



Détection des Endommagements dans des Structures en Matériaux Multicouches en Utilisant des Données Vibratoires : Application aux Plaques Stratifiées

Présenté Par

CHIKHAOUI Nasredine

EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLÔME DE MASTER
EN GENIE MECANIQUE
OPTION : CONSTRUCTION MÉCANIQUE

Soutenu publiquement le 03 /10/ 2012 devant le Jury composé de :

TIACHACHT Samir

Président

BEHTANI Amar

Promoteur

SLIMANI Mohand

Examineur

AMZIANI Ahcene

Examineur

BELAID Kamel

Examineur

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant, qui m'a donné la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, je tiens à remercier mon encadreur Mr : BEHTANI Amar, pour ses précieux conseils et son aide durant toute la période du travail.

Mes vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner ce travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Enfin, je tiens également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Dédicace

Ce travail, et bien au-delà, je le dois à mes très chers parents qui m'ont fourni au quotidien un soutien et une confiance sans faille et de ce fait, je ne saurais exprimer ma gratitude seulement par des mots. Que dieu vous protège et vous garde pour nous.

A ma précieuse sœur Célia, les mots ne peuvent résumer ma reconnaissance et mon amour à ton égard.

A mon cher frère Brahim que j'aime tant.

A mes adorables amis, Rabah, Hocine, Khalef, Mustapha, Ouassila et Nardjes pour leur fidélité et leur soutien.

A tous mes amis avec lesquels j'ai partagé mes moments de joie et de bonheur.

Que toute personne m'ayant aidé de près ou de loin, trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Sommaire

Remerciements.....	i
Dédicace.....	ii
Sommaire.....	iii
Liste des figures.....	vi
Liste des tableaux.....	viii
Nomenclature.....	ix
Introduction générale.....	1

Partie I : Etude bibliographique

Chapitre I : Introduction aux matériaux composites

I.1. Introduction.....	3
I.2. Caractéristiques générales.....	3
I.3. Classification des matériaux composites.....	4
I.3.1. Classification suivant la forme des constituants.....	4
I.3.1.1. Composites à fibres.....	4
I.3.1.2. Composites à particules.....	4
I.3.2. Classification suivant la nature des constituants.....	4
I.4. Architecture des matériaux composites.....	5
I.4.1. Composites sandwichs.....	5
I.4.2. Stratifiés.....	6
I.4.2.1. Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels.....	6
I.4.2.2. Stratifiés hybrides.....	6
I.4.2.3. Désignation des structures stratifiées.....	7
I.5. Propriétés mécaniques des matériaux composites.....	8
I.5.1. Relation contraintes-déformations d'un composite unidirectionnel.....	9
I.5.2. Relation contraintes-déformations d'un composite multicouches.....	11
I.5.2.1. Composite équivalent.....	11
I.6. mécanismes de rupture dans les matériaux composites.....	12
I.6.1. Modes ruptures.....	12
I.6.2. Fissuration.....	13
I.6.3. Mécanismes de rupture dans un unidirectionnel.....	13
I.6.3.1. Rupture des fibres.....	14
I.6.3.2. Rupture transverse de la matrice.....	14
I.6.3.3. Rupture longitudinale de la matrice.....	14
I.6.3.4. Rupture de l'interface.....	14
I.6.4. Rupture des stratifiés.....	16
I.6.5. Propagation de la rupture.....	17

I.6.5.1. Forte adhérence fibre/matrice.....	18
I.6.5.2. Faible adhérence fibre/matrice.....	18
I.6.6. Causes de défaillances des pièces en matériaux composites.....	19
I.6.6.1. Défaillances au niveau de la fabrication de la pièce.....	19
I.6.6.2. Défaillances liées à l'utilisation.....	20
I.7. Conclusion.....	20

Chapitre II : Etat de l'art sur le thème

II.1. Introduction.....	21
II.2. Méthodes de contrôle non destructif.....	21
II.2.1. Contrôle visuel.....	22
II.2.2. Contrôle par ressuage.....	22
II.2.3. Contrôle par radiographie.....	22
II.2.4. Contrôle par ultrasons.....	22
II.2.5. Contrôle par thermographie infrarouge.....	23
II.3. Potentialités et limites des CND.....	23
II.4. Contrôle continu de l'état de la structure.....	24
II.4.1. Méthodes basées sur des données vibratoires.....	24
II.4.1.1. Fréquences naturelles.....	24
II.4.1.2. Déformées propres.....	26
II.4.1.3. Amortissement.....	27
II.4.1.4. Fonctions de réponse fréquentielle (FRF).....	28
II.4.1.5. Energie de déformation modale.....	28
II.4.1.6. Flexibilité modale.....	29
II.5. Conclusion.....	30

Chapitre III : Modélisation des plaques stratifiées en éléments finis

III.1. Introduction.....	31
III.2. Théorie des stratifiés.....	32
III.3. Formulation d'un élément fini.....	32
III.3.1. Fonctions d'interpolation.....	33
III.3.2. Champ de déplacements.....	33
III.3.3. Comportement en membrane.....	36
III.3.4. Comportement en flexion.....	36
III.3.5. Comportement en cisaillement transverse.....	37
III.3.6. Formulation énergétique.....	37
III.3.6.1. Matrice de raideur.....	37
III.3.6.2. Matrice de masse.....	39
III.4. Problème aux valeurs propres.....	40
III.5. Conclusion.....	41

Partie II : Simulation numérique

Chapitre IV : Présentation et application de la méthode des forces résiduelles

IV.1. Introduction.....	42
-------------------------	----

IV.2. Présentation de la méthode.....	42
IV.3. Application de la méthode.....	44
IV.3.1. Présentation de la structure.....	44
IV.3.2. Plaque stratifiée entre deux appuis simples.....	45
IV.3.2.1. Un seul élément endommagé.....	46
IV.3.2.2. Deux éléments endommagés.....	48
IV.3.2.3. Trois éléments endommagés.....	51
IV.3.3. Plaque stratifiée encastree-libre.....	52
IV.3.3.1. Un seul élément endommagé.....	53
IV.3.3.2. Deux éléments endommagés.....	55
IV.3.3.3. Trois éléments endommagés.....	57
IV.4. Conclusion.....	58

Chapitre V : Présentation et application de la méthode énergétique

V.1. Introduction.....	59
V.2. Présentation de la méthode.....	59
V.3. Application de la méthode.....	60
V.3.1. Plaque stratifiée entre deux appuis simples.....	61
V.3.1.1. Un seul élément endommagé.....	61
V.3.1.2. Deux éléments endommagés.....	63
V.3.1.3. Trois éléments endommagés.....	65
V.3.2. Plaque stratifiée encastree-libre.....	66
V.3.2.1. Un seul élément endommagé.....	66
V.3.2.2. Deux éléments endommagés.....	68
V.3.2.3. Trois éléments endommagés.....	70
V.4. Conclusion.....	70
Conclusion et perspectives.....	71
Annexe A.....	73
Annexe B.....	80
Références bibliographiques.....	83

Liste des figures

Figure	Page
Fig.1.1 Composite sandwichs.....	5
Fig.1.2 Stratification.....	7
Fig.1.3 Désignation d'un stratifié.....	8
Fig.1.4 Pli composite unidirectionnel.....	10
Fig.1.5 Modes de ruptures.....	12
Fig.1.6 Différents types de fissuration d'un stratifié.....	13
Fig.1.7 Rupture d'une fibre.....	14
Fig.1.8 Rupture transverse de la matrice.....	15
Fig.1.9 Rupture longitudinale de la matrice.....	15
Fig.1.10 Décohésion fibre/matrice.....	16
Fig.1.11 Mécanismes de rupture dans un stratifié.....	16
Fig.1.12 Stratifié croisé 0°/90° soumis à une traction dans la direction 0°.....	17
Fig.1.13 Stratifié croisé ±45° soumis à une traction dans la direction 0°.....	17
Fig.1.14 Propagation de la rupture dans le cas d'une forte adhérence fibre/matrice.	18
Fig.1.15 Propagation de la rupture dans le cas d'une faible adhérence fibre/matrice.....	19
Fig.3.1 Elément d'un stratifié.....	33
Fig.3.2 Elément à 4 nœuds.....	34
Fig.3.3 Déformation en flexion d'une plaque incluant le cisaillement transverse....	34
Fig.4.1 Représentation tridimensionnelle de la plaque stratifiée.....	45
Fig.4.2 Plaque stratifiée entre deux appuis simples.....	45
Fig.4.3 Cas test 1.....	47
Fig.4.4 Cas test 2.....	47
Fig.4.5 Cas test 3.....	47
Fig.4.6 Cas test 4.....	48
Fig.4.7 Cas test 5.....	49
Fig.4.8 Cas test 6.....	49
Fig.4.9 Cas test 7.....	50
Fig.4.10 Cas test 7 (perturbation suivant E_x).....	50
Fig.4.11 Cas test 7 (perturbation suivant E_y).....	51
Fig.4.12 Cas test 8.....	51
Fig.4.13 Plaque stratifiée encastree-libre.....	52
Fig.4.14 Cas test 9.....	53
Fig.4.15 Cas test 10.....	54
Fig.4.16 Cas test 11.....	54
Fig.4.17 Cas test 12.....	55
Fig.4.18 Cas test 13.....	55

Fig.4.19 Cas test 14.....	56
Fig.4.20 Cas test 15.....	56
Fig.4.21 Cas test 15 (perturbation suivant E_x).....	57
Fig.4.22 Cas test 15 (perturbation suivant E_y).....	57
Fig.4.23 Cas test 16.....	58
Fig.5.1 Discrétisation de la plaque en 64 éléments.....	60
Fig.5.2 Plaque stratifiée entre deux appuis simples.....	61
Fig.5.3 Cas test 17.....	62
Fig.5.4 Cas test 18.....	62
Fig.5.5 Cas test 19.....	62
Fig.5.6 Cas test 20.....	63
Fig.5.7 Cas test 21.....	64
Fig.5.8 Cas test 22.....	64
Fig.5.9 Cas test 23.....	64
Fig.5.10 Cas test 24.....	65
Fig.5.11 Plaque stratifiée encastree-libre.....	66
Fig.5.12 Cas test 25.....	67
Fig.5.13 Cas test 26.....	67
Fig.5.14 Cas test 27.....	67
Fig.5.15 Cas test 28.....	68
Fig.5.16 Cas test 29.....	69
Fig.5.17 Cas test 30.....	69
Fig.5.18 Cas test 31.....	69
Fig.5.19 Cas test 32.....	70

Liste des tableaux

Tableau	Page
Tab.1.1 Types de problèmes rencontrés selon l'étape d'élaboration d'une pièce en composite.....	19
Tab.1.2 Potentialités et limites des méthodes CND.....	23
Tab.2.2 Principales méthodes de détection d'endommagement.....	29
Tab.4.1 Récapitulatif des cas tests pour la première méthode en appuis simples....	46
Tab.4.2 Fréquences des structures saine et endommagée entre deux appuis simples.....	46
Tab.4.3 Récapitulatif des cas tests pour la première méthode en encastré-libre.....	52
Tab.4.4 Fréquences des structures saine et endommagée en encastré-libre.....	53
Tab.5.1 Récapitulatif des cas tests pour la deuxième méthode entre deux appuis simples.....	61
Tab.5.2 Récapitulatif des cas tests pour la deuxième méthode en encastré-libre...	66

Nomenclature

E_i : Module de Young dans la direction i .

E_x : Module de Young dans la direction de l'axe x .

E_y : Module de Young dans la direction de l'axe y .

G_{ij} : Module de cisaillement dans le plan correspondant.

G_{xy} : Module de cisaillement transverse de la plaque.

ν_{ij} : Coefficients de Poisson dans le plan correspondant.

ν_{xy} : Coefficients de Poisson dans le plan (xy) .

ν_{yz} : Coefficients de Poisson dans le plan (yz) .

ε_j : Déformation relative dans la direction j .

γ_{ij} : Glissement de cisaillement dans le plan correspondant.

σ_i : Contrainte dans la direction i .

τ_{ij} : Contrainte de cisaillement dans le plan correspondant.

$[S]$: Matrice de souplesse.

$[C]$: Matrice de complaisance.

$[A]_e$: Matrice de rigidité en membrane.

$[D]_e$: Matrice de rigidité en flexion.

$[B]_e$: Matrice de rigidité en couplage membrane/flexion.

$[F]_e$: Matrice de rigidité en cisaillement transverse.

$[K]_e$: Matrice de raideur élémentaire.

$[K]$: Matrice de raideur globale.

$[M]_e$: Matrice de masse élémentaire.

$[M]$: Matrice de masse globale.

h_i : Fonctions d'interpolation.

ω : Pulsation propre.

f : Fréquence.

$\{\phi\}$: Vecteur propre.

ρ : Masse volumique.

$\{\phi\}_s$: Vecteur propre de la structure saine.

$\{\phi\}_d$: Vecteur propre de la structure endommagée.

Introduction générale

Les matériaux composites sont de nos jours de plus en plus utilisés comme alternative aux matériaux conventionnels, en raison de leur haute résistance, rigidité spécifique, ainsi que leurs propriétés mécaniques ajustables dans de grandes proportions. Les composantes de la structure sont souvent sollicitées avec des charges cycliques qui peuvent l'endommager. De ce fait, le contrôle continu de ces derniers est devenu une nécessité pour garantir l'intégrité, la fiabilité et la sécurité de la structure.

Les méthodes de contrôle non destructif (CND) traditionnelles sont d'un grand apport dans le domaine du contrôle des structures, mais elles sont limitées par leur incapacité à contrôler la structure en continu, aussi ces méthodes ne peuvent pas être utilisées sur de grandes structures, sans connaître, a priori, l'endroit de la défaillance.

Les méthodes de détection d'endommagement, basées sur des données vibratoires, sont apparues pour remonter ces difficultés. L'idée de base de ces méthodes est que l'endommagement provoque un changement dans les propriétés mécaniques de la structure (rigidité, masse et amortissement), qui induisent à leur tour des changements dans les propriétés dynamiques de la structure (fréquences naturelles, déformées modales...). Ces changements sont utilisés pour détecter, localiser et quantifier l'endommagement.

Dans ce travail, nous avons étudié deux méthodes de détection d'endommagements, basées sur des données vibratoires, sur des structures plaques en matériau composite stratifié. La première méthode utilise les fréquences naturelles et les déformées propres, et

la deuxième méthode utilise les déformées propres uniquement. Et cela dans le but de faire apparaître la sensibilité de ces paramètres dynamiques à la présence de défauts et de faire une comparaison entre les deux méthodes.

La première partie est consacrée à l'étude bibliographique des matériaux composites, les méthodes de détection d'endommagement et la modélisation en éléments finis. Le premier chapitre donne un aperçu général sur les matériaux composites, et les différents types de défauts qu'on peut rencontrer sur ces matériaux.

Dans le deuxième chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de contrôle des structures, en s'étalant sur les méthodes basées sur des données vibratoires. Le troisième chapitre est consacré à la modélisation en éléments finis d'une plaque stratifiée.

La deuxième partie de ce travail est consacrée à la simulation numérique.

Nous avons étudié une méthode de détection basée sur des données vibratoires, appelée « forces résiduelles modales », sous différents types de conditions aux limites, dans le chapitre quatre. Le chapitre qui suit est consacré à l'étude de la méthode de l'énergie de déformation modale, elle est testée sous les mêmes conditions aux limites que la première méthode.

Ce travail se veut une initiation à la recherche scientifique dans les domaines de la dynamique des structures, des méthodes de contrôle des structures, de la modélisation et des matériaux composites.

Partie I :

Etude bibliographique

Chapitre I :

Introduction aux matériaux composites

I.1. Introduction [1]

Dans un sens large, le mot « composite » signifie : « constitué de deux ou plusieurs parties différentes ». En fait, l'appellation matériau composite est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif. Nous en donnons la définition générale suivante : « un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieures à celui des composants pris séparément ».

I.2. Caractéristiques générales [2]

Un matériau composite est constitué dans le cas le plus générale d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase continue est appelée la « matrice », la phase discontinue est appelée le « renfort ». Le renfort apporte au matériau composite ses performances mécaniques élevées, alors que la matrice a pour rôle de transmettre aux fibres les sollicitations mécaniques extérieurs, ainsi que de les protéger des agressions extérieures.

Les propriétés des matériaux composites résultent :

- des propriétés des matériaux constitutants ;
- de leurs distribution géométrique ;
- de leurs interactions.

I.3. Classification des matériaux composites [3]

Les matériaux composites peuvent être classés de deux manières, soit suivant la forme des constituants, soit suivant la nature des constituants.

I.3.1. Classification suivant la forme des constituants

Selon la forme des constituants, les matériaux composites sont classés comme suit :

I.3.1.1. Composites à fibres

Le composite est à fibres, si le renfort se trouve sous forme de fibres. L'arrangement des fibres et leur orientation permettent de moduler les propriétés mécaniques du matériau composite ; c'est de là que résulte tout l'intérêt qu'ont les composites à fibres pour le concepteur.

I.3.1.2. Composites à particules

Un matériau composite est à particules lorsque le renfort se trouve sous forme de particules. Une particule, par opposition aux fibres, ne possède pas de dimensions privilégiées.

I.3.2. Classification suivant la nature des constituants

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrices organiques, à matrices métallique ou à matrices minérale. Les matériaux composites à matrice organique sont utilisés dans le domaine de températures ne dépassant pas 200 à 300°C, tandis que ceux à matrices métallique ou minérale peuvent atteindre 600°C pour les premiers, et jusqu'à 1000°C pour les seconds.

Divers renforts sont associés à ces matrices. Seuls certains couples d'association sont actuellement à usage industriel, d'autres faisant l'objet d'un développement dans les laboratoires de recherche. Parmi ces composites nous pouvons citer :

— Composites à matrice organique (résine), avec :

- des fibres minérales : verre, carbone, etc.
- des fibres organiques : kevlar, polyamide, etc.
- des fibres métalliques : bore, aluminium, etc.

— Composites à matrice métallique (alliages légers et ultralégers d'aluminium, de magnésium et de titane), avec :

- des fibres minérales : carbone, carbure de silicium (SiC),
- des fibres métalliques : bore,

- des fibres métallo-minérales : fibres de bore revêtues de carbure de silicium.

— Composites à matrice minérale (céramique), avec :

- des fibres métalliques : bore,
- des particules métalliques : cermets,
- des particules minérales : carbures, nitrures, etc.

I.4. Architecture des matériaux composites

I.4.1. Composites sandwichs

Le principe de la technique sandwich consiste à appliquer à une âme, possédant de bonnes propriétés en compression, deux « feuilles » appelées peaux, possédants de bonnes propriétés en traction (Fig.1.1). L'objectif d'un tel procédé est de constituer une structure permettant de concilier légèreté et rigidité ; toutefois, il faut s'assurer d'une bonne solidarisation de l'ensemble âme-peaux, de façon à répartir les efforts entre les différents constituants. L'assemblage se fait par collage, à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence.

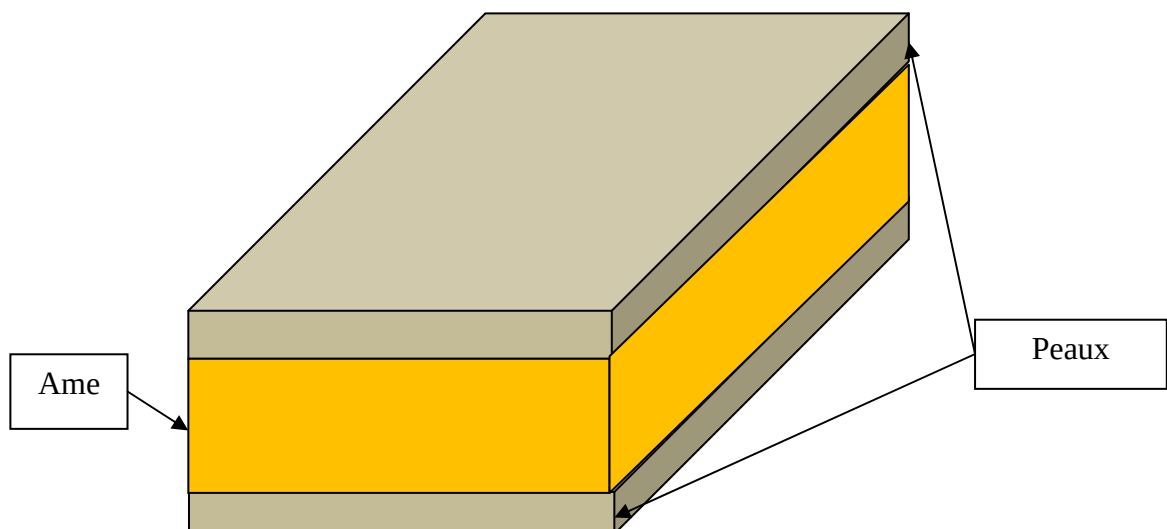


Fig.1.1 Composite sandwich

Les matériaux les plus couramment utilisés sont :

— pour les âmes pleines :

- le balsa ou bois cellulaires ;
- diverses mousses cellulaires ;
- des résines chargées de microsphères creuses de verre ;

— pour les âmes creuses, essentiellement nid d'abeilles et profilés :

- des alliages métalliques légers ;
- du papier Kraft ;
- du papier polyamide, type papier Nomex.

Les peaux sont les plus souvent des stratifiés (verre, carbone, Kevlar) ou de feuilles d'alliages légers.

I.4.2. Stratifiés

On appelle ainsi ce qui résulte de la superposition de plusieurs couches (plis), de nappes unidirectionnelles, de tissus ou de mats, avec des orientations propres à chaque pli : c'est l'opération de drapage (Fig.1.2).

L'un des avantages fondamentaux des stratifiées réside dans la possibilité d'adapter et de contrôler l'orientation des fibres pour que le matériau résiste à des sollicitations déterminées dans les meilleures conditions. Il convient donc de savoir comment les plis réagissent aux efforts qui leur sont appliqués, compte tenu de leur orientation par rapport aux sollicitations. Il existe divers types de stratifiés :

I.4.2.1. Stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels

Les stratifiés à base de fils ou de tissus unidirectionnels sont constitués de couches de fils ou de tissus unidirectionnels, dont la direction est décalée dans chaque couche.

I.4.2.2. Stratifiés hybrides

Les stratifiés hybrides sont constitués de couches successives comportant des fibres de nature différentes, qu'il sera nécessaire de les mentionner dans la désignation. Ils permettent d'avoir un composite plus performant, en utilisant au mieux les propriétés des diverses fibres disponibles. Parmi les différents hybrides on peut distinguer :

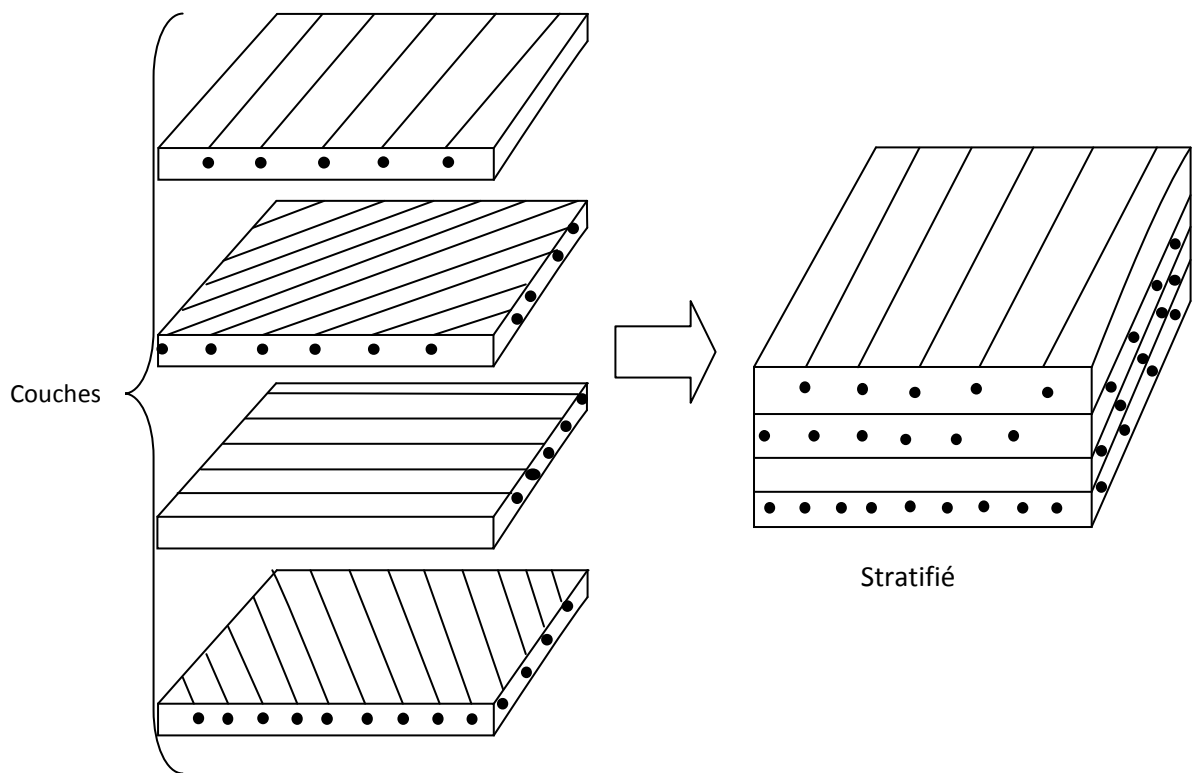


Fig.1.2 Stratification

- des hybrides inter-couches, constitués d'une suite de couches, chacune de nature différente ;
- des hybrides intra-couches, constitués par une séquence de couches identiques, chaque couche étant constituée de renforts différents ;
- des couches métalliques peuvent également être intercalées entre les couches.

I.4.2.3. Désignation des structures stratifiées

Les structures stratifiées à base de fibres unidirectionnelles sont constituées d'un grand nombre de couches ou plis.

L'épaisseur d'une couche est généralement très faible, de l'ordre de 0.125mm pour un matériau carbone-époxy de type aéronautique, et de 0.3mm pour ceux utilisés dans l'industrie nautique. Ces structures stratifiées sont constituées de couches unidirectionnelles avec des fibres orientées de façon différente d'une couche à l'autre afin d'obtenir les propriétés mécaniques souhaitées pour la structure finale.

La désignation des structures stratifiées est délicate car il faut préciser les axes de référence. Un stratifié est codifié de la façon suivante :

- chaque couche est désignée par un nombre indiquant la valeur en degré de l'angle que fait la direction des fibres avec l'axe de référence x ;
- les couches sont nommées successivement entre crochet en allant de la face inférieure à la face supérieure. Les couches successives sont séparées par le symbole « / » ;
- les couches successives d'un même matériau et de même orientation sont désignées par un indice numérique ;
- en cas de stratification hybride (différents matériaux dans un même stratifié), il faut préciser par un indice la nature de la couche ;
- en cas de structures symétriques, la moitié est codifiée et le symbole « s » indique la symétrie.

Exemple de désignation

Désignation : $[30/90_2/-45/0/45]$ (Fig.1.3).

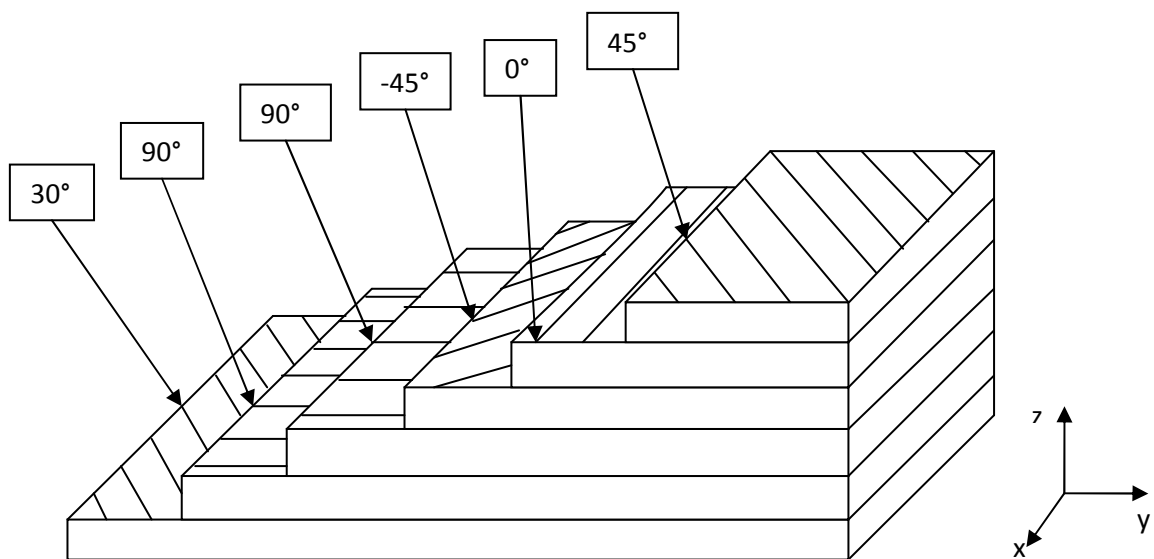


Fig.1.3 Désignation d'un stratifié

I.5. Propriétés mécaniques des matériaux composites

L'analyse d'une structure composite est plus complexe que celle d'une structure en matériau traditionnel, métallique par exemple. Cela est dû au caractère hautement anisotrope des propriétés mécaniques du matériau de base, aussi bien en raideur qu'en résistance, assurées par les fibres. Or, si l'on excepte quelques cas particuliers tels les câbles ou les tirants, une structure doit supporter des efforts dans plusieurs directions, et le

matériau constitutif correspondant doit être obtenu par la mise en œuvre d'arrangements de couches soigneusement dimensionnées et orientées.

I.5.1. Relation contraintes-déformations d'un composite unidirectionnel

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_1} & \frac{-\nu_{31}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{32}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_1} & \frac{-\nu_{23}}{E_2} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{31}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{21}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.1)$$

Avec : 1,2et3 directions de symétrie (Fig.1.4)

E_i : Module de Young dans la direction i .

ν_{ij} : Coefficient de Poisson dans le plan correspondant.

G_{ij} : Module de cisaillement dans le plan correspondant.

ε_j : Déformation relative dans la direction j .

γ_{ij} : Glissement de cisaillement dans le plan correspondant.

σ_i : Contrainte dans la direction i .

