

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la A Recherche Scientifique

UNIVERSITE MOULOUD MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes De MASTER ACADIMIQUE

Domaine : Sciences et Technologies

Filière : Génie Electrique

Spécialité : RESEAUX ELECTRIQUES

Présenté par

BOUZOUAR Rakiche

BOUNOUA Massinissa

Thème

**CALCUL DU CHAMP ELECTRIQUE DANS DIFFERENTS
SYSTEMES D'ELECTRODES**

Mémoire soutenu publiquement le 27/09/ 2018 devant le jury composé de :

M MEGHERBI Mohammed
Professeur, UMMTO, **President**

M NEDJAR Mohammed
Professeur, UMMTO, **Encadreur**

M BENSADJ Idir
Doctorant, UMMTO, **Co-Encadreur**

M MEKIOUS Mhend
MCA, UMMTO, **Examineur**

Remerciements

Nos remerciements s'adresse en premier lieu à Mr. NEDJAR Mohammed, Professeur à l'UMMTO, pour avoir encadré ce travail, son investissement et sa disponibilité nous ont permis d'évoluer dans les meilleures conditions.

On tient a remercié notre Co-encadreur Mr BENSALDJI Idir pour toutes les explications, les informations pour réaliser ce modeste travail.

Il nous est agréable que Mr. MEGHERBI Mohammed, Professeur à l'UMMTO, soit le président de jury de notre travail.

Nous exprimons nos plus vifs remerciements à Mr. MEKIOUS Mhend, Maître de Conférences A à l'UMMTO, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant d'examiner notre travail.

Nous exprimons également nos sincères remerciements au personnel de la bibliothèque de la faculté de génie électrique et de l'informatique de l'UMMTO pour leur serviabilité.

Sommaire

Introduction.....	1
Chapitre I- Rupture diélectrique	
1. Définition d'un diélectrique.....	2
2. Diélectrique solide.....	2
3. Mécanismes de la rupture diélectriques dans un isolant solide.....	2
3.1. Arborescence électrique.....	2
3.1.1. Phase d'incubation.....	2
3.1.2. Phase de propagation.....	3
3.1.3. Phase d'avalanche.....	4
3.2. Arborescence d'eau.....	4
3.2.1. Types d'arborescences d'eau.....	4
3.3. Décharges partielles.....	5
3.3.1. Naissance des décharges partielles.....	5
3.3.1.1 Tension aux bornes d'une vacuole.....	5
3.3.1.2 Nombres de décharges.....	7
3.3.1.3 Energie des décharges partielles.....	8
3.3.2. Caractérisation de la nocivité des décharges.....	8
3.4. Claquage.....	8
3.4.1. Différents types de claquage.....	8
3.4.1.1. Claquage thermique.....	8
3.4.1.2. Claquage d'origine électronique.....	9
3.4.1.2.1. Claquage intrinsèque.....	9
3.4.1.2.3. Claquage par avalanche.....	10
3.4.1.2.4. Claquage électromécanique.....	11
4. Diélectriques gazeux.....	11
4.1. Claquage diélectrique dans un gaz.....	12
4.1.1. L'avalanche électronique.....	12
4.1.2. Théorie de Townsend.....	13

4.1.3. Théorie du canal (Streamer)	14
4.1.4. Courbes de Paschen	16
5. Diélectriques liquides.....	18
5.1. Formation d'ions dans un isolant liquide.....	19
5.2. Conduction aux champs électrique élevés	20
5.3. Claquage aux champs électriques élevés	22
5.3.1. Théories électroniques.....	22
5.3.2. Théorie des bulles.....	23
5.3.3. Théorie des particules.....	25
6. Conclusion.....	26

Chapitre II- Méthodes de calcul du champ électrique

1. Equations de Maxwell	27
2. Différentes méthodes du calcul du champ électrique.....	29
2.1. Méthodes des éléments finis	29
2.2. Méthodes par superposition	33
2.2.1. Charges ponctuelles.....	34
2.2.2. Charge linéique infiniment longue	35
2.2.3. Méthodes des charges fictives.....	36
2.3. Méthodes des différences finies.....	36
2.4. Méthode des Volumes Finis (MVF)	37
2.4.1. Méthode des Volumes Finis dans le cas monodimensionnel.....	38
2.4.1.2 Formulation monodimensionnelle de l'equation de Poisson par la MVF.....	38
2.4.2. Méthode des Volumes Finis dans le cas bidimensionnel	40
2.4.2.1 Formulation bidimensionnelle de l'equation de Poisson par la MVF.....	40
3. Conclusion.....	42

Chapitre III- Simulation du champ électrique sous FEMM 4.2

1. Modèles géométriques des électrodes	43
2. Présentation des résultats de Simulation	45

2.1. Répartition du maillage pour les différentes structures	45
2.2. Répartition des lignes équipotentielles et du champ électrique.....	46
2.2.1. Structure pointe-plan	46
2.2.2. Structure pointe-sphère.....	49
2.3. Variation du potentiel et du champ électrique.....	52
2.3.1. Structure pointe-plan.....	52
2.3.2. Structure pointe-sphère.....	54
3. Discussion des résultats.....	55
4. Conclusion.....	56
Conclusion générale.....	57
Bibliographie.....	58

Introduction générale

Dans un certain nombre de situations en électrotechnique, par exemple dans les dépoussiéreurs électrostatiques, une électrode injecte des charges dans un isolant solide, gaz ou liquide et la charge d'espace qui en résulte modifie la distribution du champ électrique. Par ailleurs, plusieurs formes d'électrodes sont utilisées dans divers dispositifs pour étudier les propriétés des matériaux isolants solides, gazeux ou liquides soumis à un champ électrique intense continu ou lentement variable ; souvent ces électrodes sont le siège de décharges localisées ou le point de départ de streamers.

Ces applications électrostatiques et notamment les dépoussiéreurs électrostatiques dépendent du phénomène de décharge électrique dans les gaz. Notre objectif est de déterminer par une méthode numérique la distribution du champ et du potentiel électriques dans les différentes configurations (pointe-plan et pointe-sphère).

La détermination de la distribution du champ et du potentiel électrique entre les deux électrodes est délicate à cause de plusieurs facteurs. Par exemple, la géométrie des électrodes "pointe-sphère" est relativement complexe.

Les progrès de l'informatique ont permis de développer des méthodes numériques de calcul afin de déterminer de façon précise la distribution du champ et du potentiel électrique. Les méthodes numériques les plus connues et les plus utilisées dans ce type de problème sont les méthodes des différences finies (MDF), la méthode des éléments finis (MEF) et la méthode des volumes finis (MVF).

Le problème qui nous intéresse est la modélisation du champ électrique et du potentiel électrique dans différents systèmes d'électrodes dans le cas d'un isolant (PVC et PEBD) en utilisant le logiciel FEMM.

Le présent mémoire comporte trois chapitres. Le premier sera consacré aux généralités sur la rupture diélectrique dans les solides, gaz et liquides.

Dans le deuxième nous allons présenter les équations de Maxwell qui sont les équations fondamentales de l'électromagnétisme. Nous présenterons ensuite les différentes méthodes numériques pour la résolution des équations aux dérivées partielles.

La mise en œuvre de cette étude sera faite à l'aide d'un calcul par la méthode des éléments finis effectué sous l'environnement de FEMM en modélisant le diélectrique PVC et PEBD en configuration "pointe-plan" et "pointe-sphère". On termine par tirer une conclusion générale.

Chapitre I

Rupture diélectrique

Les composants et systèmes du génie électrique intègrent nécessairement des éléments d'isolation électrique entre des parties portés à des potentiels différents ou dans un souci de protection des biens et des personnes. Dans ce chapitre on présentera les mécanismes de la rupture diélectrique des différents types d'isolants soumis à des différentes contraintes.

1. Définition d'un diélectrique

Les isolants ou diélectriques sont des matériaux ayant une résistivité très élevée : 10^8 à $10^{16} \Omega.m$, car ils contiennent très peu d'électrons libres. Un isolant est caractérisé par ses propriétés électriques, mécaniques, chimiques et thermiques et sont utilisés pour :

- assurer une séparation électrique entre les conducteurs portés à des potentiels différents afin de diriger l'écoulement du courant dans les conducteurs désirés : protection des personnes et des équipements.
- supporter les éléments d'un réseau électrique et les isoler les uns par rapport aux autres et par rapport à la terre.

2. Diélectrique solide

Dans l'ensemble, les solides ont aisément des temps de relaxation suffisants pour les applications (supérieur à plusieurs seconds). Pour les verres, la conductibilité est électrolytique, le produit se comportant comme un liquide extrêmement visqueux où les ions se déplacent difficilement, sa valeur est très bien définie pour un verre de composition donnée. Elle est d'autant plus faible que le verre est moins fusible (verre très fusible $10^{-9} S.m$, verre blanc ordinaire $10^{-11} S.m$, verre dur poreux $10^{-13} S.m$) [1].

3. Mécanismes de la rupture diélectriques dans un isolant solide

3.1. Arborescence électrique

L'étude des arborescences électriques dans les isolants synthétiques a débuté vers 1951 avec les travaux de Mason [2,3]. Elle a comme origine, les défauts au sein de matériau tels qu'il se produit une concentration importante de champ électrique. Dans les câbles, les observations sont rares car le développement est assez rapide, et il est suivi d'un claquage qui détruit les zones atteintes [4]. Les études ont montré que le développement du phénomène est toujours caractérisé par trois phases :

3.1.1. Phase d'incubation

La période d'incubation est considérée comme le phénomène pré-disruptif dans le domaine de la rupture à long terme des isolants solides. On distingue trois groupes de théories :

- celles qui font appel à l'action de décharges partielles.
- celles qui prennent en compte les porteurs de charges.
- celles qui envisagent une rupture électromécanique.

3.1.2. Phase de propagation

Le processus de propagation des arborescences électriques est, aujourd'hui, mieux compris. On admet que des décharges se produisent dans les canaux rendant les gaz qui les remplissent conducteur : le champ est reporté leur pointe et provoque des claquages locaux qui les font progresser [4.5.6]. Le développement des arborescences électriques est toujours accompagné par des décharges partielles mesurables qui apparaissent au moment où les premières branches sont visibles au microscope [7.8.9].

Les observations microscopiques d'arborescences ont révélé trois formes distinctes qui sont: branche, buisson, buisson ramifié (figure I-1) et pour chacune d'elle correspond une vitesse distincte de la courbe de variation de la tension de seuil de décharge partielle en fonction du temps [10].



(a)



(b)



(c)

Figure I-1: (a) Arborescences de type branche, (b) type buisson, (c) type buisson ramifié [11]
Certains auteurs pensent que le bombardement électronique ou ionique dû aux décharges provoque un échauffement suivi d'un claquage local [12] ou bien décompose l'isolant en gaz [5].

3.1.3. Phase d'avalanche

Après l'établissement de courant de décharge entre les deux électrodes, l'arborescence mène invariablement à la rupture. Le claquage est provoqué par la remontée d'un filament de l'électrode relié à la terre vers l'électrode haute tension.

3.2. Arborescence d'eau

Les câbles de transport d'énergie électrique à isolation synthétique extrudée peuvent contenir de l'eau qui se propage le long de leur âme. Les arborescences d'eau peuvent entraîner le claquage à long terme du câble après quelques années à quelques dizaines d'années de service. Elles peuvent donner naissance à des arborescences électriques qui provoquent le claquage à plus court terme du câble.

3.2.1. Types d'arborescences d'eau

- On distingue deux sortes d'arborescences d'eau selon leur localisation dans l'isolation :
- les arborescences en nœud papillon qui partent des défauts existants au sein de l'isolation, figure I-2. Elles se développent de part et d'autre du défaut dans la direction de champ électrique [13].
 - Les arborescences ouvertes, figure I-2, qui prennent naissance à partir des défauts ou d'inhomogénéités se trouvant sur des sites privilégiés, notamment au voisinage de l'écran semi-conducteur.

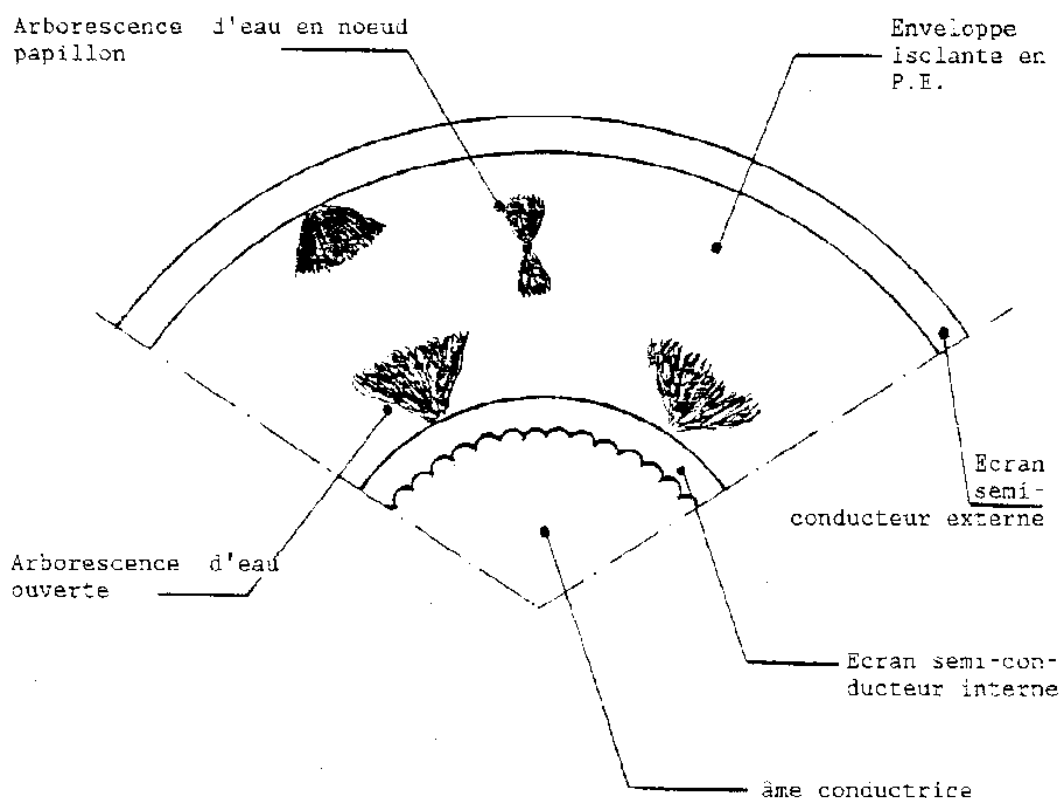


Figure I-2 : Sites privilégiés des arborescences d'eau au sein de l'isolation du câble [14].

3.3. Décharges partielles

En 1936, Robinson [15] dont l'intérêt s'était porté sur les câbles hauts tension imprégnés à l'huile, mettait déjà en cause la présence de cavités et le bombardement de leurs parois par les ions. Par leurs dimensions, leurs pressions et les contraintes de tension auxquelles sont soumises les cavités, des décharges y prennent naissance créant parfois des perturbations sur les circuits électroniques avoisinants et contribuant surtout à la détérioration plus ou moins lente de l'isolant. La mise en court-circuit, par une décharge, d'une vacuole dans une isolation, donne naissance à un certain nombre de phénomènes physiques dus à la transformation de l'énergie électrique fournie en énergie thermique, lumineuse et acoustique. De nombreux chercheurs ont apporté leur contribution à l'étude des décharges partielles [16,17].

3.3.1 Naissance des décharges partielles

3.3.1.1 Tension aux bornes d'une vacuole

Gemant et Philipoff [18] ont proposé le schéma équivalent d'une isolation avec cavité. Cette représentation idéalisée à la figure I.3 comprend la capacité totale du mur isolant "a", et la capacité "b" de la partie saine en série avec la capacité "c" de la cavité. Si on applique aux

bornes d'une éprouvette une tension U_a au moins égale à une valeur U_s appelé tension de seuil, telle que la différence de potentiel V_c aux extrémités de la vacuole atteint la tension disruptive U_i de gaz qu'elle contient, des décharges prennent naissance, constituant une cause d'érosion permanente et contribuant ainsi à la détérioration plus ou moins lente de l'isolation. La condition nécessaire et suffisante pour créer des décharges est donc $V_c = U_i$.

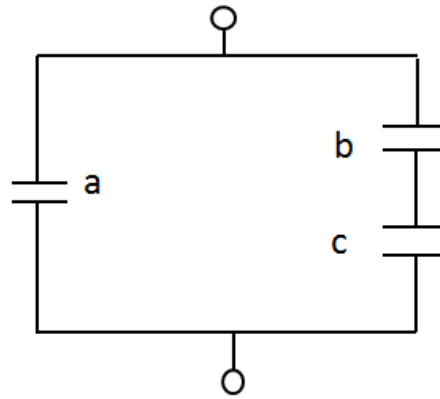


Figure I-3 : Schéma équivalent d'un isolant avec une cavité.

La différence de potentiel aux bornes de la cavité dépend de la valeur de la tension appliquée à l'ensemble, de la nature même du matériau, de la géométrie de défaut, des conductivités superficielle et volumique de l'isolant [19]. La tension d'amorçage dépend, conformément à la loi de Paschen, de la nature, de la pression et de l'épaisseur de l'âme de gaz contenu dans la cavité. Dans le cas d'un champ divergent, elle augmente avec le rayon de courbure de la pointe [20]. La tension d'initiation des décharges partielles croît quand la fréquence du signal diminue [21].

Dans le cas des films minces de polypropylène, Shobha et Nema ont établi la relation de la tension d'amorçage U_i en fonction des dimensions de la vacuole [22] :

$$U_i = A \left(\frac{d}{\rho} \right)^{-B} \quad (I.1)$$

avec :

A et B : constantes

d : diamètre de la vacuole

ρ : hauteur de la vacuole.

3.3.1.2 Nombres de décharges

Graton [23] indique que sur le polyéthylène, 10^9 décharges sont nécessaires, pour créer des sites d'érosions visibles, dus aux impacts de ces derniers. La dégradation est plus sensible à l'énergie des électrons qu'à leur nombre [24]. Dans le cas d'une isolation comportant une vacuole unique, soumise à un champ alternatif, Buis Ai [25] a montré que ce nombre par seconde s'exprime par la relation :

$$n = 4f \frac{V_c - U_e}{U_i - U_e} \quad (I.2)$$

avec :

f : fréquence de la tension appliquée.

V_c : tension aux bornes de la vacuole.

U_i : tension d'amorçage.

U_e : tension d'extinction.

3.3.1.3 Energie des décharges partielles

En utilisant le schéma équivalent de la figure I-3 pour représenter une cavité dans une isolation solide, on peut calculer l'énergie E dissipé par une décharge se produisant dans cette cavité [26]:

$$E = Q_r(V_a - V_e) \quad (I.3)$$

avec :

Q_r : charge réelle de la décharge.

V_a : tension d'allumage de la décharge.

V_e : tension d'extinction de la décharge.

Cependant les grandeurs Q_r , V_a et V_e n'étant pas accessibles à la mesure, il est généralement impossible de mesurer l'énergie d'une décharge prise individuellement. On utilise alors l'expression suivante [26]:

$$E_T = \sum_{t=0, i=1}^{T, N} U_i \cdot Q_i \quad (I.4)$$

où :

E_T : énergie des décharge.

