

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMARI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DU GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**

Filière : **Génie Electrique**

Spécialité : **Machines électriques**

Présenté par
Saïd BELAIDI

Thème

Etude d'une Gamme de Générateurs Linéaires Tubulaires par la Méthode des Éléments Finis

Mémoire soutenu publiquement le 29/09/2015 devant le jury composé de :

M^r Mustapha BOUHERAOUA

Maitre de conférences classe A, UMMTO, Président

M^r Mustapha ZAOUIA

Maitre de conférences classe A, UMMTO, Encadreur

M^r Hakim DENOUN

Maitre de conférences classe A, UMMTO, Co-Encadreur

M^{lle} Nadia RADJA

Maitre-Assistante classe A, UMMTO, Examinatrice

M^{lle} Faiza ABBA

Doctorante, UMMTO, Examinatrice

Remerciements

Ce travail a été effectué sous la direction de monsieur *Mustapha ZAOUIA*, Maitre de conférences de classe A au Département d'Electrotechnique, du laboratoire (LATAGE) à l'université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Je tiens à lui exprimer ma reconnaissance pour la confiance qu'il m'a accordée et pour l'intérêt qu'il a constamment porté à mon travail, ainsi que pour ses conseils et suggestions à travers de fructueuses discussions, je ne saurais comment lui exprimer ma profonde gratitude.

J'adresse mes sentiments les plus respectueux et remerciements à tous les membres du jury :

- Monsieur *Hakim DENOUN*, maître de conférences classe A au Département d'Electrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, et de m'avoir reçu plusieurs fois au niveau du Laboratoire où il exerce ainsi que pour ses très grandes qualités humaines. Je le remercie aussi pour l'honneur qu'il me fait en acceptant d'être Co-encadreur de ce mémoire.

- Monsieur *Mustapha BOUHERAOUA*, Maitre de conférences de classe A au Département d'Electrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'il me fait de présider le Jury de ce mémoire, et pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à ce travail.

- Mademoiselle *Nadia RADJA*, Maitre-Assistante classe A au Département d'Electrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'elle me fait en acceptant d'être membre de jury et examinatrice de ce mémoire et l'intérêt qu'elle a bien voulu porter à ce travail.

- Mademoiselle *Faiza ABBA*, Doctorante au Département d'Electrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour l'honneur qu'elle me fait d'être membre de jury et examinatrice de ce mémoire.

A tous ceux ou celles qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce travail.

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail à mes très chers parents qui ont œuvrés pour ma réussite, leur soutien, tous les sacrifices consentis, et leurs précieux conseils, pour toute leur assistance et leur présence dans ma vie, reçoivent à travers ce travail, l'expression de mes sentiments et mon éternelle gratitude.

*A mes très chers frère et sœur: **Dalila, Marzouk, Naima, Hakim, Tassadit, Rebiha et Arezki***

A toute ma famille et mes amis (e), et à tous ceux qui me sont chers.

L'électricité, forme propre de l'énergie par excellence, est aujourd'hui produite majoritairement grâce à la combustion des carburants fossile ou de la fission nucléaire qui sont des ressources épuisables. Les ressources énergétiques renouvelables sont pourtant considérables et parfaitement capables, à long terme, de satisfaire la majeure partie de nos besoins. Mais outre l'hydroélectricité, technologie parfaitement mature, les solutions de conversion des ressources renouvelables tels que, le soleil, le vent, la houle et la biomasse, sont encore en phase de décollage industriel et ne représentent qu'une faible part dans le bilan globale. Dans ce contexte énergétique le générateur électrique linéaire ouvre un champ d'investigation très prometteur et joue un rôle important dans le développement des systèmes de production d'électricité d'origine renouvelable tels que, les houlogénérateur (AWS) et le cogénérateur à moteur Stirling.

L'objectif de ce mémoire est porté sur l'étude des générateurs électriques linéaires qui ont fait l'objet d'une modélisation électromagnétique cylindriques. Des généralités sur ce type de dispositifs ont été présentées. Nous avons donné un aperçu sur ces générateurs linéaires pour la récupération de différentes énergies renouvelables afin de produire de l'énergie électrique.

Pour traiter ces phénomènes nous avons élaboré des modèles mathématiques issus des équations de Maxwell régissant le générateur linéaire dans le repère cylindrique en adoptant la méthode des éléments finis. Cette méthode est très utilisée et adaptée pour des géométries complexes ainsi que pour l'étude des différents phénomènes régissant les dispositifs électromagnétiques. L'étude est effectuée en établissant un environnement LUA exécuté en utilisant le logiciel FEMM pour exploiter les résultats des simulations.

Nous avons présenté les différents résultats des simulations fournis par les modèles numériques accompagnés par des commentaires et explications des phénomènes physiques. Les résultats de simulations concernant le générateur linéaire à aimants permanents à différentes dispositions des aimantations sont confrontés entre eux puis nous avons sélectionné le générateur le plus apte à nous fournir plus d'énergie.

Notre contribution consiste en la mise en œuvre d'une stratégie de modélisation permettant de prédire les performances des générateurs électriques linéaires destinés à produire de l'énergie électrique à partir des ressources énergétiques renouvelables.

Mots clés :

Générateurs Linéaires Tubulaires

Méthode des Eléments Finis

Logiciel FEMM

<i>Introduction générale</i>	1
------------------------------------	---

Chapitre I: Généralités sur les Générateurs Linéaires

<i>I.1. Introduction</i>	3
<i>I.2. Structures et topologies des machines électriques linéaires</i>	3
<i>I.3. Définition du générateur linéaire</i>	7
<i>I.4. Utilisations dans le domaine des énergies renouvelables</i>	7
<i>I.4.1 Houlogénérateurs</i>	7
<i>I.4.2 Cogénérateurs</i>	10
<i>I.4.3. Système de récupération d'énergie de marche</i>	11
<i>I.4.4 Le mouvement hydraulique des suspensions de véhicule pour produire de l'énergie électrique</i>	15
<i>I.5. Conclusion</i>	18

Chapitre II: Equations Maxwell et Méthode des Eléments Finis

<i>II.1. Introduction</i>	20
<i>II.2. Les équations de Maxwell</i>	20
<i>II.2.1. Première équation de Maxwell</i>	20
<i>II.2.2. Deuxième équation de Maxwell</i>	20
<i>II.2.3. Troisième équation de Maxwell</i>	21
<i>II.2.4. Quatrième équation de Maxwell</i>	21
<i>II.3. Loi D'ohm et relation du milieu</i>	23
<i>II.3.1. Relation du milieu</i>	23
<i>II.3.2. Loi D'ohm</i>	23
<i>II.4. Equation de conservation de la charge électrique</i>	23
<i>II.5. Condition de passage à la surface de séparation de deux milieux</i>	24
<i>II.5.1. Interface entre les milieux 1 et 2 avec des propriétés différentes</i>	24
<i>II.6. Condition aux limites</i>	25
<i>II.6.1. Condition de Dirichlet</i>	25
<i>II.6.2. Condition de Neumann</i>	26

II.6.3. Condition de type mixte	26
II.7. Formulation potentiel vecteur magnétique des modèles électromagnétiques.....	27
II.7.1. Modèle magnétostatique	27
II.7.2. Modèle magnétodynamique	29
II.8.Méthode des éléments finis et Discrétisation	30
II.8.1. Présentation de la méthode des éléments finis.....	31
II.8.2. Le maillage.....	32
II.8.3. Principe de la méthode des éléments finis	33
II.9. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques.....	36
II.9.1. Formulation projective	36
II.9.2. Formulation variationnelle	36
II.9.3. Formulation résidus pondérés	37
II.10. Les avantages et les inconvénients de la méthode des éléments finis.....	38
II.11. Discrétisation des équations aux dérivées partielles (système algébrique).....	39
II.11.1. Modèle magnétostatique	39
II.11.2. Modèle magnétodynamique.....	40
II.12. Définition du logiciel F.E.M.M.....	40
II.12.1. Présentation de FEMM (version 4.2)	41
II.13. Conclusion.....	42

Chapitre III:Etude d'une Gamme de Générateurs Linéaires Tubulaires

III.1.Introduction.....	43
III.2.Présentationdugénérateurlinéaire	43
III.3. Procédures et étapes de calculs.....	44
III.4. Etude du générateur linéaire à aimants permanents.....	45
III.5. Equations régissant le dispositif.....	46
III.6. Etude des différents dispositifs linéaires tubulaires	46
III.6.1. Dispositifs étudiés	47
III.6.2.Superposition des résultats des différents dispositifs.....	57
III.7. Conclusion.....	60
Conclusion Générale	61

Introduction générale

L'électricité, forme propre de l'énergie par excellence, est aujourd'hui produite majoritairement grâce à la combustion des carburants fossile ou de la fission nucléaire qui sont des ressources épuisable. Les ressources énergétiques renouvelables sont pourtant considérables et parfaitement capables, à long terme, de satisfaire la majeure partie de nos besoins. Mais outre l'hydroélectricité, technologie parfaitement mature, les solutions de conversion des ressources renouvelables tels que, le soleil, le vent, la houle et la biomasse, sont encore en phase de décollage industriel et ne représentent qu'une faible part dans le bilan globale. Dans ce contexte énergétique le générateur électrique linéaire ouvre un champ d'investigation très prometteur et joue un rôle important dans le développement des systèmes de production d'électricité d'origine renouvelable tels que, les houlogénérateur (AWS) et le cogénérateur à moteur Stirling [1].

Dans ce travail la source considérée est l'énergie mécanique des vibrations, présentée dans de nombreux environnements et susceptible de fournir assez de puissance pour pouvoir alimenter une charge.

Ce mémoire est organisé de la façon suivante :

Dans le premier chapitre nous allons présenter la structure et la topologie des machines électriques linéaires. Tout on se basant sur le générateur linéaire et son rôle dans la production de l'énergie électrique. Nous avons aussi présenté les différents systèmes exploitant ce générateur pour des grandes puissances (AWS, Cogénérateur) et des petites puissances (générateur portable, système de récupération d'énergie d'amortissement d'automobile).

Le second chapitre décrit les phénomènes physiques associés à l'électromagnétisme qui se traduit par la description des équations utilisées pour la modélisation des phénomènes électromagnétique. Nous exposons les équations locales qui décrivent les champs et les formulations en potentiel vecteur magnétique dans les cas statique et dynamique. Ces équations sont données dans le cas particulier des géométries axisymétriques.

Dans le troisième chapitre nous allons présenter un prototype qui représente un générateur linéaire, en donnant les caractéristiques principales à savoir la distribution du champ magnétique en considérant différentes orientation de l'aimantation puis sélectionner le

dispositif le plus adapté à savoir celui qui donne une distribution appréciable de l'induction dans l'entrefer.

Enfin nous terminerons par une conclusion générale.

Chapitre I: Généralités sur les Générateurs
Electriques Linéaires

I.1. Introduction

Ce chapitre résume l'étude des techniques nouvelles de la production autonome de l'énergie électrique décentralisée ; d'où on s'étalera sur le générateur linéaire en tenant compte de sa structure. Ce type de générateur permet de produire de l'énergie électrique à partir de la transformation des énergies mécaniques de sources naturelles générées par les vagues océaniques, les mouvements du corps humain ou par les suspensions d'un véhicule.

I.2. Structures et topologies des machines électriques linéaires

La machine électrique linéaire est un type particulier de son homologue rotatif. Cette nouvelle configuration est en principe envisageable pour tous les types de machines rotatives, il est donc possible de concevoir des prototypes linéaires synchrones, asynchrones, à courants continus, pas à pas et oscillatoires, avec une réversibilité en exploitation et en mouvement, c'est-à-dire à induit fixe, inducteur mobile et vice versa. Vu les caractères spécifiques de leurs mouvements en translation les machines linéaires constituent par elles-mêmes un entraînement direct, remplaçant ainsi les systèmes conventionnels complexes associés aux machines rotatives assurant un mouvement rectiligne [1].

Pour les principaux types de ces machines on peut citer, la machine linéaire à inducteur simple (stator unique) ; Cette variante est la plus courante, car elle s'intègre plus facilement dans la plupart des applications, elle présente une force d'attraction importante entre l'inducteur et l'induit (fig.I.2) [1].

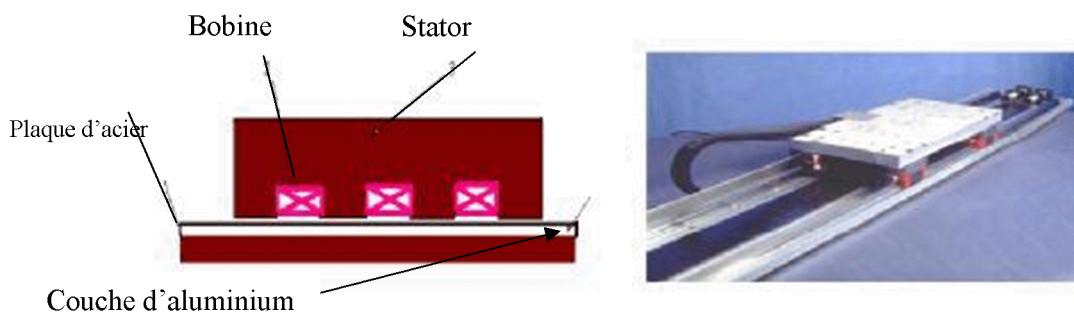


Fig.I.2 : Machine linéaire simple induction (stator unique) [1]

La machine linéaire à inducteur double (double stator); Cette structure permet d'obtenir des poussées spécifiques plus élevées. Dans la mesure où l'induit est centré, la résultante des forces d'attraction est nulle (fig. I. 3) [1].

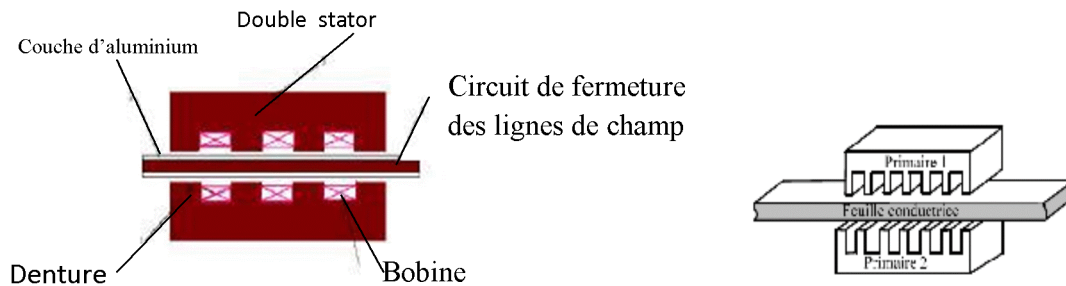


Fig.I.3 Machine linéaire double induction (double stator) [1]

La machine linéaire tubulaire (fig. I.4): C'est une solution qui permet une meilleure utilisation du volume disponible et du cuivre. Pour une structure bien centrée, la résultante des forces d'attraction est nulle [1].

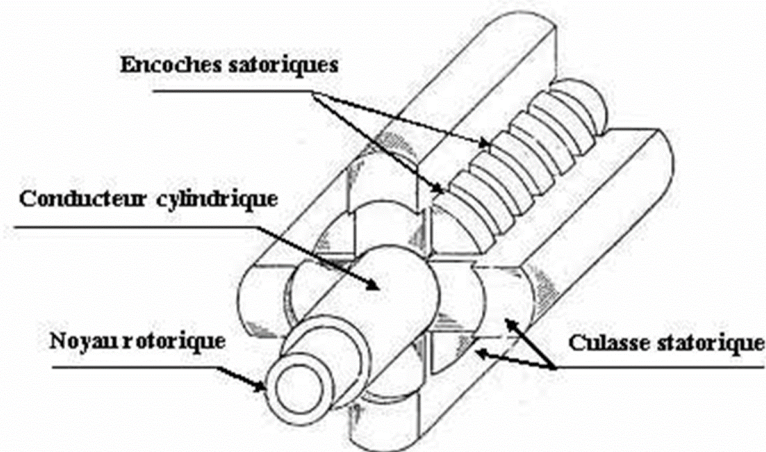


Fig.I.4 : Machine linéaire tubulaire [1].

Sachant que les machines électriques linéaires recouvrent une très grande variété de systèmes, nous terminerons par donner quelques figures représentant d'autres types de machines linéaires un peu plus spéciales que celles citées ci-dessus telles que, la machine linéaire oscillatoire (fig. I.5), et enfin la machine linéaire multi-tiges (fig. I.6) [1].

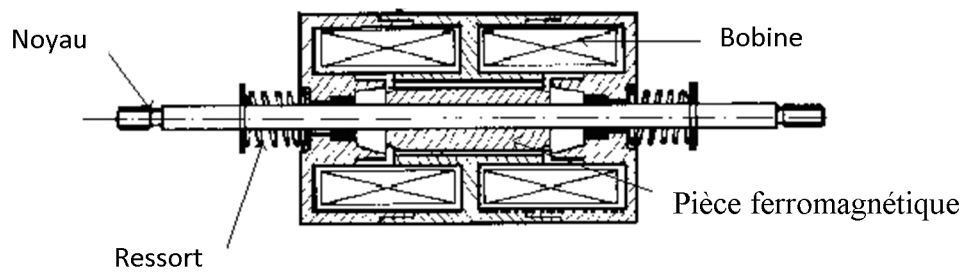


Fig.I.5 : Machine linéaire oscillante avec ressorts d'équilibre [1]

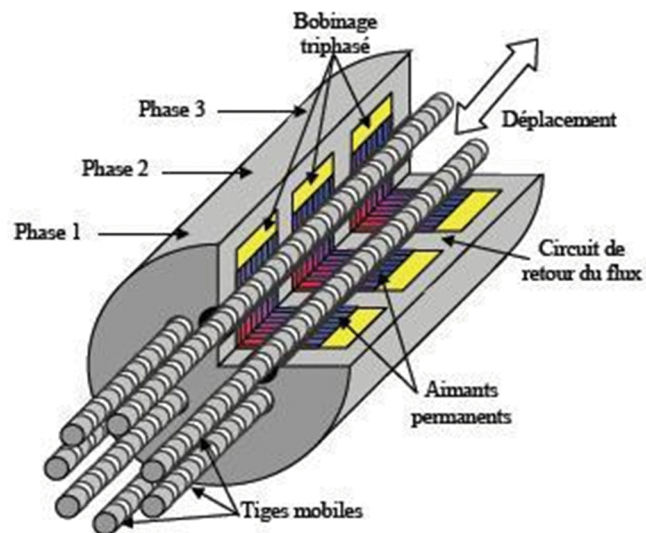


Fig.I.6 : Machine linéaire multi-tiges [1].

Généralement, les machines linéaires peuvent être classées suivant leurs géométries (fig. I.7).

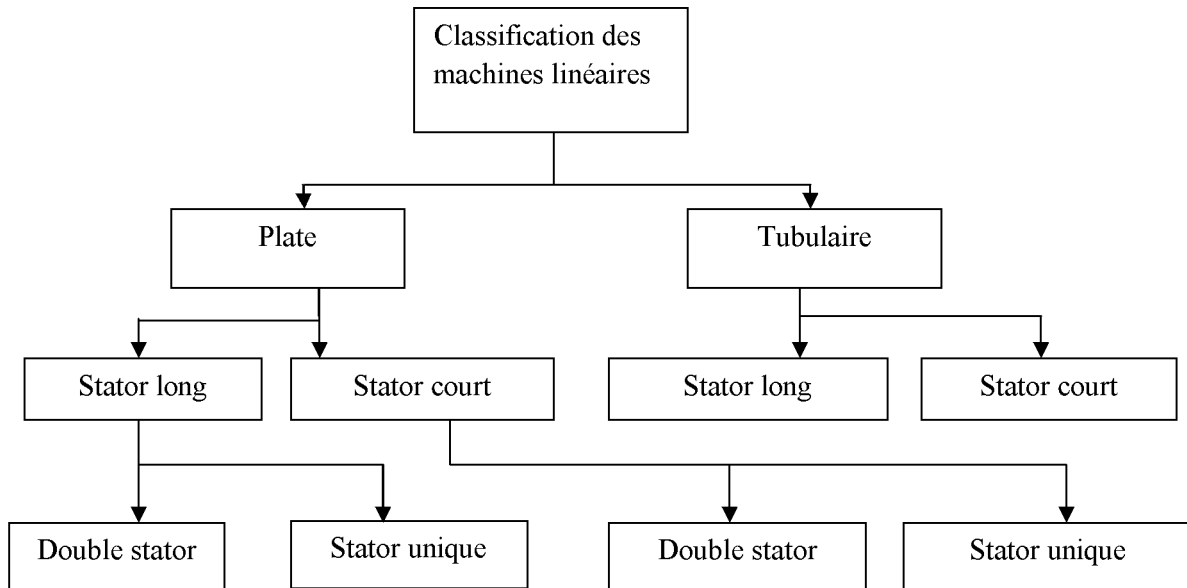


Fig.I.7 : classification des machines linéaires selon leur géométrie [1]

Il existe un autre classement relatif au principe de fonctionnement du générateur (topologies). Celui-ci est présenté par la figure. I.8.

