

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud MAMMERI, Tizi-Ouzou



Faculté de Génie de la construction
Département de Génie civil

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

En vue de l'obtention du diplôme

DE MASTER ACADEMIQUE EN GENIE CIVIL
OPTION: GEOTECHNIQUE ET ENVIRONNEMENT

Thème

Modélisation des écoulements transitoires par la
méthode des différences finies

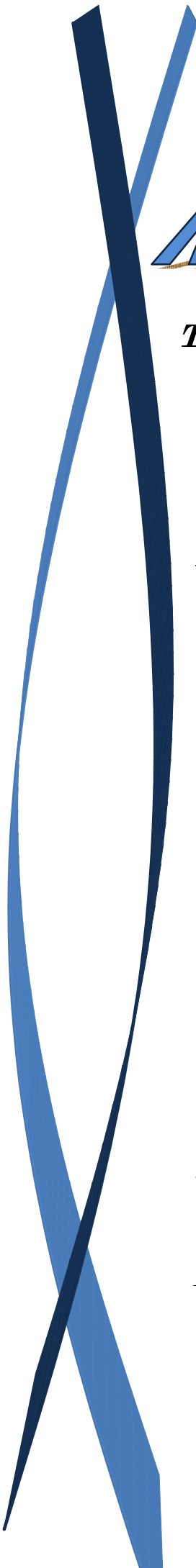
Proposé par :

Mr. HAMZA Ali

Présenté par :

HAMADOUCHE Meriem

Promotion 2014



REMERCIEMENT

Tout d'abord je remercie le bon Dieu qui m'a donné la santé, le courage et la patience pour mener à bien ce modeste travail.

Tous mes infinis remerciements à mon promoteur Mr: Hamza Ali pour son aide, ses orientations et ses précieux conseils tout le long de mon travail.

Je tiens à remercier tous les enseignants de GENIE CIVIL qui ont contribué à notre formation.

Je tiens à remercier aussi le personnel de la bibliothèque de Génie Civil pour leur disponibilité.

Mes remerciements à tous ceux qui ont participé de près ou de loin à l'élaboration de ce mémoire.

Mes remerciements à ma famille et tous les amis (es)

Enfin, je tiens à remercier également les membres de jury qui me firent l'honneur de juger mon travail.

Dédicace

Je tiens à dédier ce modeste travail :

*A mes chers parents Said et Baya qui m'ont
encouragé à suivre mes études;*

A mes sœurs, mes frères.

A mon mari et ma belle famille.

*A tous mes oncles et mes tantes paternels et a tous mes
amis (es) : Kahina, Titi, Kenza, Mouh, Mustapha,
..... en particulier Fatiha et Sousou*

*A toutes la promotion master 2 géotechnique
(2012/2013)*

Merci 

Liste des tableaux

Tableau IV.1 : Les caractéristiques mécaniques des modèles	91
Tableau IV.2 : Les propriétés géométriques du sol.....	95
Tableau IV.3 : discrétisation du domaine d'écoulement pour le 1 ^{er} et le 2 ^{eme} modèle	95
Tableau IV.4 : Les temps de stabilisation de l'évolution de la surface libre	16
Tableau IV.5 : Les caractéristiques géométriques des modèles	118
Tableau IV.6 : Les caractéristiques mécaniques des modèles	118
Tableau IV.7 : Les valeurs des surfaces des suintements.....	129

Listes des figures

Liste des figures

Figure I.1 :Schéma d'un aquifère (Bear, 1972).....	5
Figure I.2 :Schéma d'un réservoir naturel d'hydrocarbures (Bear, 1972).....	5
Figure I. 3 : Les éléments d'une nappe	6
Figure I.4 : Représentation schématique d'un sol non saturé	9
Figure I.5 : Régime d'infiltration et de ruissellement au cours d'une pluie d'intensité supérieure à l'infiltrabilité du sol (Horton (1933)).....	10
Figure I. 6 : Les différents états d'eaux dans le sol.....	11
Figure I.7: Courbes de rétention d'eau d'un sable argileux (CRONEY, 1952)	24
Figure I.8 :Différentes courbes causées par l'hystérésis dans les CRE (Kool et Parker, 1987; Jaynes, 1992).....	26
Figure II.1 : détermination de la charge hydraulique dans un piézomètre	29
Figure II.2 : Coupe schématique et vue en plan d'un pompage dans un aquifère à nappe libre incliné	30
Figure II.3 : Trajectoire des molécules d'eau dans un sol.....	31
Figure II.4 : Vitesse d'écoulement	31
Figure II.5 : Réseau d'écoulement autour d'une palplanche.....	32
Figure II.6 : Dispositif expérimentale de Darcy	34
Figure II.7 : courbe limitant le domaine de validité de la loi de Darcy.....	36
Figure II.8 : Bilan des flux d'eau au travers d'un élément infinitésimal	37
Figure II.9 : Application de l'approche mathématique à un écoulement à surface libre.....	41
Figure II.10 : Réseau d'écoulement en coupe d'une nappe libre en différentes cote (Hubbert, 1940).....	41
Figure II.11 :conservations de la masse dans un écoulement	46
Figure II.12 : conditions aux limites dans le cas de deux écoulements plans classiques.....	47
a) Ecoulement en charge autour d'un rideau de palplanches	
b) Ecoulement à surface libre à travers une digue en terre	
Figure II.13 : transformation d'un milieu anisotrope en milieu isotrope	49
Figure II.14 : Ecoulement vers une tranchée	49
Figure II.5 : Pression d'eau en fonction de la cote en $x = L$	53

Listes des figures

Figure II.16 : Concept de profondeur équivalente (d').....	57
Figure II.17 : nappe dans un barrage en terre, avec niveau d'eau amont H_1 , et aval H_w . HDF : niveau de nappe estimé via l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer	58
Figure II.18: écoulement à partir d'une condition amont parabolique vers un drain horizontal	59
Figure II.19: système drainant par fossés sur imperméable, et recharge R constante. HDF : nappe selon l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer	60
Figure II. 20 : géométrie du système hydraulique considéré par Engelund (1951)	61
Figure III.1 : Schéma de discrétisation d'un domaine quelconque	66
Figure III .2 : discrétisation d'un domaine par des mailles rectangulaires	67
Figure III.3: Molécule de discrétisation par MDF	67
Figure III.4 : représentation géométrique de l'approximation des différences finies	68
Figure III.5 : Maillage bidimensionnel	70
Figure III.6 : Condition de continuité des débits à l'interface de deux couches de sol isotrope	77
Figure III.7 : Notation des mailles.....	79
Figure III.8: Les nœuds adjacents à la surface libre.....	82
Figure III.9 : Domaine d'écoulement.....	89
FigureIV.1 : Le première modèle d'écoulement	93
a) L'état initial de l'écoulement,	
b) Les positions de la surface libre après $t>0$ jusqu'à le régime permanent est atteint,	
FigureIV.2 : Le deuxième modèle d'écoulement.....	94
a) L'état initial de l'écoulement,	
b) Les positions de la surface libre après $t>0$ jusqu'à le régime permanent est atteint,	
Figure IV.3 : Discrétisation du domaine d'écoulement pour le 1 ^{er} modèle.....	96
FigureIV.4 : Discrétisation du domaine d'écoulement pour le 2 ^{eme} modèle	97
FigureIV.5 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	98

Listes des figures

FigureIV.6 :L'évolution de la surface libre en fonction de temps	99
FigureIV. 7 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	99
FigureIV. 8 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	100
FigureIV. 9 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	100
FigureIV. 10 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	101
FigureIV. 11 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	102
FigureIV. 12 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	102
FigureIV. 13 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	103
FigureIV. 14 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	103
FigureIV. 15 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	104
FigureIV. 16 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps	104
FigureIV.17 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w	106
FigureIV.18 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w	106
FigureIV.19 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	108
FigureIV.20 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	109
FigureIV.21 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	109
FigureIV.22 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	110
FigureIV.23 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	110
FigureIV.24 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps	111
FigureIV.25 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w	112
FigureIV.26 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w	112
Figure IV.27 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	113
Figure IV.28: L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	114
Figure IV.29 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	114
Figure IV.30 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	115

Listes des figures

Figure IV.31 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	115
Figure IV.32 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps.....	116
FigureIV.33 : L'évolution de la surface libre	119
FigureIV.34 : L'évolution de la surface libre	120
FigureIV.35 : L'évolutionde la surface libre	120
FigureIV.36 : L'évolutionde la surface libre.....	121
FigureIV.37 : L'évolutionde la surface libre.....	122
FigureIV.38 : L'évolutionde la surface libre.....	122
FigureIV.39 : L'évolutionde la surface libre	123
FigureIV.40 : L'évolution de la surface libre	124
FigureIV.41 :L'évolutionde la surface libre	124
FigureIV.42 : L'évolutionde la surface libre	125
Figure IV.43 : L'évolutionde la surface libre	125
FigureIV.44 : L'évolutionde la surface libre	126
Figure IV.45 : abaque pour la détermination de la surface de suintement d'après Polubarinova-Kochina.....	127
Figure IV.46 : La surface de suintement H_{ss} en fonction de H_w	130
FigureIV.47 : La surface de suintement H_{ss} en fonction de H_w	131

Liste des principaux symboles et leurs dimensions

Liste des principaux symboles et leurs dimensions

μ	Viscosité dynamique	$[M / T.L]$
V	Viscosité cinématique	$[L^2 / T]$
ρ_w	Masse volumique ou densité de l'eau	$[M / L^3]$
ρ_s	la densité à concentration maximale	
γ_w	Poids volumique de l'eau	$[M / L^2 T^2]$
g	Accélération due à la pesanteur	$[L / T^2]$
k	Perméabilité ou conductivité hydraulique	$[L / T]$
K	Perméabilité intrinsèque du sol	$[L^2]$
f	Fluidité du fluide	$[L^{-1} T^{-1}]$
T	Transmissivité	$[L^2 / T]$
T_s	tension de surface	
q	Débit d'écoulement	$[L^3 / T]$
t	Temps	$[T]$
A	Section de l'échantillon normale à la direction de l'écoulement	$[L^2]$
L	Longueur de l'échantillon	$[L]$
v	Vitesse d'écoulement	$[L / T]$
i	Gradient hydraulique	$[-]$
A_v	Section transversale de l'échantillon occupée par les vides	
n	Porosité totale du sol	$[-]$

Liste des principaux symboles et leurs dimensions

n_e	Porosité efficace ou cinématique	$[-]$
n_d	Porosité de drainage (ou specific yield S_y)	$[-]$
n_{ret}	Capacité de rétention	$[-]$
e	Indice des vides	$[-]$
S	Coefficient d'emmagasinement	$[-]$
S_s	Coefficient d'emmagasinement spécifique	$[L^{-1}]$
S_r	Degré de saturation	$[-]$
R_e	Nombre de Reynolds	$[-]$
u_a	Pression de l'air	$[M / LT^2]$
u_w	Pression interstitielle	$[M / LT^2]$
h	Charge hydraulique	$[L]$
z	Composante d'élévation	$[L]$
r	Rayon du tube capillaire	$[L]$
h_c	Hauteur d'ascension capillaire	$[L]$
R	Rayon de courbure	$[L]$
ψ	Succion totale (KPa)	$[M / LT^2]$
k_r	Perméabilité relative	$[L / T]$
k_s	Perméabilité à l'état saturé	$[L / T]$
θ	Teneur en eau	$[-]$
ψ	Succion total	$[-]$

Liste des principaux symboles et leurs dimensions

ψ_m	Succion matricielle	
ψ_s	Succion a saturation	
ψ_π	Succion osmotique	
S_m	Succion capillaire	
p_c	Succion capillaire	
$C(\psi)$	Capacité d'humidité spécifique ou capacité capillaire	$[-]$
$\frac{N}{N}$	Fonctions de transformation géométrique de l'élément	$[-]$
ΔV_w	Volume d'eau libéré par l'échantillon	$[L^3]$
Δh	Perte de charge	$[L]$
V	Volume total de l'échantillon	$[L^3]$
V_v	Volume des vides	$[L^3]$
V_s	Volume des grains solides	$[L^3]$
V_g	Volume d'eau libre susceptible d'être drainé par gravité	$[L^3]$
Ω	Aire du domaine d'écoulement	$[L^2]$
Ω_e	Aire du sous-domaine (élémentaire)	$[L^2]$
Γ	Frontière du domaine d'écoulement	$[L]$
Γ_e	Frontière du sous-domaine d'écoulement	$[L]$
x, y, z	Coordonnées cartésiennes	$[L]$
x_i, y_i	Coordonnées globales du nœud i	$[L]$

Liste des principaux symboles et leurs dimensions

Sommaire

Sommaire

Introduction générale	1
------------------------------------	----------

Chapitre I

Notion de base

I.1 Introduction	3
I.2 Le milieu poreux	4
I.2.1 Définition	4
I.2.1.1 Milieux poreux naturels	4
I.2.1.2 Milieux poreux artificiels	5
I.3 classification des aquifère	6
I.3.1 Définition des nappes	6
I.3.1.1 Aquifères à nappe libre	7
I.3.1.2 Aquifères à nappe captive	7
I.3.1.3 Aquifères a nappe semi-captive	7
I.3.1.4 Aquifères à nappe semi-libre	7
I.4 La zone saturée et la zone non saturée	8
I.4.1 zone non saturé	8
I.4.2 La zone saturée	..9
I.4.3 les différents états de saturation et non saturation d'un sol	9
I.5 L'eau dans le sol	10
I.5.1 Distribution de l'eau dans le sol durant l'infiltration	10
I.5.2 Classification de l'eau interstitielle	11
I.5.2.1 L'eau de constitution	11
I.5.2.2 L'eau liée ou absorbé ou l'eau de rétention	11
I.5.2.3 L'eau libre	11
I.5.2.4 L'eau capillaire	11
I.6 caractéristique physique de sol	12
I.6.1 Volume Elémentaire Représentatif (VER)	12
I.6.2 La granulométrie	12
I.6.3 Viscosité de l'eau	13
I.6.4 Porosité	13
I.6.5 Degré de saturation	15
I.6.6 la teneur en eau (volumique)	15
I.6.7 La conductivité hydraulique et la perméabilité intrinsèque	16
I.6.7.1 La perméabilité intrinsèque	16

Sommaire

I.6.7.2 La perméabilité	16
I.6.8 Gradient hydraulique.....	17
I.6.9 La dispersivité	17
I.6.10 Transmissivité	17
I.6.11 Coefficient d'emmagasinement	18
I.6.12 Emmagasinement spécifique	18
I.7 La relation entre la perméabilité et la porosité.....	19
I.8 homogénéité-hétérogénéité et isotrope-anisotrope	22
I.9 Surfaces équipotentiellles et surfaces isopièzes.....	22
I.10 Les courbes caractéristiques	22
I.10.1 La courbe de rétention h (a)	22
I.10.2 La courbe de conductivité hydraulique K (h)	24
I.10.3 Le phénomène d'hystérésis	25
I.10.3.1 Identification des différentes courbes d'hystérésis dans les CRE.....	25
I.11 Conclusion	27

Chapitre II

Les écoulements souterrains

II.1 Introduction	28
II.2 Charge hydraulique.....	28
II.3 Lignes et tubes de courant	30
II.4 Vitesse d'écoulement.....	30
II.5 Réseau d'écoulement	32
II.6 Calcul des débits	32
II.7 La loi de Darcy	33
II.8 Les limitations de la loi de Darcy	34
II.9 Loi de Darcy généralisé	36
II.10 L'équation de continuité (Les équations de l'écoulement saturé).....	37
II.10.1 L'approche mathématique	39

Sommaire

II -11	Equation des écoulements bidimensionnels en nappes à densité constante- Dupuit ...	42
II.11.1	Equations des écoulements plans en nappes libres.....	42
II.11.2	Equations en écoulements plans en nappes captive.....	44
II.12	Ecoulement plan permanent dans un sol homogène et isotrope	45
II.13	Ecoulement plan permanent dans un sol homogène et anisotrope	48
II.14	Ecoulement plan non permanent dans un sol homogène et isotrope	50
II.15	Phénomène de suintement	52
II.16	Définitions et état des connaissances.....	52
II.17	Notion de porosité de drainage	54
II.18	Simplification des modèles saturés.....	55
II.18.1	L'hypothèse DF et le phénomène de suintement.....	55
II.18.2	Position de l'imperméable. Notion de profondeur équivalente	56
II.18.3	Cas du drainage par un fossé vide, avec un niveau d'eau amont fixé : solution de Kozeny (1931, cité par Youngs, 1990)	58
II.18.4	Cas du drainage par fossés avec recharge pluviométrique constante (Engelund, 1951)	60
II.19	Mise en évidence de la relation débit / hauteur de suintement : approche numérique ...	62
II.20	Conclusion	64