$U_i = U(t)$: tension aux bornes de l'objet en essai à l'instant de la décharge.

Q_i : charge apparente de la nième décharge.

N : nombre de décharges pendant le temps T .

T : temps d'application de la tension à l'isolant.

T_i : instant où se produit la i ème décharge.

Le calcul de l'énergie des décharges consiste en l'addition des produits élémentaires $U_i \cdot Q_i$ sur un nombre entier de période de la tension d'alimentation, en tenant compte du signe.

3.3.2 Caractérisation de la nocivité des décharges

La dégradation liée aux décharges est un processus lent. Pour être mis en évidence, il nécessite de grandes périodes allant jusqu'à quelques années. Plusieurs travaux font appel aux mécanismes de décharges et de claquages par les décharges partielles [19,25].

Afin de déterminer la résistance des isolants à l'action des décharges partielles, deux types d'expériences étaient habituellement mis en œuvre :

- la détermination de la durée de vie, c'est à dire du temps de rupture de l'isolant soumis à une contrainte permanente de tension.
- le relevé des variations des propriétés physiques ou chimiques, permettant de comparer deux grandeurs reliées d'une part aux causes du phénomène, et d'autre part, à ses conséquences.

3.4 Claquage

On appelle claquage la perte subite par la propriété isolante d'un diélectrique soumis à un champ électrique intense. La rigidité diélectrique est la valeur maximum de champ auquel peut être soumis un diélectrique sans apparition d'un claquage [33]. Dès qu'un chemin conducteur est établi entre les électrodes, il y a passage d'un courant amenant le court-circuit et la destruction du matériau. On distingue généralement le claquage électronique, thermique et électromécanique.

3.4.1 Différents types de claquage

3.4.1.1 Claquage thermique

Les pertes diélectriques de polarisation et de conduction provoquent un dégagement de chaleur dans les isolants. Tant que la quantité de chaleur ainsi produite est supérieure à celle qui peut évacuer l'isolant, la température augmente avec elle, la conductivité augmente entraînant un accroissement de la chaleur produite par effet Joule [34]. Si l'amélioration des

conditions de refroidissement, résultant de l'élévation de température de l'isolant par rapport au milieu ambiant, ne vient pas arrêter l'augmentation de la température, ou si la température à laquelle se produisait cet arrêt est trop élevée, un claquage se produit que l'on appelle claquage thermique [35].

Ce type de claquage ne se produit jamais d'une manière homogène. En effet, la moindre augmentation locale de la température conduit à l'augmentation de la conductivité correspondante. Par la suite, une telle augmentation locale de la température provoque la création et la propagation d'un canal chaud conduisant à un claquage thermique ponctuel. Bien que d'autres phénomènes puissent intervenir (ionisation par collision, injection d'électrons par la cathode, etc...), l'ionisation thermique reste la cause essentielle de la présence de charges libres [36]. L'existence d'un gradient de température et d'un champ électrique dans l'épaisseur d'un isolant provoque aussi une polarisation par charge d'espace [37,38].

3.4.1.2 Claquage d'origine électronique

Plusieurs théories ont été proposées. On distingue le claquage intrinsèque et le claquage par avalanche.

3.4.1.2.1 Claquage intrinsèque

Lorsque le champ électrique est appliqué à un matériau de telle manière que sa température reste pratiquement inchangée en maintenant ce champ pendant une courte durée et en utilisant des électrodes permettant l'évacuation de la chaleur, on peut assister à un claquage brutal qui n'est pas précédé par une augmentation progressive de la température, c'est ce qu'on appelle claquage intrinsèque [36]. La théorie la plus connue est celle de Fröhlich et Von Hippel [39]. Ils ont pensé que l'énergie du champ électrique est transmise au matériau par des électrons mobiles qui mettent en vibration les ions du réseau, dès que l'énergie moyenne acquise par les électrons est supérieure à celle dissipée dans le réseau, le claquage peut se produire [40]. Selon O'Dwyer [41], le déclenchement d'un claquage intrinsèque dans un diélectrique soumis à un champ électrique E initialement uniforme passe par les étapes suivantes :

- Pour $E > E_C$ (champ critique), un taux significatif de collisions ionisantes apparaît dans le diélectrique.

- Ces collisions produisent des électrons relativement mobiles et des trous de moindres de mobilités. Dans leurs déplacements vers la cathode, les trous créent une charge d'espace qui déforme le champ, le renforçant au niveau de la cathode et le diminuant près de l'anode.
- le taux de collision ionisante s'accroît donc près de la cathode dont le courant d'émission électronique est augmenté par le renforcement local du champ.
- les conditions pour une évolution divergente du processus étant ainsi réunies, le diélectrique est détruit rapidement par une émission massive d'électrons provenant de la cathode elle-même (émission de champ) et du diélectrique qui l'entoure immédiatement.

3.4.1.2.3 Claquage par avalanche

La condition nécessaire mais non suffisante pour que ce type de claquage se produise est la présence dans la matière isolante d'électrons de conduction pouvant être accélérés pour atteindre l'énergie d'ionisation des atomes (soit 5 à 10 eV). Coelho et Aladenize donnent une explication du processus [35]: lors de la collision ionisante avec un atome du matériau, l'électron incident peut céder à l'atome assez d'énergie pour l'ioniser sans être piégé. L'atome se charge positivement en libérant un électron, de sorte qu'on a alors deux électrons libres qui peuvent acquérir avec le champ assez d'énergie pour provoquer chacun une nouvelle collision ionisante donc deux électrons et ainsi de suite.

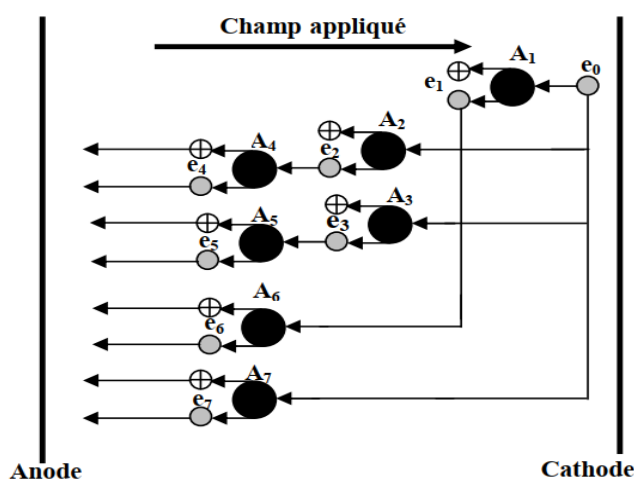


Figure I-4 : Schéma descriptif de l'avalanche [42]

Pour produire une avalanche, il faut qu'un nombre suffisant d'électrons soit produit. Chaque ionisation produit 2 électrons, une avalanche de m générations donne 2^m électrons. Fournié a montré [43] que la destruction du matériau par avalanche électronique nécessite 40 générations soit 2^{40} électrons ($\approx 10^{12}$).

3.4.1.2.4 Claquage électromécanique

Graton et Stark [44] explique le mécanisme du claquage électromécanique qui est dû à l'effort électrostatique qui tend à rapprocher deux électrodes entre lesquelles est appliquée une différence de potentiel. Cet effort comprime l'isolant solide placé entre les deux électrodes et provoque une diminution de son épaisseur. Le claquage survient lorsque cet effort de compression dépasse la résistance mécanique du matériau qui dépend de son module d'Young. On rencontre ce type de claquage principalement dans les polymères thermoplastiques, notamment lorsque l'on se rapproche de la température où leur module d'Young baisse significativement.

4. Diélectriques gazeux

Dans les diélectriques gazeux, la polarisation est généralement négligeable $\epsilon_r \approx 1$ et les pertes diélectriques nulles. Les propriétés mathématiques du champ sont donc les mêmes que dans le vide. Le claquage n'intervient que par des phénomènes d'ionisations, auxquels il donne lieu lorsque l'intensité du champ devient suffisante [45].

4.1 Claquage diélectrique dans un gaz

Un gaz est théoriquement un isolant parfait puisqu'il ne contient que des atomes ou des molécules neutres. Pour que l'initiation de la décharge disruptive se produise, il faut qu'au moins une particule chargée dite particule germe, généralement un électron, soit présent dans ce gaz. Dès lors que cet électron est créé, il est accéléré par le champ électrique appliqué et entre en collision avec les molécules neutres du gaz. Quand le champ est suffisant, cette charge, entre deux chocs, prend assez d'énergie pour ioniser une molécule et créer d'autres charges libres qui à leurs tours peuvent ioniser d'autres molécules. C'est l'effet d'avalanche électronique. Plusieurs avalanches peuvent ainsi être créées dans le gaz. Ces dernières peuvent conduire au claquage électrique suivant deux mécanismes : le mécanisme de Townsend ou le mécanisme du canal (Streamer en anglo-saxon) en fonction de plusieurs paramètres tels que la distribution du champ électrique entre les électrodes, l'intensité de ce champ, la forme de la tension appliquée, le taux d'humidité, ... etc. [46].

4.1.1 L'avalanche électronique

Considérons un système de deux électrodes planes et parallèles plongées dans un gaz isolant et entre lesquelles il y a un électron libre. Lorsqu'on applique une tension, l'électron

est de plus en plus accéléré sous l'effet du champ électrique (figure I-5). Il parvient ainsi à gagner une énergie suffisante pour ioniser par collisions des particules neutres, donnant naissance à des ions positifs et à de nouveaux électrons (figure I-6). Ce phénomène est caractérisé par un coefficient α appelé coefficient d'ionisation (ou premier coefficient de Townsend). Chaque électron nouvellement créé contribue à son tour, par ionisation par collisions au cours de son déplacement vers l'anode (électrode positive), à la création d'une avalanche électronique (figure I-7).

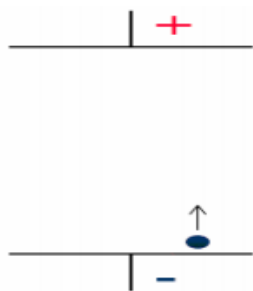


Figure I-5 : Accélération de l'électron.

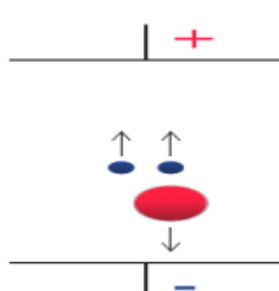


Figure I-6 : Ionisation par collision.

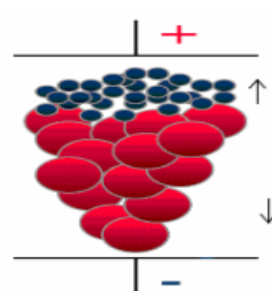


Figure I-7 : Avalanche électronique

4.1.2 Théorie de Townsend

4.1.2.1 Mécanismes de claquage

Dans la théorie de Townsend, les ions positifs de l'avalanche électronique vont vers la cathode (électrode négative). Si ces derniers ont une énergie suffisante, ils peuvent arracher des électrons par bombardement de la cathode qui vont venir renforcer l'avalanche. Lorsque l'intensité du champ électrique est suffisante, ce phénomène devient important. L'avalanche s'auto entretient et le claquage se produit même si la tension n'est plus appliquée. On définit le coefficient γ appelé coefficient d'émission secondaire ou (second coefficient) de Townsend qui représente le nombre d'électrons arrachés à la cathode par un ion positif. Ce coefficient dépend de la nature du matériau constituant la cathode et du gaz.

4.1.2.2 Critère de claquage

L'équation générale de Townsend reliant le courant d'avalanche I au courant initial I_0 en champ non uniforme est :

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1 + \int_0^d \exp\left[\int_0^x (\alpha - \eta) dx\right] \alpha dx}{1 - \gamma \int_0^d \exp\left[\int_0^x (\alpha - \eta) dx\right] \alpha dx} \quad (I.5)$$

où :

d : distance inter-électrodes en mm.

α : coefficient d'ionisation.

γ : coefficient d'émissions secondaires.

η : coefficient d'attachement.

Ce dernier caractérise la propriété qu'ont certains gaz à capturer des électrons (gaz dits électronégatifs). Dans ce cas, le critère de claquage est :

$$\gamma \int_0^d \exp \left[\int_0^x (\alpha - \eta) dx \right] \alpha dx = 1 \quad (I.6)$$

pour un champ uniforme, ce critère devient :

$$\frac{\alpha \gamma}{\alpha - \eta} [\exp(\alpha - \eta) d - 1] = 1$$

pour un champ uniforme et un gaz non électronégatif, le critère devient :

$$\gamma(\exp \alpha d - 1) = 1$$

dans le cas d'intervalles inter-électrodes de plus d'un centimètre et des pressions proches de la pression atmosphérique, la théorie de Townsend ne peut pas expliquer les temps de développement de la décharge mesurés (10^{-9} à 10^{-7} s) [47]. Ces temps étant beaucoup plus courts que ceux nécessaires à l'apparition d'effets secondaires à la cathode. Cette théorie ne peut également pas expliquer le fait que la tension de claquage ne dépende pas du matériau de la cathode qui doit intervenir par l'intermédiaire du coefficient d'émissions secondaires γ .

4.1.3 Théorie du canal (Streamer)

4.1.3.1 Mécanismes de claquage

Dans la théorie du Streamer, la présence d'une seule avalanche de taille suffisamment importante peut provoquer le claquage par l'intermédiaire d'un canal de plasma appelé Streamer. Les mécanismes de base de cette théorie sont :

- La création d'une avalanche primaire du type Townsend engendrée par un électron germe.
- Le renforcement du champ électrique local par la charge d'espace positive laissée par la première avalanche.
- La photo-ionisation du gaz à la tête de l'avalanche.

- La transition avalanche-Streamer lorsque le champ de charge d'espace devient de l'ordre de grandeur du champ électrique appliqué.

L'avalanche primaire peut prendre naissance en un point quelconque de l'intervalle interélectrode pour une valeur critique du champ électrique. Cette avalanche est accompagnée de la création d'une charge d'espace. En effet, dans une avalanche, les électrons forment un nuage négatif qui progresse rapidement vers l'anode (électrode positive) alors que de l'autre côté, les ions positifs restent immobiles (la mobilité des électrons est 100 à 1000 fois supérieure à celle des ions). Le champ devient alors non uniforme et plus intense près des pôles de l'avalanche et surtout au voisinage du pôle positif (constitué par les ions positifs) qui joue le rôle d'une pointe conductrice. Le champ électrique sur les flancs de l'avalanche, quant à lui, diminue. Dès que la charge d'espace de l'avalanche primaire atteint une taille critique (soit environ 10^8 électrons), elle va contribuer à intensifier les collisions ionisantes sur les pôles.

4.1.3.2 Critère de claquage

Plusieurs critères ont été proposés pour caractériser le claquage selon le mécanisme du Streamer. Meek [48] a déterminé l'équation suivante pour la rupture d'un intervalle en champ non uniforme :

$$\alpha_x \exp \left[\int_0^x \alpha dx \right] = K E_x \left(\frac{x}{\rho} \right) \quad (I.7)$$

avec :

x en indice : position du front de l'avalanche.

α : coefficient d'ionisation.

x : longueur critique de l'avalanche

K : constante caractéristique du gaz.

E : champ électrique.

ρ : masse volumique du gaz.

Raether [49] a proposé une relation semblable :

$$\int_0^x \alpha dx = k \quad (I.8)$$

où :

k : constante du gaz.

pour l'air atmosphérique, elle est voisine de 20. Pedersen [50] a proposé la relation suivante pour l'air :

$$\alpha_x \exp \left[\int_0^x \alpha dx \right] = G(x, \rho) \quad (\text{I.9})$$

où, $G(x, \rho)$ est une fonction de la longueur critique de l'avalanche et de la masse volumique du gaz. Pour le SF_6 , il a proposé la relation suivante :

$$\int_0^x [(\alpha - \eta) dx] = 18$$

Dans [49], on conclut que "le modèle du Streamer est important d'un point de vue quantitatif puisqu'il permet de connaître la probabilité conditionnant le mécanisme de décharges pour les grandes valeurs du produit (pd). Malheureusement, à cause du grand nombre de phénomènes qui interviennent, l'obtention de résultats qualitatifs sur la base de ce mécanisme est pratiquement impossible. Les considérations théoriques doivent être complétées par des résultats expérimentaux, permettant d'établir des relations quantitatives nécessaires à la conception de systèmes d'isolation".

4.1.4 Courbes de Paschen

D'après la loi de Paschen, la tension de claquage U_d , d'un gaz dans un champ électrique uniforme est une fonction simple du produit $p.d$ de la pression p par la distance d interélectrode. Cette loi est valable pour une température constante et est représentée par des courbes (figure I-8) dites de Paschen déterminées expérimentalement.

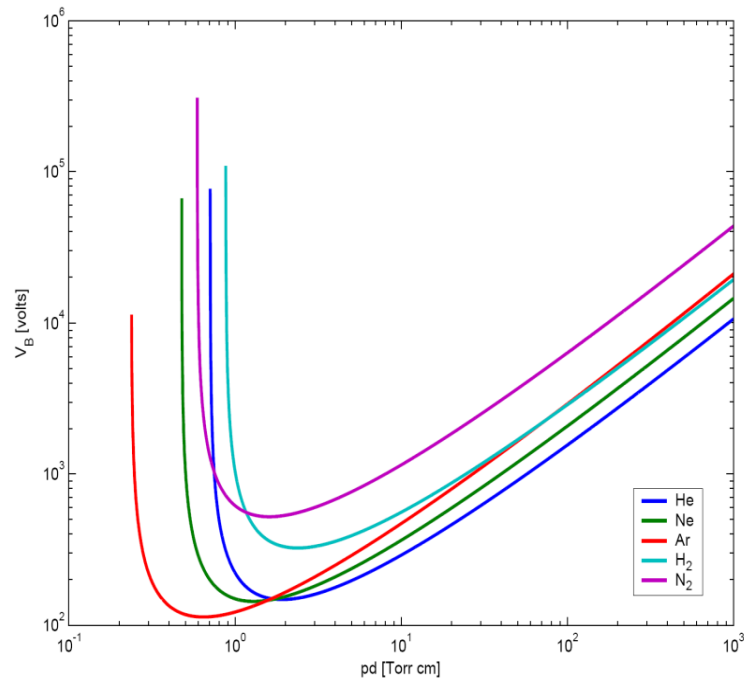


Figure I-8 : Courbe de Paschen [51].

4.1.4.1 Critère basé sur les courbes de Paschen

On peut formuler simplement une théorie correspondant au début de l'ionisation et qui explique les courbes de Paschen [48]. La pression p et n le nombre de molécules par m^3 sont liés par la relation suivante :

$$p = nkT \quad (\text{I.10})$$

où :

k : constante de Boltzmann.

T : température absolue en K.

Soit λ le libre parcours moyen (distance moyenne que parcourt un électron entre deux collisions) et σ la section efficace de la molécule du gaz considéré en m^2 . Par définition :

$$\sigma n \lambda = 1 \quad (\text{I.11})$$

L'énergie thermique (à température ambiante) seule ne suffit pas à activer et ioniser une molécule car l'énergie nécessaire est forte (tableau 2). Il faut donc l'activer par le champ électrique.

