

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
Département d'Automatique

Mémoire de Fin d'Etudes

En vue de l'obtention du diplôme

Master en Automatique

Option

Commande des systèmes

Thème

Commande des systèmes multivariables
Application à une colonne de distillation

Proposé par : M. Maidi.A

Présenté par :

Dirigé par : M. Maidi.A

M^{lle}. Akretch Nathalie

M. Amenache Farid

Soutenu le : 07/07/2011

Promotion 2011

RMERCIEMENTS

A l'issue de ce présent travail, nous tenons à exprimer notre gratitude à toute personne ayant contribué de près ou de loin à sa réalisation.

Nos vifs remerciements vont à M^r Maidi.A pour ses conseils, son dévouement et son aide prodiguée tout au long de notre travail et pour l'élaboration de ce présent mémoire.

Nos remerciements vont également aux membres du jury pour avoir accepté de juger ce modeste travail. Nous les remercions d'avoir accepté de l'examiner et pour tous les commentaires et remarques apportés.

Nous ne saurions oublier de remercier toute l'équipe IN AMENAS PROJECT Grâce à eux notre stage s'est déroulé dans de bonnes conditions.

Nous avons énormément apprécié l'agréable séjour passé parmi eux.

Nous remercions également nos amis et nos familles pour leur soutien.

Dédicaces

*Je dédie ce modeste travail à la mémoire de celui qui nous a quitté trop vite **Rachid** ; puisse Dieu tout puissant lui accorder sa miséricorde.*

Mes chers parents à qui je dois beaucoup et ma tante Lynda.

À Merieme, ma sœur et mes cousine Kahina et Amel.

À mes petits bout de chou ; mes petit frère et sœur Ahmed et Neila mes petits cousin mouhamed et yacine.

À mes grande parent que Dieu me les garde.

À tous mes amis sans exception et à toute ma famille.

Nathalie

SOMMAIRE

Introduction	1
---------------------------	---

Chapitre I : Généralités sur les systèmes multivariables

I.1 Introduction	3
I.2 Systèmes multivariables	3
I.2.1 Définition	3
I.2.2 Description mathématique des systèmes	4
I.2.2.1 Description par équations différentielles	4
I.2.2.2 Description par matrice fonction de transfert	4
I.2.2.3 Représentation par modèle d'état	5
I.2.3 Passage entre modèles	6
I.2.3.1 Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert	6
I.2.3.2 Passage de la matrice fonction de transfert au modèle d'état	7
I.3 Introduction à la notion d'interaction	8
I.4 Commande des systèmes multivariables	8
I.4.1 Commande distribuée	8
I.4.2 Commande multivariable	11
I.5 Avantage de la commande multi-boucle	13
I.6 Conclusion	14

Chapitre II : Analyse des interactions et choix de la meilleure configuration de commande

II.1 Introduction	15
II.2 Définitions des interactions dans les systèmes multivariables	15

II.3	Explication de phénomène d'interaction	16
II.4	Méthodes d'analyse des interactions	17
II.4.1	découplage par approche fréquentielle	17
II.4.1.1	Découplage statique.....	17
II.4.1.2	Découplage dynamique	18
II.4.2	Découplage par approche temporelle	19
II.5	Matrice des gains relatifs.....	20
II.5.1	Procédure générale de calcul de RGA.....	23
II.5.2	Propriété de la matrice des gains relatifs	24
II.5.3	Interprétation de la matrice des gains relatifs.....	25
II.5.4	Exemple d'application de la RGA sur un système (2x2)	25
II.6	Conclusion.....	25

Chapitre III : Synthèse des correcteurs pour un système multivariable

III.1	Introduction	29
III.2	Intérêt de la correction.....	29
III.3	Structure de la boucle de commande.....	33
III.4	Les correcteurs classiques	31
III.4.1	Correcteur proportionnel	31
III.4.2	Correcteur proportionnel intégral	33
III.4.3	Action dérivée.....	33
III.5	Correcteur proportionnel intégral dérivé PID	34
III.6	Réglage des paramètres de correcteur PID	35
III.6.1	Réglage pratique par la méthode de Ziegler et Nichols.....	35
III.6.2	Méthode de plus grand module BLT	36
III.7	Conclusion.....	39

Chapitre IV : Commande multivariable d'une colonne de distillation

IV.1 Introduction.....	40
IV.2 Généralité sur le fonctionnement des colonnes de distillation.....	40
IV.2.1 Distillation	40
IV.2.2 Colonne de distillation	40
IV.3 Modèle mathématique de la colonne de distillation.....	43
IV.4 Choix de la configuration du système	45
IV.5 Synthèse des correcteurs	46
IV.6 Résultats de simulation	48
IV.6.1 Schéma de simulation	48
IV.6.2 Effets des interactions	49
IV.6.2.1 Changement de la première consigne	49
IV.6.2.2 Changement de la deuxième consigne	52
IV.6.2.3 Effets des perturbations.....	55
IV.7 Commande par découplage.....	58
IV.7.1 Calcul des éléments du découpleur.....	58
IV.7.2 Simulation du système avec découplage.....	58
IV.8 Conclusion	61
Conclusion générale	62

Liste des figures et tableaux

Figure I.1 : Commande distribuée.....	9
Figure I.2.a : Commande distribuée(Y_1U_1, Y_2U_2)	10
Figure I.2.b : Commande distribuée(Y_2U_1, Y_1U_2)	10
Figure I.3 Insertion d'un découpleur dans un système multivariable	11
Figure I.4 La structure interne d'un découpleur.....	12
Figure II.1 Commande distribuée d'un système (2×2)	16
Figure II.2 Schéma bloc d'un système multi variable (2×2)	21
Figure II.3. Système (2×2) avec correcteur sur la deuxième boucle	22
Figure II.4 Exemple d'un système (2x2)	26
Figure II.5 Commande distribuée (Y_1U_2, Y_2U_1)	27
Figure II.6 Réponse de y_1 , en boucle ouverte et fermée sur y_2	28
Figure III.1 : Schéma bloque d'une boucle de régulation	30
Figure III.2 lieu de Nyquist.....	39
Figure IV.1 Colonne de distillation.....	42
Figure IV.2 Schéma bloc de la colonne	43
Figure IV.3 Schéma bloc d'un système (2×2)	44
Figure IV.4 Schéma bloc de simulation Simulink	48
Figure IV.5 Comportement de la 1 ^{ère} boucle à l'application de Y_{C1}	50
Figure IV.6 Comportement de la 2 ^{ème} boucle à l'application de Y_{C1}	50
Figure IV.7 La commande u_1 à l'application de Y_{C1}	51
Figure IV.8 la commande u_2 à l'application de Y_{C1}	51
Figure IV.9 Comportement de la 1 ^{ère} boucle à l'application de Y_{C2}	53
Figure IV.10 Comportement de la 2 ^{ème} boucle à l'application de Y_{C2}	53

Figure IV.11	la commande u_1 à l'application de Y_{C2}	54
Figure IV.12	La commande u_2 à l'application de Y_{C2}	54
Figure IV.13	Comportement de la 1 ^{ère} boucle face aux perturbations	56
Figure IV.14	Comportement de la 2 ^{ème} boucle face aux perturbations	56
Figure IV.15	La commande u_1 face aux perturbations	57
Figure IV.16	La commande u_2 face aux perturbation	57
Figure IV.17	Schéma de simulation Simulink avec découplage.....	58
Figure IV.18	Les réponses du système avec changement sur Y_{C1}	59
Figure IV.12	Les réponse du système avec changement sur Y_{C2}	60
Figure IV.13	Les réponses du système à l'application de la perturbation	60

Liste des notations et abréviations

Symboles

A	Matrice d'état
A^T	Notation générale pour la transposée d'une matrice
A^{-1}	Notation générale Pour l'inverse d'une matrice
B	Matrice de commande
bf	Boucle fermée
bo	Boucle ouverte
C	Matrice de sortie
D	Matrice de transmission directe
D_1	Le premier dépassement
F	Facteur de déréglage
$i = 1, n$	Notation générale de l'indice $i \in N, 1 \leq n \leq N$
I_n	Matrice identité de dimension n
k	Indice de sous système
K_{cr}	Le gain critique
K_p	Le gain de correcteur
K_s	Matrice des gains statiques
L^{cm}	Module de système en boucle fermée
$L\{\}$	La transformée de Laplace
M_B	Rétentions au rebouilleur
M_C	Rétentions au condenseur
n	Dimension d'état du système

p	Taille de vecteur de commande
P_C	Rétentions au la pression de la colonne
q	Taille de vecteur de sortie
Q	Matrice diagonale des éléments du découpleur
\dot{Q}_B	Enthalpie de vaporisation
\dot{Q}_C	L'apport en froid
R^n	Ensemble des nombres réels de dimension n
S	Variable de Laplace
T_{cr}	La période correspondante au gain critique
T_D	Constante de temps de dérivation
T_I	Constante de temps d'intégration
U	Vecteur de commande
V_B	Débit de vapeur au rebouilleur
V_D	Débit du distillat
V_F	Enthalpie d'alimentation, débit
V_L	Débit du reflux à la tête de la colonne
V_R	Débit du résidu du rebouilleur
V_V	Débit de vapeur à la tête de la colonne
X_B	Compositions de fond de la colonne
X_C	Compositions de tête de la colonne
x_0	Conditions initiales d'un système
\dot{x}	Variable d'état
Y	Vecteur de sortie
\dot{y}	Vecteur d'état
Σ	La somme
τ	La constante de temps du système

$\cdot \times$	Multiplication élément par élément
Λ	Matrice des gains relatifs
ε	L'erreur entre la consigne et la sortie mesurée
λ_{ij}	Gain relatif
w_{cr}	La pulsation critique

Acronymes

LTI	Linéaire temps invariant
RGA	Relative Gains Array
MGA	Matrice des Gains Relatifs
BLT	Biggest Log Modulus
PID	Correcteur Proportionnel Intégral Dérivé
P	Correcteur Proportionnel
PI	Correcteur Proportionnel Intégral

Introduction générale

Introduction générale

Introduction générale

La commande des systèmes multivariables a suscité un intérêt croissant de la part des industriels et chercheurs. L'utilisation de la commande multivariable est justifiée par le fait que la plupart des systèmes industriels sont multivariables, et la régulation fait partie intégrante de la qualité de production. C'est un point non négligeable de la chaîne de valeurs d'une installation.

Plusieurs méthodes de synthèse de correcteurs pour les systèmes monovariables ont été élaborées, pour en tirer profit, dans le cas des systèmes multivariables, les chercheurs ont essayé d'étendre ces dernières pour les systèmes multivariables. Ainsi, la commande multiboucle fut considérée comme la solution la plus appropriée car elle permet la commande de chaque boucle indépendamment des autres.

La synthèse d'un système de commande multiboucle se fait en deux étapes :

Étape 1. choix de la meilleure configuration de commande :

Ce choix se fait après calcul de la matrice des gains relatif, qui nous permet d'évaluer le niveau d'interaction entre les variables du système et de choisir celles qui présente un niveau d'interactions faible.

Étape 2. choix de la loi de commande et des paramètres du correcteur :

Après le choix approprié de la configuration de commande présentant le moins d'interaction, il reste la détermination des paramètres des correcteurs PI par exemple par la méthode du plus grand module.

Dans ce mémoire on se propose d'étudier la commande multi-boucle et de l'appliquer sur une colonne de distillation afin de concevoir des correcteur assurant des performances en boucle fermée.

Le travail présenté dans ce mémoire est scindé en quatre chapitres :

Le premier chapitre contient des rappels et des généralités sur les systèmes multivariables. Ces notions seront utilisées tout au long du mémoire. On présentera aussi un bref aperçu sur deux méthodes de commande à savoir la commande décentralisé et la commande multivariable.

Introduction générale

Dans le troisième chapitre, l'analyse des interactions est présentée de façon assez détaillé. Le chapitre commence par la définition et l'explication du phénomène d'interactions, et introduit la notion du découplage. La suite du chapitre, présentera une méthode d'analyse des interactions qui est la Matrice des Gains Relatifs (Relative Gain Array RGA). Cette dernière nous permettra de faire un bon choix de configuration de commande pour un système multivariables.

Dans le troisième chapitre on aborde la régulation des systèmes dynamiques et les différentes actions d'un correcteur PID. Ainsi, deux méthodes de synthèse de correcteurs qui sont la méthode de Ziegler-Nichols pour les systèmes monovariante et la méthode du plus grand module (biggest log modulus BLT) pour les procédés multivariable seront présentées de manière détaillée.

Le quatrième chapitre propose une application de la commande multiboucle à une colonne de distillation à deux variables d'entrées et deux variables de sorties. Les performances du système de commande sont évaluées par des tests de simulation.

Le mémoire se termine par une conclusion.

Chapitre I

Généralités sur les systèmes multivariables

I.1	Introduction.....	3
I.2	Systèmes multivariables.....	3
I.2.1	Définition.....	3
I.2.2	Description mathématique des systèmes	4
I.2.2.1	Description par équations différentielles.....	4
I.2.2.2	Description par matrice fonction de transfert	4
I.2.2.3	Représentation par modèle d'état	5
I.2.3	Passage entre modèles	6
I.2.3.1	Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert	6
I.2.3.2	Passage de la matrice fonction de transfert au modèle d'état.....	7
I.3	Introduction à la notion d'interaction	8
I.4	Commande des systèmes multivariables	8
I.4.1	Commande distribuée	8
I.4.2	Commande multivariable.....	11
I.5	Avantage de la commande multi-boucle	13
I.6	Conclusion	14

I.1 Introduction

L'automaticien considère un procédé comme un système dynamique comportant des entrées et des sorties qu'il doit commander tout en satisfaisant des exigences et des spécifications de qualité des produits. C'est pourquoi la conception de ces commandes doit être rigoureuse. La majorité des systèmes industriels étant multivariable, la commande de ces derniers a pris une grande partie dans la recherche scientifique. Dans ce sens, plusieurs techniques de commande ont été élaborées pour permettre une décomposition totale ou partielle des systèmes multivariables tout en remplissant les exigences.

Dans ce chapitre, on présentera des généralités sur les systèmes multivariables et sur les méthodes de commande basées sur l'atténuation des interactions.

I.2 Systèmes multivariables

I.2.1 Définition

Un système est un ensemble de pièces, d'objets ou d'entités qui réalisent une opération spécifique. Il est ainsi défini par ses entrées et ses sorties qui le relient à l'environnement extérieur.

Un système multivariable est défini comme un procédé qui possède plus d'une entrée (consigne, commande) $U = (u_1, u_2, \dots, u_p)$ et/ou plus d'une sorties (effets, mesures) $Y = (y_1, y_2, \dots, y_q)$. Une sortie peut être affectée par plus d'une entrée (interaction) et le système peut être sujet à des perturbations ou bruits.

Notations vectorielles :

$$U^T = [u_1, u_2, \dots, u_p], Y^T = [y_1, y_2, \dots, y_q]$$

Avec :

U : vecteur de commande (entrées, consignes) de dimension $(p \times 1)$.

Y : vecteur de sortie (mesure) de dimension $(q \times 1)$.

p : nombre de commandes du système.

q : Nombre de sorties du système.

I.2.2 Description mathématique des systèmes

Les principaux types de description mathématiques des systèmes multivariable sont :

I.2.2.1 Description par équations différentielles

La mise en équations du fonctionnement d'un système nous donne un ensemble de relations algébriques et différentielles reliant les variables caractéristiques (internes et externes). Après l'élimination des variables internes, on obtient des relations algébriques et différentielles qui lient les sorties aux entrées [10].

I.2.2.2 Description par matrice fonction de transfert

C'est une relation qui caractérise le comportement entrée-sortie du système et cela en utilisant la transformée de Laplace de la matrice réponse impulsionnelle.

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} \quad \text{I.1}$$

Tel que :

s : est la variable de Laplace.

$G(s)$: représente la matrice de fonction de transfert dont la forme matricielle est :

$$G(s) = \begin{bmatrix} g_{11}(s) & \dots & g_{1p}(s) \\ \vdots & g_{ij}(s) & \vdots \\ g_{q1}(s) & \dots & g_{qp}(s) \end{bmatrix} \quad \text{I.2}$$

$$g_{ij}(s) = \frac{Y_i(s)}{U_j(s)} \quad \text{I.3}$$

$$Y_i(s) = \sum_{j=1}^q g_{ij}(s)U_j(s), i = 1, \dots, p. \quad \text{I.4}$$

$g_{ij}(s)$: la fonction de transfert entre la $i^{\text{ème}}$ sortie et la $j^{\text{ème}}$ entrée.

$g_{ij}(s)$: sont des fractions rationnelles ou irrationnelles avec des retards.

$$g_{ij}(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a} e^{-\tau s} \quad \text{I.5}$$

Remarque

- la représentation par la matrice fonction de transfert suppose que les conditions initiales sont nulles.

- pour que le système $g_{ij}(s)$ soit réalisable physiquement, le degré du numérateur doit être inférieur au degré du dénominateur. \square

I.2.2.3 Représentation par modèle d'état

Tout système physique dynamique de dimension n peut être modélisé par un modèle d'état. Le système est décrit en prenant en compte non seulement l'entrée et la sortie mais aussi les conditions initiales du système regroupées dans le vecteur d'état initial $X(0) = [x_1(0) \ x_2(0) \ \dots \ x_n(0)]^T$.

Les variables d'état décrivent de manière complète le comportement interne du système.

Si le système est linéaire temps invariant (LTI), alors sa représentation d'état est donnée par :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad \text{I.6}$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Où:

A : matrice d'état dynamique (d'évolution) de dimension $(n \times n)$

B : matrice de commande de dimension $(n \times p)$

C : matrice de sortie de dimension $(q \times n)$

D : matrice de transmission directe de dimension $(q \times p)$

$x(t)$: vecteur d'état de dimension $(n \times 1)$

$u(t)$: vecteur de commande de dimension $(n \times p)$

$y(t)$: vecteur de sortie de dimension $(q \times 1)$

Remarque

La représentation d'état n'est pas unique. Les variables d'état n'ont pas toutes un sens physique. Cependant certaines représentations permettent d'alléger considérablement les calculs ou de mettre en évidence des propriétés du système. □

I.2.3 Passage entre modèles

La conception d'un système de commande nécessite l'utilisation d'un modèle. Les premiers modèles obtenus sont de formes équations différentielle entrées-sorties ou matrice fonction de transfert dans le cas où l'on procède par identification. Comme les deux grandes classes de méthodes de conception de commandes sont basées sur l'équation d'état ou sur la matrice fonction transfert, il y a lieu de passer d'un modèle à un autre [03].

