

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mouloud Mammeri De Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

**Mémoire de Fin d'Etude
De MASTER ACADEMIQUE**
Spécialité : Commande des systèmes.

Présenté par
**ISSAADI Thinhinene
SAAD Malika**

Mémoire dirigée par **M TOUAT Mouhand Achour**

Thème

**Conception de la commande linéaire
quadratique régulateur
(LQR) 'Robustifiée' en utilisant
l'optimisation H_2/H_∞ (Appliquée à la
commande d'un drone)**

Mémoire soutenu publiquement le jeudi 18 septembre 2014 devant le jury composé de :

Mme Ourida HADJEM

M M.A TOUAT

Mme BOUDJEMA

M K.H SAIDI

Remerciements

Nous vous remercions, vous qui nous aviez offert la force, le courage mais surtout la volonté qui nous ont permit d'arriver à cette phase de notre vie, cette phase qui nous sera la clé de la porte du monde de travail et de notre rêve, vous qui êtes l'éternel DIEU.

Nous tenons à témoigner notre gratitude et notre profond respect a notre promoteur M. Touat M.A pour toutes ces orientations et sa disponibilité.

Nos remerciements s'adressent également au chef de département d'Automatique Mr Bensidhoum, pour son soutient durant les diverses impasses.

Tous les enseignants et tous ceux à qui je dois ma formation. Tous ceux qui, d'une quelconque façon, ont contribué à L'élaboration de ce mémoire.



Je dédie ce modeste travail à :

✚ *Aux êtres qui sont les plus chers a mon cœur, ma maman et mon papa source d'affection et de confiance et surtout qui sont présent à mes côtés chaque moment passé dans cette vie. Que dieu les protèges et que la réussite soit toujours a ma porté pour que je puisse les combler de bonheur.*

✚ *A ma très chère sœur bélynda.*

✚ *Amon cher frère chabane.*

✚ *A toutes mes tantes et oncles*

✚ *A ma chère amie et binôme Malika et sa famille.*

✚ *A tous mes amis : Nora, djoudjou, Assia, Kahina...*

✚ *A mon très cher Anis, mon éternel compagnon de vie.*



Thinfinéne



Je dédie ce modeste travail à :

✚ *Aux êtres qui sont les plus chers a mon cœur, ma maman et mon papa source d'affection et de confiance et surtout qui sont présent à mes côtés chaque moment passé dans cette vie. Que dieu les protèges et que la réussite soit toujours a ma porté pour que je puisse les combler de bonheur.*

A ma très chère grand mère maternelle que dieu lui accorde une longue vie pleine de bonheur et de santé.

✚ *Ames chères sœurs Atika et fetta.*

✚ *Ames chers frères Ali et sofiane .*

✚ *A ma chère sœur naima et son époux,*

✚ *A l'être le plus cher a mon cœur, mon compagnon de vie, mon cher fiancé "Sofiane" .et toute ma belle famille.*

✚ *A ma chère Nana et ma grand mère paternelle.*

✚ *A ma chère amie et binôme titi et sa famille, tous mes amis : Kahina, Assia, lydia, lynda, chanéz...*

✚ *A la mémoire de mon oncle et mes grands parents.*



MALIKA

Sommaire

Introduction générale	1
Chapitre I : Modèle de la Dynamique du vol	
I.1. Description du drone	4
I.1.1.caractéristiques du drone Aerosonde Mark 3.....	5
I.2.surfaces de commande	6
I.3.Quelques généralités sur la dynamique du drone.....	7
I.4.Description de la dynamique du vol	9
I.5.Modèle mathématique du vol.....	10
I.5.1.Perturbations atmosphériques	15
I.5.2.Equations linéarisées de mouvement dans une atmosphère calme	18
I.5.3.linéarisation des composantes d'accélération angulaires.....	20
I.5.4.linéarisation des équations des angles d'Euler.....	21
I.5.5.linéarisation des forces et moments aérodynamiques à l'aide des séries de Taylor	22
I.5.6.Equations de mouvement dans une atmosphère non-stationnaire	24
I.6.Modèle linéaire du canal longitudinal du drone.....	25
I.7.Modèle linéaire du canal latéral du drone	27
I.8.Modèle des actionneurs.....	29
I.9.Modèle des capteurs.....	29
Conclusion.....	30
Chapitre II : conception de la loi de commande.	
II.1.Synthèse de la commande Linear Quadratic Regulator (LQR)	32
II.1.1.Modèle d'état continu du drone	32
II.1.2.Modèle étendu du drone	33
II.2.Commande linéaire quadratique	34
II.2.1.Présentation de la méthode LQR	34

Sommaire

II.2.2.Le critère du compromis	35
II.2.3.Choix des matrices de pondérations	35
II.2.4.le gain du retour K	36
II.2.5.Organigramme de calcul de la loi de commande LQR	36
II.3.Robustification paramétrique du correcteur LQR	49
II.3.1.Les normes H_2/H_∞	40
II.4.L'optimisation par la méthode du simplexe	43
Conclusion.....	44

Chapitre III : Résultats de simulation

III.1.les matrices de pondération	46
III.2.valeurs des normes	46
III.3. Résultats de simulation du canal latéral	49
III.4. Résultats de simulation du canal longitudinal	56
Conclusion.....	62
Conclusion générale	64

Introduction générale :

L'apparition des premiers drones, véhicules volants sans pilote humain à bord, date de la fin de la seconde guerre mondiale. Tout d'abord principalement utilisés comme cibles militaires pour l'entraînement au combat, ensuite employés pour des missions de reconnaissance dans les années 1960, leur utilisation pour des missions de surveillance s'est ensuite répandue lors de nombreux conflits. Depuis, de nombreux drones ont été développés. Les applications sont multiples : localisation de victimes lors de catastrophes naturelles, supervision du trafic routier, prises de vues de bâtiments ou d'ouvrages d'art pour la maintenance, inspection de lignes électriques ou de voies ferrées ; le drone est alors principalement utilisé dans sa fonction d'œil déporté, grâce à son vol stationnaire dans des missions difficiles pour l'homme et l'on distingue plusieurs classes selon leur nature :

- Les drones Moyenne Altitude Longue Endurance (MALE), volant à des altitudes

Comprises entre 5km et 12km pour un rayon d'action allant jusqu'à 1000km.

- Les drones Haute Altitude Longue Endurance (HALE), de la taille d'avion de ligne et volant à des altitudes pouvant atteindre 20km pour un rayon de plusieurs milliers de kilomètres.

Un drone doit être capable de réaliser des missions délicates comme la surveillance de zones ou de bâtiments où il doit pouvoir suivre une trajectoire déterminée à l'avance mais aussi pouvoir détecter et éviter d'éventuels obstacles. Pour cela il est équipé de capteurs (GPS, centrale inertielle, capteur à ultrasons) lui permettant de déterminer sa position. Un algorithme de guidage calcule à tout instant la trajectoire en fonction d'éventuels obstacles ou perturbations (rafale de vent). Un algorithme de pilotage détermine les commandes à appliquer aux actionneurs du système de propulsion pour que le drone suive la trajectoire calculée, remplaçant ainsi l'action d'un pilote humain. Ainsi le drone transmet des informations sur son environnement à une station d'enregistrement et/ou à un opérateur distant. Pour cela, en plus des capteurs qu'il utilise pour sa localisation spatiale, le drone est équipé de capteurs (pression, température, etc.) et d'une caméra vidéo. Ces informations sont transmises à l'aide d'une communication sans fil. L'opérateur peut, pendant la mission du drone, modifier un certain nombre de consignes en utilisant la même communication sans fil.

Introduction générale

Actuellement, aux côtés des missions de surveillance et d'observation dédiées aux études scientifiques, à la surveillance d'urgence et à la protection civile, d'autres opérations peuvent être réalisées par des drones. Si leur champ d'application est encore à définir, les drones peuvent s'avérer utiles pour des missions de transport, mais aussi de travail aérien ; prises de vues en faveur du marché en pleine expansion de l'imagerie (GPS, Google Earth...) et de celui de l'épandage agricole, transport de charges sous élingue, recherche et sauvetage, soutien à l'aide humanitaire... Autant de missions dévolues aux drones, qui ne sont pas uniquement à des fins publiques, mais également commerciales et privées. En matière de surveillance, les drones ont virtuellement toute leur place. Evaluation des dommages, surveillance des feux de forêt et des lignes électriques haute tension, survol des régions éloignées, montagneuses et peu accessibles (tremblements de terre), des zones de pêche et des routes maritimes très fréquentées et dangereuses : les drones se montrent tout terrain. De près comme de loin, ils peuvent servir à évaluer les niveaux de pollution atmosphérique ou maritime, à effectuer les tracés terrestres et la cartographie.

En matière de sécurité civile et de sûreté du territoire, les drones apporteraient leur précision pour renforcer le renseignement au plus près et en temps réel. Reconnaissance et surveillance des frontières, soutien à l'ordre public et à la sécurité, surveillance d'événements et de manifestations : les drones posent cependant de grandes questions en termes de liberté individuelle, et d'acceptation par les populations. Le drone est assigné à être autonome tout au long de son vol et à exécuter sa mission, mais le plus grand problème, réside dans la complexité de son modèle non linéaire et la présence de perturbations atmosphériques qui rendent difficile la conception d'une loi de commande simple afin de contrôler son mouvement et d'exécuter sa mission. A cet égard, une méthode de conception d'une loi de commande, en présence et en absence de rafales de vent et des perturbations internes, sera étudiée tout au long de ce mémoire.

En Automatique, la synthèse d'une loi de commande se fait généralement sur un modèle nominal simple qui ne prend pas en compte toute la complexité du système. Des dynamiques sont négligées, comme celles qui se trouvent en dehors de la bande passante du système asservi ; les valeurs des paramètres du modèle sont considérées égales à leurs valeurs nominales, par la suite on prendra en considération les perturbations internes et externes du système.

En dernier chapitre nous nous intéresserons à l'optimisation puis les résultats de simulation ainsi que les interprétations seront exposés à la fin de ce dernier chapitre.

Introduction :

Les drones ou UAV sont des robots volants sans pilote capables de mener à bien une mission de façon autonome ou en mode téléguidé. Leur utilisation est d'abord militaire pour des missions de reconnaissances ou de surveillance. Cependant, ils sont bien adaptés pour la réalisation de missions qui mettraient potentiellement un équipage en danger ou qui nécessitent une présence permanente sur zone.

I.1.Description du drone :

Le type du drone utilisé pour la conception de la loi de commande est appelé Aerosonde Mark3 qui est un véhicule aérien sans pilote, il est utilisé dans plusieurs domaines, vu son coût et sa flexibilité. Ce drone a été conçu à l'origine pour l'étude des phénomènes météorologiques dans les zones dangereuses. Un prototype a fait son premier vol en 1993, ce qui démontre la fiabilité de sa plate-forme. En 1998, un programme intensif de développement avait conduit à l'Aerosonde Mark 1, qui a passé toutes les exigences d'un processus pleinement opérationnel par le Bureau Météorologique Australien. A cet égard, Huit Aerosonde Mark1 ont été achetés par l'Université nationale de Taiwan en cette année, puis il rejoint South China Sea Monsoon.

Par la suite, Ce drone a entrepris plusieurs missions, qui ont tiré l'attention des chercheurs à son développement et à étendre sa zone d'intervention à la surveillance et la reconnaissance. Par conséquent, de nombreux pays ont accordé une attention à l'Aerosonde pour son utilisation dans d'autres tâches relatives à ses spécificités. L'originalité de ce drone donne plus de perspective de son éventuelle utilisation en Algérie en matière de surveillance des frontières et des transports de gazoducs.

La plate avionique se compose d'un ordinateur principal embarqué, basé sur un processeur Motorola 68332 , des capteurs pour la commande du vol, y compris le GPS pour la navigation et les mesures de vitesse du vent, d'un gyromètre piézoélectrique pour la stabilisation et d'un pilote automatique, des capteurs de données aérodynamiques pour la mesure de l'altitude et d'un ordinateur utilisé pour les mesures des données météorologiques. Une radio UHF (Ultra Haute Fréquence) et un amplificateur de fréquence radio à longue portée fournit une ligne de visée télémétrique continue de 180 km, plus un communicateur de satellite miniature fournit des communications, un logiciel embarqué traite la navigation spécialisée, un contrôleur du vol (la vitesse et l'altitude), un ordinateur chargé d'envoyer des mesures météorologiques provenant des capteurs associés et calcule la vitesse du vent à partir de données GPS. Plusieurs composants et logiciels de la station au sol fournissent le commandement du drone. De plus, la station au sol comporte des capacités de communication à

longue portée(UHF) en permettant à plusieurs autres stations de se connecter à distance via le téléphone ou internet.

I.1.1.Caractéristiques du drone Aerosonde Mark 3

La configuration de base de l'Aerosonde est comme « poussoir », en anglais « pusher », avec le moteur derrière. Cette conception présente quelques limitations aéronautiques mais a l'avantage principal qui est d'éviter la contamination des instruments par les gaz dégagés par le moteur. La table suivante récapitule les caractéristiques de la marque 3 Aerosonde. Le véhicule est autonome et facilement programmé pour exécuter des missions désirées pour l'utilisateur. L'Aerosonde fonctionne en mode complètement autonome. Avec une commande exercée par des opérateurs locaux ou d'un centre qui peut être à plusieurs milliers de kilomètres. Le drone a été testé et a mené des opérations dans diverses conditions météorologiques.

Spécifications	
Poids, envergure d'aile	13-15 kilogrammes, 2.9 m
Moteur	24 cc, carburant a injecté le type de H.
Poids du carburant max	5 kilogrammes
Navigation	GPS
Distance max de communication Bonde UHF	180m
Energie générée a bord	Générateur maxon délivrant 18v DC et 1Amp, 40W
Temps de vol maximal	250 heures
performances	
Vitesse de : translation, élévation	Translation 18-32 ms ⁻¹ , élévation>2.5ms ⁻¹
endurance	20 à30h, 2000 to 3000km
Altitude	100 m - > 7000 m
Charge utile	maximum 5Kg~ résistance de 10 heures. 2 kilogrammes maximum de ~ résistance de 30 heures

Tableau1 : caractéristiques d'Aerosonde Mark3

Le modèle du drone est représenté par la figure suivante :



Fig.1.1. Drone Aerosonde Mark 3

I.2.Surfaces de commande

Tout objet volant possède des surfaces de commande ou d'autres moyens de générer des forces et des moments nécessaires pour la commande sur ses trois axes.

Nous pouvons distinguer ; pour la plupart des drones quatre surfaces de commande qui prédominent le mouvement longitudinal, transversal et latéral [1][2]:

a-Ailerons : engendrent des moments autour de l'axe de roulis (Roll en Anglais) Le mouvement de roulis d'un drone est contrôlé par des inclinations des ailerons. Ceux-ci se déplacent en sens opposés l'un de l'autre de telle sorte que lorsque l'un est relevé, l'autre est baissé et vice versa. La portance diminue du côté de l'aileron relevé et augmente du côté de l'aileron baissé Ainsi, lorsque le drone s'incline vers la droite, l'aileron gauche se relève et celui de la droite s'abaisse simultanément entraînant un virage à droite de l'appareil (et inversement pour un virage à gauche).

b-Empennages de profondeur (Elevator en Anglais) : engendrent des moments autour de l'axe de tangage (Pitch en Anglais) pour contrôler l'altitude et les autres grandeurs qui dépendent de l'angle d'attaque : Lorsque le drone est tiré vers l'arrière, la gouverne de profondeur se lève, provoquant la rotation de l'avion autour de l'axe de tangage (axe transversal passant par les extrémités des ailes et le centre de gravité) : l'arrière de l'appareil s'abaisse et le nez se lève (mouvement en cabré).

Inversement, lorsque le manche est poussé vers l'avant, la gouverne de profondeur s'abaisse faisant pivoter le nez de l'appareil vers le bas (mouvement de piqué). La gouverne de profondeur permet donc de contrôler l'assiette de l'avion (position de l'appareil par rapport à l'horizon).

c-Gouverne de direction (Rudder) : crée des moments autour de l'axe lacet (Yaw en Anglais) : Le mouvement de lacet d'un drone est contrôlé par la gouverne de direction. En voulant se diriger à gauche, la gouverne de direction pivote vers la gauche, ce qui entraîne une dépression de côté droit de la gouverne et la rotation de l'avion autour de l'axe de lacet vers la gauche (et inversement pour tourner à droite). Par ailleurs, lors d'une mise en virage, le drone peut être amené à actionner la gouverne de direction du côté où il tourne de manière à corriger un phénomène appelé lacet inverse, susceptible de provoquer une dissymétrie du vol.

d-Etrangleur de moteur (Throttle) : utilisé pour contrôler le taux d'oxygène lors de la combustion, afin de générer la poussée et la portance nécessaires lors de vol [décollage, atterrissage].

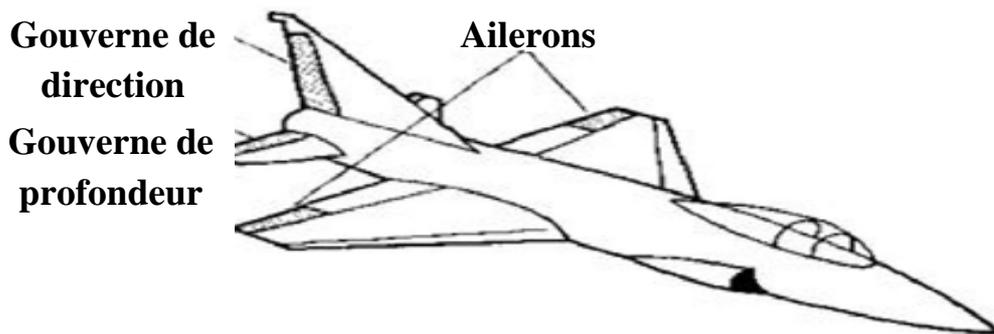


Fig.1.2: Représentations des deux repères.

I.3. Quelques généralités sur la dynamique du Vol :

Le vol est un phénomène aérodynamique c'est à dire qu'il est la conséquence directe du déplacement d'un mobile par rapport à l'air, auquel il faut de la vitesse.

L'aérodynamique est l'étude des phénomènes qui se créent autour d'un mobiles (drone) en se déplacement dans l'air. Examiner en premier lieu le milieu dans lequel les drones évoluent puis déterminer les critères pour qu'ils aient la forme la plus appropriée au vol.

La Mécanique du vol est l'étude des forces appliquées à un drone en vol. Ces forces peuvent être regroupées en fonction de leur origine :

- origine inertielle, fonction des accélérations subies par la masse du drone.

- origine propulsive, générée par les moteurs du drone.
- origine aérodynamique, induite par la vitesse de déplacement du drone.

L'Air

Avant d'entreprendre l'étude des phénomènes qui permettent à un drone de se maintenir dans l'atmosphère et d'y évoluer, il est utile de rappeler brièvement la propriété la plus importante caractérisant ce milieu qui est l'air.

- L'air est compressible : il est possible de réduire son volume en le comprimant.
- L'air est expansible : il tend à occuper un volume toujours plus grand.
- L'air est élastique : résultant des 2 précédentes. C'est à dire que l'air reprend exactement son volume initial lorsqu'on le replace dans les conditions ayant précédé une compression ou une détente.
- L'air est pesant: par rapport aux autres corps, le poids de l'air reste faible.

La résistance de l'air :

Chaque corps en mouvement dans l'air est soumis de la part de celui-ci à une résistance qui tend à s'opposer à ce mouvement. Cette résistance a son origine dans les propriétés de l'air mais dépend aussi des caractéristiques du corps concerné (surface, forme....). Cette action de l'air se traduit en chaque point de la surface du corps comme le montre la figure 1 :

- une force élémentaire de pression perpendiculaire a la surface.
- une force élémentaire de frottement tangente a la surface.

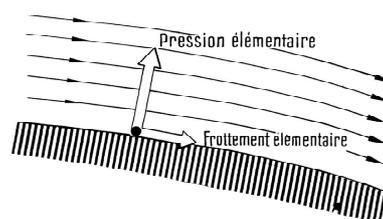


Fig.1.3. La résistance de l'air

La résultante aérodynamique :

C'est la force générée par l'ensemble des surpressions à l'intrados et dépressions à l'extrados, le point d'application de la résultante aérodynamique s'appelle "**CENTRE DE POUSSEE**".

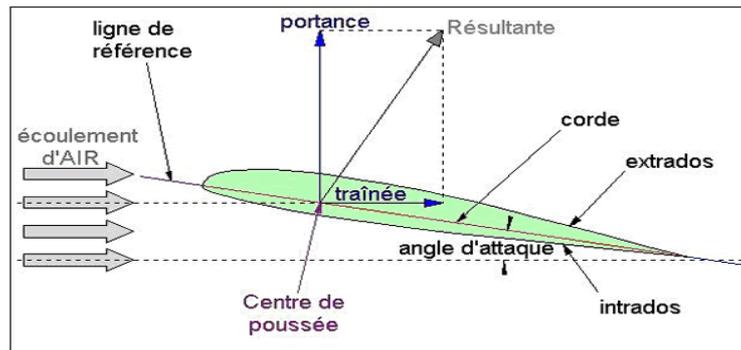


Fig.1.4. Représentation des différentes forces s'appliquant sur un drone.