τ_{ij} : Contrainte de cisaillement dans le plan correspondant.

Avec, pour raison de symétrie :

$$\frac{\nu_{21}}{E_2} = \frac{\nu_{12}}{E_1} \quad ; \quad \frac{\nu_{23}}{E_2} = \frac{\nu_{32}}{E_3} \quad ; \quad \frac{\nu_{31}}{E_3} = \frac{\nu_{13}}{E_1} \quad (1.2)$$

Cette matrice, qui permet d'obtenir des déformations relatives connaissant les contraintes, est généralement appelée matrice de souplesse, est notée $[S]$. La matrice inverse, notée $[C]$, est généralement appelée matrice des complaisances (ou des rigidités). Elle permet d'obtenir les contraintes en fonction des déformations relatives. Compte tenu de la symétrie de la matrice, neuf constantes sont nécessaires pour décrire le matériau s'il n'est pas isotrope transverse. Cependant dans la plupart des cas, le matériau n'est utilisé

que dans un plan, et sa relation de Hooke généralisée se simplifie grandement dans la forme suivante :

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{21}}{E_2} & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_1} & \frac{1}{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.3)$$

Soit :

$$\{\varepsilon\} = [S]\{\sigma\} \quad (1.4)$$

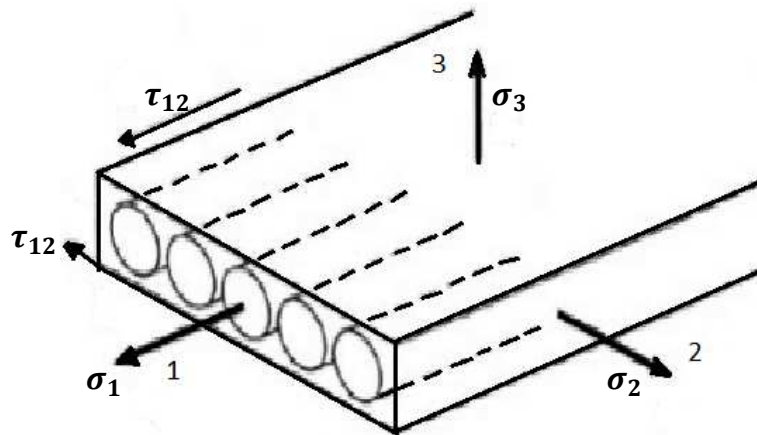


Fig.1.4 Pli composite unidirectionnel

Ou inversement :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} \quad (1.5)$$

Soit :

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\} \quad (1.6)$$

Les constantes qu'il est nécessaire de déterminer sont alors au nombre de quatre : le module de Young sens fibres E_1 , le module de Young sens transverse E_2 , le coefficient de cisaillement G_{12} et le coefficient de Poisson principal ν_{12} . Plusieurs méthodes peuvent être utilisées :

- la méthode expérimentale est en principe la meilleure, mais elle nécessite la réalisation d'éprouvettes et de séries de mesures, inabordables dans les premiers stades d'étude ;

- de nombreux ouvrages fournissent des fourchettes des propriétés pour les principaux composites utilisés dans l'industrie [4] ;
- les méthodes de calcul par homogénéisation font appel à des théories complexes qui nécessitent la conduite de calculs informatiques, parfois non négligeable [5];
- les méthodes d'estimation par formules approchées [5] [6].

Quelques soient les méthodes retenues et leur précision, il ne faudrait pas négliger un phénomène important qui pourrait se produire lorsque la structure est mise sous chargement extensif, la première fois lors d'un essai de réception par exemple, et ensuite au cours de sa vie opérationnelle. La microfissuration de la matrice qui va apparaître au niveau des plis, en fonction des contraintes transverses et de cisaillement induites, généralement bien avant la ruine proprement dite de la structure, se traduira par une chute des valeurs des divers modules. Cette chute est faible pour le module de Young dans le sens des fibres et conséquente dans les autres directions.

I.5.2. Relation contraintes-déformations d'un composite multicouches

Dans ce paragraphe vont être explicitées les méthodes de calcul des relations contraintes-déformations d'un empilement de couches composites quelconques, dans le plan de ces couches. La théorie utilisée est celle de la théorie classique des laminés.

I.5.2.1. Composite équivalent

Le comportement en contraintes-déformations d'un empilement de couches composites va être très différent de celui d'un matériau classique, ou même d'un monocouche, du fait de l'existence de couplage entre les déformations planes et de courbure. Les hypothèses classiques utilisées sont les suivantes :

- les différentes couches composites restent parfaitement collées ;
- l'épaisseur du stratifié est faible par rapport à ses autres directions ;
- les droites perpendiculaires à la surface moyenne du composite restent droites et perpendiculaires à cette même surface une fois mise sous charge (hypothèse de Kirchhoff-Love des plaques minces).

La relation générale liant les efforts (N_x, N_y et N_{xy}) et les moments (M_x, M_y et M_{xy}) appliqués aux déformations relatives planes ($\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0$ et γ_{xy}^0) et de courbures (κ_x^0, κ_y^0 et κ_{xy}^0) dans le plan moyen d'un composite à n couches s'écrivent :

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{12} & A_{22} & A_{23} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x^0 \\ \kappa_y^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (1.7)$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} \\ B_{12} & B_{22} & B_{23} \\ B_{13} & B_{23} & B_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{12} & D_{22} & D_{23} \\ D_{13} & D_{23} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \kappa_x^0 \\ \kappa_y^0 \\ \kappa_{xy}^0 \end{Bmatrix} \quad (1.8)$$

Les matrices $[A]$, $[B]$ et $[D]$ seront définies au chapitre III.

I.6. Mécanismes de rupture dans les matériaux composites

Par mécanisme de rupture, il faut comprendre tout processus mécanique produisant au sein d'un matériau une « discontinuité » locale de matière appelée fissure. Il est usuel de parler d'initiation de la rupture et de propagation de la rupture. L'initiation de la rupture peut être considérée comme étant la création de microfissures, à l'échelle microscopique, à partir d'un défaut ; on parlera de microfissuration. La propagation de la rupture est le résultat de la création de nouvelles surfaces de rupture à l'échelle macroscopique, à partir des microfissures existantes ; on parlera également de microfissuration. Dans le cas des matériaux composites, l'initiation de la rupture se produit généralement bien avant l'observation d'un changement du comportement macroscopique.

I.6.1. Modes de ruptures

Ils constituent les trois modes élémentaires de sollicitation d'un matériau quel qu'il soit ; l'état de contraintes d'une pièce soumise à une sollicitation complexe résultera de ces trois modes simples (Fig.1.5).

- Mode I : les surfaces de la fissure se déplacent perpendiculairement au plan de fissuration.
- Mode II : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction perpendiculaire au front de la fissure.
- Mode III : les surfaces de la fissure se déplacent dans le même plan et dans une direction parallèle au front de fissuration.

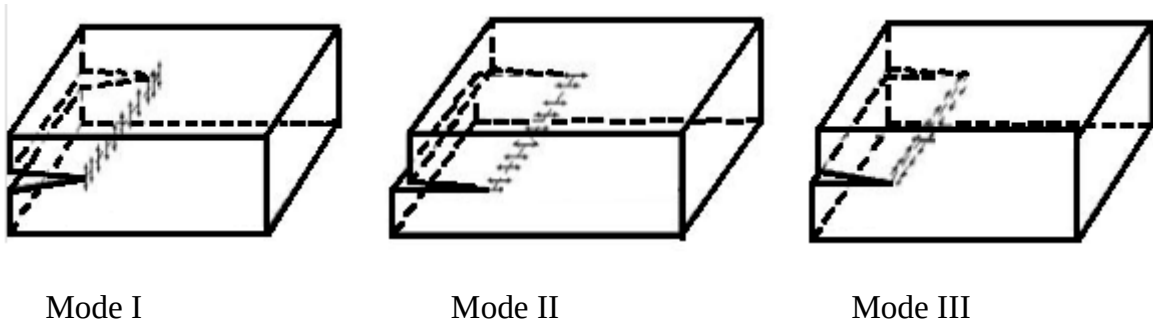


Fig.1.5 Modes de ruptures

I.6.2. Fissuration

Les matériaux composites stratifiés peuvent présenter différents types de fissuration (interlaminaire, intralaminaire ou translaminaire). Ces termes définissent les plans dans lesquels peuvent se développer les fissures (Fig.1.6).

- Fissures interlaminaires : la fissure se développe entre deux couches, suivant un plan qui leur est parallèle. Ce type d'endommagement se rencontre lors d'essais en mode I ou en mode II.
- Fissures intralaminaires : le plan de la fissure est perpendiculaire ou parallèle aux couches de renforts, et se situe à l'intérieur de la couche. Ce genre d'endommagement se rencontre lors d'essais de cisaillement ou de traction transverse.
- Fissures translaminaires : le plan de la fissure est perpendiculaire aux couches et aux renforts. Ce type d'endommagement est par exemple observé lors d'essais de traction ou de compression uniaxiale dans le sens des fibres.

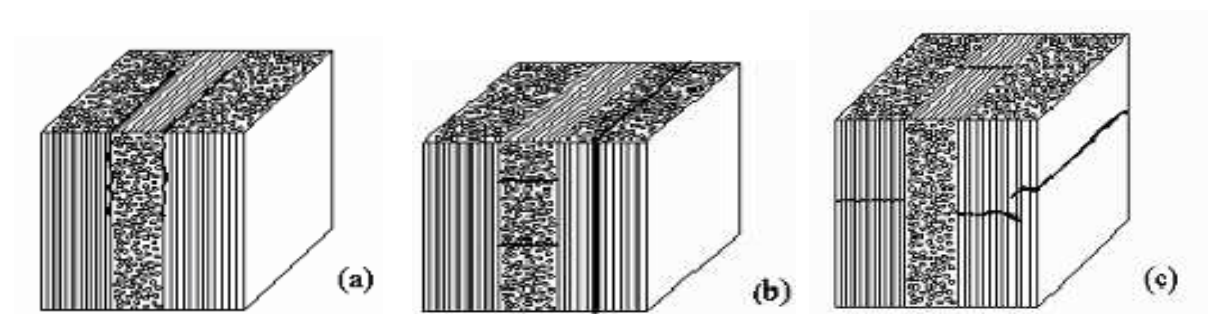


Fig.1.6 Différents types de fissurations d'un stratifié

I.6.3. Mécanismes de ruptures dans un unidirectionnel

La rupture finale d'un composite unidirectionnel est le résultat de l'accumulation de divers mécanismes élémentaires :

- la rupture des fibres (Fig.1.7) ;
- la rupture transverse de la matrice (Fig.1.8) ;
- la rupture longitudinale de la matrice (Fig.1.9) ;
- la rupture de l'interface fibre-matrice (Fig.1.10).

Généralement, un mécanisme n'est pas isolé, mais divers mécanismes coexistent. Ces mécanismes se développent suivant la nature du matériau et les conditions de sollicitations mécaniques imposées.

I.6.3.1. Rupture des fibres

Dans un matériau composite unidirectionnel soumis à des sollicitations mécaniques, la rupture des fibres intervient lorsque la contrainte de traction dans une fibre atteint la contrainte à la rupture. La rupture de la fibre produit une concentration de contraintes au voisinage de la rupture, il s'en suit une redistribution de ces contraintes.

I.6.3.2. Rupture transverse de la matrice

L'endommagement transverse de la matrice se produit lorsque la contrainte en traction dans la matrice atteint sa valeur de rupture.

I.6.3.3. Rupture longitudinale de la matrice

La rupture longitudinale de la matrice se produit lorsque la contrainte de cisaillement de la matrice atteint sa valeur de rupture.

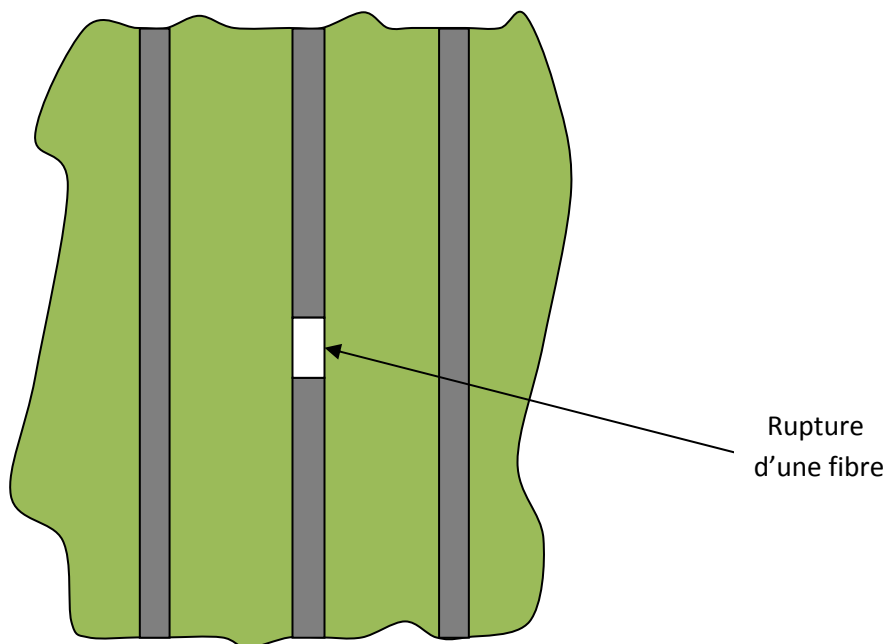


Fig.1.7 Rupture d'une fibre

I.6.3.4. Rupture de l'interface

La décohésion de l'interface intervient lorsque la contrainte de cisaillement dans la matrice atteint la contrainte de décohésion, sans qu'elle atteigne la contrainte de rupture en cisaillement de la matrice.

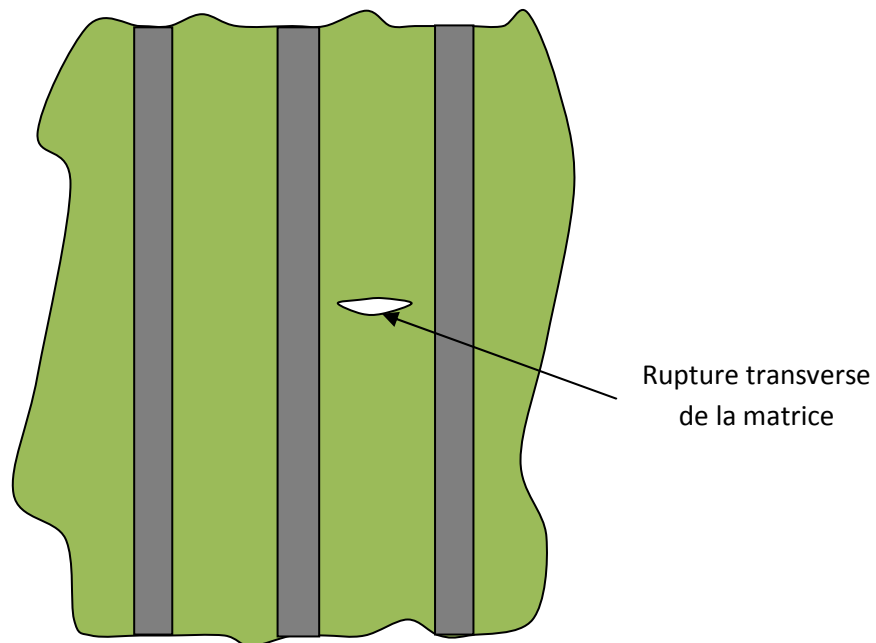


Fig.1.8 Rupture transverse de la matrice

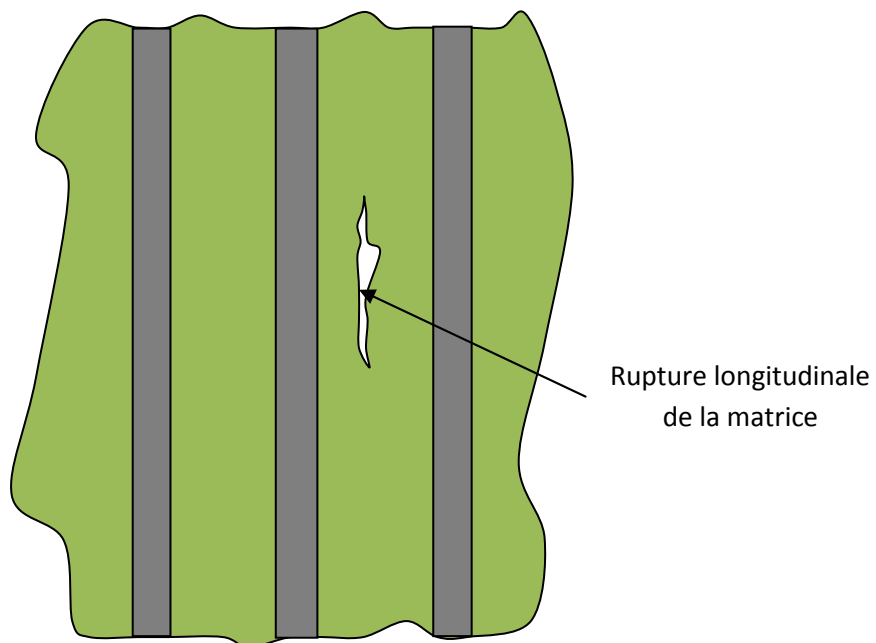


Fig.1.9 Rupture longitudinale de la matrice

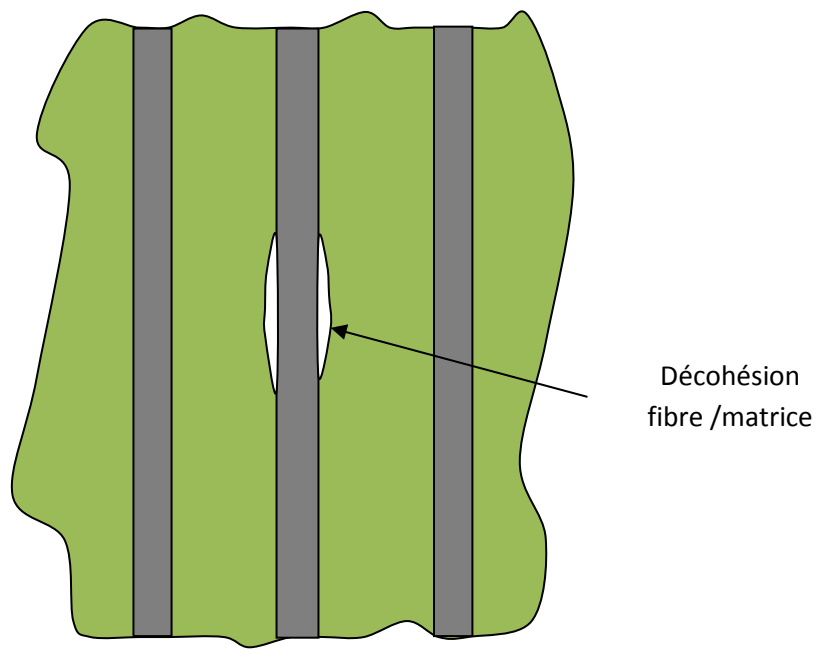


Fig.1.10 Décohésion fibre/matrice

I.6.4. Rupture des stratifiés

Dans le cas des stratifiés, en plus des mécanismes de rupture élémentaire d'un composite unidirectionnel, s'ajoute un mécanisme de rupture entre les couches, c'est la rupture par délaminage (Fig1.11). Les mécanismes de ruptures induits dépendent de la nature des constituants, de l'architecture des couches et du mode de sollicitation mécanique imposé [2].

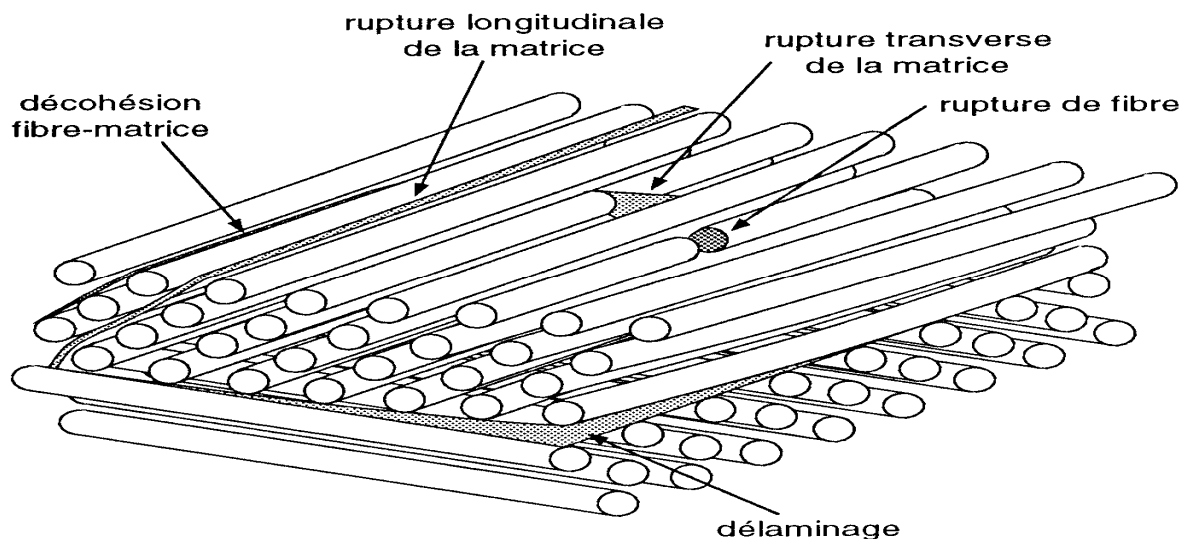


Fig1.11 Mécanismes de rupture dans un stratifié

Dans le cas d'un stratifié croisé $0^\circ/90^\circ$ soumis à une traction longitudinale dans la direction 0° (Fig.1.12), les divers mécanismes de rupture peuvent être observés :

- la rupture longitudinale de la matrice et/ou la rupture de l'interface fibre/matrice des couches orientées à 90° ;
- la rupture des fibres dans les couches à 0° ;
- la rupture transverse de la matrice dans les couches à 0° .

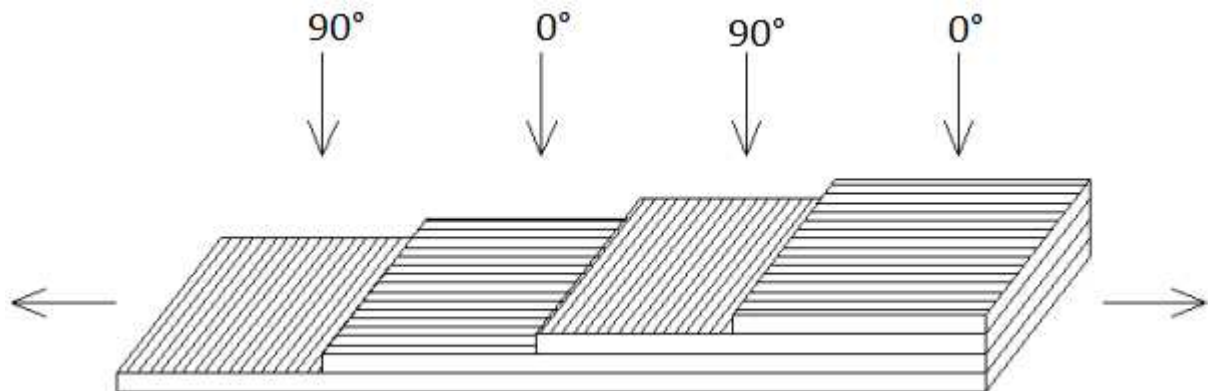


Fig.1.12 Stratifié croisé $0^\circ/90^\circ$ soumis à une traction dans la direction 0°

Dans le cas d'un stratifié croisé $\pm 45^\circ$ soumis à une traction longitudinale dans la direction 0° (Fig.1.13), la dégradation de ce type de matériau n'est pas une rupture des fibres, mais une fissuration matricielle et un délaminage ; on observe d'abord une rupture longitudinale de la matrice suivie d'un délaminage entre couches.

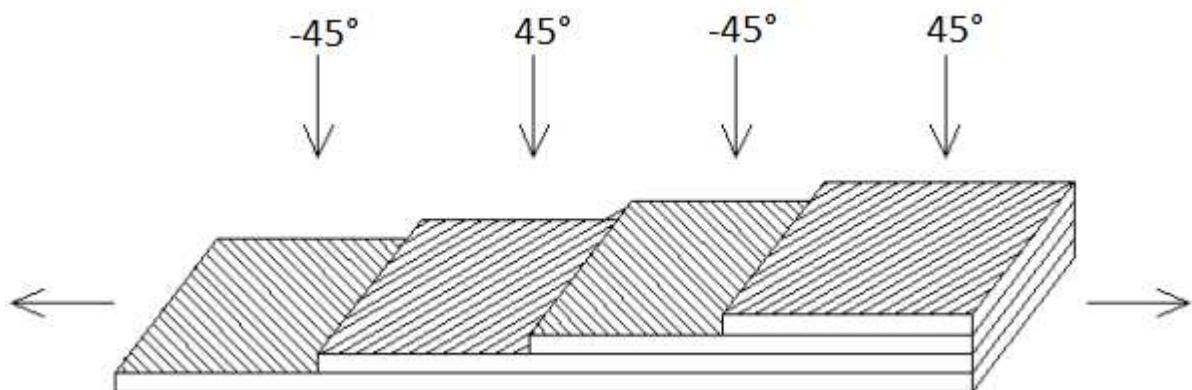


Fig.1.13 Stratifié croisé $\pm 45^\circ$ soumis à une traction dans la direction 0°

I.6.5. Propagation de la rupture

Après initiation de la rupture, sa propagation diffère suivant la nature de l'interface fibre/matrice.

I.6.5.1. Forte adhérence fibre/matrice

Dans le cas d'une adhérence fibre/matrice élevée, la rupture initiée, soit par rupture des fibres soit par rupture de la matrice, induit en fond de fissure des concentrations de contraintes conduisant à une propagation de la rupture successivement dans les fibres et dans la matrice (Fig.1.14.a). La rupture observée est de type fragile (Fig.1.14.b). Il est également possible d'observer un pontage, par rupture longitudinale de la matrice ou par décohésion fibre/matrice, de deux fissures initiées dans des zones différentes (Fig.1.14.c et d).

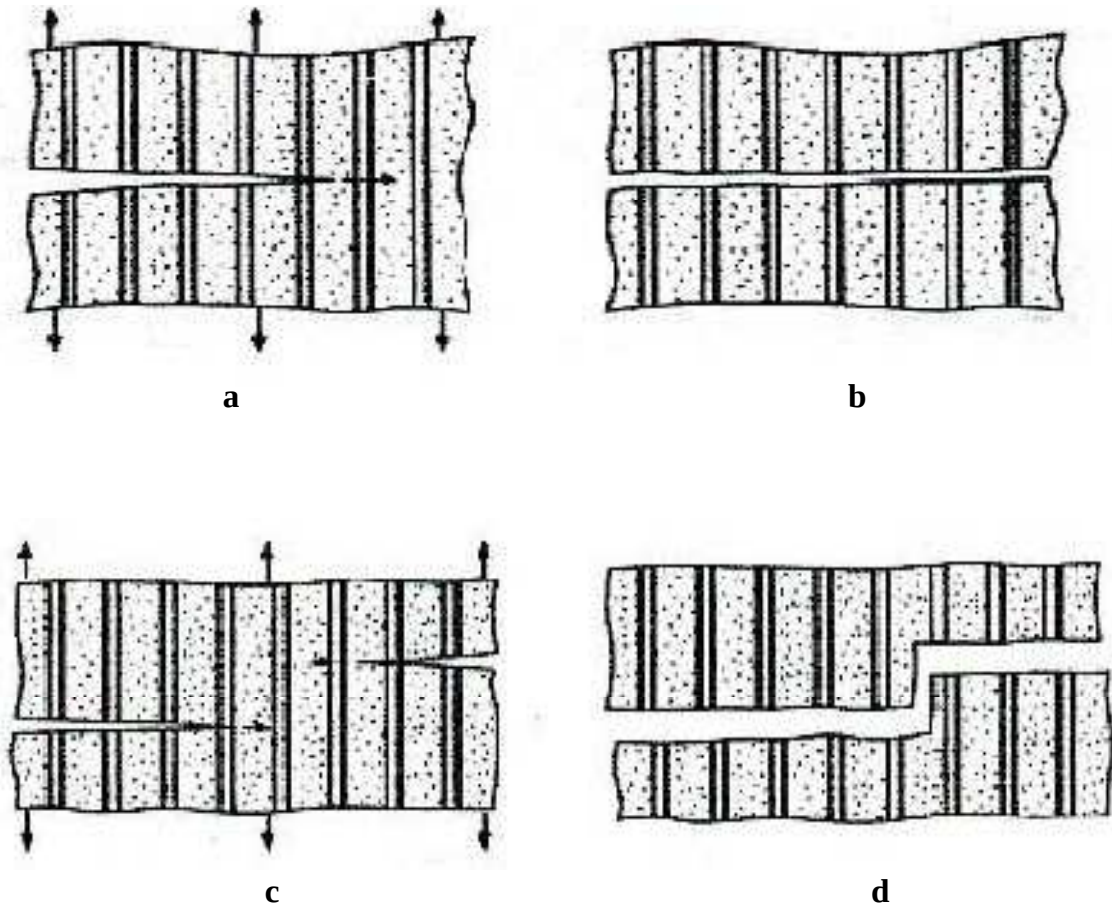


Fig.1.14 Propagation de la rupture dans le cas d'une forte adhérence fibre/matrice

I.6.5.2. Faible adhérence fibre/matrice

Dans le cas d'une faible adhérence fibre/matrice, la propagation transverse de la fissuration peut être schématisée de la manière suivante : en tête de fissure la rupture transverse de la matrice (Fig.1.15), sans qu'il-y-ait rupture des fibres, mais avec décohésion de l'interface fibre/matrice. Dans certains cas, les concentrations de contraintes en fond de fissure peuvent conduire à une décohésion fibre/matrice avant rupture transverse de la matrice. En arrière, l'ouverture de la fissure induit des contraintes élevées dans les fibres. Ces contraintes provoquent la rupture des fibres à une distance

plus ou moins proche de la surface de rupture. La fissure continuant à progresser, les fibres rompues sont extraites de la fissure au fur et à mesure de la propagation.