I.2.3.1 Passage de la représentation d'état à la matrice fonction de transfert

Soit le système dynamique décrit par :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \\ x(0) &= x_0 \end{aligned} \tag{I.7}$$

Avec : $x \in R^n, u \in R^p, y \in R^q$

Du fait de la linéarité de la transformée de Laplace, il est possible de l'appliquer aux équations ci- dessus

$$s X(s) - x_0 = AX(s) + BU(s) \tag{I.8}$$

$$Y(s) = C X(s) + D U(s) \tag{I.9}$$

On aura:

$$[s I_n - A]X(s) = x_0 + BU(s) \tag{I.10}$$

Avec

I_n : matrice identité de dimension $(n \times n)$

et :

$$\begin{aligned} X(s) &= L\{x(t)\} \\ U(s) &= L\{u(t)\} \\ Y(s) &= L\{y(t)\} \end{aligned} \quad \text{I. 11}$$

Donc, on aura :

$$X(s) = [s I_n - A]^{-1} x_0 + [s I_n - A]^{-1} B U(s) \quad \text{I. 12}$$

$$Y(s) = C[s I_n - A]^{-1} x_0 + [C[s I_n - A]^{-1} B + D] U(s) \quad \text{I. 13}$$

Dans la représentation par matrice fonction de transfert les conditions initiales sont nulles. On aura alors:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C[s I_n - A]^{-1} B + D \quad \text{I. 14}$$

I.2.3.2 Passage de la matrice fonction de transfert au modèle d'état

A partir de la matrice fonction de transfert représentée ci-dessous on peut aboutir à un modèle d'état sous forme compagne.

$$G(s) = \frac{N(s)}{D(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad \text{I. 15}$$

Remarque

Il existe plusieurs formes compagnes qui peuvent être facilement obtenues à partir de la fonction de transfert; par conséquent le modèle d'état n'est pas unique. \square

On prend

$$a_n = 1$$

On aboutit au modèle d'état forme compagne commandable suivant :

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \text{I. 16}$$

$$y = [b_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_m \quad 0 \quad \dots \quad 0]x \quad \text{I.17}$$

Cette forme est liée à la forme issue de l'équation différentielle.

I. 3 Introduction à la notion de couplage ou d'interaction

Tout système multivariable présente un couplage, c'est-à-dire si on agit sur une entrée l'effet de cette entrée va se manifester sur toutes les sorties, il est de même pour les perturbations.

A la vue de tous les effets indésirables dus au couplage, un défi majeur consiste à éliminer, si possible, ce couplage ou à défaut réduire son niveau, de manière à se rapprocher, autant que possible, de q sous-système entrée/sortie indépendants les uns des autres.

I.4 Commande des systèmes multivariables

I.4.1 Commande distribuée

La commande distribuée ou commande multi-boucle, est une commande boucle par boucle, elle comprend un nombre de régulateurs monovariables égal aux nombres de sorties q , pour un système à p entrées et q sorties ; si on prend un système carré $p = q = m$ alors on peut considérer le système multivariable comme étant constitué de m sous-système monovariables évaluant en même temps

La figure [I.1] illustre la commande distribuée pour un système à deux entrées deux sorties.

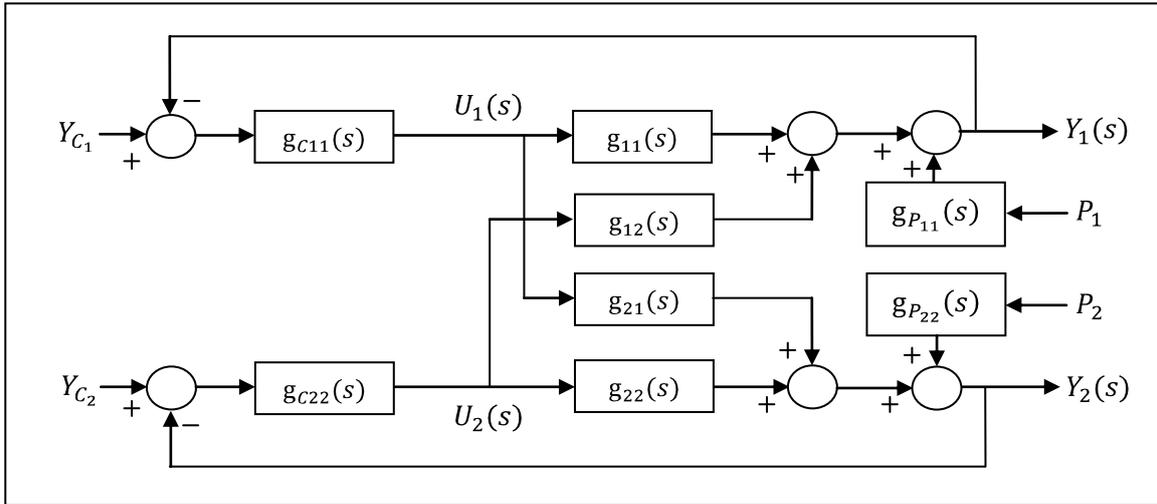


Figure I.1 Commande distribuée

La matrice fonction de transfert des régulateurs sera une matrice diagonale :

$$G_{cD}(s) = \begin{bmatrix} g_{c11}(s) & 0 \\ 0 & g_{c22}(s) \end{bmatrix} \tag{I.18}$$

II.4.1.1 Choix de la configuration des entrées sorties

Soit un système à m entrées et m sorties, nous aurons à faire un choix entre $m!$ configurations. Notons que la stabilité du système en boucle fermée et la possibilité d'atteindre des performances repose sur ce choix [01].

Prenons comme exemple d'illustration un système à deux entrées deux sorties. Le nombre de choix de couples de commandes possibles est de deux. Les deux configurations de commande possibles sont illustrées par les figures I.3.a et I.3.b

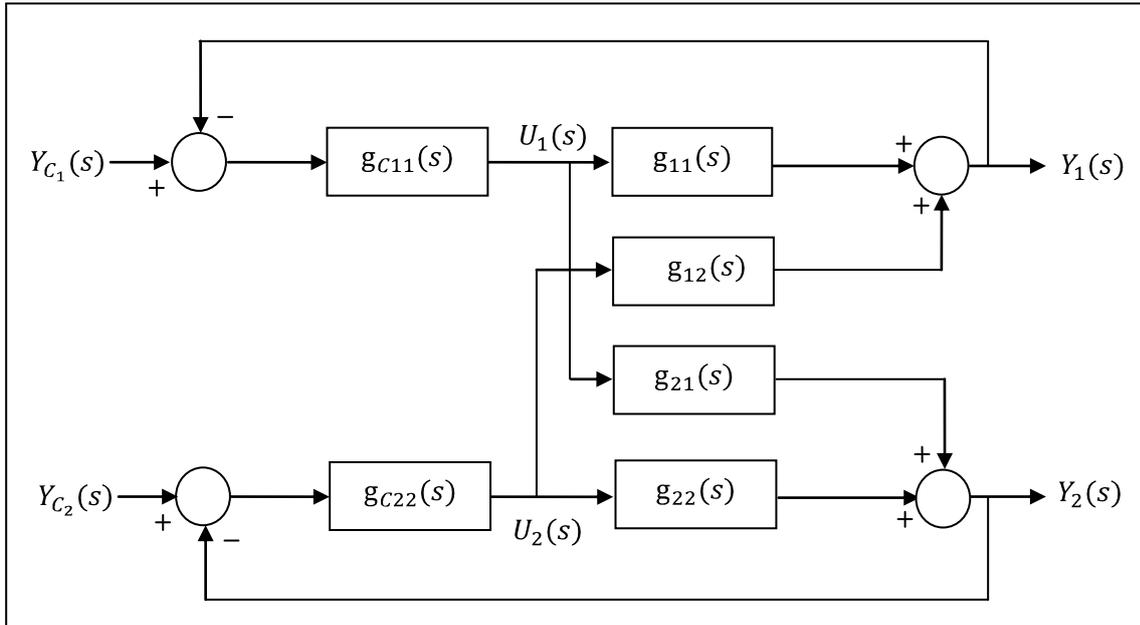


Figure I.2.a Commande distribuée(Y_1U_1, Y_2U_2)

La figure I.2.a montre que U_1 commande Y_1 et U_2 commande Y_2 , appelé commande distribuée (Y_1U_1, Y_2U_2)

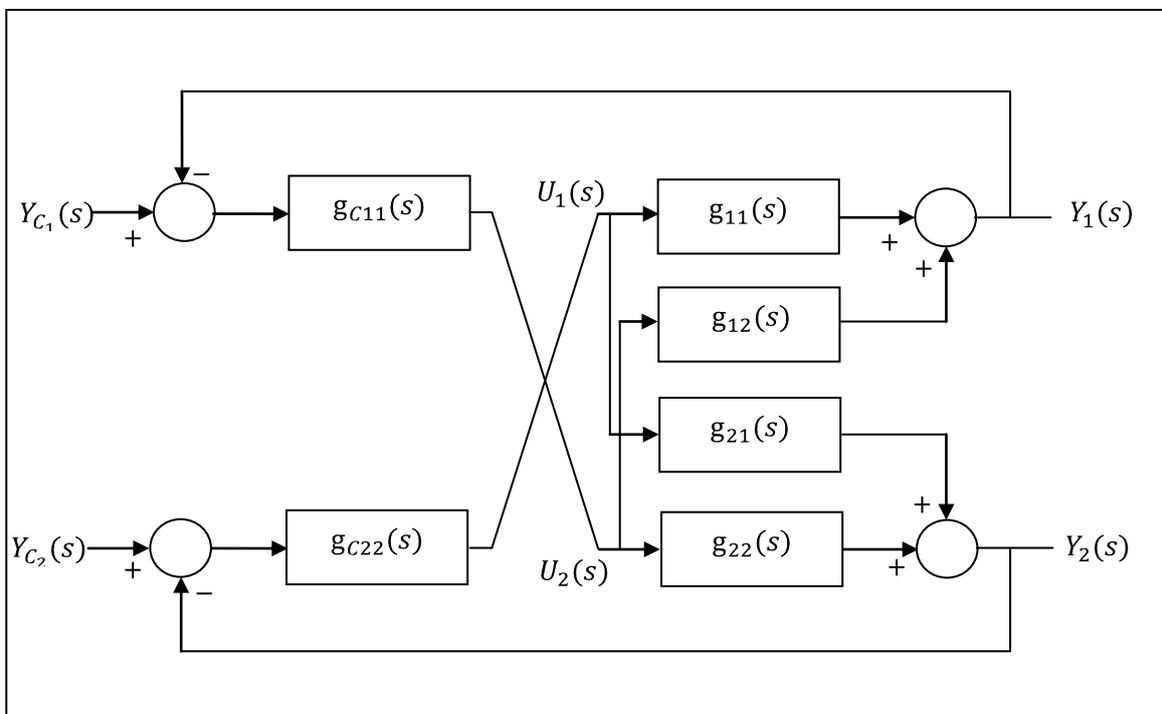


Figure I.2.b Commande distribuée(Y_2U_1, Y_1U_2)

La figure I.2.b illustre un système dont le choix de commande est $(Y_2 U_1, Y_1 U_2)$.

Le choix entre les deux se fait sur la base de l'analyse des interactions.

II.4.2 Commande multivariable

Dans ce mode de commande, pour un système à p entrées et q sorties on a un régulateur à q entrées et p sorties (régulateur multivariable) [06]. La figure I.3 représente la commande multivariable pour un système carré (2×2).

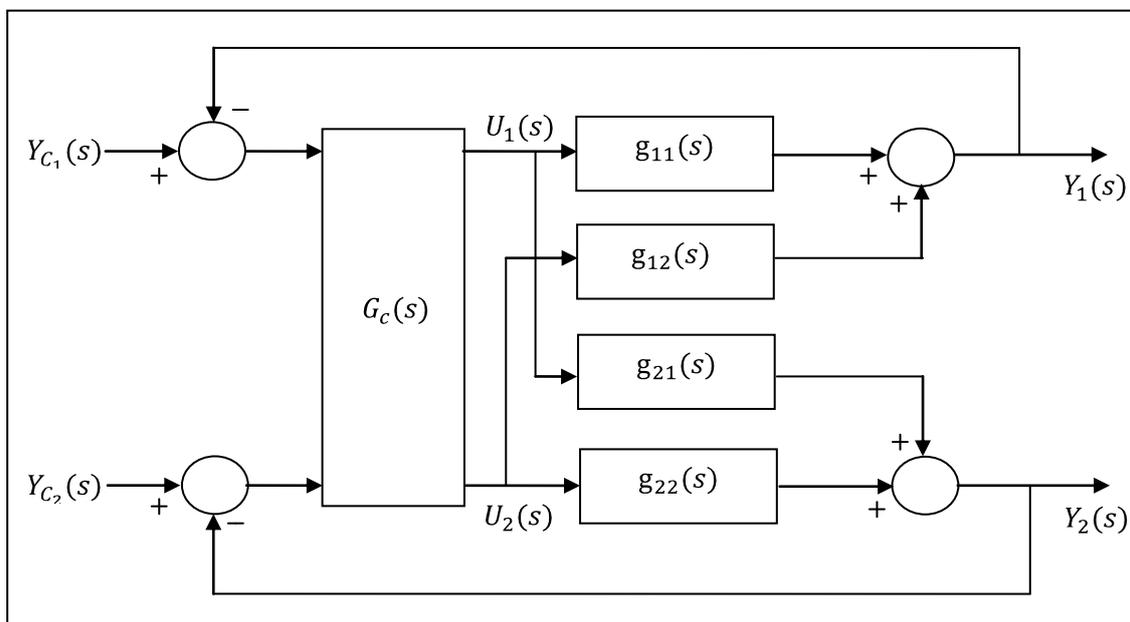


Figure I.3 Insertion d'un découpleur dans un système multivariable

On peut rencontrer différentes réalisations :

Si on prend une commande algébrique, on incorpore alors des découpleurs entre le régulateur monovariante et le procédé; comme on peut assembler dans un même contrôleur, le découpleur et le régulateur monovariante.

La figure I.4 représente l'insertion de découpleur dans un système 2×2

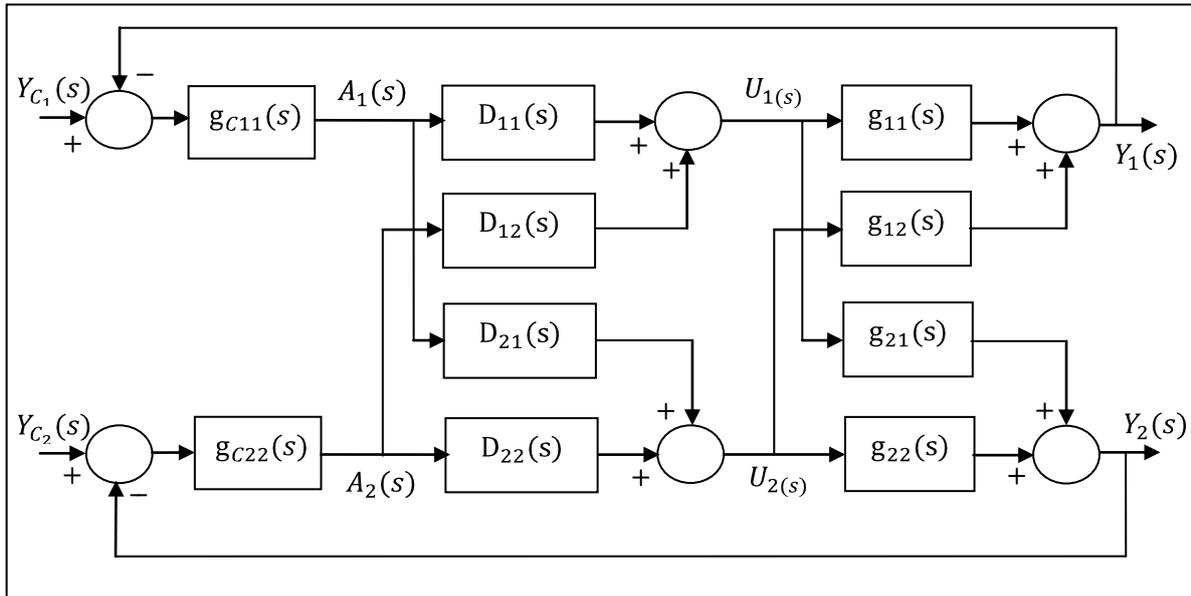


Figure I.4 Structure interne d'un découpleur

On obtient les lois de commande :

$$U_1(s) = D_{11}(s)A_1(s) + D_{12}(s)A_2(s)$$

I. 19

$$U_2(s) = D_{21}(s)A_1(s) + D_{22}(s)A_2(s)$$

Après remplacement, on a :

$$Y_1(s) = [D_{11}(s)g_{11}(s) + D_{21}(s)g_{12}(s)]A_1(s) + [D_{22}(s)g_{12}(s) + D_{12}(s)g_{11}(s)]A_2(s)$$

I. 20

$$Y_2(s) = [D_{11}(s)g_{21}(s) + D_{21}(s)g_{22}(s)]A_1(s) + [D_{22}(s)g_{22}(s) + D_{12}(s)g_{21}(s)]A_2(s)$$

Posons :

$$D_{11}(s)g_{11}(s) + D_{21}(s)g_{12}(s) = G_1(s) \quad \text{I.21}$$

$$D_{22}(s)g_{12}(s) + D_{12}(s)g_{11}(s) = 0 \quad \text{I.22}$$

$$D_{11}(s)g_{21}(s) + D_{21}(s)g_{22}(s) = 0$$

$$D_{22}(s)g_{22}(s) + D_{12}(s)g_{21}(s) = G_2(s) \quad \text{I.23}$$

Tout l'enjeu est d'avoir $Y_2(s)$ indépendant de $A_1(s)$ et $Y_1(s)$ indépendant de $A_2(s)$

Donc :

$$Y_1(s) = G_1(s)A_1(s) \quad \text{I.24}$$

$$Y_2(s) = G_2(s)A_2(s)$$

On aura :

$$D_{11}(s) = D_{22}(s) = 1$$

$$D_{12}(s) = \frac{-g_{12}(s)D_{22}(s)}{g_{11}(s)} \quad \text{I.25}$$

$$D_{21}(s) = \frac{-g_{21}(s)D_{11}(s)}{g_{11}(s)}$$

- Les éléments de la diagonale sont pris égaux à 1 sauf dans le cas où les retards des branches directes sont plus importants que celles des branches croisées **[06]**,
- Le réglage des régulateurs est alors réalisé par les méthodes pour les systèmes monovariabiles et cela en considérant indépendamment $G_1(s)$ et $G_2(s)$.