Gaz	Energie d'ionisation en eV
N ₂	15,33
SF ₆	19,30

Tableau 1 : Energie d'ionisation du N₂ et du SF₆

Sous l'effet d'un champ électrique E , un électron ou un ion sur la distance λ prend l'énergie moyenne qV en eV :

$$qV = qE\lambda$$

avec :

q : charge élémentaire.

V : tension appliquée en V.

La probabilité pour que cette énergie qV ionise la molécule est donnée par la relation suivante [48]:

$$\exp\left(-\frac{qV_c}{qV}\right) = \exp\left(-\frac{V_c}{E\lambda}\right) \quad (I.12)$$

avec :

V_c : tension d'ionisation en V.

le nombre de chocs N_c sur la distance " d " est en moyenne :

$$N_c = \frac{d}{\lambda} \quad (I.13)$$

ou encore

$$N_c = dn\sigma = d\sigma \frac{P}{kT}$$

le nombre de chocs actifs N_{CA} est donné par la relation suivante :

$$N_{CA} = N_c \exp\left(-\frac{V_c}{\lambda E}\right) \quad (I.14)$$

le claquage a lieu lorsque ce nombre de chocs actifs devient grand devant 1. Soit C ce nombre et V_D la tension de claquage. Nous pouvons écrire dans le cas d'un champ électrique uniforme :

$$\begin{aligned} N_c \exp\left(-\frac{V_c}{\lambda E}\right) &= C \\ E &= \frac{V_D}{d} \end{aligned} \quad (I.15)$$

la relation (I.15) nous permet d'écrire :

$$dn\sigma \exp\left(-\frac{V_c}{V_D} dn\sigma\right) = C$$

ou encore :

$$\frac{dn\sigma}{C} = \exp\left(\frac{V_c}{V_D} dn\sigma\right)$$

en prenant le logarithme de cette relation, nous obtenons la relation de Paschen :

$$\left(\frac{V_C}{V_D} dn\sigma\right) = Ln\left(\frac{dn\sigma}{C}\right)$$

ou encore :

$$V_D = \frac{dn\sigma}{Ln\left(\frac{dn\sigma}{C}\right)} V_C$$

cette fonction passe par un minimum (minimum de Paschen) pour :

$$dn_0\sigma = eC$$

et

$$V_D = dn_0\sigma V_C$$

n_0 est le nombre de molécules de gaz au minimum de Paschen.

5. Diélectriques liquides

Les isolants liquides occupent une position dominante dans l'industrie électrique : leur succès tient en grande partie aux propriétés remarquables qu'ils confèrent aux isolations imprégnées. Leur introduction dans la technique des transformateurs remonte à 1887, avec le dépôt d'un brevet de G. Westinghouse, selon l'étude historique de A. Von Imhof [52].

Les huiles minérales ainsi que des produits de synthèse tels que les polychlorobiphényles (PCB) sont bien implantés dans le secteur des transformateurs de puissances. Mais, de nouveaux composés sont proposés comme substituts aux PCB. Pour imprégner les condensateurs de puissance, les huiles minérales, puis les PCB ont été largement utilisés; depuis quelques années, ils sont progressivement remplacés par de nouveaux produits : le néocaprène de benzyle (BNC), le phénylxyléthane (PXE), le monoisopropylbiphényle (MIPB). Quant à l'huile de ricin, employée comme imprégnant dans les condensateurs de stockage d'énergie, elle ne semble pas menacée.

Par contre, dans l'appareillage (disjoncteurs, interrupteurs), les huiles minérales comme l'air sous pression cèdent la place au SF₆ et au vide; dans le domaine des câbles, les isolants extrudés massif à base de polyoléfines se substituent en papier imprégnée d'huiles minérales, de dodécylbenzène ou de polybutène.

5.1 Formation d'ions dans un isolant liquide

Un liquide doit conserver ses propriétés isolantes afin d'éviter l'apparition de phénomènes de dégradation préjudiciables à la bonne tenue des matériaux solides qu'il imprègne. Ce sont les composés non polaires ou faiblement polaires qui se montrent les moins sensibles à une contamination par des substances étrangères dissoutes lors de leur mise en œuvre, puis en service.

Si l'impureté est constituée par deux ions préexistants, elle est appelée ionophore. Par exemple, le cristal de chlorure de sodium (NaCl) est composé d'un arrangement régulier d'ions Na^+ et Cl^- . Dans ce cas, les propriétés du solvant essentiellement la permittivité relative ϵ_r sont responsables de la séparation de paires d'ions. La constante de dissociation K_D soluté $A^+ B^-$ s'écrit :

$$K_D = \frac{|A^+||B^-|}{|A^+B^-|}$$

Pour une réaction telle que $A^+B^- \rightleftharpoons A^+ + B^-$ avec $|A^+|, |B^-|, |A^+B^-|$ représente la concentration des ions A^+, B^- et du composé A^+B^- non dissocié.

En posant $pK_D = -\log K_D$, une relation a été établie et citée par Charlot et Tremillon [53] :

$$pK_D = pK_0 + \frac{0,43Q_e^2}{KT} \frac{Z_1 Z_2}{r_1 + r_2} \frac{1}{\epsilon_r}$$

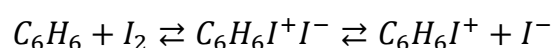
où Z_1 et Z_2 sont les valeurs absolues des charges respectives des deux ions, $r_1 + r_2$, la distance minimum d'approche des ions, ϵ_r la permittivité relative du liquide, Q_e la charge de l'électron, K la constante de Boltzmann et pK_0 une constante.

Ceci montre que la permittivité relative ϵ_r exerce une forte influence sur K_D , donc sur la dissociation des ions ; les liquides isolants utilisés en électrotechnique ont des permittivités relatives comprises entre 2 et 6, à $20^\circ C$. En électrochimie, ils sont considéré comme des solvants peu dissociant (voir figure I-9).

Si l'impureté dissoute dans le liquide est formée par l'interaction d'un composé A avec un autre composé B, elle est dite homogène. Dans ce cas, on a :



A^+B^- est appelé complexe par transfert des charges ; il y'a également la formation d'un composé inophore, et sa dissociation en ions. On peut citer à titre d'exemple, l'association de benzène et de l'iode Andrews et keefer, Rose, des PCD et de l'iode R. Fournié [54] :



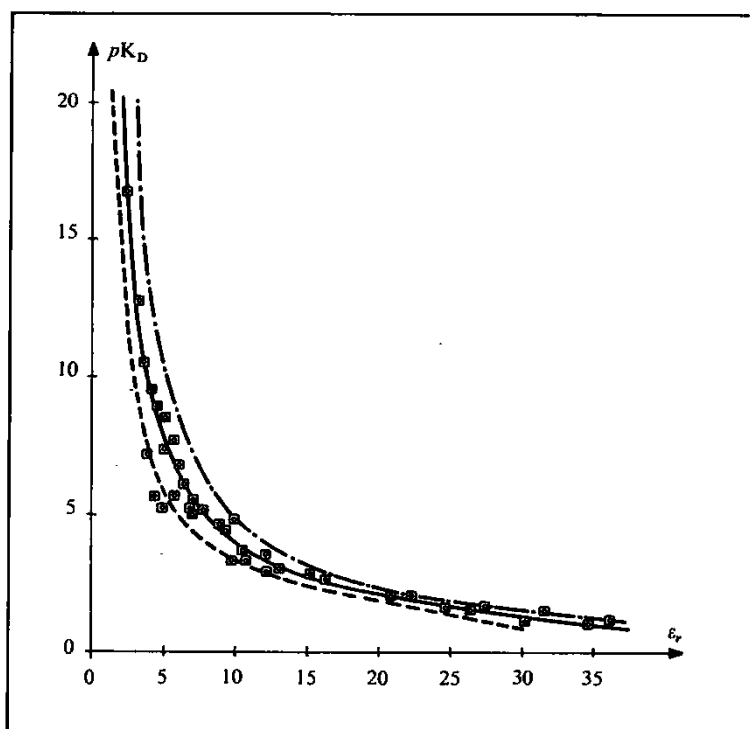


Figure I-9 : Variations de la constante de dissociation ionique de picrate de tétrabutylammonium (\square) en fonction de la permittivité relative du solvant. Calculé pour des paires d'ions dont la somme des rayons ioniques est 4Å (---), 5,6Å(-), 8Å (-.-) [43].

Tous ces équilibres de dissociation dépendent fortement de la température dont toute augmentation favorise l'accroissement du nombre d'ions participant aux phénomènes de conduction.

5.2 Conduction aux champs électrique élevés

Influencé par les travaux sur la conduction des gaz soumis à un rayonnement ionisant, A.Nikura dse [55] a imposé l'idée d'une caractéristique idéale courant- Tension valable pour tous les liquides purs. Il distinguait trois zones bien différenciées (figure. I-10).

Dans la zone 1 correspondant aux champs statiques faibles, il apparaît un segment linéaire traduisant la présence d'une conduction ohmique.

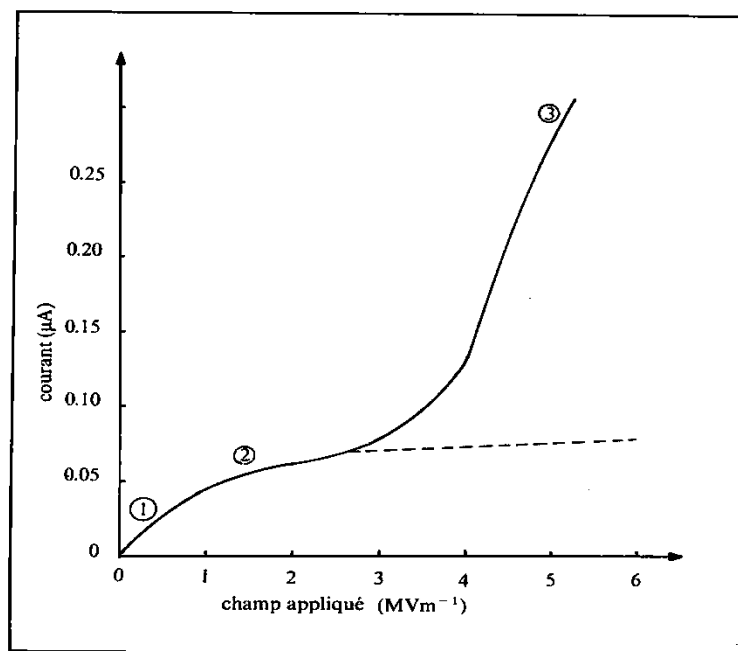


Figure I-10 : Caractéristique I-E d'un diélectrique liquide [41]

En effet, il est pratiquement impossible d'atteindre la conductibilité intrinsèque d'un liquide isolant comme la montre Brière [56], cet auteur s'est rendu compte que la conductivité des liquides dépend du procédé de purification. Aux champs moyens (zone 2), la conduction est contrôlée par les cinétiques de dissociation ionique. On observe généralement une décroissance de la pente de la caractéristique courant-tension pour les liquides peu polaires et même un plateau pour les liquides non polaires. Ceci est dû au fait que les équilibres de dissociation, une fois perturbés, sont restaurés après des temps très longs alors que dans l'eau, ils sont rétablis dans un temps très court ($50 \mu\text{s}$).

Lorsque la tension est établie, les ions préexistants dans les liquides sont transférés vers les électrodes, tandis que d'autres sont créés par dissociation ; le courant diminue dès que les champs appliqués atteignent quelques kV/cm (figure I-11). Il se produit un phénomène « d'épuration électrique ».

Après le plateau ou l'inflexion de la caractéristique on observe une remontée rapide, quasi-exponentielle du courant jusqu'à la rupture diélectrique. Par analogie avec la théorie de Townsend, Nikura dse [55] a suggéré que les électrons émis par la cathode pouvaient ioniser le liquide.

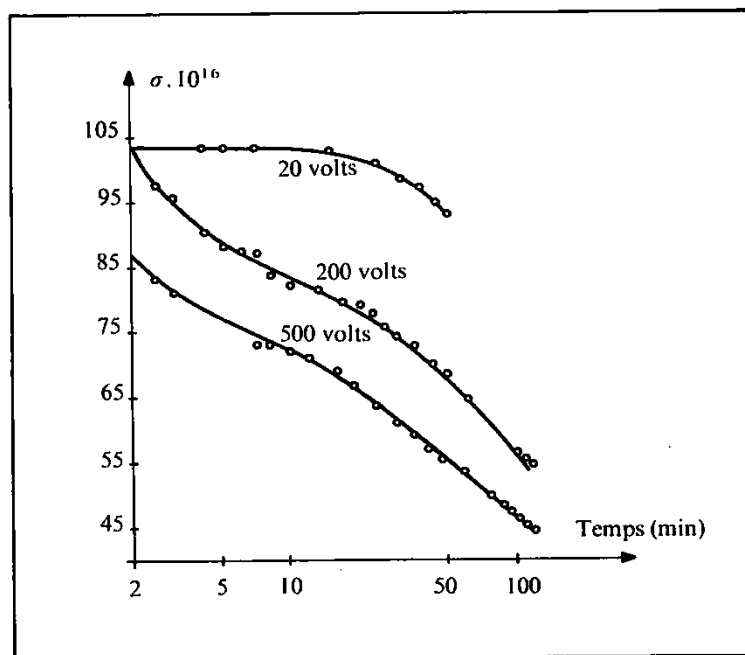


Figure I-11 : Conductivité d'une huile minérale en fonction du temps [57]

Cette explication est insuffisante, car elle est admise actuellement que l'ionisation par collisions électroniques n'existe pas à des champs au-dessous de 500 kV/cm et très probablement jusqu'à 1MV/cm.

5.3. Claquage aux champs électriques élevés

En ce qui concerne les théories relatives au claquage, on peut les diviser en trois groupes :

- La théorie basée sur un processus cumulatif de collisions et d'ionisations mettant en jeu les électrons et les molécules du liquide.
- La théorie des bulles qui décrit un phénomène de claquage initié dans une phase gazeuse ou de moindre densité se formant lors d'injection d'électron dans un isolant.
- La théorie pour laquelle le claquage est dû à l'établissement d'un chemin de particules entre les électrodes.

5.3.1. Théories électroniques

Ces théories sont essentiellement une extension aux liquides du mécanisme des décharges électriques dans les gaz. Elles supposent qu'aux champs élevés des électrons sont accélérées, entrent en collision avec les molécules du liquide et les ionisent. Un libre parcours moyen dans le liquide est définie pour les électrons, il est lié à la section efficace.

Il faut tout d'abord considérer le mécanisme d'émission d'électrons à partir de la cathode. Beaucoup de chercheurs l'ont passé en termes d'émission thermoélectronique assisté par le champ. Cependant les mesures de la rigidité diélectrique, qui ont été faites dans un large domaine de températures, varient remarquablement peu, et moins que ne le laisserait supposer une émission thermoélectronique. Pour ces raisons, une émission froide par effet de champ semble plus probable.

Toutefois, il faut signaler que l'émission de l'électron n'est pas suffisante pour provoquer la rupture diélectrique, à l'émission, doit succéder un processus de multiplication. La condition pour le déclenchement d'une avalanche dans le liquide peut être exprimée par la relation suivante entre les énergies :

$$qE\lambda \geq chv \quad (I.16)$$

où :

q : charge de l'électron ou de l'ion,

E : champ électrique,

λ : libre parcours moyen

c : constante

hv : quantum d'énergie perdu par l'électron lors des collisions avec les molécules des liquides en mettant en jeu les processus de vibration des liaison carbone-hydrogène.

Cette relation a été proposée, pour la première fois, par Von Hippel [58] dans une théorie du claquage des cristaux ioniques. Le courant suit une loi semblable à celle établie par Townsend :

$$i = i_0 \exp(\alpha d) \quad (I.17)$$

où :

α est un coefficient d'ionisation du champ dépendant du champ.

5.3.2 Théorie des bulles

Pour Kao [59], la rigidité diélectrique de liquide tel que l'hexane, l'heptane, le benzène ... dépend de la pression hydrostatique. Si l'on examine les résultats obtenus avec le n-hexane, il apparaît que la rigidité diélectrique peut augmenter de 30% entre 0 et 25 bar avec des impulsions de tension d'une durée de 4,5 μ s (figure.I.12).

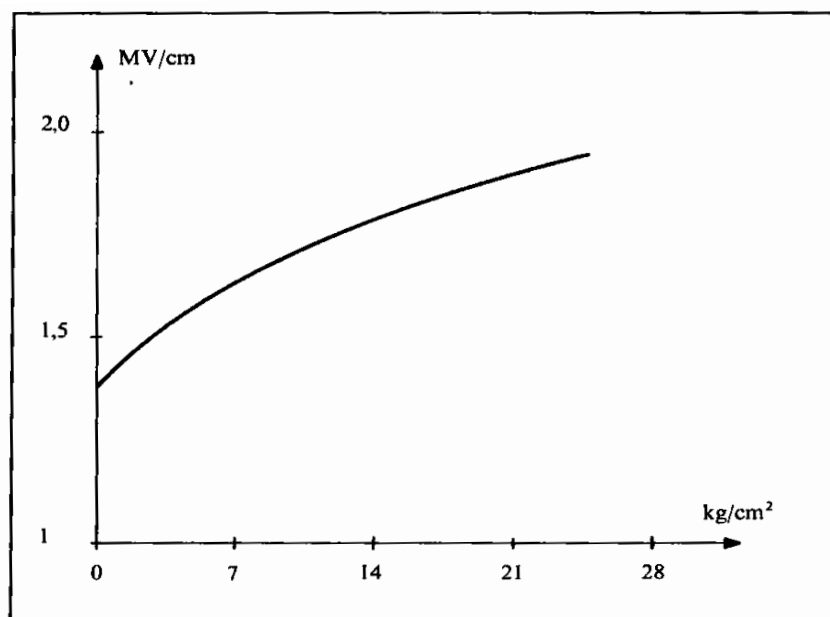


Figure I-12: influence de la pression hydrostatique sur la rigidité diélectrique de l'hexane.
(impulsion 4,5 μ s, $d=200$ μ m, électrode 6,37 mm) [59]

Mais, plus tard, Kao et McMath [60], ont constaté pour des impulsions de tension dont la durée est de l'ordre de la nanoseconde, le claquage de l'hexane ne varie pas avec la pression. Dans la théorie que Kao a formulé, le claquage se produit dans des bulles qui se formeraient de plusieurs façons : à partir de poche de gaz près des électrodes, par une répulsion électrostatique des charges d'espaces, qui dépasserait la tension superficielle, en raison de dissociation des molécules du liquide par des électrons ou d'une vaporisation du liquide par le courant dû à des impuretés ou émis à partir d'aspérités sur les électrodes. En effet l'énergie emmagasinée dans un diélectrique contenant une cavité de volume v est égale.

$$w = \frac{1}{8\pi} \iiint (\epsilon_1 - \epsilon_2) E_2 E_0 dv \quad (I.18)$$

où :

E_0 : champ électrique appliqué,

E_2 : champ dans la bulle,

ϵ_1 : permittivité relative de liquide,

ϵ_2 : permittivité de la bulle.