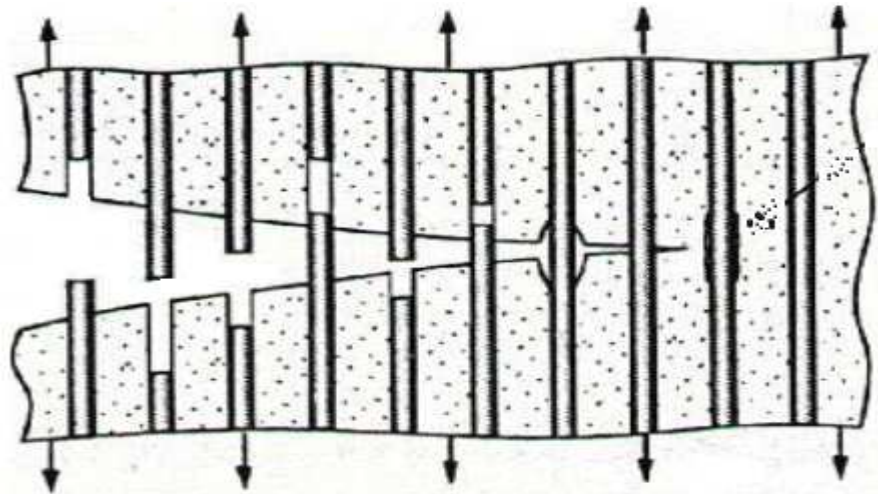


Fig.1.15 Propagation de la rupture dans le cas d'une faible adhérence fibre/matrice

I.6.6. Causes de défaillances des pièces en matériaux composites

I.6.6.1. Défaillances au niveau de la fabrication de la pièce [7]

Etape	Type de problème
Conception	• Cahier des charges • Manque de calculs, anisotropie... • Dimensionnement insuffisant • Assemblage • Vibration, usure • Mauvaise prise en compte de l'environnement
Mise en œuvre	• Défauts de fabrication moule et outils • Défauts d'injection des thermoplastiques • Défauts d'extrusion des thermoplastiques • Défauts de peinture
Mise en œuvre particulière	• Fabrication de produits moussés
Traitement de surface	• Traitement anti-adhérent de l'usage des silicones
Facteurs humains et économiques en exploitation	• Augmentation des cadences • Problèmes liés à un poste de travail
Stockage/transport	• Conditions climatiques • Humidité • Vibration

Tab.1.1 Types de problèmes rencontrés selon l'étape d'élaboration d'une pièce en composite

La fabrication d'une pièce ou d'un ensemble de pièces peut se décomposer en trois grandes étapes chacune génératrice de défaillances potentielles. Ces trois étapes sont la conception, la mise en œuvre et les opérations de finition. A cela s'ajoutent les facteurs humains et économiques liés à la production de pièces en petites ou grandes séries, et les problèmes liés aux conditions de stockage et de transport.

Les types de problèmes rencontrés, selon l'étape d'élaboration d'une pièce, sont présentés dans le tableau (Tab.1.1) [7].

I.6.6.2. Défaillances liées à l'utilisation

En fonctionnement, les pièces peuvent être soumises à diverses sollicitations mécaniques dont les effets peuvent être aggravés par le facteur temps ou par un environnement plus ou moins agressif.

Les pièces peuvent être amenées à s'endommager et se rompre en service de manière prématurée. Les cassures en deux ou plusieurs morceaux sont le résultat d'un processus de déformation non homogène favorisant la propagation d'un endommagement au sein du matériau à partir d'une ou plusieurs zones d'amorçage (zones plus faibles ou contenant des défauts initiaux par exemple).

D'une manière générale la fissuration peut résulter :

- de contraintes mécaniques excessives ou mal prises en compte au niveau du cahier des charges ;
- d'un environnement non adapté (température importante, milieu oxydant...) ;
- d'une combinaison de ces différents paramètres.

I.7. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu général sur les matériaux composites, ainsi que les différents types d'endommagements qu'on peut rencontrer sur ce type de structures.

Dans le chapitre II, nous allons passer en revue les principales méthodes de contrôle non destructif traditionnelles, ainsi que celle basées sur des données vibratoires.

Chapitre II :

Etat de l'art sur le thème

II.1. Introduction

Il est d'usage avant et après la mise en service d'une structure de la tester dans son intégrité. Le contrôle non destructif (CND) est le plus largement utilisé, de par son caractère non invasif qui laisse la structure intacte. Plusieurs méthodes de contrôle non destructif sont utilisées avec succès dans plusieurs domaines de l'industrie, telles que les ultra-sons, la radiographie par rayon X et le test par émission acoustique. Cependant, ces méthodes ne nous permettent pas de surveiller la structure en continu pendant son service. Le développement technologique, dans les domaines de capteurs, acquisition de données, le traitement du signal et l'outil informatique, a favorisé la surveillance de la structure en temps réel, et a fait que l'émergence de ce type de contrôle soit l'évolution naturelle des méthodes traditionnelles. La surveillance de l'état de la structure (Structural Health Monitoring « SHM ») peut être classée dans la littérature parmi les méthodes de contrôle non destructif en termes de technologie ; elle diverge avec les méthodes traditionnelles dans le but qui est l'automatisation et le contrôle continu, en temps réel, de la structure en service, avec un minimum d'intervention humaine.

II.2. Méthodes de contrôle non destructif

Les principales méthodes de CND utilisées en analyse de défaillance des pièces en matériaux composites sont :

- Contrôle visuel.
- Contrôle par ressuage.
- Contrôle par radiographie.

- Contrôle par ultrasons.
- Contrôle par thermographie infrarouge.

II.2.1. Contrôle visuel

Ce test consiste à examiner une structure à l'œil ou à l'aide d'une loupe de poche. Cette méthode permet de mettre en évidence les défauts superficiels et les défauts internes en cas de structures transparentes.

II.2.2. Contrôle par ressuage

La méthode repose sur le principe de faire pénétrer un produit adapté dans la pièce à contrôler par tous les interstices superficiels, puis révéler ces interstices en laissant le produit ressuier, les étapes de la méthode sont :

1. essuyage et dégraissage de la surface de la pièce à contrôler ;
2. immersion dans le produit pénétrant ;
3. rinçage de l'excès de produit puis séchage ;
4. application du révélateur qui a pour fonction d'absorber le pénétrant restant dans les défauts de surface ;
5. en cas d'utilisation de produits fluorescents, révélation à l'aide d'une lampe à ultraviolets.

L'objet principal de cette méthode est de rechercher les défauts débouchant, et elle ne peut pas détecter ceux qui ne le sont pas, ni pouvoir donner d'indication sur la profondeur de l'anomalie détectée.

II.2.3. Contrôle par radiographie

La structure interne du matériau est mise en évidence en soumettant la pièce à contrôler au rayonnement X. on est ainsi en mesure d'observer d'éventuels défauts. Cette technique est particulièrement adaptée pour mettre en évidence les défauts placés dans le plan du faisceau de rayons X (fissures, vides...) ce qui la rend moins sensible pour les défauts de délaminage.

II.2.4. Contrôle par ultrasons

Le contrôle par ultrasons est très efficace pour révéler les défauts présentant une grande variation d'impédance acoustique, il sera donc préférable de l'utiliser lorsqu'on cherche à contrôler des délaminages entre les couches d'un stratifié.

II.2.5. Contrôle par thermographie infrarouge

La structure à contrôler est chauffée, lorsqu'un défaut est présent dans la pièce, il va modifier le transfert thermique. Une caméra infrarouge convertit le rayonnement infrarouge émis par la surface du corps surveillé en une image visible. Cette technique nous permet d'obtenir une représentation cartographique des isothermes à la surface d'une structure dont on souhaite contrôler l'intégrité.

II.3. Potentialités et limites des CND

Méthodes CND		Examen visuel	Ressuage	Ultrasons (attén. transm.)	Ultrasons (attén. réflexion)	Ultrasons (mesure de vitesse)	Radiographie	Thermographie
Type de défauts								
Vide (bulle d'air, manque d'une couche...)	à la surface	BS	BS	BS	AL	/	SM	SM
	près de la surface	AL	FS	BS	AL	/	SM	SM
	en profondeur	FS	FS	BS	BS	SM	SM	AL
Microporosité	près de la surface	AL	FS	BS	AL	/	SM	SM
	en profondeur	FS	FS	BS	BS	SM	SM	AL
Inclusion	près de la surface	AL	FS	SM	AL	/	SM	SM
	en profondeur	FS	FS	SM	BS	/	SM	AL
Contamination		/	/	/	/	/	BS	/
Polymérisation		/	/	AL	AL	SM	/	/
Délaminage (parallèle à la surface)	près de la surface	AL	BS	BS	AL	/	FS	BS
	en profondeur	AL	BS	BS	BS	/	FS	SM
Fissures de matrice (perpendiculaire à la surface)	à la surface	AL	BS	SM	AL	/	BS	SM
	près de la surface	/	BS	SM	SM	/	BS	SM
	en profondeur	/	AL	SM	SM	/	BS	/
Orientation des fibres		AL	/	AL	AL	SM	BS	/
Rupture des fibres		/	/	AL	AL	/	SM	/
Décollement fibre/matrice		AL	AL	AL	AL	AL	AL	/
Variation du taux de fibres		/	/	AL	AL	SM	BS	/
Variation d'épaisseur		SM	/	SM	SM	BS	BS	/
Présence d'humidité		/	/	AL	AL	AL	BS	SM
Impact		AL	/	BS	BS	FS	FS	BS
Manque d'adhésif		AL	BS	BS	BS	/	AL	BS
Porosité dans l'adhésif		/	/	BS	BS	/	AL	/
Variation épaisseur d'adhésif		/	/	AL	SM	/	BS	/
Film de protection restant		/	/	BS	BS	/	AL	/
Découlement peau/peau		AL	/	BS	SM	/	SM	BS

BS : Bonne Sensibilité ; SM : Sensibilité Moyenne ; FS : Faible sensibilité ; AL : Application Limitée.

Tab.2.1. Potentialités et limites des méthodes CND

Le tableau (Tab.2.1) nous donne un aperçu sur les potentialités et les limites des différentes méthodes de contrôle non destructif (CND).

II.4. Contrôle continu de l'état de la structure

Les méthodes de détection de l'endommagement ont contribué au développement de la SHM (Structural Health Monitoring). L'endommagement de la structure peut être défini comme un changement introduit au système, qui affecte ses performances présentes et futures (*Doebling et al.*) [8]. Un système de classification de détection de l'endommagement a été donné par *Rytter* [9] qui inclut 4 niveaux :

- Niveau 1 : détermination de l'existence de l'endommagement dans la structure ;
- Niveau 2 : détermination du type d'endommagement et de sa localisation ;
- Niveau 3 : quantification de la sévérité de l'endommagement ;
- Niveau 4 : prédiction de la durée de vie en service restante, en se basant sur le suivi de l'endommagement et des conditions de service.

Le développement typique du diagnostique de l'endommagement, est le fruit d'une collaboration entre des domaines multidisciplinaires, tels que la technologie des capteurs, les matériaux intelligents, le traitement du signal, les systèmes intégrés, l'interprétation des données...etc.

La méthode de détection basée sur des données vibratoires tient une part importante de la recherche dans le domaine de la SHM ces dernières années. Le nombre important d'articles présentés, dans les conférences dédiées à la SHM, montre qu'une multitude de techniques d'acquisition de données et d'algorithmes de diagnostique ont été développés, et que plusieurs techniques ont des applications réelles dans les structures du génie civil, l'aéronautique, les plateformes de pétrole offshore et les pipelines souterrains.

II.4.1 Méthodes basées sur des données vibratoires

La vibration se réfère usuellement à un mouvement périodique dans le domaine élastique de la structure autour d'une position d'équilibre. Le fondement des méthodes basées sur des données vibratoires est que l'endommagement altère la raideur, la masse ou l'amortissement de la structure, ce qui affecte la réponse dynamique de cette dernière, comme les fréquences naturelles, déformées propres et les coefficients d'amortissement. Donc, intuitivement, ce changement dans les propriétés dynamiques est utilisé pour localiser et quantifier l'endommagement dans la structure.

II.4.1.1 Fréquences naturelles

De tous les paramètres dynamiques, les fréquences naturelles sont les plus faciles à mesurer. L'inspection de changement de fréquences naturelles pour la détection

d'endommagement était l'approche majeure dans les méthodes basées sur les données vibratoires pendant les décennies passées, où l'analyse modale expérimentale n'était pas encore établie, et elle, l'inspection de changement de fréquences naturelles, captivait la plupart des recherches dans le domaine.

L'investigation systématique de ce changement, dans la détection d'endommagement, peut être attribuée à *Adams et al.* [10] et *Cawley et Adams* [11]. En partant du principe que le changement de raideur est indépendant de celui des fréquences, le rapport de changement de fréquences en deux modes est fonction seulement de la localisation de l'endommagement. Des expériences ont été faites sur une plaque d'aluminium avec un défaut sous forme d'un trou rectangulaire, et sur une plaque composite en polymère renforcé de fibres de carbone, avec des défauts sous formes de fissures et d'écrasement. Avec un modèle éléments finis, de bons résultats furent obtenus en localisant l'endommagement sur la plaque d'aluminium, par contre, pour la plaque composite les résultats n'étaient pas concluants.

Stubbs et Osegueda [12] [13] ont développé une approche de détection de l'endommagement, à partir du changement de fréquences naturelles, qui est basée sur le critère de *Cawley-Adams*. *Friswell et al.* [14] ont aussi développé ce critère en introduisant des analyses statistiques sur les scénarios d'endommagement.

Palacz et Krawczuk [15] ont comparé différentes méthodes, basées sur les données vibratoires, incluant le critère de *Cawley-Adams*, pour la détection d'endommagement sur des poutres fissurées, ils indiquent dans leur travail que le changement dans les deux premières fréquences sans erreurs de mesure, et les quatre premières fréquences avec erreurs de mesure peuvent détecter avec succès la position et la profondeur de la fissure.

Cependant, comme mentionné par *Doebling et al.* [8] et *Friswell et Penny* [16], l'identification de l'endommagement en utilisant le changement de fréquences naturelles seul a des limitations pratiques dans certaines applications. Par exemple, le changement de fréquences est plus affecté par la température et l'humidité que par l'endommagement dans l'inspection des ponts (*Ferrar et al.*) [17].

En outre, les fréquences naturelles nous informent sur la nature globale de la structure, mais elles sont insensibles aux endommagements naissants, plus spécialement quand ces derniers sont situés dans une région à faibles contraintes.

Messina et al. [18] ont développé un algorithme appelé « Damage Location Assurance Criterion (DLAC) ». L'indicateur DLAC est calculé à partir du vecteur de changement de fréquences expérimental et du vecteur de changement de fréquences théorique dans la région du présumé endommagement. La localisation de l'endommagement est obtenue en comparant les modèles de changement de fréquences. Plus tard, *Messina et al.* [19] ont généralisé l'approche pour des endommagements

multiples (MDLAC), en incorporant les déformées propres aux fréquences. Le DLAC a pour expression :

$$DLAC_j = \frac{|\Delta\omega_j^T \delta\omega_j|^2}{(\Delta\omega_j^T \Delta\omega_j)(\delta\omega_j^T \delta\omega_j)} \quad (2.1)$$

Avec :

$$\Delta\omega = \frac{\omega_s - \omega_d}{\omega_s} \quad (2.2)$$

Armon et al. [20] ont proposé un classement par rang des modes en changement de fréquences pour détecter des fentes et des fissures dans une poutre, et ils ont démontré que la méthode est efficace même en prenant en considération les erreurs expérimentales et les incertitudes sur le model.

Nicholson et Alnefaie [21] ont introduit un autre paramètre sensible à l'endommagement nommé l'indice du moment modal (Modal Moment Index MMI), qui extrait des paramètres modaux expérimentaux. L'indice a un changement brusque à l'endroit de l'endommagement et peut servir à le quantifier.

En résolvant un problème inverse des trois premières fréquences naturelles, *Chaudhari et Maiti* [22] ont utilisé la technique Frobenius qui gouverne des équations différentielles, et ont obtenu ainsi la localisation du défaut par une approche semi-numérique, tandis que *Chinchalkar* [23] a fait recours à la méthode des éléments finis pour modéliser une modification du premier ordre du problème aux valeurs propres.

Jones et Turcotte [24] ont pris les fréquences d'antirésonance dans un model éléments finis pour détecter les endommagements.

Moser et al. [25] ont étudié l'effet des conditions environnantes sur le changement de fréquences naturelles, ils ont, de la sorte, pu rendre les fréquences naturelles plus efficaces dans la détection d'endommagement.

II.4.1.2 Déformées propres

Les déformées propres sont les descriptions spatiales des amplitudes à chacune des fréquences de résonance. Le MAC (Modal Assurance Criterion), et les variantes qui lui sont reliées, a été développé durant les dernières décennies, comme un indicateur pour explorer l'information modale spatiale (*Allemang*) [26]. L'expression de l'indicateur MAC s'écrit :

$$MAC_{ij} = \frac{|\sum_{k=1}^n [\phi_s]_k^i [\phi_d]_k^j|^2}{\sum_{k=1}^n ([\phi_s]_k^i)^2 \sum_{k=1}^n ([\phi_s]_k^j)^2} \quad (2.3)$$

West [27] est probablement le premier à avoir proposé une investigation systématique en utilisant le MAC comme indicateur statistique, qui fait la corrélation entre les déformées propres d'une structure saine et une autre endommagée sans passer par la méthode des éléments finis. Un autre critère largement utilisé est le COMAC (Coordinate Modal Assurance Criterion), qui fait l'identification des coordonnées où un ensemble de deux vecteurs propres ne se correspondent pas (*Lieven et Ewins*) [28]. Le COMAC s'écrit :

$$COMAC_{ij} = \frac{|\sum_{k=1}^m [\phi_s]_k^i [\phi_d]_k^j|^2}{\sum_{k=1}^m ([\phi_s]_k^i)^2 \sum_{k=1}^m ([\phi_s]_k^j)^2} \quad (2.4)$$

En outre, *Ratcliffe* [29] a proposé une méthode de détection d'endommagement basée seulement sur les déformées propres. La localisation peut être effectuée à partir d'une approximation aux différences finis de l'opérateur Laplacien aux vecteurs propres.

Khan et al. [30] ont utilisé un scanne continu avec laser Doppler vibromètre pour surveiller les discontinuités dans les déformées propres pour détecter l'endommagement.

Contrairement aux fréquences, l'estimation des déformées propres requiert la mesure dans chacun des points où il faut faire l'estimation, posant des difficultés pratiques dues au nombre limité de capteurs et à la capacité d'avoir une mesure fiable. En plus, l'estimation des vecteurs propres à partir de la réponse fréquentielle, même en l'absence d'endommagement, peut devenir problématique quand la structure a une configuration complexe. C'est une méthode qui dépend des techniques mises en œuvre ; la faisabilité et la fiabilité sont affectées par le type de structure, l'étendue de l'endommagement, la façon d'extraire les vecteurs propres et les algorithmes utilisés pour le traitement des données.

II.4.1.3. Amortissement

Malgré que l'estimation de la matrice d'amortissement par les fonctions de réponse fréquentielles (*Chen et al.*) [31], input/output data (*Fritzen*) [32] et plusieurs autres approches, ont été un thème de recherche dans le domaine d'identification des systèmes mécaniques pendant plusieurs années, la détection d'endommagement basée seulement sur le changement des paramètres d'amortissement n'a pas été intensément étudié, comparé aux méthodes basées sur les fréquences naturelles et les vecteurs propres. Cela peut être dû à l'existence de différents types d'amortissement et à l'incertitude relativement haute dans son estimation.

Tandis qu'un accroissement anormal des coefficients d'amortissement, ce qui suggère plus de dissipation d'énergie, peut indiquer un endommagement de la structure, comme observé expérimentalement dans presque tous les cas (*Morgan et Osterle*) [33] et (*Napolitano et Kosmatka*) [34], l'endommagement peut aussi résulter d'une diminution d'amortissement ou d'une augmentation précédée d'une diminution (*Salane et Baldwin*) [35] et (*Hearn et Testa*) [36]. *Williams et Salawu* [37] ont revu des études en génie civil,

et ont conclu que l'amortissement seul ne peut pas donner une véritable signification à la détection d'endommagement (localisation et quantification).

Par contre, le changement d'amortissement peut détecter l'endommagement là où les méthodes conventionnelles basées sur le changement de fréquences et de déformées propres ne sont pas sensibles. *Modena et al.* [38] ont démontré que des microfissures causent des changements négligeables dans les fréquences naturelles, mais une augmentation considérable d'amortissement, ce qui peut être utilisé pour localiser la fissure. Les techniques de détection basées sur la mesure d'amortissement sont capables de nous renseigner seulement sur l'existence de l'endommagement.

II.4.1.4. Fonctions de réponse fréquentielle (FRF)

Les fonctions de réponse fréquentielle décrivent le domaine fréquentiel du système, et sont très utilisées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques pour l'extraction des fréquences de résonance, l'estimation des vecteurs propres et des coefficients d'amortissement, et vérifier les matrices de masse, de raideur et d'amortissement. Plusieurs méthodes de détection d'endommagement basées sur l'évaluation des paramètres modaux sont reliées, directement ou indirectement, à la FRF. Cela implique que l'information contenue dans les données FRF, peut être directement utilisée pour détecter l'endommagement.

Wang et al. [39] ont développé un algorithme pour localiser et quantifier l'endommagement en utilisant directement les données FRF mesurées. Le vecteur d'endommagement, qui indique la position et la magnitude de ce dernier, est calculé à partir des perturbations dans les équations de la FRF. *Mottershead et al.* [40] ont exploré la possibilité de détection d'endommagement, en utilisant des équations FRF rationnelles, basée sur l'observation que l'endommagement peut augmenter le comportement non-linéaire d'une structure. Des techniques ont été développées pour extraire ces distorsions des données FRF, afin de localiser et quantifier l'endommagement (*Vanhoenacker et al.*) [41].

II.4.1.5. Energie de déformation modale

Yang et al. [42] ont utilisé la propriété de l'invariance d'énergie de déformation modale élémentaire pour localiser l'endommagement. Dans cette méthode, l'énergie de déformation modale est décomposée en deux parties qui définissent deux indicateurs d'endommagement. Le premier est le rapport de changement d'énergie de déformation modale de compression et le second représente le rapport de changement d'énergie modale de torsion. L'énergie de déformation modale a été obtenue par des formes modales incomplètes et des matrices de raideur élémentaire. Plusieurs cas d'endommagement ont été simulés sur une plate forme pétrolière offshore. D'après les résultats obtenus, les auteurs ont montré l'efficacité et la précision de la méthode dans la détection d'endommagement sur des structures complexes.

Brehm et al. [43] ont développé une approche basée sur un model purement mathématique enrichi par des informations physiques obtenues par un model numérique basée sur l'énergie de déformation modale, ils ont ainsi pu localiser et quantifier l'endommagement. *Dixit et al.* [44] ont présenté une méthode basée sur l'énergie de déformation modale obtenue à partir des fréquences naturelles et des déformées propres correspondantes, afin de localiser et de quantifier des endommagements sur des poutres, sous différentes conditions aux limites, et ils ont obtenu des résultats expérimentaux qui démontrent la robustesse de leur approche.

II.4.1.6. Flexibilité modale

Li et al. [45] ont présenté une nouvelle approche basée sur le changement de la matrice de flexibilité modale généralisée, qu'ils ont utilisé pour localiser et quantifier des endommagements. En comparaison avec la matrice de flexibilité modale, la matrice de flexibilité modale généralisée réduit l'effet de troncature des modes d'ordre supérieur.

Kazemi et al. [46] ont utilisé la variation de la flexibilité modale pour détecter des défauts sur des structures plaques minces. L'indicateur d'endommagement est formulé à partir de la matrice de flexibilité modale et des équations différentielles de variation des efforts. *Reynders et al.* [47] ont proposé une méthode basée sur la flexibilité quasi statique. La matrice de flexibilité modale est combinée avec des forces virtuelles qui causent des contraintes non nulles sur de petites parties de la structure, où de possible changement de raideur sont à chercher. Ils ont démontré que, si la relation contraintes déformations est proportionnelle, le rapport entre certaines combinaisons de déformations avant et après endommagement, fait apparaitre un changement de raideur, égal à l'inverse de la raideur locale. La méthode est appelée flexibilité locale.

Le tableau (Tab2.2.) donne un résumé des différentes méthodes utilisées dans la détection d'endommagement en utilisant des données vibratoires.

Catégorie		Méthodologie
Paramètres modaux	Fréquences naturelles	Changement de fréquences
		Optimisation de la force résiduelle
	Déformées modales	Changement de déformées modales
		Energie de déformation modale
		Dérivées des déformées propres
Méthodes matricielles	Basée sur la raideur	Techniques d'optimisation
		Recalage du model
	Basée sur la flexibilité	Mesure de la flexibilité dynamique
Autres techniques		Analyse temporelle
		Evaluation des fonctions de réponse fréquentielle FRF

Tab.2.2. Principales méthodes de détection d'endommagement.

II.5. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons passé en revue les différentes méthodes de contrôle non destructif, en faisant apparaître leurs potentialités et limites, ensuite nous nous sommes intéressé aux méthodes de détection d'endommagement basées sur des données vibratoires, en les classifiant par catégorie. Dans le chapitre suivant, nous développerons le modèle éléments finis que nous utiliserons pour calculer les paramètres modaux d'une structure plaque stratifiée, nécessaires à l'application des deux méthodes étudiées.

Chapitre III :

Modélisation des plaques stratifiées en éléments finis

III.1. Introduction [48]

Les matériaux composites stratifiés sont modélisés à une échelle intermédiaire entre l'échelle microscopique associée aux constituants de base du composite (le renfort et la matrice), et l'échelle macroscopique liée à la structure. A cette échelle, appelée méso-échelle, une structure stratifiée est schématisée par un empilement de monocouches homogènes dans l'épaisseur et d'interfaces inter laminaires. La couche et l'interface sont les deux entités appelées méso-constituants. L'interface inter- laminaire est une entité surfacique assurant le transfert des déplacements et des contraintes normales d'une couche à une autre. En élasticité, les couches sont parfaitement liées et l'interface ne joue aucun rôle particulier. Par contre, une étude du stratifié, jusqu'à la phase ultime de la rupture, montrera l'utilité d'employer un modèle d'interface pour simuler les phénomènes de délaminage.

Pour modéliser le stratifié, on a opté pour la méthode des éléments finis (MEF), qui est aujourd'hui l'une des techniques les plus utilisées pour résoudre des problèmes complexes, dans les différents domaines de l'ingénieur. Son succès est dû au développement rapide de l'outil informatique, ainsi que la formulation simple des problèmes, physique et mécanique, complexes.

III.2. Théorie des stratifiés [49]

Nous nous intéressons plus particulièrement aux plaques, qui constituent une très grosse part de l'utilisation des composites techniques, dans lesquels une dimension est notablement plus faible que les autres. Nous allons considérer dans la suite qu'il s'agit de l'axe z .

Un stratifié est composé de n couches numérotées de bas en haut (fig.3.1). Le plan milieu est choisi comme référence (Oxy), et l'axe $\vec{O_z}$ est dirigé vers le haut. Le but de la théorie des stratifiés est de réduire le problème tridimensionnel en problème plan. Le concept de base de la théorie des plaques est d'exprimer le déplacement de chaque point M , de coordonnées (x, y, z) , de la plaque sous forme polynomiale en z . Le schéma le plus simple et le plus utilisé est le schéma du premier ordre, ou théorie de Reissner-Mindlin. Cette théorie est basée essentiellement sur les hypothèses suivantes :

— Cinématiques :

- toute section droite normale à la surface moyenne non déformée reste droite mais non nécessairement perpendiculaire à la surface moyenne déformée.
- la composante transversale du déplacement suivant l'épaisseur est constante.

— Mécaniques :

- la contrainte σ_z est négligeable devant les autres composantes du tenseur des contraintes
- l'hypothèse d'anisotropie plane pour chaque couche dans le cas d'une plaque composite. Cette hypothèse considère z comme axe d'orthotropie de toutes les couches (orthotropie dans le plan (Oxy)).

III.3. Formulation d'un élément fini

La procédure de base, dans la méthode des éléments finis, est d'exprimer les coordonnées de l'élément sous forme d'interpolation en termes de coordonnées nodales. Pour le cas général d'un élément tridimensionnel, les coordonnées interpolées sont :

$$\left. \begin{aligned} x &= \sum_{i=1}^q h_i(x, y, z) x_i & y &= \sum_{i=1}^q h_i(x, y, z) y_i \\ z &= \sum_{i=1}^q h_i(x, y, z) z_i \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

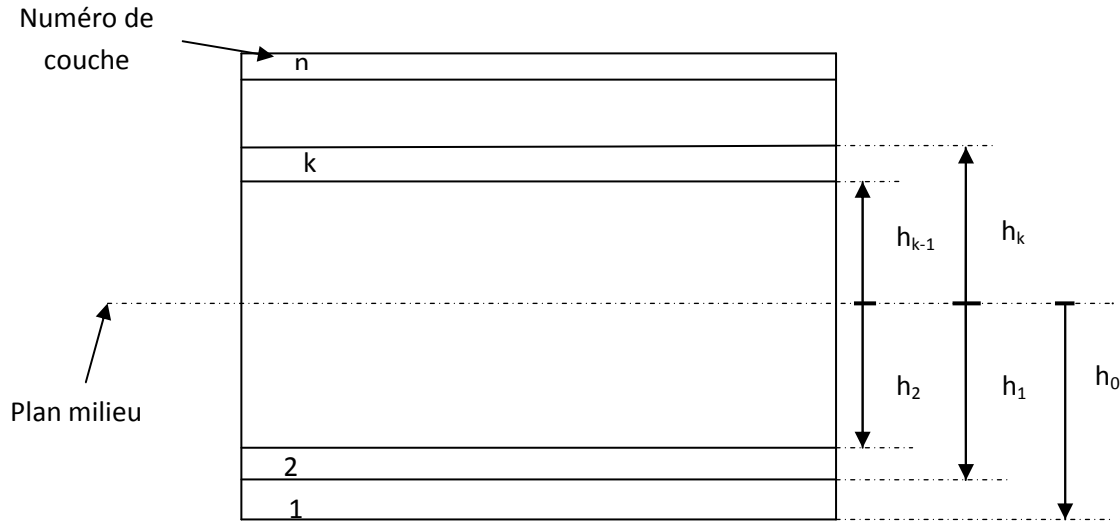


Fig.3.1 Élément d'un stratifié

Où x, y, z sont les coordonnées locales de tout point de l'élément, et x_i, y_i, z_i avec $i = 1, 2, \dots, q$ sont les coordonnées des q nœuds de l'élément. Les fonctions h_i sont appelées fonctions d'interpolation ou fonction de forme, la propriété fondamentale de ces fonctions est qu'elles prennent la valeur unité pour le nœud i , et la valeur nulle pour tous les autres nœuds.