II.5 Avantage de la commande multi-boucle

La commande multi-boucle présente quelques avantages cruciaux, entre autres:

- ✓ facilités et simplicité d'élaboration.
- ✓ facile à implémenter.

- ✓ permet d'agir sur une seule sortie tout en maintenant les autres constantes.
- ✓ évite la propagation des perturbations.
- ✓ n'utilise pas d'estimateurs.
- ✓ si le choix des couples entrées sorties est bon, alors l'élimination d'une boucle n'affecte pas les autres (indépendance entre boucles).

II.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a abordé des généralités sur les systèmes multivariables et sur quelques méthodes de commande; à savoir la commande multi-boucle basées sur la matrice fonction de transfert et la commande multivariables.

Pour synthétiser un système de commande multiboucle performant, il est important que le choix des couples entrées-sorties de commandes soit adéquat en analysant les interactions entre les variables du système. Pour ce faire, plusieurs méthodes d'analyse des interactions ont été élaborées. Le chapitre prochain sera consacré à l'analyse des interactions et au choix de la configuration de commande.

Chapitre II

Analyse des interactions et choix de la meilleure configuration

De commande

II.1 Introduction	15
II.2 Définitions des interactions dans les systèmes multivariables	15
II.3 Explication de phénomène d'interaction	16
II.4 Méthodes d'analyse des interactions	17
II.4.1 découplage par approche fréquentielle	17
II.4.1.1 Découplage statique.....	17
II.4.1.2 Découplage dynamique	18
II.4.2 Découplage par approche temporelle	19
II.5 Matrice des gains relatifs.....	20
II.5.1 Procédure générale de calcul de RGA	23
II.5.2 Propriété de la matrice des gains relatifs	24
II.5.3 Interprétation de la matrice des gains relatifs	25
II.5.4 Exemple d'application de la RGA sur un système (2x2)	25
II.6 Conclusion	25

II.1 Introduction

Les systèmes multivariables sont caractérisé par le phénomène d'interaction ou de couplage ce qui peut déstabiliser le système en boucle fermée et rendre la synthèse d'un système de commande assurant des performances désirées délicate. Compte tenu des exigences pratiques, il est souhaitable que l'évolution des sorties soient indépendantes les unes des autres. Étant donné que la majorité des systèmes industriels sont multivariables, des méthodes d'analyse ont été développées afin de déterminer la meilleure structure de commande.

Le but de ce chapitre est d'expliquer le phénomène d'interactions dans les systèmes multivariables, et donner une idée sur les méthodes d'analyse des interactions.

II.2 Définitions des interactions dans les systèmes multivariables

On rencontre plusieurs définitions, dans la littérature, parmi lesquelles on peut citer :

Définition 1

Dans un système multivariable, l'interaction est l'effet de la consigne $Y_{Cj}(s)$ ou une perturbation $P_j(s)$ sur l'ensemble des sorties $Y_i(s)$ avec $i \neq j$, ou c'est l'effet de l'ensemble des consignes $Y_{Cj}(s)$ sur une sortie $Y_i(s)$ avec $i \neq j$.

Définition 2

Les boucles de commandes dans un système multivariable sont dites interactives, si une action de commande $U_k(s)$ dans la $K^{ième}$ boucle (résultat d'une perturbation $P_k(s)$ ou d'un changement de consigne $Y_{ck}(s)$) provoque une action de commande $U_l(s)$ dans une ou plusieurs boucles.

Par ces définitions, on peut conclure que l'effet d'une perturbation ne se limite pas uniquement à la sortie qu'elle affecte, mais se propage pour atteindre les autres sorties, cela est dû aux interactions existantes entre boucles.

II.3 Explication du phénomène d'interaction

Pour expliquer la notion d'interaction, considérons un système multivariable (2×2) représenté sur la figure II.1 :

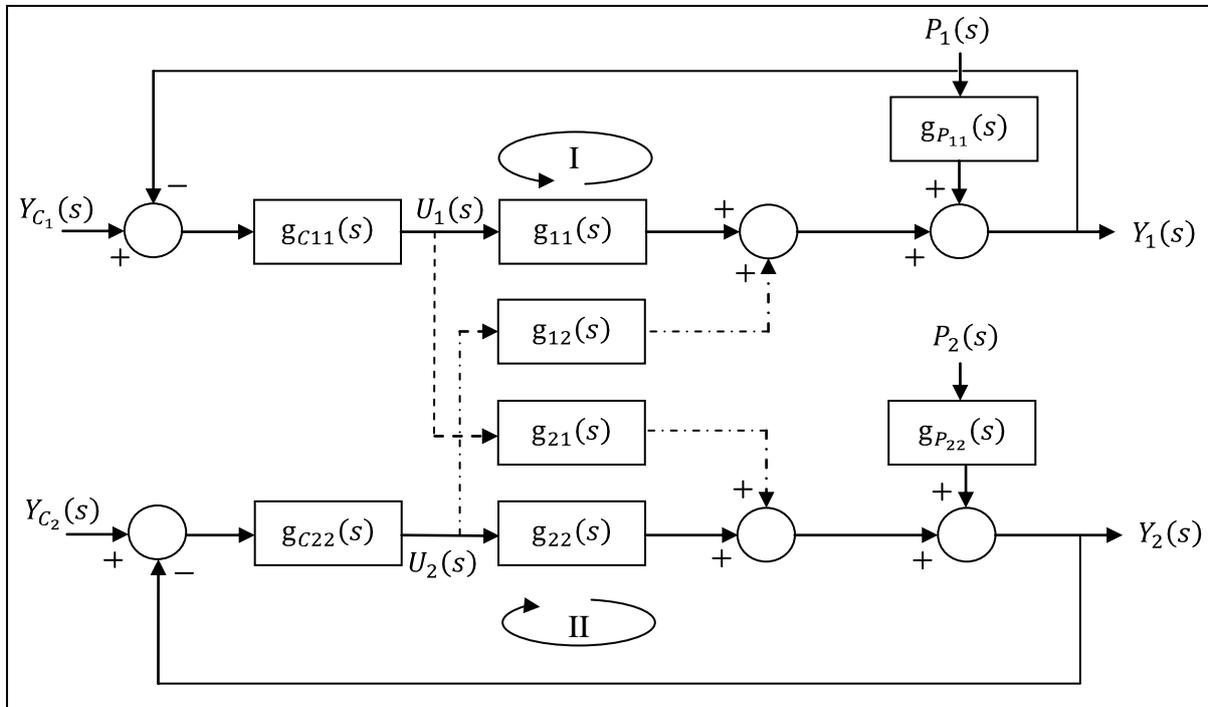


Figure II.1 Commande distribuée d'un système (2×2)

Si on a une perturbation qui affecte une sortie Y_1 , cette dernière s'écarte de la consigne voulue Y_{c1} . Le régulateur génère une commande U_1 pour corriger l'écart causé par la perturbation, donc annule l'écart $\mathcal{E} = (Y_{c1} - Y_1)$. La nouvelle valeur de la commande générée U_1 n'affecte pas seulement la sortie Y_1 par le transfert $g_{11}(s)$ mais affecte aussi la sortie Y_2 par le transfert $g_{21}(s)$. Par conséquent, la sortie Y_2 s'écarte aussi de sa consigne, ce qui force le correcteur g_{c22} à intervenir en générant la commande U_2 pour maintenir la sortie Y_2 à la position désirée Y_{c2} ; mais ce dernier changement affecte à son tour la première sortie. Alors le maintien des sorties Y_1 et Y_2 aux positions désirées, sans parler de l'annulation de la perturbation par le régulateur, sera une tâche délicate.

Dans cet exemple, on a montré que le changement d'une commande U_1 a deux effets :

Effet direct sur Y_1 , la variable mesurée de la boucle.

Effet indirect sur Y_2 , par l'interaction des boucles.

Et s'il y a une perturbation affectant une sortie, elle se propage dans le système et affecte les autres sorties. Cela est dû aux interactions entre les boucles de commande.

Dans cet exemple, les transmittances g_{21} et g_{12} sont à l'origine des interactions entre les deux boucles. Ces interactions ont un effet néfaste sur la robustesse des stratégies de commande. Le phénomène d'interaction est une contrainte pour la commande des systèmes multivariables, c'est pourquoi l'analyse des interactions est indispensable pour la synthèse d'un système de commande pour un système multivariable.

II.4 Méthode d'analyse des interactions

Afin de remédier aux effets négatifs des interactions, plusieurs chercheurs ont introduit des méthodes d'analyse pour quantifier les interactions dans les systèmes multivariables ou faire un découplage. On peut classer ces méthodes en deux catégories:

II.4.1 Découplage par approche fréquentielle

Dans ce qui suit on va aborder le découplage par approche fréquentielle, c'est à dire sur la base d'un modèle de type matrice fonction de transfert. Dans la première partie, on abordera le problème du découplage statique (boucle ouverte) puis on s'intéressera au découplage dynamique (boucle fermée). Dans les deux cas, la structure de commande est une structure de pré-compensation [05].

II.4.1.1. Découplage statique

Dans ce cas le découplage n'est souhaité qu'en régime permanent. On applique alors une commande de type pré-compensateur.

$$Y(s) = G(s)U(s) = G(s)H(s)Y_c(s) \quad \text{II. 1}$$

Le régime permanent est :

$$Y_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (sY(s)) = \lim_{s \rightarrow 0} (sG(s)H(s)Y_c(s)) \quad \text{II. 2}$$

Le vecteur de consigne est constitué d'un ensemble d'échelon d'amplitude $\alpha_i, i = 1, \dots, p$

$$y_\infty = \left(sG(s)H(s) \frac{1}{s} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} \quad \text{II. 3}$$

$$G(0)H(0) \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} \quad \text{II. 4}$$

$$G(0)H(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{p \times p} \quad \text{II. 5}$$

On doit calculer $H = H(0)$ telle que l'égalité soit vérifiée.

II.4.1.2 Découplage dynamique

Dans ce cas les sorties doivent être indépendantes même pendant la phase transitoire

a. Découplage dynamique idéal

Calculer une matrice de précommande $H(s)$ telle que la matrice de transfert

$Q(s) = G(s)H(s)$ vérifiée :

$$\left\{ \begin{array}{l} q_{ii}(s) \neq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, p\} \\ q_{ij}(s) = 0 \quad \forall \{i, j \neq i \in \{1, \dots, p\}^2\} \end{array} \right\} \quad \text{II. 6}$$

b. Découplage dynamique approximatif

On doit calculer une matrice de précommande $H(s)$ telle que la matrice de transfert

$Q(s) = G(s)H(s)$ vérifie :

$$|q_{ij}(j\omega)| \ll 1 \quad \forall \{i, j \neq i\} \in \{1, \dots, p\} \quad \text{II. 7}$$

Il faut faire en sorte que les éléments diagonaux de $Q(s)$, c'est à dire les transferts $q_{ii}(s)$ caractéristiques des couplages pertinents, soient :

- sans zéro instable.
- strictement propres.
- d'ordre le moins élevé possible.

Parmi les techniques de découplage par approche fréquentielle, citons les techniques s'appuyant sur la décomposition en valeurs singulières du système ou sur la notion de « matrice des gains relatifs »

Remarque

Ce découplage approximatif ne constitue pas en lui même une loi de commande satisfaisante pour le système qui doit par ailleurs vérifier plusieurs propriétés telles que la stabilité, la précision, les performances transitoires ou un éventuel rejet de perturbations. C'est pourquoi il faut recourir, une fois le découplage considéré comme acceptable, à une seconde loi de commande □ [05].

II.4.2 Découplage par approche temporelle

On veut toujours atteindre un découplage. La conception de la loi de commande se fait à partir de la représentation d'état. On propose alors un découplage (statique/dynamique) et on suppose qu'il n'y a pas de transmission directe. La loi de commande est de type retour d'état, pour un système carré $p = q$ (on ne le rencontre qu'à l'ordre 2 ou 3). On suppose que les sorties doivent correspondre au vecteur d'état [05].

$$\dot{y} = Q(y - y_c) \quad \text{II.8}$$

Avec Q une matrice diagonale

L'équation [II.8] sous forme matricielle donne :

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \vdots \\ \dot{y}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & q_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & q_{pp} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_{c1} \\ \vdots \\ y_{cp} \end{bmatrix} \quad \text{II.9}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= q_{11}y_1 - q_{11}y_{c1} \\ &\vdots \end{aligned} \quad \text{II.10}$$

$$\dot{y}_p = q_{pp}y_p - q_{pp}y_{cp}$$

La transformée de Laplace de ces équations nous donne :

$$\begin{aligned} sY_1(s) &= Q_{11}Y_1(s) - Q_{11}Y_{c1}(s) \\ &\vdots \end{aligned} \quad \text{II.11}$$

$$sY_p(s) = Q_{pp}Y_p(s) - Q_{pp}Y_{cp}(s)$$

En général

$$sY_i(s) = Q_{ii}Y_i(s) - Q_{ii}Y_{ci}(s) \quad \forall i \in \{1 \dots p\} \quad \text{II.12}$$

$$\frac{y_i(s)}{y_{ci}(s)} = \frac{-q_{ii}}{s - q_{ii}} \quad \forall i \in \{1 \dots p\} \quad \text{II.13}$$

Donc la dynamique revient au choix de Q .

II.5 Matrice des Gains Relatifs

La méthode de la matrice des gains relatifs, Relative Gain Array ou RGA a été introduite par Bristol en 1966. Cette méthode est un outil puissant pour le choix des paires de réglage et elle est facile à mettre en œuvre, c'est pourquoi elle est fréquemment utilisée en génie des procédés. Elle nous permet de dégager une configuration de commande avec un faible niveau d'interaction **[01]**.

On considère un procédé à deux commandes et deux sorties pour introduire la notion de gain relatif :

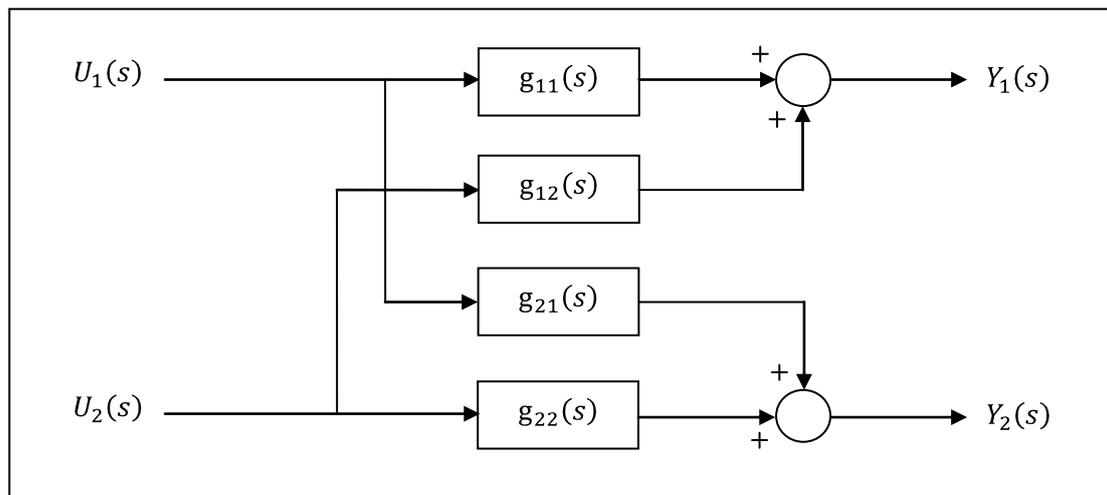


Figure II.2 Schéma bloc d'un système multivariable (2×2)

$$Y_1(s) = g_{11}(s)U_1(s) + g_{12}(s)U_2(s) \quad \text{II. 14}$$

$$Y_2(s) = g_{21}(s)U_1(s) + g_{22}(s)U_2(s) \quad \text{II. 15}$$

La fonction de transfert entre la commande U_1 et la sortie Y_1 en boucle ouverte est :

$$\left(\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} \right)_{bo} = g_{11}(s) \quad \text{II. 16}$$

Supposons que l'on règle seulement la sortie Y_2 à l'aide d'un régulateur dont la fonction de transfert est $g_{c22}(s)$ comme représenté à la figure II.3.

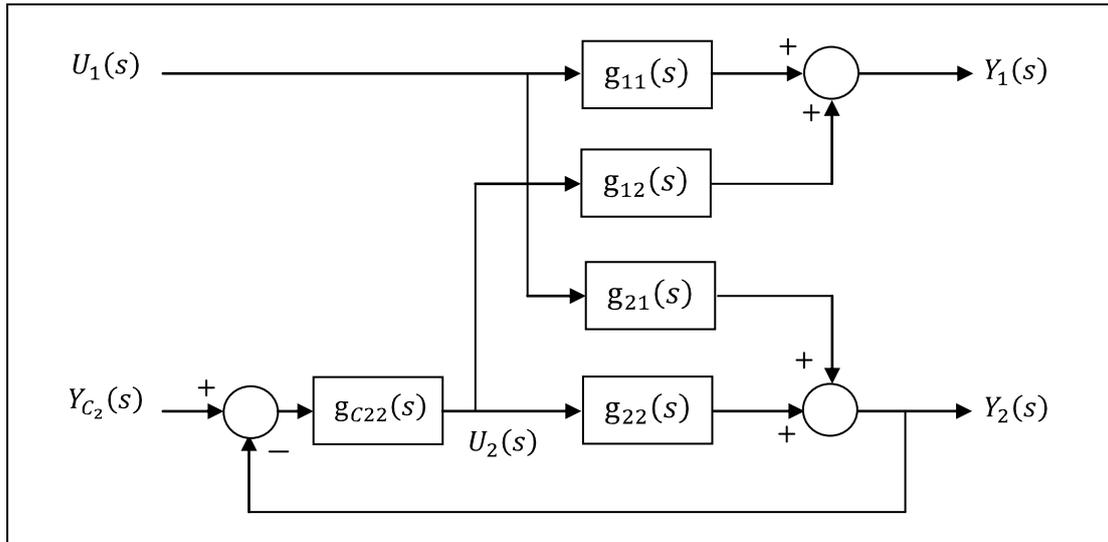


Figure II.3 Système (2 × 2) avec correcteur sur la deuxième boucle

On aura :

$$Y_1(s) = \left[g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{C22}(s)g_{21}(s)}{1 + g_{22}(s)g_{C22}(s)} \right] U_1(s) + \frac{g_{12}(s)g_{C22}(s)}{1 + g_{22}(s)g_{C22}(s)} Y_{c2}(s) \quad \text{II. 17}$$

$$Y_2(s) = \frac{g_{21}(s)}{1 + g_{22}(s)g_{C22}(s)} U_1(s) + \frac{g_{22}(s)g_{C22}(s)}{1 + g_{22}(s)g_{C22}(s)} Y_{c2}(s) \quad \text{II. 18}$$

La fonction de transfert entre la commande U_1 et la sortie Y_1 en boucle fermée est :

$$\left(\frac{Y_1(s)}{U_1(s)} \right)_{b_{f22}} = \left[g_{11}(s) - \frac{g_{12}(s)g_{C22}(s)g_{21}(s)}{1 + g_{22}(s)g_{C22}(s)} \right] \quad \text{II. 19}$$

b_{f22} : indique que la boucle est fermée entre U_2 et Y_2 .