Chapitre III

Approximation par la méthode des différences finies

III.1	Introduction	65
III.2	Fondements de la méthode des différences finies	66
III.3	Discretisation du domaine	66
III.4	Approximation par les lignes droites	67
III.5	approximation par les séries de Taylor	69
III.6	Différences finies variables dans le temps	71
III.6.1	Les différents schémas aux différences.....	72

Sommaire

III.6.1.1 Méthodes de type Euler.....	72
a - Schéma explicite	73
b - Schéma implicite.....	74
III.7 Conditions aux limites.....	75
III.8 Condition de continuité	75
III.9 Condition initiales	78
III.10 Application de la méthode à la loi d'écoulement.....	78
III.10.1 Formulation de Todsen (1971).....	81
III.10.2 Formulation de Verma et Brutsaert (1971)	84
III.10.3 Intersection de la surface libre avec la surface de suintement	87
III.10.4 Conditions initiales et conditions aux limites	87
III.10.5 Procédure de solution.....	89
III.11 Conclusion.....	89

Chapitre IV

Comparaison et interprétation des résultats

IV.1 Introduction.....	91
IV.2 Propriétés du sol.....	91
IV.3 Description des modèles d'écoulement	92
IV.4 L'évolution de la surface libre donnée par la méthode des différences finies.....	98
IV.4.1 Le 1er modèle.....	98
IV.4.2 Le 2eme modèle	100
IV.5 La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps.....	101
IV.5.1 Dans le 1er modèle.....	102
IV.5.2 Dans 2eme modèle	103
IV.6 Interprétation.....	105
IV.7 L'évolution de la surface libre par le logiciel Plaxis.....	107

Sommaire

IV.7.1 Introduction.....	107
IV.7.2 Le code éléments finis Plaxis.....	107
IV.7.3 Options par défaut et solutions approchées.....	107
IV.7.3.1 Le 1er modèle.....	108
IV.7.3.2 Le 2eme modèle	110
IV.7.5 Interprétation	111
IV.8 Comparaison des résultats.....	113
IV.8.1 Le 1 ^{er} modèle.....	113
IV.8.1 Le 2eme modèle	114
IV.9 Comparaison et interprétation des résultats à l'état permanent	117
IV.10 Application de la solution de Kozeny (1931, cité par Youngs, 1990)	117
IV.10.1 Exposé du problème	117
IV.10.2 Affectation des propriétés du sol	118
IV.10.3 Calcule l'évolution de la surface libre par la méthode de Kozeny	119
IV.10.3.1 Le première modèle.....	119
IV.10.3.2 Le deuxième modèle	121
IV.10.4 Comparaison des résultats.....	123
IV.10.4.1 Le première modèle.....	123
IV.10.4.2 Le deuxième modèle	125
IV.11 Calcul la surface de suintement par l'abaque de Polubarinova-Kochina.....	127
IV.11.1 Le première modèle.....	127
IV.11.2 Le deuxième modèle	127
IV.12 Interprétation et comparaison des résultats	129
IV.13 Conclusion	132
Conclusion général	133

Introduction générale

Durant les dernières décennies, de grands progrès ont été accomplis aussi bien dans l'analyse mathématique que dans les techniques de simulation des problèmes de l'hydraulique souterraine. Les exemples en sont variés ; développement des ressources souterraines, alimentation artificielle des nappes, débit d'infiltration vers les zones basses des polders, perte des canaux d'irrigation, influence de la marée sur les nappes côtières, drainage artificiel des terrains amendés, et bien d'autres choses encore. On peut actuellement résoudre soit par des méthodes mathématiques soit par des modèles la plupart des problèmes plus ou moins complexes de l'écoulement. Cependant la sûreté des résultats que l'on obtient dépend largement de la précision des valeurs numériques des caractéristiques hydrauliques (des couches aquifères et des couches semi-perméables) utilisées dans les formules, ainsi que de la façon d'envisager les conditions aux limites. Il est Evident que le résultat d'un calcul hydrodynamique est erroné si ces valeurs et ces conditions aux limites sont mal connues.

L'approche la plus classique pour la résolution de problème d'écoulement et de transport en milieu poreux est l'approche déterministe initiée par Darcy. Celle-ci repose sur une équation empirique, la loi de Darcy, et sur l'équation de conservation de la masse. Dans cette approche, on suppose que les paramètres caractérisant le milieu poreux, et en particulier la porosité et la conductivité hydraulique, sont des grandeurs connues en tout point du milieu.

Il est donc nécessaire dans ce cas de les déterminer de façon expérimentale, à l'aide de méthodes qui se sont avérées destructives, fastidieuses, complexes et/ou coûteuses. Un des problèmes majeurs rencontrés lors de la caractérisation d'un milieu poreux est la particularité fondamentale qu'ont ses propriétés à se déployer de façon hétérogène dans l'espace. Cette hétérogénéité découle des processus de genèse des milieux qui sont constitués de différents matériaux ayant subi des altérations mécaniques et chimiques.

L'équation de l'écoulement est intégrée numériquement par la méthode des différences finies, qui est une technique pour résoudre les équations aux dérivées partielles (équation de l'écoulement) basée sur la discrétisation des opérateurs, et application des conditions aux limites et des conditions initiales on peut aussi

déterminer la variation de la charge hydraulique en fonction du temps et de l'espace.

Toutefois, comme les études expérimentales sont souvent lentes et coûteuses et les procédures d'essais correspondantes généralement complexes, les chercheurs font de plus en plus appel aux modélisations numériques. Les progrès récents réalisés dans les domaines de l'informatique et du calcul numérique ont permis de mettre au point des outils numériques de calcul (programme de simulation d'essais et codes de calcul en éléments finis ou en différences finies des ouvrages géotechniques) qui intègrent dans leurs structures divers modèles de comportement capables de décrire assez correctement la réponse des sols aux sollicitations qui leur sont appliquées. Des modèles de comportement, reposant sur des approches élastiques non linéaires ou élastoplastique, permettent de simuler de manière satisfaisante le comportement des sables (modèles adaptés aux sables), mais leur fiabilité dépend surtout de la méthode de détermination de leurs paramètres mécaniques et leur performance de la méthode adoptée et les convergences fixées.

- Le premier chapitre présente les généralités et les notions de base sur les écoulements souterrains.
- Le deuxième chapitre est consacré aux principales lois de l'écoulement et les concepts fondamentaux. Il traitera de l'équation de Darcy qui est le fondement de toutes les théories d'écoulement, de l'équation de continuité et la solution de quelques problèmes simples d'écoulement. Vers la fin on a présenté une étude et la définition du phénomène de suintement tout en définissant les conditions aux limites de flux imposé et de la charge imposée.
- Le troisième chapitre présente une étude analytique de la loi d'écoulement et son approximation par la méthode des différences finies.
- Le quatrième chapitre présente une comparaison et interprétation des résultats trouvées par la méthode des différences finies et ceux trouvées par le logiciel Plaxis et les méthodes analytiques.

Chapitre I
Notions de base

I.1 Introduction

L'étude des écoulements dans les massifs de sol fait partie d'un domaine de recherche très vaste, constitué par l'étude des mouvements des fluides dans les milieux poreux.

Du point de vue des propriétés physiques, hydriques et mécaniques, le sol peut être considéré comme un milieu poreux. Dans le cas le plus général, il se présente comme un système comprenant trois phases que l'on retrouve dans la nature : solide, liquide et gazeuse. La phase solide est représentée par les particules du sol, la phase liquide par l'eau du sol et la phase gazeuse par l'air du sol (Hillel, 1988). Les interactions physico-chimiques entre ces différentes phases font que nous sommes en présence d'un milieu très complexe.

Le caractère poreux résulte de l'organisation des constituants du sol à différents niveaux (Monnier et Stengel, 1982).

Il est estimé que le volume total de l'eau emmagasiné au dessous de la surface terrestre, c'est-à-dire dans les aquifères, est d'environ 80 millions Km^3 (Mutreja, 1986), dont la moitié est à une profondeur inférieure à 800 m. cette quantité représente environ 35 fois la quantité des eaux de surface et environ un tiers (1/3) des eaux glaciales, se trouvant aux pôles terrestres, et des neiges se trouvant en montagnes.

Dans ce premier chapitre, les paragraphes suivants les quelques notions de base qui interviennent dans la description des écoulements en milieux poreux seront présentés.

I.2 Le milieu poreux

I.2.1 Définition

Un milieu poreux désigne l'ensemble des matériaux formés d'une phase solide et d'un espace libre nommé « espace poreux ». Ces deux phases des milieux interagissent, et donnent lieu à de nombreux phénomènes physiques (écoulement de fluide, propagation d'ondes...). Le sol peut être assimilé à un milieu poreux formé par des agrégats solides (particules minérales, éléments organiques) entre lesquels ils existent des espaces vides pouvant être remplis de gaz ou de liquides.

On caractérise généralement le milieu poreux par sa granulométrie, sa porosité et sa perméabilité.

On distingue : les milieux poreux naturels et les milieux poreux artificiels.

I.2.1.1 Milieux poreux naturels

Dans la nature, les roches et les sols sont certainement les milieux poreux les plus exploités. L'étude géologique des sous-sols permet de classer les différentes couches géologiques selon la perméabilité à un écoulement de fluide. Les couches d'argile constituent en général les parois imperméables de réservoirs naturels d'eau ou d'hydrocarbures.

On nomme *aquifère* un réservoir qui non seulement contient de l'eau mais qui peut aussi être le lieu d'écoulement, par gravité ou par pompage (Bear, 1972). Une schématisation d'un aquifère est proposée sur la (figure I.1)

Les roches poreuses peuvent contenir également des hydrocarbures. La (figure I.2) montre qu'un tel réservoir peut contenir de l'eau, du pétrole et du gaz, avec des couches de mélange intermédiaires. C'est pourquoi la compréhension des écoulements multiphasiques est très importante pour l'industrie de l'extraction pétrolière.

La porosité des roches est très variable selon les conditions de température et de pression lors de la formation et de l'évolution géologique. Les roches denses comme le granit ont des porosités inférieures à 2 %. Au contraire, les roches volcaniques formées à la surface (faible pression) ont des porosités élevées à cause des processus de dégazage associés au refroidissement. Certaines roches atteignent ainsi une porosité de 60 %. Les roches sédimentaires se sont formées à partir d'agglomération de grains cimentés entre eux. Les schistes argileux ont une porosité de l'ordre de 10 à 25 %. Le grès, formé en général de grains de quartz, a une porosité qui dépend fortement du matériau de cimentation des grains (entre 10 et 45 %).

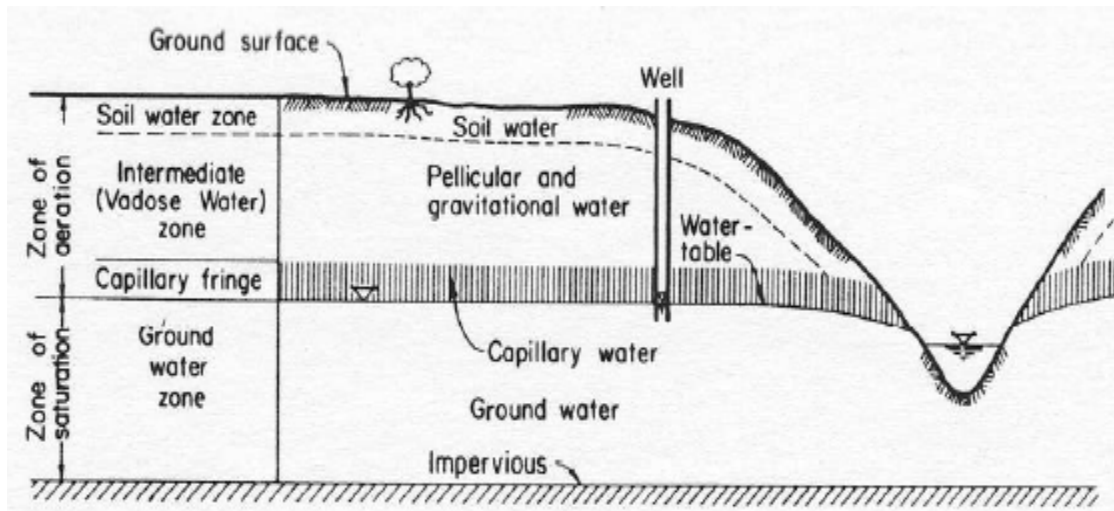


Fig. I.1 : Schéma d'un aquifère (Bear, 1972).

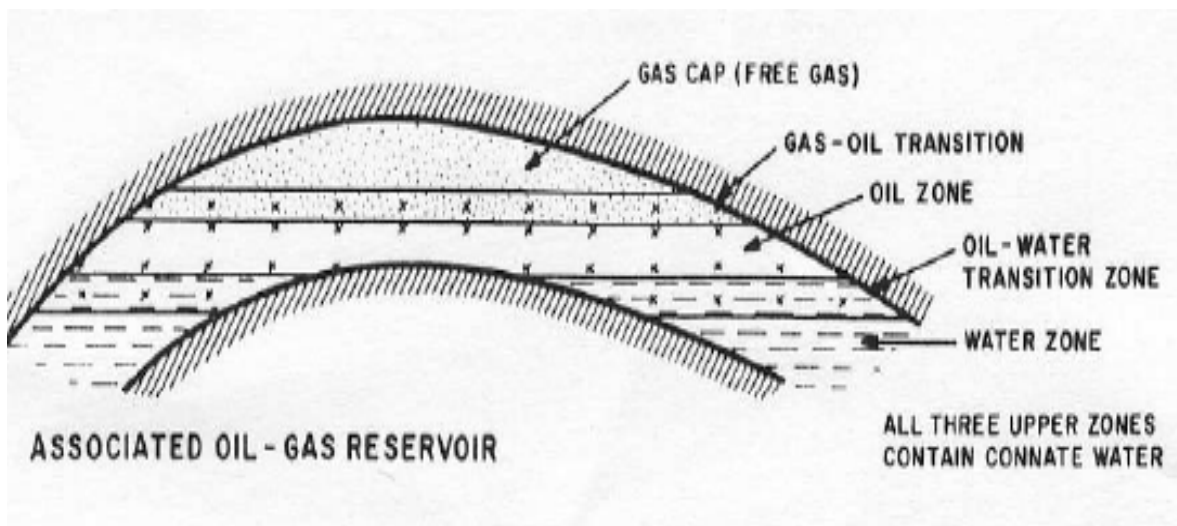


Fig. I.2 : Schéma d'un réservoir naturel d'hydrocarbures (Bear, 1972).

I.2.1.2 Milieux poreux artificiels

Lors de la fabrication des bétons et des ciments, une certaine porosité est nécessaire pour permettre un séchage lent et progressif et l'obtention d'un matériau robuste. Parfois, la porosité (fine) est complétée par un réseau de fractures qui fragilise le béton. La porosité d'un bon béton est comprise entre 6 et 10%.

Le contrôle de la porosité et de la structure poreuse joue un grand rôle dans l'industrie du papier. Selon les méthodes de fabrication, on peut obtenir un papier filtre très absorbant avec une porosité de 80 %, ou au contraire un papier très (serré) et transparent (le papier calque) avec une porosité proche de 0.

On a alors des pores de diamètres compris entre 0,2 à 4 μm . Une méthode de réalisation de poreux de formes diverses est le frittage. Un empilement de grains en contact est chauffé de manière à ce que les contacts entre grains fondent et réalisent une soudure. Le frittage peut se réaliser avec des grains en métal (bronze, cuivre par exemple), en plastique ou en verre.

I.3 classification des aquifère**I.3.1 Définition des nappes**

Une nappe souterraine ou nappe d'eau est constituée par l'ensemble de l'eau saturant un terrain et dont les différentes parties sont en liaison continue, à travers des pores, des fissures ou des chenaux (Schoeller(H), 1962). Cette définition très générale ne fait intervenir ni la perméabilité du terrain ni la charge hydraulique. Elle s'applique bien aux nappes contenues dans les éboulis, où l'eau circule préférentiellement dans des chenaux tout en baignant les zones plus argileuses.

Les hydrogéologues, qui s'intéressent principalement aux formations susceptibles de fournir un débit important, ont choisi une définition un peu différente, en distinguant entre formations perméables et formations imperméables. Cette notion est relative : une formation dont le coefficient de perméabilité vaut 10^{-5} m/s est imperméable par rapport à une autre formation de coefficient de perméabilité 10^{-3} m/s, mais elle est perméable par rapport à une formation de coefficient de perméabilité 10^{-7} m/s.