III.3.1. Fonctions d'interpolation

Dans notre analyse nous avons opté pour un élément fini à 4 nœuds (Fig.3.2), l'interpolation des coordonnées est exprimée par :

$$\begin{cases} x = h_1 x_1 + h_2 x_2 + h_3 x_3 + h_4 x_4 \\ y = h_1 y_1 + h_2 y_2 + h_3 y_3 + h_4 y_4 \end{cases} \quad (3.2)$$

Les fonctions d'interpolation sont :

$$\begin{cases} h_1 = \frac{1}{4}(1-r)(1-s) ; & h_2 = \frac{1}{4}(1+r)(1-s) \\ h_3 = \frac{1}{4}(1+r)(1+s) ; & h_4 = \frac{1}{4}(1-r)(1+s) \end{cases} \quad (3.3)$$

III.3.2. Champ de déplacements

On considère un élément plan d'une plaque, en se basant sur la théorie des plaques avec déformation en cisaillement transverse, cette théorie repose sur l'hypothèse que les particules de la plaque se trouvant sur une ligne normale au plan milieu non déformé, reste

sur la même ligne droite après déformation, cette ligne n'étant pas nécessairement perpendiculaire au plan milieu déformé. Les composantes de déplacement d'un point de coordonnées (x, y, z) sont données par :

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\varphi_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) + z\varphi_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

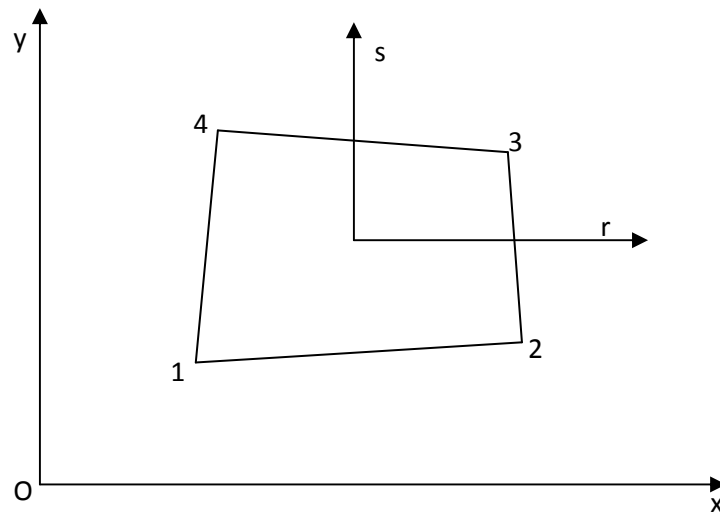


Fig.3.2 Élément à 4 nœuds

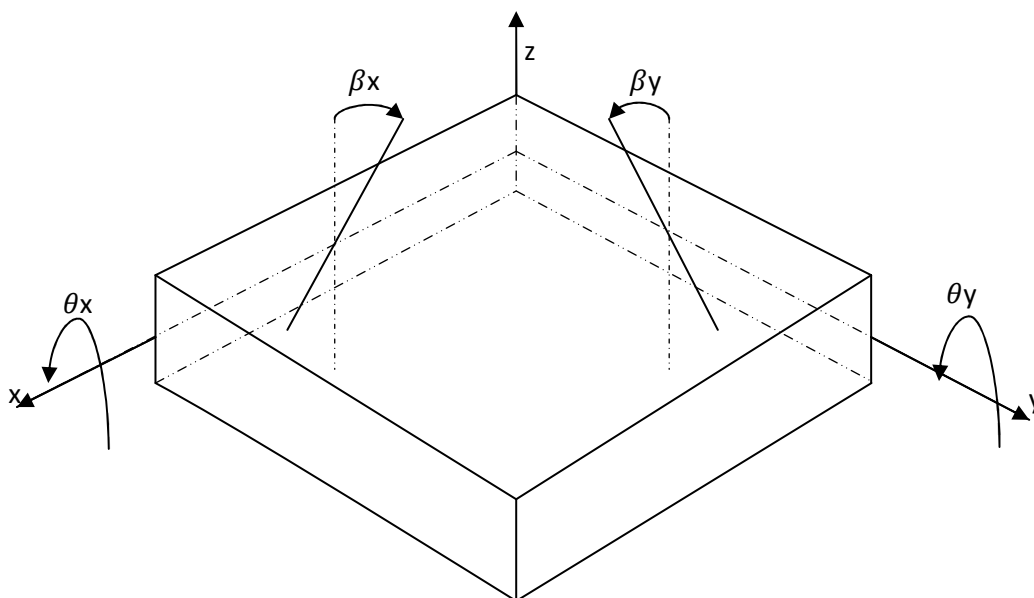


Fig.3.3 Déformation en flexion d'une plaque incluant le cisaillement transverse

Où u_0, v_0, w_0 sont les déplacements dans le plan au point $(x, y, 0)$ du plan milieu. Les fonctions φ_x, φ_y sont fonction des rotations β_x, β_y pendant la déformation des lignes normales au plan milieu non déformé dans les plans (x, z) et (y, z) respectivement, ou des rotations θ_x, θ_y autour des axes x et y respectivement (Fig.3.3).

$$\theta_x = \beta_y \quad ; \quad \theta_y = -\beta_x \quad (3.5)$$

Les fonctions φ_x et φ_y sont données par :

$$\left. \begin{aligned} \varphi_x(x, y) &= -\beta_x(x, y) = \theta_y(x, y) \\ \varphi_y(x, y) &= -\beta_y(x, y) = -\theta_x(x, y) \end{aligned} \right\} \quad (3.6)$$

Les équations de déplacements (3.4) peuvent être réécrites :

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) - z\beta_x(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z\beta_y(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.7)$$

Ou

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, z, t) &= u_0(x, y, t) + z\theta_y(x, y, t) \\ v(x, y, z, t) &= v_0(x, y, t) - z\theta_x(x, y, t) \\ w(x, y, z, t) &= w_0(x, y, t) \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Il en résulte que le comportement du stratifié, avec déformation de cisaillement transverse incluse, peut être caractérisé par 5 degrés de liberté $u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y$, qui sont les déplacements généralisés. Ces ddl sont exprimés en fonction des ddl de chaque nœud de l'élément, en les interpolant il en résulte :

$$\left. \begin{aligned} u_0(x, y, t) &= h_1(x, y)u_1(t) + h_2(x, y)u_2(t) + h_3(x, y)u_3(t) + h_4(x, y)u_4(t) \\ v_0(x, y, t) &= h_1(x, y)v_1(t) + h_2(x, y)v_2(t) + h_3(x, y)v_3(t) + h_4(x, y)v_4(t) \\ w_0(x, y, t) &= h_1(x, y)w_1(t) + h_2(x, y)w_2(t) + h_3(x, y)w_3(t) + h_4(x, y)w_4(t) \\ \theta_x(x, y, t) &= h_1(x, y)\theta_x^1(t) + h_2(x, y)\theta_x^2(t) + h_3(x, y)\theta_x^3(t) + h_4(x, y)\theta_x^4(t) \\ \theta_y(x, y, t) &= h_1(x, y)\theta_y^1(t) + h_2(x, y)\theta_y^2(t) + h_3(x, y)\theta_y^3(t) + h_4(x, y)\theta_y^4(t) \end{aligned} \right\} \quad (3.9)$$

Le champ de déplacement de l'élément est exprimé sous forme matricielle :

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ v_0 \\ w_0 \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_x^1 \\ \theta_y^1 \\ \vdots \\ w_4 \\ \theta_x^4 \\ \theta_y^4 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

Et sous forme condensée :

$$\left. \begin{aligned} U(x, y, t) &= N_e(x, y)u_e(t) \\ (x, y) &\in \text{élément } e \end{aligned} \right\} \quad (3.11)$$

III.3.3. Comportement en membrane

Les déformations en membrane sont exprimées par :

$$\varepsilon_m(x, y) = B_\varepsilon(x, y)u_e(t) \quad (3.12)$$

$$[B]_\varepsilon = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial h_1}{\partial y} & \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} & \frac{\partial h_4}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

La matrice $[B]_\varepsilon$ introduit les dérivées partielles des fonctions d'interpolation.

III.3.4. Comportement en flexion

Les déformations en flexion sont données par la relation :

$$\varepsilon_f(x, y, t) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^f \\ \varepsilon_{yy}^f \\ \gamma_{xy}^f \end{bmatrix} = z \kappa(x, y, t) \quad (3.14)$$

Où la matrice d'incurvation est donnée par :

$$\kappa(x, y, t) = B_\kappa(x, y)u_e(t) \quad (3.15)$$

Ça nous introduit la matrice $[B]_\kappa$ qui est définie :

$$[B]_\kappa = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_4}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_1}{\partial x} & \frac{\partial h_1}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_2}{\partial x} & \frac{\partial h_2}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_3}{\partial x} & \frac{\partial h_3}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & -\frac{\partial h_4}{\partial x} & \frac{\partial h_4}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

III.3.5. Comportement en cisaillement transverse

Dans la théorie de premier ordre incluant le cisaillement transverse, ce dernier est constant à travers le stratifié. En introduisant l'interpolation :

$$\gamma_s(x, y) = B_\gamma(x, y)u_e(t) \quad (3.17)$$

On introduit la matrice $[B]_\gamma$:

$$[B]_\gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{\partial h_1}{\partial y} & -h_1 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial y} & -h_2 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial y} & -h_3 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial y} & -h_4 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial h_1}{\partial x} & 0 & h_1 & 0 & 0 & \frac{\partial h_2}{\partial x} & 0 & h_2 & 0 & 0 & \frac{\partial h_3}{\partial x} & 0 & h_3 & 0 & 0 & \frac{\partial h_4}{\partial x} & 0 & h_4 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

III.3.6. Formulation énergétique

III.3.6.1. Matrice de raideur

La matrice de raideur élémentaire K_e est obtenue à partir de l'énergie de déformation :

$$[K]_e = \iint_{S_e} [B]_\varepsilon^t [A]_e [B]_\varepsilon dx dy + \iint_{S_e} [B]_\varepsilon^t [B]_e [B]_\kappa dx dy + \iint_{S_e} [B]_\kappa^t [B]_e [B]_\varepsilon dx dy \\ + \iint_{S_e} [B]_\kappa^t [D]_e [B]_\kappa dx dy + \iint_{S_e} [B]_\gamma^t [F]_e [B]_\gamma dx dy \quad (3.19)$$

Pour avoir la matrice de raideur globale $[K]$, on fait la sommation (assemblage) des matrices élémentaires augmentées à la taille de la matrice globale.

$$[K] = \sum_{\text{éléments}} [K]_e \quad (3.20)$$

Dans cette expression, on introduit la matrice de rigidité en membrane $[A]_e$, la matrice de rigidité en flexion $[D]_e$, la matrice de rigidité en couplage membrane/flexion $[B]_e$ et la matrice de rigidité en cisaillement transverse $[F]_e$, de l'élément e du stratifié. Ces matrices sont définies :

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1}) (Q'_{ij})_k \quad (3.21)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (h_k^2 - h_{k-1}^2) (Q'_{ij})_k \quad (3.22)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n (h_k^3 - h_{k-1}^3) (Q'_{ij})_k \quad (3.23)$$

$$F_{ij} = \sum_{k=1}^n (h_k - h_{k-1})(C'_{ij})_k \quad (3.24)$$

La matrice $[Q]'$ est la matrice de raideur réduite dans le repère de la plaque ($Oxyz$), elle est définie :

$$[Q]' = \begin{bmatrix} Q'_{11} & Q'_{12} & Q'_{16} \\ Q'_{12} & Q'_{22} & Q'_{26} \\ Q'_{16} & Q'_{26} & Q'_{66} \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

$$\left. \begin{aligned} Q'_{11} &= Q_{11}c^4 + Q_{22}s^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ Q'_{12} &= (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66})s^2c^2 + Q_{12}(s^4 + c^4) \\ Q'_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})sc^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})s^3c \\ Q'_{22} &= Q_{11}s^4 + Q_{22}c^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})s^2c^2 \\ Q'_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})s^3c + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})sc^3 \\ Q'_{66} &= [Q_{11} + Q_{22} - 2(Q_{12} + Q_{66})]s^2c^2 + Q_{66}(s^4 + c^4) \end{aligned} \right\} \quad (3.26)$$

Avec

$$\left. \begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_x}{1 - \nu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x}} \\ Q_{22} &= \frac{E_y}{1 - \nu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x}} = \frac{E_y}{E_x} Q_{11} \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{xy} E_y}{1 - \nu_{xy} \nu_{yx}} = \nu_{xy} Q_{22} \\ Q_{66} &= G_{xy} \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

Où E_x, E_y, ν_{xy} et G_{xy} sont le module de Young longitudinal, le module de Young transversal, le coefficient de Poisson et le module de cisaillement respectivement.

La matrice $[C]'$ est la matrice de raideur dans le repère de la plaque ($Oxyz$), elle est définie :

$$C' = \begin{bmatrix} C'_{44} & C'_{45} \\ C'_{45} & C'_{55} \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$\left. \begin{aligned} C'_{44} &= \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})c^2 + C_{66}s^2 \\ C'_{45} &= \left[C_{66} - \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23}) \right] sc \\ C'_{55} &= \frac{1}{2}(C_{22} - C_{23})s^2 + C_{66}c^2 \end{aligned} \right\} \quad (3.29)$$

La matrice C_{ij} avec $i, j = 1, 2, \dots, 6$ est obtenue à partir de l'inverse de la matrice de souplesse $[S]$:

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{12} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{12} & S_{23} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(S_{22} - S_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

$$\left. \begin{aligned} S_{11} &= \frac{1}{E_x} & ; & & S_{22} &= \frac{1}{E_y} \\ S_{12} &= \frac{-\nu_{xy}}{E_y} & ; & & S_{23} &= \frac{-\nu_{yz}}{E_y} \\ & & & & S_{66} &= \frac{1}{G_{xy}} \end{aligned} \right\} \quad (3.31)$$

III.3.6.2. Matrice de masse

La matrice de masse élémentaire $[M]_e$ est obtenue à partir de l'énergie cinétique :

$$[M]_e = \iint_{S_e} [H]^t [Rho] [H] dx dy \quad (3.32)$$

$$[Rho] = \begin{bmatrix} \rho_s & 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & \rho_s & 0 & 0 & R \\ 0 & 0 & \rho_s & 0 & 0 \\ R & 0 & 0 & I_{xy} & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & I_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\left. \begin{aligned} \rho_s &= \sum_{k=1}^n \rho_k (h_k - h_{k-1}) \\ R &= \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \rho_k (h_k^2 - h_{k-1}^2) \\ I_{xy} &= \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \rho_k (h_k^3 - h_{k-1}^3) \end{aligned} \right\} \quad (3.34)$$

Avec ρ_k est la masse volumique de la couche k .

$$[H] = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & 0 & -h_1 & 0 & h_2 & 0 & 0 & -h_2 & 0 & h_3 & 0 & 0 & -h_3 & 0 & h_4 & 0 & 0 & -h_4 & 0 \\ 0 & h_1 & 0 & 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & 0 & h_3 & 0 & h_4 & 0 & 0 & h_4 \\ 0 & 0 & h_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_4 & 0 & 0 \\ h_1 & 0 & 0 & h_1 & 0 & h_2 & 0 & 0 & h_2 & 0 & h_3 & 0 & 0 & h_3 & 0 & h_4 & 0 & 0 & h_4 & 0 \\ 0 & -h_1 & 0 & 0 & h_1 & 0 & -h_2 & 0 & 0 & h_2 & 0 & -h_3 & 0 & 0 & h_3 & 0 & -h_4 & 0 & 0 & h_4 \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

Pour avoir la matrice de masse globale $[M]$, on fait la sommation (assemblage) des matrices élémentaires augmentées à la taille de la matrice globale.

$$[M] = \sum_{\text{éléments}} [M]_e \quad (3.36)$$

III.4. Problème aux valeurs propres

Pour avoir les fréquences naturelles et les déformées propres, que nous allons utiliser dans les chapitres IV et V, nous allons résoudre le problème aux valeurs propres (PVP).

L'équation du mouvement global s'écrit :

$$[M]\{\ddot{U}\} + [K]\{U\} = 0 \quad (3.37)$$

Avec

$$\{\ddot{U}\} = \frac{d^2\{U\}}{dt^2} \quad (3.38)$$

Pour les vibrations harmoniques, la solution générale de l'équation (3.37) s'écrit sous la forme :

$$\{U\} = \{\widehat{U}\}e^{j\omega t} \quad (3.39)$$

Où

$j^2 = -1$, $\{\widehat{U}\}$ est le vecteur propre et ω la pulsation propre.

En substituant (3.39) dans (3.37), on aura le problème aux valeurs propres (PVP) :

$$([K] - \omega^2[M])\{\widehat{U}\} = 0 \quad (3.40)$$

La solution du PVP nous donne les vecteurs et pulsations propres (modes propres) après imposition des conditions aux limites.

III.5. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons explicité les différentes étapes pour construire le model éléments finis qui sera utilisé pour modéliser la plaque stratifiée, afin d’avoir les données modales nécessaires à l’application des méthodes de détection d’endommagement basée sur des données vibratoires présentées dans la partie simulation numérique.

Partie II :
Simulation numérique

Chapitre IV :

Présentation et application de la méthode des forces résiduelles

IV.1. Introduction

La force modale résiduelle se réfère à un déséquilibre résultant de la substitution des données obtenues avec la méthode des éléments finis des structures saine et endommagée dans le problème aux valeurs propres.

IV.2. Présentation de la méthode [50]

Pour une structure saine, les fréquences et vecteurs propres doivent satisfaire le problème aux valeurs propres (PVP) :

$$([K] - \lambda_i[M])\{\phi\}_i = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, m ; \quad m: \text{nombre de modes} \quad (4.1)$$

Quand la structure est endommagée, le PVP la caractérise est :

$$([K]_d - \lambda_{di}[M]_d)\{\phi\}_{di} = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, m \quad (4.2)$$

Assumons que les matrices de raideur et de masse de la structure endommagée sont définies :

$$\left. \begin{aligned} [K]_d &= [K] + [\Delta K] \\ [M]_d &= [M] + [\Delta M] \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

Où $[\Delta K]$ et $[\Delta M]$ sont les matrices de variation de raideur et de masse dû à l'endommagement de la structure, de là le PVP de la structure endommagée devient :

$$([K] - \lambda_{di}[M])\{\phi\}_{di} = -([\Delta K] - \lambda_{di}[\Delta M])\{\phi\}_{di} \quad \text{pour } i = 1, \dots, m \quad (4.4)$$

Le terme à droite de l'équation (4.4) est défini comme étant le vecteur de la force modale résiduelle du $i^{\text{ème}}$ mode de la structure endommagée, il est désigné :

$$\{R\}_i = -([\Delta K] - \lambda_{di}[\Delta M])\{\phi\}_{di} \quad (4.5)$$

Dans l'équation (4.4) le terme de gauche est connu donc $\{R\}_i$ l'est aussi. Il est clair que pour que la force modale résiduelle soit nulle, il faut que λ_{di} et $\{\phi\}_{di}$ soient égaux à λ_i et $\{\phi\}_i$ respectivement.

Dans le cas où le changement dans les caractéristiques dynamiques de la structure est utilisé, il est nécessaire de disposer du model numérique adéquat pour prédire ce changement, en ce sens la méthode des éléments finis est la mieux indiquée, dans ce cas l'endommagement est représenté par une diminution dans la raideur de l'élément endommagé appelé indice d'endommagement de l'élément. Dans ce qui suit il est assumé que la matrice élémentaire de raideur diminue uniformément, et que la matrice de masse élémentaire reste inchangée.

$$\Delta[K]_j^e = ([K]_j^e - [K]_{dj}^e) = \alpha_j [K]_j^e \quad (4.6)$$

$$\Delta[M]_j^e = 0 \quad (4.7)$$

Où $[K]_j^e$ et $[K]_{dj}^e$ sont les matrices de raideur élémentaire des structures saine et endommagée du $j^{\text{ème}}$ élément, respectivement. $\Delta[K]_j^e$ et $\Delta[M]_j^e$ sont les matrices de réduction de raideur et de masse du $j^{\text{ème}}$ élément, respectivement. La valeur positive $\alpha_j \in [0,1]$ indique la perte de raideur de l'élément j , ce dernier est sain lorsque $\alpha_j = 0$ et complètement endommagée quand $\alpha_j = 1$.

$$[\Delta K]_j^e = \alpha_j [K]_j^e \quad \text{pour } j = 1, \dots, n ; \quad n: \text{nombre d'éléments} \quad (4.8)$$

De là, le vecteur de force modale résiduelle de l'équation (4.5) peut s'écrire pour le $i^{\text{ème}}$ mode :

$$\{R\}_i = [\Delta K]\{\phi\}_{di} = \{\Delta F\}_i = [\{F\}_1^e \{F\}_2^e \dots \{F\}_n^e]_i \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = [F]_i \{\alpha\} \quad (4.9)$$

$$[F]\{\alpha\} = \{R\} \quad (4.10)$$

Avec :

$$\{F\}_{ij} = [K]_j^e \{\phi\}_{dij}^e \quad (4.11)$$

$\{F\}_{ij}$ est le vecteur de la force nodale du $i^{\text{ème}}$ mode du $j^{\text{ème}}$ élément en coordonnées globales. $\{R\}$ est déduit de l'équation (4.5) :

$$\{R\}_i = ([K] - \lambda_{di}[M])\{\phi\}_{di} \quad (4.12)$$

L'équation de l'endommagement (4.10) peut être réécrite :

$$\begin{bmatrix} \{F\}_{11} & \{F\}_{12} & \dots & \{F\}_{1n} \\ \{F\}_{21} & \{F\}_{22} & \dots & \{F\}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \{F\}_{m1} & \{F\}_{m2} & \dots & \{F\}_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \{R\}_1 \\ \{R\}_2 \\ \vdots \\ \{R\}_m \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Où n est le nombre d'éléments et m le nombre de modes. La solution nous donne l'indice d'endommagement inconnu de l'élément, en le localisant et en quantifiant l'endommagement.

IV.3. Application de la méthode

Afin de vérifier la robustesse de la méthode, nous avons considéré plusieurs cas de conditions aux limites tout en changeant la position et le nombre d'éléments endommagés.

Comme nous avons modélisé le défaut par la réduction du module de Young, le travail présenté dans ce chapitre tient compte des endommagements suivant la direction des fibres, la direction transverse, ainsi que la combinaison des deux.

IV.3.1. Présentation de la structure

La structure étudiée est une plaque (Fig.4.1) en matériau composite stratifié unidirectionnel en graphite-époxy. La plaque a été modélisée en utilisant le logiciel MATLAB [51] [52], sur lequel nous avons programmé le model éléments finis présenté au chapitre III, ainsi que les algorithmes des deux méthodes proposées.

Les propriétés géométriques de la plaque sont :

- Longueur : $L=225.5$ mm.
- Largeur : $l=225.5$ mm.
- Hauteur : $h=2.05$ mm.

Le matériau choisi se compose de 8 couches, sa désignation est : $[0/90/0/90]_s$

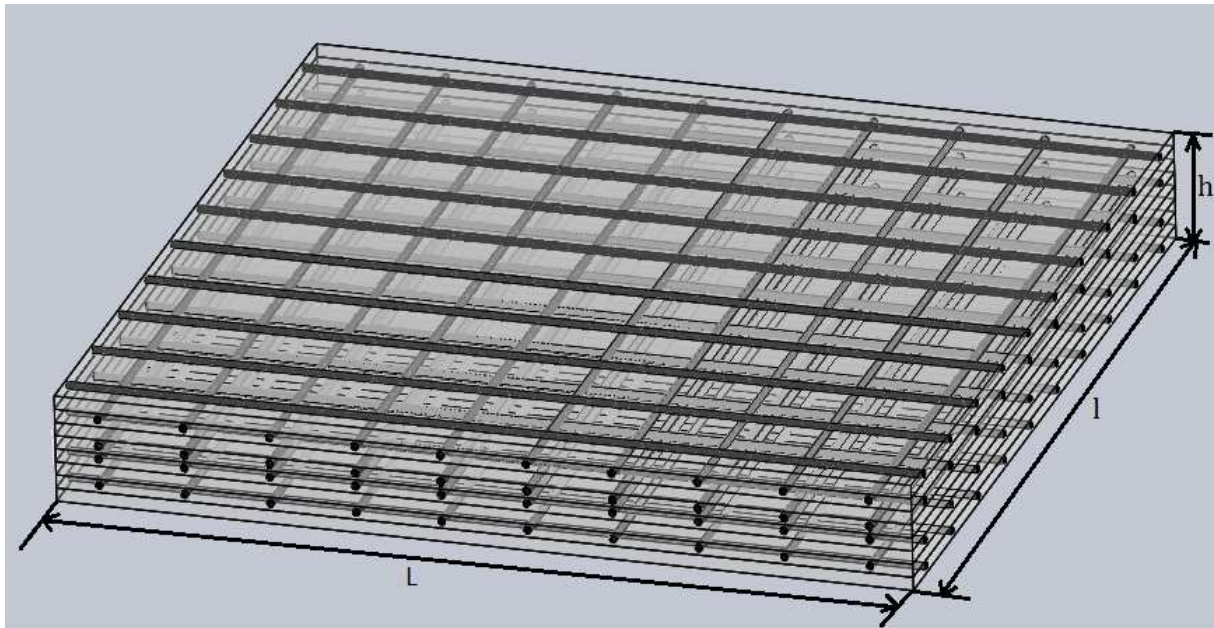


Fig.4.1 Représentation tridimensionnelle de la plaque stratifiée

Les propriétés mécaniques du matériau utilisé sont :

- Module de Young longitudinal : $E_x=37.78\text{GPa}$.
- Module de Young transversal : $E_y=10.9\text{GPa}$.
- Module de cisaillement : $G_{xy}=4.91\text{GPa}$.
- Coefficients de Poisson : $\nu_{xy}=0.3$; $\nu_{yz}=0.11$.
- Masse volumique : $\rho=1813.9\text{Kg/m}^3$.

IV.3.2. Plaque stratifiée entre deux appuis simples

Les côtés (ab) et (cd) de la plaque stratifiée sont sur des appuis simples (Fig.4.2).

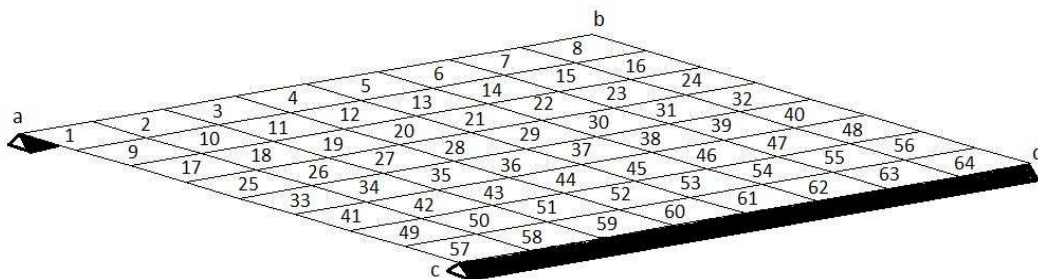


Fig.4.2 Plaque stratifiée entre deux appuis simples

Le récapitulatif des cas tests est résumé dans le tableau (Tab.4.1).

Nombre de défauts	Numéro du cas test	Eléments endommagés			Pourcentage d'endommagement		
1	1	5			50% sur E_x		
	2	5			50% sur E_y		
	3	5			50% sur E_x et E_y		
	4	28			25% sur E_x		
2	5	28	44		35% sur E_y	45% sur E_y	
	6	28	44		35% sur E_x	45% sur E_x	
	7	28	44		35% sur E_x	45% sur E_y	
3	8	20	38	43	50% sur E_x	25% sur E_x	75% sur E_x

Tab.4.1 Récapitulatif des cas tests pour la première méthode en appuis simples

Dans le tableau (Tab.4.2) nous avons présenté les cinq premières fréquences des structures saine et endommagée entre deux appuis simples dans le cas de 3 défauts suivant E_y , situés sur les éléments 20, 38 et 43 d'un taux de 75%, 50% et 75% respectivement.

structure	f1	f2	f3	f4	f5
Saine	134.57	149.62	225.66	258.19	291.95
endommagée	134.07	146.37	222.16	257.24	286.70

Tab.4.2 Fréquences des structures saine et endommagée entre deux appuis simples

IV.3.2.1. Un seul élément endommagé

On perturbe un seul élément en variant sa position, son taux d'endommagement et le module de Young perturbé, pour voir la sensibilité de l'indicateur à ces changements.

L'élément 5 qui se situe sur un bord appuyé simplement est perturbé une fois sur E_x de 50% (Fig.4.3), une fois sur E_y de 50% (Fig.4.4) et une fois les deux en même temps également de 50% (Fig.4.5).