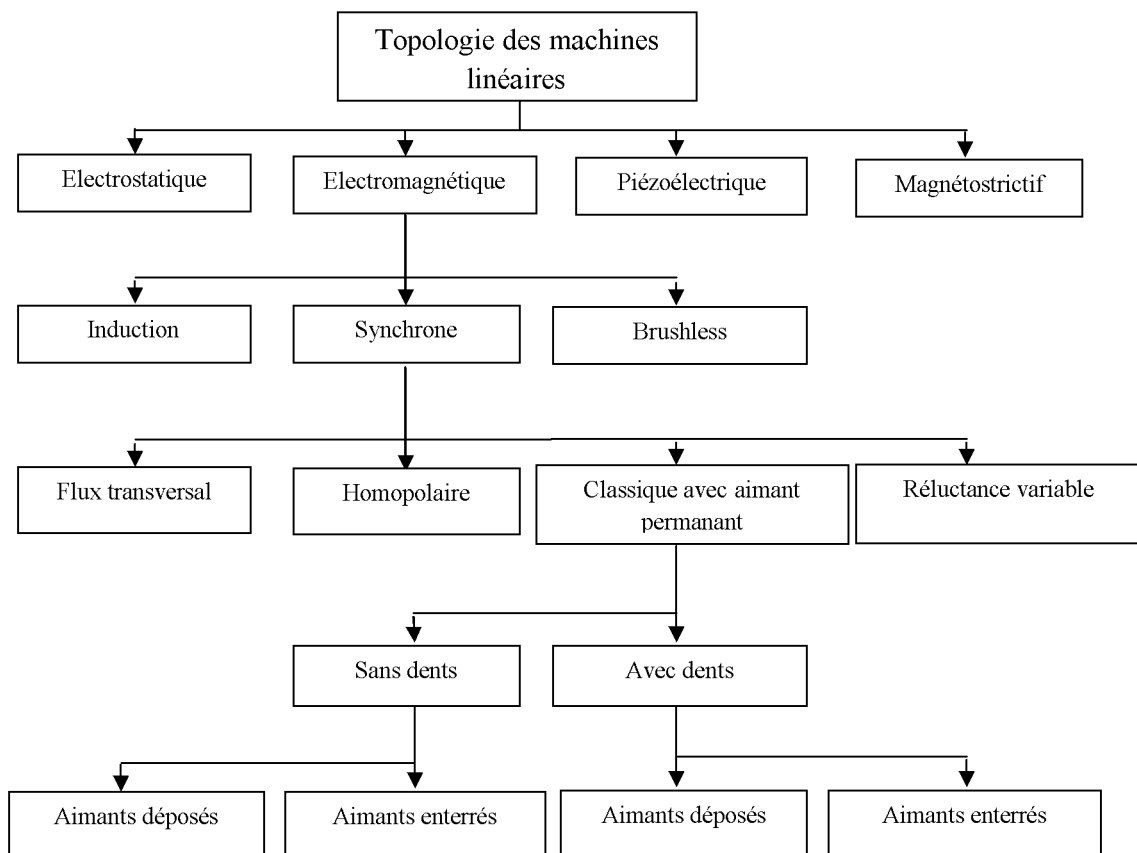


Fig.I.8 : Topologie des machines linéaire [1]

I.3. Définition du générateur linéaire

L'invention concerne un système permettant de capturer et de stocker de l'énergie électrique d'un mouvement linéaire alternatif limité et irrégulier le long d'un cylindre (Fig.I.1), par exemple un amortisseur de véhicule. Le générateur linéaire à bobines électriques est enroulé autour du cylindre parallèlement au mouvement du cylindre ou le long de celui-ci. Le courant électrique produit par le générateur linéaire peut être stocké dans un accumulateur. L'énergie provenant du recul d'un canon militaire peut également être capturée par un générateur linéaire le long du tube du canon et stockée dans l'accumulateur. Un dispositif de traitement peut être ajouté pour maîtriser le débit de l'énergie électrique allant du générateur à l'accumulateur. Le courant électrique peut traverser un filtre et être traité par un conditionneur afin de limiter la plage de la tension produite par le générateur linéaire [1].

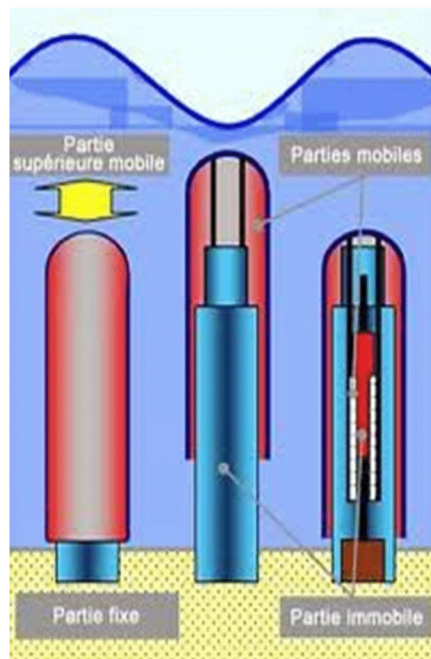


Fig.I.1 Schéma d'un générateur linéaire [1]

I.4. Utilisations dans le domaine des énergies renouvelables

I.4.1 Houlogénérateurs

De nombreux travaux présentent les systèmes de récupérations d'énergie des vagues qui sont en phases de développement, Parmi ces systèmes, on cite l'AWS (Archimède Wave Swing (fig. I.9) qui exploite le mouvement de pilonnement (vertical) d'une bouée immergée.

Une unité de production qui est constituée d'un flotteur cylindrique qui coulisse sous l'effet de la houle autour d'un autre fixe sur le fond de la mer. Le mouvement crée actionne un générateur électrique linéaire en entraînement direct. La version pilote, testée en 2004, au large du Portugal, était dimensionnée pour une puissance crête de 2MW et une puissance nominale de 1MW. [1]



Fig.I.9 : Système récupérateur d'énergie de vague [1]

Le générateur linéaire est une machine à aimants permanents (Fig. I.10) déposés en surface, le système n'ayant qu'un seul degré de liberté, la modélisation hydrodynamique et mécanique du système se ramène à une équation différentielle du second ordre. Le terme de rappel (proportionnel à la position) est dû au fait que le flotteur agit comme un piston. Lors de son mouvement il comprime et détend de l'air dans une chambre étanche mais aussi de l'azote dans des pistons. La pression de l'azote dans ces pistons est ajustable et ce terme de rappel peut donc être ajusté afin d'ajuster la fréquence de résonance du système aux différentes fréquences d'excitation rencontrées. Cela permet de récupérer le maximum d'énergie sur une plage de période de houle assez élevée (entre 5 et 15s). L'effet de résonance permet d'atteindre des amplitudes de mouvement jusqu'à sept fois plus grande que l'amplitude de la variation de hauteur de la surface de la mer. L'énergie annuelle récupérée annoncée est de 1.64GWh sur le site pilote portugais, soit 1640 heures à puissance nominale. Sur la version pilote et pour des raisons de coût, la partie mobile du générateur linéaire est plus longue de seulement trois mètres que la partie fixe. Cela grève évidemment les capacités du système sur les mouvements de forte amplitude. Pour éviter d'avoir des mouvements d'amplitude trop importantes, le système est prévu avec des butées mécaniques.

Le système possède des amortisseurs hydrauliques eux aussi prévus pour limiter les mouvements. Cela évite au générateur linéaire de devoir fournir des forces trop importantes pour avoir des mouvements raisonnables, mais l'énergie récupérée est en contrepartie plus faible [1].

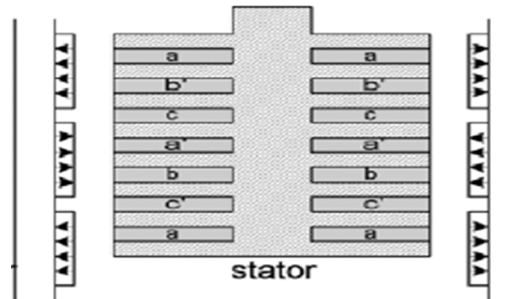


Fig.I.10 Générateur électrique linéaire à stator intérieur [1].

L'appareillage du système Archimède Wave Swing (AWS) (fig. I.11) est très simple et ne nécessite pas de technologie très avancée, en effet la seule difficulté vient de la taille et des proportions inhabituelles que doivent prendre les différents composants du système AWS. Le système se compose d'un cylindre hermétique en acier fixé à un guide vertical lui-même accroché au fond marin. Le cylindre se compose d'un cylindre mobile supérieur ou flotteur compris entre 10 et 20m de diamètre, et d'un cylindre fixe inférieur. A l'intérieure du flotteur on trouve un système de générateur linéaire, composé d'une bobine solidaire du cylindre fixe et d'une colonne d'aimants de polarités inversés solidaire du cylindre mobile [1].

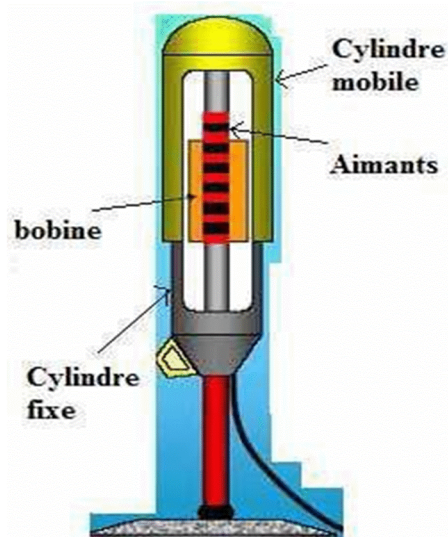


Fig.I.11 Système AWS [4]

I.4.2 Cogénérateurs

Pour un système présente une micro-cogénération destiné à alimenter en énergie électrique et thermique une habitation individuelle. Il est constitué de deux moteurs d'entraînement de type Stirling (fig. I.12) associés à un générateur électrique linéaire à induction. Pour des raisons d'encombrement, mais aussi, de manière à pouvoir encapsuler l'ensemble dans une enceinte close sans joint, le choix d'une intégration du moteur d'entraînement et du générateur a été fait. Le tout est donc composé d'une chaîne thermomécanique couplée à une chaîne électromécanique [1].

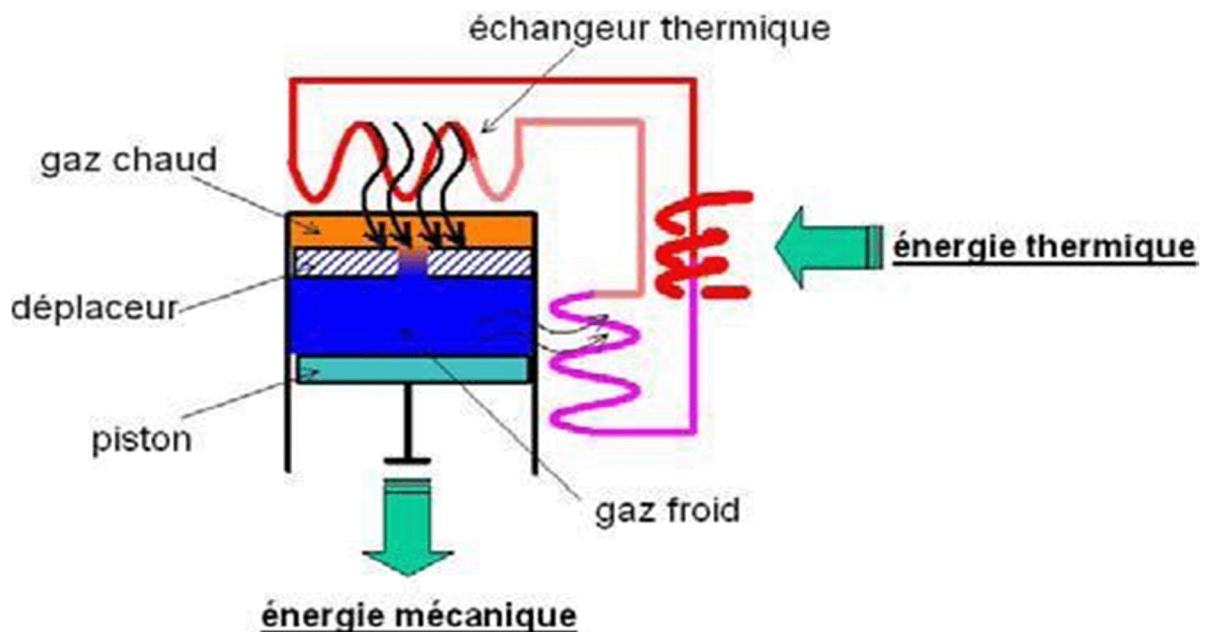


Fig.I.12 : Schéma de principe fonctionnement d'un moteur Stirling [1].

L'énergie électrique produite est injectée, via un double convertisseur AC/DC/AC, dans un réseau domestique 230V /50Hz. Les deux moteurs Stirling (fig. I.13) travaillent en opposition de phase. Les pistons de chacun des moteurs sont liés rigidement. De ce fait ils sont considérés comme un unique piston qui est également le mover du générateur.

Le piston commun, ou mover, est entraîné dans un mouvement alternatif selon son axe. Sa course (amplitude et fréquence) dépend de la température de la chambre chaude, de celle de la chambre froide et de force électromagnétique que la chaîne électrique oppose au moteur. Cette force d'opposition est récupératrice de forme et d'amplitude optimisée adaptée

au bon fonctionnement de la chaîne thermomécanique notamment concernant sa stabilité.

Comme nous l'avons déjà précisé, deux moteurs thermiques travaillent en opposition de phase. C'est-à-dire que le temps de détente d'un moteur coïncide au temps de compression de l'autre moteur ou d'une autre manière l'un constitue le "ressort de rappel" de l'autre. Par contre, un tel moteur Stirling n'est pas naturellement stable. Cette stabilité devra être assurée par le contrôle/commande de la machine à induction qui est globalement génératrice sur un cycle mais peut fonctionner à certains instants en moteur [1].

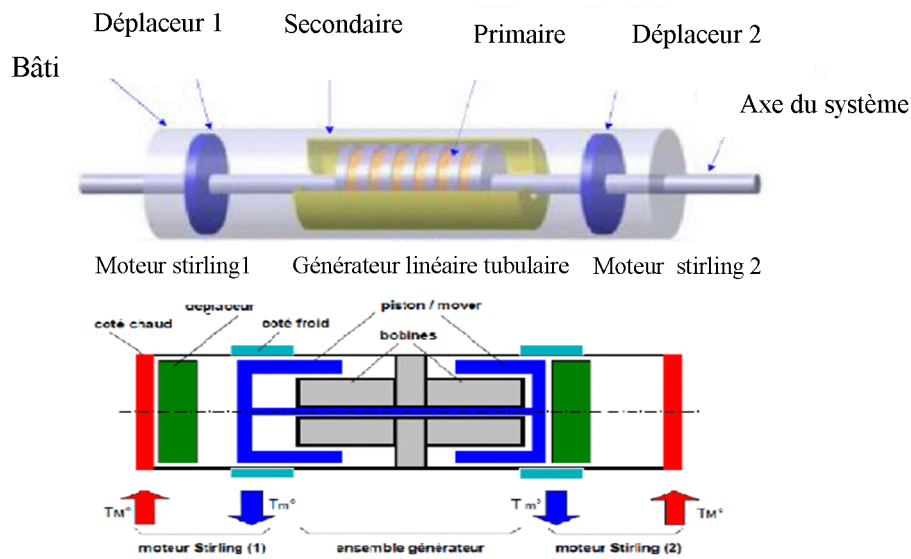


Fig. I.13: Schéma d'un moteur Stirling et son générateur électromagnétique linéaire à induction [1]

I.4.3. Système de récupération d'énergie de marche

L'être humain moderne utilise de plus en plus d'appareils électroniques portables qui, en lui offrant une certaine liberté dans ses déplacements, le contraignent par les recharges régulières des accumulateurs ou par le changement de piles [3].

Un modeste prélèvement d'énergie sur l'être humain en mouvement pourrait couvrir l'intégralité ou une partie des besoins électriques des équipements "nomades" : téléphone portable, agenda électronique ou autre calculateur, GPS... mais aussi en médecine, des dispositifs d'assistance respiratoire, des prothèses cardiaques et auditives dont les piles n'auraient plus besoin d'être changées [3].

Le niveau de consommation mondiale dû aux recharges (énergie puisée sur les réseaux électriques) est loin d'être négligeable. Prenons un exemple, celui des téléphones mobiles. En faisant l'hypothèse que deux milliards d'appareils consomment en veille permanente environ 30 mW (milliwatts), hors appels ou réceptions. En supposant un rendement de charge et décharge d'environ 50%, on obtient le chiffre de un TWh (térawattheures, un milliard de kWh) consommés annuellement, cela semble peu eu égard aux 14 000 TWh produits par les réseaux électriques mondiaux en une année. Mais c'est quand même la production d'une tranche nucléaire de 1000 MW pendant 1000 heures ou encore le rejet de 300 à 1000 tonnes de CO₂ selon que l'électricité est produite par du gaz ou du charbon [3].

L'être humain, quant à lui, "consomme" en moyenne environ 100 W transformés principalement en chaleur. Il peut également produire des puissances mécaniques de quelques centaines de watts pendant de courts instants, mais au prix d'une dure fatigue. Des puissances de l'ordre du watt ou beaucoup moins peuvent être "prélevées" sans effort démesuré et ce sont des niveaux capables de faire fonctionner beaucoup de petits appareils ou au moins de prolonger significativement leur autonomie. Bien sûr, si l'on pouvait convertir en électricité la chaleur qui se dégage naturellement du corps, on disposerait d'une ressource considérable mais malheureusement les lois de la physique sont très dures sur ce point. Il existe des solutions, notamment celles offertes par la thermoélectricité, mais elles sont peu efficaces dans ce contexte et également très coûteuses. Des progrès significatifs dans les couples thermoélectriques ouvriraient un immense champ d'applications dépassant largement le cadre de la génération d'énergie humaine, mais la recherche doit encore progresser dans ce domaine. C'est pourquoi nous avons choisi la voie de la conversion électromécanique d'énergie [3].

Avant de présenter les différentes applications liées à la récupération de l'énergie humaine, il est intéressant de rappeler que le corps humain transforme de l'énergie chimique, de l'énergie thermique, de l'énergie mécanique et dans une moindre mesure, de l'énergie électrique (fig. II. 14). Déjà en 1996, T. Starner, étudiant au M.I.T, analysait plusieurs sources potentielles d'énergie du corps humain qui peuvent être utilisées pour la conversion électrique [2].

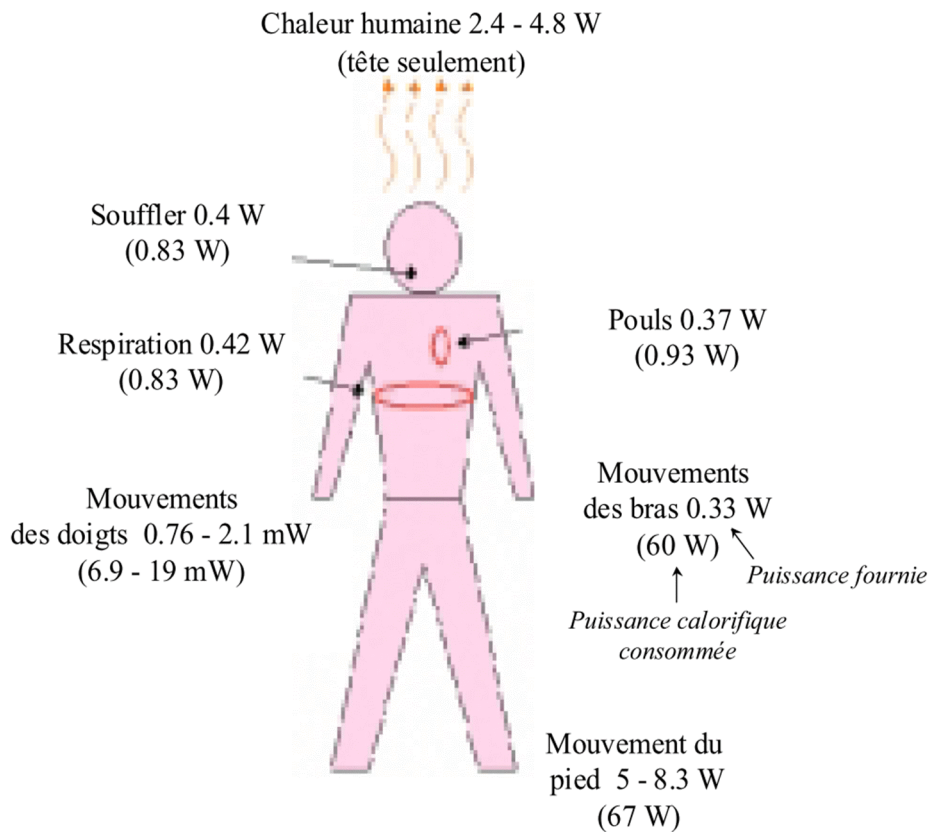


Fig.I.14 : Quelques valeurs de puissances produites par le corps humain [2]

La conversion d'énergie peut exploiter un système résonnant excité par la ressource mécanique, cette solution étant pertinente lorsque le spectre d'excitation est suffisamment étroit. Le système est alors dimensionné de façon à ce que sa fréquence propre soit proche de celle de l'excitation. Le récupérateur d'énergie produit alors un amortissement, qui, s'il est optimal, maximise la récupération d'énergie. Le laboratoire SATIE (CNRS ENS Cachan) a mené des travaux de recherches sur la récupération de l'énergie en plaçant un générateur linéaire sur une hanche. Lorsque la personne marche, on peut alors considérer le mouvement de la hanche, suivant la composante verticale, comme une source de mouvement sinusoïdal d'amplitude Z_M et de pulsation ω_{step} (Fig.I.15(a)). Le système mécanique permettant la récupération de l'énergie est constitué d'un boîtier solidaire du corps humain par le biais d'une ceinture fixé autour de la taille, et à l'intérieur duquel se déplace une masselotte de masse m , suspendue entre deux ressorts, qui peut rentrer en résonance avec le mouvement de la hanche. En travaillant au voisinage de la fréquence de résonance, il est possible de maximiser la récupération de la puissance mécanique, l'énergie transmise au système étant

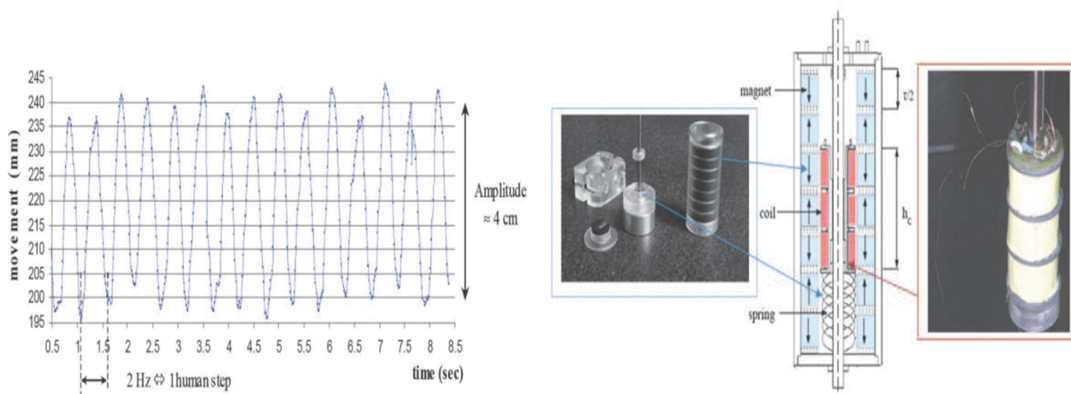
convertie en énergie électrique grâce à un générateur électromagnétique linéaire. Dans ce cas, la puissance maximale récupérable s'exprime par :

$$P_{\max} = m Z_M \omega_{\text{step}}^3 L_{\max} / 2 \quad (\text{I.1})$$

La solution retenue pour l'architecture du générateur est celle représentée à la Figure I.15 (b).

