

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMERRI DE TIZI-OUZOU



FACULTÉ DE GÉNIE ÉLECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
DÉPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

## Mémoire de Fin d'Études de MASTER ACADEMIQUE

Domaine : **Sciences et Technologies**  
Filière : **Électrotechnique**  
Spécialité : **Electrotechnique Industrielle**

*Présenté par*

**Aissa HAMITOUCHE**  
**Mohammed Akli ABED**

Thème

# Modélisation D'un Actionneur Electromagnétique Par La Méthode Des Eléments Finis

*Mémoire soutenu publiquement le 29 / 06 / 2024 devant le jury composé de :*

**M Hassane MOHELLEBI**  
Professeur, UMMTO, Président

**M Hamid MEHADDENE**  
MCB, UMMTO, Encadrant

**Mlle Cylia AMRANE**  
MAB, Université de Béjaia, Examinatrice

# REMERCIEMENTS

Nous tenons tout d'abord à exprimer notre gratitude envers Dieu le Tout-Puissant et Miséricordieux, qui nous a accordé la force et la patience nécessaires pour mener à bien ce modeste travail.

Ensuite, nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance à Mr H. Mehaddene d'avoir proposé ce thème. Nous lui sommes également très reconnaissants pour sa disponibilité, sa patience, ses précieux conseils, ses remarques pertinentes et son suivi constant tout au long de la réalisation de ce mémoire.

Nous exprimons notre profonde gratitude aux membres du jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant d'évaluer notre travail.

Nous adressons nos sincères remerciements à tous les enseignants de la spécialité « Électrotechnique industrielle » pour leur dévouement et leur enseignement de qualité.

Un grand merci à nos familles pour leurs encouragements tout au long de nos études.

Enfin, nous remercions chaleureusement toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce modeste travail.

**Liste des figures :**

**Figure I.1 :** Représentation fonctionnelle d'un actionneur.

**Figure I.2 :** Vue éclatée d'un contacteur.

**Figure I.3 :** Induction magnétique.

**Figure I.4 :** Tirebouchon de Maxwell.

**Figure I.5 :** Le champ magnétique autour d'un solénoïde.

**Figure I.6 :** Règle de la main droite.

**Figure I.7 :** Représentation du vecteur de la force magnétique.

**Figure I.8 :** Electroaimants en forme U.

**Figure I.9 :** Electroaimants en forme E.

**Figure I.10 :** Structure MCC.

**Figure I.11 :** Fonctionnement d'un moteur à CC.

**Figure I.12 :** Fonctionnement en génératrice.

**Figure I.13 :** MCC à excitation série.

**Figure I.14 :** MCC a excitation shunt.

**Figure I.15 :** MCC a excitation indépendante.

**Figure I.16 :** Machine asynchrone.

**Figure I.17 :** Machine asynchrone à rotor bobiné.

**Figure I.18 :** Machine asynchrone rotor à cage.

**Figure I.19 :** Eléments constitutifs d'une MAS.

**Figure I.20 :** Machine asynchrone à rotor bobiné.

**Figure I.21:** Machine asynchrone rotor à cage.

**Figure I.22 :** Structure d'une machine synchrone.

**Figure I.23 :** Rotor à pôles lisses.

**Figure I.24 :** Rotor à pôles saillants.

**Figure I.25 :** Machine synchrone à rotor à permanent.

**Figure I.26 :** Représentation d'une MRV monophasée.

**Figure I.27 :** Exemple d'actionneur rotatif à palette basculante (a) et principe de fonctionnement.

**Figure I.28 :** Transformation d'un moteur rotatif en moteur linéaire.

**Figure I.29 :** Schéma simplifié de la structure d'un moteur linéaire à induction

**Figure I.30 :** Topologie du moteur linéaire

**Figure I.31 :** Formes de l'induit en U et tubulaire.

**Figure I.32 :** Moteur linéaire à inducteur simple

**Figure I.33:** Moteur linéaire à inducteur simple sans circuit magnétique de retour.

**Figure I.34 :** Moteur linéaire à induit en forme d'échelle.

**Figure I.35 :** Moteur linéaire a induit composite.

**Figure I.36 :** Moteur linéaire a aimants permanents.

**Figure II.1 :** Interface entre deux milieux différents.

**Figure II.2 :** Grille de maillage par différences finis.

**Figure II.3 :** Discrétisation des éléments à une dimension.

**Figure II.4 :** Discrétisation des éléments triangulaires.

**Figure II.5 :** Discrétisation des éléments carrés.

**Figure II.6 :** Discrétisation des éléments à trois dimensions.

**Figure II.7 :** Les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis.

**Figure III.1:** Dispositif étudié.

**Figure III.2 :** Modèle géométrique du dispositif en 2D axisymétrique.

**Figure III.3 :** Conditions limites.

**Figure III.4 :** Maillage du domaine d'étude.

**Figure III.5:** Comportement du potentiel vecteur magnétique.

**Figure III.6:** Variation de la force magnétique en fonction de la position du mobile.

**Figure III.7:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la première position.

**Figure III.8 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la cinquième position

**Figure III.9:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la neuvième position

**Figure III.10:** La variation de la force en fonction de la perméabilité du circuit magnétique

**Figure III.11 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique de circuit magnétique égale à 1000.

**Figure III.12:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique de circuit magnétique égale à 100.

**Figure III.13:** La variation de la force magnétique en fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique et du mobile.

**Figure III.14 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique du mobile et du circuit magnétique égale à 100 pour la position 5.

**Figure III.15:** La force magnétique on fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique.

**Figure III.16:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique du mobile et du circuit magnétique égale à 100 pour la position 9.

**Figure III.17 :** Variation de la force en fonction du courant d'excitation.

**Figure III.18 :** la variation de la force o fonction du nombre de spire.

**Figure III.19 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour 50 spires.

**Figure III.20 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour 200 spires.

## Sommaire :

Introduction Générale :.....	1
<b>CHAPITRE I : Recherche bibliographique sur les différents actionneurs électromagnétiques.</b>	
I-1 Introduction : .....	2
I-2 Définition d'un actionneur : .....	2
I-2-1 Définition de l'actionneur électromagnétique : .....	3
I-2-2 Le contacteur : .....	3
I-3- Fonctionnement des actionneurs : .....	4
I-3-1- Premier principe : .....	4
I-3-1-1- Induction magnétique : .....	4
I-3-1-2- Induction magnétique dans une spire : .....	4
I-3-1-3- Induction magnétique dans un solénoïde : .....	5
I-3-2- Second principe : .....	5
I-3-2-1- force électromagnétique : .....	5
I-4 Classification des actionneurs électromagnétiques : .....	6
I-4-1 Électro-aimants : .....	6
I-4-1-1 Constitution d'un électro-aimant : .....	6
I-4-1-2 Principe de l'électro-aimant : .....	7
I-4-1-3 Caractéristiques physiques des électro-aimants : .....	7
I-4-1-4 Caractéristiques mécaniques : .....	8
I-4-1-5 Domaine d'application: .....	8
I-4-2 Actionneurs électromagnétiques rotatifs : .....	9
I-4-2-1- Machine à courant continu (M.C.C) : .....	9
I-4-2-2 Machines asynchrones : .....	12
I-4-2-3 Machines synchrones : .....	16
I-4-2-4 Machine à réductance variable (MRV) : .....	19
I-4-2-5- Actionneur rotatif avec une palette basculante : .....	19
I-4-3 Actionneurs électromagnétiques linéaires: .....	20
I-4-3-1 Description du moteur linéaire : .....	21
I-4-3-2 Principe de fonctionnement : .....	21

I-4-3-3 Topologies et classification des moteurs linéaires : .....	22
I-4-3-4 Classification des moteurs linéaires : .....	23
I-4-3-5 Principales architectures d'actionneurs linéaires : .....	23
I-4-3-6 Différents types de moteurs linéaires : .....	23
I-4-3-7 Les avantages et les inconvénients des machines linéaires : ..	26
I-5 Différence entre les moteurs linéaires et tournants : .....	27
I-6 Conclusion : .....	27
 <b>CHAPITRE II : Méthodes de résolutions des équations électromagnétiques.</b>	
II-1 Introduction : .....	28
II-2 L'Electromagnétisme : .....	28
II-2-1 Equations de Maxwell : .....	28
II-2-1-1 Forme différentielle : .....	28
II-2-1-2 Forme intégrale : .....	29
II-2-2 Lois de comportement des milieux : .....	30
II-2-2-1 Relation magnétique : .....	30
II-2-2-2 Relation diélectrique : .....	30
II-2-2-3 La loi d'Ohm : .....	31
II-2-3 Relations de passages : .....	31
II-2-4 Conditions aux limites : .....	32
II-2-4-1 Condition type Dirichlet : .....	32
II-2-4-2 Condition type Neumann : .....	32
II-2-4-3 Condition mixte : .....	33
II-2-5 Le vecteur potentielle : .....	33
II-2-6 Equations des différentes régions d'un système électromagnétique : ..	34
II-2-6-1 Equation dans l'air : .....	34
II-2-6-2 Equation dans la bobine : .....	34
II-2-6-3 Equation dans le mobile : .....	35
II-2-6-4 Equation dans le circuit magnétique : .....	35
II-3 Les Méthodes numérique pour la résolution du problème : .....	35
II-3-1 Méthodes différences finies (MDF) : .....	35
II-3-2 Méthodes des volumes finies (MVF) : .....	36
II-3-3 Méthodes d'approximation Intégrale et variationnelle : .....	37

II-3-3-1 Formulation variationnelle : .....	37
II-3-3-2 Méthode résidus pondérés : .....	37
II-3-4 La méthode des éléments finis : .....	38
II-3-4-1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique : .....	40
II-3-4-2 Avantages et inconvénients de la MEF : .....	42
II-4 Les Modèles électromagnétiques : .....	42
II-4-1 Le modèle magnétodynamique : .....	42
II-5 Force magnétique : .....	50
II-5-1 Force déduite à partir de la méthode de l'énergie magnétique totale : .....	50
II-5-2 Force déduite à partir de la méthode de co-énergie : .....	50
II-5-3 Force déduite à partir du travail virtuel : .....	50
II-5-4 Force magnétique déduite à partir de la méthode du tenseur de Maxwell : .....	50
II-5-5 Force déduite à partir de la méthode de LORENTZ : .....	51
II-6 Conclusion : .....	52

**CHAPITRE III : Modélisation en 2D (3D) d'un actionneur électromagnétique (application traitée).**

III-1 Introduction : .....	53
III-2 Description du dispositif : .....	53
III-3 Dimensions de l'actionneur : .....	54
III-4 Caractéristiques géométriques : .....	54
III-5 Caractéristiques physique pour les différentes régions : .....	55
III-6 Formes différentielles associées aux différentes régions du domaine d'étude : .....	56
III-7 Domaine d'étude du dispositif : .....	56
III-8 Maillage du dispositif : .....	57
III-9 Comportement des lignes de champs : .....	58
III-10 Résultats et interprétations : .....	58
III-10-1 Effet de la position du mobile sur la force magnétique : .....	58

III-10-2 Effet de la perméabilité du circuit magnétique sur la force magnétique : .....	61
III-10-3 Effet de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique et du mobile sur la force magnétique : .....	64
III-10-4 Effet du courant d'excitation sur la force magnétique : .....	67
III-10-5 Effet du nombre de spires sur la force magnétique : .....	68
III-11 Conclusion : .....	69
Conclusion Générale.....	70

### I-1 Introduction

Les actionneurs électromagnétiques offrent une polyvalence et une efficacité remarquables, ce qui en fait des composants incontournables dans de nombreux domaines d'application. Leur compréhension approfondie est essentielle pour exploiter pleinement leur potentiel et optimiser leur utilisation dans des systèmes complexes. Ce chapitre vise à approfondir notre connaissance des actionneurs électromagnétiques, en explorant leurs aspects théoriques et pratiques, ainsi que leurs implications dans divers domaines technologiques.

Les actionneurs électromagnétiques jouent un rôle essentiel dans de nombreuses applications industrielles, allant des systèmes de contrôle automatisés aux dispositifs médicaux avancés. Leur capacité à convertir l'énergie électrique en mouvement mécanique les rend indispensables dans la conception de systèmes dynamiques et précis.

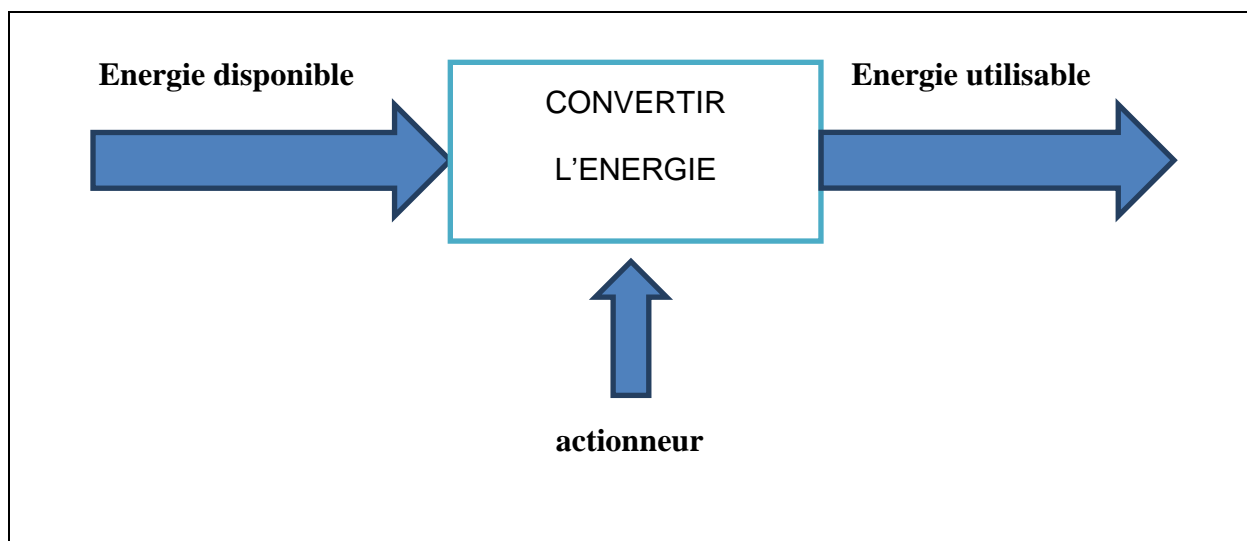
Ce chapitre de mémoire se penche sur les actionneurs électromagnétiques, explorant leur fonctionnement, leur conception et leurs applications variées.

### I-2 Définition d'un actionneur :

Un actionneur est un objet technique utilisé pour convertir l'énergie d'entrée d'une forme en une autre forme en sortie afin d'agir sur le système à commander. Il peut être du type électrique (moteur électrique), hydraulique (vérin ou moteur hydraulique), pneumatique.

Un actionneur peut convertir une énergie d'entrée disponible sous une certaine forme (électrique, hydraulique..), en une énergie utilisable sous une forme différente (mécanique...).

[1]



**Figure I.1 :** Représentation fonctionnelle d'un actionneur.

**I-2-1 Définition de l'actionneur électromagnétique :**

Un actionneur électromagnétique peut être conçu selon diverses configurations, mais son principe de base reste généralement le même : il utilise l'interaction entre un champ magnétique et un courant électrique pour produire un mouvement mécanique. Par exemple, dans le cas d'un électroaimant, lorsqu'un courant électrique circule à travers un bobinage de fil conducteur enroulé autour d'un noyau de matériau ferromagnétique, il crée un champ magnétique qui attire tout objet ferromagnétique à proximité, induisant ainsi un mouvement. Ce principe fondamental est également utilisé dans d'autres types d'actionneurs électromagnétiques, tels que les solénoïdes et les moteurs électriques, pour produire divers mouvements mécaniques en réponse à un courant électrique, on prend l'exemple d'un contacteur.

**I-2-2 Le contacteur :**

Un contacteur est un dispositif électromécanique utilisé pour établir ou interrompre le courant électrique dans un circuit électrique. Il se compose d'un ensemble de contacts électriques actionnés mécaniquement. Lorsque la bobine électromagnétique du contacteur est alimentée en courant, elle crée un champ magnétique qui attire un noyau mobile, permettant ainsi la fermeture des contacts électriques. Cela permet à l'électricité de circuler à travers le circuit et d'alimenter la charge électrique, telle qu'un moteur électrique. Lorsque la bobine n'est plus alimentée en courant, le champ magnétique s'affaiblit, permettant au ressort de rappel de ramener le noyau mobile à sa position initiale, ouvrant ainsi les contacts électriques et interrompant le courant électrique dans le circuit. [2]

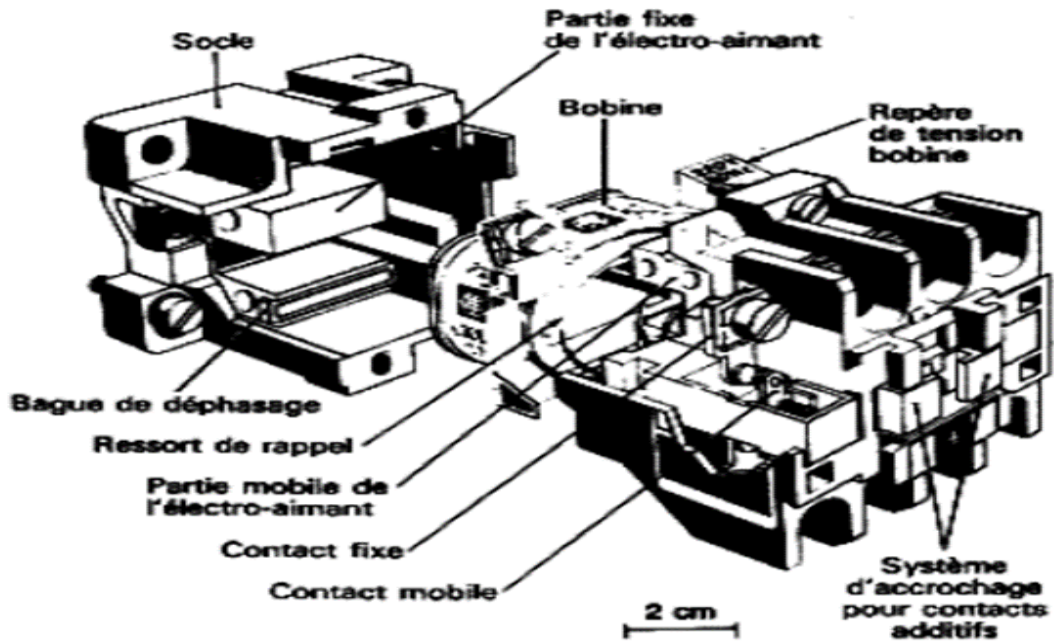


Figure I.2 : Vue éclatée d'un contacteur.

### I-3 Fonctionnement des actionneurs électromagnétiques:

Le fonctionnement des actionneurs électromagnétiques repose sur deux principes généraux de l'électromagnétisme.

#### I-3-1 Le premier principe :

##### I-3-1-1 Induction magnétique :

En 1819 le savant danois Oersted découvrit qu'un conducteur rectiligne parcouru par un courant électrique crée un champ magnétique dans l'espace qui l'entoure capable de faire dévier l'aiguille d'une boussole. Le champ magnétique est d'autant plus fort que l'intensité du courant est importante et que la ligne de force est proche du conducteur.

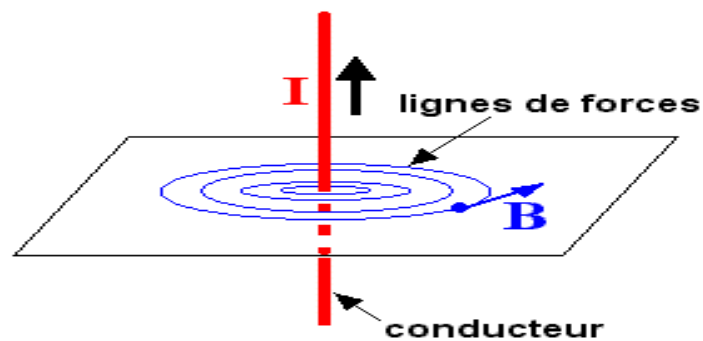
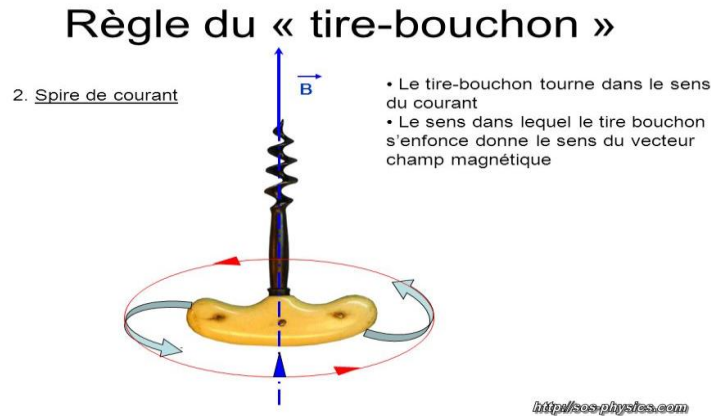


Figure I.3 : Induction magnétique.

**I-3-1-2- Induction magnétique dans une spire :**

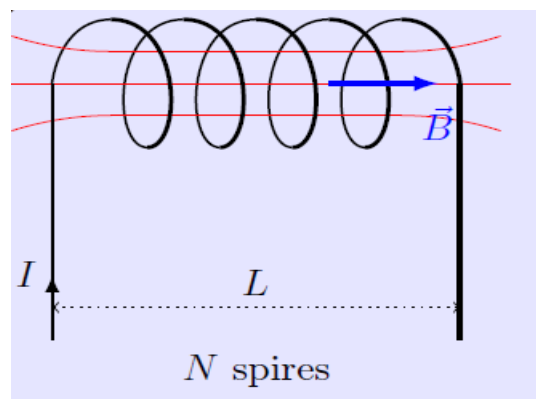
Nous appelons un conducteur en forme de boucle une "spire". Le champ magnétique qui apparaît autour du conducteur est concentré à l'intérieur de la spire. Le sens du vecteur induction  $B$  est déterminé par la règle connue par le nom "tirebouchon ».



**Figure I.4 :** Tirebouchon de Maxwell.

**I-3-1-3 Induction magnétique dans un solénoïde :**

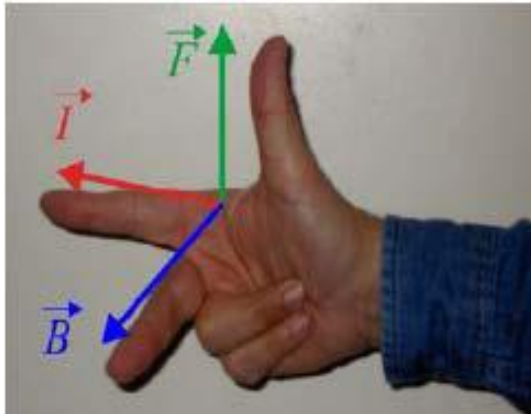
Un solénoïde est un conducteur électrique enroulé en forme de ressort et communément appelé "bobine". Une bobine se compose de spires très proches les unes des autres.



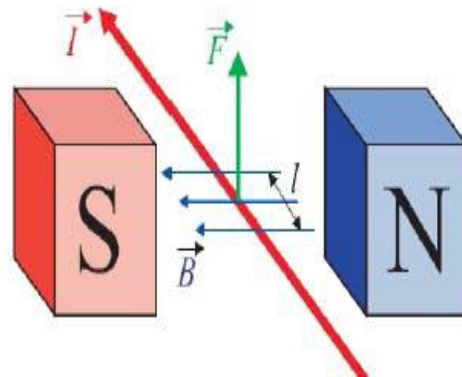
**Figure I.5:** Le champ magnétique autour d'un solénoïde.

**I 3-2 Le deuxième principe :****I-3-2-1 Force électromagnétique :**

Un conducteur placé dans un champ magnétique et parcouru par un courant, subit une force appelée force de Laplace. Cette force est perpendiculaire à la direction du courant et celle du champ magnétique. Le sens de cette force est déterminé par la règle des trois doigts de la main droite. [1]



**Figure I.6:** Règle de la main droite.



**Figure I.7 :** Représentation du vecteur de la force magnétique.

#### I-4 Classification des actionneurs électromagnétiques :

Les actionneurs électromagnétiques peuvent être classés en plusieurs catégories en fonction de leurs caractéristiques et de leurs applications spécifiques.