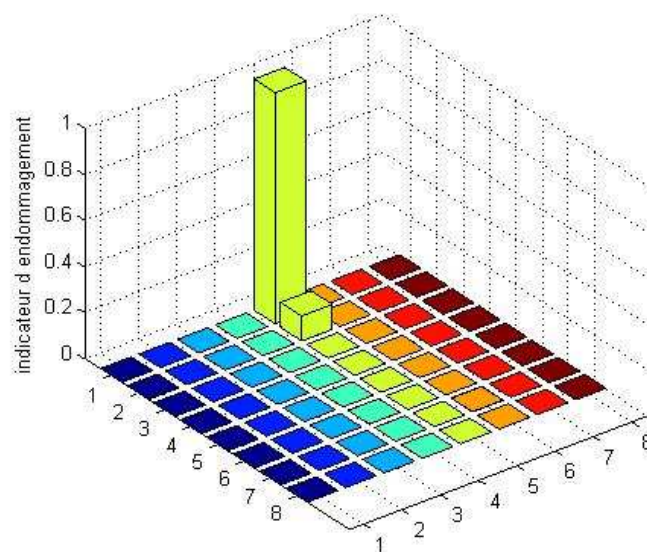


Fig.4.3 Cas test 1

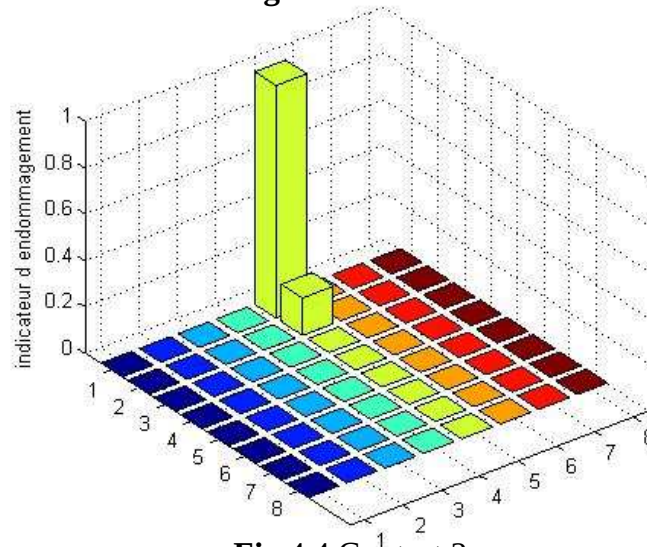


Fig.4.4 Cas test 2

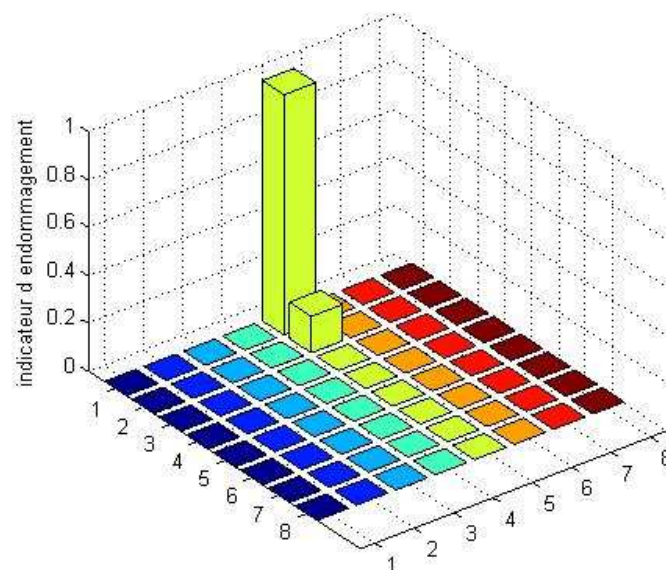


Fig.4.5 Cas test 3

Sur les trois cas tests précédents, on voit bien que l'endommagement est détecté en utilisant les sept premiers modes. On remarque aussi pour les trois cas test la présence d'une légère perturbation sur l'élément 13 qui se situe juste à côté de l'élément 5, mais elle reste très inférieure à la valeur de l'indicateur de l'élément 5.

L'indicateur utilisé localise bien la position de l'endommagement quelque soit le module perturbé dans le cas d'un seul élément endommagé situé sur un côté simplement appuyé.

Pour vérifier la sensibilité de l'indicateur à la position du défaut, on perturbe l'élément 28 qui se situe au milieu de la plaque de 25% sur E_x (Fig.4.6).

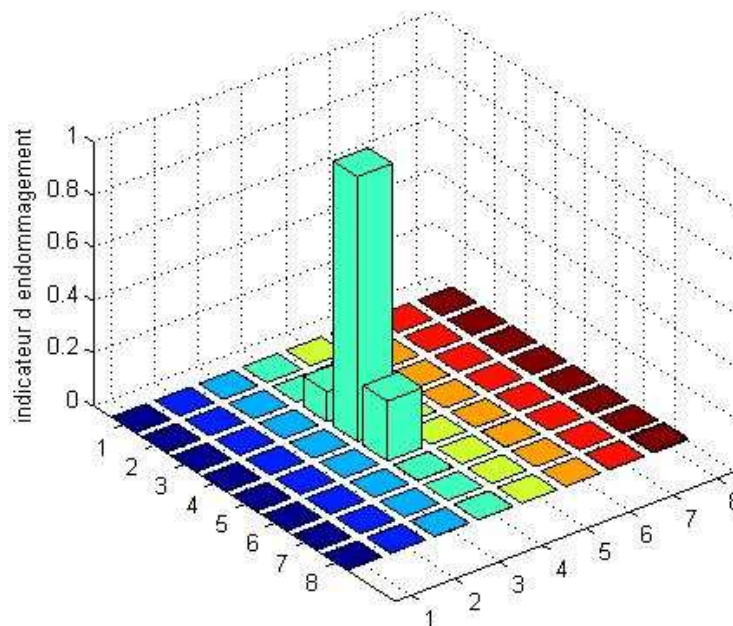


Fig.4.6 Cas test 4

En changeant de position à l'élément endommagé, l'indicateur reste toujours sensible à l'endommagement, en utilisant les sept premiers modes, avec la présence de légères perturbations, mais qui restent toujours minimales par rapport à la valeur de l'indicateur de l'élément endommagé.

Des quatre premiers cas tests, on peut conclure que l'indicateur est sensible, et localise bien l'endommagement, en cas de présence d'un seul défaut.

IV.3.2.2. Deux éléments endommagés

Après avoir vérifié la robustesse de l'indicateur à la variation de la position et du module de Young sur lequel on a introduit la perturbation, on vérifie sa sensibilité à la présence de deux endommagements, toujours en changeant de module sur lequel on introduit la perturbation.

Pour les trois cas tests suivants, on introduit un endommagement de 35% sur E_y dans l'élément 28 et un endommagement de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 5 (Fig.4.7), de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_x dans l'élément 44 pour le cas test 6 (Fig.4.8) et de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 7 (Fig.4.9).

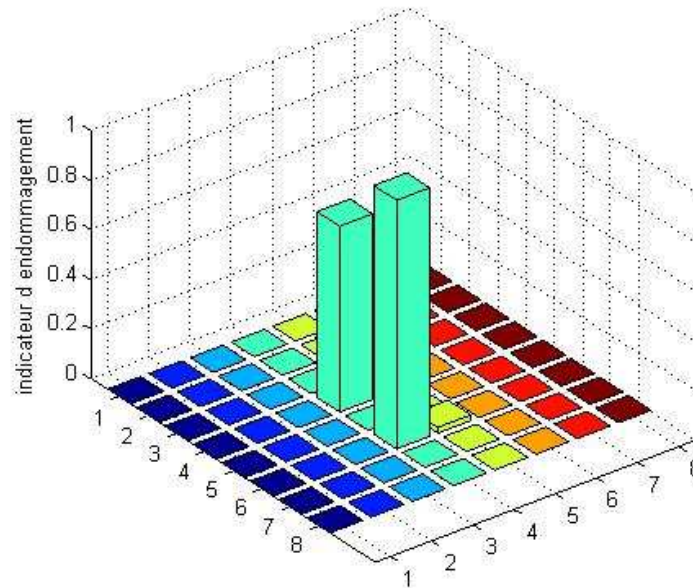


Fig.4.7 Cas test 5

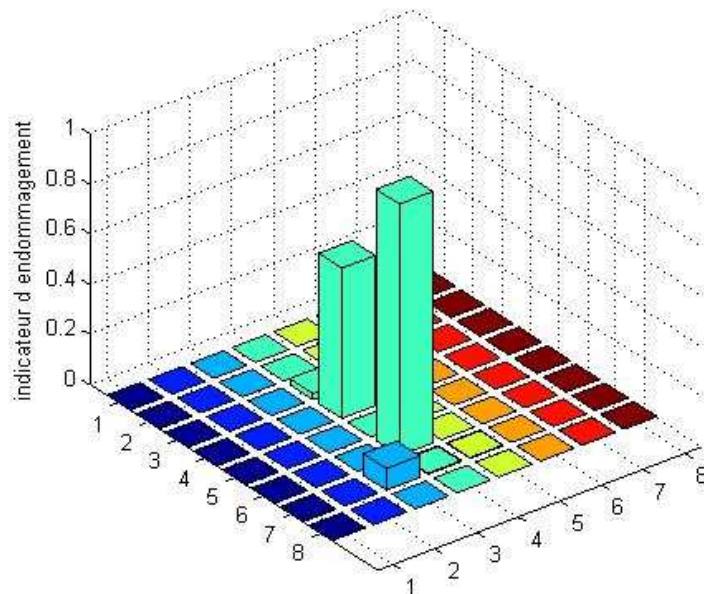


Fig.4.8 Cas test 6

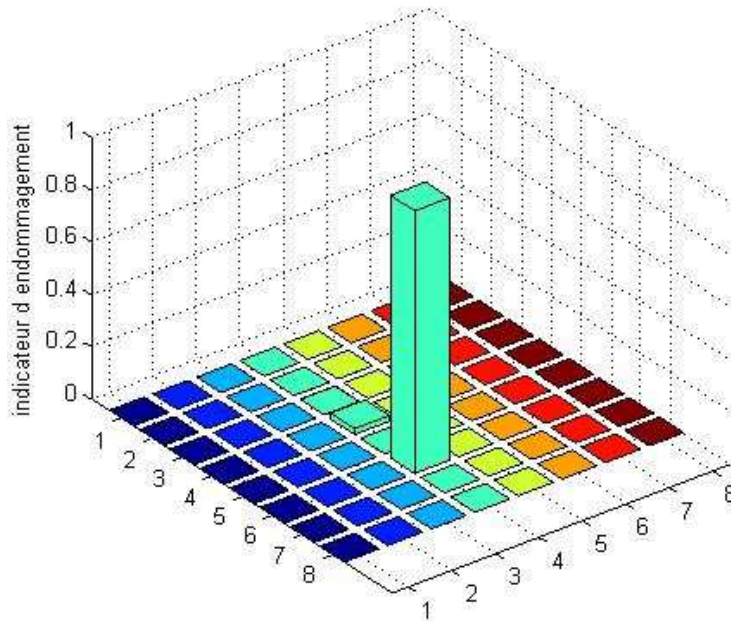


Fig.4.9 Cas test 7

En utilisant les quatorze premiers modes, les deux défauts sont localisés pour le cas test 5, et en utilisant les quinze premiers modes pour le cas test 6 et on remarque que la valeur de l'indicateur de l'élément 44 est plus grand que celui de l'élément 28 ce qui correspond à la perturbation introduite sur les deux éléments. Par contre, pour le cas test 7, en utilisant les quinze premiers modes on ne détecte que l'élément 44 qui est perturbé sur E_y . Pour expliquer pourquoi l'indicateur d'endommagement de l'élément 28 n'apparaît pas, nous avons pris l'indicateur de chaque élément à part tout en enlevant la normalisation (Fig.4.10 et 11), et on remarque que l'indicateur d'endommagement sur E_y est beaucoup plus important que celui sur E_x .

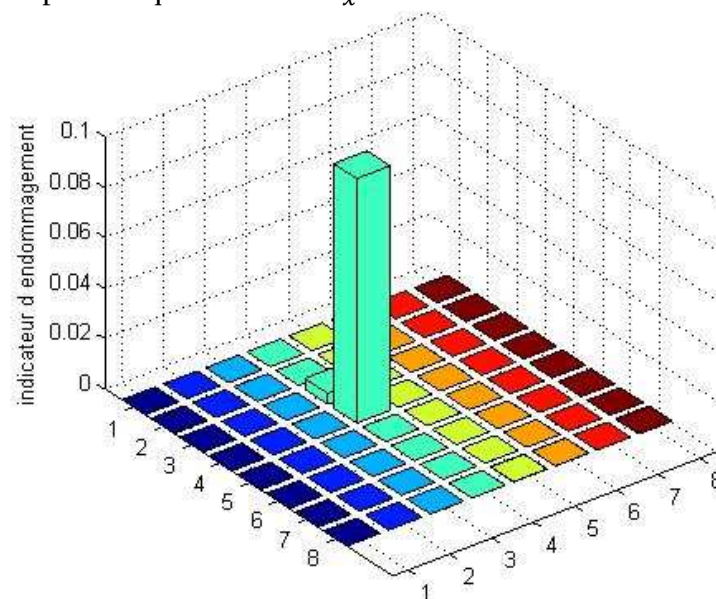


Fig.4.10 Cas test 7 (perturbation suivant E_x)

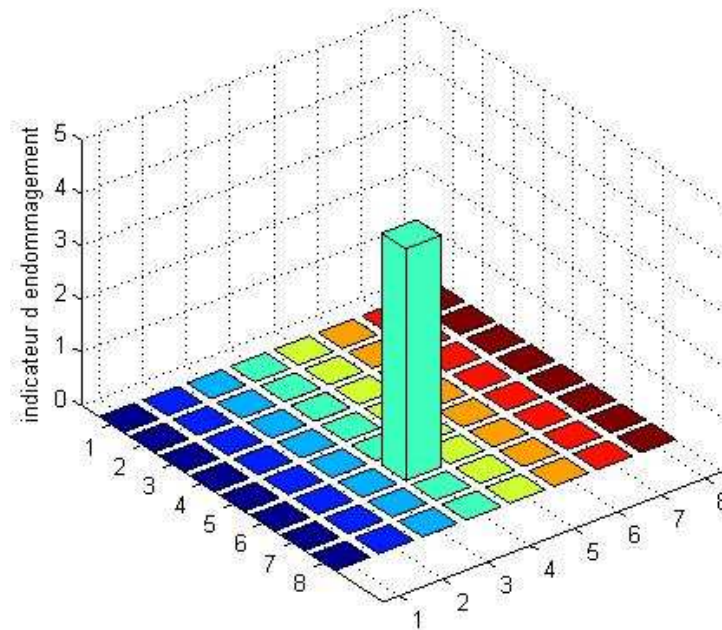


Fig.4.11 Cas test 7 (perturbation suivant E_y)

IV.3.2.3. Trois éléments endommagés

On perturbe l'élément 20 en introduisant un endommagement de 50% sur E_x , l'élément 38 avec un endommagement de 25% sur E_x et l'élément 43 avec un endommagement de 75% sur E_x (Fig.4.12).

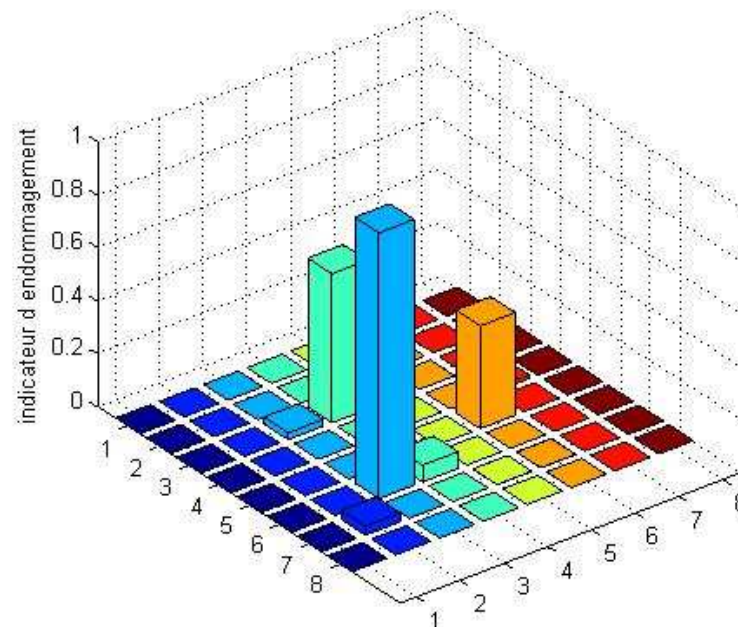


Fig.4.12 Cas test 8

La méthode localise la position des différents défauts en utilisant les quatorze premiers modes.

Pour le cas où la plaque est appuyée simplement de deux côté, l'indicateur de la méthode est sensible à la présence d'endommagements et donne la position de ces derniers.

IV.3.3. Plaque stratifiée encastré-libre

Pour ce deuxième type de conditions aux limites le côté (ab) est encastré (Fig.4.13).

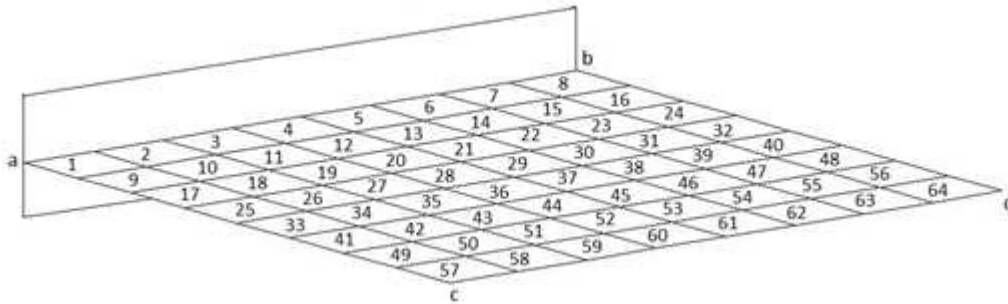


Fig.4.13 Plaque stratifiée encastrée-libre

Le récapitulatif des cas tests est résumé dans le tableau (Tab.4.3).

Nombre de défauts	Numéro du cas test	Eléments endommagés			Pourcentage d'endommagement		
1	9	5			50% sur E_x		
	10	5			50% sur E_y		
	11	5			50% sur E_x et E_y		
	12	28			25% sur E_x		
2	13	28	44		35% sur E_y	45% sur E_y	
	14	28	44		35% sur E_x	45% sur E_x	
	15	28	44		35% sur E_x	45% sur E_y	
3	16	20	38	43	50% sur E_x	25% sur E_x	75% sur E_x

Tab.4.3 Récapitulatif des cas tests pour la première méthode en encastré/libre

Les cinq premières fréquences des structures saine et endommagée en encasturé-libre sont présentées dans le tableau (Tab.4.4), dans le cas de 3 défauts suivant E_y , situés sur les éléments 20, 38 et 43 d'un taux de 75%, 50% et 75% respectivement.

structure	f1	f2	f3	f4	f5
Saine	38.34	70.29	144.40	151.07	165.56
endommagée	38.18	69.67	143.59	150.38	163.32

Tab.4.4 Fréquences des structures saine et endommagée en encasturé-libre

IV.3.3.1. Un seul élément endommagé

On perturbe un seul élément en variant sa position, son taux d'endommagement et le paramètre perturbé, pour voir la sensibilité de l'indicateur à ces changements.

L'élément 5 qui se situe sur un bord encasturé est perturbé une fois sur E_x de 50% (Fig.4.14), une fois sur E_y de 50% (Fig.4.15) et une fois les deux en même temps également de 50% (Fig.4.16).

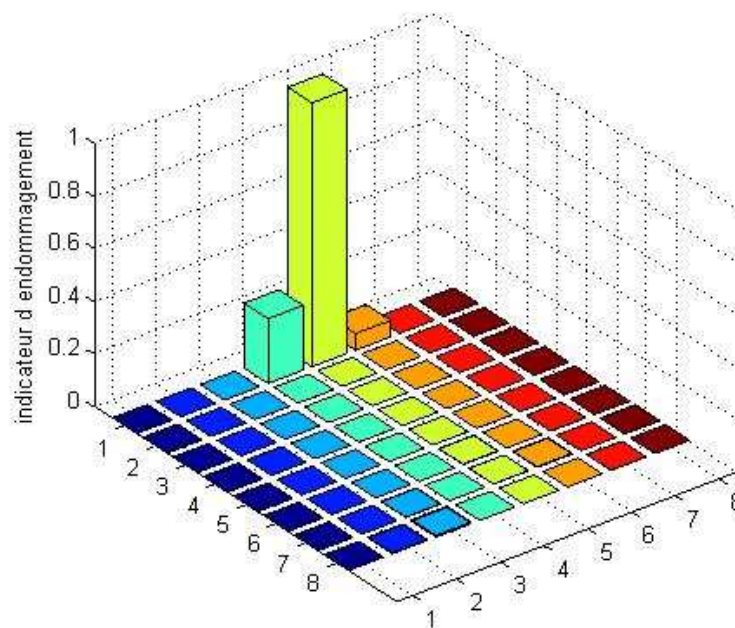


Fig.4.14 Cas test 9

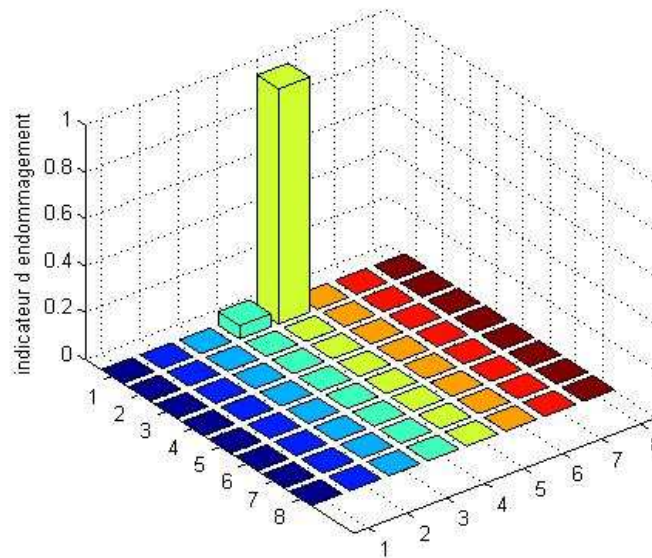


Fig.4.15 Cas test 10

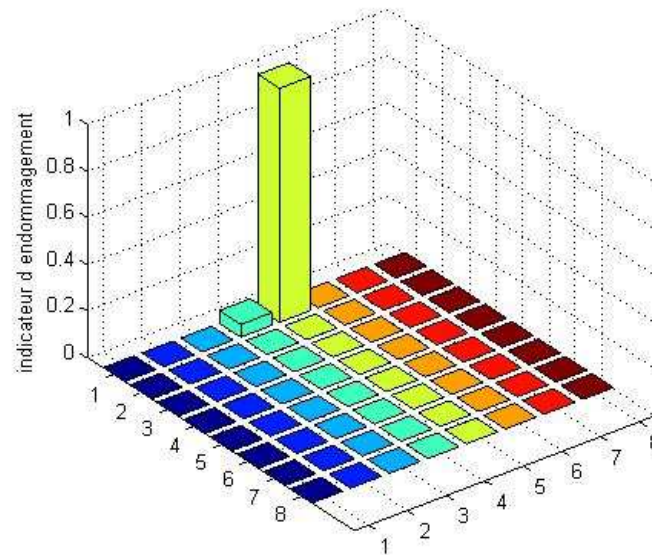


Fig.4.16 Cas test 11

Sur les trois cas tests précédents, on voit bien que l'endommagement est localisé en utilisant les neuf premiers modes. On remarque aussi pour les trois cas test la présence d'une légère perturbation sur l'élément 4 qui se situe juste à côté de l'élément 5, mais elle reste très inférieure à la valeur de l'indicateur de l'élément 5.

La méthode utilisée localise bien la position de l'endommagement quelque soit le module perturbé en cas d'un seul élément endommagé situé sur un côté encastéré.

On perturbe l'élément 28 qui se situe au milieu de la plaque de 25% sur E_x (Fig.4.17).

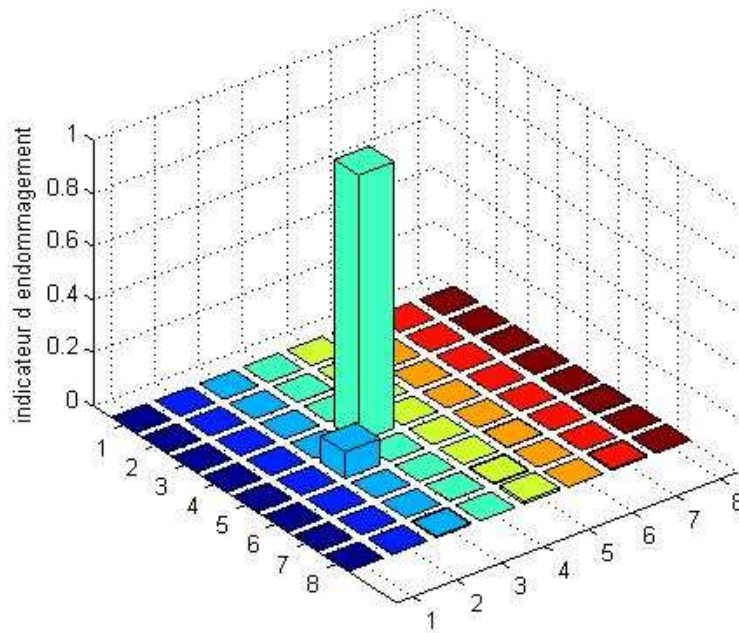


Fig.4.17 Cas test 12

En changeant de position à l'élément endommagé, l'indicateur reste toujours sensible à la présence d'endommagement, en utilisant les neuf premiers modes, avec la présence d'une légère perturbation, mais qui reste négligeable par rapport à la valeur de l'indicateur de l'élément endommagé.

IV.3.3.2. Deux éléments endommagés

Pour les trois cas tests suivants, on introduit un endommagement de 35% sur E_y dans l'élément 28 et un endommagement de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 13 (Fig.4.18), de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_x dans l'élément 44 pour le cas test 14 (Fig.4.19) et de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 15 (Fig.4.20).

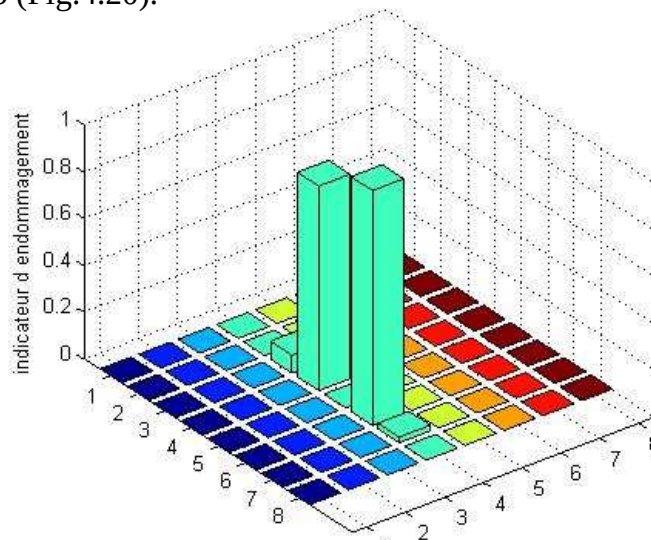


Fig.4.18 Cas test 13

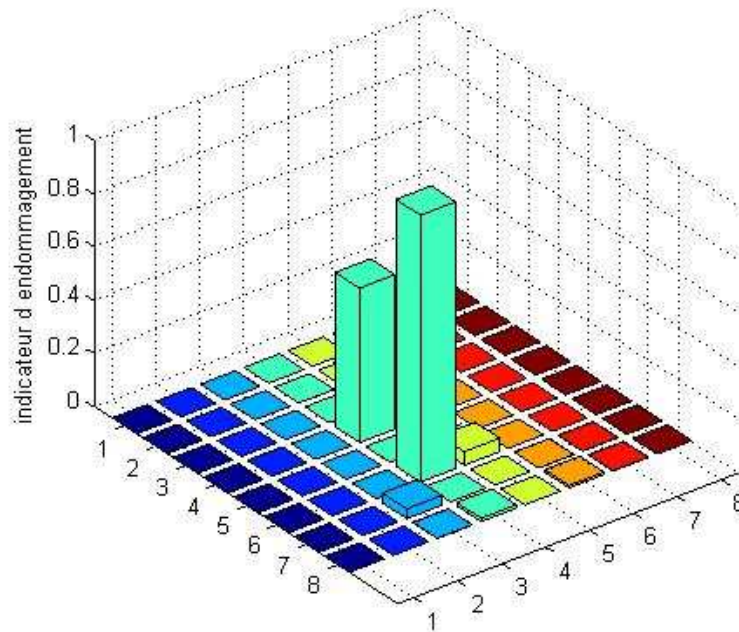


Fig.4.19 Cas test 14

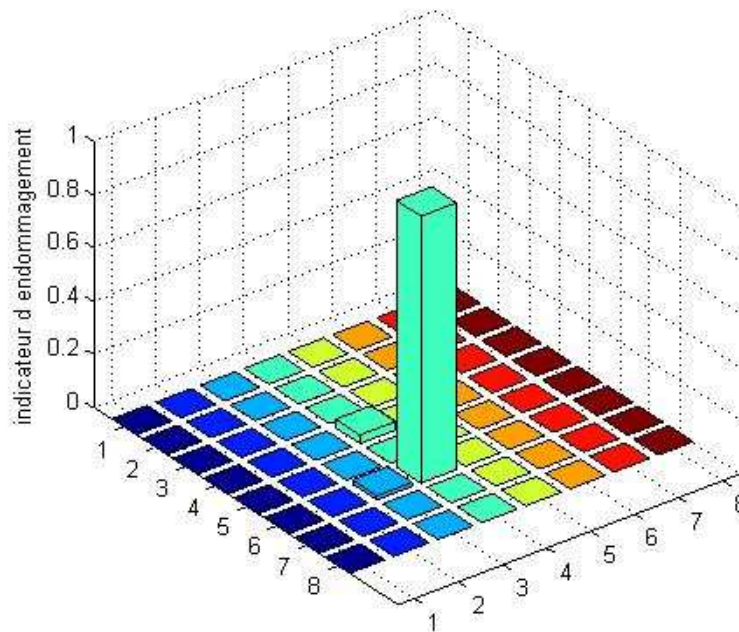


Fig.4.20 Cas test 15

En utilisant les neuf premiers modes, les deux défauts sont localisés pour les cas tests 13 et 14, on remarque que l'indicateur de l'élément 44 est plus grand que celui de l'élément 28 ce qui correspond à la perturbation introduite sur les deux éléments. Par contre, pour le cas test 15, en utilisant les treize premiers modes, on ne détecte que l'élément 44 qui est perturbé sur E_y . Pour expliquer pourquoi l'indicateur d'endommagement de l'élément 28 n'apparaît pas, nous avons pris l'indicateur de chaque élément à part tout en enlevant la normalisation (Fig.4.21 et 22), et on remarque que la

valeur de l'indicateur d'endommagement sur E_y est beaucoup plus important que celui sur E_x .