La partie fixe est composée d'un empilage d'aimants à aimantation axiale, et la partie mobile du bobinage. Un prototype a été conçu avec un masse mobile $m = 50\text{g}$ et un débattement $L_{\max} = 8\text{cm}$.

En prenant les données de la marche de la Figure I.18 (a), la puissance maximale récupérable est de $P_{\max} = 160\text{mW}$ (cf équation I.1). En moyenne, la puissance est de l'ordre de $P_0 = 40\text{mW}$ [3].



(a) Mouvement de la hanche lors d'une marche à 5 km/h (b) Structure et photos du générateur linéaire

Fig. I.15 : Générateur linéaire développé au laboratoire SATIE [3]

L'inconvénient majeur de ces systèmes résonnants est qu'ils sont bien adaptés uniquement si la fréquence d'excitation est quasi-constante, ce qui n'est pas toujours le cas. Une solution consiste à augmenter le coefficient d'amortissement du système ce qui diminue l'énergie récupérée mais qui augmente la plage de fréquence exploitable. Le générateur électromagnétique est capable de générer une puissance constante sur une large bande de fréquence prédéterminée grâce à sa topologie originale. Son schéma de principe est représenté à la figure II.16. Il est composé de plusieurs poutres vibrantes de différentes tailles donc résonnant à différentes fréquences. Un prototype de ce générateur, mesurant 14cm , $12,5\text{mm}^2$,

a permis de récupérer une puissance de $0.4\mu\text{W}$, soit $23\mu\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}$, sur la plage de fréquence 4.2 - 5 kHz [3].

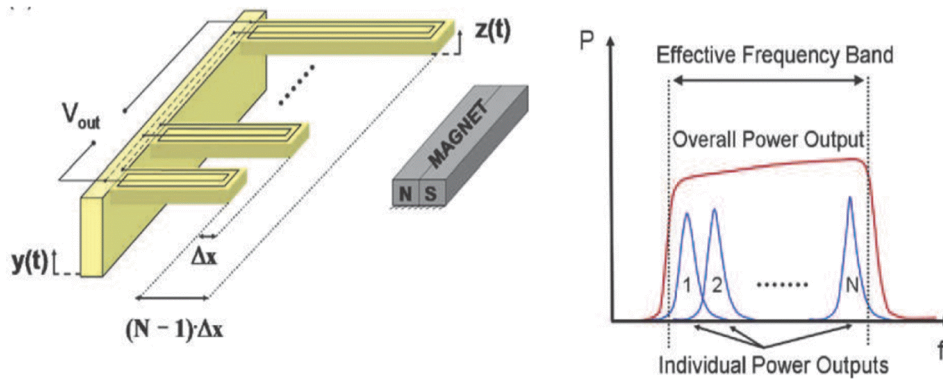


Fig.I.16 : Générateur électromagnétique développé dans (Sari08) [3]

Une solution alternative pour augmenter l'énergie volumique récupérée est d'hybrider dans un même générateur les principes de conversion. Le même développé dans (Khaligh08) est composé d'un générateur électromagnétique générant une puissance de $0.83\text{mW}\cdot\text{cm}^{-2}$ et d'un générateur piézo-électrique récupérant une puissance de $0.35\text{mW}\cdot\text{cm}^{-3}$ [3].

I.4.4 Le mouvement hydraulique des suspensions de véhicule pour produire de l'énergie électrique

Le mouvement hydraulique des suspensions des véhicules routiers (fig. II.17) en entrainant un moteur hydraulique produit une énergie mécanique qui peut être transformé en énergie électrique, en air comprimé, en climatisation [4].

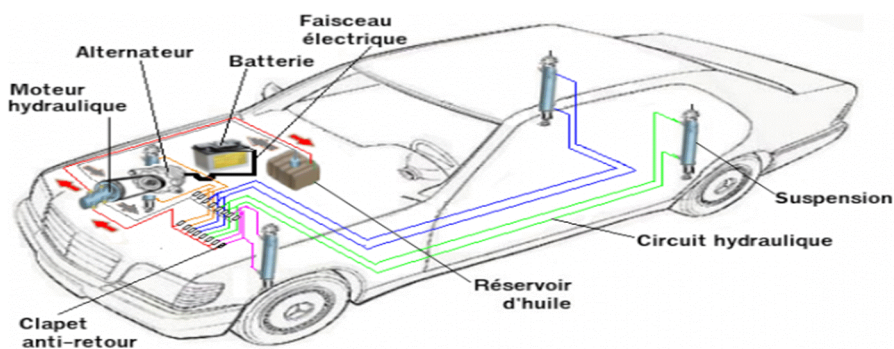


Fig.I.17 : Schéma du circuit hydraulique d'un véhicule [4]

Jusqu'à présent, seule l'énergie cinétique horizontale était récupérée par quelques modèles de véhicules hybrides, au moment du freinage notamment (Toyota Prius, par exemple). Par contre cette même énergie induite par le déplacement vertical de la carcasse était perdue. Christophe Verna, un inventeur qui vient tout simplement d'adapter le principe du

récupérateur d'énergie de la houle marine aux déplacements verticaux de la carrosserie de nos : véhicules. Ce système avait déjà été exploité pour transformer en électricité l'impact des semelles de chaussures des joggeurs pour alimenter ou recharger un appareil nomade (téléphone portable, baladeur, compteur digital...) Ce principe se décline en deux nouvelles applications qui se retrouveront, à ne pas en douter, bientôt installées sur les nouveaux :

- le générateur électrique
- le compresseur [2]

Le va et vient de l'huile du circuit hydraulique des suspensions est orienté par les clapets anti-retour pour faire tourner le moteur hydraulique.

L'équipe du MIT, Massachusetts Institute of Technology, composé de Shekel AVADHANY, Zack ANDERSON, Zack JACKOWSKI, Ryan BAVETTA et Vladimir TARASOV, à réalisé sur un véhicule tout terrain très connu un système utilisant le mouvement hydraulique des suspensions pour entrainer des moteurs hydrauliques et actionner des générateurs électriques pour produire de l'électricité. Ce système appelé GenShocks (fig. II.18) augmente le rendement du véhicule de 10% [4].



Fig.I.18 Suspension du système GenShocks [4]

Un système électromagnétique couplé aux suspensions (fig. II. 19) permet directement de produire de l'électricité avec le mouvement des suspensions [4].

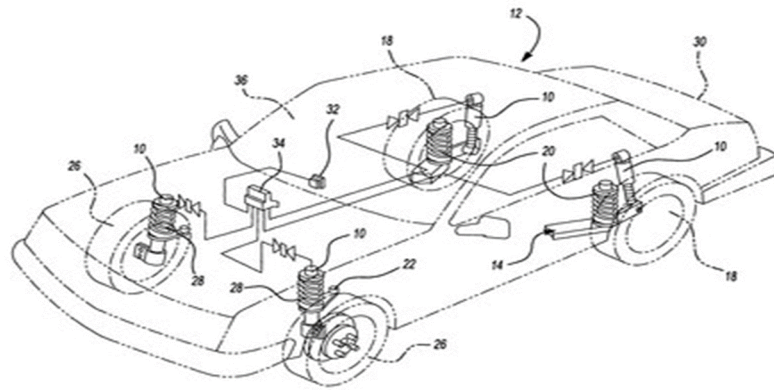


Fig.I.19 Système de production d'électricité intégré dans la suspension du véhicule [4]

La suspension Shock Absorber (PGSA) (fig. II.20) convertit l'énergie cinétique en électricité avec le système électromagnétique Linear Motion (LMES). Les LMES utilise un aimant permanent intégré dans le piston principal, une série d'enroulements de bobines dans le corps de la suspension, un redresseur et un système de contrôle électronique pour gérer la production d'électricité de charge. L'électricité produite par chaque PGSA et stockée dans les batteries du véhicule [4].

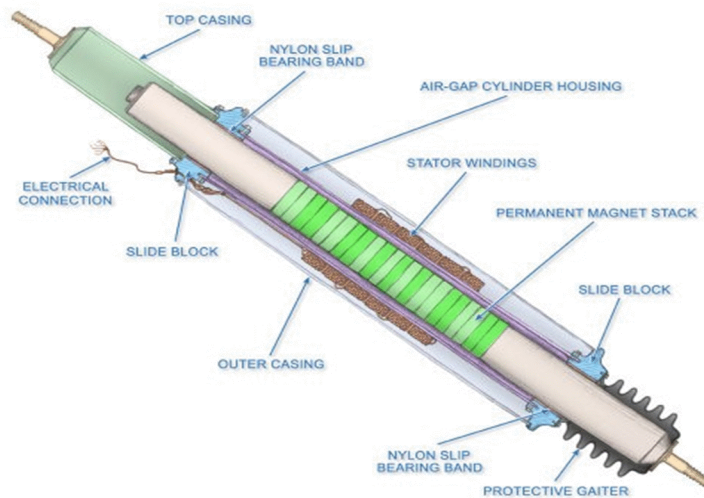


Fig.I.20: Power-Generating Shock Absorber [4]

Ce générateur électrique de suspension (fig. I. 21) permet de récupérer une force jusqu'aujourd'hui perdue.

Il peut s'appliquer à bien évidemment pour tout type de voitures électriques ou hybrides, les tramways, trains, tous véhicules roulants, notamment électriques, car l'énergie ainsi produite vient compléter celle provenant de la source initiale d'énergie [2].

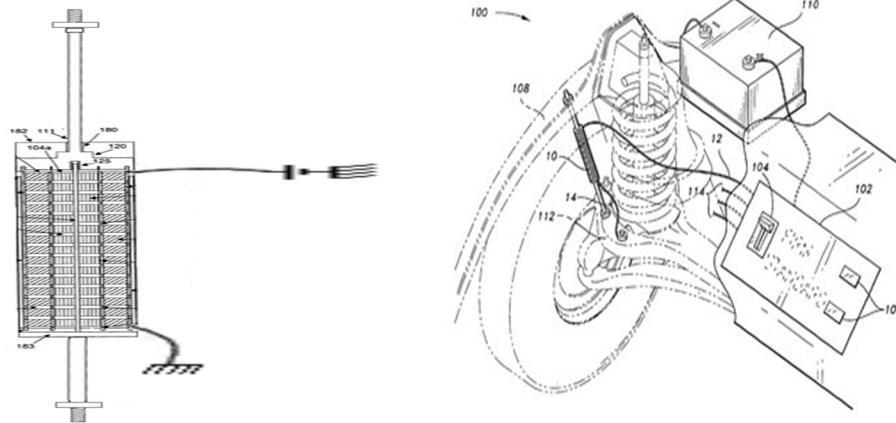


Fig.I.21 Système de production d'électricité en parallèle de la suspension du véhicule [4].

Un générateur transformant le mouvement de translation en électricité est ajouté au niveau de chaque suspension (fig. I. 22).

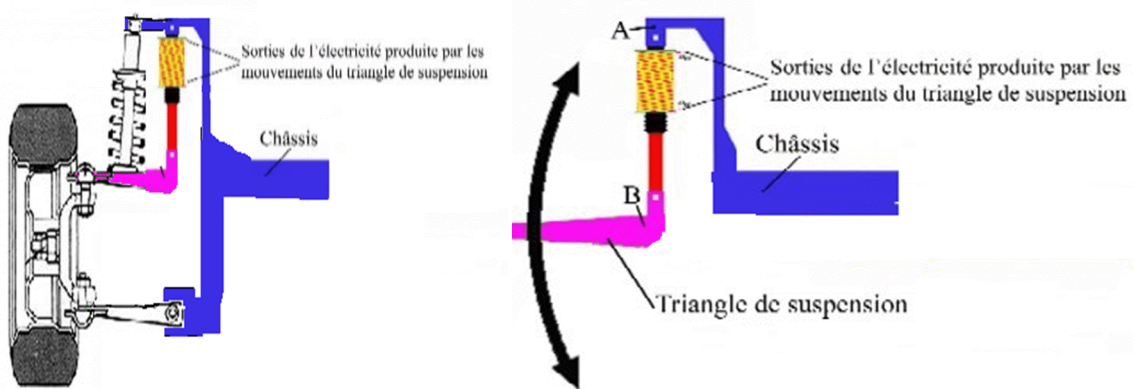


Fig.I.22 : schéma introduisant le générateur de Christophe VERNA [4]

Le Générateur électrique de suspension produit à chaque mouvement de suspension de l'électricité utilisable par le véhicule, il peut être mis un ou plusieurs modules par suspension, tout ce qui sera produit augmentera d'autant plus l'autonomie du véhicule [4].

I.5.Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté d'une manière générale les différents types de machines électriques linéaires tout en montrant l'intérêt qu'elles ont apporté dans le domaine industriel, en exposant les caractéristiques intéressantes de ces machines à savoir leurs structures, topologie et quelques modèles fonctionnant en générateur spécial qui permet de récupérer l'énergie mécanique dans la nature et les transformer en énergie électrique.

Dans le chapitre suivant nous allons présenter principalement les équations de Maxwell ainsi que les modèles électromagnétiques découlant de ces équations nécessaires à la modélisation de ce type de dispositif. La méthode des éléments finis pour la résolution des équations aux dérivées partielles sera présentée d'une manière brève.

Chapitre II : Equations de Maxwell et Méthode des Eléments Finis

II.1. Introduction

Les équations de Maxwell, sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétique avec l'expression de la force électromagnétique de Lorentz. Les équations de Maxwell traduisent sous forme locale, les différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissent l'électromagnétisme sous forme de relations intégrales. Elles donnent ainsi un cadre mathématique précis au concept fondamental de champ introduit en physique par Faraday.

Sur la base des équations de Maxwell, on construira les modèles électromagnétiques en régime statique et en régime dynamique (magnétostatique et magnétodynamique) en coordonnées cartésienne et cylindrique sous forme d'équation aux dérivées partielles [5].

II.2. Les équations de Maxwell

La première étape dans l'étude des problèmes physiques c'est l'établissement des équations qui le régissent. Pour établir ces équations, on fait appel aux équations de Maxwell. En effet, en démarrant des relations fondamentales de l'électricité et du magnétisme, Maxwell est arrivé à mettre en place quatre équations qui regroupent les deux domaines, c'est l'électromagnétisme.

Ces quatre équations gouvernent d'une manière très efficace avec les relations relatives à la constitution des milieux du dispositif à étudier et la loi d'Ohm généralise tous les phénomènes électromagnétiques du moment qu'elles sont utiles de toute analyse de ce genre [6].

II.2.1. Première équation de Maxwell

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad (\text{II-1})$$

Avec :

\vec{D} : Vecteur de déplacement ou excitation électrique [C/m^2].

ρ : Densité de charge volumique [C/m^3].

Cette relation correspond à un «terme de source» : la densité de charge électrique est une source de champ électrique. Pour le vecteur d'induction électrique, il représente la façon dont le champ électrique influe sur l'organisation de ces charges dans un matériau donné [5].

II.2.2. Deuxième équation de Maxwell

Cette équation caractérise le couplage entre les phénomènes magnétiques et les phénomènes électriques :

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II-2})$$

Avec :

\vec{B} : Vecteur induction magnétique [T].

\vec{E} : Vecteur champ électrique [V/m].

II.2.3. Troisième équation de Maxwell

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (\text{II-3})$$

Le flux du champ magnétique à travers une surface fermée est toujours nul (caractère conservatif)

II.2.4. Quatrième équation de Maxwell

Cette équation est basée sur la loi d'Ampère qui considère que la circulation d'un champ magnétique le long d'un contour est proportionnelle à la somme des courants traversant la surface délimitée par le contour.

D'après le théorème d'Ampère :

$$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i \quad (\text{II-4})$$

Donc:

$$\oint_{\Gamma} \frac{\vec{B}}{\mu} \cdot d\vec{l} = I \quad (\text{II-5})$$

Or:

$$I = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-6})$$

D'après le théorème de Stokes :

$$\oint_{\Gamma} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-7})$$

Donc on aura :

$$\iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-8})$$

$$\iint_S \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} \cdot d\vec{s} = \iint_S \vec{J} \cdot d\vec{s} \quad (\text{II-9})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J} \quad (\text{II-10})$$

Tel que :

$$\vec{J} = \vec{J}_C + \vec{J}_D \quad (\text{II-11})$$

$$\vec{J}_D = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{II-12}$$

Donc :

$$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{II-13}$$

Ou bien

$$\overrightarrow{rot} \vec{B} = \mu \vec{J}_c + \mu \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{II-14}$$

Avec :

\vec{H} : Vecteur champ magnétique [A/m] ;

\vec{J}_c : Densité de courant de conduction [A/m²] ;

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$: Densité de courant de déplacement [A/m²].

Le champ magnétique rend compte du déplacement des charges électriques. Autrement, la circulation des courants électriques est à l'origine de la production de l'excitation magnétique.

Cette équation exprime que le champ magnétique peut être créé non seulement par un courant. Le tableau suivant résume les équations de Maxwell sous leurs formes intégrales et différentielles :

	Forme intégrale	Forme locale
Théorème de Maxwell Gauss	$\oiint_S \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon} \iiint_V \rho \cdot dv$	$div \vec{D} = \rho$
Théorème de Maxwell Faraday	$\oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot \vec{dl} = - \iint_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot \vec{ds}$	$\overrightarrow{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
Conservation du flux magnétique	$\iint_S \vec{B} \cdot \vec{ds} = 0$	$div \vec{B} = 0$
Théorème de Maxwell Ampère	$\oint_{\Gamma} \vec{H} \cdot \vec{dl} = \iint_S \left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) \cdot \vec{ds}$	$\overrightarrow{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Le système des équations de Maxwell généralisées ne suffit pas à lui seul pour déterminer les grandeurs électromagnétiques. Donc de nouvelles relations doivent venir compléter les équations de Maxwell qui constituent ce qu'on appelle les relations constitutives du milieu.

II.3. Loi D'ohm et relation du milieu

II.3.1. Relation du milieu

- Pour un milieu magnétique

$$\text{On a :} \quad \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} + \vec{B}_r \quad (\text{II-15})$$

La relation (II-15) exprime le lien existant entre le champ magnétique \vec{H} et l'induction magnétique \vec{B} , à travers la perméabilité magnétique μ .

- Pour un milieu diélectrique :

$$\text{On a :} \quad \vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E} \quad (\text{II-16})$$

La relation (II-16) exprime le lien existant entre l'induction électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E} à travers la perméabilité électrique ε .