##### I-4-1 Electro-aimants :

Un électro-aimant (EA) est un système réductant générant une induction magnétique susceptible de créer une force. Cette force est utilisée pour déplacer une partie du circuit magnétique et ainsi entraîner un ensemble mécanique. L'importance de l'étude des électroaimants (bobine à noyau de fer) est considérable en électrotechnique. Les bobines sont d'usage fréquent des composants passifs magnétiques dans les machines électriques (transformateurs, alternateurs, machines asynchrones et machines à courant continu) nécessitent l'emploi de matériaux magnétiques. [3]

##### I-4-1-1 Constitution d'un électro-aimant :

Un électroaimant est un dispositif destiné à exercer des forces (ou couples) d'attraction sur une pièce ferromagnétique en vue de lui transmettre un mouvement de translation ou de rotation.

Son circuit magnétique, déformable, est généralement constitué d'une culasse fixe, entourée d'une ou de plusieurs bobines magnétisantes et d'une armature mobile. Lorsque la bobine est alimentée, l'armature mobile se déplace de manière à ce que le flux soit le plus grand possible, en diminuant la réluctance globale du circuit magnétique. [3]

### I-4-1-2 Principe de l'électro-aimant :

A la différence des aimants, ils sont commandés par la présence d'un courant. Lorsque l'électro-aimant est alimenté en courant, le champ magnétique créé est canalisé par le circuit magnétique la puissance d'un électroaimant est proportionnelle à son nombre de spires (enroulement de fil de cuivre autour du circuit magnétique). Plus il y a un nombre important de spires plus l'électro-aimant devient très puissant. [4]

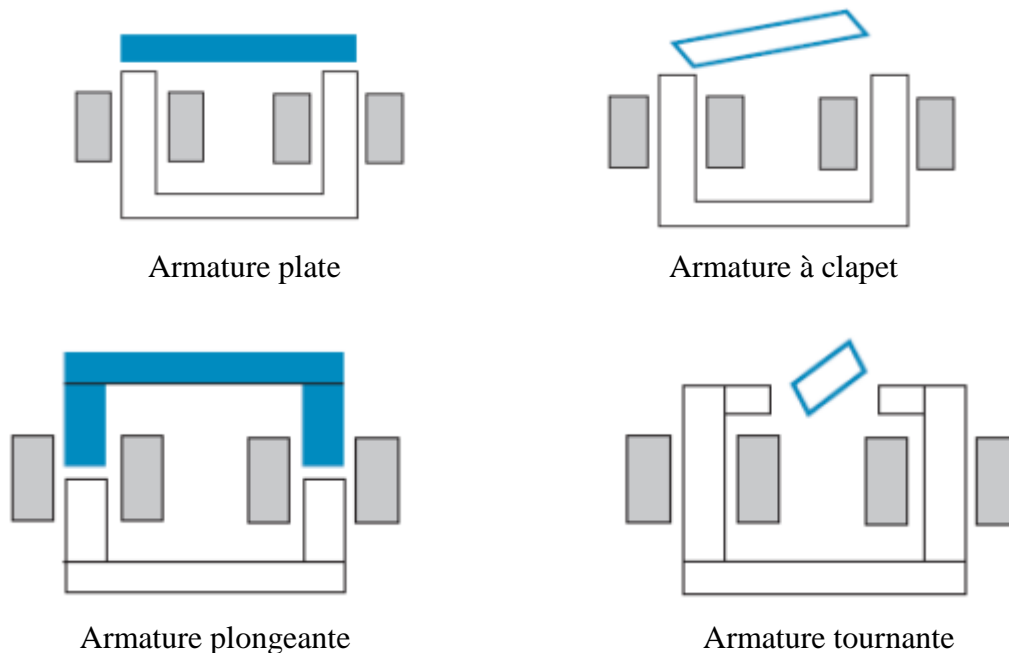
Le champ magnétique est une force résultant du déplacement des charges, ces aimants créent un champ magnétique a chaque point d'une région de l'espace dans laquelle règne un champ magnétique.

### I-4-1-3 Caractéristiques physiques des électro-aimants :

Suivant les applications, les électroaimants peuvent prendre différentes formes. Principalement, on peut subdiviser les électroaimants en trois catégories.

#### – Électroaimants en forme U:

Dans ces électroaimants, le noyau est en forme de U. L'armature mobile complète le circuit magnétique. Dans cette catégorie, les électroaimants se distinguent par la forme de l'armature qui peut être plate, à clapet plongeante ou tournante Pour minimiser les pertes par courant de Foucault, les pièces ferromagnétiques peuvent être constituées de matériau feuilleté. [5]



**Figure I.8 :** Électroaimants en forme U. [3]

#### – Électroaimants en forme E:

Dans ces électroaimants, le noyau est en forme de E. L'armature mobile peut être plate ou plongeante.



**Figure I.9 :** Électroaimants en forme E. [3]

– **Électroaimants cylindriques:**

Ces électroaimants sont de forme cylindrique et ont une armature plate ou un noyau plongeur. Dans cette catégorie d'électroaimants, le bobinage est complètement logé dans le circuit magnétique, ce qui donne lieu à une structure robuste. Cette forme ne se prête pas au feuilletage du circuit magnétique qui est réalisé le plus souvent en ferrite (rotor). [3]

**I-4-1-4 Caractéristiques mécaniques :**

– **Forces et déplacements:**

Les forces qui interviennent dans le fonctionnement des électroaimants peuvent avoir différentes origines.

– **La force électromagnétique:**

Correspond à la force mécanique produite par l'électroaimant dans le sens de la course(déplacement).

– **La force de maintien:**

Traduit la valeur de l'effort produit par un électroaimant alimenté en courant continu et dont l'armature mobile est au collage. Dans le cas d'électroaimants alimentés en courant alternatif, la force de maintien est l'effort maximal admissible.

– **La force rémanente:**

Est la force de maintien qui subsiste après une coupure de courant. Elle est due à l'induction rémanente. Elle est liée à la nature du matériau utilisé, au champ maximal établi dans le circuit et l'entrefer résiduel. Lorsque l'électroaimant n'est pas alimenté, cette force est nuisible. Elle peut être réduite considérablement par adjonction d'une pièce amagnétique qui augmente l'entrefer et donc la réluctance du circuit au collage. [2]

**I-4-1-5 Domaine d'application:**

- électroaimants de commande.
- relais et contacteurs. embrayages et freins.
- électroaimant porteurs.

- actionneurs électromagnétiques.

#### I-4-2 Actionneurs électromagnétiques rotatifs :

Le fonctionnement d'une machine rotative repose sur l'interaction entre un champ magnétique produit par des aimants permanents ou des électroaimants et un courant électrique circulant dans les bobinages de l'appareil.

Il existe plusieurs types d'actionneurs rotatifs :

##### I-4-2-1- Machine à courant continu (M.C.C) :

La machine à courant continue conventionnelle est destinée à transformer de l'énergie électrique sous tension et courant continue en énergie mécanique ou vice-versa.

Les moteurs à courant continu sont utilisés dans les applications exigeant un réglage précis de la vitesse de rotation, du couple et du sens de rotation.

##### ➤ Structure :

Une machine à C.C comprend quatre parties principales:

- Inducteur.
- Induit.
- Collecteur.
- Balais.

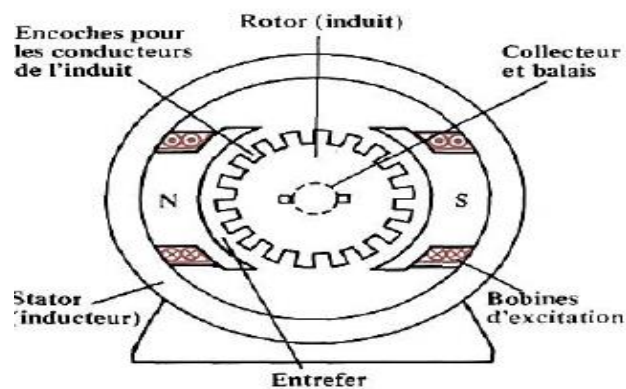
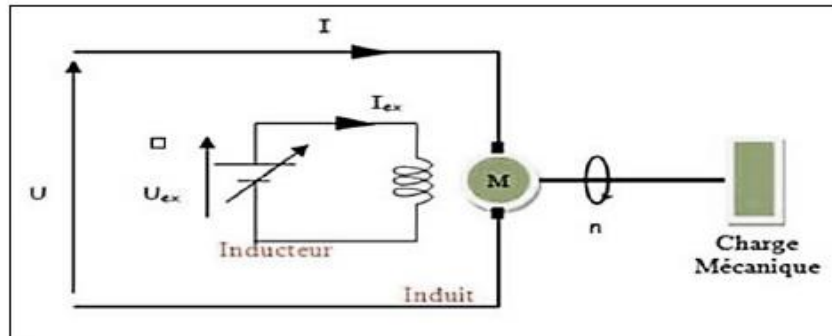


Figure I.10 : Structure MCC [6]

➤ **Principe de fonctionnement :**

**- Fonctionnement en moteur :**

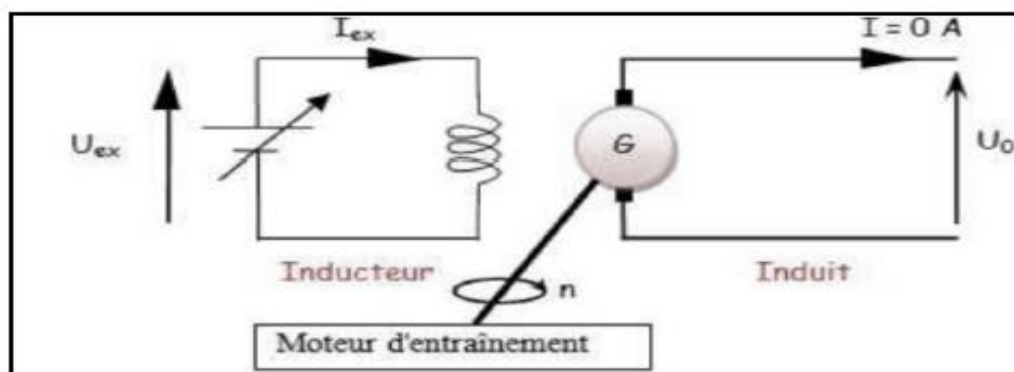
Lorsque l'on place une spire parcourue par un courant dans un champ magnétique, il apparaît un couple de forces, ce couple fait tourner la spire et par conséquent le rotor.



**Figure I.11 :** Fonctionnement d'un moteur à CC. [7]

**-Fonctionnement en générateur :**

L'induit est entraîné à l'aide d'une source mécanique extérieure et la machine fournit de l'énergie électrique.

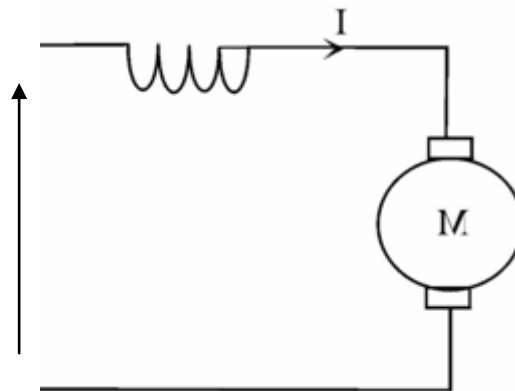


**Figure I.12 :** Fonctionnement en génératrice. [7]

➤ **Les catégories de la machine a courant a continu**

Les machines à courant continu peuvent être classées en différentes catégories en fonction de la manière dont les enroulements de champ sont connectés. Les trois types principaux sont les machines série, shunt, et indépendantes. Voici les différences principales entre elles :

➤ **Machine à courant continu série :**

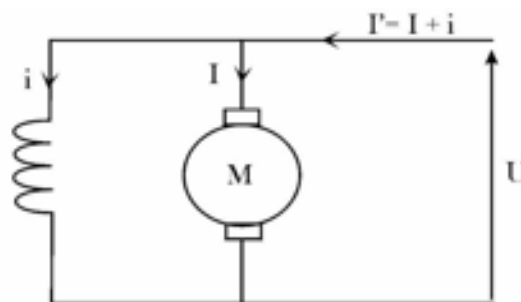


**Figure I.13:** MCC à excitation série

L'inducteur et l'induit sont connectés en série.

Couple et vitesse : le couple est directement proportionnel au carré du courant de rotor, ce qui permet un couple de démarrage élevé, cependant, la vitesse diminue rapidement avec l'augmentation de la charge.

➤ **Machine à courant continu shunt :**

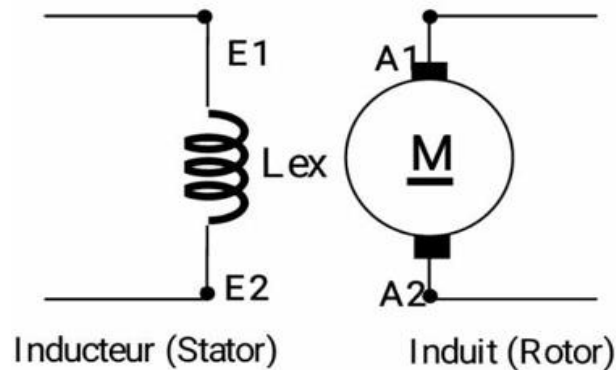


**Figure I.14 :** MCC a excitation shunt

L'inducteur est connecté en parallèle avec le l'armature (rotor).le courant du stator et du rotor sont indépendant l'un de l'autre.

Couple et vitesse : la vitesse reste relativement constante avec la variation de la charge, le couple varie proportionnellement au courant du rotor.

➤ **Machine à courant continue indépendante :**



**Figure I.15 :** MCC a excitation indépendante

L'inducteur : l'excitation du stator est fournie par une source de courant séparée. D'où le courant dans le stator et le rotor sont totalement indépendants l'un de l'autre.

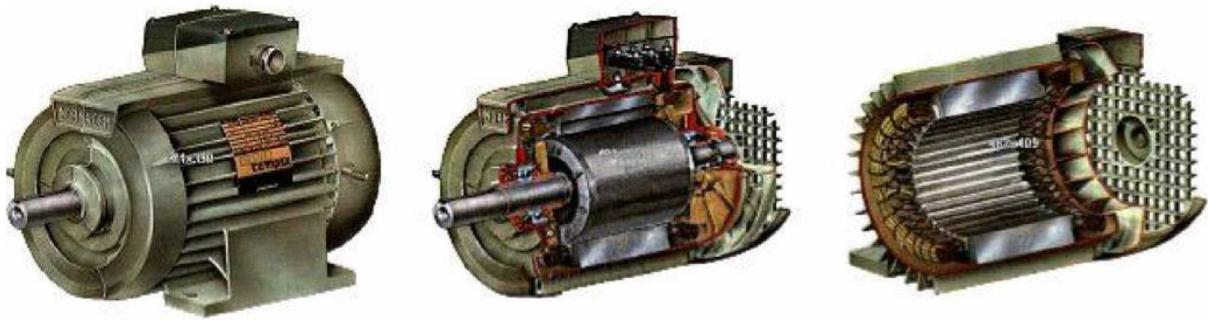
Couple et vitesse : Permet un contrôle précis de la vitesse et du couple.

Type de machine	Connexion du champ	Caractéristique principales	Application typiques
Série	En série avec le rotor	Couple de démarrage élevé, vitesse variable avec la charge	Grues, treuils, locomotives
Shunt	En parallèle avec le rotor	Vitesse constante, couple proportionnel au courant rotorique	Ventilateurs, pompes
Indépendante	Source séparée	Contrôle précis de la vitesse et du couple	Régulation de vitesse, générateur de laboratoire

**Tableau :** Résumé de différences configurations de la MCC

**I-4-2-2 Machines asynchrones :**

Les machines asynchrones sont des machines électriques à courant alternatif. Le terme asynchrone vient du fait que la vitesse de rotation du rotor n'est pas fixée par la fréquence du courant d'alimentation. [8]



**Figure I.16 :** machine asynchrone

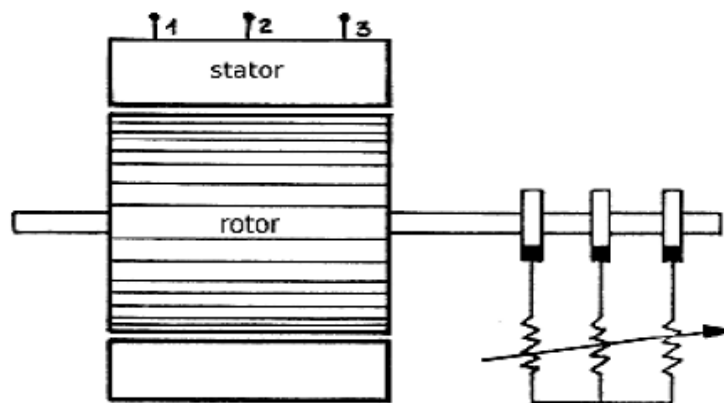
➤ **Structure :**

Une machine asynchrone comprend généralement :

- un stator triphasé comportant « P » paires de pôles par phase.
- un rotor constitué de conducteurs mis en circuit fermé.

On rencontre deux types de rotor :

- rotor bobiné : l'enroulement est semblable à celui du stator, comporte « p » paires de pôles par phase ; les trois paires sont reliées à trois bagues qui permettent d'insérer un rhéostat dans le circuit rotorique comme le montre la figure I.17



**Figure I.17 :** Machine asynchrone à rotor bobiné. [9]

- rotor à cage : le rotor est constitué de barreaux d'aluminium reliés aux deux extrémités par deux couronnes conductrices comme le montre la figure I.18

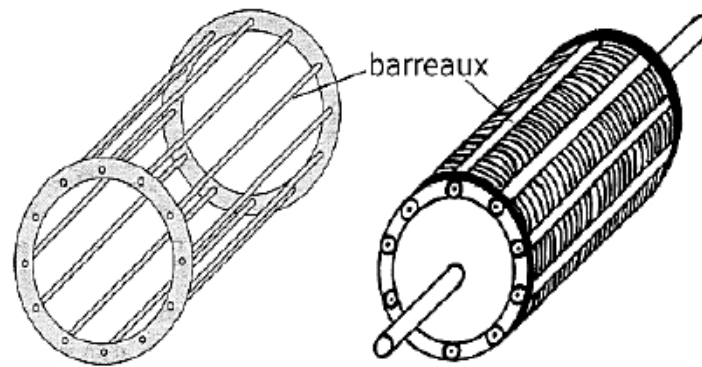


Figure I.18 : Machine asynchrone rotor à cage. [9]

➤ **Principe de fonctionnement :**

Le stator comporte trois enroulements, décalés de  $120^\circ$ , alimentés par une tension alternative triphasée. Ces trois bobines produisent un champ magnétique variable qui a la particularité de tourner autour de l'axe du stator suivant la fréquence de la tension d'alimentation, ce champ magnétique est appelé champ tournant. Le champ tournant fait induire des courants dans le rotor. Leur interaction entraîne la rotation du rotor à une fréquence légèrement inférieure à celle du champ tournant. [10]

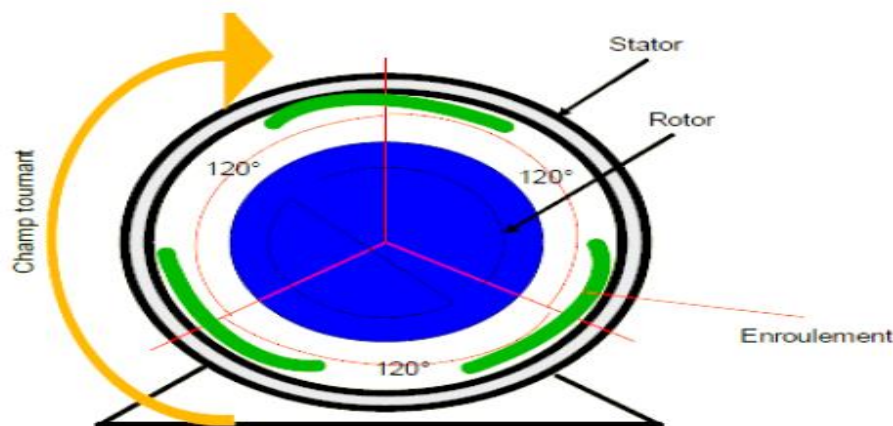


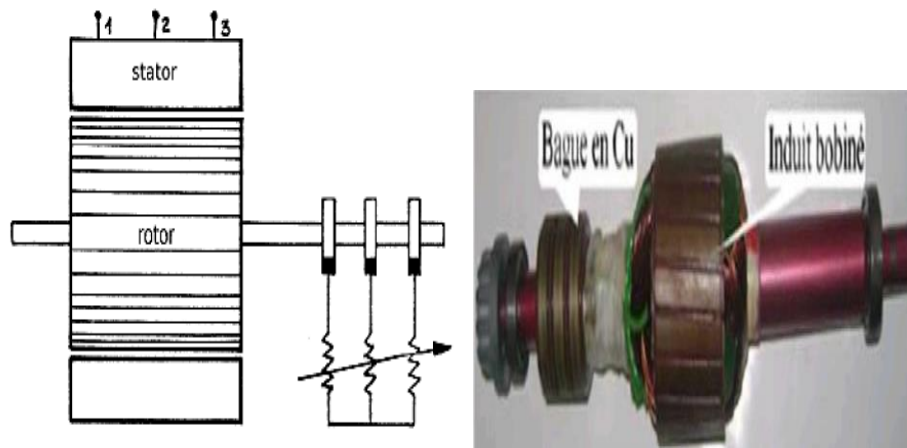
Figure I.19 : Eléments constitutifs d'une MAS. [9]

On rencontre deux types de rotor :

- rotor bobiné : l'enroulement est semblable à celui du stator, comporte « p » paires de pôles par phase ; les trois paires sont reliées à trois bagues qui permettent d'insérer un rhéostat dans le circuit rotorique,

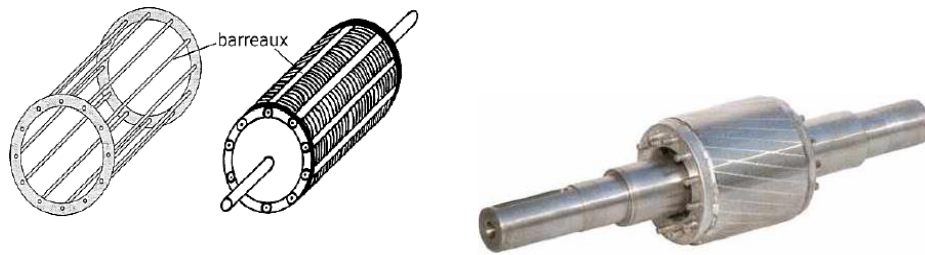
➤ **Avantages :**

- Couple de démarrage élevé,
- Contrôle du courant de démarrage,
- Variabilité des performances.



**Figure I.20 :** Machine asynchrone à rotor bobiné. [9]

Rotor à cage : le rotor est constitué de barreaux d'aluminium reliés aux deux extrémités par deux couronnes conductrices.



**Figure I.21:** Machine asynchrone rotor à cage. [9]

➤ **Avantages :**

- Simplicité et robustesses,
- Cout de fabrication réduit,
- Cout de maintenance faible,
- Efficacité énergétique.

➤ **Désavantages :**

- Faible facteur de puissance a faible charge,
- Courant de démarrage élevé, faible couple,
- Complexité avec les variateurs de fréquence.

#### **I-4-2-3 Machines synchrones :**

La machine synchrone est un type de machine électrique où la vitesse de rotation du rotor est synchronisée avec la fréquence du courant alternatif appliqué au stator.

➤ **Structure :**

La figure I .22 montre deux composants du moteur synchrone

- Inducteur (bobines ou aimants).
- Induit.

