

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique  
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou  
Faculté du Génie de la Construction  
Département Génie Mécanique



## **Thèse**

En vue de l'obtention du grade de Docteur en Génie Mécanique

Option : Sciences, Ingénierie et Mise en Forme des Matériaux

réalisée par

**BENSAADA Rachid**

---

# **Caractérisation à la rupture de matériaux ductiles par approche locale**

---

Devant le jury composé de :

<b>ABERKANE</b>	<b>Meziane</b>	<b>Professeur</b>	<b>U.M.M.Tizi-Ouzou</b>	<b>Président</b>
<b>ALMANSBA</b>	<b>Madjid</b>	<b>Maître de Conférences (A)</b>	<b>U.M.M.Tizi-Ouzou</b>	<b>Directeur de Thèse</b>
<b>IMAD</b>	<b>Abdellatif</b>	<b>Professeur</b>	<b>Université de Lille</b>	<b>Co-directeur de thèse</b>
<b>OULD OUALI</b>	<b>Mohand</b>	<b>Professeur</b>	<b>U.M.M.Tizi-Ouzou</b>	<b>Examineur</b>
<b>ASMA</b>	<b>Farid</b>	<b>Maître de Conférences (A)</b>	<b>U.M.M.Tizi-Ouzou</b>	<b>Examineur</b>
<b>KEDDAM</b>	<b>Mourad</b>	<b>Professeur</b>	<b>U.S.T.H.B, Alger</b>	<b>Examineur</b>
<b>KANIT</b>	<b>Toufik</b>	<b>Maître de Conférences-HDR</b>	<b>Université de Lille</b>	<b>Invité</b>

Soutenue publiquement le 24/02/2019

*À mon père,*

*À ma mère,*

*À Dany,*

*À la mémoire de ma grand-mère,*

*À toute ma famille,*

*À mes amis.*

## Remerciements

Cette thèse a été réalisée en collaboration entre le Laboratoire de Modélisation des Matériaux et des Structures (LaMoMS) de l'Université de Tizi-Ouzou et l'Unité de Mécanique de Lille (UML) de l'Université de Lille.

En premier lieu, je tiens à adresser mes remerciements et à exprimer ma profonde reconnaissance envers mon directeur de thèse, **M. ALMANSBA Madjid**, Maître de Conférences (A) à l'U.M.M.T.O pour sa confiance en me proposant ce sujet de thèse, son aide, son soutien à toute épreuve et sa patience tout au long de ces années de thèse. J'ai beaucoup appris de sa simplicité et de son professionnalisme.

Mes vifs remerciements et ma profonde gratitude s'adressent à mon co-directeur de thèse, **M. IMAD Abdellatif**, Professeur à l'Université de Lille pour m'avoir accueilli dans son laboratoire l'UML (Unité de Mécanique de Lille) et pour avoir mis à ma disposition tous les moyens nécessaires pour mener à bien mon travail. Ce fût une chance d'avoir travaillé sous sa direction et d'avoir profité de son expérience.

J'adresse mes remerciements les plus vifs à **M. KANIT Toufik**, Maître de Conférences HDR à l'Université de Lille pour m'avoir guidé, pour avoir partagé sans limites ses connaissances et sa passion pour la recherche et pour m'avoir aidé à être un meilleur chercheur.

Mes vifs remerciements s'adressent à **M. OULD OUALI Mohand**, Professeur à l'U.M.M.T.O, Directeur de la formation doctorale SIMFM pour son aide et ses conseils judicieux. Je le remercie également de sa présence au sein du jury de cette thèse en qualité d'examineur.

Je remercie vivement **M. FERHOUM Rabah**, Maître de Conférences (A) à l'U.M.M.T.O pour ses conseils judicieux ainsi que son soutien scientifique et moral durant ces années de thèse.

Mes vifs remerciements s'adressent à **M. ABERKANE Meziane**, Professeur à l'U.M.M.T.O pour avoir accepté de présider le jury de cette thèse.

Je remercie vivement **M. ASMA Farid**, Maître de Conférences (A) à l'U.M.M.T.O ainsi que **M. KEDDAM Mourad**, Professeur à l'U.S.T.H.B pour avoir accepté de juger ce travail de thèse.

Un grand merci à **M. KADDOURI Wahid**, Maître de Conférences (A) et à mon ami **M. DJEBARA Youcef**, Maître de Conférences (B) tous deux de l'Université de Batna 2 pour leur gentillesse et leur aide dans l'exécution des calculs d'homogénéisation et pour y avoir contribué avec leurs moyens de calcul.

Une pensée sincère envers mes amis doctorants (certains sont maintenant docteurs) pour leur aide, leur gentillesse, pour les moments de joie (de doute aussi). Je pense particulièrement à **NEKMOUCHE Aghiles (Amine)**, **SADEG Lydia**, **TEBBICHE Hocine**, **ZEROUKI Marzak**, **SIDHOUM Zehra**, **KEZMANE Ali**, **BOUDAOUZ Laziz**, **DEHLOUZ Salem**, **MILOUDI Nassima** et **AKKOUCHE Karim**.

Je tiens également à remercier mes collègues de bureau que ce soit à Tizi-Ouzou : **Dr. KAHIL Amar**, **Dr. BOUKAIS Saïd**, **Dr. KHELIL Nacim**, **Mme. BOUZID Leyla** ou à Lille : **SUKIMAN Shafiq**, **BOUCHEDJRA Moussa**, **PHAM-QUOC Hoan**, **WERCHEFANI Mouna**, **HUSSEIN Muzzamal**, **EL MARZOUKI Sara**.

A tous les gens qui m'ont aidé, de près ou de loin, MERCI ! du fond du cœur.

## Résumé

L'objectif de cette thèse est d'étudier le comportement mécanique des matériaux ductiles poreux et leur processus de ruine. Dans un premier temps, une revue bibliographique sur le phénomène de rupture ductile est dressée en deux parties. La première partie concerne la mécanique élastoplastique de la rupture qui est essentiellement représentée par l'intégrale-J de Rice. La deuxième partie est consacrée à l'approche micromécanique de la rupture ductile. Les différents modèles développés sont cités. Une importance particulière est accordée au modèle GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman). Une étude expérimentale et numérique est proposée dans le deuxième chapitre, elle consiste à établir une large investigation sur le phénomène de rupture. Plusieurs approches sont utilisées : L'approche micromécanique est représentée par les modèles GTN et Rousselier. Une investigation sur l'effet de géométrie sur la rupture ductile est menée afin de déterminer l'effet de contrainte sur le comportement à la rupture des tôles en acier inoxydable AISI 304L. Une approche hybride est proposée en combinant les essais expérimentaux sur des éprouvettes CT et en effectuant des simulations numériques en utilisant le modèle GTN pour l'évaluation de la courbe J-R. Le travail essentiel de rupture est également évalué en effectuant des essais sur des éprouvettes DENT. Une validation numérique est proposée en utilisant une modélisation par zone cohésive. Une stratégie d'identification des paramètres du modèle GTN est proposée dans le 3ème chapitre. Nous avons jugé nécessaire d'établir une approche phénoménologique de détermination des paramètres au vu du choix arbitraire qui s'est fait dans des études antérieures ainsi que l'utilisation de méthodes numériques ignorant l'aspect physique du phénomène de rupture ductile. La réponse mécanique des matériaux poreux est ensuite étudiée. Une large gamme de taux de porosité est prise en compte. Le modèle GTN est réputé efficace pour simuler la rupture ductile pour de faibles taux de porosité mais il ne peut être appliqué aux matériaux hautement poreux. A l'issue de cette étude, une extension du modèle est proposée, ce modèle se base sur les résultats obtenus par homogénéisation numérique. Une validation expérimentale du modèle obtenu est finalement proposée.

**Mots clés :** Rupture ductile, Endommagement, Intégrale-J, Gurson, EWF, Homogénéisation

## **Abstract**

The aim of this thesis is to study the mechanical behavior of ductile porous materials and their fracture process. Firstly, a review on the ductile fracture divided in two main parts is presented. The first part concerns the elastic plastic fracture mechanics that is represented by the J-Integral. The other part is dedicated to the micromechanical approach of the ductile fracture. The main models used in the framework of this approach are cited. A particular attention is accorded to the GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman) model. An experimental and numerical study is proposed in the second chapter. Various approaches are used. The micromechanical approach is represented by The GTN and Rousselier models. An investigation on the geometric effect on the ductile fracture is done in order to determine the constraint effect on the fracture toughness of stainless steel AISI 304L thin sheets. An hybrid approach combining experimental tests on CT specimens and numerical simulations using the GTN model is proposed for the J-R curve assessment. The essential work of fracture method is also used in order to perform fracture characterization using DENT tests. A numerical validation is proposed to this method, it is based on the cohesive zone modeling using a traction-separation model. A strategy of the GTN model parameters identification is proposed in the third chapter. This method is based on phenomenological assumptions. The aim of this proposition is to avoid the hazardous choice of parameters and identification based on algorithms using error calculation that can lead to the wrong set of parameters. In the fourth chapter, the mechanical response of the porous materials is studied using the numerical homogenization method. A wide range of porosity rates are considered. An extension to the GTN model is proposed in order to make it able to model the highly porous materials failure. The modification is based on the homogenization results. Finally, an experimental validation to the model obtained is proposed.

**Keywords:** Ductile fracture, Damage, J-Integral, Gurson, EWF, Homogenization

## Nomenclature

$\Delta a$  : incrément d'avancement de la fissure

$\delta_5$  : Ecartement en fond de fissure de 2.5 mm de part et d'autre

$J$  : Intégrale-J de Rice

$\Gamma$  : Contour de la fissure

$w_{dy}$  : Densité d'énergie de déformation

$T_i$  : Composante du vecteur de traction

$U_i$  : Composante du vecteur déplacement

$ds$  : incrément de longueur le long du contour  $\Gamma$

$G$  : Taux de restitution d'énergie

$\pi$  : Energie potentielle totale de la structure fissurée

$K$  : Facteur d'intensité de contrainte

$\sigma_{ij}$  et  $\varepsilon_{ij}$  : Champs de contrainte et de déformation (Formulation HRR)

$I_n$  : Constante d'intégration

$n, \theta$  : Coordonnées polaires

$\tilde{\sigma}_{ij}$  et  $\tilde{\varepsilon}_{ij}$  : Fonctions adimensionnelles de  $n$  et  $\theta$

$J_e$  : Partie élastique de l'intégrale-J

$J_p$  : Partie plastique de l'intégrale-J

$A_{pl}$  : Aire sous la courbe force-déplacement (partie plastique)

$B_N$  : Épaisseur net de l'éprouvette

$b_0 = W - a_0$  : Longueur du ligament de l'éprouvette CT

$a_0$  : Longueur initiale de la fissure

$C$  : Constante de déchargement élastique

$W_f$  : Travail total de rupture

$W_e$  : Travail essentiel de rupture

$W_p$  : Travail plastique de rupture

$B$  : Epaisseur de l'éprouvette DENT

$l_0$  : La longueur initiale du ligament de l'éprouvette DENT

$w_p$  : La densité moyenne du travail plastique

$\sigma_1$  : Contrainte principale maximale macroscopique

$\varepsilon_{eq}^p$  : La déformation plastique macroscopique de von Mises

$\mu^p$  : Module de cisaillement plastique tangent ou sequant de la matrice

$\kappa$  : Facteur géométrique dépendant de la forme de l'inclusion

$R_{i,i=1,2,3}$  : Rayons de la cavité dans les directions principales

$\alpha$  : Paramètre de calibrage du modèle de Rice et Tracey

$\sigma_0$  : Contrainte seuil de la matrice

$\dot{R}$  : Evolution du rayon la cavité

$f$  : Fraction volumique de la cavité

$q_1, q_2$  et  $q_3$  : Paramètres de calibrage du modèle GTN

$f_N$  : Fraction volumique du vide à la nucléation

$f_C$  : Fraction volumique critique du vide

$f^*$  : Fraction volumique effective du vide proposée par Tvergaard et Needleman

$f_u^*$  est la valeur de  $f^*$  à la rupture

$\Sigma_{eq}$  : Contrainte équivalente de von Mises

$\Sigma_m$  : Contrainte hydrostatique

$A$  : Paramètre de nucléation continue

$S_N$  : Dérivation standard de la distribution

$\varepsilon_N$  : Déformation à la nucléation

$\sigma_a$  : Contrainte d'écoulement

$\chi$  : Constante du modèle GLD

$e$  : Excentricité de la matrice ellipsoïdale

$\kappa$  : Constante du modèle GLD

$\sigma_I, \sigma_{II}, \sigma_{III}$  : Contraintes normales principales

$J_3$  : 3<sup>ème</sup> invariant du tenseur des contraintes

$k_\omega$  : Croissance de l'endommagement dans le cas d'un cisaillement pur

$\dot{\gamma}^p$  : Incrément de la déformation plastique de cisaillement

$\beta$  : Variable scalaire d'endommagement (modèle de Rousselier)

$\rho$  : Densité adimensionnelle

$D$  et  $\sigma_1$  : Constantes du modèle de Rousselier

$T$  : Résistance cohésive

$T_0$  : Résistance cohésive maximale

$\delta$  : Séparation de l'élément cohésif

$\Gamma_0$  : Energie cohésive

$k$  : coefficient de ductilité

$n$  : exposant d'écrouissage

$J_c$  : Valeur critique de l'intégrale-J

$\delta_n, \delta_s, \delta_t$  : Les séparations de la zone cohésive dans les 3 directions

$G_0$  : Energie élastique à l'initiation de l'endommagement

$T_{eff}$  : Traction effective

$D$  : Variable d'endommagement

$T$  : Taux de triaxialité des contraintes

$\varepsilon_r$  : Déformation à la rupture

$(\sigma_{ij})_{ph}$  et  $(\varepsilon_{ij})_{ph}$  : Tenseurs des contraintes et déformations locales de chaque phase

$(C_{ijkl})_{ph}$  et  $(S_{ijkl})_{ph}$  : Tenseurs d'ordre 4 de rigidité et de souplesse de chaque phase "ph".

$u$  : Déplacement

$\bar{\varepsilon}$  : Volume moyen (ou aire moyenne)

$\bar{\sigma}$  : Contrainte moyenne du volume (ou aire)

$\varphi$  : Frontière sphérique du vide

$V_m$  : Volume du vide

$\bar{\varepsilon}_c$  : Déformation du vide due à la déformation de ses frontières

$V$  : Le volume total

$V_m$  : Volume de la matrice

$N$  : Nombre de pores

$\alpha, \beta$  : Paramètres de chargement

$\dot{\varepsilon}_0$  : Taux de déformation de référence

$t$  : Temps de simulation

$A$  et  $B$  : Paramètres de calibrage

## Table des matières

Introduction générale	22
Structuration du rapport	22
Chapitre I : Revue bibliographique sur la rupture ductile	26
Introduction	27
I.1 La mécanique élastoplastique de la rupture	27
I.1.1 Le CTOD (Crack-Tip Opening Displacement)	27
I.1.2 L'intégrale-J de Rice	29
I.1.2.1 Définition	29
I.1.2.2 Détermination expérimentale du paramètre énergétique J	31
I.1.2.2.1 Méthode à plusieurs échantillons	32
I.1.2.2.2 Méthode des fissures profondes	32
I.1.2.3 Evaluation expérimentale de la propagation des fissures	34
I.1.2.3.1 Méthode de déchargement partiel (complaisance)	34
I.1.2.3.2 Méthode du chargement interrompu	35
I.1.2.3 Détermination de la ténacité $J_{IC}$ à partir de la courbe J-Résistance	36
I.1.2.3 Paramètres pouvant influencer la ténacité à la rupture	36
I.1.2.3.1 Effet de géométrie	36
I.1.2.3.2 Le type de régression	37
I.2 Le Travail Essentiel de Rupture (EWF)	38
I.3 Approche micromécanique de la rupture ductile	40
I.3.1 Hypothèse de la rupture ductile	40
I.3.1.1 Germination des cavités	40
I.3.1.2 Croissance des cavités	42
I.3.1.3 Coalescence des cavités	42
I.3.2 Modélisation micromécanique	43
I.3.2.1 Le modèle découplé de Rice et Tracey	43

I.3.2.2 Le modèle de Gurson et ses extensions	44
I.3.2.3 Le modèle de Rousselier	49
I.3.2.4 La modélisation par zone cohésive	51
Synthèse du chapitre	54
<b>Chapitre II : Phénomènes de rupture ductile : Approche expérimentale et simulation</b>	
numérique	56
Introduction	57
II.1 Etude préliminaire	57
II.1.1 Simulation de la rupture ductile basée sur le modèle GTN	57
II.1.2 Relation entre la porosité et la ténacité à la rupture en utilisant le modèle de Rousselier	61
II.2 Etude expérimentale et numérique de la rupture ductile des tôles en acier inoxydable	65
II.2.1 Caractérisation mécanique	65
II.2.2 Etude de l'effet de contrainte sur la ténacité à la rupture	67
II.2.3 Détermination du travail essentiel de rupture (EWF)	75
II.2.3.1 Procédure expérimentale	75
II.2.3.2 Analyse élément finis	75
Synthèse du chapitre	82
<b>Chapitre III : Stratégie d'identification des paramètres du modèle GTN</b>	84
Introduction	85
III.1 Analyse des paramètres du modèle GTN	85
III.1.1 Les paramètres de calibrage $q_i$	86
III.1.2 Les paramètres du matériau	87
III.1.2.1 Paramètres initiaux et de nucléation	87

III.1.2.2 Paramètres critiques et de rupture	87
III.2 Procédures d'identification des paramètres du modèle GTN	90
III.3 Etude paramétrique du modèle GTN pour un acier 12NC6	92
III.3.1 Procédure expérimentale	92
III.3.2 Méthodologie d'identification des paramètres du modèle GTN	95
III.3.3 Résultats et discussions	97
Synthèse du chapitre	102
<b>Chapitre IV : Homogénéisation numérique des matériaux ductiles poreux</b>	<b>103</b>
Introduction	104
IV.1 Etude bibliographique	104
IV.1.1 Le concept de l'homogénéisation	104
IV.1.2 Les méthodes d'homogénéisation	105
IV.1.2.1 Définition du VER	106
IV. 1.2.2 Homogénéisation statistique	107
IV.1.2.3 Symétrie du matériau	107
IV1.2.4 Homogénéisation et localisation	107
IV.1.2.5 Homogénéisation par la méthode du champ moyen	107
IV.1.2.6 Approches micromécaniques	108
IV.1.3 Approches numériques de l'homogénéisation	108
IV.1.3.1 Milieux hétérogènes périodiques	110
IV.1.3.2 Milieux hétérogènes aléatoires	110
IV.2 Homogénéisation numérique des matériaux élastoplastiques poreux	112
IV.2.1 Hypothèses de comportement du matériau	112
IV.2.2 Génération de la microstructure	112
IV.2.3 Maillage élément finis	114
IV.2.4 Les conditions aux limites	115

IV.2.5 Résultats et discussions	116
IV.2.5.1 Représentativité	116
IV.2.5.2 Réponse asymptotique de la contrainte	117
IV.2.5.3 Champs de déformation plastique	117
IV.2.6 Modélisation analytique	120
IV.2.7 Implémentation numérique	123
IV.2.8 Validation du modèle GTN modifié	123
Synthèse du chapitre	126
Conclusion générale et perspectives	128
Annexe A	131
Annexe B	133
Annexe C	135
Bibliographie	137

## Liste des figures

### Chapitre I

Figure I.1) Éprouvette CT. Mesure du CTOD	28
Figure I.2) Contour autour de la fissure	29
Figure I.3) Etapes de fissuration d'une matériau ductile	31
Figure I.4) Détermination de $J_c$ avec la méthode à plusieurs échantillons	32
Figure I.5) Définition de l'aire pour le calcul de J	33
Figure I.6) Définition de l'aire pour le calcul de J	34
Figure I.7) Diagramme schématique de la détermination de la complaisance $C$	35
Figure I.8) Principe de la méthode du chargement interrompu	35
Figure I.9) Courbe J-R caractéristique avec les bornes imposées par l'ASTM	36
Figure I.10) Epreuves standardisées utilisées en mécanique de la rupture	37
Figure I.11) Comparaison entre courbes J-R pour différentes éprouvettes	37
Figure I.12) Éprouvette DeepEdge-Notched Tension (DENT)	39
Figure I.13) Le travail spécifique de rupture en fonction de la longueur du ligament	39
Figure I.14) Mécanismes de déchirure ductile	40
Figure I.15) Nucléation des cavités	41
Figure I.16) Croissance des cavités.	42
Figure I.17) Modes de coalescence : a) par striction interne, b) par cisaillement interne	42
Figure I.18) Prédiction de la déchirure ductile en utilisant R&T et R&T modifié par Taktak et al.	44
Figure I.19) Modèle d'unité sphérique proposé par Gurson	45
Figure I.20) Evolution de la fraction volumique effective du vide	46
Figure I.21) Forme de vides : a) oblate, b) prolate	47
Figure I.22) Influence des paramètres du modèle de Rousselier : a) $f_0$ , b) $f_c$ , C) $\sigma_1$	50
Figure I.23) Identification des paramètres par optimisation non-linéaire	51

Figure I.24) Le modèle de Dugdale	51
Figure I.25) Le modèle de Barenblatt	52
Figure I.26) Les lois de traction-séparation utilisées	52
Figure I.27) Modèle de zone cohésive : représentation du processus d'endommagement physique par séparation des interfaces d'épaisseur nulle	53

## Chapitre II

Figure II.1) Maillage de l'éprouvette de traction	58
Figure II.2) Evolution de l'état de contrainte lors de la sollicitation de l'éprouvette de traction	58
Figure II.3) Comparaison entre expérimental et numérique pour l'éprouvette de traction	59
Figure II.4) Maillage de l'éprouvette CT	59
Figure II.5) Evolution de la contrainte dans l'éprouvette CT	60
Figure II.6) Courbes de capacité (éprouvette CT)	60
Figure II.7) Courbes R (éprouvette CT)	60
Figure II.8) Courbe contrainte-déformation en traction de l'acier inoxydable AISI 316L	62
Figure II.9) Contrainte de von Mises dans l'éprouvette CT	63
Figure II.10) Déformation du maillage après essai	63
Figure II.11) Courbe force-déplacement CT0.8	63
Figure II.12) Courbe force-déplacement CT1	63
Figure II.13) Courbe force-déplacement CT1.25	63
Figure II.14) Courbe force-déplacement CT1.5	63
Figure II.15) Courbe J-R pour CT0.8	64
Figure II.16) Courbe J-R pour CT1	64
Figure II.17) Courbe J-R pour CT1.25	64
Figure II.18) Courbe J-R pour CT1.5	64
Figure II.19) Evolution de $J_c$ en fonction de $f_0$ et de l'épaisseur	65

Figure II.20) Les dimensions des éprouvettes de traction	66
Figure II.21) Les éprouvettes testées	66
Figure II.22) Courbe contrainte-déformation des tôles AISI 304L	66
Figure II.23) Rupture de l'éprouvette de traction	67
Figure II.24) Dimensions de CT ( $a/w=0.2$ )	68
Figure II.25) Dimensions de CT ( $a/w=0.4$ )	68
Figure II.26) Dimensions de CT ( $a/w=0.6$ )	68
Figure II.27) Dimensions de CT ( $a/w=0.75$ )	68
Figure II.28) Eprouvettes CT testées	68
Figure II.29) Essai CT en utilisant le dispositif adapté à la machine de traction	69
Figure II.30) Courbes force-déplacement pour les CT0.8	69
Figure II.31) Courbes force-déplacement pour les CT1.5	70
Figure II.32) Courbes force-déplacement pour les CT3	70
Figure II.33) Courbes contrainte-déformation expérimentale et numérique	71
Figure II.34) Maillage élément finis des éprouvettes CT	71
Figure II.35) Comparaison entre expérimental et numérique pour la rupture de l'éprouvette CT	72
Figure II.36) Courbe J-R pour $b=0.8$ , $a/w=0.2$	72
Figure II.37) Courbe J-R pour $b=0.8$ , $a/w=0.4$	72
Figure II.38) Courbe J-R pour $b=0.8$ , $a/w=0.6$	73
Figure II.39) Courbe J-R pour $b=1.5$ , $a/w=0.2$	73
Figure II.40) Courbe J-R pour $b=1.5$ , $a/w=0.4$	73
Figure II.41) Courbe J-R pour $b=1.5$ , $a/w=0.6$	73
Figure II.42) Courbe J-R pour $b=1.5$ , $a/w=0.75$	73
Figure II.43) Courbe J-R pour $b=3$ , $a/w=0.4$	73
Figure II.44) Courbe J-R pour $b=3$ , $a/w=0.6$	74
Figure II.45) Courbe J-R pour $b=3$ , $a/w=0.75$	74

Figure II.46) Evolution de $J_{IC}$ en fonction de $a/w$ pour les 03 épaisseurs	74
Figure II.47) Dimensions des éprouvettes DENT	76
Figure II.48) Eprouvettes DENT testées	76
Figure II.49) La réponse en traction-séparation basée sur l'énergie de rupture	77
Figure II.50) Maillage élément finis des éprouvettes DENT	78
Figure II.51) Comparaison entre essais et AEF pour DENT0.8	78
Figure II.52) Comparaison entre essais et AEF pour DENT1.5	78
Figure II.53) Travail essentiel de rupture obtenu à partir des essais DENT	79
Figure II.54) Travail essentiel de séparation obtenu en utilisant le modèle de zone cohésive	79
Figure II.55) Charge maximale en fonction de la longueur du ligament	80
Figure II.56) Charge maximale en fonction de la longueur du ligament	80
Figure II.57) Comparaison entre les résultats expérimentaux et simulations numériques de la rupture des éprouvettes DENT	80
Figure II.58) Observation des faciès de rupture par MEB	81
Figure II.59) Evolution de l'endommagement en fonction de la déformation plastique dans la zone cohésive	81
Figure II.60) Cinétique de la rupture de l'éprouvette DENT	82

### **Chapitre III**

Figure III.1) Dépendance de $f_f$ de $f_0$	88
Figure III.2) Détermination des paramètres GTN par la méthode RSM	90
Figure III.3) Résultats obtenus par Springmann et Kuna en utilisant une méthode d'optimisation	91
Figure III.4) Résultats obtenus par différentes équipes sur les mêmes essais expérimentaux dans le cadre de European Numerical Round Robin challenge	91
Figure III.5) a) Courbe force-COD en variant les paramètres GTN, b) Variation du chemin de propagation des fissures en fonction du jeu de paramètres	92
Figure III.6) Géométrie de l'éprouvette de traction pour l'acier 12NC6	93

Figure III.7) Courbes rationnelles de traction pour l'acier 12NC6	93
Figure III.8) Eprouvettes axisymétriques entaillées a) AE2, b) AE4, c) AE10	95
Figure III.9) Charge-Contraction diamétrale des éprouvettes AE	94
Figure III.10) Eprouvettes AE modélisées	95
Figure III.11) Maillage des éprouvettes axisymétriques entaillées	95
Figure III.12) Hiérarchie des paramètres d'évolution de la fraction volumique des vides	96
Figure III.13) Organigramme de la méthode d'identification de paramètres	96
Figure III.15) Détermination du couple $\{f_N, f_C\}$ en fonction de $\varepsilon_C$ pour l'AE2	97
Figure III.16) Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE2	98
Figure III.17) Force-contraction diamétrale pour l'éprouvette AE4 avec variation de $f_C$ pour : a) $f_N = 5e-4$ , b) $f_N = 0.001$ , c) $f_N = 0.004$ , d) $f_N = 0.007$	98
Figure III.18) Détermination du couple $\{f_N, f_C\}$ en fonction de $\varepsilon_C$ pour l'AE4	99
Figure III.19) Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE4	100
Figure III.20) Force-contraction diamétrale pour l'éprouvette AE10 avec variation de $f_C$ pour : a) $f_N = 5e-4$ , b) $f_N = 0.001$ , c) $f_N = 0.004$ , d) $f_N = 0.007$	101
Figure III.21) Détermination du couple $\{f_N, f_C\}$ en fonction de $\varepsilon_C$ pour l'AE10	101
Figure III.22) Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE10	102
 <b>Chapitre IV</b>	
Figure IV.1) Illustration d'un problème à deux échelles	105
Figure IV.2) Grille hexagonale approximée à une cellule unitaire axisymétrique	110
Figure IV.3) Microstructures poreuses bidimensionnelles	111
Figure IV.4) Algorithme de génération des microstructures	113
Figure IV.5) Génération des vides via le processus de Poisson	113
Figure IV.6) Microstructures étudiées	113
Figure IV.7) Maillage élément finis d'un VER	114

Figure VI.8) Etude de convergence en termes de nombre de vides pour $f=10\%$	116
Figure VI.9) a) Contrainte de von Mises pour $f=0.24$ , b) Contrainte hydrostatique pour $f=24\%$	117
Figure IV.10) Déformation plastique équivalente en fonction du taux de triaxialité a) $f=0.1\%$ , b) $f=1\%$ , c) $f=2.5\%$ , d) $f=5\%$ , e) $f=10\%$ , f) $f=20\%$ , g) $f=24\%$	119
Figure IV.11) Contrainte de von Mises en fonction de la contrainte hydrostatique pour a) $f=0.1\%$ , b) $f=1\%$ , c) $f=2.5\%$ , d) $f=5\%$ , e) $f=10\%$ , f) $f=20\%$ , g) $f=24\%$	121
Figure IV.12) Résultats des simulations en comparaison avec les modèles analytiques pour a) $f=0.1\%$ , b) $f=1\%$ , c) $f=2.5\%$ , d) $f=5\%$ , e) $f=10\%$ , f) $f=20\%$ , g) $f=24\%$	122
Figure VI.13) L'organigramme d'intégration du modèle	124
Figure IV.14) Comparaison entre le modèle GTN et modifié avec un essai de traction pour $f=0.64\%$	125
Figure IV.15) Comparaison entre le modèle GTN et modifié avec un essai de traction pour $f=5\%$	125
Figure VI.16) Comparaison entre le modèle GTN et modifié pour les grand taux de porosité	126
Figure IV.17) Dispersion entre les modèles en fonction de la fraction volumique des vides	126

## Liste des Tableaux

### Chapitre II

Tableau II.1) Paramètres du modèle GTN pour l'éprouvette de traction	59
Tableau II.2) Les paramètres utilisés pour le modèle de Rousselier	62
Tableau II.3) Propriétés chimiques des tôles étudiées	65
Tableau II.4) Propriétés mécaniques des tôles étudiées	67
Tableau II.5) Paramètres du modèle GTN pour AISI 304L	70
Tableau II.6) Evolution de $J_{IC}$ (KJ/m <sup>2</sup> ) en fonction des paramètres géométriques	74

### Chapitre III

Tableau III.1) Variation des paramètres $q_i$ dans des études antérieures	86
Tableau III.2) Paramètres de calibrage en fonction des propriétés d'écrouissage	87
Tableau III.3) Paramètres de fraction volumique du modèle GTN	89
Tableau III.4) Propriétés mécaniques de l'acier 12NC6	93
Tableau III.5) Contractions diamétrales critiques	94

### Chapitre IV

Tableau IV.1) Paramètres de chargement utilisés lors des simulations	115
--	-----

# **Introduction générale**

## **Introduction générale**

La prise en compte des défauts et du risque de rupture constituent un enjeu important dans la conception des composants mécaniques. Des théories de plus en plus fiables sont proposées et avec le développement des méthodes numériques et des outils de modélisation assistée par ordinateur. En effet, l'approche de mécanique de la rupture a été largement utilisée. Le développement de l'approche micromécanique de la rupture ductile ne cesse de croître. Plusieurs modèles ont été développés et de nouvelles approches ont été mises en œuvre afin de modéliser le phénomène de rupture ductile.

L'objectif de cette thèse est de contribuer à la modélisation du phénomène de rupture ductile en utilisant différentes méthodes. Dans ce travail, plusieurs aspects ont été abordés : Une étude expérimentale et des simulations numériques de validation. L'effet de contrainte est étudié en prenant en considération les paramètres géométriques. Une justification numérique est proposée pour la méthode expérimentale du travail essentiel de rupture.

Le modèle micromécanique de Gurson est largement utilisé pour la simulation de la rupture ductile au vu de son efficacité et de sa prise en compte de toutes les étapes du processus. Dans cette thèse, nous proposons une méthode phénoménologique pour l'identification des paramètres de ce modèle.

Il faut noter que ce modèle a connu plusieurs extensions donnant lieu à des modèles complets tels que le modèle GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman). Il est reconnu que le modèle GTN est représentatif essentiellement pour des matériaux à faible taux de porosité. Pour élargir les applications de ce modèle, une étude basée sur la technique d'homogénéisation est menée afin d'obtenir la réponse mécanique globale des matériaux poreux avec une large gamme de taux de porosité et ainsi proposer un modèle représentatif.

## **Structuration du rapport**

Ce rapport de thèse est structuré en 4 chapitres :

### **Chapitre I: Revue bibliographique sur la rupture ductile**

L'objectif de ce chapitre est de donner un rappel global des approches utilisées pour caractériser, modéliser et simuler la rupture ductile. Dans un premier temps, une brève revue sur la mécanique de la rupture est donnée. La rupture ductile est caractérisée par le phénomène d'ouverture en fond de la fissure, appelé CTOD (Crack Tip Opening Displacement) et par l'intégrale-J de Rice, dans le cadre de la mécanique élastoplastique de la rupture. L'adaptation de l'intégrale-J pour son utilisation expérimentale est aussi évoquée. Les normes et les travaux ayant introduit des standards concernant l'exploitation expérimentale de ce critère sont cités. Une autre approche a fait l'objet d'une investigation bibliographique, c'est la méthode du travail essentiel de rupture (EWF - Essential Work of Fracture). Le principe de la méthode, les différentes hypothèses émises la concernant, ainsi que les principaux travaux ayant eu recours à elle sont cités et analysés. La troisième partie de cette revue

bibliographique concerne l'approche micromécanique de la rupture ductile. Elle a pour but d'utiliser une fonction seuil pour la description du phénomène de rupture ductile en prenant en considération des hypothèses microstructurales. Le modèle qui suscite notre intérêt est le modèle de Gurson. C'est le modèle micromécanique le plus utilisé pour la modélisation de la rupture ductile. Ce modèle est largement modifié. Les principales modifications qui lui ont été apportées sont recensées. L'extension la plus connue et la plus utilisée est la modification apportée par Tvergaard et Needleman pour aboutir au modèle (GTN – Gurson-Tvergaard-Needleman). D'autres modèles sont également cités dans cette recherche tels que le modèle de Rousselier qui est considéré comme une variante du modèle de Gurson. Reposant sur des hypothèses thermodynamiques, il contient moins de paramètres à identifier par rapport au modèle GTN. Une autre approche est également évoquée, c'est la modélisation par zone cohésive. Elle consiste à représenter le phénomène physique par une zone cohésive se dissipant pour une énergie de rupture suffisante. Cette approche est une alternative intéressante aux modèles micromécaniques car elle permet de modéliser le phénomène de rupture ductile avec moins de paramètres à identifier et une insensibilité au maillage. Enfin une synthèse du chapitre est faite avec les principaux objectifs de la thèse.

## **Chapitre II : Phénomènes de rupture ductile, approche expérimentale et simulation numérique**

Dans ce chapitre, plusieurs approches sont utilisées pour la caractérisation à la rupture des aciers inoxydables. Dans un premier temps, une étude préliminaire est réalisée. La rupture ductile d'un acier inoxydable 15-5PH est simulée en utilisant le modèle GTN. Un travail expérimental issu de la littérature est utilisé. Ensuite le modèle de Rousselier est utilisé dans le but d'étudier l'effet du taux de porosité initial sur l'énergie de rupture d'un acier inoxydable 316L.

Dans la deuxième partie, Un travail qui porte sur une étude expérimentale et des simulations numériques de la rupture ductile des tôles en acier inoxydable AISI 304L est réalisé. Pour identifier les paramètres mécaniques du matériau, des essais de traction sur des éprouvettes haltères sont réalisés. Ces paramètres sont utilisés lors des simulations numériques. Ensuite, des essais de rupture sur des éprouvettes du CT (Compactes de Tension) sont réalisés en prenant en considération trois épaisseurs 0.8 mm, 1.5 mm et 3 mm. Le but étant d'étudier l'effet de géométrie sur la rupture ductile. Une approche hybride combinant essais expérimentaux et simulations numériques par le biais du modèle GTN est ensuite utilisée pour déterminer la ténacité à la rupture par le biais de la courbe J-Résistance.

Un autre type d'éprouvettes est utilisé dans cette étude, ce sont les éprouvettes DENT. Le but de cette partie de l'étude est de déterminer le travail essentiel de rupture pour les tôles minces. Les résultats expérimentaux sont ensuite confrontés aux résultats obtenus par simulation numérique en utilisant une modélisation par zone cohésive. Le travail essentiel de rupture obtenu expérimentalement et le travail de séparation utilisé comme paramètre du modèle de zone cohésive sont comparés. Une analyse numérique est ensuite effectuée pour vérifier le respect des hypothèses du travail essentiel de rupture.

### Chapitre III : Stratégie d'identification des paramètres du modèle GTN

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à l'identification des paramètres du modèle GTN. Une étude bibliographique critique sur le choix des paramètres dans des études antérieures est réalisée. Les 9 paramètres sont séparés suivant deux familles :

- les paramètres de calibrage :  $q_1, q_2$  et  $q_3$
- les paramètres du matériau qui sont subdivisés en deux groupes : (i) les paramètres initiaux et de nucléation :  $f_0, f_N, \varepsilon_N$  et  $S_N$  et (ii) les paramètres critiques et de rupture :  $f_C$  et  $f_F$

Certaines incohérences sont soulignées dans le choix du jeu de paramètres reproduisant l'expérimental étant donné leur non-respect du phénomène physique de rupture ductile. Les méthodes fréquemment utilisées ainsi que leurs limites sont évoquées dans le présent chapitre. Ensuite une nouvelle stratégie d'identification des paramètres est proposée. Une étude expérimentale sur un acier 12NC6, menée dans le cadre de travaux antérieurs au sein du laboratoire par J. Wilsius est utilisée. Des essais de traction ont été réalisés sur des éprouvettes axisymétriques entaillées : AE2, AE4 et AE10. La stratégie proposée se base sur le respect de la hiérarchie des paramètres de fraction volumique des vides intervenant dans le modèle GTN. Plusieurs simulations sont effectuées. Nous constatons une influence mutuelle de la fraction volumique à la nucléation et la fraction volumique critique qui représente le début de coalescence. Il a été reconnu lors des études antérieures que le jeu de paramètres reproduisant l'essai expérimental n'est pas unique. Dans la présente étude, les deux paramètres de fraction volumique qui conviennent sont identifiés en utilisant un paramètre supplémentaire qui est la déformation à la rupture  $\varepsilon_C$ , ceci permet d'éliminer les paramètres reproduisant la courbe de capacité sans prise en considération de la cinétique de la rupture ductile.

### Chapitre IV : Homogénéisation numérique des matériaux poreux

Dans cette partie de la thèse, la réponse globale des matériaux poreux en considérant une large gamme de taux de porosités est recherchée. La technique d'homogénéisation numérique est donc utilisée en prenant en considération le principe du volume élémentaire représentatif (VER). Dans un premier temps, les VER générés sont constitués de deux phases : Une matrice élastique parfaitement plastique et des vides disposés aléatoirement dont la fraction volumique varie de 0.1% à 24% en fixant une condition de non percolation. La représentativité du VER est analysée en termes de nombre de vides. Afin d'obtenir la réponse globale des matériaux poreux, neuf conditions aux limites sont choisies afin de faire varier le taux de triaxialité des contraintes. La variation de la déformation plastique en fonction du taux de porosité et du taux de triaxialité des contraintes est discutée. La comparaison entre les résultats obtenus par éléments finis en utilisant la méthode d'homogénéisation numérique et les prédictions données par certains modèles analytiques disponibles dans la littérature est faite. On constate que pour une faible fraction volumique, la plupart des modèles donnent une réponse satisfaisante comparativement aux résultats obtenus par simulations élément finis.

Une modification du modèle GTN qui consiste à coupler les paramètres de calibrage de Tvergaard avec la porosité est proposée. Les résultats obtenus en utilisant ce modèle sont satisfaisants pour une large gamme de taux de porosité. Le nouveau modèle obtenu est ensuite utilisé pour simuler un essai de traction. On note que les résultats obtenus confirment la tendance observée avec les calculs d'homogénéisation. Les deux modèles donnent des prédictions proches pour des faibles taux de porosités. Une divergence est observée lorsque ce modèle est comparé avec le modèle GTN avec l'augmentation du taux de porosité.

# Chapitre I

*Revue bibliographique sur la rupture  
ductile*

## **Introduction**

L'intégrité des structures et la résistance à la rupture des matériaux est une branche importante au sein de la communauté scientifique au vu du besoin de fiabilité industrielle. Plusieurs approches ont été développées sur le sujet : La mécanique élastique linéaire de la rupture qui n'est valable que dans le cas d'une rupture fragile. La mécanique élastoplastique de la rupture qui est généralement représentée par le CTOD (Crack-Tip Opening Displacement) ou l'intégrale-J de Rice. Et l'approche micromécanique qui est basée sur les critères locaux prenant en considération des hypothèses microstructurales de présence et d'évolution des cavités.

Dans le présent chapitre, une investigation bibliographique sur le phénomène de rupture ductile est proposée. Les approches utilisées sont citées. Une revue critique des travaux antérieures est réalisée. Dans un premier temps, l'approche de mécanique élastoplastique de la rupture est détaillée. La méthode du CTOD est brièvement expliquée. L'intégral-J de Rice ainsi que l'extension de son utilisation à l'évaluation de la ténacité à la rupture expérimentale par le biais de standards est détaillée. Une autre méthode expérimentale de caractérisation à la rupture a suscité notre intérêt, il s'agit du travail essentiel de rupture (EWF). Son principe est expliqué. Les travaux les plus pertinents concernant cette approche sont également discutés.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous nous intéressons à l'approche micromécanique de la rupture ductile. Les étapes constituant le phénomène de rupture ductile sont détaillées. Les approches dites micromécaniques sont citées. Deux familles de modèles existent dans la littérature : Les modèles découplés et les modèles couplés. Une importance particulière est accordée au modèle de Gurson. Ses principales extensions sont discutées, la plus pertinente et utilisée est l'extension apportée par Tvergaard et Needleman (GTN). Un autre type de modélisation est également discuté dans ce chapitre, il s'agit de la modélisation par zone cohésive. Cette approche consiste à remplacer le phénomène physique par une zone cohésive pouvant se dissiper pour une énergie suffisante.

## **I.1 La mécanique élastoplastique de la rupture**

### **I.1.1 Le CTOD (Crack-Tip Opening Displacement)**

D'un point de vue mécanique de la rupture, la résistance à la fissuration peut s'exprimer à partir de la détermination expérimentale des paramètres comme CTOD (Crack Tip Opening Displacement) ou CTOA (Crack Tip Opening Angle). Une relation entre les deux existe et elle est fonction de la propagation de la fissure  $\Delta a$ . Le critère CTOD/CTOA est l'un des plus anciens appliqués à la rupture des matériaux métalliques fissurés. Pendant les deux dernières décennies, l'utilisation de ce critère s'est répandue dans les simulations numériques par la méthode des éléments finis [1].

Le CTOD correspond à l'ouverture en pointe de fissure et se mesure à partir de la pointe initiale de la fissure  $a_0$  (Figure I.1). Le CTOD peut être aussi écrit  $\delta_5$  car il correspond au déplacement des points situés à 2.5 mm de chaque lèvres de la fissure. Le système doit être pré-fissuré pour l'utilisation de ce critère. Lors de la mesure, l'emploi d'un extensomètre est recommandé (Figure I.1).

Une relation reliant le CTOD au CTOA est établie, elle est donnée par l'équation suivante :

$$CTOA = \frac{d\delta_5}{da} \quad (I.1)$$

Le critère CTOD/CTOA est largement utilisé pour évaluer la ténacité des matériaux métalliques. Ce critère est l'un des plus anciens pour ce qui est de la caractérisation à la rupture mais n'en demeure pas moins utilisé actuellement [2-9].

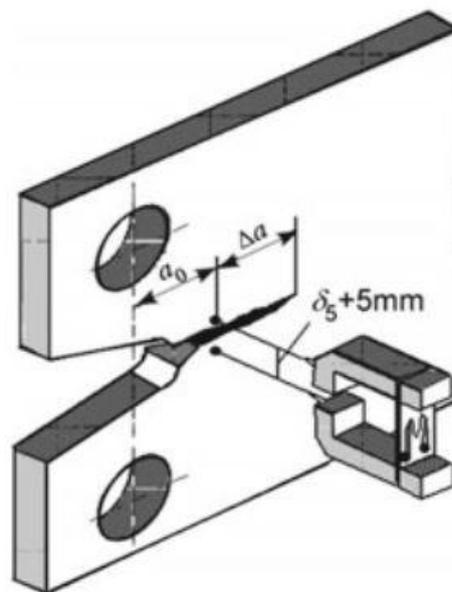


Figure I.1) Éprouvette CT. Mesure du CTOD

Malgré sa grande utilisation, ce critère présente plusieurs contraintes. Certains auteurs notent que le CTOD n'est pas constant, à l'image de Newman et al. [10] qui soulignent cette dépendance dans le cadre d'une analyse élément finis à deux dimensions (contraintes planes et déformations planes). Le CTOD prend des valeurs plus importantes lors de l'extension de la fissure. Cependant, James et Newman [11] ont trouvé des bons résultats numériques comparativement aux résultats expérimentaux, même si la croissance de la fissure demeure surestimée.

## I.1.2 L'intégrale-J de Rice

### I.1.2.1 Définition

En utilisant les résultats d'Eshelby [12], Cheperanov [13] et Rice [14] ont défini une intégrale de contour appelée Intégrale-J et ont prouvé que cette l'intégrale est un critère indépendant du chemin d'intégration et donne une valeur nulle pour un contour fermé. Elle est utilisée dans de nombreux contextes pour calculer le flux d'énergie à la pointe de la fissure et pour estimer l'ouverture de la fissure [15]. L'intégrale-J est définie pour un contour  $\Gamma$  comme suit :

$$J = \int_{\Gamma} (w_{dy} - T_i \frac{dU_i}{dx} ds) \quad (I.2)$$

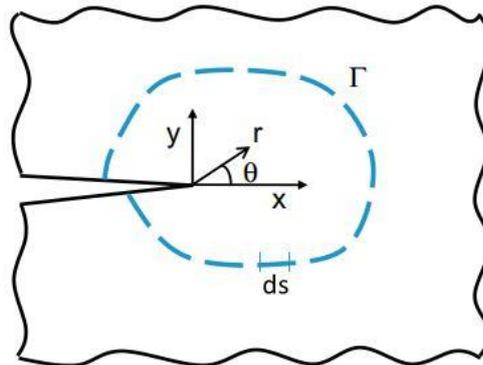
ou  $w_{dy}$  est la densité d'énergie de déformation,  $T_i$  est la composante du vecteur de traction,  $U_i$  est la composante du vecteur déplacement et  $ds$  est un incrément de longueur le long du contour  $\Gamma$ . Les composantes du vecteur de densité d'énergie de déformation sont :

$$w_{dy} = \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \quad (I.3)$$

et

$$T_i = \sigma_{ij} n_j \quad (I.4)$$

ou  $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes et  $\varepsilon_{ij}$  le tenseur des déformations,  $n_j$  étant la composante du vecteur normal à  $\Gamma$  (Figure I.2)



**Figure I.2)** Contour autour de la fissure [14]

Rice [14] a aussi démontré que l'intégrale-J est équivalente au taux d'énergie dissipée dans un matériau dont le comportement est élastique non linéaire contenant une fissure :

$$J = - \frac{d\pi}{dA} \quad (I.5)$$

Ou  $\pi$  est l'énergie potentielle totale de la structure fissurée, c'est-à-dire la somme de l'énergie potentielle des forces  $F_i$  et de l'énergie élastique emmagasinée.  $G$  est le taux de restitution d'énergie. Si  $G$  devient supérieure à  $G_c$ , la propagation de la fissure se produit, le supplément d'énergie se transforme en énergie cinétique [16].

$$J = G = \frac{K^2}{E'} \quad (\text{I.6})$$

$$E' = \begin{cases} \frac{E}{(1-\nu^2)} & \text{En déformations planes} \\ E & \text{En contraintes planes} \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Depuis la mise en évidence du critère par Rice, l'intégrale-J est largement utilisée et étendue à plusieurs cas de figure. Sabir [17] a discuté l'implémentation de l'intégrale-J dans un solveur élément finis et la nécessité de raffiner le maillage à proximité de la fissure pour la précision des résultats. Des efforts ont été faits pour mettre en évidence l'effet de dimension de la fissure et des paramètres géométriques sur l'évaluation de l'intégrale-J [18-25]. Certains auteurs ont tenté d'établir une relation entre le CTOD et l'intégrale-J [26-28]. Étant donné le rôle important que joue la microstructure dans le processus de ruine. Certains auteurs ont évalué l'intégrale-J avec la prise en compte des micro-défauts et leurs effets [29-31]. Plusieurs travaux dans le cadre de la simulation de la rupture ont été effectués en évaluant l'intégrale-J. Parmi eux, nous citons Haddar et al. [32] qui ont évalué l'intégrale-J expérimentalement et une modélisation élément finis a été effectuée sous Abaqus. Courtin et al. [33] ont souligné tout l'intérêt que présente l'évaluation de l'intégrale-J sous ABAQUS dans le cadre de la propagation de la fissure.

Avec l'intégrale-J, Hutchinson, Rice et Rosengren [34, 35] ont évalué le champs de contraintes en fond de fissure pour les matériaux dont l'écroutissage est représenté par une loi de puissance donnée par l'équation :

$$\left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right) = \alpha \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right)^n \quad (\text{I.8})$$

Les états de contrainte et de déformation plans sont pris en considération. Hutchinson a obtenu les relations asymptotiques suivantes pour les champs de contraintes et de déformation en fond de fissure :

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= \sigma_0 \left( \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta) \\ \varepsilon_{ij} &= \alpha \varepsilon_0 \left( \frac{J}{\alpha \sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{\frac{1}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta) \end{aligned} \quad (\text{I.9})$$

où  $\varepsilon_0 = \sigma_0 / E$  est la contrainte de référence,  $n$  est l'exposant d'érouissage,  $I_n$  est une constante d'intégration qui dépend de  $n$ .  $\tilde{\sigma}_{ij}$  et  $\tilde{\varepsilon}_{ij}$  sont des fonctions adimensionnelles de  $n$  et  $\theta$ .

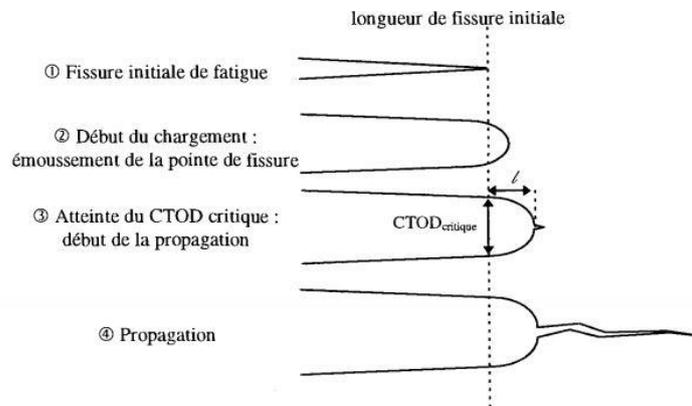
O'Dowd et Shih [36] ont proposé une extension du champ HRR comme suit :

$$\left( \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} \right) = \left( \frac{J}{\sigma_0 \varepsilon_0 I_n r} \right)^{1/(1+N)} \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) + Q \left[ \frac{r}{J / \sigma_0} \right]^q \tilde{\sigma}_{ij}(\theta, n) + \dots \quad (\text{I.10})$$

Pour un coefficient d'érouissage  $n$  compris entre 5 et 20 et  $|\theta| \leq \frac{\pi}{2}$ , les auteurs ont montré que  $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta}^{HRR}$  et  $\sigma_{r\theta} \rightarrow 0$ , ce qui fait que le champ réel et le champ de référence doivent rester identiques tout au long des calculs.

### I.1.2.2 Détermination expérimentale du paramètre énergétique J

Dans le cas d'un matériau ductile, la fissuration sous chargement est représentée par 04 principales étapes qui sont : (i) présence d'une fissure initiale (ii) L'érouissage du front de fissure initialement aigu en fond de fissure, (iii) initiation de la fissure et début de propagation stable et (iv) propagation brutale et instable de la fissure. Ces étapes sont données par la figure I.3.



**Figure I.3)** Etapes de fissuration d'une matériau ductile [37]

Des efforts significatifs ont été fournis pour établir un critère global de ruine des matériaux. En se basant sur l'évaluation de l'intégrale-J. Expérimentalement, il est impossible de mesurer l'intégrale-J mais plutôt le paramètre énergétique J qui peut s'identifier à l'intégrale sous certaines conditions.

### I.1.2.2.1 Méthode à plusieurs échantillons

Parmi les premiers auteurs qui se sont intéressés à ce critère, nous retrouvons Landes et Begley [38, 39] qui ont évalué  $J$ -critique à l'initiation de la fissure en utilisant le principe d'énergie et plusieurs éprouvettes compactes fissurées (Figure I.4). Kobayashi et al. [40] ont évalué  $J_{IC}$  en utilisant plusieurs éprouvettes CCT par le biais du modèle de Dugdale [41].