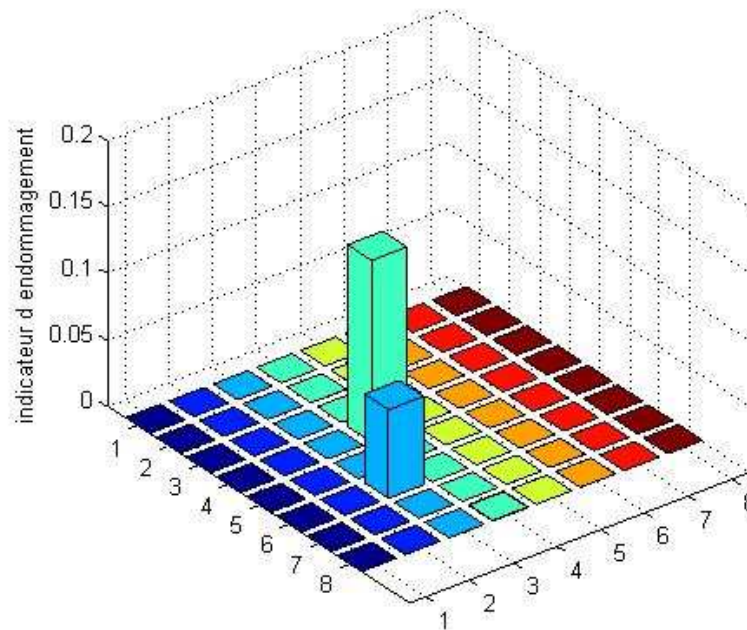


Fig.4.21 Cas test 15 (perturbation suivant E_x)

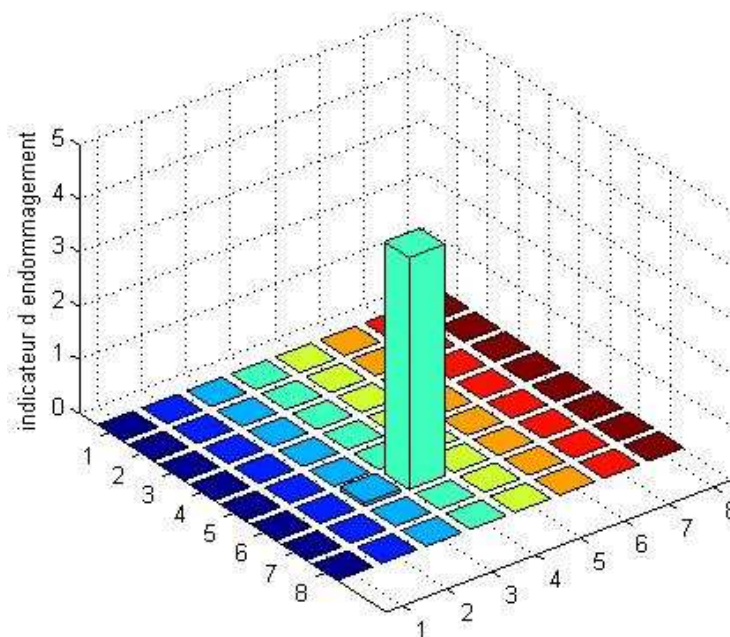


Fig.4.22 Cas test 15 (perturbation suivant E_y)

IV.3.3.3. Trois éléments endommagés

On perturbe l'élément 20 en introduisant un endommagement de 50% sur E_x , l'élément 38 avec un endommagement de 25% sur E_x et l'élément 43 avec un endommagement de 75% sur E_x (Fig.4.23).

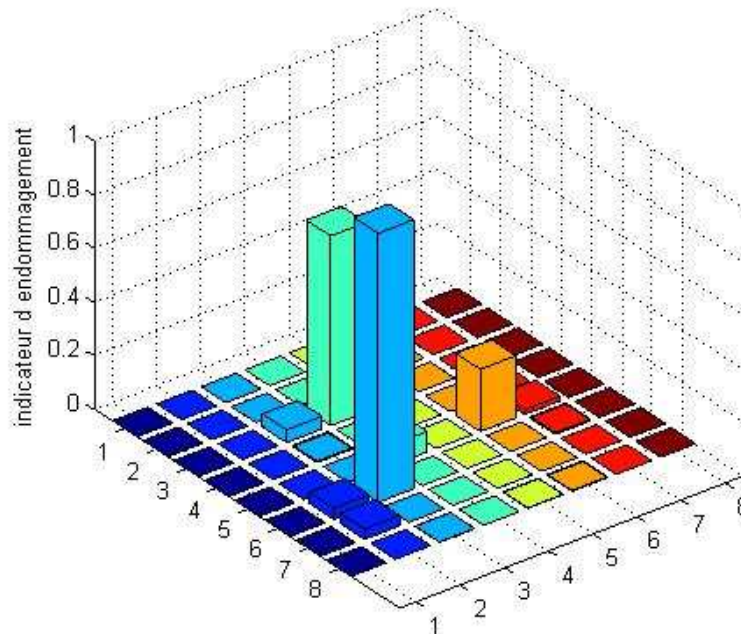


Fig.4.23 Cas test 16

L'indicateur localise la position des différents défauts en utilisant les neuf premiers modes.

En changeant le type de conditions aux limites, la méthode reste sensible à l'endommagement et nous permet de le localiser, en prenant la précaution de bien choisir le nombre de modes à utiliser pour augmenter la sensibilité de l'indicateur.

IV.4. Conclusion

En tenant compte des paramètres, types de conditions aux limites, nombre d'endommagement, leurs positions et l'ampleur des défauts, la méthode détecte et localise l'endroit de l'endommagement.

Dans le cas où les défauts sont sur des directions différentes ; toujours la valeur de l'indicateur des éléments perturbés suivant E_y est beaucoup plus importante que celle des éléments perturbés suivant la direction E_x .

Chapitre V :

Présentation et application de la méthode énergétique

V.1. Introduction

Dans cette méthode, un indice efficace basé sur l'énergie de déformation modale est présenté pour localiser les éléments défectueux de la structure endommagés.

V.2. Présentation de la méthode [53]

L'analyse modale est un outil pour déterminer les valeurs et modes propres d'une structure de la forme mathématique suivante :

$$([K] - \lambda_i[M])\{\phi\}_i = 0 \quad \text{pour } i = 1, \dots, m ; m: \text{nombre de modes} \quad (5.1)$$

Où $[K]$ et $[M]$ sont les matrices de rigidité et de masse de la structure, respectivement ; λ_i et ϕ_i sont les valeurs et vecteurs propres. On a :

$$\{\phi\}_i^T [M] \{\phi\}_i = 1 \quad \text{et} \quad \{\phi\}_i^T [K] \{\phi\}_i = \lambda_i \quad (5.2)$$

Puisque les vecteurs propres sont équivalents aux déplacements nodaux d'une structure, donc la MSE est distribuée dans chaque élément de la forme suivante :

$$\left. \begin{aligned} MSE_i^{es} &= \frac{1}{2} \{\phi\}_i^T [K]^e \{\phi\}_i \\ MSE_i^{ed} &= \frac{1}{2} \{\phi\}_i^{dT} [K]^e \{\phi\}_i^d \end{aligned} \right\} \quad i = 1 \dots m ; e = 1 \dots n \quad (5.3)$$

MSE_i^{es} et MSE_i^{ed} sont respectivement l'énergie de déformation modale des structures saine et endommagée, n est le nombre d'éléments de la structure, m est le nombre de modes, $[K]^e$ est la matrice de rigidité élémentaire de la structure saine.

Toute l'énergie modale de la structure peut-être calculée en additionnant le MSE de chaque élément, alors on peut écrire :

$$MSE_i^s = \sum_{e=1}^n MSE_i^{es} \quad ; \quad MSE_i^d = \sum_{e=1}^n MSE_i^{ed} \quad (5.4)$$

Pour normaliser le MSE_i^{es} et le MSE_i^{ed} on divisera chaque énergie élémentaire sur l'énergie totale, donc l'énergie normalisé s'écrit :

$$NMSE_i^{es} = \frac{MSE_i^{es}}{MSE_i^s} \quad ; \quad NMSE_i^{ed} = \frac{MSE_i^{ed}}{MSE_i^d} \quad (5.5)$$

Après normalisation du MSE, on peut choisir les premiers m modes comme paramètres efficaces, et on peut écrire :

$$MNMSE^{es} = \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{es}}{m} \quad ; \quad MNMSE^{ed} = \frac{\sum_{i=1}^m NMSE_i^{ed}}{m} \quad (5.6)$$

L'indicateur nommé l'indice de base d'énergie de déformation modale MSEBI s'écrit sous la forme suivante :

$$MSEBI^e = \frac{MNMSE^{es} - MNMSE^{ed}}{MNMSE^{es}} \quad (5.7)$$

Pour localiser les endommagements, il suffit juste de prendre les e indices MSEBI non nuls et les éléments correspondants, en sachant que l'indice des éléments sains sera nul.

V.3. Application de la méthode

Afin de vérifier la fiabilité de la méthode proposée, nous allons utiliser la même structure (Fig.5.1) que celle de la méthode précédente en reconduisant les mêmes conditions aux limites.

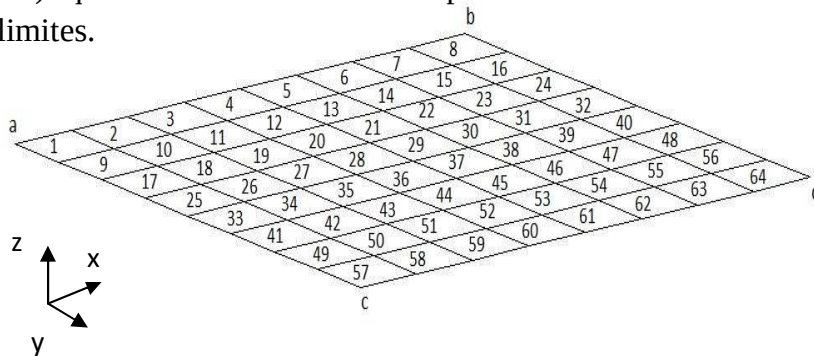


Fig.5.1 Discrétisation de la plaque en 64 éléments

V.3.1. Plaque stratifiée entre deux appuis simples

Les côtés (ab) et (cd) de la plaque stratifiée sont sur des appuis simples (Fig.5.2).

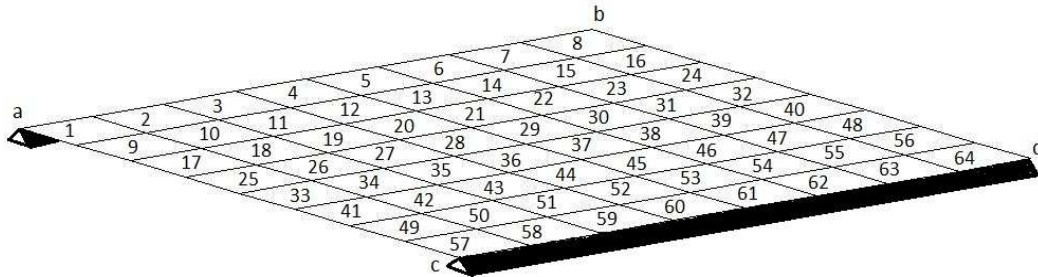


Fig.5.2 Plaque stratifiée entre deux appuis simples

Le récapitulatif des cas tests est résumé dans le tableau (Tab.5.1)

Nombre de défauts	Numéro du cas test	Eléments endommagés			Pourcentage d'endommagement		
1	17	5			50% sur E_x		
	18	5			50% sur E_y		
	19	5			50% sur E_x et E_y		
	20	28			25% sur E_x		
2	21	28	44		35% sur E_y	45% sur E_y	
	22	28	44		35% sur E_x	45% sur E_x	
	23	28	44		35% sur E_x	45% sur E_y	
3	24	20	38	43	50% sur E_x	25% sur E_x	75% sur E_x

Tab.5.1 Récapitulatif des cas tests pour la deuxième méthode entre deux appuis simples

V.3.1.1. Un seul élément endommagé

On perturbe un seul élément en variant sa position, son taux d'endommagement et le module de Young perturbé, pour voir la sensibilité de l'indicateur à ces changements.

L'élément 5 qui se situe sur un bord appuyé simplement est perturbé une fois sur E_x de 50% (Fig.5.3), une fois sur E_y de 50% (Fig.5.4) et une fois les deux en même temps également de 50% (Fig.5.5).

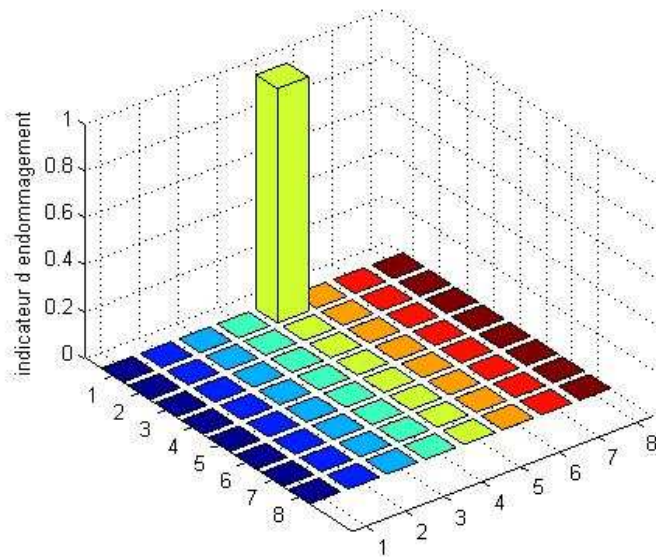


Fig.5.3 Cas test 17

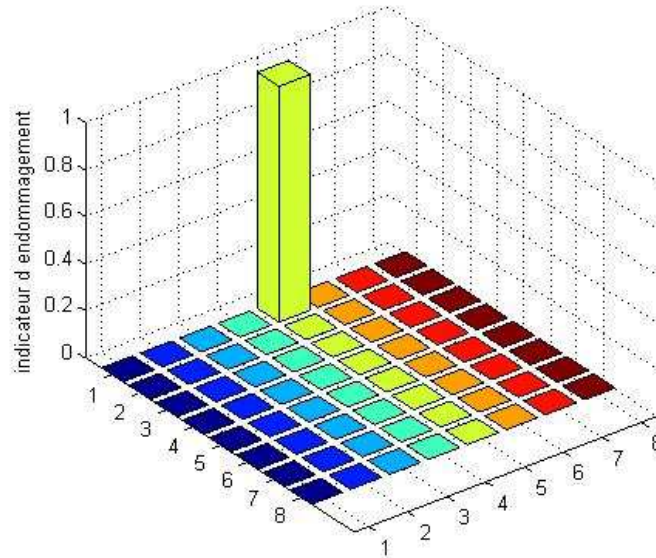


Fig.5.4 Cas test 18

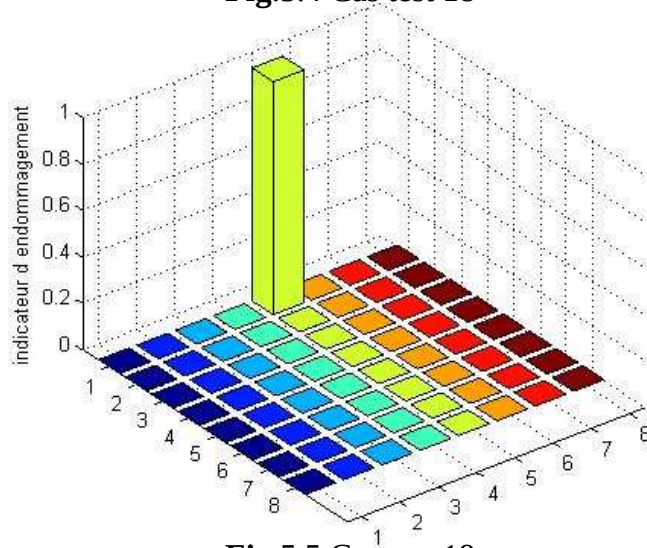


Fig.5.5 Cas test 19

Pour les trois cas tests l'indicateur de la méthode est sensible à la présence du défaut et le localise très bien sans que les autres éléments ne soient perturbés en utilisant les deux premiers modes.

Pour vérifier la sensibilité de l'indicateur à la position du défaut, on perturbe l'élément 28 qui se situe au milieu de la plaque de 25% sur E_x (Fig.5.6).

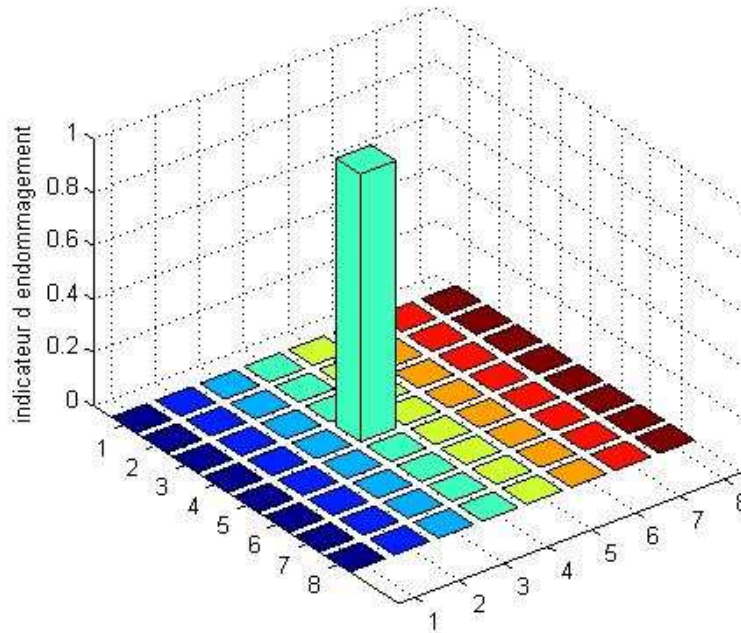


Fig.5.6 Cas test 20

En changeant de position à l'élément endommagé, l'indicateur reste toujours sensible à l'endommagement, en utilisant les deux premiers modes.

V.3.1.2. Deux éléments endommagés

Après avoir vérifié la robustesse de la méthode à la variation de la position et du module de Young sur lequel on a introduit la perturbation, on vérifie sa fiabilité à la présence de deux endommagements, toujours en changeant de module sur lequel on introduit la perturbation.

Pour les trois cas tests suivants, on introduit un endommagement de 35% sur E_y dans l'élément 28 et un endommagement de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 21 (Fig.5.7), de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_x dans l'élément 44 pour le cas test 22 (Fig.5.8) et de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 23 (Fig.5.9).

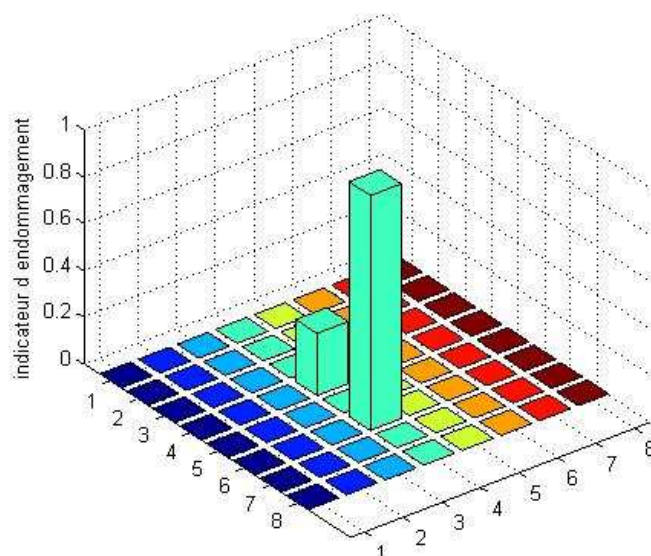


Fig.5.7 Cas test 21

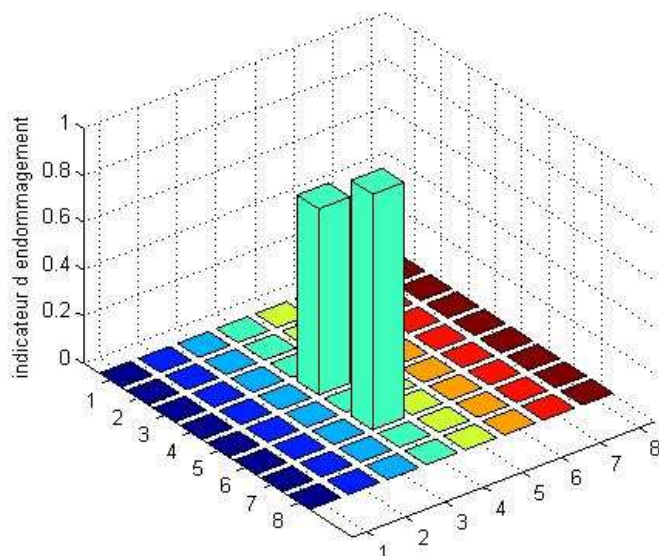


Fig.5.8 Cas test 22

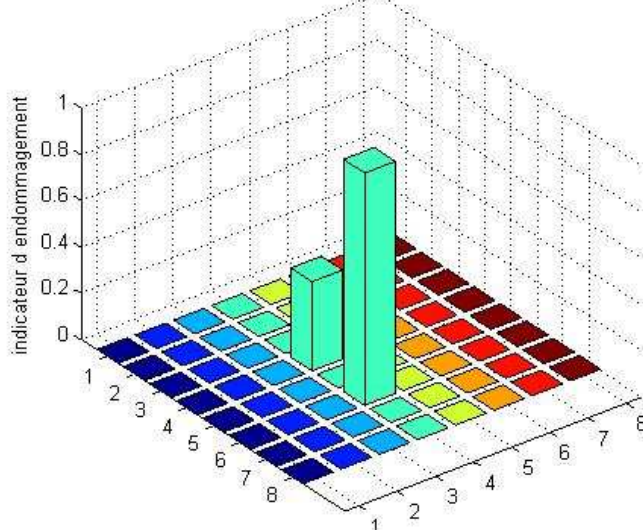


Fig.5.9 Cas test 23

Les deux endommagements sont localisés en utilisant les trois premiers modes pour les cas tests 21 et 23, tandis que pour le cas test 22, ils sont localisés en utilisant les deux premiers modes. On remarque que les éléments non endommagés ne sont pas perturbés.

V.3.1.3. Trois éléments endommagés

On perturbe l'élément 20 en introduisant un endommagement de 50% sur E_x , l'élément 38 avec un endommagement de 25% sur E_x et l'élément 43 avec un endommagement de 75% sur E_x (Fig.5.10).

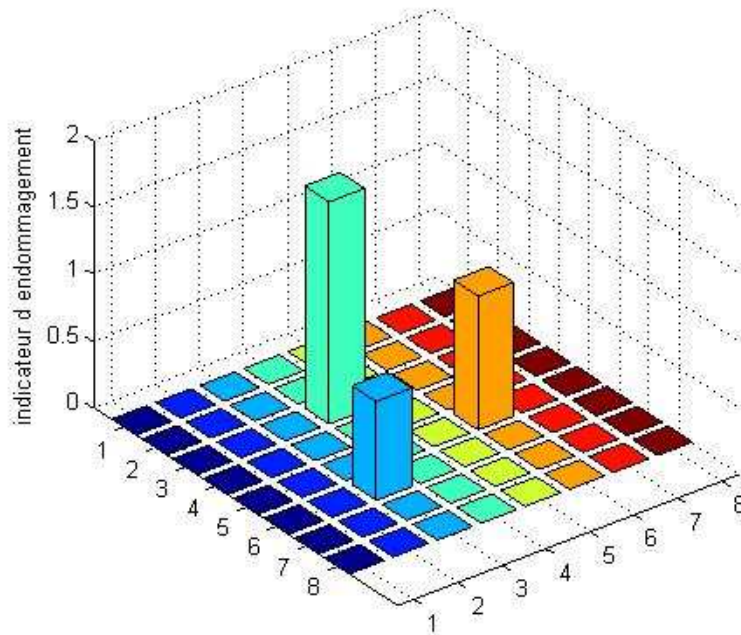


Fig.5.10 Cas test 24

La position des défauts est localisée sur la plaque en utilisant les deux premiers modes.

L'indicateur d'endommagement, basé sur l'énergie de déformation modale, est sensible à la présence de défauts sur une plaque stratifiée qui est entre deux appuis simples.

V.3.2. Plaque stratifiée encastrée-libre

Pour ce deuxième type de conditions aux limites le côté (ab) est encastré (Fig.5.11).

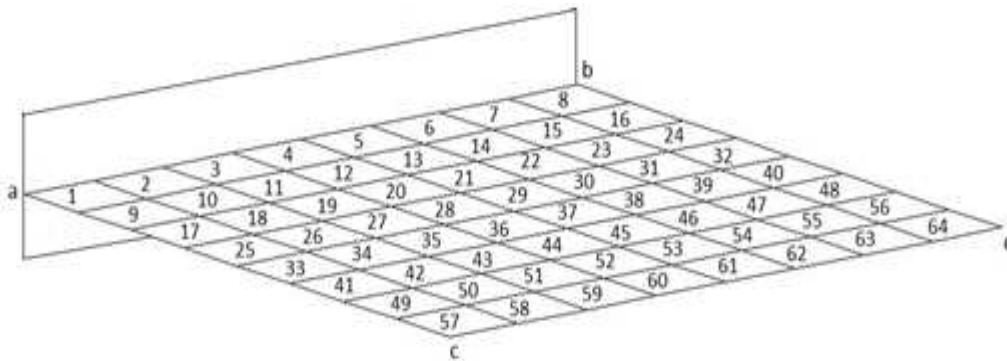


Fig.5.11 Plaque stratifiée encastrée-libre

Le récapitulatif des cas tests est résumé dans le tableau (Tab.5.2).

Nombre de défauts	Numéro du cas test	Eléments endommagés			Pourcentage d'endommagement		
1	25	5			50% sur E_x		
	26	5			50% sur E_y		
	27	5			50% sur E_x et E_y		
	28	28			25% sur E_x		
2	29	28	44		35% sur E_y	45% sur E_y	
	30	28	44		35% sur E_x	45% sur E_x	
	31	28	44		35% sur E_x	45% sur E_y	
3	32	20	38	43	50% sur E_x	25% sur E_x	75% sur E_x

Tab.5.2 Récapitulatif des cas tests pour la deuxième méthode en encastré/libre

V.3.2.1. Un seul élément endommagé

L'élément 5 qui se situe sur un bord encastré est perturbé une fois sur E_x de 50% (Fig.5.12), une fois sur E_y de 50% (Fig.5.13) et une fois les deux en même temps également de 50% (Fig.5.14).

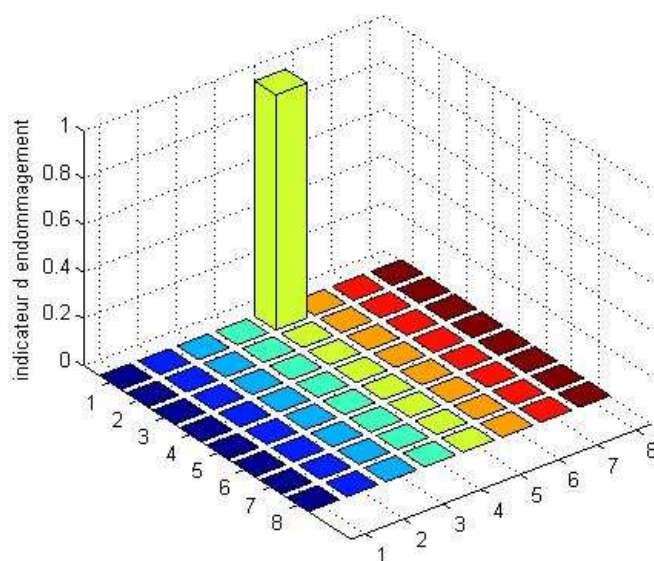


Fig.5.12 Cas test 25

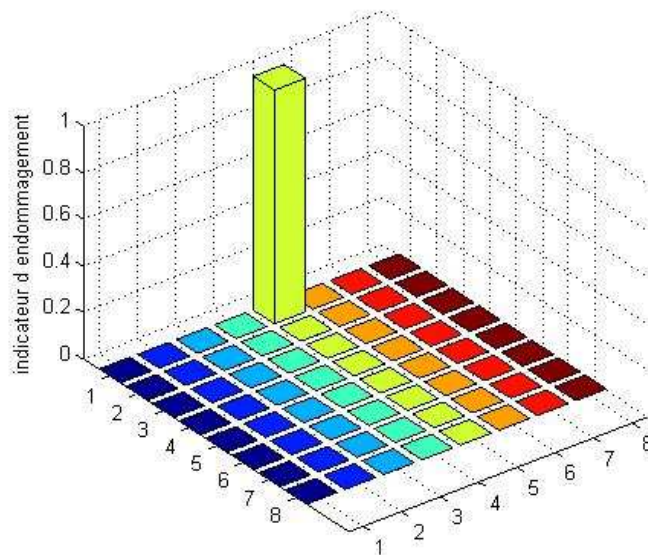


Fig.5.13 Cas test 26

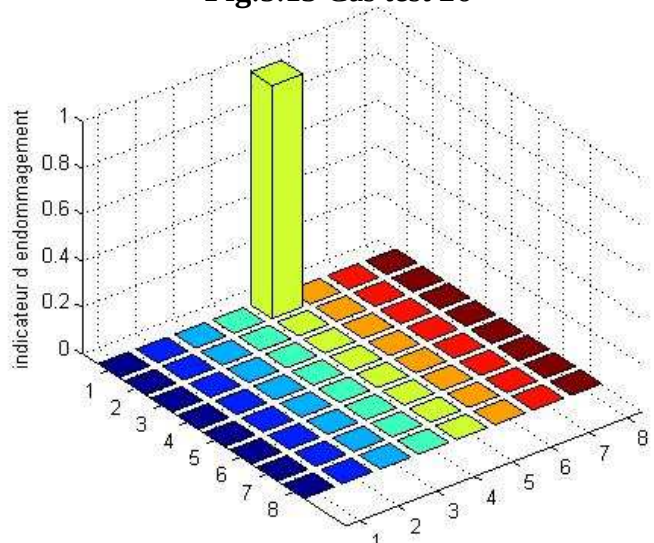


Fig.5.14 Cas test 27

Sur les trois cas tests précédents, on voit bien que l'endommagement est localisé en utilisant les deux premiers modes pour les cas tests 25 et 27, et les trois premiers pour le cas test 26.