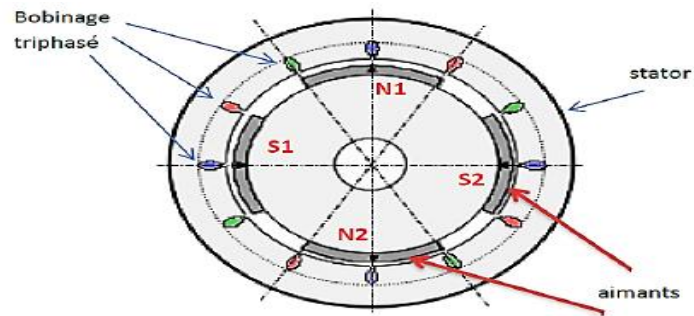


Figure I.22: Structure d'une machine synchrone. [11]

➤ **Principe de fonctionnement :**

Le stator est alimenté par un système de tensions triphasé crée un champ tournant dans l'entrefer. Ce champ magnétique tourne à la vitesse de tours par secondes avec fréquence d'alimentation des bobinages statoriques. Le rotor est composé de « p » aimants permanents va alors s'aligner avec le champ tournant [12]. Ainsi Le rotor tourne à la même vitesse que le champ tournant.

➤ **Classification des machines synchrones**

Il existe trois grandes familles de rotors, ayant pour rôle de générer le champ d'induction rotorique ;

➤ **Machines synchrones à pôles lisses**

Le rotor de la machine synchrone à pôles lisses est cylindre en acier ferromagnétique dans lequel ont été fraisées les encoches qui abritent le bobinage inducteur. Celui-ci en générale contient deux ou quatre pôles. Ce type de construction, caractérisé par un entrefer constant, est utilisé pour des machines de fortes puissances destinées à tourner à grandes vitesses. [5]

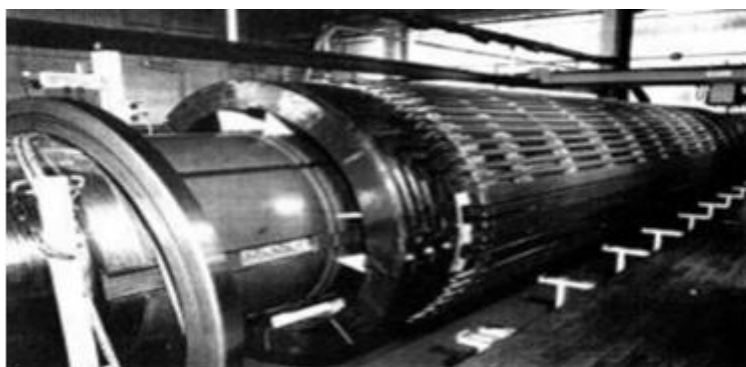
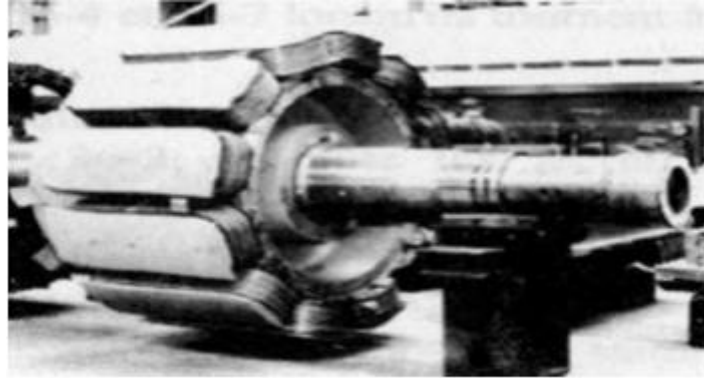


Figure I.23: Rotor à pôles lisses.

➤ **Machines synchrones à pôles saillants**

En plaçant des pièces polaires sur une culasse avec des enroulements d'excitation constituées par des bobines et on obtient un rotor constitué de 2 p pôles. On utilise ce type de machines dans les centrales hydrauliques. [5]



**Figure I.24:** Rotor à pôles saillants [13]

➤ **Machines synchrones à rotor à aimant permanent**

Historiquement, les premiers aimants permanents ont été utilisés au début du 19<sup>ème</sup> siècle. De performances très modestes à leurs débuts, les progrès réalisés depuis plus d'un siècle ont contribué au développement des machines à aimants. L'utilisation d'aimants permanents est aujourd'hui quasiment systématique pour les puissances inférieures à 10KW et s'étendent maintenant vers les fortes puissances. Au-delà, le coût d'utilisation d'aimants devient souvent prohibitif. Seules quelques applications très spécifiques, comme par exemple la propulsion navale ou les contraintes d'encombrement sont majeures, envisagent l'utilisation des aimants pour des fortes puissances. [5]



**Figure I.25:** Machine synchrone à rotor à aimant permanent

**I-4-2-4 Machine à réluctance variable (MRV) :**

La dénomination de la machine à réluctance variable (MRV) englobe des machines de structures différentes. Sa propriété consiste à la variation de la forme de l'entrefer durant la rotation du rotor. [14]

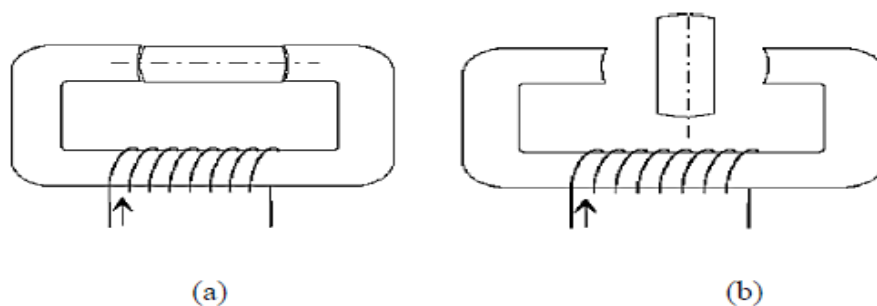
➤ **Structure:**

Les machines à réluctance variable se divisent en deux grandes catégories :

- Les machines à stator lisse.
- Les machines à double denture dite « vernier ».

➤ **Principe de fonctionnement MRV :**

La machine à réluctance variable est une machine électrique dont le couple est produit par les forces d'attraction électromagnétiques exercées sur le rotor qui se déplace vers une position où la réluctance est minimale. Les parties magnétiques du rotor et du stator d'une MRV possèdent des pôles saillants. Le stator comporte  $N_s$  dents et le rotor comporte  $N_r$  dents. Le stator d'une MRV est constitué de plusieurs phases électriquement indépendantes. Le rotor de la machine ne comporte aucun enroulement. Chaque phase est constituée par deux enroulements mis en série autour des pôles statoriques diamétralement opposés. Une structure élémentaire avec une phase est représentée sur la figure (I.26).



**Figure I.26:** Représentation d'une MRV monophasée. [15]

Le principe de fonctionnement d'une MRV est celui de l'électro-aimant : lorsqu'une phase est alimentée elle attire le rotor qui tend à tourner pour s'aligner sur cette phase afin de maximiser le flux, deux positions du rotor peuvent être distinguées :

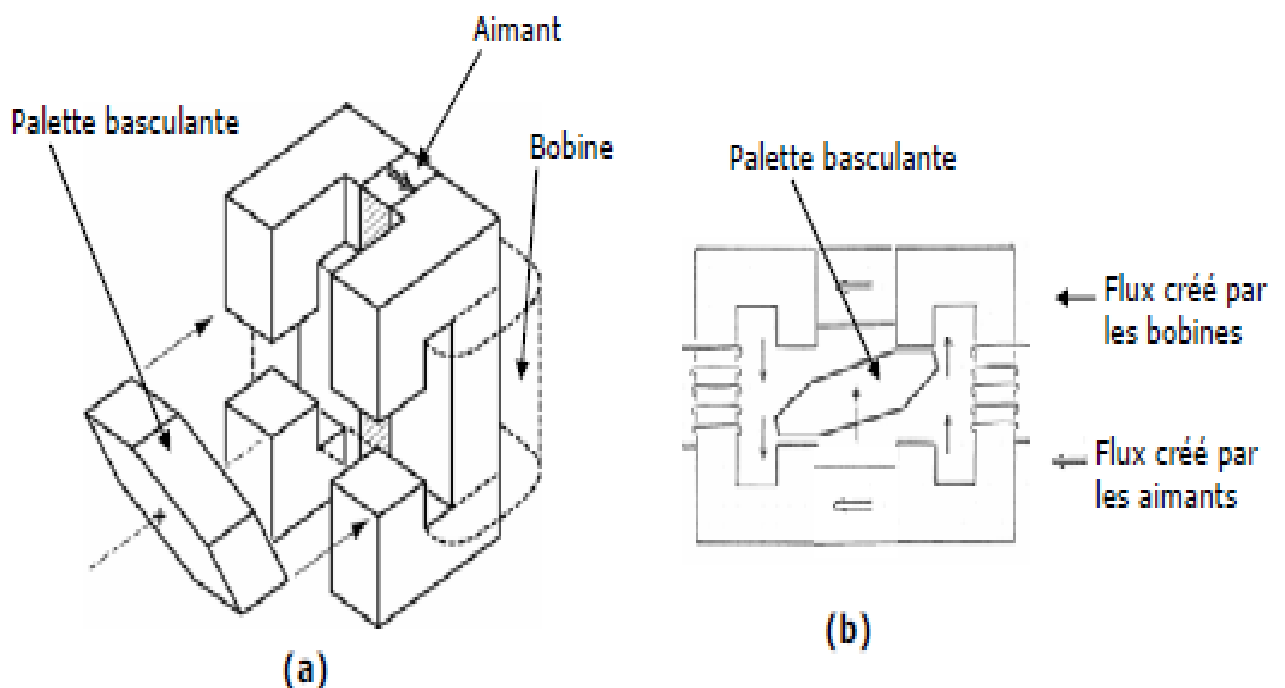
- La position de conjonction (figure .a) : pour laquelle les axes des dents statoriques et rotoriques sont alignés.
- La position d'opposition (figure. b) : quand l'axe de la dent rotorique est disposé de façon à rendre l'inductance minimale.

**I-4-2-5 Actionneur rotatif avec une palette basculante :**

L'actionneur à palette basculante que nous présentons ici fait partie des travaux menés au l'laboratoire de génie électrique de Grenoble (G2ELab). Il s'agit de remplacer le

mouvement de translation de la palette par un mouvement de rotation, afin de réduire l'inertie de la partie mobile : pour une même palette, un mouvement rotatif ramené à un mouvement de translation équivaut à diviser la masse mobile par un facteur trois [16]

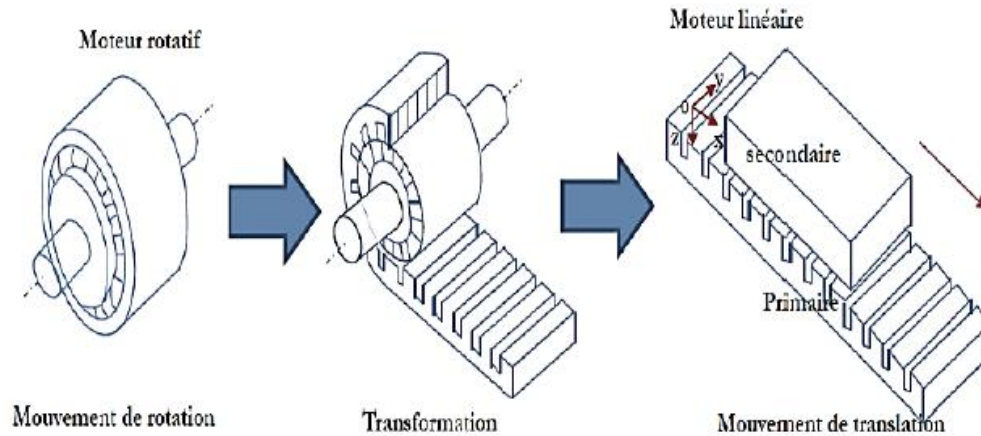
Pour réaliser ce mouvement de basculement de la palette, la structure (en double C) à palette en translation développée au G2ELab [17] prend tout son intérêt car il peut être réutilisé, sans modifications majeures du circuit magnétique de ses parties fixes. La figure I.127 nous montre comment réutiliser cet actionneur pour réaliser une structure à palette basculante. Nous pouvons remarquer qu'il est nécessaire de donner une forme octogonale à la palette pour que ses faces actives (intervenant dans la création de la force) soient bien en regard des pôles de l'actionneur.



**Figure I.27 :** Exemple d'actionneur rotatif à palette basculante (a) et principe de fonctionnement

#### I-4-3 Actionneurs électromagnétiques linéaires:

La machine linéaire n'est qu'une machine cylindrique développée le long de son entrefer, ou encore un déploiement géométrique d'une machine tournante sur un plan transversal par son axe. Ou encore c'est un moteur tournant classique où l'on aurait déroulé le bobinage.



**Figure I.28** : Transformation d'un moteur rotatif en moteur linéaire. [18]

#### I-4-3-1 Description du moteur linéaire

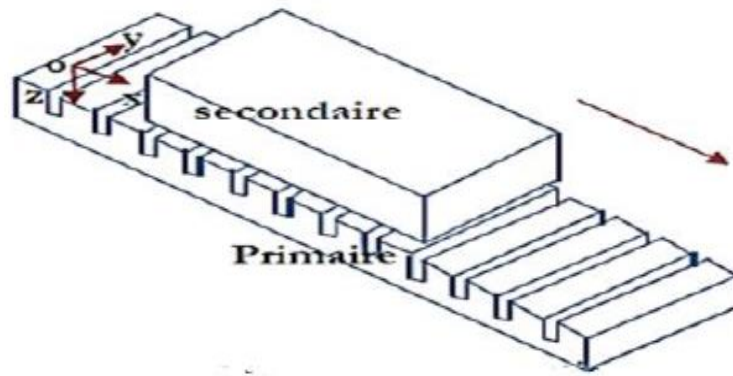
Un moteur linéaire est essentiellement un moteur électrique qui a été déroulé de sorte qu'au lieu de produire un couple (rotation), il produit une force linéaire. Il se compose de deux parties essentielles, l'inducteur et l'induit. L'une de ces parties peut se déplacer sous l'effet de la force d'interaction des champs magnétiques (inducteur-induit) tandis que l'autre reste bloquée. [19]

De cela on définit deux principaux types de moteur linéaire :

- à induit long inducteur court.
- à inducteur court induit long.

#### I-4-3-2 Principe de fonctionnement :

La Figure (I.29) présente un moteur linéaire à induction avec un seul primaire, les enroulements sont placés suivant l'axe transversal  $\overrightarrow{OY}$ . Ainsi, les courants créent un champ d'induction magnétique, dirigé suivant l'axe  $\overrightarrow{OZ}$ . Si les enroulements sont convenablement répartis et alimentés par une source électrique polyphasée de pulsation  $\omega$ , le champ magnétique se propage sous la forme d'une onde glissante selon la direction  $\overrightarrow{OX}$ .

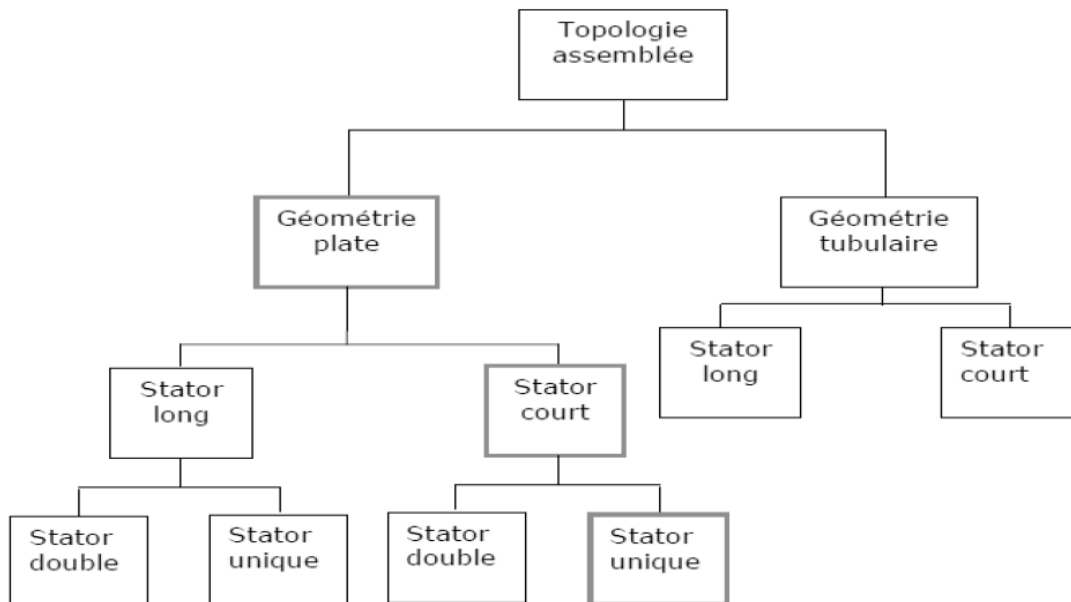


**Figure I.29 :** Schéma simplifié de la structure d'un moteur linéaire à induction

**I-4-3-3 Topologies et classification des moteurs linéaires :**

➤ **Topologie des moteurs linéaires :**

La Figure (I.30) présente le classement des moteurs linéaires selon leur géométrie. Il y a deux grandes familles du moteur linéaires : le moteur linéaire à géométrie plate et à géométrie tubulaire. Ils peuvent être divisés encore en deux parties selon la géométrie du primaire : long ou court. Les moteurs linéaires à géométrie plate peuvent être encore sous divisés selon le nombre de primaire : à primaire double et à primaire simple



**Figure I.30 :** Topologie du moteur linéaire. [20]

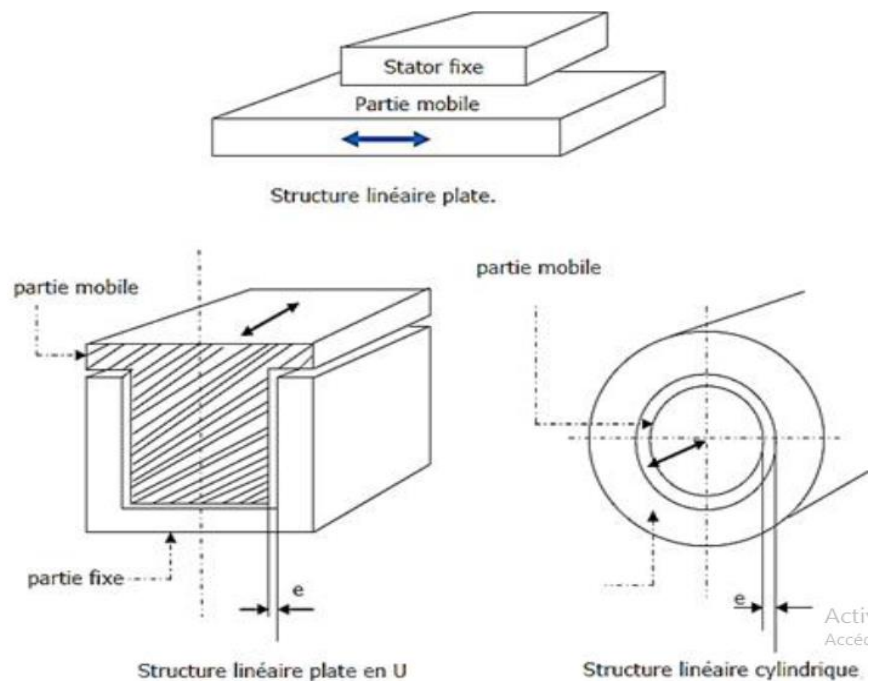
#### I-4-3-4 Classification des moteurs linéaires :

Il existe une autre classification liée au principe de fonctionnement du moteur. Les moteurs électromagnétiques linéaires sont les plus largement utilisés et peuvent être divisés en trois parties: les moteurs à induction linéaire, les moteurs synchrones et à courant continu.

#### I-4-3-5 Principales architectures d'actionneurs linéaires :

Contrairement aux machines électriques tournantes où le stator et le rotor sont généralement coaxiaux, ils sont composés de pièces mobiles et d'un stator fixe dont les positions peuvent être interchangées. Les machines linéaires peuvent être représentées par trois formes de structure: Figure (I.31)

- ✓ forme plate.
- ✓ forme plate en U.
- ✓ forme cylindrique



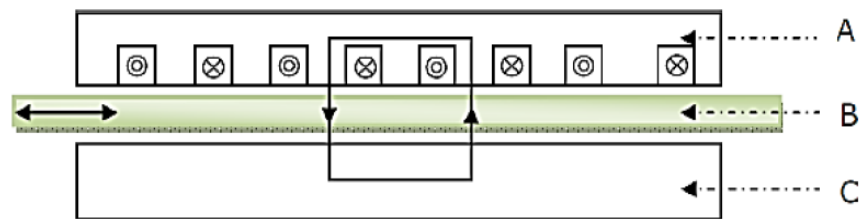
**Figure I.31 :** Formes de l'induit en U et tubulaire. [21]

#### I-4-3-6 Différents types de moteurs linéaires :

##### ➤ Moteur à inducteur simple :

Le principe de fonctionnement est celui du couplage magnétique :

Les bobines de l'inducteur traversées par le courant de l'alimentation créent un champ magnétique qui engendre dans l'induit des f.e.m, donc des courants. L'interaction des courants induits et du champ inducteur se traduit par une force de poussée. Ce type de moteur comporte un circuit magnétique de retour [4] , figure (I.32).



**Figure I.32 :** Moteur linéaire à inducteur simple. [4]

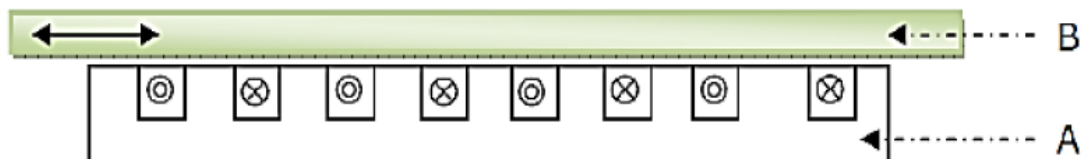
A : inducteur.

B : induit.

C : circuit magnétique de fermeture

➤ **Moteur à inducteur simple sans circuit de retour :**

Le même principe que le précédent, sauf que les lignes d'induction se ferment dans l'air, figure (I.33) :



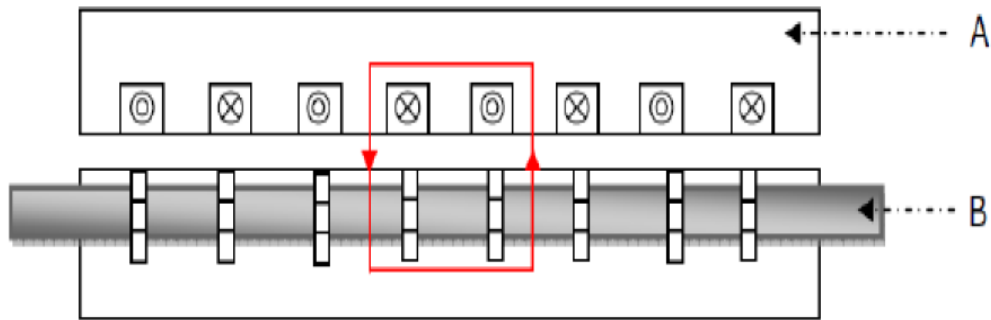
**Figure I.33:** Moteur linéaire à inducteur simple sans circuit magnétique de retour.

A : inducteur.

B : induit.

➤ **Moteur à induit en forme d'échelle :**

Dans lequel on dispose, dans les encoches de l'induit ferromagnétique, une échelle conductrice, dont les barreaux sont équivalents aux barres des moteurs a cage et les montants aux anneaux de court-circuit, figure (I.34).



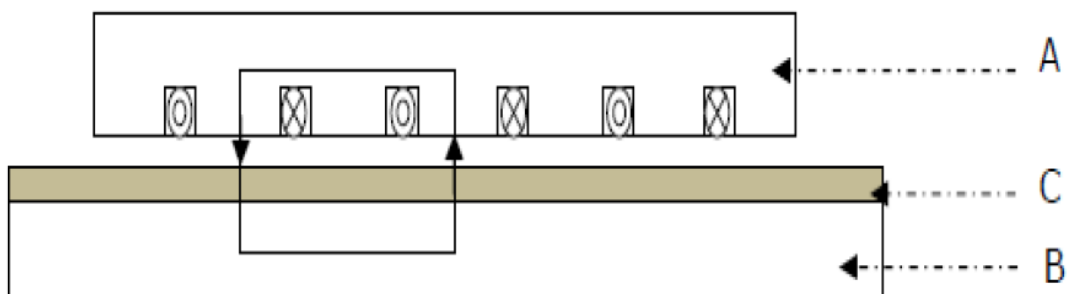
**Figure I.34 :** .Moteur linéaire à induit en forme d'échelle.