On définit :

- **les terrains aquifères**, dans lesquels l'eau circule librement ;
- **les terrains aquicludes**, dans lesquels l'eau ne circule que très lentement et qui sont donc incapables d'alimenter une source de façon suffisante ;
- **les terrains aquifuges**, totalement imperméables à l'eau.

Il existe très peu de terrains aquifuges (granite non fissuré). On représente habituellement les sols comme des alternances de terrains aquifères et aquicludes et, contrairement à la définition de Schoeller (Schoeller(H), 1962), on admet qu'il existe une nappe par aquifère, en négligeant les contacts de ces nappes à travers les terrains moins perméables.

La (figure I.3) montre différentes configurations des nappes dans la nature. La notion de nappe suppose implicitement que le sol est saturé d'eau et que l'eau est en pression. Tous les terrains, même perméables, ne contiennent pas de nappe. Il peut exister des zones de ruissellement en milieu non saturé et des terrains perméables sans eau.

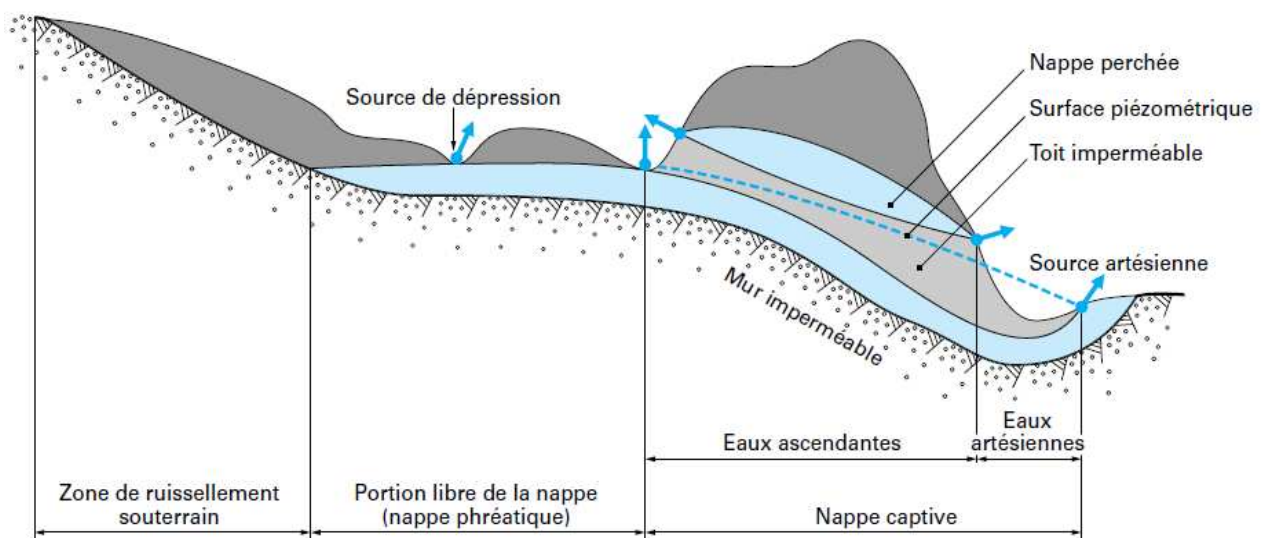


Fig. I. 3 : Les éléments d'une nappe

I.3.1.1 Aquifères à nappe libre

Un aquifère à nappe libre, est formé d'une couche perméable partiellement remplie d'eau et surmontant une couche relativement imperméable. La limite supérieure s'appelle surface libre (ou niveau phréatique); elle est à la pression atmosphérique. L'eau d'un puits pénétrant une telle nappe ne monte généralement pas au-dessus de la surface libre, sauf s'il y a un écoulement vertical.

Dans les roches aquifères de granulométrie fine, il arrive souvent que le drainage gravitaire des pores ne soit pas instantané; l'eau est alors libérée seulement un certain temps après la baisse du niveau piézométrique. On a ainsi une nappe libre dite à débit retardé.

I.3.1.2 Aquifères à nappe captive

Un aquifère à nappe captive est une couche complètement saturée dont les limites supérieures et inférieures sont étanches. Naturellement, les couches parfaitement étanches sont rares dans la réalité; aussi, de tels aquifères sont ils moins répandus qu'on ne le croit généralement. Dans une nappe captive, la pression, d'eau est normalement supérieure à la pression atmosphérique, et l'eau s'élève donc dans les puits au-dessus du toit de l'aquifère.

I.3.1.3 Aquifères à nappe semi-captive

Un aquifère à nappe semi-captive ou à drainante est une couche complètement saturée, mais dont la limite supérieure est semi-perméable et la limite, inférieure est soit étanche, soit semi-perméable. On appelle ici couche semi-perméable une couche ayant un coefficient de perméabilité faible mais mesurable. Si l'on rabat le niveau piézométrique d'une telle nappe, par exemple par un pompage, il s'établit une circulation de l'eau entre la couche semi-perméable et l'aquifère où l'on pompe. Cet écoulement est vertical car étant donné que le coefficient de perméabilité du toit est très faible, on peut y négliger la composante horizontale de l'écoulement. Pour connaître le mouvement de l'eau dans ce type de nappe, il est nécessaire d'installer des piézomètres non seulement dans l'aquifère lui-même, mais aussi dans les couches semi-perméables supérieures et inférieures quand elles existent. Généralement, le rabattement de la surface libre dans la couche semi-perméable est très faible devant celui de l'aquifère.

I.3.1.4 Aquifères à nappe semi-libre

Si la couche a granulométrie fine d'un aquifère à nappe semi-captive a une perméabilité assez grande pour qu'on ne soit plus en droit de négliger la composante horizontale de l'écoulement, la nappe a un comportement intermédiaire entre celui de la nappe semi-captive et celui de la nappe libre. On l'appelle alors nappe semi-libre.

L'aquifère est donc limité vers le haut par une formation imperméable, appelée toit de la nappe, d'après ce qui précède, on voit bien que si l'on suppose que le mur d'une nappe est une couche étanche, les nappes se classent en fonction des caractéristiques de leur toit. Si la surface piézométrique est située au-dessus du terrain naturel, la nappe est dite artésienne. On peut donc donner les critères suivants (G. P. Kruseman et N. A. De Ridder, 1973):

toit	nappe correspondante
étanché	Captive
semi-perméable, de façon qu'on puisse négliger l'écoulement horizontal	Semi-captive
moins perméable que l'aquifère principal, mais l'écoulement horizontal n'est pas négligeable	Semi- libre
identique à l'aquifère principal	Libre (avec débit retardé)

Les nappes sont souvent situées dans des couches aux limites (toit, au-dessus, et mur, au-dessous) pratiquement horizontales, à l'échelle des études hydrogéologiques. Dans ce cas, on admet souvent que la composante verticale du gradient hydraulique est négligeable par rapport à sa composante horizontale (il n'y a pas d'écoulements significatifs dans la direction verticale). Cela implique que :

- les surfaces équipotentiels de la nappe sont des cylindres à génératrice verticale, dont il suffit de connaître la section dans un plan horizontal. La charge hydraulique de l'eau peut alors être mesurée en un point donné au moyen d'un piézomètre, indépendamment de l'altitude de la crépine, c'est-à-dire du niveau où l'on mesure la pression de l'eau. Le lieu géométrique des niveaux d'eau dans les piézomètres est la surface piézométrique ;
- les lignes de courant sont planes et horizontales ;
- la représentation de la nappe peut être faite dans un plan : la surface piézométrique y est représentée par ses lignes de niveau, souvent appelées improprement courbes isopièzes (en réalité, courbes équipotentiels).

I.4 La zone saturée et la zone non saturée

I.4.1 zone non saturée

La zone non saturée est la partie du sol située au dessous de la surface du sol et au dessus de la surface libre des aquifères, elle contient, au moins durant un certain temps, à la fois de l'air et d'eau dans les pores, son épaisseur peut varier de 0 mètres à des centaines mètres

Elle est conçue comme la zone d'activité telle que l'implantation des arbres, construction de différents ouvrages et le dépôt des déchets.

La figure I.4 montre une représentation d'un sol non saturée.

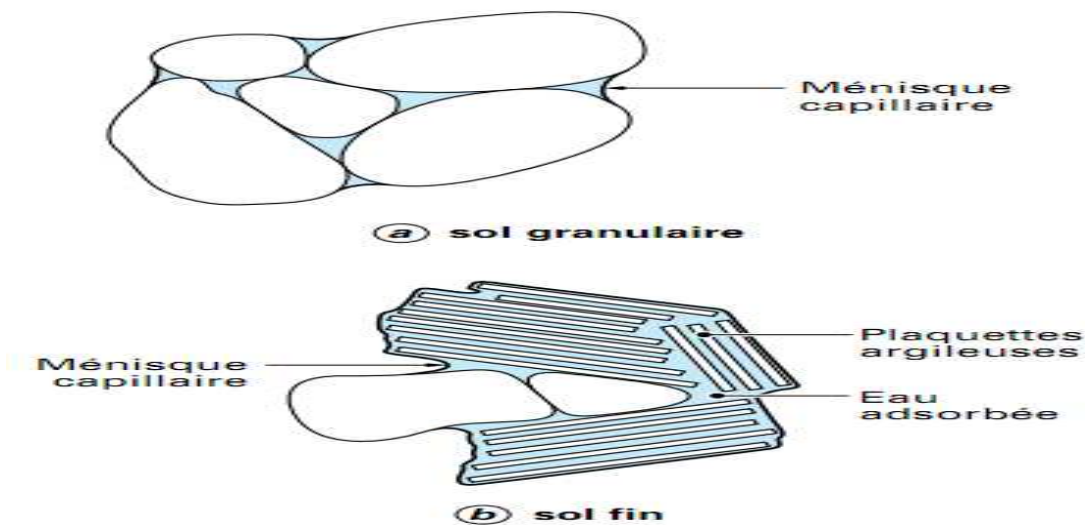


Fig. I.4 : Représentation schématique d'un sol non saturé

- **zone vadose**, la zone vadose est la partie du sol qui se trouve au dessus de la surface libre des aquifères, ou les pores sont partiellement saturés en eau (zone radiculaire, vadose, intermédiaire) et saturée en eau (zone capillaire). dans ce cas de figure l'eau est sous pression négative.
- **zone capillaire**, la zone capillaire est la partie du sol située au dessous de la surface libre des aquifères et au dessus de la limite de la remontée capillaire, elle est caractérisée par une pression d'eau négative.

I.4.2 La zone saturée

La zone saturée est la partie du sol située au dessous de la nappe phréatique (surface libre des aquifères) ou les pores sont complètement remplis d'eau, elle est caractérisée par une pression d'eau positive.

I.4.3 Les différents états de saturation et non saturation d'un sol

Dans le cas général, qu'ils soient naturels ou artificiels, les sols sont non saturés ou partiellement saturés. Ils sont donc polyphasiques : ils contiennent à la fois une phase solide, une phase liquide et une phase gazeuse. D'après Wroth & Houlsby (1985), il est possible de distinguer trois catégories de sols non saturés :

- la phase liquide est continue, la phase gazeuse discontinue ;
- les phases liquide et gazeuse sont continues ;
- la phase liquide est discontinue, la phase gazeuse est continue.

Aitchison (1959) définit quatre états de saturation :

- l'état saturé où le sol est saturé en eau et la succion est nulle ;
- l'état partiellement saturé où le degré de saturations est voisin de 1 mais la succion n'est plus nulle ;
- l'état non saturé où le degré de saturation est très inférieur à 1 et la succion non nulle ;
- le sol est sec où le degré de saturation en eau est nul et la succion très forte.

I.5 L'eau dans le sol

I.5.1 Distribution de l'eau dans le sol durant l'infiltration

L'infiltration désigne généralement le passage de l'eau de l'extérieur vers l'intérieur du sol ainsi que sa redistribution dans la zone non saturée. Le processus d'infiltration a été largement étudié aussi bien par les physiciens du sol que les hydrologues. Horton (1933) a montré que lorsque la pluie atteint la surface du sol, elle s'infiltre à une vitesse décroissante avec le temps. La (figure I.5) illustre cette décroissance de la capacité d'infiltration en fonction du temps pour une pluie d'intensité constante donnée.

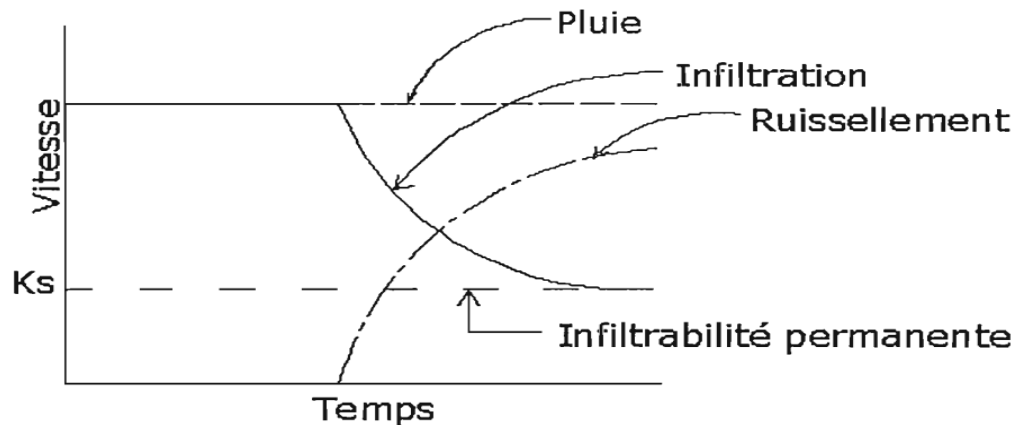


Fig. I.5: Régime d'infiltration et de ruissellement au cours d'une pluie d'intensité supérieure à l'infiltrabilité du sol (Horton (1933)).

La vitesse d'infiltration ou infiltrabilité du sol est égale à l'intensité de la pluie et ceci jusqu'à ce que les premiers centimètres du sol (10 cm environ) soient saturés; elle décroît ensuite asymptotiquement vers une valeur constante K_s , appelée infiltrabilité finale ou permanente ou vitesse d'infiltration stabilisée. Le surplus de la pluie non absorbée par le sol s'accumule à la surface du sol et engendre le ruissellement.

La diminution de la capacité d'infiltration au cours d'une averse est due à deux phénomènes principaux :

- La dégradation de l'état de la surface du sol par des mécanismes tels l'intensité de la pluie qui crée une pellicule (cas des limons) empêchant l'eau de s'infiltrer;
- La diminution du gradient de succion matricielle. En effet, malgré une augmentation de la conductivité du sol, le gradient de succion diminue laissant le gradient gravitationnel comme seule force d'entraînement de l'eau vers le bas. De nombreux tests réalisés par les hydrologues sur différents types de sol ont montré que la diminution est plus rapide et la constante plus faible pour les sols argileux que pour les sols sableux.

De nombreuses expressions empiriques existent pour décrire l'infiltration en fonction du temps. Les plus usitées sont celles de Green et Ampt (1911), Kostiakov (1932 et 1972), de Horton, de Philip (1957) et de Morel-Seytoux (1981).

I.5.2 Classification de l'eau interstitielle

Nous avons vu dans ce traité (Magnan (J.P.) ,1997) que l'eau peut se trouver dans plusieurs états à l'intérieur d'un sol, suivant l'intensité des forces liant ses molécules aux particules solides (figure I.6).

