K(\theta)e^{-\theta t/3} \|x_0 - \hat{x}_0\|\quad (2.33)$$

Le gain de l'observateur dépend de la partie linéaire et l'effet de la partie non linéaire est rendu négligeable en choisissant le paramètre θ suffisamment grand ; d'où l'appellation d'observateur à

grand gain. D'autres variantes sont données dans la littérature où nous pouvons trouver de formulation de l'observateur à grand gain de type Luenberger ou encore de type filtre de Kalman. L'avantage de ce type d'observateur est qu'il possède une convergence globale qu'on peut régler par le choix du gain θ . Les principaux inconvénients sont :

1. l'obtention de la forme triangulaire (existence du changement de coordonnées) n'est pas toujours évidente dans le cas général.
2. La sensibilité au bruit de mesure si le gain est choisi trop grand

- **Observateur à modes glissants**

Dans la résolution des problèmes de commande des systèmes, il a été admis que la technique des modes glissants est particulièrement avantageuse en raison de ses performances de robustesse vis-à-vis des incertitudes de modélisation et des perturbations, de l'obtention d'une convergence vers l'état désiré en un temps fini (stabilité en temps fini) et aussi de la simplicité de son implémentation aussi bien pour les systèmes linéaires que pour les systèmes non linéaires. Ces avantages ont conduit naturellement à l'utilisation de cette technique pour la construction des observateurs.

Le principe des observateurs à modes glissants repose sur l'injection d'une entrée de contrôle discontinue. De manière générale, considérons un système non linéaire décrit par les équations (2.16). L'observateur à modes glissants associé à ce système est décrit par :

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= f(\hat{x}(t), u(t)) + Lv(t) \\ \hat{y}(t) &= h(\hat{x}(t))\end{aligned}\tag{2.34}$$

où L est la matrice gain de l'observateur et $v(t)$ est l'injection discontinue donnée par :

$$v(t) = \left[\text{sign}(y_1 - \hat{y}_1) \quad \text{sign}(y_2 - \hat{y}_2) \quad \cdots \quad \text{sign}(y_p - \hat{y}_p) \right]\tag{2.35}$$

$v(t)$ représente le vecteur surface de glissement. Les p surfaces de glissement sont $s_i = y_i - \hat{y}_i$ $i=1, 2, \dots, p$.

Plusieurs types d'observateurs à modes glissants ont été proposés dans la littérature. Pour des systèmes non linéaires, il est souvent nécessaire d'obtenir au préalable une forme particulière du système. Ces formes particulières sont les formes canoniques commandable et/ou observable ou bien les formes triangulaires. La procédure étape par étape (backstepping) sur les formes triangulaires est la plus élégante, car elle permet de déterminer les conditions sur les gains de l'observateur afin d'assurer une convergence vers zéro de l'erreur d'observation en temps fini. La convergence en temps fini de l'observateur est une nécessité dans le cas des systèmes non linéaires. En effet, du fait que le théorème de séparation n'est pas en général vérifié, il est plus primordial que l'observateur converge en un temps fini suffisamment petit et réglable par le choix des gains afin d'assurer la stabilisation de la commande par modes glissants, on distingue les observateurs à modes glissants d'ordre un et les observateurs à modes glissants d'ordre supérieur. Ces derniers permettent de supprimer le phénomène de réticence (chattering) en garantissant une meilleure précision de convergence tout en préservant les avantages des observateurs à mode glissants d'ordre un telles que la stabilité en temps fini et la robustesse vis-à-vis des incertitudes.

a) Observateurs en modes glissants étape par étape d'ordre un

Afin d'illustrer la structure d'un observateur à modes glissants étape par étape d'ordre un, considérons, sans perte de généralités, le système du second ordre décrit par la forme triangulaire suivante :

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= f(x_1, x_2) \\
y &= x_1
\end{aligned} \tag{2.36}$$

où $f(x_1, x_2, x_1)$ est une fonction bornée pour $(x_1, x_2) \in \Omega \subset \mathbb{R}^2$, L'observateur associé est donné par :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= \hat{x}_2 + \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= f(x_1, \hat{x}_2) + E_1 \lambda_2 \text{sign}(x_2 - \hat{x}_2) \\
\tilde{x}_2 &= \hat{x}_2 + E_1 \lambda_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1)
\end{aligned} \tag{2.37}$$

avec $E_1=1$ si $x_1=\hat{x}_1$ et $E_1=0$ sinon. Avec un choix judicieux des gains λ_1 et λ_2 , on peut montrer que l'erreur d'observation converge vers zéro en un temps fini. L'inconvénient des observateurs d'ordre un est qu'ils introduisent le phénomène de réticence. Certes, on peut effectivement atténuer ce phénomène en remplaçant la fonction discontinue sign par des sigmoïdes ou bien en insérant un filtre passe-bas. Cependant l'introduction d'un filtre ne permet pas d'avoir la convergence en temps fini. Le recours aux observateurs d'ordre supérieur est alors recommandé.

b) Observateurs en modes glissants étape par étape d'ordre supérieur

Nous présentons l'observateur à modes glissants d'ordre deux étape par étape basée sur l'algorithme de super twisting. Considérons un système non-linéaire d'ordre n décrit par la forme normale ci-dessous

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= x_2 \\
\dot{x}_2 &= x_3 \\
&\vdots \\
\dot{x}_n &= f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\
y &= x_1
\end{aligned} \tag{2.38}$$

L'observateur est formulé comme suit :

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{x}}_1 &= \tilde{x}_2 + \lambda_1 |x_1 - \hat{x}_1|^{1/2} \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\
\dot{\tilde{x}}_2 &= \alpha_1 \text{sign}(x_1 - \hat{x}_1) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= E_1 \left[\tilde{x}_3 + \lambda_2 |\tilde{x}_2 - \hat{x}_2|^{1/2} \text{sign}(\tilde{x}_2 - \hat{x}_2) \right] \\
&\vdots \\
\dot{\tilde{x}}_n &= E_{n-2} \alpha_{n-1} \text{sign}(\tilde{x}_{n-1} - \hat{x}_{n-1}) \\
\dot{\hat{x}}_2 &= E_{n-1} \left[\tilde{f} + \lambda_n |\tilde{x}_n - \hat{x}_n|^{1/2} \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n) \right] \\
\dot{\tilde{f}} &= E_{n-1} \alpha_{n-1} \text{sign}(\tilde{x}_n - \hat{x}_n)
\end{aligned} \tag{2.39}$$

Il a été démontré dans que les erreurs d'observation $e_i = x_i - \hat{x}_i$ $i=1, 2, \dots, n$ converge vers zéros en un temps fini.

2.4 Modèle d'état

2.4.1 Représentation d'état dans le repère dq

On présente le modèle d'état de la MSRB dans le repère tournant.

2.4.1.1 Partie électrique

On s'intéresse tout d'abord à la partie électrique en utilisant le modèle obtenu dans la section 1.6.8.2 (Chapitre 1) soit les équations électriques (1.89) (1.90) et (1.91) et nous posons les courants comme vecteur d'état χ_1 et les tensions comme vecteur d'entrée u sous l'écriture vectorielle suivante :

$$\chi_1 = \begin{bmatrix} i_{sd} & i_{sq} & i_f \end{bmatrix}^T \quad ; \quad u = \begin{bmatrix} v_{sd} & v_{sq} & v_f \end{bmatrix}^T \quad (2.40)$$

les équations d'état obtenu sont :

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{L_d L_f - M_f^2} \left[M_f (R_f i_f - v_f) + L_f (-R_s i_{sd} + \omega L_q i_{sq} + v_{sd}) \right] \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{1}{L_q} \left[L_d i_{sd} \omega + R_s i_{sq} + M_f i_f \omega - v_{sq} \right] \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{L_d L_f - M_f^2} \left[L_d (-R_f i_f + v_f) + M_f (R_s i_{sd} - \omega L_q i_{sq} - v_{sd}) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

soit le changement de variable suivant :

$$\begin{aligned} \frac{L_f}{L_d L_f - M_f^2} &= \frac{1}{(1 - K_f K_d) L_d} = \frac{1}{\gamma L_d} \\ \frac{L_d}{L_d L_f - M_f^2} &= \frac{1}{(1 - K_f K_d) L_f} = \frac{1}{\gamma L_f} \end{aligned} \quad (2.42)$$

avec :

$$k_d = \frac{M_f}{L_d} \quad ; \quad k_f = \frac{M_f}{L_f} \quad ; \quad \gamma = 1 - k_d k_f$$

en utilisant le changement de variable (2.42) dans le système d'équations (2.41), nous obtenons :

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{\gamma L_d} \left[-R_s i_{sd} + L_q i_{sq} \omega + k_f R_f i_f + v_{sd} - k_f v_f \right] \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{1}{L_q} \left[L_d i_{sd} \omega + R_s i_{sq} + M_f i_f \omega - v_{sq} \right] \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{\gamma L_f} \left[k_d R_s i_{sd} - k_d L_q i_{sq} \omega - R_f i_f - k_d v_{sd} + v_f \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.43)$$