A : inducteur.

B : induit ferromagnétique des barreaux conducteurs.

➤ **Moteur linéaire a induit composite a deux couches :**

Le courant est induit dans une couche conductrice généralement en aluminium appliquée sur une plaque d'acier magnétique assurant le retour du flux, figure (I.35).



**Figure I.35 :** Moteur linéaire a induit composite.

A : inducteur.

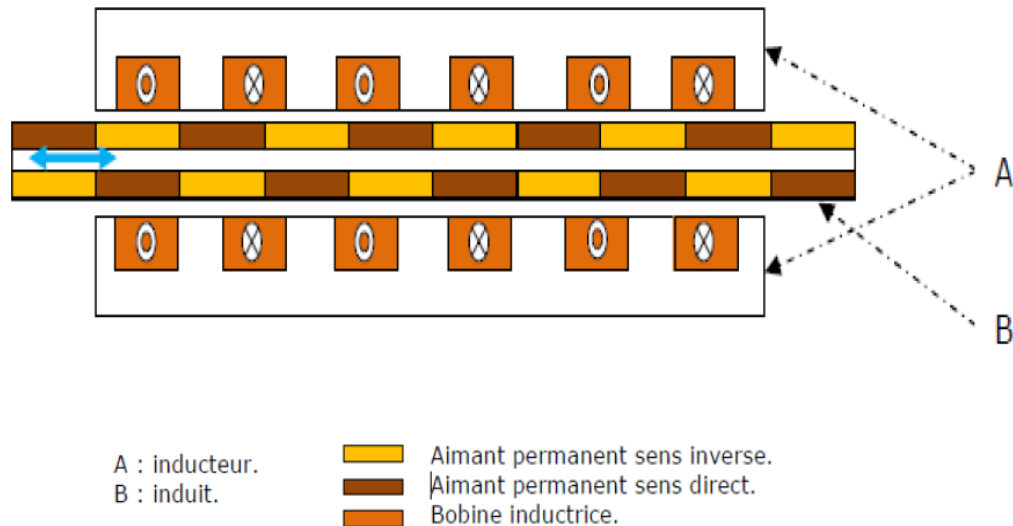
B : plaque d'acier magnétique.

C : couche conductrice.

➤ **Moteur linéaire à aimants permanents :**

Le principe de fonctionnement du moteur linéaire à aimant permanent est assuré par l'action d'un champ électromagnétique de l'inducteur sur l'induit composé d'aimants permanents. Les enroulements sont bobinés sur les dents régulièrement réparties dans l'inducteur. Généralement, les aimants utilisés dans les moteurs linéaires synchrones à aimants permanents sont du type Néodyme-Fer- Bore. [5]

Les moteurs linéaires à aimants permanents sont souvent alimentés en bipolaire ainsi les enroulements, sont mis en série pour former deux phases décalées de l'angle  $\pi/2$ . L'alimentation des deux phases par des courants positifs et négatifs provoque un mouvement linéaire appliqué sur l'induit, figure (I.36).



**Figure I.36 :** Moteur linéaire à aimants permanents. [5]

#### I-4-3-7 Les avantages et les inconvénients des machines linéaires :

##### ➤ Les avantages :

- Une excellente capacité thermique.
- Excellentes performances dynamiques.
- Une grande dynamique du mouvement, une bonne précision de positionnement, une durée de vie importante, une grande fiabilité, la réduction du nombre de composants pour réaliser un axe motorisé, la flexibilité et la souplesse.
- Accroissement de la durée de vie.

##### ➤ Les inconvénients :

- Entrefer très important du moteur à induction exige une énergie considérable pour obtenir une pousse convenable.
- La capacité maximale de la force électromécanique linéaire est limitée.
- La géométrie très particulière de la machine impose une poussée spécifique inférieure à celle de la machine rotatif.

**I-5 Différence entre les moteurs linéaires et tournants : [21]**

Le moteur linéaire diffère du moteur rotatif par les points fondamentaux suivants,

- ✓ Circuit magnétique (inducteur) ouvert aux deux extrémités, ce qui donne en outre la possibilité d'y ménager soit un nombre pair, soit un nombre impair de pôles.
- ✓ Induit constitué, par une masse conductrice, généralement homogène et isotrope, où des conducteurs isolés transportent les courants dans des directions imposées.
- ✓ Entrefer important et occupé, dans sa majeure partie, par l'induit.

**I-6 Conclusion :**

Dans ce chapitre, nous nous sommes familiarisés avec les types des actionneurs électromagnétiques à savoir les actionneurs électromagnétiques rotatifs ainsi que les actionneurs linéaires, les caractéristiques des actionneurs, leurs principes de fonctionnement ainsi que leurs utilisations en étudiant les différents actionneurs, nous avons appris la différence entre eux.

### II-1 Introduction :

Le mot « électricité » provient du mot grec « elektron » qui signifie ambre. Selon l'histoire des sciences, le premier scientifique à s'être intéressé aux phénomènes électriques et magnétiques fut le grand philosophe Thalès de Milet né en Ionie (Côté Ouest de la Turquie actuelle). Ses réflexions portèrent sur des expériences réalisées avec de l'ambre (phénomènes électriques) et sur la magnétite (phénomènes magnétiques). Avant le génie James Clerk Maxwell (1831-1879), physicien et scientifique écossais, les phénomènes électriques et magnétiques étaient séparés et décrits par des phénomènes distinctes. Maxwell, à travers quatre équations fondamentales dites « les équations de Maxwell », réunit sous une même théorie l'ensemble de ces types de phénomènes, aboutissant ainsi à l'unification des phénomènes électriques et magnétiques.

### II-2 L'Electromagnétisme :

#### II-2-1 Equations de Maxwell :

Les équations de Maxwell, aussi appelées équations de Maxwell-Lorentz, sont des lois fondamentales de la physique. Elles constituent les postulats de base de l'électromagnétisme, avec l'expression de la force électromagnétique de Lorentz. Ces équations traduisent sous forme locale différents théorèmes (Gauss, Ampère, Faraday) qui régissaient l'électromagnétisme avant que Maxwell ne les réunisse sous forme d'équations intégrales. Elles donnent ainsi un cadre mathématique précis au concept fondamental de champ introduit en physique par Faraday dans les années 1830. Ces équations montrent notamment qu'en régime stationnaire, les champs électrique et magnétique sont indépendants l'un de l'autre, alors qu'ils ne le sont pas en régime variable. Dans le cas le plus général, il faut donc parler du champ électromagnétique, la dichotomie électrique-magnétique étant une vue de l'esprit. Cet aspect trouve sa formulation définitive dans le formalisme covariant présenté dans la seconde partie de ce mémoire : le champ électromagnétique  $y$  est représenté par un objet mathématique unique, le tenseur électromagnétique, dont certaines composantes s'identifient à celles du champ électrique et d'autres à celles du champ magnétique. [22]

#### II-2-1-1 Forme différentielle :

Au sein des dispositifs électromagnétiques tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généraliser sont régis par les quatre équations de Maxwell, ces équations liant les propriétés des matériaux aux champs électromagnétiques sous forme différentielle sont présentées dans les équations (II.1) à (II.4). [23]

$$\text{Maxwell-Gauss (électrique)} \quad \text{div } \vec{D} = \rho \quad (\text{II.1})$$

$$\text{Maxwell-Gauss (magnétique)} \quad \text{div } \vec{B} = 0 \quad (\text{II.2})$$

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

$$\text{Maxwell-Faraday} \quad \text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{II.3})$$

$$\text{Maxwell-Ampère} \quad \text{rot } \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{II.4})$$

Les grandeurs physiques fondamentales mises en jeu sont :

- $\vec{E}$  : Champ électrique (V/m).
- $\vec{B}$  : Densité du flux magnétique ou l'induction magnétique (Tesla).
- $\vec{D}$  : Densité du déplacement électrique ou l'induction électrique ( $\text{C/m}^2$ ).
- $\vec{H}$  : Champ magnétique (A/m).
- $\rho$  : Densité volumique de charge électrique (C/m).
- $\vec{J}_c$  : Densité de courant de conduction ( $\text{A/m}^2$ ).
- $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_d$  : Densité de courant de déplacement.

### II-2-1-2 Forme intégrale

#### ➤ L'équation de Maxwell-Gauss :

Traduit le théorème de Gauss. De l'équation [II.1], il résulte la relation intégrale suivante : [24]

$$\oint_S \vec{D} d\vec{s} = \iiint_V \rho dv \quad (\text{II.5})$$

Avec :

- $Q$  : charge totale contenue dans la surface  $S$ .
- $S$  : surface fermée orientée vers l'extérieure.

#### ➤ L'équation du flux magnétique

Est équivalente en appliquant le théorème de Green Ostrogorski, au fait que le flux du champ magnétique traversant toute surface fermée orientée est nulle (conservation du flux magnétique). [24]

$$\oint_S \vec{B} d\vec{s} = 0 \quad (\text{II.6})$$

#### ➤ L'équation de Maxwell-Faraday

En appliquant le théorème de Stokes, cela équivaut à la circulation du vecteur champ électrique  $\vec{E}$  le long d'une courbe fermée. Cela égale à la dérivée par rapport au temps du flux  $\vec{B}$  à travers une surface reposant sur  $C$ . L'équation de forme intégrale (II.3) est calculée comme: [24]

$$\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} (\oint_S \vec{B} d\vec{s}) \quad (\text{II.7})$$

$$\oint_S \vec{B} ds = \emptyset \quad (\text{II.8})$$

Avec :

- C : contour fermé ;
- S : surface orientée s'appuyant sur le contour C ;
- $\emptyset$  : Flux magnétique traversant la section (S) ;
- dl : élément de longueur orienté. [m]

### ➤ La quatrième équation de Maxwell

Appelée aussi loi de Maxwell-Ampère est donnée par :

$$\oint_C \vec{H} dl = \oint_S \vec{J} ds \quad (\text{II.9})$$

$\vec{J}$ : Densité de courant électrique (A/m).

### II-2-2 Lois de comportement des milieux :

La résolution des équations de Maxwell ne peut être effectuée sans l'introduction des relations supplémentaires, qui font intervenir des grandeurs caractéristiques des différents milieux. Voici ces relations :

#### II-2-2-1 Relation magnétique :

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\text{II.10})$$

Avec :  $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$  ;

- $\mu$  : La perméabilité magnétique [H/m] ;
- $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  : Perméabilité magnétique du vide [H/m] ;
- $\mu_r$  : Perméabilité magnétique relative du milieu. Pour un milieu diamagnétique  $\mu_r = 1$ .

#### II-2-2-2 Relation diélectrique :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\text{II.11})$$

Avec :  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$

- $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$  : Permittivité électrique du vide [F/m].
- $\epsilon_r$  : Permittivité relative du milieu considéré.

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

- Les valeurs  $\vec{D}$  et  $\vec{E}$  sont des tenseur et elles peuvent varier en fonction de la température, de la saturation.

### II-2-2-3 La loi d'Ohm :

La relation liant la densité de courant  $\vec{j}$  au champ électrique  $\vec{E}$  est exprimée par la loi d'Ohm à travers la conductivité électrique  $\sigma$ , elle est formulée par [25]

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \quad (\text{II.12})$$

Avec :

- $\sigma$ : Conductivité électrique [ $(\Omega/\text{m})^{-1}$ ]
- $\vec{j}$ : La densité de courant [ $\text{A}/\text{m}^2$ ].

### II-2-3 Relations de passages :

A l'interface entre deux milieux différents respectivement (1) et (2), les champs de vecteurs doivent vérifier certaines conditions dites relations de passages. Elles s'écrivent comme suit:

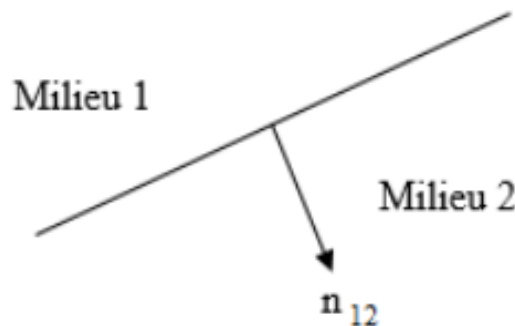


Figure. II.1 : Interface entre deux milieux différents.

### Discontinuité de la composante normale de l'induction électrique :

$$(\vec{D}_{n1} - \vec{D}_{n2}) \cdot \vec{n} = \sigma_s \quad (\text{II.13})$$

Avec :

- $\vec{D}_{n1}$ : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 1.
- $\vec{D}_{n2}$ : La composante normale de l'induction électrique dans le milieu 2.
- $\sigma_s$ : La densité de charge électrique portée par la surface de séparation.
- $\vec{n}$ : Le vecteur unité suivant la normale de l'interface.

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

**Conservation de la composante tangentielle du champ électrique :**

$$(\vec{E}_{t1} - \vec{E}_{t2}) \wedge \vec{n} = 0 \quad (\text{II.14})$$

Avec :

- $\vec{E}_{t1}$ : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 1.
- $\vec{E}_{t2}$ : La composante tangentielle du champ électrique dans le milieu 2.

**Conservation de la composante normale de l'induction magnétique :**

$$(\vec{B}_{n1} - \vec{B}_{n2}) \cdot \vec{n} = 0 \quad (\text{II.15})$$

Avec :

- $\vec{B}_{n1}$ : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 1.
- $\vec{B}_{n2}$ : La composante normale de l'induction magnétique dans le milieu 2.

**Discontinuité de la composante tangentielle du champ magnétique**

$$(\vec{H}_{t1} - \vec{H}_{t2}) \wedge \vec{n} = \vec{k} \quad (\text{II.16})$$

Avec :

- $\vec{H}_{t1}$ : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 1.
- $\vec{H}_{t2}$ : La composante tangentielle du champ magnétique dans le milieu 2.
- $\vec{k}$ : Densité de courant porté par la surface de séparation.

### II-2-4 Conditions aux limites :

#### II-2-4-1 Condition type Dirichlet :

Cette situation nous indique La valeur exacte de l'inconnue à la frontière du domaine d'étude. Elle est de la forme suivante : [26]

$$A = A_0 \quad (\text{II.17})$$

Avec :

- $A$ : La fonction inconnue.
- $A_0$ : Constante.

#### II-2-4-2 Condition type Neumann :

Elle est appliquée aux frontières lorsque la valeur de la grandeur calculée est inconnue aux frontières du domaine d'étude. [26]

$$\frac{\partial A}{\partial n} = A_0 \quad (\text{II.18})$$

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

### II-2-4-3 Condition mixte :

C'est une combinaison des deux types précédents, elle s'exprime comme suit: [26]

$$\alpha A + \beta \frac{\partial A}{\partial n} = \gamma \quad (\text{II.19})$$

Avec :

- $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  sont des constantes.

### II-2-5 Le vecteur potentielle :

Le vecteur potentielle n'est que un outil mathématique, et on peut parfois trouver un potentielle qui heurte le sens physique :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{div}} \mathbf{B} = \mathbf{0} &\Rightarrow \\ \exists \vec{A} \text{ tel que } \vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} &\quad (\text{II.20}) \end{aligned}$$

$$\text{On a } \begin{cases} \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A} = \vec{B} \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\overrightarrow{\text{rot}} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{\text{rot}} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 &\Rightarrow \exists \vec{V} / \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\text{grad} V \\ &\Rightarrow \vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \text{grad} V \quad (\text{II.21}) \end{aligned}$$

Avec :

- $V$  : potentiel scalaire électrique.

On pose :  $\vec{J}_S = -\sigma \text{grad} V$

On obtient l'expression suivante :

$$\vec{J} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_S \quad (\text{II.22})$$

Pour un matériau conducteur, on considère l'hypothèse suivante :

$$\vec{J}_C \gg \vec{J}_D.$$

Les courants de conduction l'emportent devant les courants de déplacements d'où l'équation [II.4] devient :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_C \quad (\text{II.23})$$

On sait que :

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \cdot \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_C \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \vec{J}_{S\varphi} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}}{\mu} = \vec{J}_S - \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (\text{II.24})$$

On a :  $\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}$

D'où :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}}{\mu} \right) + \sigma \cdot \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{S\varphi} \quad (\text{II.25})$$

Avec :  $\vec{J}_S = -\sigma \text{grad} V$

Et on obtient l'équation magnétodynamique transitoire en termes de potentiel vecteur magnétique est donnée par la relation :

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left( \frac{1}{\mu} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\vec{J}_{S\varphi} \quad (\text{II.26})$$

### II-2-6 Equations des différentes régions d'un système électromagnétique :

#### II-2-6-1 Equation dans l'air :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{II.27})$$

#### II-2-6-2 Equation dans la bobine :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = -\vec{J}_{S\varphi} \quad (\text{II.28})$$

#### II-2-6-3 Equation dans le mobile :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{II.29})$$

### II-2-6-4 Equation dans le circuit magnétique

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \nu \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{II.30})$$

### II-3 Les Méthodes numériques pour la résolution du problème :

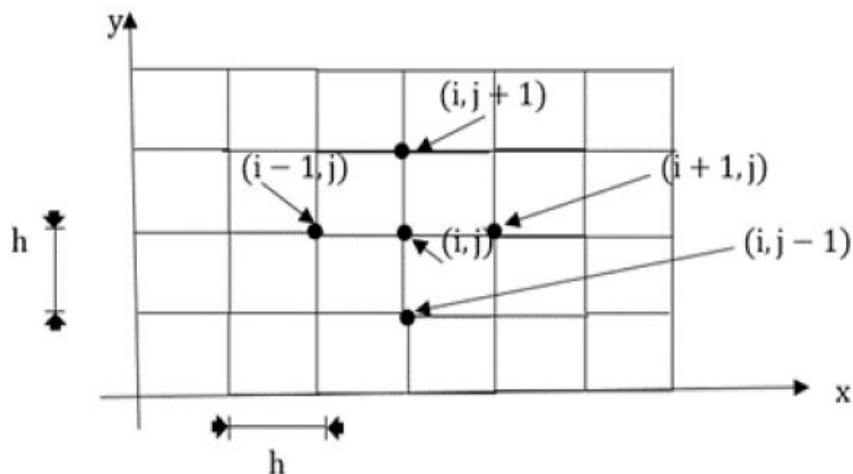
L'utilisation des méthodes numériques de discrétisation consiste à ramener la résolution des équations aux dérivées partielles dans le domaine d'étude, compte tenu des conditions aux limites, à celle d'un système d'équations algébriques dont la solution donne les valeurs et les distributions des grandeurs recherchées.

Des méthodes numériques, nous citons :

- ❖ Méthode des Différences Finies (MDF)
- ❖ Méthode des Volumes Finis (MVF)
- ❖ Méthode d'Intégrale de Frontière (MIF)
- ❖ Méthode des Eléments Finis (MEF)

#### II-3-1 Méthodes différences finies (MDF) :

Le principe de la méthode des différences finies consiste à approcher l'opérateur différentiel qui est remplacé par une différence de valeurs de la fonction aux points. Donc l'équation aux dérivées partielles est remplacée par une approximation de l'opérateur différentiel en chaque point (nœud) du réseau carré représentant le domaine d'étude.



**Figure II.2 :** Grille de maillage par différences finies.

On peut écrire les dérivées successives par rapport à un point donné  $(i, j)$  comme suit :

$$\left( \frac{\partial A}{\partial x} \right)_{i,j} \approx \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2h} \quad (\text{II.31})$$

$$\left(\frac{\partial A}{\partial Y}\right)_{i,j} \approx \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h} \quad (\text{II.32})$$

Les dérivés d'ordre 2 s'écrivent :

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial X^2}\right)_{i,j} \approx \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{h^2} \quad (\text{II.33})$$

$$\left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} \approx \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{h^2} \quad (\text{II.34})$$

La Somme membre à membre des équations (II.33) et (II.34) permet d'obtenir la formule générale de discrétisation du Laplacien, appelée aussi formule à « cinq points » suivante :

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} - 4A_{i,j}}{h^2} \quad (\text{II.35})$$

### II-3-2 Méthodes des volumes finies (MVF) :

La Méthode des Volumes Finis (MVF) se déduit de la méthode des différences finies. Mais, contrairement à cette dernière qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volumes finis utilise, comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales. Toutefois, la méthode des éléments finis utilise une formulation variationnelle de l'équation à résoudre (on parle aussi de forme faible), tandis que la méthode de volumes finis est fondée directement sur la forme dite forte de l'équation. Cette méthode a été initialement utilisée en mécanique des fluides puis elle est appliquée pour la résolution des équations de Maxwell. [23]

### II-3-3 Méthodes d'approximation Intégrale et variationnelle :

La formulation intégrale est composée de deux types citée dans ce qui suit :

- La formulation variationnelle.
- La formulation projective (résidus pondérés).

#### II-3-3-1 Formulation variationnelle :

L'utilisation de la méthode variationnelle exige la connaissance au préalable de la fonctionnelle d'énergie à étudier. En générale cette formule est construite à partir du principe de l'action hamiltonienne qui stipule l'existence d'une fonctionnelle de type intégrale définie par. [25]

$$F(A) = \int_{\Omega}' L(q_i, \dot{q}_{ij}) d\Omega \quad (\text{II.36})$$

Avec :

- $x_i$ : variables,  $i = 1, \dots, n$ .
  - $q_j$ : variables d'état,  $j = 1, \dots, n$ .
- Dérivées des fonctions d'états.

$$q'_{ij} = \frac{\partial q_i}{\partial x_{jk}} \quad (\text{II.37})$$

$$(x_i, q_j, q'_{ij}) = (W_c - W_p) \quad (\text{II.38})$$

Avec :

- $L$ : la fonction de Lagrange qui résulte la coénergie de type cinétique et l'énergie potentielle.
- $w_c$ : coénergie de type cinétique.
- $w_p$ : énergie potentielle.

### II-3-3-2 Méthode résidus pondérés :

Appelée aussi méthode de Galerkin, son principe est basé sur un théorème applicable dans un espace de Hilbert stipulant que seul le vecteur nul est orthogonal à tous les vecteurs de l'espace. Son principe consiste à chercher la solution approchée du problème partant directement des EDP. La méthode des résidus pondérés présente un intérêt particulier par rapport la formulation variationnelle car elle ne nécessite pas la connaissance au préalable de la fonctionnelle de l'énergie. [28]

Soit  $(f, g) \in U^2$ , l'orthogonalité de  $f$  et  $g$  se traduit par :

$$\int_{\Omega} f g \, d\Omega = 0 \quad (\text{II.39})$$

La méthode des résidus pondérés consiste à rechercher dans des fonctions  $A$  qui satisfaisant les conditions aux limites et telles que pour toutes fonctions  $\emptyset$  qui est des conditions de dérivabilité déterminées par cette relation: [29]

$$\int \emptyset [L(A) - f] \, d = 0. \quad (\text{II.40})$$

$$\iint R_i \emptyset_i \, d = 0 \quad (\text{II.41})$$

Si les fonctions de pondérations sont bien choisies, l'intégrale du résidu doit s'annuler en  $n$  points du domaine  $\Omega$ . La détermination du résidu se fait par : [28]

$$R = L(A) - f_v \quad (\text{II.42})$$

Avec :

- $R$  : représente le résidu de l'approximation.

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

- $L$  : Opérateur différentiel.
- $f_v$  : Fonction définie sur le domaine d'étude  $\Omega$ .
- $A$  : L'inconnue du problème.

### II-3-4 La méthode des éléments finis :

La méthode des éléments finis est basée sur une formulation intégrale du problème aux dérivées partielles, cette formulation peut être de type variationnelle ou résidus pondérés. L'efficacité de cette méthode en tant qu'outil numérique de détermination de la répartition fine des grandeurs électromagnétiques au sein des machines électrique réside en sa puissance et sa souplesse, en effet cette méthode permet d'éliminer la plupart des hypothèses restrictives.

Nous présentons dans ce qui suit quelques éléments :

#### ■ Éléments à une dimension :

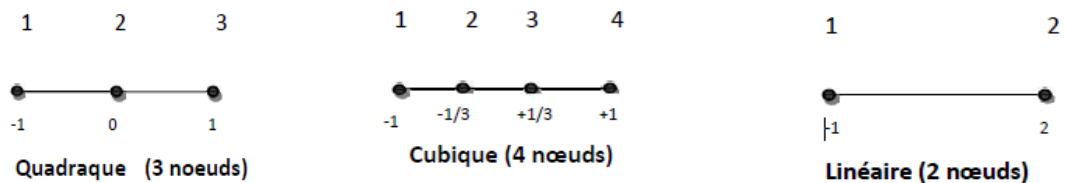


Figure II.3 : Discretisation des éléments à une dimension.