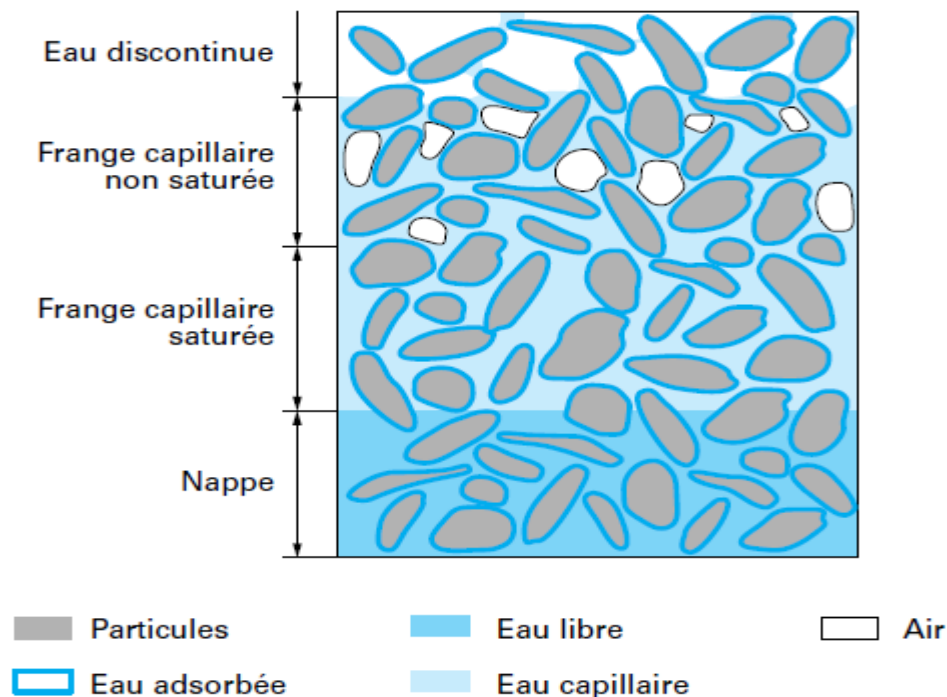


Fig. I. 6 : Les différents états d'eaux dans le sol

On distingue

I.5.2.1 L'eau de constitution

Qui entre dans la composition chimique des minéraux dont les particules de sol sont formées ;

I.5.2.2 L'eau liée ou absorbé ou l'eau de rétention

A la surface des grains très fins, qui est orientée par les forces d'attraction moléculaire et les forces électrostatiques ; elle a une viscosité élevée et ne transmet pas les pressions ;

I.5.2.3 L'eau libre

Qui circule librement dans les pores du sol sous l'effet des forces de pesanteur

I.5.2.4 L'eau capillaire

C'est la fraction de l'eau soumise à la force de tension superficielle au-dessus de la surface de la surface des aquifères.

Ces liaisons de l'eau avec les particules du sol dépendent de la nature minéralogique des particules et de leurs dimensions. Dans les sols fins argileux, l'eau peut se trouver dans les quatre états indiqués ci-avant et la hauteur de la frange capillaire peut atteindre plusieurs dizaines de mètres au-dessus de la surface de la nappe. Dans les sables, il n'y a pas d'eau de constitution et en général pas d'eau liée et la frange capillaire à quelques centimètres de hauteur. Au delà de la hauteur limite d'ascension capillaire (frange capillaire), l'eau n'est plus continue dans l'espace des pores et n'intervient pas de façon autonome dans le comportement mécanique du sol.

I.6 Caractéristique physique du sol

Le milieu poreux présente des caractéristiques physiques et mécaniques diverses. La définition et la quantification des propriétés des milieux poreux sont faites généralement suivant deux approches : une approche par un volume élémentaire représentatif ou VER (Bear, 1972) et une approche par fonctions aléatoires (de Marsily, 1981)

I.6.1 Volume Élémentaire Représentatif (VER)

Un volume élémentaire représentatif est un volume pour lequel les propriétés caractéristiques moyennes (comme la porosité, la perméabilité dans le cas d'un milieu poreux) peuvent être déduites.

En réalité un milieu poreux est constitué de grains solides et vides pour lesquels il n'est pas possible d'attribuer des notions comme la porosité et la perméabilité qu'à partir d'une échelle supérieure de plusieurs ordres de grandeur à l'échelle des pores. Le choix du VER doit donc répondre aux critères suivants (de Marsily 1994) :

- Le VER doit contenir un grand nombre de pores afin d'avoir une moyenne globale significative ;
- Le VER doit être suffisamment petit pour que les variations des propriétés d'un domaine au domaine voisin puissent être approchées par des fonctions continues pour pouvoir introduire l'analyse infinitésimale, sans introduire d'erreur décelable par les instruments de mesure à l'échelle macroscopique.

D'après les critères ci-dessus, un VER dépend non seulement de la structure du milieu poreux, mais aussi des phénomènes physiques étudiés. Un VER doit être assez grand pour représenter la structure du milieu poreux, mais aussi petit pour que les variations des propriétés, parfois non-linéaires (teneur en eau), soient continues. Une telle définition appliquée à l'hydrogéologie, est sûrement subjective car l'hétérogénéité existe à toutes les échelles d'un milieu poreux naturel, et plusieurs hypothèses de modélisation existent pour chaque problème.

I.6.2 La granulométrie

Les premières informations sur les propriétés d'un milieu poreux sont fournies par l'analyse granulométrique. Elle consiste à la détermination de la distribution de la taille des particules du sol. Elle permet alors de déterminer ce qu'on appelle la composition granulométrique du sol. La séparation des particules par classes de tailles est généralement effectuée par tamisage au travers de tamis de diamètre calibré jusqu'à un diamètre de particules d'environ 0,05 mm (Hillel, 1988 ; Chamayou et Legros, 1989 ; Henin, 1977). Pour séparer et classer des particules plus fines, la méthode généralement utilisée est celle de la sédimentation. Couplée à des modèles mathématiques, l'utilisation des résultats de l'analyse granulométrique permet dans certains cas, de déterminer une autre propriété, cette fois hydrodynamique du milieu poreux non saturé : sa courbe de rétention (Arya et Paris, 1981 ; Haverkamp et Parlange, 1986 ; Carsel et Parrish, 1988).

On obtient ainsi une courbe granulométrique représentant le pourcentage des éléments dont le diamètre est inférieur ou égal à un diamètre donné.

L'analyse de cette courbe fournit alors des informations sur la perméabilité ainsi que sur l'homogénéité du milieu poreux.

I.6.3 Viscosité de l'eau

Dans le cas d'un écoulement laminaire, les filets liquides glissent entre eux et la résistance au glissement est liée à la viscosité dynamique selon la loi newtonienne de frottement.

$$s = \mu \frac{dv}{dx} \quad (\text{I.1})$$

Où :

- s : est la résistance au glissement,
- μ : est la viscosité dynamique,
- dv : est la variation de la vitesse d'écoulement,
- dx : est la variation de la distance normale à la direction de l'écoulement.

La viscosité cinématique est définie par la relation :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho_w} \quad (\text{I.2})$$

Où :

- ν : est la viscosité cinématique
- μ : est la viscosité dynamique
- ρ_w : est la masse volumique ou densité de l'eau

I.6.4 Porosité

D'une manière générale, la porosité d'un sol est définie comme étant le pourcentage de vides qu'il contient. Ces vides sont occupés soit par de l'air, soit par de l'eau et représentent alors la fraction du matériau poreux susceptible de contenir de l'eau et définissent ainsi la porosité. Elle représente alors une caractéristique statique des terrains et est indépendante du mouvement de l'eau qui peut s'y trouver.

Dans la présente étude le fluide considéré est l'eau sous sa forme liquide.

Cependant, et selon qu'on s'intéresse à un phénomène, on distingue :

- **la porosité géométrique, porosité totale n** , qui est le rapport du volume des vides, V_v , accessible à l'eau et l'air au volume total apparent, V , du sol.

$$n = \frac{V_v}{V} \quad (\text{I.3})$$

- **la porosité efficace n_e , ou porosité cinématique** : qui constitue la partie de la porosité totale correspondante à l'eau libre. C'est le rapport du volume d'eau libre V_g , susceptible d'être drainé par gravité, sur le volume totale du sol.

$$n_e = \frac{V_g}{V} \quad (\text{I.4})$$

- **La porosité de drainage n_d** , notée aussi S_y (specific yield) qui est la fraction de la porosité correspondante à un écoulement rapide. Le plus souvent la porosité de drainage est considérée la même que la porosité efficace, et ce à cause de la difficulté, dans la pratique, de différencier l'une de l'autre. Leur complémentaire par rapport à la porosité totale est nommé capacité de rétention capillaire (de Marsily, 1981)

- **Une porosité de texture**

Elle dépend de la répartition granulométrique du sol. C'est une donnée généralement stable.

Les fortes granulométries impliquent une macroporosité et une circulation rapide de l'eau de gravité. Une granulométrie fine impose une circulation plus lente, une part plus grande de l'eau capillaire mais aussi une porosité totale plus importante.

- **Une porosité de structure ou fissurale**

Elle correspond aux fentes de retrait limitant les agrégats de diverses tailles. Cette porosité elle, est évidemment variable : maximale quand le sol est sec, elle disparaît presque totalement quand il est humide surtout lorsque les argiles constitutives sont gonflantes.

Dans le cas des vertisols, cette caractéristique revêt une importance particulière.

- **Une porosité tubulaire ou biologique**

C'est une variété de porosité qui elle, est créée par les racines et le travail de la faune du sol.

Elle présente alors un éventail de dimension assez large allant du terrier des mammifères aux plus fines canicules des radicelles en passant par l'activité d'espèces animales comme les termites.

- **La capacité de rétention η_{ret}** qui est la différence entre la porosité totale et la porosité de drainage, S_y , représentant la partie du volume des vides non drainés.

$$n_{ret} = n - S_y \quad (\text{I.5})$$

Elle exclut l'eau libre et inclut l'eau pelliculaire et l'eau adsorbée, par abus de langage, on l'appelle eau capillaire.

- **l'indice des vides e** (très utilisé en mécanique des sols) qui représente le rapport du volume des vides, V_v , sur le volume, V_s , phase solide.

$$e = \frac{V_v}{V_s} \quad (\text{I.6})$$

I.6.5 Degré de saturation

Le degré de saturation d'un échantillon de sol indique dans quelle proportion les vides sont remplis par l'eau. Il est défini comme le rapport du volume de l'eau V_w au volume des vides V_v . Il est exprimé par la relation,

$$S_r = \frac{V_w}{V_v} \quad (\text{I.7})$$

Où :

S_r : est le degré de saturation

V_w : est le volume d'eau

V_v : est le volume total des vides

I.6.6 la teneur en eau (volumique)

Elle exprime la quantité d'eau contenue dans le milieu poreux. Elle est définie alors pour un échantillon donné comme étant le rapport entre la quantité d'eau contenue dans l'échantillon et le volume total de ce dernier. Nous parlerons alors de teneur en eau volumique qui est utilisée en règle générale en hydrogéologie. Elle s'exprime par la relation suivante:

$$\theta = \frac{V_w}{V} \quad (\text{I.8})$$

Où :

θ : est la teneur en eau volumique

V_w : est le volume d'eau

V : est le volume total

La teneur en eau est liée au degré de saturation par la relation :

$$\theta = n S_r \quad (\text{I.9})$$

Nous définissons au passage la notion de teneur en eau à saturation qui représente la valeur maximale de θ quand le milieu poreux considéré est à saturation, et la notion de teneur en eau résiduelle θ_r qui est la valeur de la teneur en eau pour une succion infiniment grande. Nous retrouverons ces deux notions dans les expressions permettant de décrire les relations entre les variables du milieu poreux non saturé. Le besoin de déterminer la quantité d'eau présente dans un sol donné se manifeste fréquemment dans beaucoup d'études notamment hydrogéologiques et agronomiques. Cette information est indispensable pour l'étude des transferts d'eau en milieu poreux non saturé. Pour sa détermination, nous avons plusieurs méthodes; les méthodes directes et celles dites indirectes.

I.6.7 La conductivité hydraulique et la perméabilité intrinsèque :**I.6.7.1 La perméabilité intrinsèque**

La perméabilité intrinsèque K [L^2] qui indique l'aptitude du milieu à être traversé par un écoulement. Cette grandeur ne dépend que de la structure et de la connectivité des pores. Lorsque le milieu est isotrope, c'est-à-dire que ses propriétés sont indépendantes de la direction, la perméabilité intrinsèque est un tenseur proportionnel au tenseur identité. Lorsque le milieu est anisotrope, la perméabilité intrinsèque est un tenseur symétrique.

Plusieurs approximations analytiques de la perméabilité intrinsèque existent en fonction du type de milieu poreux. Nous citons, entre autres, le modèle de Hazen pour les milieux granulaires, celui de Saffmann pour les réseaux de canaux parallèles et celui de Kozeny–Carmann pour les réseaux de canaux tortueux. Des calculs récents sur des réseaux de sphères ont aussi été effectués par Tardif, Ern et Dormieux.

I.6.7.2 La perméabilité

La perméabilité ou conductivité hydraulique k [$L.T^{-1}$] est le paramètre reliant la vitesse d'écoulement au gradient hydraulique dans la loi de darcy. Elle caractérise l'aptitude du milieu à se laisser traverser par un fluide sous l'effet d'un gradient de charge. Elle varie en fonction du milieu poreux considéré et dépend de la perméabilité intrinsèque K , de la viscosité dynamique μ [$M.L^{-1}.T^{-1}$] et de la masse volumique ρ_w [$M.L^{-3}$] du fluide qui y circule.

Le coefficient de perméabilité k et la perméabilité intrinsèque K sont des coefficients scalaires si le milieu poreux est isotrope ou bien si l'écoulement est unidirectionnel. Dans le cas d'un milieu tridimensionnel et anisotrope, le coefficient de conductivité hydraulique est défini par un tenseur symétrique de la forme

$$K = \begin{pmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{pmatrix} \quad (I.10)$$

Avec :

$$K_{i,j} = \frac{K_{i,j} \rho g}{\mu} \quad (I.11)$$

Où

g : est l'accélération de la pesanteur [$L.T^{-2}$].

I.6.8 Gradient hydraulique

Le gradient hydraulique est un vecteur défini comme l'opposé du gradient de la charge hydraulique h :

$$\vec{i} = - \overrightarrow{grad} h \quad (I.12)$$

Il a pour composantes :

$$\begin{cases} i_x = - \frac{\partial h}{\partial x} \\ i_y = - \frac{\partial h}{\partial y} \\ i_z = - \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (I.13)$$

I.6.9 La dispersivité

La dispersivité est l'aptitude d'un milieu perméable à déterminer la dispersion cinématique des fluides en déplacement. La dispersion cinématique désigne les effets de l'absence d'uniformité du champ de vitesses inter granulaires des particules d'eau en mouvement dans un milieu poreux (Castany, 1977). Cette dispersion aléatoire des vitesses réelles particulières autour de la vitesse moyenne de déplacement du fluide s'exprime quantitativement par un coefficient de dispersion (0), déterminé expérimentalement en faisant un essai de traçage.

I.6.10 Transmissivité

La transmissivité T est le produit du coefficient de perméabilité K moyen par l'épaisseur de l'aquifère. Elle est donc égale au débit traversant une section normale à l'écoulement, de largeur unitaire prise sur toute l'épaisseur de l'aquifère et sous un gradient hydraulique égal à l'unité. On l'écrit T . Elle a les dimensions (Longueur³ / Temps X Longueur), ou encore (Longueur² / Temps); on l'exprime par exemple en (m²/jour). Dans le cas des aquifères supposé homogène et possédant une valeur unique de conductivité hydraulique, la transmissivité sera uniquement le produit de la conductivité hydraulique k (L/T) par l'épaisseur saturée b (L) de l'aquifère.

$$T = k.b \quad (I.14)$$

Où

T : est la transmissivité

k : est la perméabilité

b : est l'épaisseur saturée

Si l'aquifère est plutôt constitué de n couches multiples, la transmissivité totale T est la somme des transmissivité T_i de chacune des couches.

$$T = \sum_{i=1}^n T_i \quad (\text{I.15})$$

I.6.11 Coefficient d'emmagasinement

Le coefficient d'emmagasinement est défini comme le volume d'eau libéré ou emmagasiné à travers une surface d'aire égale à l'unité, pour une unité de variation de la charge hydraulique normale à cette surface. Il est désigné par le symbole S , sans dimension.

$$S = \frac{V_w}{\Delta h \cdot A} \quad (\text{I.16})$$

Le coefficient d'emmagasinement ("Storage coefficient") des zones captives d'une nappe dépend de l'élasticité des roches et de l'eau, et sa grandeur est de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-6} .

Le coefficient d'emmagasinement des nappes libres ("specific yield") équivaut en pratique à la porosité efficace (celle des pores ouverts) de la roche, car dans une nappe libre les effets de l'élasticité de la roche et de l'eau sont généralement négligeables.

$$S = S_y = n_d \quad (\text{I.17})$$

Il faut ici faire attention au fait que les pores trop petits ne jouent aucun rôle dans la porosité efficace, car dans ce cas les forces de rétention sont supérieures au poids de l'eau. Pour les sables, cette porosité efficace est de l'ordre de 0,1 à 0,2

I.6.12 Emmagasinement spécifique

L'emmagasinement spécifique S_s [L^{-1}] représente le volume d'eau V_w .