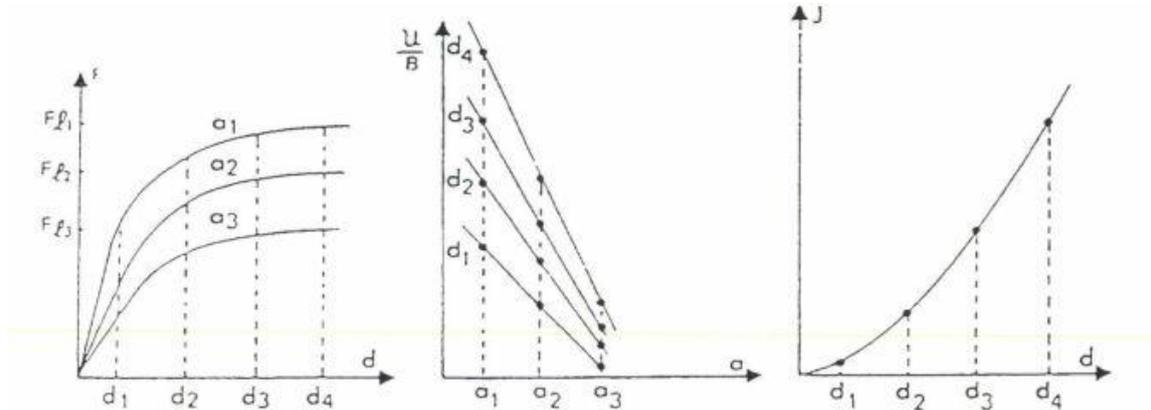


Figure I.4) Détermination de  $J_c$  avec la méthode à plusieurs échantillons [38]

### I.1.2.2.2 Méthode des fissures profondes

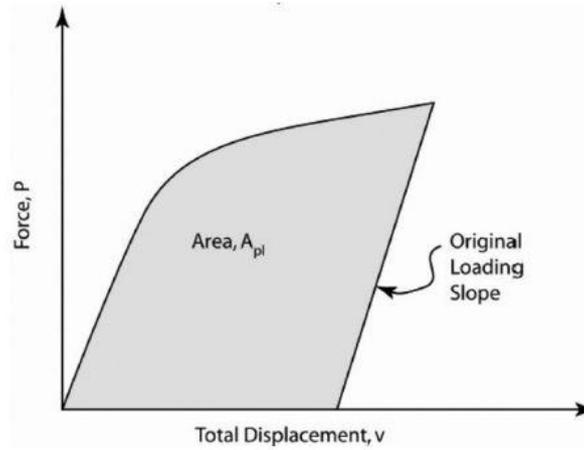
Au vu de la lourdeur expérimentale et le coût de la méthode impliquant plusieurs échantillons, les standards ont opté pour l'exploitation de l'énergie dépensée  $U$  (aire sous la courbe force-déplacement). Cette méthode normalisée par l'ASTM [42] est largement utilisée, elle est donnée comme suit :

L'intégrale- $J$  est décomposée en un terme élastique et un autre plastique :

$$J = J_e + J_p \quad (\text{I.11})$$

Par substitution de  $J$ -élastique, nous avons :

$$J = \frac{K^2(1-\nu^2)}{E} + J_p \quad (\text{I.12})$$



**Figure I.5)** Définition de l'aire pour le calcul de J [42]

La partie plastique s'écrit comme suit :

$$J_p = \frac{2A_{pl}}{B_N b_0} \quad (\text{I.13})$$

$A_{pl}$  : Aire mise en évidence dans Figure I.5

$B_N$  : Épaisseur net de l'éprouvette

$$b_0 = W - a_0$$

Au point correspondant à  $a(i)$ ,  $V(i)$  et  $P(i)$  pour ce qui est de la charge de l'éprouvette et le déplacement plastique de la ligne de charge, le calcul se fait comme suit :

$$J_{(i)} = \frac{(K_{(i)})^2(1-\nu^2)}{E} + J_{pl(i)} \quad (\text{I.14})$$

$$J_{pl(i)} = \left[ J_{pl(i-1)} + \frac{2}{b_{(i-1)}} \left( \frac{A_{pl(i)} - A_{pl(i-1)}}{B_N} \right) \right] \left[ 1 - \frac{a_{(i)} - a_{(i-1)}}{b_{(i-1)}} \right] \quad (\text{I.15})$$

Dans l'équation (I.15), la quantité  $A_{pl(i)} - A_{pl(i-1)}$  est l'incrément de l'aire plastique extraite des données de la courbe force-déplacement de la ligne de charge entre les lignes de déplacements constants aux points  $i-1$  et  $i$  comme le montre la figure I.6, la quantité  $J_{pl(i)}$  représente J-plastique à l'avancée de la fissure au point  $i$  et est obtenue en deux étapes par incrémentation de  $J_{pl(i-1)}$  existant et en prenant en compte le résultat total accumulé pour l'incrément de propagation de fissure. La quantité  $A_{pl(i)}$  peut être calculée à partir de l'équation suivante

$$A_{pl(i)} = A_{pl(i-1)} + \left[ P_{(i)} + P_{(i-1)} \right] \left[ V_{pl(i)} - V_{pl(i-1)} \right] / 2 \quad (\text{I.16})$$

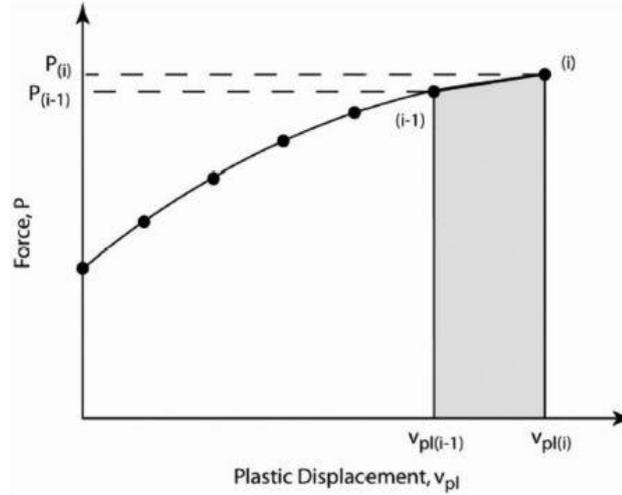


Figure I.6) Définition de l'aire pour le calcul de J [42]

### I.1.2.3 Evaluation expérimentale de la propagation des fissures

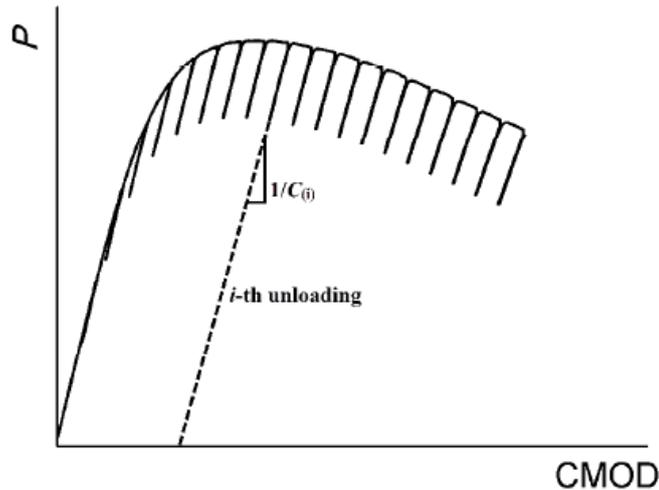
#### I.1.2.3.1 Méthode de déchargement partiel (déchargement élastique)

La propagation des fissures est une donnée primordiale lors de l'analyse de la rupture fragile (propagation instable) et pour la rupture ductile (propagation stable). L'une des méthodes les plus appropriées est la méthode de déchargement élastique (Unloading compliance). Cette méthode est la plus utilisée pour la mesure de la courbe J-R (Evolution de l'intégrale-J en fonction de la propagation des fissures) intégrée dans la plupart des standards [42-44]. Pour cette méthode, la longueur instantanée de la fissure est généralement fonction d'un paramètre adimensionnel  $U_x$ , ou  $U_x$  est relié à l'épaisseur  $B$  de l'éprouvette, au module d'Young  $E$  et à la constante de déchargement  $C$

$$\begin{cases} \frac{a}{W} = \sum_{i=0}^5 d_i U_x^i \\ U_x^i = \left[ (BEC)^{1/2} + 1 \right]^{-1} \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

avec  $d_0 = 1,0010, d_1 = -4.6695, d_2 = 18.460, d_3 = -236.82, d_4 = 1214.9, d_5 = -2143.6$

Ou  $a$  est la longueur instantanée de la fissure dans une éprouvette CT,  $W$  est sa largeur. La constante  $C$  est déterminée par l'aire sous la courbe force déplacement à un déchargement partiel donné comme illustré par la figure I.7.

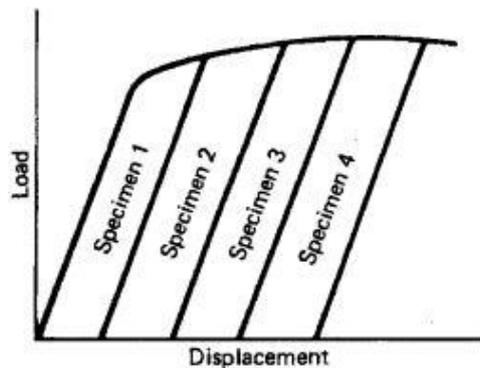


**Figure I.7)** Diagramme schématique de la détermination de la complaisance  $C$  [45]

Cependant, certains experts émettent des réserves quant à l'utilisation de cette méthode car les cycles de décharges partielles portent atteinte à l'une des conditions d'utilisation de l'intégrale-J à savoir pour un chargement monotone radial.

### I.1.2.3.2 Méthode du chargement interrompu

Cette méthode nécessite l'utilisation d'au moins cinq éprouvettes possédant la même géométrie et la même fissure (longueur et forme) [46]. Le principe de cette méthode développée par Begley et Landes est de soumettre les éprouvettes à des chargements les conduisant à des longueurs finales de fissures progressives (Figure I.8)

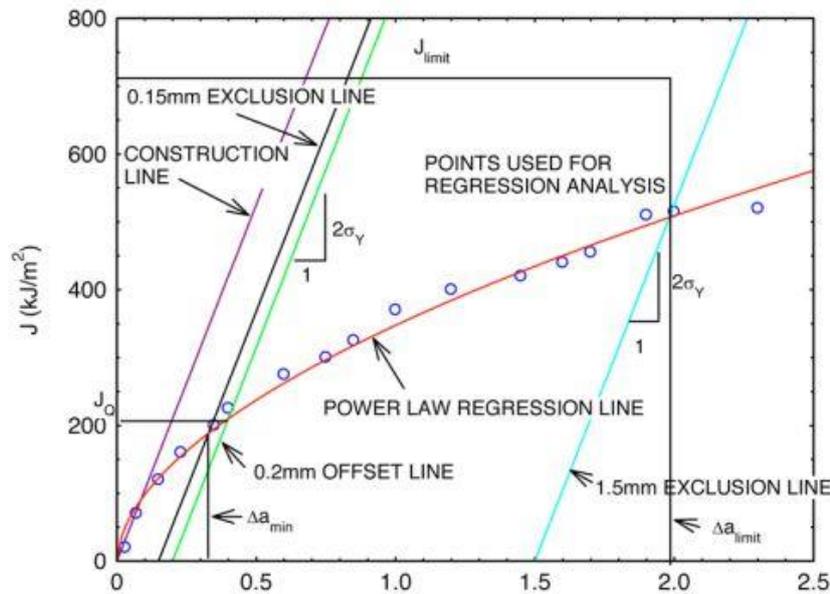


**Figure I.8)** Principe de la méthode du chargement interrompu [47]

Ensuite, les éprouvettes sont oxydées au four pour marquer les différents stades d'accroissement de la fissure. Elles sont par la suite rompues par fatigue afin de ne pas perturber le front de la fissure. Pour chaque éprouvette, la mesure de la longueur de fissure s'effectue sur le faciès de rupture : les mesures sont réalisées à partir de la ligne de chargement sur des points répartis suivant l'épaisseur de l'éprouvette. La différence entre l'une des valeurs obtenues et la valeur moyenne de  $a_0$  ne doit pas excéder 7%.

### I.1.2.3 Détermination de la ténacité $J_{IC}$ à partir de la courbe J-Résistance

La détermination de  $J_{IC}$  a fait l'objet de plusieurs recherches et de concertations de groupes s'intéressant à la rupture des matériaux. Parmi eux, nous pouvons citer l'American Society of Materials Testing (ASTM) [42] et l'European Society for Structural Integrity (ESIS) [48].



**Figure I.9)** Courbe J-R caractéristique avec les bornes imposées par l'ASTM [49]

L'ASTM a fixé des valeurs limites pour les grandeurs constituant la courbe J-Résistance, elles sont données par les deux équations suivantes :

$$J_{\max} = (W - a_0)\sigma_y / 15 \quad (\text{I.18})$$

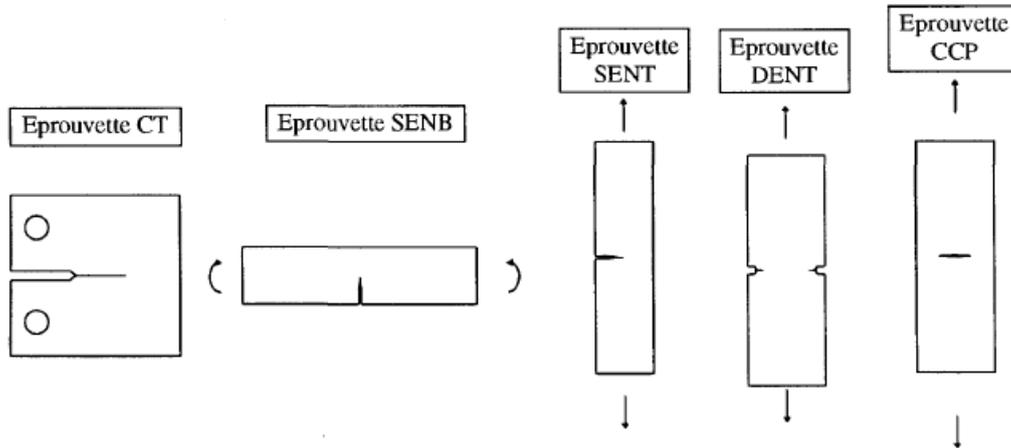
$$\Delta a_{\max} = 0.06(W - a_0) + 0.2 \quad (\text{I.19})$$

Après l'obtention de la courbe J-Résistance caractéristique (Figure I.9), la valeur critique de  $J$  peut être déterminée en traçant une parallèle à la ligne d'érousement pour  $\Delta a = 0.2$ , son intersection avec la courbe donnera alors la valeur de  $J$ -critique.

### I.1.2.3 Paramètres pouvant influencer la ténacité à la rupture

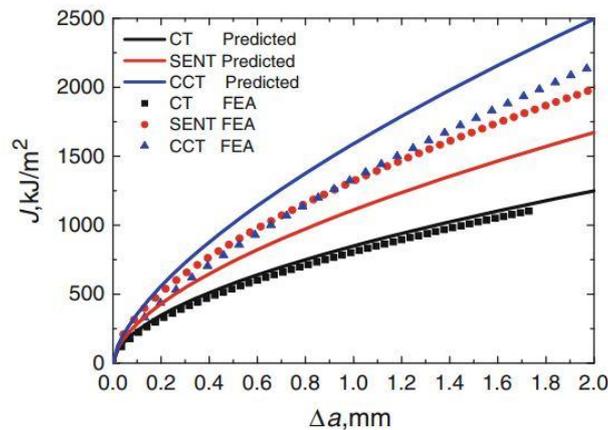
#### I.1.2.3.1 Effet de géométrie

Il est reconnu que les critères de mécanique de la rupture souffrent d'un problème de transférabilité des résultats d'une éprouvette à une autre, cela devient plus compliqué quand il s'agit de la transférabilité éprouvette-structure. Les résultats obtenus par les nombreuses études menées à ce sujet mettent en évidence la divergence en termes de résistance à la rupture des différentes éprouvettes utilisées en mécanique de la rupture. Ces éprouvettes sont illustrées par la figure I.10.



**Figure I.10)** Epreuves standardisées utilisées en mécanique de la rupture [37]

L'étude de la rupture en utilisant ces éprouvettes donne des résultats différents [37, 50], cela est dû au taux de triaxialité important au niveau des éprouvettes CT et SENB qui présentent une sollicitation en flexion. Cela implique une résistance à la déchirure ductile moins importante pour ces éprouvettes contrairement aux autres éprouvettes (DENT, SENT et CCP) pour lesquelles le taux de triaxialité des contraintes est plus faible donc une résistance à la déchirure ductile plus importante (Figure I.11)



**Figure I.11)** Comparaison entre courbes J-R pour différentes éprouvettes [51]

### I.1.2.3.2 Le type de régression

Plusieurs types de régression peuvent être utilisés pour lisser la courbe  $J - \Delta a$ , ce qui peut conduire à des résultats de  $J_{IC}$  différents. Schwalbe et al. [52] ont publié une large étude expérimentale à laquelle ont participé plusieurs équipes. Cinq types de régression sont proposés :

$$J = A + C\Delta a \quad (I.20)$$

$$J = A + C_1\Delta a + C_2\Delta a^2 + C_3\Delta a^3 \quad (I.21)$$

$$J = C\sqrt{\Delta a} \quad (I.22)$$

$$J = C(\Delta a)^D \quad (I.23)$$

$$J = A(\Delta a + C)^D \quad (I.24)$$

Les résultats ont montré que la régression par une fonction de puissance (équation I.23) est la plus précise dans la détermination de  $J_{IC}$ .

Dans cette partie, l'approche basée sur la mécanique de la rupture est discutée. La détermination expérimentale de la ténacité à la rupture suivant cette approche est basée sur le critère  $J_{IC}$ . Les limites de cette approche sont également mises en évidence. Plusieurs paramètres ont une influence sur la valeur de ce critère, ce qui rend cette approche limitée.

Une autre approche expérimentale est utilisée, il s'agit de la méthode du travail essentiel de rupture (EWF) qui repose sur des hypothèses différentes que celles de mécanique de la rupture.

## **I.2 Le Travail Essentiel de Rupture (EWF)**

Le concept du travail essentiel de rupture a été introduit par Cotterell et Reddel [53] comme méthode pour obtenir la ténacité à la rupture de tôles minces en acier. Cette méthode part du principe que la zone de processus de rupture au front de fissure est entourée d'une zone plastique importante. Le travail effectué dans cette zone présente une dépendance dimensionnelle et géométrique, il doit être séparé du travail total de rupture afin d'en obtenir le travail essentiel effectué dans la zone de processus de rupture. L'idée de séparer les deux régions émane de Broberg [54]. Le travail essentiel de la rupture peut être considéré comme l'approche inverse de la mécanique de la rupture classique en caractérisant la ténacité à la rupture, non pas à l'initiation de la fissure mais à la séparation totale du ligament de l'éprouvette. En principe toutes les éprouvettes peuvent être utilisées pour évaluer le travail essentiel de rupture mais l'utilisation des éprouvette DENT (Deep Edge Notched Tension) (fig. I.12) est recommandée afin de palier les problèmes dus au flambement. Le travail total de rupture peut être écrit comme la somme du travail essentiel  $W_e$  et du travail plastique  $W_p$

$$W_f = W_e + W_p = Bl_0 w_e + Bl_0^2 w_p \quad (I.25)$$

Où  $B$  est l'épaisseur de l'éprouvette,  $w_e$  est la travail essentiel spécifique de rupture,  $l_0$  est la longueur initiale du ligament et  $w_p$  est la densité moyenne du travail plastique basée sur  $Bl_0^2$ . Le travail spécifique de rupture est donné par :

$$w_f = \frac{W_f}{Bl_0} = w_e + w_p l_0 \quad (I.26)$$

Pour évaluer le travail essentiel de rupture, il est nécessaire d'avoir plusieurs éprouvettes avec différentes longueurs initiales du ligament, sa valeur est obtenue en extrapolant au travail spécifique pour une longueur de ligament zéro (fig. I.13).

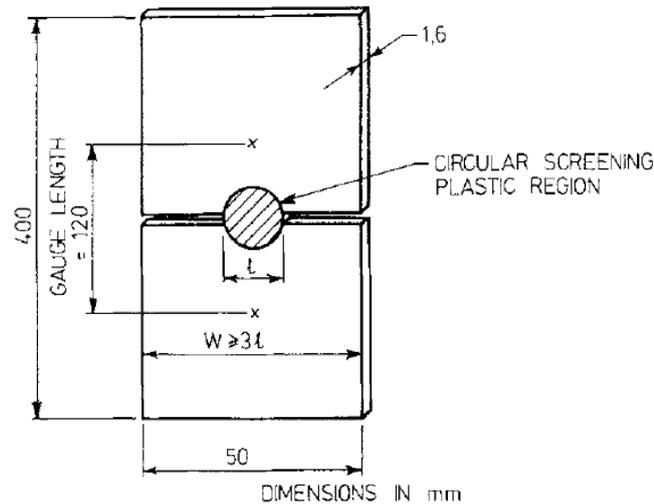


Figure I.12) Éprouvette Deep Edge-Notched Tension (DENT) [55]

Plusieurs de travaux ont été menés dans le but d'évaluer le travail essentiel de rupture. Cotterell et al. [56] impliquant le concept de la zone cohésive. Certains auteurs ont investigué la possibilité de lier le travail essentiel de rupture à l'intégrale-J [57] en essayant d'établir une corrélation entre les deux concepts [58-60]. Pour l'évaluation de la ténacité à la rupture en mode III [61, 62].

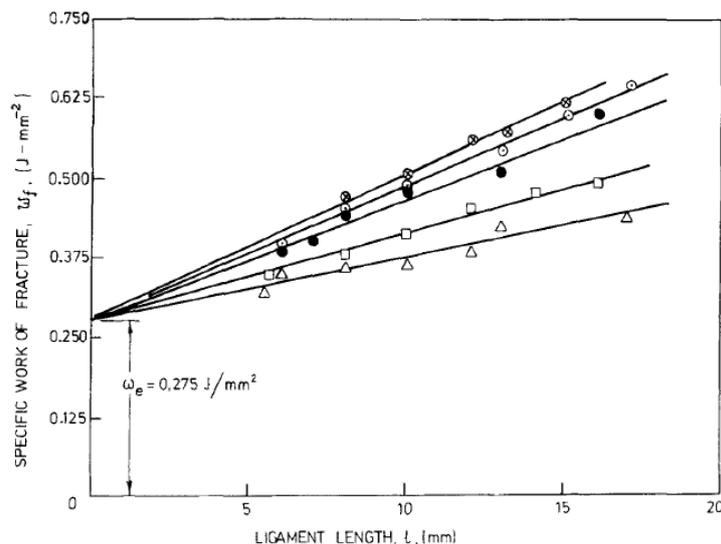


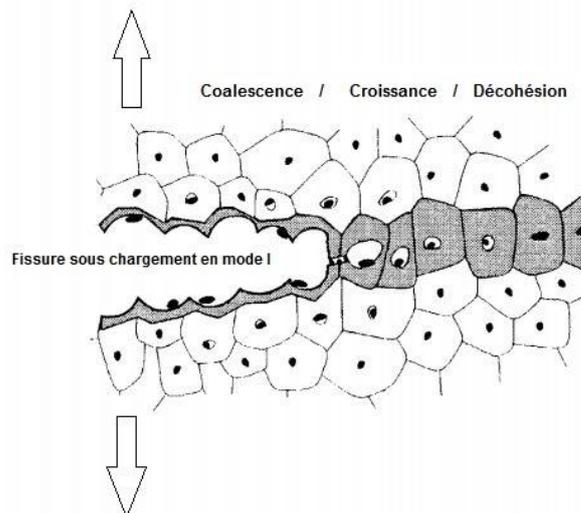
Figure I.13) Le travail spécifique de rupture en fonction de la longueur du ligament [55]

Le travail essentiel de rupture est une méthode qui peut s'avérer efficace en respectant certaines contraintes géométriques. Cependant, ce critère ne peut pas être utilisé pour tous les types d'éprouvettes et n'a pas de justification microstructurale.

Dans ce qui suit, nous allons aborder l'approche micromécanique de la rupture ductile. Elle se base sur des hypothèses microstructurales et peut constituer une alternative efficace aux paramètres globaux.

### I.3 Approche micromécanique de la rupture ductile

#### I.3.1 Hypothèse de la rupture ductile

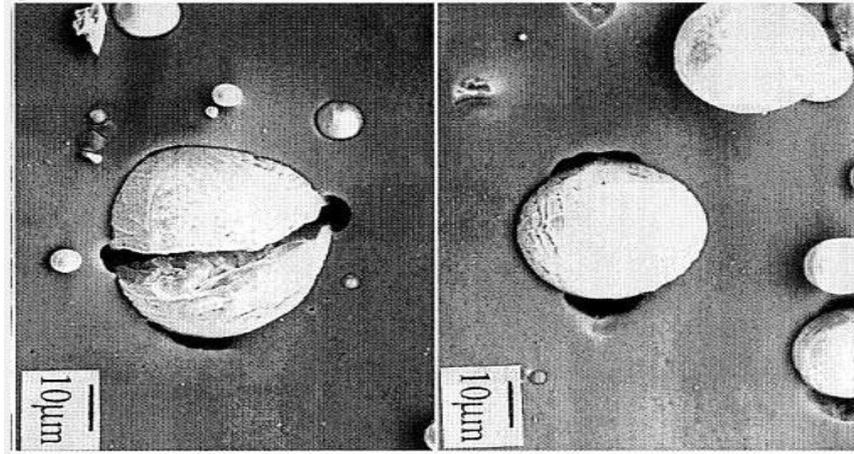


**Figure I.14)** Mécanismes de déchirure ductile

D'un point de vu microstructural, la rupture ductile est le résultats de trois étapes bien distinctes qui sont la germination, la croissance et la coalescence des cavités amorcées à partir d'inclusion ou des micro-défauts. Les cavités ont pour origine soit la rupture de l'inclusion ou la décohésion de l'interface qui sépare la matrice de l'inclusion. La croissance des cavités est le résultat de la déformation plastique et la coalescence s'accompagne d'instabilité plastique. Ces trois étapes se succèdent en avant du front de fissure, là où la déformation plastique est importante, ce qui engendre l'apparition du défaut macroscopique (Figure I.14). Les trois étapes constituant le phénomène de déchirure ductile sont détaillées comme suit :

##### I.3.1.1 Germination des cavités

Cette phase est la première dans le processus d'endommagement ductile. Elle représente le passage d'un milieu continu vers un milieu discontinu. La naissance des cavités est un phénomène qui est difficile a observer car la phase de nucléation observée correspond souvent à de la croissance étant donné le fait que le processus d'endommagement pour la plupart des matériaux commence dans la partie élastique et dans la dernière phase de déchirure, des sites d'endommagement apparaissent [63].



**Figure I.15)** Nucléation des cavités [64]

Le phénomène résulte de la localisation de la déformation dans des zones particulières au sein du matériau. Cette localisation est due à la présence d'hétérogénéités structurales. L'apparition des cavités se fait généralement au niveau des inclusions en ce qui concerne les matériaux métalliques (Figure I.15).

L'étude de la naissance des vides en utilisant la modélisation micromécanique est bien plus délicate que pour la croissance des cavités. Ceci est dû aux difficultés intrinsèques. Une modélisation réaliste impliquerait que l'on porte un intérêt à l'interface inclusion/matrice. La modélisation doit aussi prendre en considération les contraintes et les déformations à l'échelle des dislocations (petite échelle) et à l'échelle de l'endommagement continu (particules larges). Les inclusions sont souvent considérées comme ayant un comportement élastique fragile. A l'échelle de la mécanique des milieux continus, les contraintes et les déformations peuvent être évaluées en utilisant des modèles analytiques simplifiés ou bien des simulations élément finis représentatives des microstructures. Basé sur les résultats de Berveiller et Zaoui [65], Beremin [66] a modélisé la contrainte principale maximale au sein de l'inclusion comme suit :

$$\sigma_1^i = \sigma_1 + 2\mu^p \kappa \varepsilon_{eq}^p \quad (I.27)$$

où  $\sigma_1$  est la contrainte principale maximale macroscopique,  $\varepsilon_{eq}^p$  est la déformation plastique macroscopique de von Mises,  $\mu^p$  est le module de cisaillement plastique tangent ou sécant de la matrice.  $\kappa$  est un facteur géométrique dépendant de la forme de l'inclusion. La nucléation est sensée se produire quand  $\sigma_1^i$  atteint une valeur critique. Il est à noter que la contrainte critique de nucléation doit être distribuée afin d'être représentative des observations expérimentales.

### I.3.1.2 Croissance des cavités

Ce phénomène résulte de deux actions simultanées, l'évolution de la taille des vides et l'augmentation du nombre de pores par nucléation. Un exemple de croissance de cavité est illustré par la Figure I.16.

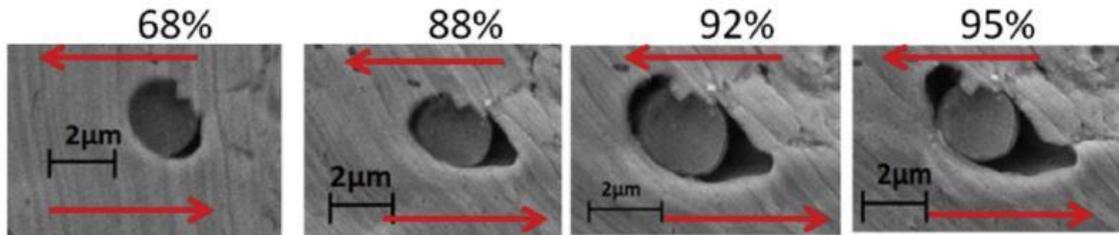


Figure I.16) Croissance des cavités [67]

De nombreux modèles ont été proposés pour décrire la croissance des cavités. Le plus connu est le modèle découplé de Rice et Tracey [68]. Ce modèle suppose l'existence d'une cavité sphérique noyée dans une matrice rigide plastique. Les auteurs proposent une relation entre la taille de la cavité et les champs de contraintes et de déformations :

$$\ln\left(\frac{\bar{R}}{R_0}\right) = \alpha \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon} \exp\left(\frac{3}{2} \frac{\sigma_m}{\sigma_0}\right) d\varepsilon_{eq} \quad \text{où } \bar{R} = \frac{(R_1 + R_2 + R_3)}{3} \quad (\text{I.28})$$

où  $R_{i,i=1,2,3}$  sont les rayons dans les directions principales. En considérant différents états de contraintes, les auteurs trouvent pour  $\alpha$  une valeur de 0.283. A noter que ce modèle a connu quelques extensions qui vont être citées par la suite.

### I.3.1.3 Coalescence des cavités

La coalescence des cavités est gouvernée par deux mécanismes, le premier est la formation de bandes de cisaillement lors de la localisation de la déformation plastique et le second est la striction interne (Figure I.17).

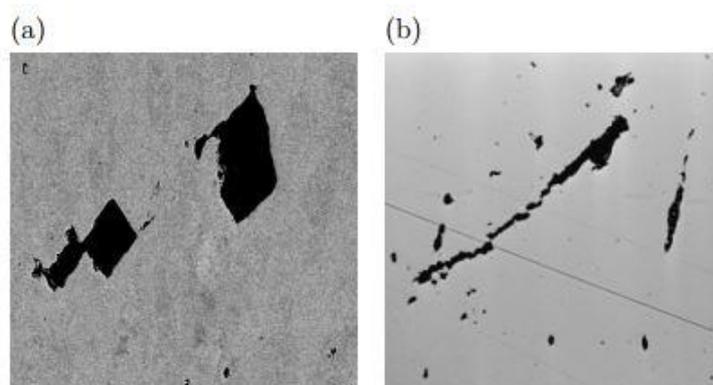


Figure I.17) Modes de coalescence : a) par striction interne, b) par cisaillement interne [67]

Le premier mécanisme est souvent associé à la formation d'une seconde population de cavités dans les petites particules [69]. La première analyse micromécanique de la coalescence des cavités est proposée par Brown et Embury [70]. La coalescence est décrite dans cette étude là comme la formation de micro-bandes de cisaillement à 45° qui connectent deux vides (1er mécanisme). La coalescence par striction interne est décrite par Thomason [71] basée sur une analyse limite du chargement du ligament entre deux vides :

$$\frac{\sigma_n}{\bar{\sigma}} = \frac{0.1}{\left(\frac{R_z}{R - R_x}\right)^2} + \frac{1.2}{\left(\frac{R_x}{R}\right)^{0.5}} \quad (\text{I.29})$$

$R_x, R_z$  et  $2R$  sont respectivement les rayons actuels du vide ellipsoïdal suivant les axes  $x$  et  $z$  et la longueur actuelle de la cellule suivant  $x$ . Le modèle cellule élémentaire peut également être utilisé pour étudier la coalescence des cavités et déterminer la fraction volumique de la porosité au début de la coalescence [72].

### **I.3.2 Modélisation micromécanique**

#### **I.3.2.1 Le modèle découplé de Rice et Tracey**

Les 1<sup>ers</sup> modèles micromécaniques pour le développement de l'endommagement ductile sont ceux proposés par McClintock [73] et de Rice et Tracey [68]. Ils décrivent la croissance de vides isolés de forme cylindrique ou sphérique dans une matrice rigide parfaitement plastique. Pour le cas d'un vide sphérique, le taux de variation du rayon  $R$  du vide est donné par l'expression de Rice et Tracey pour les taux de triaxialité importants

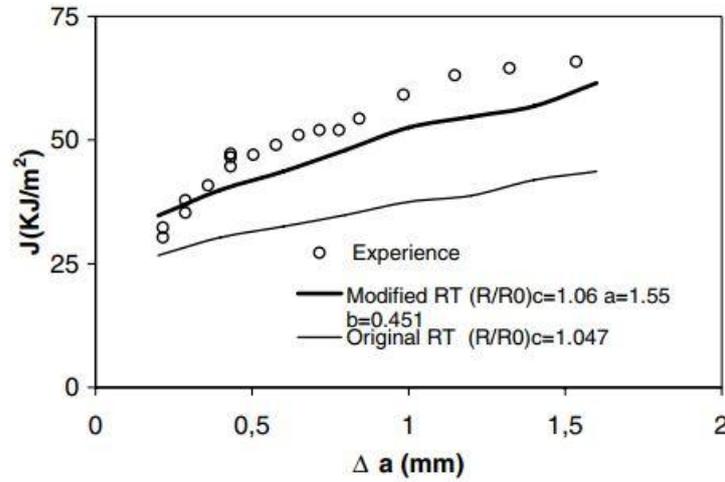
$$\frac{\dot{R}}{R} = \alpha \exp\left(\frac{3}{2} \frac{\Sigma_m}{\sigma_0}\right) \dot{\varepsilon}_{eq} \quad (\text{I.30})$$

où  $\alpha$  est un facteur numérique,  $\varepsilon_{eq}$  est la déformation équivalente de von Mises et  $\sigma_0$  contrainte seuil de la matrice. La valeur proposée pour  $\alpha$  est de 0.283. Des extensions au modèle ont été proposées pour prendre en compte la déformation due à l'écroutissage tel que le modèle de Becker [74]. Le modèle de Rice et Tracey pour la croissance des cavités est réduit à un simple critère qui prédit la rupture pour une valeur critique du rayon de la cavité

$$\left(\frac{R}{R_0}\right) = \left(\frac{R}{R_0}\right)_c \quad (\text{I.31})$$

où  $R_0$  est le rayon initial de la cavité.  $(R/R_0)$  est un paramètre dépendant du matériau qui définit la valeur critique pour la croissance de la cavité. Le principal inconvénient de cette approche est la non prise en compte de l'interaction entre les vides et l'effet de la croissance des cavités (adoucissement) sur le comportement du matériau. Le modèle a cependant été récemment modifié par Taktak et al. [75] pour prendre en considération la nucléation et la

cinétique de croissance des cavités en introduisant des paramètres de calibrage. Des résultats bien plus précis ont été obtenus avec le modèle modifié (Figure I.18)



**Figure I.18)** Prédiction de la déchirure ductile en utilisant R&T et R&T modifié par Taktak et al. [75]

### I.3.2.2 Le modèle de Gurson et ses extensions

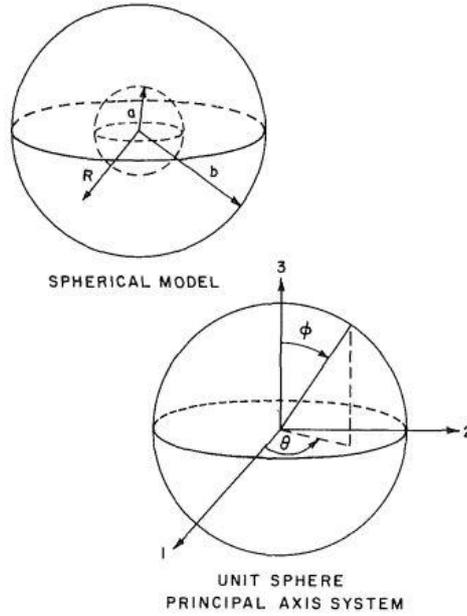
Gurson [76] était le premier à proposer un critère d'endommagement basé sur les règles de seuil et d'écoulement pour les matériaux ductiles poreux sur la base de la théorie de la plasticité limite. Cette formulation est utilisée pour déterminer la contrainte macroscopique maximale avant d'atteindre l'écoulement plastique. Pour simplifier l'analyse, le matériau est considéré comme ayant une distribution périodique des vides avec chaque vide localisé au centre du cylindre ou de la sphère unité (Figure I.19). En réalité, la distribution des vides est arbitraire et les particules sont de dimensions différentes.

La fonction seuil du modèle de Gurson s'écrit comme suit :

$$\Phi_{Gurson} = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2f \cosh\left(\frac{3 \Sigma_m}{2 \sigma_0}\right) - (1 + f^2) \quad (I.32)$$

Où  $\Sigma_m$  est la contrainte hydrostatique et  $\Sigma_{eq}$  est la contrainte équivalente de von Mises. La rupture se produit quand le tenseur des contraintes nul est obtenu dans le cas de  $f = 1$ , ce qui implique que le matériau est constitué uniquement de vides.

Ce modèle présentant certaines divergences quand les résultats qu'il présente sont comparés à l'expérimental. Il est modifié par Tvergaard [77] puis par Needleman et Tvergaard [78].



**Figure I.19)** Modèle d'unité sphérique proposé par Gurson [76]

Le modèle résultant de ces modifications respectives est communément appelé ‘modèle GTN’ (Gurson-Tvergaard-Needleman), sa fonction seuil est donnée comme suit :

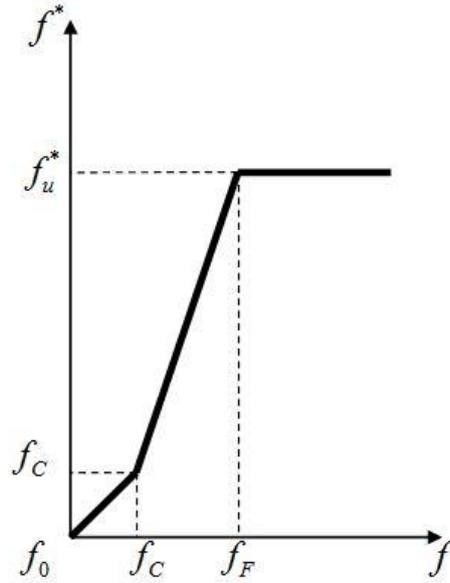
$$\Phi_{GTN} = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{3\Sigma_m}{2\sigma_0}\right) - (1 + q_1^2 f^{*2}) = 0 \quad (I.33)$$

$q_1, q_2$  et  $q_3$  sont des paramètres de calibrage introduits par Tvergaard [77].  $f^*$  est la fraction volumique effective du vide (Figure I.20), elle est proposée par Needleman et Tvergaard [78] pour modéliser la perte rapide de la capacité du matériau avant la coalescence des cavités, comme cela est observé lors des essais expérimentaux. La fonction devient prédominante une fois que la fraction volumique actuelle du vide  $f$  dépasse une fraction volumique critique  $f_c$ . Le terme  $f_u^*$  est la valeur de  $f^*$  à la rupture. La perte totale de la capacité se produit pour  $f = f_F$ , la fraction volumique ultime à la rupture.

$$f^* = \begin{cases} f & f \leq f_c \\ f_c + \frac{f_u^* - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c) & f > f_c \end{cases} \quad (I.34)$$

$$\dot{f} = \dot{f}_{croissance} + \dot{f}_{nucléation} \quad (I.35)$$

$$\dot{f}_{croissance} = (1 - f)\dot{\epsilon}_{kk}^p \quad (I.36)$$



**Figure I.20)** Evolution de la fraction volumique effective du vide

Dans l'hypothèse où l'évolution des cavités est directement reliée à la dilatation plastique mésoscopique (équation I.36), le terme  $\dot{\varepsilon}_{kk}^p$  représente la trace du tenseur taux de déformation plastique macroscopique.

$$\dot{f}_{\text{nucléation}} = A \dot{\varepsilon}^p \quad (\text{I.37})$$

$$A = \frac{f_N}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[ \frac{\varepsilon_e^p - \varepsilon_N}{S_N} \right]^2 \right\} \quad (\text{I.38})$$

L'évolution de la fraction volumique des cavités dépend de la déformation plastique (équation I.37) et donc dépendante du taux de déformation effectif du matériau  $\dot{\varepsilon}_p$ . Le paramètre  $A$  (équation I.38) suit une distribution normale. Dans l'équation I.38,  $f_N$  est la fraction volumique des vides disponibles lors de la nucléation,  $S_N$  est la dérivation standard de la distribution.

Le modèle GTN est le plus utilisé dans le cadre de la modélisation de la rupture ductile. Récemment, plusieurs études ont eu recours à ce modèle pour la simulation de procédés de mise en forme [79-84] ou encore pour des études de cas industriels [85, 86].

L'identification des paramètres du modèle GTN est réputée pour être un vrai challenge. Elle a fait l'objet de plusieurs études. Le 3ème chapitre de cette thèse lui est consacré.

Au-delà du modèle GTN, plusieurs extensions ont été proposées au modèle de Gurson. L'hypothèse d'une matrice élastique parfaitement plastique contenant des vides est toujours considérée. Les extensions les plus notables sont citées ci-après.

Sun et Wang [87] ont proposé une borne inférieure au modèle de Gurson avec une meilleure concordance avec les résultats expérimentaux. Ponte-Castañeda [88] propose une borne supérieure au modèle de Gurson en se basant sur l'approche variationnelle. La fonction seuil du modèle est donnée comme suit:

$$\Phi_{PC} = \left(1 + \frac{2}{3}f\right) \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + \frac{9}{4}f \frac{\Sigma_m^2}{\sigma_0^2} - (1-f)^2 \quad (I.39)$$

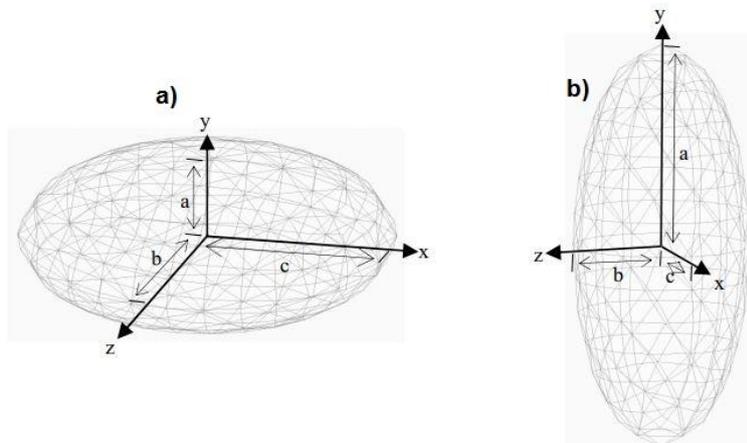
Gologanu, Leblond et Devaux (GLD) [89, 90] prennent en considération l'évolution de la forme des cavités. La fonction de charge est donnée comme suit :

$$\Phi_{GLD} = \frac{c(\Sigma_{zz} - \Sigma_{xx} + \eta\Sigma_m)}{\sigma_0} + 2(g+1)(g+f) \cosh\left[\frac{\kappa\Sigma_m}{\sigma_0}\right] - (g+1)^2 - (g+f)^2 = 0 \quad (I.40)$$

avec :  $\Sigma_m = 2\alpha_2\Sigma_{xx} + (1-2\alpha_2)\Sigma_{zz}$

$$\text{et : } g = \frac{4e}{3\chi\sqrt{1-e^2}} ; \kappa = \frac{3}{2F} ; c = \frac{1}{H^2} ; \eta = \frac{-3\chi g \bar{G}}{2F} ;$$

où  $f$  est la porosité,  $\Sigma_{xx} = \Sigma_{zz}$  et  $\Sigma_{zz}$  sont les contraintes principales axisymétriques,  $\chi$  est une constante,  $e$  est l'excentricité de la cavité ellipsoïdale,  $\bar{F}, \bar{G}$  et  $\bar{H}$  sont des valeurs moyennes qui sont considérées constantes.



**Figure I.21)** Forme de vides : a) oblate, b) prolata [91]

Le modèle se base sur des vides axisymétriques qui sont de forme elliptique soit prolata ou oblate (Figure I.21). Ce modèle a aussi inspiré de nombreuses extensions [92, 93]. Nous trouvons aussi le modèle de Ponte-Castañeda et Zaidman [94] et Kailasam et Ponte-Castañeda [95, 96], ce modèle prend en considération l'évolution orthotrope des vides. Le modèle GLD est étendu aux solides poreux avec des vides tridimensionnels elliptiques et l'évolution du facteur de forme est déterminée par le taux de déformation moyen de la cavité. Li et al. [97, 98] ont étendu le modèle GLD dans le but d'étudier l'effet combiné de la forme et de la taille de la cavité. Récemment, un modèle avancé basé sur le modèle GLD est développé par Madou et Leblond [99-102], la fonction de charge est donnée comme suit:

$$\Phi_{ML} = \frac{\Sigma_q^2}{\sigma_0^2} + 2q(g+1)(g+f) \cosh\left(\kappa \frac{\Sigma_m}{\sigma_0}\right) - (g+1)^2 - q^2(g+f)^2 \quad (I.41)$$

La plupart des termes sont déjà définis,  $\Sigma_q$  est la forme quadratique du tenseur des contraintes  $\kappa$  est un facteur dépendant de la forme des cavités. Pour des cavités de forme sphérique,  $\Sigma_q$  se réduit à la contrainte équivalente de von Mises et  $\kappa = 3/2$  pour ainsi retrouver le modèle de Gurson. L'avantage de ce modèle est la considération de la troisième dimension de la cavité incluant l'effet de forme de cette dernière. C'est le modèle le plus précis pour les ellipses de formes arbitraires sous chargements arbitraires. Plus de détails sur ces modèles sont donnés par Benzerga et al. [103], Besson [69] et Pineau et al. [67]. Gărăjeu et Suquet [104] supposent un matériaux contenant des inclusions rigides. L'approche variationnelle peut être utilisée pour dériver une estimation de la surface seuil pour ces matériaux qui sont décrits par un modèle de type Gurson. Pardoën et Hutchinson [105] proposent une extension du modèle de Gurson en prenant en compte la croissance et la coalescence des cavités dans un matériau poreux avec effet de forme de cavités et distance inter-vides. Zhang et al. [72] couple le modèle de Thomason [71] à celui de Gurson pour obtenir une modélisation plus réaliste de la rupture ductile des métaux et faire de sorte à ce que le modèle simule la coalescence de façon plus réaliste. Benzerga et al. [106, 107] ont pris en considération l'anisotropie de la matrice. Une matrice qui obéit au critère de Hill [108] contenant des vides sphériques est considérée. Il a été reconnu par Nahshon et Hutchinson [109] que le modèle de Gurson modifié par Tvergaard et Needleman (équation I.33) ne prévoit pas d'évolution de l'endommagement avec une déformation sous une contrainte moyenne négative sauf si les vides sont nucléés, et par conséquent, le modèle exclue l'adoucissement en cisaillement dû à la distorsion et la liaison inter-cavités. Tel qu'il est, le modèle est incapable de représenter la localisation de la déformation en cisaillement et la rupture sous faibles taux de triaxialité. Ils ont alors étendu le modèle de Gurson pour distinguer les états de contrainte en cisaillement en incluant le 3ème invariant du tenseur des contraintes qui est donné comme suit :

$$J_3 = \det(\sigma) = \frac{1}{3} \sigma_{ij} \sigma_{ik} \sigma_{jk} = (\sigma_I - \sigma_m)(\sigma_{II} - \sigma_m)(\sigma_{III} - \sigma_m) \quad (I.42)$$

et ils ont posé :

$$\omega(\sigma) = 1 - \left( \frac{27J_3}{2\sigma_e} \right)^2 \quad (I.43)$$

Les auteurs modifient le modèle de GTN. Pour ce dernier, l'évolution de la porosité est conforme à l'équation (I.35). Dans le cadre de leur modification, cette équation a été reformulée comme suit :

$$\dot{f} = (1-f)\dot{\varepsilon}_{kk}^p + k_{\omega}f_{\omega}(\sigma)\frac{\sigma_{ij}\varepsilon_{ij}^p}{\sigma_e} \quad (\text{I.44})$$

La contribution des auteurs à  $\dot{f}$  réside dans l'expression  $k_{\omega}f_{\omega}\varepsilon^p$  tel que dans un état de cisaillement pur  $\dot{f} \sim k_{\omega}f\dot{\gamma}^p$  ou  $\dot{\gamma}^p$  est l'incrément de la déformation plastique de cisaillement.

La constante numérique  $k_{\omega}$  représente la croissance de l'endommagement dans le cas d'un cisaillement pur. Ce modèle a ensuite été implémenté par Nahshon et Xue [110] et appliqué avec succès sur des essais d'emboutissage.

Le modèle de Gurson a connu plusieurs autres extensions. Nous avons cité celles qui nous semblent être les plus pertinentes.

### **I.3.2.3 Le modèle de Rousselier**

Formulé par Rousselier [111-113], il repose sur des hypothèses thermodynamiques et phénoménologiques. Le potentiel plastique de ce modèle est donné comme suit :

$$\Phi_{\text{Rousselier}} = \frac{\Sigma_{eq}}{\rho} - H(\varepsilon_{eq}^p) + B(\beta)D \exp\left(\frac{\Sigma_m}{\rho\sigma_1}\right) \quad (\text{I.45})$$

avec :

$$\dot{\beta} = \dot{\varepsilon}_{eq}^p D \exp\left(\frac{\Sigma_m}{\rho\sigma_1}\right) \quad (\text{I.46})$$

$$\rho(\beta) = \frac{1}{1 - f_0 + f_0 \exp(\beta)} \quad (\text{I.47})$$

$$B(\beta) = \frac{\sigma_1 f_0 \exp(\beta)}{1 - f_0 + f_0 \exp(\beta)} \quad (\text{I.48})$$

$\beta$  est une variable scalaire d'endommagement, son évolution est donnée par l'équation (I.46).  $B$  est la fonction d'endommagement,  $\rho$  est la densité adimensionnelle qui dépend de  $\beta$ .  $D$  et  $\sigma_1$  sont des constantes du modèle,  $f_0$  est la fraction volumique initiale de la cavité,  $H(\varepsilon_{eq}^p)$  est un terme décrivant les propriétés d'écrouissage du matériau souvent assimilé à la contrainte seuil du matériau non endommagé :  $H(\varepsilon_{eq}^p) = \sigma_Y(\varepsilon_{eq}^p)$ .

Ce modèle est considéré comme une variante du modèle de Gurson, il reste néanmoins peu usité dans la littérature par rapport à ce dernier. Cependant, des modifications et extensions lui ont été apportées [114-116]. Il a aussi été appliqué par beaucoup d'auteurs pour l'étude de la

rupture ductile des aciers et alliages, par le biais d'exemples académiques ou des problèmes industriels [117-122].

Le modèle de Rousselier présente un avantage par rapport au modèle GTN en ce qui concerne le nombre de paramètres à déterminer. Le modèle de Rousselier ne requière que l'identification de 04 paramètres contre 09 paramètres pour le modèle GTN ce qui en fait un modèle plus souple et plus rentable en termes de temps et de nombre d'analyses élément finis nécessaires afin de calibrer un essai expérimental. Néanmoins, les paramètres constitutifs du modèle n'ont pas de signification physique [123], ce qui rend le modèle moins attractif pour justifier le comportement endommageable des métaux.

le nombre de paramètres à identifier n'est que de 4 ( $f_0, \sigma_1, D, f_c$ ). Parmi ces paramètres, certains sont fixés par les études antérieures. Mais toujours comparativement au modèle GTN, le modèle de Rousselier présente certains inconvénients, comme pour la description de la rupture, ce modèle considère que la rupture se produit pour  $f = f_c$ , or, le phénomène de coalescence des cavités est bien plus complexe. Donc, même si l'utilisation du modèle de Rousselier peut s'avérer être une alternative séduisante par rapport au modèle GTN d'un point de vue difficulté, ce dernier demeure plus réaliste pour ce qui est de la description des différentes étapes du phénomène de rupture ductile. Un autre désavantage comparativement à GTN, la signification physique des paramètres qui n'est pas définie dans le modèle de Rousselier. En effet, les paramètres  $\sigma_1$  et  $D$  sont généralement obtenus par calibrage des essais expérimentaux. Plusieurs études ont été menées en utilisant le modèle d'endommagement de Rousselier. parmi les études qui se sont intéressées à l'identification et à l'influence des paramètres du modèle, on retrouve la thèse réalisée par Tu [124] sur les joints soudés en acier S355. A noter qu'on retrouve les mêmes problèmes que ceux rencontrés pour le modèle GTN, à savoir l'influence de  $f_0$  sur  $f_c$ . L'influence des paramètres du modèles de Rousselier est illustrée dans la figure I.22.

Pour l'identification des paramètres du modèle de Rousselier, Springmann et Kuna [125, 126] ont mis au point une méthode d'identification par optimisation non-linéaire, et cela avec l'utilisation d'un algorithme. Les champs de déplacement obtenus expérimentalement sont utilisés pour identifier les paramètres du modèle. Le principe de la méthode est illustré par la figure I.23.