#### ■ Éléments à deux dimensions :

##### Éléments triangulaire :

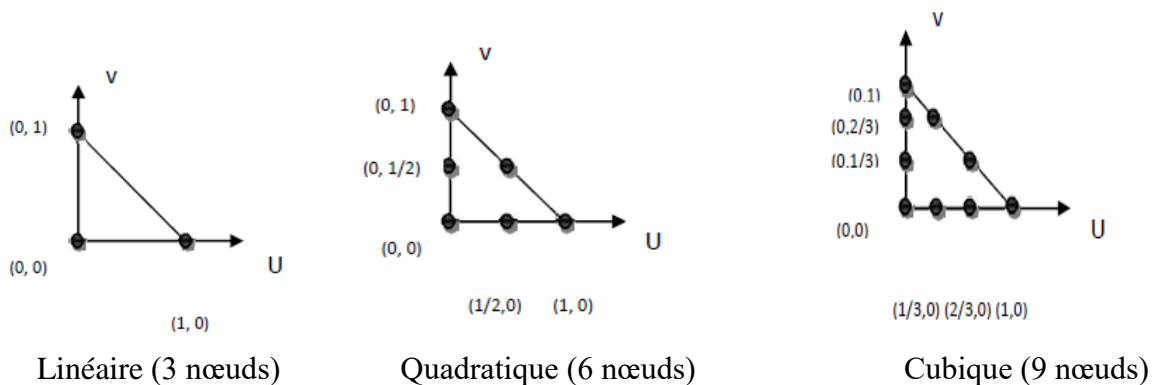


Figure II.4 : Discretisation des éléments triangulaires.

Eléments carrée :

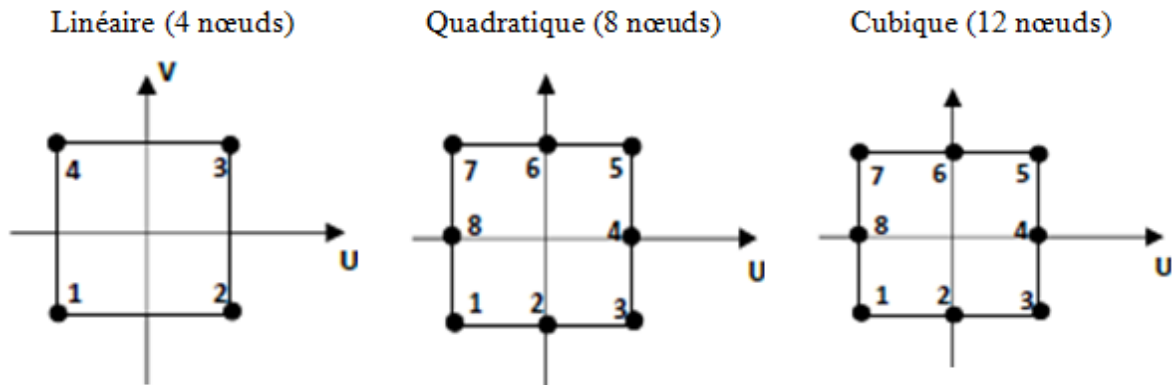


Figure II.5 : Discretisation des éléments carrés.

### ▪ Éléments à trois dimensions

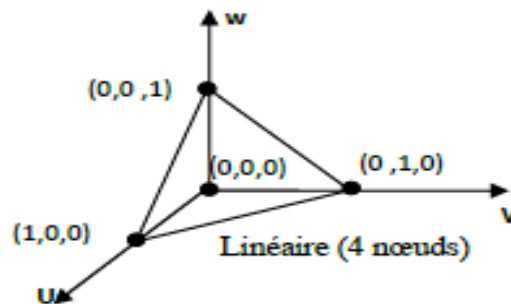


Figure II.6 : Discretisation des éléments à trois dimensions.

### II-3-4-1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique

#### ○ Modélisation de la physique du problème

- Choix des équations régissant le problème avec conditions limites et initiales.
- Choix du domaine physique.
- Loi de comportement.
- Autres hypothèses ...

#### ○ Représentation discrète de la géométrie : Génération d'un maillage.

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

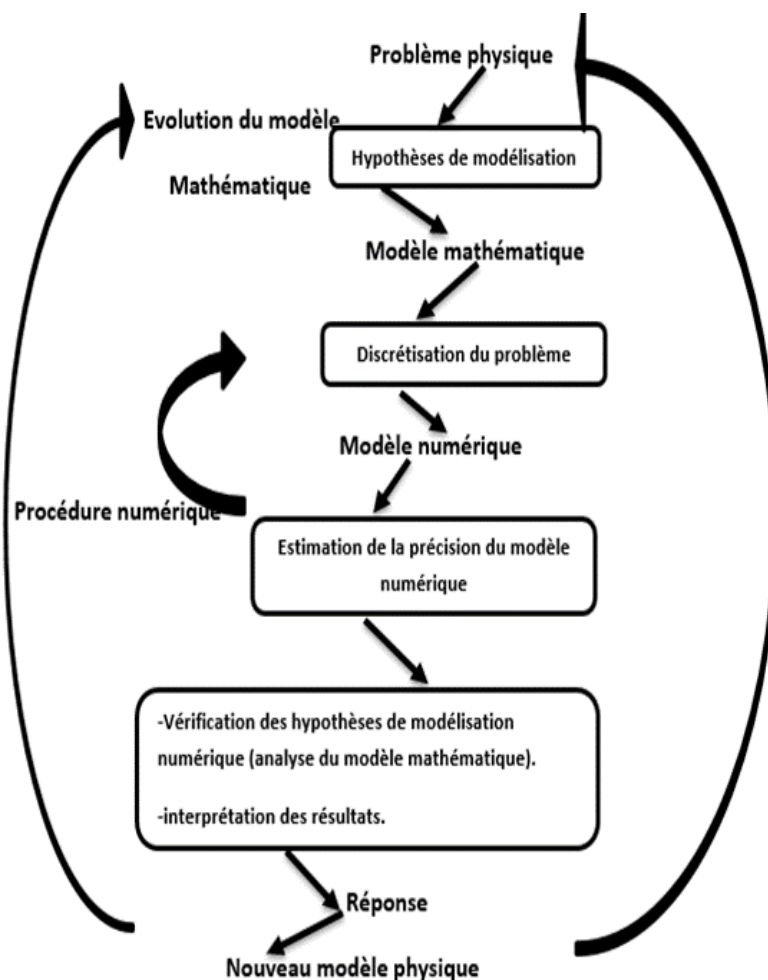
- **Obtention de l'équation d'équilibre discrète** : Cette étape consiste à remplacer tous les termes de dérivées sous une forme discrète à l'aide d'une technique basée sur les développements limités.
- **Assemblage du système discret** : Application de l'équation discrète sur l'ensemble des nœuds autorisés pour obtenir le système suivant :

$$[M]\{A\} = \{K\}$$

- **Mise en place des conditions aux limites dans le système d'équations.**
- **La résolution, pour un problème linéaire**, il s'agit de trouver :

$$\{A\} = [M]^{-1} \{K\}$$

### ❖ Analyse des résultats.



**Figure II.7 :** Les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis.

### II-3-4-2 Avantages et inconvénients de la MEF :

➤ **Les Avantages :**

- Adaptation aux géométries complexes ;
- Prise en compte du non linéarité accrue ;
- Temps de calcul relativement avantageux.

➤ **Les inconvénients :**

- Mise en œuvre relativement difficile ;
- Prise en considération de domaine infinie ;
- Présence de singularités dans le domaine d'étude.

## II.4 Les Modèles électromagnétiques :

Les équations de Maxwell décrivent globalement tous les phénomènes électromagnétiques. Suivant les dispositifs étudiés, certains phénomènes deviennent négligeables, les équations se découplent alors en donnant naissance à des modèles plus simples. Parmi ces modèles, on en distingue [30]

- ◆ Modèle électrostatique.
- ◆ Modèle électrocinétique.
- ◆ Modèle magnétostatique scalaire.
- ◆ Modèle magnétostatique vectoriel.
- ◆ Modèle magnétodynamique.

### II-4-1 Le modèle magnétodynamique :

Ce type de modèle s'applique à des systèmes contenant des sources d'alimentation variables dans le temps qui engendrent des courants induits suite aux variations des champs électriques et magnétiques dans l'espace et dans le temps. Ecrivons les deux équations de Maxwell qui se présentent sans terme source.

L'équation obtenue à partir des équations de Maxwell permet l'interprétation des problèmes magnétodynamiques avec le terme source :

$$\vec{\nabla} \wedge \left( \frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \wedge \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{II.43})$$

En tenant compte de la condition de la jauge de Coulomb :

$$\vec{\nabla} \wedge \vec{A} = 0 \quad (\text{II.44})$$

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

Qui assure l'unicité de la solution, la nature des caractéristiques magnétique et électrique permettent de définir deux types de modèle magnétodynamique

- Modèle linéaire.
- Modèle non linéaire

Si la réductivité magnétique  $\nu$  est indépendante du champ  $\vec{H}$ , et que la conductivité électrique  $\sigma$  ne dépend pas de la température (c'est qu'une approximation en réalité), le modèle ainsi défini est linéaire, l'équation magnétodynamique (II.53) devient :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge \vec{A}) + \sigma \mu \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \mu \vec{J}_s \quad (\text{II.45})$$

### ❖ Cas cartésien

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée sous l'écriture suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] - j\omega \sigma A_z = -J_{sz} \quad (\text{II.46})$$

La formulation intégrale de (III.52) est sous la forme suivante :

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j\omega \sigma A_z \right) \Psi_i dx dy = \iint_{\Omega} J_{sz} \Psi_i dx dy \quad (\text{II.47})$$

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) - j\omega \sigma A_z \right) \Psi_i dx dy = \iint_{\Omega} J_{sz} \Psi_i dx dy \quad (\text{II.48})$$

En appliquant le théorème de Green, qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right) \Psi_i dx dy &= - \iint_{\Omega} \nu \vec{\nabla} A_z \cdot \vec{\nabla} \Psi_i dx dy \\ &+ \int_{\Gamma} \nu \frac{\partial A_z}{\partial n} \Psi_i d\Gamma \end{aligned} \quad (\text{II.49})$$

En remplaçant (III.52) dans (III.53) on aura :

$$\begin{aligned} \iint_{\Omega} \nu \vec{\nabla} A_z \cdot \vec{\nabla} \Psi_i dx dy - \int_{\Gamma} \nu \frac{\partial A_z}{\partial n} \Psi_i d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma A_z \Psi_i dx dy \\ = - \iint_{\Omega} J_{sz} \Psi_i dx dy \end{aligned} \quad (\text{II.50})$$

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

Dans le cas des conditions aux limites de types Dirichlet ou Neumann homogènes, le terme sur la frontière est nul. On aura :

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0$$

Donc l'équation (III.54) devient :

$$\int \mathbf{v} \overline{\nabla A_z} \overline{\nabla \Psi_i} dxdy + j\omega \iint \sigma A_z \Psi_i dxdy = - \iint J_{sz} \Psi_i dxdy \quad (\text{II.51})$$

$$A_z^T \iint_{\Omega} \mathbf{v} \overline{\nabla \phi_i} \overline{\nabla \phi_j} dxdy + j\omega A_z^T \iint \sigma \phi_i \phi_j dxdy = - \iint_{\Omega} J_{sz} \phi_j dxdy \quad (\text{II.52})$$

Sous la forme matricielle elle devient :

$$\llbracket A_z^T \rrbracket \llbracket M \rrbracket + j\omega \llbracket A_z^T \rrbracket \llbracket L \rrbracket = \llbracket N \rrbracket \quad (\text{II.53})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \mathbf{v} \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right) dxdy = \iint_{\Omega} \mathbf{v} \overline{\Delta \phi_i} \overline{\Delta \phi_j} dxdy \quad (\text{II.54})$$

$$L_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \phi_i \phi_j dxdy$$

$$N_{ij} = \iint_{\Omega} J_z \phi_j dxdy$$

$$A = A_r + jA_i$$

Avec :

$A_r$  : Partie réelle de A

$A_i$  : Partie imaginaire de A

### ❖ Cas axisymétrique

Dans ce cas la formulation intégrale est donnée sous forme suivante:

$$\iint_{\Omega} \left( \frac{\partial}{\partial r} \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial A}{\partial z} \right) \frac{\mathbf{v}}{r} \psi_i drdz - j\omega \iint_{\Omega} \sigma A \Psi_i \frac{drdz}{r} = - \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\phi} drdz \quad (\text{II.55})$$

Avec:  $A = rA_\phi$

L'application du théorème de Green donne :

$$\iint_{\Omega} \overline{\Delta A} \overline{\nabla \psi_i} \frac{\mathbf{v}}{r} drdz - \int_{\Omega} \frac{\mathbf{v}}{r} \frac{\partial A}{\partial n} \psi_i d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \sigma A \psi_i \frac{drdz}{r} = \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\phi} drdz \quad (\text{II.56})$$

Dans le cas des conditions aux limites de types Dirichlet ou Neumann homogènes, le terme sur la frontière est nul

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

On aura:

$$\frac{\partial A}{\partial n} = 0$$

Donc l'équation devient:

$$A^T \iint_{\Omega} \overline{\nabla \phi_i} \overline{\nabla \phi_j} \frac{v}{r} dr dz + j\omega A^T \iint_{\Omega} \sigma \phi_i \phi_j \frac{dr dz}{r} = \iint_{\Omega} \psi_i J_{sz} dr dz \quad (\text{II.57})$$

L'écriture sous forme matricielle est la suivante:

$$[A^T][M] + j\omega[A^T][L] = [N] \quad (\text{II.58})$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} v \left( \frac{\partial \phi_i}{\partial x} \frac{\partial \phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \phi_i}{\partial y} \frac{\partial \phi_j}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} \mu \overline{\nabla \phi_i} \overline{\nabla \phi_j} dx dy \quad (\text{II.59})$$

Ou :

$A_r$  : est la partie réelle de A.  $A_i$  : est la partie imaginaire.

### Modèle magnétostatique

#### ❖ Cas cartésien:

On a l'équation magnétique suivante :

$$\vec{\nabla} \wedge (\vec{\nabla} \wedge A) = \vec{J}_S$$

D'où

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right] = -J_{sz}$$

Avec :

$v = \frac{1}{\mu}$  : réductivité magnétique du milieu [H/m]

$\vec{A}$  : Potentiel vecteur magnetique [T.m]

$\vec{J}_{sz}$  : vecteur de densité source [A/m<sup>2</sup>]

En utilisant la méthode de Galerkin on aura :

$$\int R_i \psi_i d\Omega = 0 \quad (\text{II.60})$$

On aura

$$R_i = \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( v \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( v \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] + J_{sz} \quad (\text{II.61})$$

$$\iint_{\Omega} \psi_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] = \iint_{\Omega} \psi_i J_{sz} dx dy \quad (\text{II.62})$$

En appliquant le théorème de Green nous obtenons :

$$\iint_{\Omega} \psi_i \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] dx dy = C \quad (\text{II.63})$$

$$C = - \iint_{\Omega} \nu \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial n} \psi_i \right) d\Gamma \quad (\text{II.64})$$

Avec :

$\psi_i$  : Fonction de forme

$\Gamma$  : La frontière du domaine  $\Omega$ .

En introduisant (II.64) dans (II.65) on aura :

$$- \iint_{\Omega} \nu \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy + \int \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial n} \psi_i \right) d\Gamma = - \iint_{\Omega} J_{sz} \psi_i dx dy \quad (\text{II.65})$$

$$\iint_{\Omega} \nu \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy - \int \left( \nu \frac{\partial A_z}{\partial n} \psi_i \right) d\Gamma = \iint_{\Omega} J_{sz} \psi_i dx dy \quad (\text{II.66})$$

Lorsque le problème présente une condition aux limite de type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière sera nul.

Avec :

$$\int \frac{\partial A_z}{\partial n} \phi_i d\Gamma = 0$$

$$\frac{\partial A_z}{\partial n} = 0$$

D'où l'équation (II.67) devient:

$$\iint_{\Omega} \nu \left( \frac{\partial \psi_i}{\partial x} \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \psi_i}{\partial y} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{\Omega} J_{sz} \psi_i dx dy \quad (\text{II.67})$$

En écriture condensée de (II.68), on aura :

$$\iint_{\Omega} \vec{\nabla} \psi_i \vec{\nabla} A_z dx dy = \iint_{\Omega} \mu J_{sz} \psi_i dx dy \quad (\text{II.68})$$

## Chapitre II Méthodes de résolution des équations électromagnétique

Sachant que :

$$A_z(x, y) = \Phi A_z = A_z^T \Phi^T$$

Donc :

$$\vec{\nabla} A_z = A_z^T \vec{\nabla} \Phi^T$$

D'ou l'équation devient :

$$A_z^T = - \iint_{\Omega} \vec{\nabla} \Phi^T \vec{\nabla} A \psi_i dx dy = \iint_{\Omega} J_{sz} \psi_i dx dy \quad (\text{II.69})$$

La méthode de Galerkin implique :

$$\phi_i = \psi_i$$

On pose :

$$\phi^T = \phi_i$$

Donc :

$$\phi_i = \phi_j = \psi_i$$

Avec :

$\Phi$ : fonction de forme.

$\psi$ : fonction de projection.

Donc l'équation (III.70) devient :

$$[M][A_z^T] = [K] \quad (\text{II.70})$$

Avec :

$$M_{i,j} = \int_{\Omega} \nu \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} \phi_j dx dy$$

$$K_j = \int_{\Omega} j_{sz} \phi_j dx dy$$

$$[A_z^T] = [A_i + A_1 + A_2 \dots]$$

Pour la résolution de ce système, on utilise la méthode de Gauss-Cholesky quand  $\mu$  dépend du champ magnétique.

### Cas axisymétrique

L'équation magnétostatique axisymétrique s'écrit comme suit :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( v \frac{\partial A r \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{\partial r A \varphi}{\partial z} \right) \right] = -J_{s\varphi} \quad (\text{II.71})$$

En considérant  $A = rA\varphi$ , l'équation (II.72) devient :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial z} \right) = -J_{js\varphi} \quad (\text{II.72})$$

La formulation intégrale de (II.73) donne :

$$\iint_{\Omega} \Psi_i \left[ \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial z} \right) \right] dr dz = - \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II.73})$$

Appliquant le théorème de Green au premier terme de l'équation (II.74), on obtient:

$$\iint_{\Omega} \Psi_i \left[ \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial z} \right) \right] dr dz = - \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II.74})$$

Appliquant le théorème de Green au premier terme de l'équation (II.75), on obtient:

$$\iint_{\Omega} \Psi_i \frac{v}{r} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \right) dr dz = - \int \frac{v}{r} \overrightarrow{\nabla \Psi} \overrightarrow{A \nabla} dr dz + \int \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial n} \psi dr dz \quad (\text{II.75})$$

On introduit (III.75) dans (II.76) on aura :

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \overrightarrow{\nabla \Psi} \overrightarrow{A \nabla} dr dz - \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \frac{\partial A \varphi}{\partial n} \psi z d\Gamma = \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II.76})$$

Dans le cas de condition aux limites types Dirichlet ou Neumann homogènes qui annule le terme sur la frontière.

$$\frac{\partial A \varphi}{\partial n} = 0$$

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \overrightarrow{\nabla \Psi} \overrightarrow{A \nabla} dr dz = \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II.77})$$

Après la transformation de l'équation II.78 on obtient :

$$[A^T]. \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \overrightarrow{\nabla \Psi} \overrightarrow{A \nabla} dr dz = \iint_{\Omega} \Psi_i J_{s\varphi} dr dz \quad (\text{II.78})$$

Donc finalement l'équation s'écrit sous la forme matricielle

$$[M] \cdot [A^T] = [K]$$

Avec :

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{\nu}{r} \vec{\nabla} \phi_i \vec{\nabla} \psi_j \, d\mathbf{r} \, dz$$

$$K_j = \iint_{\Omega} \phi_j J_{js\varphi} \, d\mathbf{r} \, dz$$

$$[A] = [A_1 + A_2 + \dots]^T$$

### II-5 Force magnétique :

#### II-5-1 Force déduite à partir de la méthode de l'énergie magnétique totale :

Elle est parmi les méthodes les plus utilisées pour le calcul de la force, basée sur la variation de l'énergie provoquée par un déplacement, en maintenant le courant constant.

Elle déterminée par la formule suivante :

$$Fm = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{\Omega} \left( \int_0^B H \cdot dB \right) d\Omega \right] \quad (\text{II.79})$$

Avec :

x : la variation spatiale de la coordonnée. [A]

#### II-5-2 Force déduite à partir de la méthode de co-énergie :

La force magnétique dans ce cas est obtenue par le calcul de la dérivée de la co-énergie magnétique par rapport au déplacement, tout en maintenant le flux constant, elle est donnée par l'expression suivante :

$$Fco = \frac{\partial}{\partial x} \left[ \int_{\Omega} \left( \int_0^H B \cdot dH \right) d\Omega \right] \quad (\text{II.80})$$

#### II-5-3 Force déduite à partir du travail virtuel :

Cette méthode est basée sur le principe de conservation de l'énergie. Cependant la somme des énergies électriques et mécaniques introduites dans le système est égale à la variation des énergies mécaniques, électriques et magnétiques emmagasinées plus les pertes. Dans le cas du modèle à éléments finis les énergies mécaniques et électriques ne varient pas. En négligeant les pertes par hystérésis et par courants de Foucault, l'énergie magnétique  $W_e$  emmagasinée est une fonction du flux du champ et de la position, la co-énergie  $W_c$  est une fonction du courant et de la position.

Le travail dû au mouvement de la machine est donc égal à la variation de la co-énergie. Par conséquent, la variation de la co-énergie par rapport à la variation de la position angulaire  $\theta$  est égale au couple électromagnétique ( $C_e$ ) développé par la machine, tel que :

$$C_e = \frac{\Delta W_c}{\Delta \theta} \quad (\text{II.81})$$

Cette méthode nécessite deux solutions du champ magnétique correspondant à deux positions du rotor et cela augmente le temps de calcul.

#### II-5-4 Force magnétique déduite à partir de la méthode du tenseur de Maxwell

Cette méthode permet de calculer directement la force ou le couple à partir de la distribution du champ électromagnétique.

Dans le cas d'un système à deux dimensions, la force et le couple sont évalués par intégration du tenseur de Maxwell (densité de force) sur un contour qui délimite la partie en mouvement.

Pour une distribution de l'induction magnétique B connue et un contour l englobant la partie mobile, les expressions de la force  $F_t$  et du couple  $C_e$  agissant sur cette partie sont :

$$F_t = \int_C \left[ \frac{1}{\mu_0} \cdot B(B \cdot n) - \frac{1}{2 \cdot \mu_0} B^2 \cdot n \right] dl \quad (\text{II.82})$$

$$C_e = r \times F_t \quad (\text{II.83})$$

Cette méthode est directe, elle nécessite qu'une seule solution du champ pour calculer le couple pour une position donnée du rotor. En effet, le temps de calcul par cette méthode est plus faible que la méthode du travail virtuel. [31]

### II-5-5 Force déduite à partir de la méthode de LORENTZ :

La force électromagnétique de Lorentz résulte de la coexistence d'une induction magnétique résultante d'une source d'excitation et d'une densité de courant induit dans un milieu conducteur. L'expression.

$$\vec{F} = \iiint_v \vec{j} \wedge \vec{B} dv \quad (\text{II.84})$$

$\vec{j}$ : Densité de courant [A/m<sup>2</sup>].