Que peut produire une unité de volume d'aquifère V [L^3] lorsque soumis à un changement unitaire de charge hydraulique Δh [L] :

$$S_s = \frac{V_w}{V \Delta h} \quad (\text{I.18})$$

Pour l'ensemble de la nappe captive, toute son épaisseur b est soumise au changement unitaire de charge hydraulique, le coefficient d'emmagasinement S sera donc égal au produit de l'emmagasinement spécifique S_s par l'épaisseur de l'aquifère b :

$$S = S_s b \quad (\text{I.19})$$

La capacité d'emmagasinement des nappes captives est faible. L'emmagasinement spécifique S_s a des valeurs de l'ordre de 10^{-4} m^{-1} tandis que le coefficient d'emmagasinement de l'ordre de moins que $5 \cdot 10^{-3}$

Dans un aquifère à nappe libre, le coefficient d'emmagasinement spécifique S_s , correspond à la porosité utile, on récupère toute l'eau par la force de l'eau gravitaire (ou par pompage).

Pour un aquifère captive non pompée, l'abaissement du niveau piézométrique se fait uniquement par exclusion de l'eau, elle même contrôlée par l'élasticité des grains constituant l'aquifère et celle de l'eau. Les modules d'élasticité étant faibles le volume d'eau récupéré est alors bien plus faible que dans le cas d'une nappe libre.

Pour les aquifères profonds (>500), tous captifs sauf exception, la quantité d'eau récupérée est encore amoindrie suite à l'effet de diminution de la porosité (et la perméabilité) par écrasement des éléments (grains, blocs) constituant l'aquifère.

I.7 La relation entre la perméabilité et la porosité

L'évolution de la perméabilité est très sensible à la porosité. En effet la perméabilité dépend du nombre, de la géométrie, de la taille et surtout de l'inter connectivité des vides laissés entre les grains. La perméabilité diminue avec la porosité.

La formule empirique la plus connue pour relier la perméabilité à la porosité est celle de Koseny-Carman.

Cependant, de nombreux auteurs ont proposé des formules reliant la perméabilité à la porosité du milieu ainsi qu'à sa granulométrie. Parmi ces formules empiriques on peut citer (Reddi, 2003)

➤ Hazen

$$k = 100(d_{10})^2 \quad (\text{I.20})$$

Où

d_{10} : représente le diamètre efficace des grains, (la formule I-20 est valable pour les sols sableux).

➤ Cazagrande

$$k = 1.4 k_{0.85} e^2 \quad (\text{I.21})$$

Où

$k_{0.85}$: représente la perméabilité correspondante a un indice des vides $e=0.85$.

➤ **Terzaghi**

$$k = \frac{c}{\mu} \frac{(n - 0.13)^2}{\sqrt[3]{1 - n}} (d_{10})^2 \quad (\text{I.22})$$

Où

c : est un coefficient qui dépend de l'uniformité des grains.

μ : est la viscosité dynamique.

➤ **Schlichter**

$$k = c (d_{10})^2 n^{3.3} \quad (\text{I.23})$$

➤ **Bakhmetef**

$$k = c (d_{10})^2 n^{4/3} \quad (\text{I.24})$$

➤ **Koseny-carman**

$$k = C_s \frac{1}{\mu s_0^2} \frac{e^3}{1 + e} \quad (\text{I.25})$$

Où

S_0 : est la surface exposée au fluide par unité de volume du milieu solide.

C_s : est une constante décrivant la forme irrégulière des pores.

➤ **Bretjinski**

$$n = 0.117 \sqrt[3]{k} \quad (\text{I.26})$$

Où,

k : est en mètre par jour (m/j).

Les formules empiriques données ci-dessus conduisent à des résultats assez comparables à ceux obtenus par la formule de Hagen-Poiseuille :

$$k = \frac{\gamma_w d^2}{\mu 32} \quad (\text{I.27})$$

Où

$\gamma_w = \rho_w g$: est le poids volumique de l'eau.

g : est l'accélération due à la pesanteur.

μ : est la viscosité dynamique.

On peut déduire à partir de ces expressions, que le coefficient de perméabilité k , qui définit les propriétés physiques du sol du point de vue filtration, dépend de la structure et de la texture du sol, de la forme et de la dimension des grains, de leur constitution pétrographique et de leur assemblage.

On définit ainsi la perméabilité intrinsèque qui est liée à la conductivité hydraulique par la formule suivante,

$$K = \frac{k u}{\gamma_w} \quad (I.28)$$

Où

K : est la perméabilité intrinsèque.

k : est la perméabilité (ou conductivité) hydraulique.

u : est la viscosité dynamique.

La conductivité hydraulique, k est une vitesse de diffusion qui indique la résistance d'un sol à l'écoulement d'un fluide. Ce coefficient dépend de la structure et de la composition du sol et des propriétés du sol. En théorie et parfois en pratique, on peut dissocier la conductivité hydraulique en deux facteurs, la perméabilité intrinsèque du sol et la fluidité du fluide.

$$k = K f \quad (I.29)$$

Où,

K : est la perméabilité intrinsèque du sol.

f : est la fluidité du fluide.

La fluidité est inversement proportionnelle à la viscosité dynamique et exprimée comme suit,

$$f = \frac{\gamma_w}{\mu} \quad (I.30)$$

La perméabilité est considérée comme constante pour un sol dont le squelette ne subit pas ou peu de changement. Elle est alors mesurée empiriquement par un essai de drainage.

Dans le cas de grandes déformations, la perméabilité n'est plus constante et dépend de l'indice des vides.

1.8 homogénéité-hétérogénéité et isotrope-anisotrope

La variabilité spatiale de la conductivité hydraulique k dépend de deux facteurs, la position et l'orientation de l'écoulement.

Les termes homogénéité et hétérogénéité sont utilisés pour se référer à la position dont dépend k . similairement, les termes isotropie font référence à l'orientation dont dépend la conductivité hydraulique k .

Si k est indépendante de la position dans le domaine d'écoulement considéré, le sol est dit homogène par rapport à k , dans le cas contraire, le sol est dit hétérogène par rapport à k .

Similairement, si k est indépendante de la direction de l'écoulement, le sol est dit isotrope par rapport à k , si non il est anisotrope par rapport à k . l'hétérogénéité implique que la conductivité hydraulique k varie dans un système de coordonnées cartésiennes, et l'anisotropie implique que k varie avec les coordonnées angulaires (Reddi 2003).

Autrement dit et, dans un contexte général, un milieu est dit isotrope lorsque ses caractéristiques physiques (perméabilité, granulométrie en particulier) sont constantes dans les trois directions de l'espace.

Dans le cas contraire le milieu est dit anisotrope. La définition de l'isotropie est aussi dépendante de la taille du réservoir considéré. A l'échelle millimétrique un aquifère formé de cailloux centimétrique est anisotrope. A l'échelle métrique ce même aquifère aura un comportement parfaitement isotrope. La définition d'un volume unitaire d'écoulement doit donc être assez grande par rapport aux dimensions des vides où l'eau circule afin de permettre la continuité de l'écoulement.

Dans un milieu isotrope, la conductivité hydraulique est identique dans toutes les directions de l'espace (x , y , z). Dans un milieu anisotrope, la conductivité hydraulique varie selon directions préférentielles, par exemple les couches sédimentaires.

1.9 Surfaces équipotentielles et surfaces isopièzes

Les surfaces sur lesquelles la charge hydraulique est constante sont appelées « surfaces équipotentielles ». Les surfaces sur lesquelles la pression de l'eau est constante sont appelées « surfaces isopièzes ». Compte tenu de sa définition, le vecteur de gradient hydraulique en un point P est normal à la surface équipotentielle qui passe par ce point.

1.1 Les courbes caractéristiques***1.10.1 La courbe de rétention $h(a)$***

Considérons un milieu poreux saturé en eau (nappe libre). A sa surface libre règne la pression atmosphérique. Si une faible dépression est appliquée à la surface libre, aucun écoulement ne se produit jusqu'à ce qu'une valeur critique soit atteinte. Celle-ci correspond à la vidange des pores de plus grands diamètres et la pression correspondante est appelée pression d'entrée d'air h_g . Au fur et à mesure que la dépression croît, la quantité d'eau libérée devient de plus en

plus importante car un nombre supplémentaire de pores de diamètres de plus en plus petits se vident parce qu'ils ne peuvent plus retenir l'eau (la pression capillaire est inversement proportionnelle au rayon du pore). La quantité d'eau disponible dans le sol à l'équilibre est fonction des dimensions et du volume des pores remplis d'eau c'est-à-dire de la succion matricielle (Bear, 1988).

Quand un échantillon est initialement saturé par un fluide mouillant (eau), le processus par lequel le fluide saturant (eau) est déplacé doucement par le fluide non mouillant (air) est appelé drainage et la relation

$$h = f(\theta) \tag{I.31}$$

Qui définit la pression en fonction de la teneur en eau est appelée la courbe de drainage ou courbe caractéristique de l'humidité du sol (Childs, 1940). Les effets de l'adsorption de l'eau à la surface des particules solides du milieu poreux ainsi que la géométrie des pores sont trop complexes pour en permettre une modélisation simple à partir des caractéristiques fondamentales du sol. Jusqu'à présent il n'existe pas de théorie générale satisfaisante pour prédire la fonctionnelle de la courbe de rétention. Seuls des modèles plus ou moins empiriques sont utilisés pour la décrire dans des gammes de pressions limitées. La courbe de rétention est fortement influencée par la texture des sols mais aussi par leur structure (effet du compactage).

Le processus par lequel un fluide mouillant (eau) déplace un fluide non mouillant (air) qui saturait initialement un échantillon de milieu poreux est appelé imbibition. L'imbibition est le déplacement dû uniquement aux forces capillaires. Pour un déplacement vertical, l'équilibre est atteint quand le fluide mouillant s'est accumulé dans les pores qui permettent le plus grand rayon de courbure de l'interface entre les deux fluides c'est-à-dire les plus petits pores. Dans ces conditions, les forces capillaires équilibrent les forces de gravité. La courbe décrivant la relation $h = f(\theta)$ pendant l'imbibition est appelée courbe d'humectation.

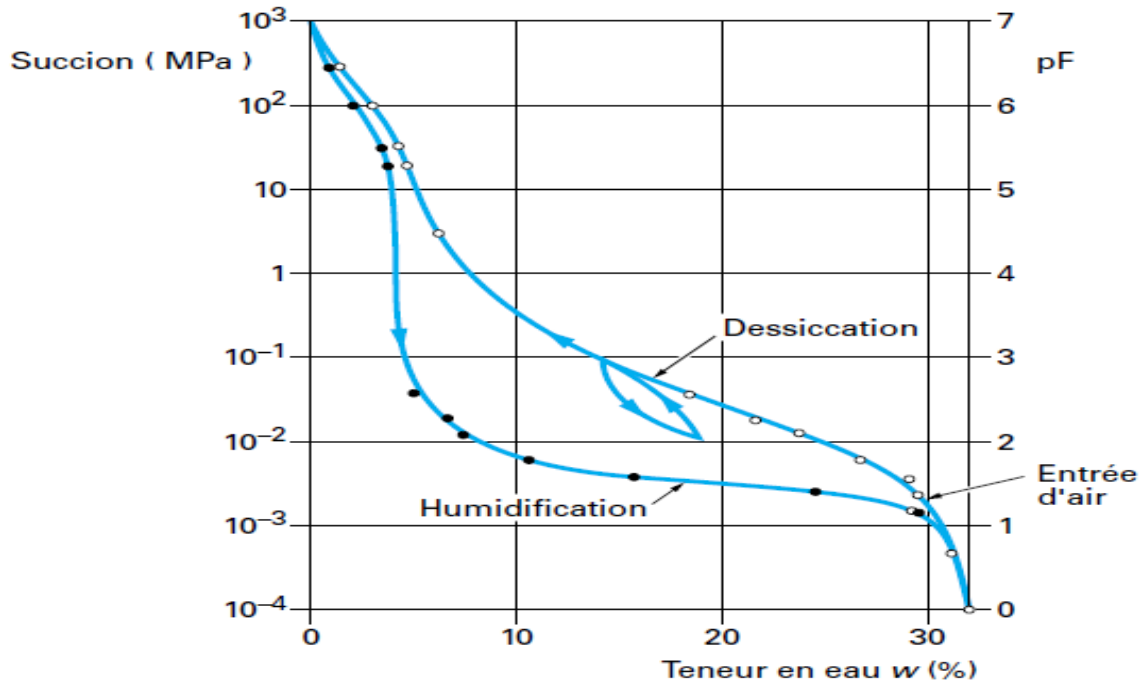


Fig. I.7: Courbes de rétention d'eau d'un sable argileux (CRONEY, 1952)

I.10.2 La courbe de conductivité hydraulique $K(h)$

La suction matricielle est due à l'affinité physique de l'eau à la surface des particules du sol et aux faibles diamètres des pores capillaires. Quand un sol est saturé, tous les pores sont remplis d'eau et ont une conductivité hydraulique maximale. Quand un sol devient non saturé, une partie de l'espace poral se remplit d'air et la surface conductrice d'une section d'écoulement décroît de façon correspondante.

Dans le cas de la zone non saturée la présence simultanée d'eau et d'air dans les pores, conduit à introduire la notion de perméabilité relative à l'eau k_w , définie par le rapport de la conductivité hydraulique à la teneur en eau θ à celle à la saturation naturelle $k_{sat}(\theta_{sat})$:

$$K_w = \frac{K(\theta)}{K_{sat}} \quad (\text{I.32})$$

La perméabilité relative k_w dépend uniquement du degré de saturation en eau. La figure (I.7) montre une courbe typique de la relation

$$K = f(h). \quad (\text{I.33})$$

La différence la plus importante entre les écoulements non saturés et saturés réside dans la conductivité hydraulique. En effet, au fur et à mesure que la pression diminue ce sont les pores les plus grands et aussi les plus conducteurs qui se vident les premiers, et laissent l'écoulement se faire uniquement dans les pores plus petits. Les pores vides doivent aussi être contournés ce qui entraîne une augmentation de la tortuosité pendant le drainage. Il n'existe pas de modèles théoriques valables dans tous les cas qui puissent prédire la conductivité hydraulique en fonction de la pression ou l'humidité. Seules des fonctionnelles plus ou moins empiriques sont utilisées.

La relation entre la conductivité et la pression présente un caractère hystérétique car, comme souligné précédemment, à une même pression d'eau, un sol qui se dessèche contient plus d'eau qu'un sol qui s'humecte. En revanche la relation $K(\theta)$ semble moins affectée par le phénomène de l'hystérésis que les relations $h(\theta)$ (Topp et Miller, 1996; Poulouvalis, 1969) et $K(h)$.

I.10.3 Le phénomène d'hystérésis

La relation $h(\theta)$ est sujette au phénomène d'hystérésis (Hillel, 1980) car pour une même teneur en eau e , on peut avoir des valeurs différentes de pression quand l'équilibre est atteint par imbibition ou par drainage. Ainsi la détermination du degré de saturation ne permet pas à elle seule de connaître la pression et vice versa, sans la connaissance de l'historique d'humectation - dessèchement de l'échantillon étudié.

Mise en évidence du phénomène d'hystérésis sur la courbe de rétention d'un sol.

La (figure II.9) montre une courbe caractéristique typique avec mise en évidence du phénomène d'hystérésis. Il est possible de commencer le processus d'imbibition à partir de n'importe quel point de la courbe de drainage et vice versa, de cette façon la pression capillaire dépend non seulement de la saturation à un instant donné mais aussi de l'historique de l'échantillon étudié. Pour une pression capillaire donnée, une plus grande valeur de saturation est obtenue pendant le drainage que pendant l'imbibition.

L'effet de l'hystérésis peut être attribué à plusieurs facteurs (Hillel, 1980) : Le non uniformité géométrique des pores individuels (qui sont en général de forme irrégulière interconnectés par des passages plus étroits).

L'effet de l'angle de contact dit « effet de la goutte de pluie » pour lequel le rayon de courbure est supérieur pour un ménisque qui humecte que pour celui d'un ménisque qui draine. A une teneur en eau donnée, la pression sera donc plus grande en drainage qu'en imbibition;

La présence de poches d'air piégées tend à réduire elle aussi la teneur des sols fraîchement humectés. Pendant le cycle humectation - drainage, l'entrée de l'air peut isoler des gouttes d'eau.