On peut montrer que cette énergie diminue si la bulle sphérique initiale est déformée en ellipsoïde avec le grand axe dans la direction du champ. La bulle s'allonge donc suivant le

champ, jusqu'à ce qu'une rupture diélectrique se produise : la chute de potentiel dans la bulle est égale au minimum de la courbe de Paschen pour le gaz considéré.

5.3.3. Théorie des particules

La présence de particules isolantes ou conductrices dans les liquides abaisse leur rigidité diélectrique. D'après Kok [61], les particules isolantes (fibres, colloïdes...) acquièrent un moment dipolaire induit et sont attirées par effet diélectrophorétique vers les zones de champ intense. Pour une particule sphérique de rayon r et de permittivité ε_2 en suspension dans un liquide (permittivité ε_1), la force F qui provoque son mouvement est [62] :

$$F = 2\pi r^3 \varepsilon_1 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{2\varepsilon_1 - \varepsilon_2} \nabla E^2 \quad (I.19)$$

Des impuretés métalliques Krazucki [63], Goswami, [64] ou les produits de dégradation des huiles R. Fournié, [65] peuvent former par un effet dendritique, des ponts entre l'électrode et ainsi être à l'origine d'un claquage.

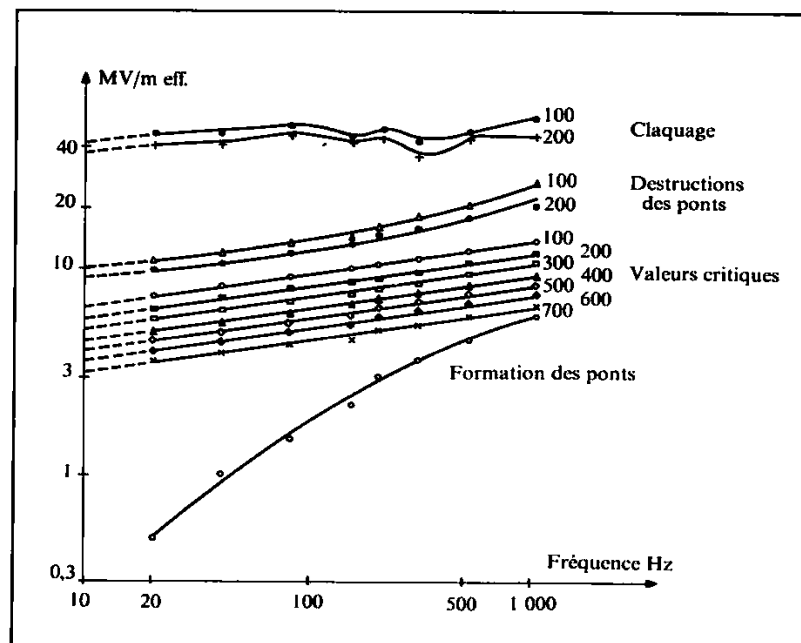


Figure I-13 : formation de pont en fonction de la fréquence dans une huile minérale contenant des particules de sélénium ou de silice ($\varphi < 45 \mu m$) et pour différentes distances inter électrodes [64].

Des études systématiques ont été réalisées pour identifier et compter les particules en suspension dans les huiles prélevées dans les transformateurs, Oommen et Petrie [66],

évaluer la réduction de rigidité diélectrique d'huiles minérales contaminées par des fibres de cellulose ou des particules.

6. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté les mécanismes de la rupture diélectrique des différents types d'isolants dont la principale contrainte provoquant le claquage est le champ électrique qu'on peut le calculer par différentes méthodes numériques qui sera notre objectif dans le chapitre II.

Chapitre II

Méthodes de calcul du champ électrique

Le but du calcul de champ électrique est la détermination de la répartition du potentiel et de l'intensité du champ électrique, et, en particulier, du champ maximum et du degré d'uniformité, ce dernier influençant de façon décisive le comportement au claquage. On peut aujourd'hui calculer avec précision, par des méthodes numériques, même des assemblages complexes composés de matériaux différents [67].

1. Equations de Maxwell

Pour le volume V , de surface A et de charge Q (figure II-1), l'équation fondamentale intégrale de Maxwell vaut:

$$\oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad (II.1)$$

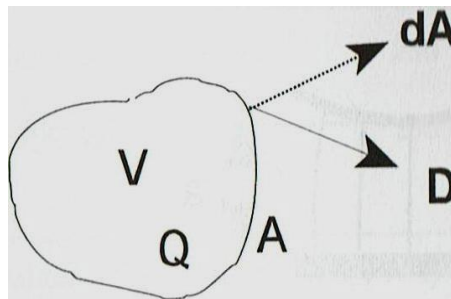


Figure II-1 : Equation intégrale de Maxwell

Le vecteur différentiel de surface dA a la direction de la normale externe à la surface. L'équation (II-1) appliquée au volume élémentaire $dV = dx \, dy \, dz$ avec charge spécifique ρ (figure II-2), donne la forme différentielle de l'équation de Maxwell :

$$dD_x d_y d_z + dD_y dz dx + dD_z dx dy = \rho dV = \rho dx dy dz$$

d'où

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho \quad (II.2)$$

ou $\text{div } \vec{D} = \rho$.

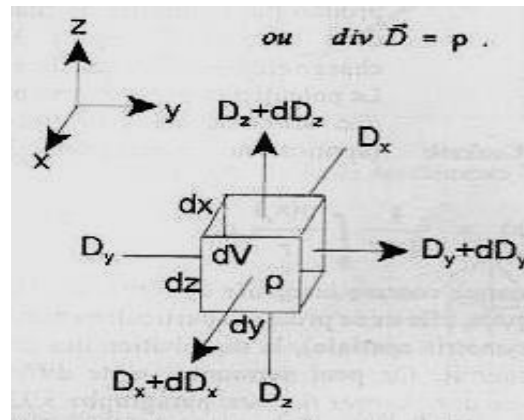


Figure II-2 : Equation différentiel de Maxwell

Si on remplace le déplacement électrique D par l'intensité de champ E , en tenant compte des propriétés du matériel :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (II.3)$$

avec :

ε : permittivité, et en considérant la relation statique (II.4) entre le champ et potentiel, valable aussi pour 50 ou 60 Hz.

$$\vec{E} = -\text{grad}\varphi \quad (II.4)$$

on obtient à partir de (II-2) pour les espaces homogènes ($\varepsilon = \text{constant}$) l'équation de Poisson :

$$-\left(\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z}\right) = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = \Delta \varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (II.5)$$

Pour les espaces hétérogènes (ε variable), c'est l'équation (II.6) plus générale qui s'applique.

$$\text{div}(\varepsilon \text{grad}\varphi) = -\rho \quad (II.6)$$

La solution de (II-5) donne, en tenant compte des conditions aux limites (potentiel des électrodes), la distribution du potentiel dans l'espace. De cette dernière, s'ensuit avec (II.4) la distribution du champ. Très souvent on a $\rho(x, y, z)=0$ (pas de charges d'espace dans le diélectrique) ; par conséquent les charges ne se trouvent que sur les électrodes. L'équation (II-5) se réduit alors à l'équation de Laplace suivante :

$$\Delta\varphi = 0 \quad (II.7)$$

Si les conditions aux limites à l'infini sont nulles ($\varphi(\infty) = 0$), l'équation de Poisson mène à la solution analytique (II-8). Celle-ci exprime le potentiel du point P produit par la densité de charge contenue dans l'espace V (figure II-3). Chaque charge élémentaire contribue au potentiel. Le potentiel total est obtenu par superposition des champs de potentiel élémentaires [67].

$$\varphi(x) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \int_R \frac{\rho(x_0)}{r} dV \quad (II.8)$$

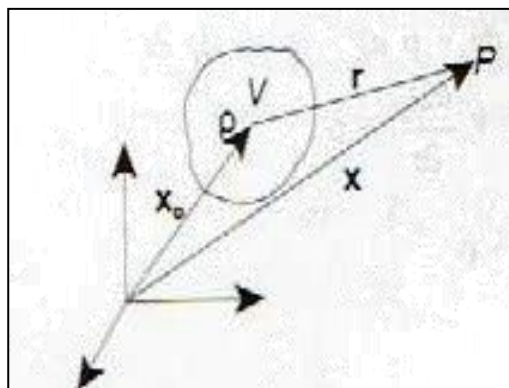


Figure II-3 : Intégrale de Coulomb

L'équation (II-8) est connue comme intégrale de Coulomb. Dans le cas du champ sans charges d'espace, elle ne se prête pas particulièrement à la solution directe (sauf en cas de système spatial), la distribution des charges sur les électrodes n'étant pas connue. On peut surmonter cette difficulté par des procédés itératifs (méthode de charges fictives) [68].

Une autre possibilité est la solution numérique directe de l'équation de Laplace. Pour cela des programmes sur ordinateur, très performants, sont aujourd'hui disponibles; une méthode efficace est celle des éléments finis [69,70] qui permet de traiter des problèmes bidimensionnels et tridimensionnels.

2. Différentes méthodes de calcul du champ électrique

2.1. Méthodes des éléments finis

L'espace entre les électrodes est subdivisé en éléments (triangles dans le cas des problèmes à 2 dimensions et tétraèdres dans le cas tridimensionnel). Les systèmes à symétrie de rotation peuvent être calculés avec une grille bidimensionnelle, en écrivant l'équation de Poisson en coordonnées cylindriques (r, z) de la manière suivante :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (II.9)$$

Expliquant plus précisément la méthode des éléments finis à l'aide d'un système plan décrit en coordonnées cartésiennes (x,y). Le domaine du champ entre les électrodes, domaine que l'on doit calculer (dans la figure II-4) limité par des lignes en pointillé et couvert par une grille de triangle. Ceci peut se faire, aujourd'hui, de façon automatique par des programmes sur ordinateur. La grille sera plus fine pour les champs élevés (donc au voisinage de fortes courbures des électrodes) ou là où la permittivité change (voire l'exemple de la figure II-5).

Supposons connus les potentiels φ_A et φ_B des électrodes et admettons que tout élément triangulaire (e) (nettement agrandi dans la figure II-4) ait les sommets $k=1,2$ et 3 .

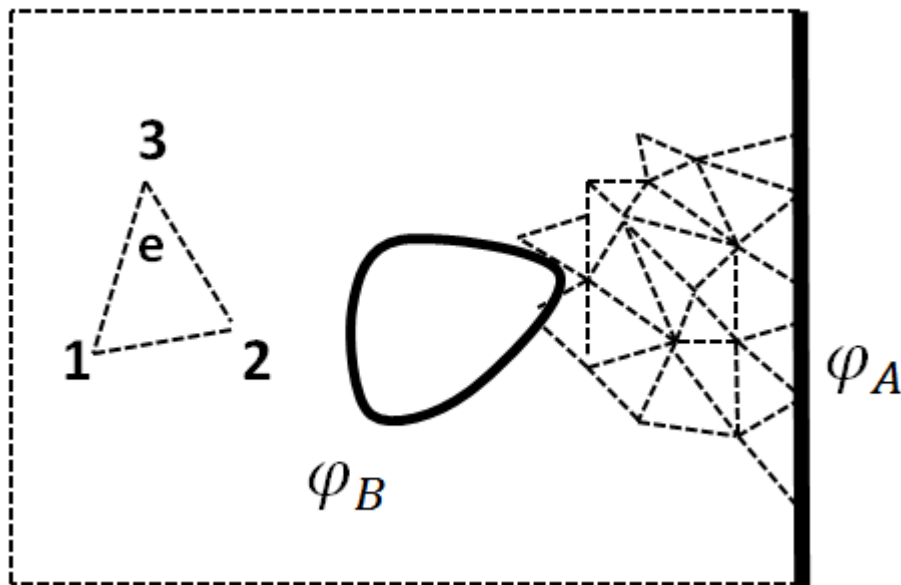
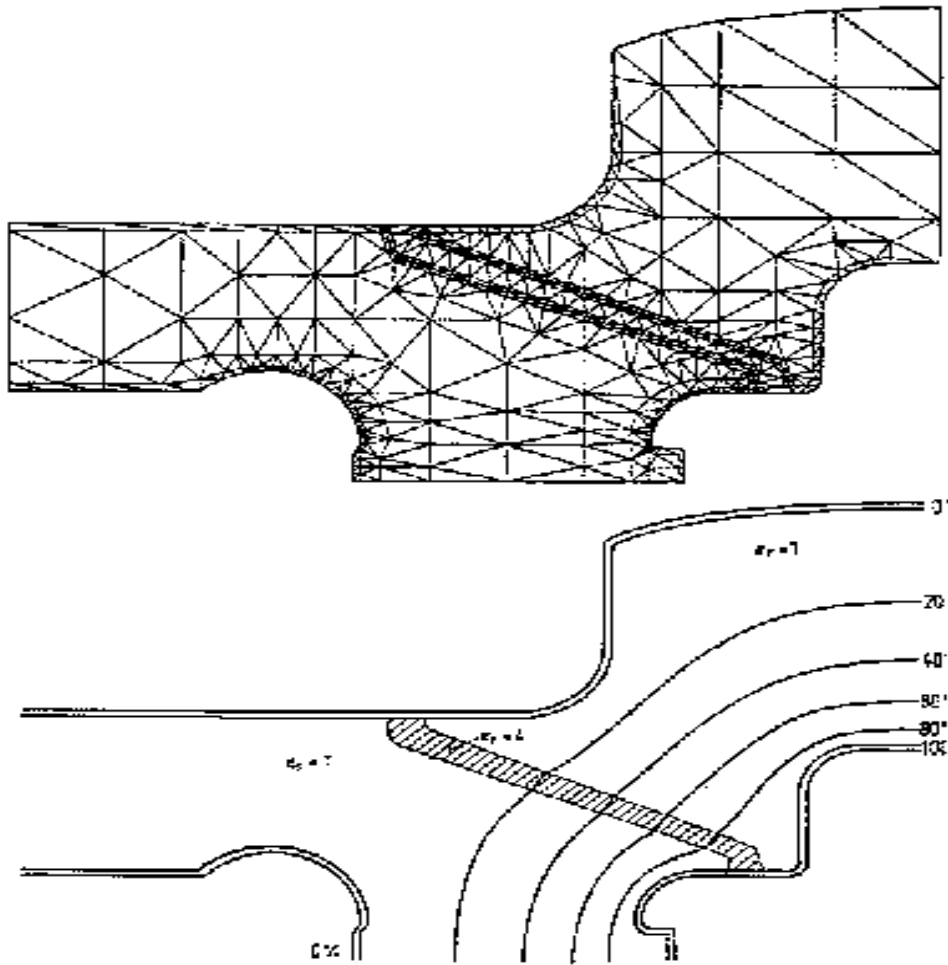


Figure II-4 : Méthode des éléments finis

Figure II-5 : Sectionneur d'un poste blindé SF₆

a) grille b) lignes équipotentielle [71].

Le potentiel d'un point quelconque de coordonnées (x,y) interne au triangle est exprimé en fonction du potentiel des sommets $\varphi_K^{(e)}$, par exemple avec l'équation (II-10a), les fonctions de l'élément $\alpha_K^{(e)}$ étant à l'aide d'une relation linéaire dépendante des coordonnées du point en questions. A l'extérieur du triangle (e) les coefficients $a_K^{(e)}$ et ainsi les fonctions $\alpha^{(e)}$ sont par définition nulles.

$$\varphi^{(e)}(x,y) = \sum_{K=1}^3 \alpha_K^{(e)}(x,y) \cdot \varphi_K^{(e)} \quad (II.10a)$$

avec

$$\alpha_K^{(e)}(x,y) = a_{1K}^{(e)} + a_{2K}^{(e)}x + a_{3K}^{(e)}y \quad (II.10b)$$

Les équations (II.10a) et (II.10b) doivent en particulier exprimer correctement aussi les potentiels des sommets du triangle. Pour $K=1$ s'ensuivent par exemple les conditions qui

$$\begin{aligned}\alpha_1(x_1, y_1) &= a_{11} + a_{21}x_1 + a_{31}y_1 = 1 \\ \alpha_1(x_2, y_2) &= a_{11} + a_{21}x_2 + a_{31}y_2 = 0 \\ \alpha_1(x_3, y_3) &= a_{11} + a_{21}x_3 + a_{31}y_3 = 0\end{aligned}$$

résolues par rapport aux coefficients, mènent aux vecteurs suivants :

$$\begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \\ a_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Des équations analogiques sont valables pour les deux autres nœuds $k=2$ et $k=3$. Leur superposition donne l'équation matricielle (II.11). Les coefficients de l'équation (II.10b) peuvent ainsi être déterminés pour chaque triangle en fonction des coordonnées des trois sommets.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix}^{-1} \quad (\text{II.11})$$

Nous n'entrons pas ici dans les détails des méthodes de discrétisation des équations différentielles (II.5), (II.7) ou (II.8) (par exemple, par la recherche de l'extremum de l'intégrale variationnelle correspondante, si celle-ci existe). [68,71, 72, 73]. Ces équations mènent, pour un domaine du champ avec au total n nœuds de la grille, dont m avec potentiel libre, au système d'équations linéaires (II.12a). L'ordre m découle de n moins le nombre de nœuds de la grille qui se trouvent sur les électrodes.

$$\sum_{i=1}^n K_{ij} \varphi_i = 0, \quad i = 1 \dots n, \quad j = 1 \dots m, \quad (\text{II.12a})$$

avec

$$k_{ij} = \sum_{(e)} K_{ij}^{(e)} \quad (\text{II.12b})$$

$$K_{ij}^{(e)} = \left(a_{2j}^{(e)} a_{2i}^{(e)} + a_{3j}^{(e)} a_{3i}^{(e)} \right) \varepsilon^{(e)} A^{(e)} \quad (\text{II.12c})$$

La solution du problème comprend les pas suivants :

- on détermine les coefficients $K_{ij}^{(e)}$ à l'aide des équations (II.12c). $A^{(e)}$ représente la surface du triangle (e). Celle-ci est obtenue de façon élémentaire en fonction des coordonnées des sommets. Lors de l'évaluation des coefficients en partant de l'équation (II.12c), on remplacera, dans l'expression du coefficient a , le numéro de nœud K lié à l'élément, par les numéros (i ou j) liés au domaine du champ. La permittivité $\varepsilon^{(e)}$ est donnée par élément. Il est donc possible de tenir compte de systèmes d'isolants hétérogènes comme ils apparaissent dans les systèmes de câbles, dans les condensateurs, dans les traversées isolantes etc.
- L'équation (II.12b) doit ensuite être sommée sur les éléments voisins qui contiennent des nœuds i et j communs.
- les systèmes d'équations linéaires (II.12a) d'ordre m qui correspond au nombre de nœuds de la grille avec potentiel libre, peut être résolu par rapport à ces potentiels libres. Une fois ces potentiels connus, on peut tirer, à l'aide de l'équation (II.10a), les potentiels et avec les équations (II.6) (II.10a,b) les champs, dans n'importe quel point du domaine considéré. Les intensités de champ, constantes à l'intérieur de chaque élément, sont par exemple :

$$E_x^{(e)} = - \sum_{K=1}^3 a_{2K}^{(e)} \varphi_K^{(e)}$$

$$E_y^{(e)} = - \sum_{K=1}^3 a_{3K}^{(e)} \varphi_K^{(e)}$$

2.2. Méthodes par superposition

Conformément à l'équation (II.8), les champs électriques peuvent être calculés en superposant des champs élémentaires. Dans beaucoup de cas pratiques de la technique des hautes tensions, la distribution des charges sur les électrodes, souvent sphériques ou cylindriques, est assez bien connue, grâce à la symétrie existante. Un calcul direct du champ est alors possible même sans itération. Les champs élémentaires suivants, à symétrie spatiale (en espaces homogènes), sont particulièrement importants :

- champ de la charge ponctuelle,
- champ de la charge linéique infiniment longue.