Le rapport $\mu_{11}(s)$ entre la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée exprime l'influence de la première boucle sur la boucle (U_2, Y_2), soit :

$$\mu_{11}(s) = \frac{g_{11}[1 + g_{22}g_{C22}]}{g_{11}(s) + g_{C22}(s)[g_{11}(s)g_{22}(s) + g_{12}(s)g_{21}(s)]} \quad \text{II. 20}$$

L'existence d'un intégrateur étant fréquente dans les régulateurs, ceci implique que $g_{c22}(0) = +\infty$, et la mesure de l'interaction $\mu_{11}(s)$ notée λ_{11} ne dépend que des gains statiques de la fonction de transfert $G(s)$ [01].

soit :

$$\lambda_{11} = \frac{g_{11}(0)g_{22}(0)}{g_{11}(0)g_{22}(0) - g_{12}(0)g_{21}(0)} \quad \text{II. 21}$$

De la même manière, on trouve les autres gains relatifs ($\lambda_{12}, \lambda_{21}$ et λ_{22}). Le résultat peut alors être représenté à l'aide d'une matrice de gains relatifs :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{bmatrix} \quad \text{II. 22}$$

Pour un système 2×2 :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 1 - \lambda_{11} \\ 1 - \lambda_{11} & \lambda_{11} \end{bmatrix} \quad \text{II. 23}$$

Un élément quelconque de la matrice de gain relatif Λ d'un système multivariable de dimension supérieure est égale à :

$$\lambda_{ij} = \frac{\left(\frac{dY_i}{dU_j}\right)_{U_k=0, k \neq j}}{\left(\frac{dY_i}{dU_j}\right)_{Y_l=0, l \neq j}} \quad \text{II. 24}$$

II.5.1 Procédure général de calcul de RGA

Pour une matrice de rang plein G la matrice des gains relatifs est définie comme suite :

$$\Lambda = K \times (K^{-1})^T \quad \text{II. 25}$$

Cette relation sous forme matricielle a été démontrée par Skogestad 1987 pour faciliter les calculs pour les systèmes supérieurs à (2×2) [01].

Avec

$$\Lambda = [\lambda_{ij}, i, j = 1, \dots, m].$$

$$K_s = [k_{ij}, i, j = 1, \dots, m].$$

Où :

$\cdot \times$: est le produit élément par élément.

K_s : est la matrice des gains statiques.

K_{ij} : est le gain statique entre u_j et y_i .

Les éléments de K_s sont calculés comme suite :

$$K_{ij} = \lim_{s \rightarrow 0} g_{ij}(s) \quad \text{II. 26}$$

II.5.2 Propriétés de la matrice des gains relatifs

- La somme algébrique des éléments de la RGA le long d'une ligne i ou d'une colonne j est égale à 1.

$$\sum_{j=1, i=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \quad \text{II. 27}$$

$$\sum_{i=1, j=cst}^m \lambda_{ij} = 1 \quad \text{II. 28}$$

- Les permutations sur une ligne ou colonne de G donnent les mêmes permutations dans RGA (G).
- Si G est triangulaire, la matrice des gains relatifs se réduit à l'identité.
- RGA (G) = RGA ($D_1 G D_2$) si D_1 et D_2 sont diagonales.

II.5.3 Interprétation de la matrice des gains relatifs

- $\lambda_{ij}=1$ les gains en boucle ouverte et en boucle fermée sont identiques. Les interactions n'affectent pas le couple entrée-sortie $[U_j - Y_i]$, c'est-à-dire que les autres boucles n'ont pas d'influence sur la boucle $[U_j, Y_i]$.
- $\lambda_{ij}=0$ le gain en boucle ouverte est égale à zéro c'est-à-dire que U_j n'affect pas Y_i .
- $\lambda_{ij} < 0$: différents signes pour le gain en boucle ouverte et fermée.
 Dans ce cas, la boucle correspondante peut changer de sens de variation (système à réponse inverse) si les autres boucles sont fermées. Le plus important, c'est que des éléments négatifs sur la diagonale peuvent introduire une instabilité intégrale.
- $\lambda_{ij} \gg 1$ contrôle très difficile, en raison des fortes interactions.
- $\lambda_{ij} = 0.5$ le degré d'interaction est élevé et les autres boucles ont le même effet sur la sortie Y_j que celui qu'a l'entrée U_i

En résumé le choix de la meilleure configuration de commande revient à sélectionner les paires d'entrées-sorties de telle sorte que λ_{ij} soit le plus proche de 1 tout en évitant des paires à gains relatifs négatifs.

Remarque

Les gains relatifs sont indépendants de l'échelle et des unités de mesures. Dans le cas où le système n'est pas carré, c'est-à-dire où le nombre d'entrées p est différent du nombre de sorties q , le calcul de la RGA se fait en utilisant la pseudo-inverse de K_s . □

II.5.4 Exemple d'application de la RGA sur un système (2 × 2)

Pour un système à deux entrées deux sorties, on aura :

$$\lambda_{11} = \lambda_{22} \text{ et } \lambda_{12} = \lambda_{21} \qquad \text{II. 29}$$

Prenons le système deux entrées deux sorties de la figure II.4, et calculons les valeurs de la matrice des gains relatifs

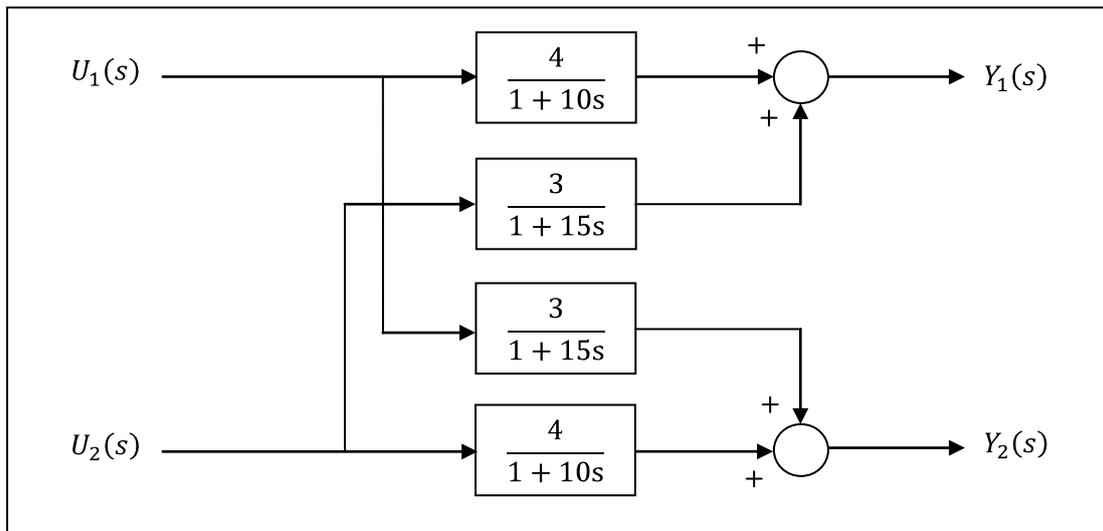


Figure II.4 Exemple d'un système (2 × 2).

Soit :

$$\lambda_{11} = \frac{g_{11}(0)g_{22}(0)}{g_{11}(0)g_{22}(0) - g_{12}(0)g_{21}(0)}$$

Après avoir remplacé les gains statiques de notre système dans l'équation précédente on trouve :

$$\lambda_{11} = 2.28$$

Ce qui donne la matrice des gains relatifs suivante :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 2.28 & -1.28 \\ -1.28 & 2.28 \end{bmatrix}$$

Si on prend l'autre configuration (Y_1U_2, Y_2U_1) figure [II.5]

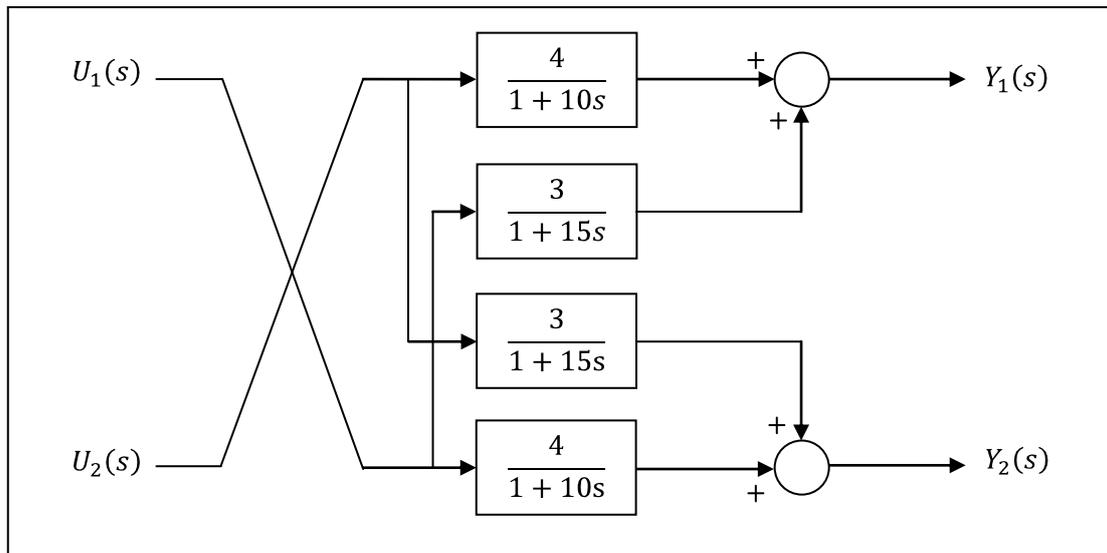


Figure II.5 Commande distribuée (Y_1U_2, Y_2U_1)

On aura comme matrice des gains relatifs :

$$\Lambda = \begin{bmatrix} -1.28 & 2.28 \\ 2.28 & -1.28 \end{bmatrix}$$

On remarque que λ_{11} est négatif pour le choix de commande (Y_1U_2, Y_2U_1) , configuration éliminée.

On prend la première configuration représenté sur la figure II.4

La réponse du système à un échelon unitaire sur U_1 , avec la boucle ouverte sur Y_1 et la boucle ouverte puis fermée sur Y_2 est représentée par la figure II.6

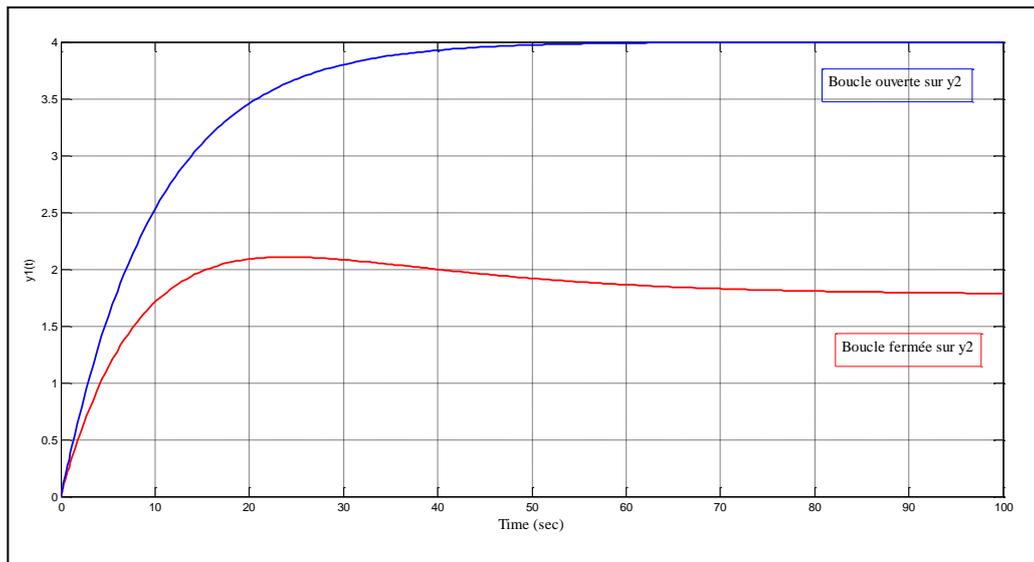


Figure II.6 Réponse de y_1 , en boucle ouverte et fermée sur y_2

On remarque que rapport entre les deux sorties en régime permanent est exactement égal au gain relatif.

II.6 Conclusion :

L'analyse des interactions dans les systèmes multivariables a été le centre d'intérêt dans ce chapitre. L'objectif consiste à montrer que les interactions présentent de sérieux problèmes de commande et un handicap pour la synthèse d'un système de commande performant.

Pour réduire les interactions entre les variables caractéristiques d'un système multivariable, nous avons montré que l'analyse des interactions par la méthode des gains relatifs permet de sélectionner une configuration de commande avec un faible niveau d'interactions.

Une fois la meilleure configuration de commande est déterminée, on passe à la synthèse des correcteurs assurant les performances désirées. L'étude des correcteurs fera l'objectif du chapitre suivant.

Chapitre III

Synthèse des correcteurs pour un système multivariable

III.1 Introduction	29
III.2 Intérêt de la correction.....	29
III.3 Structure de la boucle de commande.....	33
III.4 Les correcteurs classiques	31
III.4.1 Correcteur proportionnel	31
III.4.2 Correcteur proportionnel intégral	33
III.4.3 Action dérivée.....	33
III.5 Correcteur proportionnel intégral dérivé PID	34
III.6 Réglage des paramètres de correcteur PID	35
III.6.1 Réglage pratique par la méthode de Ziegler et Nichols.....	35
III.6.2 Méthode de plus grand module BLT	36
III.7 Conclusion.....	39

III.1. Introduction

Un système asservi est toujours le siège des perturbations, qui peuvent être externes, des signaux perturbateurs qui viennent de l'extérieur et affecte le système. Internes, pour un système multivariable les changements de consigne provoquent un phénomène d'interaction. Comme tout système asservi doit répondre aux spécifications exigé dans le cahier des charges, il est donc souvent nécessaire d'intégrer dans le système, un réseau correcteur dont l'objectif est d'améliorer ces performances.

Pour améliorer les caractéristiques de précision, de rapidité, de stabilité du système, on introduit dans la boucle de régulation le correcteur proportionnel intégral dérivé PID.

Dans ce chapitre nous allons étudier les différents effets des actions du correcteur PID et les méthodes de synthèse pour la détermination des paramètres du correcteur PID suivantes :

- méthode de Ziegler et Nichols pour les systèmes monovariabiles
- méthode de plus grand module **BLT** pour les systèmes multivariabiles

III.2. Intérêt de la correction

Un correcteur doit ramener l'écart entre la consigne et la mesure de la sortie, à une valeur qui très proche de zéros, quelque soit les perturbations, dans le cas de la régulation, qui affectent le système ou bien les changements de la consigne dans le cas de la poursuite.

Le dimensionnement d'un régulateur permet d'imposer un comportement désiré pour le système commandé et ce comportement revient à satisfaire quelques critères qui sont fréquemment imposés dans des cahiers de charge :

- assurer la stabilité du système en boucle fermée,
- annuler ou réduire l'erreur en régime permanent à un changement de cosigne,
- réduire les perturbations extérieures,
- le système doit être rapide aux variations des cosignes (réduire le temps de réponse),
- réduire l'influence des variations paramétriques du procédé,

- le régulateur doit être pérenne, c'est-à-dire ne pas nécessiter d'ajustements trop fréquents.

III.3. Structure de la boucle de commande

Soit le système à retour unitaire montré à la figure suivante.

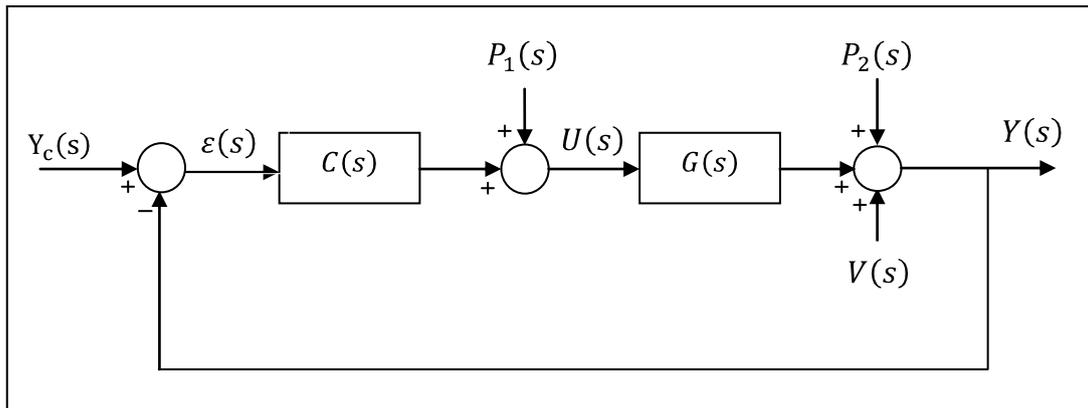


Figure III.1. Schéma bloc d'une boucle de régulation.