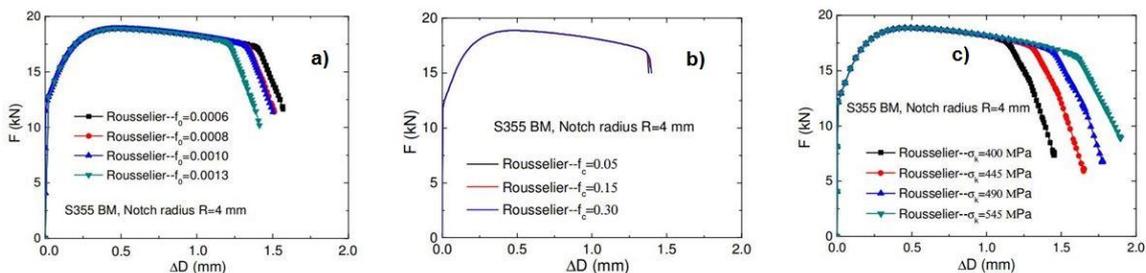
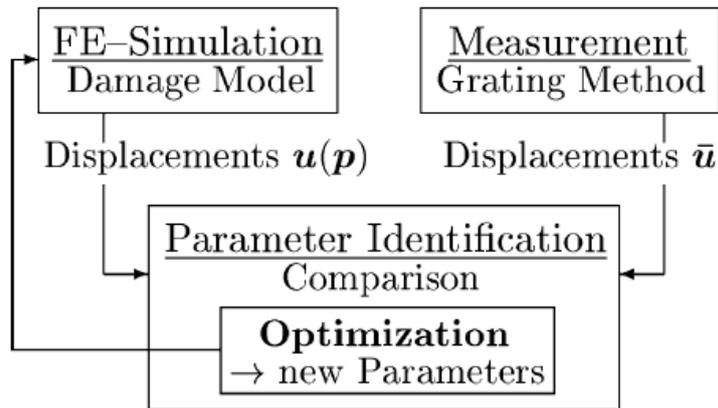


Figure I.22) Influence des paramètres du modèle de Rousselier : a)  $f_0$ , b)  $f_c$ , c)  $\sigma_1$  [124]

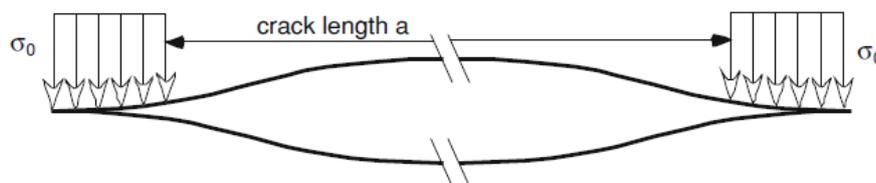


**Figure I.23)** Identification des paramètres par optimisation non-linéaire [125]

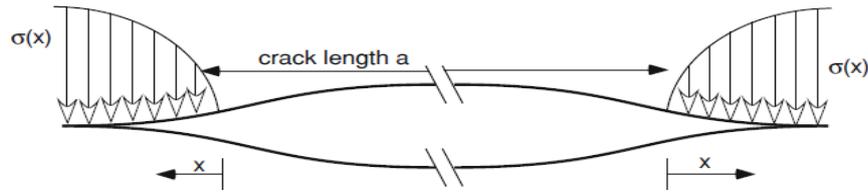
Pour résoudre le problème inverse, la solution au problème est injectée dans une méthode de résolution en gradient. Par la suite, les paramètres sont identifiés en utilisant les déplacements bidimensionnels inhomogènes. Enfin, la procédure déterministe d'optimisation est utilisée pour obtenir les paramètres par le biais de la méthode des moindres carrés.

#### I.3.2.4 La modélisation par zone cohésive

l'idée d'une force cohésive qui prévient la propagation des fissures est introduite par Dugdale [41]. La magnitude de la force cohésive est égale à la contrainte seuil du matériau  $\sigma_Y$ . L'écroutissement n'est pas pris en considération. Le matériau est supposé suivre un comportement élastique parfaitement plastique. La singularité qui semble illogique en pointe de fissure est supprimée par le fait de la limitation de la contrainte locale par la contrainte seuil du matériau (Figure I.24). Le résultat de cette analyse est la longueur de la zone plastique en pointe de fissure d'une plaque de largeur infinie assujettie à un chargement en ouverture en mode I. Il est valable en petites déformations aussi bien que pour les grandes tant que la contrainte appliquée n'atteint pas la contrainte seuil du matériau étudié. Ensuite, Goodier et Field [127] ont, entre autres, appliqué le modèle de Dugdale pour la détermination de l'ouverture des fissures impliquant le CTOD. Le modèle de zone cohésive sous sa présente forme date du travail de Barenblatt [128] qui a remplacé la contrainte seuil par une loi cohésive pour modéliser la décohésion des liaisons atomiques (fig. I.25). De cette manière, la zone plastique à été remplacée par une zone de processus de rupture



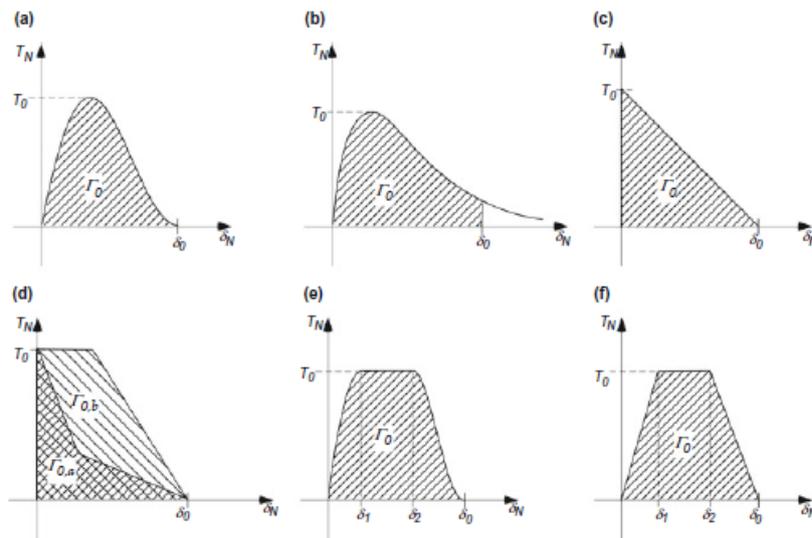
**Figure I.24)** Le modèle de Dugdale [41]



**Figure I.25)** Le modèle de Barenblatt [128]

La dégradation et la séparation du matériau est concentrée dans un plan discret représentée par les éléments cohésifs qui sont intégrés dans des éléments continus représentés par l'éprouvette testée ou l'élément de structure. La concentration de contrainte dans la zone de processus de rupture ne dépend pas de la contrainte appliquée mais c'est désormais une propriété du matériau.

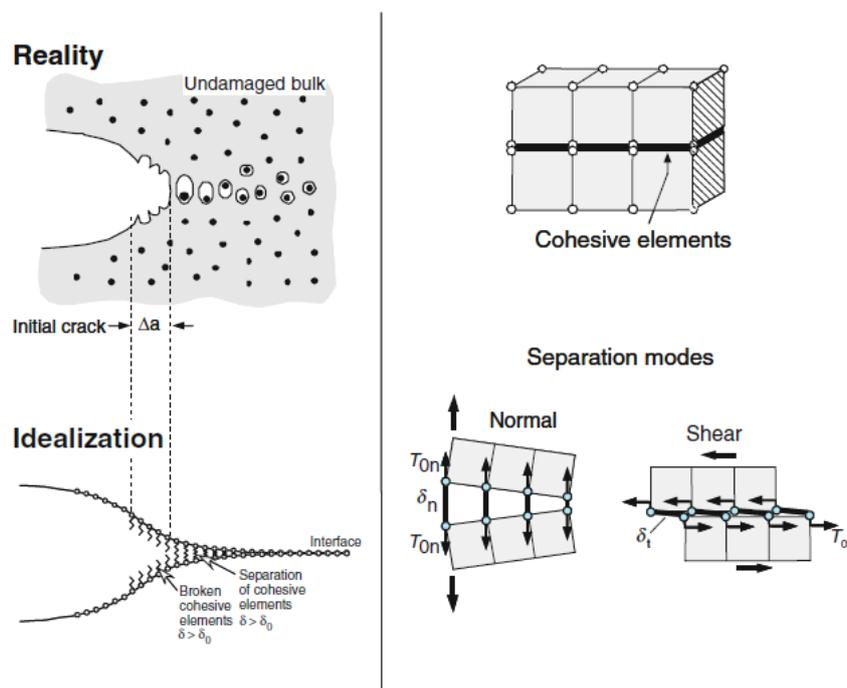
La première application du modèle de zone cohésive au comportement à la rupture a été réalisée par Hillerborg et al. [129] qui a utilisé ce modèle pour décrire le comportement endommageable du béton. Pour les autres matériaux tels que les métaux et leurs alliages, les premiers travaux ont été effectués par Needleman [130] et par Tvergaard et Hutchinson [131].



**Figure I.26)** Les lois de traction-séparation utilisées : a. Needleman [130] ; b. Needleman [132] ; c. Hillerborg [129] ; d. Bazant [133] ; e. Scheider [134] ; f. Tvergaard et Hutchinson [131]

Le comportement des éléments cohésifs est donné sous forme d'une loi de traction-séparation qui relie la traction  $T$  à la séparation  $\delta$ . La séparation a lieu lorsqu'une valeur critique  $\delta_0$  intrinsèque au matériau est atteinte. La résistance cohésive  $T$  est alors égale à zéro, la valeur maximale de sa résistance étant  $T_0$  est aussi considérée comme une propriété du matériau. Les formes des lois qui sont utilisées sont illustrées dans la figure I.26.

Les modèles cohésifs visent à refléter les effets mécaniques de la zone de processus de rupture en pointe de fissure par une vision macroscopique sans décrire explicitement les phénomènes locaux d'endommagement (fig. I.27). La zone de processus de rupture est une zone limitée en pointe de fissure dans laquelle l'endommagement passe d'un état diffus à un état localisé. L'endommagement peut s'accompagner d'une forte déformation suivant le matériau étudié. La zone est modélisée par deux surfaces initialement coïncidentes. Pendant le chargement, les deux surfaces se séparent jusqu'à décohésion totale. Une loi de traction-séparation contrôle la traction reliant les deux surfaces en fonction de leur séparation et modélise ainsi les phénomènes de rupture associés au matériau étudié (nucléation, croissance et coalescence des cavités pour les métaux, microfissures pour les matériaux quasi-fragiles comme le béton, craquelures et fibrillation pour les polymères ...). Par rapport aux modèles locaux, les modèles cohésifs offrent une alternative très conviviale et pratique. Parmi les principaux avantages, nous pouvons citer leur robustesse numérique, leur économie en temps de calcul, leur non-dépendance à la taille de la maille et la nécessité d'un faible nombre de paramètres pour décrire le modèle (dans la plupart des cas, 2 à 3 paramètres contre 9 paramètres pour le modèle GTN).



**Figure I.27)** Modèle de zone cohésive : représentation du processus d'endommagement physique par séparation des interfaces d'épaisseur nulle [135]

L'utilisation des modèles ne doit pas être arbitraire, elle requière une identification paramétrique logique représentative du sens physique du paramètre lui-même. Plusieurs méthodes ont été développées dans le but d'identifier ces paramètres. deux paramètres font l'objet de cette identification à savoir la contrainte cohésive  $T_0$  et l'énergie cohésive  $\Gamma_0$ . La méthode directe consiste à calibrer des essais expérimentaux. Pour cette méthode, l'identification de  $T_0$  pour une rupture plate nécessite un essai de traction sur une éprouvette

axisymétrique entaillée. La force  $F$  et la réduction de diamètre  $\Delta d$  doivent être mesurées. Pour une rupture inclinée, il n'y a pas de procédure générale, on utilise généralement une éprouvette de traction,  $T_0$  est ensuite obtenue en subdivisant la force à la rupture sur la surface transversale de l'éprouvette. Pour ce qui est de l'énergie cohésive  $\Gamma_0$ , pour une rupture plate, elle est égale à la valeur de l'intégrale-J à l'initiation de la fissure  $J_i$ . La détermination de ce paramètre requière une expérimentation minutieuse avec respect des normes établies à ce sujet et citées au préalable dans ce chapitre.

Pour ce qui est de la rupture inclinée, il n'y a pas de méthode développée à ce propos, mais des méthodes approximatives sont utilisées comme la méthode à échantillons multiples.

La méthode indirecte consiste à déterminer les paramètres par optimisation numérique. Plusieurs méthodes sont utilisées comme l'optimisation par minimisation d'erreurs, l'erreur est calculée comme suit :

$$f = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i^{\text{exp}} - y_i^{\text{sim}})^2} \quad (\text{I.49})$$

Avec  $n$  le nombre de points considérés,  $y_i^{\text{exp}}$  et  $y_i^{\text{sim}}$  sont respectivement la valeur de  $J$  ou de  $CTOD$  expérimentales et simulées. D'autres méthodes ont été développées dans le cadre de l'optimisation numérique telle que la méthode basée sur les réseaux de neurones. Plus de détails sur les différentes méthodes utilisées sont donnés dans [135].

## Synthèse du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés aux approches utilisées pour l'étude de la rupture ductile. Deux approches sont généralement utilisées : L'approche basée sur la mécanique de la rupture et l'approche micromécanique de la rupture ductile.

L'approche mécanique de la rupture dans le cas de la rupture ductile est souvent représentée par l'intégrale-J de Rice. Ce critère ne peut pas être utilisé expérimentalement, des méthodes équivalentes sont établies afin d'évaluer la ténacité à la rupture. Dans la première partie de ce chapitre, une revue critique sur les méthodes expérimentales utilisées pour évaluer la ténacité à la rupture ainsi que les paramètres pouvant influencer cette dernière est donnée.

Une autre méthode expérimentale est également citée dans ce chapitre, il s'agit du travail essentiel de rupture (EWF). Cette méthode est considérée comme l'approche inverse de la mécanique de la rupture. Ce critère est efficace dans la caractérisation à la rupture mais le choix d'éprouvettes DENT est recommandé.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'approche micromécanique de la rupture ductile. Elle se base sur des hypothèses microstructurales reproduisant ainsi les étapes de l'évolution des cavités pour la rupture ductile (Naissance, Croissance et Coalescence des cavités). Les différents modèles utilisés dans cette approche

sont cités. Ils sont subdivisés en deux familles : Les modèles non-couplés tels que le modèle de Rice et Tracey ou Thomason et les modèles couplés qui sont représentés par le modèle de Gurson et ses extensions et le modèle de Rousselier. Le modèle GTN demeure le plus utilisé car c'est le modèle le plus représentatif du phénomène de déchirure ductile tout en demeurant relativement simple d'utilisation. Plus de détails concernant ce modèle seront donnés dans le 3ème chapitre.

Un autre type de modélisation est également mentionné, il s'agit du modèle de zone cohésive. Cette méthode consiste à remplacer le phénomène physique d'évolution des cavités en une zone cohésive pouvant se dissoudre pour une énergie suffisante.

L'objectif de cette thèse est de contribuer à la modélisation du phénomène de rupture ductile. Pour ce faire, plusieurs méthodes expérimentales et numériques sont utilisées. Dans le prochain chapitre, certaines de ces méthodes sont utilisées pour étudier la rupture des tôles en acier inoxydable et aussi vérifier certaines hypothèses concernant les théories établies.

# Chapitre II

*Phénomènes de Rupture Ductile :  
Approche expérimentale et simulation  
numérique*

## **Introduction**

Dans cette partie de la thèse, une investigation est menée sur les phénomènes de la rupture ductile. Une étude préliminaire est réalisée en utilisant le modèle GTN pour simuler la rupture ductile d'un acier 15-5PH utilisé dans une étude antérieure. Le modèle de Rousselier est également utilisé afin de lier la porosité initiale d'un acier inoxydable 304L à l'énergie de rupture.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, une étude expérimentale est réalisée sur des tôles en acier inoxydable AISI 304L en 03 épaisseurs (0.8, 1.5 et 3 mm). Des essais de caractérisation mécanique sont réalisés en utilisant des éprouvettes haltères afin d'obtenir les propriétés élastiques et d'écrouissage du matériau indispensables à la simulation. Des essais de rupture sont également réalisés en utilisant des éprouvettes CT avec différents rapports a/w (Longueur d'entaille/Longueur du ligament). Des simulations numériques sont ensuite réalisées en utilisant le modèle GTN. Une approche hybride est proposée, combinant essais expérimentaux et simulations numériques afin d'évaluer la ténacité à la rupture et l'effet de contrainte sur cette dernière.

Une autre méthode de caractérisation à la rupture est utilisée dans la présente étude, il s'agit de la méthode du travail essentiel de rupture. Des essais sur des éprouvettes DENT sont effectués en utilisant 02 épaisseurs (0.8 et 1.5 mm). Une validation numérique est ensuite proposée à la méthode du travail essentiel de rupture, elle est réalisée en utilisant la modélisation par zone cohésive. Une loi de comportement de type traction-séparation est utilisée. Le travail essentiel de rupture obtenu expérimentalement est comparé au travail cohésif qui est un paramètre du modèle utilisé.

## **II.1 Etude préliminaire**

Le but de cette partie est de simuler la rupture ductile en utilisant le modèle GTN. Des travaux expérimentaux réalisés dans le cadre du 'Sandia Fracture Challenge' sont utilisés. La simulation de la rupture ductile en utilisant le modèle de Rousselier est aussi réalisée. Le but de cette démarche est d'étudier l'effet de la porosité sur la ténacité à la rupture.

### **II.1.1 Simulation de la rupture ductile basée sur le modèle GTN**

Le phénomène de rupture ductile est fréquent dans les aciers et structures métalliques. Il est communément reconnu que ce type de rupture est le résultat de trois étapes bien distinctes qui sont la germination, la croissance et la coalescence des cavités. L'apparition d'une fissure macroscopique prête à se propager sous chargement se fait à l'issue de ces trois étapes. Des modèles micromécaniques qui consistent à lier la loi de comportement du matériau à un critère d'endommagement ont été proposés. Le but de cette partie est de simuler la rupture ductile d'un acier inoxydable 15-5PH par le biais du modèle GTN, comparer les résultats

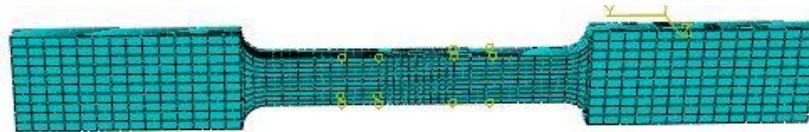
obtenus aux résultats expérimentaux disponibles et évaluer la ténacité à la rupture de ce matériau d'un point de vue global.

Le modèle GTN est discuté en détails dans le premier chapitre, sa fonction seuil est donnée par l'équation II.1

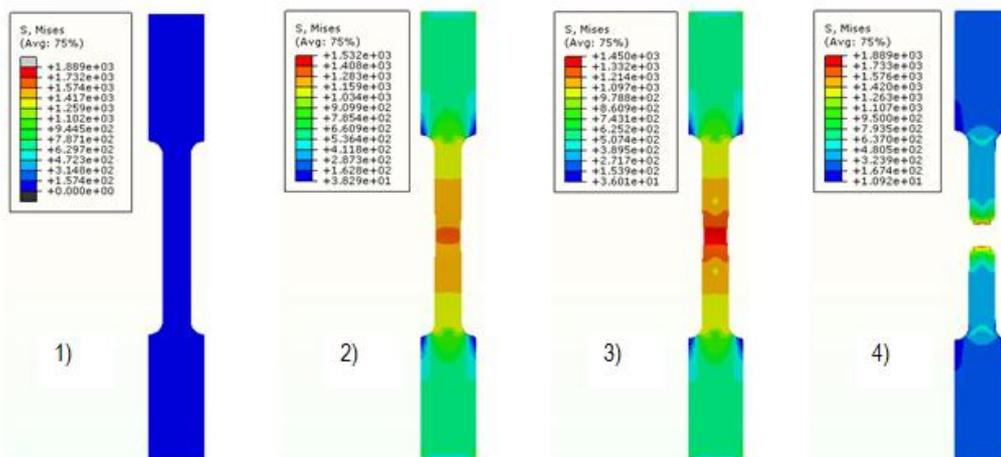
$$\Phi_{GTN} = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{3\Sigma_m}{2\sigma_0}\right) - (1 + q_1^2 f^{*2}) = 0 \quad (II.1)$$

Les détails concernant les différents paramètres sont donnés dans le chapitre I et une étude dédiée à ces derniers sera exposée dans le chapitre III.

Le matériau de référence pour mener à bien cette investigation est l'acier inoxydable 15-5PH qui a été utilisé dans le cadre du 'Sandia Fracture Challenge' [136, 137]. Dans ce travail, la simulation d'un essai de traction est effectuée afin de déterminer le jeu de paramètres reproduisant au mieux l'expérience. Les dimensions de l'éprouvette de traction sont données dans [136]. Le maillage de l'éprouvette est donné par la figure II.1. L'évolution de l'état de contrainte pour la simulation numérique de l'essai de traction est donnée par la figure II.2. La comparaison en termes de courbe de capacité est donnée par la figure II.3.



**Figure II.1)** Maillage de l'éprouvette de traction

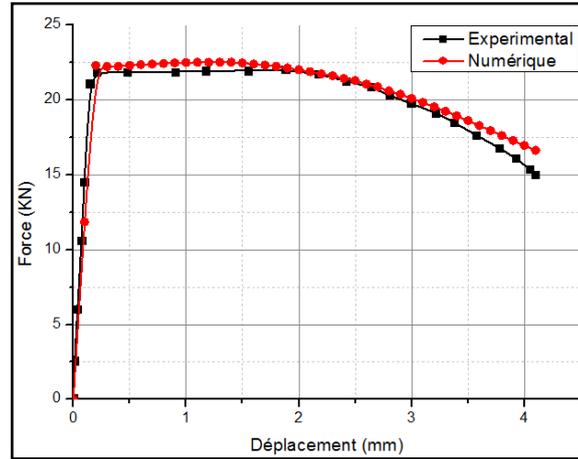


**Figure II.2)** Evolution de l'état de contrainte lors de la sollicitation de l'éprouvette de traction

Après avoir effectué plusieurs simulations, les paramètres qui permettent de reproduire l'essai expérimental sont déterminés et donnés dans le tableau II.1. Les paramètres de calibrage de Tvergaard sont pris par défaut comme dans la plupart des études menées à ce sujet ( $q_1 = 1.5, q_2 = 1, q_3 = q_1^2$ ) et  $f_F = 0.15 + 2f_0$

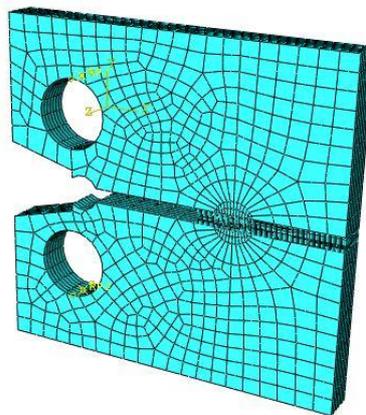
$f_0$	$f_N$	$f_c$	$\epsilon_N$	$S_N$
0.001	0.004	0.012	0.5	0.1

**Tableau II.1)** Paramètres du modèle GTN pour l'éprouvette de traction



**Figure II.3)** Comparaison entre expérimental et numérique pour l'éprouvette de traction

Ces paramètres sont ensuite utilisés pour réaliser des simulations d'essais CT (Compacts de Traction). Les dimensions de l'éprouvette sont données dans [136]. Le maillage de l'éprouvette CT est donné par la figure II.4. L'évolution de l'état de contrainte au sein de l'éprouvette CT et la cinétique d'apparition de la fissure sont illustrées par la figure II.5. La comparaison entre l'essai expérimental et la simulation numérique en termes de courbe force - CTOD est donnée par la figure II.6 et la comparaison en termes de courbe J-R est donnée par la figure II.7.



**Figure II.4)** Maillage de l'éprouvette CT

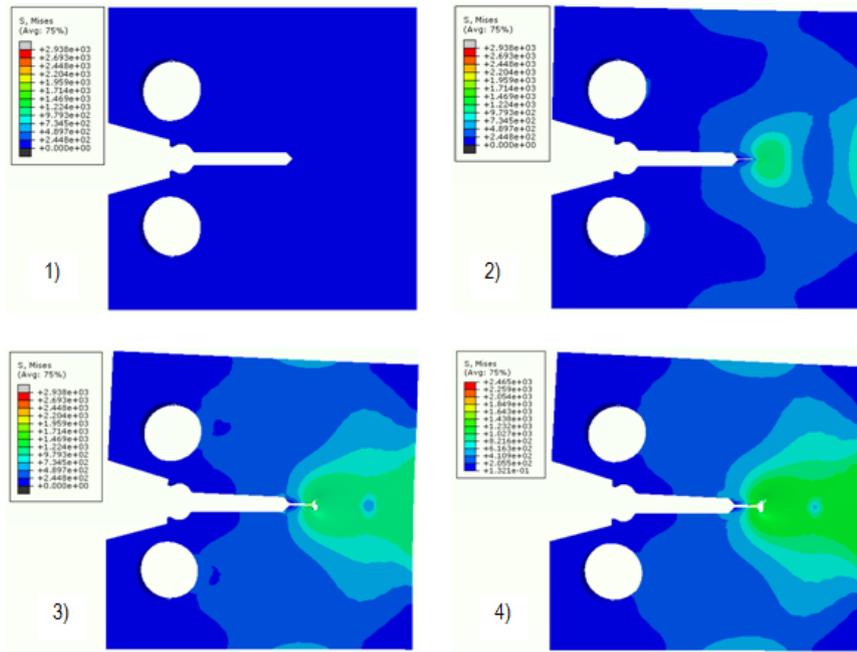


Figure II.5) Evolution de la contrainte dans l'éprouvette CT

D'après les résultats obtenus, nous pouvons constater que la simulation numérique reproduit les essais expérimentaux d'une manière satisfaisante. Bien que lors de l'utilisation du modèle GTN, le jeu de paramètres reproduisant le travail expérimental ne soit pas unique, le choix des paramètres se fait en concordance avec le comportement du matériau étudié.

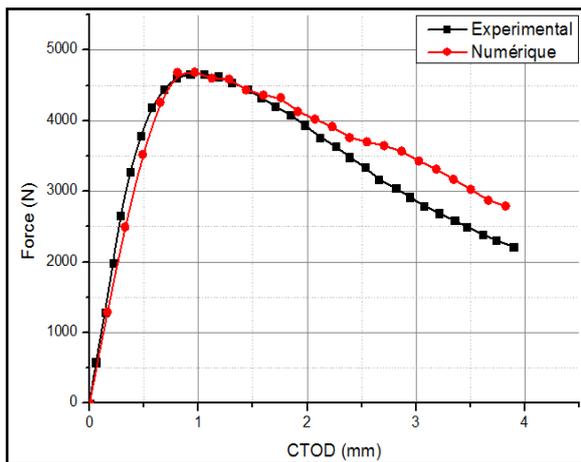


Figure II.6) Courbes de capacité (éprouvette CT)

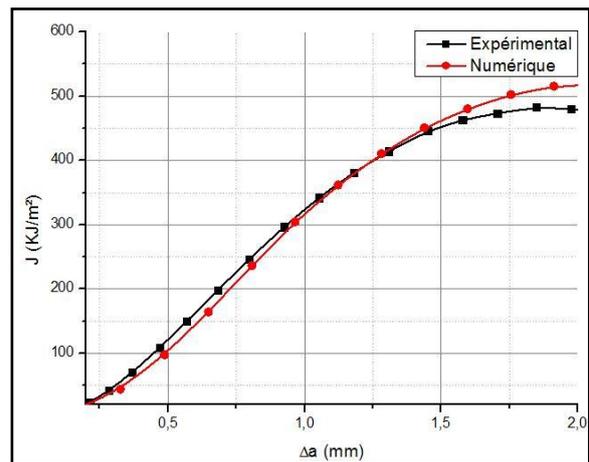


Figure II.7) Courbes R (éprouvette CT)

Nous pouvons constater que l'essai de traction est bien reproduit par le modèle GTN. Cette reproductibilité nous a permis de fixer les paramètres pour l'analyse de la rupture ductile. Les

mêmes paramètres sont utilisés pour simuler la rupture ductile d'une éprouvette CT. Nous pouvons constater que la reproductibilité est bonne malgré une légère dispersion vers la fin de l'essai, cela est dû à une plastification importante en pointe de fissure. Quand on traduit ces résultats en termes de courbe R, nous pouvons constater que les résultats expérimentaux et numériques sont concordants. Quant à l'unicité du jeu de paramètres, elle fera l'objet d'une étude exposée dans prochain chapitre.

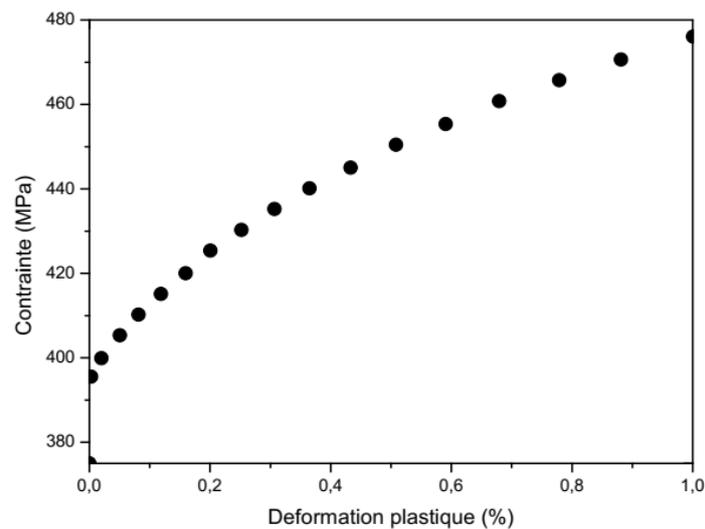
### **II.1.2 Relation entre la porosité et la ténacité à la rupture en utilisant le modèle de Rousselier**

Le but de cette partie est d'évaluer l'effet de la porosité initiale  $f_0$  sur la ténacité des tôles en acier inoxydable 316L. Des simulations du comportement à la rupture des éprouvettes Compactes de Traction (CT) sont réalisées impliquant quatre épaisseurs (0.8, 1, 1.25, 1.5 mm) et trois taux de porosité. Le modèle d'endommagement de Rousselier est utilisé pour simuler la rupture ductile. Sa fonction de charge est donnée par l'équation (II.2)

$$\Phi_{Rousselier} = \frac{\Sigma_{eq}}{\rho} - H(\varepsilon_{eq}^p) + B(\beta)D \exp\left(\frac{\Sigma_m}{\rho\sigma_1}\right) \quad (II.2)$$

Les détails concernant le modèle, ses paramètres et leur identification sont donnés dans le chapitre I. La ténacité à la rupture est ensuite évaluée par le biais de la courbe J-Résistance conformément à la norme ASTM E 1820-13. Plusieurs auteurs ont établi une relation entre l'approche locale et l'approche globale de mécanique de la rupture qui est représentée par l'intégrale-J [138] qui est évaluée via des standards [42, 47, 139, 140] ou par la méthode élément finis [33]. Il est communément reconnu que le paramètre 'J' présente une dépendance identifiée par plusieurs auteurs. Pardoen et al. [141, 142] ont étudié l'effet de taille des porosités sur la ténacité à la rupture des tôles minces en aluminium en effectuant des essais de traction sur des éprouvettes à double entaille de tension (DENT). Leur investigation a montré que la ténacité à la rupture dépend en effet de l'épaisseur, et la valeur critique de l'intégrale-J et celle du CTOD (Crack Tip Opening Displacement) constituent des mesures équivalentes pour des épaisseurs faibles. D'autres auteurs ont montré le rôle que joue la microstructure dans la ténacité du matériau. Judelewicz et al. [143] et Arzt [144] ont montré que le rôle que joue la microstructure dans les tôles minces est dû à des contraintes dimensionnelles et structurelles. Fan [145] a évalué la dépendance de la ténacité à la rupture par rapport à la taille du grain en utilisant des bases de données expérimentales proposant ainsi une relation semi empirique.

Dans cette partie, des simulations sur éprouvettes CT (compactes de traction) en acier inoxydable 316L sont réalisées. Le comportement en traction du matériau est donné par la figure II.8.



**Figure II.8)** Courbe contrainte-déformation en traction de l'acier inoxydable AISI 316L [146]

Ce matériau a été utilisé par Howells et al. [146] dans le but d'étudier l'effet de l'historique de chargement sur la rupture ductile d'un point de vue local. Le comportement mécanique de ce matériau est caractérisé par un module d'Young  $E = 171$  GPa, et un coefficient de poisson  $\nu = 0.294$ . A noter que la contrainte seuil supposée être la contrainte à 0.2% de déformation plastique est notée  $\sigma_0$ .

La fraction volumique initiale des cavités  $f_0$  est un paramètre important dans la caractérisation à la rupture, la relation de cette dernière avec la fraction volumique à la rupture  $f_c$  a été établie par Benseddiq et Imad [147]. L'influence de la porosité initiale sur la rupture ainsi que l'évolution de la fraction volumique jusqu'à la rupture a été démontrée par Zhang et al. [148]. Bethmont et al. [149] ont montré que la fraction volumique initiale des cavités peut être déterminée à partir de la fraction volumique des inclusions, cette dernière est généralement déterminée à partir d'observation microscopiques afin d'en extraire les dimensions des inclusions existantes.

Les paramètres utilisés dans cette étude pour le modèle de Rousselier sont donnés dans le tableau II.2.

$E$ (GPa)	$\nu$	$\sigma_0$ (MPa)	$f_0$	$f_f$	$D$	$\sigma_1$
171	0.294	375	Variable	0.2	3	500

**Tableau II.2)** Les paramètres utilisés pour le modèle de Rousselier

Cette investigation est réalisée en utilisant le solveur élément finis Abaqus [150]. Quatre épaisseurs sont choisies pour les éprouvettes CT. Pour chaque épaisseur (B) nous avons fait varier le taux de porosité initial trois fois ( $f_0 = 0.001, 0.005, 0.01$ ) pour vérifier l'influence de ce paramètre sur la ténacité à la rupture. Les dimensions des éprouvettes sont conformes à la norme ASTM E 1820-13[42]. la distribution de la contrainte de von Mises est donné par la figure II.9 et la déformation du maillage est donnée par la figure II.10. Les courbes de capacité (force-déplacement) sont données par les figures (II.11 à II.14).

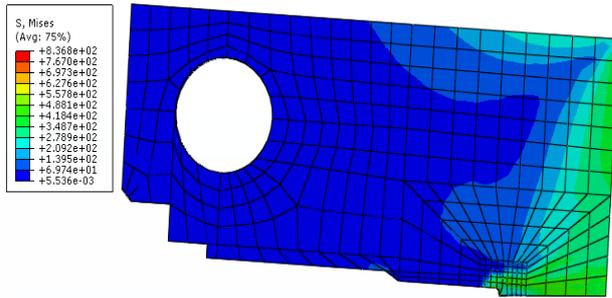


Figure II.9) Contrainte de von Mises dans l'éprouvette CT

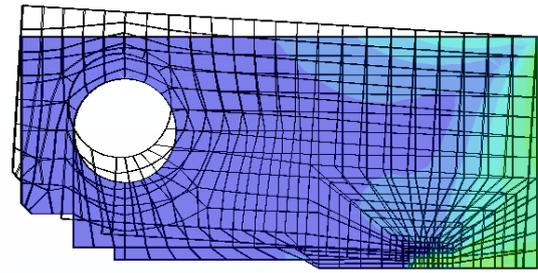


Figure II.10) Déformation du maillage après essai

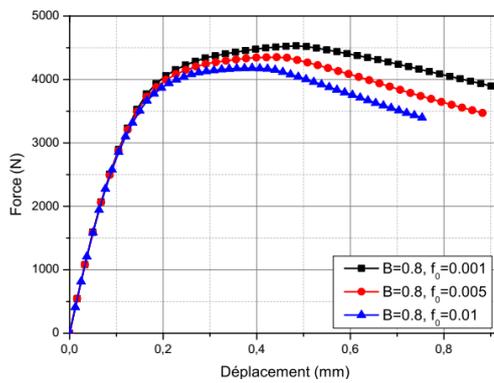


Figure II.11) Courbe force-déplacement CT0.8

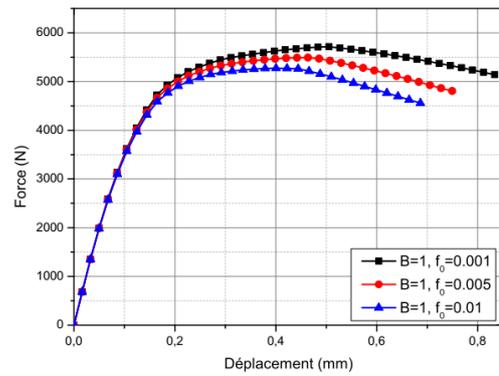


Figure II.12) Courbe force-déplacement CT1

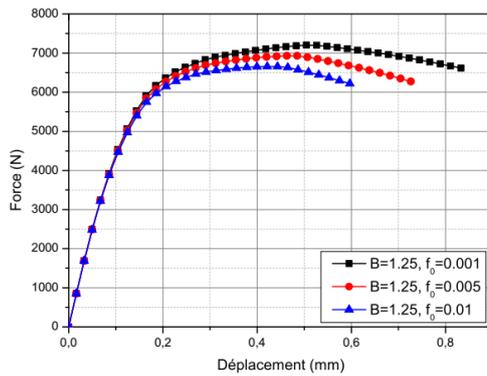


Figure II.13) Courbe force-déplacement CT1.25

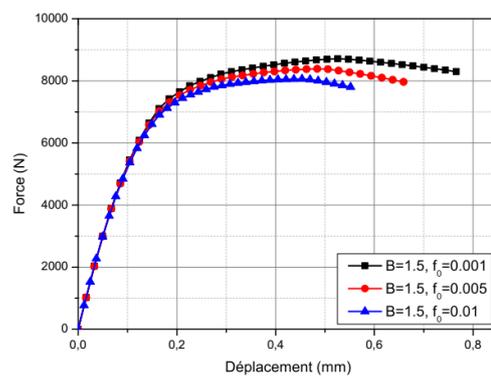


Figure II.14) Courbe force-déplacement CT1.5

Pour évaluer la ténacité à la rupture pour chaque cas de figure, nous avons utilisé la formulation de l'intégrale-J donnée par la norme ASTM E 1820-13 [42].

Les équations (I.11-I.16) sont écrites sous forme incrémentale par le biais d'un script Matlab dans le but de calculer la valeur critique de l'intégrale-J [151-154]. Les résultats obtenus en

termes de courbe J-R sont donnés par les figures (II.15 à II.18) et l'évolution de l'intégrale-J en fonction de la porosité et de l'épaisseur est donnée par la figure II.19.

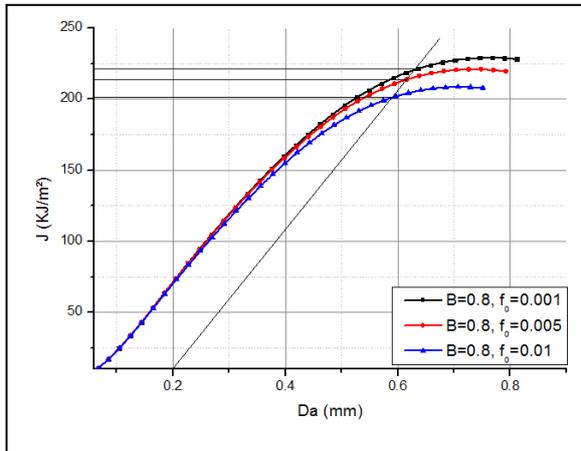


Figure II.15) Courbe J-R pour CT0.8

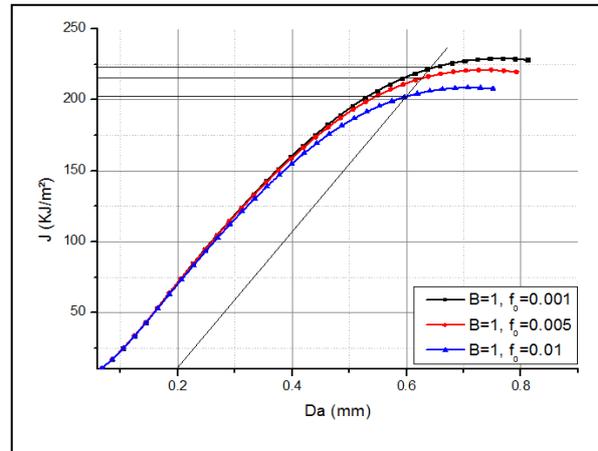


Figure II.16) Courbe J-R pour CT1

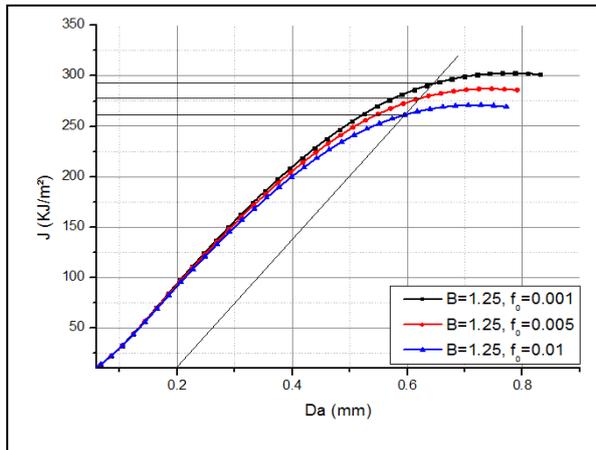


Figure II.17) Courbe J-R pour CT1.25

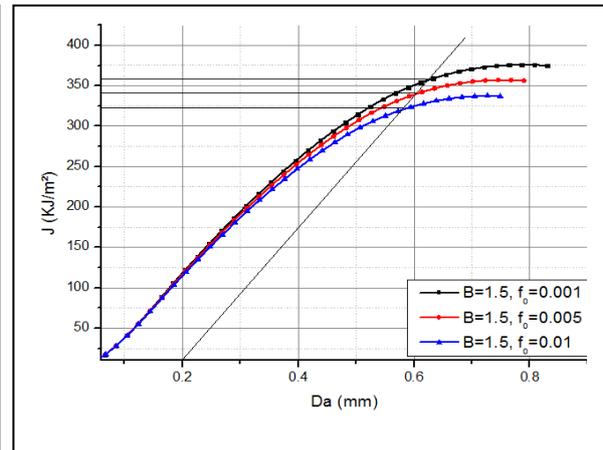
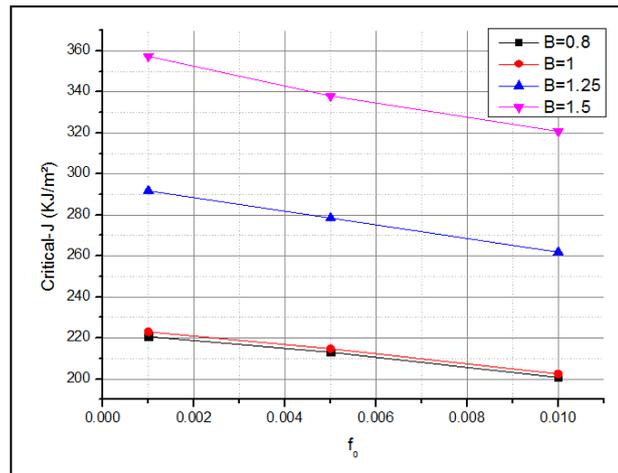


Figure II.18) Courbe J-R pour CT1.5

A partir des résultats obtenus avec les différentes simulations, nous pouvons constater que la fraction volumique initiale des cavités  $f_0$  a un impacte important sur le comportement global du matériau. L'influence de ce paramètre augmente avec l'augmentation de l'épaisseur de l'éprouvette. A partir des courbes illustrées par les figures (II.11-II.14) on peut voir que la rupture finale surgit plus vite quand l'épaisseur est plus importante malgré une capacité plus importante, ceci est le résultat de l'augmentation du nombre de défauts présents avec l'augmentation de l'épaisseur.



**Figure II.19)** Evolution de  $J_c$  en fonction de  $f_0$  et de l'épaisseur

On peut aussi constater que l'augmentation de la fraction volumique augmente la vitesse de rupture du matériau, ceci peut être dû à une augmentation de la vitesse de coalescence des cavités mentionnée par Zhang et al. [148]. Ces résultats sont confirmés par ceux obtenus en termes d'énergie de rupture qui sont donnés par les figures (II.15-II.18). A partir de ces courbes, nous pouvons voir que la valeur critique de l'intégrale-J (initiation de la fissure) diminue avec une porosité initiale plus importante. L'autre constatation est que la valeur critique de l'intégrale-J est aussi dépendante de l'épaisseur de l'éprouvette et cette dépendance est mentionnée dans des études préalables [155, 156]. La figure II.19 donne l'évolution de la valeur critique de l'intégrale-J en fonction de  $f_0$  pour chaque épaisseur d'éprouvette. Nous pouvons constater que la valeur critique de l'intégrale-J diminue de façon linéaire et que la diminution est d'autant plus importante que l'épaisseur augmente. Nous pouvons donc en conclure que la valeur critique de l'intégrale-J et la fraction volumique initiale des cavités sont inversement proportionnelles.

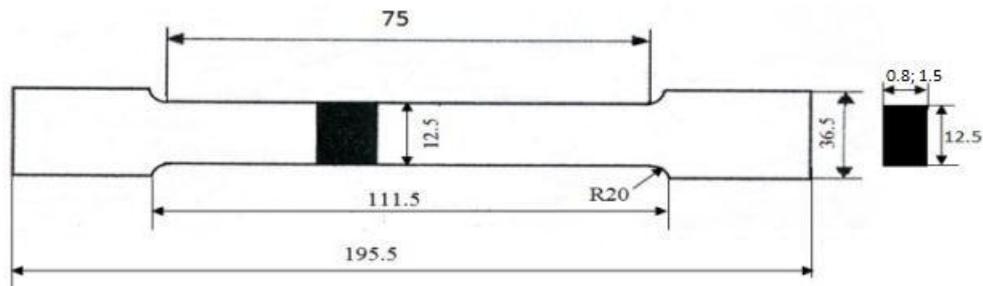
## II.2 Etude expérimentale et numérique de la rupture ductile des tôles en acier inoxydable

### II.2.1 Caractérisation mécanique

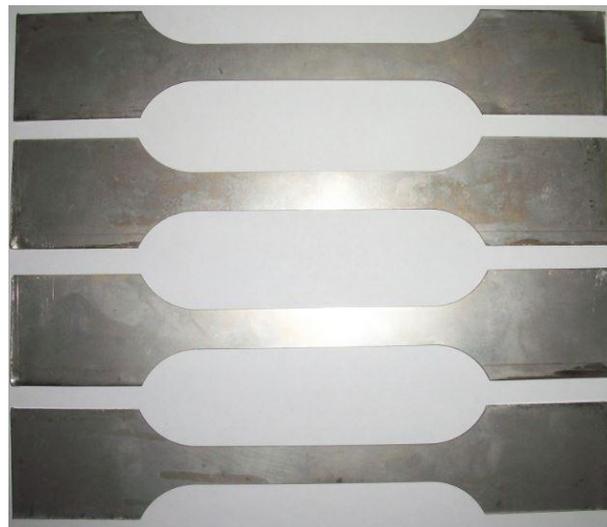
Cette étape est nécessaire afin de déterminer les caractéristiques mécaniques des tôles étudiées. Les propriétés chimiques sont données par le tableau II.3. Les éprouvettes de traction sont découpées par électroérosion conformément à la norme européenne EN-10002-1 [157]. Les dimensions sont données par la figure II.20. La forme et les dimensions des éprouvettes testées est donnée par la figure II.21.

Désignation	C %	Si %	Mn %	P %	S %	Cr %	Ni %	N %
Proportion	0.019	0.40	1.83	0.031	0.004	18.1	8.1	0.053

**Tableau II.3)** Propriétés chimiques des tôles étudiées

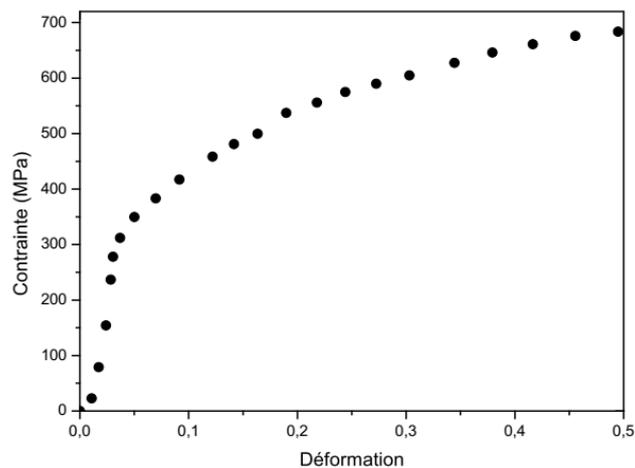


**Figure II.20)** Les dimensions des éprouvettes de traction



**Figure II.21)** Les éprouvettes testées

Des essais de traction sont réalisés sur les éprouvettes illustrées par la figure II.21. Toutes les éprouvettes testées donnent la même courbe contrainte-déformation qui est illustrée par la figure II.22. Toutes les courbes obtenues sont données dans l'annexe A. Les détails des propriétés mécaniques sont donnés dans le tableau II.4.



**Figure II.22)** Courbe contrainte-déformation des tôles AISI 304L

A noter que les essais sont réalisés sur une machine de traction avec une vitesse de sollicitation de 2 mm/min afin d'assurer des conditions statiques. Les paramètres de la loi d'écrouissage sont ensuite déterminés suivant une loi de type Ramberg-Osgood :

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ \sigma = E\varepsilon_e & \text{Si } \sigma \leq \sigma_y \\ \sigma = \sigma_y + k\varepsilon_p^n & \text{Si } \sigma > \sigma_y \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Avec  $k$  : coefficient de ductilité et  $n$  : exposant d'écrouissage.

$E$ (MPa)	$R_{p0.2\%}$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$A$ %	$K$ (MPa)	$n$
178178	374	693	60	594	0.75

**Tableau II.4)** Propriétés mécaniques des tôles étudiées

La rupture de l'éprouvette s'est produit au niveau de la zone utile comme le montre la figure II.23. Toutes les éprouvettes testées ont subi une rupture à 45° (Annexe A), ceci correspond à la localisation de la déformation plastique et à la formation de bandes de cisaillement.



**Figure II.23)** Rupture de l'éprouvette de traction

### **II.2.2 Etude de l'effet de contrainte sur la ténacité à la rupture**

L'objectif est d'étudier l'effet de contrainte sur la résistance à la rupture des tôles en acier inoxydable. Les éprouvettes de type CT (Compactes de Traction) sont choisies. Le choix s'est fait par rapport à la complexité de la réponse de l'essai. En effet, la déformation de l'éprouvette implique de la traction et de la flexion. 04 longueurs initiales d'entaille ont été choisies pour chaque épaisseur mais des problèmes au niveau de l'usinage nous ont réduit à en utiliser 04 seulement pour la tôle de 1.5 mm d'épaisseur. Pour le reste des épaisseurs, 03 rapports ont été étudiés, avec ( $a$  : la longueur initiale de l'entaille et  $w$  est la largeur du ligament).

Les dimensions des éprouvettes testées pour les 03 différentes épaisseurs sont données dans les figures (II.24- II.27). Les éprouvettes testées sont données dans la figure II.28.

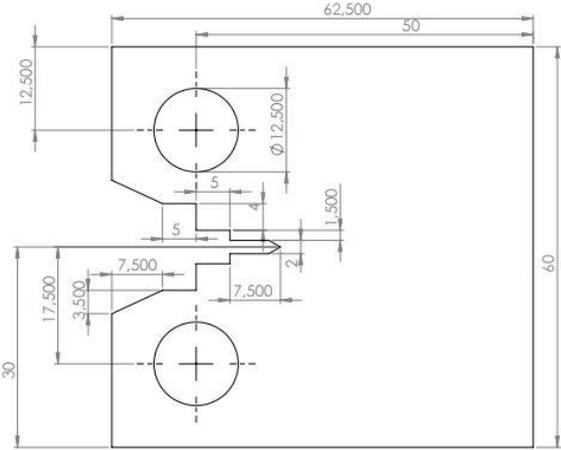


Figure II.24) Dimensions de CT  
(a/w=0.2)

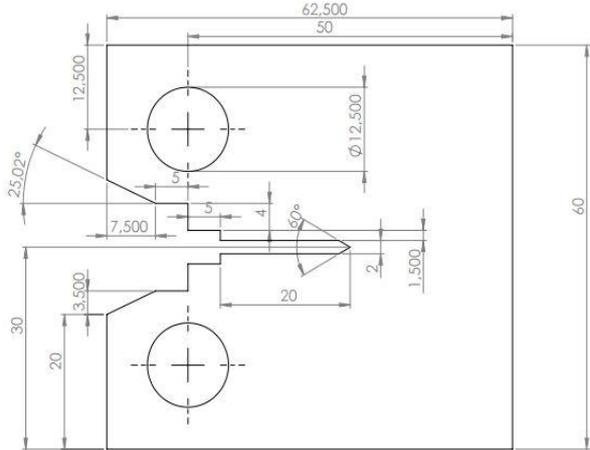


Figure II.25) Dimensions de CT  
(a/w=0.4)

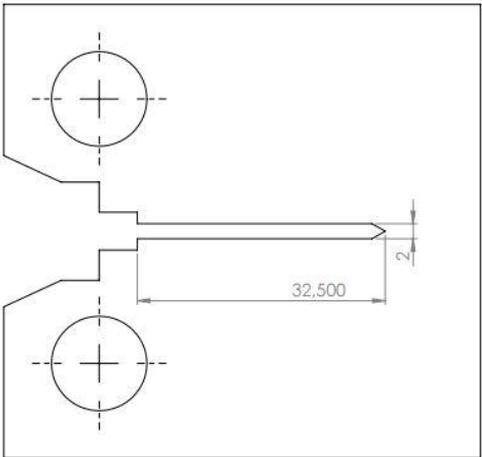


Figure II.26) Dimensions de CT  
(a/w=0.6)

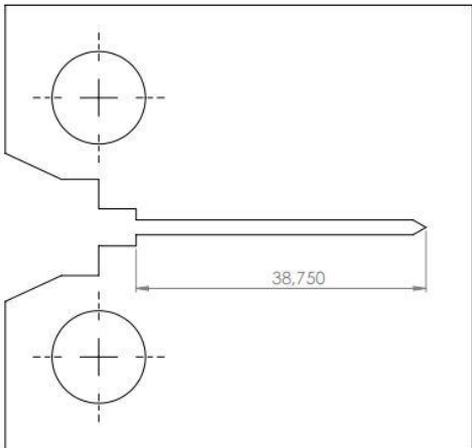


Figure II.27) Dimensions de CT  
(a/w=0.75)



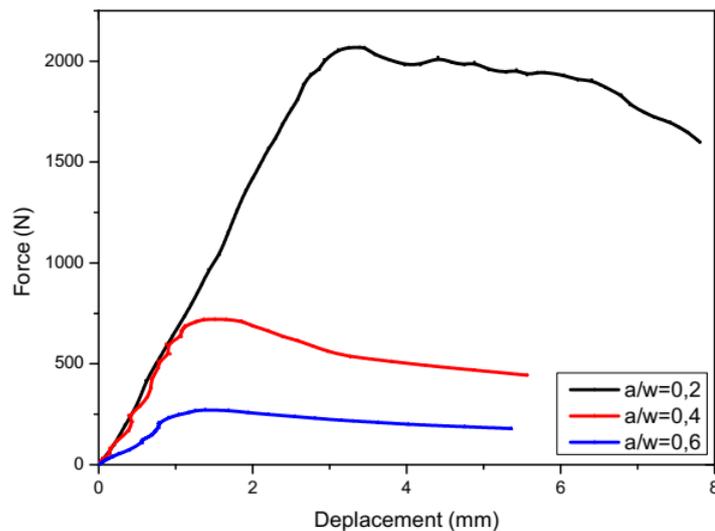
Figure II.28) Eprouvettes CT testées

Comme pour les essais de traction (caractérisation mécanique), les conditions d'essai statique ont été adoptées avec une vitesse de sollicitation de 2 mm/min. La machine de traction utilisée n'est pas adaptée à un essai CT, un dispositif adéquat à cet essai a donc été réalisé afin de mener à bien ces essais. La figure II.29 montre l'essai CT en pleine exécution.