Parfois, on utilise aussi des charges annulaires [74].

2.2.1. Charges ponctuelles

Une charge Q produit en P à la distance x (figure II-6) dans un espace homogène ($\epsilon = \text{constant}$) selon les équations (II.1) et (II.3) le champ

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{Q}{4\pi x^2 \epsilon} \vec{a}_x, \quad (II.13)$$

où \vec{a}_x est le vecteur unitaire de direction QP . On arrive facilement à cette conclusion en regardant la surface sphérique passant par P et en tenant compte de symétrie sphérique du champ élémentaire.

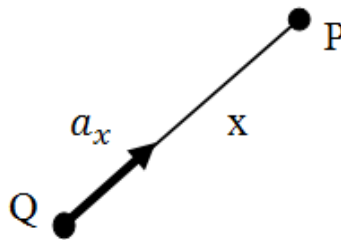


Figure II-6 : champ d'une charge ponctuelle

On tire le potentiel électrostatique produit en P de l'équation (II.4)

$$\varphi = - \int \vec{E} \vec{a}_x dx = - \frac{Q}{4\pi\epsilon} \int \frac{dx}{x^2} = \frac{Q}{4\pi\epsilon x} + K$$

en admettant $\varphi = 0$ pour $x \rightarrow \infty$, on obtient $K=0$ et ainsi

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon x} = \alpha Q \quad (II.14)$$

avec $\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon x}$ coefficient de potentiel de la charge ponctuelle.

Pour plusieurs charges ponctuelles Q_1, Q_2, \dots, Q_n suit le potentiel au point P :

$$\varphi = \alpha_1 Q_1 + \alpha_2 Q_2 + \dots + \alpha_n Q_n = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{Q_1}{x_1} + \frac{Q_2}{x_2} + \dots + \frac{Q_n}{x_n} \right) \quad (II.15)$$

cette équation est identique à l'intégrale de Coulomb (II.8), si on remplace Q par $\rho \cdot dv$.

2.2.2. Charge linéique infiniment longue

Soit Q' la charge par unité de longueur. Elle produit en P à la distance x (figure II-7) selon les équations (II.1) et (II.3) le champ

$$\vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon} = \frac{Q'}{2\pi x\varepsilon} \vec{a}_x \quad (II.16)$$

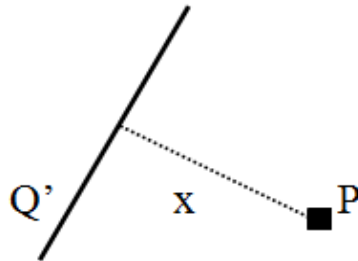


Figure II-7 : champ d'une charge linéique

où \vec{a}_x est le vecteur unitaire perpendiculaire à la ligne en direction de P. On arrive à cette conclusion en regardant la surface cylindrique passant par P et en tenant compte de la symétrie axiale du champ élémentaire.

Le potentiel produit en P est, à cause de (II.4) :

$$\varphi = - \int \vec{E} \vec{a}_x dx = - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} \int \frac{dx}{x} = - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} \ln(x) + K$$

Le potentiel à l'infini cette fois, évidemment, ne peut pas être nul. On détermine alors la constante d'intégration en fixant le potentiel à la distance r . ceci correspond aux problèmes pratique normal concernant un conducteur de rayon r ayant un potentiel (tension) donné, relativement à la terre. On obtient :

$$\varphi_r = - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} \ln(r) + K$$

d'où

$$K = \varphi_r + \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} \ln(r)$$

et ainsi

$$\varphi = \varphi_r - \frac{Q'}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{x}{r}\right) = \varphi_r - \alpha Q' \quad (II.17)$$

avec $\alpha = \frac{1}{2\pi\varepsilon} \ln\left(\frac{x}{r}\right)$, coefficient de potentiel de la charge linéique.

2.2.3. Méthodes des charges fictives

Si la symétrie spatiale manque, on simule la charge de l'électrode par un nombre n de charges (fictives) dont la position sur l'électrode est géométriquement bien définie (sur la surface, ou encore à l'intérieur de l'électrode) mais dont la grandeur de la charge est inconnue. Pour un nombre égal n de points de la surface de l'électrode, On exprimera le potentiel à l'aide des coefficients de potentiel. Puisque ce potentiel est connu ($= U$), on obtient le système d'équations :

$$\varphi_i = \sum_1^n \alpha_{ik} Q_k = U \quad \text{pour } i, k = 1 \dots n,$$

qui peut être résolu par rapport aux charges fictives Q_k . De la charge on tire ensuite le potentiel et l'intensité du champ en tout point de l'espace homogène. Si le potentiel de l'électrode ne respecte pas suffisamment la surface équipotentielle, on peut améliorer le résultat itérativement, en augmentant le nombre des charges fictives ou en changeant leur position [72,74].

2.3. Méthodes des différences finies

Cette méthode est basée sur la transformation de l'opérateur différentielle en un opérateur aux différences, où chaque dérivée est approchée en un certain nombre de points du domaine de résolution. Soit le réseau carré suivant [75] :

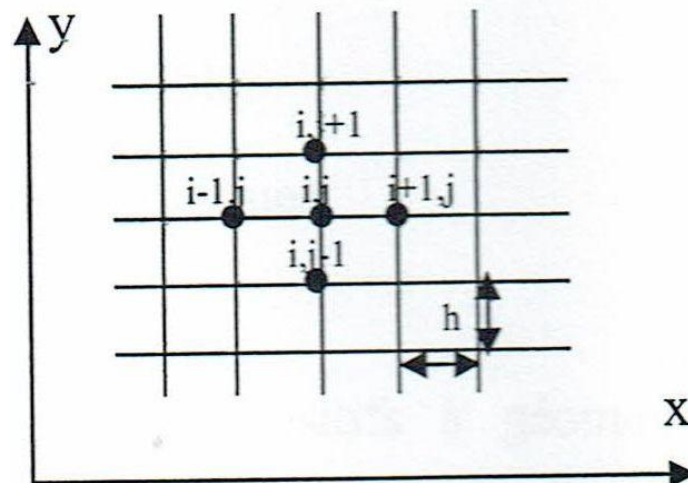


Figure II-8 : Maillage type différences finies.

Si on applique un développement limité en séries de Taylor de la fonction, à déterminer en chacun des nœuds du maillage, l'approximation des dérivées aux points $(i ; j)$ est :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)_{i,j} &= \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{2h} \\ \left(\frac{\partial A}{\partial y}\right)_{i,j} &= \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{2h} \end{aligned} \quad (II.18)$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} &= \frac{A_{i+1,j} - 2A_{i,j} + A_{i-1,j}}{h^2} \\ \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} &= \frac{A_{i,j+1} - 2A_{i,j} + A_{i,j-1}}{h^2} \end{aligned} \quad (II.19)$$

ainsi le Laplace discrétisé sera alors :

$$(\Delta A)_{i,j} = \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}\right)_{i,j} + \left(\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}\right)_{i,j} \quad (II.20)$$

d'où

$$(\Delta A)_{i,j} = \frac{A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} + A_{i,j-1} - 4A_{i,j}}{h^2} \quad (II.21)$$

Cette formule est appelée la forme à cinq points. La forme de cette formule aux différents nœuds du domaine, aboutit au système matriciel suivant :

$$[M] [A] = [S] \quad (II.22)$$

avec

[M] : matrice inversible,

[A] : vecteur des inconnues,

[S] : terme source.

Dans les cas des dispositifs à géométries complexes, cette méthode s'adapte difficilement, car elle présente des inconvénients relatifs à la fonction des valeurs de l'inconnue sur la frontière du domaine d'étude.

2.4. Méthode des Volumes Finis (MVF)

La méthode des volumes finis est une version spéciale de la méthode des résidus pondérés où la fonction de projection égale à l'unité [76]. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine d'étude en volumes élémentaires de telle manière que chaque volume entoure un nœud principal P. Chaque volume est délimité par deux interfaces dans le cas monodimensionnel noté (e,w), quatre interfaces dans le cas bidimensionnel (e,w,s,n) et six interfaces dans le cas tridimensionnel (e,w,s,n,t,b). Chaque nœud principal P est limité par

des nœuds voisins (E,W) dans le cas monodimensionnel, (E,W,S,N) dans le cas bidimensionnel, et (E,W,S,N,T,B) dans le cas tridimensionnel. L'équation différentielle est intégrée dans chaque volume élémentaire fini. Pour calculer l'intégrale dans ce volume élémentaire l'inconnue est représentée à l'aide d'une fonction d'approximation (linéaire, parabolique, exponentielle, de puissance etc.) entre deux nœuds consécutifs. Ensuite, la forme intégrale est discrétisée dans le domaine d'étude. Le résultat de discrétisation donne une équation algébrique qui est constituée par les valeurs nodales.

2.4.1. Méthode des Volumes Finis dans le cas monodimensionnel

2.4.1.1 Formulation monodimensionnelle de l'Equation de Poisson par la MVF

L'équation de Poisson dans le cas monodimensionnel s'écrit :

$$\frac{d}{dx} \left(\varepsilon \frac{d\phi}{dx} \right) + \rho = 0 \quad (II.23)$$

le domaine d'étude est subdivisé en un nombre fini de nœuds. Chaque volume fini entoure un nœud principal "P". Les nœuds voisins sont "E" côté Est et "W" côté West. Les lignes en tirés représentent les faces du volume fini coté Est (e) et coté West (w) (Figure II-9). Pour un problème monodimensionnel, le volume d'un volume fini est $\Delta x \times 1 \times 1$.

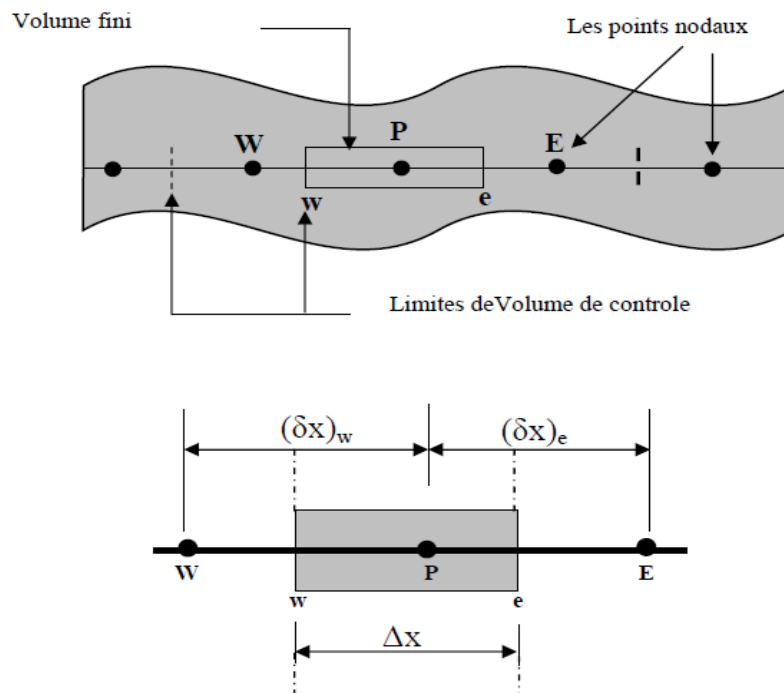


Figure II-9 : Discretisation en volume fini dans le cas monodimensionnel [76].

l'équation (II.23) est intégrée sur le volume fini limité par les faces (w,e)

$$\int_e^w \frac{d}{dx} \left(\varepsilon \frac{d\phi}{dx} \right) dx + \int_w^e \rho dx = 0 \quad (\text{II. 24})$$

après intégration on aura :

$$\left(\varepsilon \frac{d\phi}{dx} \right)_e - \left(\varepsilon \frac{d\phi}{dx} \right)_w + \int_w^e \rho dx = 0 \quad (\text{II. 25})$$

un profil linéaire a été choisi afin d'exprimer la variation du potentiel ϕ entre les nœuds voisins :

$$\left[\varepsilon_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{(\delta x)_e} \right) - \varepsilon_w \left(\frac{\phi_P - \phi_w}{(\delta x)_w} \right) \right] + \rho_p \Delta x \quad (\text{II. 26})$$

tels que :

ϕ_P : potentiel électrique au nœud P

ϕ_E : potentiel électrique au nœud E

ϕ_w : potentiel électrique au nœud w

$(\delta x)_e$: distance entre les nœuds P et E

$(\delta x)_w$: distance entre les nœuds w et P

ΔX : longueur de volume finis.

ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_w \phi_w + S \quad (\text{II. 27})$$

avec :

$$a_E = \frac{\varepsilon_e}{(\delta x)_e}$$

$$a_w = \frac{\varepsilon_w}{\delta x_w}$$

$$a_P = a_E + a_w$$

$S = \rho_p \Delta x$: dit terme source.

dans le cas d'un maillage uniforme :

$$\Delta x = (\delta x)_e = (\delta x)_w$$

alors on aura :

$$a_E = \frac{\varepsilon_e}{\Delta x}$$

$$a_w = \frac{\varepsilon_e}{\Delta x}$$

$$a_p = a_E + a_w$$

Ainsi, on obtient une équation algébrique qui relie chaque nœud principal "P" avec les nœuds voisins "E" et "W". Si la discrétisation du domaine comporte N nœuds, on est amené à résoudre un système de N équations à N inconnues. Le système obtenu sera résolu par des méthodes numériques de résolutions.

2.4.2. Méthode des Volumes Finis dans le cas bidimensionnel

2.4.2.1. Formulation Bidimensionnelle de l'Equation de Poisson par la MVF

La formulation monodimensionnelle ci-dessus de la méthode des volumes finis peut être étendue au cas bidimensionnel [76]. La formulation bidimensionnelle consiste à subdiviser le domaine d'étude (Ω) en un nombre d'éléments finis. Chaque élément contient quatre nœuds. Un volume fini entoure chaque nœud (Figure II-10).

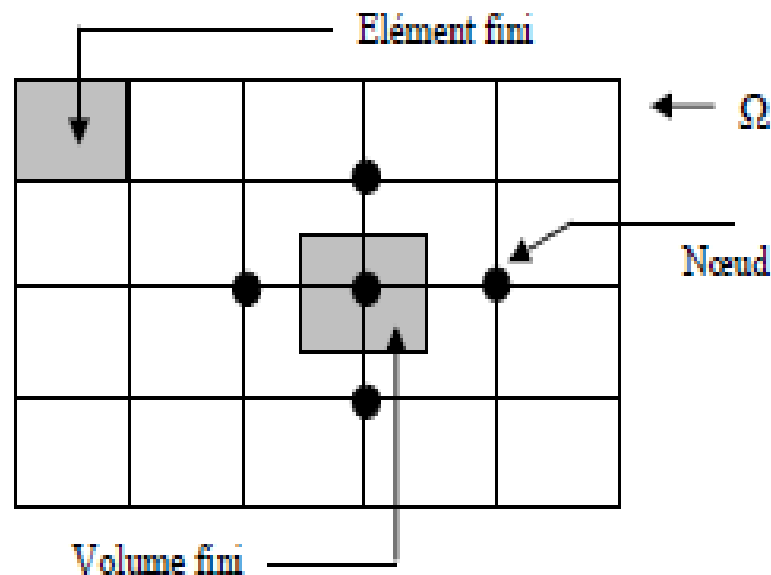


Figure II-10: Discrétisation en volumes finis du domaine d'étude dans le cas bidimensionnel.

Le nœud principal "P" est entouré par quatre nœuds voisins celui du Nord "N", celui du Sud "S" (dans la direction y) et celui de l'Ouest "W", celui de l'Est "E" (dans la direction x). les points (e : Est, w : West, n : Nord, s : Sud)

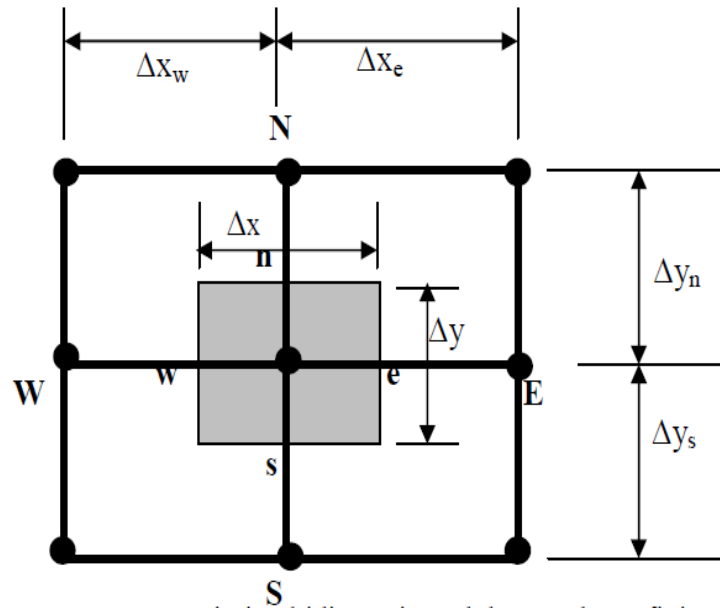


Figure II-11 : Discrétisation bidimensionnel d'un volume fin

L'équation de Poisson dans le cas bidimensionnel [76]

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) = -\rho \tag{II.32}$$

Cette équation est projetée sur une fonction de projection égale à l'unité. Elle est ensuite intégrée sur le volume finis correspondant au nœud P. on obtient :

$$\iint_{ws}^{en} \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy + \iint_{ws}^{en} \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy = \iint_{ws}^{en} -\rho dx dy \tag{II.32}$$

l'intégration de la partie gauche de l'égalité (II.32) sur le volume finis limité par (e, w, s, n) est :

$$\iint_{ws}^{en} \frac{\partial}{\partial x} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy + \iint_{ws}^{en} \frac{\partial}{\partial y} \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy = \left[\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x$$

Un profil linéaire a été choisi pour exprimer la variation de potentiel ϕ entre les nœuds voisins. Le résultat obtenu est constitué uniquement par les valeurs nodales.

$$\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \varepsilon_e \left(\frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x_e} \right)$$

$$\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w = \varepsilon_w \left(\frac{\phi_P - \phi_W}{\Delta x_e} \right)$$

$$\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_n = \varepsilon_n \left(\frac{\phi_N - \phi_P}{\Delta y_n}\right)$$

$$\left(\varepsilon \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_s = \varepsilon_s \left(\frac{\phi_P - \phi_S}{\Delta y_s}\right)$$

l'intégrale de la partie droite de l'égalité (II.33) donne

$$\iint_{ws}^{\text{en}} \rho dx dy = \rho_p \Delta x \Delta y$$

ainsi l'équation algébrique finale s'écrit sous la forme :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_S \phi_S + a_N \phi_N + S$$

avec :

$$a_E = \varepsilon_e \frac{\Delta y}{\Delta x_e}$$

$$a_W = \varepsilon_w \frac{\Delta y}{\Delta x_w}$$

$$a_n = \varepsilon_n \frac{\Delta y}{\Delta y_n}$$

$$a_s = \varepsilon_s \frac{\Delta y}{\Delta y_s}$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

$$S = \rho_p \Delta x \Delta y$$

Le résultat obtenu représente une équation algébrique reliant l'inconnue au nœud principal P aux nœuds voisins W, E, S, N.