Dans ce système $Y_c(s)$ est la consigne, $Y(s)$ est la mesure, $\varepsilon(s)$ est le signal d'erreur, $P_1(s)$ et $P_2(s)$ sont les perturbations à l'entrée et à la sortie du procédé, $V(s)$ bruit à la sortie du procédé comme le bruit de mesure, $U(s)$ est la commande. Les deux fonctions de transfert $G(s)$ et $C(s)$ représentent respectivement le procédé et le contrôleur. Le rapport $Y(s)/Y_c(s)$ est appelé la fonction de transfert de boucle. C'est ce rapport qui détermine les propriétés en boucle fermée du système.

Notons que :

$$H_{bo}(s) = C(s).G(s) \quad \text{III.1}$$

$H_{bo}(s)$: représente la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée, on aura :

$$H_{bf}(s) = \frac{H_{bo}(s)}{1 + H_{bo}(s)} \quad \text{III.2}$$

L'équation de signal de sortie est :

$$Y(s) = \frac{C(s).G(s)}{1 + C(s).G(s)} Y_c(s) + \frac{G(s)}{1 + C(s).G(s)} P_1(s) + \frac{1}{1 + C(s).G(s)} [V(s) + P_1(s)] \quad \text{III.3}$$

et le signal d'erreur est :

$$\mathcal{E}(s) = Y_c(s) - Y(s) \quad \text{III.4}$$

Le rôle d'un régulateur est de maintenir une grandeur donnée à une valeur de consigne.

L'idéal serait que la variable contrôlée soit exactement égale à la consigne. Malheureusement, cela n'est pas possible. La variable contrôlée suit la consigne avec une certaine dynamique, c'est le comportement de la boucle fermée en asservissement. Par ailleurs, en régime permanent, la grandeur régulée peut s'écarter de la valeur souhaitée à cause des perturbations qui sont compensées elles aussi avec une certaine dynamique, on parle alors de comportement en régulation.

Pour obtenir le comportement désiré en boucle fermée, il faut calculer une loi de commande qui donne la structure de régulateur. Ce dernier dépend des paramètres de ces actions élémentaires.

III.4. Correcteurs classiques

III.4.1. Correcteur Proportionnel

L'objectif du contrôleur par Feed-back est de ramener le signal d'erreur $\mathcal{E}(s)$, différence entre la mesure et la consigne, à zéro. L'action proportionnelle consiste à générer une action qui varie de façon proportionnelle au signal d'erreur :

$$u(t) = K_p \cdot \mathcal{E}(t) + u_0 = u_0 + K_p(y_c(t) - y(t)) \quad \text{III.5}$$

Avec:

$u(t)$: sortie du contrôleur

$u_0(t)$: offset

K_p : gain du contrôleur

$y_c(t)$: consigne désirée

$y(t)$: mesure de la variable à réguler

$\mathcal{E}(t)$: erreur

La transformée de Laplace de l'équation [III.5] nous donne la fonction de transfert de correcteur.

$$C(s) = \frac{U(s)}{\mathcal{E}(s)} = K_p \quad \text{III.6}$$

➤ Effet de correcteur proportionnel

L'effet d'une augmentation du gain K_p entraîne :

- une diminution de l'erreur statique, donc amélioration de la précision,
- une amélioration de la rapidité du système,
- une diminution de la marge de phase,

Une augmentation excessive de K_p risque de déstabiliser le système

III.4.2. Correcteur Proportionnel intégral

C'est un correcteur qui est composé d'un terme d'action proportionnelle et d'un terme d'action intégrale.

L'équation temporelle de l'action intégrale est :

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^t \varepsilon(t) dt + u_0 \quad \text{III. 8}$$

Avec :

T_i : constante d'intégration

$\varepsilon(t)$: erreur

$u_0(t)$: offset

La fonction de transfert de correcteur :

$$C(s) = \frac{K_p}{T_i s} (1 + T_i s) \quad \text{III. 7}$$

➤ **Effet de l'action intégrale**

Ce correcteur permet d'annuler l'erreur en régime permanent à un échelon de consigne ou à une perturbation à moyenne non nulle. Cependant il a comme désavantage d'apporter une phase négative de $\frac{\pi}{2}$ à toutes les fréquences. En particulier, il réduit la marge de phase de $\frac{\pi}{2}$.

III.4.3. Action dérivée

La loi de commande d'un dérivateur pur s'écrit :

$$u(t) = T_d \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + u_0 \quad \text{III. 9}$$

Avec :

T_d : constante de temps de l'action dérivée.

u_0 : offset.

La transformée de Laplace de l'équation temporelle nous donne la fonction de transfert de l'action dérivé.

$$C(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = T_d s \quad \text{III. 10}$$

Ce type de correcteur est purement théorique, un système physique ne peut pas avoir un numérateur de degré supérieur au dénominateur, système non causal. Pour que cette action soit réalisable pratiquement, on utilise le modèle de dérivée filtrée.

$$C(s) = \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N} s} \quad \text{III. 11}$$

Avec :

N : est le coefficient correspondant au gain du modèle dérivé filtrée.

➤ Effet de l'action dérivée

L'action dérivée, en compensant les inerties dues au temps mort, accélère la réponse du système et améliore la stabilité de la boucle tout en permettant notamment un amortissement rapide des oscillations dues à l'apparition d'une perturbation ou à une variation subite de la consigne.

L'action dérivée est utilisée dans l'industrie pour le réglage des variables lentes, elle n'est pas recommandée pour le réglage d'une variable bruitée ou trop dynamique. En dérivant un bruit, son amplitude risque de devenir plus importante que celle du signal utile.

III.5. Correcteur proportionnel intégral dérivée PID

Le correcteur PID est l'association des trois actions Proportionnelle, intégrale et dérivée, la structure de ce correcteur dépend des trois coefficients K_p , T_i et T_d , la présence de l'action intégrale permet d'augmenter la classe du système et la présence de l'action dérivée permet d'améliorer la stabilité.

Fonction de transfert de correcteur PID est :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \frac{T_d}{N}} \right) \quad \text{III. 12}$$

III.6. Réglage des paramètres de régulateur PID

Pour satisfaire les exigences imposées par un cahier de charge on doit calculer les paramètres du correcteur standard PID, qui englobe toutes les actions utilisées dans un asservissement.

Le calcul des paramètres, connue par la synthèse des correcteurs, qui consiste à trouver les constantes K_p , T_i et T_d du régulateur PID. Ces paramètres permettent d'assurer le comportement ou bien les performances désirés en boucle fermée, imposés par un cahier de charge, par exemple : le dépassement maximal, le temps de réponse, le temps de montée, etc. Plusieurs méthodes existent pour calculer ces paramètres. Pour notre étude nous s'intéressons à la méthode de Ziegler et Nichols pour les systèmes monovariabiles, et la méthode de plus grand module BLT pour les systèmes multivariabiles.

III.6.1. Réglage pratique par la méthode de Ziegler et Nichols

Cette méthode, établie vers 1942, est la plus connue des méthodes pratiques de réglage des boucles de régulation. Elle s'applique aussi bien à un procédé autorégulant qu'un procédé intégrateur, à condition néanmoins qu'il soit possible de le mettre en pompage (oscillations juste entretenues). Pour obtenir la limite de pompage, on place un correcteur proportionnel dans la boucle fermée et on augmente doucement le gain (K_p) de ce correcteur jusqu'à obtenir des oscillations auto-entretenues (Phénomène de pompage). On note le gain critique (K_{cr}) qui a amené le système en limite de stabilité et la période (T_{cr}) des oscillations obtenues [07].

Les réglages préconisés par Ziegler et Nichols, en fonction de la structure de régulateur utilisé, sont donnés dans le tableau suivant :

Régulateur	K_p	T_i	T_d
P	$0,5 K_{cr}$		
PI	$\frac{K_{cr}}{2,2}$	$\frac{T_{cr}}{1,2}$	
PID	$0,6 K_{cr}$	$0,5 T_{cr}$	$0,125 T_{cr}$

Tableau III.1. Réglage préconisés par Ziegler et Nichols

Ces réglages conduisent à un réglage assez dur, c'est-dire à une réponse indicielle d'asservissement où le premier dépassement D_1 est d'environ 30 % à 40%.

Ces valeurs peuvent ne pas convenir au cahier des charges, le premier dépassement D_1 pouvant être trop important ; il faut alors légèrement modifier ces réglages.

III.6.2. Méthode de plus grand module BLT

La méthode de Ziegler et Nichols permet de trouver les paramètres de régulateur PID rapidement, mais son application est limitée aux systèmes monovariables seulement. Pour la régulation des systèmes multivariables, la méthode de plus grand module BLT a été proposée. Cette méthode est une généralisation de la méthode de Ziegler et Nichols proposée par Luyben en 1990. Elle permet de calculer les paramètres de chaque correcteur et assure la stabilité du système. La synthèse des correcteurs PID dans un environnement multivariable suivant la méthode BLT passe par les étapes suivantes [07].

➤ Étape 1

Calcul des paramètres du correcteur PI d'après la méthode de Ziegler et Nichols pour chaque boucle individuelle. Ainsi, on commence par la détermination de la fréquence critique w_{cr} qui est la fréquence correspondante à la phase $-\pi$, est le gain critique K_{cr} qui correspond à la fréquence critique, puis on calcule les paramètres de Ziegler et Nichols par les formules suivantes :

$$K_{ZN} = \frac{K_{cr}}{2,2} \quad \text{III. 13}$$

$$T_{ZN} = \frac{2\pi}{1,2 w_{cr}} \quad \text{III. 14}$$

➤ **Étapes**

On choisit un facteur de réglage $1.5 < F < 4$, on divise les gains des correcteurs par F :

$$K_c = \frac{K_{ZN}}{F} \quad \text{III. 15}$$

et les constantes de temps des correcteurs sont multipliées par le facteur F :

$$T_i = T_{ZN}F \quad \text{III. 16}$$

➤ **Étape 3**

Soit la fonction suivante :

$$W(j\omega) = -1 + \text{Det}[I + G(j\omega)G_c(j\omega)] \quad \text{III. 17}$$

Avec :

$G(s)$: matrice fonction de transfert de système.

$G_c(s)$: matrice fonction de transfert diagonale des correcteurs.

I : matrice identité.

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} g_{c11}(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & g_{c22}(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & g_{cnn}(s) \end{bmatrix} \quad \text{III. 18}$$

La fonction de transfert des correcteurs est de types (PI):

$$g_{cii} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i S} \right) \quad \text{III.19}$$

Pour ramener le système à la limite de stabilité, on ramène la fonction $W(j\omega)$ au point de Nyquist (-1,0). Par analogie avec les systèmes monovariables, on définit le module multivariable en boucle fermée.

$$L^{cm}(j\omega) = 20 \log \left| \frac{W}{1+W} \right| \quad \text{III.20}$$

➤ Étape 4

On fait varier le facteur de dérèglement F jusqu'à ce que L_{max}^{cm} , soit égal à $2n$, n étant l'ordre du système multivariable. Alors pour un système 2×2 le facteur $L_{max}^{cm} = 2 \times 2 = 4$.

Cette méthode permet de concevoir un système de commande multiboucle stable avec des performances raisonnables. L'équation [III.17] est l'équation caractéristique de système multivariable en boucle fermée qui détermine rigoureusement la stabilité de système en boucle fermée.

Règle :

Un système asservi à retour unitaire est stable figure. III.2a si, en décrivant le lieu de Nyquist $A(j\omega)$ de la fonction de transfert en chaîne ouverte dans le sens des pulsations croissantes, on laisse le point critique (coordonnées (-1,0)) à sa gauche. Il est instable Figure.III.2b dans le cas contraire [11].

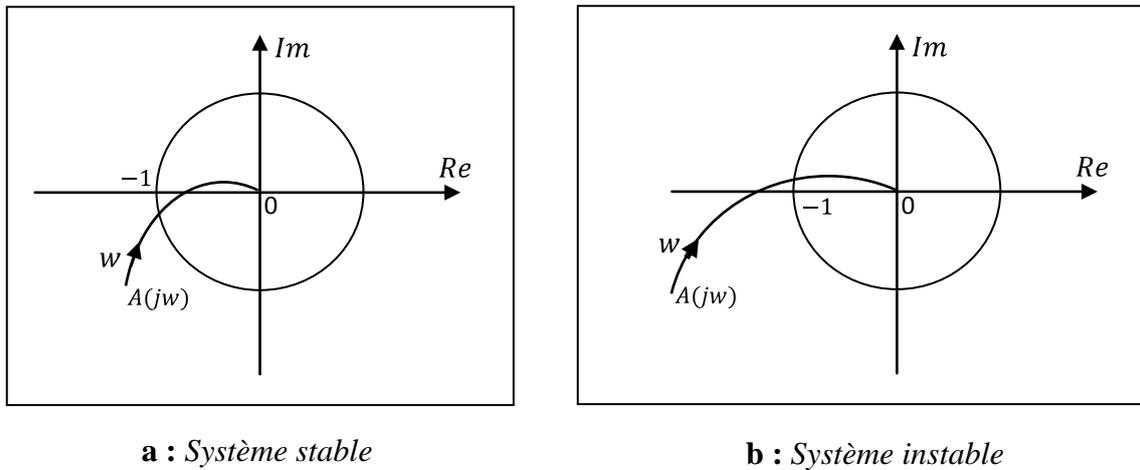


Figure III.2. Lieu de Nyquist

Il est important de confirmer lors de l'application de cette méthode la forme de diagramme de Nyquist de la fonction W , parce que la fonction [III.20] indique simplement la proximité de point critique. Un système instable pourrait être régulé à un module maximal de $2N$, car il entoure le point $(-1,0i)$, mais n'est pas près de lui.

III.7. Conclusion

Le but de ce chapitre était de présenter une boucle de régulation à base d'un correcteur PID. Le correcteur impose le comportement dynamique désiré au système en boucle fermée. Ce comportement est assuré en choisissant la structure du correcteur et en calculant et en calculant correctement ces paramètres. Le calcul des paramètres du correcteur PID se fait par des méthodes de synthèse. Dans ce chapitre, nous avons présentés la méthode de Ziegler et Nichols pour le réglage du correcteur PID, mais cette méthode est valable pour les systèmes monovariabiles seulement. Pour les systèmes multivariabiles nous avons présentés la méthode de plus grand module BLT qui permet de synthétiser des correcteurs PID dans un environnement multivariable.

Pour démontrer l'efficacité des méthodes de synthèse présentées dans ce chapitre, une application concernant la commande d'une colonne de distillation binaire fera l'objet du chapitre suivant.

Chapitre IV

Commande multivariable d'une colonne de distillation

IV.1 Introduction.....	40
V.2 Généralité sur le fonctionnement des colonnes de distillation.....	40
IV.2.1 Distillation.....	40
IV.2.2 Colonne de distillation.....	40
IV.3 Modèle mathématique de la colonne de distillation.....	43
IV.4 Choix de la configuration du système.....	45
IV.5 Synthèse des correcteurs.....	46
IV.6 Résultats de simulation.....	48
IV.6.1 Schéma de simulation.....	48
IV.6.2 Effets des interactions.....	49
IV.6.2.1 Changement de la première consigne.....	49
IV.6.2.2 Changement de la deuxième consigne.....	52
IV.6.2.3 Effets des perturbations.....	55
IV.7 Commande par découplage.....	58
IV.7.1 Calcul des éléments du découpleur.....	58
IV.7.2 Simulation du système avec découplage.....	58
IV.8 Conclusion.....	61

IV.1 Introduction

Dans ce chapitre, on illustrera les méthodes exposées dans les chapitres précédents, soit la matrice des gains relatifs, pour le choix des couples de commande, la méthode de Ziegler-Nichols, et la méthode du plus grand module pour le réglage des correcteurs.

Comme exemple d'application, on considère une colonne de distillation pour la quelle on applique la commande multiboucle (distribuée) puis une stratégie basée sur le découplage.

IV.2 Généralités sur le fonctionnement des colonnes de distillation

Les colonnes de distillation sont des unités très fréquentes dans l'industrie pétrochimique. Leur importance est telle que l'optimisation de leur conception et de leur fonctionnement est primordiale.

IV.2.1 Distillation

Une des opérations les plus importantes de l'industrie chimique et de celle du pétrole est la séparation des mélanges liquides miscibles.

La distillation est une séparation d'un produit complexe, en ses différents composés soit pour obtenir des produits purs ou pour attribuer au produit final des spécifications. Elle repose sur la différence de volatilité existante entre les différents composés chimiques.

Si on prend un mélange binaire, mélange constitué de deux composés, qu'on met dans un ballon et en chauffant ce dernier un équilibre entre phase gazeuse et phase liquide s'établit qui est à ce stade à des compositions différentes. La phase gazeuse monte et la phase liquide descend [01].