II.3.2. Loi D'ohm

La densité de courant est liée au champ électrique par la relation suivante :

- Dans un milieu quelconque :

$$\text{On a :} \quad \vec{J} = \sigma \cdot \vec{E} + \vec{J}_s \quad (\text{II-17})$$

- Dans un milieu en mouvement :

$$\text{On a :} \quad \vec{J} = \sigma (\vec{E} + (\vec{V} \wedge \vec{B})) + \vec{J}_s \quad (\text{II-18})$$

Avec :

μ : Perméabilité magnétique [H/m] ;

ε : Perméabilité diélectrique [F/m] ;

σ : Conductivité électrique [S/m] ;

\vec{J}_s : Densité du courant source [A/m²] ;

\vec{V} : Vitesse de déplacement du milieu [m/s].

II.4. Equation de conservation de la charge électrique

En appliquant la divergence à la quatrième équation de Maxwell, on aura :

$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{H}) = \operatorname{div}\left(\vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}\right) \quad (\text{II-19})$$

Et d'après la première équation de Maxwell : $\operatorname{div}\vec{D} = \rho$

Or :
$$\operatorname{div}(\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{H}) = 0$$

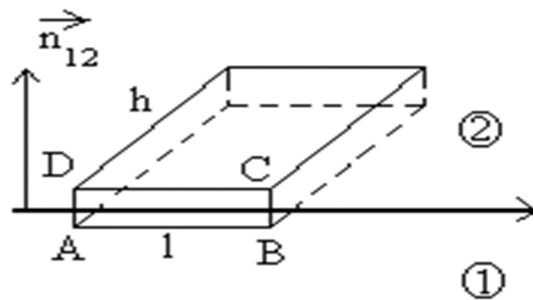
On aura alors :

$$\operatorname{div}\vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II-20})$$

Cette équation s'appelle également équation de continuité.

II.5. Condition de passage à la surface de séparation de deux milieux

Pour définir les relations entre les grandeurs des deux milieux électriquement et magnétiquement différents, on intègre les équations de Maxwell entre deux points très voisins de part et d'autre d'une surface séparant ces deux milieux [6]



II.5.1. Interface entre les milieux 1 et 2 avec des propriétés différentes

- La relation de continuité de la composante tangentielle du vecteur champ électrique :

$$\iint_S \overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{E} \cdot d\vec{s} = \oint_{\Gamma} \vec{E} \cdot d\vec{l} = (E_{t1} - E_{t2}) \cdot l = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (\text{II-21})$$

Puisque la surface ABCD tend vers 0.

Soit :
$$E_{t1} = E_{t2} \quad (\text{II-22})$$

- La relation de discontinuité de la composante normale de l'induction électrique \vec{D} due aux charges surfaciques

$$\iint_{S_{ABCD}} \text{rot} \vec{H} d\vec{S} = (H_{t1} - H_{t2}) \cdot l = \iint_{S_{ABCD}} \vec{J} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \iint_{S_{ABCD}} \vec{D} d\vec{S} = J_{sl} \quad (\text{II-23})$$

soit $\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2} = \vec{J}_s \wedge \vec{n}_{12}$ où \vec{J}_s est le courant surfacique.

Nous envisageons le parallélogramme de base ABCD de profondeur h ; Nous appelons τ qui tend vers 0 si A et D, B et C tendent l'un vers l'autre.

$$\iiint_{\tau} \text{div} \vec{B} d\tau = 0 = \oiint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = (B_{n2} - B_{n1})lh \quad (\text{II-24})$$

$$\text{soit } B_{n2} = B_{n1} \quad (\text{II-25})$$

$$\iiint_{\tau} \text{div} \vec{D} d\tau = 0 = \oiint_{\Sigma} \vec{D} d\vec{S} = (D_{n2} - D_{n1})lh \quad (\text{II-26})$$

$$\iiint_{\tau} \text{div} \vec{B} d\tau = 0 = \oiint_{\Sigma} \vec{B} d\vec{S} = (B_{n2} - B_{n1})lh \quad (\text{II-27})$$

$$\text{Soit } D_{n2} - D_{n1} = \sigma \quad (\text{II-28})$$

Où σ est la densité superficielle de charge, a ces équations, il convient d'ajouter la continuité du potentiel.

II.6. Condition aux limites

La résolution des équations de maxwell en particulier, ainsi que des équations aux dérivées partielles de manière générale nécessitent l'ajout des conditions aux limites associées aux problèmes étudiés.

On distingue trois types de conditions aux limites :

II.6.1. Condition de Dirichlet

Dans ce cas, le vecteur potentiel magnétique est constant sur la frontière, ce qui veut dire que l'induction magnétique est parallèle à ce contour qui présente alors une équipotentielle.

On rencontre cette condition lorsqu'une partie ou tout le contour se trouve suffisamment éloigné des source d'excitation pour pouvoir négliger les valeur de potentiel vecteur magnétique sur la frontière par rapport aux valeurs de ce même potentiel à l'intérieur du domaine.

La condition de Dirichlet s'écrit sous la forme suivante :

$$G(\mu) = g_0 = \text{Constante} \quad (\text{II-29})$$

Avec :

G : Opérateur différentiel.

μ : Fonction de l'inconnue.

II.6.2. Condition de Neumann

On la trouve sur les plans ou les axes d'antisymétries magnétiques par exemple les axes inter polaires, sur cette frontière les lignes de l'induction magnétique sont normales de même lorsque ce type de condition aux limites apparaît sur des axes d'anisotropies le maillage est limité à une portion du domaine.

La condition de Neumann s'écrit sous la forme suivante :

$$\frac{\partial G(\mu)}{\partial n} = g_0 = \text{Constante} \quad (\text{II-30})$$

II.6.3. Condition de type mixte

On l'appelle condition mixte car elle est combinaison des deux types de conditions Dirichlet et Neumann.

Ce type de condition est donné comme suit :

$$a. G(\mu) + b. \frac{\partial G(\mu)}{\partial n} = g \quad (\text{II-31})$$

Avec :

G : Opérateur différentiel

μ : Fonction de l'inconnue.

g : Valeur de l'inconnue sur la frontière considérée

α, \mathbf{b} : Coefficient définis sur le domaine d'étude.

II.7. Formulation potentiel vecteur magnétique des modèles électromagnétiques

Toutes les grandeurs ont une écriture en forme d'équation aux dérivées partielles dite aussi équation de diffusion de la grandeur. La discontinuité de certaines grandeurs aux interfaces et particulièrement aux coins présente un inconvénient majeur. De plus, les vecteurs ont généralement trois composantes, augmentant par-là le nombre d'inconnues ce qui rend le temps de résolution plus grand. Pour pallier à ces problèmes, on fait appel à une entité mathématique connue sous le nom (potentiel) qui n'a aucun sens physique, mais une signification réelle quant à la nature de sa variation [5].

En ce qui concerne notre travail, la formulation à utiliser sera exprimée en potentiel vecteur magnétique \vec{A}

$$\operatorname{div}\vec{B}=0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{A} \quad (\text{II-32})$$

Imposer la condition de jauge ($\operatorname{div}\vec{A}=0$) va garantir l'unicité de la solution pour ce système.

II.7.1. Modèle magnétostatique

Pour les phénomènes statiques, les variations des grandeurs par rapport au temps sont nulles

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0.$$

D'après l'équation ($\vec{B} = \mu\vec{H} + \vec{B}_r$) on aura :

$$\vec{H} = \frac{\vec{B} - \mu_0\vec{M}}{\mu} \quad (\text{II-33})$$

D'après :

$$\overline{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_c \quad (\text{II-34})$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \Rightarrow \exists \vec{A} / \vec{B} = \overline{\text{rot}} \vec{A} \quad (\text{II-35})$$

$$\vec{H} = \frac{\vec{B} - \mu_0 \vec{M}}{\mu} \quad (\text{II-36})$$

On trouve

$$\overline{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overline{\text{rot}} \vec{A} \right) = \vec{J}_s + \frac{\mu_0}{\mu} \overline{\text{rot}} \vec{M} \quad (\text{II-37})$$

C'est l'équation magnétostatique en termes de potentiel vecteur magnétique.

Rappelons l'existence de deux types de systèmes de représentation des problèmes magnétiques :

- Ceux infiniment longs alimentés suivant une direction Oz «cartésiennes».
- Ceux à symétrie de révolution alimentés suivant l'angle (φ) «axisymétrique».

Pour notre part on exposera le deuxième type du système de représentation des problèmes magnétiques.

En coordonnées axisymétriques

Dans ce cas, la densité de courant \vec{J}_c est dirigée suivant l'angle φ du système cylindrique (r, φ, z). Le champ magnétique \vec{H} possède alors deux composantes dans le plan (r, z). Ce qui est traduit par la condition $\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0$.

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} 0 \\ A_\varphi = A(r, z) \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{Sachant que :} \quad \vec{J}_s = \begin{bmatrix} 0 \\ J_{s\varphi}(r, z) \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sachant que :

$$\overline{\text{rot}} \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \cdot \vec{\mu}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \cdot \vec{\mu}_\varphi + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \cdot \vec{\mu}_z \quad (\text{II-38})$$

Il vient alors

$$\overrightarrow{rot\vec{A}} = \left(-\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) \cdot \overrightarrow{\mu_r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right) \cdot \overrightarrow{\mu_z} \quad (\text{II-39})$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot\vec{A}}\right) = \left\{ -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right) \right\} \cdot \overrightarrow{\mu_\varphi} \quad (\text{II-40})$$

(II-37) et (II-42) donnent :

$$-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r\mu} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right) = \frac{\mu_0}{\mu} \left(\left(\frac{\partial M_z}{\partial r}\right) - \left(\frac{\partial M_r}{\partial z}\right) \right) \quad (\text{II-41})$$

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées axisymétriques d'un modèle magnétostatique bidimensionnel.

II.7.2. Modèle magnétodynamique

Contrairement aux phénomènes statiques, les variations des grandeurs par rapport au temps sont différentes de zéro $\left(\frac{\partial}{\partial t} \neq 0\right)$. Vu la fréquence usuelle en électrotechnique, on négligera

les courants de déplacement $\left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = 0\right)$.

$$\overrightarrow{J_c} = \overrightarrow{J_s} - \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II-42})$$

$\overrightarrow{J_c}$: Densité du courant de conduction

$\overrightarrow{J_s}$: Densité du courant source

$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$: Densité du courant induit

En combinant les deux équations (II-15) et (II-22) on obtient :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot\vec{A}}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \overrightarrow{J_s} + \frac{\mu_0}{\mu} \overrightarrow{rot\vec{M}} \quad (\text{II-43})$$

C'est l'équation magnétodynamique en régime transitoire en terme de potentiel vecteur magnétique avec terme source et tenant compte des courants induits.

En régime harmonique :

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + j\sigma\omega\vec{A} = \vec{J}_s + \frac{\mu_0}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{M} \quad (\text{II-44})$$

En coordonnées axisymétriques

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right) + \sigma\frac{\partial A_\varphi}{\partial t} = J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu}\left(\left(\frac{\partial M_z}{\partial r}\right) - \left(\frac{\partial M_r}{\partial z}\right)\right) \quad (\text{II-45})$$

En régime harmonique, l'équation (II-45) s'exprime par :

$$-\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\mu}\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) - \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r\mu}\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}\right) + j\sigma\omega A_\varphi = J_{sz} + \frac{\mu_0}{\mu}\left(\left(\frac{\partial M_z}{\partial r}\right) - \left(\frac{\partial M_r}{\partial z}\right)\right) \quad (\text{II-46})$$

Cette équation représente l'équation aux dérivées partielles en coordonnées axisymétriques d'un modèle magnétodynamique bidimensionnel.

Ce sont ces deux principaux modèles (magnétostatique, magnétodynamique) extraits à partir des combinaisons des équations de Maxwell et relations des milieux, qui sont les plus adaptés à l'étude de la machine linéaire à aimants permanents. Dans la partie qui suit, nous allons sélectionner dans un premier temps la méthode théorique de résolution de ces modèles en l'occurrence la méthode des éléments finis (MEF). Puis, le logiciel CAO qui va mettre en œuvre cette méthode sera présenté.

II.8.Méthode des éléments finis et Discrétisation

Il existe plusieurs méthodes de résolutions des EDP, parmi ces méthodes on pourrait utiliser la méthode des différences finis, qui consiste à discrétiser le domaine à étudier par un réseau de points à maille rectangulaire et à remplacer les opérateurs différentiels par des différences entre les valeurs de l'inconnu en différents points voisins. Bien que cette méthode soit simple à programmer, elle nécessite un maillage régulier qui s'adapte difficilement à des géométries complexes.

La méthode des éléments finis est sans doute la plus utilisée, son efficacité est prouvée dans une large mesure, elle est mieux adaptée pour traiter les géométries complexes et problèmes à phénomènes non-linéaire. Mais elle reste tout de même limitée. Elle est parfois imprécise et

aboutit à des tailles énormes de systèmes algébriques. Comme dans le cas des phénomènes à effet de peau important, et des dispositifs présentant une géométrie très complexe et elle devienne très coûteuse en termes de temps de résolution quand il s'agit de simuler les pièces en mouvements dans les machines électriques.

Enfin, la méthode des éléments finis dite méthode "universelle" est donc de loin la méthode la plus utilisée et la plus puissante des méthodes numériques. Mise au point par les mécaniciens, elle est mise en œuvre, par exemple, par O. Sienkiewics. Elle fut introduite en électromagnétisme par P. Sylvester et M. V. K. Chari vers les années 1970.

C'est cette méthode pour laquelle nous avons opté. Nous nous proposons donc dans ce chapitre une étude de plus près de la méthode des éléments finis. Ensuite, on présente les différentes méthodes utilisées dans le calcul des forces électromagnétiques en terminant avec la présentation du logiciel de travail (FEMM).

II.8.1. Présentation de la méthode des éléments finis

Afin de résoudre un problème électromagnétique par la méthode des éléments finis, on procède par les étapes suivantes :

1-On se pose un problème physique traduit sous forme des équations aux dérivées partielles à satisfaire en tout point d'un domaine V , nécessaires et suffisantes pour l'unicité de la solution.

2-On construit une formulation intégrale du système différentielle à résoudre et de ces conditions aux limites.

3-On fait un maillage du domaine en le subdivisant en sous domaines V_e .

4-On choisit la famille des champs locaux : c'est-à-dire à la fois la position des nœuds dans les sous domaines et les fonctions qui définissent le champ local en fonction des valeurs aux nœuds. La maille complétée par ces informations est appelée élément.

5-On ramène le problème à un problème discret : c'est la discrétisation. En effet, toute solution approchée est complètement déterminée par les valeurs aux nœuds des éléments. Il suffit donc de trouver les valeurs attribuées aux nœuds pour décrire une solution approchée.

6-On résout le système discret.

7-On construit la solution approchée à partir des valeurs trouvées aux nœuds et on en déduit d'autres grandeurs.

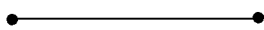
8-On visualise et on exploite le résultat pour juger leurs qualités et leur satisfaction de cahier de charge [7].

II.8.2. Le maillage

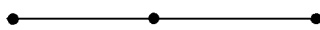
En premier lieu on choisit un ensemble de n points sur le domaine V qui sert à définir la géométrie, puis on subdivise le domaine V en sous domaines V_e doit être défini analytiquement de manière unique en fonction des coordonnées des nœuds géométriques qui appartient à cet élément, c'est-à-dire qu'ils sont situés sur V et sur la frontière. On note que deux éléments distincts ne peuvent avoir en commun que des points situés sur leurs frontières communes, les frontières entre éléments peuvent être des points, des courbes ou des surfaces, et l'ensemble de tout es éléments V_e doit constituer le domaine V .

Les formes d'éléments classiques correspondant à des domaines à une ou deux dimensions sont présentées comme suit [7].

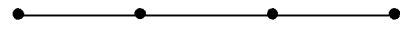
1.élément à une dimension



Linéaire (deux nœuds)

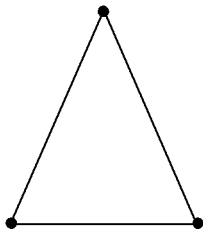


Quadratique (trois nœuds)

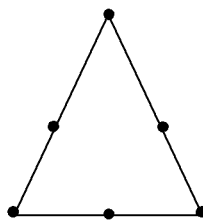


Cubique (quatre nœuds)

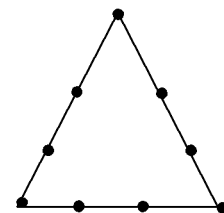
2-éléments à deux dimensions



Linéaire (trois nœuds)



Quadratique (six nœuds)

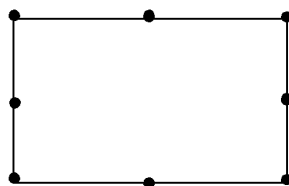


Cubique (neuf nœuds)

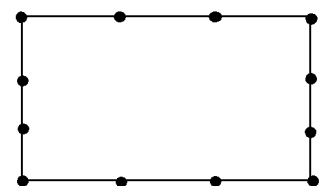
Les éléments carrés sont :



Linéaire (quatre nœuds)



Quadratique (huit nœuds)



Cubique (douze nœuds)

II.8.3. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est un outil de résolution numérique des EDP de la physique mathématique et de leurs conditions aux limites. Ces équations peuvent être :

- Elliptiques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$
- Paraboliques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0$$
- Hyperboliques :
$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$$

Cette méthode consiste à discrétiser le domaine d'étude (V) en sous domaines (V_e) appelés éléments finis en respectant les frontières et les interfaces du domaine initial complet (V) tel que l'ensemble de sous domaines donne le domaine complet.

Le maillage par éléments finis se fait généralement en subdivisant le domaine d'étude en plusieurs éléments tout en prenant en considération la satisfaction des conditions suivantes :

- L'intersection de deux éléments doit être soit nulle, ou soit égale à l'un de leurs cotés ou encore égale à l'un de leurs sommets.
- La limite de séparation entre deux milieux de propriétés différentes doit coïncider avec le coté d'un élément.
- La déformation d'un élément doit être maintenue dans certaine limite [7].

a) Approximation par éléments finis (fonction d'approximation)

Sur le domaine d'étude complet (V), après le maillage, on obtient un ensemble de nœuds d'interpolations (de coordonnées X_i). Sur chaque élément (V_e), on applique la méthode d'approximation nodale pour simplifier la construction de la fonction approchée, cette méthode s'adapte très bien au calcul sur ordinateur. Elle consiste à :

- Identifier un ensemble de sous domaines (éléments) (V_e) dont l'union représente le domaine (V).
- Définir une fonction approchée U_e(X) différente sur chaque sous domaines (V_e) par a méthode d'approximation nodale.

L'approximation par éléments finis est une méthode qui peut représenter les particularités suivantes :

- L'approximation nodale sur chaque sous domaine (V_e) ne fait intervenir que les variables nodales attachées à des nœuds situées sur (V_e) et sur les frontières.
- Les fonctions approchées U_e(X) sur chaque sous domaine (V_e) sont construites de manière à être continues sur (V_e) et à satisfaire des conditions de continuité entre les différents sous domaines (V_e).

b) Définition

- Les sous domaines (V_e) sont appelés des éléments finis.
- Les points en lesquels les fonctions approchées $U_e(X)$ coïncident avec la fonction $U(X)$ sont les nœuds d'interpolations ou points nodaux.

L'approximation par élément finis présente deux aspects différents :

- Il faut d'abord définir la géométrie de tous les éléments, ce qui est plus ou moins compliqué selon leurs formes.
- Il faut ensuite construire les fonctions d'interpolations $N_i(X)$ correspondant à chaque élément et qui vérifient la continuité entre les éléments.

On a :

$$F(X) = [\alpha_1(X), \alpha_2(X), \alpha_3(X), \dots, \alpha_n(X)] \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ \vdots \\ U_n \end{bmatrix} = [\alpha_n(X)] \cdot [U_n(X)] \quad (\text{II-47})$$

Tel que :

$F(X)$: est la fonction exacte.

$U(X)$: est la fonction d'approximation.

X appartient à (V_e)

$U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$: sont les valeurs de $F(X)$, aux nœuds d'interpolation de l'élément ou des variables nodales.

$\alpha_1(X), \alpha_2(X), \alpha_3(X), \dots, \alpha_n(X)$: Sont les fonctions de forme ou d'interpolation sur l'élément réel.

c) Calcul de la fonction d'approximation

Dans cette étude on calcul la fonction d'approximation d'une grandeur $A(X, Y)$ sur un domaine V . Les éléments choisis sont de type triangulaire (deux dimensions).