Angle d'attaque: angle formé entre la corde et la direction des filets d'air,

Corde: segment de droite joignant le bord d'attaque au bord de fuite. Egalement appelée profondeur du profil.

Bord d'attaque: point le plus en avant du profil.

Bord de fuite : point le plus en arrière du profil.

La portance : est la force qui équilibre le poids (**portance=poids**). Dans tous les cas où cette égalité n'est pas satisfaite, l'avion ne peut plus voler horizontalement.

I.4.Description de la dynamique du vol :

Considérons que le drone est un corps rigide ; la distance entre deux points de ce corps ne change pas durant le vol. Le mouvement de cet objet est donc exprimé par six degrés de liberté. Souvent, durant un vol dans l'atmosphère la mesure de mouvement de drone est liée à la terre, et par convention un repère orthogonal sera pris sur terre, l'origine de ce repère qui peut être confondu avec le centre de la terre ou pris sur une certaine surface sur terre et les axes sont orientés comme suit :

- $O_E X_E$ vers le nord.
- $O_E Y_E$ vers l'est.
- $O_E Z_E$ vers le bas.

Son utilité principale est l'expression des relations et des effets gravitationnels, tels que l'altitude, le parcours ou la distance horizontale et l'orientation de drone. Un autre est lié à la structure de drone dont l'origine O_B est centre de gravité du drone et les divers axes orthogonaux leurs sens sont définis comme suit :

- $O_B X_B$ en avant de drone.
- $O_B Y_B$ vers son tribord (coté droit de drone).

- $O_B Z_B$ vers le bas suivant le vecteur gravitationnel.

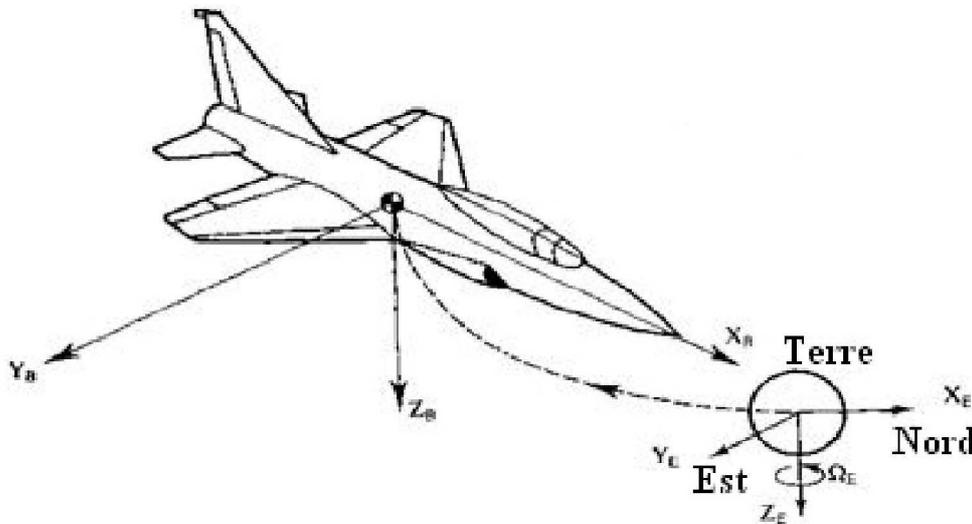


Fig.1.5.Représentation du système terre-drone et des deux repères.

I.5.Modèles mathématiques du vol et les perturbations atmosphériques :

Les équations générales du mouvement sont données par un ensemble des équations non linéaires, décrites dans ce qui suit. Les équations des forces et des moments sont données dans les expressions (de 1.2 à 1.6), elles sont réarrangées dans une configuration d'espace d'états non-linéaire, telles que les vitesses linéaires et angulaires sont des variables d'état, les forces externes et les moments sont les entrées de l'espace d'état. En plus de vitesses linéaires et angulaires, les angles d'Euler et les coordonnées de positions par rapport à la terre sont ajoutées pour compléter le vecteur d'état [4]. Les vitesses linéaires peuvent être décrites par la combinaison de la vitesse réelle, l'angle d'attaque et l'angle de dérapage du drone.

Le modèle d'état non-linéaire de la dynamique du drone peut être exprimé comme suit:

$$\begin{cases} \dot{\vec{x}} = F(\vec{x}, \vec{u}, \vec{d}, t) \\ \vec{y} = c\vec{x} \end{cases} \tag{1.1}$$

Où :

F Est une fonction de vecteurs multi variables.

\vec{x} Est le vecteur d'état avec les composantes suivantes :

$$\vec{x} = [V \ \alpha \ \beta \ p \ q \ r \ \Psi \ \theta \ \phi \ X_e \ Y_e \ h_e]^T$$

$V = [u \ v \ w]^T$ Contient les composantes de la vitesse du drone.

u : Composante horizontale.

v : Composante latérale.

w : Composante verticale.

α : Angle d'attaque (angle of attack)

β : Angle de dérapage (sidslip)

p : Taux du roulis (Roll Rate)

q : Taux du tangage (Pitch Rate)

r : Taux du lacet (Yaw Rate)

Ψ : Angle du cap (heading Angle)

θ : Angle du tangage (pitch angle)

ϕ : Angle d'inclinaison (bank angle)

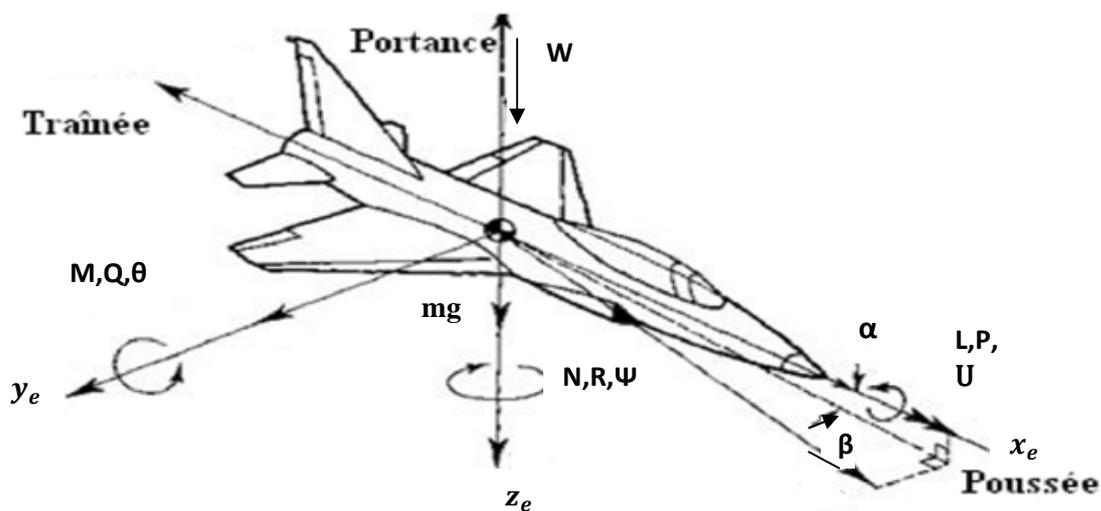


Fig1.6. Axes liés au drone

Le sens des directions sont données comme suit :

U, V, W sont les vitesses en avant, à tribord et verticale.

L, M, N sont les moments de Roulis, Tangages et de lacet.

P, Q, R sont les vitesses angulaires de Roulis, Tangages et lacet.

θ, Ψ sont les angles Roulis, Tangages et lacet.

Les autres composantes du vecteur : $\vec{x} = [x_e \ y_e \ h_e]^T$ définissent la position du drone relativement a la terre tel que :

x_e vers le Nord, y_e vers l'Est.

h est l'altitude.

$\vec{U} = [\delta_e \ \delta_{th} \ \delta_a \ \delta_r]^T$ Est le vecteur de commande.

Où :

δ_e : est la déflexion des gouvernes de profondeur.

δ_{th} : est l'accélérateur du moteur.

δ_a : est la déflexion de l'aileron.

δ_r : est la déflexion des gouvernes de direction.

$\vec{d} = [V_{gx} \ V_{gy} \ V_{gz}]^T$ est le vecteur des perturbations qui représente les projections de la vitesse instantanée de la turbulence dans les axes du drone.

C : est la matrice d'observation, qui détermine les sorties mesurées pour être utilisées pour la conception de la loi de commande.

En vu de commander le mouvement de drone, nous considérons l'équation des forces et des moments qui affectent ce dernier pendant son vol:

Equations de la force :

$$X(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = mg \sin \theta + m(\dot{u} + qw - rv)$$

$$Y(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = -mg \cos \theta \sin \varphi + m(\dot{v} + ru - pw) \quad (1.2)$$

$$Z(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = -mg \cos \theta \cos \varphi + m(\dot{w} + pv - qu)$$

Les équations ci-dessus sont dues à des forces aérodynamiques et à des forces propulsives. Avec réarrangement des équations (1.2), nous obtenons les équations de mouvement linéaires suivantes :

Selon la direction de l'axe OX du drone :

$$\dot{u} = rv - qw - g \sin \theta + \frac{1}{m}(X_{aero} + X_{propulsion}). \quad (1.3)$$

Selon la direction de l'axe OY du drone :

$$\dot{v} = pw - ru + g \sin \varphi \cos \theta + \frac{1}{m}(Y_{aero} + Y_{propulsion}). \quad (1.4)$$

Selon la direction de l'axe OZ du drone :

$$\dot{w} = qu - pv + g \cos \theta \cos \varphi + \frac{1}{m}(Z_{aero} + Z_{propulsion}). \quad (1.5)$$

Equations des moments :

$$\mathbf{L}(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = I_{XX}\dot{p} - (I_{YY} - I_{ZZ})qr - I_{YZ}(q^2 - r^2) - I_{ZX}(\dot{r} + pq) - I_{XY}(\dot{q} - rp).$$

$$\mathbf{M}(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = I_{YY}\dot{q} - (I_{ZZ} - I_{XX})rp - I_{ZX}(r^2 - p^2) - I_{XY}(\dot{p} + qr) - I_{YZ}(\dot{r} - pq). \quad (1.6)$$

$$\mathbf{N}(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d}) = I_{ZZ}\dot{r} - (I_{XX} - I_{YY})pq - I_{XY}(p^2 - q^2) - I_{YZ}(\dot{q} + rp) - I_{ZX}(\dot{p} - qr).$$

$L(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$, $M(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$ et $N(\vec{U}, \vec{x}, \vec{d})$ sont les composantes du moment ; les équations (1.6) sont dus a des forces aérodynamiques et propulsives, ces moments sont pris sur le centre de gravité, il n'y a donc aucune contribution de la force de gravitation.

Equations associées aux Angles d'Euler :

Les trois angles d'Euler donnent l'orientation du drone en effectuant une suite de rotations autour du lacet d'un angle Ψ , du tangage d'un angle θ et du roulis d'un angle φ , respectivement. Les équations qui expriment ces angles sont données comme suit :

$$\begin{cases} \dot{\theta} = q \cos \varphi - r \sin \varphi. \\ \dot{\Psi} = q \sin \varphi \sec \theta + r \cos \varphi \sec \theta. \\ \dot{\varphi} = p + q \sin \varphi \tan \theta + r \cos \varphi \tan \theta. \end{cases} \quad (1.7)$$

Ψ, θ et φ Sont appelés les angles d'Euler.

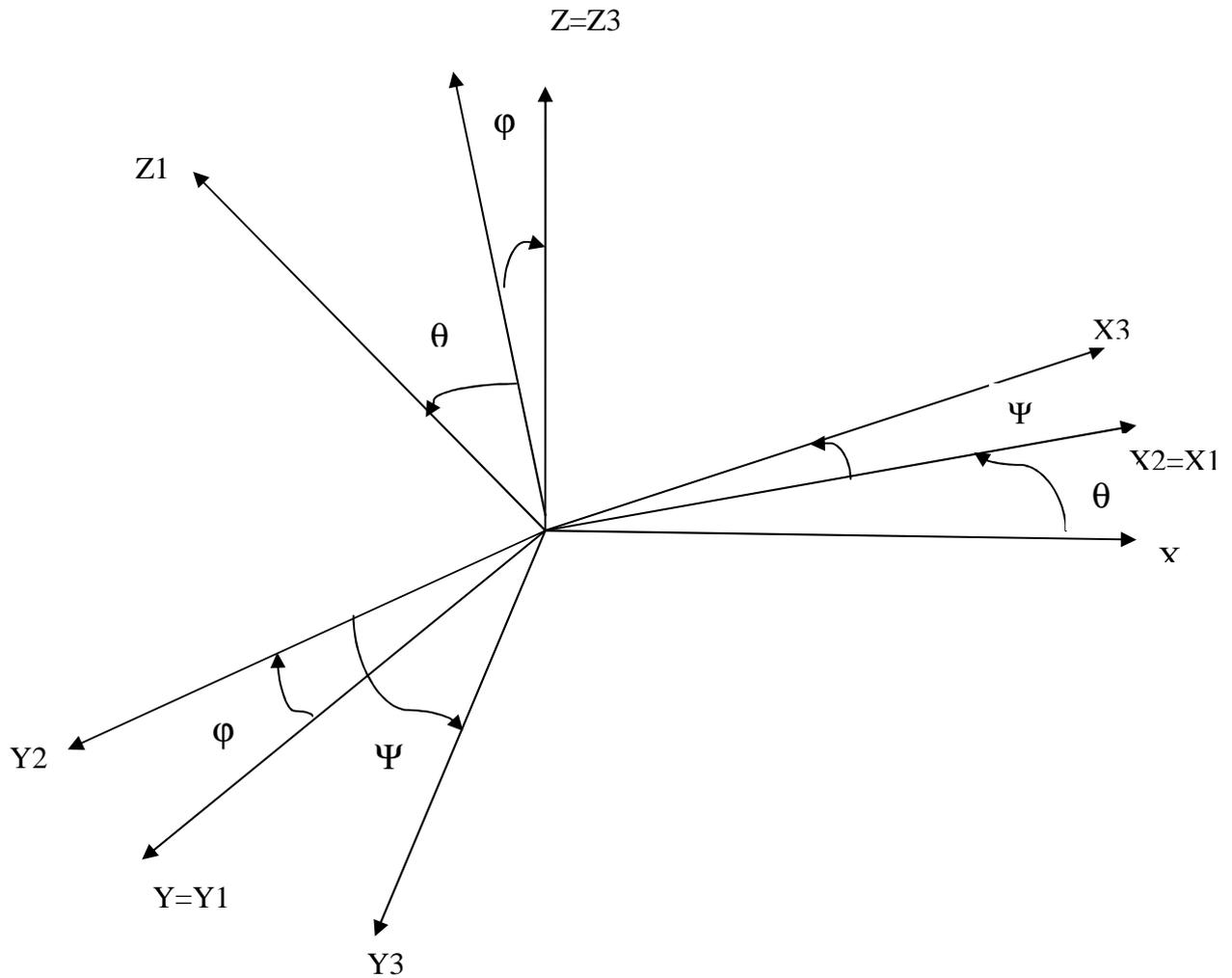


Fig.1.7. Repère des Angles d'Euler

Equations de vitesse par rapport au sol :

La vitesse du drone par rapport au repère géocentrique est donnée par les trois composantes vectorielles suivantes :

Selon l'axe X:

$$\dot{x}_e = u \cos \Psi \cos \theta + v(-\sin \Psi \cos \phi + \cos \Psi \sin \theta \sin \phi) + w(\sin \Psi \sin \phi + \cos \Psi \sin \theta \cos \phi)$$

Selon l'axe Y :

$$\dot{y}_e = u \sin \Psi \cos \theta + v(\cos \Psi \cos \phi + \sin \Psi \sin \phi \sin \theta) + w(-\cos \Psi \sin \phi + \sin \Psi \sin \theta \cos \phi)$$

Selon l'axe Z:

$$\dot{h} = u \sin \theta - (v \sin \phi + w \cos \phi) \cos \theta \quad (1.8)$$

On note : altitude $h = -Z$

I.5.1.Perturbations atmosphériques :

Un avion vole rarement en air absolument calme il existe alors la rafale de vent ; qui est un renforcement brutal et passager du vent, l’air rencontré par le drone lors de son déplacement dans l’atmosphère n’est pas toujours régulier, d’ou les vols irréguliers et instables. Les rafales du vent exercent une influence sur les vitesses et les accélérations angulaires du tangage et du lacet.

Deux représentations analytiques sont possibles pour la puissance de la densité spectrale :

Le filtre de Von Karman et le filtre de Dryden.

Composants de la turbulence longitudinale [5]:

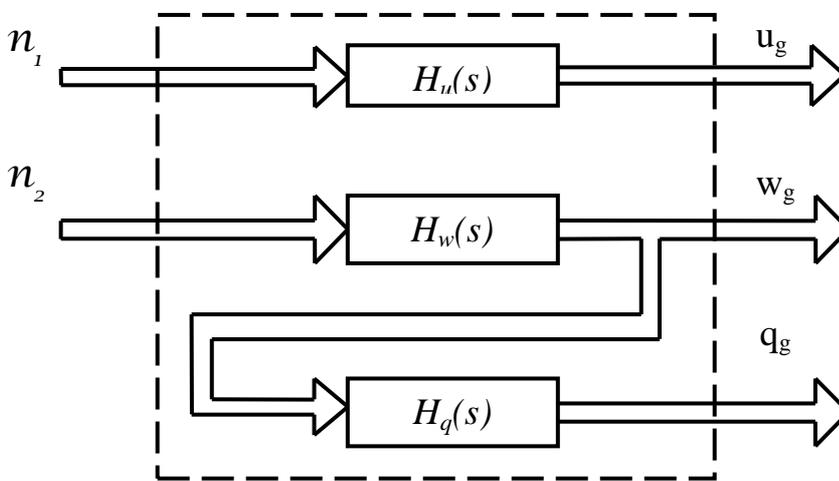


Fig1.8.Les composantes des turbulences atmosphériques longitudinales de Dryden.

Pour le mouvement longitudinal, le filtre de Dryden possède deux entrées $= [1 \ 2]$

Longitudinale et verticale dues aux rafales du vent et trois sorties :

$U_g(t)$: La vitesse de turbulence longitudinale.

$W_g(t)$: La vitesse de turbulence verticale.

$q_g(t)$: Le taux de variation de tangage.

L’ordre des fonctions de transfert représentant le modèle de Von Karman est élevé, il serait donc difficile de concevoir une loi de commande simple, Pour cette raison, lors de la synthèse de la loi de commande, on utilisera le modèle de turbulence de Dryden ; plus simple et qui est représenté par les fonctions de transferts suivantes [5]:

$$H_q(s) = \frac{\frac{s}{v}}{(1 + (\frac{4b}{\pi v})s)} H_w(s)$$

$$H_w(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{L_w}{\pi v}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_w}{v} s}{\left(1 + \frac{L_w}{v} s\right)^2}$$

$$H_u(s) = \sigma_u \frac{\sqrt{\frac{2L_u}{\pi v}}}{\left(1 + \frac{L_u}{v} s\right)}$$

Les longueurs d'échelle de turbulence, et les intensités, sont des fonctions d'altitude définies dans les équations ci-dessous ; les résultats de simulation de l'UAV sont donnés pour une altitude faible (altitude < 304.8m (1000 pieds)) et dans de turbulence modérée a une vitesse de vent de 30 nœuds). Les longueurs d'échelle de turbulences sont comme suit :

$$\begin{cases} L_w = h \\ L_u = L_v = \frac{h}{(0.177 + 0.000823 \cdot h)^{1.2}} \end{cases}$$

Dans une turbulence modérée les intensités de turbulences sont représentées comme suit :

$$\begin{cases} \sigma_w = 0.1 W_{20} \\ \frac{\sigma_u}{\sigma_w} = \frac{\sigma_v}{\sigma_w} = \frac{1}{(0.177 + 0.000823 \cdot h)^{0.4}} \end{cases}$$

Où :

h: est l'amplitude en pieds.

ω_{20} : La vitesse du vent dans la turbulence modérée a 20 pieds.

$\sigma_u, \sigma_\omega, \sigma_v$: sont les intensités des turbulences.