IV.2.2 Colonne de distillation

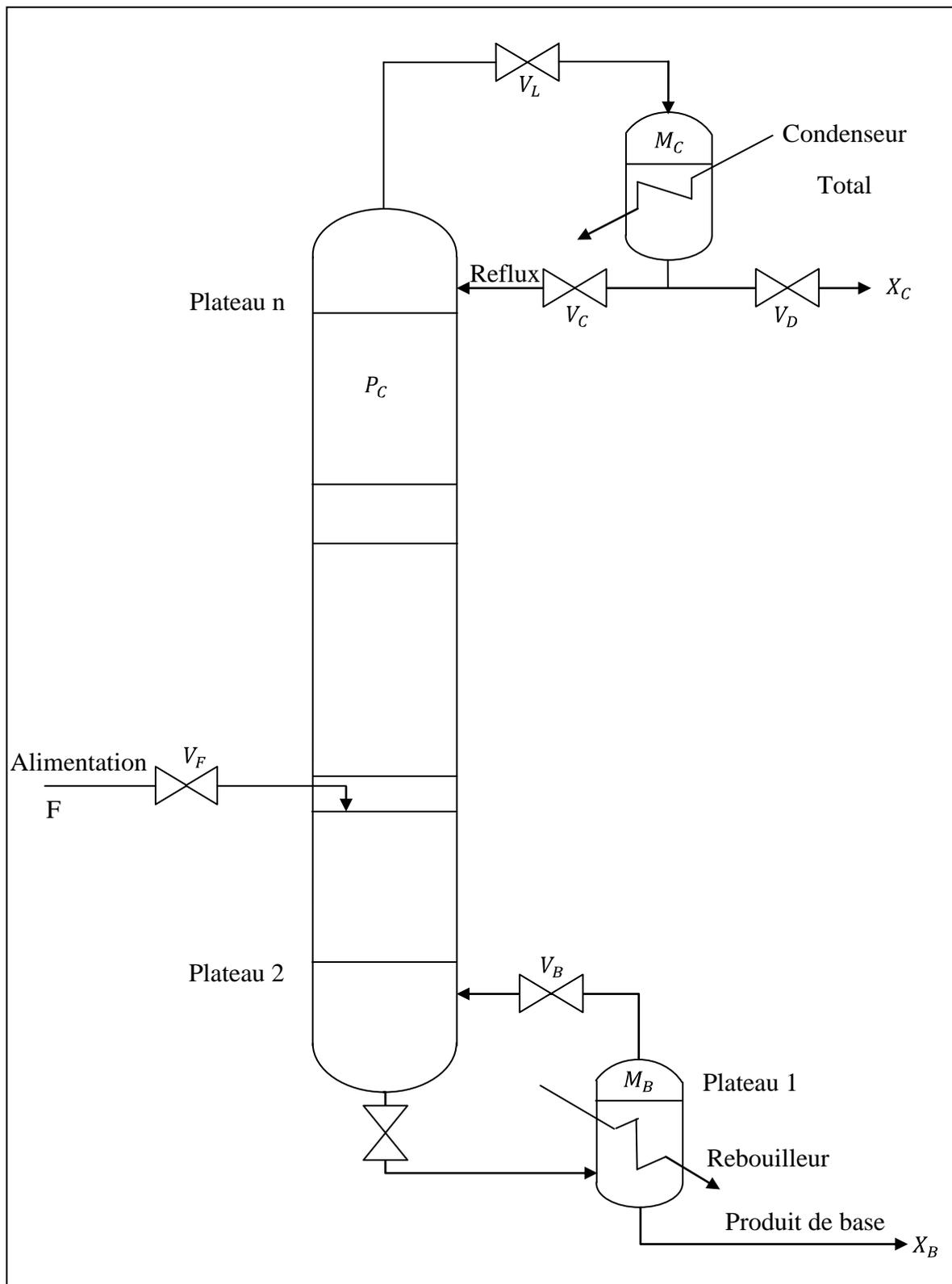
La technologie des colonnes de distillation peut être très complexe, c'est pourquoi on se limite au cas classique d'une colonne possédant une seule alimentation, produisant à sa base le résidu et à sa tête le distillat. Ce type de colonne représente un grand nombre de colonnes industrielles.

L'apport d'énergie nécessaire à la séparation des constituants se trouve à la base et cela par à un rebouilleur, on note cette énergie \dot{Q}_B qui correspond à l'enthalpie de vaporisation.

Le condenseur peut être total, s'il condense la totalité de la vapeur arrivant à la tête de la colonne, ou partiel s'il en condense une partie. La condensation se fait grâce à l'apport de froid \dot{Q}_c .

Le produit à distiller est alimenté en continu par F, Figure IV.1. Comme il existe aussi des colonnes de distillation discontinue.

La colonne contient des plateaux à différents niveaux où se passent des phénomènes de flash. La succession de plateaux permet une meilleure séparation [01].

**Figure IV.1** Colonne de distillation

IV.3 Modèle mathématique de la colonne de distillation

Le rôle principal d'une colonne de distillation est la séparation des mélanges liquides et de ramener les compositions de la colonne à des spécifications désirées par exemple, réguler la tension des vapeurs raide la TVR du fond de la colonne, tout en jouant sur la température, niveau et pression de la colonne. Pour faire une modélisation de la colonne, on représente le système sous forme d'un schéma bloc et on définit ses entrées et ses sorties.

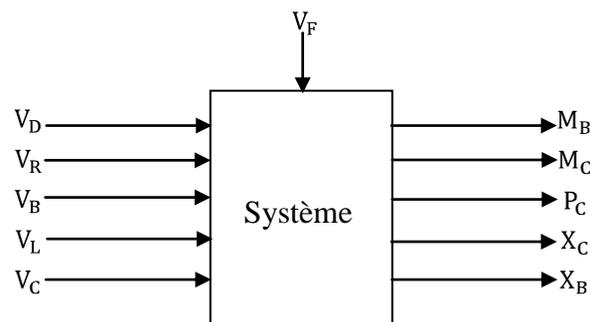


Figure IV.2 Schéma bloc de la colonne

La colonne de distillation figure IV.1 est représentée sous forme d'un schéma bloc figure IV.2 contenant cinq entrées de commande, cinq sorties et une variable de perturbation. Les cinq variables de commande correspondent aux cinq vannes manipulables de la colonne :

- 1- débits du distillat de condenseur V_D
- 2- débits du résidu de rebouilleur V_R
- 3- débits du reflux à la tête de la colonne V_L
- 4- débits du vapeur au rebouilleur V_B
- 5- débits du vapeur à la tête de la colonne V_C

Les cinq variables de sortie qui doivent être commandées pour maintenir la stabilité de l'opération sont :

- 1- rétentions au rebouilleur M_B
- 2- rétentions au condenseur M_C
- 3- rétentions ou la pression de la colonne P_C .

4- compositions de tête de la colonne X_C .

5- compositions de fond de la colonne X_B .

Les perturbations dans la colonne sont en général liées à l'alimentation.
-Enthalpie d'alimentation, caractérisé par le débit F .

L'obtention d'un modèle réduit linéaire est souvent recherchée. Il peut se faire à différents niveaux de complexité, en fonction du but recherché. Pour ce système l'objectif est de maintenir les spécifications désiré des compositions du fond et de tête de la colonne, donc les deux sorties X_B et X_C commandées par les deux entrées V_L et V_B et perturbées par V_F . Alors le système simplifié est d'ordre 2×2 figure IV.3 :

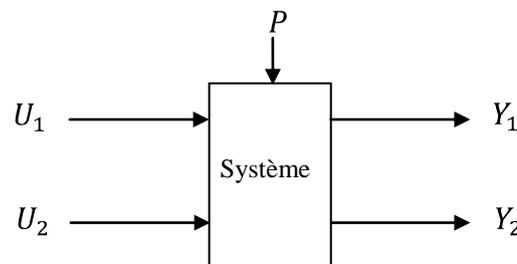


Figure IV.3 Schéma bloc d'un système (2×2)

Avec :

Les entrées $U_1 = V_L, U_2 = V_B$, les sorties $Y_1 = X_C, Y_2 = X_B$, et les perturbations $P = F$.

Des auteurs ont identifié les fonctions de transfert de la colonne de distillation considérée comme un système 2×2 avec comme entrées les débits du reflux et de vapeur au bouilleur et pour sorties les fractions molaires du distillat de la tête et de bouilleur au fond. Puis, l'influence des perturbations du débit d'alimentation a été rajoutée à ce modèle. Le modèle complet du système est une matrice fonction de transfert [01].

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12,8}{1+16,7s} e^{-s} & \frac{-18,9}{1+21s} e^{-3s} \\ \frac{6,6}{1+10,9s} e^{-7s} & \frac{-19,4}{1+14,4s} e^{-3s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{0,7}{1+14,4s} e^{-5s} \\ \frac{1,3}{1+12s} e^{-3s} \end{bmatrix} P \quad \text{IV. 1}$$

Avec :

$Y_1(s)$: La première sortie du système.

$Y_2(s)$: La deuxième sortie du système.

$U_1(s)$: La première entrée du système.

$U_2(s)$: La deuxième entrée du système.

$P(s)$: La perturbation.

Pour concevoir la commande du système nous allons d'abord utiliser la méthode des gains relatifs pour choisir la configuration caractérisée par un niveau d'interactions faible, puis par la méthode du plus grand module BLT nous allons calculer les paramètres des régulateurs PI.

IV.4 Choix de la configuration du système

Les variables du système présentent des interactions entre elles, pour analyser ces interaction nous allons utiliser les matrices des gains relatifs RGA étudié au chapitre [II], pour notre système qui est d'ordre 2, deux entrées et deux sorties, alors deux configurations sont possibles. La première configuration consiste à commander la première sortie avec la première entrée, la deuxième sortie avec la deuxième entrée.

$$U_1 \rightarrow Y_1$$

$$U_2 \rightarrow Y_2$$

La deuxième configuration consiste à commander la première sortie avec la deuxième entrée, la deuxième sortie avec la première entrée.

$$U_2 \rightarrow Y_1$$

$$U_1 \rightarrow Y_2$$

➤ calcul de la matrice des gains statiques du modèle :

$$K_s = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) \quad \text{IV.2}$$

$$K_s = \begin{bmatrix} \lim_{s \rightarrow \infty} g_{11}(s) & \lim_{s \rightarrow \infty} g_{12}(s) \\ \lim_{s \rightarrow \infty} g_{21}(s) & \lim_{s \rightarrow \infty} g_{22}(s) \end{bmatrix} \quad \text{IV.3}$$

Après calcul :

$$K_s = \begin{bmatrix} 12,8 & -18,9 \\ 6,6 & -19,4 \end{bmatrix} \quad \text{IV.4}$$

- Calcul de l'inverse de la matrice K_s :

$$k_s^{-1} = \begin{bmatrix} 0,1570 & -0,1529 \\ 0,0534 & -0,1036 \end{bmatrix} \quad \text{IV.5}$$

- Calcul de la transposée de la matrice k_s^{-1} :

$$[k_s^{-1}]^T = \begin{bmatrix} 0,1570 & 0,0534 \\ -0,1529 & -0,1036 \end{bmatrix} \quad \text{IV.6}$$

- Calcul de la matrice des gains relatifs :

$$RGA = K_s \times [K_s^{-1}]^T$$

$$RGA = \begin{bmatrix} 2,0094 & -1,0094 \\ -1,0094 & 2,0094 \end{bmatrix} \quad \text{IV.7}$$

La matrice des gains relatifs calculée [IV.7] donne λ_{11} supérieure à 1 alors cette combinaison de couple entrée/sortie donne un système stable mais qui présente des interactions fortes. Dans le cas de la deuxième configuration, λ_{12} est négatif, alors cette combinaison rend le système instable. Donc la meilleure configuration pour ce système est la première.

$$U_1 \rightarrow Y_1$$

$$U_2 \rightarrow Y_2$$

IV.5 Synthèse des correcteurs

Après le choix de la configuration, nous allons calculer les paramètres des correcteurs PI avec la méthode du Plus Grand Module.

La configuration choisie donne les deux éléments de la matrice fonction de transfert à commander.

$$g_{11}(s) = \frac{12,8}{1 + 16,7s} e^{-s} \quad \text{IV. 8}$$

$$g_{22}(s) = \frac{-19,4}{1 + 14,4s} e^{-3s} \quad \text{IV. 9}$$

D'après la méthode BLT, on va calculer un correcteur PI pour chaque boucle individuelle et cela pour les deux sous système $g_{11}(s)$ et $g_{22}(s)$.

Pour calculer les différents paramètres des régulateurs PI, nous avons programmé la méthode du plus grand module sous MATLAB et cela comme suite :

La fonction de Matlab margin nous permet de calculer le gain critique et la pulsation correspondante.

Pour $g_{11}(s)$ on aura:

$$\omega_{cr1} = 1.60 \text{ rad/s} \quad \text{IV. 10}$$

$$K_{cr1} = 2.09 \quad \text{IV. 11}$$

Pour $g_{22}(s)$ on aura:

$$\omega_{cr2} = 1.58 \text{ rad/s} \quad \text{IV. 12}$$

$$K_{cr2} = 1.17 \quad \text{IV. 13}$$

Puis on calcul les paramètres de Ziegler et Nichols par les relations suivantes :

$$K_{ZN} = \frac{K_{cr}}{2,2} \quad \text{IV. 14}$$

$$T_{ZN} = \frac{2\pi}{1,2 \omega_{cr}} \quad \text{IV. 15}$$

Nos résultats sont:

➤ correcteur $g_{c11}(s)$:

Le gain proportionnel du correcteur, $K_{c11} = 0,31$, sans unité

La constante d'intégration du correcteur, $T_{i11} = 10,17_{mn}$

➤ correcteur $g_{c22}(s)$

Le gain proportionnel du correcteur, $K_{c22} = -0,17$ sans unité

La constante d'intégration du correcteur, $T_{i22} = 10,31_{mn}$

Les deux correcteurs obtenus sont:

$$g_{c11}(s) = \frac{3,11 S + 0,31}{10,17 S} \quad \text{IV. 16}$$

$$g_{c22}(s) = -\frac{1,77 S + 0,17}{10,31 S} \quad \text{IV. 17}$$

Le facteur de dérèglement obtenu est $F = 3,1223$ et donne la valeur du module du système en boucle fermée $L_{Max} = 4,0002$.

V.6 Résultats de simulation

V.6.1 Schéma de simulation

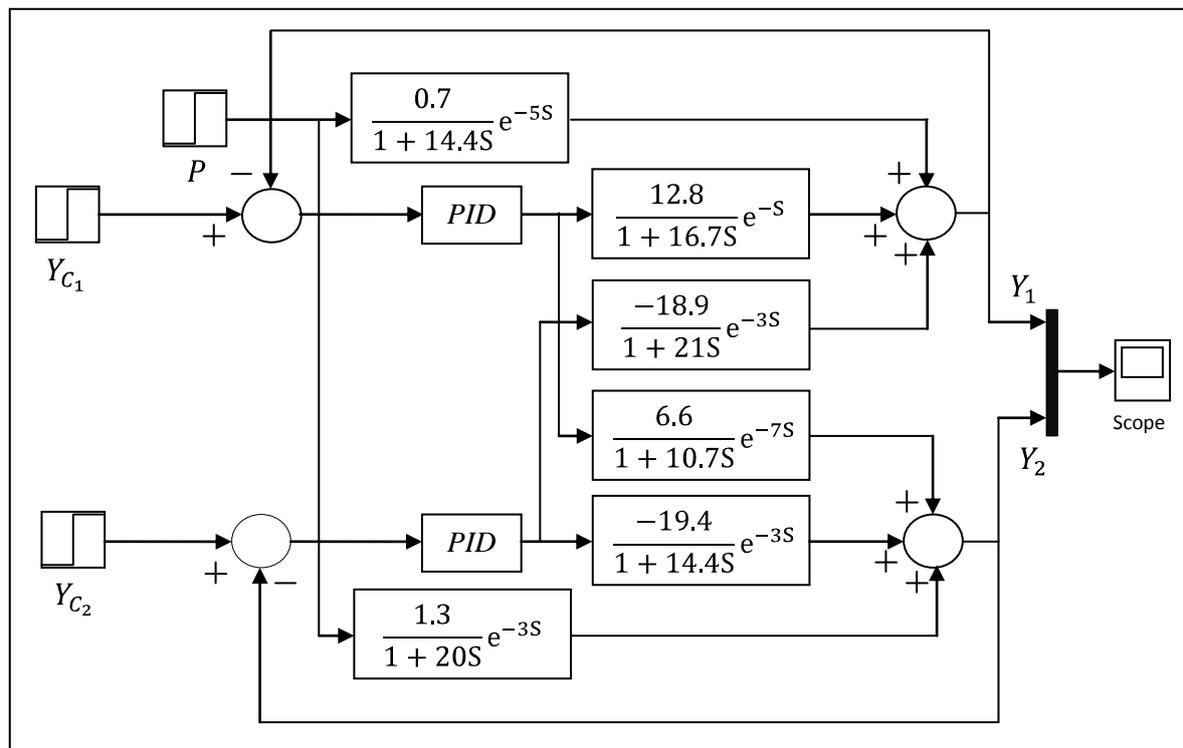


Figure IV.4 Schéma bloc de simulation Simulink

La simulation du système nous a permis de voir le comportement du système et de mettre en évidence l'effet des interactions entre les variables caractéristiques.

IV.6.2 Effets des interactions

IV.6.2.1 Changement de la première consigne

Pour voir l'effet de la consigne Y_{C_1} sur la deuxième sortie Y_2 , nous augmentons la consigne Y_{C_1} d'un échelon d'amplitude 1 à l'instant $t = 20s$ tout en maintenant la deuxième consigne et les perturbations à zéro. Les réponses, les consignes et les commandes du système pour ce changement de consigne sont données par les figures [IV.5], [IV.6].

Le changement de consigne Y_{C_1} provoque un changement de commande u_1 qui ramène la sortie Y_1 à la valeur désirée Y_{C_1} . La réponse Y_1 présente un peu d'oscillations pendant le régime transitoire qui dure environ 80s et des dépassements d'amplitude maximale de 6%. Le régime permanent de la réponse est établi à $t = 100s$.

La manipulation de la première consigne affecte, non seulement la première sortie, mais également la deuxième. L'établissement du régime permanent, de la deuxième sortie, se fait après approximativement 100s.