2.4.1.2 Partie mécanique

Dans cette partie on s'intéressera à la relation couple vitesse de rotation et à celle de position et vitesse de rotation ce qui permet de définir un vecteur d'état χ_2 sous la forme suivante :

$$\chi_2 = [\omega \quad \theta]^T \quad (2.44)$$

soit les relations suivantes :

- la relation couple vitesse de rotation

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} C_m - \frac{p}{J} (C_r + f_v \omega) \quad (2.45)$$

en utilisant l'équation du couple électromagnétique (1.94) dans l'équation (2.45), nous obtenons :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} p [(L_d - L_q) i_{sd} + M_f i_f] i_{sq} - \frac{p}{J} (C_r + f_v \omega) \quad (2.46)$$

- la relation entre position et vitesse de rotation

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \quad (2.47)$$

2.4.1.3 représentation d'état complète

Nous allons regrouper les deux parties électrique et mécanique pour avoir la représentation d'état complète de la MSRB suivant le repère dq , pour cela nous allons considérer le vecteur d'état χ et le vecteur d'entrée u et comme vecteur de sortie y comme suit :

$$\chi = [\chi_1 \quad \chi_2]^T = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_f \quad \omega \quad \theta]^T ; \quad u = [v_{sd} \quad v_{sq} \quad v_f]^T ; \quad y = [i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_f]^T \quad (2.48)$$

le système complet est donc (en tenant compte que l'effet du couple résistant (C_r) est moins important sur l'estimation de la vitesse)

$$\left. \begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= \frac{1}{\gamma L_d} [-R_s i_{sd} + L_q i_{sq} \omega + k_f R_f i_f + v_{sd} - k_f v_f] \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -\frac{1}{L_q} [L_d i_{sd} \omega + R_s i_{sq} + M_f i_f \omega - v_{sq}] \\ \frac{di_f}{dt} &= \frac{1}{\gamma L_f} [k_d R_s i_{sd} - k_d L_q i_{sq} \omega - R_f i_f - k_d v_{sd} + v_f] \\ \frac{d\omega}{dt} &= \frac{p}{J} p [(L_d - L_q) i_{sd} + M_f i_f] i_{sq} - \frac{p}{J} f_v \omega \\ \frac{d\theta}{dt} &= \omega \end{aligned} \right\} \quad (2.49)$$

$$y = I_3 \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

écrivait le système {(2.49)(2.50)} sous la forme non linéaire affine en l'entrée, suivante :

$$\begin{aligned}\dot{\chi}(t) &= f(x(t)) + g(x(t))u \\ y &= h(x(t))\end{aligned}\quad (2.51)$$

nous obtenons :

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}}{dt} \\ \frac{di_{sq}}{dt} \\ \frac{di_f}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{pmatrix} \frac{1}{\gamma L_d} [-R_s i_{sd} + L_q i_{sq} \omega + k_f R_f i_f] \\ -\frac{1}{L_q} [L_d i_{sd} \omega + R_s i_{sq} + M_f i_f \omega] \\ \frac{1}{\gamma L_f} [k_d R_s i_{sd} - k_d L_q i_{sq} \omega - R_f i_f] \\ \frac{p}{J} p [(L_d - L_q) i_{sd} + M_f i_f] i_{sq} - \frac{p}{J} f_v \omega \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\gamma L_d} & 0 & -\frac{k_f}{\gamma L_d} \\ 0 & \frac{1}{L_q} & 0 \\ -\frac{k_d}{\gamma L_f} & 0 & \frac{1}{\gamma L_f} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_f \end{bmatrix} \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_f \end{bmatrix}\end{aligned}\quad (2.52)$$

2.4.2 Représentation d'état dans le repère diphasées $\alpha\beta$

Nous allons établir le modèle de la machine en mettant les variables dans leurs repères naturels. Nous adoptons un modèle hybride de la MSRB -Par abus de langage, on dit qu'il s'agit d'un modèle dans le repère $\alpha\beta$ -, où une partie du vecteur d'état (les courants statoriques $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$) est prise dans le repère stationnaire, et une partie est prise dans le repère tournant lié au rotor (repère naturel du courant rotorique i_f). Ce qui donne les vecteurs d'état χ , d'entrée u et de sortie y suivants :

$$\chi = [\mathcal{I}^T \quad \omega \quad \theta]^T ; \quad u = [v_{s\alpha} \quad v_{s\beta} \quad v_f]^T ; \quad y = [i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad i_f]^T \quad (2.53)$$

avec

$$\mathcal{I}^T = [i_{s\alpha} \quad i_{s\beta} \quad i_f]$$

On s'intéresse tout d'abord à la partie électrique en utilisant le modèle obtenu dans le Chapitre 1 soit les équations électriques (1.69) et (1.91). D'après la relation (1.13) qui nous permet le passage du repère $\alpha\beta$ vers le repère dq on peut écrire :

$$i_{sd} = i_{s\alpha} \cos \theta + i_{s\beta} \sin \theta \quad (2.54)$$

de plus,

$$\frac{di_{sd}}{dt} = -i_{s\alpha} \omega \sin \theta + i_{s\beta} \omega \cos \theta + \frac{di_{s\alpha}}{dt} \cos \theta + \frac{di_{s\beta}}{dt} \sin \theta \quad (2.55)$$

utilisant (2.55) dans (1.91), nous obtenons :

$$v_f = M_f \cos \theta \frac{di_{s\alpha}}{dt} + M_f \sin \theta \frac{di_{s\beta}}{dt} + L_f \frac{di_f}{dt} - M_f i_{s\alpha} \omega \sin \theta + M_f i_{s\beta} \omega \cos \theta + R_f i_f \quad (2.56)$$

écrivant les équations (1.69) et (2.56) sous forme matricielle nous obtenons

$$u = \mathcal{L}(\theta) \frac{d\mathcal{I}}{dt} + \left(\mathfrak{R} + \omega \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \right) \mathcal{I} \quad (2.57)$$

où

$$\mathcal{L}(\theta) = \begin{pmatrix} L_0 + L_2 \cos(2\theta) & L_2 \sin(2\theta) & M_f \cos(\theta) \\ L_2 \sin(2\theta) & L_0 - L_2 \cos(2\theta) & M_f \sin(\theta) \\ M_f \cos(\theta) & M_f \sin(\theta) & L_f \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

$$\frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} = \begin{pmatrix} -2L_2 \sin(2\theta) & 2L_2 \cos(2\theta) & -M_f \sin(\theta) \\ 2L_2 \cos(2\theta) & 2L_2 \sin(2\theta) & M_f \cos(\theta) \\ -M_f \sin(\theta) & M_f \cos(\theta) & 0 \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

$$\mathfrak{R} = \begin{pmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_f \end{pmatrix} \quad (2.60)$$

résolvant l'équation (2.57) par rapport à $d\mathcal{I}/dt$, nous obtenons :

$$\frac{d\mathcal{I}}{dt} = -\mathcal{L}^{-1}(\theta) \left(\mathfrak{R} + \omega \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \right) \mathcal{I} + \mathcal{L}^{-1}(\theta) u \quad (2.61)$$

où

$$\mathcal{L}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \frac{(L_0 - \cos[2\theta]L_2)L_f - \sin^2[\theta]M_f^2}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{\cos[\theta]\sin[\theta](-2L_2L_f + M_f^2)}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{\cos[\theta]M_f}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} \\ \frac{\cos[\theta]\sin[\theta](-2L_2L_f + M_f^2)}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{(L_0 + \cos[2\theta]L_2)L_f - \cos^2[\theta]M_f^2}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{\sin[\theta]M_f}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} \\ \frac{\cos[\theta]M_f}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} & \frac{\sin[\theta]M_f}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} & \frac{L_0 + L_2}{(L_0 + L_2)L_f - M_f^2} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

Pour la partie mécanique, c'est pratiquement la même que celle obtenue dans la section 2.4.1.2 excepté que pour l'équation du couple électromagnétique nous utilisons l'équation (1.74) au lieu de (1.94) ce qui donne :

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{p}{J} \left(pM_f i_f (i_{s\beta} \cos(\theta) - i_{s\alpha} \sin(\theta)) - pL_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin(2\theta) - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos(2\theta)] \right) - \frac{p}{J} f_v \omega \quad (2.63)$$

La représentation d'état complète de la MSRB suivant le repère $\alpha\beta$ sous la forme non linéaire affine en l'entrée (2.51)

$$\begin{bmatrix} \frac{d\mathcal{I}}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \\ \frac{d\theta}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathcal{L}^{-1}(\theta) \left(\mathfrak{R} + \omega \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \right) \mathcal{I} \\ \frac{p}{J} \left(pM_f i_f (i_{s\beta} \cos(\theta) - i_{s\alpha} \sin(\theta)) - pL_2 [(i_{s\alpha}^2 - i_{s\beta}^2) \sin(2\theta) - 2i_{s\alpha} i_{s\beta} \cos(2\theta)] \right) - \frac{p}{J} f_v \omega \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathcal{L}^{-1}(\theta) \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \\ \mathbf{O}_{1 \times 3} \end{bmatrix} u$$

$$y = I_3 \begin{bmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \\ i_f \end{bmatrix} \quad (2.64)$$

avec

$\mathbf{O}_{n \times m}$ est une matrice nulle de dimension $n \times m$.