3. Conclusion

Après avoir présenté les différentes méthodes de calcul du champ électrique, nous avons opté pour la méthode des éléments finis pour le calcul du champ électrique dans un système d'électrode isolé par un diélectrique solide via logiciel FEMM, qui sera l'objet de notre prochain chapitre.

Chapitre III

Simulation du champ électrique sous FEMM

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la simulation par la méthode des éléments finis du champ électrique de deux systèmes d'électrodes (pointe-plan et pointe-sphère), et se après l'introduction d'un matériau isolant (PVC et PEBD) qui nous permettra d'identifier les régions où l'amplitude du champ électrique est la plus intense pour une tension égale à 30 kV. Ensuite, nous détaillerons les principales étapes qui nous permettront d'accéder aux résultats définitifs :

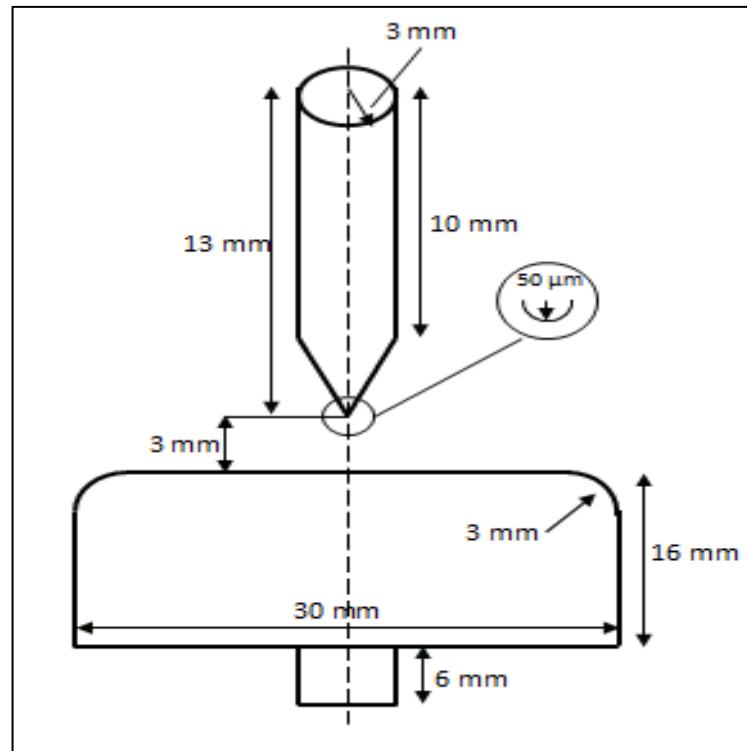
- la construction et la présentation des géométries (coupes) principales des systèmes d'électrodes qui sont considérées pour la simulation.
- le maillage opéré sur les différentes régions des électrodes.
- l'influence de la permittivité relative des matériaux sur la répartition du champ électrique et des lignes équipotentiels.
- présentation des résultats de simulation (champ électrique et lignes équipotentiels) sous FEMM (Finite Element Method Magnetics).

1. Modèles géométriques des électrodes

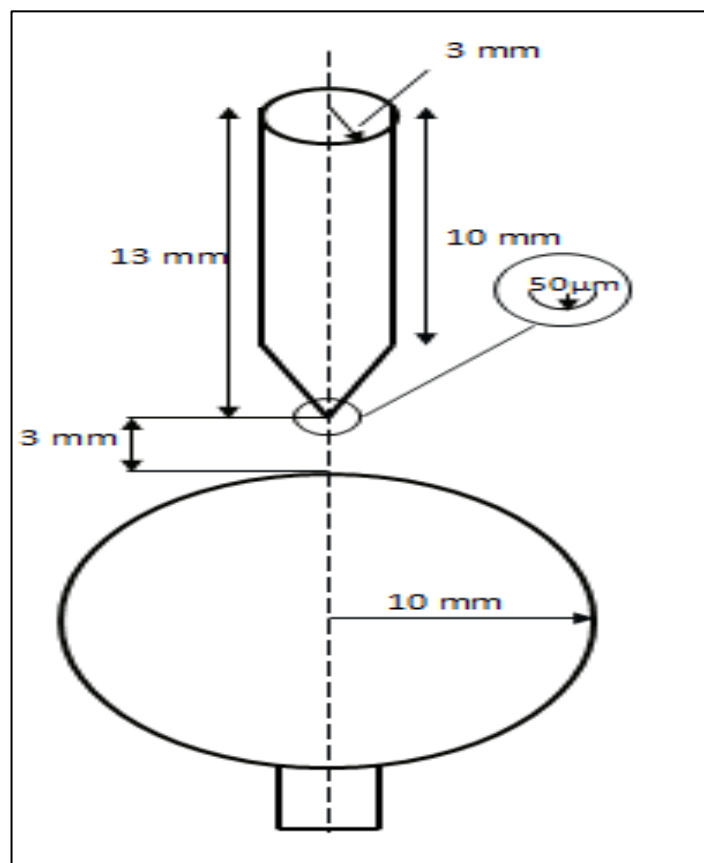
Pour bien établir l'influence de la permittivité relative des matériaux choisis (PVC et PEBD) sur la répartition du champ électrique et des lignes équipotentiels, nous avons choisi de représenter deux structures d'électrodes :

- pointe-plan
- pointe-sphère

En figure (III-1), nous représentons les différentes structures d'électrodes étudiées et leur dimension.



(a)



(b)

Figure III-1 : Géométrie des électrodes, (a) pointe-plan, (b) pointe-sphère

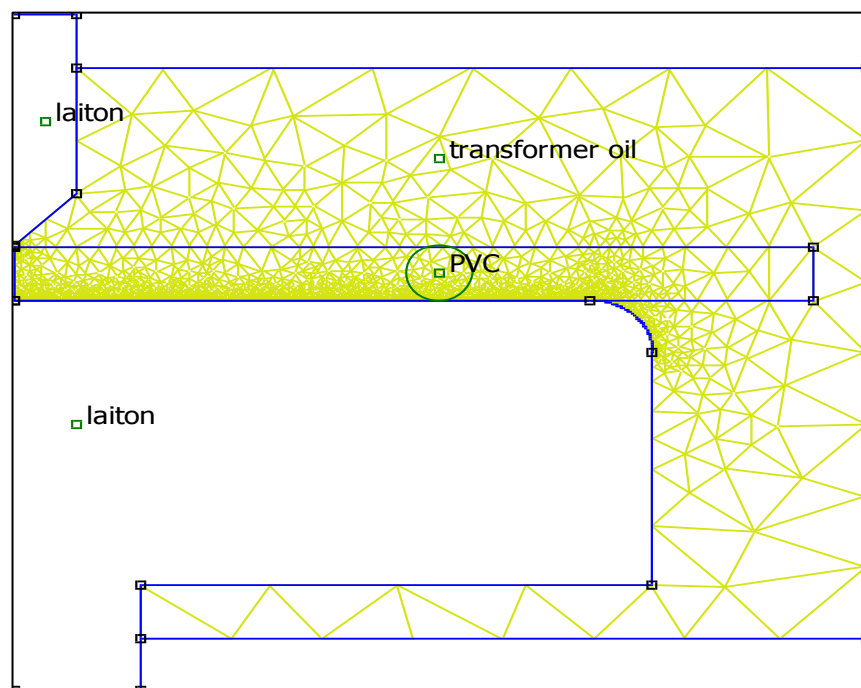
2. Présentation des résultats et de simulation

Nous illustrons les résultats de simulation (répartition du champ électrique et des lignes équipotentielles) obtenus pour une tension égale à 30 kV et le calcul du module de champ électrique en (MV/m) et de potentiel en (kV) sur quelques points critiques des électrodes sera également présenté et discuté. Les différents résultats de simulation qui seront abordés dans les points suivants ont été intégralement obtenus via le logiciel FEMM.

Rappelons que le système d'électrodes est axisymétrique, cela nous permettra de représenter la moitié du système.

2.1. Répartition du maillage pour les différentes structures

La figure III-2 montre un exemple des deux structures maillées à l'aide de la technique des éléments finis.



(a)



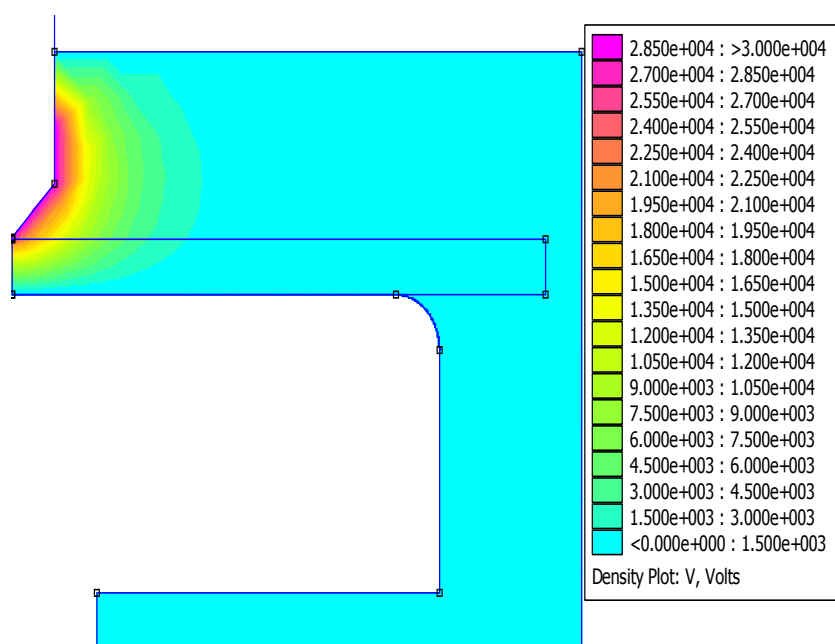
(b)

Figure III-2 : Exemple d'une répartition de maillage par les éléments finis, (a) structure pointe-plan, (b) structure pointe-sphère

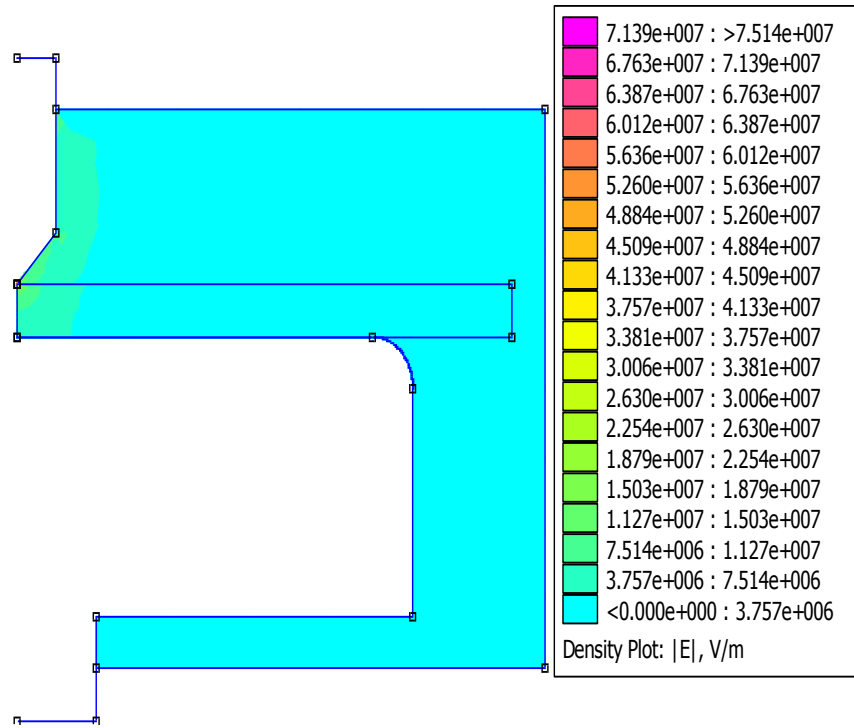
2.2. Répartition des lignes équipotentiels et du champ électrique

2.2.1. Structure pointe-plan

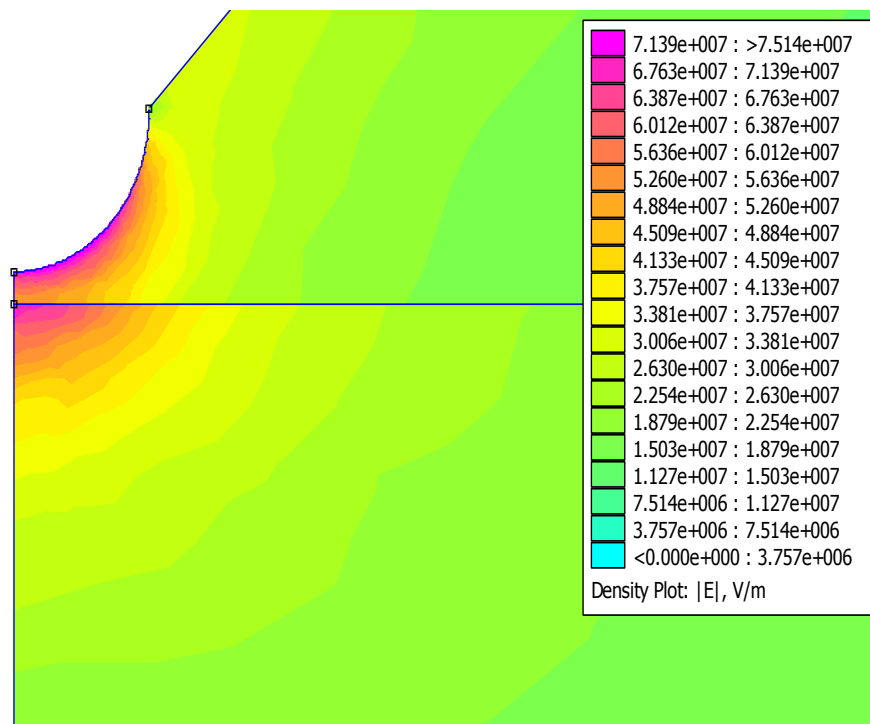
Les figures III-3 et III-4 montrent les résultats de simulation de la structure pointe-plan pour les deux isolants PVC et PEBD.



(a)

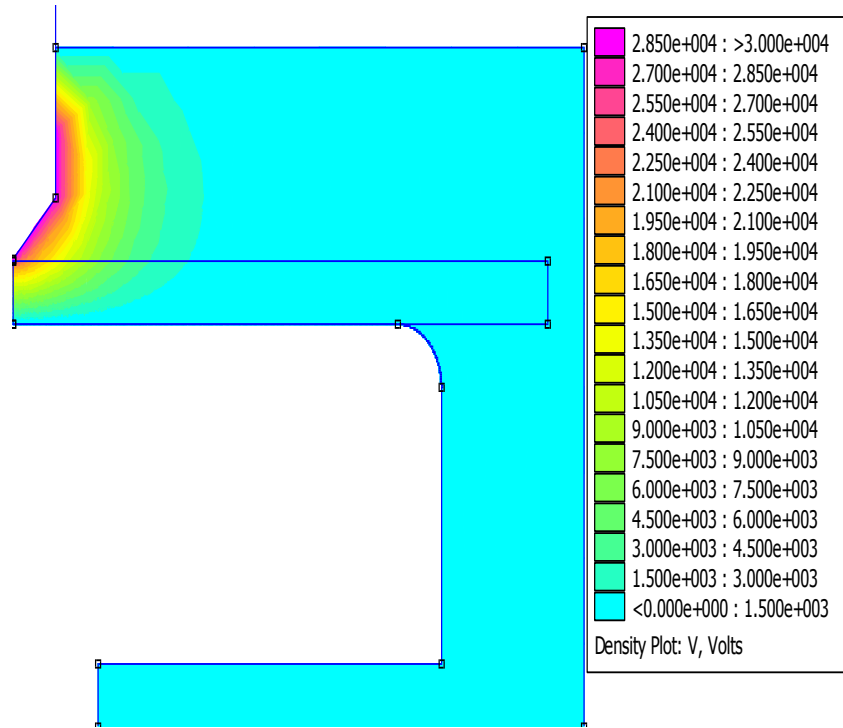


(b)

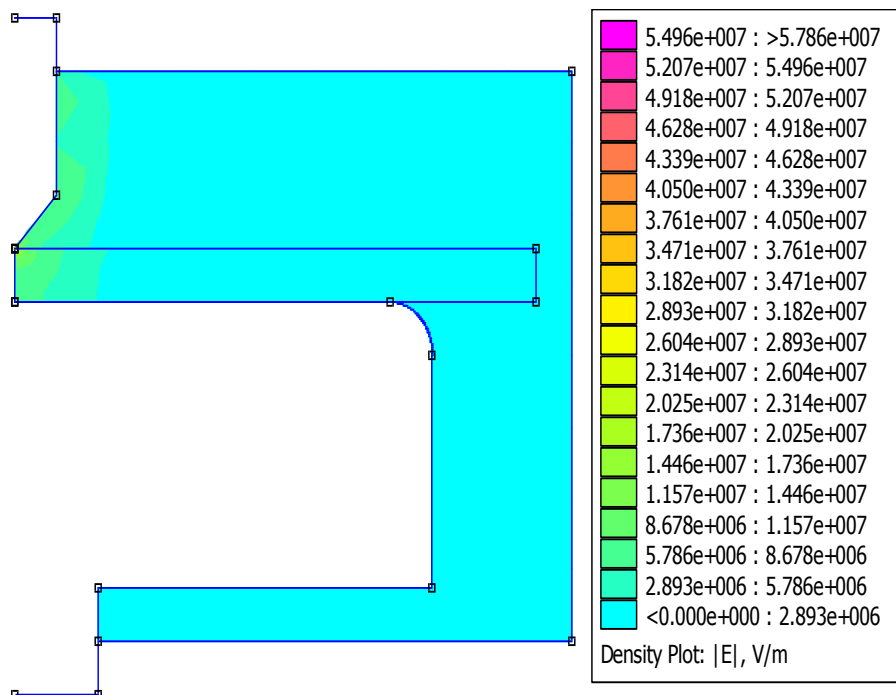


(c)

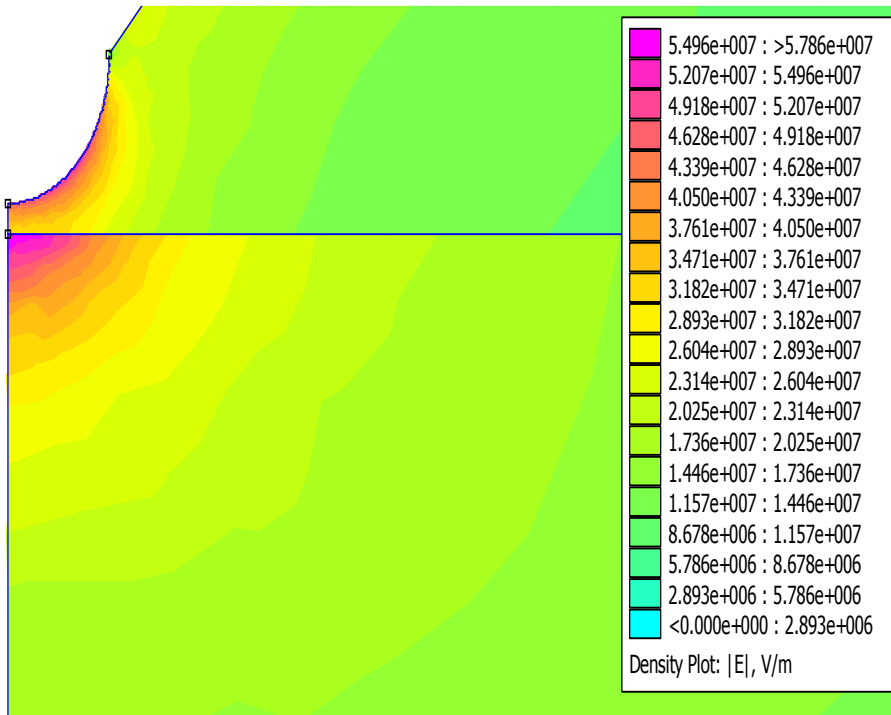
Figure III-3: Structure pointe-plan isolée en PVC, (a) répartition de potentiel, (b) répartition du champ électrique, (c) effet de loupe.