On choisit une approximation sous forme d'un polynôme du premier degré (linéaire) :

$$A(X, Y) = a.X + b.Y + c \quad (\text{II-48})$$

$$A(X, Y) = [X \ Y \ 1] \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (\text{II-49})$$

Soient A_1, A_2 , et A_3 les valeurs de la fonction d'interpolation aux nœuds 1, 2 et 3 comme le montre la figure (II-1)

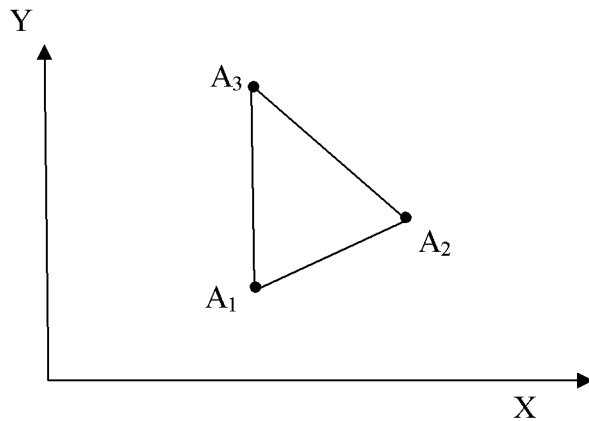


Fig.II.1 Fonction d'approximation

Sachant que : $A_1 (X_1, Y_1)$, $A_2 (X_2, Y_2)$ et $A_3 (X_3, Y_3)$ donc :

$$\begin{cases} A_1(X_1, Y_1) = a.X_1 + b.Y_1 + c \\ A_2(X_2, Y_2) = a.X_2 + b.Y_2 + c \\ A_3(X_3, Y_3) = a.X_3 + b.Y_3 + c \end{cases} \quad (II-50)$$

Le système matriciel correspondant est le suivant :

$$\begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (II-51)$$

Les coefficients a, b et c se déduisent alors comme suit :

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (II-52)$$

On aura :

$$A(X, Y) = [X \quad Y \quad 1] \begin{bmatrix} X_1 & Y_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & 1 \\ X_3 & Y_3 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (II-53)$$

Pour chaque élément e, on aura :

$$A^e(X, Y) = [\alpha_1^e(X, Y) \quad \alpha_2^e(X, Y) \quad \alpha_3^e(X, Y)] \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (II-54)$$

Avec : $\alpha_i^e(X, Y) = \frac{1}{2D^e} [\sigma_i^e + \beta_i^e X + \omega_i^e Y]$ Où $i = 1, 2, 3$

$$\begin{cases} \sigma_1^e = X_3 - X_2 \\ \sigma_2^e = X_1 - X_3 \\ \sigma_3^e = X_2 - X_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \beta_1^e = Y_2 - Y_3 \\ \beta_2^e = Y_3 - Y_1 \\ \beta_3^e = Y_1 - Y_2 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_1^e = X_2 Y_3 - X_3 Y_2 \\ \omega_2^e = X_3 Y_1 - X_1 Y_3 \\ \omega_3^e = X_1 Y_2 - X_2 Y_1 \end{cases}$$

Et :

$$2D^e = \begin{vmatrix} 1 & X_1 & Y_1 \\ 1 & X_2 & Y_2 \\ 1 & X_3 & Y_3 \end{vmatrix} = \text{deux fois l'aire de l'élément } e$$

Cette interpolation nous permet d'obtenir un système algébrique à résoudre le but d'obtenir des solutions physiquement significatives [7].

II.9. Formulation éléments finis des équations électromagnétiques

La méthode des éléments finis est basée sur la substitution de la forme différentielle que représente l'équation aux dérivées partielles et les conditions aux limites associées de la formulation intégrale du problème à étudier.

Cette formulation intégrale peut être :

- Projective.
- Variationnelle.
- Résidus pondérés.

II.9.1. Formulation projective

La formulation projective est plus utilisée que le type variationnelle, elle est dite de GALERKINE. Le principe fondamental des méthodes projectives est basé sur un théorème applicable dans un espace de HELBERT qui stipule que seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace.

Soit (fig.) dans U^2 , l'orthogonalité des fonctions f et g se traduit par : $\int_V (f \cdot g) \cdot dV$

La résolution d'un problème aux dérivées partielles peut alors se traduire par la recherche d'une fonction μ telle que les opérateurs L et B sur les domaines V et B sur la frontière Γ vérifient :

$$\begin{cases} L(\mu) - f = 0 \\ B(\mu) - g = 0 \end{cases}$$

En générale l'opérateur différentiel $B(\mu)$ est d'ordre $(n-1)$ par rapport à l'opérateur $L(\mu)$.

II.9.2. Formulation variationnelle

L'utilisation de la méthode variationnelle exige la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie à étudier, cette dernière est déterminée à partir du principe de l'action Hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégral défini par :

$$F(A) = \int_V L \cdot dV \quad (\text{II-55})$$

L : Fonction de Lagrange qui résulte de la co-énergie du système de type cinétique et son énergie potentielle.

V : domaine de résolution.

Dans le cas magnétostatique cette fonction L pourra s'exprimer par :

$$L = \int_0^B v. b. db - JA \quad (\text{II-56})$$

D'où la fonction d'énergie suivante

$$F(A) = \int_V \left[\int_0^B v. b. db - JA \right] dV \quad (\text{II-57})$$

v : réflectivité magnétique.

B : module de l'induction magnétique.

J : densité de courant.

A : potentiel vecteur magnétique.

Résoudre le problème variationnelle défini par la fonctionnelle d'énergie F(A) revient à minimiser cette même fonctionnelle, la minimisation est effectuée en utilisant le principe de

RAYLEIGHRIZ qui consiste à écrire $\frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = 0$ (II-58)

Ou bien : $\frac{\partial F(A)}{\partial A_1} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_2} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_3} = \dots = \frac{\partial F(A)}{\partial A_i} = \frac{\partial F(A)}{\partial A_N}$ (II-59)

Avec :

N : nombre de nœuds du domaine.

A_i : Inconnue du nœud i du domaine.

L'utilisation de la méthode des éléments finis consiste à poser :

$$F(A) = \sum_{e=1}^{Ne} \frac{\partial F_e(A^e)}{\partial A_i} = 0$$

$$\text{Avec : } A^e = \sum_{K=1}^n \phi_K^e A_K^e$$

$F_e(A^e)$: Fonction d'énergie de l'élément.

A_K^e : Inconnue de l'élément (e) au nœud (i).

ϕ_K^e : Fonction au nœud (j) de l'élément (e).

Ne : Nombre de subdivisions en sous domaines du domaine l'étude.

A^e : Fonction d'approximation de l'élément (e).

Donc on a résoudre N systèmes algébriques à N inconnues $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$.

II.9.3. Formulation résidus pondérés

Le principe de la méthode résidus pondérés consiste à rechercher des fonctions de projections satisfaisantes les conditions aux limites et qui minimisent l'intégral résidu de l'approximation.

$$\int_V R. \phi_i dV = 0 \quad (\text{II-60})$$

$$\text{Avec : } R = L(A) - f \quad (\text{II-61})$$

R : résidu de l'approximation.

L : Opérateur différentiel.

f : Fonction définie par le domaine V.

\emptyset_i : Fonction de projection.

A : inconnu.

Les valeurs de l'inconnu A qui peuvent annuler l'intégrale représentent la solution du système algébrique.

Pour cette méthode, le choix des fonctions \emptyset introduit une erreur de méthode, mais elle présente un important avantage par rapport à la méthode variationnelle, c'est qu'elle ne nécessite pas la connaissance au préalable de l'expression énergétique du système.

Un choix adéquat des fonctions \emptyset permet d'avoir une précision équivalente à celle obtenue en utilisant la méthode variationnelle à condition que les fonctions de pondérations doivent être linéairement indépendantes.

Selon le choix convenable des fonctions de pondérations \emptyset_i , on arrive à définir plusieurs méthodes qui découlent de la méthode des résidus pondérés :

-la méthode de collocation par points.

-la méthode des moindres carrés.

-la méthode de GALERKINE.

On s'intéresse beaucoup plus à la méthode projective de GALERKINE car cette méthode ne nécessite pas la connaissance au préalable de l'expression du système et les fonctions de pondération sont identiques aux fonctions de forme (ceci permet d'aboutir à un système matriciel symétrique) [7].

II.10. Les avantages et les inconvénients de la méthode des éléments finis

a) Avantage de la méthode

-Adaptation aux géométries complexes.

-Prise en compte des non linéarités.

-Temps de calcul relativement avantageux.

b) Inconvénients de la méthode

-Mise en œuvre relativement difficile.

-Prise en considération des domaines infinis.

-Présence de singularités dans le domaine d'étude.

II.11. Discrétisation des équations aux dérivées partielles (système algébrique)

Pour discrétiser les équations aux dérivées partielles afin d'obtenir des systèmes algébriques à résoudre numériquement on va procéder par la formulation éléments finis des différents modèles électromagnétiques.

II.11.1. Modèle magnétostatique

En coordonnées axisymétriques

La variable considérée pour ce cas est $A=r.A_\varphi$, le modèle magnétostatique dans ce système axisymétrique décrit au chapitre précédent, devient alors :

$$-\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) = J_{s\varphi} + \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \quad (\text{II-62})$$

L'application de la méthode projective à cette équation nous donnera :

$$-\iint_{\Omega} \Phi_i \left[-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] drdz = \iint_{\Omega} \Phi_i J_{s\varphi} drdz + \iint_{\Omega} \Phi_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] drdz \quad (\text{II-63})$$

Le théorème de Green permet la transformation du premier terme de l'équation

$$-\iint_{\Omega} \Phi_i \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \right] drdz = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu r} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) drdz - \int_{\Gamma} \frac{1}{\mu r} \frac{\partial A}{\partial n} \Phi_i d\Gamma \quad (\text{II-64})$$

La considération des conditions aux limites citées dans le cas cartésien annule le terme sur la frontière d'où l'écriture suivante :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} \right) \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \Phi_i J_{s\varphi} drdz + \iint_{\Omega} \Phi_i \left[\frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \right] drdz \quad (\text{II-65})$$

La fonction d'approximation s'exprimera sous forme discrétisée par :

$$A = \sum_{K=1}^n \Phi_K \cdot A_K \quad (\text{II-66})$$

$\Phi_K(r, z)$: Fonction de forme associée au nœud (K) du domaine.

A_K : Inconnu au nœud k du domaine indépendant de r et z.

L'équation (II-28) devient alors :

$$\iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \frac{\partial \Phi_k}{\partial r} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial \Phi_k}{\partial z} \right) A_K \frac{drdz}{r} = + \iint_{\Omega} \Phi_i J_{s\varphi} drdz + \iint_{\Omega} \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} \Phi_i - \frac{\partial M_r}{\partial z} \Phi_i \right) drdz \quad (\text{II-67})$$

Ceci conduit à la forme matricielle suivante :

$$[M][A] = [K] + [G] \quad (\text{II-68})$$

Avec :

$$M_{ik} = \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu r} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial r} \frac{\partial \Phi_k}{\partial r} + \frac{\partial \Phi_i}{\partial z} \frac{\partial \Phi_k}{\partial z} \right) drdz$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \Phi_i J_{s\varphi} drdz$$

$$G_i = \iint_{\Omega} \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} \Phi_i - \frac{\partial M_r}{\partial z} \Phi_i \right) drdz$$

II.11.2. Modèle magnétodynamique

En coordonnées axisymétriques

Les vecteurs de champ magnétique et de densité de courant de source sont dirigés suivant l'axe orthogonal ($\vec{0}_\varphi$), d'où :

$$\vec{A}(0, A_\varphi, 0) \text{ ou bien } \vec{A} = r \vec{A}_\varphi \text{ et } J_s = (0, J_{s\varphi}, 0).$$

Après avoir passé sur la formulation intégrale de l'équation :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial r} (r A_\varphi) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial}{\partial z} (r A_\varphi) \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{\partial}{\partial t} (r A_\varphi) = -J_{s\varphi} - \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \quad (\text{II-69})$$

En appliquant le théorème de Green on obtient en régime harmonique la relation suivante

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \frac{\partial \phi_k}{\partial r} + \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \phi_k}{\partial z} \right) \frac{A_K}{r} dr dz - j\omega \iint_{\Omega} \sigma \phi_i \phi_k A_K \frac{dr dz}{r} = + \iint_{\Omega} \phi_i J_{s\varphi} dr dz \\ & + \iint_{\Omega} \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} \phi_i - \frac{\partial M_r}{\partial z} \phi_i \right) dr dz \end{aligned} \quad (\text{II-70})$$

En généralise cette équation sur tous les nœuds du domaine, on aboutit au système matriciel à résoudre et qui est le suivant :

$$[M][A] + j\omega[F][A] = [K] + [G] \quad (\text{II-71})$$

Avec :

$$M_{ik} = \iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial r} \frac{\partial \phi_k}{\partial r} + \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \frac{\partial \phi_k}{\partial z} \right) \frac{A_K}{r} dr dz$$

$$F_{ik} = \iint_{\Omega} \sigma \phi_i \phi_k A_K \frac{dr dz}{r}$$

$$K_i = \iint_{\Omega} \phi_i J_{s\varphi} dr dz$$

$$G_i = \iint_{\Omega} \frac{\mu_0}{\mu} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} \phi_i - \frac{\partial M_r}{\partial z} \phi_i \right) dr dz$$

II.12. Définition du logiciel F.E.M.M

Une programmation efficace de la méthode des éléments finis (MEF) nécessite une bonne expérience à la fois dans le domaine des éléments finis et dans le domaine de l'informatique.

Les programmes sont compliqués car ils doivent exécuter des opérateurs des opérations très diverses : organisation des données, intégration numérique, résolution des systèmes, ... etc.

Les quantités des données manipulées par un programme des éléments finis peuvent être très importantes où il faut souvent avoir recours à des techniques informatique peu répandues en calculs scientifiques, la programmation doit être efficace pour minimiser les coûts de traitement sur ordinateur.

En vue de l'importance de la méthode des éléments finis (MEF) dans l'industrie, le critère économique s'impose pour l'ingénieur, la notion de temps minime dans l'étude et la réalisation des projets sont parmi ces critères. Cela a contribué de logiciels (Flux 2D, PDE-TOOL sous Matlab, Flux 3D, Flux Expert, FEMM.....) où on trouve la majorité des programmes utiles pour l'étude et la mise en œuvre de la MEF.

II.12.1. Présentation de FEMM (version 4.2)

FEMM est une suite des programmes pour résoudre des problèmes statique et de basse fréquence en magnétisme. Les programmes actuels s'adressent aux problèmes bidimensionnels dans les domaines cartésiens et axisymétriques. FEMM est divisé en trois parties:

a) Processeur (femme .Exe)

C'est un programme permettant de définir la géométrie de la structure à étudier et d'affecter les propriétés des matériaux dans chaque région et les conditions aux limites choisies, ainsi que le type de problème à résoudre (plan, axisymétrique).

b) Solutionneur (fkerne. Exe)

Le solutionneur prend en considération le problème complètement défini et résout les équations de Maxwell appropriées pour obtenir les résultats recherchés.

c) Post processeur (femmview.exe)

C'est une interface graphique qui permet de traiter les résultats fournis par le solutionneur dans les différentes régions, le programme permet aussi à l'utilisateur d'inspecter le champ dans n'importe quel point de la structure.

Deux programmes additionnels sont appelés pour accomplir des tâches spécialisées, qui sont les suivantes :

-Triangle.exe

C'est un programme qui décompose la région d'étude en un grand nombre de triangles, une partie essentielle du processus de la FEM.

-Femmpplot.exe

C'est un petit programme employé pour tracer les diverses courbes.

II.13. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les équations de Maxwell et les modèles électromagnétiques issus de la combinaison de ces équations nécessaires à l'étude des dispositifs électromagnétiques.

Nous avons aussi donné le principe de la méthode des éléments finis d'une façon plus au moins détaillée utilisées pour la discrétisation des modèles électromagnétiques. Enfin nous avons donné un aperçu général sur le logiciel FEMM (Finite Element Magnetic Methode) que nous allons utiliser pour la simulation.

Chapitre III : Etude d'une Gamme de Générateurs
Linéaires Tubulaires

III.1.Introduction

Dans cette partie de travail, on présente l'étude de l'effet des aimants permanents d'un générateur linéaire tubulaire (GLT). Les aimants qui seront utilisés sont de type Néodyme-Fer-Bore (Nd-Fe-B). La machine sera étudiée en considérant différentes dispositions de l'aimantation. L'étude concernera l'évaluation de l'induction normale, le module de l'induction et le potentiel vecteur magnétique en fonction du déplacement. Une confrontation des résultats obtenus pour différentes dispositions des aimants est fournie. L'étude s'effectuera en utilisant la méthode des éléments finis dans le plan $[r, z]$, cette méthode est très utilisée et adaptée pour des géométries complexe ainsi que pour l'étude des différents phénomènes régissant les dispositifs électromagnétiques. L'étude est effectuée en établissant un programme LUA exécuté sous le logiciel FEMM. Après avoir déterminé les différentes grandeurs et leurs confrontation, on procèdera à la sélection du ou des dispositifs les plus adaptés en fonction de la distribution de l'induction dans l'entrefer.

III.2.Présentation du générateur linéaire

La machine étudiée est un générateur linéaire à aimants permanents de type Nd-Fe-B dont la perméabilité relative est de $\mu_{rpm}=1$ et l'induction rémanente est de 1.2T. Le stator est constitué d'une culasse et d'enroulements inducteurs logés dans des encoches. Les enroulements inducteurs ont une perméabilité relative égale à celle de l'air.

Le dispositif géométrique de la machine linéaire à aimants permanents étudié [8] est représenté par la (fig.III.1), les caractéristiques géométriques sont données par le tableau (III.1).

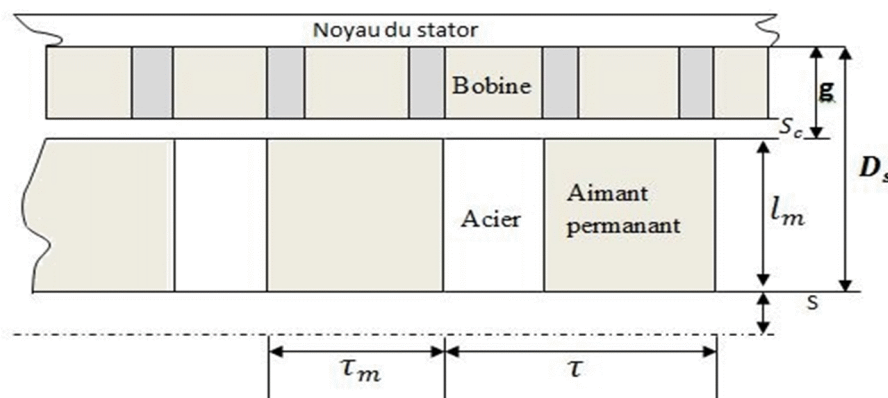


Fig.III.1 : dispositif géométrique du générateur linéaire tubulaire

Tableau (III-1) Caractéristiques géométriques du dispositif

Article/Symbole	Valeur/Unité	Article/Symbole	Valeur/Unité
Mover		Stator	
Nombre de pôles p	8/13	Nombre de bobines	15
Pas polaire τ	9 mm	Epaisseur de la bobine	3.15 mm
Epaisseur de l'aimant τ_m	5 mm	Largeur de la bobine	4.5 mm
Diamètre extérieur aimant $2(l_m + s)$	25 mm	Epaisseur de l'entrefer	1 mm
Diamètre de la tige	12.5 mm		
Diamètre du générateur	40 mm		

III.3. Procédures et étapes de calculs

L'ensemble du programme LUA exécuté sous le logiciel FEMM, qu'on a élaboré pour l'étude du GLT peut être schématisé par l'organigramme suivant (Fig.III.2) :

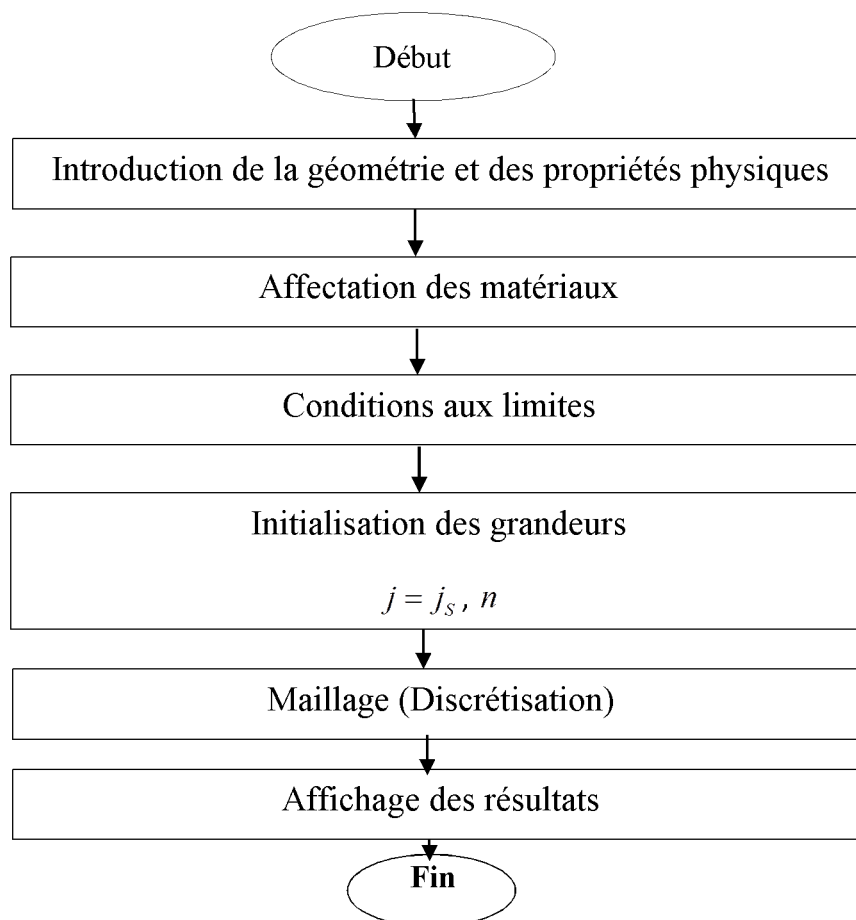


Fig.III.2 : Organigramme de calcul

III.4. Etude du générateur linéaire à aimants permanents

Le domaine de résolution représentant le générateur linéaire à aimants permanents associé aux conditions aux limites qui sont de type Dirichlet, est donné par la Fig. (III-3) et le type de maillage éléments finis par la Fig. (III-4):