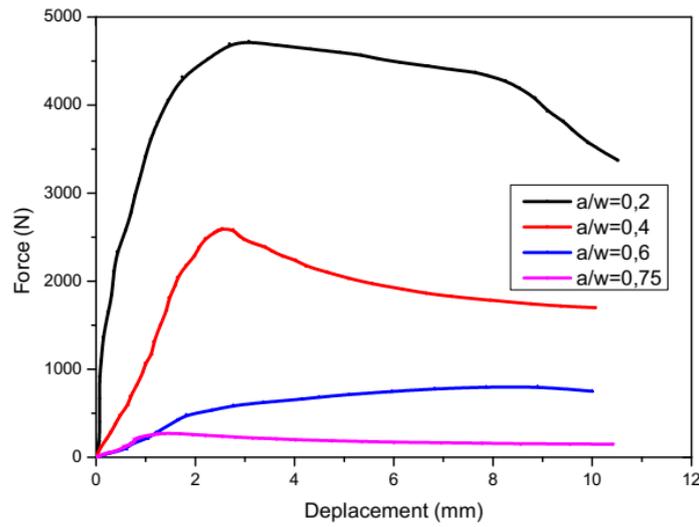


**Figure II.29)** Essai CT en utilisant le dispositif adapté à la machine de traction

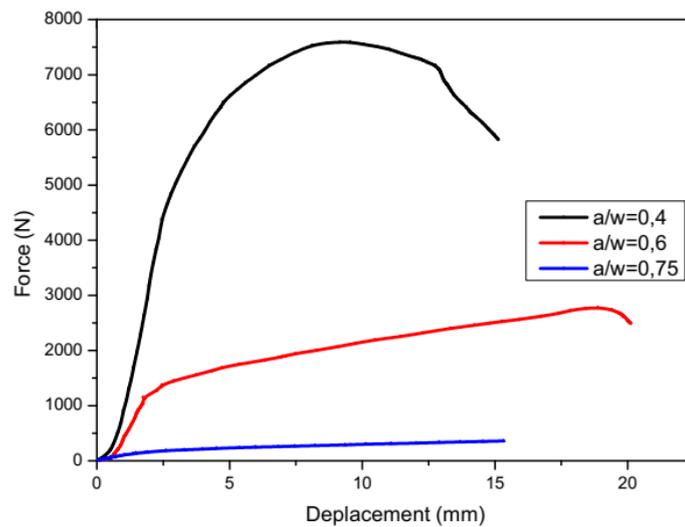
Les résultats obtenus en termes de courbes force-déplacement sont donnés par la figure II.30 pour les CT 0.8, II.31 pour les CT 1.5 et II.32 pour les CT 3.



**Figure II.30)** Courbes force-déplacement pour les CT0.8



**Figure II.31)** Courbes force-déplacement pour les CT1.5

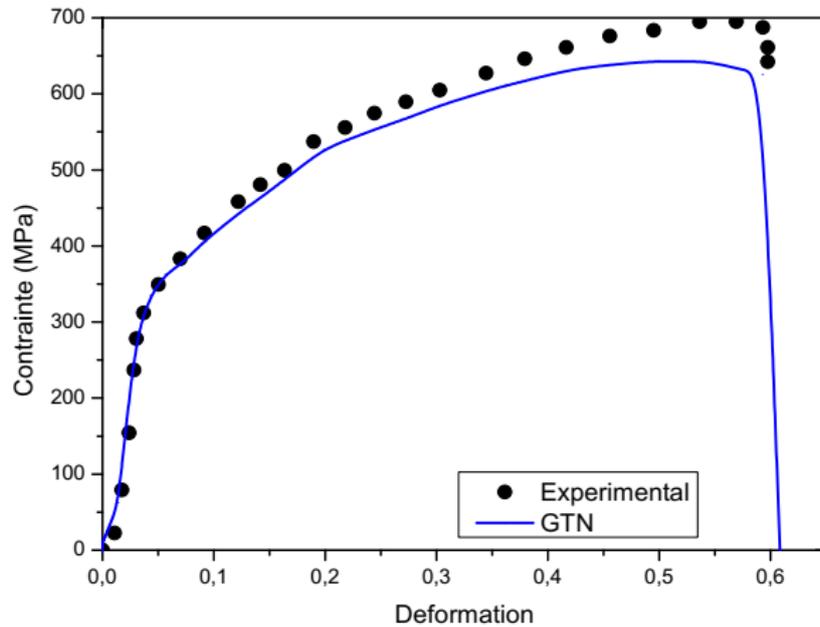


**Figure II.32)** Courbes force-déplacement pour les CT3

Afin d'obtenir la courbe J-R, une approche hybride est utilisée. Des simulations numériques sont réalisées en utilisant le modèle GTN dont la fonction de charge a été donnée par l'équation II.1. Les paramètres du modèle sont calibrés à partir d'un essai de traction, ces derniers sont donnés par le tableau II.5. Les résultats en termes de courbe contrainte-déformation sont donnés par la figure II.33.

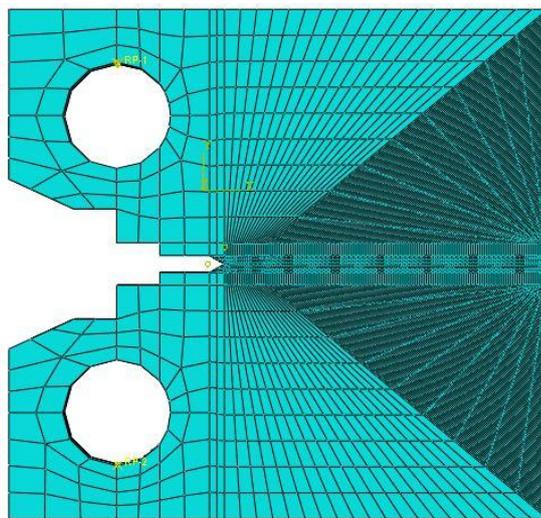
$f_0$	$f_N$	$f_c$	$f_F$	$\varepsilon_N$	$S_N$
0.0006	0.004	0.012	0.02	0.3	0.1

**Tableau II.5)** Paramètres du modèle GTN pour AISI 304L

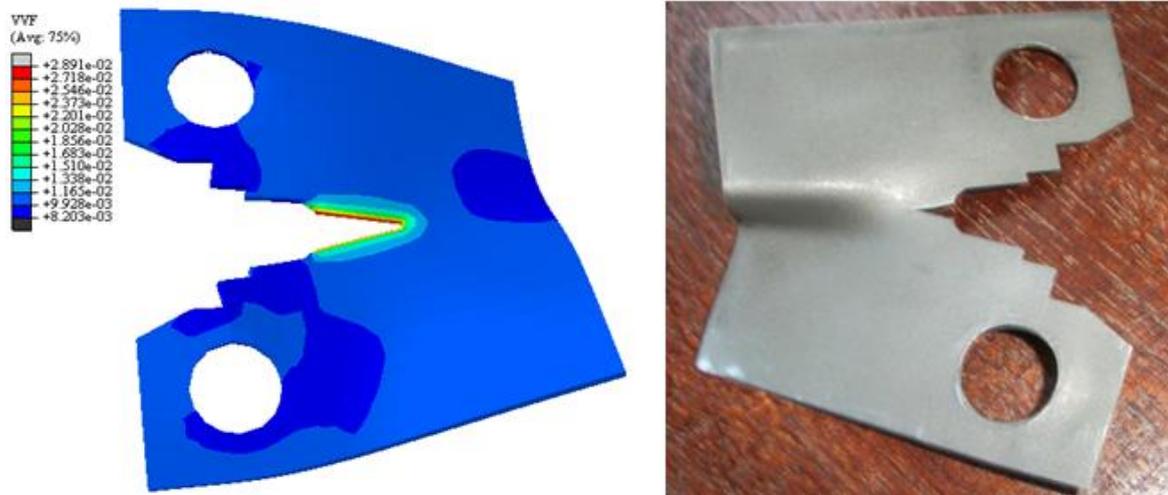


**Figure II.33)** Courbes contrainte-déformation expérimentale et numérique

La propagation de la fissure est déterminée numériquement par érosion des éléments au niveau du modèle élément finis. Le maillage des éprouvettes CT est donné par la figure II.34 avec une densité bien plus importante à proximité de la fissure et la où la propagation de la fissure est suspectée pour une meilleure estimation. La comparaison entre la rupture des éprouvettes lors des essais expérimentaux et les simulations numériques est donnée par la figure II.35. Nous pouvons constater au-delà de la rupture de l'éprouvettes qu'il y a un flambement à l'autre extrémité résultant de la faible épaisseur des éprouvettes, chose qui est fidèlement reproduite lors des simulations. Une fois les courbes de capacité ainsi que les informations sur la propagation des fissures disponibles, la démarche donnée par la norme ASTM E 1820 a été utilisée pour déterminer les courbes J-R pour chaque cas de figure.

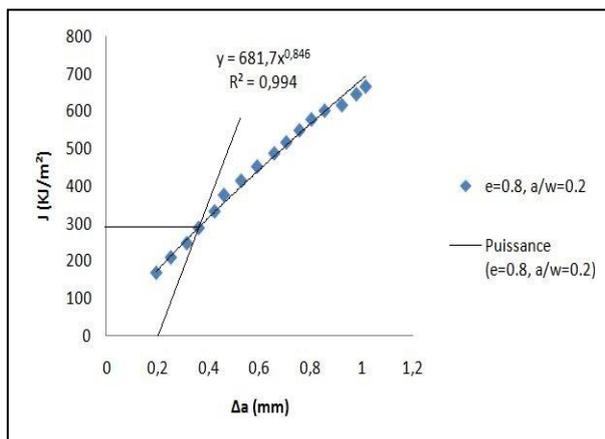


**Figure II.34)** Maillage élément finis des éprouvettes CT

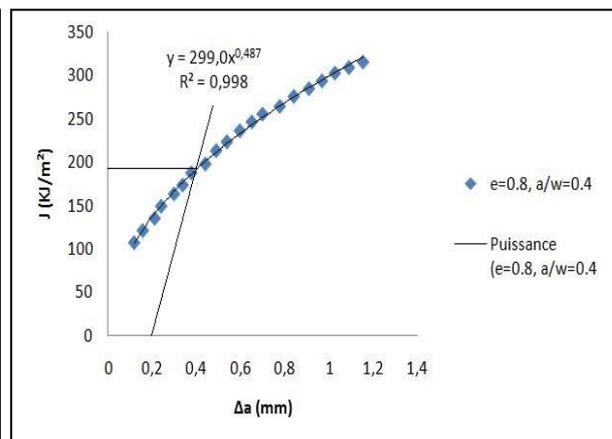


**Figure II.35)** Comparaison entre expérimental et numérique pour la rupture de l'éprouvettes CT

Conformément à la méthode détaillée dans le chapitre I en considérant le principe d'érousement et en prenant en considération sa droite. La détermination de  $J_c$  se fait à  $\Delta a = 0.2$  mm comme recommandé par la norme ASTM. La courbe J-R est évaluée séparément pour chaque cas de figure et  $J_{IC}$  est aussi obtenu par la même démarche. Les résultats obtenus sont illustrés par les figures suivantes :



**Figure II.36)** Courbe J-R pour  $b=0.8$ ,  $a/w=0.2$



**Figure II.37)** Courbe J-R pour  $b=0.8$ ,  $a/w=0.4$

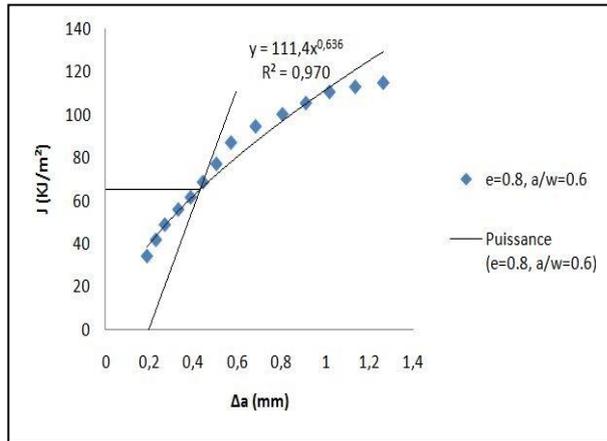


Figure II.38) Courbe J-R pour  $b=0.8$ ,  
 $a/w=0.6$

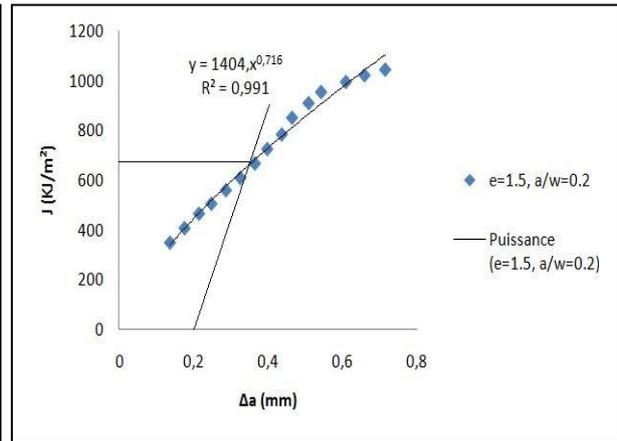


Figure II.39) Courbe J-R pour  $b=1.5$ ,  
 $a/w=0.2$

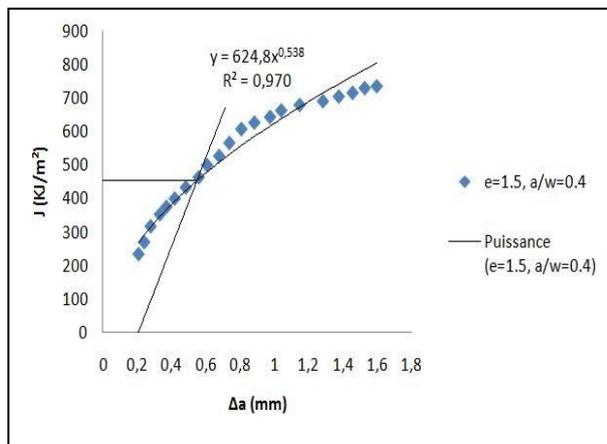


Figure II.40) Courbe J-R pour  $b=1.5$ ,  
 $a/w=0.4$

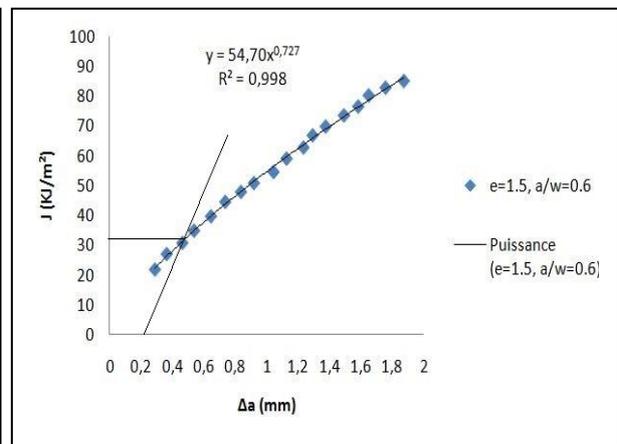


Figure II.41) Courbe J-R pour  $b=1.5$ ,  
 $a/w=0.6$

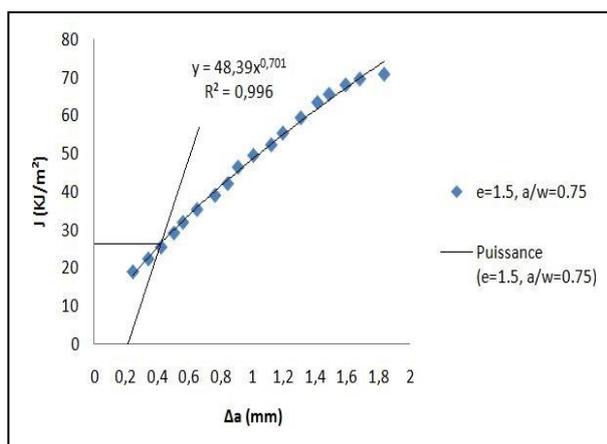


Figure II.42) Courbe J-R pour  $b=1.5$ ,  
 $a/w=0.75$

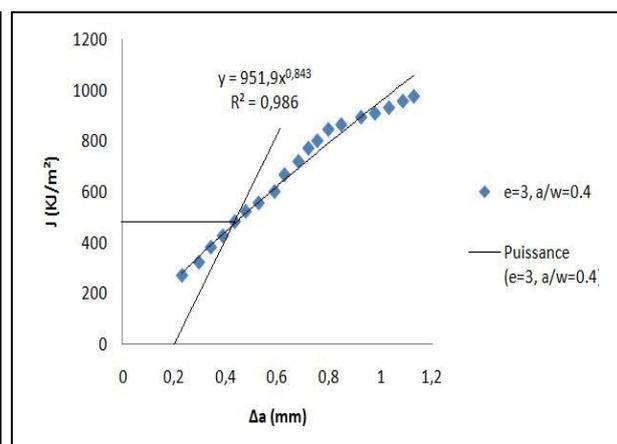


Figure II.43) Courbe J-R pour  $b=3$ ,  
 $a/w=0.4$

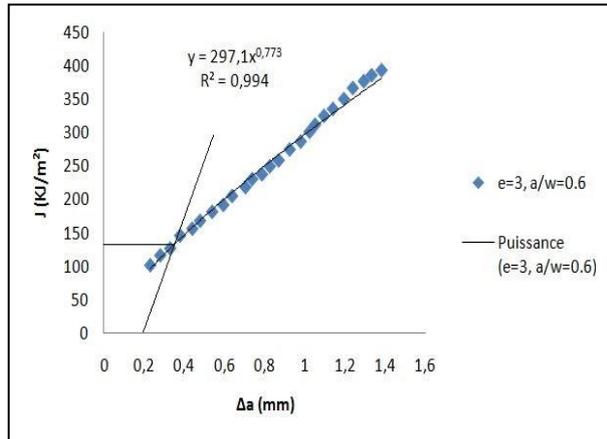


Figure II.44) Courbe J-R pour  $b=3$ ,  $a/w=0.6$

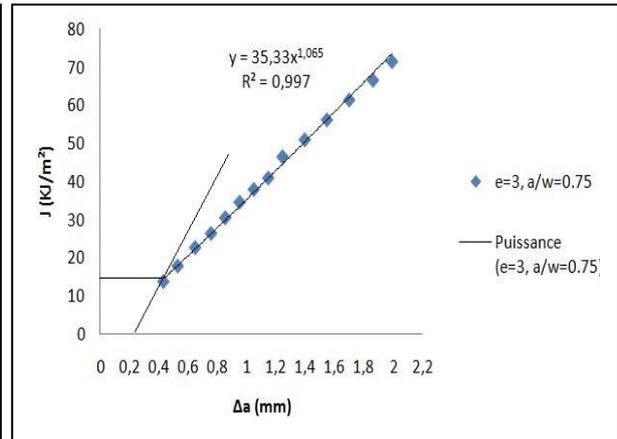


Figure II.45) Courbe J-R pour  $b=3$ ,  $a/w=0.75$

Le but de cette partie est de déterminer l'effet de la variation des paramètres géométriques sur l'évaluation de la ténacité à la rupture, et aussi pour vérifier si une tendance particulière s'établit quand on superpose l'énergie de rupture aux paramètres géométriques. Les valeurs obtenues pour  $J_{IC}$  pour chaque cas de figure sont données par le tableau II.6

$b, a/w$	0.2	0.4	0.6	0.75
0.8	291	192	65	
1.5	673	459	31	26
3		462	133	15

Tableau II.6) Evolution de  $J_{IC}$  ( $KJ/m^2$ ) en fonction des paramètres géométriques

L'évolution de la ténacité à la rupture en fonction du ratio  $a/w$  est donnée par la figure II.46

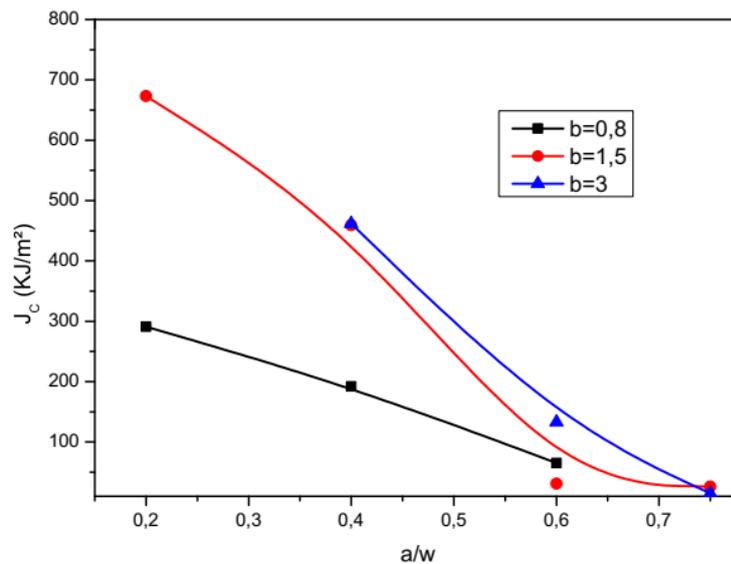


Figure II.46) Evolution de  $J_{IC}$  en fonction de  $a/w$  pour les 03 épaisseurs

A partir des résultats obtenus, nous pouvons constater que le paramètre global  $J$  est dépendant des paramètres géométriques et de l'effet de contrainte et que cette dépendance peut être quantifiée. Les mêmes conclusions peuvent être faites que celles que nous trouvons dans le travail critique de Neimitz [158]. Pour un faible ratio  $a/w$ , la ténacité à la rupture est élevée et proportionnelle à l'épaisseur. A partir d'un ratio de  $a/w=0.5$ , la variation de la ténacité est insignifiante en fonction de l'épaisseur. Nous pouvons constater dans le présent travail que pour  $a/w=0.6$ , la variation de  $J_c$  est faible. Dans les travaux antérieurs [158], il a été noté que dans certains cas, cette valeur pourrait baisser avec l'augmentation de l'épaisseur. La ténacité à la rupture obtenue pour un ratio  $a/w=0.75$  et une épaisseur de 1.5mm est supérieure à la ténacité obtenue pour 3mm. Nous pouvons conclure que le paramètre  $J_c$  est difficile à utiliser pour caractériser la rupture ductile au vu de sa dépendance géométrique qui est importante.

### **II.2.3 Détermination du travail essentiel de rupture (EWF)**

Plusieurs auteurs considèrent que le travail essentiel de rupture peut être utilisé comme critère intrinsèque de rupture à condition que l'épaisseur des éprouvettes soit assez faible. Les détails sur la méthode ainsi que l'historique sont donnés dans le 1er chapitre. Le but de cette partie est de déterminer le travail essentiel de rupture pour le matériau étudié impliquant deux épaisseurs (0.8 et 1.5 mm). Une validation numérique est également proposée comme validation de la méthode expérimentale par le biais d'une modélisation par zone cohésive.

#### **II.2.3.1 Procédure expérimentale**

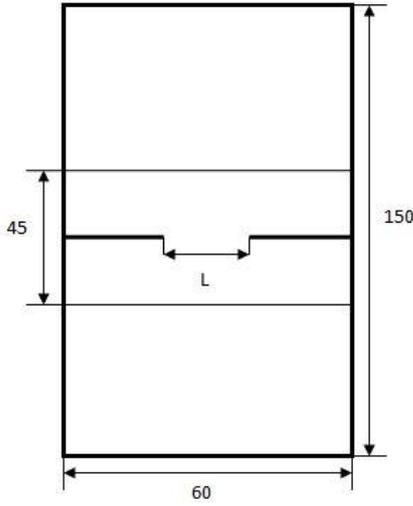
Pour l'évaluation du travail essentiel de rupture, nous avons opté pour des éprouvettes DENT. La longueur de la jauge est de 45 mm conformément aux travaux réalisés au préalable. Quatre longueurs de ligament sont choisies pour chaque épaisseur (5, 9, 13, 17 mm). Les limites inférieures et supérieures sont respectées lors de l'élaboration des éprouvettes, ces dernières sont découpées par électroérosion. Les entailles ont toutes le même diamètre qui est celui du fil estimé à 0.25 mm. Les dimensions des éprouvettes DENT sont données par la figure II.47 et les éprouvettes testées sont données par la figure II.48.

#### **II.2.3.2 Analyse élément finis**

Le comportement élastique du matériau est donné par la relation de Hooke liant la contrainte à la déformation :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \quad (\text{II.4})$$

Les propriétés d'écrouissage du matériau sont décrites par une loi en puissance de type Ramberg-Osgood



**Figure II.47)** Dimensions des éprouvettes DENT

**Figure II.48)** Eprouvettes DENT testées

$$\varepsilon = \left( \frac{\sigma_y}{E} \right) \left( \frac{\sigma}{\sigma_y} \right)^{1/N} \quad \sigma > \sigma_y \quad (\text{II.5})$$

Pour ce qui est du modèle de zone cohésive, une loi de traction-séparation est adoptée. Les déformations nominales sont définies comme suit :

$$\varepsilon_n = \frac{\delta_n}{T_0}, \varepsilon_s = \frac{\delta_s}{T_0}, \varepsilon_t = \frac{\delta_t}{T_0} \quad (\text{II.6})$$

$\delta_n, \delta_s, \delta_t$  sont les séparations et  $T_0$  est l'épaisseur initiale du cohésif. Le comportement élastique est défini comme suit :

$$t = \begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \\ t_t \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} E_{nn} & E_{ns} & E_{nt} \\ E_{ns} & E_{ss} & E_{st} \\ E_{nt} & E_{st} & E_{tt} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_s \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} = E \cdot \varepsilon \quad (\text{II.7})$$

L'initiation de l'endommagement est obtenue par la condition suivante :

$$\max \left\{ \frac{\langle t_n \rangle}{t_n^0}, \frac{t_s}{t_s^0}, \frac{t_t}{t_t^0} \right\} = 1 \quad (\text{II.8})$$

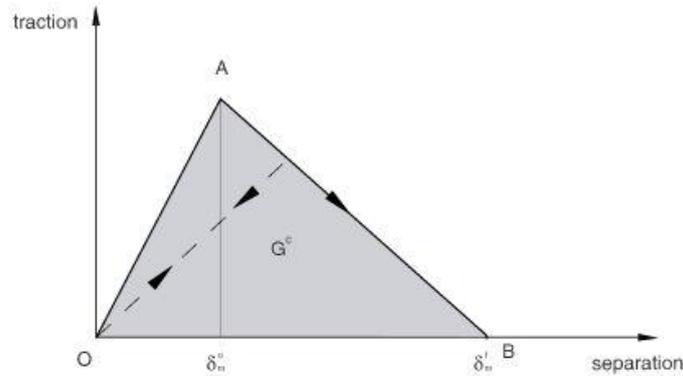
Quant à l'évolution de l'endommagement, elle est pilotée par une variable  $D$ , elle est définie comme suit :

$$\begin{aligned}
 t_n &= \begin{cases} (1-D)\tilde{t}_n, & \tilde{t}_n \geq 0 \\ t_n & \text{ailleurs} \end{cases} \\
 t_s &= (1-D)\tilde{t}_s \\
 t_t &= (1-D)\tilde{t}_t
 \end{aligned}
 \tag{II.9}$$

La définition de l'évolution de l'endommagement consiste à représenter l'allure avec laquelle l'endommagement évolue après initiation. Dans cette étude, nous avons opté pour un modèle dont l'endommagement est basé sur l'énergie de rupture, cette dernière est égale à l'aire sous la courbe traction-séparation (figure II.49). Elle est donnée par la relation suivante :

$$D = \int_{\delta_m^0}^{\delta_m^f} \frac{T_{eff} d\delta}{G^c - G_0}
 \tag{II.10}$$

Où :  $T_{eff}$  et  $\delta$  sont respectivement la traction effective et le déplacement effectif et  $G_0$  est l'énergie élastique à l'initiation de l'endommagement



**Figure II.49)** La réponse en traction-séparation basée sur l'énergie de rupture [159]

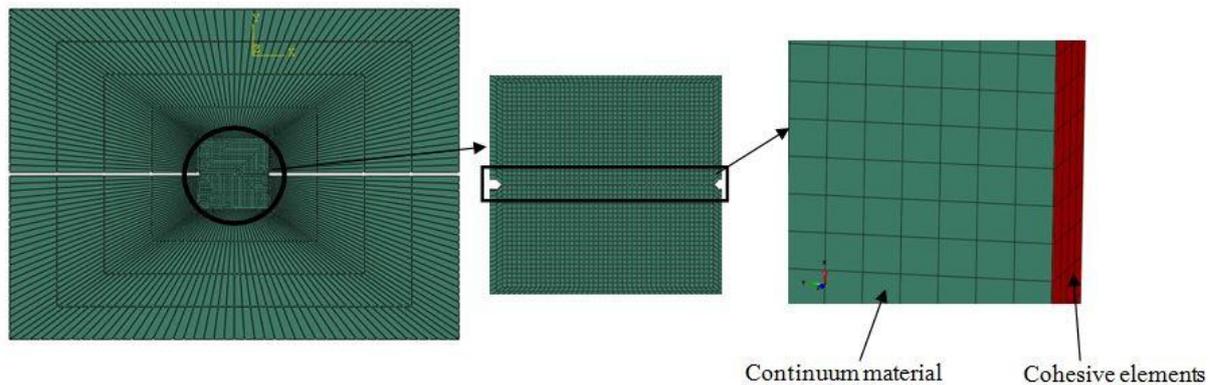
Un autre paramètre est utilisé, c'est la régularisation visqueuse (notée  $D_v$ ). L'utilisation de ce paramètre est recommandée afin de s'affranchir des problèmes de convergence [159].

$$\dot{D}_v = \frac{1}{\mu} (D - D_v)
 \tag{II.11}$$

Avec :  $\mu$  qui est un paramètre de viscosité

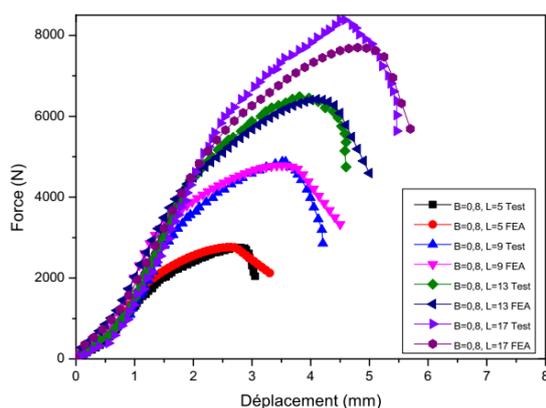
En optant pour l'énergie de rupture comme critère d'évolution de l'endommagement, le nombre de paramètres est réduit à deux. La contrainte cohésive maximale et l'énergie de rupture. Le déplacement à la séparation est obtenu automatiquement par corrélation entre l'aire sous la courbe traction-séparation et la contrainte cohésive maximale. Cette dernière est prise comme étant la contrainte à la rupture qui est estimée à 693 MPa et l'énergie de rupture qui est choisie au cas par cas dans un souci de reproductibilité des résultats expérimentaux obtenus. Lors de l'analyse élément finis, seule la zone utile nécessite d'être modélisée. Un

maillage C3D8R : tridimensionnel avec des éléments linéaires à huit nœuds avec intégration réduite est choisi pour la partie continue avec raffinement au niveau du ligament pour une meilleure évaluation du taux de contraintes et une bonne illustration de la déformation avant rupture. Pour la partie cohésive, elle est maillée avec des éléments COH3D8 : éléments cohésifs tridimensionnels. Le maillage de l'éprouvette  $b=1.5$  mm et  $L=9$  mm est donné dans la figure II.50.

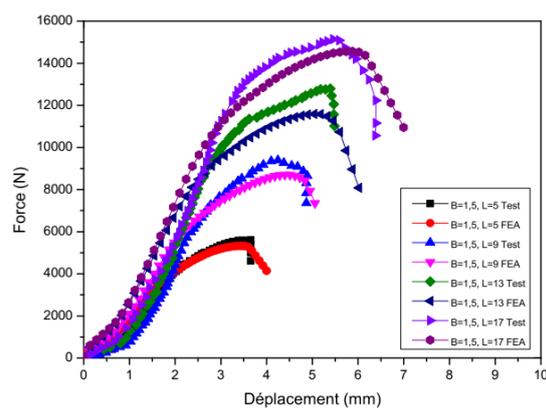


**Figure II.50)** Maillage élément finis des éprouvettes DENT

Les essais DENT sont menés sur les éprouvettes dont les dimensions sont données au préalable sur machine de traction Instron avec une vitesse de sollicitation de 2 mm/min. Pour chaque essai et des simulations numériques sont effectuées en utilisant un modèle de type traction-séparation. Les résultats obtenus en termes de courbes force-déplacement de la ligne de charge sont donnés par les figures II.51 et II.52. Des essais DENT ont été réalisés sur des éprouvettes de 3 mm d'épaisseur mais les résultats obtenus ne concordent pas avec le principe du travail essentiel de rupture. Les détails de ces essais sont donnés dans l'annexe B.



**Figure II.51)** Comparaison entre essais et AEF pour DENT0.8



**Figure II.52)** Comparaison entre essais et AEF pour DENT1.5

A partir des essais expérimentaux, le travail essentiel de rupture est déterminé pour les deux épaisseurs impliquées dans cette étude. Les résultats obtenus sont donnés dans la figure II.53.

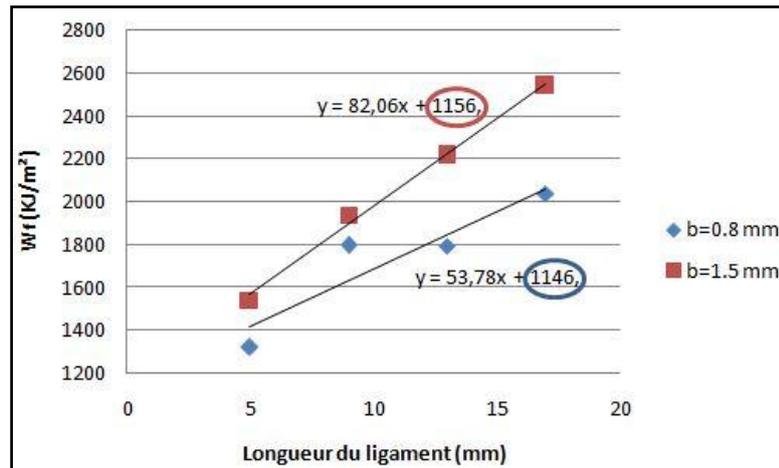


Figure II.53) Travail essentiel de rupture obtenu à partir des essais DENT

De la même manière, le travail de séparation est obtenu. L'énergie de rupture en utilisant un modèle de zone cohésive est représentée par l'aire sous la courbe traction-séparation. Une extrapolation au ligament zéro est réalisée pour les deux épaisseurs. Les résultats obtenus sont donnés par la figure II.54. Des comparaisons entre les essais expérimentaux et l'analyse élément finis en termes de chargement ultime et de déplacement effectif (ce qui peut se traduire par la modélisation de la rupture de la zone cohésive par le déplacement à la séparation) ainsi qu'une extrapolation au ligament zéro sont présentées respectivement dans les figures II.55 et II.56.

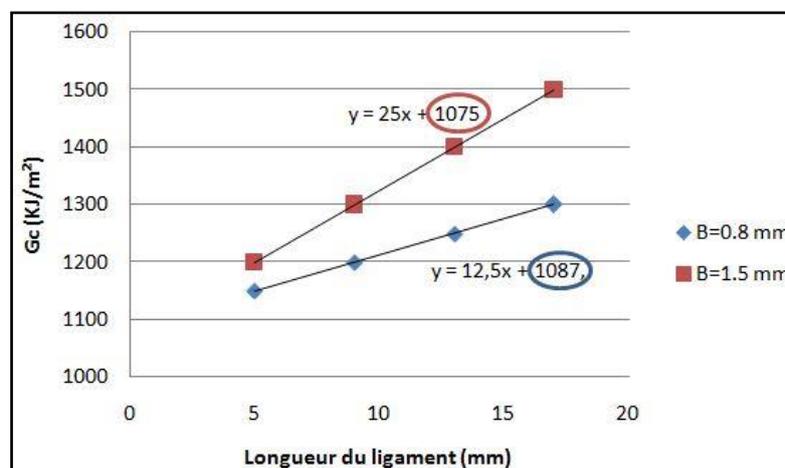


Figure II.54) Travail essentiel de séparation obtenu en utilisant le modèle de zone cohésive

La comparaison entre les résultats expérimentaux et les simulations de la rupture des éprouvettes DENT est donnée par la figure II.57.

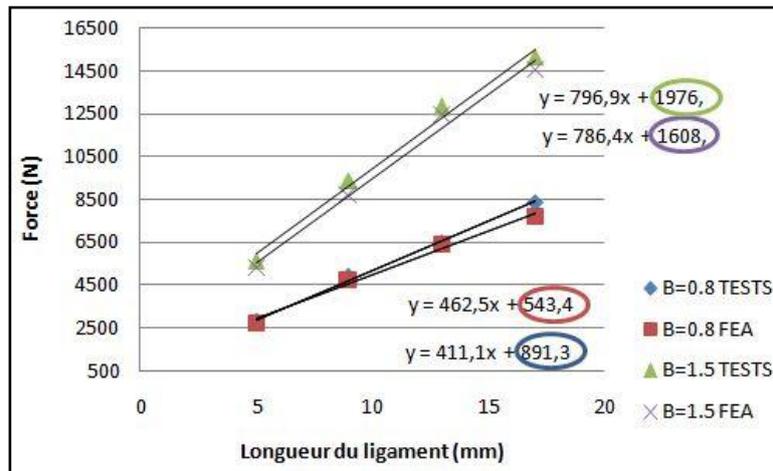


Figure II.55) Charge maximale en fonction de la longueur du ligament

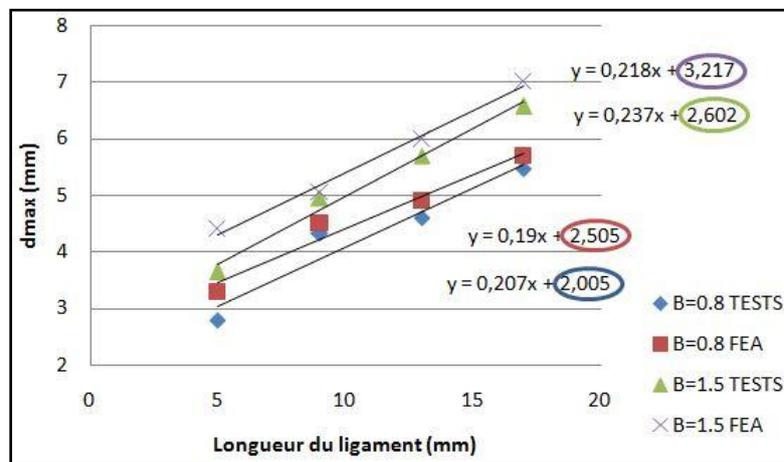


Figure II.56) Charge maximale en fonction de la longueur du ligament

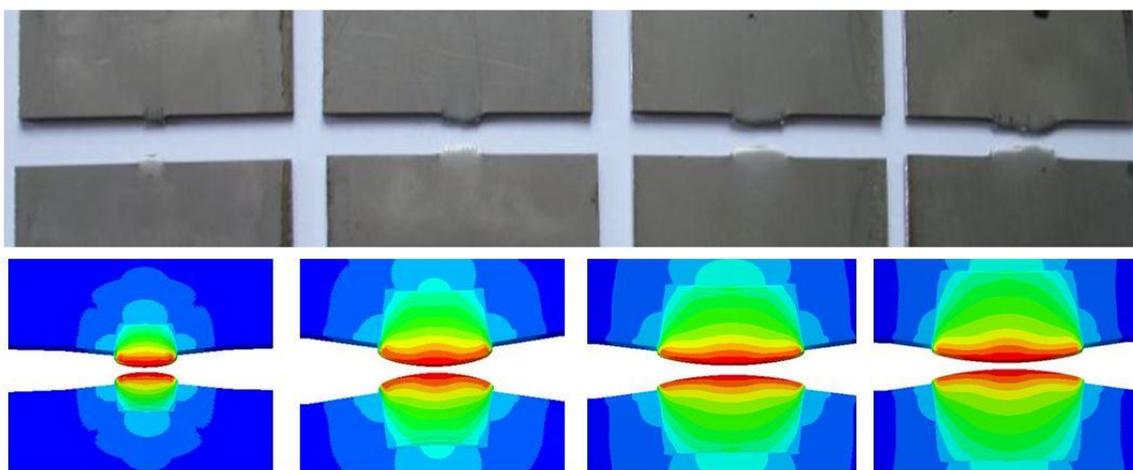
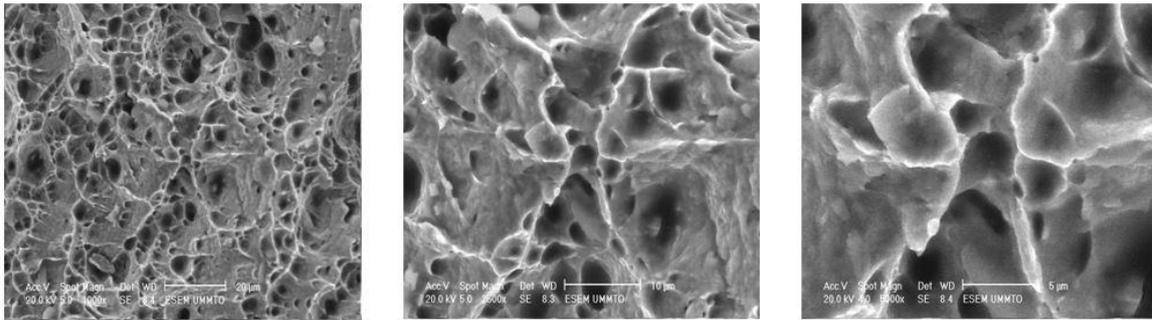


Figure II.57) Comparaison entre les résultats expérimentaux et simulations numériques de la rupture des éprouvettes DENT

Après les essais, les faciès de rupture ont été observés au microscope électronique à balayage (MEB) et les résultats sont donnés par la figure II.58.

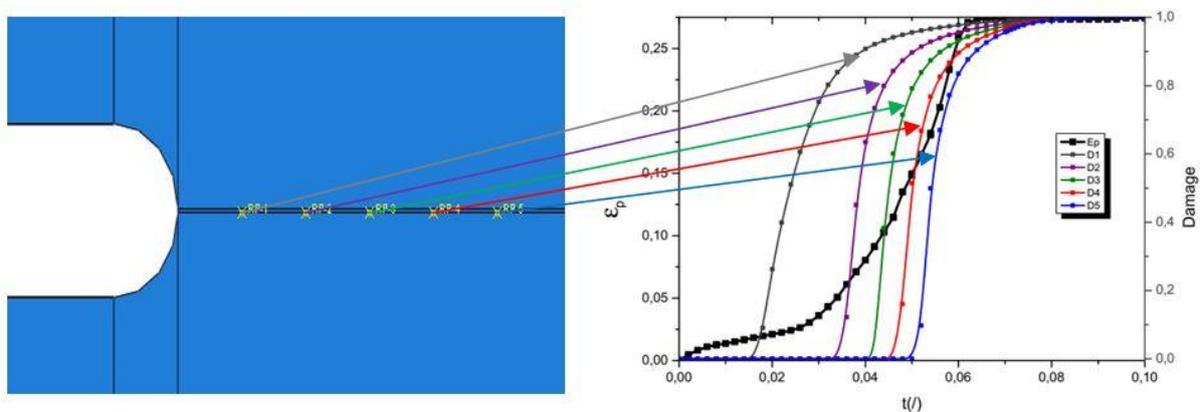


**Figure II.58)** Observation des faciès de rupture par MEB

A partir de cette figure, nous pouvons conclure que les hypothèses de rupture ductile sont vérifiées avec la présence de vides. La rupture totale se produit avec la coalescence des cavités. Nous pouvons voir que les vides sont connectés, ce qui permet l'apparition de défauts macroscopiques et leur propagation jusqu'à la séparation du ligament. Le modèle de zone cohésive est utilisé pour remplacer efficacement le processus physique [135].

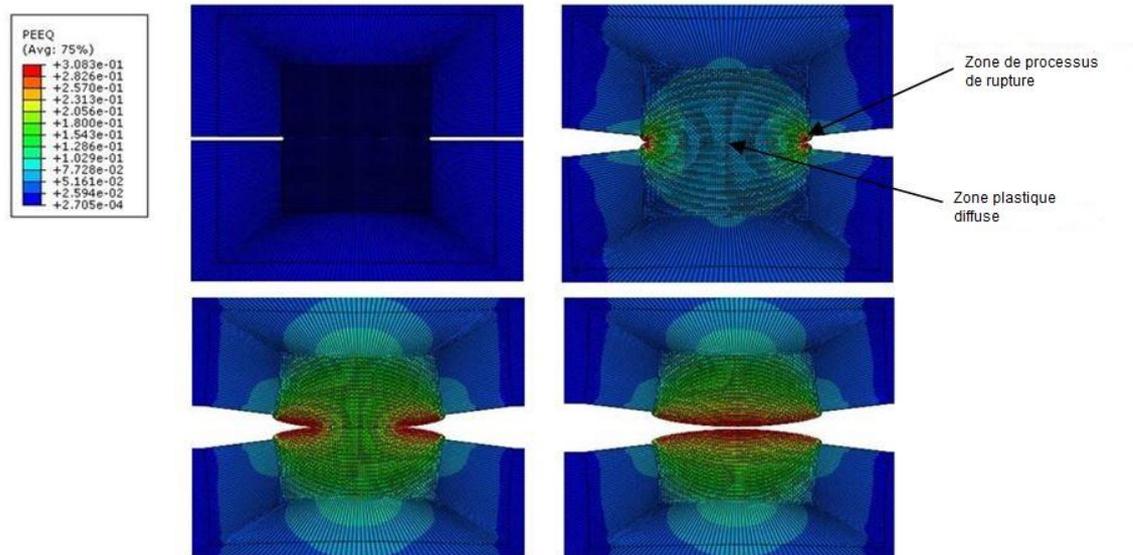
Comme il a été mentionné au préalable, la méthode du travail essentiel de rupture est considérée comme étant l'approche inverse de la mécanique de la rupture et le ligament entre les entailles doit être entièrement plastifié avant l'initiation de la fissure [59].

Afin de vérifier cette hypothèse, cinq points d'intégration en avant du front de fissure sont sélectionnés comme illustré dans la figure II.59. L'évolution de l'endommagement est évaluée en fonction de l'évolution de la déformation plastique. A partir de cette figure, nous pouvons conclure que l'endommagement est nul avant la plastification et que l'endommagement total ne se produit que lors de la saturation de la déformation plastique c.-à-d. la propagation de la fissure ne se produit qu'après plastification totale du ligament.



**Figure II.59)** Evolution de l'endommagement en fonction de la déformation plastique dans la zone cohésive

Cette observation est en accord avec le principe du travail essentiel de rupture. La cinétique de la rupture de l'éprouvette DENT est donnée dans la figure II.60. A partir de cette figure nous pouvons voir que le ligament est entièrement plastifié avant l'initiation de la fissure. Ceci est en accord avec l'évolution de l'endommagement donné dans la figure II.59 et avec le concept du travail essentiel de rupture. Il a aussi été reconnu que la zone plastique est circulaire pour les métaux [53] cette observation est aussi vérifiée dans le présent travail.



### Synthèse du chapitre

Dans ce chapitre, une étude expérimentale et numérique de la rupture ductile est proposée. Une étude préliminaire est faite en simulant dans un premier temps la rupture ductile d'un acier inoxydable 15-5PH en utilisant le modèle GTN. Le choix des paramètres s'est fait par calibrage d'un essai de traction. Une bonne concordance est obtenue entre les résultats expérimentaux et numériques. Le modèle de Rousselier est ensuite utilisé pour étudier l'effet de la porosité sur l'énergie de rupture d'un acier inoxydable 316L. Nous trouvons que l'énergie de rupture est inversement proportionnelle à la porosité initiale. L'énergie de rupture diminue de façon linéaire avec l'augmentation de la porosité, ce qui atteste du rôle de la microstructure dans le phénomène de rupture ductile et la nécessité de relier l'aspect microstructural du phénomène à l'approche énergétique de la rupture ductile.

Une étude expérimentale est ensuite réalisée sur des tôles en acier inoxydable AISI 304L. Une caractérisation mécanique est faite afin d'obtenir les caractéristiques mécaniques du matériau. Une approche hybride est ensuite proposée pour l'évaluation de la ténacité du matériau étudié. Les essais expérimentaux sur des éprouvettes CT sont combinés avec des simulations numériques en utilisant le modèle GTN dont les paramètres sont déterminés par calibrage d'un essai de traction. L'effet de géométrie est pris en considération dans la présente étude et nous trouvons que la ténacité à la rupture du matériau dépend des paramètres géométriques comme

l'épaisseur et la longueur du ligament. Pour de faibles ratios  $a/w$ , l'effet d'épaisseur est important et la ténacité à rupture varie grandement. Pour des ratios  $a/w \geq 0.5$ , l'épaisseur n'a pas une grande influence sur la ténacité à la rupture.

Une autre méthode de caractérisation à la rupture est utilisée, il s'agit du travail essentiel de rupture (EWF). Cette méthode donne de bons résultats pour les tôles minces en acier inoxydable AISI 304L. En effet, le critère donne des résultats semblables en termes d'énergie de rupture pour deux tôles d'épaisseur différentes. La simulation de la rupture en utilisant la modélisation par éléments cohésifs donne des résultats tout aussi satisfaisants. Quand le travail de séparation est comparé au travail essentiel, une similitude est trouvée. Le 1er peut être considéré comme la validation numérique du 2ème. La modélisation par zone cohésive respecte les hypothèses émises concernant le travail essentiel de rupture comme la plastification totale du ligament avant rupture.

Une autre conclusion relative à ce chapitre est que l'approche locale de la rupture ductile à l'image du modèle GTN peut être utilisée avec succès. Les résultats obtenus par le biais de cette méthode sont satisfaisants. Le modèle GTN est largement utilisé pour la modélisation de la rupture ductile, néanmoins, la non-unicité du jeu de paramètres reproduisant l'expérimental peut être un problème de taille. Ce problème sera traité d'une manière approfondie dans le prochain chapitre afin de proposer une approche d'identification paramétrique pouvant aider à s'affranchir de ces problèmes de non-unicité et aussi justifier le choix des paramètres en termes de cohérence vis à vis du phénomène physique.

# Chapitre III

*Stratégie d'identification des  
paramètres du modèle GTN*

## **Introduction**

Le modèle GTN (Gurson-Tvergaard-Needleman) est le plus utilisé pour modéliser la rupture ductile. Néanmoins, un problème important dans son utilisation réside dans les choix de ses paramètres constitutifs. Au vu de l'importance de la question, plusieurs études ont été faites sur la proposition de stratégies basées sur différentes hypothèses. Dans le présent chapitre, une revue critique est réalisée sur les différentes approches utilisées pour l'identification des paramètres du modèle GTN. La variation du choix des paramètres d'une étude à une autre est commentée. Les limites des différentes méthodes utilisées sont aussi mises en évidence.

Une stratégie d'identification est ensuite proposée. Elle est basée sur la ductilité du matériau. Le choix du jeu de paramètres se fait dans le respect du processus de rupture ductile en prenant en considération une hiérarchie prédéfinie. Cette méthode est utilisée pour l'identification des paramètres dans le cas d'un acier 12NC6. Des éprouvettes axisymétriques entaillées sont utilisées afin de faire varier le taux de triaxialité des contraintes. Les avantages et l'apport de la nouvelle méthode proposée sont discutés à la fin du chapitre.

### **III.1 Analyse des paramètres du modèle GTN**

Le modèle GTN est largement utilisé dans la littérature, nous rappelons que sa fonction seuil est donnée comme suit :

$$\Phi_{GTN} = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2q_1 f^* \cosh\left(q_2 \frac{3\Sigma_m}{2\sigma_0}\right) - (1 + q_1^2 f^{*2}) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Le modèle est constitué de trois types de paramètres : Les paramètres de calibrage de Tvergaard  $(q_1, q_2, q_3)$  et les paramètres matériaux qui sont classés en deux groupes : Premièrement les paramètres initiaux et de nucléation qui sont la fraction volumique initiale  $f_0$  et les paramètres de nucléation  $f_N, \varepsilon_N$  et  $S_N$ . Deuxièmement, les paramètres critiques et de rupture  $f_C$  et  $f_F$ .

Dans la plupart des études menées, quand le modèle GTN est utilisé pour modéliser la rupture ductile, certains paramètres sont fixés dès le début. Les paramètres restants sont définis en utilisant divers méthodes. Souvent, une combinaison entre essais expérimentaux et simulations numériques est nécessaire afin de déterminer les paramètres. Une méthode bien déterminée n'existe pas. D'où la nécessité d'établir une analyse globale des paramètres usités lors des études antérieures utilisant le modèle GTN pour examiner la validité de ces choix et proposer une méthode prenant en considération la sensibilité de ces paramètres, leur influence les uns sur les autres ainsi que leur sens physique.

### III.1.1 Les paramètres de calibrage $q_i$

Comme il est noté au chapitre I, au vu d'une meilleure description du phénomène de rupture ductile et un meilleur calibrage des essais expérimentaux, le modèle de Gurson [160] est modifié par Tvergaard [77] introduisant les paramètres de calibrage  $q_i$  ( $q_1 = 1.5, q_2 = 1, q_3 = q_1^2$ ). La plupart des études utilisent ces valeurs comme atteste la première ligne du Tableau III.1.

Ref	$q_1$	$q_2$
[51, 79-85, 137, 147, 161-176]	1.5	1
[177]	1.43	1
	1.1	1
	1.1	1
	1.2	1
[178]	1.08	0.99
[179]	1.47	1
[180]	1.5	1.2
[181]	1.25	1
[182]	1.1	1
	1.1	1
	1.3	0.7
	1.2	1
	1.2	1
[183]	1.25	1
[184]	1.31	1.16
[185]	1.4	1
[148]	1.25	1
[186]	1.46	0.93
[187]	1.35	0.95
[188]	1	0.7
[109]	1	1
[189]	1.25	1
	1.46	0.931
[190]	2	1
[191]	1.4	0.8
[86]	1.44	0.94
[192, 193]	0.608	0.562

**Tableau III.1)** Variation des paramètres  $q_i$  dans des études antérieures

La variation des paramètres  $q_i$  a fait l'objet de nombreuses études. A partir du Tableau III.1, nous pouvons voir que dans plusieurs investigations, les valeurs conventionnelles ne sont pas choisies pour multiples raisons. Gao et al. [194] ont réalisé plusieurs calculs en considérant une large gamme de matériaux avec des propriétés d'érouissage différentes ( $N, \sigma_y / E$ ) et

différents taux de triaxialité des contraintes. Pour des propriétés d'écroutissage spécifiques, les auteurs ont obtenu des valeurs différentes de  $q_1$  et  $q_2$ . Faleskog [186] indique que les deux paramètres sont dépendants de l'exposant d'écroutissage et la limite élastique. Le produit de deux paramètres donne approximativement 1.5 (Tableau III.2).