$$-\mathcal{L}^{-1}(\theta) \left(\mathfrak{R} + \omega \frac{d\mathcal{L}(\theta)}{d\theta} \right) \mathcal{I} =$$

$$\begin{pmatrix} \left(\frac{1}{2} \left(2M_f \left(\frac{\omega \sin \theta}{L_0 - L_2} + \frac{R_f \cos \theta}{(L_0 + L_2)L_f - M_f^2} \right) i_f + \frac{M_f^2 (-2\sin \theta (\omega \cos \theta (L_0 + L_2) - R_s \sin \theta) i_{s\alpha} + (2\omega \cos^2 \theta L_0 + \omega (-3 + \cos 2\theta)L_2 - R_s \sin 2\theta) i_{s\beta})}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \right) \right. \\ \left. + \frac{2L_f ((L_0 (2\omega L_2 \sin 2\theta - R_s) + L_2 R_s \cos 2\theta) i_{s\alpha} + L_2 (-2\omega L_0 \cos 2\theta + 2\omega L_2 + R_s \sin 2\theta) i_{s\beta})}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \right) \\ \dots \\ \left(\frac{1}{2} \left(2M_f \left(\frac{\omega \cos \theta}{-L_0 + L_2} + \frac{R_f \sin \theta}{(L_0 + L_2)L_f - M_f^2} \right) i_f + \frac{M_f^2 ((-2\omega L_0 \sin^2 \theta + \omega (3 + \cos 2\theta)L_2 - R_s \sin 2\theta) i_{s\alpha} + 2 \cos \theta (\omega \sin \theta (L_0 + L_2) + R_s \cos \theta) i_{s\beta})}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \right) \right. \\ \left. + \frac{2L_f (L_2 (-2\omega (L_0 \cos 2\theta + L_2) + R_s \sin 2\theta) i_{s\alpha} - (L_2 R_s \cos 2\theta + L_0 (2\omega L_2 \sin 2\theta + R_s)) i_{s\beta})}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \right) \\ \dots \\ \frac{-(L_0 + L_2)R_f i_f + M_f \cos \theta (R_s i_{s\alpha} + \omega (-L_0 + L_2) i_{s\beta}) + M_f \sin \theta (\omega (L_0 - L_2) i_{s\alpha} + R_s i_{s\beta})}{(L_0 + L_2)L_f - M_f^2} \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

2.5 Matrice d'observabilité

Le vecteur d'état est de dimension 5, donc la matrice d'observabilité suivante doit contenir 5 lignes linéairement indépendantes pour garantir l'observabilité locale faible de la machine :

$$O_y = \frac{\partial}{\partial x} (y, \dot{y}, \ddot{y}, \ddot{\ddot{y}}, y^{(4)}) \quad (2.66)$$

Cependant, les dérivées d'ordre supérieur à 1 sont difficiles à interpréter mathématiquement et physiquement. Pour cela, nous nous contenterons de la première dérivée de la sortie, à partir de laquelle il est possible de tirer des conditions suffisantes d'observabilité. Nous rappelons aussi que la dérivée première est assez riche en information, et qu'un observateur d'état, de type Kalman par exemple, n'utilise que cet ordre de dérivée dans ses équations.

2.5.1 Matrice d'observabilité dans le repère diphasée $\alpha\beta$

La matrice d'observabilité étudiée est obtenue en utilisant le système affine en l'entrée (2.65), comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial \chi} y = \begin{bmatrix} I_3 & O_{3 \times 1} & O_{3 \times 1} \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

$$\frac{\partial}{\partial \chi} \dot{y} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{y}}{\partial \mathcal{I}} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \omega} & \frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

pour des raisons de simplification d'écriture, nous omettons θ ;

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial \mathcal{I}} = -\mathcal{L}^{-1} (\mathfrak{R} + \omega \mathcal{L}') \quad (2.69)$$

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial \omega} = -\mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}' \mathcal{I} \quad (2.70)$$

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta} = \mathcal{L}^{-1} u - \mathcal{L}^{-1} (\mathfrak{R} + \omega \mathcal{L}') \mathcal{I} - \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}'' \omega \mathcal{I} \quad (2.71)$$

soit :

$$\mathcal{L} \frac{d\mathcal{I}}{dt} = -(\mathfrak{R} + \omega \mathcal{L}') \mathcal{I} + u \quad (2.72)$$

$$\frac{\partial \dot{y}}{\partial \theta} = \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}' \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}'' \omega \mathcal{I} \quad (2.73)$$

où :

$$\mathcal{L}' = \frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{L} \quad , \quad \mathcal{L}'' = \frac{\partial}{\partial \theta} \mathcal{L}' \quad (2.74)$$

finalement la jacobienne est :

$$O_{y\alpha\beta} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_3 & O_{3 \times 1} & O_{3 \times 1} \\ -\mathcal{L}^{-1} (\mathfrak{R} + \omega \mathcal{L}') & -\mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}' \mathcal{I} & \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}' \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}'' \omega \mathcal{I} \end{bmatrix} \quad (2.75)$$

Pour que la matrice (2.75) soit de rang plein, il suffit que la sous-matrice formée des deux vecteurs suivants soit de rang plein :

$$O_{\gamma\alpha\beta 1} = \begin{bmatrix} -\mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}' \mathcal{I} & \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L} \frac{d\mathcal{I}}{dt} - \mathcal{L}^{-1} \mathcal{L}'' \omega \mathcal{I} \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

avec :

$$\mathcal{L}'' = \begin{pmatrix} -4L_2 \cos 2\theta & -4L_2 \sin 2\theta & -M_f \cos \theta \\ -4L_2 \sin 2\theta & 4L_2 \cos 2\theta & -M_f \sin \theta \\ -M_f \cos \theta & -M_f \sin \theta & 0 \end{pmatrix} \quad (2.77)$$

$$\mathcal{L}^{-1} = \begin{pmatrix} \left(\frac{1}{L_0 - L_2} - \frac{L_f}{(L_0 + L_2)L_f - M_f^2} \right) \sin 2\theta & \frac{(-2L_2L_f + M_f^2) \cos 2\theta}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & -\frac{M_f \sin \theta}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} \\ \frac{(-2L_2L_f + M_f^2) \cos 2\theta}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{(-2L_2L_f + M_f^2) \sin 2\theta}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} & \frac{M_f \cos \theta}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} \\ -\frac{M_f \sin \theta}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} & \frac{M_f \cos \theta}{-(L_0 + L_2)L_f + M_f^2} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.78)$$

2.6 Calcul du déterminant

La matrice (2.76) est de dimension 3×2 . On prend les deux premières lignes qui correspondent aux courants statoriques ($i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$). Puisque les courants $i_{s\alpha}$ et $i_{s\beta}$ sont alternatifs liés à la même source, et i_f est un courant DC, on préfère prendre la dérivée des deux courants statorique pour avoir des expressions qui peuvent être facilement simplifiées mathématiquement et interprétées physiquement.

Le déterminant s'écrit sous la forme générale :

$$\Delta_{\alpha\beta} = W\omega + Z \quad (2.79)$$

avec

$$W = \frac{1}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \left[L_f M_f^2 i_f^2 + (8L_2^2 L_f + (-3 + \cos(2\theta))L_2 M_f^2) i_{s\alpha}^2 \right. \\ \left. + 2L_2 M_f^2 \sin(2\theta) i_{s\alpha} i_{s\beta} + (8L_2^2 L_f + (-3 - \cos 2\theta)L_2 M_f^2) i_{s\beta}^2 \right. \\ \left. + i_f \left((6L_2 L_f M_f \cos \theta - M_f^3 \cos \theta) i_{s\alpha} + (6L_2 L_f M_f \sin \theta - M_f^3 \sin \theta) i_{s\beta} \right) \right] \quad (2.80)$$

$$Z = \frac{1}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \left[i_{s\beta} \left([2L_2 L_f M_f \cos \theta - M_f^3 \cos \theta] \frac{di_f}{dt} + [4L_2^2 L_f - 2L_2 M_f^2] \frac{di_{s\alpha}}{dt} \right) \right. \\ \left. + i_{s\alpha} \left([-2L_2 L_f M_f \sin \theta + M_f^3 \sin \theta] \frac{di_f}{dt} + [-4L_2^2 L_f + 2L_2 M_f^2] \frac{di_{s\beta}}{dt} \right) \right. \\ \left. + i_f \left([2L_2 L_f M_f \sin \theta - M_f^3 \sin \theta] \frac{di_{s\alpha}}{dt} + [-2L_2 L_f M_f \cos \theta + M_f^3 \cos \theta] \frac{di_{s\beta}}{dt} \right) \right] \quad (2.81)$$