I.10.3.1 Identification des différentes courbes d'hystérésis dans les CRE

Les différentes courbes d'hystérésis dans le plan $\theta-\psi$ ont été décrites par de nombreux auteurs (Kool et Parker, 1987; Jaynes, 1992). Les différentes courbes peuvent être identifiées selon le processus (ou le chemin suivi par l'eau) qu'a subi le sol (voir Figure I.8). On présente dans ce qui suit une brève description de ces différentes courbes :

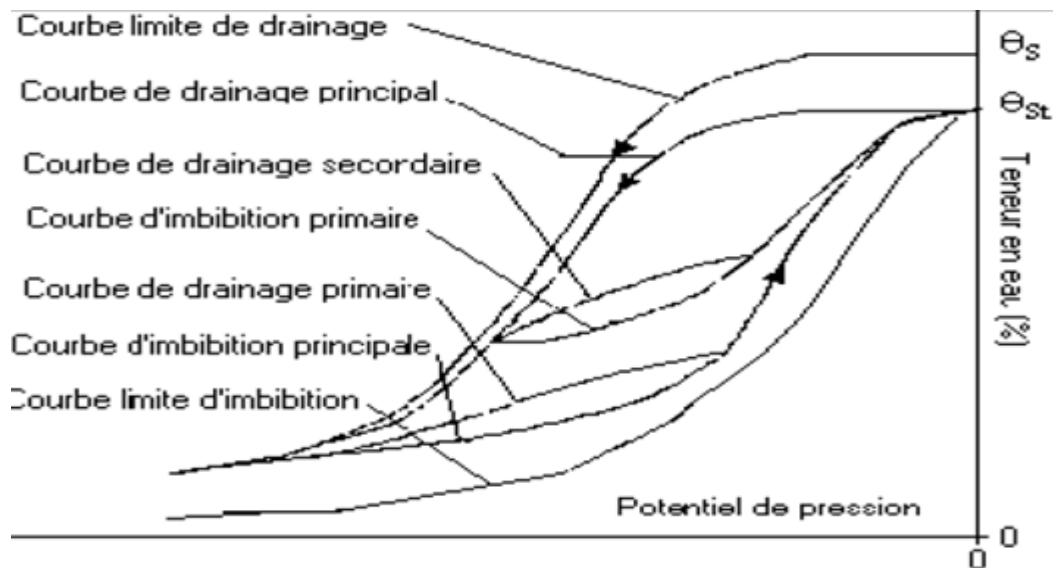


Fig. I.8 : Différentes courbes causées par l'hystérésis dans les CRE (Kool et Parker, 1987; Jaynes, 1992)

- **Courbe limite de drainage et d'imbibition** : En partant d'un sol complètement saturé (à la teneur en eau volumique à saturation θ_s qui est égale à la porosité n) que l'on draine progressivement, on obtient la première courbe limite de drainage. Cette courbe ne peut théoriquement être obtenue qu'une seule fois en raison du piégeage d'air dans les pores du sol après le premier cycle de drainage-imbibition. La courbe limite d'imbibition quant à elle est obtenue en mouillant un sol initialement sec jusqu'à l'atteinte de la teneur en eau maximale appelée teneur en eau à saturation θ_{st} .
- **Courbes d'imbibition et de drainage principales** : Ces deux courbes sont obtenues après la courbe limite du drainage en effectuant une série d'imbibition et de drainage. Ces deux courbes peuvent être reproduites expérimentalement et ce sont elles qui sont généralement utilisées pour la modélisation du phénomène d'hystérésis dans les courbes de rétention d'eau. La teneur en eau maximale obtenue lors de l'imbibition principale est la teneur en eau à saturation θ_{st} .
- **Courbes de drainage ou d'imbibition primaires**: elles sont obtenues en inversant le processus auquel était soumis le sol. Autrement dit, on passe du drainage à l'imbibition ou de l'imbibition au drainage. Ces deux courbes partent des courbes principales.
- **Courbes de drainage ou d'imbibition secondaires** : comme pour les courbes primaires, les courbes secondaires sont obtenues en inversant le processus auquel était soumis le sol, mais leur point de départ se situe sur les courbes primaires et non sur les courbes principales.

I.11 Conclusion

Il est nécessaire de passer par des théories des milieux saturés et non saturés et définir les paramètres intervenant dans la construction du modèle (modèle pour estimer le débit de fuite et la surface de suintement) ainsi que la formule de base nécessaire qui va être utilisée dans l'étude analytique.

Chapitre II

Les écoulements souterrains

II.1 Introduction

Les écoulements représentent une partie essentielle du cycle hydrologique. C'est la raison pour laquelle certaines de leurs caractéristiques, mesurables ponctuellement seulement, restants parfois incertaines, cependant l'étude de ces écoulements et des ressources qu'ils sont susceptibles de nous fournir ne peut être négligée dans la gestion générale des eaux.

Dans la description des écoulements en milieux poreux, on peut distinguer trois catégories d'écoulements :

- Les écoulements en milieu poreux saturé,
- Les écoulements en milieu poreux non-saturé
- Les écoulements en milieu poreux saturé et non-saturé

Ce dernier cas d'écoulements comportant à la fois une zone saturée et une autre non saturée

II.2 Charge hydraulique

Pour décrire les mouvements des fluides en mécanique des fluides, on utilise la notion de charge hydraulique, qui est une énergie potentielle par unité de volume de fluides. Pour l'écoulement de l'eau, la charge hydraulique h a pour expression

$$h = \frac{u_w}{\rho_w g} + z + \frac{v^2}{2g} = \frac{u_w}{\gamma_w} + z + \frac{v^2}{2g} \quad (\text{II.1})$$

Où

u_w : pression de l'eau,

ρ_w : masse volumique de l'eau,

g : accélération de la pesanteur,

v : vitesse d'écoulement de l'eau,

z : Cote (altitude) du point considéré, comptée positivement vers le haut à partir d'un niveau de référence donné (convention de l'hydraulique),

γ_w : poids volumique de l'eau.

La charge hydraulique contient trois termes, les deux premiers correspondent à l'énergie des forces extérieures et le troisième à l'énergie cinétique de l'eau en mouvement.

La vitesse de l'eau dans les sols est en général très faible. Dans les couches d'argile, l'eau parcourt une dizaine de mètres en dix ou vingt ans (quelques milli- mètres par jour). Dans des

cas exceptionnels, elle atteint 1 m/j. Le terme dû à l'énergie cinétique ($v^2/2g$) reste donc faible devant les deux autres. Il est pour cette raison négligé en mécanique des sols.

L'expression de la charge hydraulique se réduit donc à :

$$h = \frac{u_w}{\rho_w g} + z = \frac{u_w}{\gamma_w} + z \quad (\text{II.2})$$

La charge hydraulique a la dimension d'une longueur et est généralement exprimée en mètres.

La pression interstitielle u_w se déduit de la charge hydraulique par la relation:

$$u_w = \gamma_w (h - z) \quad (\text{II.3})$$

$\frac{u_w}{\rho_w g}$ Est le potentiel matriciel ou de pression (m)

Le potentiel matriciel ou de pression est une conséquence des forces de capillarité et d'adsorption dues à la matrice solide qui attirent et lient la phase solide dans le sol.

Le potentiel matriciel est défini comme étant positif si sa valeur est supérieure à la pression atmosphérique et négative dans le cas contraire. Le premier cas est rencontré dans un milieu saturé, et le deuxième dans un milieu non saturé.

On exprime généralement la charge hydraulique par rapport au nivellement général (NGF) comptées au dessus du niveau moyen des mers, comme les altitudes topographiques.

En hydrogéologie, la charge hydraulique en un point du milieu poreux est déterminée par des mesures dans les piézomètres

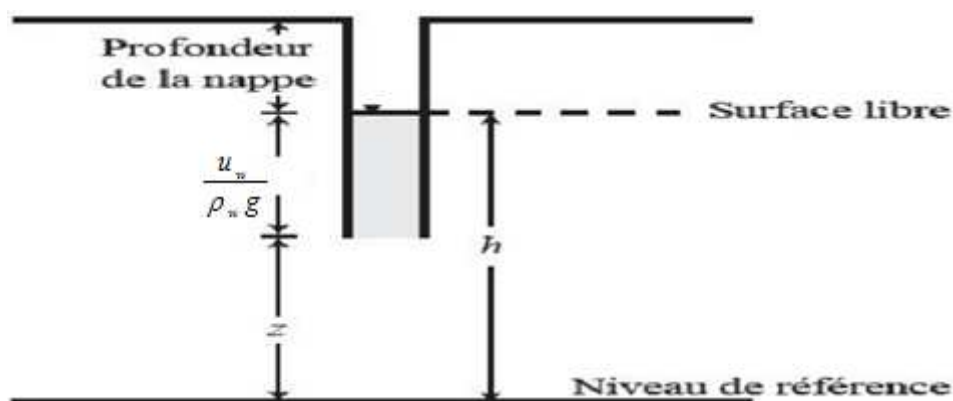


Fig. II.1 : détermination de la charge hydraulique dans un piézomètre

- **Remarque :** h est la cote à laquelle remonterait l'eau dans un tube placé dans le massif de sol au point P.

II.3 Lignes et tubes de courant

On appelle ligne de courant (figure II.2) une courbe tangente en chaque point à la vectrice vitesse d'écoulement en ce point. Il s'agit donc de la trajectoire (moyenne) dans le sol de l'eau qui passe par un point. Si cette courbe est rectiligne, l'écoulement est dit linéaire.

Par chaque point d'un massif de sol homogène ne passe qu'une seule ligne de courant.

Un tube de courant est les lignes de courant qui partent des points d'une courbe fermée de l'espace délimitent un volume, qui constitue une sorte de tuyau virtuel : l'eau qui entre dans un tube de courant ne peut sortir latéralement de ce volume en coupant les lignes de courant.

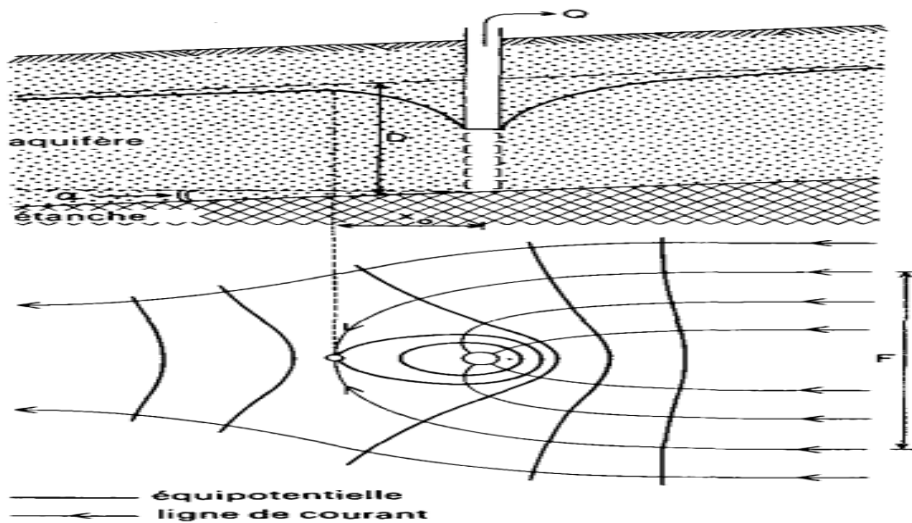


Fig. II.2 : Coupe schématique et vue en plan d'un pompage dans un aquifère à nappe libre incliné.

II.4 Vitesse d'écoulement

Dans un sol (ou milieu poreux), les pores qui séparent les particules et sont offerts à la circulation de l'eau ont des dimensions et des formes très variables (figure III.3). Les molécules d'eau suivent donc une trajectoire sinueuse et irrégulière qu'il n'est pas possible de décrire simplement.

On est donc conduit, faute de pouvoir raisonner sur les vitesses réelles, à introduire une vitesse moyenne dite « vitesse d'écoulement », définie comme la limite du rapport $\frac{dq}{dS}$ du débit dq à travers une section dS de normale $\vec{n}$ (figure II.4).

On démontre que, dans le cas d'un fluide incompressible, le rapport $\frac{dq}{dS}$ est de la forme :

$$\frac{dq}{dS} = \vec{v} \cdot \vec{n} \quad (\text{II.4})$$

Le vecteur $\vec{v}$ étant défini, en chaque point, indépendamment de l'orientation de la section dS ou encore de la normale à cette section.

Ce vecteur $\vec{v}$ est appelé « vitesse d'écoulement » (ou vitesse de filtration). C'est une vitesse moyenne apparente, le débit étant rapporté à la section totale du sol (particules + vides).

On définit également en chaque point la vitesse moyenne vraie, rapportée à la seule section des vides offerts à l'écoulement et notée $\vec{v}'$.

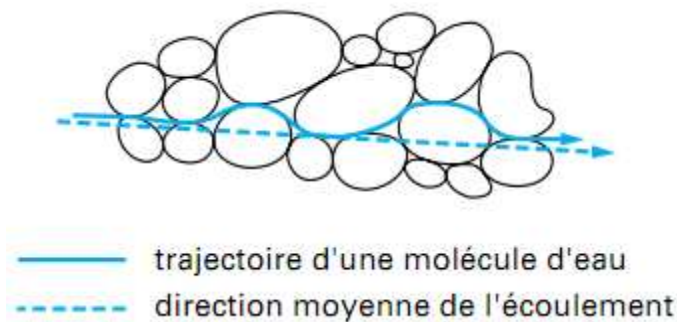


Fig. II.3 : Trajectoire des molécules d'eau dans un sol

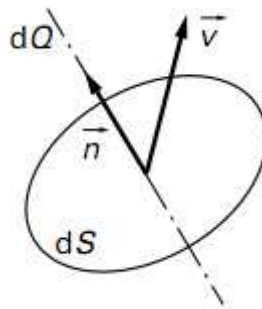


Fig. II.4 : Vitesse d'écoulement

La vitesse moyenne apparente $\vec{v}$ et la vitesse moyenne vraie $\vec{v}'$ sont liées par la relation :

$$\vec{v}' = \frac{\vec{v}}{n} \quad (\text{II.5})$$

Où

n : porosité du sol.

La vitesse moyenne vraie est un peu plus grande que la vitesse moyenne apparente.

II.5 Réseau d'écoulement

Dans un écoulement bidimensionnel plan en milieu homogène et isotrope, l'ensemble des courbes équipotentielles et des lignes de courant constitue un réseau orthogonal appelé « réseau d'écoulement ». La figure II.5 montre le réseau d'écoulement autour d'une palplanche fichée dans un milieu perméable, limité par un substratum imperméable horizontal.

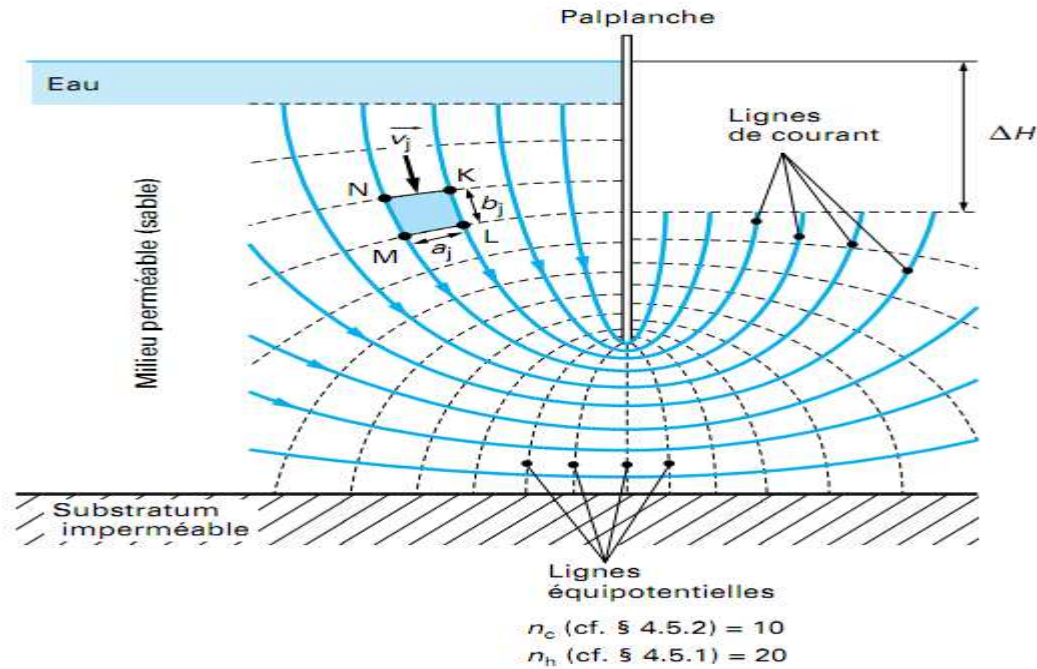


Fig. II.5 : Réseau d'écoulement autour d'une palplanche

II.6 Calcul des débits

Dans un tube de courant limité par deux lignes de courant, le débit est constant. Si l'on note a_j et b_j les côtés de la maille élémentaire KLMN du réseau (figure II.5), q_j le débit dans le tube de courant et v_j la vitesse d'écoulement sur KL, il vient :

$$q_j = v_j a_j = k i_j a_j = k \frac{\delta h}{b_j} a_j \quad (\text{II.6})$$

D'où le débit total :

$$q = k \delta h \sum_j \frac{a_j}{b_j} \quad (\text{II.7})$$

On trace aussi en général le réseau d'écoulement de telle manière que le débit soit le même dans chaque tube de courant limité par deux lignes de courant successives ($a_j/b_j = \text{constante}$). Le rapport a_j/b_j est d'ailleurs, en général, pris égal à un. On obtient alors, en notant n_c le nombre de tubes de courant, l'expression du débit :

$$q = k \delta h n_c \quad (\text{II.8})$$

D'où

$$q = k \Delta H \frac{n_c}{n_h} \quad (\text{II.9})$$

II.7 La loi de Darcy

L'étude fondatrice des écoulements dans les milieux poreux a été réalisée par l'ingénieur Darcy en 1856 avec un « Mémoire sur les fontaines publiques de la ville de Dijon ». Il a mis en évidence une relation linéaire entre la vitesse et le gradient de pression appliqué de part et d'autre du matériau poreux. La loi de Darcy s'applique à un milieu poreux homogène et isotrope parcouru par un écoulement à faible vitesse.