Ecroutissage (N)	$\sigma_y / E = 0.001$			$\sigma_y / E = 0.002$			$\sigma_y / E = 0.004$		
	$q_1$	$q_2$	$q_1 \cdot q_2$	$q_1$	$q_2$	$q_1 \cdot q_2$	$q_1$	$q_2$	$q_1 \cdot q_2$
5	1.96	0.78	1.531	1.87	0.8	1.496	1.71	0.84	1.43
6.7	1.78	0.83	1.483	1.68	0.86	1.438	1.49	0.9	1.342
10	1.58	0.9	1.425	1.46	0.93	1.359	1.29	0.98	1.265

**Tableau III.2)** Paramètres de calibrage en fonction des propriétés d'écroutissage [186]

On constate que pour les matériaux ayant une grande résistance, la valeur de  $q_2$  diminue en dessous de l'unité car ce paramètre est directement relié à la triaxialité des contraintes.

D'autres études s'intéressent à la variation de la valeur des  $q_i$ . Steglich et Brocks [177] ont déterminé  $q_1$  à partir d'un modèle de cellule élémentaire en utilisant une fonction seuil qui est gouvernée par la fonction quadratique suivante :

$$q_1^2 - \frac{2}{f_0} q_1 \cosh\left(\frac{3}{2} T \frac{\Sigma_{eq}}{\sigma_e^{Fe}}\right) + \frac{1}{f_0^2} - \left(\frac{\Sigma_{eq}}{f_0 \sigma_e^{Fe}}\right)^2 = 0 \quad (III.2)$$

où  $\sigma_e^{Fe}$  est la contrainte seuil de la matrice ferritique et  $T$  est le taux de triaxialité. Quand  $q_1$  est calculé pour différents taux de triaxialité, la valeur moyenne obtenue est 1.5, mais cette valeur varie de 1.25 à 1.95 dépendamment du taux de triaxialité. Perrin et Leblond [195] ont utilisé une méthode pour dériver la valeur de  $q_1$  pour prendre en considération l'interaction entre les cavités,  $q_1$  est alors obtenu comme fonction de  $f$  ( $q(f)$ ),  $q$  est donné par  $q = q_0 + 0(f)$  et  $q_0$  est trouvé égal à 1.47. Vadillo et Fernandez-Sàez [189] ont proposé une modification du modèle GTN où les  $q_i$  sont dépendants de la triaxialité des contraintes et la porosité initiale est dépendante de l'état de contrainte. Récemment, Fritzen et al. [196] ont proposé une modification du modèle GTN en utilisant l'homogénéisation numérique, couplant les paramètres de calibrage  $q_i$  à la variable de porosité. Les résultats obtenus pour les grands taux de porosité sont en meilleure concordance avec les résultats obtenus par homogénéisation numérique. Les nouveaux paramètres sont déterminés par régression linéaire.

### III.1.2 Les paramètres du matériau

#### III.1.2.1 Paramètres initiaux et de nucléation

$f_0$  est une caractéristique microstructurale qui peut être déduite par observations métallographiques. Une relation est établie entre cette donnée et la fraction volumique de l'inclusion. Néanmoins, cette relation est à utiliser avec précaution pour les aciers avec plusieurs populations de cavités :

$$f_v = 0.054 \left( \%S - \frac{0.001}{\%Mn} \right) \quad (III.3)$$

Cette relation ne fait pas l'unanimité puisque la germination des cavités est un phénomène complexe comme cela a été expliqué au préalable. Ce phénomène peut se produire par fissuration de l'inclusion ou par croissance des cavités autour de l'inclusion d'où la difficulté de déterminer la fraction volumique à la nucléation  $f_N$ . Pour les aciers ferritiques, la valeur de  $f_0$  se situe entre  $10^{-4}$  et  $4 \times 10^{-4}$ .

Les paramètres de nucléation  $f_N$ ,  $\varepsilon_N$  et  $S_N$  sont généralement fixés arbitrairement. Les valeurs  $\varepsilon_N = 0.3$  et  $S_N = 0.1$  sont utilisées dans la plupart des études et sont déterminées par calibrage.

### III.1.2.2 Paramètres critiques et de rupture

Le paramètre  $f_c$  est souvent considéré comme une propriété du matériau obtenue en combinant des simulations numériques et des résultats expérimentaux. Pour Zhang et Niemi [197],  $f_c$  n'est pas une constante mais diminue avec l'augmentation du taux de triaxialité des contraintes. Cependant, d'autres études stipulent que  $f_c$  peut être considéré comme une constante pour de faibles valeurs de  $f_0$ . D'après Koplik et Needleman [181],  $f_c$  représente le début de l'étape de coalescence, sa valeur varie légèrement avec le taux de triaxialité mais elle dépend largement de la fraction volumique initiale de la porosité  $f_0$ . Elle est généralement en dessous de 0.15. Benseddiq et Imad [147] ont établi une fonction logarithmique liant ces deux paramètres, d'où leur dépendance l'un à l'autre (Figure III.1).

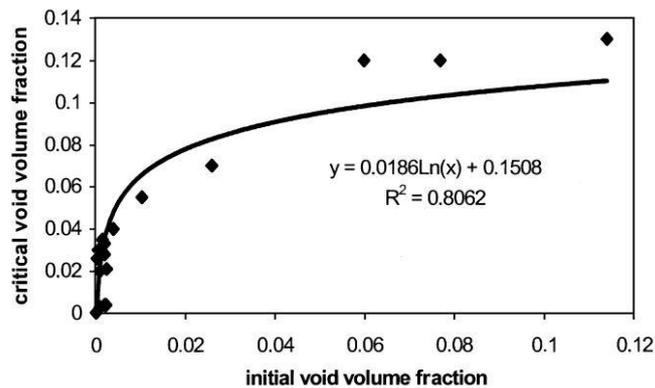


Figure III.1) Dépendance de  $f_c$  de  $f_0$  [147]

On peut en conclure que  $f_c$  n'est pas une propriété du matériau mais plutôt un paramètre à ajuster. Quelques valeurs utilisées pour ces paramètres dans des études antérieures sont données dans le tableau III.3.

Référence	$f_0$	$f_N$	$f_C$	$f_F$
[198]	0.077		0.12	0.2
[162]	0.00033	0.006	0.026	0.15
[177]	0.114		0.13	0.272
	0.114		0.2	0.35
	0.114		0.3	0.44
	0.114		0.19	0.235
	0.114		0.175	0.235
[199]	0.001	0.01	0.003	
[200]	0.00016		0.0005	
	0.0001		0.0003	
[201]	0.002		0.004	
[163]	0.0015	0.00085	0.035	0.15
[179]	0.002		0.28	
[164]		0.04	0.15	0.25
[202]	0.002	0.004	0.033	0.15
[182]	0	0.008	0.04	0.195
[203]	0.8	0	0.15	0.28
	0	0.04	0.02	0.34
	0	0.4	0.2	0.32
	0	0.08	0.15	0.28
[204]	0.001	0.04	0.02	1.14167
[205]	0.00057	0.004	0.03	0.3
[206]	0.0025	0.02	0.021	
[183]	0.005	0.001		0.2
[166]	0	0.002	0.06	0.212
	0	0.002	0.04	0.197
	0	0.002	0.03	0.189
[207]	0.00033	0.006	0.026	0.15
[208]	0.006		0.12	0.25
	0.026		0.07	0.25
	0.04		0.04	0.25
[167]	0	0.0294	0.07	0.1
[147]	0.00001	0.001	0.004	0.225
[169]	0.001		0.15	0.25
[209]	0	0.02	0.03	0.5
[110]	0.005		0.001	0.01
			0.0071	

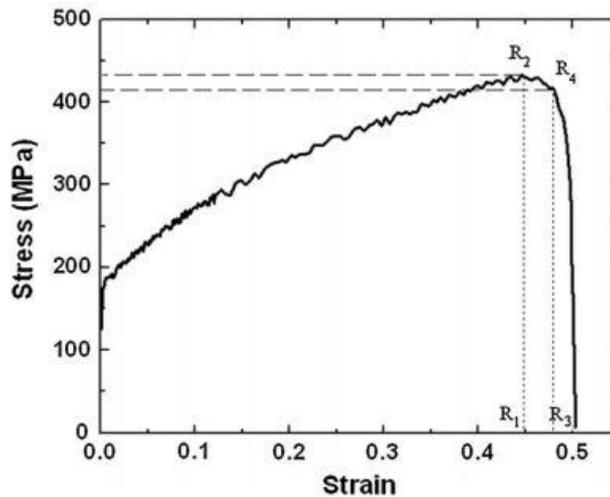
**Tableau III.3) Paramètres de fraction volumique du modèle GTN**

A partir du tableau III.3, nous pouvons constater que certains auteurs [166, 182, 191, 203, 210] prennent une valeur nulle pour la fraction volumique initiale ce qui est physiquement erroné. Nous trouvons aussi certaines incohérences, certains auteurs choisissent  $f_N > f_C$  [81, 199, 203, 204], ce qui est incorrect d'un point de vue phénoménologique étant donné que le phénomène de coalescence ne peut précéder la nucléation des cavités. Un autre cas d'incohérence peut encore être souligné, c'est quand  $f_0 > f_N$  [211], car le taux de porosité à la nucléation ne peut pas être supérieur au taux de porosité initial. Ces incohérences sont dues au

choix arbitraire des paramètres et à des méthodes d'identification qui ne prennent pas en considération la logique du processus de rupture ductile. Dans ce qui suit, une brève revue des méthodes utilisées pour l'identification des paramètres va être exposée.

### III.2 Procédures d'identification des paramètres du modèle GTN

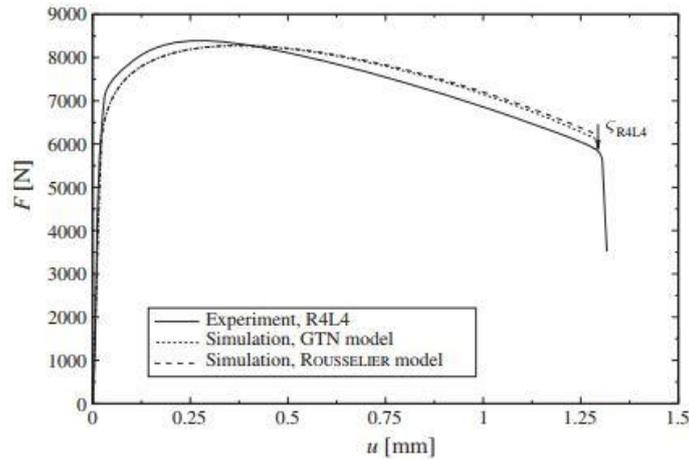
L'identification des paramètres des modèles micromécaniques demeure un exercice difficile, c'est pour cela qu'elle fait l'objet de nombreuses études et investigations. Certaines méthodes sont basées sur l'utilisation conjointe des essais expérimentaux et simulations numériques [79, 83, 192, 212] en prenant en considération des paramètres susceptibles de faire varier ces paramètres du modèle tels que la triaxialité des contraintes. D'autres études utilisent les observations micrographiques pour identifier les paramètres [80], ces méthodes ont une certaine fiabilité car elles sont basées sur l'observation du phénomène mais elle demeurent limitées étant donné le fait que certaines étapes du phénomène sont difficilement observables au vu de la vitesse à laquelle elles se produisent. D'autres méthodes sont utilisées, elles sont basées sur des algorithmes de calibrage [213] en utilisant une fonction dite objective d'identification. Des points sont sélectionnés et une régression polynomiale est utilisée afin d'identifier les paramètres. Ces méthodes ne peuvent pas garantir la justesse du jeu de paramètre choisi car elle ne prennent pas en considération le processus d'évolution des vides jusqu'à la rupture. Une autre méthode qui est également utilisée, c'est la méthode RSM "Response Surface Methodology" [174, 214, 215]. Cette méthode consiste à représenter le modèle par une équation polynomiale et ensuite utiliser les résultats expérimentaux pour identifier les inconnues de l'équation et par identification retrouver les paramètres du modèle comme le montre la Figure III.2.



**Figure III.2)** Détermination des paramètres GTN par la méthode RSM [214]

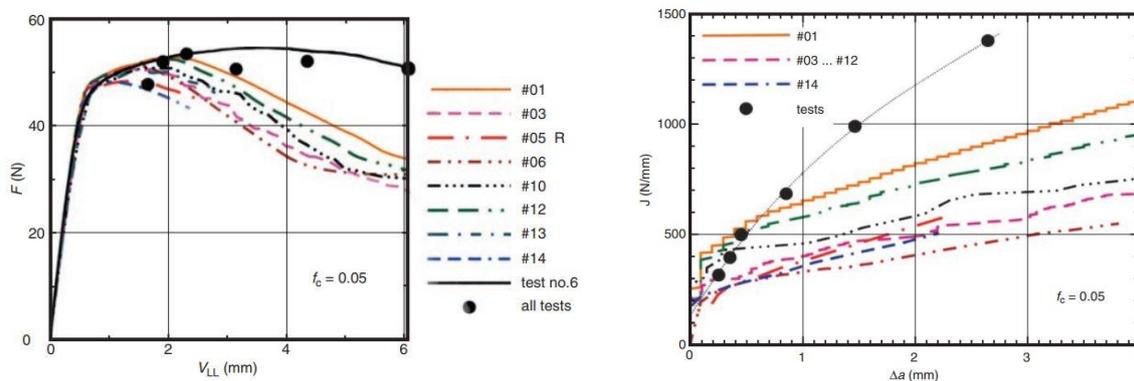
Cette méthode peut également conduire à un jeu de paramètre incohérent comme dans l'étude de Wang et Li [215] qui ont obtenu pour une configuration dans laquelle  $f_0 > f_c$  ce qui ne correspond pas à la hiérarchie des paramètres du modèle GTN. Springmann et Kuna [126] ont utilisé une approche basée sur une fonction de minimisation entre les résultats expérimentaux et numériques. Les paramètres obtenus pour le modèle GTN sont  $f_0 = 0$  et  $f_N = 0$  à 70% de

l'allongement total, cela semble illogique étant donné le fait que la porosité initiale ne peut pas être nulle car les matériaux contiennent toujours de micro-vides et inclusions, ... . La valeur de  $f_N = 0$  à 70% d'allongement ne peut pas non plus être considérée comme étant correcte car elle n'est pas concordante avec les résultats expérimentaux obtenus dans lesquels on peut voir un adoucissement qui survient rapidement dans la partie non linéaire comme le montre la figure III.3. Nous pouvons aussi voir que les résultats numériques obtenus ne reproduisent pas la réponse expérimentale convenablement.



**Figure III.3)** Résultats obtenus par Springmann et Kuna [126] en utilisant une méthode d'optimisation

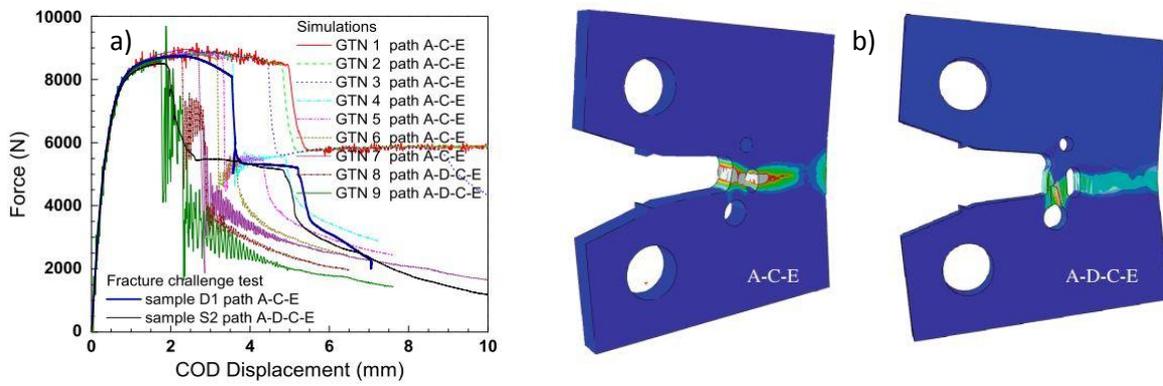
L'identification de ces paramètres a suscité une attention particulière. Des groupes constitués de plusieurs équipes ont étudié la question. Comme résultat du projet 'European Numerical Round Robin', Bernauer et Brocks [216] ont publié les résultats de simulations établies par plusieurs équipes travaillant séparément. Des résultats différents ont été obtenus par les différentes équipes en termes de chargement à la rupture et de courbe J-R (Figure III.4), ceci est dû, selon les auteurs à la différence au niveau des procédures d'identification des paramètres pour chaque équipe pour ce qui est de la prédiction de l'endommagement.



**Figure III.4)** Résultats obtenus par différentes équipes sur les mêmes essais expérimentaux dans le cadre de European Numerical Round Robin challenge

Dans le cadre du ‘Sandia Fracture Challenge (2014)’ [136], pas moins de 9 équipes issues de laboratoires différents ont menés des investigations de manières isolées avec différentes méthodes. En plus d’une équipe qui s’est chargée de la procédure expérimentale, parmi les 8 autres équipes, le groupe composé de Zhou, Bhamare et Qian [137] à utilisé le modèle GTN pour mener son investigation et ainsi tenter de reproduire l’expérience. Dans le cadre de ce travail, une géométrie spéciale de l’éprouvette CT a été mise en œuvre, cette éprouvette contient des trous de différents diamètres à proximité du front de fissure. 9 jeux de paramètres sont utilisés pour le modèle GTN (Figure III.5a), il a été constaté que l’utilisation de différents paramètres mène vers des chemins de propagation des fissures différents (Figure III.5b).

Mais il a été prouvé qu’en choisissant les paramètres avec précaution, la solution exacte au problème peut être déterminée avec une précision très appréciable.



**Figure III.5)** a) Courbe force-COD en variant les paramètres GTN, b) Variation du chemin de propagation des fissures en fonction du jeu de paramètres [136, 137]

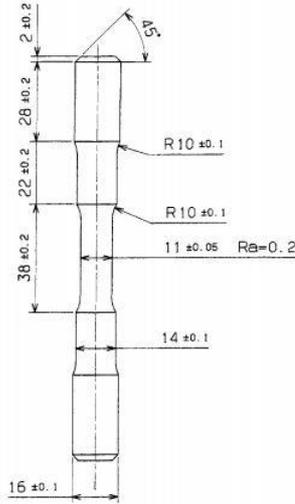
Le but de cette partie est de proposer une approche d'identification des paramètres du modèle GTN basée sur la ductilité du matériau étudié. Un travail expérimental préalable est nécessaire. La procédure suivie ainsi que les résultats obtenus sont présentés ci-après.

### III.3 Etude paramétrique du modèle GTN pour un acier 12NC6

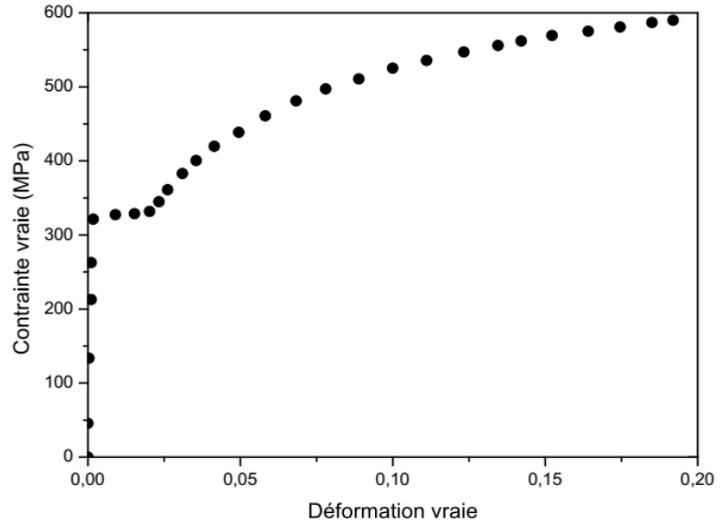
Dans cette partie, une stratégie d'identification des paramètres du modèle GTN basée sur la ductilité du matériau est proposée. Dans un premier temps, les essais expérimentaux utilisés sont présentés pour une meilleure compréhension de la démarche. Ensuite, la démarche utilisée pour fixer le jeu de paramètres est exposée en détails.

#### III.3.1 Procédure expérimentale

Afin d'identifier les propriétés mécaniques de l'acier 12NC6, des essais de traction ont été réalisés au sein du laboratoire par Wilsius [63] sur des éprouvettes cylindriques comme illustré par la figure III.6. La courbe rationnelle de traction est ensuite obtenue (Figure III.7), les propriétés mécaniques sont données dans le tableau III.4



**Figure III.6)** Géométrie de l'éprouvette de traction pour l'acier 12NC6



**Figure III.7)** Courbes rationnelles de traction pour l'acier 12NC6

$E$ (GPa)	$R_{p0.2}$ (MPa)	$R_m$ (MPa)	$A$ (%)	$n$	$K$ (MPa)
194	340	489	31.2	0.45	544

**Tableau III.4)** Propriétés mécaniques de l'acier 12NC6

La loi de comportement du matériau est donnée comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \\ \sigma = E \cdot \varepsilon_e & \text{pour } \sigma \leq \sigma_y \\ \sigma = \sigma_y + K \cdot \varepsilon_p^n & \text{pour } \sigma > \sigma_y \end{cases} \quad (\text{III.4})$$

Des éprouvettes axisymétriques entaillées en acier 12NC6 sont choisies afin de mener une étude paramétrique sur le modèle GTN. Le rayon d'entaille a été varié dans le but d'étudier l'effet de la triaxialité des contraintes sur la rupture ductile. Les géométries des éprouvettes étudiées sont présentées dans la figure III.8. Les trois éprouvettes (AE2, AE4 et AE10) ont un diamètre en fond d'entaille de 6 mm.

Les essais de traction sur ces éprouvettes ont été réalisés à température ambiante sur une machine de traction hydraulique Instron avec une vitesse imposée de 0.33 mm/min avec enregistrement de la variation diamétrale par le biais d'un extensomètre muni de deux vis qui doivent assurer le positionnement en fond d'entaille. Les résultats de ces essais sont donnés par la figure III.8. La contraction diamétrale est ensuite calculée par le biais d'essais de traction interrompus au moment de la chute brutale de la charge. Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau III.5.

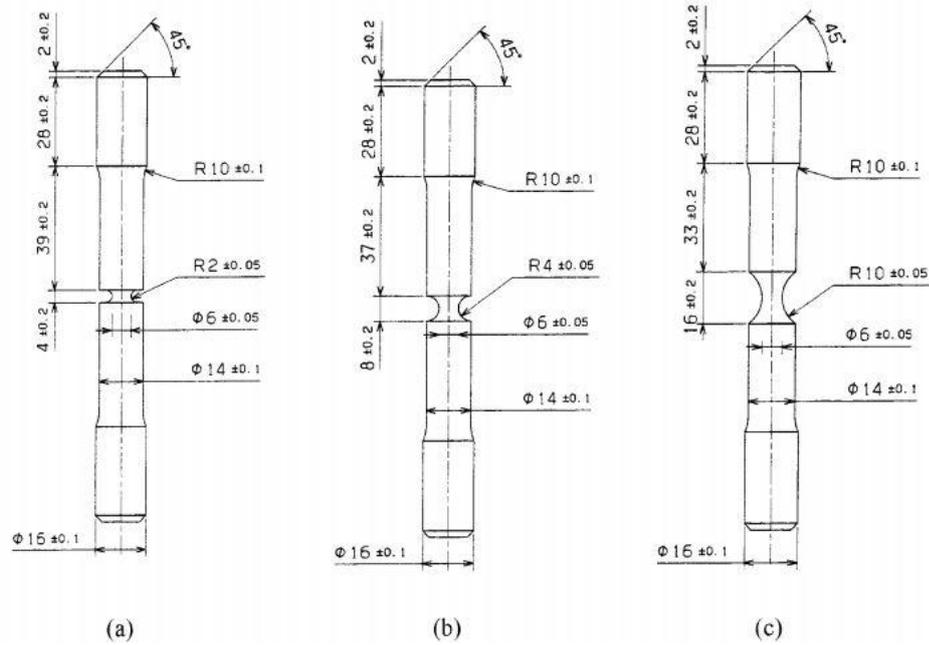


Figure III.8) Eprouvettes axisymétriques entaillées a) AE2, b) AE4, c) AE10

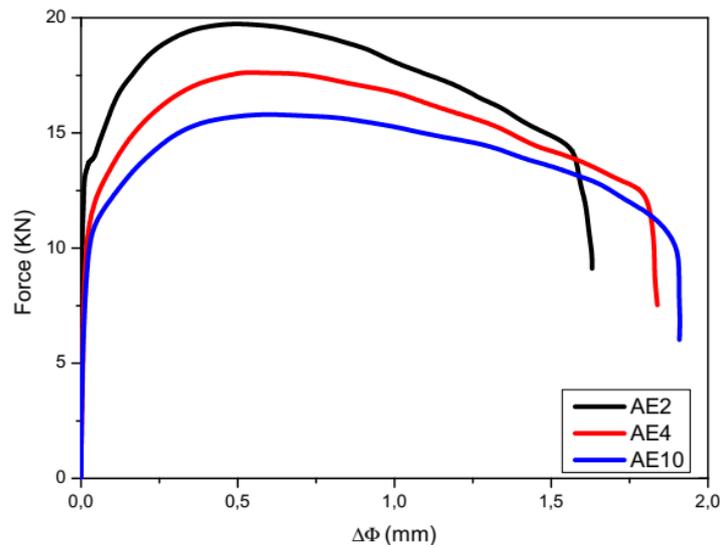


Figure III.9) Charge-Contraction diamétrale des éprouvettes AE

Eprouvette	$(\Delta\Phi_c)$ moyen (mm)
AE2	1.88
AE4	2.29
AE10	2.66

Tableau III.5) Contractions diamétrales critiques

Pour les besoins des simulations numériques, la déformation moyenne à la rupture est calculée par le biais de l'équation suivante :

$$\varepsilon_r = 2 \ln \left( \frac{\Phi_0}{\Phi_0 - \Delta \Phi_c} \right) \quad (\text{III.5})$$

$\Phi_0$  étant le diamètre initial de l'entaille. La déformation à la rupture a été calculée en fonction de la triaxialité des contraintes. Cette dernière est calculée en utilisant la formule de Bridgman [217].

$$T = \frac{\Sigma_m}{\Sigma_{eq}} = \frac{1}{3} + \ln \left( 1 + \frac{r}{2\rho} \right) \quad (\text{III.6})$$

où  $r$  est le rayon d'entaille,  $\rho$  est le rayon minimal de l'éprouvette entaillée. Les résultats obtenus expérimentalement sont utilisés dans l'étude numérique.

### III.3.2 Méthodologie d'identification des paramètres du modèle GTN

Dans cette partie, une approche basée sur la déformation à la rupture du matériau afin de fixer les paramètres du modèle GTN est proposée.

la fraction volumique initiale  $f_0$  qui est considérée comme une propriété du matériau est déterminée expérimentalement par observations micrographiques.  $f_0 = 10^{-5}$ . Les paramètres de calibrage de Tvergaard sont pris tels qu'ils sont disponibles dans la plupart des travaux  $q_1 = 1.5$ ,  $q_2 = 1$  et  $q_3 = q_1^2$ . Les paramètres de nucléation sont aussi fixés dès le départ :  $\varepsilon_N = 0.3$  et  $S_N = 0.1$ . Quant à  $f_F$ , il est calculé par la formule proposée par Zhang et al [148].

Les essais de traction sur les éprouvettes axisymétriques entaillées sont reproduits par le biais de la simulation élément finis. Les modèles utilisés sont donnés par la figure III.10. Les simulations élément finis sont faites en utilisant le solveur élément finis Abaqus avec un maillage de type C3D8R (Tridimensionnel à 08 nœuds avec intégration réduite). Le maillage des trois éprouvettes est donné par la figure III.11. Une plus grande densité est considérée dans la zone entaillée afin de simuler la rupture des éprouvettes par érosion des éléments.

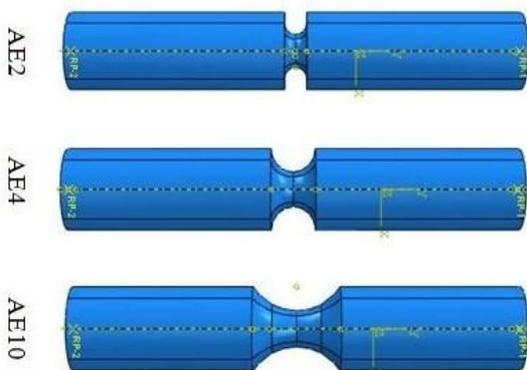


Figure III.10) Epreuves AE modélisées

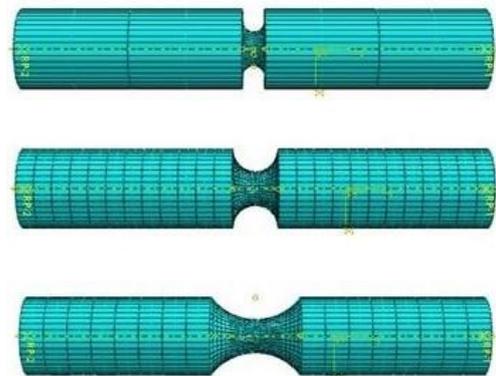
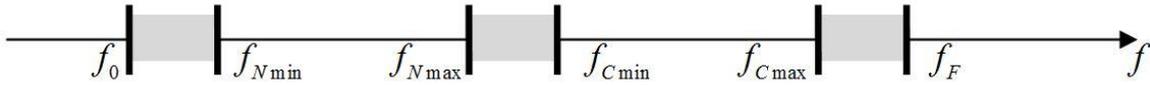


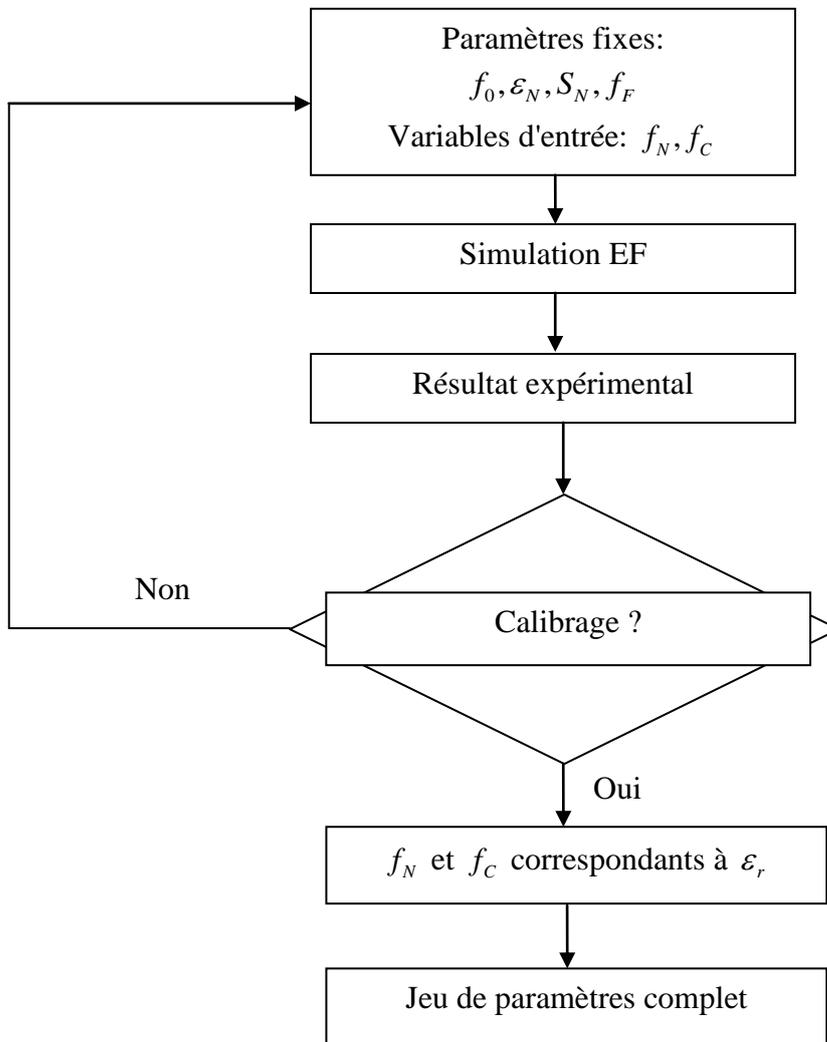
Figure III.11) Maillage des éprouvettes axisymétriques entaillées

Les paramètres restant à déterminer sont  $f_N$  et  $f_C$ . Ces paramètres ne sont pas faciles à fixer étant donné leur dépendance l'un à l'autre. La stratégie établie consiste à respecter la hiérarchie des paramètres avec le respect des étapes de déchirure ductile. Un ordre doit être respecté, il est illustré par la figure III.12.



**Figure III.12)** Hiérarchie des paramètres d'évolution de la fraction volumique des vides

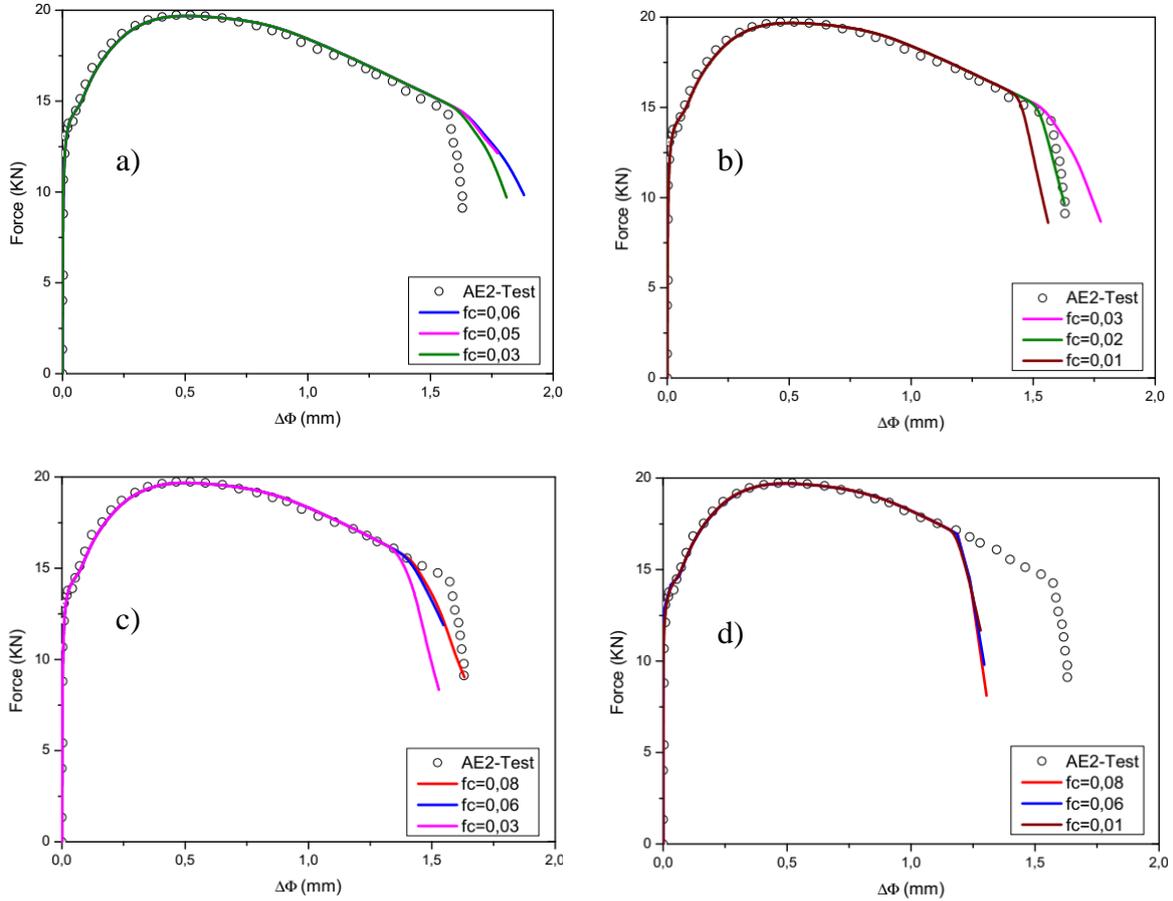
La méthode proposée est illustrée par l'organigramme donné par la figure III.13.



**Figure III.13)** Organigramme de la méthode d'identification de paramètres

### III.3.3 Résultats et discussions

La démarche consiste à fixer  $f_N$  et faire varier  $f_C$  afin de trouver la bonne combinaison en termes de reproductibilité des résultats expérimentaux. Les résultats obtenus en termes de force - contraction diamétrale pour l'éprouvette AE2 sont donnés comme suit :



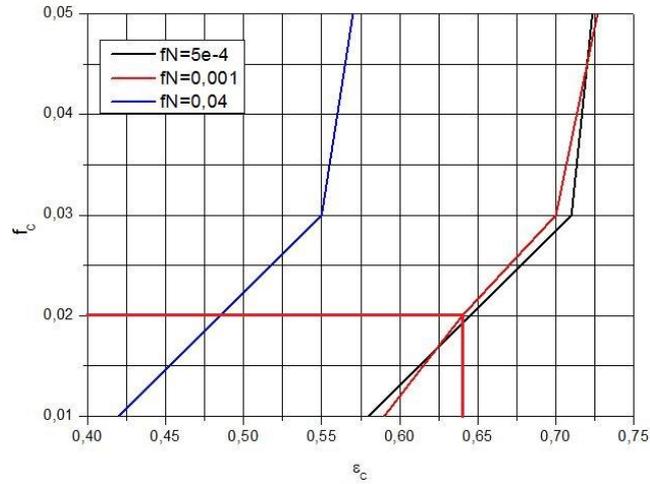
**Figure III.14)** Force-contraction diamétrale pour l'éprouvette AE2 avec variation de  $f_C$  pour : a)  $f_N = 5e-4$ , b)  $f_N = 0.001$ , c)  $f_N = 0.004$ , d)  $f_N = 0.007$

Les résultats obtenus à partir de la figure III.14 montrent que plus  $f_N$  est important plus la déformation à la rupture diminue.

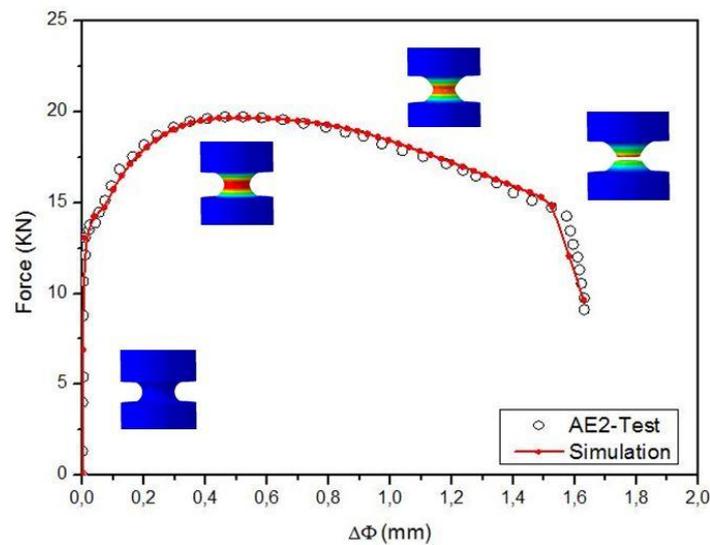
L'influence de  $f_C$  est également importante car la courbe de capacité obtenue dépend sensiblement de ce paramètre. La difficulté réside dans l'obtention de la combinaison des deux paramètres qui correspondent au comportement du matériau tout en prenant en considération le paramètre de déformation à la rupture  $\varepsilon_r$ . Une autre condition est fixée dans la détermination des paramètres c'est le respect de la hiérarchie établie entre ces derniers (Figure III.12).

Après avoir effectué plusieurs simulations en faisant varier le couple  $\{f_N, f_C\}$ , la déformation à la rupture  $\varepsilon_r$  calculée en utilisant l'équation (III.5) est utilisée pour déterminer le couple  $\{f_N, f_C\}$ . La détermination des deux paramètres est donnée par la figure III.15. Nous trouvons une déformation critique  $\varepsilon_r = 0.64$ . Par confrontation, nous trouvons que le bon jeu

de paramètres pour cette configuration est  $\{f_N, f_C\} = (0.001, 0.02)$  ce qui est concordant avec les résultats obtenus en termes de courbe force-contraction diamétrale. La superposition de la courbe expérimentale et élément finis est donnée par la figure III.16



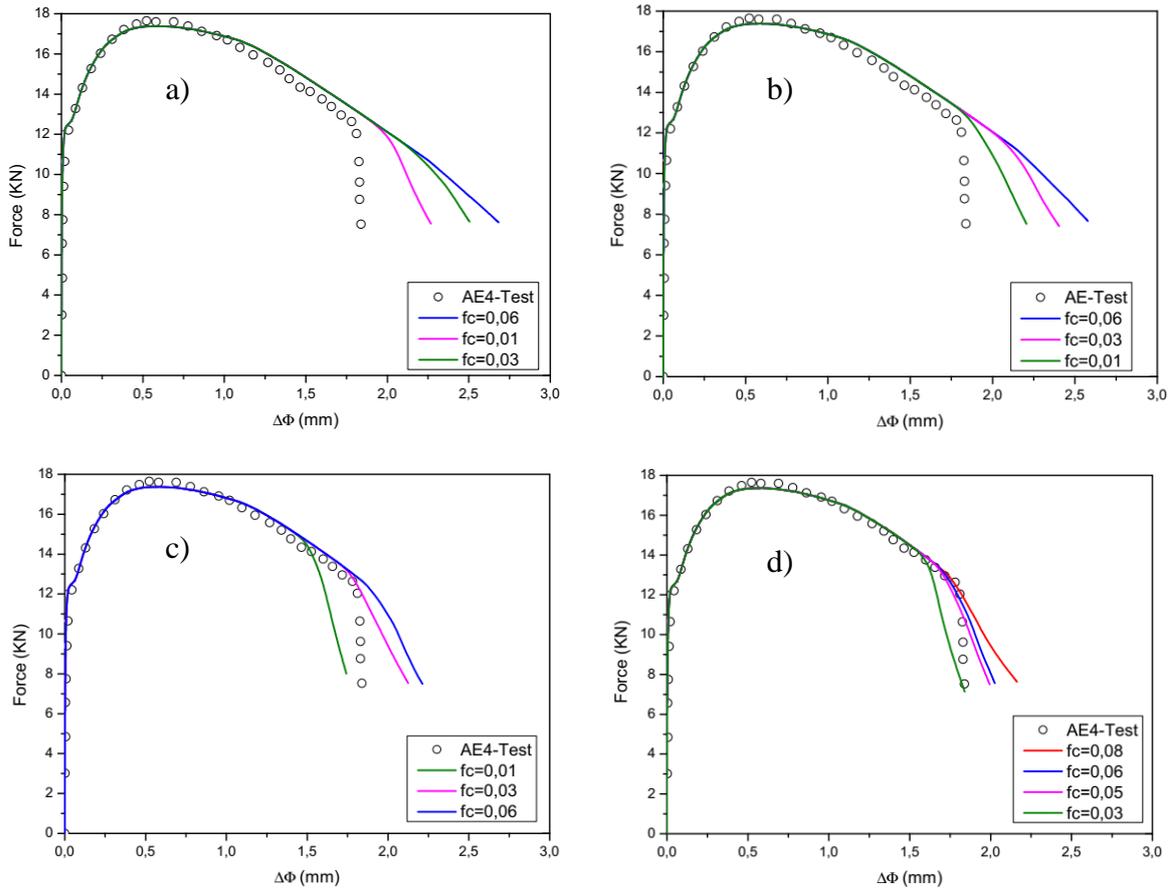
**Figure III.15)** Détermination du couple  $\{f_N, f_C\}$  en fonction de  $\varepsilon_C$  pour l'AE2



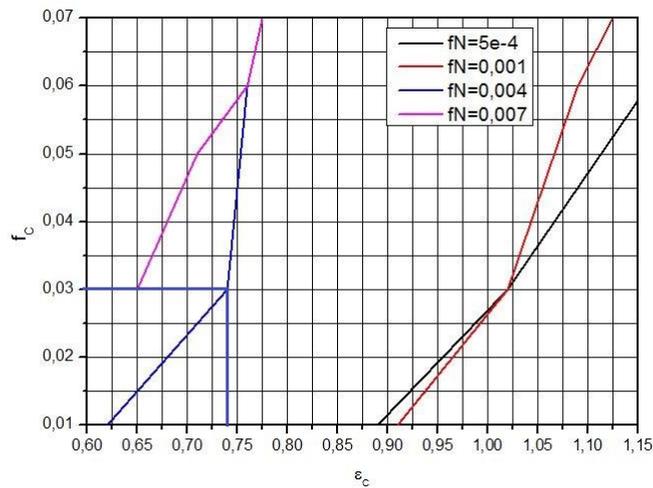
**Figure III.16)** Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE2

La courbe de capacité qui résulte du choix des paramètres donne une réponse satisfaisante en comparaison avec les résultats obtenus expérimentalement. Les deux résultats se superposent et la visualisation du processus de rupture est donnée par les iso-valeurs au niveau de l'éprouvette axisymétrique entaillée correspondant à chaque étape de l'essai : Déformation élastique, localisation de la déformation plastique, striction diffusée puis localisée et finalement rupture de l'éprouvette qui correspond à la dernière étape du phénomène.

Pour ce qui est de l'éprouvette AE4, La même procédure que pour l'éprouvette AE2 est menée. Les résultats obtenus sont donnés comme suit :



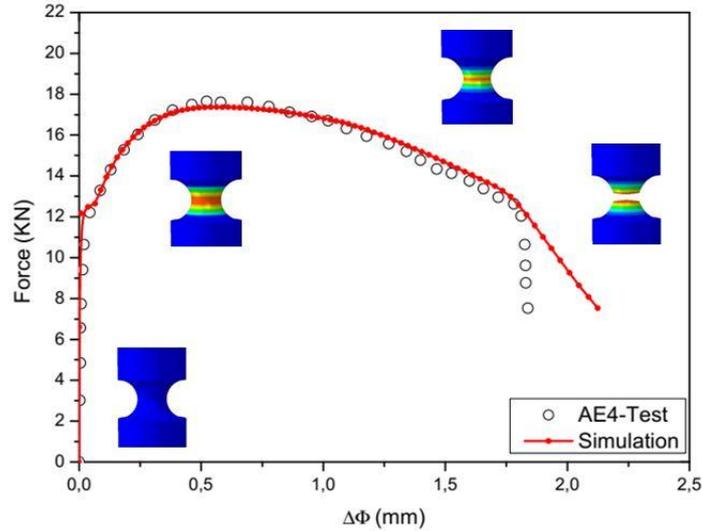
**Figure III.17)** Force-contraction diamétrale pour l'éprouvette AE4 avec variation de  $f_c$  pour : a)  $f_N = 5e-4$ , b)  $f_N = 0.001$ , c)  $f_N = 0.004$ , d)  $f_N = 0.007$



**Figure III.18)** Détermination du couple  $\{f_N, f_C\}$  en fonction de  $\varepsilon_c$  pour l'AE4

La même procédure est suivie afin de déterminer le jeu de paramètres correspondant à cet essai. Pour l'éprouvette AE4, la déformation à la rupture calculée est  $\varepsilon_r = 0.74$ . La détermination de  $f_N$  et  $f_C$  est donnée par la figure III.18. A partir de cette figure, nous pouvons constater que les paramètres correspondants sont  $\{f_N, f_C\} = (0.004, 0.03)$ . La courbe

obtenue en utilisant ce jeu de paramètres est donnée par la figure III.19. Comme le montre la courbe illustrée par cette figure, une bonne concordance est obtenue entre l'essai expérimental de l'AE4 et la simulation numérique sélectionnée par le biais de la démarche proposée. Dans la même figure, la cinétique de déformation jusqu'à rupture de l'éprouvette est illustrée.

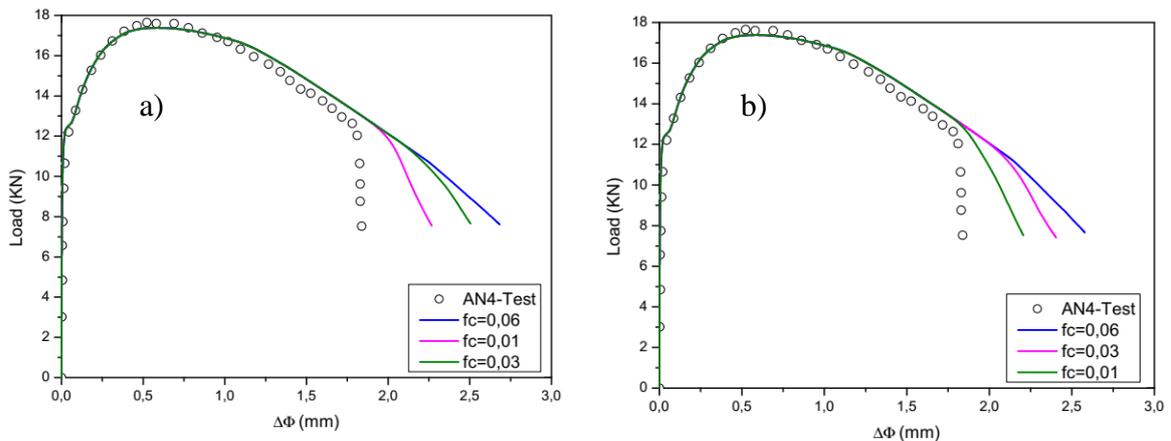


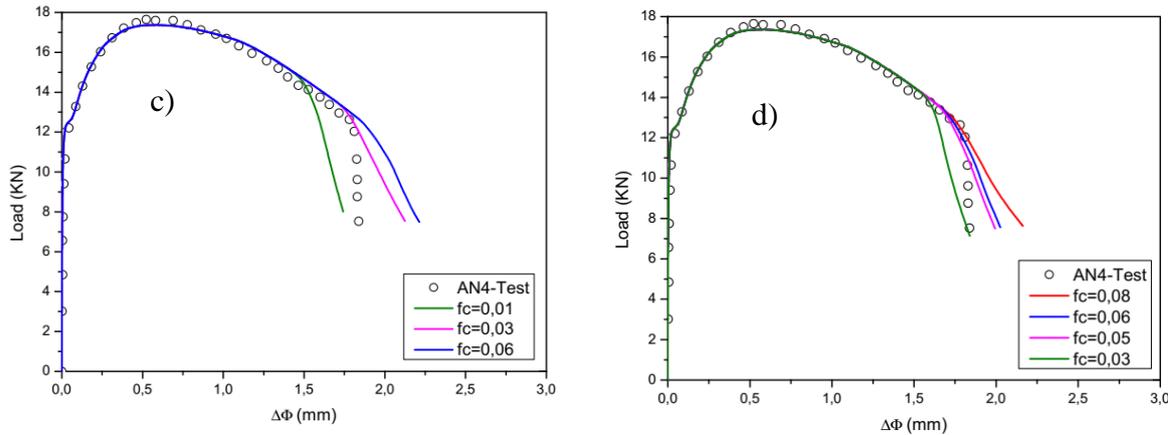
**Figure III.19)** Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE4

La même procédure est suivie pour le cas de l'éprouvette AE10. Les résultats obtenus sont donnés comme suit :

Les résultats obtenus pour les différentes simulations concernant l'AE10 sont illustrées par la figure III.20.

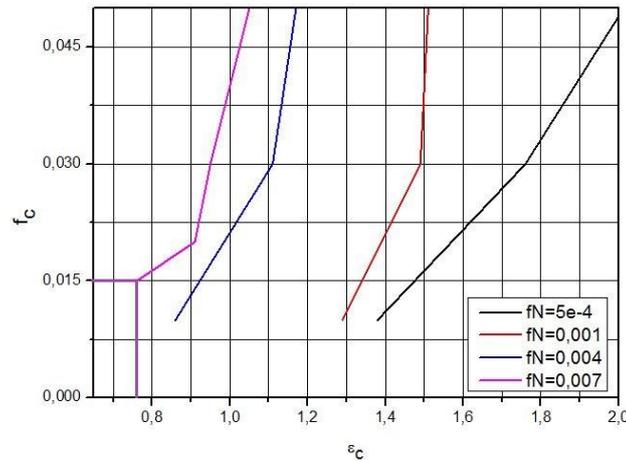
La valeur de  $f_N$  choisie initialement est faible ce qui fait que la déformation à la rupture est importante. Ces deux paramètres sont liés, cela devrait faciliter le choix de  $f_N$  avec la connaissance de  $\varepsilon_r$ .





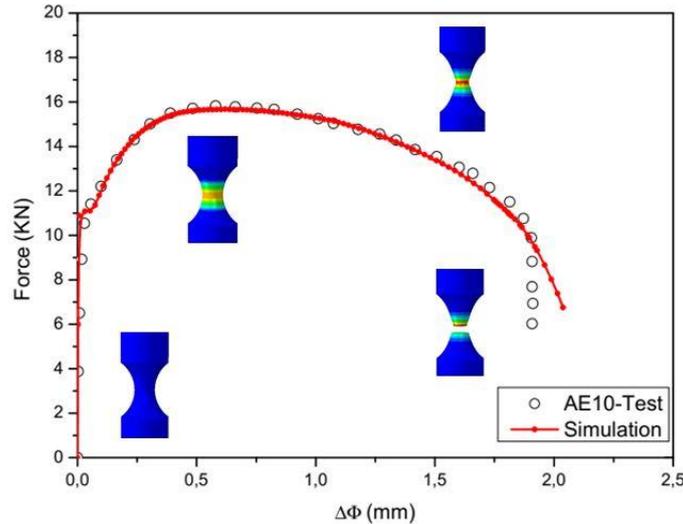
**Figure III.20)** Force-contraction diamétrale pour l'éprouvette AE10 avec variation de  $f_c$  pour : a)  $f_N = 5e-4$ , b)  $f_N = 0.001$ , c)  $f_N = 0.004$ , d)  $f_N = 0.007$

La même procédure est suivie afin de déterminer le jeu de paramètres correspondant à cet essai. Pour l'éprouvette AE10, la déformation à la rupture calculée est  $\varepsilon_r = 0.78$ . La détermination de  $f_N$  et  $f_C$  est donnée par la figure III.21.