Par application de la transformation de Park (1.75), nous obtenons :

$$\Delta_{dq} = W_{dq} \omega + Z_{dq} \quad (2.82)$$

avec

$$W_{dq} = \frac{(L_f M_f^2 i_f^2 + 4L_2 L_f M_f i_f i_{sd} + 4L_2^2 L_f i_{sd}^2 + 4L_2^2 L_f i_{sq}^2 - 2L_2 M_f^2 i_{sq}^2)}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \quad (2.83)$$

$$Z_{dq} = \frac{1}{(L_0 - L_2)((L_0 + L_2)L_f - M_f^2)} \left(2L_2 L_f M_f i_{sq} \frac{di_f}{dt} - M_f^3 i_{sq} \frac{di_f}{dt} + 4L_2^2 L_f i_{sq} \frac{di_{sd}}{dt} - 2L_2 M_f^2 i_{sq} \frac{di_{sd}}{dt} \right. \\ \left. - 2L_2 L_f M_f i_f \frac{di_{sq}}{dt} - 4L_2^2 L_f i_{sd} \frac{di_{sq}}{dt} + M_f^2 (M_f i_f + 2L_2 i_{sd}) \frac{di_{sq}}{dt} \right) \quad (2.84)$$

on pose :

$$L_{dq} = 2L_2 = L_d - L_q \quad (2.85)$$

$$\gamma_{dq} = 1 - \frac{M_f^2}{L_{dq} L_f} \quad (2.86)$$

ce qui donne :

$$\Delta_{dq} = \frac{1}{\gamma L_d L_q} \left([L_{dq} i_{sd} + M_f i_f]^2 + \gamma_{dq} L_{dq}^2 i_{sq}^2 \right) \omega \\ + \frac{\gamma_{dq} L_{dq}}{\gamma L_d L_q} \left([L_{dq} \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt}] i_{sq} - [L_{dq} i_{sd} + M_f i_f] \frac{di_{sq}}{dt} \right) \quad (2.87)$$

2.7 Condition d'observabilité

La condition d'observabilité pour la MSRB, $\Delta \neq 0$, donne :

- dans le repère diphasé $\alpha\beta$

$$\omega \neq \frac{N}{D} \quad (2.88)$$

avec

$$N = (2L_2 L_f - M_f^2) i_{s\beta} \left(-M_f \cos \theta \frac{di_f}{dt} - 2L_2 \frac{di_{s\alpha}}{dt} \right) + M_f (2L_2 L_f - M_f^2) i_f \left(-\sin \theta \frac{di_{s\alpha}}{dt} + \cos \theta \frac{di_{s\beta}}{dt} \right) \\ + (2L_2 L_f - M_f^2) i_{s\alpha} \left(M_f \sin \theta \frac{di_f}{dt} + 2L_2 \frac{di_{s\beta}}{dt} \right) \quad (2.89)$$

$$\begin{aligned}
D &= L_f M_f^2 i_f^2 + (8L_2^2 L_f + (-3 + \cos 2\theta) L_2 M_f^2) i_{s\alpha}^2 + 2L_2 M_f^2 \sin 2\theta i_{s\alpha} i_{s\beta} \\
&\quad + (8L_2^2 L_f + (-3 - \cos 2\theta) L_2 M_f^2) i_{s\beta}^2 \\
&\quad + i_f \left((6L_2 L_f M_f \cos \theta - M_f^3 \cos \theta) i_{s\alpha} + (6L_2 L_f M_f \sin \theta - M_f^3 \sin \theta) i_{s\beta} \right)
\end{aligned} \tag{2.90}$$

- dans le repère tournant dq

$$\omega \neq \frac{L_{dq} \gamma_{dq} \left(-i_{sq} \left(M_f \frac{di_f}{dt} + L_{dq} \frac{di_{sd}}{dt} \right) + (M_f i_f + L_{dq} i_{sd}) \frac{di_{sq}}{dt} \right)}{(i_{sd} L_{dq} + M_f i_f)^2 + L_{dq}^2 \gamma_{dq} i_{sq}^2} \tag{2.91}$$

on suppose l'approximation suivante $\gamma_{dq} = \gamma_{dq}^2$, ce qui donne :

$$\omega \neq \frac{d}{dt} \arctan \left(\frac{L_{dq} \gamma_{dq} i_{sq}}{M_f i_f + L_{dq} i_{sd}} \right) \tag{2.92}$$

On définit le vecteur d'observabilité Ob figure 2.7, ayant les composantes suivante dans le repère tournant dq :

$$Ob_q = L_{dq} \gamma_{dq} i_{sq} \tag{2.93}$$

$$Ob_d = M_f i_f + L_{dq} i_{sd} \tag{2.94}$$

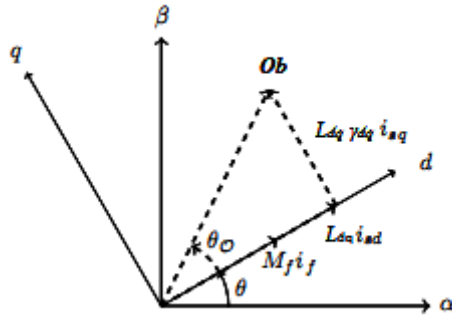


figure 2.7-Illustration du vecteur d'observabilité

Soit ω_o , la vitesse angulaire du vecteur d'observabilité dans le repère dq :

$$\omega_o = \frac{d}{dt} \theta_o = \frac{d}{dt} \arctan \left(\frac{L_{dq} \gamma_{dq} i_{sq}}{M_f i_f + L_{dq} i_{sd}} \right) \tag{2.95}$$

La condition d'observabilité s'énonce comme suit : La machine synchrone à rotor bobiné est instantanément observable si la pulsation angulaire (ω_o) du vecteur d'observabilité Ob dans le repère

du rotor est différente de celle du rotor dans le repère du stator (ω).
Mathématiquement, cela donne :

$$\omega \neq \omega_o \quad (2.96)$$

2.8 Étude d'observabilité à vitesse nulle

2.8.1 Sans injection d'un signal haute fréquence (HF)

Lorsque la MSRB fonctionne à vitesse nulle ($\omega=0$), dans ce cas les courants i_{sd} , i_{sq} et i_f sont constants alors leurs variations par rapport au temps sont nulles :

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{di_{sq}}{dt} = \frac{di_f}{dt} = 0 \quad (2.97)$$

pour que la MSRB, soit observable dans cette conditions ($\omega=0$) il faut que le déterminant (2.87) soit différent de zéros, alors il faut que :

$$\frac{\gamma L_{dq} L_{dq}}{\gamma L_d L_q} \left(\left[L_{dq} \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \right] i_{sq} - \left[L_{dq} i_{sd} + M_f i_f \right] \frac{di_{sq}}{dt} \right) \neq 0 \quad (2.98)$$

puisque les variation des courants par rapport au temps sont nulles (2.97), nous obtenons :

$$\frac{\gamma L_{dq} L_{dq}}{\gamma L_d L_q} \left(\left[L_{dq} \frac{di_{sd}}{dt} + M_f \frac{di_f}{dt} \right] i_{sq} - \left[L_{dq} i_{sd} + M_f i_f \right] \frac{di_{sq}}{dt} \right) = 0 \quad (2.99)$$

cela donne donc que le déterminant (2.87) est nul, la MSRB est inobservable à vitesse nulle.

2.8.2 Avec injection d'un signal haute fréquence (HF)

La technique consiste à injecter une impulsion ou un signal sinusoïdal de test afin de pouvoir dépister la saillance magnétique existante sans introduire des ondulations de couple. Les principaux paramètres pris en compte sont la forme d'impulsion, la fréquence et l'amplitude de la tension. Dans ce qui suit, nous nous contenterons de l'excitation sinusoïdale. D'une part, la fréquence habituellement est placée dans un intervalle 10 fois plus haut que la fréquence fondamentale maximum et 10 fois inférieure à la fréquence de commutation du convertisseur d'alimentation électrique. D'une autre part, la sélection de l'amplitude de la tension est d'une façon ou d'une autre un processus aléatoire, une amplitude basse ne produira pas assez de courant et une amplitude très grande produira des ondulations indésirables sur le couple. Plusieurs auteurs ont proposé l'injection d'un signal HF certain baser sur la saillance magnétique de la machine [Briz, 2000, Combes, Corley, 1998, Garcia, 2006, Griffó, 2012, Jansen, 1995, Jebai, 2013, Medmadj, 2015, Rambatius, 2014]. Plusieurs de ces méthodes utilisent des filtres pour isoler les informations de position de rotor ainsi que de sa vitesse angulaire.