On perturbe l'élément 28 qui se situe au milieu de la plaque de 25% sur E_x (Fig.5.15).

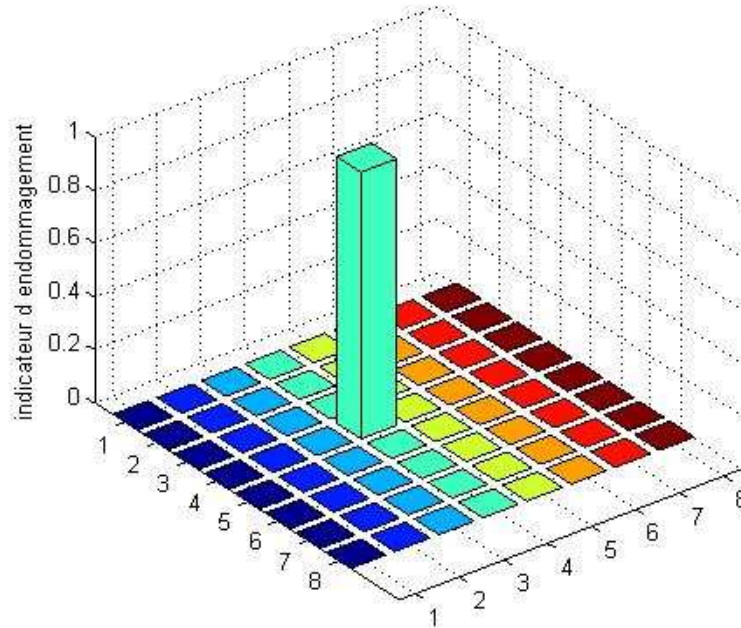


Fig.5.15 Cas test 28

En changeant de position à l'élément endommagé, l'indicateur reste toujours sensible à l'endommagement, en utilisant les deux premiers modes.

V.3.2.2. Deux éléments endommagés

Pour les trois cas tests suivants, on introduit un endommagement de 35% sur E_y dans l'élément 28 et un endommagement de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 29 (Fig.5.16), de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_x dans l'élément 44 pour le cas test 30 (Fig.5.17) et de 35% sur E_x dans l'élément 28 et de 45% sur E_y dans l'élément 44 pour le cas test 31 (Fig.5.18).

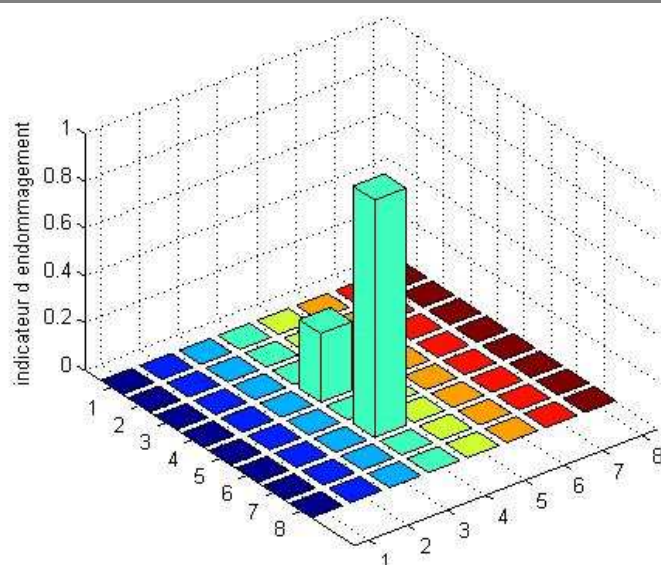


Fig.5.16 Cas test 29

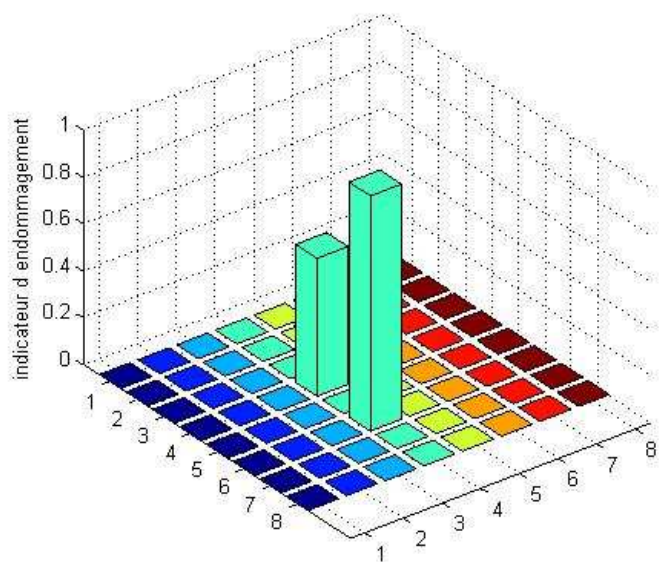


Fig.5.17 Cas test 30

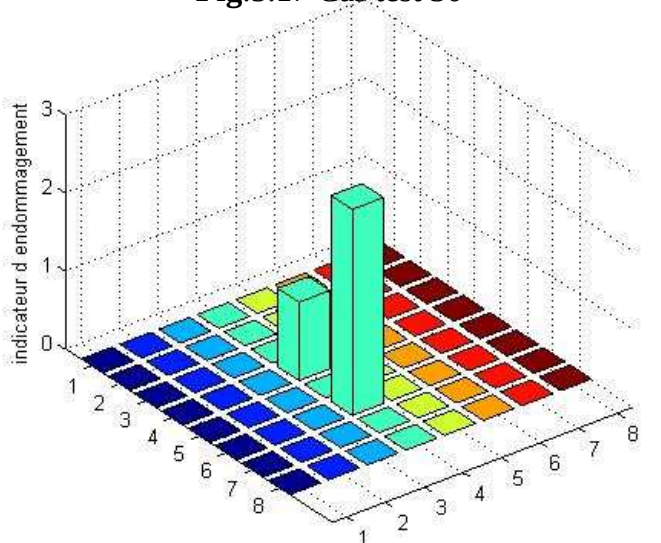


Fig.5.18 Cas test 31

Les deux endommagements sont localisés en utilisant les deux premiers modes.

V.3.2.3. Trois éléments endommagés

On perturbe l'élément 20 en introduisant un endommagement de 50% sur E_x , l'élément 38 avec un endommagement de 25% sur E_x et l'élément 43 avec un endommagement de 75% sur E_x (Fig.5.19).

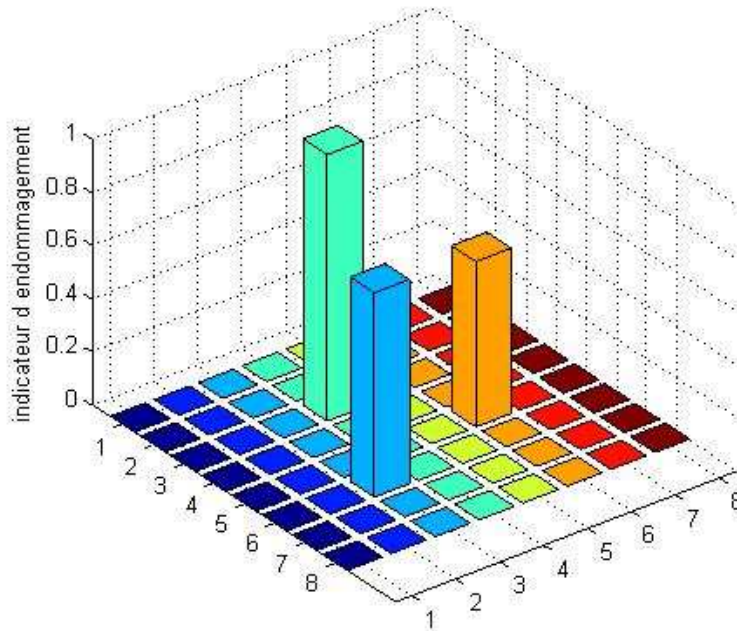


Fig.5.19 Cas test 32

L'indicateur localise la position des trois défauts en utilisant les trois premiers modes.

En changeant le type de conditions aux limites, la méthode reste fiable en cas de présence d'endommagement et nous permet de le localiser, en prenant la précaution de bien choisir le nombre de modes à utiliser pour augmenter la sensibilité de l'indicateur.

V.4. Conclusion

La méthode de l'énergie de déformation modale nous permet de localiser l'endroit de l'endommagement, même en cas de défauts multiples, avec une bonne précision et sans que les éléments avoisinants le défaut ne soient perturbés.

Conclusion et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons modélisé une plaque stratifiée en éléments finis, et nous avons étudié deux méthodes de détection d'endommagement sur une plaque stratifiée, ces méthodes reposent sur des données vibratoires, la première utilise les fréquences naturelles et les déformées propres tandis que la deuxième utilise les déformées propres.

Les deux méthodes utilisées nous ont permis de localiser l'endommagement avec une bonne précision. Mais la deuxième méthode est plus fiable car en utilisant un nombre de modes moins important que la première dans le calcul des indicateurs, ce qui signifie une quantités d'informations moins importantes, nous arrivons à localiser l'endommagement sans que les éléments sains ne soient perturbés, ce qui la rend plus intéressante pour une application pratique. Aussi les deux méthodes répondent dans les différents types de conditions aux limites.

La première méthode utilisée est appelée force modale résiduelle, et elle utilise deux paramètres modaux, les fréquences naturelles et les déformées propres. Tandis que la méthode de l'énergie de déformation modale utilise uniquement les déformés propres.

Pour les deux méthodes, nous avons remarqué des modes où l'indicateur d'endommagement reste insensible, cela est dû à la position de l'élément endommagé sur la plaque, car il-y-a des déformées propres où cet élément coïncide avec une zone qui ne se déforme pas, ce qui rend la détection d'endommagement difficile pour ces modes.

Nous observons aussi qu'en cas de présence de deux défauts l'un modélisé par l'introduction de l'endommagement suivant la direction longitudinale et l'autre suivant la direction transversale, la valeur de l'indicateur du second sera beaucoup plus importante que celui du premier, ce qui rend la localisation difficile.

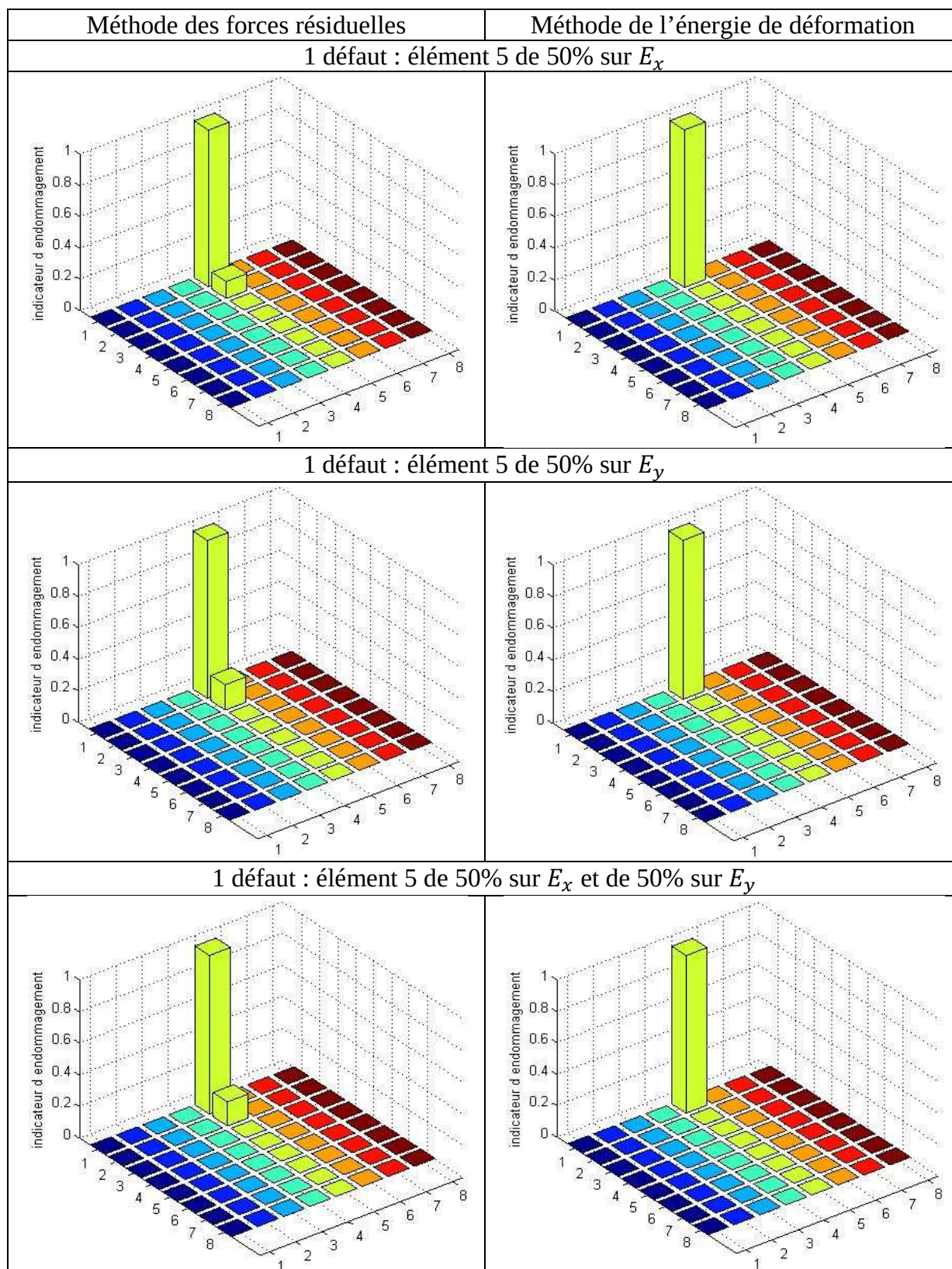
En vue de recherches futures, on peut choisir un model éléments finis tridimensionnel pour mieux modéliser la plaque, et par conséquent avoir des résultats meilleures, sans oublier le fait de pouvoir introduire d'autres types de défauts comme le délaminage par exemple. Les deux méthodes nous donnent de bonnes indications sur l'ampleur de l'endommagement, ce qui laisse à suggérer qu'une amélioration peut aboutir sur une quantification précise de l'endommagement.

Aussi, pour compléter ce travail, il faut faire des expériences pour valider les résultats obtenus.

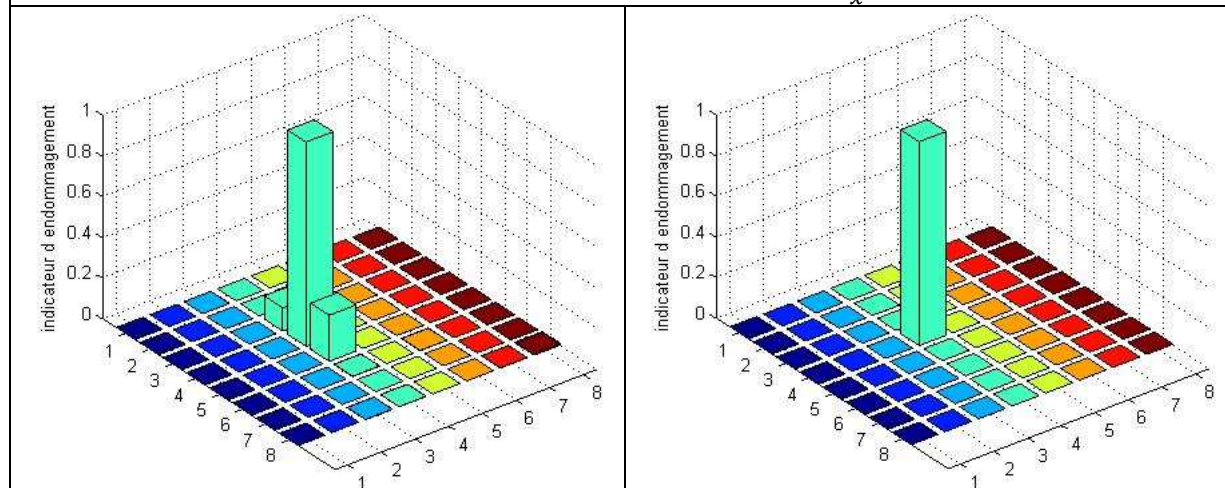
Annexe A

Dans cette annexe, nous présentons tous les résultats obtenus dans les chapitres IV et V dans un tableau pour permettre au lecteur de mieux faire la comparaison entre les deux méthodes étudiées.

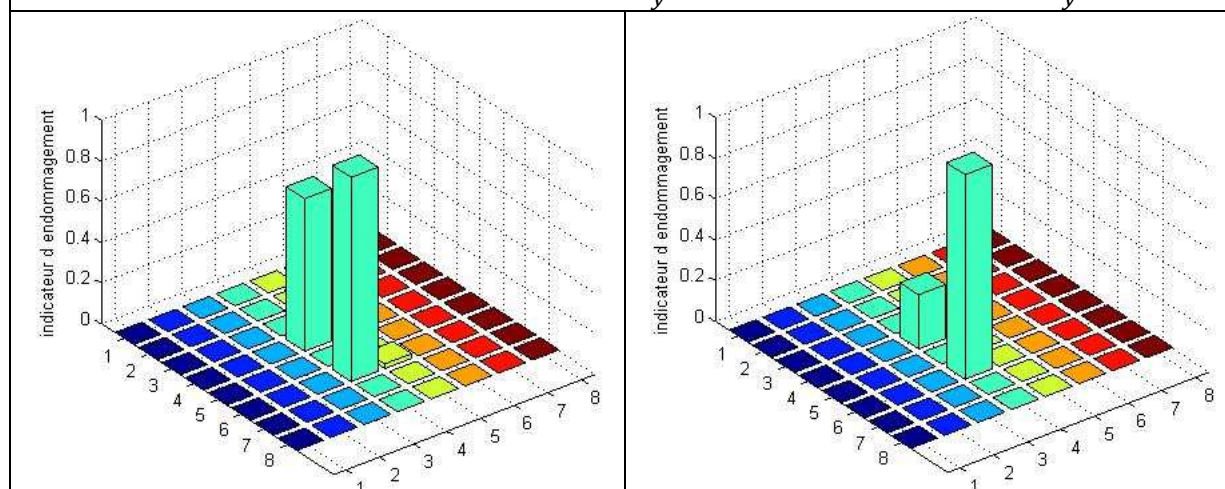
Plaque stratifiée entre deux appuis simples



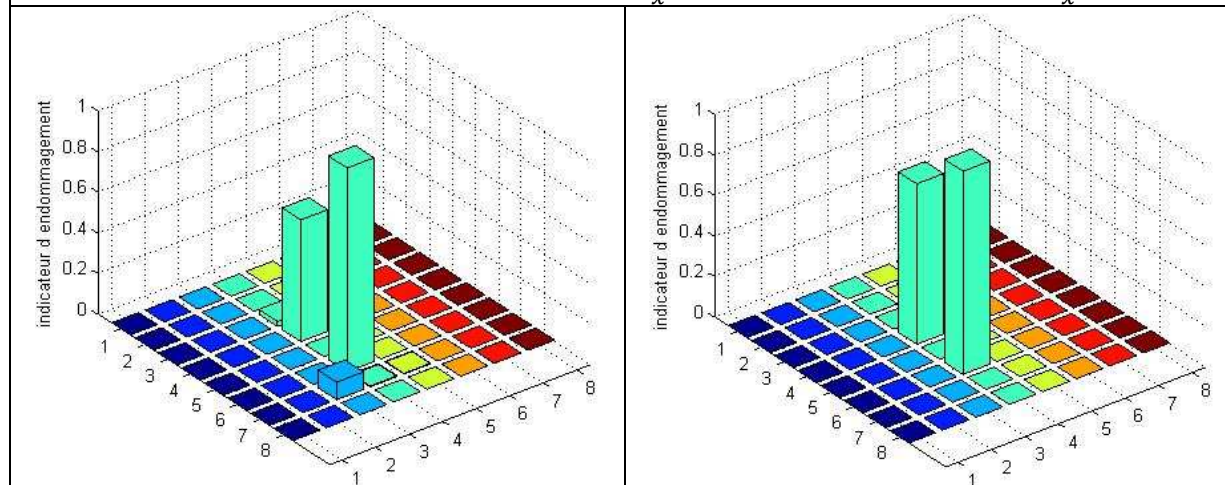
1 défaut : élément 28 de 25% sur E_x



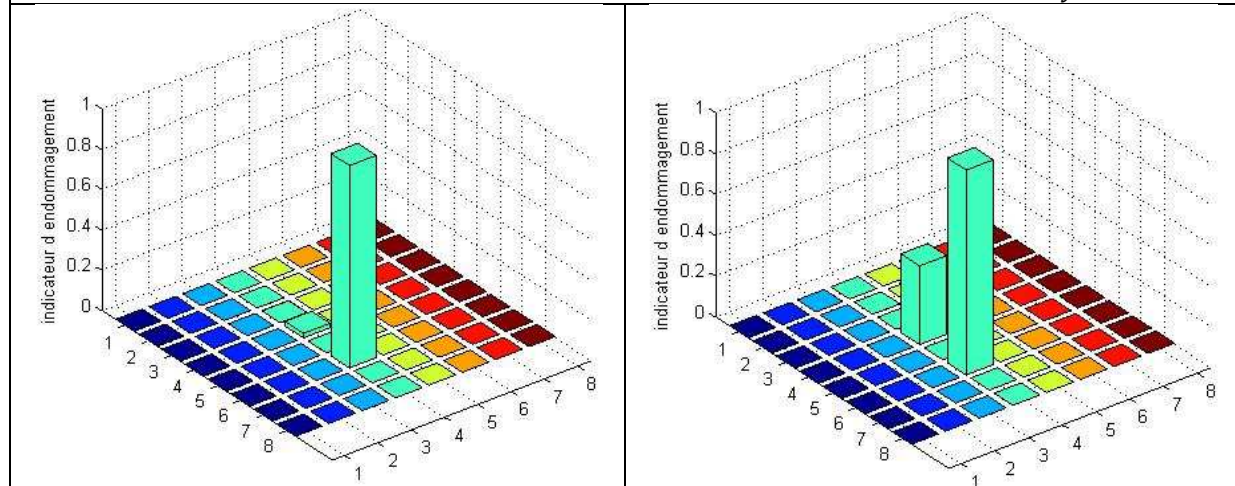
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_y et l'élément 44 de 45% sur E_y



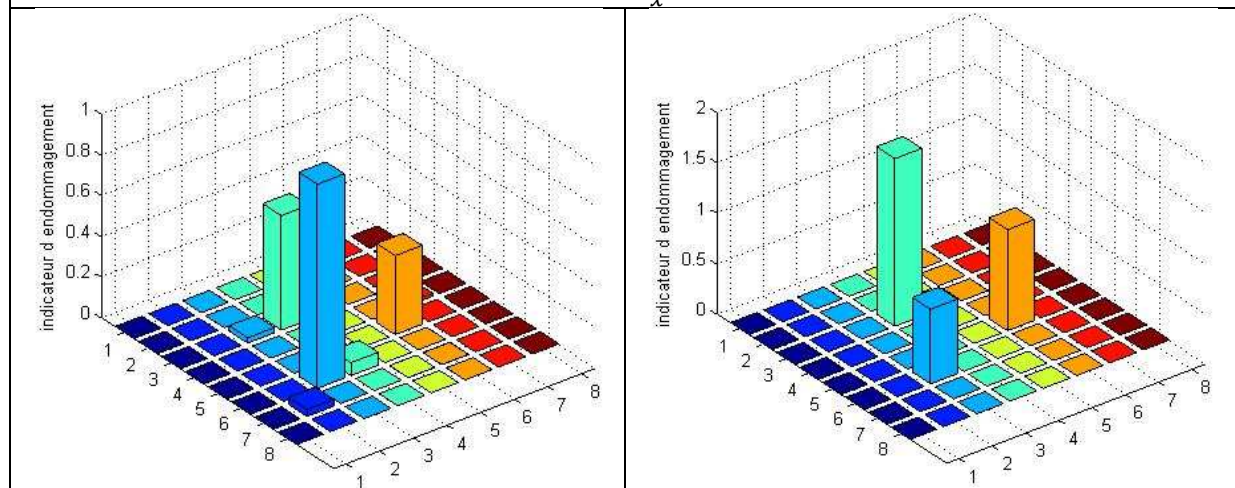
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_x et l'élément 44 de 45% sur E_x



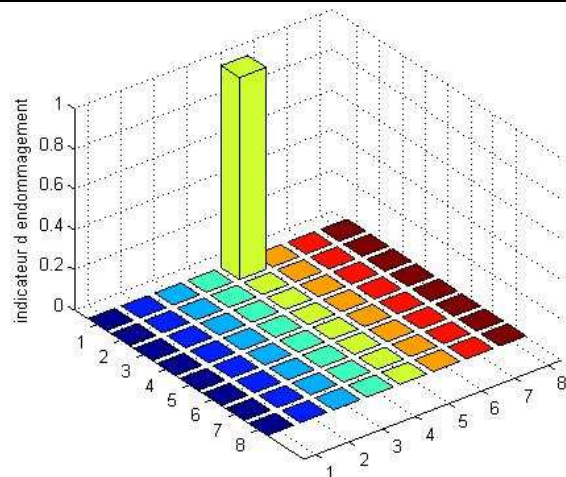
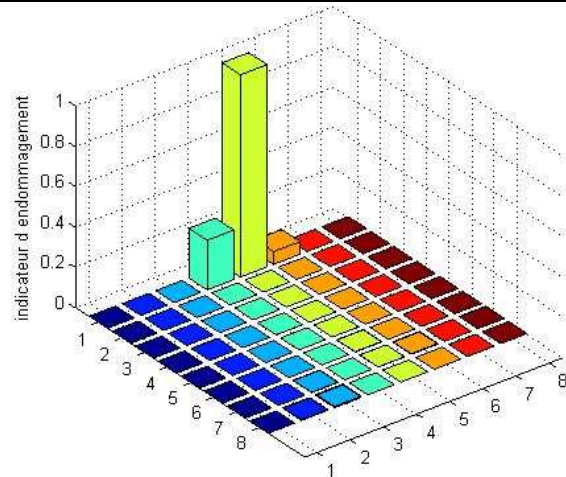
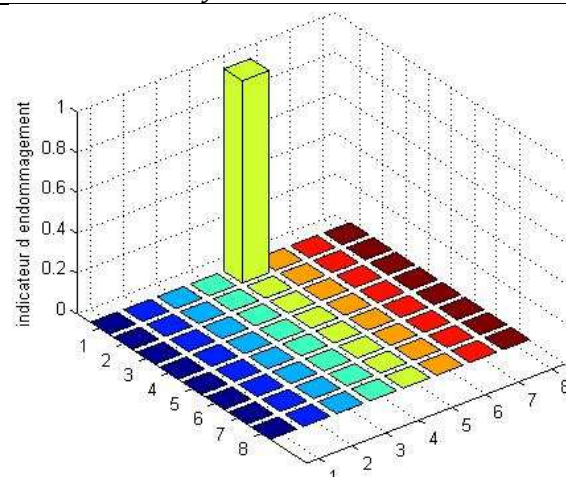
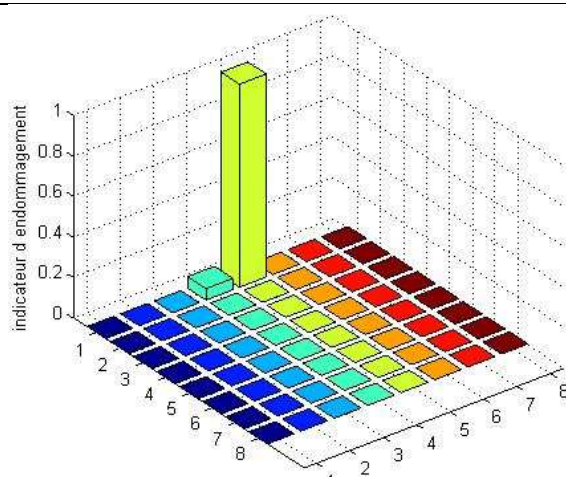
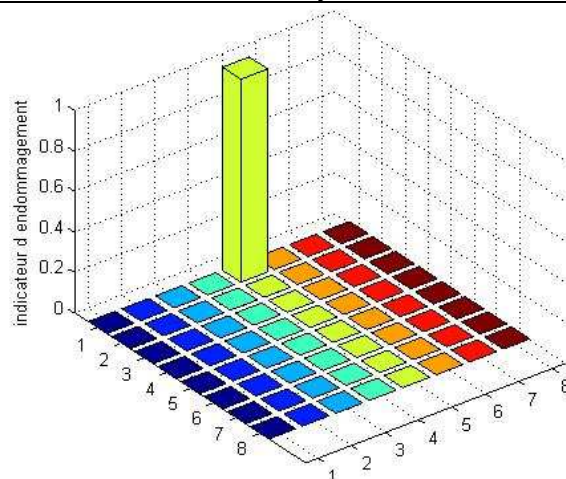
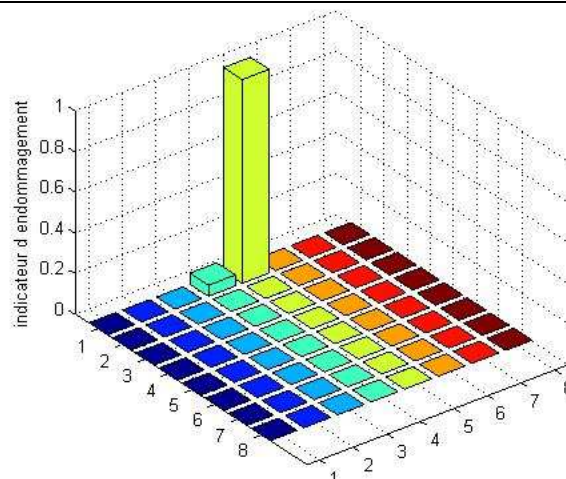
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_x et l'élément 44 de 45% sur E_y