**Figure III.21)** Détermination du couple  $\{f_N, f_C\}$  en fonction de  $\varepsilon_r$  pour l'AE10

A partir de la courbe III.21, nous pouvons constater que les paramètres correspondants sont  $\{f_N, f_C\} = (0.007, 0.015)$ . La courbe obtenue en utilisant ce jeu de paramètres est donné par la figure III.22. La méthode proposée dans le présent chapitre est uniquement basée sur la déformation à la rupture du matériau, cette donnée est suffisante pour la détermination des paramètres susceptibles de varier. L'autre avantage avec cette méthode est son caractère physique. La détermination des paramètres n'est pas faite d'une manière hasardeuse ou par un processus d'optimisation ignorant la physique du phénomène étudié. Une autre conclusion que nous pouvons tirer de ce travail réside dans la relation entre la triaxialité des contraintes qui est proportionnelles à la fraction volumique à la nucléation et inversement proportionnelle à la déformation à la rupture.



**Figure III.22)** Confrontation des résultats expérimentaux et numériques avec les paramètres sélectionnés pour la AE10

### Synthèse du chapitre

Dans cette étude, le choix des paramètres du modèle GTN est étudié. Une revue critique des méthodes utilisées dans des études antérieures est donnée dans le but de les comparer, vérifier leur efficacité ainsi que leur cohérence quand on considère le phénomène de rupture ductile. Dans de nombreux travaux, nous retrouvons un choix des paramètres qui se fait de manière arbitraire dans le but de calibrer les résultats expérimentaux, cette procédure peut induire l'utilisateur en erreur et à l'obtention d'un jeu de paramètres incohérent. Un autre type de méthodes est souvent utilisé, il est basé sur les algorithmes d'identification, cette méthode est souvent basée sur la réduction de l'erreur entre l'expérimental et la simulation. Nous avons vu que cette méthode peut conduire à plusieurs erreurs, à l'obtention d'un jeu de paramètre qui ne correspond pas à la logique du phénomène étudié et au non respect de la hiérarchie des paramètres.

La stratégie proposée dans la présente étude est basée sur la déformation à la rupture du matériau. Elle permet d'éliminer le choix hasardeux des paramètres ainsi que les plages qui ne sont pas en accord avec le phénomène étudié. Le respect de la hiérarchie des paramètres est fixé comme condition préalable. Cette méthode est utilisée dans la présente étude, les résultats obtenus sont satisfaisants dans les trois cas de figures en tenant compte du taux de triaxialité des contraintes. Pour chaque cas, la procédure nous a permis de retrouver le jeu de paramètre pouvant reproduire le résultat expérimental tout en respectant la logique du phénomène de rupture ductile. Nous trouvons aussi que la déformation à la rupture et la fraction volumique à la nucléation sont inversement proportionnelles au taux de triaxialité. Cela peut aider dans une détermination des paramètres d'une manière plus rapide dans les études ultérieures.

Un autre type de paramètres a suscité notre intérêt, il s'agit des paramètres de calibrage  $q_i$ . Un intérêt particulier sera accordé à ces paramètres dans le prochain chapitre dans le but d'étudier les matériaux en prenant en considération des taux de porosité variables.

# Chapitre IV

*H*omogénéisation numérique des  
matériaux ductiles poreux

## **Introduction**

Au courant des dernières décennies, une grande importance est accordée à l'étude de l'aspect hétérogène des matériaux. La prise en compte des hypothèses microstructurales est de plus en plus importante dans le cadre de la modélisation des matériaux et des structures.

L'homogénéisation numérique basée sur l'analyse élément finis est de plus en plus utilisée dans l'étude des matériaux hétérogènes. L'utilisation de cette méthode résulte des limites que connaissent les méthodes numériques conventionnelles telles que l'analyse élément finis en utilisant un modèle de cellule élémentaire à étudier le comportement d'un matériau en prenant en considération les différentes phases constitutives de sa microstructure. L'efficacité de cette méthode est prouvée, elle est utilisée avec succès dans l'étude de la réponse mécanique des matériaux élastoplastiques poreux [218, 219]. Elle est également utilisée pour obtenir l'effet du renforcement d'un composite sur sa réponse globale [220-223] et l'influence de la microstructure sur la conductivité thermique.

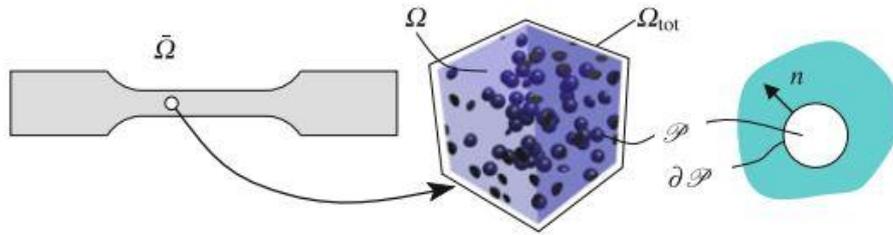
Cette méthode est également utilisée dans le cadre de l'étude du comportement mécanique des matériaux poreux. Son avantage réside dans sa capacité à prendre en considération la porosité d'une manière explicite et aussi en se basant sur les propriétés microstructurales réelles du matériau étudié. Parmi les études ayant eu recours à cette méthode, on trouve Bilger et al. [224, 225], Fritzen et al. [196], Khdir et al. [91, 226] et Bourih et al. [227].

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la réponse mécanique globale des matériaux poreux. Une brève revue bibliographique est proposée où les différentes méthodes d'homogénéisation sont exposées. Ensuite, une investigation sur le comportement mécanique des matériaux poreux en prenant en considération une large gamme de taux de porosité est réalisée. Le concept du volume élémentaire représentatif (VER) est utilisé. Une comparaison entre les résultats obtenus numériquement et les modèles analytiques disponibles dans littérature est faite. Enfin, un modèle représentatif du comportement mécanique des matériaux poreux à différents taux est proposé. Une validation expérimentale du modèle est également faite avec l'intégration numérique du modèle obtenu.

### **IV.1 Etude bibliographique**

#### **IV.1.1 Le concept de l'homogénéisation**

Les techniques d'homogénéisation sont généralement utilisées pour obtenir les propriétés mécaniques effectives d'un milieu homogène représentant le milieu hétérogène à l'échelle macroscopique.



**Figure IV.1)** Illustration d'un problème à deux échelles [228]

Plusieurs méthodes d'analyse ont été utilisées afin d'étudier un volume représentatif d'une microstructure hétérogène. Cette procédure est connue sous le nom de Volume Élémentaire Représentatif (VER) [229-232]. Le terme VER à été expliqué par Hill [233] et détaillé par Hashin [234, 235]. La détermination des propriétés effectives de la microstructure en détail est faite par le moyen d'analyse locale. Il est alors possible d'établir une relation entre la déformation effective ou moyenne du VER et la déformation locale [236].

Les propriétés globales d'un milieu hétérogène sont gouvernées par les propriétés de ses constituants et les propriétés effectives sont obtenues par homogénéisation en utilisant un élément de volume représentatif. La contrainte moyenne et la déformation moyenne dans le VER peuvent être définies respectivement par les équations suivantes :

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij}(x) dv \quad (IV.1)$$

$$\langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij}(x) dv \quad (IV.2)$$

où  $V$  représente le volume du VER.

Pour obtenir les propriétés effectives d'un matériau en utilisant le principe d'homogénéisation, plusieurs méthodes ont été proposées. Dans ce qui suit, nous allons exposer les différentes méthodes disponibles dans la littérature.

### IV.1.2 Les méthodes d'homogénéisation

Les travaux qui ont été réalisés dans ce sens considèrent l'homogénéisation comme un processus à deux échelles qui a pour but d'obtenir une réponse globale en termes de comportement mécanique ou thermomécanique d'un matériau hétérogène. L'homogénéisation peut être interprétée comme étant le remplacement du milieu hétérogène par un milieu homogène dont le comportement mécanique est le même. L'échelle microscopique est caractérisée par les champs de contraintes-déformations qui présentent des fluctuations et des oscillations qui sont relatives à la taille de l'échantillon. Cependant, les oscillations ne peuvent être constatées qu'à l'échelle microscopique. Certains phénomènes ayant une conséquence à

l'échelle macroscopique peuvent être observés comme la propagation des fissures, l'endommagement et la rupture.

Deux principales méthodes sont recensées dans la littérature concernant l'homogénéisation. La méthode asymptotique et la méthode moyenne. Pour la méthode asymptotique [237-242], quelques équations ont été proposées. Elles dépendent de la relation constitutive à l'échelle microscopique et de la déformation inélastique du problème entre la matrice et l'inclusion ou durant l'endommagement. Quant à l'approche du champs moyen [243-245], elle utilise la méthode de moyennisation pour obtenir les valeurs moyennes de la contrainte et la déformation à l'échelle macroscopique.

Les points essentiels dans la théorie de l'homogénéisation sont le VER, l'homogénéité statistique, la symétrie du matériau, l'homogénéisation et la localisation, l'homogénéisation par champs moyen ainsi que l'approche micromécanique.

#### **IV.1.2.1 Définition du VER**

Comme il a été mentionné au préalable dans ce chapitre, le terme a été introduit par Hill [233] qui a défini le VER comme une entité structurale d'un matériau hétérogène qui contient un nombre suffisant d'inclusions de telle sorte que les propriétés soient indépendantes du déplacement des limites ou des allongements. Plusieurs approches utilisant le principe du VER pour étudier un milieu hétérogène ont été développées, ces approches peuvent donner des estimations différentes qui dépendent des dimensions du VER et de la zone globale d'intérêt [236]. Il est important de savoir que les dimensions du VER et le choix de la méthode d'analyse peut affecter la précision des résultats.

La détermination du VER est une étape primordiale dans le processus de l'homogénéisation. Il est nécessaire de déterminer le nombre de phases contenues dans ce dernier, déterminer le comportement, la répartition spatiale et la géométrie de chaque phase.

En élasticité, le comportement de chaque phase est donné par :

$$(\sigma_{ij})_{ph} = (C_{ijkl})_{ph} (\varepsilon_{kl})_{ph} \quad (IV.3)$$

et

$$(\varepsilon_{ij})_{ph} = (S_{ijkl})_{ph} (\sigma_{kl})_{ph} \quad (IV.4)$$

avec

$$(C_{ijkl})_{ph} = (S_{ijkl}^{-1})_{ph} \quad (IV.5)$$

où :  $(\sigma_{ij})_{ph}$  et  $(\varepsilon_{ij})_{ph}$  représentent respectivement les tenseurs des contraintes et déformations

locales de chaque phase "ph" et  $(C_{ijkl})_{ph}$  et  $(S_{ijkl})_{ph}$  sont respectivement des tenseurs d'ordre 4 de rigidité et de souplesse de chaque phase "ph".

### **IV. 1.2.2 Homogénéisation statistique**

En supposant un milieu hétérogène contenant des particules ou des vides, les propriétés mécaniques et physiques peuvent varier d'un point à un autre. En général, un milieu hétérogène possède une distribution aléatoire des propriétés. Toutes les probabilités doivent être connues et considérées. Un élément de volume sélectionné à partir de la structure étudiée doit être indépendant de l'emplacement du volume dans sa globalité. D'un point de vue statistique, un élément de volume doit être représentatif du milieu hétérogène étudié. Un milieu hétérogène peut être transformé en un milieu homogène en utilisant l'homogénéisation statistique. Les propriétés moyennes deviendraient alors des propriétés effectives [229, 234, 235, 246-249].

### **IV.1.2.3 Symétrie du matériau**

Parmi les hypothèses de l'homogénéisation statistique, la symétrie du matériau peut être envisagée. Pour un milieu hétérogène contenant des inclusions ou des vides. Il est considéré avec des groupes ou des grilles de particules ou de vides. Par exemple, si la grille de particules ou des vides est rectangulaire, l'orthotropie sera alors supposée, et pour une grille hexagonale et une distribution aléatoire des particules, la microstructure est supposée isotrope. Pour des grilles carrées, une symétrie carrée est supposée [235, 246].

### **IV.1.2.4 Homogénéisation et localisation**

Le but de l'approche micromécanique basée sur la mécanique des milieux continus est d'établir un pont entre les différentes échelles pour décrire les relations entre les propriétés et la microstructure des matériaux hétérogènes. Le pont de la longueur d'échelle implique deux principales thèses : Le comportement à l'échelle macroscopique doit être estimé ou cerné en fonction des informations obtenues à l'échelle microscopique et le principe d'homogénéisation doit être appliqué. Le deuxième point est la réponse locale à l'échelle microscopique qui doit être déduite des conditions de chargement à l'échelle macroscopique. La réponse qui correspond au champ local dans un matériau hétérogène correspond à la localisation ou à la réduction d'échelle. La localisation peut être plus exigeante que l'homogénéisation étant donné la dépendance du champ local au détail de la géométrie locale des constituants [235, 246, 250, 251].

### **IV.1.2.5 Homogénéisation par la méthode du champ moyen**

C'est une approche semi-analytique utilisée pour la modélisation des matériaux hétérogènes. Elle se base sur l'extension des résultats établis par Eshelby pour une inclusion singulière [252]. Cette méthode a été établie initialement pour les matériaux composites mais elle peut être étendue aux matériaux poreux en supposant que l'un des composants est un vide de rigidité nulle. La méthode du champ moyen donne des estimations du comportement des matériaux hétérogènes à l'échelle macroscopique pour des temps de calcul raisonnables. Pour prendre en considération l'interaction entre les inclusions par moyennisation, d'autres hypothèses ont été introduites comme le schéma de Mori-Tanaka [248] ou bien le schéma self-consistant [253]. Les méthodes multi-échelles d'homogénéisation et plus particulièrement

la méthode du champ moyen peut prédire avec précision le comportement macroscopique des matériaux hétérogènes en prenant en considération les comportements non-linéaires irréversibles à l'échelle microscopique des composants [243, 245, 254].

#### **IV.1.2.6 Approches micromécaniques**

A travers la détermination des relations constitutives et la mise en place de quelques hypothèses à l'échelle microscopique pour les champs de contraintes et de déformations, les problèmes d'élasticité sont résolus analytiquement. La première tentative est la loi des mélanges et des méthodes bien plus avancées ont vu le jour depuis la dernière théorie d'Eshelby [252]. Des algorithmes avancés sont requis pour prédire le comportement global des matériaux hétérogènes. Les modèles micromécaniques sont utilisés dans une grande variété de problèmes pour expliquer les mécanismes locaux et la mécanique qui gouverne la déformation macroscopique élastoplastique des milieux solides hétérogènes. Le point important est de fournir le comportement global à partir de propriétés connues des constituants individuels et leurs interactions détaillées.

Quand un modèle numérique est utilisé, le comportement de la structure hétérogène doit être connu pour prédire le comportement des agrégats. La modélisation micromécanique offre certaines possibilités d'analyse des matériaux hétérogènes à l'échelle microscopique dans le but de retrouver ensuite les propriétés macroscopiques [255]. Quelques caractéristiques communes ont été utilisées dans la plupart des approches micromécaniques comme la définition géométrique du VER qui possède les caractéristiques fondamentales de la microstructure. La description du comportement global de chaque phase et l'interaction entre les différentes phases. Et enfin, lancer la procédure d'homogénéisation basée sur le VER pour obtenir le comportement global à l'échelle macroscopique.

#### **IV.1.3 Approches numériques de l'homogénéisation**

Dans certains cas, comme par exemple pour les microstructures aléatoires, il est compliqué d'obtenir une solution analytique. En effet, la détermination des champs de contrainte et de déformations, l'analyse de la concentration des contraintes ainsi que le regroupement des inclusions peut s'avérer être un véritable challenge en utilisant les approches analytiques classiques. Les méthodes numériques constituent une solution efficace quant à leur aptitude à calculer directement les champs moyens de contrainte et de déformation en représentant explicitement les détails des microstructures [218, 224, 226, 229].

Le point le plus important dans l'homogénéisation numérique est la taille du VER qui doit être assez petit d'un point de vue numérique mais assez grand d'un point de vue mécanique. Il doit aussi satisfaire les conditions de représentativité du milieu hétérogène considéré et aussi regrouper toutes les propriétés de ce milieu. La convergence des propriétés effectives du VER sont présentées par Hill [246]. D'autres recherches se sont intéressées à la convergence des propriétés effectives d'un point de vue VER [256, 257] et d'autres chercheurs ont déterminé la taille du VER en se basant sur des calculs statistiques [258, 259]. Ces recherches ont été faites

afin de prouver que la théorie de l'homogénéisation est valable pour les matériaux hétérogènes non périodiques.

Des simulations de type Monte Carlo sont utilisées pour prédire les propriétés effectives des matériaux hétérogènes. La méthode est basée sur la répétition des quelques expériences qui dépendent de quelques variables aléatoires. En utilisant les valeurs moyennes des résultats pour plusieurs réalisations, la même précision peut-être obtenue [218, 229]. Kanit et al. [229] ont étudié un solide composé de polycristaux et de grains. Ils ont calculé les propriétés moyennes et la variance des propriétés thermiques et élastiques en utilisant les cellules tridimensionnelles de Voronoi via la méthode Monte Carlo. Ils ont présenté les résultats de convergence des propriétés élastiques et thermiques et ont discuté la variation des résultats obtenus en fonction de la taille du VER. Le nombre de réalisations choisi est basé sur la taille du VER. Plus le VER est petit plus le nombre de réalisations augmente.

Le concept de Hill [233] stipule que les relations entre la contrainte et la déformation du volume moyen doivent être les mêmes quel que soient les conditions aux limites utilisées. Cela veut dire que les différentes interprétations de la loi de Hooke sont équivalentes [260]. Le concept repose sur le fait qu'un grand volume du matériau doit être considéré afin de faire en sorte que la dépendance des conditions aux limites disparaisse. Les conditions aux limites de type Dirichlet (Déplacement imposé) sont données par l'équation suivante :

$$u = \bar{\varepsilon}_i x_i \quad (IV.6)$$

où  $u$  est le déplacement,  $\bar{\varepsilon}$  est le volume moyen (ou aire moyenne) et  $x$  est le vecteur position.

L'autre type de conditions aux limites est dite de type Neumann (Contrainte imposée), elle s'exprime comme suit :

$$\sigma = \bar{\sigma}_i m_i \quad (IV.7)$$

où  $\sigma$  est la contrainte de traction,  $\bar{\sigma}$  est la contrainte moyenne du volume (ou aire) et  $m$  est une normale unitaire aux limites.

En mécanique des structures, quand une structure hétérogène est étudiée, l'objectif est de remplacer les constituants non-homogènes avec d'autres homogènes (simplifiés). En pratique, il est possible de déterminer leurs propriétés globales expérimentalement, mais pour la plupart, cela demeure compliqué. Au cours des dernières décennies, plusieurs méthodes dans le domaine de la mécanique du solide ont été développées théoriquement pour prédire les propriétés effectives des matériaux hétérogènes directement à partir de leurs phases et les morphologies de ces dernières. Comme cela a été mentionné au préalable, de grands progrès ont été faits pour la résolution des problèmes élastiques-linéaires. Les problèmes non-linéaires n'ont pas atteints ce stade de développement. il y a une grande nécessité d'incorporer plus d'informations à propos des mécanismes des petites perturbations dans les modèles phénoménologiques de plasticité qui sont communément appelés homogènes. La contrainte locale, la rupture ductile, la concentration des contraintes, tous ces phénomènes à petite

échelle ne sont pas compréhensibles d'un simple point de vue contrainte-déformation moyennes (modèles classiques). Une estimation précise des propriétés non-linéaires globales requière des efforts considérables d'un point de vue numérique. Les simulations numériques en utilisant la méthode élément finis jouent un rôle clé dans l'homogénéisation des matériaux hétérogènes [261].

#### IV.1.3.1 Milieux hétérogènes périodiques

Un milieu périodique est défini par une cellule unitaire et trois vecteurs de translation invariants. Le choix d'une cellule élémentaire est motivé par les différences dans les symétries géométriques qui peuvent être utilisées dans les calculs numériques des problèmes locaux. Il y a plusieurs exemples, comme une grille hexagonale (approximée par une cellule élémentaire axisymétrique) qui est considérée comme étant la cellule élémentaire la plus simple. Les conditions de périodicité de ce type de cellule unitaire sont difficiles à manipuler avec les codes numériques standards et il est plus simple de considérer une cellule élémentaire. Un exemple est illustré par la figure IV.2.

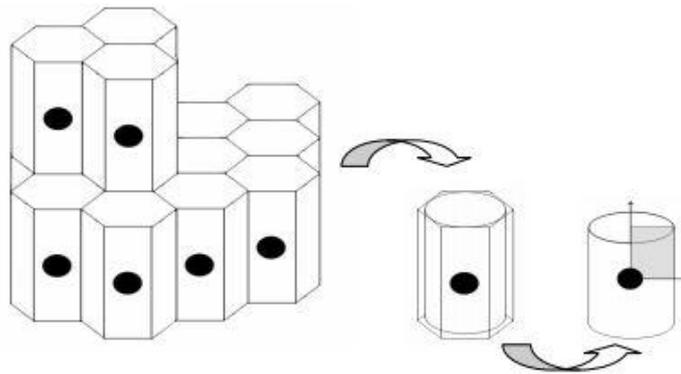


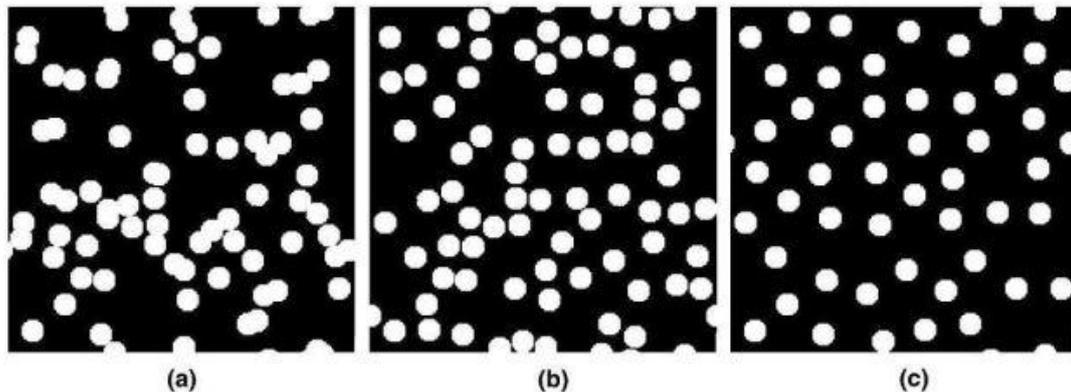
Figure IV.2) Grille hexagonale approximée à une cellule unitaire axisymétrique

#### IV.1.3.2 Milieux hétérogènes aléatoires

Les microstructures hétérogènes contiennent des phases qui sont distribuées aléatoirement. Plusieurs recherches ont été menées sur les microstructures aléatoires [262-266]. Des comparaisons ont été faites entre les propriétés globales des matériaux hétérogènes résultant de la modélisation de microstructures régulières et aléatoires. Il a été expliqué qu'il y avait une différence significative surtout quand la réponse est non-linéaire. Toutes ces considérations sont supposées pour le cas des petites déformations. L'effet de la distribution spatiale des hétérogénéités sur le comportement macroscopique est discuté dans Kouznetsova et al. [267].

Récemment, des VER tridimensionnels ont fait l'objet de quelques recherches à l'image de Bilger et al. [224] qui ont montré l'effet de la distribution non-uniforme des vides sur la réponse globale des matériaux poreux en utilisant la simulation numérique. Ils ont proposé un outil d'analyse d'images pour la caractérisation de la distribution de la porosité et ils ont posé des hypothèses pour l'implémentation des vides pour l'obtention des différentes microstructures. Les microstructures bidimensionnelles qui sont étudiées dans Bilger et al.

[224] sont présentées dans la figure IV.3. Dans le modèle booléen classique, les centres sont implantés arbitrairement par le biais du processus de poisson avec aucune condition sur leur position relative. Cependant, les vides peuvent se chevaucher (Figure IV.3a). Une contrainte peut être imposée quant à la distance minimale qu'il peut y avoir entre les vides afin d'éviter les chevauchement. Une distance de zéro pour le modèle "Hard sphere" (Figure IV.3b) et une distance strictement positive pour le modèle "Cherry pit" (Figure IV.3c) dans lequel les vides ne peuvent ni se chevaucher ni être en contact.



**Figure IV.3)** Microstructures poreuses bidimensionnelles [224]

Ghosh et al. [268] ont proposé un modèle élastoplastique qui prend en considération les détails de la microstructure pour modéliser les matériaux poreux et les matériaux composites. Une analyse à deux échelles a été utilisée avec une méthode d'homogénéisation asymptotique et un modèle élément finis basé sur une cellule de Voronoi pour la microstructure détaillée. Des microstructures avec différentes formes et distributions sont étudiées que ce soit pour les matériaux poreux ou les matériaux composites.

Dans cette première partie, nous avons abordé l'étude du comportement mécanique des matériaux hétérogènes en utilisant l'homogénéisation. Les différentes méthodes d'homogénéisation sont citées. Cette technique permet de traiter différents problèmes avec une précision appréciable. Elle permet également d'obtenir la réponse recherchée à l'échelle macroscopique tout en prenant en considération les détails de propriétés mécaniques et morphologiques de différentes phases constitutives à l'échelle microscopique.

Dans ce qui suit, la méthode d'homogénéisation numérique basée sur l'analyse élément finis est utilisée pour mener une investigation sur le comportement mécanique des matériaux poreux. Une large gamme de taux de porosité est considérée. L'objectif est d'obtenir la réponse mécanique globale à l'échelle macroscopique en prenant en considération les propriétés microstructurales à l'échelle microscopique. Les résultats obtenus par analyse élément finis sont ensuite comparés aux prédictions de quelques modèles analytiques disponibles dans la littérature. Une modélisation des différents cas de figures étudiés est également proposée.

## IV.2 Homogénéisation numérique des matériaux élastoplastiques poreux

En premier lieu, les détails concernant les propriétés mécaniques et les hypothèses de comportement du matériau sont données. Ensuite, la génération des VER étudiés ainsi que la morphologie des constituants sont discutées. Les détails de l'analyse élément finis sont également donnés. Les résultats obtenus sont ensuite exposés, discutés et exploités dans le cadre de la modélisation du comportement mécanique des matériaux poreux.

### IV.2.1 Hypothèses de comportement du matériau

La matrice est considérée incompressible avec les propriétés mécaniques suivantes :  $E = 200 \text{ GPa}$ ,  $\nu = 0.3$  et  $\sigma_e = 100 \text{ MPa}$  avec un comportement supposé élastique parfaitement plastique. Afin de pouvoir effectuer une comparaison entre les résultats obtenus et les modèles analytiques disponibles dans la littérature, la non-linéarité géométrique est supposée. Le tenseur infinitésimal des déformations  $\varepsilon$  est défini comme la partie symétrique du gradient du champs de déplacements  $u$ . La surface des vides est non chargée  $t = \sigma \cdot n = 0$  sur  $\varphi$  qui est supposé être la frontière sphérique du vide. Deux échelles sont supposées pour le matériau : Une échelle pour laquelle les pores sont observables (petite échelle) et une échelle pour laquelle la réponse globale du matériau considéré est recherchée. Le volume total est noté  $V$ , le volume de la matrice est  $V_m$  et le volume du vide est donné par  $V_v / V$ . Les deux échelles sont supposées indépendantes. Le déplacement des vides est supposé nul.

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{|V|} \int_{V_m} \varepsilon \, dv + \bar{\varepsilon}_c = (1-f) \langle \varepsilon \rangle_V + \bar{\varepsilon}_c \quad (\text{IV.8})$$

$$\bar{\varepsilon}_c = \frac{1}{|V|} \int_{\varphi} \text{sym}(u \otimes n) \, dA \quad (\text{IV.9})$$

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{|V|} \int_{V_m} \sigma \, dv = (1-f) \langle \sigma \rangle_V \quad (\text{IV.10})$$

$\bar{\varepsilon}_c$  est la déformation du vide due à la déformation de ses frontières. Pour plus de détails, voir Hori et Nemat-Nasser [269].

### IV.2.2 Génération de la microstructure

Pour modéliser le comportement mécanique des matériaux poreux, un grand intervalle de taux de porosités est considéré. La fraction volumique des cavités varie de 0.1% à 24% dans le but de prendre en considération une large gamme de matériaux poreux. Les vides sont supposés de forme sphérique. Pour la génération des vides en prenant en considération chaque couple  $\{f, N\}$ , des points  $M_1, M_2, M_3, \dots, M_i, \dots, M_n$  sont choisis arbitrairement en utilisant le processus de poisson. L'algorithme de génération est donné par la figure IV.4 et un exemple de génération de cavités est donné par la figure IV.5

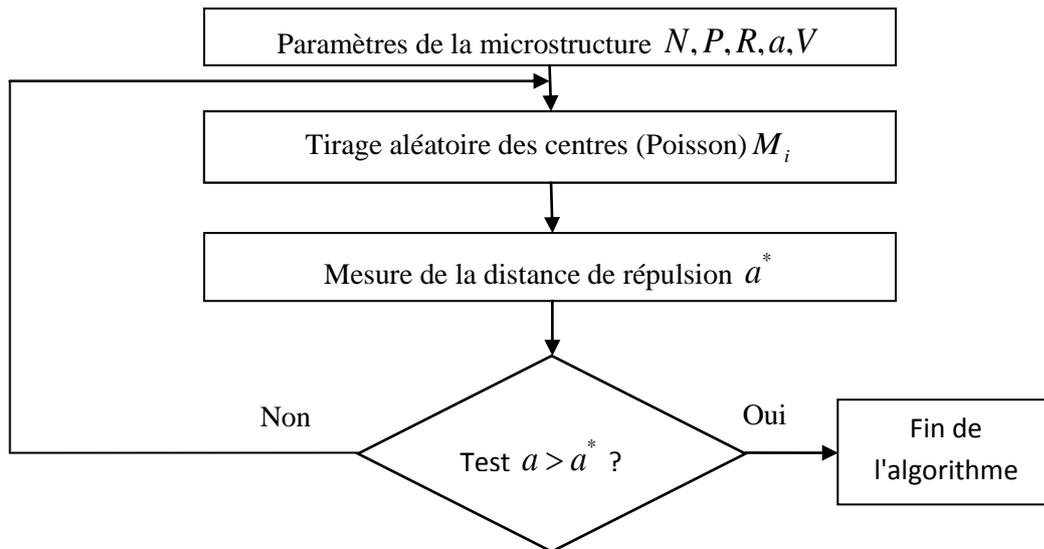


Figure IV.4) Algorithme de génération des microstructures

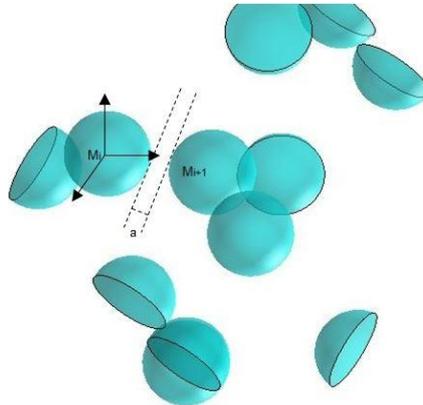


Figure IV.5) Génération des vides via le processus de Poisson

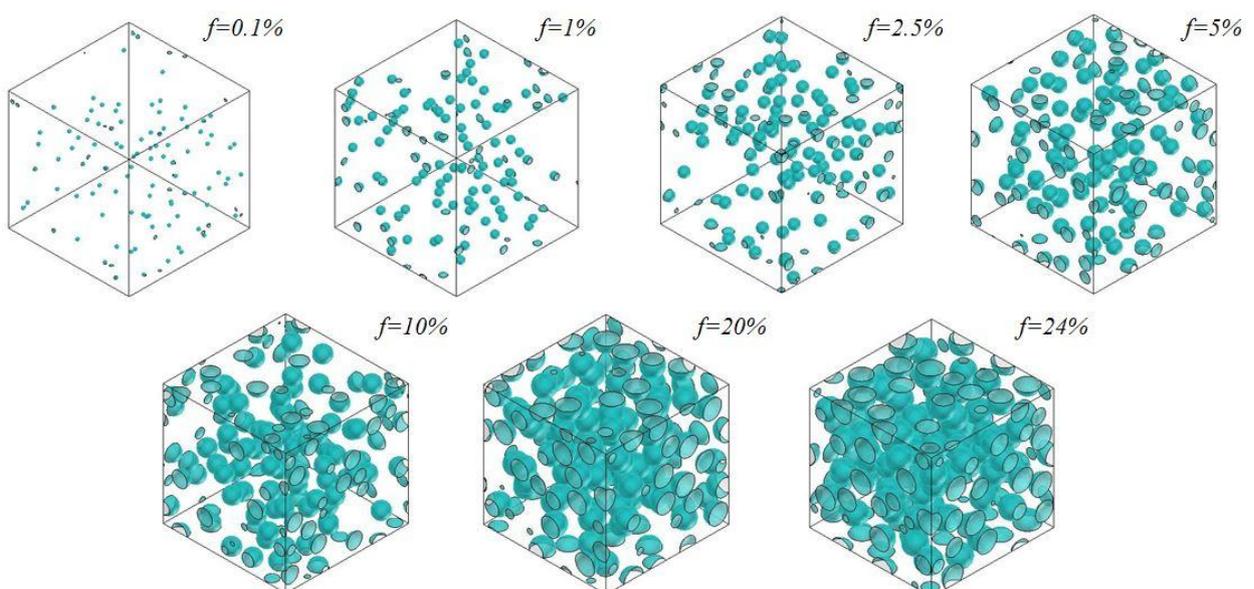


Figure IV.6) Microstructures étudiées

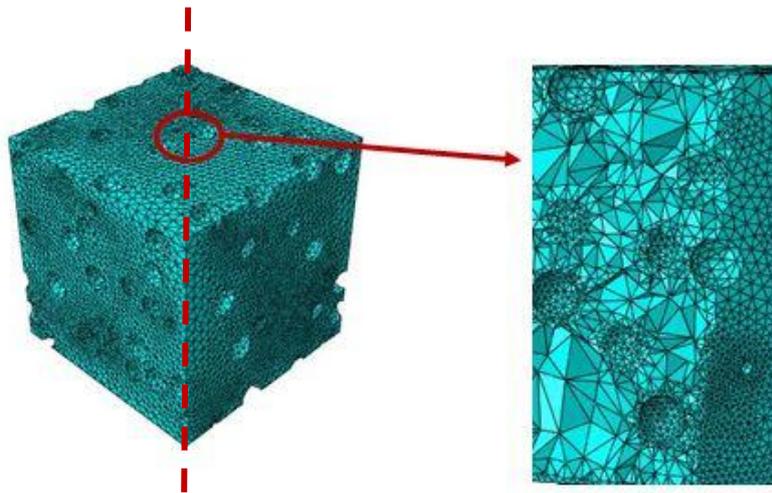
Le processus donne les centres des vides en accord avec l'algorithme de type *Random Sequential Addition*. Chaque  $i^{\text{ème}}$  vide sphérique ( $i=1,2,\dots,n$ ) correspond à un centre  $M_i$ . Plus de détails sur la méthode sont donnés dans Kanit et al. [229, 270]. Une condition de non percolation des cavités de l'ordre de 2.5% de leur diamètre est imposée pour la génération aléatoire de la microstructure. La fraction volumique du vide " $f$ " est reliée au nombre de vides " $N$ " par la relation suivante :

$$f = \frac{4\pi NR^3}{3|V|} \quad (\text{VI.11})$$

Les différentes microstructures étudiées sont données par la figure IV.6

### IV.2.3 Maillage élément finis

Pour la discrétisation spatiale du VER, un maillage raffiné est directement utilisé dans le but d'éviter une étude de convergence du maillage qui peut s'avérer coûteuse en termes de temps de calcul. Une étude de convergence du maillage a été réalisée dans l'étude de Bourih et al. [227] sur un VER discrétisé entre 5000 et 450000 éléments. La densité sélectionnée est de 27000 éléments. Dans la présente étude, la densité minimale est de 170000 éléments est sélectionnée pour chaque simulation dans le but d'obtenir des résultats précis et une meilleure illustration des champs des contraintes et déformation et éviter les instabilités numériques dues à la génération indépendante des deux phases. Chaque VER est maillé avec des éléments tridimensionnels à dix nœuds avec intégration réduite (C3D10R). Un exemple de VER maillé est donné par la Figure IV.7.



**Figure IV.7)** Maillage élément finis d'un VER

Les deux phases sont générées séparément et un maillage raffiné est automatiquement imposé là où le vide est supposé dans le but d'obtenir une meilleure description des concentrations de contraintes à proximité des vides qui conduisent à la coalescence des cavités et donc à la rupture.

#### IV.2.4 Les conditions aux limites

L'objectif de cette partie est de vérifier l'influence de la triaxialité des contraintes qui est définie par  $\Sigma_m / \Sigma_{eq}$  sur la réponse mécanique globale, le but étant d'estimer la dépendance de la réponse globale en termes de contrainte seuil vis à vis de la pression. D'autre part, la triaxialité des contraintes doit varier sans faire varier du taux de contrainte d'une manière importante. Afin de satisfaire cette dernière condition, nous avons opté pour des conditions aux limites périodiques mixtes. La variation de la triaxialité des contraintes est contrôlée par deux paramètres de chargement  $\alpha, \beta$  qui sont introduits afin de contrôler les composantes de la diagonale du tenseur global des déformations  $E$ . Pour une simulation de période  $t$  les conditions aux limites sont :

$$\begin{cases} \bar{\varepsilon}_{11}(t) = t\dot{\varepsilon}_0(\alpha + \beta) \\ \bar{\varepsilon}_{22}(t) = t\dot{\varepsilon}_0(-\alpha + \beta) \\ \bar{\varepsilon}_{33}(t) = t\dot{\varepsilon}_0\beta \\ \bar{\sigma}_{12} = \bar{\sigma}_{13}(t) = \bar{\sigma}_{23}(t) = 0 \end{cases} \quad (IV.12)$$

$\dot{\varepsilon}_0 > 0$  est le taux de déformation de référence et  $t$  est le temps de simulation. Ces conditions sont reproduites uniquement en imposant un déplacement normal moyen sur la surface du VER.

$$\Sigma_{eq} = \sqrt{\frac{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + (\sigma_{xx} - \sigma_{zz})^2 + (\sigma_{yy} - \sigma_{zz})^2}{2}} \quad (IV.13)$$

$$\Sigma_m = \frac{1}{3} tr(\bar{\sigma}) = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}}{3} \quad (IV.14)$$

Pour un chargement particulier, la contrainte moyenne de cisaillement sur la surface du VER disparaît et la composante de cisaillement dans le tenseur global des contraintes est toujours égale à zéro. Ceci implique que la contrainte de von Mises (eq IV.13) et la contrainte hydrostatique (eq IV.14) sont toujours dépendantes des composantes diagonales du tenseur global des contraintes. La triaxialité des contraintes est indirectement calculée en utilisant la contrainte équivalente de von Mises et la contrainte hydrostatique qui sont définies implicitement par les conditions aux limites mixtes à travers les deux paramètres de chargement  $\alpha$  et  $\beta$ . Les différentes valeurs utilisées pour ces paramètres pour faire varier le taux de triaxialité des contraintes sont données dans le tableau IV.1.

$i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha_i$	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.50	0.00
$\beta_i$	0.00	0.05	0.10	0.15	0.25	0.50	1.00	1.00	1.00

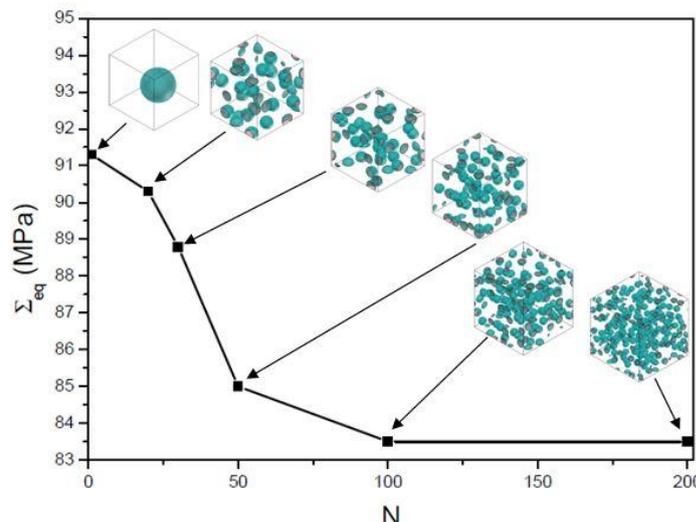
**Tableau IV.1)** Paramètres de chargement utilisés lors des simulations

## IV.2.5 Résultats et discussions

### IV.2.5.1 Représentativité

Pour la représentativité du volume élémentaire, le nombre de vides choisis doit être suffisamment important. La représentativité est largement étudiée. Huet [271] l'a étudiée en termes de réponse mécanique en utilisant l'approche variationnelle. Drugan et Willis [272] ont étudié les composites élastiques d'un point de vue non local. Ils ont aussi mené une investigation sur la taille du volume élémentaire représentatif. Dans leur étude, Khdir et al. [218] ont montré que la taille minimale du VER dans la phase non linéaire doit être plus importante que le minimum requis pour la phase linéaire.

Dans la présente investigation, une étude de convergence est faite sur un VER contenant une fraction volumique du vide de 10% avec une variation du nombre de vides. Plusieurs simulations sont réalisées sur des VER constitués d'une matrice de von Mises poreuse contenant un nombre de vides sphériques allant de 1 à 200. Les résultats de l'étude de convergence sont donnés par la figure IV.8. Nous pouvons en conclure que les résultats entre 100 et 200 vides sont très proches. Un VER contenant 100 vides est suffisant pour être représentatif de la microstructure étudiée. La même conclusion a été tirée par Bourih et al. [227] et Khdir et al. [91].



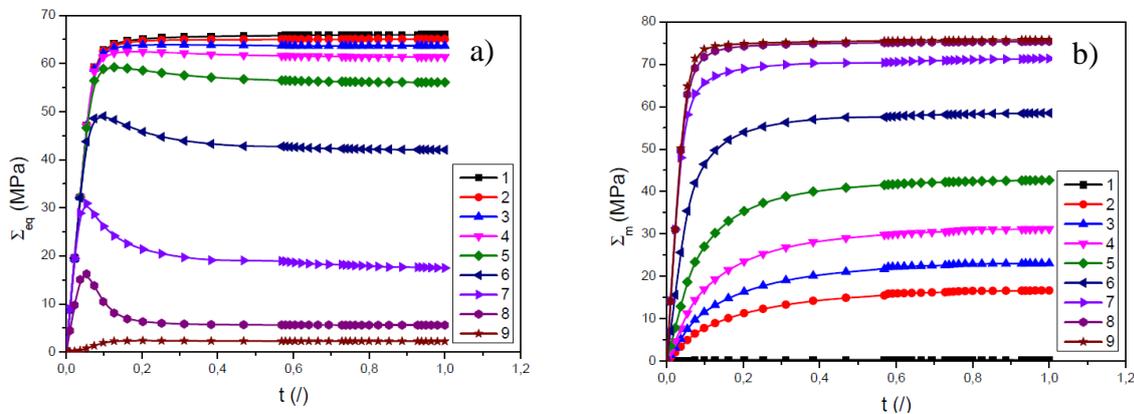
**Figure IV.8)** Etude de convergence en termes de nombre de vides pour  $f=10\%$

Les résultats obtenus montrent que l'erreur est non négligeable quand on compare la réponse de la cellule élémentaire à celle d'un VER dont le nombre de vides distribués aléatoirement est important. Cela prouve que le modèle prenant en considération une cellule élémentaire présente des imprécisions quand la solution globale est recherchée.

On peut aussi conclure à partir de cette investigation que la convergence est atteinte à partir de 100 vides et quand on compare les résultats avec ceux d'un VER contenant 200 vides, le pourcentage d'erreur est proche de 0%. Ces résultats nous permettent de choisir un VER de 100 vides pour notre investigation afin de réduire les coûts en termes de temps de calcul.

### IV.2.5.2 Réponse asymptotique de la contrainte

Pour la détermination de la réponse en termes de contraintes pour chaque VER, la contrainte équivalente de von Mises ainsi que la contrainte hydrostatique sont tracées en fonction d'un temps de chargement adimensionnel. La contrainte macroscopique à la fin de la simulation est utilisée. Il est vérifié que les valeurs de la contrainte à la fin de l'analyse sont stationnaires c.-à-d. pas de changement au niveau de la contrainte macroscopique quand la déformation augmente. La contrainte de von Mises en fonction de la contrainte hydrostatique est aussi représentée pour chaque simulation pour évaluer la dépendance de réponse mécanique globale à la pression, et aussi pour comparer les résultats obtenus par analyse élément finis à ceux obtenus par le biais des modèles analytiques disponibles dans la littérature. Les résultats obtenus en termes de contraintes de von Mises et hydrostatique en fonction du temps d'analyse sont donnés comme suit pour le cas de  $f=24\%$  :



**Figure IV.9)** a) Contrainte de von Mises pour  $f=0.24$ , b) Contrainte hydrostatique pour  $f=24\%$

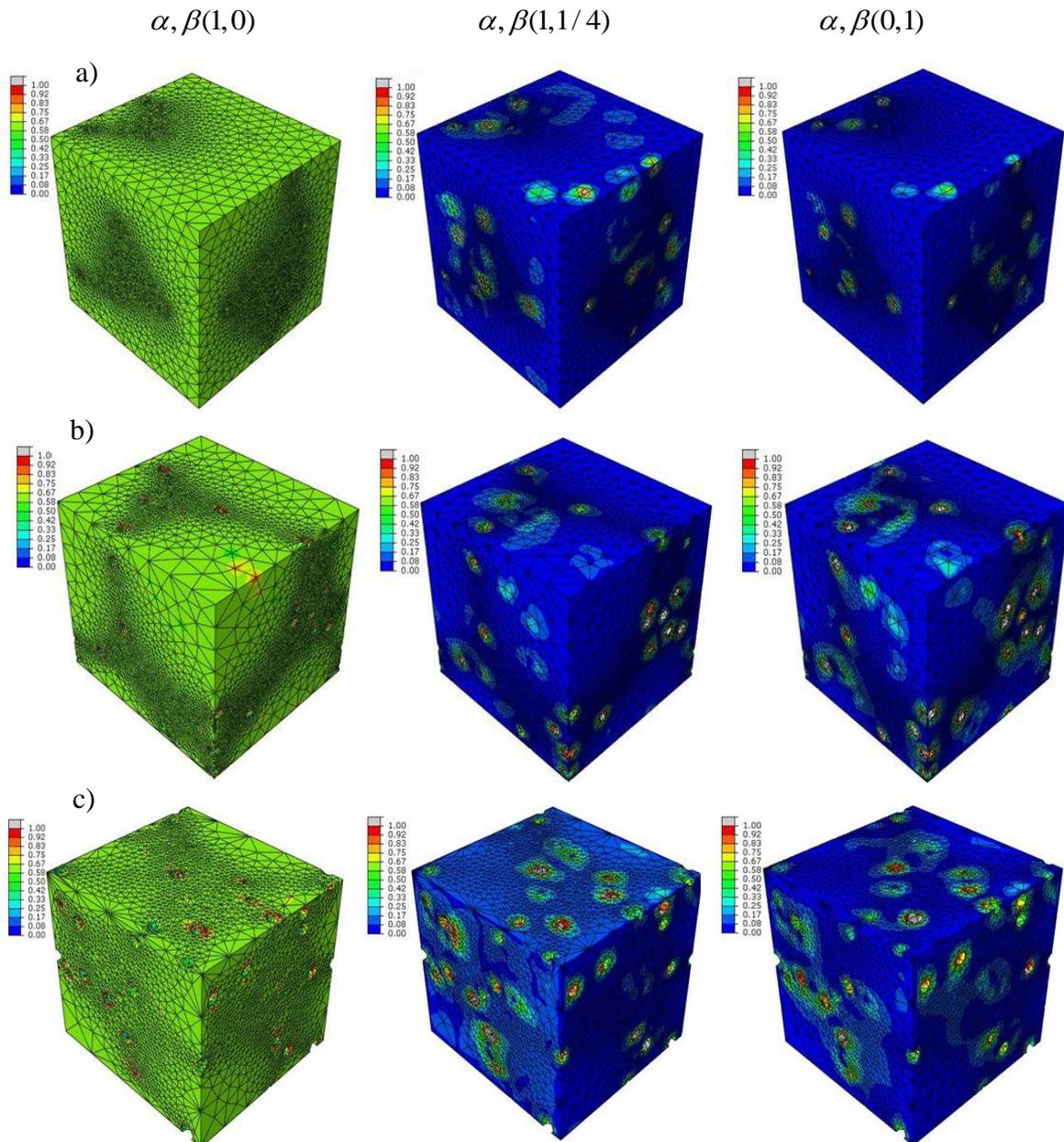
Pour chaque fraction volumique, les deux contraintes sont données en fonction d'un temps adimensionnel pour évaluer la réponse asymptotique de la contrainte des matériaux élastoplastiques poreux. Le cas de  $f = 24\%$  est donné par la figure IV.9 pour les 09 conditions de chargement. Les figures IV.9a) et IV.9b) montrent que la contrainte de von Mises et la contrainte hydrostatique sont inversement proportionnelles en fonction de la triaxialité des contraintes. Nous pouvons en conclure que le VER est assujéti à une contrainte stationnaire quand la déformation plastique est atteinte. La réponse globale en termes de contrainte à la fin de la simulation est utilisée afin de déterminer la surface de charge qui sera comparée aux prédictions des modèles disponibles dans la littérature.

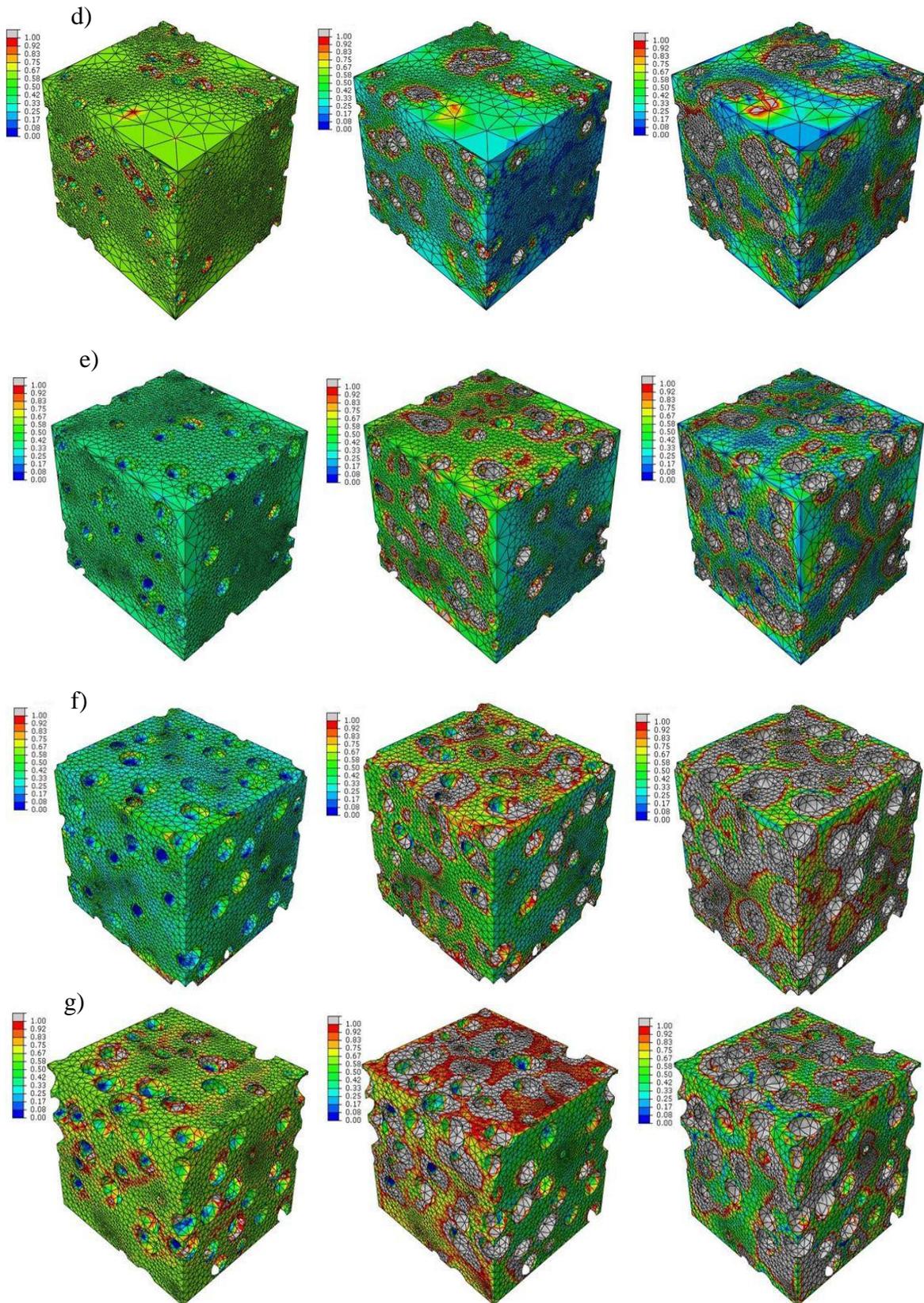
### IV.2.5.3 Champs de déformation plastique

La déformation plastique équivalente dans le VER est donnée pour chaque fraction volumique du vide étudiée dans la figure IV.10. Trois conditions de chargement sont choisies pour chaque taux de porosité :  $\alpha, \beta(1,0)$  correspond au taux de triaxialité le plus faible,  $\alpha, \beta(0,1)$  est considéré comme étant le taux le plus important et  $\alpha, \beta(1,1/4)$  est un taux intermédiaire. La représentation des champs de déformation plastique pour chaque cas à la fin de la

simulation est donnée. Il est reconnu que les bandes de cisaillement apparaissent quand le taux de triaxialité est plus important [224]. On peut aussi voir que la plasticité est plus diffuse quand la fraction volumique des vides est plus importante. Cela peut être expliqué par une plus grande concentration de contraintes étant donné une distance intra-cavités plus faible. Ceci conduit naturellement à une coalescence des cavités plus rapide et ainsi à la rupture à l'échelle macroscopique.

A partir de la figure IV.10, nous pouvons constater que pour les faibles fractions volumiques (<5%) la déformation plastique est faible. Ceci est dû à l'éloignement relatif des cavités. A partir de la figure IV.10a),b),c),d), nous pouvons constater que la déformation plastique débute à partir des cavités. Ceci est dû à la concentration des contraintes dans ces zones.