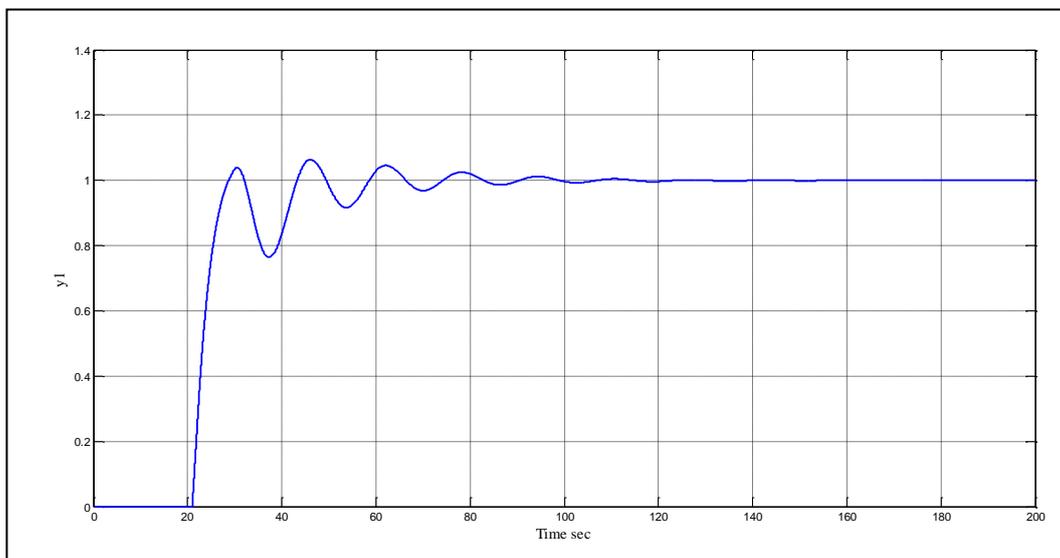


Figure IV.5 Comportement de la 1^{ère} boucle à l'application de Y_{C_1}

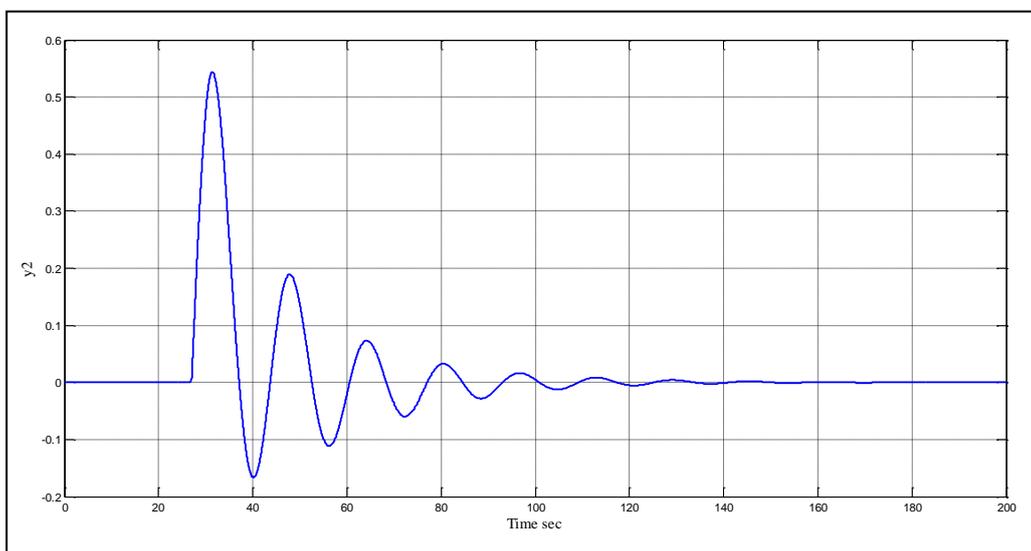


Figure IV.6 Comportement de la 2^{ème} boucle à l'application de Y_{C_1}

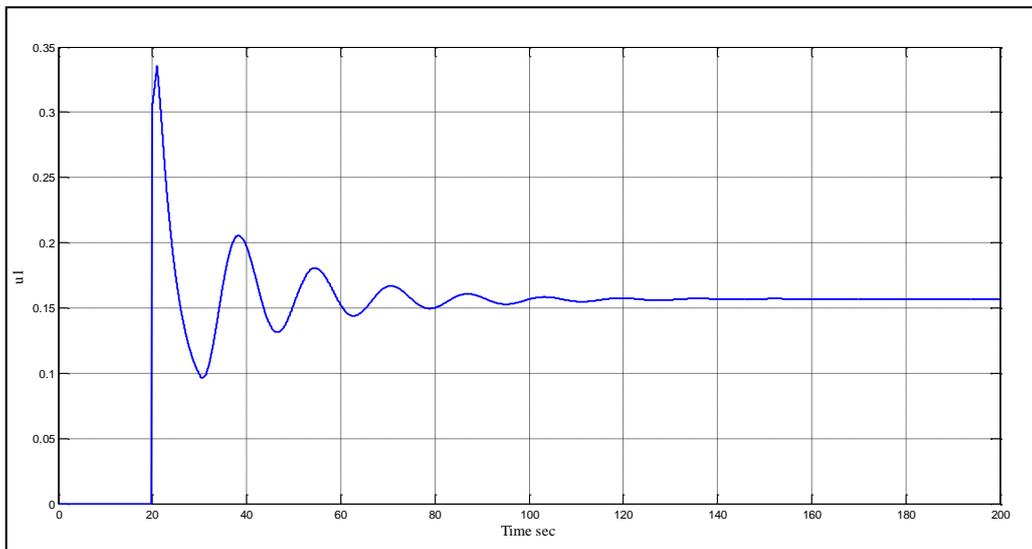


Figure IV.7 La commande u_1 à l'application de Y_{C_1}

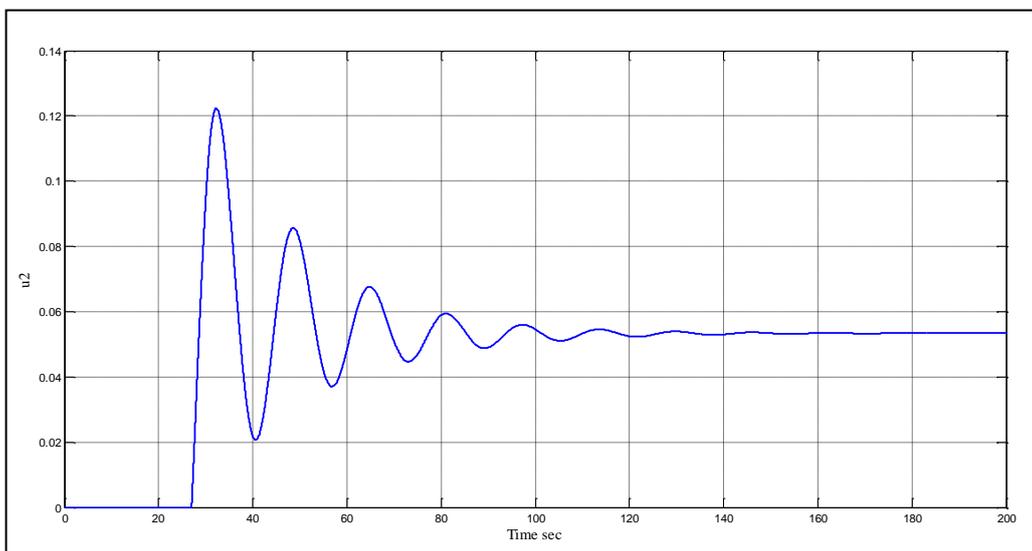


Figure IV.8 La commande u_2 à l'application de Y_{C_1}

IV.6.2.2 Changement de la deuxième consigne

Pour voir l'effet de la consigne Y_{C_2} sur la première sortie Y_1 , nous appliquons un échelon unitaire $Y_{C_2} = 1$ à l'instant $t = 20s$. Les réponses, les consignes et les commandes du système sont représentées sur les figures [IV.7], [IV.8].

Le changement de l'échelon sur la deuxième entrée Y_{C_2} provoque un changement de commande u_2 qui ramène la sortie Y_2 à la valeur désirée. Durant le régime transitoire la réponse Y_2 est un peu plus oscillante que la première réponse. Le dépassement-maximal est de 30% et le régime permanent est établi à $t = 120s$.

La variation de la commande u_2 provoque une perturbation sur la sortie Y_1 qui atteint son régime permanent à $t = 100s$ et l'effet de l'interaction disparaît.

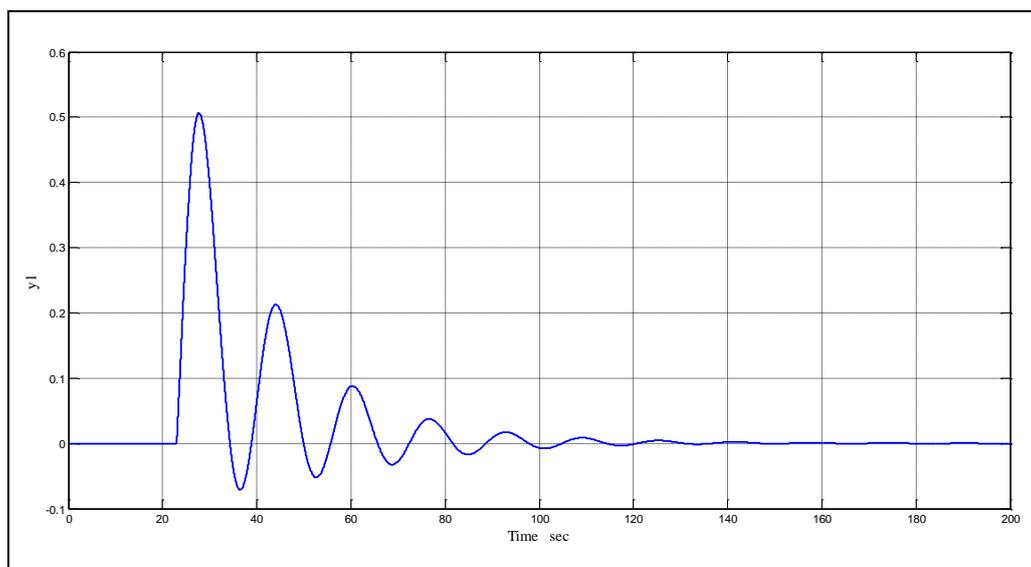


Figure IV.9 Comportement de la 1^{ère} boucle à l'application de Y_{C_2}

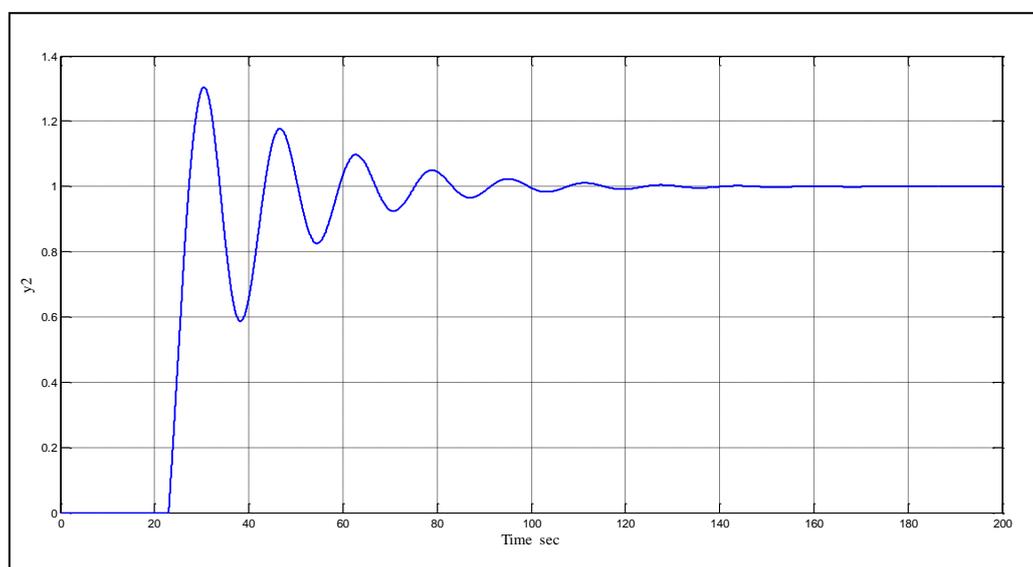


Figure IV.10 Comportement de la 2^{ème} boucle à l'application de Y_{C_2}

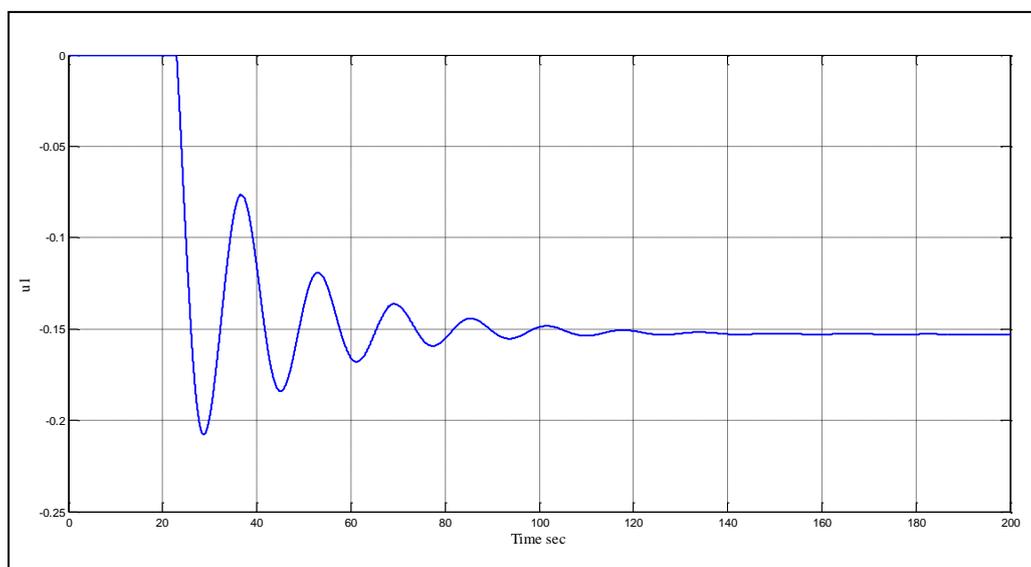


Figure IV.11 La commande u_1 à l'application de Y_{C_2}

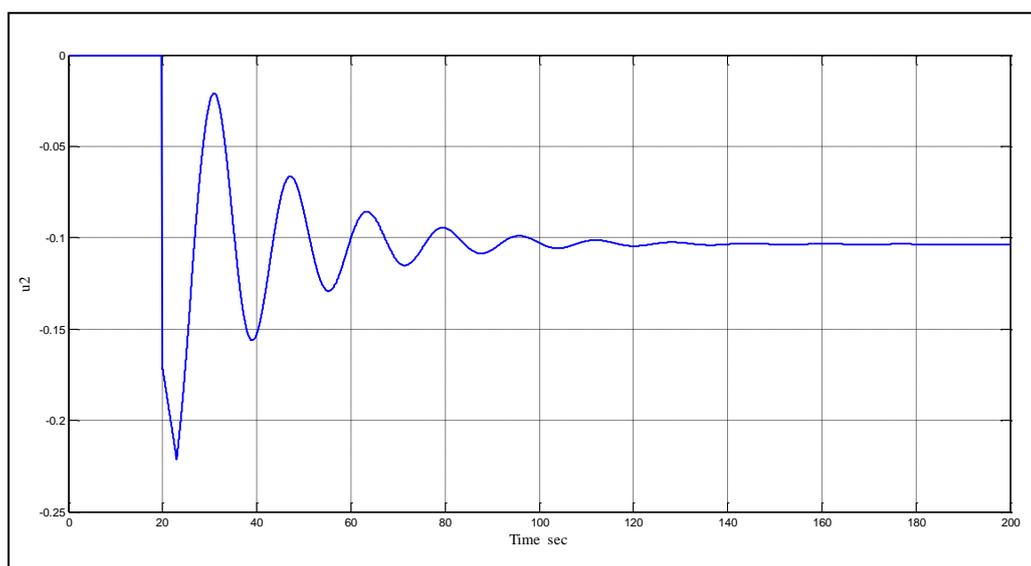


Figure IV.12 La commande u_2 à l'application de Y_{C_2}

IV.6.2.3 Effets des perturbations

Pour évaluer la réaction du système face aux perturbations, nous appliquons sur les deux entrées deux échelons unitaires à $t = 0s$, lorsque le régime permanent est complètement établi, à $t = 150s$, nous appliquons une perturbation $P = 0.5$ unité de mesure de type échelon. Le comportement du système à l'application de la perturbation est présenté sur les figures IV.9, IV.10.

La sortie Y_1 est affectée par la perturbation P avec une faible amplitude et durant un temps égale à $50s$. A $t = 200s$ la perturbation est complètement rejetée et la sortie atteint la valeur désirée $Y_1 = Y_{C_1}$.

La deuxième sortie Y_2 est aussi affectée par la perturbation avec une amplitude un peu plus élevée que la première sortie. À $t = 200s$ l'effet de la perturbation est annulée sur la deuxième sortie Y_2 .