A cet effet, l'auteur a tenté d'améliorer la qualité des filtres à sable utiles à la purification des eaux d'alimentation de la ville de Dijon, il a établi expérimentalement la relation entre le débit d'écoulement à travers un matériau poreux et la perte de charge qui lui est associée dans un dispositif semble à celui illustré par la (figure II.6), extraite de (Musy and Soutter, 1991)

De cette expérience, Darcy a déduit une relation exprimant le débit total q transitant au travers de la colonne comme le produit de sa section A , du rapport de la différence de la charge totale Δh existant entre ces deux extrémités à sa longueur L et d'un coefficient de proportionnalité k

$$q = k.A \frac{\Delta h}{L} = k.i.A \quad (\text{II.10})$$

Où

q : le débit d'écoulement total mesuré à la sortie,

k : constante connue sous le nom de coefficient de perméabilité de Darcy,

Δh : perte de la charge.

L : longueur de l'échantillon,

i : gradient hydraulique ($i = \frac{\Delta h}{L}$),

A : Section de l'échantillon normale à la direction de l'écoulement.

En divisant les deux membres de cette relation par A , nous obtenons la vitesse de filtration

$$\vec{v} = \frac{q}{A} \quad \text{appelée également vitesse de Darcy,}$$

$$\bar{v} = \frac{q}{A} = k \frac{\Delta h}{L} = k.i \quad (\text{II.11})$$

Où

q : le débit d'écoulement,

i : gradient hydraulique,

k : coefficient de perméabilité ou conductivité hydraulique du milieu.

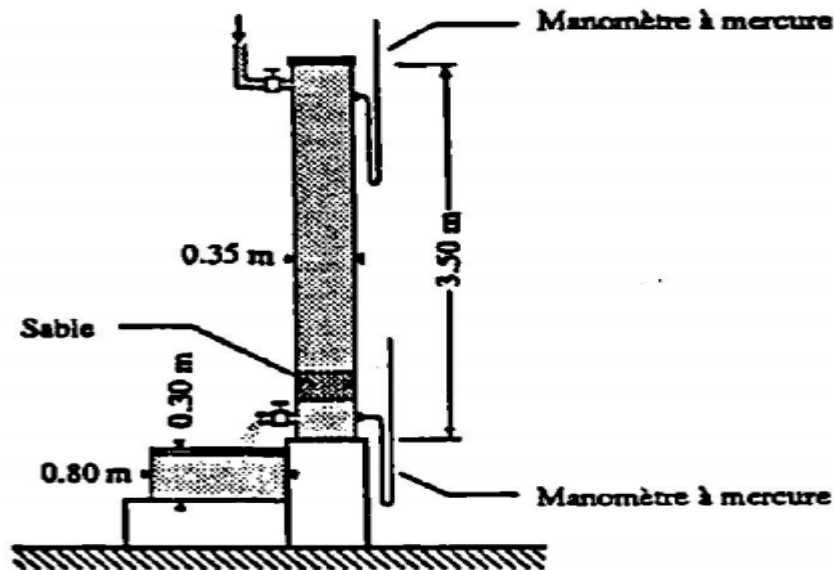


Fig. II.6 : Dispositif expérimentale de Darcy

II.8 Les limitations de la loi de Darcy

La loi de Darcy a été établie dans des conditions d'écoulement particulières qui limitent sa validité. Les principales hypothèses qui la sous-tendent sont:

- Matrice solide homogène, isotrope et stable,
- Fluide homogène, isotherme et incompressible,
- Energie cinétique négligeable,
- Régime d'écoulement permanent,
- Ecoulement laminaire.

Les variations spatiales de la masse volumique (compressibilité, hétérogénéité) et de viscosité (température) de la phase liquide sont suffisamment faibles pour que leur effet puisse être généralement négligé. Il en va de même des variations de ces paramètres sous l'effet de l'interaction solide-liquide dans le cas d'une matrice solide peu stable. Le caractère hétérogène

et anisotrope de la phase solide peut être pris en compte en exprimant la conductivité hydraulique non plus comme un scalaire, mais comme un tenseur. Finalement, les faibles vitesses d'écoulement rencontrées dans les sols permettent de ne pas tenir compte de l'énergie cinétique.

Les principales limitations à la validité de la loi de Darcy découlent par conséquent des deux dernières hypothèses, à savoir un écoulement laminaire et un régime permanent. En effet, lorsque ces conditions ne sont plus remplies, les pertes d'énergie par frottement visqueux ne sont plus proportionnelles à la vitesse, mais à une puissance de celle-ci. Le comportement du liquide ne correspond alors plus au modèle de Darcy.

La définition du seuil d'apparition de turbulences dans l'écoulement est donnée par le nombre de Reynolds R_e , exprimant le rapport des forces d'inertie aux forces de viscosité, soit, pour une canalisation rectiligne de diamètre uniforme d :

$$R_e = \frac{\rho_w v d}{\mu} = \frac{v d}{\nu} \quad (\text{II.12})$$

Où

ρ_w : la masse volumique de l'eau,

v : la vitesse moyenne,

μ : la viscosité dynamique.

La limite de turbulences est dans ce cas de l'ordre 1000 à 2000 (jusqu'à 2200 dans certains cas).

La transposition de cette notion au milieu poreux n'est pas aisée, si bien que, selon les hypothèses retenues par divers auteurs, les seuils de turbulence obtenus sont variables mais la limite suivante est toutefois généralement admise: pour $Re < 1$, on a un régime laminaire, donc Darcy est appliquée.

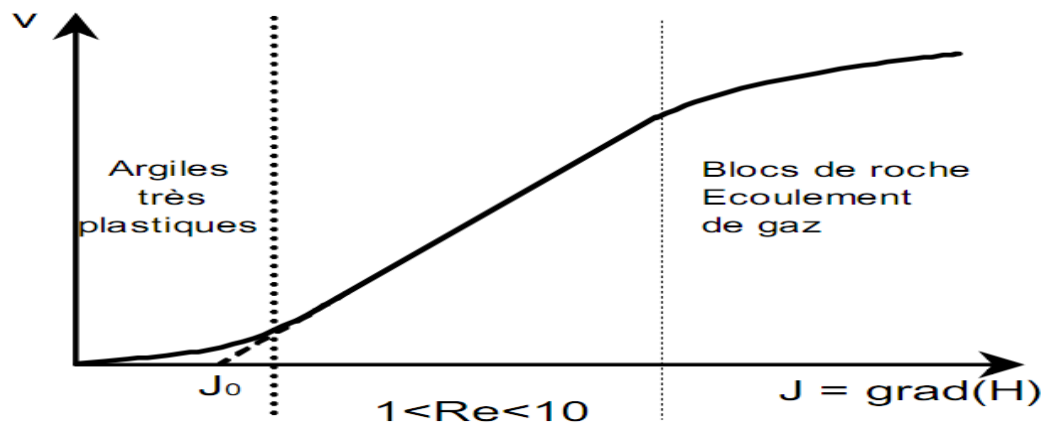


Fig. II.7 : Courbe limitant le domaine de validité de la loi de Darcy

$1 \leq Re \leq 10$ écoulement purement linéaire.

$10 \leq Re \leq 100$ écoulement transitoire.

$Re > 100$ écoulement turbulent

II.9 Loi de Darcy généralisé :

La loi de Darcy représente un cas particulier des écoulements, le cas des écoulements unidimensionnel, dans lequel la direction de la vitesse d'écoulement macroscopique et du gradient hydraulique macroscopique coïncident, pour traiter les problèmes pratiques qui comportent des écoulements à deux ou trois dimensions, la loi fondamentale doit être généralisée. L'hypothèse courante considère à la fois la vitesse d'écoulement et le gradient hydraulique comme des vecteurs. Cette hypothèse ne soulève pas de difficulté particulière dans les milieux isotropes, mais dans les sols anisotropes, il faut également prendre en compte les variations du coefficient de perméabilités dans les diverses directions.

Algébriquement, cette hypothèse donne (Bear, 1972)

$$\begin{cases} v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_y = -k_y \frac{\partial h}{\partial y} \\ v_z = -k_z \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

v_x, v_y et v_z Sont les composantes de la vitesse d'écoulement v , respectivement dans les directions x, y et z .

k_x, k_y et k_z Sont les composantes de la perméabilité k , respectivement dans les directions x, y et z

Le signe moins indique que la vitesse d'écoulement est opposée au sens d'accroissement de la charge totale h .

II.10 Equation de continuité (Les équations de l'écoulement saturé)

La loi de Darcy en elle-même ne suffit seulement qu'à décrire les processus permanents, ou stationnaires, de l'écoulement dans lesquels le flux demeure constant et égal le long du système conducteur (donc le potentiel et le gradient en chaque point restent constants dans le temps). La description des processus non permanents, ou transitoires, de l'écoulement dans lesquels la grandeur et même la direction du flux et du gradient de potentiel varient dans le temps, nécessite l'introduction d'une loi supplémentaire: la loi de continuité qui exprime le principe de conservation de la masse.

L'équation de la continuité permet d'évaluer les potentiels. La figure II.8 permet de définir le bilan sur un élément de référence infinitésimal.

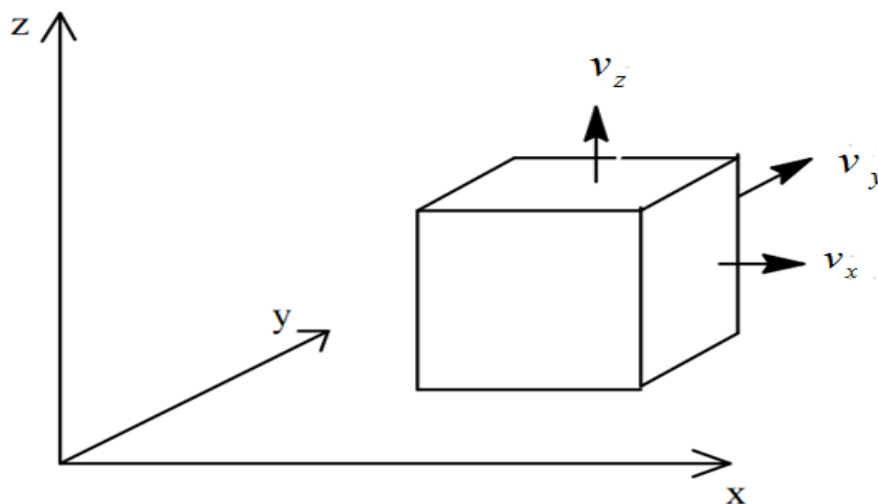


Fig. II.8 : Bilan des flux d'eau au travers d'un élément infinitésimal.

Compte tenu que le milieu est saturé et que le fluide (l'eau) est incompressible, la somme des débits entrants et sortants de cet élément est nulle.

$$\Delta q_x + \Delta q_y + \Delta q_z = 0 \quad (\text{II.14})$$

Le débit est le produit du flux (v) par la section d'écoulement (A) :

$$q_x = v_x A \quad (\text{II.15})$$

La variation de débit selon l'axe x est :

$$\Delta q_x = q_{x+\frac{\Delta x}{2}} - q_{x-\frac{\Delta x}{2}} = (v_{x+\frac{\Delta x}{2}} - v_{x-\frac{\Delta x}{2}}) \Delta y \Delta z \quad (\text{II.16})$$

En utilisant l'expansion de Taylor, cette équation s'écrit :

$$\Delta q_x = \left[\left(v_x + \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (v_x) \Delta x \right) - \left(q_x - \frac{1}{2} \frac{d}{dx} (q_x) \Delta x \right) \right] \Delta y \Delta z \quad (\text{II.17})$$

$$\Delta q_x = \left[\frac{d}{dx} (v_x) \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.18})$$

La loi de Darcy permet d'estimer le flux (v_x) :

$$v_x = -k_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (\text{II.19})$$

En introduisant l'équation de Darcy [II.18] dans l'équation [II.17], cette équation peut s'écrire

$$\Delta q_x = \left[\frac{d}{dx} \left(-k_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z = \left[-k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.20})$$

Les variations de débit selon les axes "y" et "z" sont dérivés de la même façon et s'écrivent :

$$\Delta q_y = \left[\frac{d}{dy} \left(-k_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z = \left[-k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.21})$$

$$\Delta q_z = \left[\frac{d}{dz} \left(-k_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \right] \Delta x \Delta y \Delta z = \left[-k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta z \quad (\text{II.22})$$

En utilisant les différentes expressions de la variation des débits, l'équation [II.13] devient l'équation de la continuité qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \left[-k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} - k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] \Delta x \Delta y \Delta z &= 0 \\ k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

Si le sol est isotrope, ($k_x = k_y = k_z$) l'équation de la continuité devient l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.24})$$

En coordonnées cylindriques, l'équation de la continuité s'écrit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.25})$$

L'équation de Laplace ou de la continuité a comme caractéristiques :

- le potentiel est défini en tout point du domaine,
- la solution est unique en chaque point, i.e. une seule valeur de potentiel en un point donné,
- la solution particulière est déterminée avec les conditions limites particulières du problème.

II.10.1 L'approche mathématique

L'approche mathématique de l'écoulement à surface libre transitoire revient à écrire trois équations : une équation régissant l'évolution de la charge hydraulique dans le domaine saturé, une équation définissant la surface libre et enfin, une équation décrivant la cinématique du mouvement de la surface libre,

Dans le domaine saturé, on peut obtenir une forme générale de l'équation qui décrit l'écoulement en régime transitoire d'un écoulement incompressible dans un aquifère homogène, isotrope, en combinant la loi de Darcy et l'équation de continuité, ainsi on aura une équation en fonction du potentiel de pression,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_s \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0 \quad (\text{II.26})$$

Ainsi, pour un milieu homogène et isotrope cette équation est réduite à l'équation de Laplace,

$$\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \left(\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = 0$$

Cette équation ne suffit pas pour déterminer la charge hydraulique dans tout le domaine saturé, puisque l'une des frontières du problème à surface libre est une limite inconnue du domaine de l'écoulement. Deux équations supplémentaires sont par conséquent nécessaires.

Celles-ci sont données par les propriétés de la surface libre.

Soit $z_L(t)$ la cote de la surface libre. Pour tout point M de la surface libre, on a la relation (la surface libre étant une surface isotrope),

$$z_M = z_L [x_M(t), y_M(t), t] \quad (\text{II.27})$$

Comme la surface libre est une surface matérielle, on peut alors introduire la dérivée particulaire et écrire,

$$\frac{dz_M}{dt} = \frac{\partial z_L}{\partial t} + \frac{dx_M}{dt} \frac{\partial z_L}{\partial x} + \frac{dy_M}{dt} \frac{\partial z_L}{\partial y} \quad (\text{II.28})$$

Or, dans l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau et de rigidité du squelette, la vitesse du fluide est liée à la vitesse cinématique du point courant M de la surface libre par les relations (sans restreindre la généralité, on suppose dans la suite que le milieu poreux est isotrope),

$$\begin{cases} V_x = -k_s \frac{\partial h}{\partial x} = \Phi \frac{dx_M}{dt} \\ V_y = -k_s \frac{\partial h}{\partial y} = \Phi \frac{dy_M}{dt} \\ V_z = -k_s \frac{\partial h}{\partial z} = \Phi \frac{dz_M}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.29})$$

Où Φ est la porosité ou la teneur en eau volumique à saturation et la perméabilité à saturation.