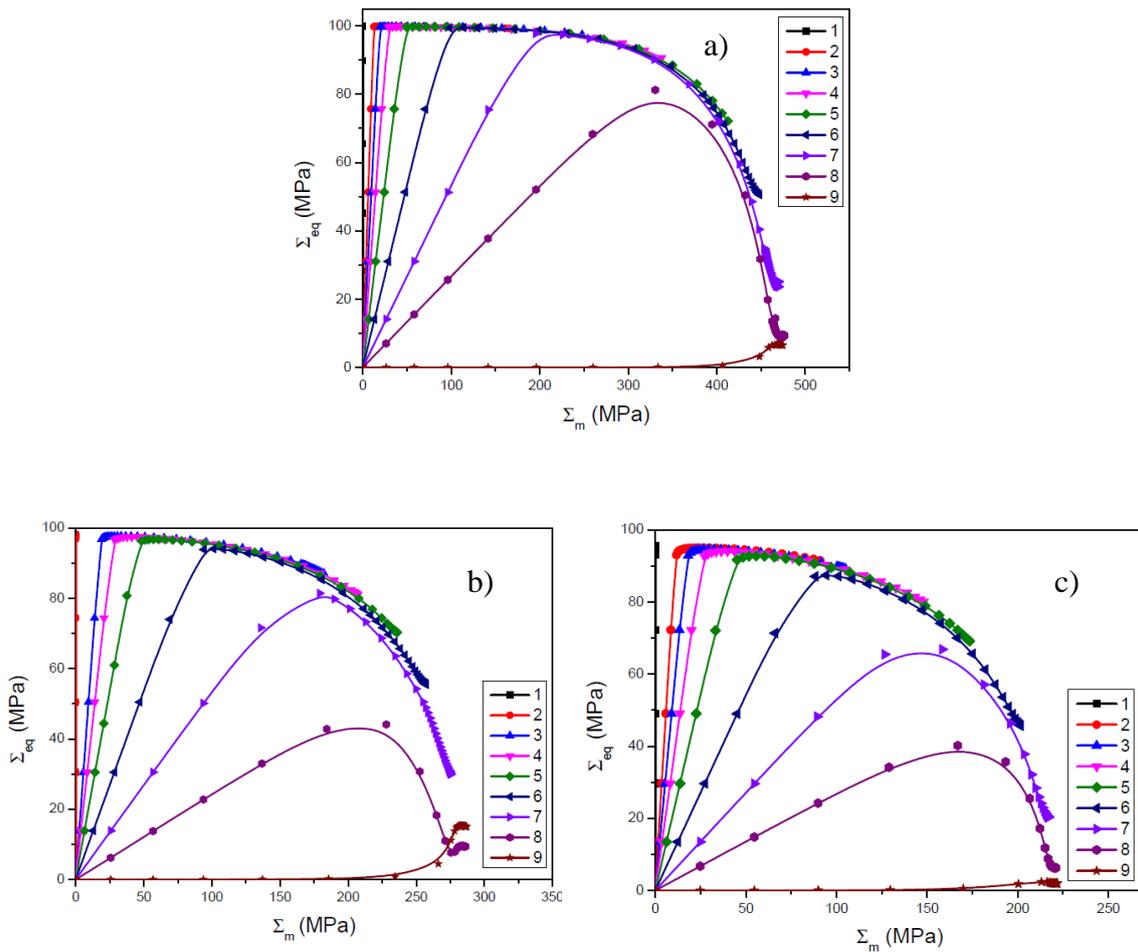


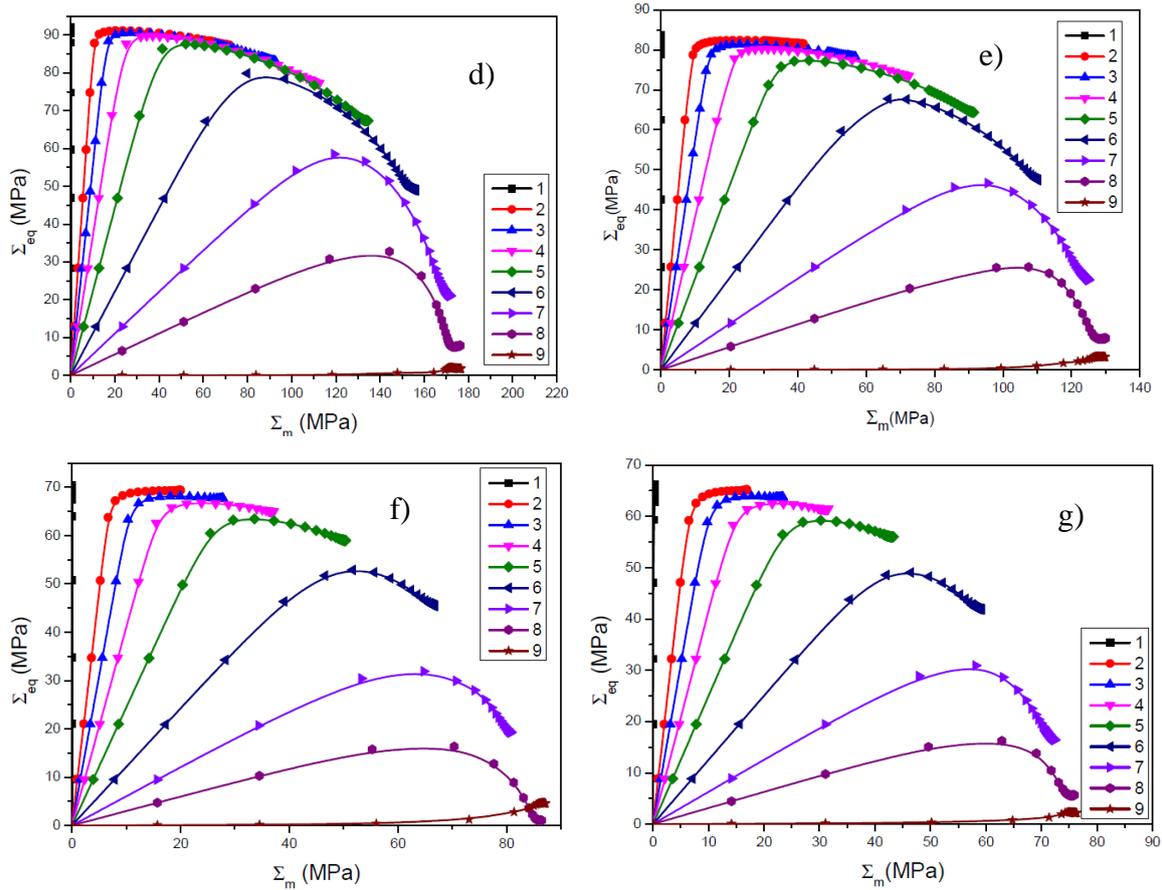
**Figure IV.10)** Déformation plastique équivalente en fonction du taux de triaxialité a)  $f=0.1\%$ , b)  $f=1\%$ , c)  $f=2.5\%$ , d)  $f=5\%$ , e)  $f=10\%$ , f)  $f=20\%$ , g)  $f=24\%$

La déformation plastique est plus diffuse quand la triaxialité des contraintes est plus importante. Pour les taux de porosité plus importants ( $\geq 5\%$ ) nous pouvons observer un grand taux de déformation plastique. La déformation plastique augmente avec l'augmentation du taux de triaxialité et cette augmentation est d'autant plus importante avec l'augmentation de la fraction volumique des cavités. Ces résultats sont en accord avec la réponse en termes de contraintes obtenue pour chaque cas. La contrainte seuil est plus importante pour les taux de porosités faibles et le seuil diminue avec l'augmentation du taux de triaxialité des contraintes.

#### IV.2.6 Modélisation analytique

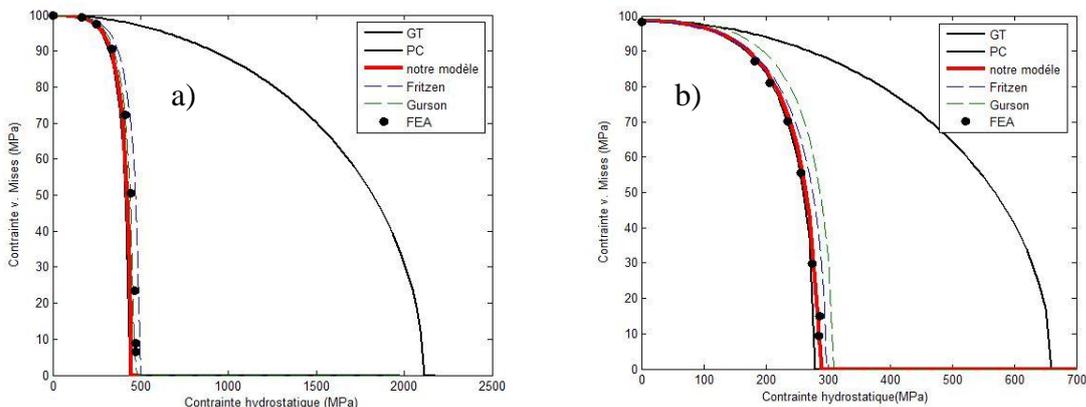
Les résultats en termes de contrainte de von Mises en fonction de la contrainte hydrostatique sont donnés par la figure IV.11 dans le but de montrer l'évolution de la dépendance à la pression en fonction de la fraction volumique des vides. Cette étape est la première pour comparer les résultats obtenus par analyse élément finis avec la réponse des modèles analytiques. Comme dans les études antérieures sur le sujet [91, 196, 226, 227], une tendance générale est observée quand la contrainte de von Mises est représentée en fonction de la contrainte hydrostatique.

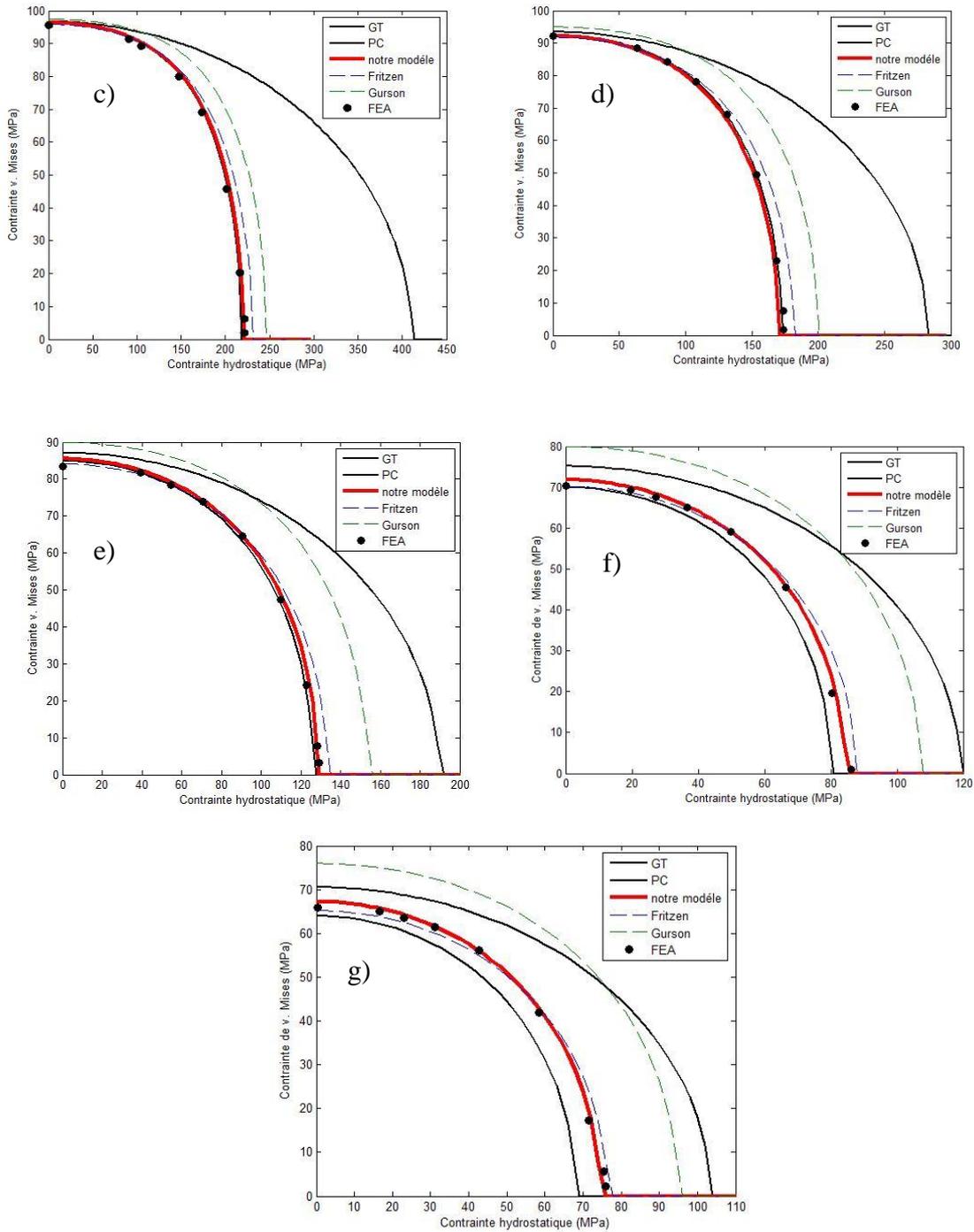




**Figure IV.11)** Contrainte de von Mises en fonction de la contrainte hydrostatique pour a)  $f=0.1\%$ , b)  $f=1\%$ , c)  $f=2.5\%$ , d)  $f=5\%$ , e)  $f=10\%$ , f)  $f=20\%$ , g)  $f=24\%$

Les résultats obtenus sont comparés à certaines prédictions de modèles analytiques pour vérifier la précision de l'analyse élément finis menée au courant de cette étude ainsi que les capacités des modèles analytique a donner une réponse précise pour ce qui est de la surface seuil des VER étudiés. Les résultats obtenus sont donnés par la figure IV.12, a noter que "PC" est le modèle de Ponte-Castañeda, GT est le modèle de Gurson modifié par Tvergaard, Fritzen est le modèle obtenu par Fritzen al. [196], Gurson est le modèle original de Gurson et FEA représentent les résultats obtenus par analyse élément finis en utilisant l'homogénéisation numérique.





**Figure IV.12)** Résultats des simulations en comparaison avec les modèles analytiques pour a)  $f=0.1\%$ , b)  $f=1\%$ , c)  $f=2.5\%$ , d)  $f=5\%$ , e)  $f=10\%$ , f)  $f=20\%$ , g)  $f=24\%$

Dans la présente étude, Une modification du modèle GT est proposée en couplant la porosité aux paramètres de calibrage  $q_i$ . Une fonction linéaire est attribuée pour  $q_1$  dans le but de lier la porosité à ce paramètre. Le but de cette initiative est d'étendre le modèle de Gurson aux matériaux hautement poreux et aussi s'affranchir des paramètres n'ayant pas de signification

physique. Le modèle obtenu est décrit comme suit : Le critère basique est le même que celui du modèle GTN. Les coefficients  $q_i$  sont donnés comme suit :

$$\begin{cases} q_1 = A - B \cdot f \\ q_2 = 1 \\ q_3 = q_1^2 \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

Les deux paramètres  $A$  et  $B$  sont obtenus par le biais d'une régression linéaire et les valeurs moyennes obtenues pour toutes les fractions volumiques étudiées sont  $A=1.5$  et  $B=1$ . Le modèle peut être écrit comme suit :

$$\Phi = \frac{\Sigma_{eq}^2}{\sigma_0^2} + 2 \left( \frac{3}{2} - f \right) f \cosh \left( \frac{3\Sigma_m}{2\sigma_0} \right) - \left( 1 + \left( \frac{3}{2} - f \right)^2 f^2 \right) = 0 \quad (\text{VI.16})$$

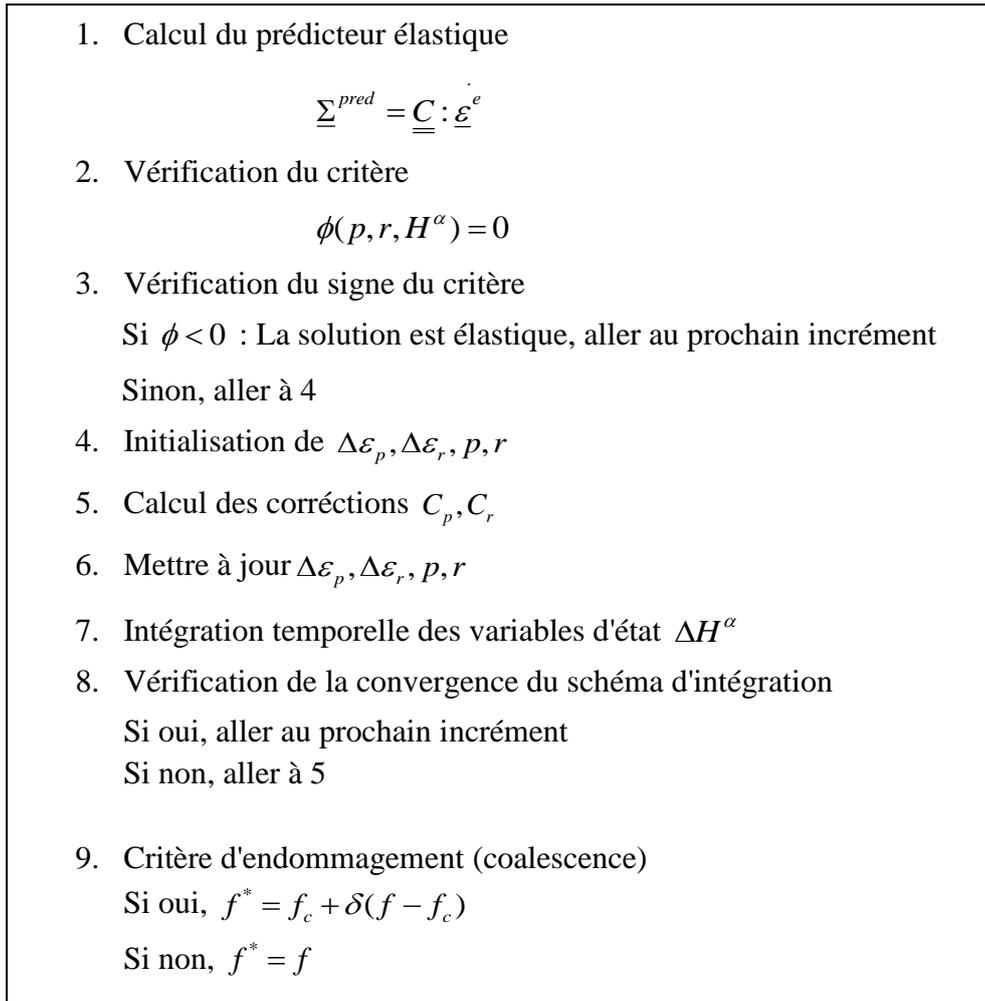
A partir des résultats obtenus (Figure IV.12), nous pouvons constater que les modèles GT et PC sont respectivement une borne inférieure et supérieure. Pour de faibles taux de porosités (<5%), le modèle GT, celui de Fritzen et al. ainsi que le modèle proposé dans la présente étude donnent des résultats satisfaisants en comparaison avec ceux obtenus par élément finis en termes de réponse globale de la contrainte. Pour des fractions volumiques de vide plus importantes, le modèle GT montre ses limites, seuls les modèles de Fritzen et celui obtenu lors de la présente investigation donnent des prédictions satisfaisantes en comparaison avec les résultats obtenus par homogénéisation numérique. Nous pouvons constater que les prédictions du nouveau modèle sont les plus proches des résultats obtenus par simulation élément finis. Ces prédictions sont aussi très proches de celles données par le modèle de Fritzen et al. Le modèle GT est performant pour les faibles taux de porosité (<5%) mais il n'est pas représentatif pour les matériaux hautement poreux.

#### **IV.2.7 Implémentation numérique**

Dans le but de vérifier la validité de l'approche menée en utilisant l'homogénéisation numérique, le modèle obtenu au courant de cette étude est implémenté dans Abaqus en utilisant le schéma implicite backward-Euler suivant la méthode du prédicteur élastique - correcteur plastique en utilisant l'algorithme d'Aravas [273]. On suppose que la fonction seuil  $\phi$  dans cette étude est donnée par l'équation IV.16. Les détails sur le schéma d'implémentation sont donnés dans l'annexe C. L'organigramme de l'intégration numérique du modèle est donné par la figure IV.13.

#### **IV.2.8 Validation du modèle GTN modifié**

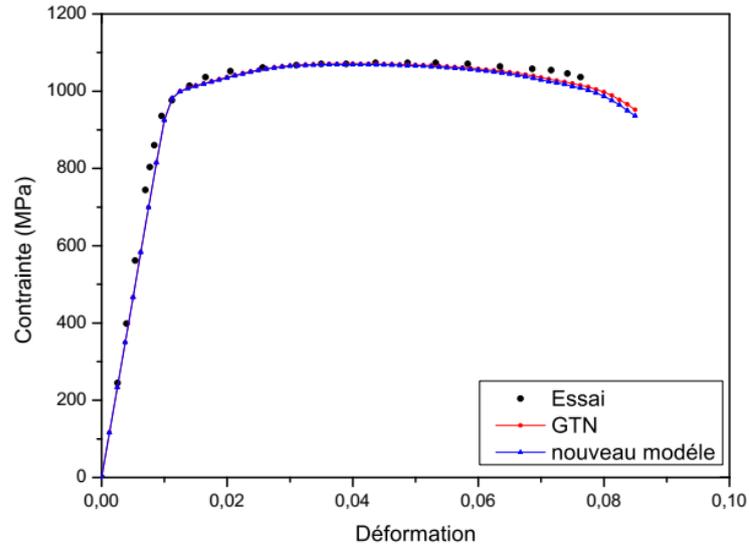
Les aptitudes du modèle GTN modifié sont testées comparativement au travail expérimental de Jia et al. [274] qui ont évalué la relation entre la porosité et les propriétés mécaniques de l'alliage Ti-6Al-4V fabriqué par forgeage de poudre compactée. La pièce résultante contient une porosité variable allant d'un taux proche de 0% à 5 % de porosité qui est considéré comme un taux important pour les matériaux conventionnels. Le modèle est testé pour ce cas et la prédiction est comparée à celle donnée par le modèle original de GTN.



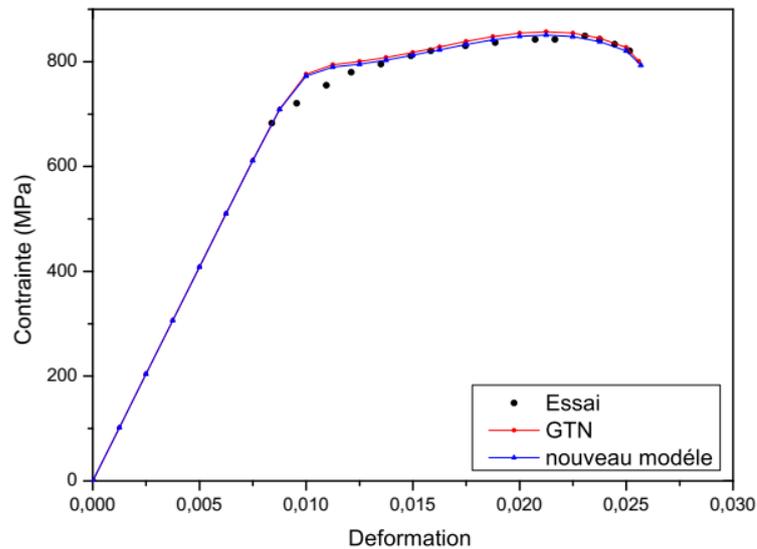
**Figure VI.13)** L'organigramme d'intégration numérique du modèle

Les résultats sont donnés par la figure IV.14 pour le cas de  $f_0 = 0.64\%$  et dans la figure IV.15 pour  $f = 5\%$ . A partir de la comparaison entre les prédictions obtenues à partir des deux modèles en comparaison avec l'expérimental, on peut conclure que pour une petite fraction volumique c.-à-d. 0.1 %, ... 1%, les deux modèles donnent des prédictions satisfaisantes et les résultats obtenus sont proches. Quand la fraction volumique est plus importante c.-à-d. 5%, une divergence entre les deux modèles est observée. Le modèle GTN surestime la réponse mécanique des matériaux hautement poreux. Les résultats obtenus par le biais du modèle modifié sont plus proches des résultats expérimentaux.

Le modèle obtenu par le biais de l'homogénéisation numérique donne des résultats plus satisfaisants quand ils sont comparés aux résultats expérimentaux. Cela confirme les comparaisons faites entre l'analyse élément finis et les prédictions obtenus par le biais de modèles analytiques. La figure IV.16 donne des comparaisons entre les prédictions obtenues en utilisant le modèle GTN et le nouveau modèle pour des taux de porosité bien plus importants et nous pouvons constater que la dispersion est bien plus importante avec l'augmentation de la fraction volumique des vides.



**Figure IV.14)** Comparaison entre le modèle GTN et modifié avec un essai de traction pour  $f=0.64\%$



**Figure IV.15)** Comparaison entre le modèle GTN et modifié avec un essai de traction pour  $f=5\%$

A partir de la figure IV.17, une corrélation est faite afin de quantifier la dispersion entre la réponse globale donnée par les deux modèles. Ceci peut être considéré comme une validation des résultats obtenus par homogénéisation numérique. Le modèle GTN surestime la réponse globale et cette surestimation augmente avec l'augmentation de la fraction volumique des vides. Dans la figure IV.17, une relation est établie entre la dispersion entre les deux modèles et la fraction volumique initiale des vides. Une évolution linéaire de l'erreur est obtenue.

Les paramètres  $q_i$  sont introduits pour prendre en considération l'interaction entre les vides étant donné le fait que le modèle original de Gurson échoue à prédire convenablement la rupture.

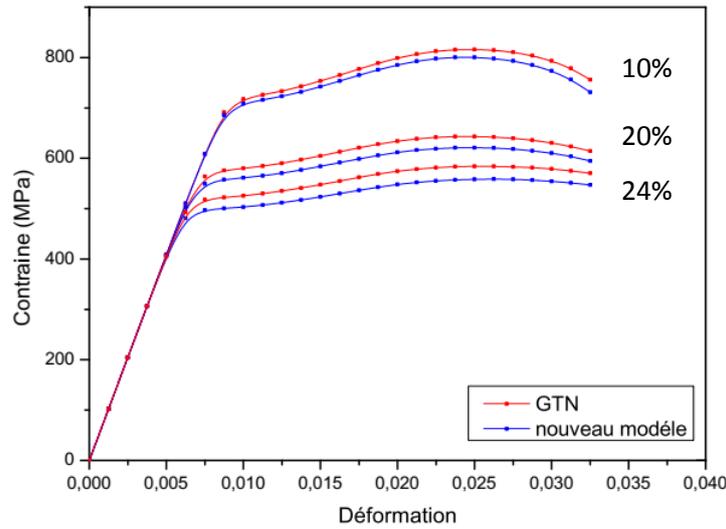


Figure VI.16) Comparaison entre le modèle GTN et modifié pour les grand taux de porosité

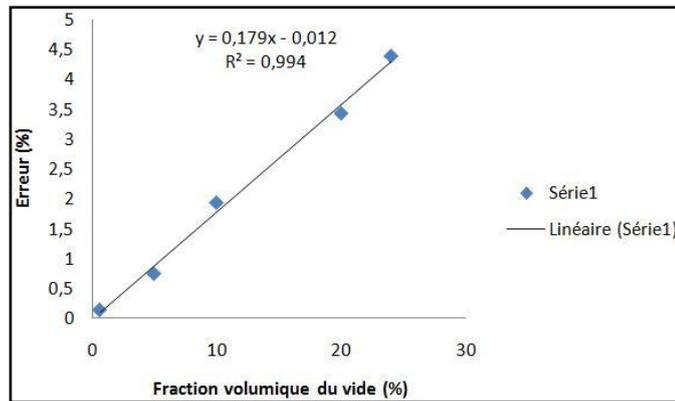


Figure IV.17) Dispersion entre les modèles en fonction de la fraction volumique des vides

Wen et al. [275] ont étendu le modèle de Gurson pour prendre en considération l'effet de taille des cavités. La surface seuil obtenue est plus large que celle obtenue par le biais du modèle de Gurson. Le comportement global est surestimé par ce dernier avec l'augmentation de la fraction volumique initiale des vides. L'effet de taille des cavités est donc significatif et la différence devient importante. A partir de nos résultats, nous pouvons conclure que le modèle GTN surestime la réponse globale en termes de contraintes-déformations et la différence entre ce dernier et le modèle proposé augmente de façon linéaire avec l'augmentation de la porosité initiale.

### Synthèse du chapitre

Le comportement des matériaux élastoplastiques poreux est étudié dans le présent chapitre en utilisant l'homogénéisation numérique et en prenant en considération une large gamme de

taux de porosité. La représentativité du volume élémentaire est vérifiée en termes de nombre de vides dans le VER. On trouve une différence importante quand on compare les résultats obtenus par le biais de la cellule élémentaire et ceux obtenus avec un VER contenant un grand nombre de vides. Nous pouvons conclure que le modèle de cellule unitaire échoue à reproduire les résultats comparativement à la méthode d'homogénéisation numérique en utilisant le concept du VER.

La variation de la déformation ainsi que la triaxialité des contraintes sont discutées. Comme attendu, la déformation plastique est plus diffuse quand la fraction volumique des vides est plus importante, Ceci peut être dû à la faible distance intra-cavités qui implique une plus grande concentration de contraintes et donc une coalescence des cavités plus rapide. Avec l'augmentation de la triaxialité des contraintes, la déformation plastique augmente et les bandes de cisaillement apparaissent. Les contraintes de von Mises et hydrostatique sont déterminées pour chaque fraction volumique des cavités. Quand la contrainte est saturée c.-à-d. pas d'augmentation de la contrainte avec l'augmentation de la déformation appliquée, les points sont choisis pour comparer les résultats numériques avec les prédictions obtenus à partir des modèles analytiques. Un modèle GTN amélioré est obtenu à partir de l'analyse élément finis basée sur l'homogénéisation numérique. De nouveaux coefficients sont obtenus en utilisant la régression linéaire, le modèle obtenu est plus simple et valable pour une large gamme de taux de porosités. Pour les faibles taux de porosités, le modèle GT, celui de Fritzen et le modèle obtenu lors de cette étude sont représentatifs des résultats obtenus. Pour des fractions volumiques plus importantes, seul le modèle de Fritzen et le modèle obtenu dans la présente étude sont représentatifs des résultats. L'avantage du modèle obtenu réside dans sa simplicité en gardant  $q_2 = 1$  et en posant  $q_1$  comme fonction linéaire de la porosité  $f$ . Les valeurs moyennes obtenues pour les termes de l'équation sont  $A = \frac{3}{2}$  et  $B = 1$ . Ce qui simplifie le modèle et le rend performant pour une large gamme de fractions volumiques des cavités.

Le modèle obtenu est finalement implémenté dans un code élément finis, les prédictions obtenues à l'échelle macroscopique sont comparées à celles données par le modèle GTN dans le but de reproduire des essais de traction sur un alliage poreux disponibles dans la littérature. Nous pouvons en conclure que les modèles donnent la même prédiction pour de faibles taux de porosités. Quand le taux de porosité initiale augmente, une divergence est notée entre les deux modèles, une différence est observée à partir d'une fraction volumique de 5 %. La divergence entre les deux modèles augmente avec l'augmentation de la fraction volumique initiale du vide. Une corrélation est obtenue entre la différence en termes de contrainte en fonction de la fraction volumique initiale du vide, une évolution linéaire est recensée. Ceci peut-être considéré comme une validation des résultats obtenus par homogénéisation numérique.

# **Conclusion générale et perspectives**

## **Conclusion générale et perspectives**

Ce travail de thèse porte sur l'étude du phénomène de rupture ductile en utilisant plusieurs méthodes. L'approche de mécanique de la rupture en l'occurrence le concept de la courbe J-R est utilisée pour caractériser à la rupture les matériaux d'un point de vue énergétique. La méthode du travail essentiel de rupture qui est considérée comme l'approche inverse de la mécanique de la rupture est également utilisée pour la caractérisation des tôles minces en acier inoxydable. Une stratégie de détermination des paramètres du modèle de Gurson est proposée, elle est basée sur des hypothèses phénoménologiques, ce qui permet d'éliminer les paramètres incohérents. Enfin, la réponse mécanique des matériaux poreux est étudiée et une optimisation du modèle GTN pour une large gamme de porosités est proposée.

A l'issue de cette étude, nous avons pu apporter plusieurs réponses qui sont fréquemment posées au sein de la communauté scientifique. Le critère J-critique peut quantifier la résistance à la rupture mais ne peut pas être considéré comme critère intrinsèque étant donné sa dépendance aux paramètres géométriques (épaisseur et longueur du ligament). Néanmoins cette dépendance peut être quantifiée. Les résultats en termes d'évolution de  $J_c$  en fonction de  $a/w$  sont en accord avec les résultats disponibles dans la littérature.

Le travail essentiel de rupture qui est une méthode de caractérisation à la rupture des tôles minces. Cette méthode n'est utilisée que dans l'hypothèse de contraintes planes. Dans la présente étude, elle a été utilisée avec succès pour la caractérisation à la rupture des tôles en acier inoxydable AISI 304L pour deux épaisseurs (0.8 et 1.5 mm). Les résultats obtenus sont très proches. A noter que pour une épaisseur de 3 mm, les résultats divergent, ce qui prouve que cette méthode n'est valable que pour une certaine limite en termes d'épaisseur.

La modélisation par zone cohésive est utilisée pour la validation numérique. une corrélation est faite au ligament zéro pour le travail de séparation qui est un paramètre de la loi de comportement de la zone cohésive. Des résultats similaires au travail essentiel de rupture sont obtenus. Cette méthode peut être utilisée pour évaluer la ténacité à la rupture des tôles minces et ainsi éviter des essais expérimentaux coûteux en termes d'échantillons à tester.

Malgré l'efficacité de la méthode du travail essentiel de rupture dans l'évaluation de la ténacité à la rupture, elle reste néanmoins dépendante de la géométrie et n'est valable que dans le cas de contraintes planes.

L'approche micromécanique qui est largement représentée par le modèle GTN est utilisée comme alternative à l'approche globale. Néanmoins, un des problèmes les plus fréquents lors de l'utilisation de ce modèle réside dans l'identification des paramètres adéquats. Une stratégie d'identification des paramètres du modèle GTN est proposée dans la présente étude, elle est basée sur la déformation à la rupture des éprouvettes. Cette méthode s'avère efficace lors de son application sur des éprouvettes axisymétriques entaillées avec variation du diamètre de l'entaille. Elle permet d'éviter les jeux de paramètres qui ne concordent pas avec la logique du phénomène de rupture ductile. Il est reconnu que les paramètres  $f_N$  et  $f_C$  sont dépendants

l'un de l'autre. Avec la présente méthode, la déformation à la rupture  $\varepsilon_C$  est utilisée avec succès dans la détermination de ces deux paramètres.

Le modèle GTN est efficace lorsqu'il est utilisé pour modéliser la rupture ductile des matériaux dont la porosité initiale est faible. Dans la présente étude, la technique d'homogénéisation numérique est utilisée pour étudier la réponse globale d'une large gamme de matériaux poreux. Le modèle GTN ainsi que les autres modèles disponibles dans la littérature ne sont pas représentatifs des matériaux dont le taux de porosité dépasse 5%. Une amélioration du modèle GTN est proposée, elle modélise avec succès le comportement de cette gamme de matériaux poreux ainsi que les matériaux dont le taux de porosité est faible.

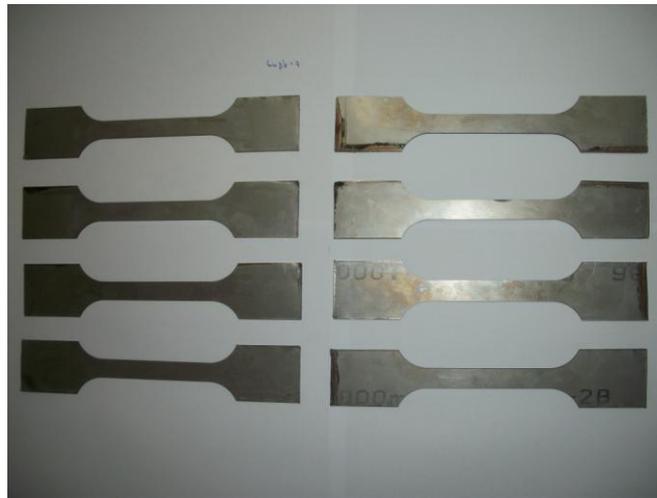
Pour les travaux futurs, il serait intéressant d'envisager de :

- Proposer une extension à l'approche globale en prenant en compte plusieurs paramètres supplémentaires afin de palier la dépendance aux paramètres géométriques des éprouvettes et ainsi résoudre le problème de transférabilité des résultats.
- Relier l'énergie de rupture à l'évolution de la microstructure des matériaux jusqu'à la rupture en prenant en considération les hypothèses microstructurales de la rupture ductile.
- Utiliser la stratégie établie dans le présent travail pour identifier les paramètres du modèle GTN pour des éprouvettes autres que des axisymétriques entaillées et l'étendre à d'autres modèles de comportement qui présentent les mêmes problèmes d'unicité du jeu de paramètres.
- Simuler la déchirure ductile des matériaux dont le taux de porosité est important en utilisant le modèle obtenu dans la présente étude. Etendre l'approche en prenant en considération l'évolution de forme des cavités.

# **Annexes**

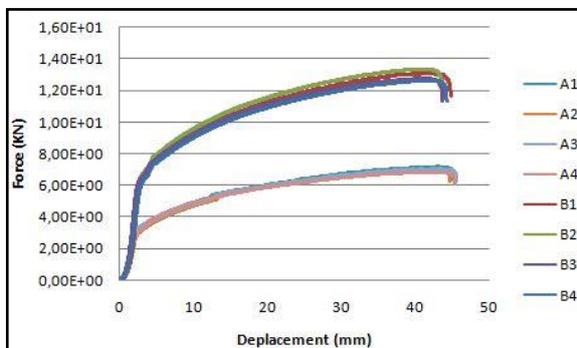
## Annexe A : Essais de caractérisation mécanique

Les éprouvettes testées pour la caractérisation sont illustrées par la figure A.1 :

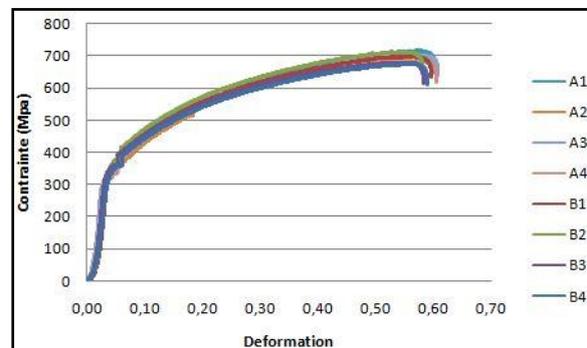


**Figure A.1)** Eprouvettes de traction testées

Les résultats obtenus en termes de courbes force-déplacement sont données par les figures A.2 (Les éprouvettes notées A représentent l'épaisseur de 0.8mm et celles notées en B représentent l'épaisseur de 1.5 mm).



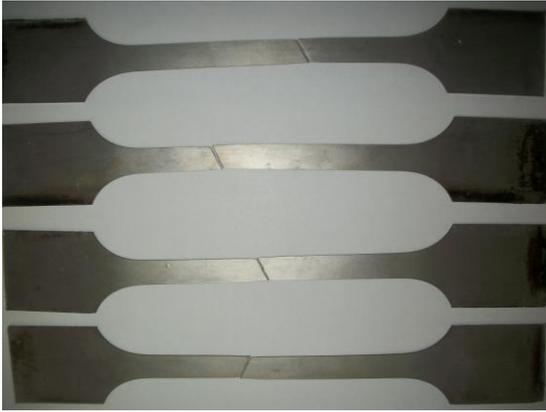
**Figure A.2)** Courbes force-déplacement des éprouvettes testées



**Figure A.3)** Courbes contraintes-déformation des éprouvettes testées

A partir des figures A.2 et A.3, nous pouvons constater que la réponse obtenue en termes de courbe contrainte déformation est la même. Néanmoins, une légère dispersion est notée à la fin de l'essai. La moyenne des tous les essais est prise comme référence pour entre autres déterminer les paramètres de simulations numériques.

Les éprouvettes après rupture sont données par les figures A.4 pour les 0.8 mm et A.5 pour les 1.5 mm. Nous pouvons constater que une rupture inclinée survient pour toutes les éprouvettes. Ceci est dû à la formation de bandes de cisaillement.



**Figure A.4)** Eprouvettes  $e=0.8\text{mm}$   
après rupture



**Figure A.5)** Eprouvettes  $e=1.5\text{mm}$  après  
rupture

Nous pouvons aussi constater que plus l'épaisseur est importante, plus le faciès de rupture contraint.

### Annexe B : Essais DENT pour la tôle $e=3\text{mm}$

En plus des essais DENT effectués et exposés en chapitre II, d'autres éprouvettes ont été découpées à partir d'une tôle de 3mm d'épaisseur de la même manière que les éprouvettes d'épaisseurs 0.8 et 1.5 mm. Les éprouvettes testées sont données par la figure B.1. Les résultats obtenus en termes de courbes force-déplacement sont donnés par la figure B.2.



Figure B.1) Eprouvettes DENT  $e=3\text{mm}$  testées

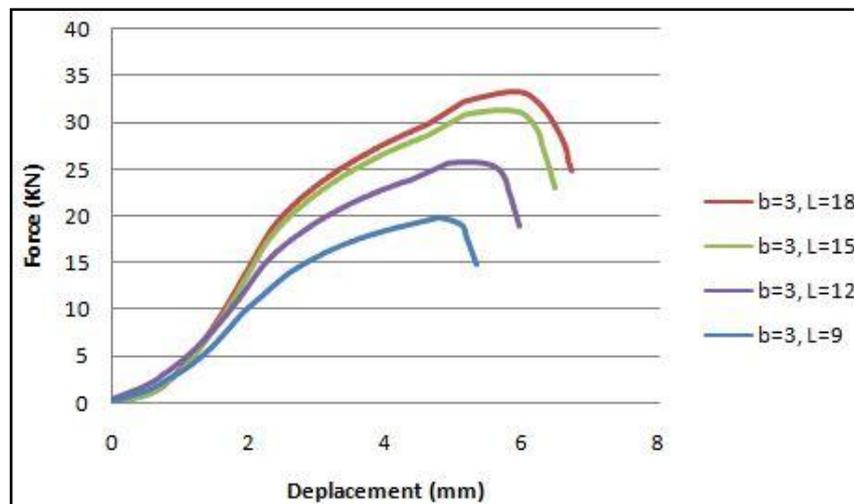
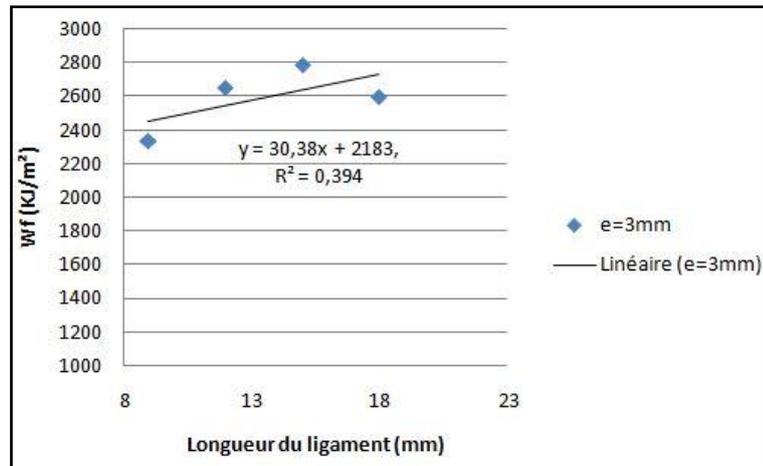


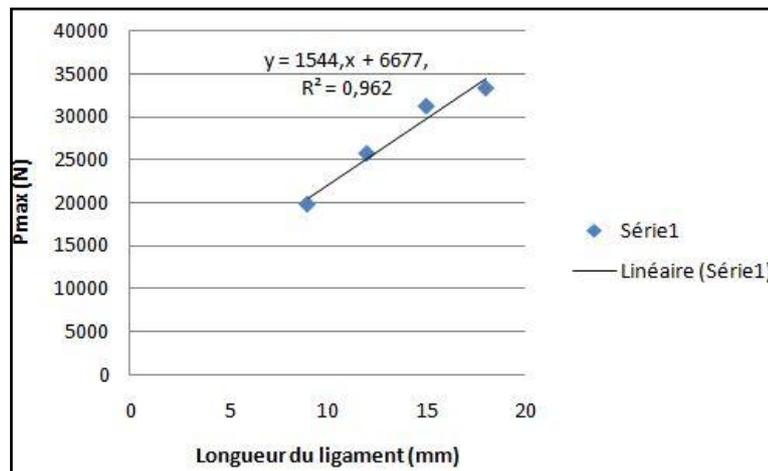
Figure B.2) Courbes force-déplacement de la ligne de charge

A noter une différence entre ce cas de figure et les éprouvettes d'épaisseurs  $e=0.8$  et  $1.5\text{mm}$  dont les résultats sont donnés dans le chapitre II. Les longueurs de ligaments, la longueur minimale pour  $e=3\text{mm}$  est de  $L=9\text{mm}$  alors que pour les cas évoqués précédemment il est de  $L=5\text{mm}$ . Cette différence est due à la contrainte imposée par les bornes inférieure et supérieure qui dépendent de l'épaisseur.

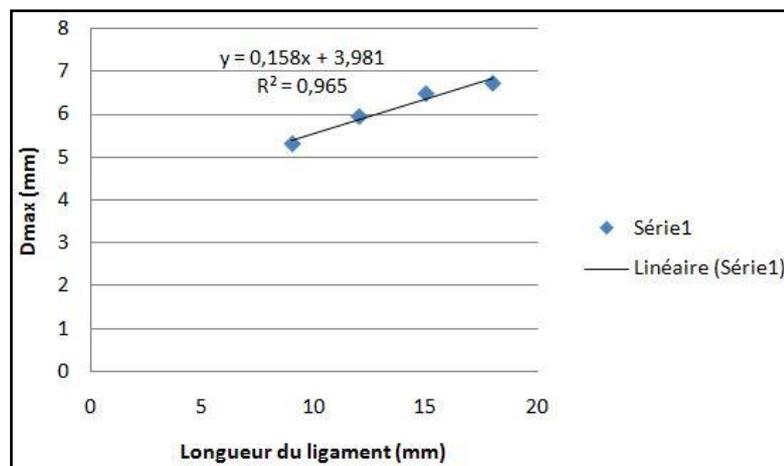
Les résultats obtenus en termes de travail essentiel de rupture, de charge maximale et déplacement maximal sont donnés respectivement par les figures B.3, B.4 et B.5.



**Figure B.3)** Travail essentiel pour les tôles  $e= 3$  mm



**Figure B.4)** Charge maximale pour les tôles  $e= 3$  mm



**Figure B.5)** Déplacement maximal pour les tôles  $e= 3$  mm

### Annexe C : Intégration numérique du modèle de GTN modifié

Nous supposons dans la présente étude que la fonction seuil est donnée par l'équation IV.16 et le potentiel d'écoulement  $g$  est dépendant des premier et deuxième invariants du tenseur des contraintes notés  $p$  et  $r$  ainsi que des variables d'état notées  $H_\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, i$

$$\phi = \phi(p, r, H_\alpha) \quad (\text{C.1})$$

La loi de normalité est donnée par :

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g}{\partial \sigma} \quad (\text{C.2})$$

Le premier et deuxième invariant sont donnés par :

$$p = p^e + K\Delta\varepsilon_p \quad (\text{C.3})$$

$$r = r^e - 3G\Delta\varepsilon_r \quad (\text{C.4})$$

Les indices  $e$  et  $p$  correspondent à la partie élastique et plastique,  $K$  et  $G$  représentent respectivement le module de compressibilité et le module de cisaillement et  $\Delta$  représente l'incrément. Sous forme différentielle, nous avons les équations suivantes :

$$\Delta\varepsilon_p \frac{\partial g}{\partial r} + \Delta\varepsilon_r \frac{\partial g}{\partial p} = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\Delta H_\alpha = h_\alpha(\Delta\varepsilon_p, \Delta\varepsilon_r, p, r, H_\beta) \quad (\text{C.6})$$

Deux variables d'état sont considérées dans ce modèle, la fraction volumique de la cavité  $f$  et la déformation plastique moyenne  $\varepsilon_r^m$ . Le travail plastique équivalent est donné par :

$$(1-f)\sigma_0\dot{\varepsilon}_r^m = \sigma : \dot{\varepsilon}^p \quad (\text{C.7})$$

où

$$\dot{\varepsilon}_r^m = \frac{-p\dot{\varepsilon}_p + r\dot{\varepsilon}_r}{(1-f)\sigma_0} \quad (\text{C.8})$$

Sous forme différentielle, les variables d'état sont donnés par

$$\Delta H_1 \equiv \Delta\varepsilon_r^m = \frac{-p\Delta\varepsilon_p + r\Delta\varepsilon_r}{(1-f)\sigma_0} \equiv h_1 \quad (\text{C.9})$$

$$\Delta H_2 = \Delta f = (1-f)\Delta\varepsilon_p + A\Delta\varepsilon_r^m \equiv h_2 \quad (\text{C.10})$$

Pour  $\Delta\varepsilon_p, \Delta\varepsilon_r, p, r$  et  $\Delta H^\alpha, \alpha = 1, 2, \dots, n$

La solution est obtenue en utilisant la méthode de Newton, nous choisissons  $\Delta\varepsilon_p$  et  $\Delta\varepsilon_r$  comme premières inconnues en utilisant  $C_p$  et  $C_r$  comme corrections pour  $\Delta\varepsilon_p$  et  $\Delta\varepsilon_r$ . Les équations de Newton s'écrivent comme suit :

$$\begin{aligned} A_{11}C_p + A_{12}C_r &= b_1 \\ A_{21}C_p + A_{22}C_r &= b_2 \end{aligned} \quad (\text{C.11})$$

où les constantes  $A_{ij}$  et  $b_i$  sont donnés dans l'annexe d'Aravas [273]. Ces équations sont résolues pour  $C_p$  et  $C_r$ . Les valeurs de  $\Delta\varepsilon_p$  et  $\Delta\varepsilon_r$  sont alors mises à jour.

$$\begin{aligned} \Delta\varepsilon_p &\rightarrow \Delta\varepsilon_p + C_p \\ \Delta\varepsilon_r &\rightarrow \Delta\varepsilon_r + C_r \end{aligned} \quad (\text{C.12})$$

Les valeurs de  $p$  et  $r$  sont corrigées en utilisant (C.3) et (C.4)

Dans le cas de l'utilisation d'un schéma implicite de résolution par le biais de la méthode de Newton-Raphson, il est nécessaire de calculer l'opérateur tangent consistant. Il est donné comme suit :

$$D = \left( \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{t+\Delta t} \quad (\text{C.13})$$

L'opérateur  $D$  définit la variation de la contrainte à  $t + \Delta t$  relative à la variation de la déformation totale à  $t + \Delta t$ . Cet opérateur est également nécessaire pour le calcul de la matrice Jacobéenne pour la boucle de Newton utilisée pour résoudre les équation d'équilibres globales discrétisées.

La procédure d'intégration complète contenant toutes les étapes relatives à la méthode backward Euler est donnée dans Aravas 1987 [273].

## Références

- [1] F. Hamon, "Modélisation du comportement mécanique en fissuration d'alliages aéronautiques," *Thèse de doctorat. L'École Nationale Supérieure De Mécanique Et D'Aéronautique de Poitiers*, 2006.
- [2] D. N. Jadhav and S. K. Maiti, "Characterization of stable crack growth through AISI 4340 steel using cohesive zone modeling and CTOD/CTOA criterion," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 240, pp. 713-721, 2010.
- [3] D. F. B. Sarzosa, R. F. Souza, and C. Ruggieri, "J-CTOD relations in clamped SE(T) fracture specimens including 3-D stationary and growth analysis," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 147, pp. 331-354, 2015.
- [4] H. J. Hoh, Z. M. Xiao, and J. Luo, "On the plastic zone size and CTOD study for a Zener-Stroh crack interacting with a circular inclusion," *Acta Mechanica*, vol. 220, pp. 155-165, 2011.
- [5] M. A. Verstraete, W. D. Waele, K. V. Minnebruggen, and S. Hertelé, "Single-specimen evaluation of tearing resistance in SENT testing," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 148, pp. 324-336, 2015.
- [6] M. He and F. Li, "Modified transformation formulae between fracture toughness and CTOD of ductile metals considering pre-deformation effects," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, pp. 2763-2771, 2010.
- [7] N. Gubeljak, M. D. Chapetti, J. Predan, and J. D. Landes, "CTOD-R curve construction from surface displacement measurements," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 78, pp. 2286-2297, 2011.
- [8] R. G. Savioli and C. Ruggieri, "J and CTOD estimation formulas for C(T) fracture specimens including effects of weld strength overmatch," *International Journal of Fracture*, vol. 179, pp. 109-127, 2013.
- [9] Y. Liu, Z. Lu, and J. Xu, "A simple analytical crack tip opening displacement approximation under random variable loadings," *International Journal of Fracture*, vol. 173, pp. 189-201, 2012.
- [10] J. C. Newman, M. A. James, and U. Zerbst, "A review of the CTOA/CTOD fracture criterion," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 70, pp. 371-385, 2003.
- [11] M. A. James and J. C. Newman, "The effect of crack tunneling on crack growth: experiments and CTOA analyses," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 70, pp. 457-468, 2003.
- [12] J. D. Eshelby, "Calculation of energy release rate," *Prospects of Fracture Mechanics Sih, Van Elst, Broeck Ed Noordhoff*, pp. 69-84, 1974.
- [13] G. P. Cheperanov, "Crack propagation in continuous media," *USSR J. Appl. Math. and Mech. Translation*, vol. 31, p. 504, 1967.
- [14] J. R. Rice, "A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, pp. 379-386, 1968.
- [15] A. T. Zehnder, *Fracture Mechanics*: Springer Science + Business Media B.V, 2012.
- [16] D. François, "Essais de rupture " *Techniques de l'ingénieur*, vol. m126, 1996.
- [17] B. B. Sabir, "On the J-Integral as Computed by Finite Elements," in *Computational Mechanics '88*, S. N. Atluri and G. Yagawa, Eds., ed: Springer Berlin Heidelberg, 1988, pp. 441-442.