(a)



(b)

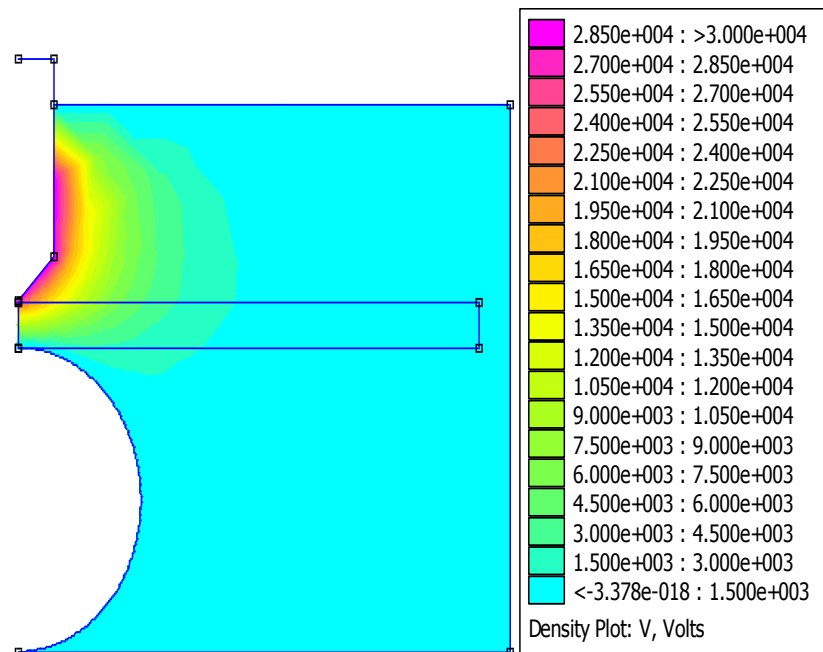


(c)

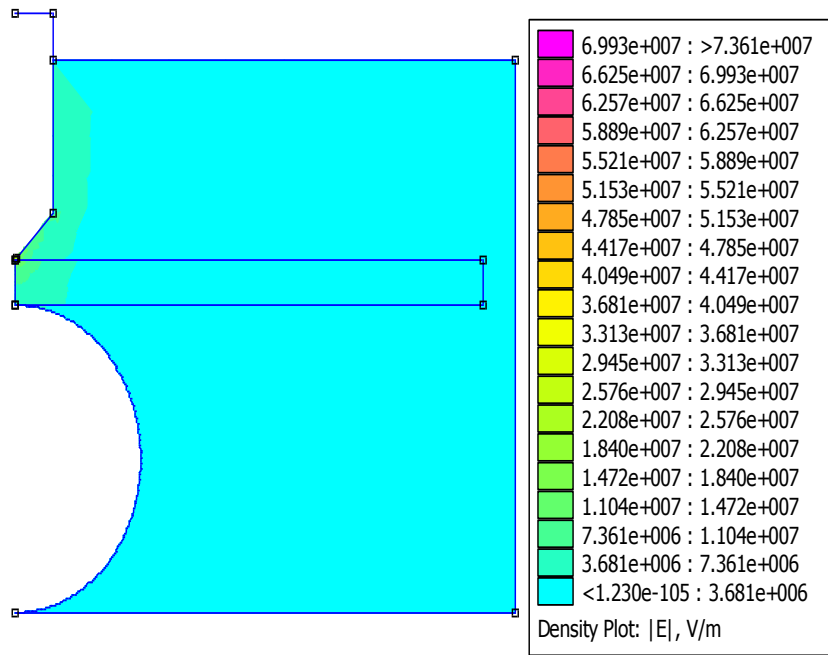
Figure III-4 : Structure pointe-plan isolée en PEBD, (a) répartition de potentiel, (b) répartition du champ électrique, effet de loupe.

2.2.2. Structure pointe-sphère

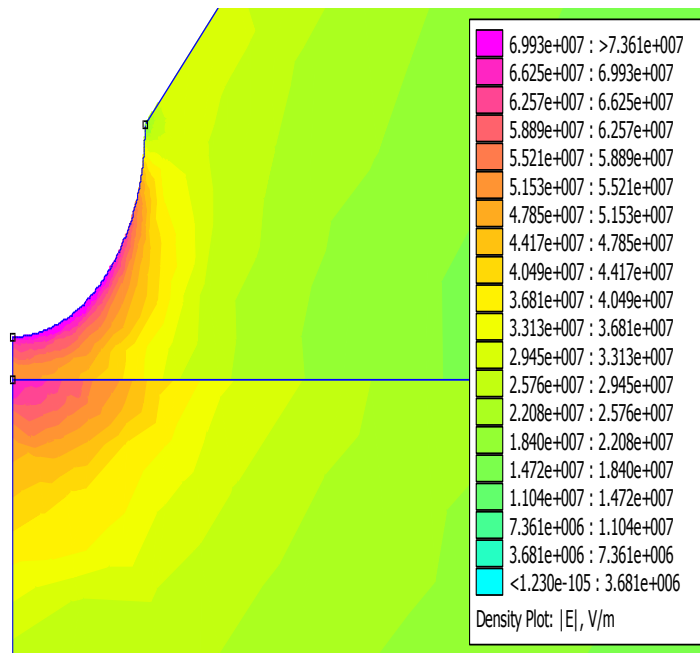
Les figures III-5 et III-6 montrent les résultats de simulation de la structure pointe-sphère pour les deux isolants PVC et PEBD.



(a)

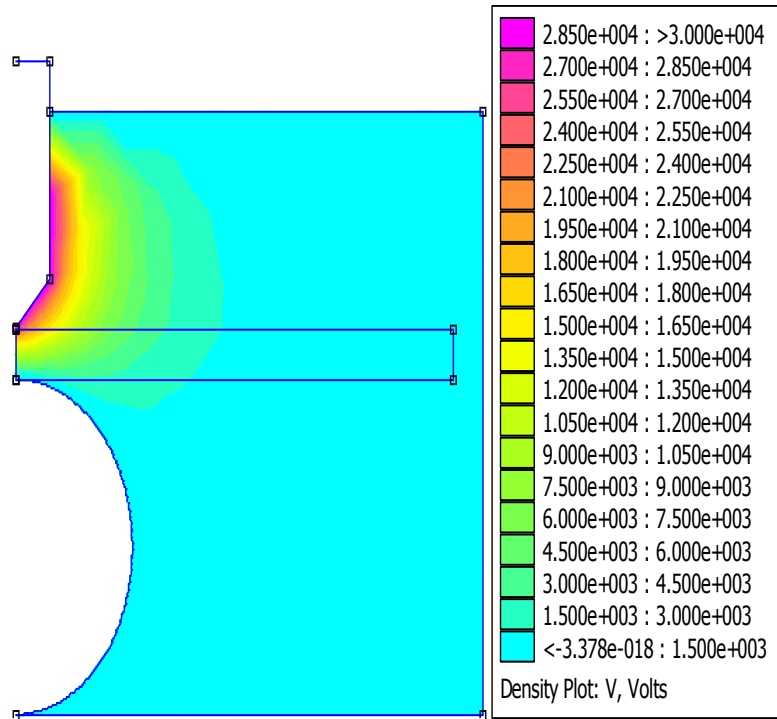


(b)

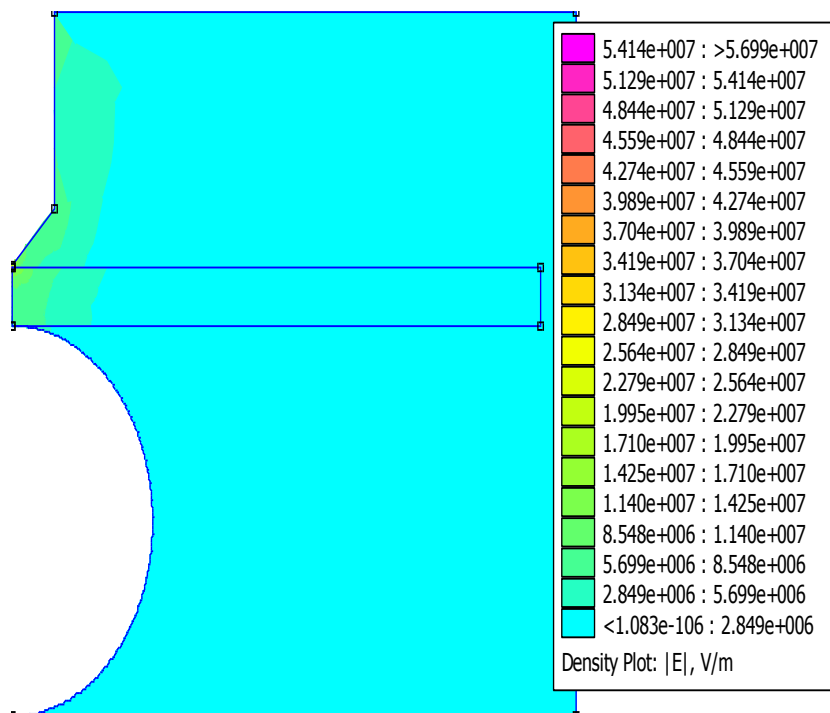


(c)

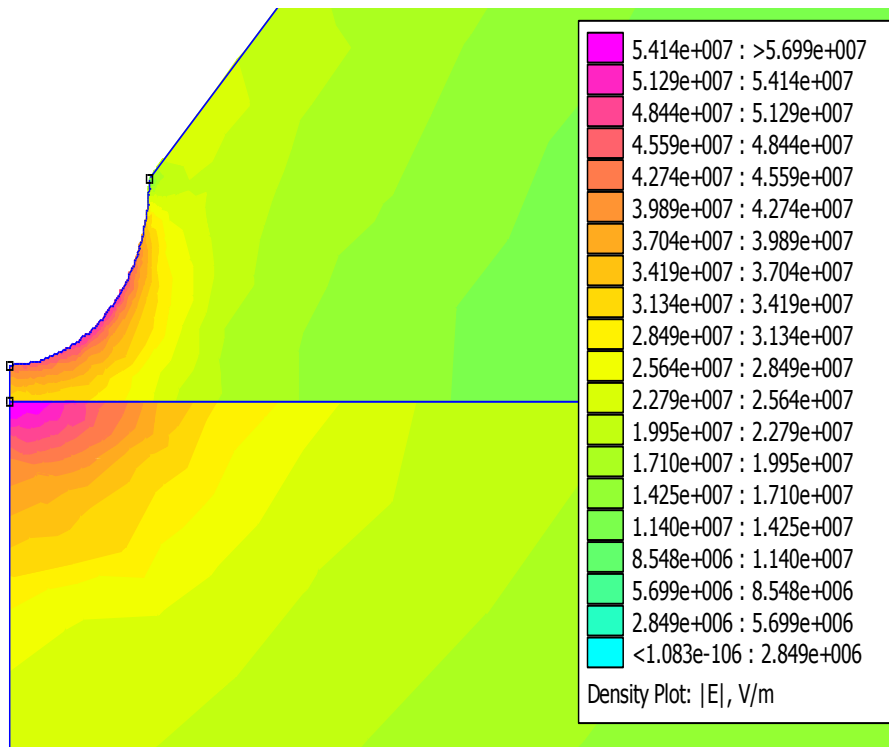
Figure III-5: Structure pointe-sphère isolée en PVC, (a) répartition de potentiel, (b) répartition du champ électrique, (c) effet de loupe.



(a)



(b)



(c)

Figure III-6: Structure pointe-sphère isolée en PEBD, (a) répartition de potentiel, (b) répartition du champ électrique, (c) effet de loupe.

2.3. Variation du potentiel et du champ électrique

Dans les figures III.7–11 sont exposées les courbes de la variation de potentiel et du champ électrique des deux isolants (PVC et PEBD) pour les deux structures d'électrodes en fonction de la distance inter électrode.

2.3.2. Structure point-plan

La figure III-7 montre la variation de potentiel dans les deux isolants (PVC et PEBD)

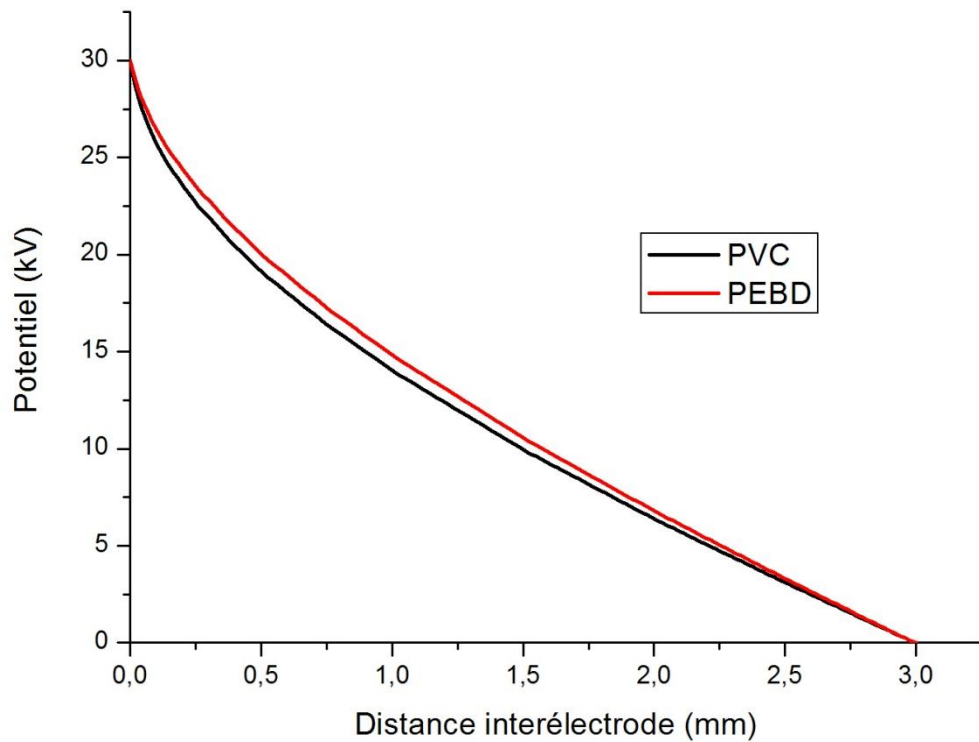


Figure III-7 : variation du potentiel en fonction de la distance inter électrodes.

La figure III-8 montre la variation du champ électrique dans le PVC et PEBD en fonction de la distance inter électrodes.

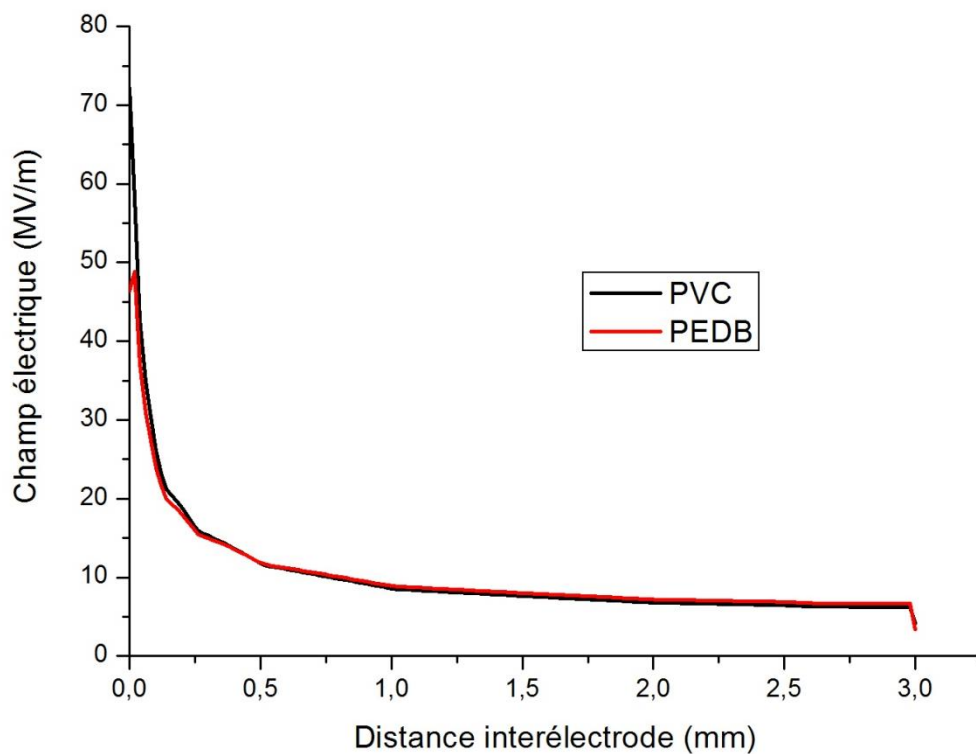


Figure III-8 : Variation de champ électrique à la distance x de l'électrode haute tension.

2.3.2. Structure pointe-sphère

La figure III-9 montre la variation de potentiel de PVC et PEBD dans la structure pointe-sphère.