Composants de la turbulence lateral [5]:

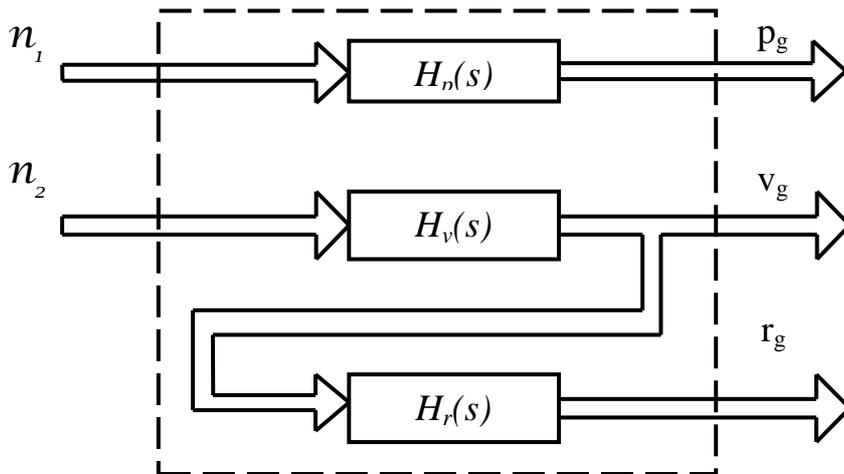


Fig1.9. Les composantes des turbulences atmosphériques latérales de Dryden.

Pour le mouvement latéral, le filtre de Dryden possède aussi deux entrées $= [n_1 \ n_2]$

Latérale et verticale, dues aux rafales du vent et trois sorties :

$P_g(t)$: Le taux de variations de lacet des turbulences.

$V_g(t)$: La vitesse de turbulence latérale.

$r_g(t)$: Le taux de variation du roulis des turbulences.

Pour le canal latéral on utilisera le modèle de Dryden qui est plus simple comme déjà mentionné dans le cas du canal longitudinal, et les fonctions de transferts du model sont les suivantes[5] :

$$H_p(s) = \sigma_w \sqrt{\frac{0.8}{v}} \cdot \frac{(\frac{\pi}{4b})^{1/6}}{L_w^{1/3}(1 + (\frac{4b}{\pi v})s)}$$

$$H_v(s) = \sigma_v \sqrt{\frac{L_v}{\pi v}} \cdot \frac{1 + \frac{\sqrt{3}L_v}{v}s}{(1 + \frac{L_v}{v}s)^2}$$

$$H_r(s) = \frac{\frac{s}{v}}{1 + (\frac{3b}{\pi v})s} H_v(s).$$

Les longueurs d'échelle, de turbulence, et les intensités, sont des fonctions d'altitude définies dans les équations suivantes, elles sont données pour une altitude et dans de turbulences modérées. Les longueurs d'échelle de turbulence sont définies comme suit :

$$\begin{cases} L_w = h \\ L_u = L_v = \frac{h}{(0.177 + 0.000823 \cdot h)^{1.2}} \end{cases}$$

Dans les mêmes conditions de vol, et dans la turbulence modérée les intensités de turbulence sont représentées comme suit :

$$\begin{cases} \frac{\sigma_u}{\sigma_w} = \frac{\sigma_v}{\sigma_w} = \frac{\sigma_w = 0.1 W_{20}}{1} \\ (0.177 + 0.000823 \cdot h)^{0.4} \end{cases}$$

Où :

ω_{20} : est la vitesse du vent dans la turbulence modérée à 20 pieds (6 m).

h : est l'altitude en pieds.

$\sigma_u, \sigma_w, \sigma_v$: sont les intensités de turbulence.

1.5.2. Equations linéarisées de mouvement dans une atmosphère calme :

On peut exprimer les vitesses linéaires directement en fonction de vitesse du véhicule V , l'angle d'attaque α et l'angle de dérapage β par les relations :

$$\begin{cases} u = V \cos \alpha \\ v = V \sin \beta \\ w = V \cos \beta \sin \alpha \end{cases} \quad (1.9)$$

A partir des équations de mouvement (1.9) on tire les dérivées des variables V, β et α par rapport au temps:

$$\begin{bmatrix} \dot{V} \\ \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ \frac{-\sin \alpha}{v \cos \beta} & 0 & \frac{\cos \alpha}{v \cos \beta} \\ \frac{-\cos \alpha \cos \beta}{v} & \frac{\cos \beta}{v} & \frac{-\sin \alpha \sin \beta}{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix}$$

En substituant les équations (1.3), (1.4) et (1.5) dans les équations (1.9) et après quelques manipulations il vient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{v} = -g(\sin \theta \cos \alpha \cos \beta - \cos \theta \sin \varphi \sin \beta - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \cos \beta) + \frac{X}{m} \cos \alpha \cos \beta + \frac{Y}{m} \sin \beta \\ \quad + \frac{Z}{m} \sin \alpha \cos \beta . \\ \dot{\alpha} = q - p \cos \alpha \tan \beta - r \sin \alpha \tan \beta + g \frac{\cos \theta \cos \varphi \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha}{v \cos \beta} \\ \quad - \frac{X \sin \alpha}{m v \cos \beta} + \frac{Z \cos \alpha}{m v \cos \beta} . \\ \dot{\beta} = p \sin \alpha - r \cos \alpha + \frac{g}{v} (\sin \theta \cos \alpha \sin \beta + \cos \theta \sin \varphi \cos \beta - \cos \theta \cos \varphi \sin \alpha \sin \beta) \\ \quad - \frac{X}{m v} \cos \alpha \sin \beta + \frac{Y}{m v} \cos \beta - \frac{Z}{m v} \sin \alpha \sin \beta . \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Où :

α , β , θ et φ sont l'angle d'attaque, l'angle de dérapage, l'angle du tangage et l'angle du roulis, respectivement.

X , Y et Z sont les forces externes du drone.

m : est la masse totale du drone.

g : est l'accélération de la pesanteur.

v : est la vitesse totale.

En linéarisant les équations (1.10), on peut obtenir un ensemble d'équations linéarisées en fonction des variables de perturbation :

Δv , $\Delta \alpha$, $\Delta \beta$, Δp , Δq , Δr , ΔX , ΔY , ΔZ , $\Delta \theta$, $\Delta \Psi$ et $\Delta \varphi$.

Les vitesses linéaires :

$$v = v_0 + \Delta v.$$

$$\alpha = \alpha_0 + \Delta \alpha. \quad (1.11)$$

$$\beta = \beta_0 + \Delta \beta.$$

Les vitesses angulaires :

$$p = p_0 + \Delta p.$$

$$q = q_0 + \Delta q. \quad (1.12)$$

$$r = r_0 + \Delta r.$$

Les composantes de la force :

$$X = X_0 + \Delta X.$$

$$Y = Y_0 + \Delta Y. \quad (1.13)$$

$$Z = Z_0 + \Delta Z.$$

Les angles d'attitude du drone :

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta.$$

$$\varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi. \quad (1.14)$$

$$\Psi = \Psi_0 + \Delta\Psi.$$

Où :

v_0 est la vitesse du drone, α_0 est l'angle d'attaque, θ_0 est l'attitude de compensation en tangage, X_0, Y_0 et Z_0 sont les forces dans les directions X, Y et Z , respectivement. Les variables $\Delta v, \Delta\alpha, \Delta\beta, \Delta p, \Delta q, \Delta r, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z, \Delta\theta, \Delta\Psi$ et $\Delta\varphi$. sont les variables de perturbation sur l'état, elles sont toujours traitées comme des petites quantités. En substituant les équations (1.11) à (1.14) dans les équations (1.10), on peut tirer les équations linéarisées du mouvement régissant les variables perturbées $\Delta v, \Delta\beta$ et $\Delta\alpha$.

Les équations suivantes donnent le modèle linéarisé des équations non linéaires (1.10), En négligeant les termes d'ordre supérieur ($\Delta\beta\Delta\alpha \approx 0, \Delta v\Delta\alpha \approx 0, etc$) et invoquant en même temps les petites approximations d'angle ($\cos \Delta\beta \approx 1, \sin \Delta\beta \approx \Delta\beta, etc$), les équations suivantes du mouvement pour les variables de perturbation $\Delta v, \Delta\alpha$ et $\Delta\beta$ sont dérivées:

$$\begin{cases} \dot{\Delta v} = -g \cos(\theta_0 - \alpha_0) \Delta\theta + \frac{\cos \alpha_0}{m} \Delta X + \frac{\sin \alpha_0}{m} \Delta Z. \\ \dot{\Delta\alpha} = \Delta q - \frac{g}{v_0} \sin(\theta_0 - \alpha_0) \Delta\theta - \frac{\sin \alpha_0}{mv_0} \Delta X + \frac{\cos \alpha_0}{mv_0} \Delta Z. \\ \dot{\Delta\beta} = \sin \alpha_0 \Delta p - \cos \alpha_0 \Delta r + \frac{g}{v_0} \cos \theta_0 \Delta\varphi + \frac{1}{mv_0} \Delta Y. \end{cases} \quad (1.15)$$

1.5.3. Linéarisation des composantes d'accélération angulaire

Dans cette section les équations des composantes d'accélération angulaire sont dérivées des conditions d'équilibre des vitesses angulaires effectuées comme suit:

$$\begin{cases} p = p_0 + \Delta p. \\ q = q_0 + \Delta q. \\ r = r_0 + \Delta r. \end{cases} \quad (1.16)$$

Et les moments :

$$\begin{cases} L = L_0 + \Delta L. \\ M = M_0 + \Delta M. \\ N = N_0 + \Delta N. \end{cases} \quad (1.17)$$

En substituant les équations (1.16) et (1.17) dans les équations (1.6) et ne conserver que les termes du premier ordre dans $\Delta p, \Delta q$ et Δr on obtient :

Selon la direction OY :

$$\Delta M = I_{yy}\dot{\Delta q} - I_{xy}\dot{\Delta p} - I_{yz}\dot{\Delta r}.$$

En supposant que le drone a une symétrie par rapport au plan OXZ puis on a :

$$I_{xy} = I_{yz} = 0.$$

Après simplification, les équations ci-dessus deviennent,

$$\Delta M = I_{yy}\dot{q}. \quad (\text{Equation du tangage})$$

Selon la direction OX :

$$\Delta L = I_{xx}\dot{\Delta p} - I_{xz}\dot{\Delta r} \quad (\text{Equation du roulis})$$

Selon la direction OZ :

$$\Delta N = I_{zz}\dot{\Delta r} - I_{zx}\dot{\Delta p}. \quad (\text{Équation du lacet})$$

En résumé, les équations décrivant les accélérations angulaires du drone sont données comme suit :

$$\begin{bmatrix} I_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & I_{xx} & -I_{xz} \\ 0 & -I_{zx} & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Delta q} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta M \\ \Delta L \\ \Delta N \end{bmatrix}.$$

1.5.4. Linéarisation des équations des angles d'Euler :

A partir des équations (1.7) et en considérant les conditions d'équilibre qui sont définies dans (1.12), (1.13) on aura :

Pour l'angle du tangage θ :

$$\Delta\dot{\theta} \cos \Delta\varphi + \Delta\dot{\Psi} \cos(\theta_0 + \Delta\theta) \sin \Delta\varphi = \Delta q.$$

Comme $\cos \Delta\varphi \approx 1$ et $\Delta\dot{\Psi} \sin \Delta\varphi \approx 0$ il vient :

$$\Delta\dot{\theta} = \Delta q \quad (\text{Équation d'angle de tangage}) \quad (1.18)$$

Pour l'angle du lacet (cap) Ψ :

$$\Delta\dot{\Psi} \cos(\theta_0 + \Delta\theta) \cos \Delta\varphi - \Delta\dot{\theta} \sin \Delta\varphi = \Delta r$$

Après simplification :

$$\Delta\dot{\Psi} = \frac{1}{\cos\theta_0} \Delta r \quad (\text{Équation de l'angle du lacet}) \quad (1.19)$$

Pour l'angle d'inclinaison ϕ :

$$\Delta\dot{\phi} - \sin\theta_0\Delta\dot{\Psi} = \Delta p \quad (\text{Équation de l'angle d'inclinaison})$$

En utilisant l'équation (1.27) il vient :

$$\Delta\dot{\phi} = \Delta p + \tan\theta_0\Delta r \quad (1.20)$$

1.5.5. Linéarisation des forces et moments aérodynamique à l'aide des séries de Taylor :

Le développement de la partie gauche du mouvement nécessite une méthode spécifique pour sa linéarisation, et nous choisissons le développement en série de Taylor. Pour illustrer cette méthode soit x une fonction dépendante des variables $u, v, w, q, p, r, \dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \delta_E, \dot{\delta}_E$, ce développement est la somme des produits de la première dérivée de x par rapport à une des variables.

Pour le canal longitudinal :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{du}u + \frac{dx}{d\dot{u}}\dot{u} + \frac{dx}{dw}w + \frac{dx}{d\dot{w}}\dot{w} + \frac{dx}{dq}q + \frac{dx}{d\dot{q}}\dot{q} + \frac{dx}{d\delta_E}\delta_E + \frac{dx}{d\dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E + \frac{dx}{d\delta_{th}}\delta_{th} + \frac{dx}{d\dot{\delta}_{th}}\dot{\delta}_{th} \\ = m[u\dot{+} w_0q - (g \cos\theta_0)\theta] \\ \frac{dz}{du}u + \frac{dz}{d\dot{u}}\dot{u} + \frac{dz}{dw}w + \frac{dz}{d\dot{w}}\dot{w} + \frac{dz}{dq}q + \frac{dz}{d\dot{q}}\dot{q} + \frac{dz}{d\delta_E}\delta_E + \frac{dz}{d\dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E + \frac{dz}{d\delta_{th}}\delta_{th} + \frac{dz}{d\dot{\delta}_{th}}\dot{\delta}_{th} \\ = m[\dot{w} - u_0q - (g \sin\theta_0)\theta] \\ \frac{dM}{du}u + \frac{dM}{d\dot{u}}\dot{u} + \frac{dM}{dw}w + \frac{dM}{d\dot{w}}\dot{w} + \frac{dM}{dq}q + \frac{dM}{d\dot{q}}\dot{q} + \frac{dM}{d\delta_E}\delta_E + \frac{dM}{d\dot{\delta}_E}\dot{\delta}_E + \frac{dM}{d\delta_{th}}\delta_{th} + \frac{dM}{d\dot{\delta}_{th}}\dot{\delta}_{th} \\ = I_{yy}\dot{q} \end{aligned} \quad (1.21)$$

$$\dot{\theta} = q$$

Pour simplifier la notation, on fait la substitution suivante :

$$X_x = \frac{1}{m} \frac{dX}{dx}$$

$$Z_x = \frac{1}{m} \frac{dZ}{dx}$$

$$M_x = \frac{1}{I_{yy}} \frac{dM}{dx}$$

Ces coefficients sont considérés comme des dérivées de stabilité. En règle générale, certaines de ces dérivées dans l'équation (1.21) sont négligées pour leur effet négligeable dans la dynamique du drone.

L'équation (1.21) peut être réécrite sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{u} = X_u u + X_w w + w_0 q - g \cos \theta_0 \theta + X_{\delta_E} \delta_E + X_{\delta_{th}} \delta_{th} \\ \dot{w} = Z_u u + Z_w w + u_0 q - g \sin \theta_0 \theta + Z_{\delta_E} \delta_E + Z_{\delta_{th}} \delta_{th} \\ \dot{q} = M_u u + M_w w + M_{\dot{w}} \dot{w} + M_q q + M_{\delta_E} \delta_E + M_{\delta_{th}} \delta_{th} \\ \dot{\theta} = q \end{cases} \quad (1.22)$$

Dans le mouvement du drone l'altitude est également prise en considération, elle est exprimée comme suit [4][5]:

$$\dot{h} = -Z_u u - Z_w w - Z_{\delta_E} \delta_E$$

Pour le canal latéral :

La translation latérale s'obtient en les linéarisant :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dv} v + \frac{dy}{dr} r + \frac{dy}{dp} p + \frac{dy}{d\delta_A} \delta_A + \frac{dy}{d\delta_R} \delta_R &= m[\dot{v} + u_0 r - w_0 p + (g \cos \theta_0) \phi] \\ \frac{dl}{dv} v + \frac{dl}{dr} r + \frac{dl}{dp} p + \frac{dl}{d\delta_A} \delta_A + \frac{dl}{d\delta_R} \delta_R &= I_{xx} \dot{p} - I_{xz} \dot{r} \\ \frac{dn}{dv} v + \frac{dn}{dr} r + \frac{dn}{dp} p + \frac{dn}{d\delta_A} \delta_A + \frac{dn}{d\delta_R} \delta_R &= I_{zz} \dot{r} - I_{xz} \dot{p} \end{aligned} \quad (1.23)$$

Ce qui donne après linéarisation le résultat suivant :

$$\begin{cases} \dot{v} = y_v v + (y_r - u_0) r + (y_p + w_0) p + y_{\delta_A} \delta_A + y_{\delta_R} \delta_R - (g \cos \theta_0) \phi \\ \dot{p} = \frac{I_{xz}}{I_{xx}} \dot{r} + L_v v + L_r r + L_p p + L_{\delta_A} \delta_A + L_{\delta_R} \delta_R \\ \dot{r} = \frac{I_{xz}}{I_{zz}} \dot{p} + n_v v + n_r r + n_p p + n_{\delta_A} \delta_A + n_{\delta_R} \delta_R \end{cases} \quad (1.24)$$

$$p = \phi - \Psi \sin \theta_0$$

$$r = \Psi \cos \theta_0$$

Ces deux modèles linéarisés ci-dessus représentent les modèles de translation longitudinale et latérale respectivement, qui sont exprimés sous la forme :

$$\dot{x} = Ax + Bu + Gn$$

Avec

A : matrice d'état.

B : matrice de commande.

G : matrice d'interaction des perturbations dues à des perturbations atmosphériques.

I.5.6. Equations de mouvement dans une atmosphère non-stationnaire :

Les équations obtenues dans la dernière section sont linéarisées dans une atmosphère calme. Cependant, l'atmosphère est rarement calme. Afin d'étudier l'influence des perturbations de l'atmosphère sur le mouvement du drone, les équations doivent être modifiées en ajoutant les composants atmosphériques comme les entrées de perturbations comme suit :

$$\Delta u_a = \Delta u \pm u_g, \Delta v_a = \Delta v \pm v_g, \Delta w_a = \Delta w \pm w_g$$

$$\Delta p_a = \Delta p \pm p_g, \Delta q_a = \Delta q \pm q_g, \Delta r_a = \Delta r \pm r_g.$$

Où:

$\Delta u_a, \Delta v_a, \Delta w_a$ sont les composantes des vitesses linéaires du drone.

$\Delta p_a, \Delta q_a, \Delta r_a$ sont les vitesses angulaires.

$[u_g v_g w_g]$ Est le vecteur des composantes de vitesses linéaires des rafales du vent.

$[p_g q_g r_g]$ Est le vecteur des composantes de vitesses angulaires des rafales du vent.

La même méthode utilisée dans les calculs des équations linéarisées dans une atmosphère calme qui est utilisée ici pour dériver les équations dans une atmosphère non-stationnaire et elles sont données dans ce qui suit pour le canal longitudinal et latéral [3-4] :

$$x_{long} \dot{=} \begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q - w_0 & g \cos \theta_0 & 0 & 0 \\ z_u & z_w & z_q + u_0 & g \sin \theta_0 & 0 & 0 \\ m_u & m_w & m_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & u_0 & 0 & 0 \\ \Omega_u & \Omega_w & 0 & 0 & \Omega_H & \Omega_\Omega \end{bmatrix} x_{long} + \begin{bmatrix} x \delta_E & 0 \\ z \delta_E & 0 \\ m \delta_E & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \Omega_{\delta th} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_E \\ \delta_{th} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} x_u & x_w & x_q - w_0 \\ z_u & z_w & z_q + u_0 \\ m_u & m_w & m_q \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_g \\ q_g \\ w_g \end{bmatrix}.$$

Et $x_{long} = [u w q \theta h \Omega]^T$

$$x_{lat} \dot{=} \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r - u_0 & g & 0 \\ L_v & L_p & L_r & 0 & 0 \\ N_v & N_p & N_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x_{long} + \begin{bmatrix} y_{\delta a} & y_{\delta r} \\ L_{\delta a} & L_{\delta r} \\ N_{\delta a} & N_{\delta r} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_a \\ \delta_{tr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y_v & y_p & y_r - U_0 \\ L_v & L_p & L_r \\ N_v & N_p & N_r \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_g \\ p_g \\ r_g \end{bmatrix}.$$

Et $x_{lat} = [p v r \phi \Psi]^T$

I.6. Modèle linéaire du canal longitudinal de l'Aerosonde Mark3 :

La linéarisation du modèle du drone Aerosonde est réalisée en faisant varier la vitesse afin de créer un modèle nominal et deux autres perturbés. Cela peut s'expliquer par le fait que le drone vole dans un large intervalle de changement de vitesse.