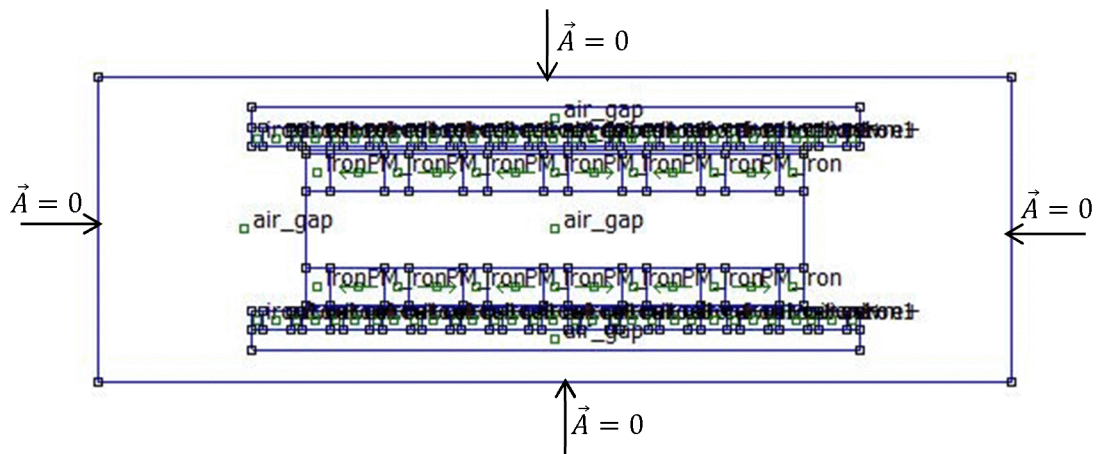


Fig.III.3 : Domaine de résolution et conditions aux limites

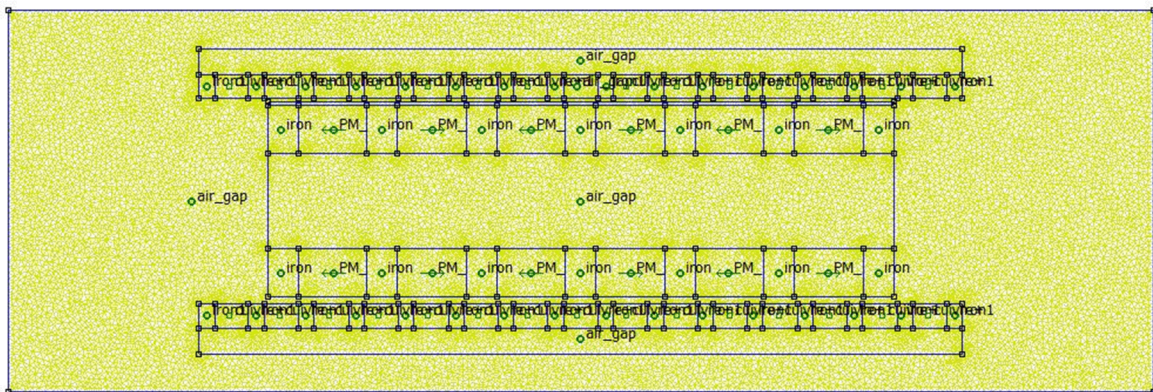


Fig.III.4 : Maillage éléments finis du domaine d'étude

III.5. Equations régissant le dispositif

Les équations aux dérivées partielles à résoudre en termes de potentiel vecteur magnétique dans chaque région du dispositif sont données comme suit :

- Au niveau des tôles ferromagnétiques

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_{fer}} \frac{\partial}{\partial r} (rA_{\varphi}) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_{fer}} \frac{\partial}{\partial z} (rA_{\varphi}) \right) = 0 \quad (\text{III-1})$$

- Au niveau de l'entrefer

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_{air}} \frac{\partial}{\partial r} (rA_{\varphi}) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_{air}} \frac{\partial}{\partial z} (rA_{\varphi}) \right) = 0 \quad (\text{III-2})$$

- Au niveau des aimants permanents

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_{pm}} \frac{\partial}{\partial r} (rA_{\varphi}) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_{pm}} \frac{\partial}{\partial z} (rA_{\varphi}) \right) = -\frac{\mu_0}{\mu_{pm}} \left(\frac{\partial M_z}{\partial r} - \frac{\partial M_r}{\partial z} \right) \quad (\text{III-3})$$

- Au niveau des conducteurs statoriques

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu_{cuivre}} \frac{\partial}{\partial r} (rA_{\varphi}) \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu_{cuivre}} \frac{\partial}{\partial z} (rA_{\varphi}) \right) = 0 \quad (\text{III-4})$$

III.6. Etude des différents dispositifs linéaires tubulaires

Bien que la conception géométrique des aimants permanents influence sur les performances du générateur, leurs directions et leurs différentes dispositions influent également sur la distribution de l'induction, les lignes du potentiel vecteur magnétique et la valeur de l'induction. L'objectif visé dans cette section étant d'étudier le dispositif avec différentes orientation de l'aimantation des aimants permanents pour procéder par la suite à la confrontation des résultats obtenues dont le but de sélectionner le dispositif le plus adapté.

III.6.1. Dispositifs étudiés

La figure ci-dessous montre le générateur linéaire considéré avec différentes disposition des aimantations.

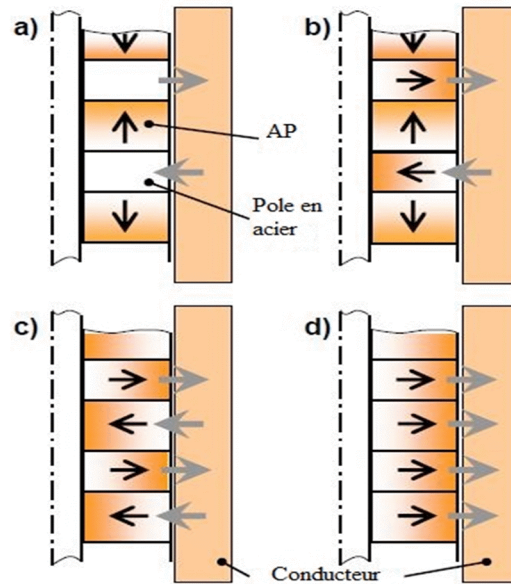


Fig.III.5 : différentes configuration des aimants permanents

Dispositif (a)

La figure (III.6) montre la distribution des lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique.

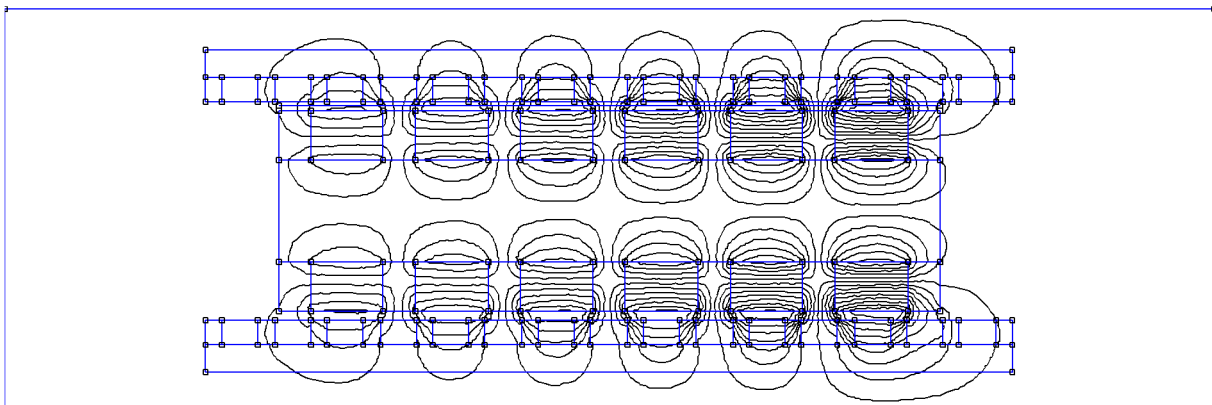


Fig.III.6 : Distribution des lignes (isovaleurs) du potentiel vecteur magnétique

La figure (III.7) représente la distribution de l'induction magnétique dans le dispositif (a) où l'induction maximale est de 1.383T

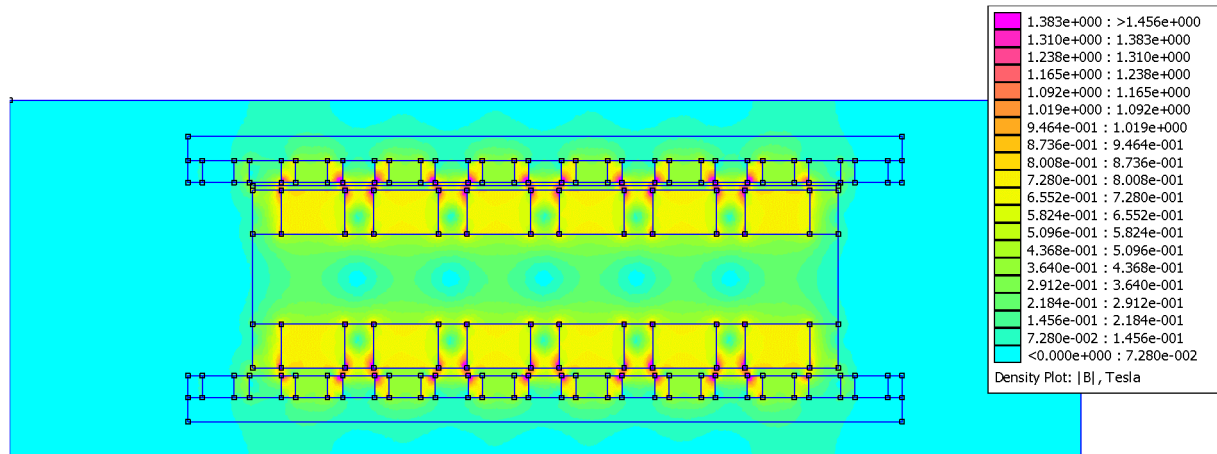


Fig.III.7 : Distribution de l'induction

La figure (III.8) illustre l'allure du module de l'induction magnétique dans l'entrefer du dispositif (a) où la valeur maximale est de 1.1505 T.

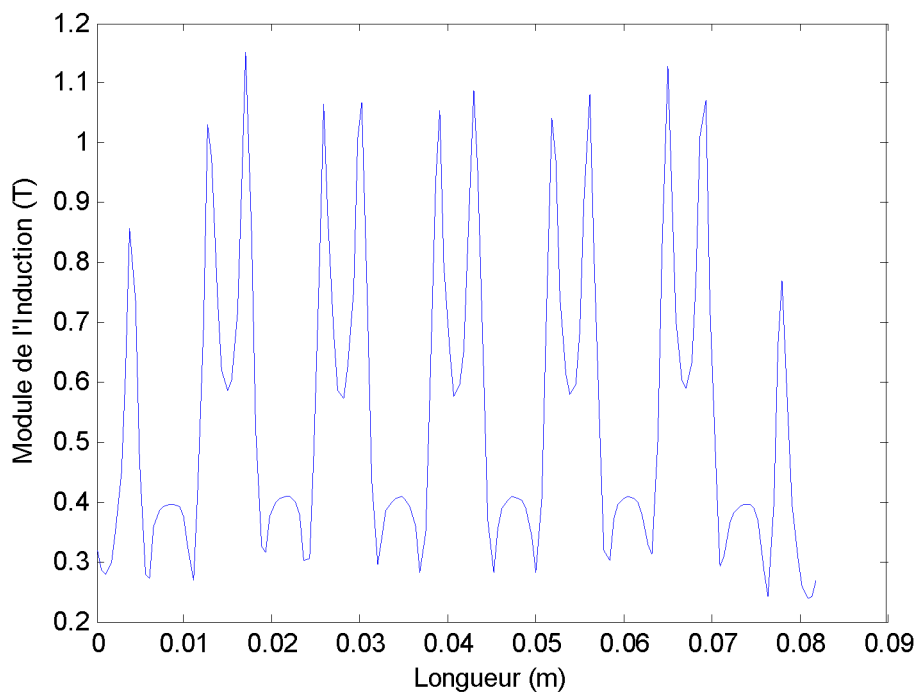


Fig.III.8 : Allure du module de l'induction dans l'entrefer

La figure (III.9) représente l'allure de l'induction magnétique normale dans l'entrefer en fonction de la distance dans le dispositif (a). La valeur maximale de l'induction est de 0.9147 T

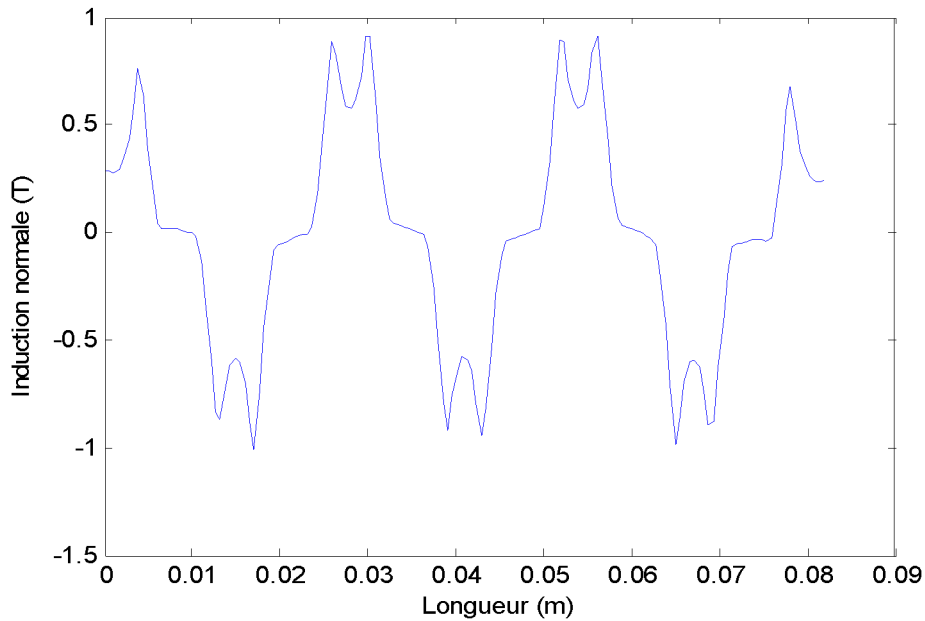


Fig.III.9 : Allure de l'induction normale dans l'entrefer

La figure ci-dessous montre l'allure du potentiel vecteur magnétique le long de l'entrefer dans le dispositif (a) où la valeur maximale est de 0.0015 T.m

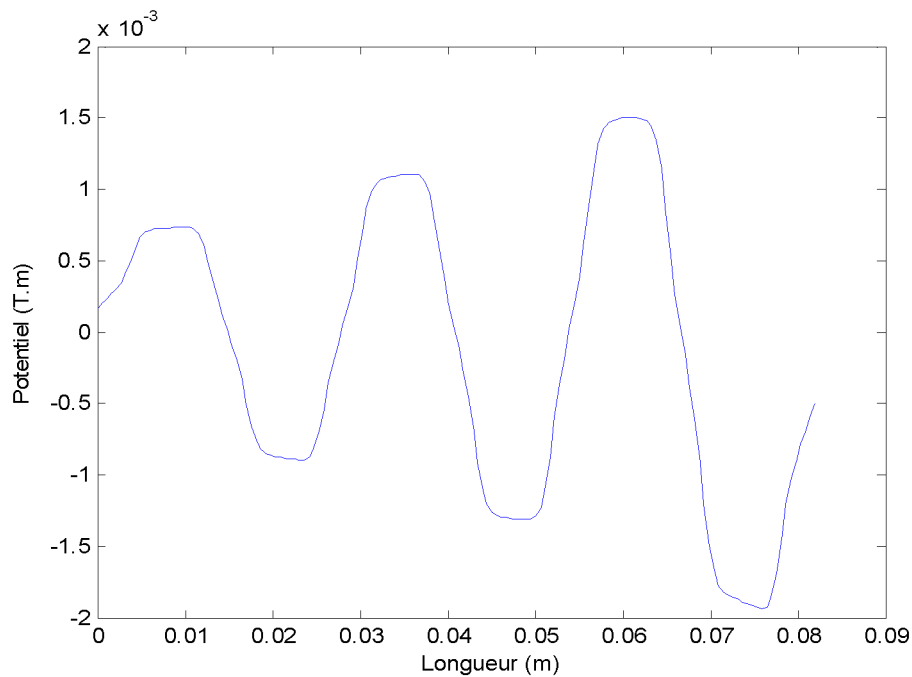


Fig.III.10 : Allure du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer

Dispositif (b)

La figure (III.11) montre la distribution des lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dans le dispositif (b).

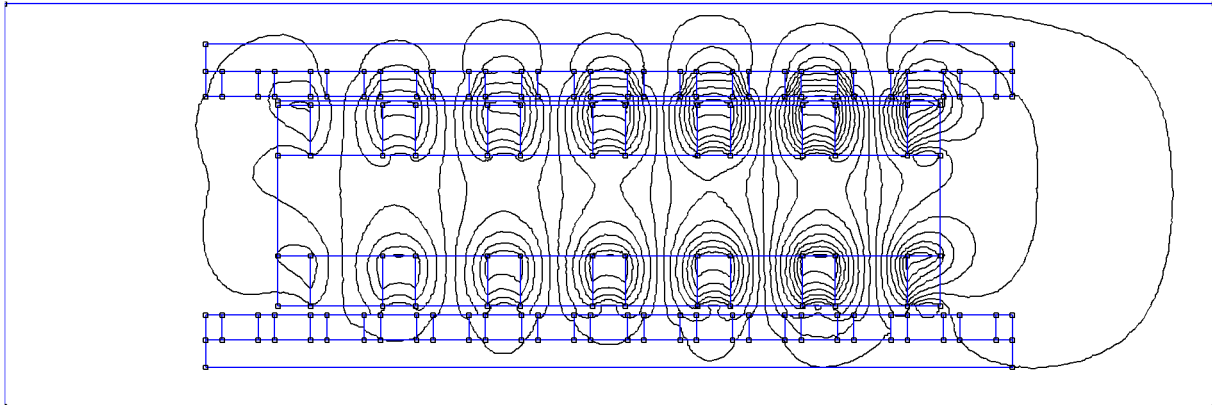


Fig.III.11 : Distribution des lignes (isovaleurs) du potentiel vecteur magnétique

La figure (III.12) représente la distribution de l'induction magnétique dans le dispositif (b) où l'induction maximale est de 1.276 T

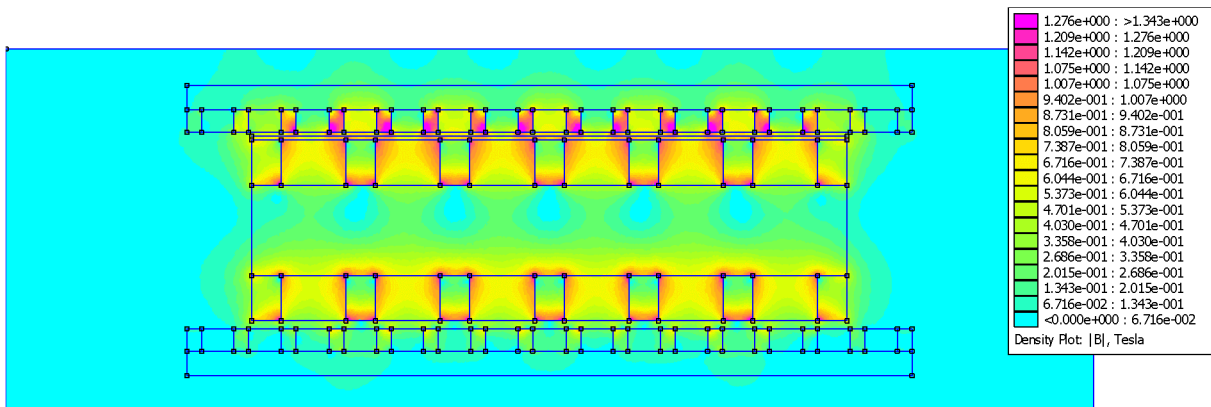


Fig.III.12 : Distribution de l'induction

La figure (III.13) illustre l'allure du module de l'induction magnétique dans l'entrefer du dispositif (b) où la valeur maximale est de 1.0317 T