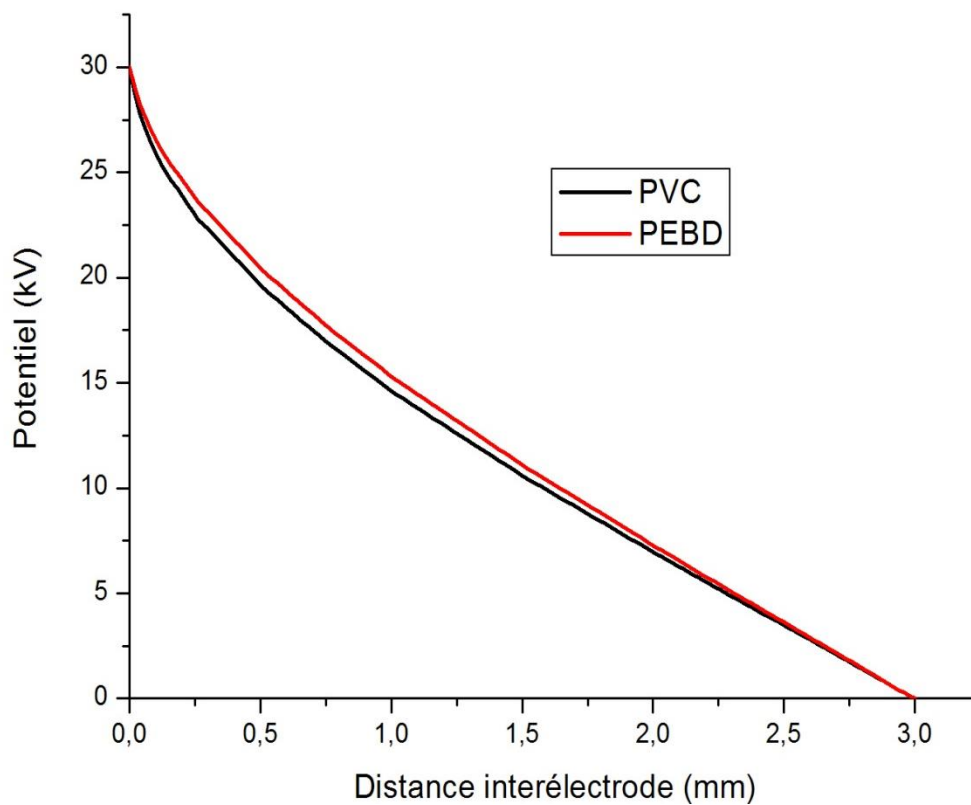


Figure III-10 : Variation de potentiel à la distance x de l'électrode haute tension.

La figure III-11 montre la variation du champ électrique de PVC et de PEBD en fonction de la distance inter électrode.

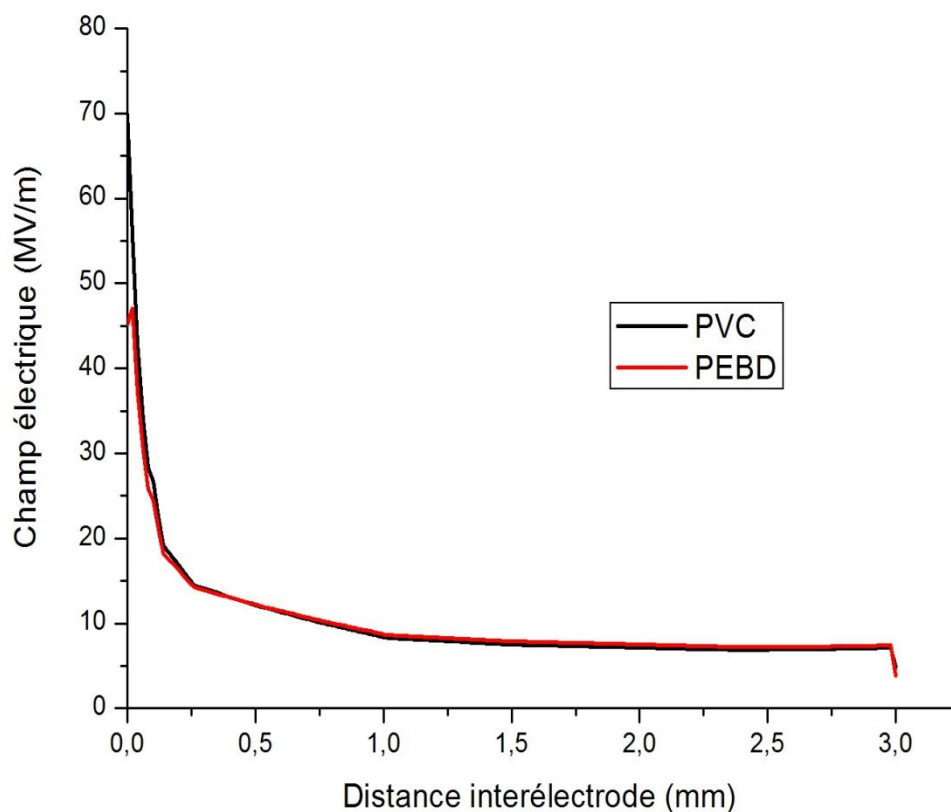


Figure III-11 : Variation de champ électrique à la distance x de l'électrode haute tension.

3. Discussions des résultats

- Pour les deux systèmes d'électrodes et pour les deux isolants, le potentiel et le champ électrique sont inversement proportionnel à la distance inter électrodes.
- Dans la structure pointe-plan, le potentiel du PEBD diminue d'une façon un peu lente que celui du potentiel de PVC en fonction de la distance interélectrode.
- Le champ électrique dans la structure pointe-plan prend des valeurs d'environ 75.14 MV/m et 57.86 MV/m dans les interfaces respectivement PVC et PEBD connectées à l'électrode haute tension et d'environ 3.75 MV/m et 2.89 MV/m dans les interfaces connectées à l'électrode de potentiel 0V.
- Pour la structure pointe-sphère on remarque que les deux isolants ont les mêmes valeurs de potentiel pour les distances proche de 0 mm et de 3 mm, pour les distances entre 0.15 mm et 1.75 mm sont légèrement différentes.
- Le champ électrique dans la structure pointe-sphère est d'environ 73.61 MV/m à l'interface de PVC connectée à l'électrode haute tension tandis que le champ électrique à l'interface connectée à l'électrode de potentiel 0V est d'environ 3.68 MV/m. A l'interface de PEBD connectée à l'électrode haute tension le champ

électrique est de l'ordre de 2.84MV/m et de l'ordre de 3MV/m à l'interface connectée à l'électrode de potentiel 0V.

4. Conclusion

La simulation du champ électrique des deux systèmes d'électrodes isolés en PVC et PEBD par la méthode des éléments finis pour une tension de 30 kV montre que les régions proches de la pointe sont fortement intense et le champ électrique est influencé par la géométrie des électrodes et la permittivité du matériau isolant.

Conclusion générale

Dans le présent mémoire, nous nous sommes principalement focalisés sur la simulation du champ électrique à l'aide d'un logiciel à éléments finis (FEMM).

Tout d'abord, une analyse bibliographique nous a permis de présenter les mécanismes de la rupture diélectrique dans différents types d'isolant (solides, liquides et gazeux).

Les résultats recueillis par FEMM nous ont bien montrés l'influence de plusieurs paramètres sur la distribution du champ électrique entre les électrodes.

En premier lieu, on remarque que le champ électrique est influencé par la géométrie des électrodes, où l'intensité du champ à la pointe est plus grande dans la structure pointe-plan que celle dans la structure pointe-sphère.

En second lieu, en changeant la permittivité du matériau isolant, le champ électrique change où l'intensité du champ électrique à la pointe dans les deux structure isolé en PVC qui a une permittivité égale à 3 est supérieur de 34% à celle isolé en PEBD qui a une permittivité égale à 2.

En fin, on peut dire que la simulation du champ électrique en utilisant un logiciel à éléments finis pour une tension de 30 kV a montré les région entre les électrodes où le champ est plus intense ou plus faible et il ressort de cette simulation que la distribution du champ est modifiée non seulement par la permittivité du matériau isolant utilisé mais aussi de la géométrie des électrodes entre lesquelles se met cet isolant.

Bibliographie

-
- [1] O. Gallot-Lavallée. « Matériaux diélectriques et électrostatiques », Lavoisier 2013.
- [2] J.H. Mason, « The deterioration and breakdown of dielectrics resulting from internal discharges », Proc. IEE, 98, pp. 44-59, 1951.
- [3] J.H. Mason, « Breakdown of solid electrics in divergent field », Proc. IEE, 102C, 2, pp. 254-263, 1955.
- [4] G. Bahder, C. Katz, J. Lawson, W. Whlstrom, « Electrical and electrochemical treeing effect in polyethylene and cross-linked polyethylene cables », IEEE Trans. PAS-93, pp. 977-987, 1974.
- [5] R. Croxford, « Initiation of trees from conducting points or edges in solid insulation », Conference International des Grands Réseaux Electriques, 1973.
- [6] F. Noto, N. Yoshimura, « Growth and forms of trees in polyethylene studied using intermittent applied voltages », Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, pp. 165-170, 1972.
- [7] Y. Shibuya, S. Zoledziowski, J.H Calderwood, « Void formation and electrical breakdown in epoxy resin », IEEE Trans. on Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-96, N° 1, pp. 198-207, 1977.
- [8] J. Perret, Y. Le Gall, P. Recoupé, « Contribution à l'étude des mécanismes de formation et de propagation des arborescences dans le polyéthylène pour câbles à haute tension », RGE, Tome 85. N°9, pp. 737-747, 1976.
- [9] M. Stoica, F. Tanasesco, G. Giurgiu, A. Ifrim, « Le phénomène d'arborescences dans les matériaux diélectriques synthétiques destinés à l'isolation des câbles de force », Conférence Internationale des Grands Réseaux Electriques, 1978.
- [10] Y. Djerroud, « Modélisation de l'arborescence et des grandeurs électriques associés à la dégradation de matériaux diélectrique solide », Mémoire de master 2, Université Abderrahmane Mira de Bejaia, 2014.
- [11] F. Noto, N. Yoshimura, « Voltage and frequency dependence of tree growth in polyethylene », Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, pp. 207-217, 1997.

-
- [12] M. Nawata, H. Kawamura, « Deterioration and breakdown due to treeing from a needle-shaped void in organic insulators », *Electrical Engineering in Japan*, Vol. 88, N°10, pp. 45-49, 1968.
- [13] J.C. Filippini, Y. Poggi, « Dégradation des polymères due aux arborescences d'eau », S.E.E. 7985.
- [14] V. Raharimalala, « Influence de la structure et de la morphologie du polymère sur le développement et la propagation des arborescences d'eau », Thèse de doctorat à l'institut national polytechnique de Grenoble, 1987.
- [15] D.M. Robinson, « Dielectric phenomena in high-voltage cables », Chapman and hall, 1936.
- [16] R.J. Densley, B. Salvage, « Partial discharges in gaseous cavities in solid dielectrics under impulse voltages conditions », *IEEE Trans. On Elect.Insul.* Vol. EI-6, N°2, pp. 54-62, 1971.
- [17] E. Gulski, H.R. kreuger, « Computer-aided analysis of discharge patterns », *J. Phys. D: Appl. Phys.* 23 , pp. 1569-1575, 1990.
- [18] A. Gemant, W.V. Philippoff, « Die Funkenstreckemitvorkondensator », *zitschfurTehn-physik*, vol, pp. 425-430, 1932.
- [19] C. Laurent, C. Mayoux, A. Sergent, « Electrical breakdown due to discharges in different types of insulation », *IEEE Trans.On Elect.Insul.* Vol. Ei-16, N°1, pp. 52-58, 1981.
- [20] J. Andrian johaninarivo, M. R. Wertheimer, A. Yelon, R.J. Densley, « Systematic study of partial discharge inception voltage in polyethylene », *Conference on Electrical Insulation an Dielectric Phenomena*, pp. 278-283, 1981.
- [21] R. Plessow, w. Pfeiffer, « Influence of the frequency on the partial discharge inception voltage », *Conference on Electrical Insulation an Dielectric Phenomena*, pp. 97-103, 1994.

-
- [22] R. Shobha, r.s. Nema, « Internal partial discharge and breakdown characteristics of thin polypropylene films », Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, pp. 408-413, 1993.
- [23] G. C. Garton, « The energy of discharges and their interaction with solid dielectrics », Gas discharges and the electricity supply industry, Butterworth, pp. 412-419, 1962.
- [24] Bui Ai, R. Lacoste, P. Mengin, J. Galand, « Phénomènes de décharges partielles », RGE, Tome 79, N°3, pp. 253-258. 1970.
- [25] Bui Ai, « Contribution à l'étude de la dégradation des isolants en feuilles sous l'action des décharges partielles », Thèse de Doctorat sciences physique, Toulouse, 1966.
- [26] C. Menguy, « Mesure de l'énergie des décharges partielles et dégradation des isolants » SEE, pp. 233-240, 1989.
- [27] R. Schifani, « A novel histogram for partial discharge signals in HV insulation systems », IEEE Trans. on Elect. Insul., Vol. EI-21, N°1, pp. 86-97, 1986
- [28] Y. Shibuya, S. Zoledziowski, J. H. Clderwood, « A simple measurement of partial discharges of low intensity », IEEE Trans. on Elect. Insul. Vol. EI-17, N°4, pp. 354-355, 1982.
- [29] G. Garcia, B. Fallou, « Equipment for the energy measurement of partial discharges », IEEE Trans. on Elect. Insul. Vol. EI-19, N°3, pp. 223-226, 1984.
- [30] L. Yao, Q. Su, « A new partial discharge detector », 4th International Conference on Properties and Applications of Dielectric Materials, July 3-8, 1994, pp. 598-601.
- [31] H. Guzman, H.G. Kranz, « Analysis of internal partial discharges in solid dielectrics using an electro-optical measurement system », IEEE 5th International Conference on Conduction and Breakdown in Solid dielectrics, pp. 239-243, 1995.
- [32] R. Bartnikas, « A commentary on partial discharge measurement and detection », IEEE trans. On Elect. Insul., vol. EI-22, N°5, October 1987, pp. 629-653.
- [33] B. Mireille, « Etude des matériaux isolants d'encapsulation pour la montée en température des modules de puissance haute tension », Thèse de l'Université de Toulouse – 2011.

- [34] M. Ieda, « Dielectric breakdown process of polymers », IEEE Transactions on Electrical Insulation Vol. 15, No. 3, pp. 206 – 224, 1980.
- [35] Coelho, B. Aladenize, « Les diélectriques, propriétés diélectriques des matériaux isolants », Edition Hermes, 1993.
- [36] M. Nedjar, « Evaluation de la tenue diélectrique à court et à long termes des polymères utilisés dans les dispositifs haute tension », Thèse de Doctorat d'Etat ES Sciences Physiques, Université de Tizi-Ouzou, 2003.
- [37] Coelho, R. Goffaux, « Dissipation et claquage thermique dans les solides non métalliques soumis à un champ électrique intense », Revue Physique Appliquée, Vol. 16, pp. 67-75, 1981.
- [38] Coelho, « Charged'espace engendrée par un gradient de température », RGE, Tome 87, No. 11, pp. 881-886, 1978.
- [39] M. Fröhlich, « Theory of dielectrics », Oxford Univ. Press, 1949.
- [40] R. Fournié, « Les isolants en électrotechnique. Concepts et théories », Edition Eyrolles, 1986.
- [41] J. J. OD'wyer, B. L. Beers, « Thermal breakdown of dielectrics », Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, pp. 193-198, 1981.
- [42] A. Tilmatine, « Matériaux diélectriques », https://www.univ-sba.dz/fsi/downloads/ETL437-Chapitre_7.pdf.
- [43] L. A. Dissado, J. C. Fothergill, « Electrical degradation and breakdown in polymers », G.C. Stevens, 1992.
- [44] K. H. Stark, G. C. Garton, « Electric strength of irradiated polyethylene », Nature, Vol. 176, No. 60, pp. 1225-1226, 1955.
- [45] O. Gallot-Lavallée. « Matériaux diélectriques et électrostatiques », Lavoisier 2013.
- [46] M. Hairour, « Etude diélectrique d'une isolation hybride gaz-solide pour appareillage haute tension », Thèse doctorat Electronique, Optronique et Systèmes, université de Montpellier, 2007.
- [47] A. Rein, « Mécanismes et critères de la rupture diélectrique dans les gaz. Mesure des grandeurs caractéristiques de la décharge. Etude bibliographique », ELECTRA N°32.

- [48] J. M Meek, J.D Craggs, « Electrical breakdown of gases », The International Series of Monographs on Physics, Clarendon Press, 1953.
- [49] H. Raether, « Electron avalanches and breakdown in gases », Butterwords, London, 1964.
- [50] A. Pedersen, « Criteria of spark breakdown in sulphur hexafluoride »,IEEE Trans. on Power Appar.Syst., pp. 2043-48, 1970.
- [51] https://fr.wikipedia.org/wiki/Loi_de_Paschen
- [52] A. Imhof. Bull.SEV/VSE, t. 72, N°5, p. 225-233, 1981.
- [53] G. Charlot, B. Tremillon. « lesreactions chimiques dans les solvants et les sels fondus », Gauthier-Villars, 1963.
- [54] P. Durand, R. Fournié. IEEE Conférence publication N°67, 1970.
- [55] A. Nikura dse. « Das flussigedielektrikum ».Spring-Verlag, 1934.
- [56] G. Brière – Ann. Phys., N°9, p. 73-103, 1964.
- [57] J. L. Oncley, W. C. Hollibaugh. – Trans. Electr. Eng., N°59, p. 625-628, 1940.
- [58] Von. Hippel. J. Appl. Phys. N°8, p. 815, 1937.
- [59] K. C. Kao. « J. of Electrochem ».Soc. N°108, p. 522, 1961.
- [60] K. C. Kao. J. P. McMath. IEEE Trans. Electr. Insul. EI-5, p. 64, 1970.
- [61] J. A. Kok. « Electrical breakdown of insulating liquids ».Philips Technical Library, 1961.
- [62] A. H. Sharbaugh. J. C. Devins, s. j. Rzađ. IEEE Trans. Electr. Insul., EI-13, N°4, p. 249, 1978
- [63] K. Krazucki. Proc. Roy. Soc., A-294, p. 393, 1966.
- [64] B. M. Goswami. L. Angerer. Int. Conf. onDiel. Liquid, Dublin, 1972.
- [65] R. Fournié, Y. Legall, J. Robert, P. Recoupé. Third Int. Symp. on Hight Voltage Engineering° 23-05, 1979.
- [66] T.V. Oommen, E. M. Petrie. IEEE Trans. Power Appl.And syst. Pas. 102, N°5, 1983, p. 1459.

-
- [67] C. Valentin, « Les réseaux d'énergie électrique », Lavoisier 2006.
- [68] H. Steinbigler, « Anfangsfeldstärke und Ausnutzungsfaktoren rotations symmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft », Diss TH München 1969.
- [69] Chari M.V.K., Silvester I.I. « Finite Elements in Electrical and Magnetic field problems ». Wiley and Sons, Chichester, New York, Brisbane, Toronto, 1980.
- [70] Zienkiewicz O.C. « The finite element method in engineering science ». Mc Graw-Hill, London, 1971.
- [71] Beyen M., Boeck W, Moller K., Zaengl W « Hochspannungstechnik. Sorineyer », Berlin, Heidelberg, New York 1986.
- [72] V. Grastan. « Eine Veranschaulichung der Elementen method. Nuclear Engineering and Design », 15 (1971).
- [73] A. Kuchler. « Hochspannungstechnik. VDI-Verlag », Düsseldorf, 1996.
- [74] H. Steinbigler. « Anfangsfeldstärken und Ausnutzungsfaktoren rotations symmetrischer Elektrodenanordnungen in Luft », Diss. TH München 1969.
- [75] G. Dhatt, G. Touzot, E. Lefrançois, « Une présentation de la méthode éléments finis », Presses Université de Laval, 1981.
- [76] « Methodes des volumes finis » <http://thesis.univ-biskra.dz/2722/5/chapitre%2003>