Le modèle nominal est choisi à une vitesse $V = 30$ m/sec ; le premier et second modèles à paramètres perturbés sont choisis à des vitesses $V = 25$ m/sec et 35 m/sec respectivement. Le vecteur d'état obtenu après la linéarisation a six états, donnés par :

$$X_{long} = [u \ \omega \ q \ \theta \ h \ \Omega]^T$$

Où :

u : est la vitesse longitudinale.

ω : est la vitesse verticale.

q : est le taux de tangage.

θ : est l'angle d'attaque.

h : est l'altitude.

Ω : est la vitesse de rotation du moteur (tr/min).

Ainsi Le modèle d'état linéarisé du canal longitudinal du drone pourrait être décrit comme suit:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ Y(t) = Cx(t) + Du(t) + V(t) \end{cases}$$

Avec :

x : Est le vecteur d'état, ω le vecteur de la rafale du vent et u la commande avec les deux composantes $[\delta_{th} \ \delta_{el}]^T$.

Où :

δ_{th} : est la commande de l'accélérateur du moteur, elle assure la stabilisation de la vitesse dans le canal longitudinal.

δ_{el} : est la déflexion des gouvernes de profondeur, elle assure la stabilisation de l'altitude.

Pour concevoir un correcteur fiable il faut induire au modèle du vol, le modèle de l'interaction de l'atmosphère et celui de la dynamique des actionneurs.

Les deux modèles perturbés obtenus du modèle nominal du canal longitudinal sont définis respectivement par les matrices suivantes [6-7] :

Modèle nominal :

Le modèle nominal est choisi à une vitesse 30 m/s.

$$A = \begin{bmatrix} -0.293 & 0.38 & -0.55 & -9.78 & 0 & 0.01 \\ -0.55 & -5.36 & 30 & -0.18 & 0 & 0 \\ 0.33 & -5.63 & -6.19 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & -1 & 0 & 30 & 0 & 0 \\ 41.53 & 0.78 & 0 & 0 & -0.63 & -3.85 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.3 & 0 \\ -3.7 & 0 \\ -50 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2664 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.293 & -0.38 & 0.55 \\ 0.55 & 5.36 & 30 \\ 0.33 & 5.36 & 6.19 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Premier modèle perturbé V=25m/s.

$$A_{lon_{p1}} = \begin{bmatrix} -0.24 & 0.53 & -1.19 & -9.8 & 0 & 0.0116 \\ -0.59 & -4.47 & 25 & -0.47 & 0 & 0 \\ 0.43 & -4.83 & -5.15 & 0 & 0 & -0.009 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.04 & -0.99 & 0 & 25 & 0 & 0 \\ 34.66 & 1.68 & 0 & 0 & -0.03 & -3.23 \end{bmatrix}; \quad B_{lon_{p1}} = \begin{bmatrix} 0.35 & 0 \\ -2.55 & 0 \\ -35.2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 389.6 \end{bmatrix};$$

$$G_{lon_{p1}} = \begin{bmatrix} -0.24 & 0.53 & -1.19 \\ 0.59 & -4.47 & 25 \\ 0.43 & -4.83 & -5.15 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Second modèle perturbé V=35m/s.

$$Alon_{p2} = \begin{bmatrix} -0.35 & 0.28 & -0.058 & -9.81 & 0 & 0.016 \\ -0.55 & -6.25 & 35 & -0.016 & 0 & 0 \\ 0.28 & -6.43 & -7.21 & 0 & 0 & -0.012 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0.001 & -1 & 0 & 35 & 0 & 0 \\ 48.48 & 0.07 & 0 & 0 & -0.78 & -4.43 \end{bmatrix}; Blon_{p2} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0 \\ -5 & 0 \\ -68 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3040 \end{bmatrix}$$

$$Glon_{p2} = \begin{bmatrix} -0.35 & 0.28 & -0.058 \\ -0.55 & -6.25 & 35 \\ 0.28 & -6.43 & -7.21 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I.7.Modèle linéaire du canal latéral du drone :

Le modèle nominal est choisi à une vitesse V= 30 m /sec ; Le premier et second modèles à paramètres perturbés sont choisis à des vitesses V= 25 m/sec et 35m/s respectivement. Le vecteur d'état obtenu après la linéarisation a cinq états, donnés par :

$$X = [v \ p \ r \ \varphi \ \Psi].$$

Où :

$v=[u \ v \ w]^T$ contient les composantes de la vitesse du drone.

p : est le taux du roulis (Roll Rate).

r : est le taux du lacet (Yaw Rate).

φ : est l'angle d'inclinaison (Bank Angle).

Ψ : est l'angle du cap (Heading Angle).

Ainsi Le modèle d'état linéarisé du canal latéral du drone pourrait être décrit comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_{lat}(t) = A_{lat}x(t) + B_{lat}u(t) + G_{lat}w(t) \\ Y_{lat}(t) = C_{lat}x(t) + D_{lat}u(t) + V(t) \end{cases}$$

Avec :

x : Est le vecteur d'état, w le vecteur de la rafale du vent et u la commande avec les deux composantes $[\delta_a \ \delta_r]^T$.

Où :

δ_a : est la déflexion de l'aileron.

δ_r : est la déflexion des gouvernes de direction.

Les deux modèles perturbés obtenus du modèle nominal du canal latéral sont définis respectivement par les matrices suivantes :

Modèle nominal

Le modèle nominal est choisi à $V=30\text{m/s}$.

$$Alat = \begin{bmatrix} -0.8297 & 0.5669 & -30 & 9.78 & 0 \\ -5.48 & -26.97 & 12.98 & 0 & 0 \\ 0.89 & -3.5 & -1.35 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; Blat = \begin{bmatrix} -2.13 & 5.44 \\ -187.35 & 3.37 \\ -7.38 & -34.41 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Glat = \begin{bmatrix} 0.8297 & -0.5669 & 0 \\ 5.48 & 26.97 & 0 \\ -0.89 & 3.5 & 1.35 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Premier modèle perturbé $V=25\text{m/s}$.

$$Alat_{p1} = \begin{bmatrix} -0.69 & 1.21 & -25 & 9.80 & 0 \\ -4.55 & -22.42 & 10.79 & 0 & 0 \\ 0.74 & -2.9 & -1.12 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.04 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; Blat_{p1} = \begin{bmatrix} -1.47 & 3.77 \\ -129.7 & 2.35 \\ -5.11 & -23.83 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Glat_{p1} = \begin{bmatrix} -0.69 & 1.21 & -25 \\ -4.55 & -22.42 & 10.79 \\ 0.73 & -2.9 & -1.12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Second modèle perturbé $V=35\text{m/s}$.

$$Alat_{p2} = \begin{bmatrix} -0.97 & 0.05 & -35 & 9.81 & 0 \\ -6.38 & -31.43 & 15.13 & 0 & 0 \\ 1.03 & -4.07 & -1.58 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0.0016 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; Blat_{p2} = \begin{bmatrix} -2.9 & 7.4 \\ -254.7 & 4.58 \\ -10 & -46.79 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix};$$

$$Glat_{p2} = \begin{bmatrix} -0.97 & 0.05 & -35 \\ -6.38 & -31.43 & 15.13 \\ 1.03 & -4.07 & -1.58 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

I.8.Modèle des actionneurs :

Système du premier ordre, qui est donné par la fonction de transfert suivante:

$$G_{act} = \frac{1}{1 + \tau_a s}$$

Où τ_a est la constante du temps de l'actionneur. L'entrée de la fonction vient du Signal de commande du régulateur, la sortie est la déflexion de surface physique exprimée en Unités de radians.

I.9.Modèle des capteurs :

L'interconnexion du système avec le régulateur exige la mesure des vitesses angulaires et les accélérations de translation ainsi que la mesure des angles d'Euler. Le modèle utilisé dans la simulation est décrit par la fonction de transfert du premier ordre suivante :

$$G_{sens} = \frac{1}{1 + \tau_s s}$$

Où τ_s est la constante de temps de la dynamique de détection. Pour faciliter la mise en œuvre d'une loi de commande sur un ordinateur, il faut réduire le nombre de capteurs à bord du coup on gagne en légèreté en ce qui concerne le drone lui même.

Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté le drone en général notamment ces caractéristiques, Le modèle mathématique non linéaire que nous avons linéarisé par la suite afin de séparer les dynamiques en deux, longitudinales et latérales ; le modèle de turbulence de Dryden est donné vu qu'il est plus simple que le modèle de Von Karman, ainsi que les modèles nominaux et perturbés de chaque canal.

Introduction :

Les problèmes de la commande optimale se rencontrent dans la vie de tous Les jours : comment arriver a destination le plus rapidement possible, comment minimiser sa consommation...etc. Pour un système dynamique donné et dont les équations sont connues, le problème de commande optimale consiste alors a trouver la commande minimisant un critère donné. C'est sous cette forme que la commande optimale a été étudiée dès le XIXème siècle avec le calcul des variations. Une des grandes applications de la commande optimale a été l'application au lanceur Apollo dans les années 1960. Notons néanmoins que les difficultés soulevées par ce genre de problème sont loin d'être complètement résolues comme en témoignent les sessions dédiées à la commande optimale dans les conférences d'automatique. La commande optimale reste donc un sujet de recherche d'actualité.

Ce chapitre est consacré dans un premier lieu à la synthèse de la loi de commande linéaire quadratique(LQR) nous nous s'intéresserons tout particulièrement aux systèmes linéaires dans le cas d'un critère quadratique, et qui s'exprime sous la forme d'un retour d'état statique. On s'intéressera par la suite a l'outil utilisé pour l'optimisation connue sous le nom de la méthode du simplexe.

II.1.Synthèse de la commande LQR :**II.1.1.Modèle d'état continu du drone :**

Le modèle d'état continu du drone est défini comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \\ Y(t) = Cx(t) + Du(t) + V(t) \end{cases} \quad (2.1)$$

Avec : $A \in R^{(n \times n)}$, $B \in R^{n \times q}$, $C \in R^{p \times n}$, $D \in R^{p \times q}$, $G \in R^{n \times 3}$

Ou :

$X(t)$: vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$.

A : matrice d'état du système de dimension $(n \times n)$.

$U(t)$: vecteur de commande de dimension $(q \times 1)$.

B : matrice de commande de dimension $(n \times q)$.

$Y(t)$: vecteur de mesure en sortie de dimension $(p \times 1)$.

C : matrice d'observation de dimension $(n \times n)$.

D : est la matrice d'intervention directe de l'entrée sur la sortie de dimension $(p \times q)$.

G : est la matrice de connexion entre le modèle de perturbation et le modèle du drone de dimension $(n \times 3)$.

$W(t)$: vecteur de rafale de vent décrit par les sorties du filtre de Dryden.

$V(t)$: vecteur de bruit de mesure des capteurs.

Parmi les deux modèles de turbulence donnés à savoir celui de Von Karman et le filtre de Dryden, on utilisera ce dernier ; sous sa forme canonique commandable ; plus simple comme déjà mentionné dans la première partie.

Le modèle d'état du filtre de Dryden est défini comme suit :

$$\begin{cases} \dot{X}_{dr}(t) = A_{dr}X_{dr}(t) + B_{dr}\square(t) \\ Y_{dr}(t) = C_{dr}X_{dr}(t) + D_{dr}\square(t) \end{cases} \quad (2.2)$$

Où : $A_{dr} \in R^{r \times r}$, $B_{dr} \in R^{r \times 2}$, $C_{dr} \in R^{3 \times r}$, $D_{dr} \in R^{3 \times 2}$

Pour le mouvement longitudinal, le filtre de Dryden possède deux entrées $\square = [\square_1 \ \square_2]$

Longitudinale et verticale dues aux rafales du vent et trois sorties $u_g(t), w_g(t), q_g(t)$

(Définies dans le premier chapitre).

Pour le mouvement latéral, le filtre de Dryden possède aussi deux entrées $\square = [\square_1 \ \square_2]$

Latérale et verticale, dues aux rafales du vent et trois sorties $P_g(t), V_g(t), R_g(t)$ (définies dans le premier chapitre).

II.1.2. Le Modèle étendu :

Après connexion du modèle de Dryden à celui du drone on obtient un modèle d'état étendu représenté comme suit :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{X}(t) \\ \dot{X}_{dr}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & GC_{dr} \\ 0_{r \times n} & A_{dr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t) \\ X_{dr}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B & GB_{dr} \\ 0_{r \times q} & B_{dr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U(t) \\ \square(t) \end{bmatrix} \\ Y_{ex}(t) = [C \ 0_{p \times r}] \begin{bmatrix} X(t) \\ X_{dr}(t) \end{bmatrix} + [D \ 0_{p \times 2}] \begin{bmatrix} U(t) \\ \square(t) \end{bmatrix} + V \end{cases} \quad (2.3)$$

Ou bien :

$$\begin{cases} \dot{X}_{ex}(t) = A_{ex}X_{ex}(t) + B_u U(t) + B_s \square(t) \\ Y_{ex}(t) = C_{ex}X_{ex}(t) + D_u U(t) + D_s \square(t) + v(t) \end{cases} \quad (2.4)$$

Avec : $B_u = [B \ 0_{r \times q}]^T$, $D_u = D$, $B_s = [GB_{dr} \ B_{dr}]^T$ et $D_s = 0_{p \times 2}$.

La synthèse du régulateur numérique du système décrit dans (2.4), se fait par le passage dans le domaine discret, en choisissant une période d'échantillonnage adéquate ($T_s=0.02s$). Le modèle discret équivalent au modèle étendu est donné par la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} X_d(K+1) = A_d X_d(K) + B_{ud} U(K) + B_{sd} \square(K) \\ Y_d(K) = C_d X_d(K) + D_{ud} U(K) + D_{sd} \square(K) + V(k) \end{cases} \quad (2.5)$$

II.2. Commande Linéaire Quadratique LQR

On parle de commande linéaire quadratique : LQ ou LQR pour linear Quadratic regulator, le système est linéaire et la commande est quadratique, la commande optimale est un retour d'état sous la forme:

$$u(t) = -kx(t).$$

Situation :

On veut amener x à un état désiré :

- A moindre cout.
- Bien réagir aux perturbations.
- Contrôler U linéairement grâce à x de manière optimale.

II.2.1. Présentation de la méthode LQR :

Pour contrôler U linéairement grâce à x , la loi de commande :

$$u(t) = -kx(t) \tag{2.6}$$

Le problème est de trouver un retour d'état stabilisant, optimal au sens du compromis rapidité, performance et énergie de commande. Il s'agit donc de trouver la matrice de gain du retour d'état K , Si on travaille en temps fini, k varie avec le Temps. On observe tout de même que k est constant sur une grande portion ; il ne varie qu'au début de l'asservissement, par exemple lors du décollage d'un avion, ou bien à son atterrissage. On sépare donc le problème en deux :

- ✓ Trouver le k de la partie constante, qui servira pour la plus grande partie du temps d'asservissement.
- ✓ Trouver tous les k correspondant à tous les δ_t de la partie critique, mais cela nécessite des calculs lourds, car il faut effectuer des calculs en récurrence inversée. C'est pour cela que dans les cas d'asservissements non critiques, on choisit souvent de les ignorer. Ce qui est le cas dans notre projet où l'on va rechercher que le k en temps infini.

II.2.2. Le critère du compromis :**Vitesse de rejet de perturbations :**

$$J_x = \sum_{n=1}^{\infty} X_d^T(k) Q X_d(k) \quad (2.7)$$

Energie de commande :

On peut évaluer l'énergie de commande par le critère :

$$J_u = \sum_{n=1}^{\infty} U^T(k) R U(k) \quad (2.8)$$

Critère de compromis :

$$J(x_0, k_0, u) = J_u + J_x = \sum_{n=1}^{\infty} (X_d^T(k) Q X_d(k) + U^T R U(k))$$

Où :

R et Q: Sont des matrices de pondération symétriques définies positive et semi positive respectivement.

$$u^T(k) R u(k) > 0, \quad x^T(k) Q x(k) \geq 0.$$

Dans le cas d'un problème LTI (linéaire à temps invariant) le gain du retour statique K est une constante, les matrices Q et R doivent être spécifiées : les performances de la commande dépendent fortement des valeurs numériques des coefficients de ces matrices.

L'opérateur doit choisir les matrices de pondération. Ce résultat est important du point de vue des applications, car il permet de mettre en œuvre une commande en boucle fermée (Fig.2.2) Fonction de l'état du système ; le gain de retour k est constant et ne dépend que des paramètres du système et des matrices de pondérations Q et R du critère d'optimisation.

II.2.3. Choix des matrices de pondérations Q et R :

La commande LQR permet de calculer une loi de commande linéaire optimale grâce à une fonction de cout J , que LQR minimise. Q et R sont alors les matrices de pondération de x et u de la fonction de cout.

Cependant, Q doit être semi-définie positive et R définie positive. Elles expriment les préférences de l'ingénieur pour le contrôle sur A et B . Pour commencer, on se limite à l'élaboration de matrices de pondération diagonales. Il n'existe pas de manière systématique pour les calculer car elles ne représentent que des préférences mais il existe certaines heuristiques pour se donner une valeur de

départ selon la règle de Bryson. On peut ensuite affiner les matrices initiales jusqu'à un résultat satisfaisant avec la méthode de tâtonnement.

$$R = \text{diag}(r_1, r_2 \dots r_m) ; Q = \text{diag}(q_1, q_2 \dots q_n)$$

$$q_i = \frac{1}{\sup(y_i)} ; i=1,2,\dots,n$$

$$r_i = \frac{1}{\sup(u_i)} ; i=1,2,\dots,m$$

II.2.4. Recherche du gain du retour K

Pour trouver le gain du retour K en temps infini, on applique la formule suivante :

$$K = (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P A_d \quad (2.9)$$

P est obtenu par la résolution de l'équation de Riccati :

$$P = Q + A_d^T (P - P B_d (R + B_d^T P B_d)^{-1} B_d^T P) A_d = 0 \quad (2.10)$$

En rapportant la commande u formulée en (2.6), dans l'équation d'état, on obtient l'équation différentielle décrivant le comportement du système en boucle fermée :

$$\dot{x}(k) = (A_d - B_d K)x(k) \quad (2.11)$$

II.2.5. Organigramme de calcul de la loi de commande LQR :

L'organigramme de calcul de la commande optimale est représenté sur la figure suivante [8] :

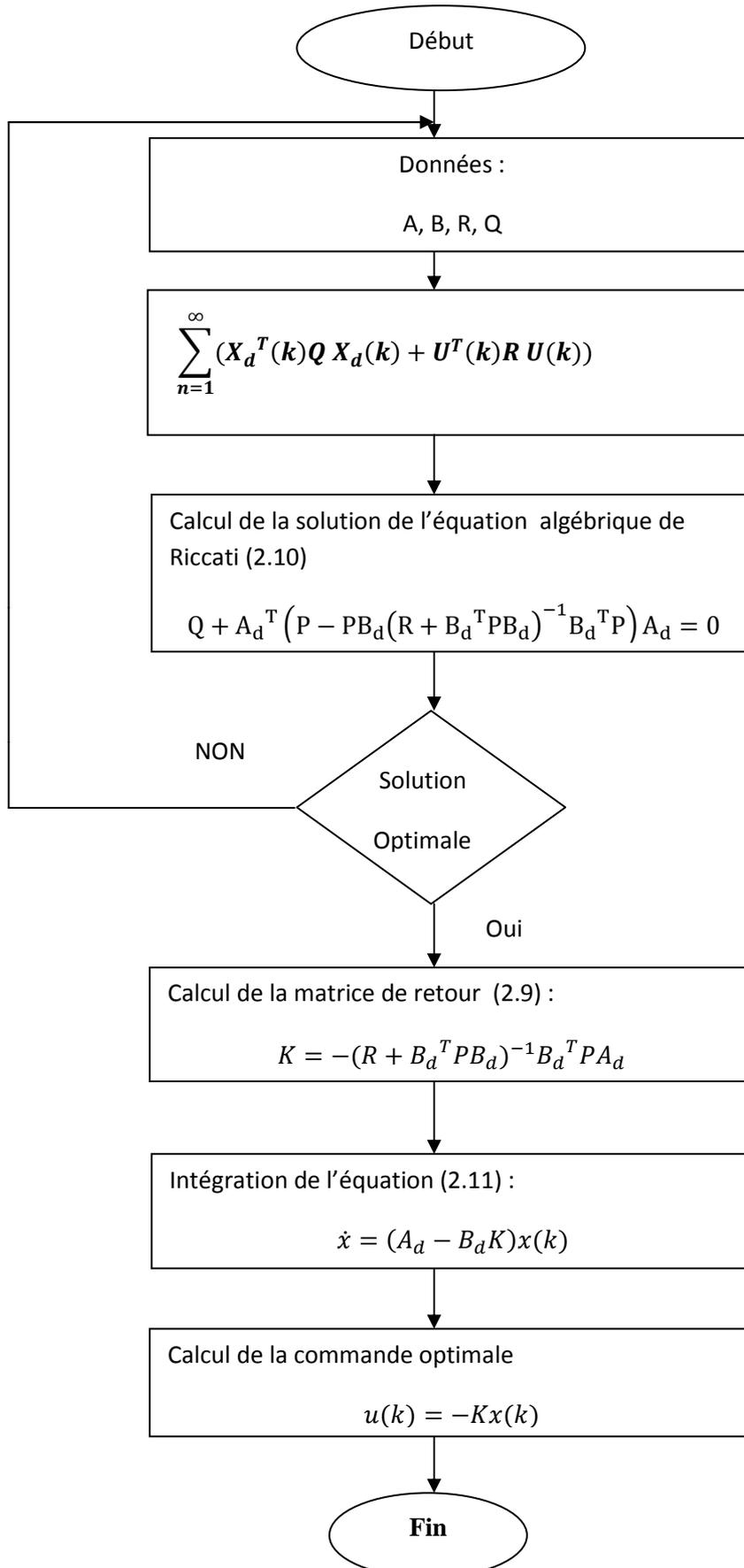


Fig. 2.1 : Organigramme de calcul de la loi de commande optimale quadratique.