Soit le modèle électrique de la MSRB dans le repère $\alpha\beta$ (2.57). nous injectons un signal HF sur les tensions statorique, à cette haute fréquence, $\omega_{hf} \mathcal{L} \gg \mathfrak{R}$, considérons les tensions et courants statorique ce qui permet de simplifie le modèle (2.57) , comme suit :

$$u_{\alpha\beta} = \mathcal{L}_{s\alpha\beta} \frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} \quad (2.100)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_0 + L_2 \cos(2\theta) & L_2 \sin(2\theta) \\ L_2 \sin(2\theta) & L_0 - L_2 \cos(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

alors

$$\frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} = \mathcal{L}_{s\alpha\beta}^{-1} u_{\alpha\beta} \quad (2.102)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_0^2 - L_2^2} \begin{bmatrix} L_0 - L_2 \cos(2\theta) & -L_2 \sin(2\theta) \\ -L_2 \sin(2\theta) & L_0 + L_2 \cos(2\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2.103)$$

on définit l'angle de saillance magnétique d'une machine synchrone ε_m :

$$\varepsilon_m = \theta + \Delta\varepsilon \quad (2.104)$$

avec :

$$\Delta\varepsilon \approx \arcsin \left(\frac{L_q i_{sq}}{\sqrt{(L_f i_f)^2 + (L_q i_{sq})^2}} \right) \quad (2.105)$$

où

θ : angle du rotor.

$\Delta\varepsilon$: angle de décalage de la saillance magnétique.

on remplace l'angle du rotor (θ) par l'angle de saillance magnétique (ε_m) dans l'équation (2.103), nous obtenons :

$$\frac{d\mathcal{I}_{s\alpha\beta}}{dt} = \mathcal{L}_{s\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon_m) u_{\alpha\beta} \quad (2.106)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{s\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{s\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_0^2 - L_2^2} \begin{bmatrix} L_0 - L_2 \cos(2\varepsilon_m) & -L_2 \sin(2\varepsilon_m) \\ -L_2 \sin(2\varepsilon_m) & L_0 + L_2 \cos(2\varepsilon_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{s\alpha} \\ v_{s\beta} \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

on injecte sur $u_{\alpha\beta}$ un signal haute fréquence, suivant :

$$u_{hf\alpha\beta} = v_{hf} \begin{bmatrix} -\sin(\omega_{hf} t) \\ \cos(\omega_{hf} t) \end{bmatrix} \quad (2.108)$$

où

v_{hf} : amplitude du signal d'injection.

on remplace (2.108) dans (2.106), nous obtenons :

$$\frac{d\mathcal{I}_{shf\alpha\beta}}{dt} = \mathcal{L}_{shf\alpha\beta}^{-1}(\varepsilon_m) u_{hf\alpha\beta} \quad (2.109)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{shf\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{shf\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_0^2 - L_2^2} \begin{bmatrix} L_0 - L_2 \cos(2\varepsilon_m) & -L_2 \sin(2\varepsilon_m) \\ -L_2 \sin(2\varepsilon_m) & L_0 + L_2 \cos(2\varepsilon_m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{shf\alpha} \\ v_{shf\beta} \end{bmatrix} \quad (2.110)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{di_{shf\alpha}}{dt} \\ \frac{di_{shf\beta}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin[t\omega_{hf}]L_0v_{hf} - \sin[t\omega_{hf} - 2\varepsilon_m]L_2v_{hf} \\ \cos[t\omega_{hf}]L_0v_{hf} - \cos[t\omega_{hf} - 2\varepsilon_m]L_2v_{hf} \end{pmatrix} \quad (2.111)$$

nous intégrons (2.111) pour avoir $i_{shf\alpha}$ et $i_{shf\beta}$

$$\begin{bmatrix} i_{shf\alpha} \\ i_{shf\beta} \end{bmatrix} = \frac{v_{hf}}{\omega_{hf}} \begin{pmatrix} (L_0 \cos[t\omega_{hf}] + L_2 \cos[2\varepsilon_m - t\omega_{hf}]) \\ (L_0 \sin[t\omega_{hf}] + L_2 \sin[2\varepsilon_m - t\omega_{hf}]) \end{pmatrix} \quad (2.112)$$

ce résultat contient deux termes, le premier terme est en fonction de ω_{hf} , il ne contient aucune information sur la position du rotor, il devient donc un parasite qu'il faudra éliminer. Le deuxième terme contient des informations utiles sur la position du rotor qu'il faudra extraire.

L'écriture exponentielle donne :

$$\mathcal{I}_{shf\alpha\beta} = \mathcal{I}_{hf_p} + \mathcal{I}_{hf_n} = k_{hf} \left(L_0 e^{j\omega_{hf}t} + L_2 e^{j(2\varepsilon_m - \omega_{hf}t)} \right) \quad (2.113)$$

où

\mathcal{I}_{hf_p} , \mathcal{I}_{hf_n} est la composante du courant de rotation positive respectivement négative, et $k_{hf} = v_{hf} / \omega_{hf}$.

Pour extraire les informations sur la position nous utiliserons le principe du filtre synchrone, décrit dans la *figure 2.8*.

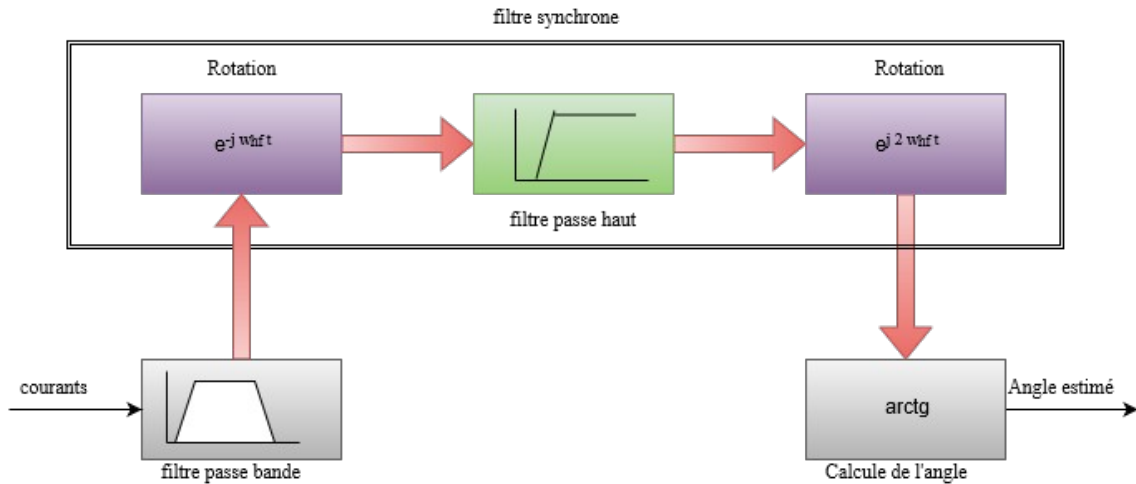


figure 2.8-Filtre synchrone pour la démodulation du vecteur courant HF.

Le signal correspondant au courant dans le repère $\alpha\beta$ entre dans le bloc filtre passe-bande qui est centré à la fréquence f_{hf} qui est la haute fréquence injectée. Dans ce bloc le signal haute fréquence est séparé du signal de fréquence fondamentale.

Le courant avec la composante HF entre dans le bloc filtre synchrone où la démodulation est réalisée comme suit :

- Transformation de coordonnées en un système identique au signal injecté

Soit l'équation (2.113) faisant une transformation vers le repère dq , par rotation de ω_{hf} , nous obtenons :

$$\mathcal{I}_{shfdq} = e^{-j\omega_{hf}t} \mathcal{I}_{shf\alpha\beta} = k_{hf} \left(L_0 + L_2 e^{j(2\varepsilon_m - 2\omega_{hf}t)} \right) \quad (2.114)$$

ou écrit d'une autre manière :

$$\begin{bmatrix} i_{shfd} \\ i_{shfq} \end{bmatrix} = k_{hf} \begin{pmatrix} L_0 + L_2 \cos(2\varepsilon_m - 2\omega_{hf}t) \\ L_0 + L_2 \sin(2\varepsilon_m - 2\omega_{hf}t) \end{pmatrix} \quad (2.115)$$

- Filtre passe haut (FPH)

Utiliser pour filtrer la composante continue

$$\begin{bmatrix} i_{shfd_F} \\ i_{shfq_F} \end{bmatrix} = FPH \left(\begin{bmatrix} i_{shfd} \\ i_{shfq} \end{bmatrix} \right) = k_{hf} \begin{pmatrix} L_2 \cos(2\varepsilon_m - 2\omega_{hf}t) \\ L_2 \sin(2\varepsilon_m - 2\omega_{hf}t) \end{pmatrix} \quad (1.116)$$

- Transformation en un système rotatif avec une double vitesse angulaire du signal injecté

Faisant une transformation, par rotation de $2\omega_{hf}$, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} i_{shfd_p} \\ i_{shfq_p} \end{bmatrix} = e^{j2\omega_{hf}t} \begin{bmatrix} i_{shfd_F} \\ i_{shfq_F} \end{bmatrix} = k_{hf} \begin{pmatrix} L_2 \cos(2\varepsilon_m) \\ L_2 \sin(2\varepsilon_m) \end{pmatrix} \quad (1.117)$$

Finalement, le courant \mathcal{I}_{shfdq_p} obtenu de la sortie du filtre synchrone entre dans le bloc d'estimation de l'angle

$$\hat{\varepsilon}_m = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{i_{shfq_p}}{i_{shfd_p}} \right) \quad (1.118)$$

de là, on peut estimer la position du rotor

$$\hat{\theta} = \hat{\varepsilon}_m - \Delta\hat{\varepsilon} \quad (1.119)$$

de plus, la vitesse estimée est

$$\hat{\omega} = \frac{d\hat{\theta}}{dt} \quad (1.120)$$

L'injection d'un signal haute fréquence a permis d'estimer la position et la vitesse du rotor.
Soit

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{i_{shfq_p}}{i_{shfd_p}} \right) - \arcsin \left(\frac{L_q i_{sq}}{\sqrt{(L_f i_f)^2 + (L_q i_{sq})^2}} \right) \quad (1.121)$$

$$\theta_o = \arctan \left(\frac{L_{dq} \gamma_{dq} i_{sq}}{M_f i_f + L_{dq} i_{sd}} \right) \quad (1.122)$$

Il est clair que pour un choix adéquat des paramètres de la machine et de l'injection,

$$\hat{\theta} \neq \theta_o \quad (1.123)$$

ce qui implique que

$$\hat{\omega} \neq \omega_o \quad (1.124)$$

La condition d'observation de la MSRB est bien satisfaite sous ces conditions.