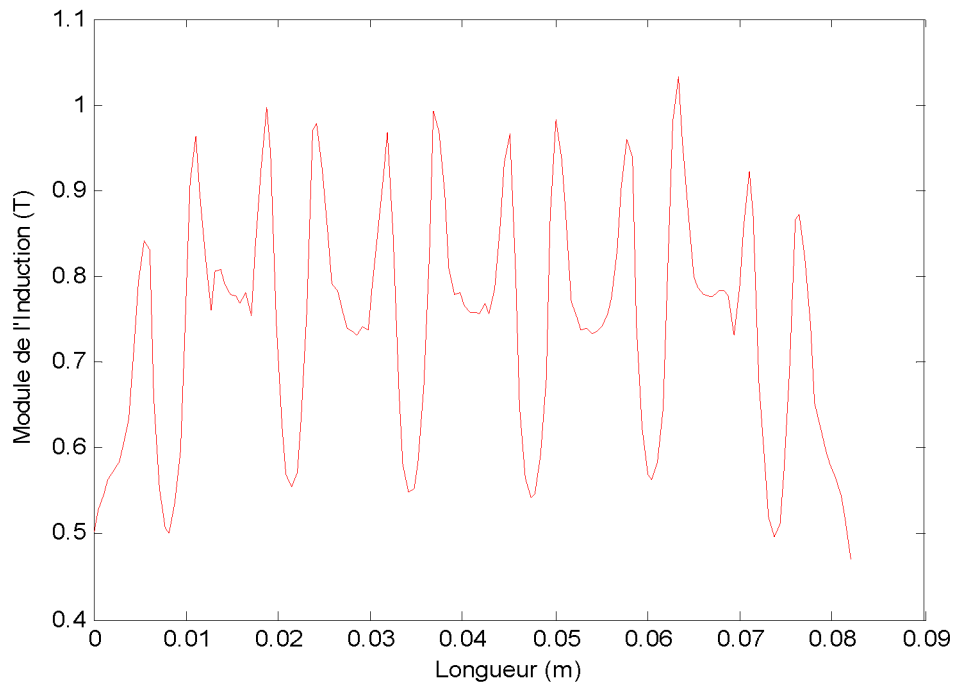


Fig.III.13 : Allure du module de l'induction dans l'entrefer

La figure (III.14) représente l'allure de l'induction magnétique normale dans l'entrefer en fonction de la distance dans le dispositif (b). La valeur maximale de l'induction est de 1.1089 T

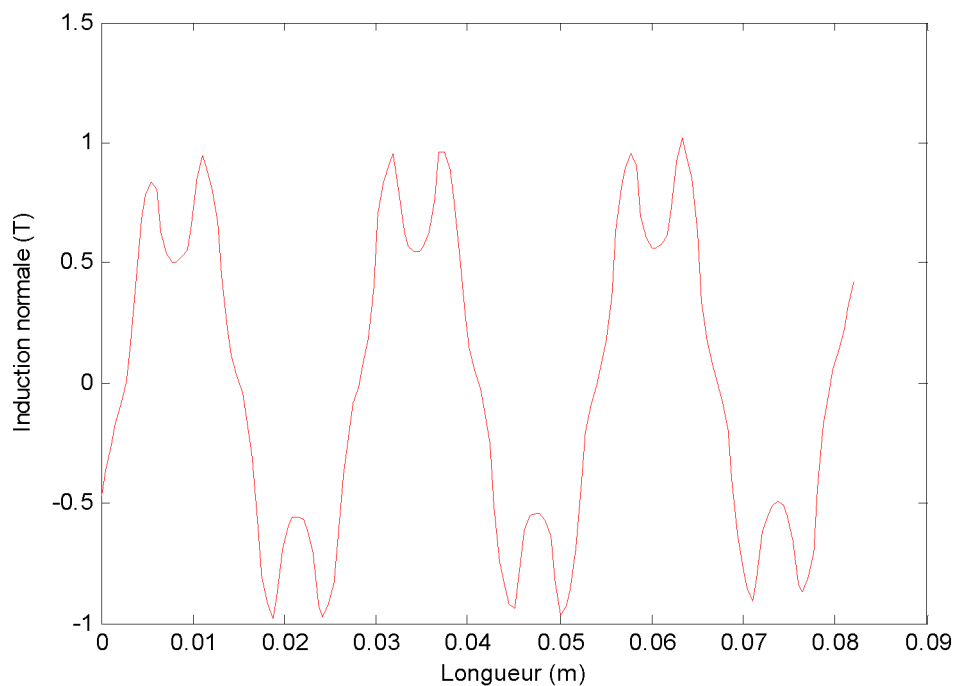


Fig.III.14 : Allure de l'induction normale dans l'entrefer

La figure ci-dessous montre l'allure du potentiel vecteur magnétique le long de l'entrefer dans le dispositif (b) où la valeur maximale est de 0.0026 T.m

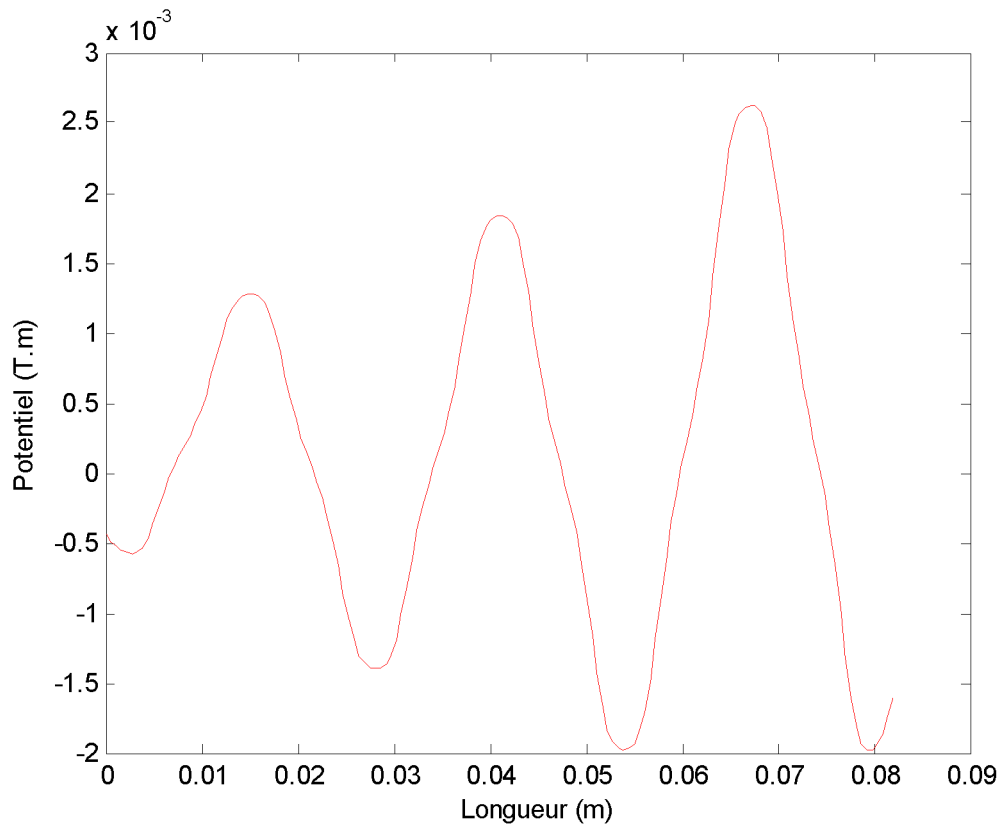


Fig.III.15 : Allure du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer

Dispositif (c)

La figure (III.16) montre la distribution des lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dans le dispositif (c).

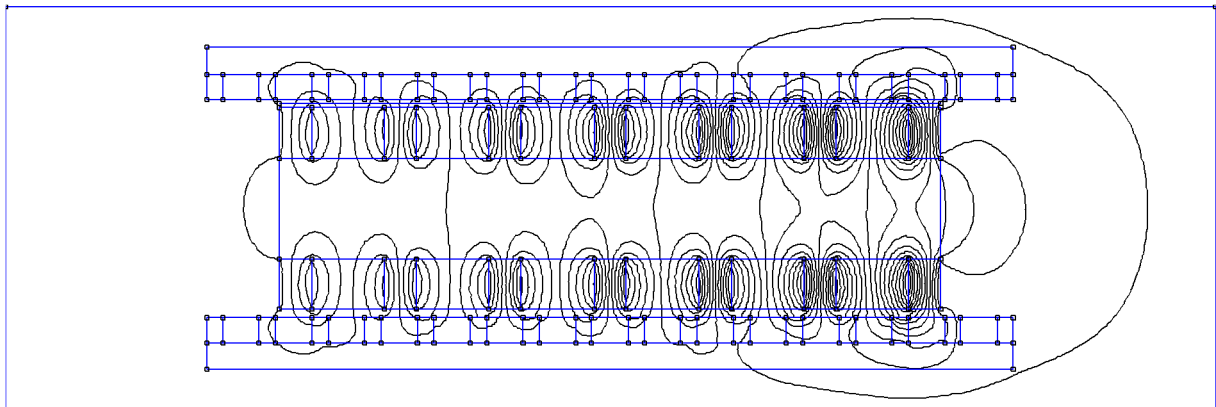


Fig.III.16 : Distribution des lignes (isovaleurs) du potentiel vecteur magnétique

La figure (III.17) représente la distribution de l'induction magnétique dans le dispositif (c) où l'induction maximale est de 1.306T

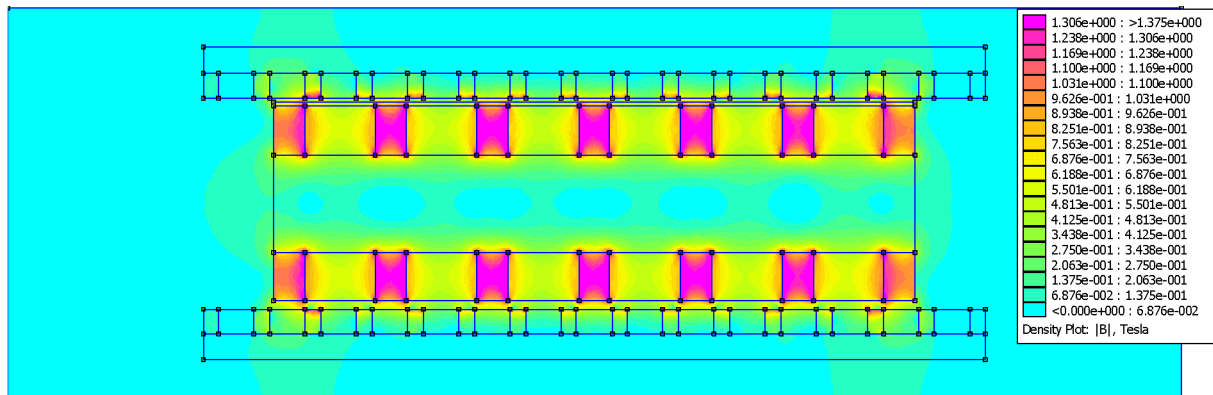


Fig.III.17 : Distribution de l'induction

La figure (III.18) illustre l'allure du module de l'induction magnétique dans l'entrefer du dispositif (c) où la valeur maximale est de 0.8666 T

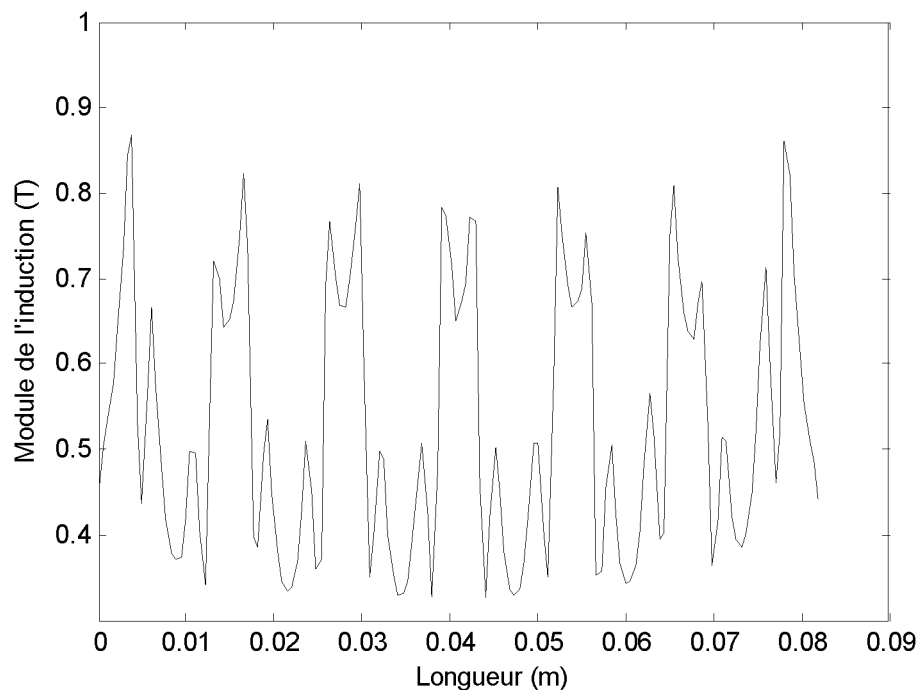


Fig.III.18 : Allure du module de l'induction dans l'entrefer

La figure (III.19) représente l'allure de l'induction magnétique normale dans l'entrefer en fonction de la distance dans le dispositif (c). La valeur maximale de l'induction est de 0.6659 T

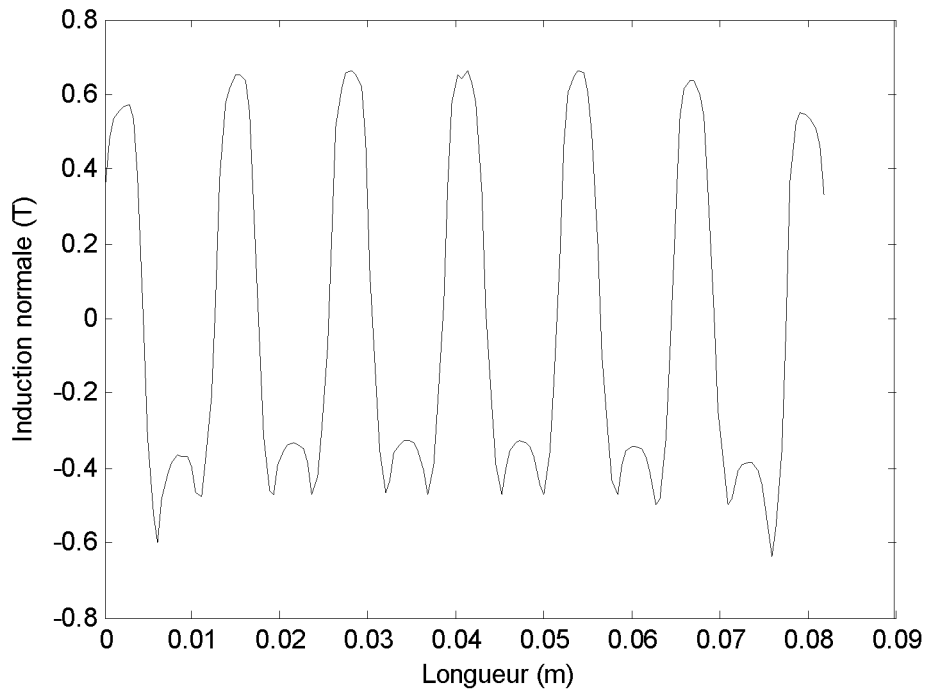


Fig.III.19 : Allure de l'induction normale dans l'entrefer

La figure ci-dessous montre l'allure du potentiel vecteur magnétique le long de l'entrefer dans le dispositif (c) où la valeur maximale est de 0.0007 T.m

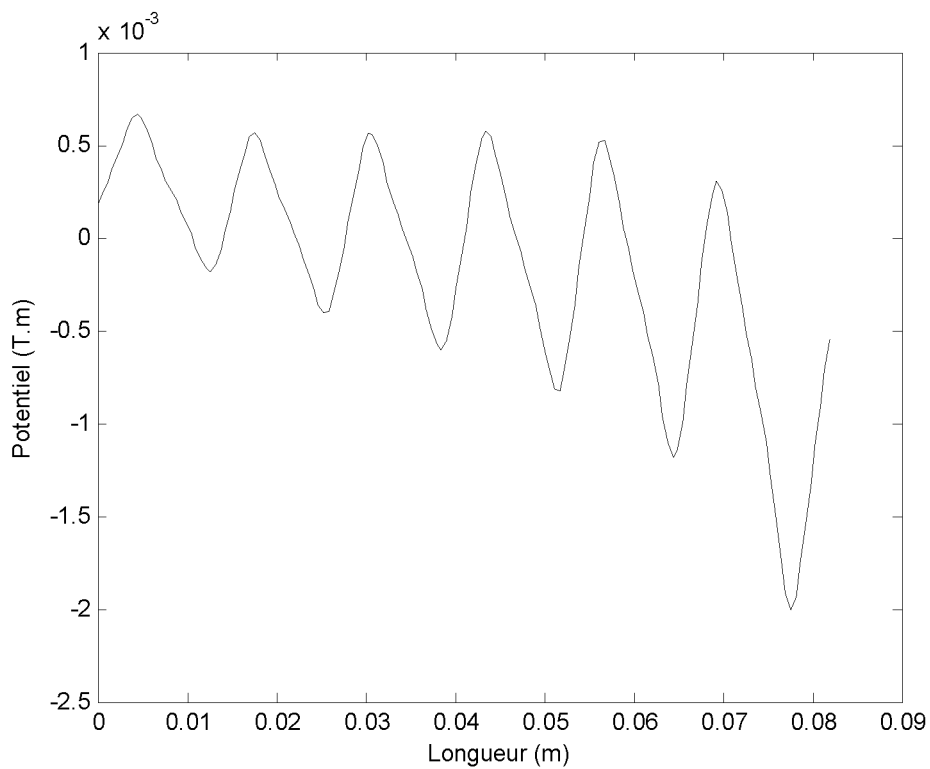


Fig.III.20 : Allure du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer

Dispositif (d)

La figure (III.21) montre la distribution des lignes isovaleurs du potentiel vecteur magnétique dans le dispositif (d).

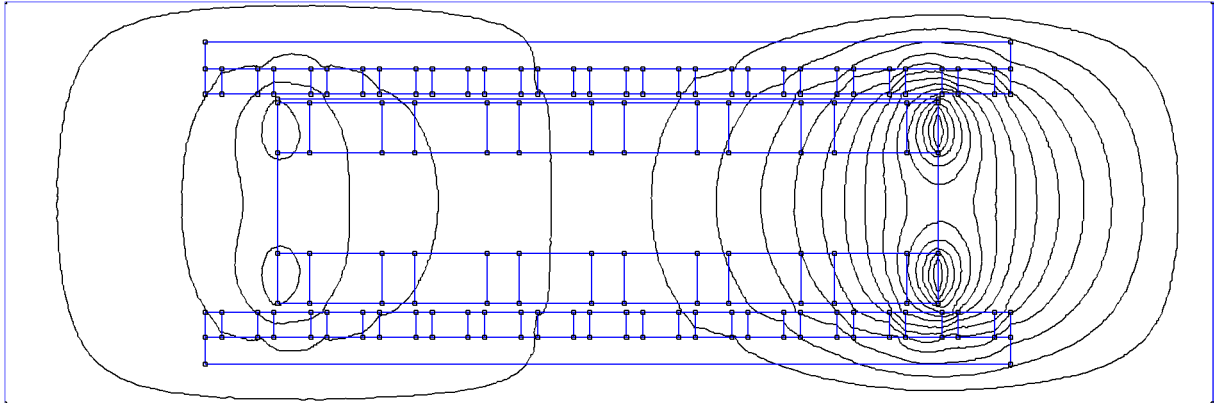


Fig.III.21 : Distribution des lignes (isovaleurs) du potentiel vecteur magnétique

La figure (III.22) représente la distribution de l'induction magnétique dans le dispositif (d) où l'induction maximale est de 0.7863 T

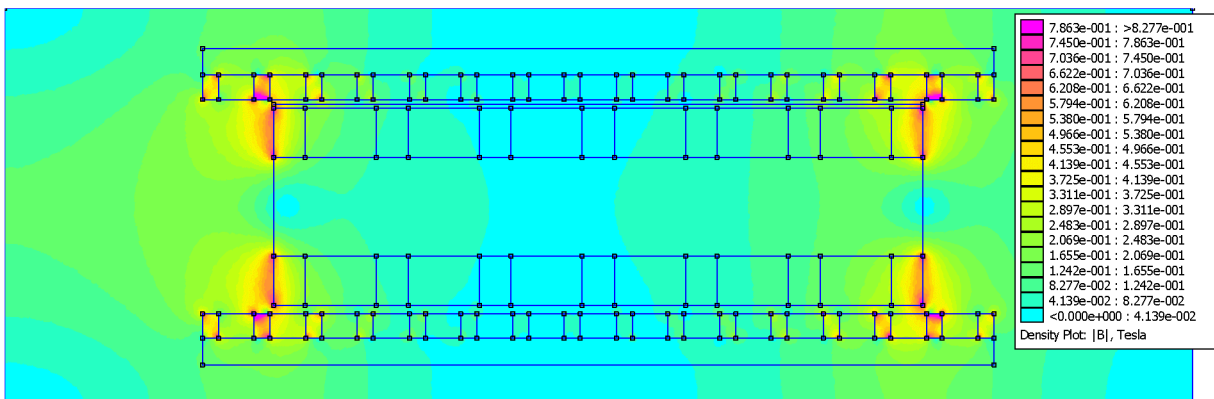


Fig.III.22 : Distribution de l'induction

La figure (III.23) illustre l'allure du module de l'induction magnétique dans l'entrefer du dispositif (d) où la valeur maximale est de 0.5711 T