Le terme  $\vec{j} \wedge \vec{B}$  représente la densité de la force magnétique qui est souvent utilisée à la place de la force magnétique. [20]

Les expressions de la force adoptée pour nos calculs seront donnée par :

➤ **la force de Lorentz dans la direction r :**

$$F_r = 2 \times \pi \times r \times J_{phi} \times B_z \quad (\text{II.85})$$

r : rayon de mobile (mm)

$J_{phi}$  : Densité de courant (A/mm<sup>2</sup>)

$B_z$  : Induction magnétique dans la direction z (T)

➤ **la force de Lorentz dans la direction z**

$$F_z = -2 \times \pi \times r \times J_{phi} \times B_r \quad (\text{II.86})$$

$B_r$  : Induction magnétique dans la direction r (T)

➤ **le module de la force de Lorentz :**

$$F_m = \sqrt{F_r^2 + F_z^2} \quad (\text{II.87})$$

### **II-6 Conclusion :**

Nous avons entamé ce chapitre par la présentation des lois fondamentales de l'électromagnétisme, et sur la base des équations de Maxwell, nous avons présenté les modèles électromagnétiques (magnétostatique et magnétodynamique) sous forme d'équations aux dérivées partielles.

Par la suite nous avons exposé d'une manière globale les différentes méthodes de résolution de ces équations différentielles aux dérivées partielles, et nous avons terminé le chapitre par la présentation des différentes méthodes de calcul des forces magnétiques dans les dispositifs électromagnétiques qui sera l'objectif de notre application. [19]

### III-1 Introduction :

La modélisation des dispositifs électromagnétiques est essentielle pour le développement et l'optimisation des systèmes électromécaniques modernes. Parmi ces dispositifs, l'actionneur électromagnétique est crucial, étant largement utilisé dans les applications industrielles et technologiques, comme les systèmes de contrôle automatique et les équipements médicaux. La performance et la fiabilité de ces actionneurs sont vitales, nécessitant une analyse rigoureuse et une modélisation précise.

Après avoir établie la partie théorique, nous passerons à la deuxième partie qui représente l'application et validations des résultats.

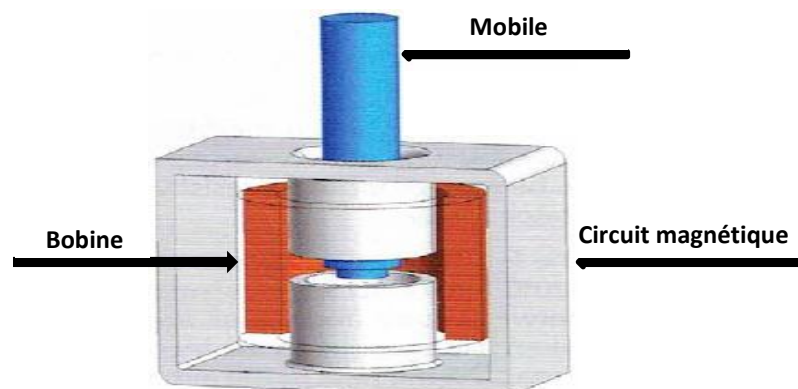
Ce troisième chapitre présente l'application de la méthode des éléments finis (MEF) pour modéliser les actionneurs électromagnétiques. Nous détaillons le processus de modélisation, incluant la création du modèle géométrique, la définition des propriétés des matériaux et l'application des conditions aux limites. Ensuite, des simulations sont réalisées pour évaluer les performances de l'actionneur, analysant les distributions de champ magnétique et les forces générées. Les résultats sont discutés pour identifier les points forts, les limitations.

Enfin, ce chapitre examine les avantages et les limitations de la MEF dans ce contexte, l'objectif est de fournir une compréhension approfondie de la modélisation des actionneurs électromagnétiques avec la MEF.

### III-2 Description du dispositif :

Le dispositif étudié est un actionneur électromagnétique, ce dispositif se compose d'une partie fixe circuit magnétique alors que le secondaire représente la partie mobile. Les deux parties sont réalisées à partir d'un matériau en fer.

Quand les enroulements en cuivre à résistivité constante sont alimentés par une tension alternative, un champ magnétique de traction apparaît et induit des courants, dans le circuit magnétique, Le champ magnétique et les courants donne naissance à une force de poussé qui déplace le mobile.



**Figure III.1:** Dispositif étudié.

Nous utiliserons une modélisation en deux dimensions axisymétrique avec le logiciel Comsol Multiphysics pour notre actionneur, cette modélisation nous permettra de calculer les forces magnétiques et les forces suivant  $r$  et  $z$  dues au déplacement du mobile pour les différentes géométries.

### III-3 Dimensions de l'actionneur :

La structure et les dimensions sont présentées dans la Figure ci dessous. Ces paramètres seront utilisés pour modéliser par la méthode des éléments finis.

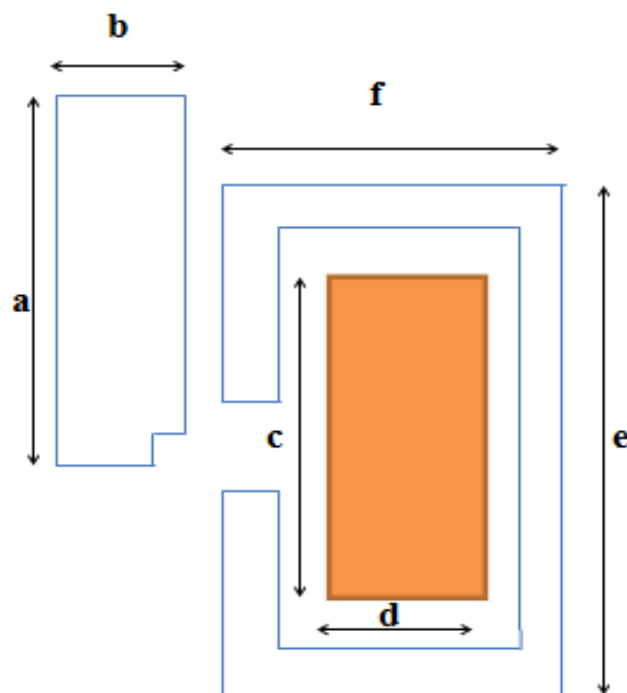


Figure III.2 : Modèle géométrique du dispositif en 2D axisymétrique.

### III-4 Caractéristiques géométriques :

Le présent tableau présente les caractéristiques géométriques du dispositif, notamment la hauteur et la largeur des différents composants de l'actionneur étudié, ainsi que l'entrefer entre la bobine et le circuit magnétique qui est équivalent à celui entre le mobile et le circuit magnétique.

<b>Hauteur du mobile (a)</b>	<b>21.9mm</b>
<b>Largeur du mobile(b)</b>	<b>2.5mm</b>
<b>Hauteur de bobine(c)</b>	<b>14mm</b>
<b>Largeur de bobine(d)</b>	<b>2.95mm</b>
<b>Hauteur de circuit magnétique(e)</b>	<b>21.9mm</b>
<b>Largeur de circuit magnétique (f)</b>	<b>14.8mm</b>
<b>Entrefer(g)</b>	<b>0.5mm</b>

Tableau III.1:Dimensionnement de la géométrie

### III-5 Caractéristiques physique pour les différentes régions :

Le tableau suivant présente les différentes caractéristiques physique des différentes partie de l'actionneur notamment la bobine le circuit magnétique et le mobile ainsi que pour la région de l'air

Propriétés Physiques	L'air	Mobile	Circuit magnétique	Bobine
<b>Perméabilité magnétique relative <math>\mu_r</math></b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>100</b>	<b>1</b>
<b>Conductivité électrique <math>\sigma</math>[S/m]</b>	<b>0</b>	<b><math>35.9 \cdot 10^6</math></b>	<b><math>7.5 \cdot 10^6</math></b>	<b><math>59 \cdot 10^6</math></b>
<b>Permittivité électrique relative (<math>\epsilon_r</math>)</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>Nombre de spires (N)</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>50</b>
<b>Courant d'excitation (I)</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>100 [A]</b>

Tableau III.2:Caractéristiques physique pour les différentes régions

### III-6 Formes différentielles associées aux différentes régions du domaine d'étude :

Chacune des régions des domaines à étudier est régit par une équation aux dérivées partielles que nous citerons ci-dessous :

- l'air :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( v \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{III.1})$$

- Circuit magnétique:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( v \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = -J_\varphi \quad (\text{III.2})$$

- Le mobile :

$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( v \frac{1}{r} \varphi \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( v \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \right] = 0 \quad (\text{III.3})$$

### III-7 Domaine d'étude du dispositif :

Par raison de la symétrie, notre étude s'effectuera sur la moitié du dispositif comme montre la figure suivante, à a quelle on impose sur toutes les frontières du domaine de résolution des conditions limites de type Dirichlet.

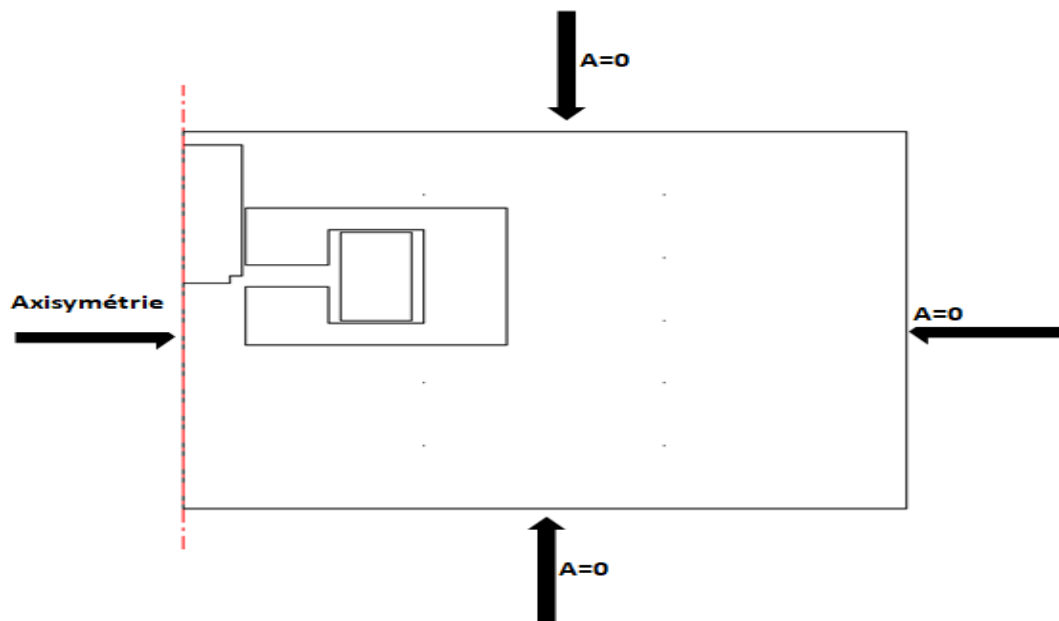
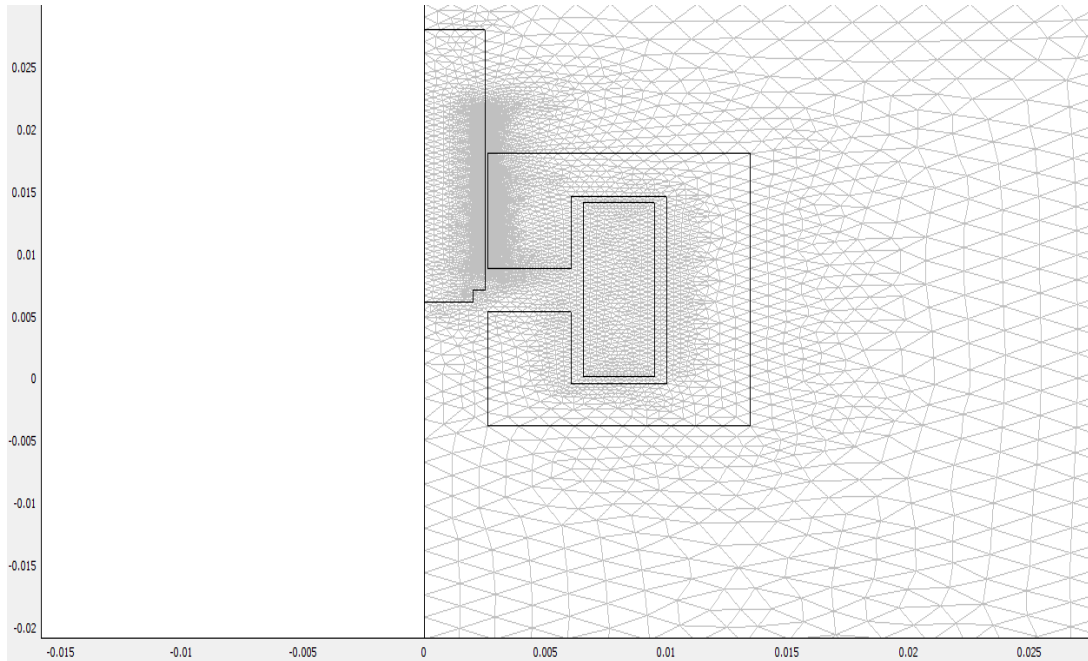


Figure III.3 : Conditions limites.

### III-8 Maillage du dispositif

La figure (III.4) montre le maillage éléments finis du domaine de résolution. Nous avons affiné ce maillage 2 fois au niveau de la pièce pour avoir la meilleure précision possible.



**Figure III.4 :** Maillage du domaine d'étude.

### III-9 Comportement des lignes de champs :

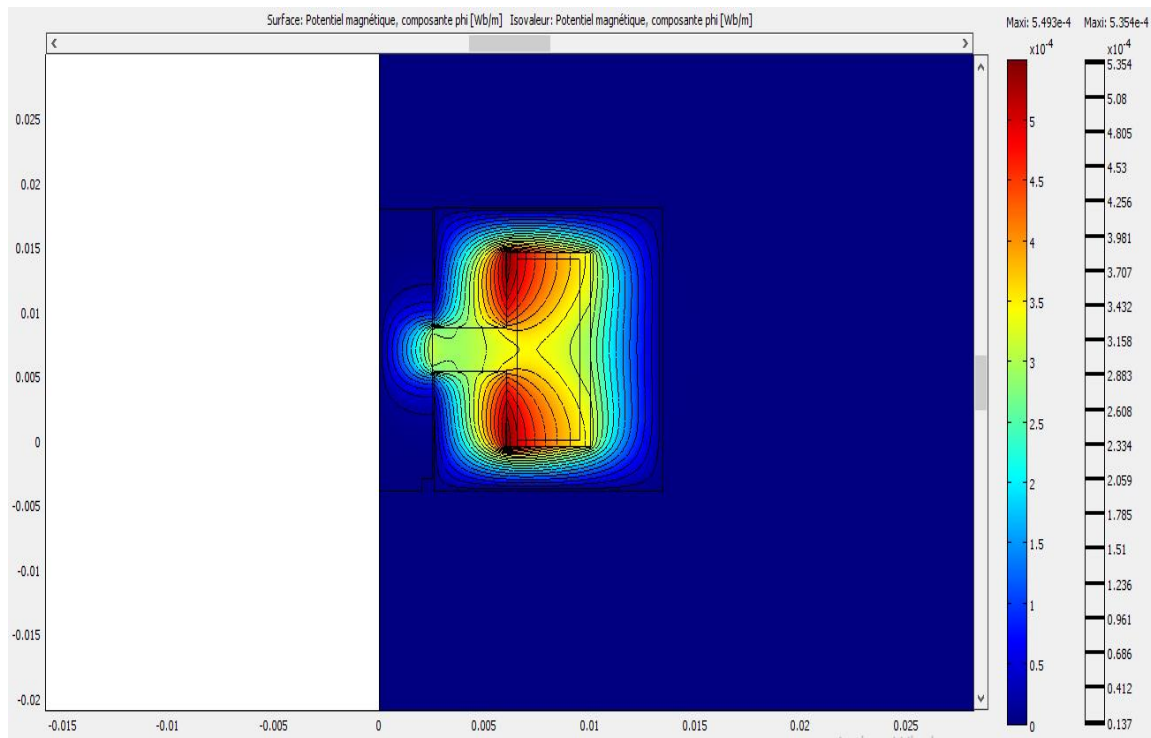


Figure III.5: Comportement du potentiel vecteur magnétique.

### III-10 Résultats et interprétations

#### III-10-1 Effet de la position du mobile sur la force magnétique

Cette figure montre la variation de la force magnétique en fonction de la position du mobile qui se déplace horizontalement du haut vers le bas avec un pas de 2 mm. Avec un courant d'excitation de 100A et une perméabilité relative du mobile égale à 1.

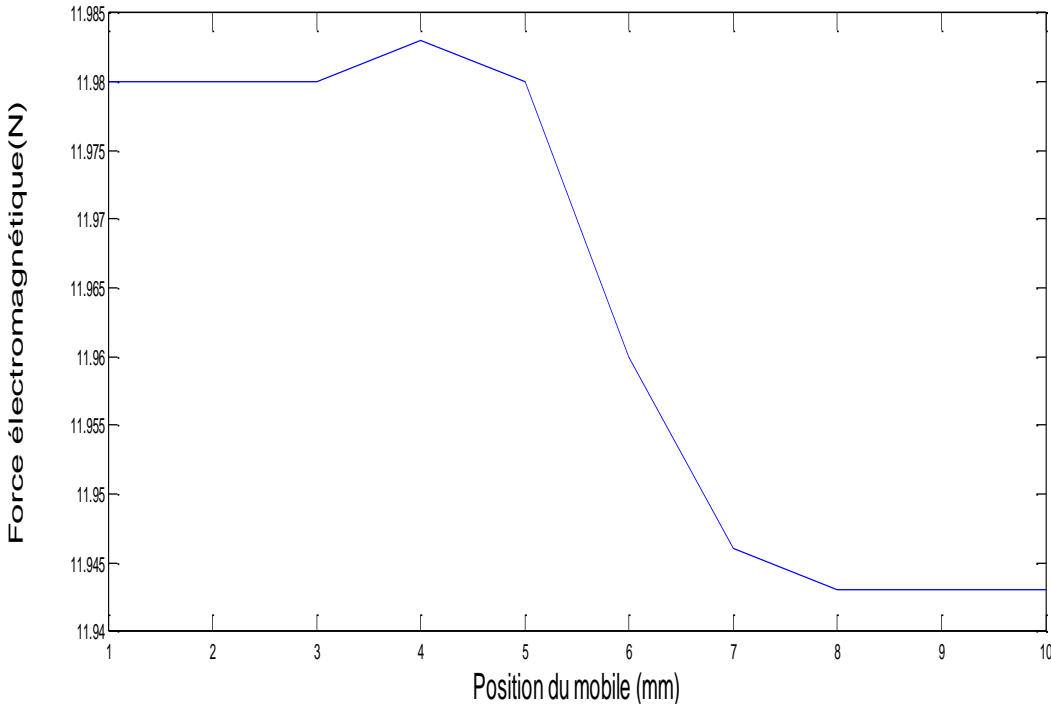


Figure III.6: Variation de la force magnétique en fonction de la position du mobile.

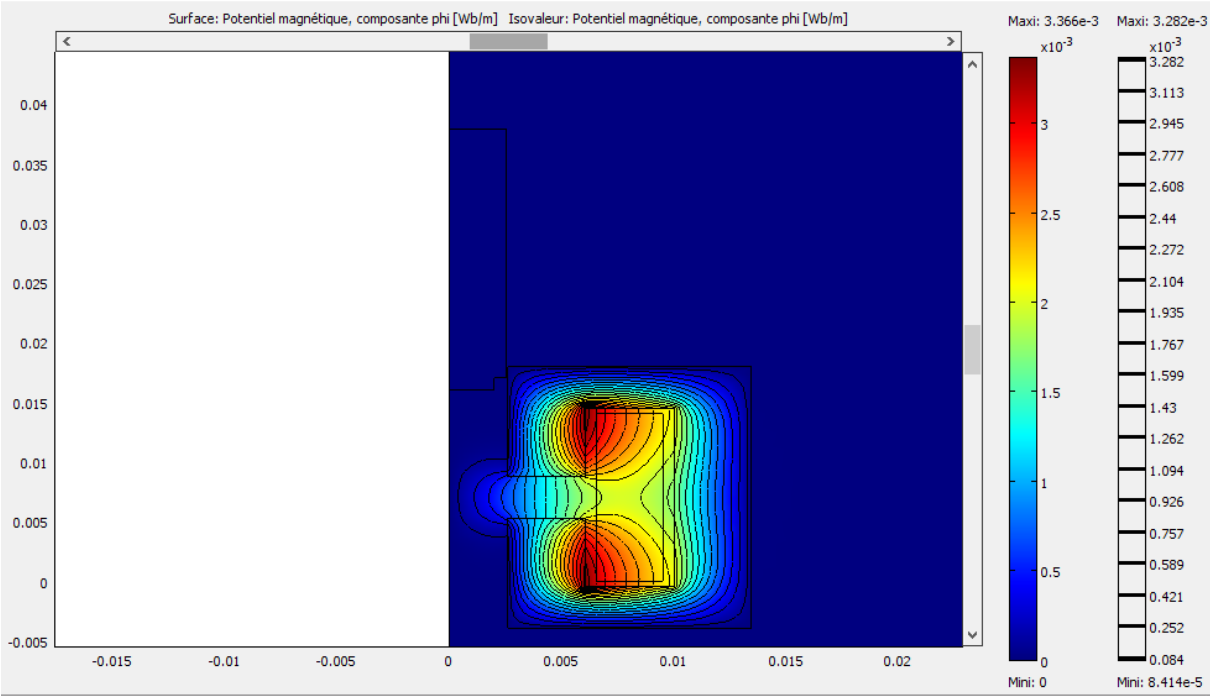
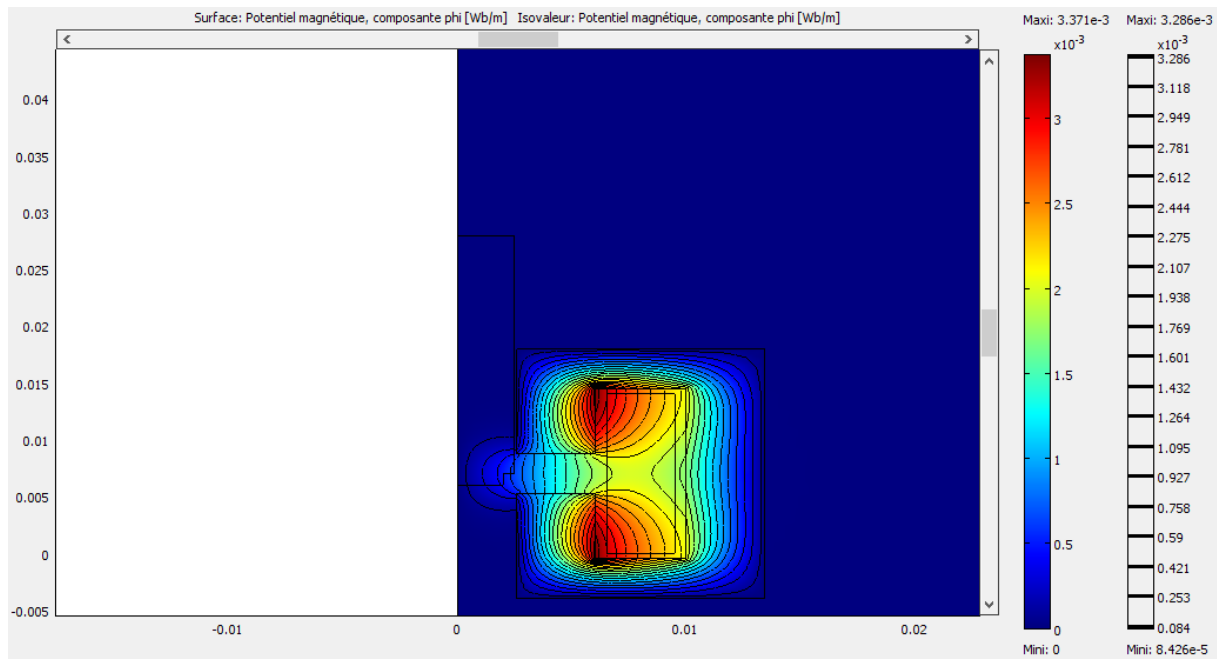
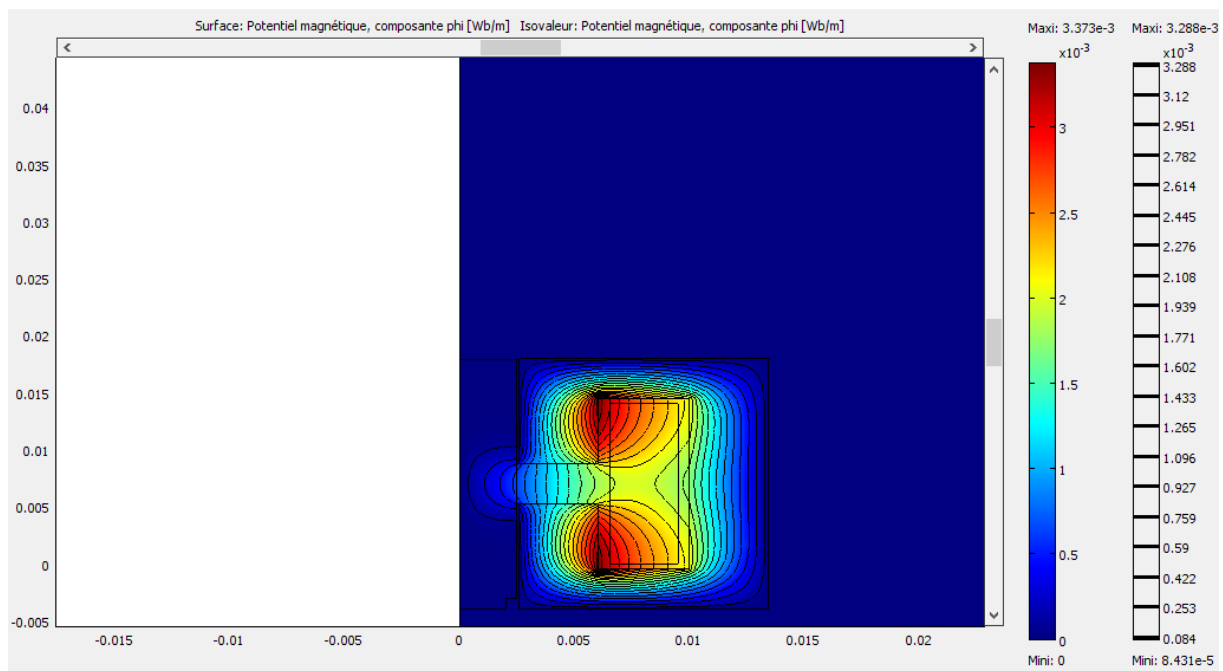


Figure III.7: Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la première position.