Un schéma explicite du système de commande optimale avec critère quadratique est donné comme suit [8] :

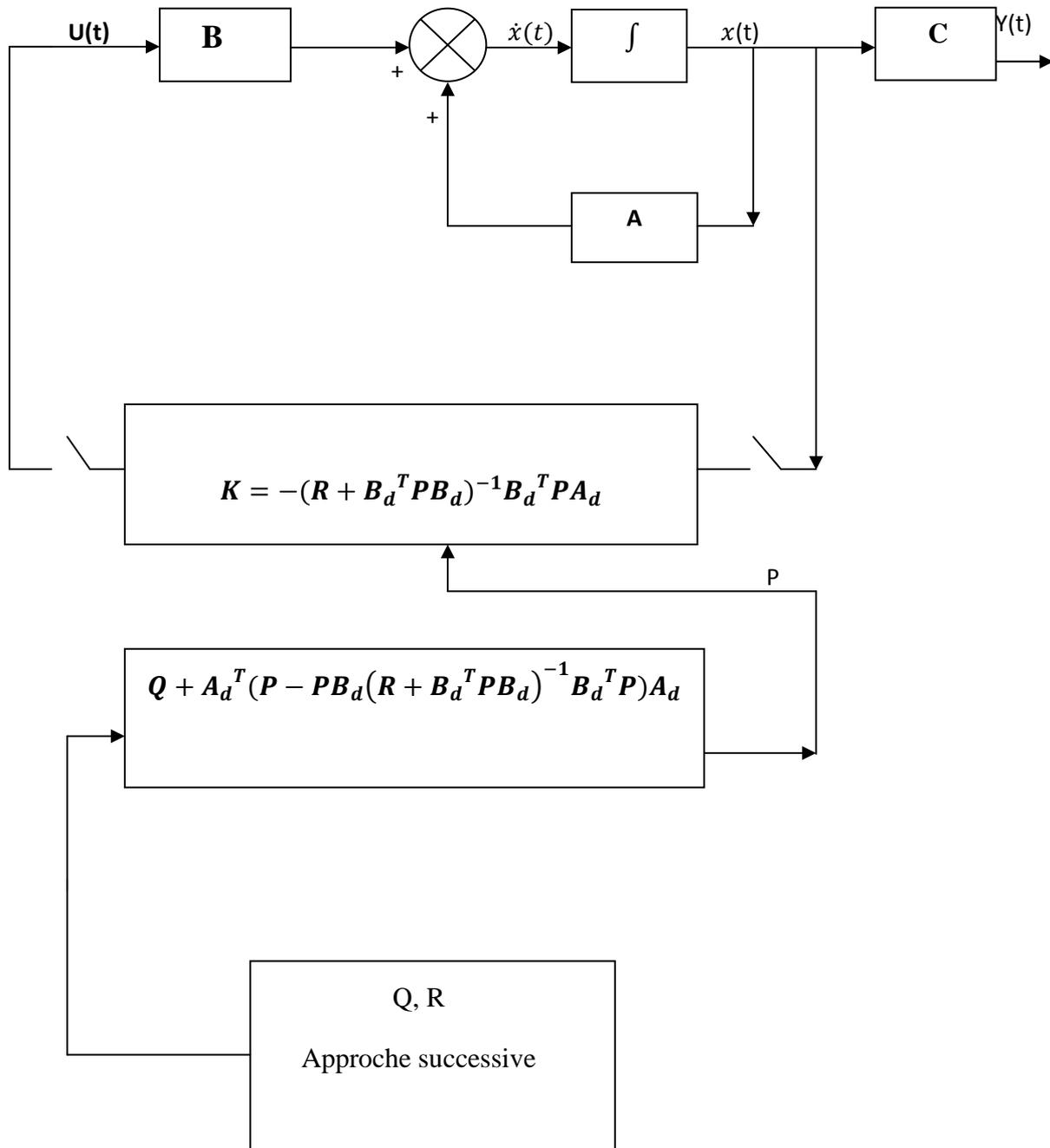


Fig.2.2 : commande optimale en boucle fermée

II.3. Robustification paramétrique du correcteur LQR :

Après la conception de la loi de commande pour le modèle nominal, nous avons introduit des perturbations sur certains paramètres du modèle. Dans le but de savoir si nous allons obtenir les mêmes performances.

Robuste désigne ce qui est solide comme le chêne rouvre, une variété de chêne très dur sans doute identifiée par sa coloration. La robustesse a comme valeur la solidité, la résistance, la vigueur, la dureté, la force, autant de qualités attribuées au chêne. En automatique, la robustesse a surtout une connotation de résistance, à la différence de ce qui est attendu du bois de charpente, les systèmes ne sont pas évalués sur la dureté, la solidité des composants mais sur des propriétés de stabilité et de performance. Les systèmes sont robustement stables quand la stabilité n'est pas altérée par des incertitudes sur le modèle. La démarche de l'automaticien est faire l'analyse de la robustesse et de rechercher un correcteur améliorant les propriétés de robustesse. Il s'agit de corroborer les propriétés des systèmes et de trouver des correcteurs roboratifs.

L'analyse de la robustesse s'appuie généralement sur la formulation d'un modèle variant dans le temps, variation qui peut s'exprimer en fonction d'un certain nombre de paramètres incertains. La première question concerne la stabilité. L'analyse de la robustesse en stabilité consiste à établir si le système demeure stable malgré les variations attendues des paramètres.

Nous pouvons aussi souhaiter que le système maintienne certaines performances. L'analyse de la robustesse en performance cherche à établir si le système maintient les performances prévues pour les variations attendues des paramètres. La question de la robustesse peut être abordée de deux manières, pour la stabilité comme pour les performances. Puisque la stabilité est une condition suffisante pour les performances, la marge de Robustesse en performance est nécessairement plus faible que la marge de robustesse en stabilité.

La méthode d'optimisation H_2/H_∞ permet de garder les mêmes performances quelque soit les perturbations (internes ou externes). Cette méthode est basée sur l'optimisation d'une fonction objectif composée des différentes normes H_2 et H_∞ , de la sensibilité, la sensibilité complémentaire et la sensibilité à la commande.

Robustesse des systèmes asservis :

La boucle d'asservissement est habituellement décrite par le schéma bloc de la figure suivante :

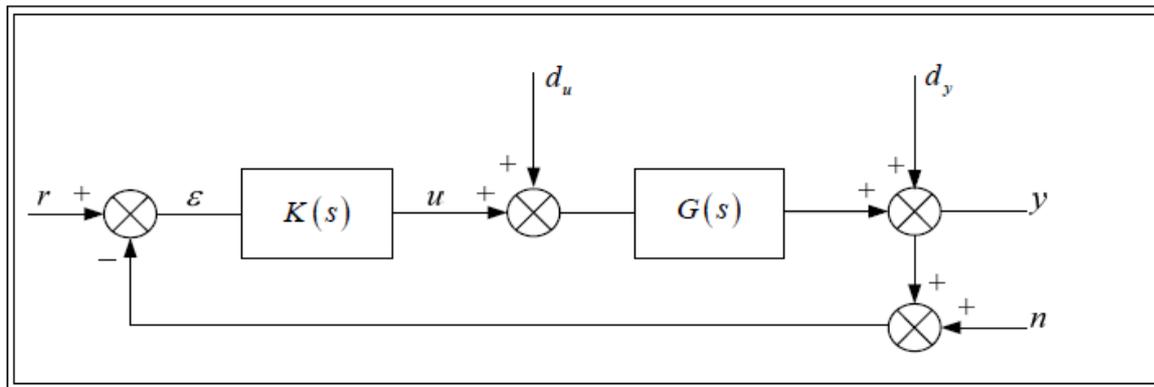


Fig.2.3 : boucle d'asservissement.

$\mathbf{r(t)}$: est la consigne ou signal de référence.

$\mathbf{y(t)}$: est le signal de sortie ou réponse.

$\mathbf{\varepsilon(t)}$: est l'erreur de suivi.

$\mathbf{u(t)}$: est la commande.

$\mathbf{d_u(t)}$: est la perturbation de la commande.

$\mathbf{d_y(t)}$: est la Perturbation de la sortie.

$\mathbf{n(t)}$: est le bruit de mesure.

Nous distinguons certaines fonctions de transfert caractéristiques de la boucle qui vont jouer un rôle important dans l'étude et la synthèse des asservissements robustes. Ces fonctions sont [9]:

La fonction de sensibilité:

Nous pouvons écrire la fonction de sensibilité de la manière suivante : $\mathbf{S = (I + KG)^{-1}}$ Cette fonction exprime l'amplification des perturbations à l'entrée du système en boucle fermée, elle indique aussi la sensibilité de l'entrée $u+d_u$ du système aux perturbations d_u affectant cette entrée.

La fonction de sensibilité complémentaire:

La sensibilité complémentaire est définie de la manière suivante: $\mathbf{T = KG(I + KG)^{-1}}$. Nous reconnaissons la fonction de transfert du système comprenant le régulateur plus le système en boucle fermée. Elle indique l'effet du bruit de mesure n sur l'entrée r .

La fonction de sensibilité a la commande :

La fonction de sensibilité a la commande est définie par la fonction $\mathbf{R} = \mathbf{K}(\mathbf{I} + \mathbf{K}\mathbf{G})^{-1}$ Qui détermine comment les perturbations du système d_u et le bruit de mesure n affectent la commande u .

La robustesse des systèmes de commande de vol est la propriété plus cruciale. Comme mentionné avant, durant le vol des drones plusieurs incertitudes peuvent surgir ce qui est du au changement paramétrique. Ces incertitudes peuvent être internes et/ou externes, structurelles ou non-structurelles, ce qui produit certaines déviations de comportement nominal de celui perturbé. La tâche majeure de la commande robuste est de permettre la commande de n'importe quel modèle perturbé par le correcteur calculé a priori pour le modèle nominal. Dans ce travail, trois modèles linéaires de drone sont calculés avec variation de certains paramètres ; comme mentionné dans le premier chapitre sont pris pour montrer l'efficacité de cette méthode.

II.3.1. Les normes H_2/H_∞

Il existe trois différents points de fonctionnement pour former le modèle nominal, représenté par la matrice suivante $[A, B, C, D, G]$ et les modèles perturbés données par $[A_{p1}, B_{p1}, C_{p1}, D_{p1}, G_{p1}]$ et $[A_{p2}, B_{p2}, C_{p2}, D_{p2}, G_{p2}]$. Notre objectif dans ce mémoire est de concevoir un correcteur qui assure la stabilité et les mêmes performances que le modèle nominal dans le cas de variation paramétrique. Un critère de performance est formé pour l'estimation des performances et la robustesse des trois modèles basés sur les normes (H_2/H_∞) calculée pour différentes fonctions de sensibilité \mathbf{S} et la fonction de sensibilité complémentaire du système \mathbf{T} , et les fonctions de sensibilités a la commande \mathbf{R} .

Les matrices de transfert données ci-dessous sont calculées pour le modèle nominal, la même procédure pour calculer les deux autres modèles perturbés en remplaçant le modèle nominal de drone $[A, B, C, D, G]$ par $[A_{p1}, B_{p1}, C_{p1}, D_{p1}, G_{p1}]$.

Comme mentionné avant les performances sont mesurées en calculant la norme H_2 pour les différentes matrices. Le principe de la théorie de commande robuste se base sur l'estimation des performances de systèmes en boucle fermée en utilisant la norme H_∞ .

Calcul de la norme H_2 :

La norme H_2 des matrices de transfert qui constituent la partie déterministe de problème de commande, pour chaque modèle (nominal et perturbés) est calculée en utilisant la représentation de l'espace d'état pour chaque modèle.

Et la norme H_2 :

$$H_{2SN} = \|S_N\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{SN}Q_{SN})C_{SN}} \quad (2.12)$$

ET :

$$H_{2RN} = \|R_N\|_2 = \sqrt{\text{trace}(C_{RN}Q_{RN})C_{RN}} \quad (2.13)$$

Où :

Q_{SN}, Q_{RN} Sont les gramians de commandabilité données par la solution des équations de Lyapunov suivantes:

$$A_{SN}Q_{SN}A_{SN} - Q_{SN} + B_{SN}B_{SN}^T = 0 \quad (2.14)$$

ET

$$A_{RN}Q_{RN}A_{RN} - Q_{RN} + B_{RN}B_{RN}^T = 0 \quad (2.15)$$

Où Le suffixe n désigne nominal.

La norme H_∞ estime la robustesse de système et indique le gain maximal en boucle fermée, cependant pour assurer la stabilité et la robustesse du système, il faut que ce gain reste petit.

Remarque : Pour les deux autres modèles perturbés P1 et P2 on effectue les mêmes calculs.

La norme H_∞ :

La norme H_∞ est définie pour les fonctions vectorielles, est étendue aux matrices de transfert en utilisant la norme matricielle : $\|G(s)\|_\infty = \sup \bar{\sigma}(G(jw))$; (avec $w \in \mathbb{R}$). $\|G(s)\|_\infty$ correspond à la valeur maximale atteinte, sur l'ensemble des fréquences, elle indique le gain maximal en boucle fermée, cependant pour assurer la stabilité et la robustesse du système, il faut que ce gain reste petit.

$\bar{\sigma}(G(jw))$ représente la plus grande valeur singulière qui est la valeur la plus élevée du gain du système sur l'ensemble des pulsations et ce pour un système multivariable (pour un système monovariable, c'est la valeur la plus élevée de $|G(jw)|$); dans le cas d'une matrice A , les valeurs singulières sont les racines carrées des valeurs propres de A^*A et AA^* , elles sont réelles positives ou nulles, le nombre de valeurs singulières non nulles est égale au rang de la matrice). la norme H_∞ est calculée pour la fonction de sensibilité complémentaire.

Après avoir estimé les performances et la robustesse du système en utilisant la norme H2 et la norme H ∞ des différentes matrices de transfert pour les trois modèles (nominal et perturbés), nous allons appliquer la procédure d'optimisation robuste H2/H ∞ pour chercher le compromis entre robustesse et performances. Il faut noter que les matrices de transfert en boucle fermée dépendent du régulateur (LQR) k , donc les normes H2 et H ∞ y dépendent elles aussi, ces deux gains constituent les variables d'optimisation qui seront utilisées pour trouver le compromis entre robustesse et performances.

Le critère du compromis est formé pour chaque modèle avec les poids de pondérations de LaGrange correspondant à la contribution de chaque terme estimé, le critère de performance pour le modèle nominal est donné comme suit :

$$J^n(k) = \lambda_1^n H_{2SN} + \lambda_2^n H_{\infty TN} + \lambda_3^n H_{2RN} \quad (2.16)$$

Le même critère de performance est attribué pour les deux modèles perturbés, dont les expressions sont :

$$J^{P1}(k) = \lambda_1^{P1} H_{2SP1} + \lambda_2^{P1} H_{\infty TP1} + \lambda_3^{P1} H_{2RP1} \quad (2.17)$$

$$J^{P2}(k) = \lambda_1^{P2} H_{2SP2} + \lambda_2^{P2} H_{\infty TP2} + \lambda_3^{P2} H_{2RP2} \quad (2.18)$$

La fonction totale à optimiser est donnée par la sommation des trois critères de performance exprimée comme suit :

$$J(k) = J^n(k) + J^{P1}(k) + J^{P2}(k) \quad (2.19)$$

Tels que les facteurs de LaGrange λ_i^k , ($k=n, p1, p2$) pondèrent la contribution des termes estimant performance et robustesse dans la fonction totale, respectivement, n , $p1$, et $p2$ correspondent aux modèles nominal, premier et deuxième modèle perturbé, respectivement. Puisque le calcul de la norme H2 est basé sur la gouvernabilité de Gramians des matrices de sensibilité de système en boucle fermée en conséquent ces matrices doivent rester stables et complètement commandables durant la procédure d'optimisation.

II.4.L'optimisation par la méthode du simplexe :

La méthode du Simplexe est une procédure itérative qui permet d'améliorer la résolution de la fonction objectif à chaque étape. Le processus se termine lorsque vous ne pouvez pas continuer à améliorer la valeur, c'est-à-dire, on a atteint la solution optimale (la valeur la plus élevée ou la plus

basse possible, selon le cas). à partir de la base de la valeur de la fonction objectif en un point quelconque, le procédé est de trouver un autre point qui améliore la valeur précédente.

Principe de la méthode du simplexe :

La méthode du simplexe consiste à examiner les différentes solutions de base réalisables telles que la valeur de la fonction objectif croît (max) ou décroît (min) à chaque étape. Après un nombre fini d'étape, l'optimum s'il existe est atteint. Pour cela, on doit :

- a. Déterminer une solution de base réalisable initiale (ou de départ).
- b. Passer d'une solution de base réalisable à une autre solution en augmentant (max) / diminuant (min) à chaque étape la valeur de la fonction objectif
- c. Arrêter la procédure lorsqu'il n'est pas possible d'améliorer la fonction objectif. La dernière solution trouvée est donc la solution optimale.

Conclusion :

Dans cette seconde partie on a conçu un régulateur apte à satisfaire certaines conditions de performance et de stabilité pour un modèle nominal par la méthode LQR, avec but de stabiliser le mouvement longitudinal et latéral et obtenir un gain statique nominal.

Pour assurer la stabilité du système et les mêmes performances en cas de perturbations internes ou externes ou même en cas de changement de structure du système (la structure devient non linéaire) on robuste le correcteur prédéterminé.

Introduction :

La détermination des valeurs initiales des paramètres du correcteur optimal est faite par la méthode LQR (Linear Quadratic Regulator), la réponse du système (drone) est aussi optimale présentant certaines performances assez intéressantes, et vu son incapacité de remplir les mêmes performances sur un intervalle de fonctionnement, nous proposons de robustifier ce correcteur en imposant certains critères de performance dans une fonction objectif, de sorte qu'elle soit la somme des normes H2 de la fonction de sensibilité "S" représentant le critère de performance, et la somme des normes infinies H ∞ de la fonction de sensibilité complémentaire "T" représentant la robustesse de la commande, sans oublier le critère de stabilité ce qui est plus important. La procédure de d'optimisation de la fonction objectif est faite en utilisant la méthode du simplexe, après avoir effectué plusieurs itérations on a eu les résultats suivants :

III.1. les matrice de pondération :

Le nombre d'état pour le canal longitudinal du modèle étant égal à n=8 et n=7 pour le modèle du canal latéral.

Après tâtonnement on a pu déterminer les matrices de pondérations suivantes :

Pour le canal longitudinal :

$$\mathbf{R} = \text{diag} ([1 \ 1]) ; \mathbf{Q} = \text{diag} ([10^{-2} \ 10^{-3} \ 10^{-2} \ 10^{-2} \ 10^{-2} \ 10^{-1} \ 0.1])$$

Pour le canal latéral :

$$\mathbf{R} = \text{diag} ([400 \ 10]); \mathbf{Q} = \text{diag} ([10^2 \ 10^1 \ 10^{-5} \ 10^{-2} \ 10 \ 10^{-4} \ 0.1 \ 0.1])$$

III.2. Valeurs des normes :**Canal latéral**

H_{∞} latéral					
ntinf1	ntinf2	ntinfp11	ntinfp12	ntinfp21	ntinfp22
0.0387	0.0387	0.7198	0.0260	1.6639	0.0543

Tableau 3.1: Valeurs des normes H ∞ de la fonction T et Pour les modèles latéraux.

H ₂ lateral											
H2sd	H2rd	H2ss	H2rs	H2sdp1	H2rdp	H2ssp1	H2rsp	H2sdp2	H2rdp	H2ssp2	H2rsp
				1	1	1	1	1	2	1	2
1.069	0.002	1.069	0.002	1.2718	0.003	0.7307	0.001	2.8800	0.007	1.4731	0.002
2	2	2	2		4		7		3		8

Tableau 3.1 : Valeurs des normes H₂ des deux fonctions de sensibilité S et R pour les modèles latéraux.