On conclut, que la MSRB avec injection d'un signal haute fréquence est instantanément observable.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé quelques notions relatives à l'observabilité et aux observateurs des systèmes linéaires et non linéaires. Nous avons présenté différentes définitions sur l'observabilité : nous avons utilisé le critère de rang défini pour étudier l'observabilité de la MSRB sans capteur soit en vitesse et à vitesse nulle, nous avons formulé des conditions d'observabilité des machines électrique par introduction de la notion du vecteur d'observabilité, puis nous avons mis l'accent sur le cas critique de la MSRB ($\omega = 0$) où nous avons résolu le problème d'inobservabilité de la machine synchrone à rotor bobiné à vitesse faible par utilisation des techniques d'estimation active, par injection de signaux (haute fréquence).

Chapitre 3

Simulation de la machine synchrone à rotor bobiné sans capteurs (*sensorless*)

3.1 Introduction

Les résultats de l'étude d'observabilité élaborée dans le chapitre 2 sont examinés en simulation sous Matlab/Simulink dans ce chapitre. L'observabilité de la machine synchrone en vitesse et à vitesse nulle est étudiée suivant les paramètres donnés dans l'annexe.

Le scénario de simulation est le donc suivant : la machine opère en boucle ouverte, alimentée par un système triphasé équilibré. Dans le repère $\alpha\beta$ le stator de la MSRB est alimenté après application de la transformation de Concordia ; dans le repère dq il est alimenté par des tensions obtenues après application de la transformation de Park (Concordia + rotation) ; tant dit que le rotor est alimenté par une tension continue dans les deux repères.

3.2 Résultats de simulations

3.2.1 Simulation à vitesse nulle sans injection d'un signal HF

Le fonctionnement à vitesse nulle est une situation critique pour la commande *sensorless* de la machine synchrone à rotor bobiné. En effet, cette machine à vitesse nulle peut-être analysée avec la formulation du déterminant soit dans le repère $\alpha\beta$ ou bien dans le repère dq .

Dans la section 2.8.1 (chapitre 2) , on a énoncé que lorsque la MSRB fonctionne à vitesse nulle ($\omega = 0$), dans ce cas les courants i_{sd} , i_{sq} et i_f sont constants, après simulation du modèle (2.52) nous obtenons les résultats donnés dans les figures suivantes :

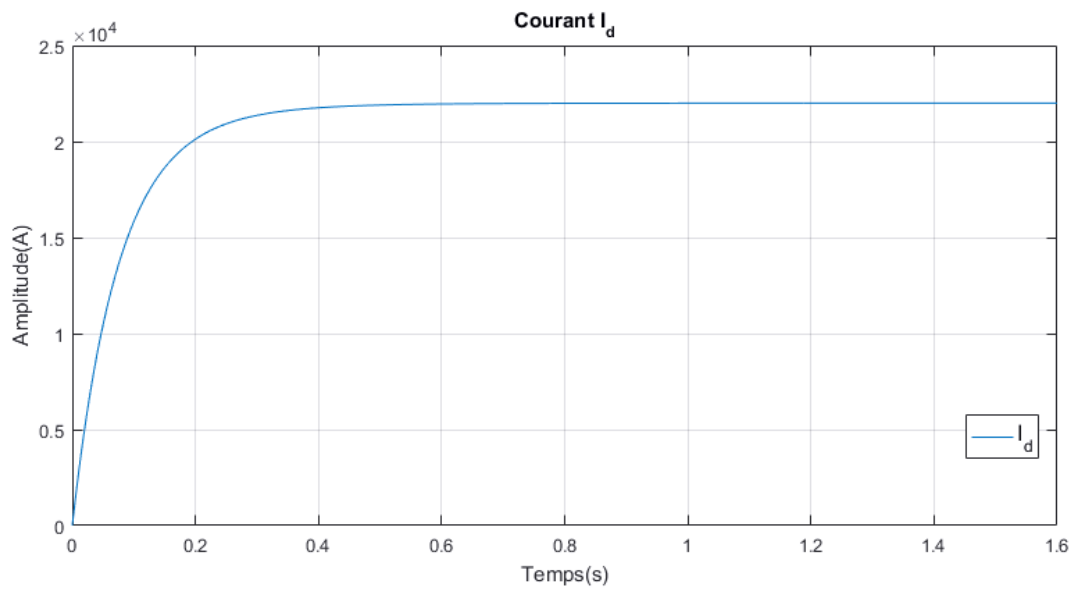


figure 3.2.1-Courbe du courant i_d .

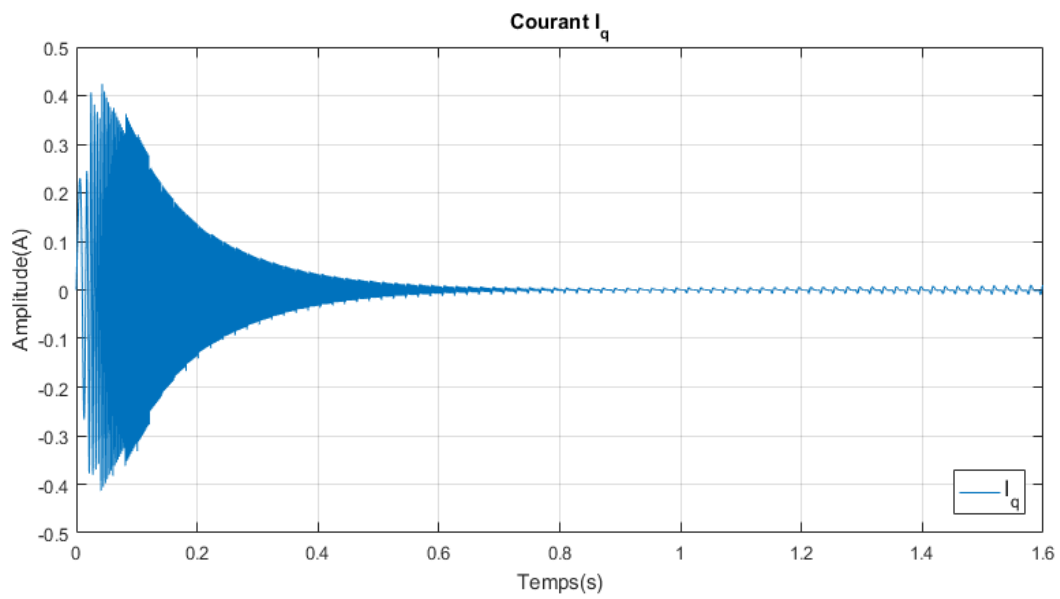


figure 3.2.2-Courbe du courant i_q .

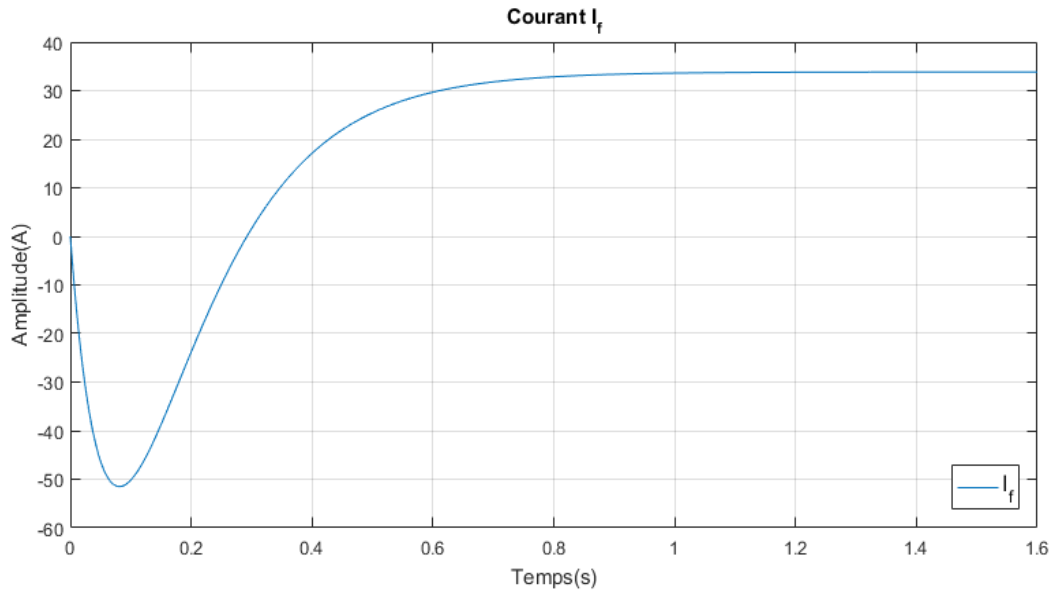


figure 3.2.2-Courbe du courant i_f .