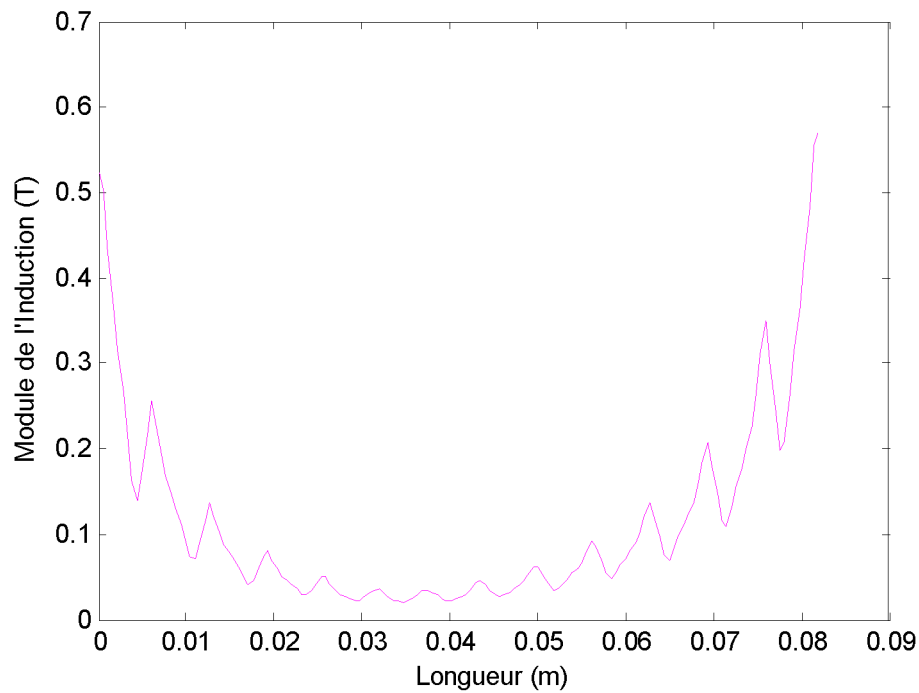


Fig.III.23 : Allure du module de l'induction dans l'entrefer

La figure (III.24) représente l'allure de l'induction magnétique normale dans l'entrefer en fonction de la distance dans le dispositif (d). La valeur maximale de l'induction est de 0.3054 T

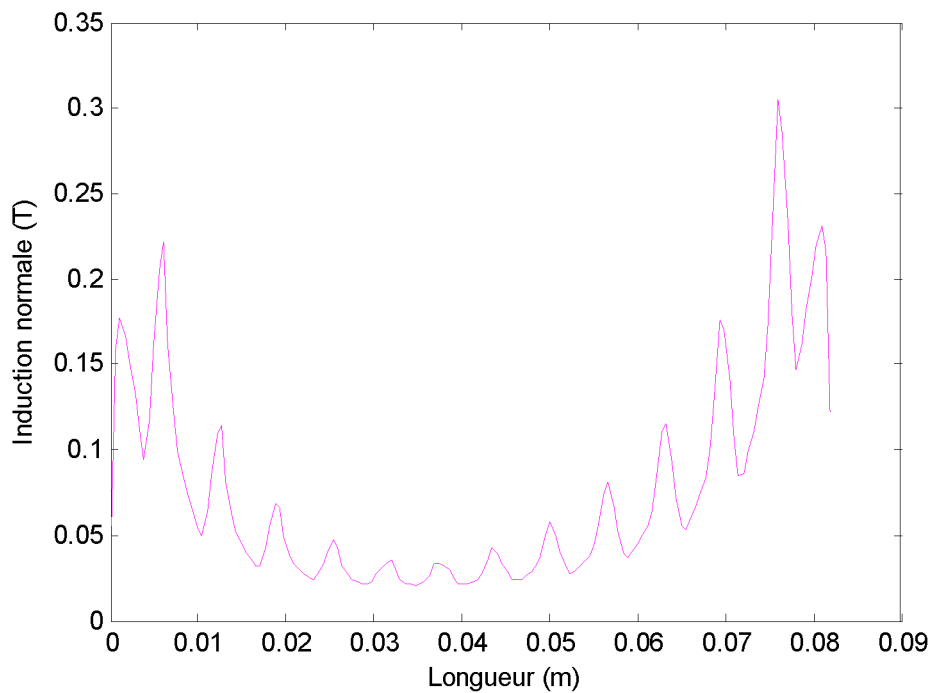


Fig.III.24 : Allure de l'induction normale dans l'entrefer

La figure (III.25) ci-dessous montre l'allure du potentiel vecteur magnétique le long de l'entrefer dans le dispositif (d) ou la valeur maximale est de 0.0025 T.m

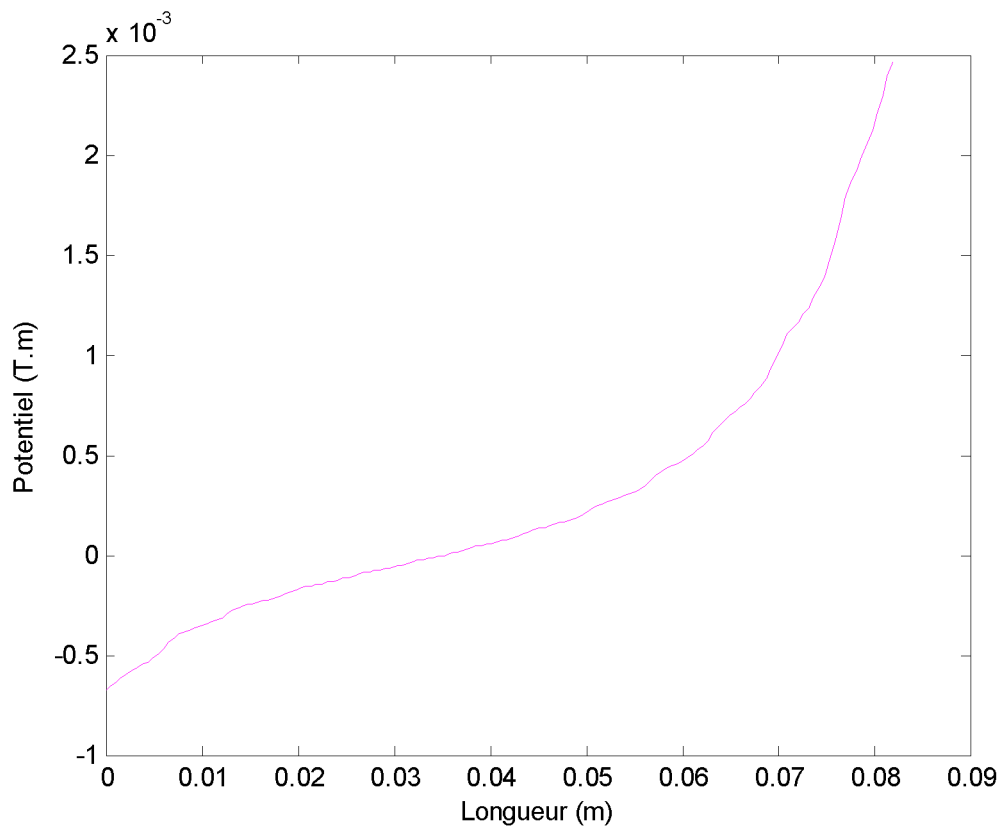


Fig.III.25 : Allure du potentiel vecteur magnétique dans l'entrefer

III.6.2. Superposition des résultats des différents dispositifs

La figure (III-26) représente la superposition des allures des modules des inductions magnétiques des différents dispositifs le long de l'entrefer. On remarque que l'amplitude des modules des inductions des dispositifs (a), (b) et (c) ont des formes et des amplitudes différentes, notant tout de même que la plus grande valeur du module d'induction est obtenue dans le dispositif (a).

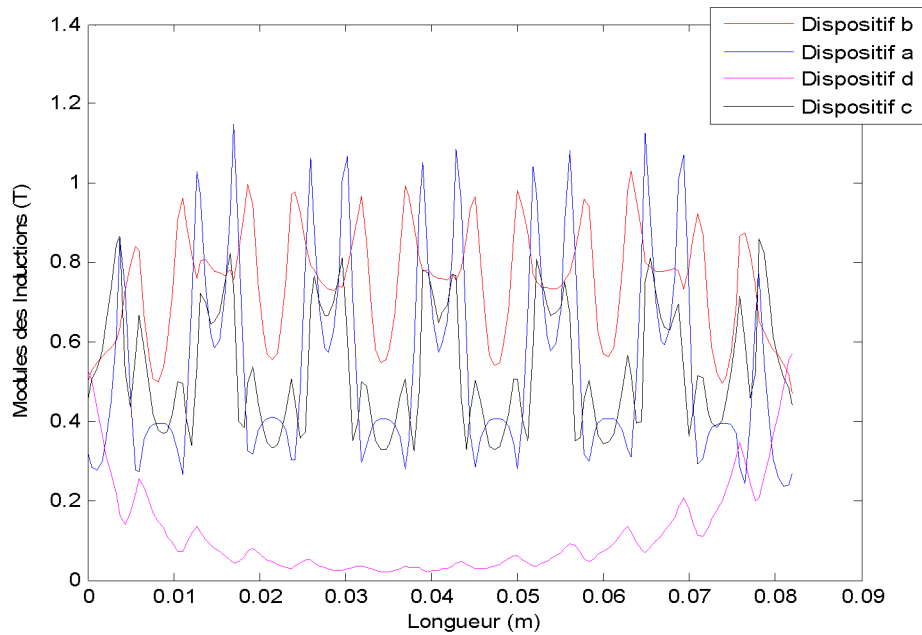


Fig.III.26 : Allure des modules des inductions dans l'entrefer

La figure (III.27) représente la superposition des allures des inductions normales dans l'entrefer des différents dispositifs en fonction de distance. Les allures des inductions magnétiques des dispositifs (a), (b), (c) sont de forme périodique mais d'amplitudes différentes et où la valeur maximale est obtenue dans le dispositif (b).

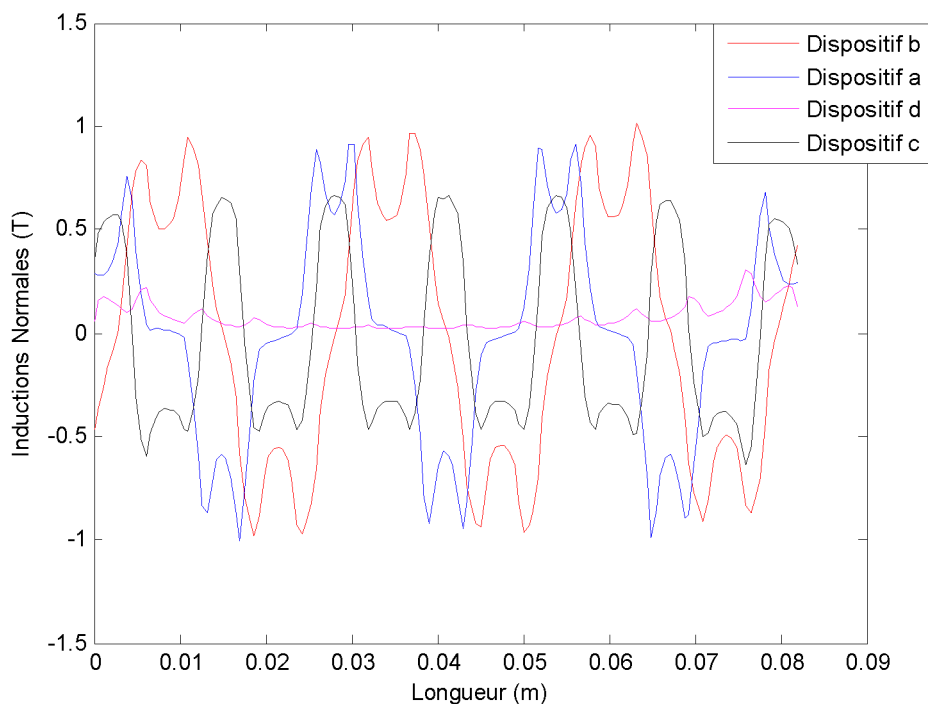


Fig.III.27: Allure des Inductions normales dans l'entrefer

La figure (III.28) représente la superposition des allures du potentiel vecteur magnétique des différents dispositifs en fonction de la distance. Les allures de ces potentiels sont de forme périodique mais d'amplitudes différentes. Nous constatons que le dispositif (b) offre la plus grande valeur du potentiel vecteur magnétique par rapport aux autres dispositifs.

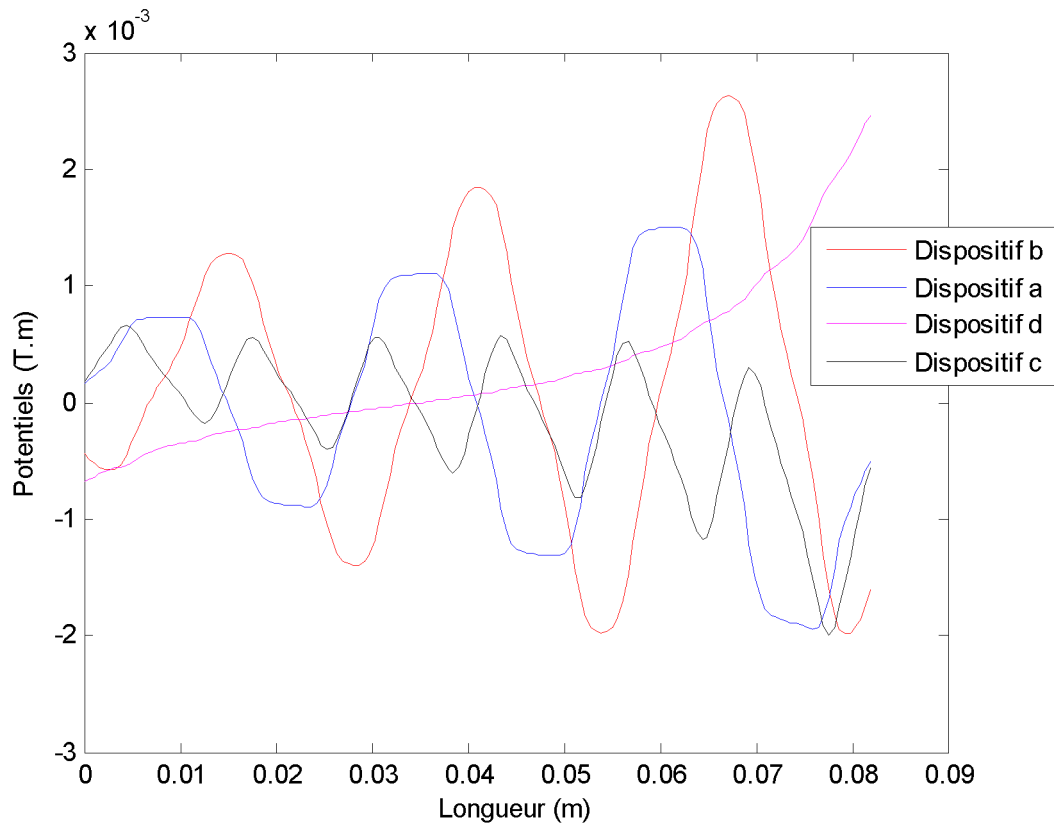


Fig.III.28 : Allure du potentiel vecteur magnétique

Tableau (III-2) : grandeurs maximales dans les différents dispositifs magnétiques

	Dispositif (a)	Dispositif (b)	Dispositif (c)	Dispositif (d)
Module de l'induction magnétique [T]	1.1505	1.0317	0.8666	0.5711
Induction magnétique normal [T]	0.9147	1.1089	0.6659	0.3054
Potentiel vecteur magnétique [Tm]	0.0015	0.0026	0.0007	0.0025

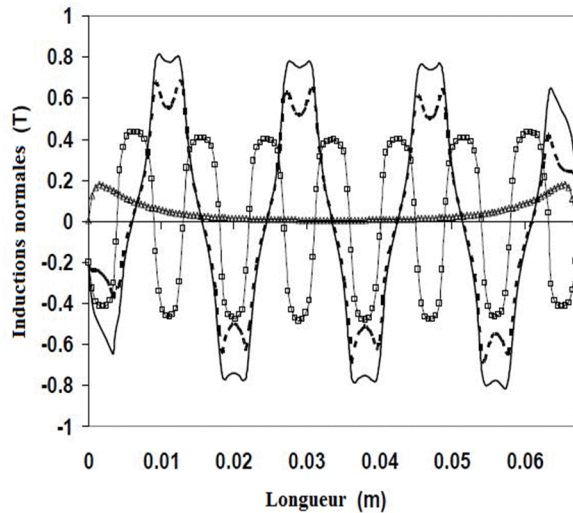


Fig.III.29 : Allure des inductions normales

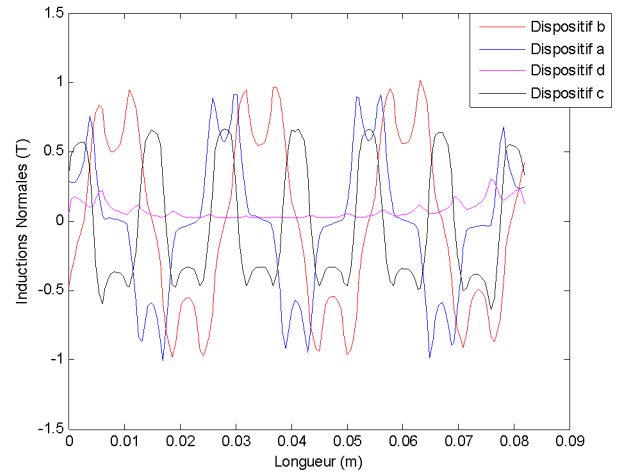


Fig.III.30 : Allure des inductions normales

En observant respectivement la figure (III.29) issue de la référence [8] et la figure (III.30) obtenue par simulation, on remarque que les allures des inductions normales, dans l'entrefer du générateur linéaire considéré, sont quasiment de même forme d'où la validation de notre programme de calcul.

III.7. Conclusion

En visualisant les résultats obtenus sous forme de courbe que nous avons présentés, nous avons constaté que l'orientation de l'aimantation des aimants influe sur les grandeurs électromagnétiques du générateur à savoir le potentiel vecteur magnétique et l'induction.

Enfin, Nous constatons d'après le tableau (III.2) que les dispositifs (a) et (b) nous donne la distribution la plus appréciable de l'induction dans l'entrefer en d'autre terme c'est les deux générateurs linéaires les plus aptes à nous offrir plus d'énergie.

Conclusion Générale

L'objectif de ce mémoire est porté sur l'étude des générateurs électriques linéaires qui ont fait l'objet d'une modélisation électromagnétique cylindriques. Des généralités sur ce type de dispositifs ont été présentées. Nous avons donné un aperçu sur ces générateurs linéaires pour la récupération de différentes énergies renouvelables afin de produire de l'énergie électrique.

Pour traiter ces phénomènes nous avons élaboré des modèles mathématiques issus des équations de Maxwell régissant le générateur linéaire dans le repère cylindrique en adoptant la méthode des éléments finis. Cette méthode est très utilisée et adaptée pour des géométries complexes ainsi que pour l'étude des différents phénomènes régissant les dispositifs électromagnétiques. L'étude est effectuée en établissant un environnement LUA exécuté en utilisant le logiciel FEMM pour exploiter les résultats des simulations.

Nous avons présenté les différents résultats des simulations fournis par les modèles numériques accompagnés par des commentaires et explications des phénomènes physiques. Les résultats de simulations concernant le générateur linéaire à aimants permanents à différentes dispositions des aimantations sont confrontés entre eux puis nous avons sélectionné le générateur le plus apte à nous fournir plus d'énergie.

Notre contribution consiste en la mise en œuvre d'une stratégie de modélisation permettant de prédire les performances des générateurs électriques linéaires destinés à produire de l'énergie électrique à partir des ressources énergétiques renouvelables.

Bibliographie

- [1] Yacine MESSAOUDI, « Contribution à la modélisation multi-physique des générateur électrique linéaire », Mémoire de magister, UMMTO, 2012.
- [2] Sylvie TURRI, Guylaine POULIN « Dispositifs électromécaniques permettant l'exploitation de l'énergie des mouvements humain », Journées scientifiques à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, Le 21/ 22 mars 2002
- [3] Marianne LOSSEC, « Systèmes multi sources de récupération d'énergie dans l'environnement humain, modélisation et optimisation du dimensionnement », Thèse doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, France, 2011.
- [4] <http://energiein.e-monsite.com/page16/>.
- [5] M.HULIN, N.HULIN, D.PERRIN, « Equations Maxwell, Ondes électromagnétiques », Edition Dounod, Paris 1998.
- [6] G.FOURNET, « Electromagnétisme à partir des équations locales». Edition Masson, 1985.
- [7] Gouri DHATT, Gilbert TOUZOT, « Méthode des éléments finis », Edition HERMES, Paris, 2005.
- [8] Babak EBRAHIMI, Thèse de doctorat de Philosophie en Génie Mécanique, « Development of Hybrid Electromagnetic Dampers For Vehicle Suspension Systems», Université de Waterloo, Canada, 2009.