La minimisation du critère de performance réduit les normes H_2 représentant les performances et H_∞ la robustesse.

Gain du retour d'état :

$$K_{lat} = [0.0045 \quad -0.0155 \quad 0.0511 \quad -0.1846 \quad -0.0797 \quad 0.4958 \quad -0.4086 \\ -0.0016 \quad 0.0305 \quad -0.2172 \quad 0.0262 \quad -0.0581 \quad -0.4306 \quad 1.2058]$$

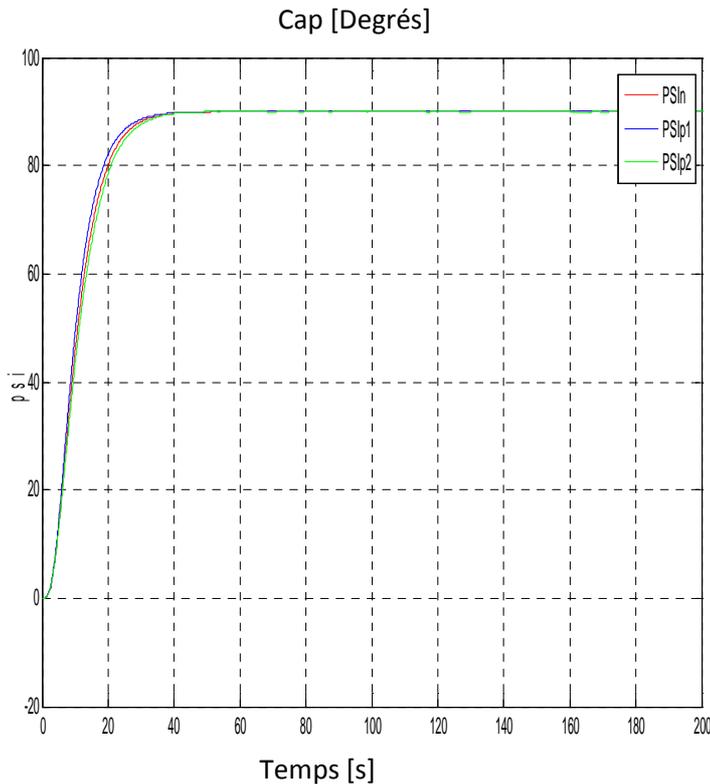
La même méthode a également été appliquée pour le modèle longitudinal.

Les résultats sont donnés dans ce qui suit :

III.3. Résultats de simulation du canal latéral:

Pour le mouvement latéral, le signal de référence est le cap $\psi=90^\circ$; les résultats de simulation sans et avec les perturbations (bruit de fond et externe) sont donnés sur les figures suivantes :

Cas déterministique.



Cas stochastique.

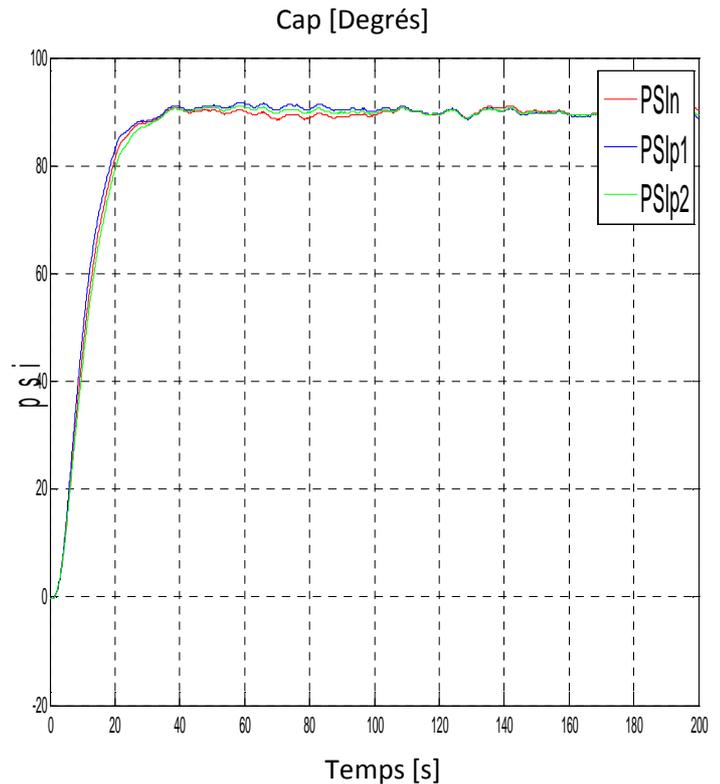


Figure (3.2) : Angle de Lacet en fonction de temps.

L'angle de direction ψ est influençable par la commande des ailerons, mais elle atteint la référence fixée, Le cap (ψ) est réglé à 90° , et malgré les perturbations internes et externes la courbe se stabilise toujours a cet angle.

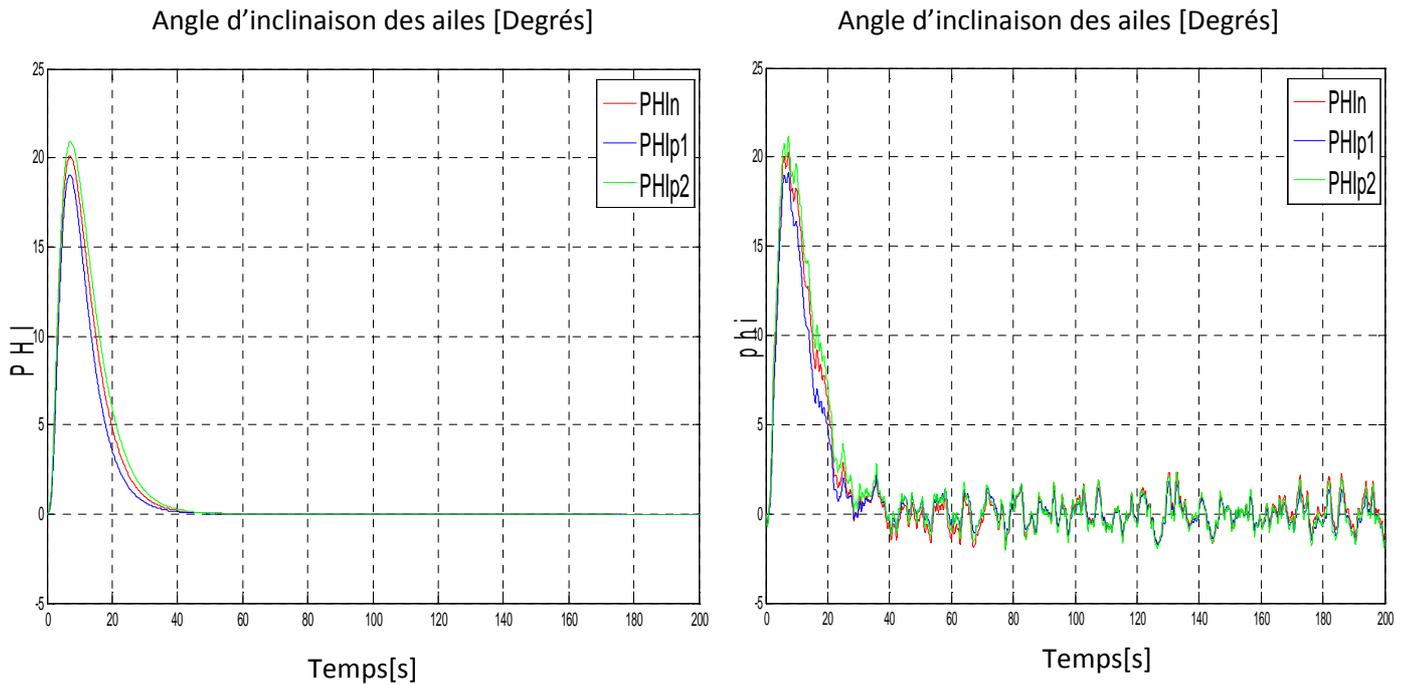


Figure (3.4): Angle de Roulis en fonction de temps.

N'ayant pas donné de référence pour l'angle de roulis phi (Bank angle) qui se fait généralement à travers les commande des ailerons, phi croit jusqu'à 21^0 (degrés) et cela est du au changement du cap puis commence à descendre jusqu'à son annulation. Malgré l'introduction des perturbations atmosphériques et les bruit de fonds, phi oscille toujours autour de zéro.

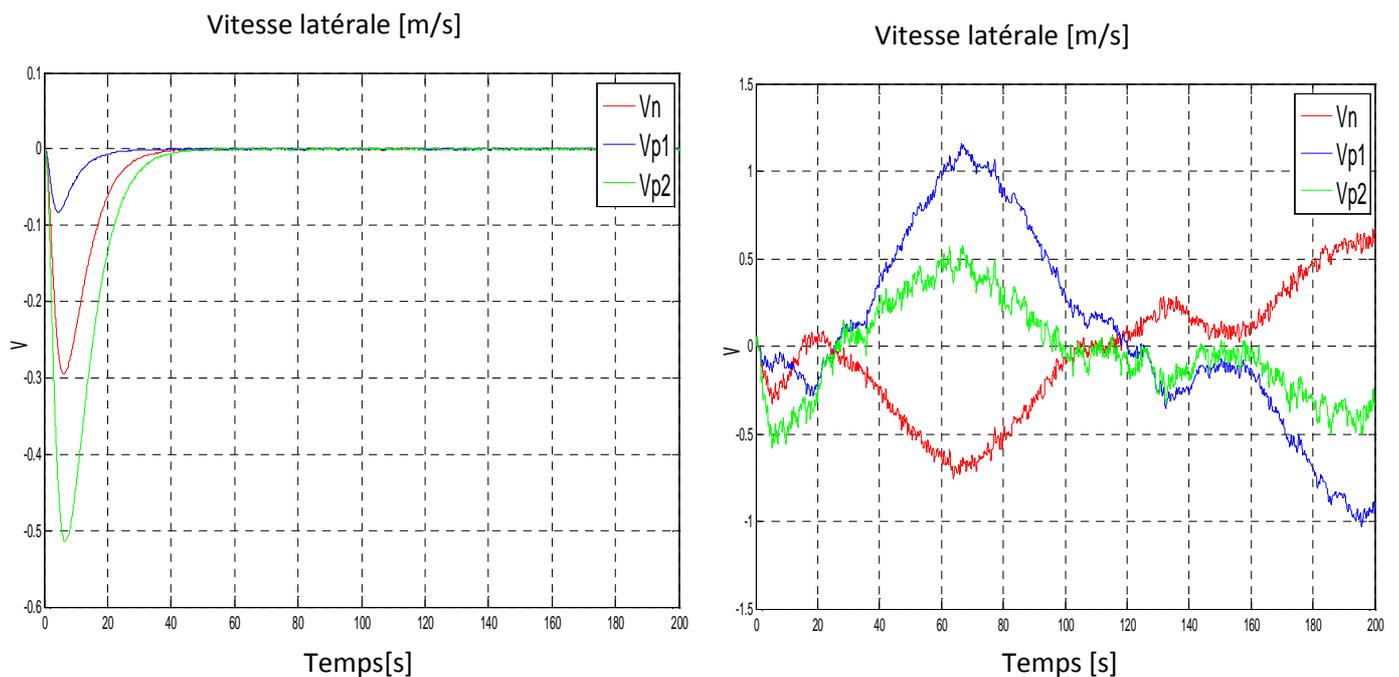


Figure (3.5): Vitesse latérale en fonction de temps.

La vitesse de translation latérale est minimisée de sorte à éviter des dérives latérales, mais néanmoins un environnement agitant cause de sérieuses dérives et pour remédier, le correcteur maintient cette vitesse autour de zéro en dépit des perturbations.

Taux de variation du lacet [Degrés /s]

Taux de variation du lacet [Degrés/s]

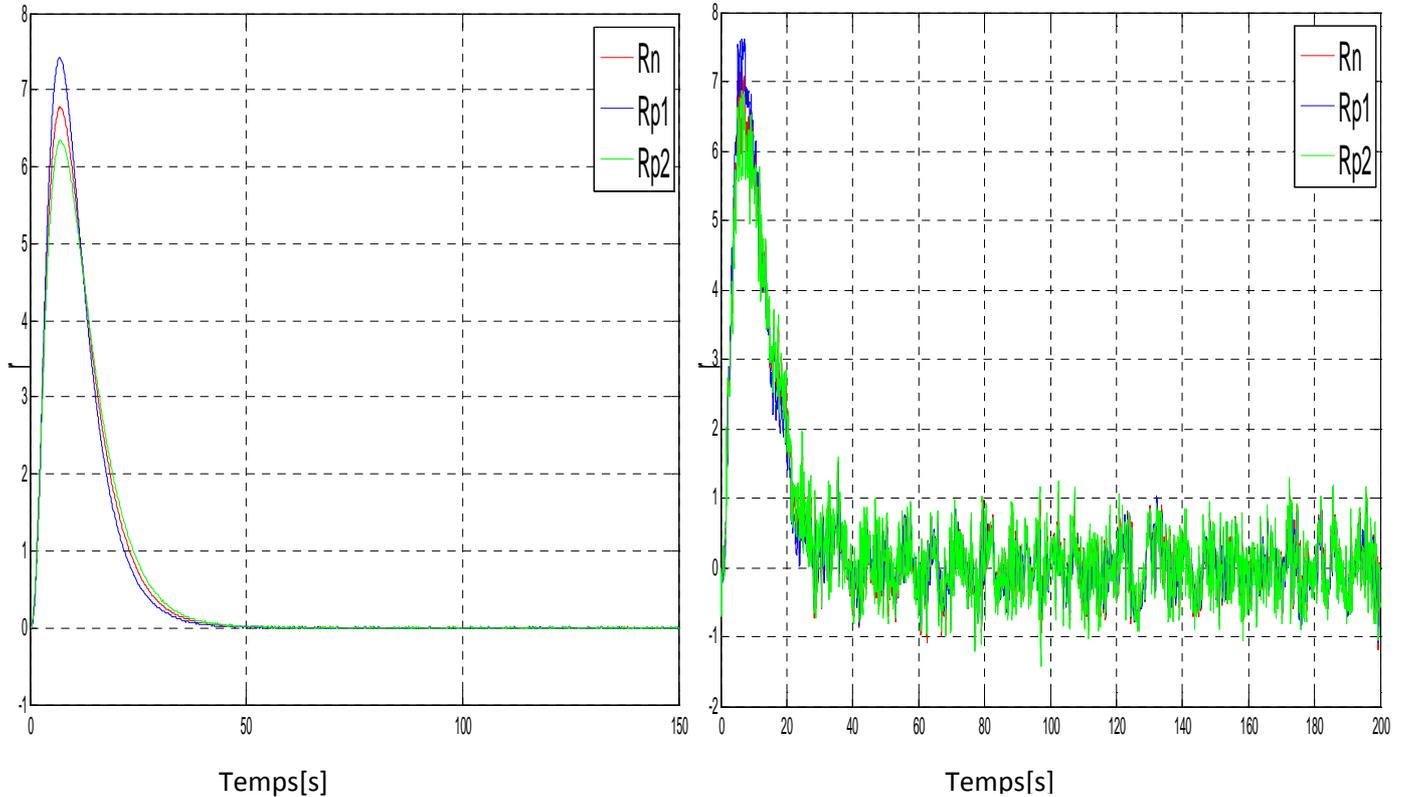


Figure (3.6): Taux de variation de la vitesse angulaire du Lacet en fonction de temps.

Le taux de variation de la vitesse angulaire du Lacet ne dépasse pas 8 degrés qui est la limite à ne pas franchir. Le pic apparu sur la figure est dû au régime transitoire et au changement du cap, puis il se stabilise à 0 degré

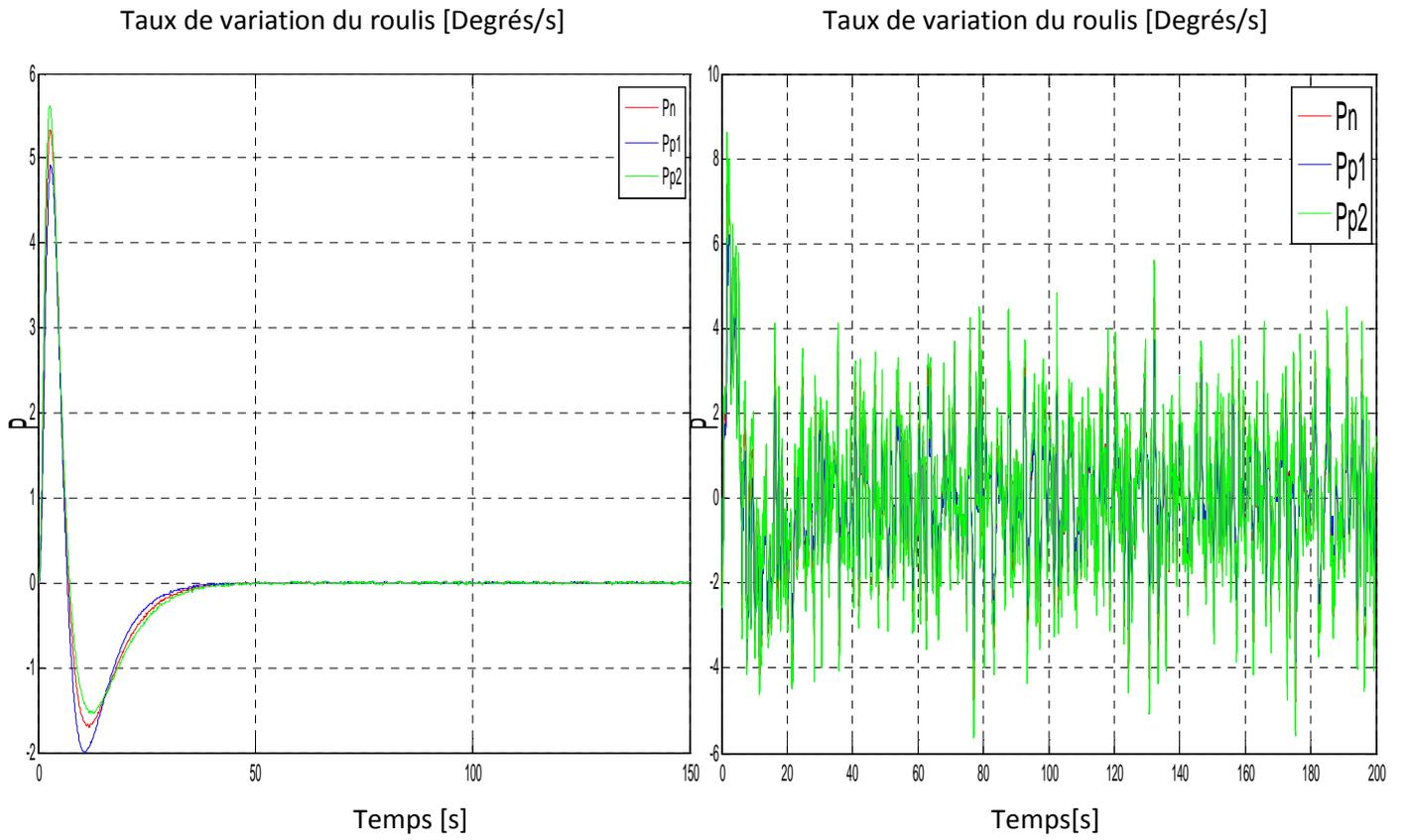


Figure (3.7) : Taux de variation de vitesse angulaire de Roulis en fonction de temps.

Même remarques pour le taux de variation de vitesse angulaire de Roulis en fonction de temps.