**Figure III.8 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la cinquième position



**Figure III.9:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour la neuvième position

La figure (III.6) montre la variation de la force magnétique en fonctionnement du déplacement du mobile, pour un courant de 100A.

Lorsque le mobile est déplacé verticalement vers le bas avec un pas de déplacement de 02 mm, la force magnétique montre une variation distincte. Pour les trois

premières positions, la force reste constante à 11.98 [N]. Cela indique que, dans cette région, la distance entre le mobile et le champ magnétique créé par la bobine reste optimale, permettant une interaction efficace et une force constante.

A la position  $z = 4$  mm, la force magnétique augmente jusqu'à atteindre un maximum de 11,985 [N]. Cette augmentation suggère que le mobile se rapproche d'une région où le champ magnétique est plus intense. La distance entre le mobile et le champ magnétique diminue, améliorant ainsi l'interaction entre le mobile et le champ magnétique, ce qui se traduit par une force accrue.

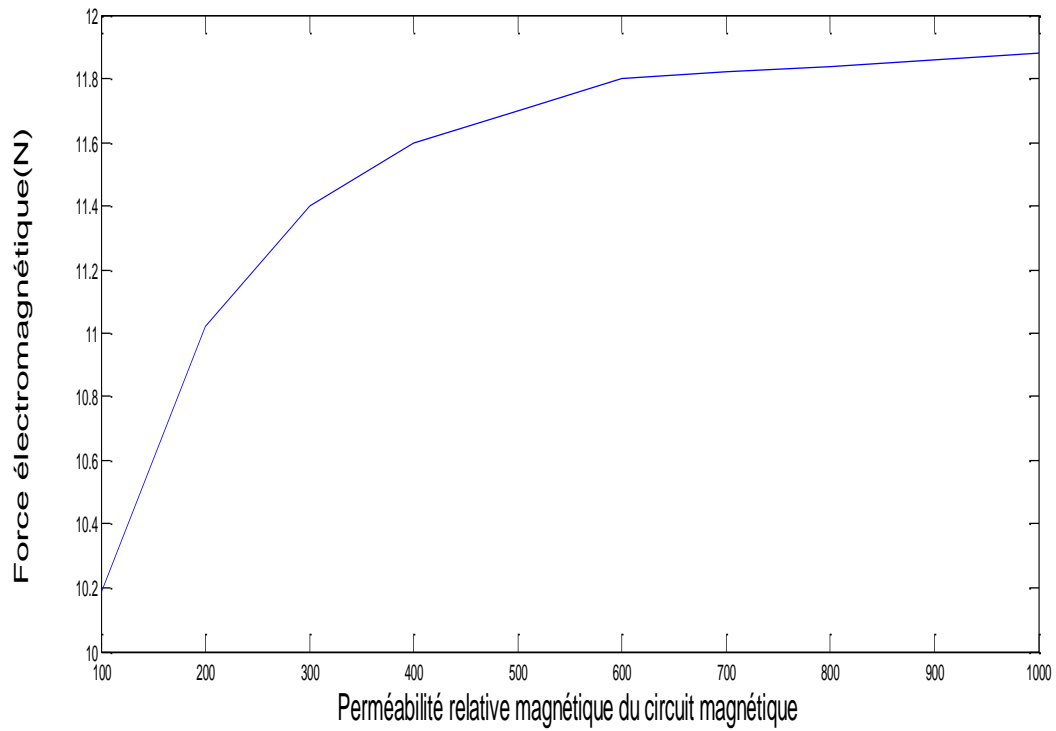
Cependant, en continuant à descendre, la force commence à décroître après le cinquième point. De la position cinq à huit, la force diminue progressivement jusqu'à 11.945[N]. Cette diminution indique que le mobile s'éloigne de la région de concentration optimale du champ magnétique. Ici, la distance accrue entre le mobile et le champ magnétique réduit l'efficacité de l'interaction, diminuant ainsi la force magnétique exercée sur le mobile.

Enfin, de la position huit à dix, la force se stabilise à 11.94 [N]. Cela montre que le mobile est entré dans une nouvelle région où la distance entre le mobile et le champ magnétique reste constante mais plus grande comparée aux positions précédentes. Dans cette région, l'interaction avec le champ magnétique est moins efficace, ce qui maintient la force à une valeur inférieure mais stable.

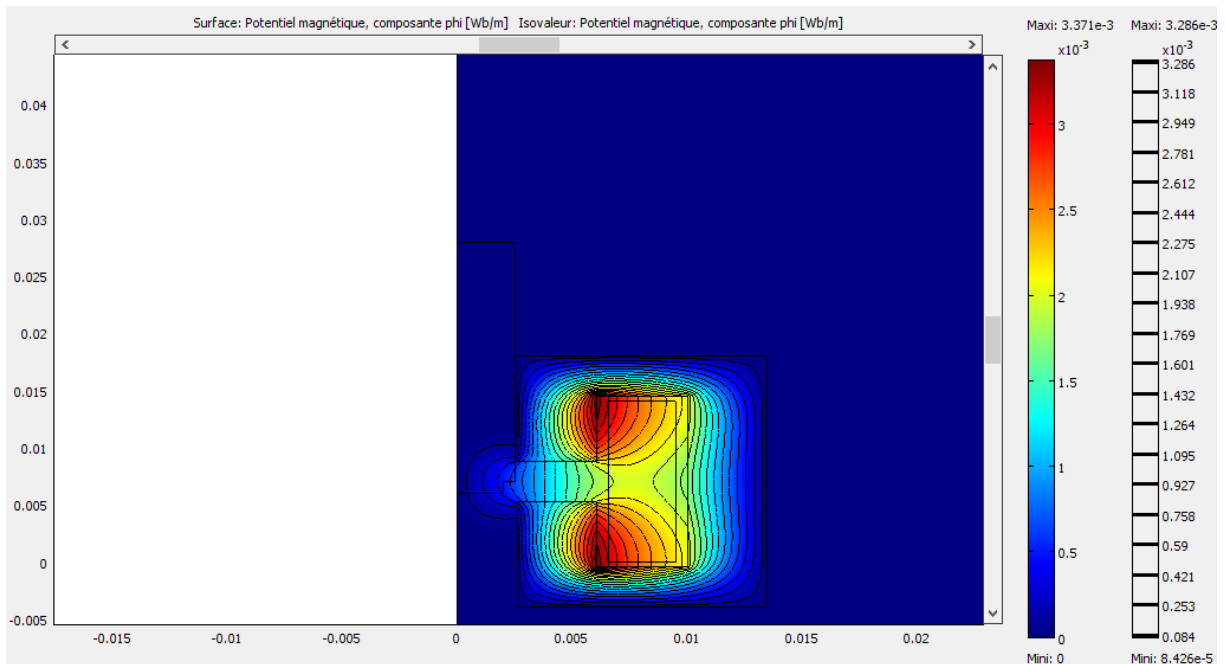
En résumé, cette variation de la force magnétique avec le déplacement vertical du mobile révèle l'impact de la distance entre le mobile et le champ magnétique créé par la bobine. La force maximale observée au quatrième point représente une interaction optimale avec un champ magnétique intense à une distance réduite, tandis que les diminutions et stabilisations de la force aux autres positions indiquent des régions où l'augmentation de la distance réduit l'efficacité de l'interaction avec le champ magnétique.

### **III-10-2 Effet de la perméabilité du circuit magnétique sur la force magnétique**

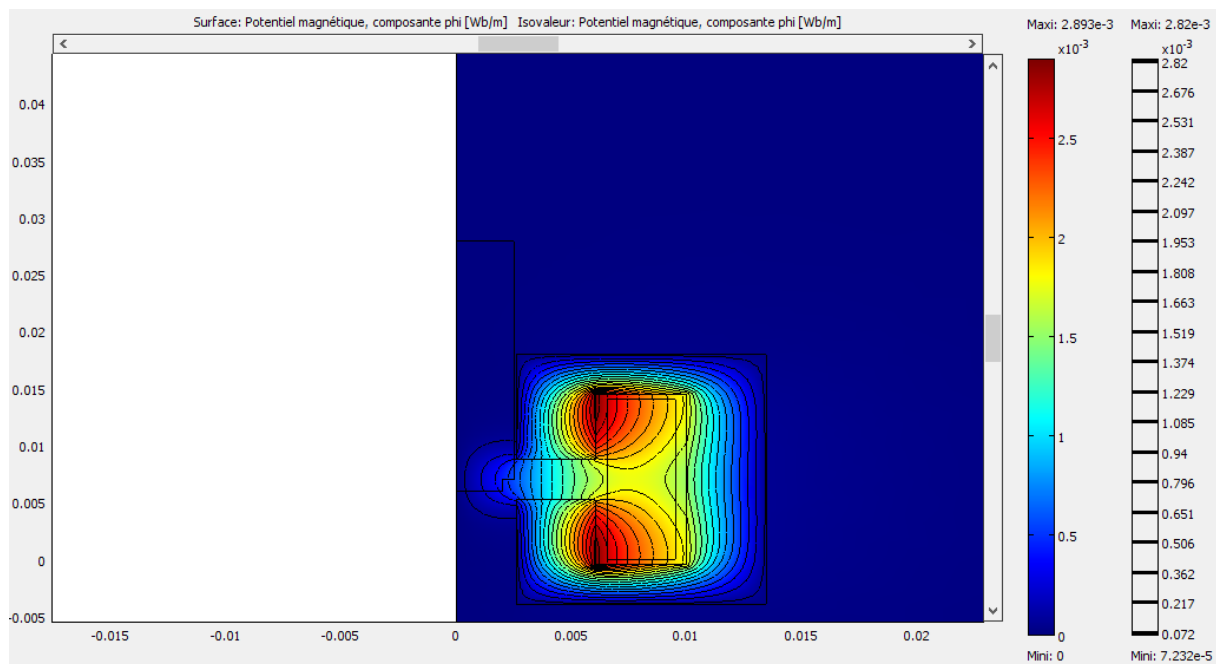
Cette figure montre la variation de la force magnétique en fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique, pour un courant d'excitation de 100A et une perméabilité relative du mobile égale à 1.



**Figure III.10:** La variation de la force en fonction de la perméabilité du circuit magnétique



**Figure III.11 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique de circuit magnétique égale à 1000.

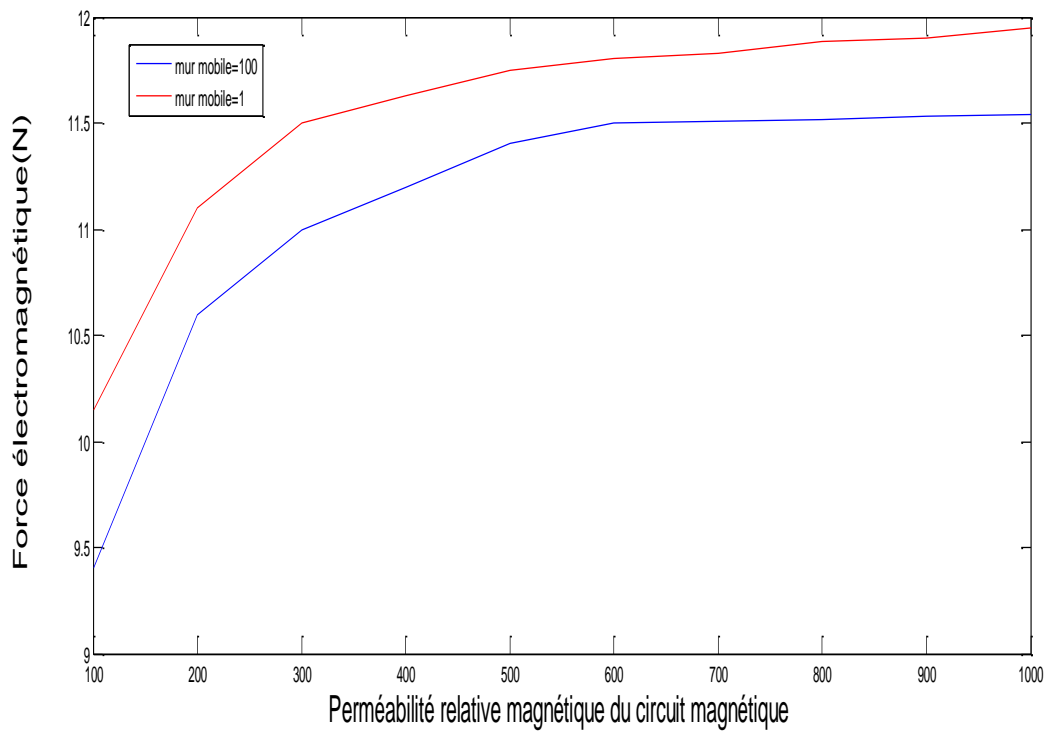


**Figure III.12:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique de circuit magnétique égale à 100.

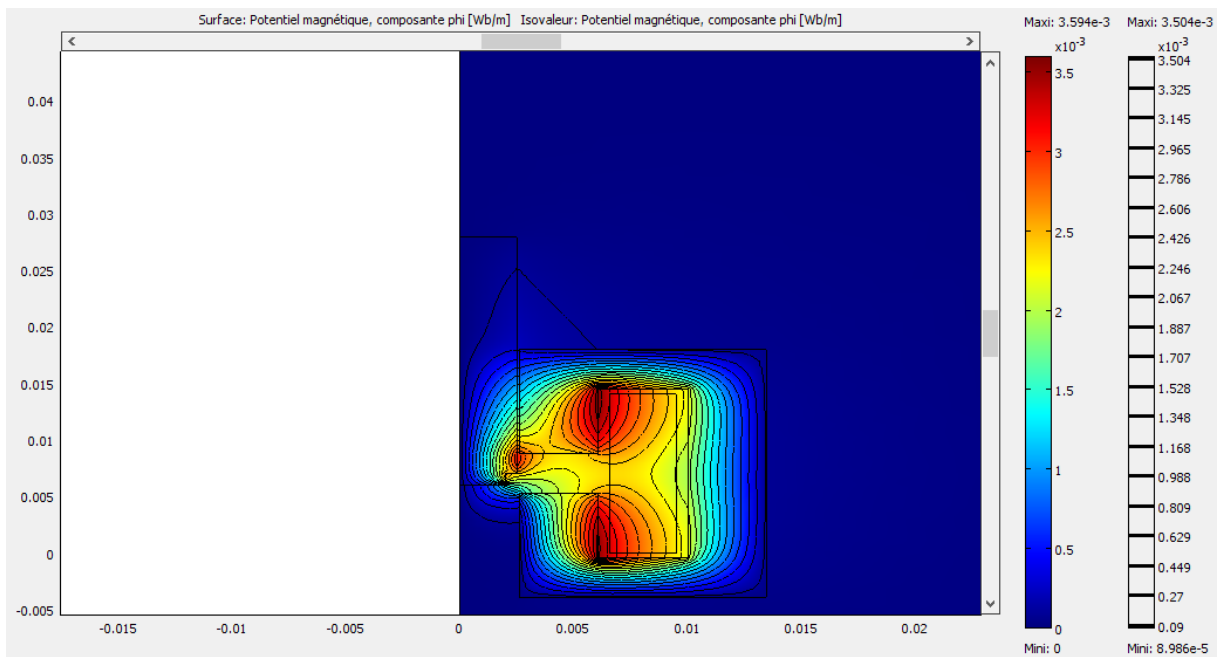
Lorsque la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique égale et varie de 100 à 1000, on observe que la force magnétique augmente de manière croissante avec l'augmentation de la perméabilité. Cette tendance s'explique par le fait que des perméabilités plus élevées permettent au flux magnétique de circuler plus facilement et efficacement à travers le système. Avec une perméabilité accrue, le champ magnétique généré par la bobine est mieux confiné et dirigé dans le circuit magnétique et le mobile. Cela améliore la concentration du flux magnétique dans les zones critiques pour la génération de force, ce qui maximise la force exercée sur le mobile. En d'autres termes, à mesure que la perméabilité augmente, le circuit magnétique et le mobile deviennent plus performants pour transmettre et canaliser le champ magnétique, ce qui se traduit par une force magnétique croissante.

### III-10-3 Effet de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique et du mobile sur la force magnétique :

- A) pour un mobile positionné à la position 5.

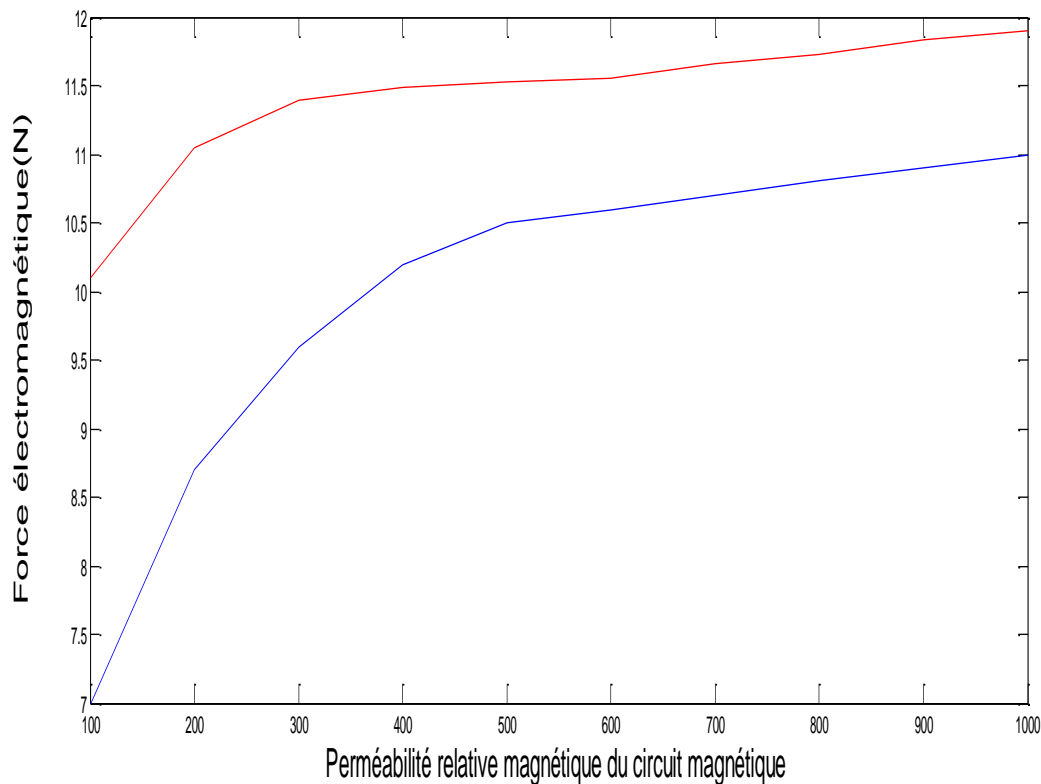


**Figure III.13:** La variation de la force magnétique en fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique et du mobile

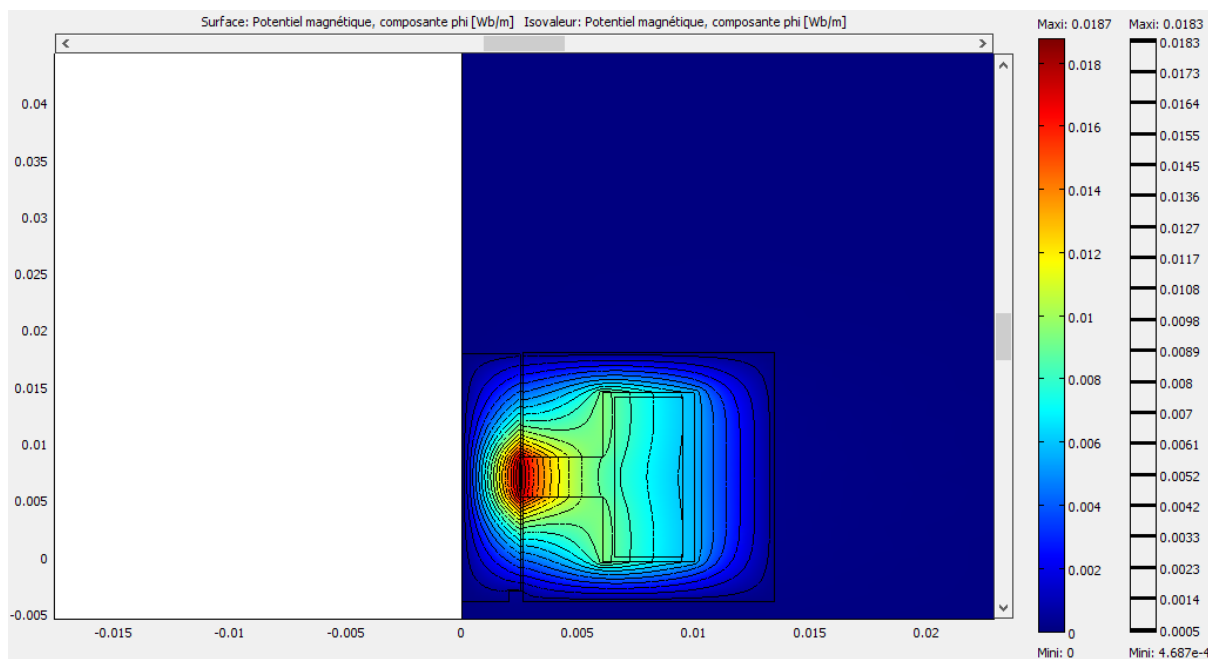


**Figure III.14 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique du mobile et du circuit magnétique égale à 100 pour la position 5.

- **B)** pour un mobile positionné a la position 9.



**Figure III.15:** La force magnétique on fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique



**Figure III.16:** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour une perméabilité relative magnétique du mobile et du circuit magnétique égale à 100 pour la position 9.

Dans la figure (III.13), nous examinons deux courbes qui représentent la variation de la force magnétique au point 5 en fonction de la perméabilité magnétique relative du circuit magnétique. La perméabilité magnétique relative du circuit varie de 100 à 1000 avec un pas de 100, tandis que la perméabilité magnétique relative du mobile est maintenue constante à 1. Les deux courbes montrent une croissance de la force magnétique à mesure que la perméabilité magnétique relative du circuit augmente.