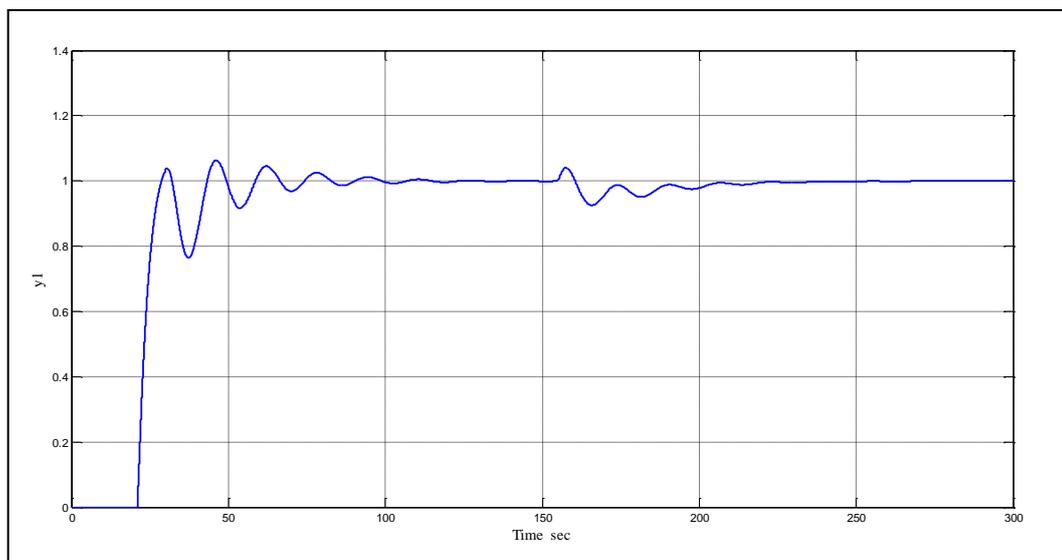


Figure IV.13 Comportement de la 1^{ère} boucle face aux perturbations

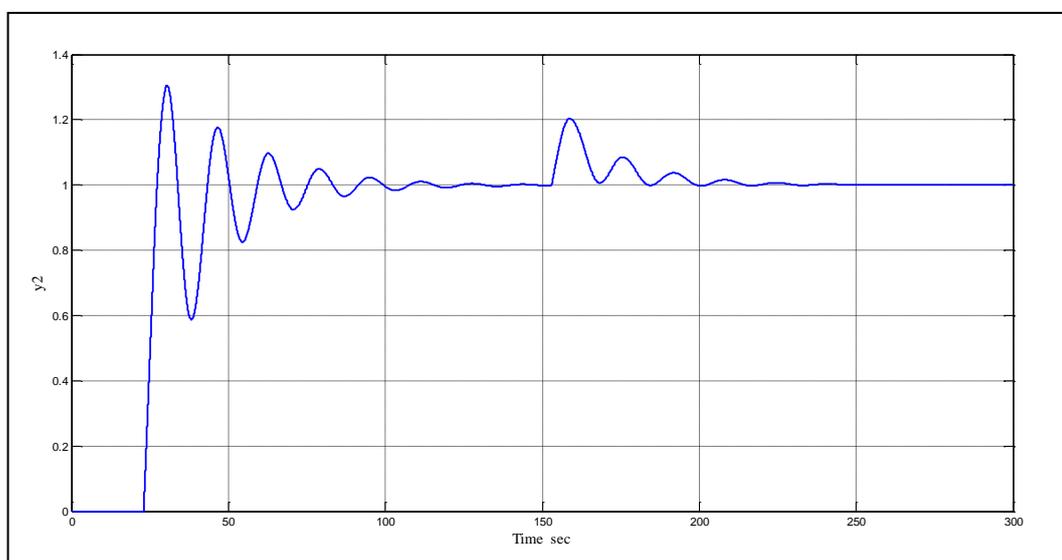


Figure IV.14 Comportement de la 2^{ème} boucle face aux perturbations

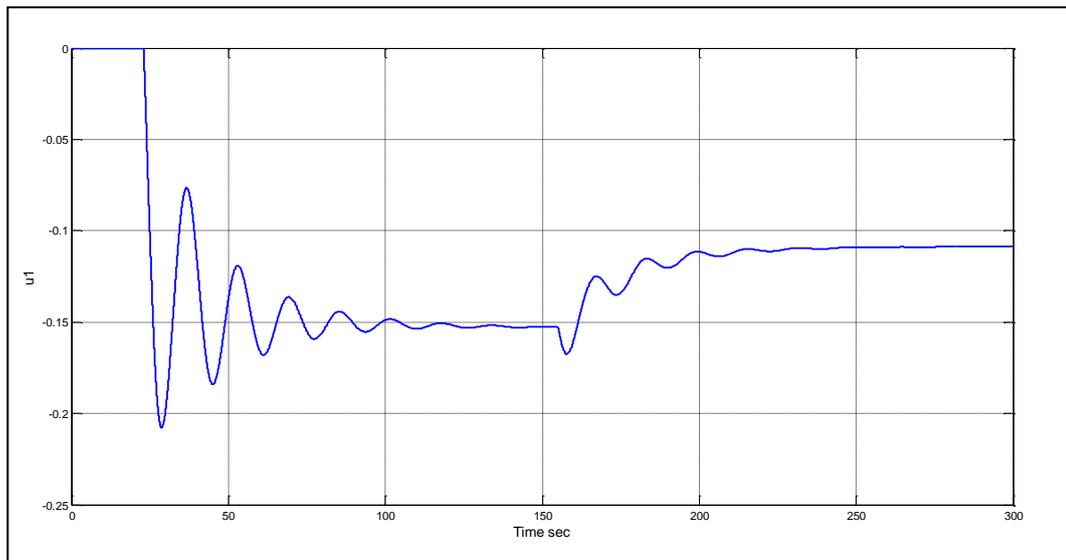


Figure IV.15 La commande u_1 face aux perturbations

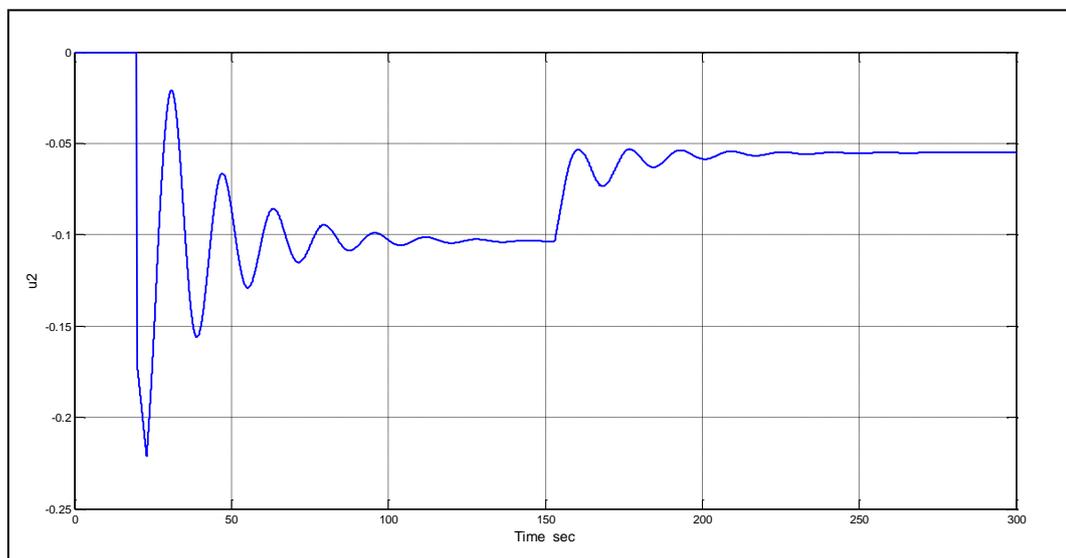


Figure IV.16 La commande u_2 face aux perturbations

IV.7 Commande par découplage

Pour éliminer l'effet des interactions entre les deux boucles de commande, on introduit des éléments de découplage entre les régulateurs et le procédé.

IV.7.1 Calcul des éléments du découpleur

Pour notre cas les retards sont plus importants dans les branches croisées que les branches directes, donc les termes $D_{11}(s)$ et $D_{22}(s)$ sont pris unitaires.

$$D_{11}(s) = D_{22}(s) = 1$$

$$D_{12}(s) = \frac{-g_{21}(s)}{g_{22}(s)} = \frac{24.66s + 1.48}{21s + 1} e^{-2s} \quad \text{IV.18}$$

$$D_{21}(s) = \frac{-g_{12}(s)}{g_{11}(s)} = \frac{4.90s + 0.34}{10.9s + 1} e^{-4s} \quad \text{IV.19}$$

IV.7.2 Simulation du système avec découplage

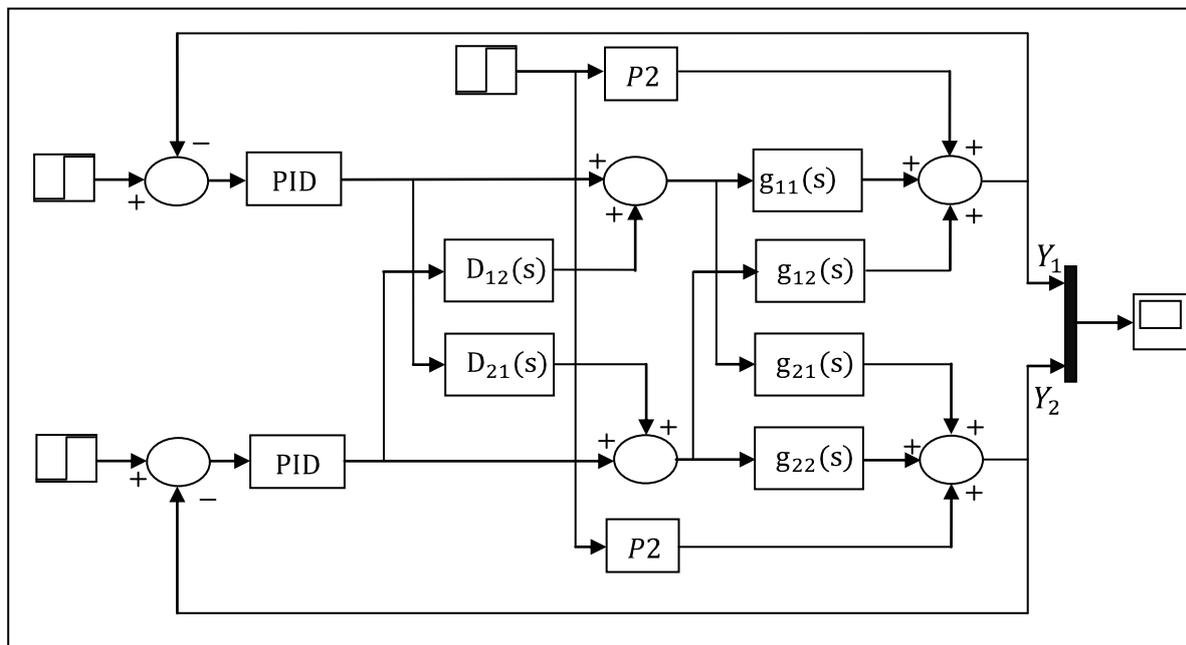


Figure IV.17 Schéma de simulation Simulink avec découplage

On simule le système en boucle fermée avec les mêmes correcteurs, soumis à des consignes puis à des perturbations. Le comportement du système est résumé sur les figures IV.11. IV.12. IV.13.

On remarque que le changement de la consigne Y_{C_1} n'affecte pas la deuxième sortie, elle n'affecte que la première. De même pour le changement de consigne Y_{C_2} , qui n'affecte que la deuxième sortie.

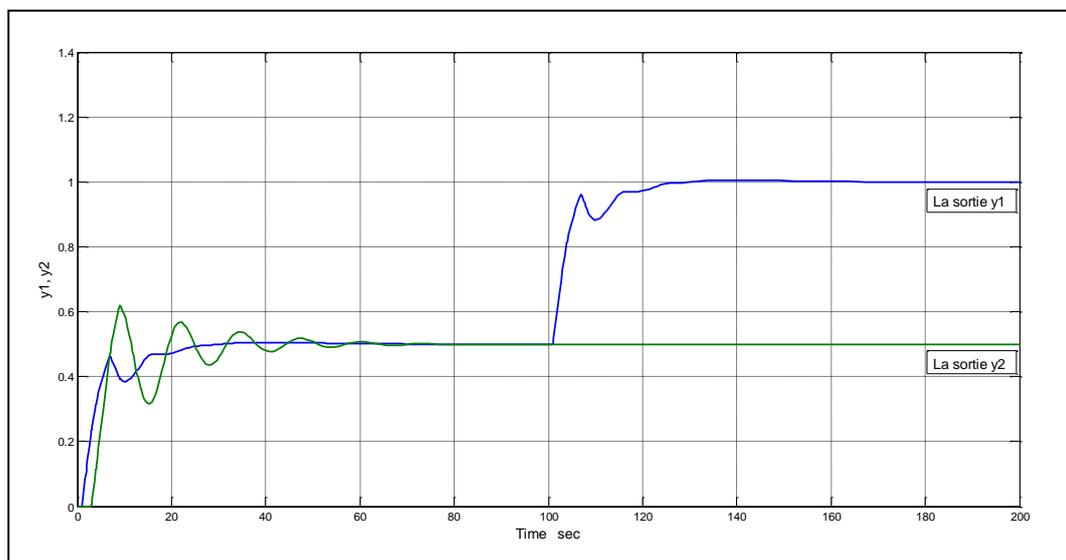


Figure IV.18 Les réponses du système avec changement sur Y_{C_1}

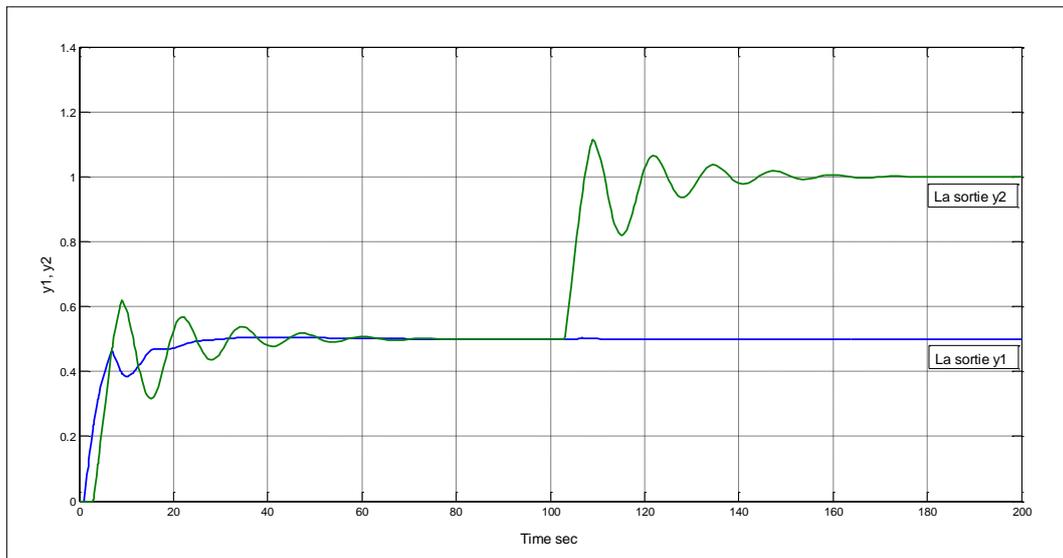


Figure IV.19 Les réponses du système avec changement sur Y_{C_2}

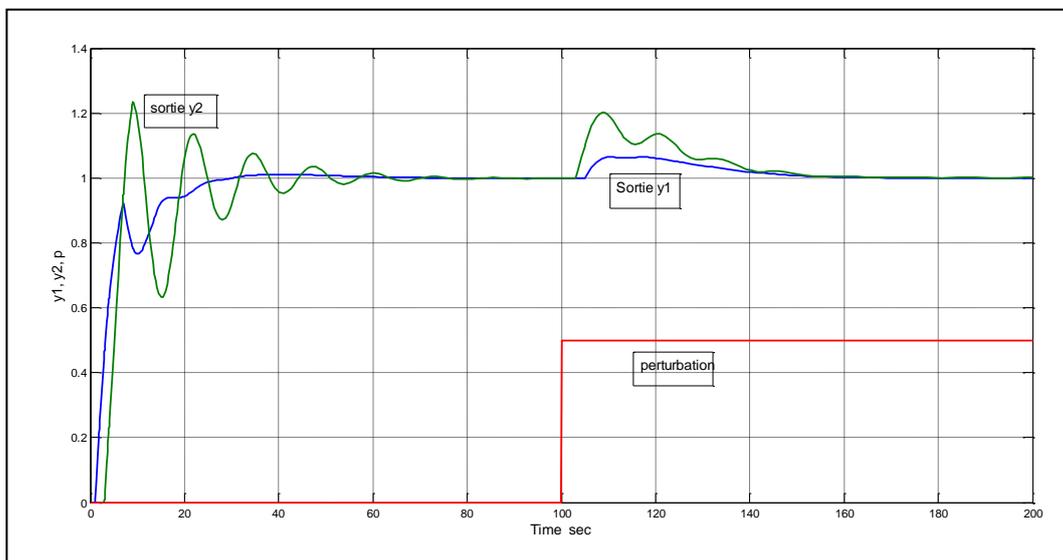


Figure IV.20 Les réponses du système à l'application de la perturbation

Le comportement du système face à la perturbation est intéressant. Car les amplitudes des réponses causées par la perturbation sont un peu plus faibles que la commande précédente. Son effet est annulé après 60s

IV.8 Conclusion

Ce chapitre étant une application, son but est de démontrer l'efficacité des méthodes exposées dans les chapitres précédents.

Nous avons appliqué ces méthodes sur un modèle de colonne de distillation. On commence par sélection de la configuration de commande en utilisant la matrice des gains relatifs, puis on a appliqué la méthode du plus grand module pour la synthèse des correcteurs. Une fois les correcteurs sont synthétisés on a présenté les résultats de simulation. On a aussi simulé le système en gardant la même configuration des correcteurs mais en appliquant un découpleur pour objectif de comparaison.

Par cette application on a montré l'efficacité de ces méthodes d'analyses d'interaction et de synthèse de correcteurs.

Conclusion générale

Conclusion générale

Conclusion

Le travail réalisé dans ce mémoire s'inscrit dans le cas de la commande des systèmes multivariables. Il est axé essentiellement sur la commande multiboucle. Le but de ce travail est de trouver la configuration, présentant le moins d'interactions, pour la synthèse d'un système de commande efficient en utilisant la méthode du plus grand module (BLT).

L'application de ces méthodes c'est faite sur un modèle d'une colonne de distillation. C'est un procédé multivariable qui présente de très fortes interactions. En se référant aux résultats de simulation obtenus, on peut conclure que la méthode multiboucle s'adapte parfaitement à condition que le choix de la configuration de commande soit adéquat.

Ce travail nous a permis d'enrichir nos connaissances dans plusieurs domaines, notamment la régulation.

Plusieurs méthodes peuvent être utilisées pour la synthèse de correcteurs dans un milieu multivariable. Comme continuité de ce travail, on peut proposer d'expérimenter la commande prédictive multivariable.

Références bibliographiques

- [01]- **J.-P. Corriou.** « *Commande des procédés* ». Editions Hermès, Paris, 1996
- [02]- **D. P. Atherton, Yangquan Chen, Dingyu Xue.** « *Linear Feedback control analysis and design with MATLAB.SIAM* » , Philadelphia, 2007
- [03]- **O. BACHELIER.** « *Représentation d'états linéaires des systèmes monovariabiles* ». université-Poitier, 2008.
- [04]- **D. Arzelier.** « *Représentation et analyse des systèmes linéaires* ». Disponible sur <http://www.laas.fr/~arzelier>.
- [05]- **O. BACHELIER.** « *Systèmes Multivariabiles - Partie II* » .Dernière version : 17 novembre 2006
- [06]- **A. Pomerleau, A. Desbiens et E. Poulin.** « *La commande de procédés industriels* ». Éditions Hermès, Paris, 1997.
- [F07]- **J.-M. Flaus.** « *La régulation industrielle* ». Editions Hermès, Paris, 2000.
- [08]- **Thomas J. Monica, Cheng-Ching Yu, and William L. Luyben** “*Improved Multiloop Single-Input/Single-Output (SISO) Controllers for Multivariable Processes* » Ind. Eng. Chem. Res., Vol. 27, No. 6, 1988 973
- [09]- **Emad M. Ali.** « *Online Tuning Strategy for Multi-loop SISO PI Control Algorithms in Multivariable Interactive Systems* » .Journal of King Saud University, **14**, Eng. Sci. (2), 183-198, 2002.
- [10]-**F.Rotella.** « *Commande des systèmes linéaires à plusieurs entrées* ». Ecole National D'ingénieurs de Tarbes.
- [11]-**P. Prouvost.** « *Contrôle régulation* » .édition Nathan. Paris , 1997