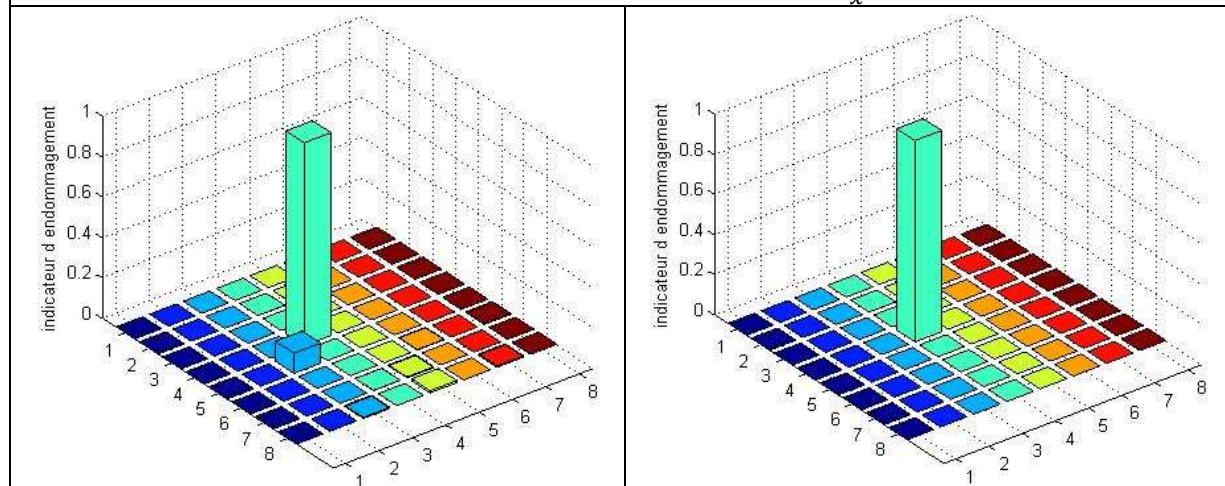
3 défauts : élément 20 de 50% sur E_x , l'élément 38 de 25% sur E_x et l'élément 43 de 75% sur E_x



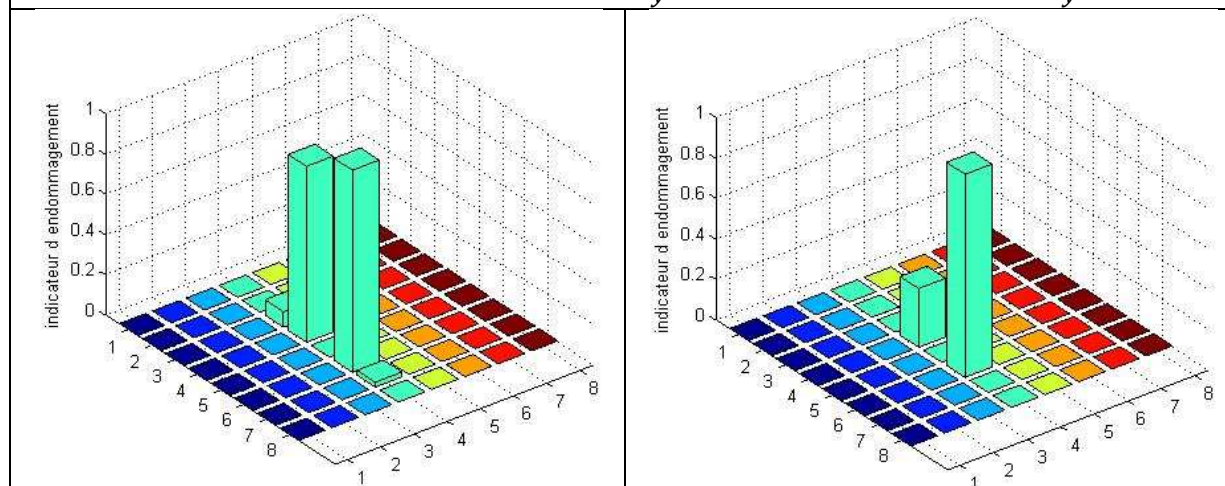
Plaque stratifiée encastrée-libre

1 défaut : élément 5 de 50% sur E_x 1 défaut : élément 5 de 50% sur E_y 1 défaut : élément 5 de 50% sur E_x et de 50% sur E_y 

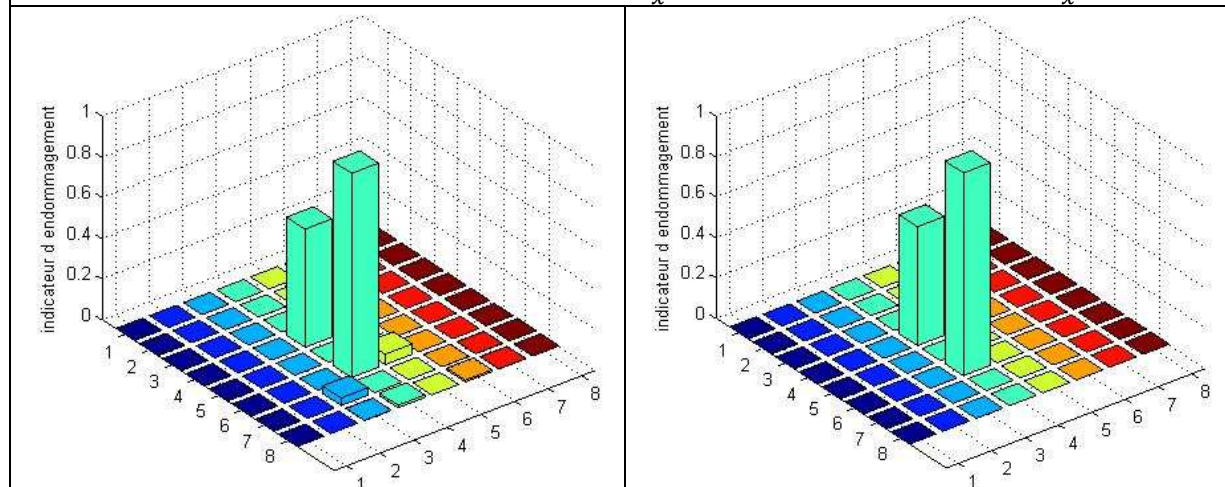
1 défaut : élément 28 de 25% sur E_x



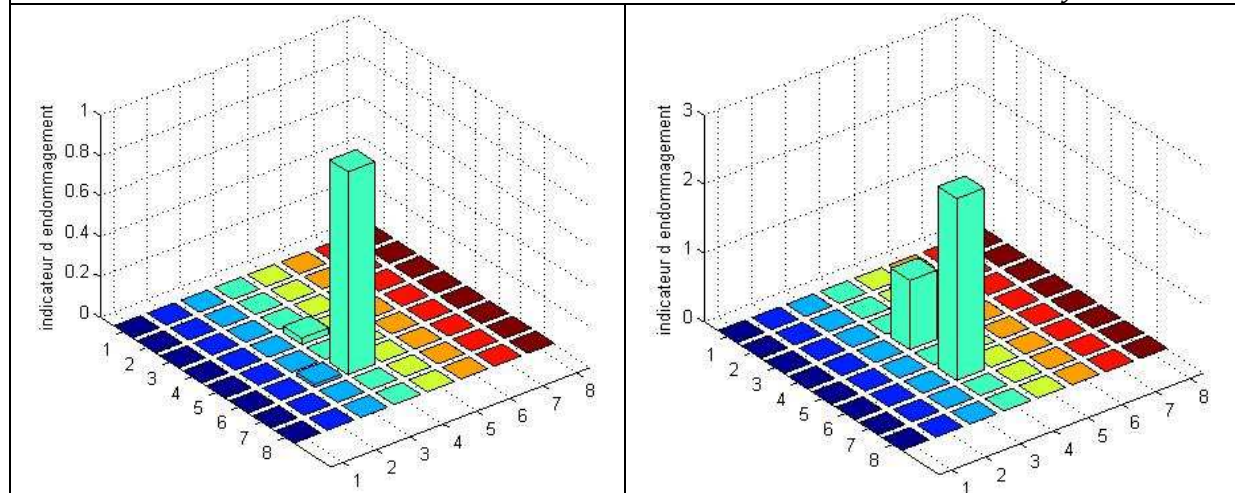
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_y et l'élément 44 de 45% sur E_y



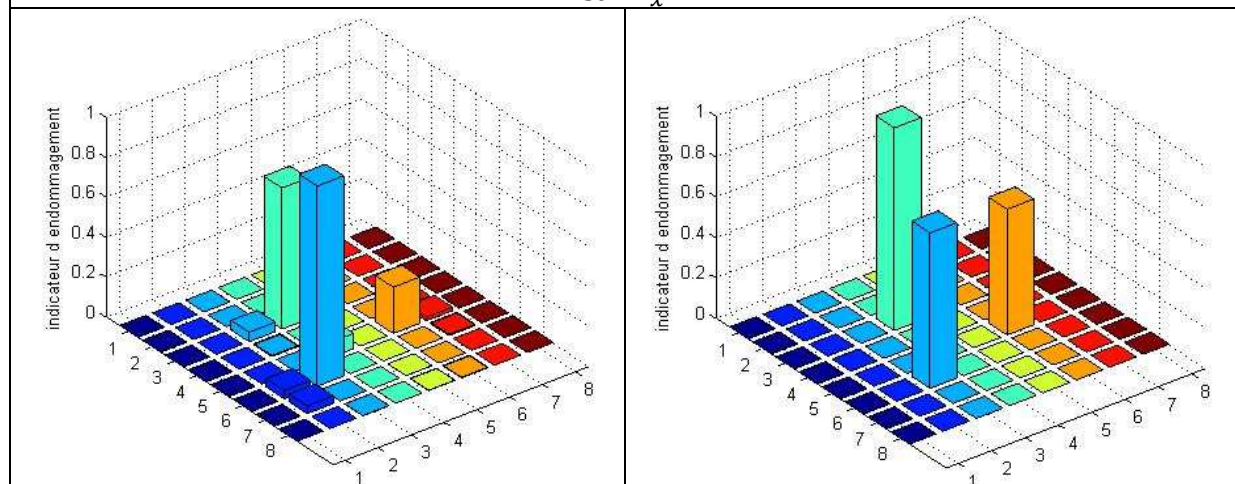
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_x et l'élément 44 de 45% sur E_x



2 défauts : élément 28 de 35% sur E_x et l'élément 44 de 45% sur E_y



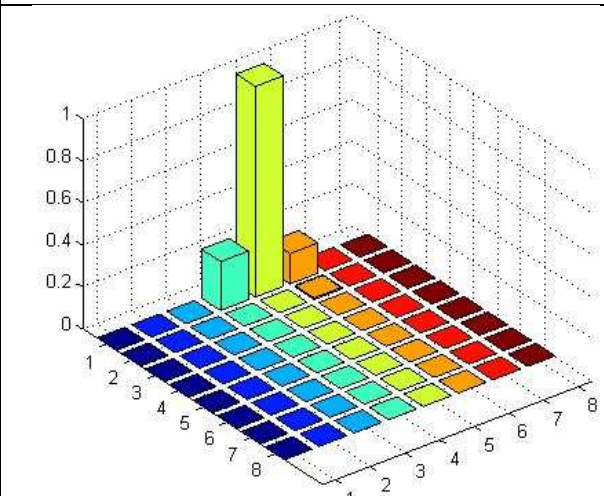
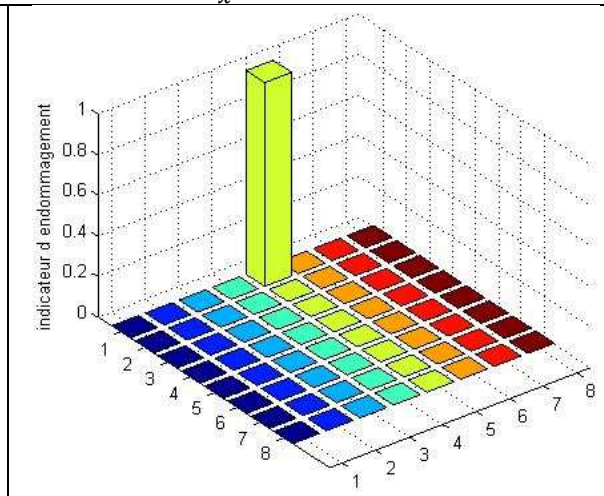
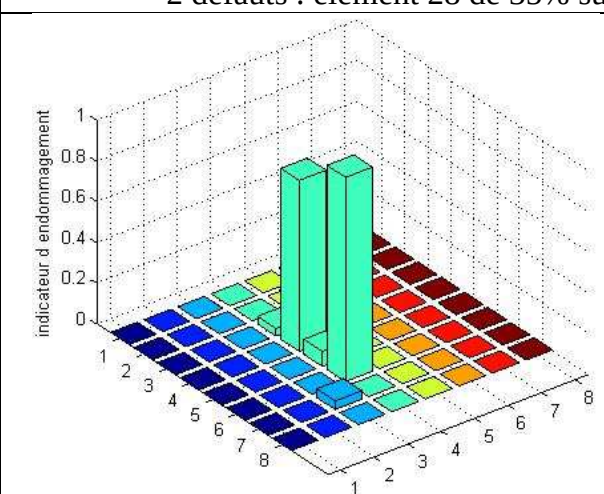
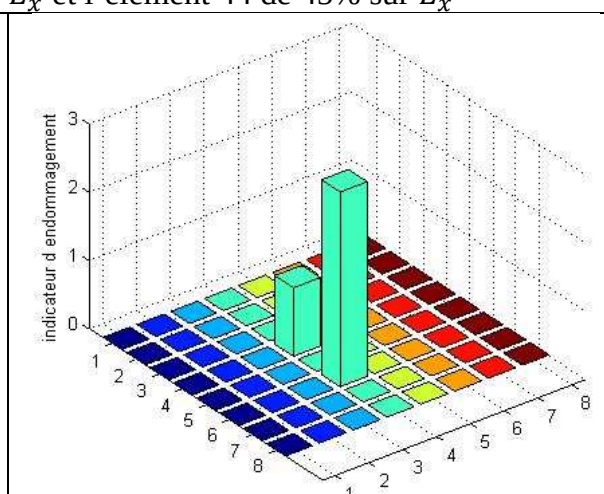
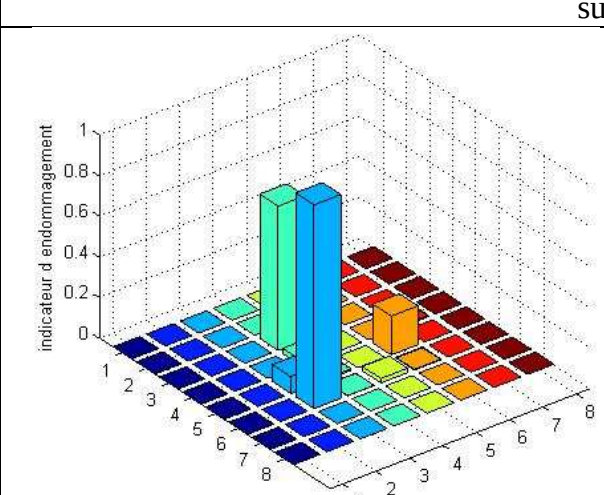
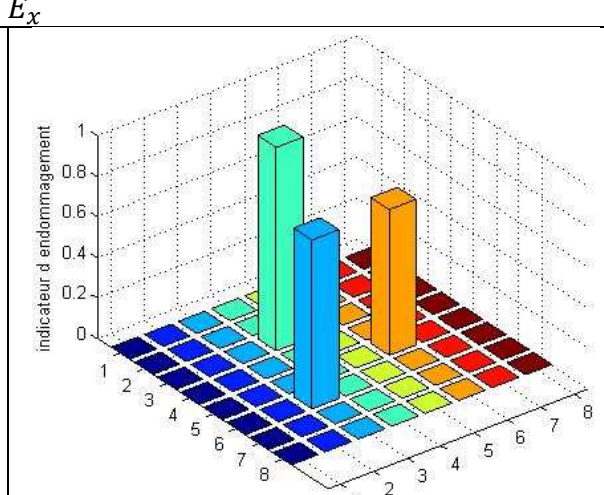
3 défauts : élément 20 de 50% sur E_x , l'élément 38 de 25% sur E_x et l'élément 43 de 75% sur E_x



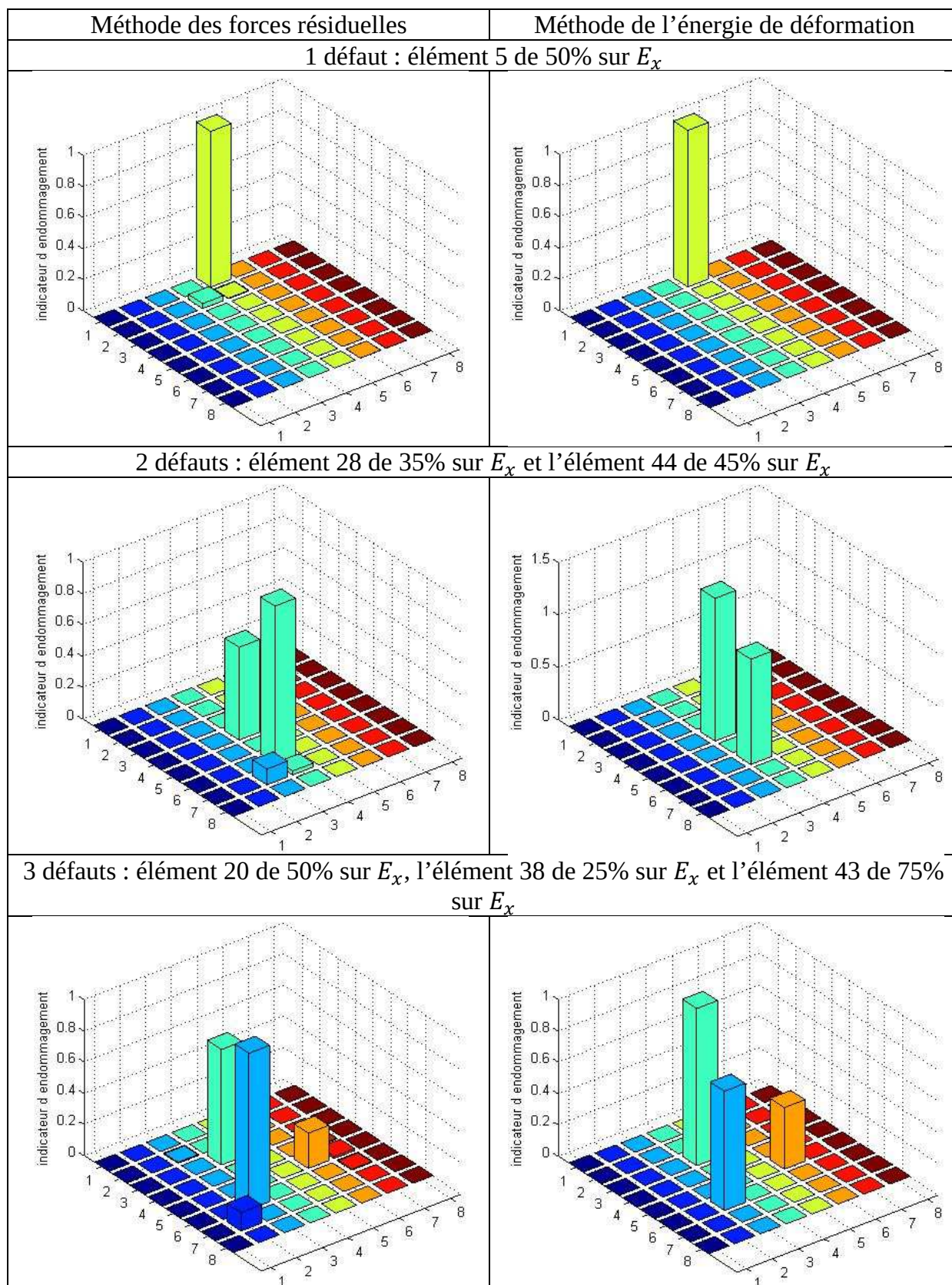
Annexe B

Dans cette annexe, nous présentons quelques résultats pour d'autres conditions aux limites mais que nous n'avons pas insérés dans les chapitres IV et V parce qu'ils présentent les mêmes conclusions que pour les autres types de conditions aux limites.

Plaque stratifiée encastrée de quatre côtés

Méthode des forces résiduelles	Méthode de l'énergie de déformation
1 défaut : élément 5 de 50% sur E_x	
	
2 défauts : élément 28 de 35% sur E_x et l'élément 44 de 45% sur E_x	
	
3 défauts : élément 20 de 50% sur E_x , l'élément 38 de 25% sur E_x et l'élément 43 de 75% sur E_x	
	

Plaque stratifiée appuyée simplement de quatre côtés



Références bibliographiques

- [1] Daniel Gay, 2005, “Matériaux composites”, 5^{ème} édition révisée, Hermès Lavoisier.
- [2] Jean-Marie Berthelot, 1999, “ Matériaux composites : comportement mécanique et analytique des structures”, 3^{ème} édition, Tec & Doc.
- [3] Jean-Marie Berthelot, 2010, “Mécanique des matériaux et structures composites”, *Institut Supérieur des Matériaux et Mécaniques Avancés*, Le Mans, France.
- [4] S. W. Tsai, 1987, “Composites design”, *Composites*.
- [5] Y. Chevalier, 1989, “Micromécanique des composites: Prévion en élasticité, viscoélasticité et à la rupture”, *Techniques de l'ingénieur*, A7780.
- [6] P. Krawczak, 1997, “Essais des plastiques renforcés”, *Techniques de l'ingénieur*, AM5405.
- [7] F. Bollaert, A. Lemasçon, “Analyse de défaillance des pieces plastiques, élastomères ou composites: Guide pratique”, *Centre Technique des Industries Mécaniques*.
- [8] Doebling, S. W., Ferrar, C. R. and Prime, M. B., 1998, “A summary review of vibration-based damage identification methods,” *The Shock and Vibration Digest*, **30**(2), 91-105.
- [9] Rytter, A., 1993, “Vibration-based inspection of civil engineering structures,” Ph.D. dissertation, Aalborg University, Denmark.
- [10] Adams, R. D., Cawley, P., Pye, C. J. and Stone, B. J., 1978, “A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures,” *Journal of Mechanical Engineering Science*, **20**(2), 93-100.
- [11] Cawley, P. and Adams, R. D., 1979, “The location of defects in structures from measurements of natural frequencies,” *Journal of Strain Analysis*, **14**(2), 49-57.
- [12] Stubbs, N. and Osegueda, R., 1990, “Global non-destructive damage evaluation in solids,” *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **5**(2), 67-79.

- [13] Stubbs, N. and Osegueda, R., 1990, "Global damage detection in solids: experimental verification," *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **5**(2), 81-97.
- [14] Friswell, M. I., Penny, J. E. T., and Wilson, D. A. L., 1994, "Using Vibration data and statistical measures to locate damage in structures," *Modal Analysis: the International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, **9**(4), 239-254.
- [15] Palacz, M. and Krawczuk, M., 2002, "Vibration parameters for damage detection in structures," *Journal of Sound and Vibration*, **249**(5), 999-1010.
- [16] Friswell, M. I. and Penny, J. E., 1997, "The practical limits of damage detection and location using vibration data," *Proceedings of the 11th VPI & SU Symposium on Structural Dynamics and Control*, Blacksburg, VA, pp. 1-10.
- [17] Farrar *et al.*, 1994, "Dynamic characterization and damage detection in the I-40 bridge over the Rio Grande," *Los Alamos National Laboratory Report*, LA-12767-MS.
- [18] Messina, A., Jones, A. and Williams, E. J., 1996, "Damage detection and localization using natural frequency changes," *Proceeding of the 14th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 67-76.
- [19] Messina, A., Contursi, T. and Williams, E. J. and, 1997, "Multiple damage evaluation using natural frequency changes," *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 658-664.
- [20] Armon, D., Ben-Haim, Y., and Braun, S., 1994, "Crack detection in beams by ranki-ordering of eigenfrequency shifts," *Mechanical Systems and Signal Processing*, **8**(1), 81-91.
- [21] Nicholson, D. W. and Alnefaie, K. A., 2000, "Modal moment index for damage detection in beam structures," *Acta Mechanica*, **144**(3-4), 155-167.
- [22] Chaudhari, T. D. and Maiti, S. K., 2000, "A study of vibration of geometrically segmented beams with and without crack," *International Journal of Solids and Structures*, **37**(5), 761-779.
- [23] Chinchalkar, S., 2001, "Determination of crack location in beams using natural frequencies," *Journal of Sound and vibration*, **247**(3), 417-429.
- [24] Jones, K. W. and Turcotte, J. S., 2001, "Finite element model updating using antiresonant frequencies," *Proceeding of the 19th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL, pp. 341-347.

- [25] Moser P. and Moaveni B., 2011, "Environmental effects on the identified natural frequencies on the Dowling Hall Footbridge," *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**(2011), 2336-2357.
- [26] Allemang, R. J., 2002, "The modal assurance criterion (MAC): twenty years of use and abuse," *Proceedings of SPIE*, v. 4753, pp. 397-405.
- [27] West, W. M., 1984, "Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen," *Proceedings of the Air Force Conference on Aircraft Structural Integrity*, pp. 1-6.
- [28] Lieven, N. A. J. and Ewins, D. J., 1988, "Spatial correlation of mode shapes, the coordinate modal assurance criterion (COMAC)," *Proceeding of the 6th International Modal Analysis Conference*, Kissimmee, FL, pp. 690-695.
- [29] Ratcliffe, C. P., 1997, "Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data," *Journal of Sound and Vibration*, **204**(3), 505-517.
- [30] Khan, A. Z., Stanbridge, A. B. and Ewins, D. J., 1999, "Detecting damage in vibrating structures with a scanning LDV," *Optics and Lasers in Engineering*, **32**(6), 583-592.
- [31] Chen, S. Y., Ju, M. S. and Tsuei, Y. G., 1996, "Estimation of mass, stiffness and damping matrices from frequency response functions," *Journal of vibration and Acoustics*, Transactions of the ASME, **118**, 78-82.
- [32] Fritzen, C-P., 1986, "Identification of mass, damping, and stiffness matrices of mechanical systems," *Journal of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Transactions of the ASME, **108**, 9-16.
- [33] Morgan, B. J. and Osterle, R. G., 1985, "On-site modal analysis – a new powerful inspection technique," *Proceedings of the 2nd International Bridge Conference*, Pittsburg, PA, pp. 108-114.
- [34] Napolitano, K. L. and Kosmatka, J. B., 1996, "Damage detection of highly damped structures using direct frequency response measurements and residual force vectors," *Proceedings of SPIE*, v. 2720, pp. 110-121.
- [35] Salane, H. J. and Baldwin, J. W., 1990, "Identification of modal properties of bridges," *Journal of Structural Engineering – ASCE*, **116**(6), 2008-2021.
- [36] Hearn, G. and Testa, R. B., 1991, "Modal analysis for damage deletion in structures," *Journal of Structural Engineering – ASCE*, **117**(10), 3042-3063.
- [37] Williams, C. and Salawu, O. S., 1997, "Damping as a damage indication parameter," *Proceeding of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, FL, pp. 1531-1536.

- [38] Modena, C., Sonda, D. and Zonta, D., 1999, “Damage localization in reinforced concrete structures by using damping measurements,” *Mechanical and Corrosion Properties*, A – Key Engineering Materials, **167**, 132-141.
- [39] Wang, Z., Lin, R. M. and Lim, M. K., 1997, “Structural damage detection using measured FRF data,” *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **147**(1-2), 187-197.
- [40] Mottershead, J. E., Kyprianou, A. and Ouyang, H., 2003, “Estimation of rotational frequency responses,” *Mechanical and Corrosion Properties*, A – Key Engineering Materials, **245/246**, 157-116.
- [41] Vanhoenacker, K., Schoukens, J., Guillaume, P. and Vanlanduit, S., 2004, “The use of multisine excitations to characterize damage in structures,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, **18**(1), 43-57.
- [42] Yang H.Z., Li H.S. and Wang S.Q., 2003, “Damage location of offshore platforms under ambient excitation”, *China Ocean Engineering*, v. 17, pp. 495-504.
- [43] Brehm M., Zabel V. and Bucher C., 2010, “An automatic mode pairing strategy using an enhanced modal assurance criterion based on modal strain energies”, *Journal of Sound and Vibration*, **329**(2010), 5372-5392.
- [44] Dixit A. and Hanagud S., 2011, “Single beam analysis of damaged beams verified using a strain energy based damage measure”, *International Journal of Solids and Structures*, **48** (2011), 592-602.
- [45] Li J. Wu B. Zeng Q.C. and Lim C.W., 2010, “A generalized flexibility matrix approach for structural damage detection”, *Journal of Sound and Vibration*, **329** (2010), 4583-4587.
- [46] Kazemi S., Fooladi A. and Rahai A.R., 2010, “Implementation of the modal flexibility variation to fault identification in thin plates”, *Acta Astronautica*, **66** (2010), 414-426.
- [47] Edwin R. and Guido D.R., 2010, “A local flexibility, method for vibration – based damage localization and quantification”, *Journal of sound and vibration*, **329** (2010), 2367-2383.
- [48] R.H. Gallagher, 1975, “Introduction aux éléments finis”, Prentice. Hall, mc, Englewood Cliffs, New Jersey, USA. Edition PLURALIS, 1976 , pour la traduction française.
- [49] Jean-Marie Berthelot, 2008, “Dynamics of composite materials and structures,” *Institute for Advanced Materials and Mechanics*. Le Mans, France.

- [50] Wei-Xin Ren and Danjiang Yu, 2003, “Structural damage identification using residual modal force”, Proceedings of IMAC-XXI : A Conference of Structural Dynamics, February 3-6, 2003, Kissimmee, Florida, USA.
- [51] B. R. Hunt, R. L. Lipsman and J. M. Rosenberg, 1995, “A Guide to MATLAB for Beginners and Experienced Users”, *Cambridge University Press*.
- [52] Patrick Marchand and O. Thomas Holland, 2003, “Graphics and GUI’s with MATLAB”, third edition, Chapman & Hall/CRC.
- [53] S. M. Seydpoor, 2011, “A two stage method for structural damage detection using a modal strain energy based index and particle swarm optimization”, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, **47** (2012), 1-8.