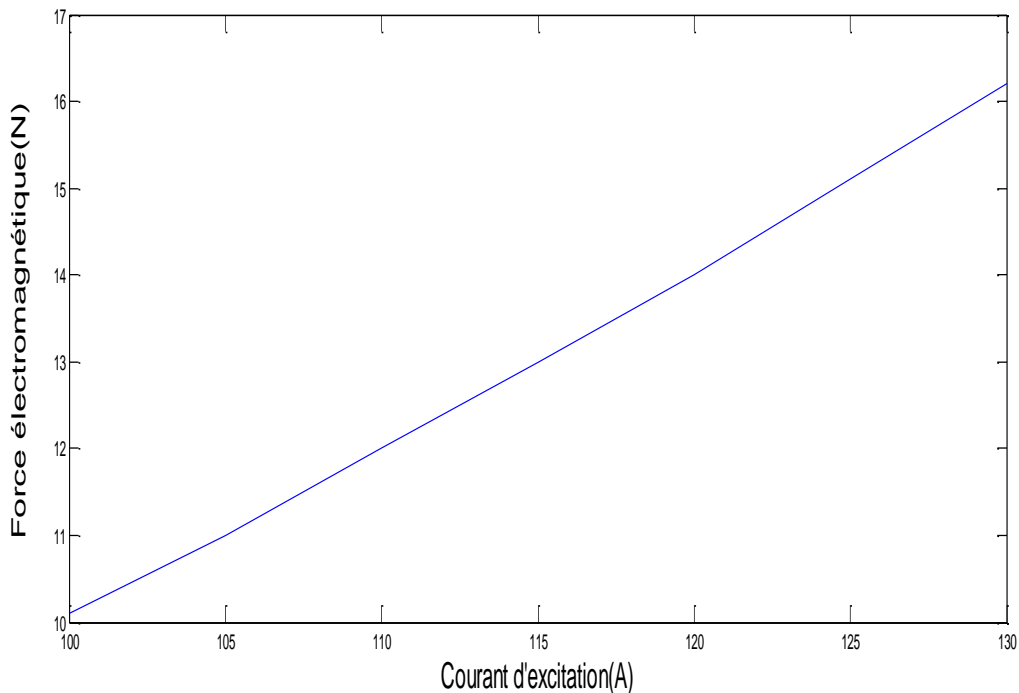
Cependant, la courbe correspondant à une perméabilité magnétique relative du mobile égale à 1 présente une force magnétique plus élevée par rapport à celle avec une perméabilité magnétique relative du mobile égale à 100. Cela suggère que, même lorsque la perméabilité du circuit magnétique augmente, la force magnétique est maximisée lorsque la perméabilité du mobile reste plus basse (égale à 1). Cela est dû à une meilleure adéquation ou à une interaction optimisée entre les propriétés magnétiques du circuit et du mobile dans cette configuration spécifique.

La figure (III.15) : Variation de la force magnétique au point 9

Dans la septième figure, nous observons le même comportement, mais cette fois-ci le mobile est positionné au point 9. Les deux courbes montrent également une croissance de la force magnétique avec l'augmentation de la perméabilité magnétique relative du circuit. Cependant, similaire à la première figure, la courbe avec une perméabilité magnétique relative du mobile égale à 1 présente une force magnétique plus élevée par rapport à celle avec une perméabilité magnétique relative du mobile égale à 100.

Une différence notable est que la force magnétique observée au point 5 est plus grande que celle au point 9 pour les deux configurations de perméabilité magnétique relative du circuit. Cela pourrait indiquer que la position du mobile a une influence sur l'interaction avec le champ magnétique généré par le circuit, même lorsque la perméabilité du circuit varie.

En résumé, ces figures mettent en évidence l'impact significatif de la perméabilité magnétique relative du circuit sur la force magnétique observée, en fonction de la position spécifique du mobile. Elles montrent également que la perméabilité magnétique relative du mobile peut jouer un rôle crucial dans l'optimisation de la force magnétique dans un actionneur électromagnétique, en influençant la manière dont le champ magnétique est canalisé et interagit avec le mobile dans différentes configurations.

**III-10-4 Effet du courant d'excitation sur la force magnétique**

**Figure III.17 :** Variation de la force en fonction du courant d'excitation.

Lors de cet essai, nous avons varié le courant d'excitation dans la bobine de 100 A à 130 A, avec une augmentation de 5 A à chaque étape. La force magnétique résultante a été mesurée, montrant une augmentation croissante de 10 N à 17 N.

Cette augmentation de la force magnétique en fonction du courant d'excitation peut s'expliquer par la relation directe entre le courant traversant la bobine et le champ magnétique généré. L'augmentation du courant entraîne une augmentation correspondante du champ magnétique et donc de la force magnétique où une augmentation du courant de 5 A conduit à une augmentation de la force magnétique de 1.4 N en moyenne.

Cela montre une dépendance presque linéaire entre le courant d'excitation et la force magnétique dans la plage de courant étudiée. Cette relation linéaire est typique dans les systèmes électromagnétiques où les matériaux ne sont pas encore saturés magnétiquement.

En résumé, l'essai démontre que la force magnétique générée par l'actionneur électromagnétique augmente de manière croissante avec l'augmentation du courant d'excitation de la bobine, confirmant la relation proportionnelle entre le courant et la force magnétique dans ce système.

III-10-5 Effet du nombre de spires sur la force magnétique

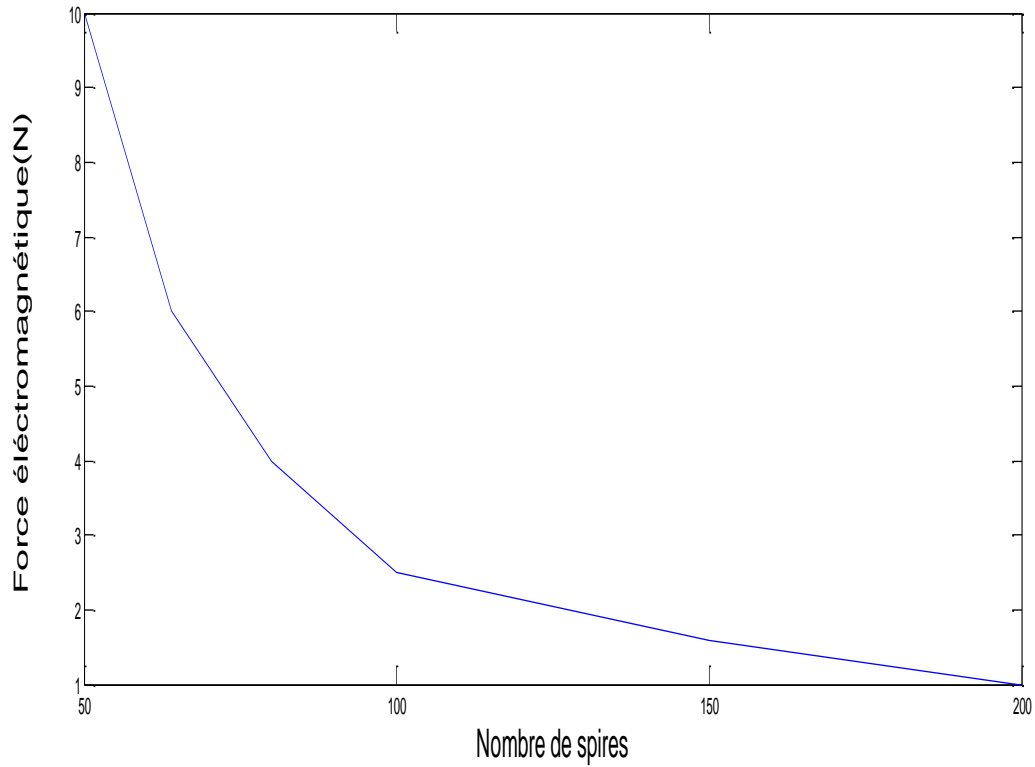


Figure III.18 : la variation de la force en fonction du nombre de spire.

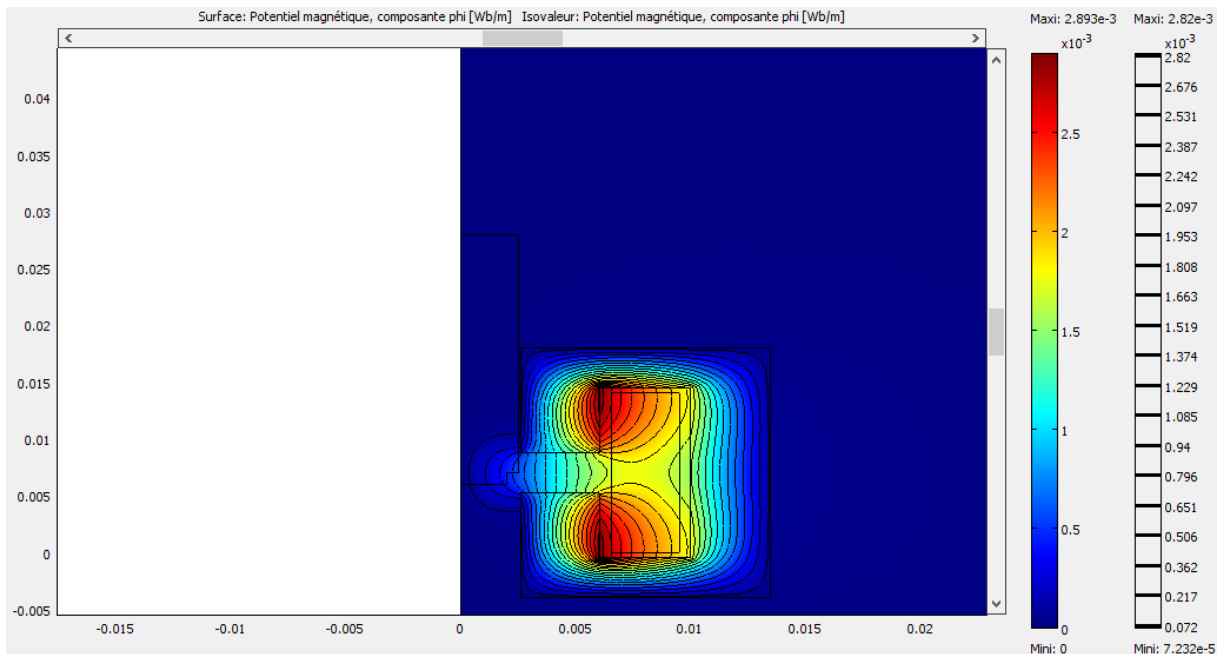
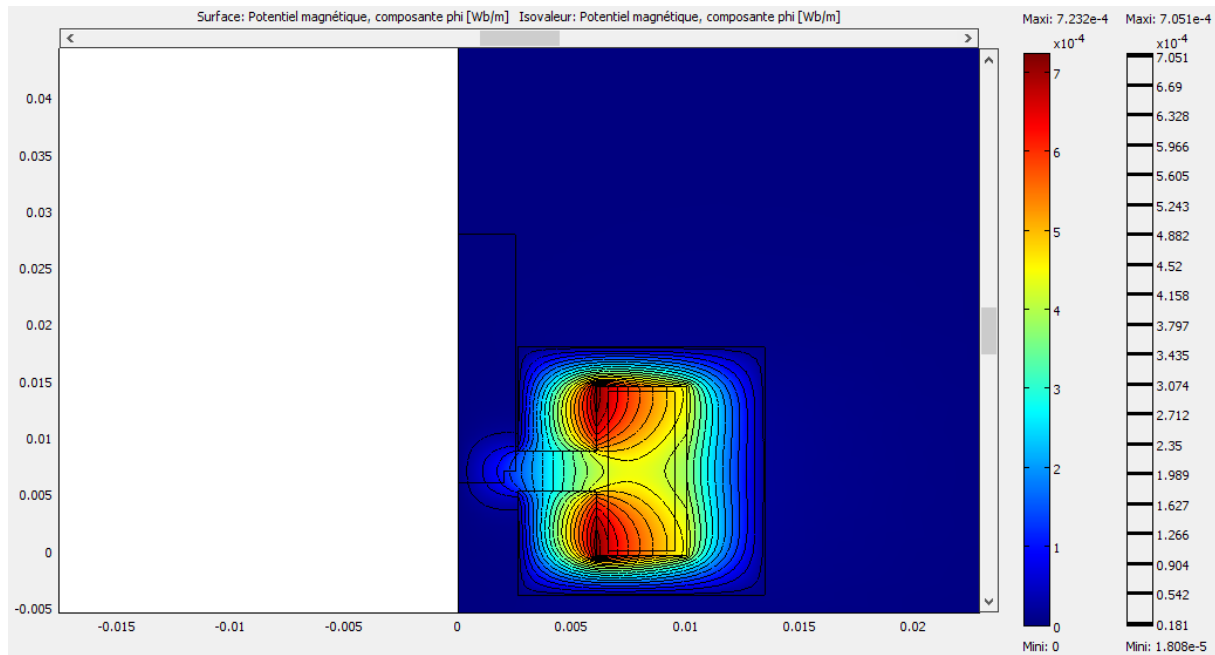


Figure III.19 : Comportement du potentiel vecteur magnétique pour 50 spires



**Figure III.20 :** Comportement du potentiel vecteur magnétique pour 200 spires.

La figure (III.18) représente la variation de la force en fonction du nombre de spires. On observe que la force magnétique, calculée par la méthode de Lorentz, diminue de 10N à 0,5 N lorsque le nombre de spires de la bobine augmente de 50 à 200, avec un courant constant de 100 A. Cette diminution de la force peut être attribuée principalement à l'augmentation de la résistance de la bobine. En effet, l'augmentation du nombre de spires entraîne une augmentation de la résistance, ce qui réduit le courant dans la bobine pour une tension d'alimentation constante. Une diminution du courant réduit directement le champ magnétique généré, car la densité de courant diminue. Cette réduction de la densité de courant entraîne une diminution de l'intensité du champ magnétique et, par conséquent, une diminution de la force magnétique. De plus, l'augmentation du nombre de spires modifie la répartition du champ magnétique à travers le circuit magnétique, entraînant une moins bonne focalisation du champ magnétique dans la région où se trouve le mobile.

En résumé, bien que l'on puisse s'attendre à ce que l'augmentation du nombre de spires augmente la force magnétique, l'augmentation de la résistance de la bobine et la diminution de la densité de courant conduisent à une diminution significative de la force dans cette simulation.

### III-11 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons représenté les différentes étapes à suivre pour une modélisation en 2D axisymétrique d'un actionneur électromagnétique par la méthode des éléments finis sous l'environnement Comsol Multiphysics.

L'objectif est d'évaluer la force magnétique en fonction de différents paramètres tels que la position du mobile la perméabilité relative magnétique du circuit magnétique et du mobile, ainsi que l'impact du courant d'excitation et le nombre de spires.

## CONCLUSION GENERALE

L'objectif principal de ce projet de fin d'étude est de modéliser et d'analyser un actionneur électromagnétique en utilisant le logiciel COMSOL Multiphysics pour calculer la force générée par l'actionneur. À travers une série de simulations et d'expériences numériques, nous avons pu explorer les différents aspects de la performance de l'actionneur et évaluer son efficacité dans diverses conditions d'exploitation.

L'utilisation de COMSOL Multiphysics s'est avérée cruciale pour modéliser avec précision les phénomènes électromagnétiques complexes associés à l'actionneur. La plateforme a permis de créer des modèles détaillés qui intègrent les propriétés matérielles, les configurations géométriques et les conditions aux limites pertinentes.

Les simulations réalisées ont fourni des estimations précises de la force électromagnétique générée par l'actionneur. Nous avons pu observer comment cette force varie en fonction de divers paramètres tels que le courant d'excitation, la position du mobile et la perméabilité relative des composants.

Les résultats obtenus à partir des simulations ont été comparés avec les données théoriques et expérimentales disponibles, ce qui a permis de valider notre modèle. Les concordances observées confirment la fiabilité de notre approche et la pertinence des hypothèses de modélisation utilisées.

# ANNEXE

## Optimization of the system: Increasing the force/energy ratio



Fig.5: Simplification of a small volume from an intersection.

The parameterized project makes it easier to optimize the actuator. The connector from Flux allows all the parameters to be imported into GOT-It and will drive the Flux project during the process. Then the optimization can be entirely defined.

In this case, the current value and the mobile part position are fixed. A multi-objective optimization is performed to find a compromise between two goals: increasing the magnetic force on the mobile part, and reducing the energy needed (reducing the resistance of the coil). The optimizer will have to choose the best values for each continuous parameter and choose DR1, the diameter of the wire according to a table of values. In addition, this choice of wire will affect the maximum number of turns possible and the size of the coil in the 3D project.



Fig.6: Design & optimization procedure.

In order to define all these issues, the relationships between each parameter in the project have to be done and the functions LOSSES and FORCE created as functions to be optimized (respectively reduced and increased).

The first step before optimizing is to reduce the number of parameters if possible. The screening function is suited to this and gives the influence of any parameter on the functions as a result (cf. Fig. 7). From this result it is easy to fix some parameters so that the possibilities are reduced.

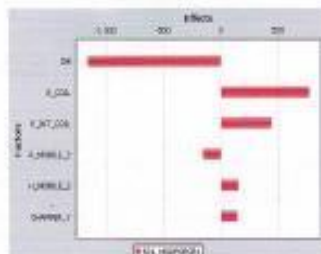


Fig.7: Influence of each parameter with screening function.

With the selection of influential parameters, the optimization can be run, with a genetic algorithm. In addition, the multiple computations required for the solving are launched on multiple cores thanks to the distribution (CDE). This helps reduce substantially the computation time needed to obtain all the results and explore the influences of all parameters to find the optimum for these functions.

Fig.8: Definition parameters.

The final results of this optimization produce a result which is a compromise between maximum force and energy consumption. In this case, an optimum is to have the largest coil possible, to fill the space available. It uses one of the biggest wires from the table of values and the shape around the mobile part is the most open possible. Under these conditions, the force increased from 13.52 N to 20.3 N (+50%).

The results of optimization can bring the best solution or sometimes the best design hints. The global shape obtained with these results indicates if a chamfer is needed or not, for example. So it is always interesting to run an optimization to understand the behavior of our device under any condition.

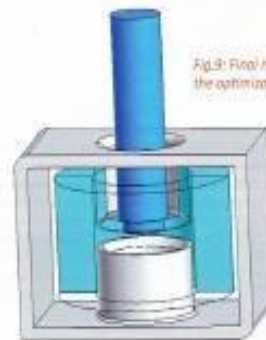


Fig.9: Final result of the optimization.

	Initial	Optimized
R_INT_COIL (mm)	0.89	6
E_COIL (mm)	2,25	4,5
H_MOBILE_2 (mm)	1	1,496
H_COIL (mm)	14	18
R_MOBILE_2 (mm)	2	2,5
CHAMFER_7 (mm)	0,1	0,796
DR1 (mm)	table of values	1,000
N	50	64
VA	100	100
FORCE (N)	13,52	20,3

(see continued on page 13)

## Références bibliographiques :

- [1] A.Boubakir, « Module : Actionneurs », Université Mohammed Seddik BENYAHIA- Jijel, 2016.
- [2] Fiche technique: le contacteur de puissance, cour leçon 4,bep matières électrotechnique
- [3]Mouloud feliachi "électroaimants pour systèmes électromécaniques",techniques de l'ingénieur, paris 2015.
- [4] H. DJEMAI & A. DRUOICHE, « Moteur Linéaire Pour Train A Lévitiation Magnétique » mémoire. master, université Abderrahmene Mira-Bejaia, 2015
- [5] ZORELI NACER, «Etude par Eléments Finis d'une Machine Synchrone à poles lisse » mémoire master, université Tizi-Ouzou,2014.
- [6] C. CHEVASSU ; « Machines A Courant Continu » Cours et Problèmes, université ENSM.
- [7] F.Milsant, « Asservissement Linéaires », 4eme Edition Eyrollrs, Paris, 1983.
- [8] Web site « <https://energieplus-lesite.be/> »sujet : moteur synchrone, 25 septembre, 2007
- [9] C.CHEVASSU, « Machines Aynchrones Continu », université ENSM.
- [10] communication technique,: « Le Moteur Asynchrone Triphasé », BEP métiers de l'électrotechnique
- [11] Y.MOREL, « La Machine Synchrone ».
- [12] « Machine Synchrone », Lycée P. Mendès France Epinal, Spé : génie électrique.
- [13] J. MONNET, « Levage "electroaimant de levage rectangulaire"», 22/av. f-54920 villers-la-montagne.
- [14] A. TOUNZI, « Contribution A La Command Vectortelle De Machines A Reluctance Variable », thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 4 Février 1993.
- [15] A. GUETTAF, « Contribution A La Conception De La Machine A Rélucltance Variable En Vue De Sa Commande », mémoire magister, univeristé Mohamed Khidher Biskra, 2005

- [16] J.YONNET & C.FAGEON & C.BALDI, « Linear Or Rocking Actuators For Camless Systems » International Journal of Electrical Engineering in Transportation, 2005.
- [17] C.CHILLET & J.YONNET, C.Fageon,&C.Baldi. « Very Compact Actuators For Camless Systems. In Linear Drives For Industrial Applications Conference », Kobé-Awaji (Japon), 25-28 septembre 2005.
- [18] J.GONG, « Modélisation Et Conception Optimale D'un Moteur Linéaire A Induction Pour Un De Traction Ferroviaire ».Thèse de doctorat, école centrale de Lille, 2011.
- [19] H. DJEMAI, « Contribution à L'amélioration des Performances d'un Moteur Linéaire » Thèse Docteur d'Etat, Université de Batna, 2002
- [20] O. KANA & B.ADI, « Conception D'un Inducteur Destiné A L'entraînement Electrique D'un Ascenseur », mémoire magister, UMMTO, 2013.
- [21] Y. MESSOUDI, « Contribution A La Modélisation Multi Physique Des Générateurs Electriques Linéaires ». Mémoire magister, UMMTO, 2012.
- [22] R. MECHRI, « Modélisation d'une machine synchrone à aimant permanent par le logiciel COMSOL-Multiphysics », mémoire master, université Mohamed Khidher de Biskra, 2019.
- [23] A. ARDJAL, « Modélisation par éléments finis 2D du contrôle non destructif par courant de Foucault en vue de la caractérisation de défauts complexes », Université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou, master en Electrotechnique, 2013.
- [24] L. HAMOUDI et M .KAOUDDJI « Etude théorique et expérimentale d'une machine linéaire à induit conducteur » Ingénieur d'état en électrotechnique, option machines électriques, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2009..
- [25] S. CHERIGUENE, « Etude par la méthode des éléments finis de l'effet d'une couche ferromagnétique d'induit sur les performances en régime dynamique d'une machine linéaire », ingénieur d'état en électrotechnique, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

[26] F.MEDANI & B- AKROUR, « Etude du contrôle non destructif par courant de Foucault en utilisant la méthode des éléments finis », Université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou, Mémoire de master, 2017

[27] O.BENSALAH, « Contrôle non destructif par courants de Foucault par capteur différentiel », Université de m'sila, master en génie électrique ,2012.

[28] A. Makhlouf & A. Zobiri, « Etude et réalisation d'un dispositif de détection de défaut par courant de Foucault », Université de Mouloud Mammeri Tizi Ouzou, Master 2021

[29] D-DAHMANI, « Contrôle non destructif application pour matériaux conducteurs », Université Mouloud Mammeri Tizi Ouzou, Mémoire de master, 2016.

[30] A. Djabelkhir, « Etude et conception d'un actionneur électromécanique destiné à la protection électrique », mémoire master, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2022

[31] B. BOUKAIS « Contribution a la modélisation des systèmes couples machines convertisseurs : application aux machines a aimants permanents (BDCM-PMSM) » thèse de Doctorat 2012,UMMTO.

# ***Résumé***

Ce mémoire présente une contribution dans le domaine de la modélisation en 2D. Il consiste à modéliser un actionneur électromagnétique, La modélisation de l'actionneur électromagnétique est basée sur les équations de Maxwell auxquelles on ajoute les relations constitutives, les conditions aux limites et les conditions de continuité. La résolution de ces équations en potentiel vecteur magnétique est faite par la méthode des éléments finis (MEF) qui est implémentées sous Comsol Multiphysics. La grandeur électromagnétique calculée est la force électromagnétique. Cette dernière est sensible à toute variation au niveau des paramètres physique et géométriques du dispositif.

## **Mots clés**

Actionneur électromagnétique, Force électromagnétique, Force de Lorentz, Perméabilité relative magnétique.