La simulation des courants i_{sd} , i_{sq} et i_f montre bien que ces courants dans le repère dq tendent vers des constantes après quelques dixièmes de seconde ; ce qui confirme l'hypothèse énoncée dans la section 2.8.1, qui suppose que les courants sont constants dans ce repère. Ce qui confirme aussi que leurs variations par rapport au temps sont nulles.

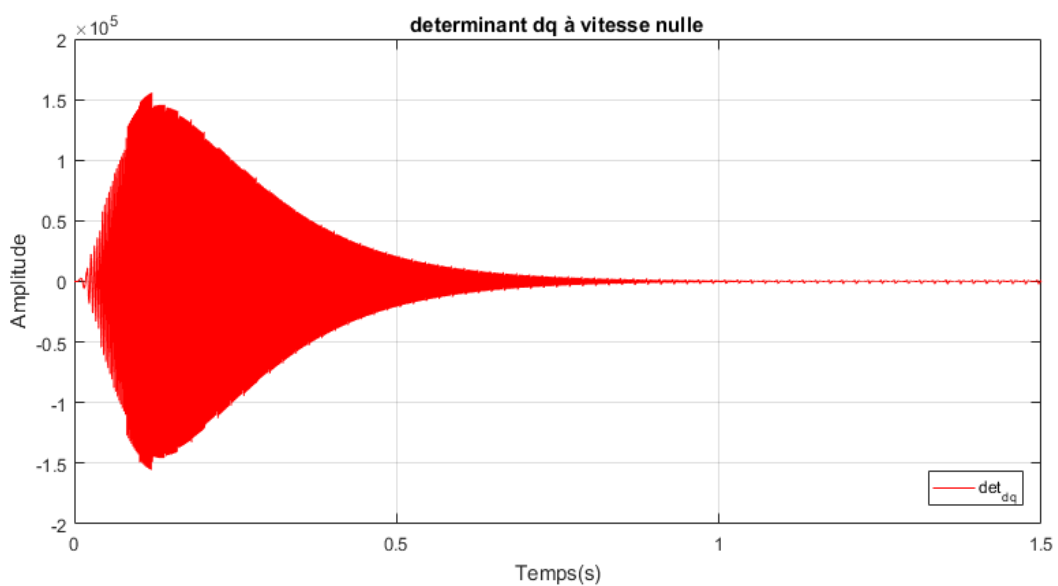


figure 3.2.4-Courbe du déterminant dans le repère dq .

Le déterminant Δ_{dq} (2.87) *figure 3.1.4* tends clairement vers 0, ce qui confirme une fois de plus le résultat théorique énoncé section 2.8.1.

Les résultats obtenus par cette simulation confortent le résultat théorique obtenu précédemment, ce qui nous amène à conclure que la MSRB est inobservable à vitesse nulle.

3.2.2 Simulation à vitesse nulle avec injection d'un signal HF

Dans cette section on injecte un signal haute fréquence (HF) sur les tensions statorique, pour cela nous utiliserons le modèle de la MSRB dans le repère $\alpha\beta$ (2.57) suivant les étapes énoncé dans la section 2.8.2, pour extraire la position estimée du rotor $\hat{\theta}$. D'autre part nous calculons la position du vecteur d'observabilité (Ob) de la MSRB θ_o équation (1.122). Les résultats de la simulation sont :

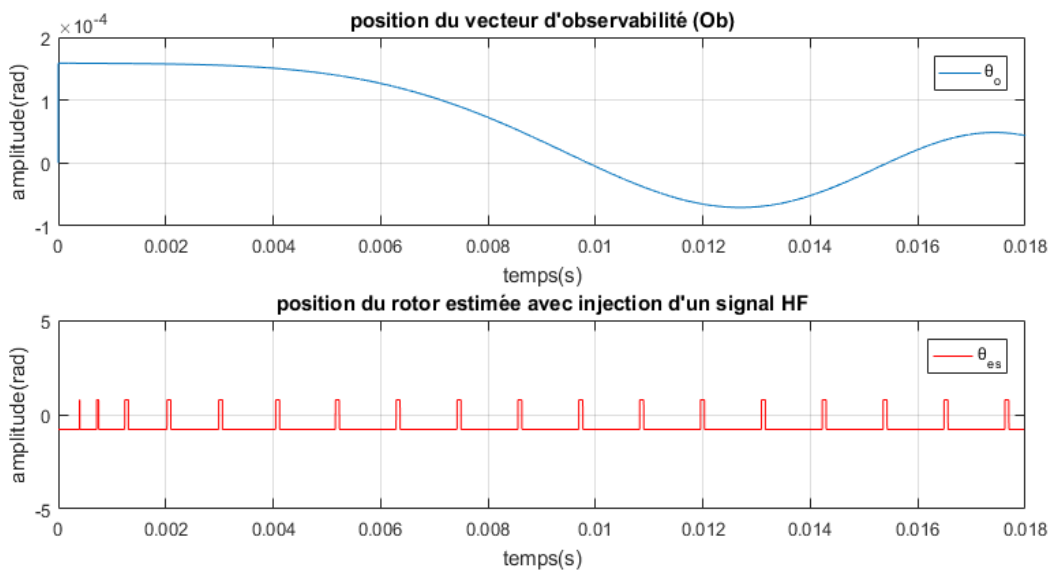


figure 3.3.1-Courbe des positions.

On remarque que la position θ_o du vecteur d'observabilité (Ob) est décalé de celle de la position $\hat{\theta}$ estimé du rotor *figure 3.3.1*, ce qui est confirmé aussi par calcul de ce décalage qui n'est pas nul *figure 3.3.2*.

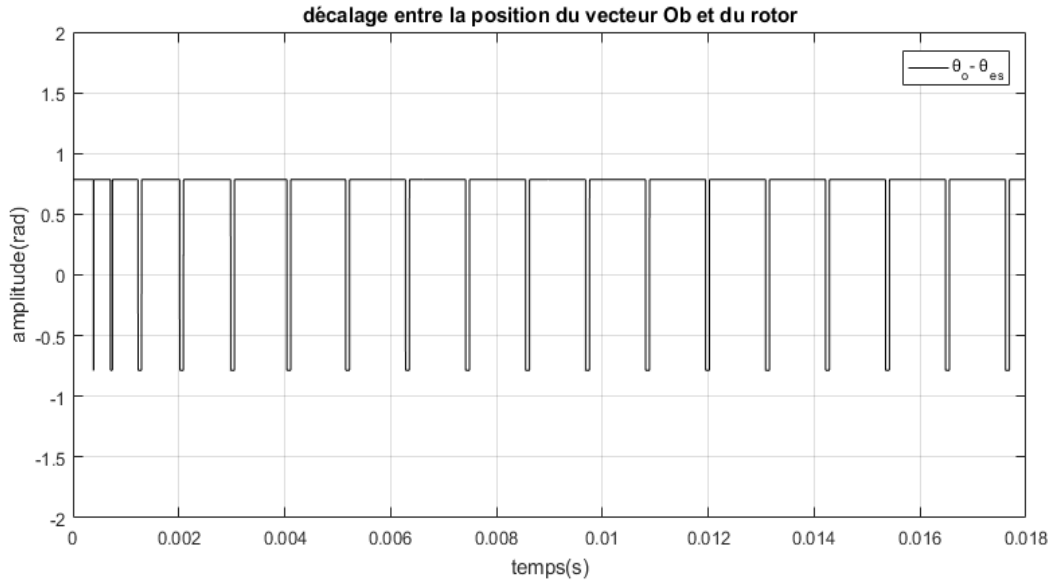


figure 3.3.2-Décalage entre la position du vecteur Ob et du rotor.

Il est clair de la simulation que : $\hat{\theta} \neq \theta_o$

ce qui implique que $\hat{\omega} \neq \omega_o$

La condition d'observation de la MSRB est bien satisfaite, alors la MSRB sous injection d'un signal haute fréquence est instantanément observable.

3.3 Conclusion

On conclut que la simulation de la MSRB avec et sans injection conforte les résultats obtenus lors de notre étude théorique.