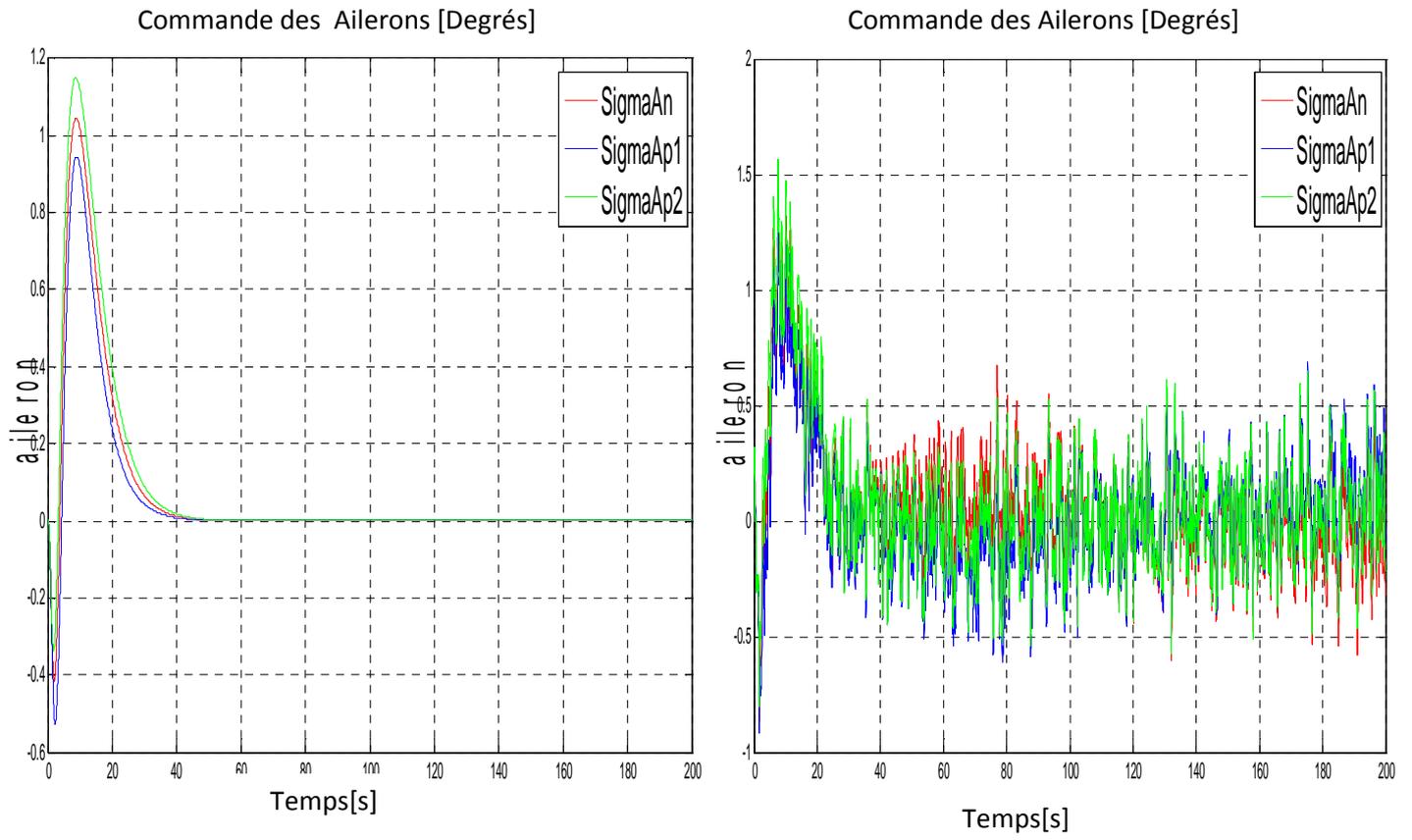


Figure (3.8) : Commande des Ailerons en fonction de temps.

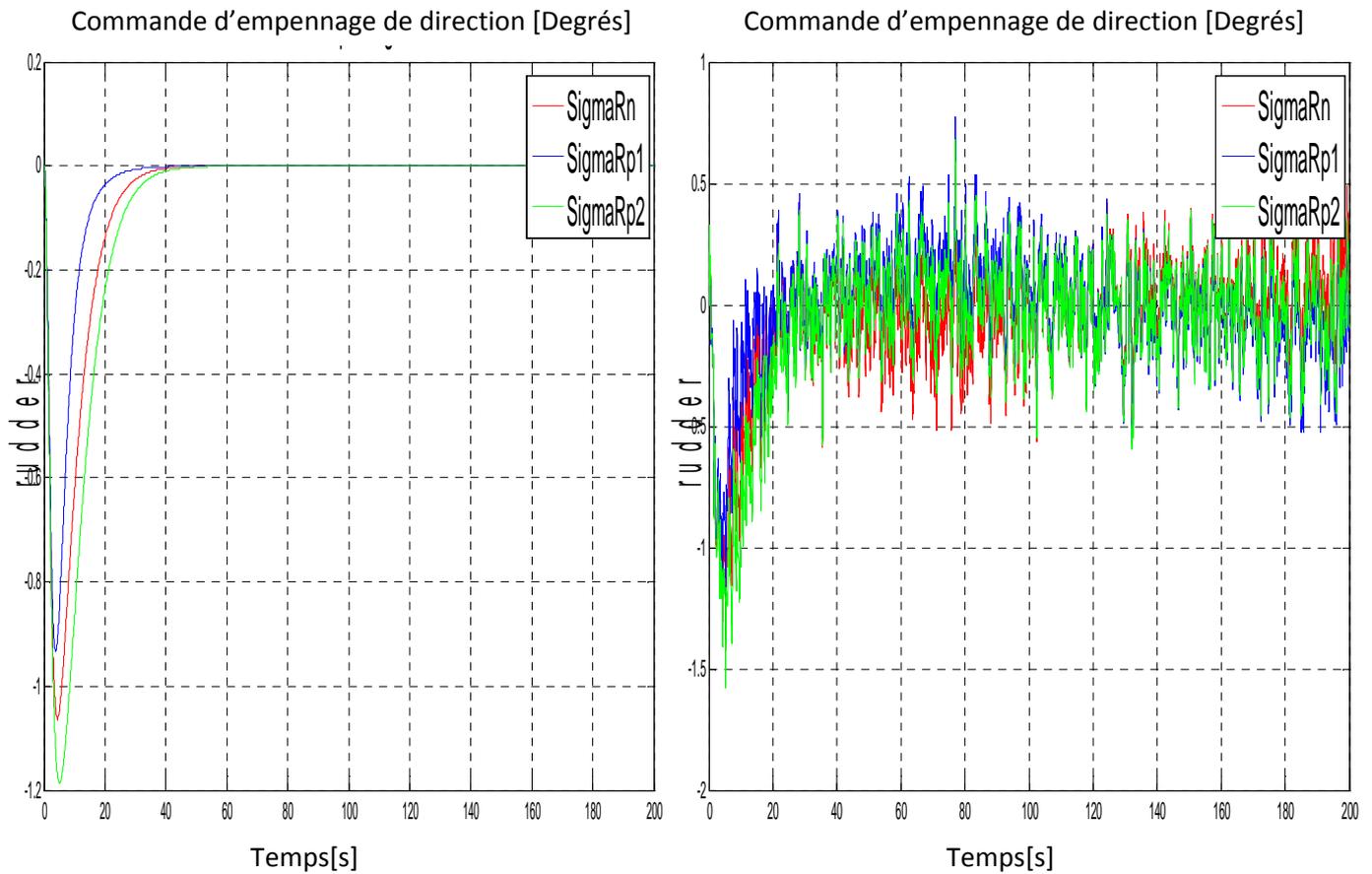


Figure (3.9): Commande de l'empennage de direction en fonction de temps..

Nous remarquons d'après ces deux dernières figures(figures(3.8) et figure(3.9))que le domaine de fonctionnement est respecté.il varie entre 1.2 degré pour la commande des ailerons et -1.2 degré pour la commande d'empennage de direction.

Schéma de simulation :

Modèle longitudinal :

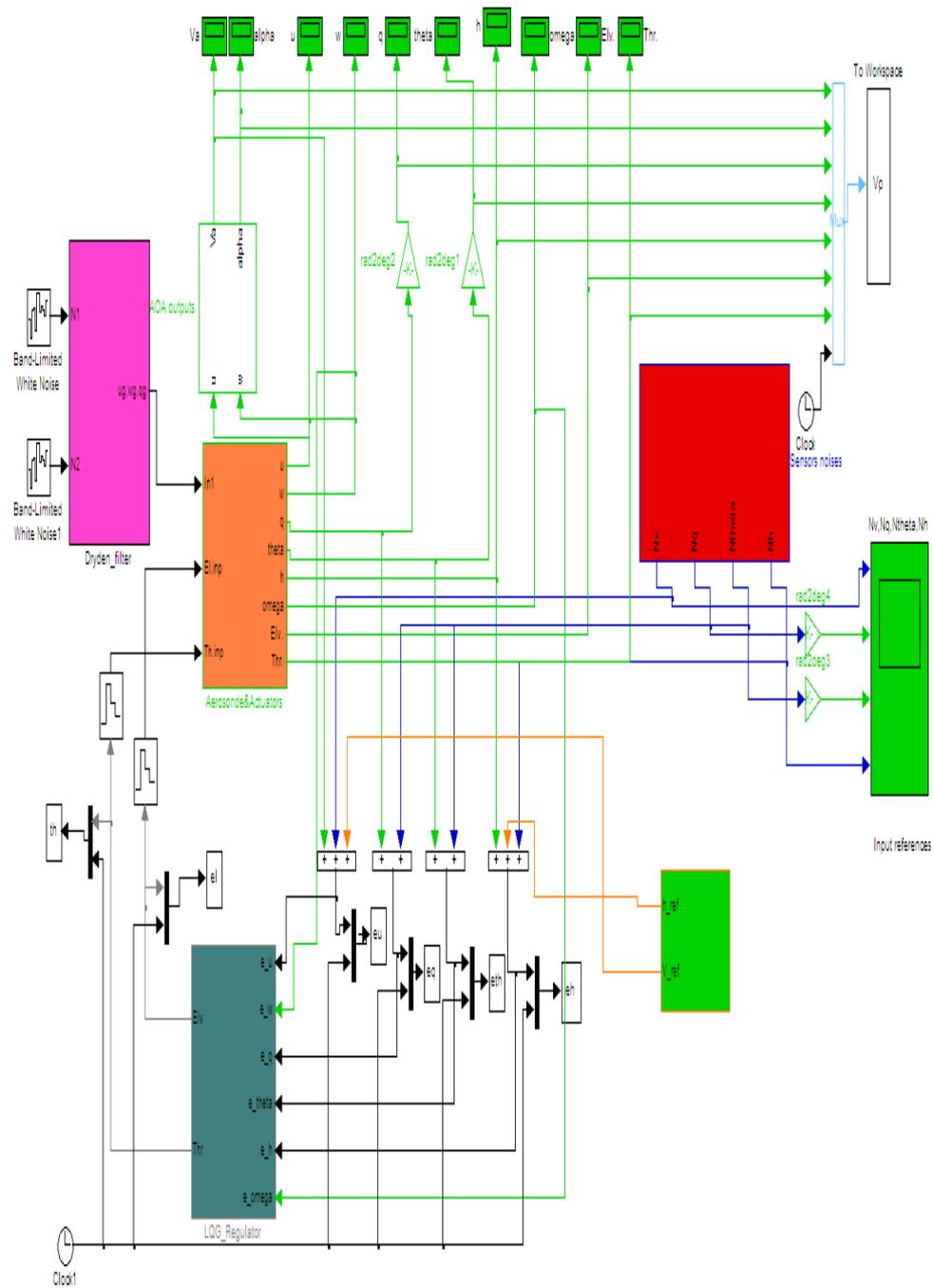


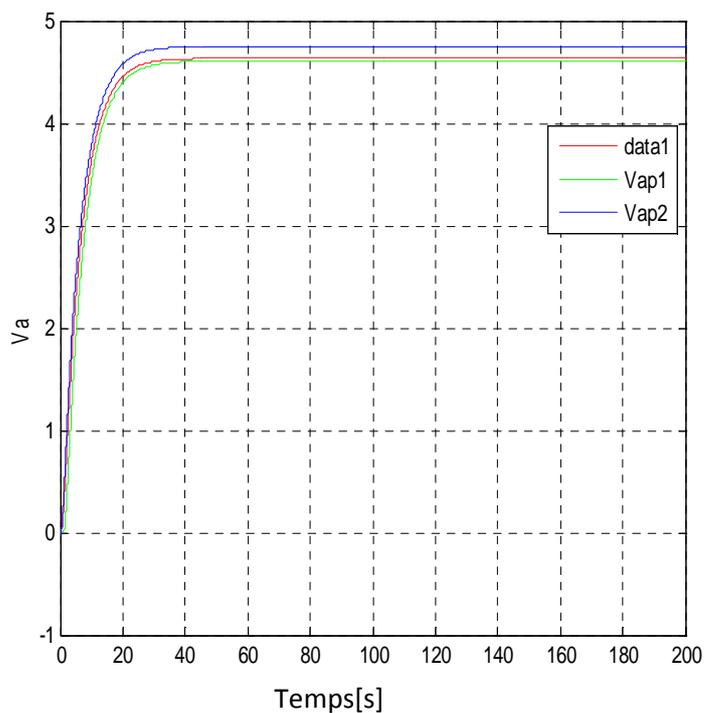
Figure (3.10) : Schéma de simulation du canal longitudinal

III.4. Résultats de simulation du canal longitudinal:

Pour le mouvement longitudinal, les signaux de référence sont l'altitude $h=50$ mètres, et $v_a=5$ mètres /secondes ; les résultats de simulation sans et avec les perturbations (bruit de fond et externe) sont donnés sur les figures suivantes :

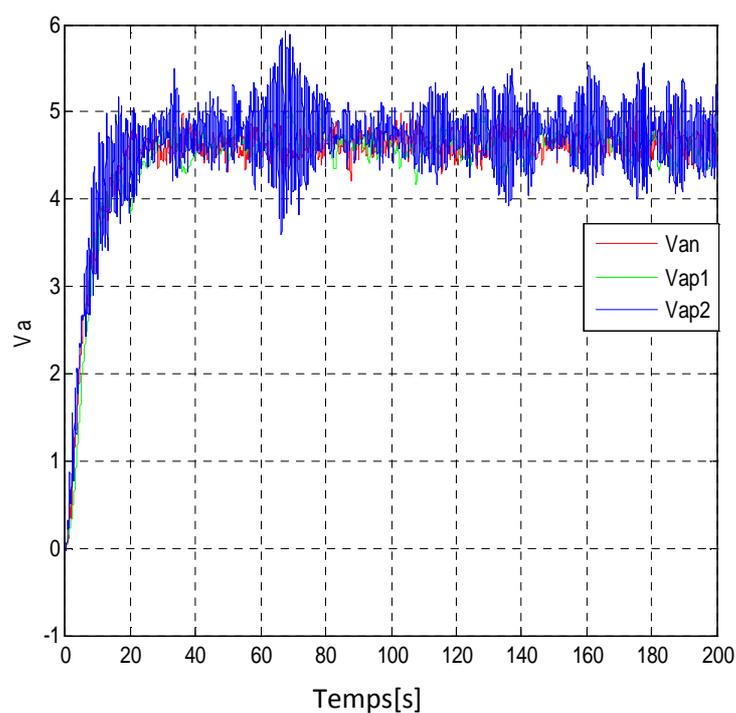
Cas déterministique :

Vitesse réelle [m/s]



Cas stochastique :

Vitesse réelle [m/s]



Figure(3.11) :vitesse réelle en fonction du temps

La réponse du système atteint la consigne 5 mètres /secondes pour les trois modèles. Nous remarquons que, la présence des perturbations atmosphériques et les bruits des capteurs n'altèrent pas la réponse du système, comme le correcteur intervient le système reste toujours stable et la sortie est proche de la consigne malgré la présence des perturbations et les bruits.

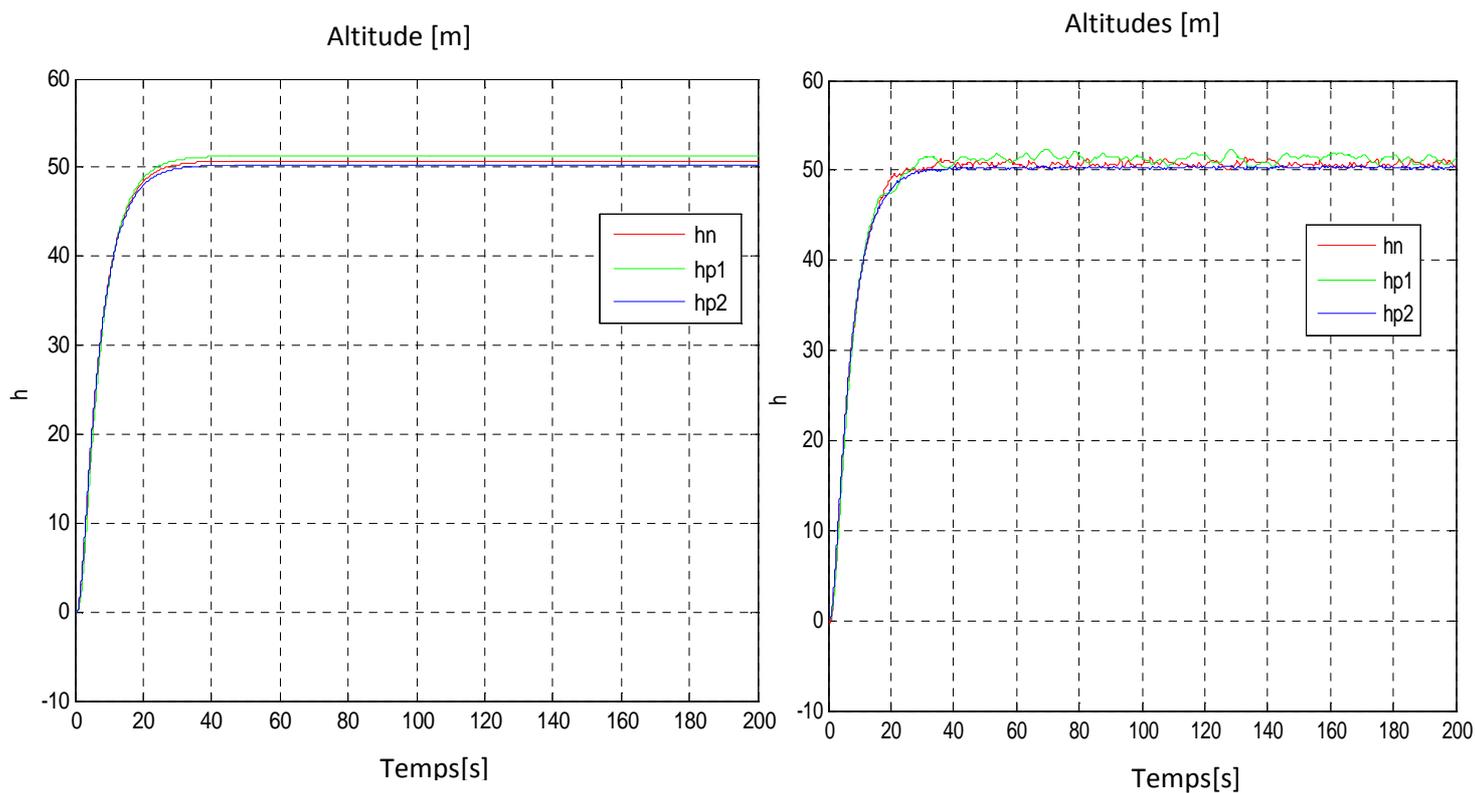


Figure (3.12) : Altitude en fonction du temps

La réponse du système atteint la consigne, étant donné que la référence de l'altitude est de 50m. Les perturbations atmosphériques et les bruits des capteurs, influent sur les performances du système comme la rapidité et la précision, et c'est là que le régulateur intervient de sorte que le drone soit stable et maintienne les sorties prêt des consignes comme pour l'altitude.

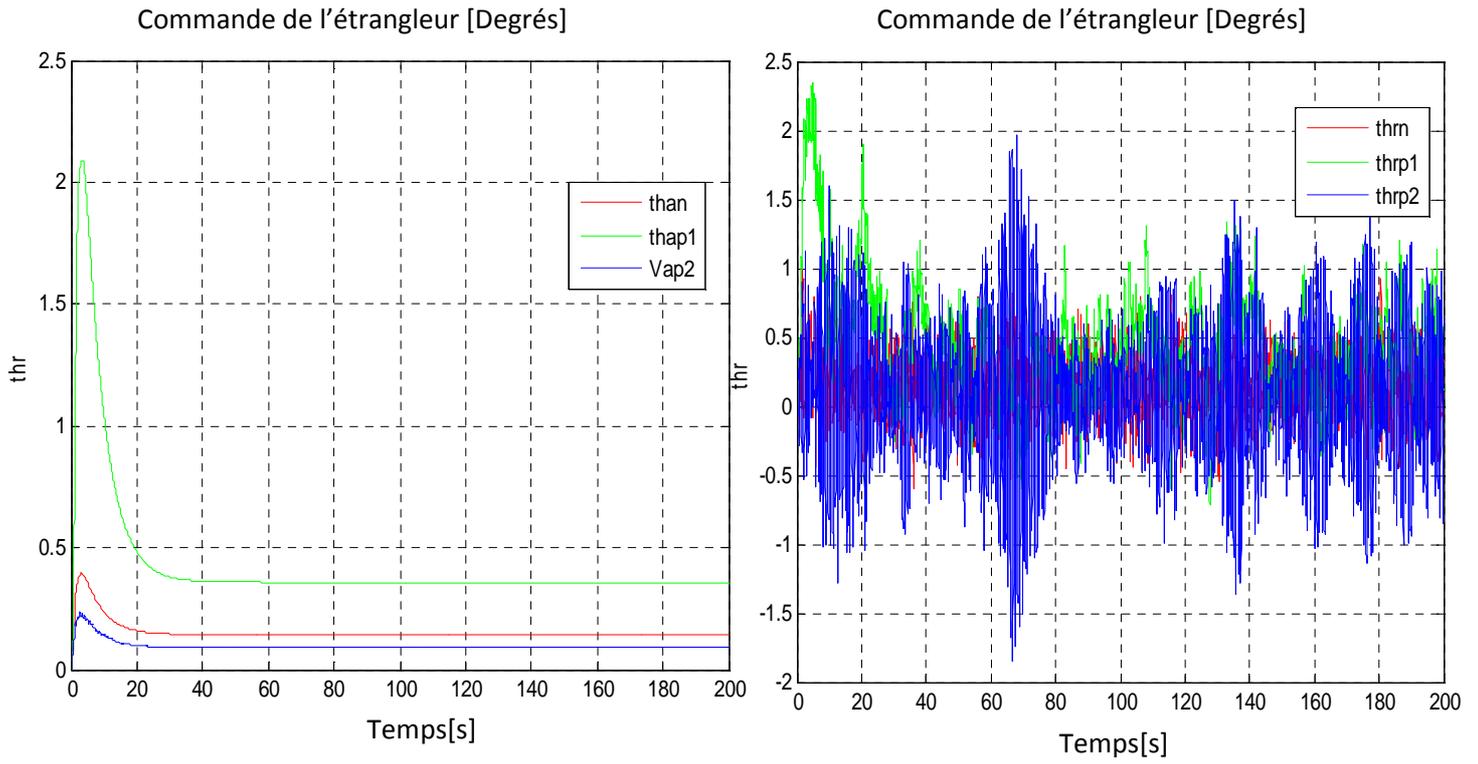


Figure (3.13) : Etrangleur du moteur en fonction du temps

On remarque que la commande de l'étrangleur du moteur est tenue dans son domaine de fonctionnement.