- [18] B. H. Kim and C. R. Joe, "A method to determine the critical J-integral value independent of initial crack sizes and specimen lengths," *International Journal of Fracture*, vol. 34, pp. R57-R60, 1987/07/01 1987.
- [19] B. H. Kim and C. R. Joe, "A method to evaluate critical J-integral value: Locus method," *Polymer Testing*, vol. 7, pp. 355-363, 1987/01/01 1987.
- [20] E. Smith, "The plastic component of the J-integral expressed, via eta factors, in terms of crack size rather than ligament width," *International Journal of Fracture*, vol. 49, pp. R11-R17, 1991/05/01 1991.
- [21] H. P. Keller and D. Munz, "Effect of specimen type on J-integral at the onset of crack extension," *International Journal of Fracture*, vol. 13, pp. 260-262, 1977/04/01 1977.
- [22] H. Bergkvist and G.-L. Huong, "J-integral related quantities in axisymmetric cases," *International Journal of Fracture*, vol. 13, pp. 556-558, 1977/08/01 1977.
- [23] H. Bergkvist and G.-L. Huong, "ICF4 response: Discussion of "J-integral related quantities in axisymmetric cases,"" *International Journal of Fracture*, vol. 14, pp. R85-R86, 1978/04/01 1978.
- [24] M. A. Astiz, M. Elices, and V. Sánchez-Gálvez, "Discussion: "J-Integral Related Quantities in Axisymmetric Cases,"" by H. Bergkvist and Guex-Le Lan Houng," *International Journal of Fracture*, vol. 14, pp. R39-R40, 1978/02/01 1978.
- [25] M. Zappalorto and P. Lazzarin, "J-Integral for Deep and Shallow Notches Under Torsion," *International Journal of Fracture*, vol. 181, pp. 301-308, 2013/06/01 2013.
- [26] T. Hollstein and J. G. Blauel, "On the relation of the crack opening displacement to the J-integral," *International Journal of Fracture*, vol. 13, pp. 385-390, 1977/06/01 1977.
- [27] T. Miyoshi and M. Shiratori, "Relation Between J-Integral and Crack Tip Opening Displacement," in *Fracture Mechanics of Ductile and Tough Materials and its Applications to Energy Related Structures*, H. W. Liu, T. Kunio, V. Weiss, and H. Okamura, Eds., ed: Springer Netherlands, 1981, pp. 99-107.
- [28] W. Shang-xian, "Relationship between the J-integral and crack opening displacement for pure power hardening material," *International Journal of Fracture*, vol. 17, pp. R63-R66, 1981/08/01 1981.
- [29] B. Medjo, M. Rakin, M. Zrilic, S. Putic, and A. Sedmak, "Micromechanical estimates of the critical values of J-integral for the steel of steam pipelines," *Materials Science*, vol. 45, pp. 523-531, 2009/07/01 2009.
- [30] W.-H. Chen and Y.-H. Huang, "On the J-integral for cracked structure with inclusions," *International Journal of Fracture*, vol. 15, pp. R73-R76, 1979/04/01 1979.
- [31] Y. G. Xu, K. Behdinan, and Z. Fawaz, "Molecular dynamics calculation of the J-integral fracture criterion for nano-sized crystals," *International Journal of Fracture*, vol. 130, pp. 571-583, 2004/11/01 2004.
- [32] N. Haddar, Y. Kchaou, and A. Köster, "Numerical computation of the energetic criterion at isothermal and thermal-mechanical cyclic tests under generalized plasticity of the F17TNb stainless steel," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 107, pp. 1-13, 2013.
- [33] S. Courtin, C. Gardin, G. Bézine, and H. Ben Hadj Hamouda, "Advantages of the J-integral approach for calculating stress intensity factors when using the commercial finite element software ABAQUS," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 72, pp. 2174-2185, 2005.

- [34] J. W. Hutchinson, "Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 16, pp. 13–31, 1968.
- [35] J. R. Rice and G. F. Rosengren, "Plane Strain deformation near a crack tip in a power law hardening material.," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 16, pp. 1-12, 1968.
- [36] N. O'Dowd and C. Shih, "Family of crack tip fields characterised by triaxiality parameter I & II," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 40, pp. 939-963, 1992.
- [37] S. Marie, "Approche énergétique de la déchirure ductile," *Ph.D Thesis, Commissariat de l'Energie Atomique /Saclay*, 1999.
- [38] J. A. Begley and J. D. Landes, "The J-integral as a fracture criterion. In: Fracture mechanics," *ASTM STP 514. American Society for Testing and Materials*, pp. 1-23, 1972.
- [39] J. D. Landes and J. A. Begley, "The effect of specimen geometry on JIC. In: Fracture mechanics," *ASTM STP 514. American Society for Testing and Materials*, pp. 24-39, 1972.
- [40] A. S. Kobayashi, S. T. Shiu, and R. A. Beeuwkes, "A numerical and experimental investigation on the use of J-integral," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 5, pp. 293–305, 1973.
- [41] D. S. Dugdale, "Yielding of steel sheets containing slits," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 8, pp. 1-8, 1960.
- [42] ASTM, "E 1820-13 :Standard Test Method for Measurement of Fracture Toughness," 2014.
- [43] GB/T-21143, "Metallic materials-Unified method of test for determination of quasi static fracture toughness," *China Organization for Standardization. Beijing, China*, 2007.
- [44] ISO-12135-2002(E), "International standard of unified method for linear-elastic plane-strain fracture toughness K<sub>IC</sub> of metallic materials " *Annual Book of ASTM Standards, ASTM International, Philadelphia*, vol. 3.01, 2002.
- [45] C. Bao, L.-x. Cai, K.-k. Shi, and Y. Yao, "Estimation of J-resistance Curves for CT Specimen Based on Unloading Compliance Method and CMOD Data," *Journal of Testing and Evaluation*, 2013.
- [46] H. Ghfiri, "Application de la mécanique de la rupture aux matériaux à comportement non linéaire," Thèse de Doctorat, Université des Sciences et Technologies de Lille, Lille, 1993.
- [47] ASTM, "E8 : Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials," 2014.
- [48] ESIS, "ESIS procedure for determining the fracture behavior of materials ", ed. GKSS-Forschungszentrum Geesthacht: Karl-Heinz Schwalbe, 1992, pp. 2-92.
- [49] X.-K. Zhu and J. A. Joyce, "Review of fracture toughness (G, K, J, CTOD, CTOA) testing and standardization," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 85, pp. 1-46, 2012.
- [50] W. Brocks, P. Anuschewski, and I. Scheider, "Ductile tearing resistance of metal sheets," *Engineering Failure Analysis*, vol. 17, pp. 607-616, 2010.
- [51] J. Wang, G. Z. Wang, F. Z. Xuan, and S. T. Tu, "Derivation of constraint dependent J–R curves based on modified T-stress parameter and GTN model for a low-alloy steel," *International Journal of Fracture*, vol. 183, pp. 155–168, 2013.

- [52] K.-H. Schwalbe, B. Hayes, K. Baustian, A. Cornec, R. Gordon, M. Homyun, and B. Voss, "Validation of the fracture mechanics test method EGF P1–87D (ESIS P1–90/ESIS P1–92): Analysis of experimental round robin," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 16, pp. 1231-1284, 1993.
- [53] B. Cotterell and J. K. Reddel, "The essential work of plane stress ductile fracture," *International Journal of Fracture*, vol. 13, pp. 267-277, 1977.
- [54] K. B. Broberg, "On stable crack growth," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 23, pp. 215-237, 1975.
- [55] Y. W. Mai and K. M. Pilko, "The essential work of plane stress ductile fracture of a strain-aged steel," *Journal of Materials Science*, vol. 14, pp. 386-394, 1979.
- [56] B. Cotterell, T. Pardoen, and A. G. Atkins, "Measuring toughness and the cohesive stress–displacement relationship by the essential work of fracture concept," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 72, pp. 827-848, 2005.
- [57] M. Rink, L. Andena, and C. Marano, "The essential work of fracture in relation to J-integral," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 127, pp. 46-55, 2014.
- [58] T. Pardoen, Y. Marchal, and F. Delannay, "Essential work of fracture compared to fracture mechanics—towards a thickness independent plane stress toughness," *Engineering Fracture Mechanics* vol. 69, pp. 617–631, 2002.
- [59] F. Hachez, "Experimental and numerical investigation of the thickness effect in the ductile tearing of thin metallic plates," *Ph.D Thesis, Université Catholique de Louvain*, 2008.
- [60] M. Aberkane and M. Ould-Ouali, "Fracture Characterization of ST37-2 Thin Metal Sheet with Experimental and Numerical Methods," *Key Engineering Materials*, vol. 473, pp. 396-403, 2011.
- [61] Y. W. Mai and B. Cotterell, "The essential work of fracture for tearing of ductile metals," *International Journal of Fracture*, vol. 24, pp. 229-236, 1984.
- [62] M. Aberkane, A. Ouibrahim, G. Pluvinage, and Z. Azari, "Static and dynamic tearing of thin steel sheet," *Strength of Materials*, vol. 35, pp. 353-367, 2003.
- [63] J. Wilsius, "Etude expérimentale et numérique de la déchirure ductile basée sur des approches locales en mécanique de la rupture," *PH.D Thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille*, 1999.
- [64] N. Kanetake, M. Nomura, and T. Choh, "Continuous observation of microstructural degradation during tensile loading of particle reinforced aluminium matrix composites," *Materials Science and Technology*, vol. 11, pp. 1246-1252, 1995.
- [65] M. Berveiller and A. Zaoui, "An extension of the self-consistent scheme to plastically-flowing polycrystals," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 26, pp. 325-344, 1978/10/01/ 1978.
- [66] F. M. Beremin, "Cavity formation from inclusions in ductile fracture of A508 steel," *Metallurgical Transactions A*, vol. 12, pp. 723-731, May 01 1981.
- [67] A. Pineau, A. A. Benzerga, and T. Pardoen, "Failure of metals I: Brittle and ductile fracture," *Acta Materialia*, vol. 107, pp. 424-483, 2016.
- [68] J. R. Rice and D. M. Tracey, "On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 17, pp. 201-217, 1969.
- [69] J. Besson, "Continuum Models of Ductile Fracture: A Review," *International Journal of Damage Mechanics* vol. 19, pp. 3-52, 2010.

- [70] L. M. Brown and J. D. Embury, "The Initiation and Growth of Voids at Second Phase Particles," presented at the Proc. Third Int. Conf. on the Strength of Metals and Alloys, ICSMA 3, Cambridge, UK., 1973.
- [71] P. F. Thomason, *Ductile Fracture of Metals*. Oxford: Pergamon Press., 1990.
- [72] Z. L. Zhang, C. Thaulow, and J. Odegard, "A complete Gurson model approach for the ductile fracture," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 67, pp. 155-168, 2000.
- [73] F. A. McClintock, "Local criteria for ductile fracture," *The International Journal of Fracture Mechanics*, vol. 4, pp. 101-130, 1968.
- [74] R. Becker, "Ring fragmentation predictions using the Gurson model with material stability conditions as failure criteria," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, pp. 3555–3580, 1982.
- [75] R. Taktak, N. Benseddiq, and A. Imad, "Analysis of ductile tearing using a local approach to fracture," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 32, pp. 525-530, 2009.
- [76] A. L. Gurson, "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I-yield criteria and Low rules for porous ductile media," *Journal of Engineering Materials Technol*, vol. 99, pp. 2–15 1977.
- [77] V. Tvergaard, "On localization in ductile materials containing spherical voids," *International Journal of Fracture*, vol. 19, pp. 237-252, 1982.
- [78] A. Needleman and V. Tvergaard, "An analysis of ductile rupture in notched bars," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 32, pp. 461-490, 1984.
- [79] B. Teng, W. Wang, and Y. Xu, "Ductile fracture prediction in aluminium alloy 5A06 sheet forming based on GTN damage model," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 186, pp. 242-254, 2017.
- [80] J. Yuenyong, M. Suthon, S. Kingklang, P. Thanakijkasem, S. Mahabunphachai, and V. Uthaisangasuk, "Formability Prediction for Tube Hydroforming of Stainless Steel 304 Using Damage Mechanics Model," *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, vol. 140, p. 011006, 2017.
- [81] K. R. Harisankar, A. Omar, and K. Narasimhan, "Hydroformability study of seamless tube using Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN) fracture model," *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 896, p. 012079, 2017.
- [82] P. Hu, W. Liu, L. Ying, J. Zhang, and D. Wang, "A thermal forming limit prediction method considering material damage for 22MnB5 sheet," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 92, pp. 627-638, 2017.
- [83] S. Gatea, H. Ou, B. Lu, and G. McCartney, "Modelling of ductile fracture in single point incremental forming using a modified GTN model," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 186, pp. 59-79, 2017.
- [84] S. Wang, Z. Chen, and C. Dong, "Tearing failure of ultra-thin sheet-metal involving size effect in blanking process: Analysis based on modified GTN model," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 133, pp. 288-302, 2017.
- [85] C. Soret, Y. Madi, V. Gaffard, and J. Besson, "Local approach to fracture applied to the analysis of a full size test on a pipe containing a girth weld defect," *Engineering Failure Analysis*, vol. 82, pp. 404-419, 2017.
- [86] Y.-R. Oh, H.-S. Nam, Y.-J. Kim, and N. Miura, "Application of the GTN model to ductile crack growth simulation in through-wall cracked pipes," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 159, pp. 35-44, 2018.

- [87] Y. Sun and D. Wang, "A lower bound approach to the yield loci of porous materials," *Acta Mechanica Sinica*, vol. 5, pp. 237-243, August 01 1989.
- [88] P. Ponte-Castañeda, "The effective mechanical properties of nonlinear isotropic composites," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 39, pp. 45-71, 1991.
- [89] M. Gologanu, J. B. Leblond, and J. Devaux, "Approximate models for ductile metals containing non-spherical voids—case of axisymmetric prolate ellipsoidal cavities," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 41, pp. 1723-1754, 1993.
- [90] M. Gologanu, J. B. Leblond, and J. Devaux, "Approximate models for ductile metals containing nonspherical voids—case of axisymmetric oblate ellipsoidal cavities," *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol. 116, pp. 290-297, 1994.
- [91] Y.-K. Khdir, T. Kanit, F. Zaïri, and M. Naït-Abdelaziz, "A computational homogenization of random porous media: Effect of void shape and void content on the overall yield surface," *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 49, pp. 137-145, 2015.
- [92] A. A. Benzerga, "Micromechanics of coalescence in ductile fracture," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 50, pp. 1331 – 1362, 2002.
- [93] D. Fabrègue and T. Pardoen, "A constitutive model for elastoplastic solids containing primary and secondary voids," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 56, pp. 719–741, 2008.
- [94] P. Ponte Castañeda and M. Zaidman, "Constitutive models for porous materials with evolving microstructure," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 42, pp. 1459-1497, 1994.
- [95] M. Kailasam and P. P. Castañeda, "A general constitutive theory for linear and nonlinear particulate media with microstructure evolution," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 46, pp. 427-465, 1998.
- [96] N. Aravas and P. Ponte Castañeda, "Numerical methods for porous metals with deformation-induced anisotropy," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, pp. 3767-3805, 2004.
- [97] Z. Li and M. Huang, "Combined effects of void shape and void size - oblate spheroidal microvoid embedded in infinite non-linear solid," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, pp. 625-650, 2005.
- [98] Z. Li and P. Steinmann, "RVE-based studies on the coupled effects of void size and void shape on yield behavior and void growth at micron scales," *International Journal of Plasticity*, vol. 22, pp. 1195-1216, 2006.
- [99] K. Madou and J.-B. Leblond, "A Gurson-type criterion for porous ductile solids containing arbitrary ellipsoidal voids—I: Limit-analysis of some representative cell," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 60, pp. 1020-1036, 2012.
- [100] K. Madou and J.-B. Leblond, "A Gurson-type criterion for porous ductile solids containing arbitrary ellipsoidal voids—II: Determination of yield criterion parameters," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 60, pp. 1037-1058, 2012.
- [101] K. Madou and J.-B. Leblond, "Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids – I: Yield surfaces of representative cells," *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 42, pp. 480-489, 2013.
- [102] K. Madou, J.-B. Leblond, and L. Morin, "Numerical studies of porous ductile materials containing arbitrary ellipsoidal voids – II: Evolution of the length and

- orientation of the void axes," *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 42, pp. 490-507, 2013.
- [103] A. A. Benzerga and J.-B. Leblond, "Ductile fracture by void growth to coalescence," *Advances in Applied Mechanics*, vol. 44, pp. 169-305, 2010.
- [104] M. Găărăjeu and P. Suquet, "Effective properties of porous ideally plastic or viscoplastic materials containing rigid particles," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 45, pp. 873-902, 1997/06/01/ 1997.
- [105] T. Pardoen and J. W. Hutchinson, "An extended model for void growth and coalescence," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 48, pp. 2467–2512, 2000.
- [106] A. A. Benzerga, J. Besson, and A. Pineau, "Anisotropic ductile fracture Part I: experiments," *Acta Materialia* vol. 52, pp. 4623–4638, 2004.
- [107] A. A. Benzerga, J. Besson, and A. Pineau, "Anisotropic ductile fracture Part II: theory," *Acta Materialia*, vol. 52, pp. 4639–4650, 2004.
- [108] R. Hill, "The Mathematical Theory of Plasticity," *Oxford, Clarendon Press*, 1950.
- [109] K. Nahshon and J. W. Hutchinson, "Modification of the Gurson model for shear failure," *European Journal of Mechanics A/Solids* vol. 27, pp. 1-17, 2008.
- [110] K. Nahshon and Z. Xue, "A modified Gurson model and its application to punch-out experiments," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 76, pp. 997–1009, 2009.
- [111] G. Rousselier, "Finite deformation Constitutive Relations Including Ductile Fracture Damage," *North-Holland Publishing*, pp. 331–355, 1981.
- [112] G. Rousselier, "Ductile fracture models and their potential in local approach of fracture," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 105, pp. 97-111, 1987.
- [113] G. Rousselier, "Dissipation in porous metal plasticity and ductile fracture," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 49, pp. 1727 – 1746, 2001.
- [114] B. Tanguy and J. Besson, "An extension of the Rousselier model to viscoplastic temperature dependent materials," *International Journal of Fracture*, vol. 116, pp. 81–101, 2002.
- [115] E. Lorentz, J. Besson, and V. Cano, "Numerical simulation of ductile fracture with the Rousselier constitutive law," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 197, pp. 1965-1982, 2008.
- [116] P. Areias, D. Dias-da-Costa, J. M. Sargado, and T. Rabczuk, "Element-wise algorithm for modeling ductile fracture with the Rousselier yield function," *Computational Mechanics*, vol. 52, pp. 1429-1443, 2013.
- [117] J. Guo, S. Zhao, R.-i. Murakami, and S. Zang, "Experimental and numerical investigation for ductile fracture of Al-alloy 5052 using modified Rousselier model," *Computational Materials Science*, vol. 71, pp. 115-123, 2013.
- [118] S. D. Zhao, F. Xu, J. H. Guo, and X. L. Han, "Experimental and numerical research for the failure behavior of the clinched joint using modified Rousselier model," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 214, pp. 2134-2145, 2014.
- [119] J. Besson, D. Steglich, and W. Brocks, "Modeling of crack growth in round bars and plan strain specimen," *International Journal of Fracture*, vol. 38, pp. 8259-8284, 2001.
- [120] M. K. Samal, M. Seidenfuss, and E. Roos, "A new mesh-independent Rousselier's damage model: Finite element implementation and experimental verification," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 51, pp. 619-630, 2009.

- [121] M. K. Samal and P. K. Shah, "On the Application of Rousselier's Damage Model to Predict Fracture Resistance Behavior of Zircaloy Fuel Pin Specimens," *Procedia Engineering*, vol. 55, pp. 710-715, 2013.
- [122] S. Schmauder, D. Uhlmann, and G. Zies, "Experimental and numerical investigations of two material states of the material 15 NiCuMoNb5 (WB 36)," *Computational Materials Science*, vol. 25, pp. 174-192, 2002.
- [123] J. Wilsius, A. Imad, M. Nait-Abdelaziz, G. Mesmacque, and C. Eripret, "Void growth and damage models for predicting ductile fracture in welds," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 23, pp. 105-112, 2000.
- [124] H. Tu, "Numerical Simulation and Experimental Investigation of the Fracture Behaviour of an Electron Beam Welded Steel Joint," *Ph.D Thesis, Institut für Materialprüfung, Werkstoffkunde und Festigkeitslehre der Universität Stuttgart*, 2016.
- [125] M. Springmann and M. Kuna, "Identification of material parameters of the Rousselier model by non-linear optimization," *Computational Materials Science*, vol. 26, pp. 202-209, 2003.
- [126] M. Springmann and M. Kuna, "Determination of Ductile Damage Parameters by Local Deformation Fields: Measurement and Simulation," *Archive of Applied Mechanics*, vol. 75, pp. 775-797, 2006.
- [127] J. N. Goodier, Field, F.A, "Fracture of Solids," *Wiley, New York*, 1963.
- [128] G. I. Barenblatt, "The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture," *Advanced Applied Mechanics*, vol. 7, pp. 55-129, 1962.
- [129] A. Hillerborg, M. Modeér, and P. E. Petersson, "Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements," *Cement and Concrete Research*, vol. 6, pp. 773-782, 1976.
- [130] A. Needleman, "A continuum model for void nucleation by inclusion debonding," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 54, pp. 525-531, 1987.
- [131] V. Tvergaard and J. W. Hutchinson, "The relation between crack growth resistance and fracture process parameters in elastic-plastic solids," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 40, pp. 1377-1397, 1992.
- [132] A. Needleman, "An analysis of decohesion along an imperfect interface," *International Journal of Fracture*, vol. 42, pp. 21-40, 1990.
- [133] Z. P. Bazant, "Concrete fracture models: testing and practice," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 69, pp. 165-205, 2002.
- [134] I. Scheider and W. Brocks, "Simulation of cup-cone fracture using the cohesive model," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 70, pp. 1943-1961, 2003.
- [135] K.-H. Schwalbe, I. Scheider, and A. Cornec, "Guidelines for applying cohesive models to the damage behaviour of engineering materials and structures," *SpringerBriefs in Applied Sciences and Technology*, 2013.
- [136] B. L. Boyce, S. L. B. Kramer, H. E. Fang, T. E. Cordova, M. K. Neilsen, K. Dion, A. K. Kaczmarowski, E. Karasz, L. Xue, A. J. Gross, A. Ghahremaninezhad, K. Ravi-Chandar, S. P. Lin, S. W. Chi, J. S. Chen, E. Yreux, M. Rüter, D. Qian, Z. Zhou, S. Bhamare, D. T. O'Connor, S. Tang, K. I. Elkhodary, J. Zhao, J. D. Hochhalter, A. R. Cerrone, A. R. Ingraffea, P. A. Wawrzynek, B. J. Carter, J. M. Emery, M. G. Veilleux, P. Yang, Y. Gan, X. Zhang, Z. Chen, E. Madenci, B. Kilic, T. Zhang, E. Fang, P. Liu, J. Lua, K. Nahshon, M. Miraglia, J. Cruce, R. DeFrese, E. T. Moyer, S. Brinckmann, L. Quinkert, K. Pack, M. Luo, and T. Wierzbicki, "The Sandia Fracture Challenge:

- blind round robin predictions of ductile tearing," *International Journal of Fracture*, vol. 186, pp. 5-68, 2014.
- [137] Z. Zhou, S. Bhamare, and D. Qian, "Ductile fracture in thin sheet metals: a FEM study of the Sandia fracture challenge problem based on the Gurson–Tvergaard–Needleman fracture model," *International Journal of Fracture*, vol. 186, pp. 185-200, 2014.
- [138] J. R. Rice, "A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks," *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, pp. 379-386, 1968.
- [139] ASTM, "E399 : Standard Test Method for Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials," 1997.
- [140] ASTM, "E1921-03 : Standard Test Method for Determination of Reference Temperature T<sub>0</sub>, for ferritic Steels in the Transition Range," 2003.
- [141] T. Pardoen, Y. Marchal, and F. Delannay, "Thickness dependence of cracking resistance in thin aluminium plates," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 47, pp. 2093-2123, 1999.
- [142] T. Pardoen, Y. Marchal, and F. Delannay, "Essential work of fracture compared to fracture mechanics - towards a thickness independent plane stress toughness," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 69, pp. 617-631, 2002.
- [143] M. Judelewicz, H. U. Kunzi, N. Merk, and B. Ilschner, "Microstructural development during fatigue of copper foils 20-100 um thick," *Material Science and Engineering*, vol. 186, pp. 135-142, 1994.
- [144] E. Arzt, "Size effects in materials due to microstructural and dimensional constraints : A comparative review " *Acta Materialia* vol. 46, pp. 5611-5626, 1998.
- [145] Z. Fan, "The grain size dependance of ductile fracture toughness of polycrystalline metals and alloys," *Material Science & Engineering A*, vol. 191, pp. 73-83, 1994.
- [146] R. O. Howells, A. P. Jivkov, D. W. Beardsmore, and J. K. Sharples, "Local approach studies of the effect of load history on ductile fracture," *Proceedings of PVP2008 ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference*, pp. 1-9, 2008.
- [147] N. Benseddiq and A. Imad, "A ductile fracture analysis using a local damage model," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, vol. 85, pp. 219-227, 2008.
- [148] Z. L. Zhang, C. Thaulow, and J. Odegard, "A complete Gurson model approach for ductile fracture," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 67, pp. 155-168, 2000.
- [149] M. Bethmont, G. Rousselier, G. Devesa, and R. Batisse, "Ductile fracture analysis by means of local approach " *Proceedings of 9th International Conference on Structural Mechanics in Reactors Technology (SMIRT9) Lausanne - Tome G*, 1987.
- [150] HKS, "ABAQUS 6.12 User Manual," *Providence R.I* 2012.
- [151] J. D. G. Sumpter, "A quick method for J<sub>c</sub> determination," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 33, pp. 153-155, 1989.
- [152] J. D. G. Sumpter, "Determination of static crack arrest toughness, J<sub>a</sub>, from the CTOD test," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 41, pp. 955-959, 1992.
- [153] T. T. Luu, "Dechirure ductile des aciers a haute resistance pour gazoducs (X100)," *PhD Thesis, Ecole des Mines de Paris*, 2006.
- [154] J. N. Robinson, "An experimental investigation of the effect of specimen type on the crack tip opening displacement and J-integral fracture criteria," *International Journal of Fracture*, vol. 12, pp. 723-737, 1976/10/01 1976.

- [155] X.-k. Zhu, "J-integral resistance curve testing and evaluation," *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, vol. 10, pp. 1541-1560, 2009.
- [156] A. R. Shahani, M. Rastegar, M. B. Dehkordi, and H. M. Kashani, "Experimental and numerical investigation of thickness effect on ductile fracture toughness of steel alloy sheet," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, pp. 646-659, 2010.
- [157] EN-10002-1, "Metallic materials-Tensile testing," *European Committee for Standardization*, 1991.
- [158] A. Neimitz, "Fracture toughness of structural elements : the influence of the in- and out-of-plane constraints of fracture toughness," *Materials Science*, vol. 42, pp. 61-77, 2006.
- [159] HKS, "Abaqus 6.14 analysis user manual," ed. Providence, Rhode Island 2014.
- [160] A. L. Gurson, "Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I yield criteria and Low rules for porous ductile media," *ASME : Journal of Material Engineering and Technology*, vol. 99, pp. 2-15, 1977.
- [161] R. Kiran and K. Khandelwal, "Gurson model parameters for ductile fracture simulation in ASTM A992 steels," *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, vol. 37, pp. 171-183, 2014.
- [162] Z. L. Zhang, "A sensitivity analysis of material parameters for the Gurson constitutive model," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 19, pp. 561-570, 1996.
- [163] C. Betegon, C. Rodriguez, and F. J. Belzunce, "Analysis and modelisation of short crack growth by ductile fracture micromechanisms," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 20, pp. 633-644, 1997.
- [164] A. K. Ghosal and R. Narasimhan, "Numerical simulations of crack growth and ductile fracture initiation under mixed-mode loading," *International Journal of Fracture*, vol. 77, pp. 281-304, 1996.
- [165] K. Decamp, L. Bauvineau, J. Besson, and A. Pineau, "Size and geometry effects on ductile rupture of notched bars in a C-Mn steel: experiments and modelling," *International Journal of Fracture*, vol. 88, pp. 1-18, 1997.
- [166] W. Schmitt, D. Z. Sun, and J.G. Blauel, "Damage mechanics analysis (Gurson model) and experimental verification of the behaviour of a crack in a weld-cladded component," *Nuclear Engineering and Design*, vol. 74, pp. 237-246, 1997.
- [167] I. I. Cuesta, J. M. Alegre, and R. Lacalle, "Determination of the Gurson-Tvergaard-Needleman damage model parameters for simulating small punch tests," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 33, pp. 703-713, 2010.
- [168] M. Rakin, N. Gubeljak, M. Dobrojevi, and A. Sedmak, "Modelling of ductile fracture initiation in strength mismatched welded joints," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 75, pp. 3499-3510, 2008.
- [169] Z. Xue, M. G. Pontin, F. W. Zock, and J. W. Hutchinson, "Calibration procedures for a computational model of ductile fracture," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, pp. 492-509, 2010.
- [170] P. Kumar, B. K. Dutta, and J. Chattopadhyay, "Fracture toughness prediction of reactor grade materials using pre-notched small punch test specimens," *Journal of Nuclear Materials*, vol. 495, pp. 351-362, 2017.
- [171] Y. Chen, C. Zhang, and C. Varé, "An extended GTN model for indentation-induced damage," *Computational Materials Science*, vol. 128, pp. 229-235, 2017.

- [172] F. Rahimidehghan, G. Majzoubi, F. Alinejad, and J. Sola, "Determination of the Constants of GTN Damage Model Using Experiment, Polynomial Regression and Kriging Methods," *Applied Sciences*, vol. 7, p. 1179, 2017.
- [173] L. Malcher, F. M. Andrade Pires, and J. M. A. César de Sá, "An extended GTN model for ductile fracture under high and low stress triaxiality," *International Journal of Plasticity*, vol. 54, pp. 193-228, 2014.
- [174] M. Abbasi, M. Ketabchi, H. Izadkhah, D. H. Fatmehsaria, and A. N. Aghbash, "Identification of GTN model parameters by application of response surface methodology," *Procedia Engineering*, vol. 10, pp. 415-420, 2011.
- [175] P. Verleysen and J. Peirs, "Quasi-static and high strain rate fracture behaviour of Ti6Al4V," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 108, pp. 370-388, 2017.
- [176] M. Rakin, Z. Cvijovic, A. Sedmak, and S. Sedmak, "Analysis of the transferability of micromechanical parameters of damage of steel under the conditions of ductile fracture initiation," *Material Science*, vol. 38, 2002.
- [177] D. Steglich and W. Brocks, "Micromechanical modelling of damage and fracture of ductile materials," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 21, pp. 235-241, 1998.
- [178] A. Corigliano, S. Mariani, and B. Orsatti, "Identification of Gurson–Tvergaard material model parameters via Kalman filtering technique. I. Theory," *International Journal of Fracture*, vol. 104, pp. 349-373, 2000/08/01 2000.
- [179] T. Pardoën, I. Doghri, and F. Delaunay, "Experimental and numerical comparison of void growth models and void coalescence criteria for the prediction of ductile fracture in copper bars," *Acta Materialia*, vol. 46, pp. 541-552, 1998.
- [180] P. Nègre, D. Steglich, W. Brocks, and M. Koçak, "Numerical simulation of crack extension in aluminium welds," *Computational Materials Science*, vol. 28, pp. 723-731, 2003/11/01/ 2003.
- [181] J. Koplik and A. Needleman, "Void growth and coalescence in porous plastic solids," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 24, pp. 835-853, 1988.
- [182] M. Kuna and D. Z. Sun, "Three-dimensional cell model analyses of void growth in ductile materials," *International Journal of Fracture*, vol. 81, pp. 235-258, 1996.
- [183] L. Xia and L. Cheng, "Transition from ductile tearing to cleavage fracture : a cell-model approach," *International Journal of Fracture*, vol. 87, 1997.
- [184] D. L. S. McElwain, A. P. Roberts, and A. H. Wilkins, "Yield criterion of porous materials subjected to complex stress states," *Acta Materialia*, vol. 54, pp. 1995-2002, 2006/05/01/ 2006.
- [185] J. Z. Zuo, Z. W. Lou, and Z. B. Kuang, "A yield function for porous ductile materials," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 53, pp. 557-559, 1996.
- [186] J. Faleskog, X. Gao, and F. Shih, "Cell model for nonlinear fracture analysis – I. Micromechanics calibration," *International Journal of Fracture*, vol. 89, pp. 355-373, 1998.
- [187] F. Ma and K. Kishimoto, "On yielding and deformation of porous plastic materials," *Mechanics of Materials*, vol. 30, pp. 55-68, 1998/09/01/ 1998.
- [188] M. Dunand and D. Mohr, "On the predictive capabilities of the shear modified Gurson and the modified Mohr–Coulomb fracture models over a wide range of stress triaxialities and Lode angles," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 59, pp. 1374-1394, 2011/07/01/ 2011.

- [189] G. Vadillo and J. Fernandez-Sàez, "An analysis of Gurson model with parameters dependent on triaxiality based on unitary cells," *European Journal of Mechanics A/Solids*, vol. 28, pp. 417-427, 2008.
- [190] K. L. Nielsen and V. Tvergaard, "Effect of a shear modified Gurson model on damage development in a FSW tensile specimen," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 46, pp. 587-601, 2009/02/01/ 2009.
- [191] L. Farbaniec, H. Couque, and G. Dirras, "Size effects in micro-tensile testing of high purity polycrystalline nickel," *International Journal of Engineering Science*, vol. 119, pp. 192-204, 2017.
- [192] J. Zhong, T. Xu, K. Guan, and B. Zou, "Determination of Ductile Damage Parameters Using Hybrid Particle Swarm Optimization," *Experimental Mechanics*, vol. 56, pp. 945-955, 2016.
- [193] J. Zhong, T. Xu, K. Guan, and L. Huang, "Evaluation of Ductile Damage Parameters under High Stress Triaxiality," *Experimental Mechanics*, vol. 57, pp. 501-504, 2018.
- [194] F. J. Gao, C. F. Shih, and R. H. Dodds, "Ductile tearing in part trough crack : Experiments and cell model predictions," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 59, pp. 761-777, 1998.
- [195] G. Perrin and J.-B. Leblond, "Analytical study of a hollow sphere made of plastic porous material and subjected to hydrostatic tension - Application to some problems in ductile fracture of metals," *International Journal of Plasticity*, vol. 6, pp. 677-699, 1990.
- [196] F. Fritzen, S. Forest, T. Böhlke, D. Kondo, and T. Kanit, "Computational homogenization of elasto-plastic porous metals," *International Journal of Plasticity*, vol. 29, pp. 102-119, 2012.
- [197] Z. Zhang and E. Niemi, "A new failure criterion for the Gurson-Tvergaard-Needleman constitutive model," *International Journal of Fracture*, vol. 70, pp. 321-334, 1995.
- [198] M. J. Dong, C. Berdin, A. S. Beranger, and C. Prioul, "Damage effect in the fracture toughness of nodular cast iron," presented at the 1st European Mechanics of Materials Conference on Local Approach to Fracture, 1996.
- [199] O. P. Sovik, "Experimental and numerical investigation of void nucleation in an AlMgSi alloy," presented at the 1st European Mechanics of Materials Conference on Local Approach to Fracture, Fontainebleau, Septembre 1996.
- [200] J. Devaux, P. Joly, and J. B. Leblond, "Simulation by the local approach of ductile crack growth in a pressure vessel/ steel using an improved Gurson-Tvergaard model," presented at the 21st MPA Seminar, October 1995.
- [201] L. Bauvineau, H. Burlet, C. Eripret, and A. Pineau, "Modelling ductile stable crack growth in a C-Mn steel with local approaches," in *1st European Mechanics of Materials Conference on Local Approach to Fracture*, ed. Fontainebleau, Septembre 1996.
- [202] W. Brocks, D. Z. Sun, and A. Honig, "Verification of micromechanical models for ductile fracture by cell model calculations," *Computational Materials Science*, vol. 7, pp. 235-241, 1996.
- [203] R. He, D. Steglich, J. Heerens, G.-X. Wang, W. Brocks, and M. Dahms, "Influence of particule size and volume fraction on damage and fracture in Al-Al<sub>3</sub>Ti composites and micromechanical modelling using the GTN model," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 21, pp. 1189-1201, 1998.

- [204] S. Hao, W. Brocks, J. Heerens, and D. Hellmann, "Simulation of 3D ductile crack growth by the Gurson-Tvergaard-Needleman model," presented at the ECF11 Mechanisms and mechanics of damage and failure, Septembre 1996.
- [205] D. Z. Sun, D. Siegle, B. Voss, and W. Schmitt, "Application of local damage models to the numerical analysis of ductile rupture," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 12, pp. 201-212, 1989.
- [206] T. Siegmund, G. Bernauer, and W. Brocks, "Two models of ductile fracture in contest: porous metal plasticity and cohesive elements," presented at the ECF12 Fracture from defects, Septembre 1998.
- [207] B. Skallerud and Z. L. Zhang, "A 3D numerical study of ductile tearing and fatigue crack growth under nominal cyclic plasticity," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 34, pp. 3141-3161, 1997.
- [208] R. Becker, A. Needleman, O. Richmond, and V. Tvergaard, "Void growth and failure in notched bars," *Journal of Mechanics and physics of Solids*, vol. 36, pp. 317-351, 1998.
- [209] R. Kiran and K. Khandelwal, "Gurson model parameters for ductile fracture simulation in ASTM A992 steels," *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, vol. 00, pp. 1-13, 2013.
- [210] H. Ren, X. Zhuang, and T. Rabczuk, "Implementation of GTN Model in Dual-horizon Peridynamics," *Procedia Engineering*, vol. 197, pp. 224-232, 2017.
- [211] W. Taktak, R. Taktak, N. Haddar, and R. Elleuch, "Study of the influence of cold working on mechanical behavior and ductile fracture of 5754 aluminum alloy: experimental and numerical simulations," *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, p. 923, 2017.
- [212] J. Zhong, T. Xu, K. Guan, and L. Huang, "Evaluation of Ductile Damage Parameters under High Stress Triaxiality," *Experimental Mechanics*, vol. 57, pp. 501-504, 2016.
- [213] F. Rahimidehgolan, G. Majzoubi, F. Alinejad, and J. Fathi Sola, "Determination of the Constants of GTN Damage Model Using Experiment, Polynomial Regression and Kriging Methods," *Applied Sciences*, vol. 7, p. 1179, 2017.
- [214] M. Abbasi, B. Bagheri, M. Ketabchi, and D. F. Haghshenas, "Application of response surface methodology to drive GTN model parameters and determine the FLD of tailor welded blank," *Computational Materials Science*, vol. 53, pp. 368-376, 2012.
- [215] L.-y. Wang and L. Li, "Parameter Identification of GTN Model Using Response Surface Methodology for High-Strength Steel BR1500HS," *Journal of Materials Engineering and Performance*, vol. 26, pp. 3831-3838, 2017.
- [216] G. Bernauer and W. Brocks, "Micro-mechanical modelling of ductile damage and tearing-results of a European numerical round robin," *Fatigue, Fracture Engineering Materials & Structures*, vol. 25, pp. 363-384, 2002.
- [217] J. C. Devaux, F. Mudry, A. Pineau, and G. Rousselier, "Experimental and numerical validation of a ductile fracture local criterion based on a simulation of cavity growth," In: Saxena A, Merkle JG, editors. *Non linear fracture mechanics*, vol. 2II. Philadelphia: American Society for Testing and Materials, pp. 332-354, 1989.
- [218] Y. K. Khdir, T. Kanit, F. Zaïri, and M. Naït-Abdelaziz, "Computational homogenization of elastic-plastic composites," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, pp. 2829-2835, 2013.

- [219] A. Benhizia, T. Kanit, T. Outtas, S. Madani, and A. Imad, "Computation of effective behavior of isotropic transverse composite in nonlinear problems," *Mechanics Research Communications*, vol. 59, pp. 6-13, 2014.
- [220] A. El Moumen, A. Imad, T. Kanit, E. Hilali, and H. El Minor, "A multiscale approach and microstructure design of the elastic composite behavior reinforced with natural particles," *Composites Part B: Engineering*, vol. 66, pp. 247-254, 2014.
- [221] Y. Djebara, A. El Moumen, T. Kanit, S. Madani, and A. Imad, "Modeling of the effect of particles size, particles distribution and particles number on mechanical properties of polymer-clay nano-composites: Numerical homogenization versus experimental results," *Composites Part B: Engineering*, vol. 86, pp. 135-142, 2016.
- [222] A. El Moumen, T. Kanit, A. Imad, and H. El Minor, "Effect of reinforcement shape on physical properties and representative volume element of particles-reinforced composites: Statistical and numerical approaches," *Mechanics of Materials*, vol. 83, pp. 1-16, 2015.
- [223] M. S. Sukiman, T. Kanit, F. N'Guyen, A. Imad, A. E. Moumen, and F. Erchiqui, "Effective thermal and mechanical properties of randomly oriented short and long fiber composites," *Mechanics of Materials*, vol. 107, pp. 56-70, 2017.
- [224] N. Bilger, F. Auslender, M. Bornert, J.-C. Michel, H. Moulinec, P. Suquet, and A. Zaoui, "Effect of a nonuniform distribution of voids on the plastic response of voided materials: a computational and statistical analysis," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 42, pp. 517-538, 2005.
- [225] N. Bilger, F. Auslender, M. Bornert, H. Moulinec, and A. Zaoui, "Bounds and estimates for the effective yield surface of porous media with a uniform or a nonuniform distribution of voids," *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 26, pp. 810-836, 2007.
- [226] Y.-K. Khdir, T. Kanit, F. Zairi, and M. Nait-Abdelaziz, "Computational homogenization of plastic porous media with two populations of voids " *Material Science & Engineering A*, vol. 597, pp. 324-330, 2014.
- [227] A. Bourih, W. Kaddouri, T. Kanit, S. Madani, and A. Imad, "Effective yield surface of porous media with random overlapping identical spherical voids," *Journal of Materials Research and Technology*, 2017.
- [228] F. Fritzen, S. Forest, D. Kondo, and T. Böhlke, "Computational homogenization of porous materials of Green type," *Computational Mechanics*, vol. 52, pp. 121-134, 2012.
- [229] T. Kanit, S. Forest, I. Galliet, V. Mounoury, and D. Jeulin, "Determination of the size of the representative volume element for random composites, statistical and numerical approach," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 36, pp. 47-79, 2003.
- [230] K. Sab and B. Nedjar, "Periodization of random media and representative volume element size for linear composites," *Comptes Rendus Mécanique*, vol. 333, pp. 187-195, 2005/02/01/ 2005.
- [231] Z. F. Khisaeva and M. Ostoja-Starzewski, "On the Size of RVE in Finite Elasticity of Random Composites," *Journal of Elasticity*, vol. 85, p. 153, August 30 2006.
- [232] M. Galli, J. Botsis, and J. Janczak-Rusch, "An elastoplastic three-dimensional homogenization model for particle reinforced composites," *Computational Materials Science*, vol. 41, pp. 312-321, 2008/01/01/ 2008.
- [233] R. Hill, "Elastic properties of reinforced solids: Some theoretical principles," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 11, pp. 357-372, 1963.

- [234] Z. Hashin and S. Shtrikman, "A variational approach to the theory of the elastic behaviour of polycrystals," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 10, pp. 343–352, 1962.
- [235] Z. Hashin and S. Shtrikman, "A variational approach to the theory of the elastic behavior of multiphase materials," *Journal of Mecanics and Physics of Solids*, vol. 11, pp. 127-140, 1963.
- [236] S. J. Hollister and N. Kikuchi, "A comparison of homogenization and standard mechanics analyses for periodic porous composites," *Computational Mechanics*, vol. 10, pp. 73-95, March 01 1992.
- [237] W. Yu and T. Tang, "Variational asymptotic method for unit cell homogenization of periodically heterogeneous materials," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, pp. 3738-3755, 2007/06/01/ 2007.
- [238] A. L. Kalamkarov, E. M. Hassan, A. V. Georgiades, and M. A. Savi, "Asymptotic homogenization model for 3D grid-reinforced composite structures with generally orthotropic reinforcements," *Composite Structures*, vol. 89, pp. 186-196, 2009/06/01/ 2009.
- [239] J.-w. Dong and M.-l. Feng, "Asymptotic expansion homogenization for simulating progressive damage of 3D braided composites," *Composite Structures*, vol. 92, pp. 873-882, 2010/03/01/ 2010.
- [240] J. Orlik, "Asymptotic homogenization algorithm for reinforced metal-matrix elasto-plastic composites," *Composite Structures*, vol. 92, pp. 1581-1590, 2010/06/01/ 2010.
- [241] M. A. Neto, W. Yu, T. Tang, and R. leal, "Analysis and optimization of heterogeneous materials using the variational asymptotic method for unit cell homogenization," *Composite Structures*, vol. 92, pp. 2946-2954, 2010/11/01/ 2010.
- [242] N. Willoughby, W. J. Parnell, A. L. Hazel, and I. D. Abrahams, "Homogenization methods to approximate the effective response of random fibre-reinforced Composites," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, pp. 1421-1433, 2012/06/15/ 2012.
- [243] O. Pierard, C. Friebel, and I. Doghri, "Mean-field homogenization of multi-phase thermo-elastic composites: a general framework and its validation," *Composites Science and Technology*, vol. 64, pp. 1587-1603, 2004/08/01/ 2004.
- [244] I. Doghri, L. Adam, and N. Bilger, "Mean-field homogenization of elasto-viscoplastic composites based on a general incrementally affine linearization method," *International Journal of Plasticity*, vol. 26, pp. 219-238, 2010/02/01/ 2010.
- [245] L. Wu, L. Noels, L. Adam, and I. Doghri, "A combined incremental-secant mean-field homogenization scheme with per-phase residual strains for elasto-plastic composites," *International Journal of Plasticity*, vol. 51, pp. 80-102, 2013/12/01/ 2013.
- [246] R. Hill, "A self-consistent mechanics of composite materials," *Journal of Mecanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 213-222, 1965.
- [247] R. Hill, "Theory of mechanical properties of fibre-strengthened materials - III. Self-consistent model," *Journal of Mecanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 189-198, 1965.
- [248] T. Mori and K. Tanaka, "Avergae stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions," *Acta Metallurgica*, vol. 21, 1973.
- [249] B. Mortazavi, J. Bardon, J. A. S. Bomfim, and S. Ahzi, "A statistical approach for the evaluation of mechanical properties of silica/epoxy nanocomposite: Verification by experiments," *Computational Materials Science*, vol. 59, pp. 108-113, 2012.

- [250] C. T. Sun and R. S. Vaidya, "Prediction of composite properties from a representative volume element," *Composites Science and Technology*, vol. 56, pp. 171-179, 1996.
- [251] F. G. Yuan, N. J. Pagano, and X. Cai, "Elastic moduli of brittle matrix composites with interfacial debonding," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 34, pp. 177-201, 1997.
- [252] J. D. Eshelby, "The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion, and related problems," *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, vol. 241, pp. 376-396, 1957.
- [253] B. Budiansky, "On the elastic moduli of some heterogeneous materials," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 13, pp. 223-227, 1965.
- [254] C. Friebel, I. Doghri, and V. Legat, "General mean-field homogenization schemes for viscoelastic composites containing multiple phases of coated inclusions," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, pp. 2513-2541, 2006.
- [255] F. Alabbasi, "Micromechanical modeling of dual phase steels," PhD Thesis, McGill University, 2004.
- [256] A. A. Gusev, "Representative volume element size for elastic composites: A numerical study," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 45, pp. 1449-1459, 1997/09/01/ 1997.
- [257] D. Trias, J. Costa, A. Turon, and J. E. Hurtado, "Determination of the critical size of a statistical representative volume element (SRVE) for carbon reinforced polymers," *Acta Materialia*, vol. 54, pp. 3471-3484, 2006/08/01/ 2006.
- [258] K. Terada, M. Hori, T. Kyoya, and N. Kikuchi, "Simulation of the multi-scale convergence in computational homogenization approaches," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 37, pp. 2285-2311, 2000/04/01/ 2000.
- [259] M. Stroeve, H. Askes, and L. J. Sluys, "Numerical determination of representative volumes for granular materials," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, pp. 3221-3238, 2004/07/30/ 2004.
- [260] M. Ostoja-Starzewski, "Random field models of heterogeneous materials," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35, pp. 2429-2455, 1998/07/01/ 1998.
- [261] J. C. Michel, H. Moulinec, and P. Suquet, "Effective properties of composite materials with periodic microstructure: a computational approach," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 172, pp. 109-143, 1999/04/16/ 1999.
- [262] J. R. Brockenbrough, S. Suresh, and H. A. Wienecke, "Deformation of metal-matrix composites with continuous fibers: geometrical effects of fiber distribution and shape," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 39, pp. 735-752, 1991/05/01/ 1991.
- [263] T. Nakamura and S. Suresh, "Effects of thermal residual stresses and fiber packing on deformation of metal-matrix composites," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. 41, pp. 1665-1681, 1993/06/01/ 1993.
- [264] S. Ghosh, K. Lee, and S. Moorthy, "Two scale analysis of heterogeneous elastic-plastic materials with asymptotic homogenization and Voronoi cell finite element model," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 132, pp. 63-116, 1996/05/15/ 1996.
- [265] M. Ostoja-Starzewski, P. Y. Sheng, and I. Jasiuk, "Damage patterns and constitutive response of random matrix-inclusion composites," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 58, pp. 581-606, 1997/11/01/ 1997.

- [266] B. Miled, I. Doghri, L. Brassart, and L. Delannay, "Micromechanical modeling of coupled viscoelastic–viscoplastic composites based on an incrementally affine formulation," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, pp. 1755-1769, 2013/05/15/ 2013.
- [267] V. Kouznetsova, W. A. M. Brekelmans, and F. P. T. Baaijens, "An approach to micro-macro modeling of heterogeneous materials," *Computational Mechanics*, vol. 27, pp. 37-48, January 01 2001.
- [268] S. Ghosh, K. Lee, and P. Raghavan, "A multi-level computational model for multi-scale damage analysis in composite and porous materials," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 38, pp. 2335-2385, 2001/04/01/ 2001.
- [269] M. Hori and S. Nemat-Nasser, "On two micromechanics theories for determining micro-macro relations in heterogeneous solids," *Mechanics of Materials*, vol. 31, pp. 667-682, 1999.
- [270] T. Kanit, S. Forest, D. Jeulin, F. N’Guyen, and S. Singleton, "Virtual improvement of ice cream properties by computational homogenization of microstructures," *Mechanical Research Communications* vol. 38, pp. 136-140, 2011.
- [271] C. Huet, "Application of variationnal concepts to size effects in elastic heterogeneous bodies," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 38, pp. 813-841, 1990.
- [272] W. J. Drugan and J. R. Willis, "A micromechanics-based nonlocal constitutive equation and estimates of representative volume element size for elastic composites," *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, vol. 44, pp. 497-524, 1996.
- [273] N. Aravas, "On the numerical integration of a class of pressure-dependent plasticity models," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 24, pp. 1935-1416, 1987.
- [274] M. Jia, D. Zhang, J. Liang, and B. Gabbitas, "Porosity, Microstructure, and Mechanical Properties of Ti-6Al-4V Alloy Parts Fabricated by Powder Compact Forging," *Metallurgical and Materials Transactions A*, vol. 48, pp. 2015-2029, 2017.
- [275] J. Wen, "The modified Gurson model accounting for the void size effect," *International Journal of Plasticity*, vol. 21, pp. 381-395, 2005.

## **Résumé**

L'objectif de cette thèse est de contribuer à l'étude du phénomène de rupture ductile des matériaux poreux. Dans un premier temps, une revue bibliographique sur le phénomène de rupture ductile est dressée en deux parties. La première partie concerne la mécanique élastoplastique de la rupture qui est essentiellement représentée par l'intégrale-J de Rice. La deuxième partie est consacrée à l'approche micromécanique de la rupture ductile. Une étude expérimentale et numérique est présentée dans le deuxième chapitre. Une étude préliminaire basée sur la simulation de la rupture ductile en utilisant les modèles GTN et Rousselier est réalisée, puis une étude expérimentale et numérique sur la rupture des tôles en acier inoxydable AISI 304L est proposée. Dans un premier temps, une approche hybride combinant des essais de rupture sur éprouvettes CT et des simulations numériques en utilisant le modèle GTN pour évaluer la ténacité à la rupture est proposée. La méthode du travail essentiel de rupture est également utilisée avec une validation numérique par le biais d'une modélisation par zone cohésive. Dans le troisième chapitre, une méthode d'identification des paramètres du modèle GTN est proposée, elle est basée sur la hiérarchie des paramètres d'évolution de fraction volumique des vides jusqu'à la rupture. Dans le quatrième chapitre, la technique de l'homogénéisation numérique est utilisée pour étudier la réponse mécanique des matériaux poreux. Une extension du modèle GTN pour prendre en considération les matériaux dont le taux de porosité est important est proposée. Une validation expérimentale du modèle est réalisée.

**Mots clés :** Rupture ductile, Endommagement, Intégrale-J, Gurson, EWF, Homogénéisation

## **Abstract**

This thesis is a contribution to the study of the ductile fracture phenomenon of porous materials. Firstly, a review on the ductile fracture divided in two main parts is presented. The first part concerns the elastic plastic fracture mechanics that is represented by the J-Integral. The other part is dedicated to the micromechanical approach of the ductile fracture. A numerical and experimental study of the AISI 304L thin sheets is proposed. Firstly, the ductile fracture phenomenon is simulated using the GTN and Rousselier models. An hybrid approach combining experimental tests on CT specimens and simulations using the GTN model in order to assess the fracture toughness is proposed. The EWF method is also used with a numerical validation using a cohesive zone modeling. In the third chapter, an identification method for the GTN model parameters identification is proposed. The method is based on the hierarchy of the void volume fraction parameters evolution until the final fracture. In the fourth chapter, the mechanical response of porous materials is studied using the numerical homogenization. The GTN model is extended to take into account a wide range of porous materials. Finally, an experimental validation is proposed.

**Keywords:** Ductile fracture, Damage, J-Integral, Gurson, EWF, Homogenization