Conclusion générale

Dans ce rapport, nous avons traité de la modélisation et de l'observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné., en vue de la commande sans capteur mécanique.

La modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné a été présentée dans le premier volet; le deuxième volet de ce rapport est l'étude d'observabilité de cette machine. l'approche générale de l'étude nous a conduits à la définition d'un nouveau concept, le vecteur d'observabilité, qui permet de formuler une condition d'observabilité unifiée pour les machines synchrones. La plus grande contribution de ce rapport est la résolution du problème d'inobservabilité de la machine synchrone à rotor bobiné à vitesse faible par utilisation des techniques d'estimation active, par injection de signaux (haute fréquence)

La théorie de l'observabilité, appliquée dans ce travail, a fourni des conditions faciles à interpréter et à vérifier en temps réel. En effet, les conditions d'observabilité formulées dans la deuxième partie de ce rapport montrent une liaison avec les phénomènes physiques dans la machine synchrone à rotor bobiné. Et leur validité a été confirmée par des simulations, d'où la pertinence des résultats.

Perspectives

Les travaux de ce rapport nous ouvrent de nouveaux volets dans le domaine des machines électriques. Bien que le modèle de la machine traitée le long de ce rapport soit non saturé, nous recommandons d'étendre l'étude d'observabilité à des modèles plus sophistiqués en tenant compte de la saturation du circuit magnétique. De plus, on suggère de se servir de l'étude d'observabilité lors de la conception des machines électriques, et de chercher à concevoir des machines qui soient intrinsèquement *sensorless*. Finalement, un observateur unifié pourrait être combiné avec une technique d'injection de signaux haute fréquence (dans le cas des machines à pôles saillants), ce qui peut aboutir à un observateur hybride qui fonctionne sur toute la plage de vitesse : à faibles vitesses on utilise l'injection et à grande vitesse on utilise l'observateur.

Annexe

Paramètres de la machine synchrone synchrone à rotor bobiné (MSRB) :

variable	valeur	unité
f_v	0.0034	N.m/s
J	0.01	Kg/m ²
L_0	7.5	H
L_2	5	H
L_d	0.8	mH
L_f	850	mH
L_q	0.7	mH
M_f	5.7	mH
R_f	6.5	Ω
R_s	0.01	Ω
p	2	-

Bibliographie

Modélisation des machines AC

[Barret, 1982] Barret, P. (1982). Régimes transitoires des machines tournantes électriques. Eyrolles, Paris.

[Glumineau et de Leon Morales, 2015] Glumineau, A. et de Leon Morales, J. (2015). Sensorless AC Electric Motor Control : Robust Advanced Design Techniques and Applications. Advances in Industrial Control. Springer International Publishing.

[Louis, 2004] Louis, J.-P. (2004). Modélisation des machines électriques en vue de leur commande, concepts généraux. Traité EGEM : Génie électrique. Hermès - Lavoisier, Paris.

[Mayé, 2006] Mayé, P. (2006). Aide-mémoire électrotechnique. Dunode, 322 p, Paris.

[Wildi, 2000] Wildi, Th. (2000). Électrotechnique. De Boeck & Larcier s.a, 3^{ème} édition, 1196p, Canada .

Observabilité

[Besancon, 2007] Besancon, G. (2007). Nonlinear observers and applications. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer, Verlag/Heidelberg, New York/Berlin.

[Delpoux, 2012] Delpoux, R. (2012). Contribution à l'identification, l'estimation et la commande de Moteurs Synchrones à Aimants Permanents (MSAP). Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lille.

[Ezzat, 2011] Ezzat, M. (2011). Sensorless nonlinear control of a permanent magnet synchronous motor. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.

[Hermann, 1977] R. Hermann, and A.J. Krener, "Nonlinear controllability and observability", IEEE Trans. On Automatic Control, vol. 22, pp. 728-740, 1977.

[Khalil, 2015] Khalil, H. (2015). Nonlinear Control. Global Edition. Pearson Education, London.

[Traoré, 2008] Traoré, D. (2008). Commande non linéaire sans capteur de la machine asynchrone. Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Nantes.

[Zhao, 2014] Yue Zhao, "position/speed sensorless control for permanent-magnet", thèse de doctorat, Université de Nebraska-Lincoln, 2014

Technique HF

[Briz, 2000] F. Briz, A. Diez and M. W. Degner, "Dynamic operation of carrier signal-injection-based sensorless direct field oriented AC drives," in IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 36, no. 5, pp. 1360-1368, Sep/Oct 2000.

[Combes] Pascal Combes, Al Kassem Jebai, François Malrait, Philippe Martin and Pierre Rouchon. Adding virtual measurements by signal injection.

[Corley, 1998] M.J. Corley and R.D. Lorenz, "Rotor position and velocity estimation for a salient-pole permanent magnet synchronous machine at standstill and high speeds," IEEE Transactions on Industry Applications, vol.34, no. 4, pp. 784-789, 1998.

[Garcia, 2006] P. Garcia, F. Briz, M. W. Degner and D. Diaz-Reigosa, "Accuracy and Bandwidth Limits of Carrier Signal Injection Based Sensorless Control Methods," Conference Record of the 2006 IEEE Industry Applications Conference FortyFirst IAS Annual Meeting, Tampa, FL, 2006, pp. 897-904.

[Griffo, 2012] Griffo, D. Drury, T. Sawata and P. H. Mellor, "Sensorless starting of a wound-field synchronous starter/generator for aerospace applications," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 9, pp. 3579- 3587, 2012.

[Jansen, 1995] P. and R. Lorenz, "Transducerless position and velocity estimation in induction and salient AC machines," IEEE Transactions on Industry Applications, vol.31, pp.240-247, 1995.

[Jebai, 2013] Jebai, A. K. (2013). Sensorless control of synchronous permanent magnet motors by signal injection. Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.

[Medmadj, 2015] S. Medmadj, D. Diallo, M. Mostefai, C. Delpha, and A. Arias, "PMSM Drive Position Estimation: Contribution to the High Frequency Injection Voltage Selection Issue", IEEE Transactions on Industry Applications, 2015.

[Rambetius, 2014] Rambetius and B. Piepenbreier, "Comparison of carrier signal based approaches for sensorless wound rotor 3 synchronous machines," Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion (SPEEDAM), 2014 International Symposium on, Ischia, 2014, pp. 1152-1159.

[Rambetius, 2014] Rambetius, S. Luthardt and B. Piepenbreier, "Modeling of wound rotor synchronous machines considering harmonics, geometric saliencies and saturation induced saliencies," Power Electronics Conference (IPECHiroshima 2014 - ECCE-ASIA), 2014 International, Hiroshima, 2014.

Titre : Observation de la Machine Synchrone à Rotor Bobiné Sans Capteurs (sensorless).

Mots clés : Machine électrique, Modélisation, Machine synchrone à rotor bobiné, Observabilité, Injection d'un signal haute fréquence (HF).

Résumé : Dans ce rapport, nous avons traité de la modélisation et de l'observabilité de la machine synchrone à rotor bobiné, en vue de la commande sans capteur mécanique.

La modélisation de la machine synchrone à rotor bobiné a été présentée dans le premier volet; le deuxième volet de ce rapport est l'étude d'observabilité de cette machine. l'approche générale de l'étude nous a conduits à la définition d'un nouveau concept, le vecteur d'observabilité, qui permet de formuler une condition d'observabilité unifiée pour les machines synchrones. La plus grande contribution de ce rapport est la résolution du problème d'inobservabilité de la machine synchrone à rotor bobiné à vitesse faible par utilisation des techniques d'estimation active, par injection de signaux (haute fréquence).

La théorie de l'observabilité, appliquée dans ce travail, a fourni des conditions faciles à interpréter et à vérifier en temps réel. En effet, les conditions d'observabilité formulées dans la deuxième partie de ce rapport montrent une liaison avec les phénomènes physiques dans la machine synchrone à rotor bobiné. Et leur validité a été confirmée par des simulations, d'où la pertinence des résultats.

Title : Observation of the Synchronous Rotor Machine Wound sensorless.

Key words : Electric machine, Modeling, synchronous Machine with wound rotor, Observability, Injection of a signal high frequency.

Abstract : In this report/ratio, we treated modeling and observability of the synchronous machine with wound rotor, for the command without mechanical sensor.

The modeling of the synchronous wound rotor machine was presented in the first shutter; the second shutter of this report/ratio is the study of observability of this machine. the general approach of the study led us to the definition of a new concept, the vector of observability, which makes it possible to formulate a condition of observability unified for the synchronous machines. The greatest contribution of this report/ratio is the problem resolution of inobservability of the synchronous rotor machine wound at low speed by the use of the techniques of active estimate, by injection of signals (high frequency).

The theory of the observability, applied in this work, provided conditions easy to interpret and check in real-time. Indeed, the conditions of observability formulated in the second part of this report/ratio show a connection with the physical phenomena in the synchronous wound rotor machine. And their validity was confirmed by simulations, from where relevance of the results.