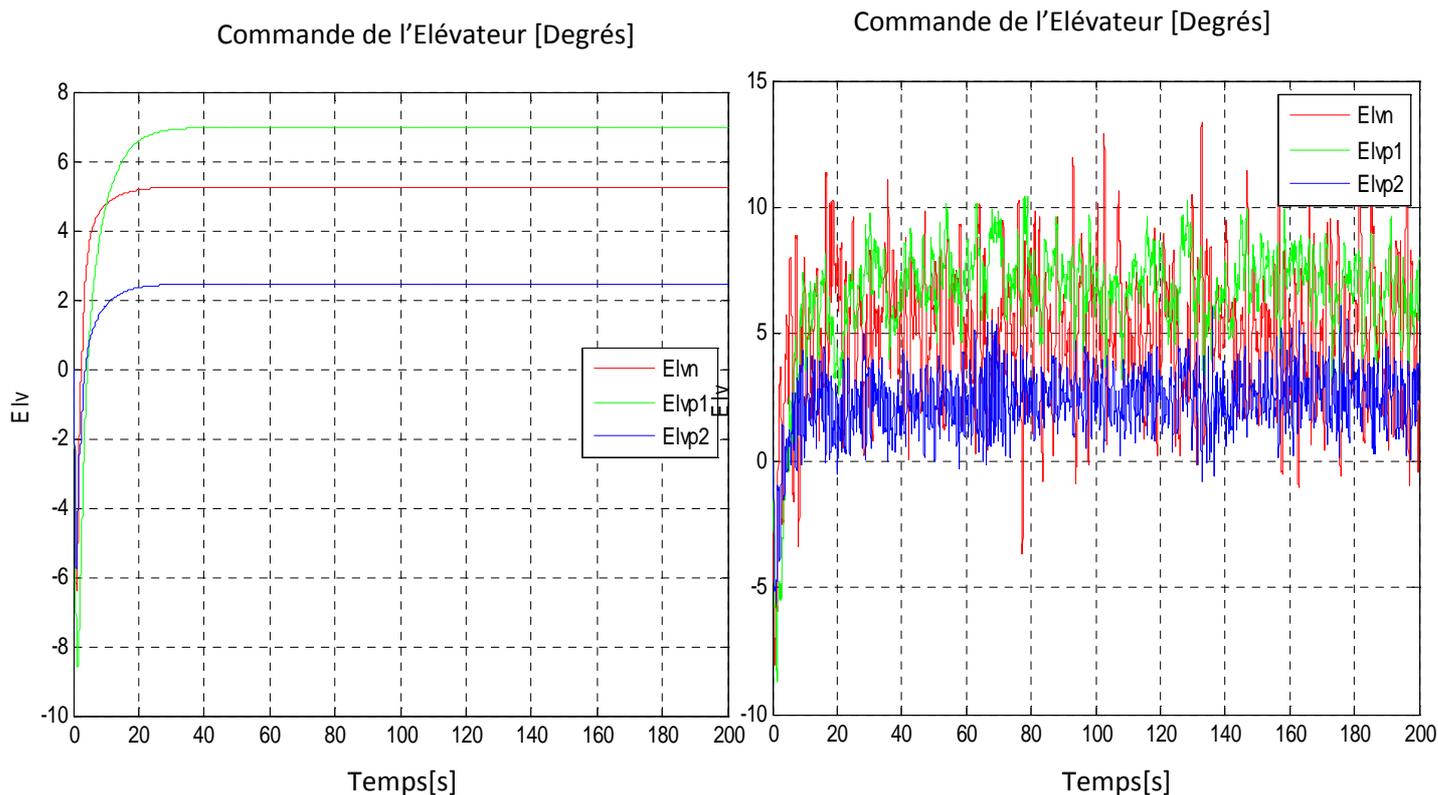


Figure (3.14) : Empennage de profondeur en fonction du temps

La figure(14) nous indique clairement que la commande des empennages de profondeur est toujours maintenue dans le domaine de non saturation des actionneurs.

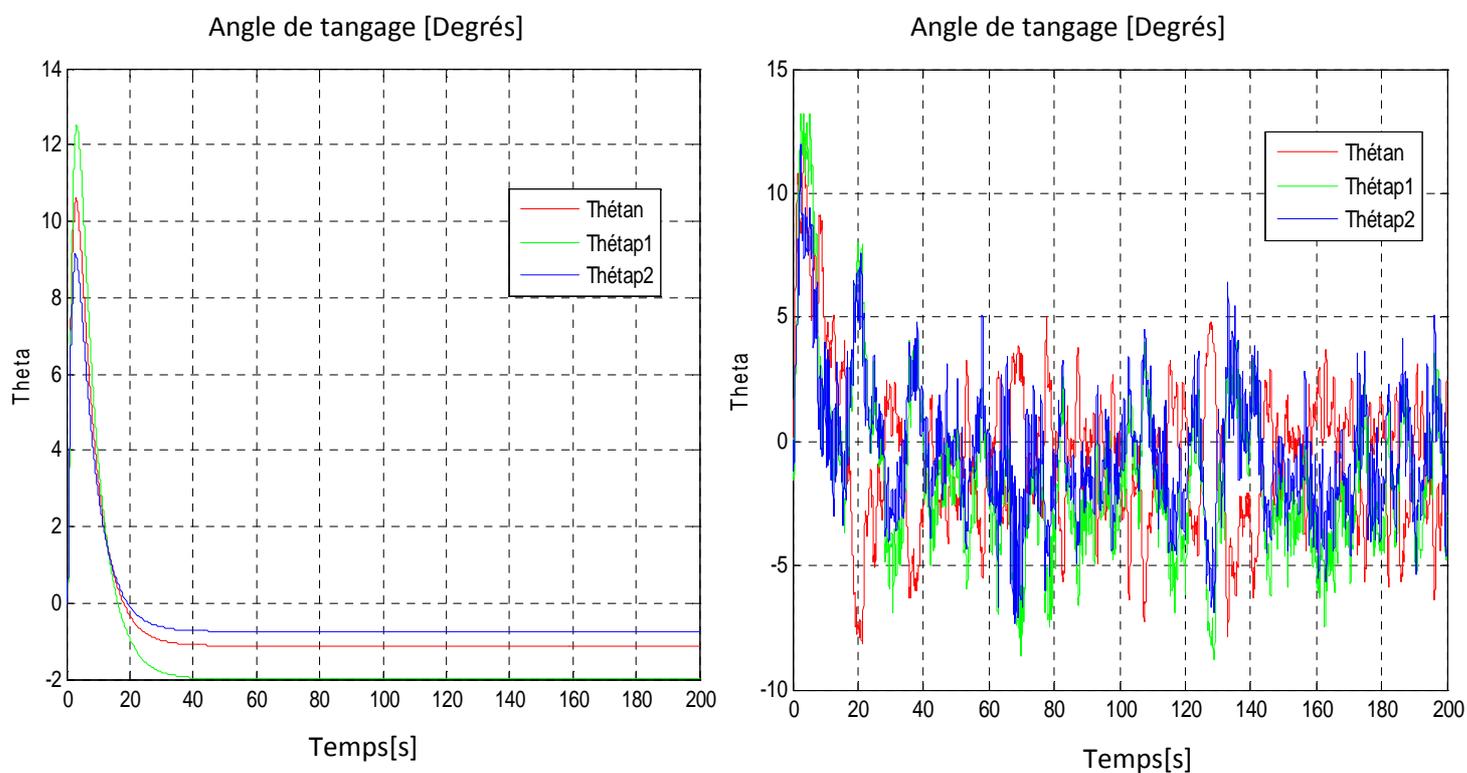


Figure (3.15) : Angle de tangage en fonction de temps.

θ est l'angle de tangage déterminé pour l'orientation de drone vers le haut et le bas surtout pour créer les forces aérodynamiques telle que la portance. Ce qui rentre dans les limitations des caractéristiques du drone utilisé dans l'Aerosonde. $-2 \leq \theta \leq 16$.

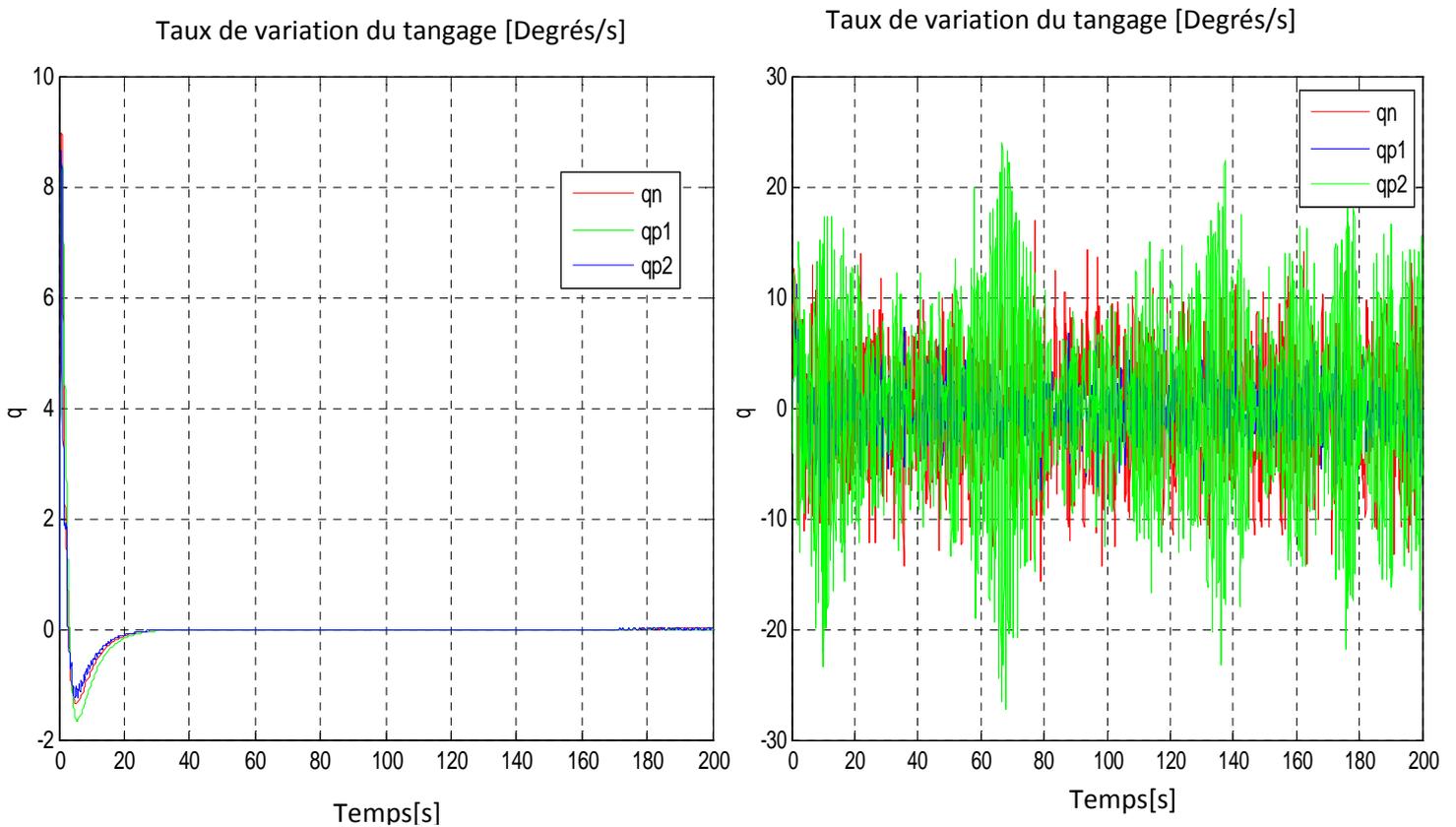


Figure (3.16) : taux de variation du tangage en fonction du temps

Le taux de variation de tangage (q) augmente en fonction de la variation de l'amplitude qui dépend de l'angle de tangage θ , et à fur et à mesure que la réponse en amplitude s'approche de la consigne q diminue jusqu'à son annulation. Mais dans la pratique les perturbations et les bruits penchent le drone vers le haut ou le bas de sorte qu'il apparait des Oscillations autour de l'axe de tangage et la tâche du régulateur est de maintenir la variation du tangage autour de zéro.

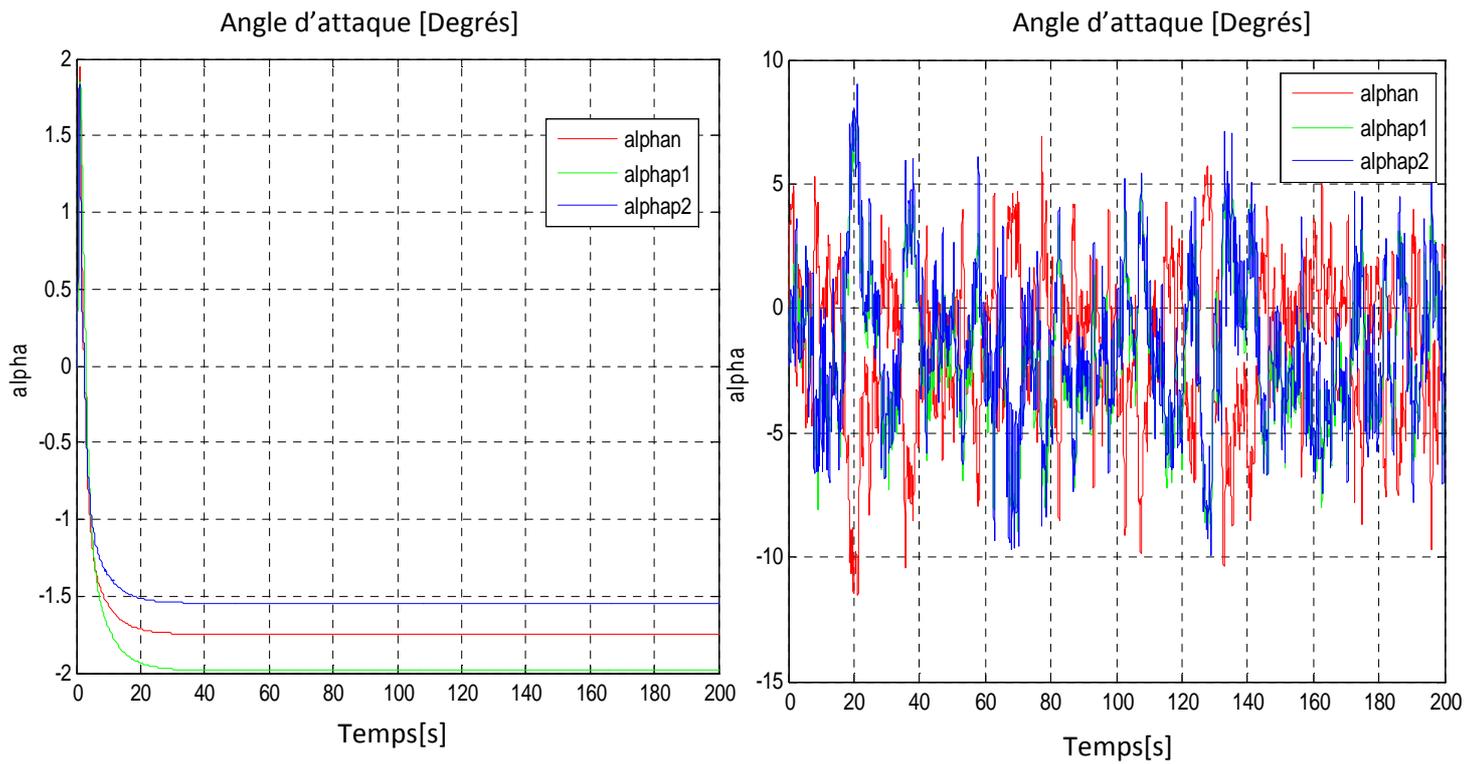


Figure (3.17): Angle d'attaque en fonction de temps.

L'angle d'attaque (α) se maintient toujours dans un intervalle précis pour éviter d'atteindre le seuil de décrochage, sa valeur finale (-2 degrés) est du maintien de l'amplitude durant le régime permanent (génération d'une portance suffisante pour le maintien du vol).

Conclusion :

Nous pouvons conclure que :

Les résultats de la simulation montrent que le régulateur conçu est robuste, et efficace sur les trois modèles ; nominal et perturbés ; en présence ou en absence de perturbations atmosphérique.

D'après ces résultats la consigne donnée que soit pour le modèle longitudinal ou le modèle latéral est atteint tout en gardant la variation des différents angles dans un intervalle acceptable pour ce type de système

Conclusion générale

Dans ce mémoire on a présenté le drone ainsi que ces caractéristiques en général, son mouvement, pour cela on a procédé au calcul d'un régulateur pour le modèle nominal qui assure la stabilité du système ainsi que ces performances à une vitesse bien précise seulement et dans une atmosphère calme.

Dans le cas de perturbations internes ou externes nous avons robustifié notre régulateur pour assurer la robustesse vis-à-vis des dynamiques hautes fréquences négligées.

Notre objectif principal est de pouvoir surmonter les difficultés qui limitent l'utilisation de l'Aerosonde par sa sensibilité face aux perturbations atmosphériques et la non linéarité de sa dynamique, une méthode pour la synthèse d'une loi de commande efficace qui surmonte ces difficultés est mise à contribution, cette méthode est basée sur la théorie d'une commande optimale, son efficacité est prouvée par les résultats de simulation des modèles, nominal et ceux perturbés en présence et en absence des rafales du vent.

La minimisation de la fonction objectif nous a permis de trouver un compromis entre la performance et la robustesse.

Dans le troisième chapitre où nous avons donné les résultats de simulation ainsi que leurs interprétations nous constatons l'efficacité du correcteur et la procédure suivie, elle a respecté les limitations imposées par les actionneurs du drone ce qui permet la réalisabilité et l'implémentation de cette commande.

Bibliographies

- [1]. Roskam J. Airplane flight dynamics and automatic flights control Part II /
// Design, Analysis and Research Corporation (DARcorporation). –
1998, 780 p.
- [2]. Roskam J. Airplane aerodynamics and performance / J. Roskam, C. T. Lan
// Design, Analysis and Research Corporation (DARcorporation). – 1997, 840 p.
- [3]. Rauw M. The Flight Dynamics and Control Toolbox / M. Rauw. –
Math Works Company, 2000. – 263p.
- [4]. McLean D. Automatic Flight Control Systems / D. McLean – Englewood:
Prentice Hall Inc., 1990. – 593 p.
- [5]. Aerosonde Robotic aircraft Web site: www.aerosonde.com
- [6]. Aerosim blockset; Web site: www.aerosonde.com
- [7]. Touat M.A. Robust optimization of multivariable control system of uav
Lateral motion / M.A. Touat /2009. – №1 (19). – pp. 129 – 136.
- [8]. Jean-Pierre BABARY. “ Commande optimale des systèmes continus
déterministes“/Masson., 1985,279p.
- [9]. Alain oustaloup. “la robustesse“ /Hermes,1994,527p.