Les équations (II.27), (II.28) et (II.29) permettent d'écrire l'équation dite « équation du mouvement de la surface libre »

$$\Phi \frac{dz_M}{dt} = k_s \left[\frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial z_L}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial y} \frac{\partial z_L}{\partial y} - \frac{\partial h}{\partial z} \right] \quad (\text{II.30})$$

Il convient de rappeler qu'il existe une autre façon d'établir la relation (II.30), basée sur le calcul des volumes d'eau écoulés entre temps $t+\Delta t$, à travers la variation de la cote de la surface libre entre ces deux instants.

L'approche mathématique du problème de surface libre transitoire consiste à résoudre les équations (II.26) et (II.30) complétées par les conditions initiales et aux limites sur les autres frontières fixes du domaine de l'écoulement. On peut remarquer que, dans cette approche, la donnée des deux paramètres : la porosité et le tenseur des perméabilités à saturation, suffit pour décrire complètement la surface libre non stationnaire.

La figure (II.9) présente cette description mathématique du problème de surface libre dans un cas classique, écoulement bidimensionnel d'une nappe d'eau à surface libre à travers un barrage poreux, isotrope et homogène.

Il est cependant relativement difficile de résoudre par cette approche les problèmes pratiques aussi bien du point de vue analytique que numérique : comme illustré dans la figure (II.9), la charge hydraulique dépend des variations de la cote de la surface libre (problème topographique de la surface du sol) et la cote de celle-ci dépend des gradients de la charge de cette surface.

La recherche de solutions analytiques se heurte à ce couplage de la charge hydraulique et de la cote de la surface libre. Des développements fondés sur la théorie des petites perturbations ont néanmoins rendu possible des solutions analytiques pour des cas bien précis (Dagan, 1960)

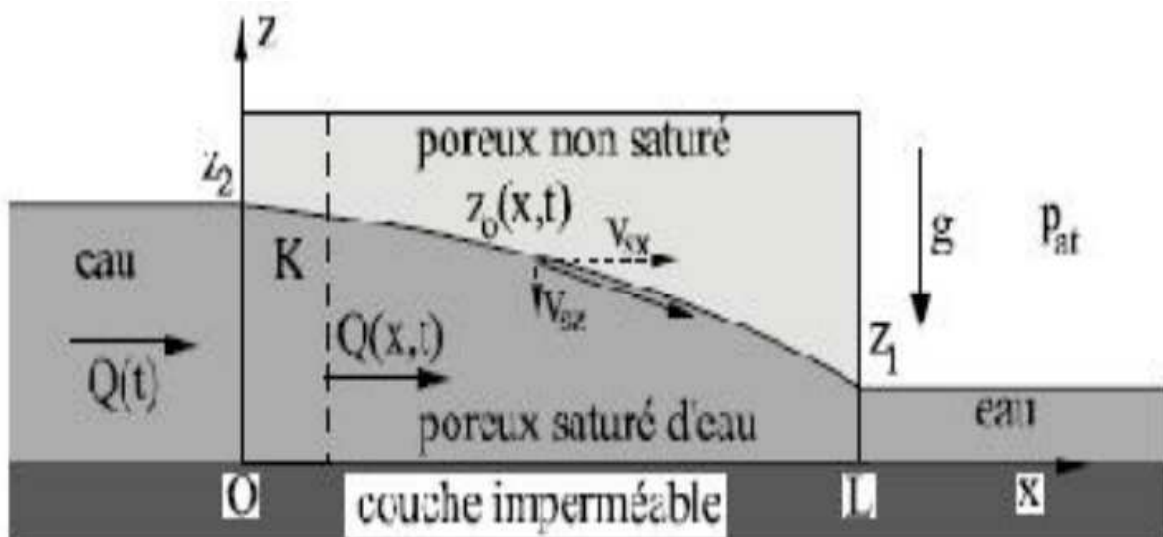


Fig. II.9 : Application de l'approche mathématique à un écoulement à surface libre

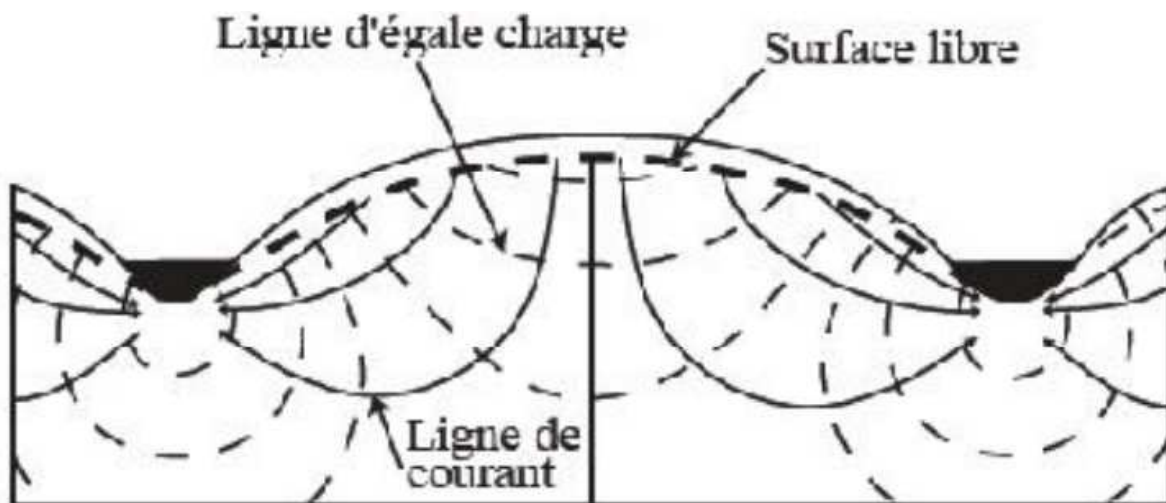


Fig. II.10 : Réseau d'écoulement en coupe d'une nappe libre en différentes cote (Hubbert, 1940)

La figure (II.10) montre un réseau d'écoulement dans une nappe libre affectée par l'effet de la topographie de la surface du sol. On y voit les zones suivantes : la zone d'alimentation avec un gradient hydraulique vers le bas dans les hauts topographiques, la zone de transition avec un écoulement latéral, et la zone d'émergence avec un gradient hydraulique vers le haut dans les bas topographiques.

Il est à noter que le formalisme mathématique du problème à surface [relations (II.24) et (II.31)] a surtout servi de base aux modèles analogiques où l'on peut établir des similitudes entre l'écoulement à surface libre et, par exemple, des modèles rhéoelectriques (cuve rhéoelectriques et papier conducteur) ou l'écoulement visqueux entre deux plaques rapprochées (analogie visqueuse du type Hele-Shaw). Ces similitudes ont été largement appliquées à des cas pratiques de calculs de barrages en terre (Schneebeli, 1987).

Cependant, il est possible, sous certaines hypothèses, de ramener la résolution des équations (II.24) et (II.31) à celle d'une unique équation aux dérivées partielles.

II -11 Equation des écoulements bidimensionnels en nappes à densité constante- Dupuit

Dans le cas de modélisation à grande échelle Monte carlo qui demande beaucoup de ressources, l'utilisation de l'approximation de Dupuit, lorsqu'elle est applicable est une bonne alternative. L'approximation de Dupuit revient à intégrer verticalement les équations d'écoulement (ou orthogonalement aux épontes de l'aquifère). L'hypothèse principale est que les écoulements sont considérés quasi-horizontaux. Ces hypothèses sont assez bien satisfaites loin des exutoires (sources, rivières, surfaces de suintement, etc.) ou des lignes de crête (plans de flux nul).

Elles se justifient, d'une part par le fait que les nappes étudiées ont une extension horizontale de la dizaine à la centaine de kilomètres, bien supérieure à leur extension verticale (de l'ordre de la dizaine à la centaine de mètres), et d'autre part par le fait que les aquifères sont une superposition de couches dont le pendage est faible, de l'ordre de 1‰ à quelques 1 %. Tout concourt donc pour laisser un rôle secondaire à la coordonnée verticale de l'espace et remplacer le problème 3D par un problème 2D.

L'équation des écoulements résultante est appelée équation de Boussinesq des écoulements plans.

La résolution de cette équation 2D peut se faire sur de très larges systèmes et ne demande comme principales entrées que la distribution verticalement intégrée des conductivités et porosités efficaces (pour les nappes libres), obtenues généralement lors des essais de pompage dans les nappes.

II.11.1 Equations des écoulements plans en nappes libres

Ces équations correspondent, sous forme verticalement intégrée, à des écoulements saturés de type Darcy, comportant une surface libre au-dessus de laquelle le milieu est supposé sec (sans écoulement interne). Les hypothèses de base sont : (1) écoulements quasi-plans (x, y), (2) vidange et remplissage instantanés de la porosité efficace au cours des mouvements de la nappe.

La loi de comportement de Darcy exprime le débit spécifique q_s (en $m^3/s/m$), ou bien la densité de flux q (en $m^3/s/m^2$), comme suit :

$$q_s = \eta q = -k_s \eta \nabla z_s \quad (II.31)$$

L'équation de conservation de masse s'écrit :

$$n_e \frac{\partial z_s}{\partial t} = -div[q_s] = -div[\eta q] \quad (II.32)$$

Où :

$n_e = \theta_s - \theta_d$: porosité efficace de l'aquifère pour une nappe libre (m^3/m^3);

$\eta = z_s - z_{inf}$: tirant d'eau, puissance ou épaisseur de la nappe (m), depuis le toit du substratum de cote Z_{inf} jusqu'à la surface libre de cote Z_s ;

$k_s = \begin{bmatrix} k_{sxx} \\ k_{syy} \end{bmatrix}$: tenseur de conductivité hydraulique à saturation dans le repère principal d'anisotropie (m/s).

Nous en déduisons l'équation d'écoulement :

$$n_e \frac{\partial z_s}{\partial t} = \text{div}[k_s \eta \nabla z_s] \quad (\text{II.33})$$

Nous pouvons aussi reformuler cette équation en faisant apparaître le tirant d'eau η comme seule inconnue :

$$n_e \frac{\partial z_s}{\partial t} = \text{div}[k_s \eta \nabla z_s] + \text{div}[k_s \eta \nabla z_{inf}] \quad (\text{II.34})$$

où l'on a, dans le cas général d'une nappe phréatique dans un aquifère hétérogène et à substratum variable :

$$\begin{cases} \eta = \eta(x, y, t) = z_s(x, y, t) - z_{inf}(x, y, t) \\ k_s = k_s(x, y) \\ n_e = n_e(x, y) \end{cases} \quad (\text{II.35})$$

L'équation (II.34) est non linéaire, de type parabolique. Elle fait apparaître la composante gravitaire de l'écoulement sous la forme d'un terme d'advection (2ème terme de droite), s'ajoutant aux effets de diffusion hydraulique (1^{er} terme de droite). Lorsque le plancher de la nappe est horizontal, l'écoulement est diffusif pur.

L'équation (II.34) suppose que la charge hydraulique totale H est constante sur une verticale et égale à la cote Z_s de la surface libre. On considère aussi et que la porosité n_e et la conductivité K_s sont également constantes sur une verticale, ou faiblement variables autour d'une valeur moyenne.

Cependant, nous pouvons aussi trouver (II.34) sous la forme :

$$n_e \frac{\partial \eta}{\partial t} = \text{div}[T \nabla \eta] + \text{div}[T \nabla z_{inf}] \quad (\text{II.36})$$

Où

$T = T(x,y,t)$ est la transmissivité hydraulique (m^2/s), souvent préférée à la conductivité hydraulique par les hydrogéologues, et définie par :

$$T = \int_{z_{inf}}^{z_s} k_s dz \quad (II.37)$$

Avec cette fois

$$k_s = k_s(x, y, z)$$

Lorsque les variations temporelles de la surface libre Z_s sont négligeables par rapport à la valeur moyenne de l'épaisseur $\eta = Z_s - Z_{inf}$, ou lorsque la répartition verticale de K_s est telle qu'elle entraîne de faibles variations temporelles de T , alors $T = T(x,y)$ et l'équation (II.36) devient linéaire.

II.11.2 Equations en écoulements plans en nappes captive

Une nappe captive est une couche aquifère entièrement saturée en eau, confinée entre 2 couches appelées épontes, imperméables (aquicludes) ou faiblement perméables (aquitards), et dans laquelle la charge hydraulique totale H de l'eau est supérieure à la cote du toit Z_{sup} de la nappe. De plus, la compressibilité de l'eau ($\rho = \rho(x,t)$) et du milieu poreux ($n_e = n_e(x,t)$), pores et grains solides compris ne sont cette fois pas négligés. Cependant, bien que le milieu poreux soit compressible, sa vitesse de déplacement est négligée par rapport à celle de l'eau. L'équation des écoulements en nappe captive s'écrit :

$$S \frac{\partial H}{\partial t} = \text{div} [k_s (z_{sup} - z_{inf}) \nabla H] \quad (II.38)$$

Où

S : coefficient d'emmagasinement de la nappe captive (m^3/m^3), obtenu par intégration verticale du coefficient d'emmagasinement spécifique S_s (m^{-1}) qui tient compte de la compressibilité de l'eau et du milieu poreux ;

H : charge hydraulique totale (m) moyenne sur l'épaisseur saturée $Z_{sup} - Z_{inf}$

$$k_s = \begin{bmatrix} k_{sxx} \\ k_{syy} \end{bmatrix} : \text{tenseur de conductivité hydraulique à saturation dans le repère principal}$$

d'anisotropie (m/s), situé dans le plan des épontes.

Dans le cas général d'une nappe confinée en aquifère hétérogène et à plancher et toit variables, nous avons :

$$\begin{cases} S = S(x, y) \\ H = H(x, y, t) \\ k_s = k_s(x, y) \\ z_{\text{sup}} = z_{\text{sup}}(x, y) \\ z_{\text{inf}} = z_{\text{inf}}(x, y) \end{cases} \quad (\text{II.39})$$

L'équation (II.38) est de type parabolique, linéaire en raison de la transmissivité constante

$$T(x, y) = k_s [z_{\text{sup}} - z_{\text{inf}}] \quad (\text{II.40})$$

II.12 Ecoulement plan permanent dans un sol homogène et isotrope

Un écoulement est permanent lorsque la distribution des vitesses d'écoulement (et par conséquent celle des charges hydrauliques) ne varie pas dans le temps, un tel écoulement ne peut être obtenu que lorsque le squelette solide ne subit aucune déformation.

➤ Equation générale de l'écoulement

Le squelette solide ne subissant aucune déformation, le débit qui pénètre dans un élément de sol est égal au débit qui en sort (continuité de l'écoulement).

Considérons un élément de sol (Fig. 11). Si v_x et v_z sont les composantes de la vitesse d'écoulement suivant les directions Ox et Oz, il vient :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dz + \frac{\partial v_z}{\partial z} dx dz = 0 \quad (\text{II.41})$$

Soit :

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{Équation de continuité})$$

D'autre part :

$$\vec{v} = \overrightarrow{k \text{ grad } h} \quad \begin{cases} v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases} \quad \text{loi de Darcy}$$

D'où

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.42})$$

➤ **Remarque**

On démontrerait de la même façon que l'équation générale d'un écoulement permanent tridimensionnel en milieu homogène et isotrope est :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

La fonction charge hydraulique $h(x, y)$ doit satisfaire à l'équation de Laplace ainsi qu'aux conditions aux limites de l'écoulement. Les courbes telles que $h(x, z) = \text{cst}$ ou équipotentiellles forment avec les lignes de courant un réseau de courbes orthogonales. En tout point M d'une ligne de courant, la condition $\frac{\partial h}{\partial n} = 0$ est satisfaite (l'axe $\overline{Mn}$ étant porté par la normale à la ligne de courant). Cette condition exprime que le débit traversant une ligne de courant est nul.

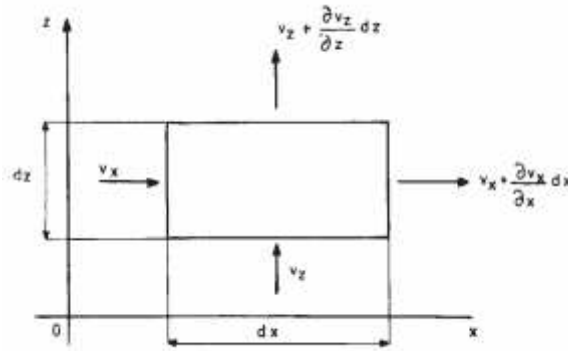


Fig. 11 conservation de la masse dans un écoulement.

➤ **Conditions aux limites**

On a représenté sur **la figure 12 (a et b)** les conditions aux limites de deux écoulements plans classiques : l'écoulement autour d'un rideau de palplanches et l'écoulement à travers une digue en terre.

Dans le cas (a), le domaine de l'écoulement, limité par deux lignes de courant et deux équipotentiellles, est parfaitement défini.

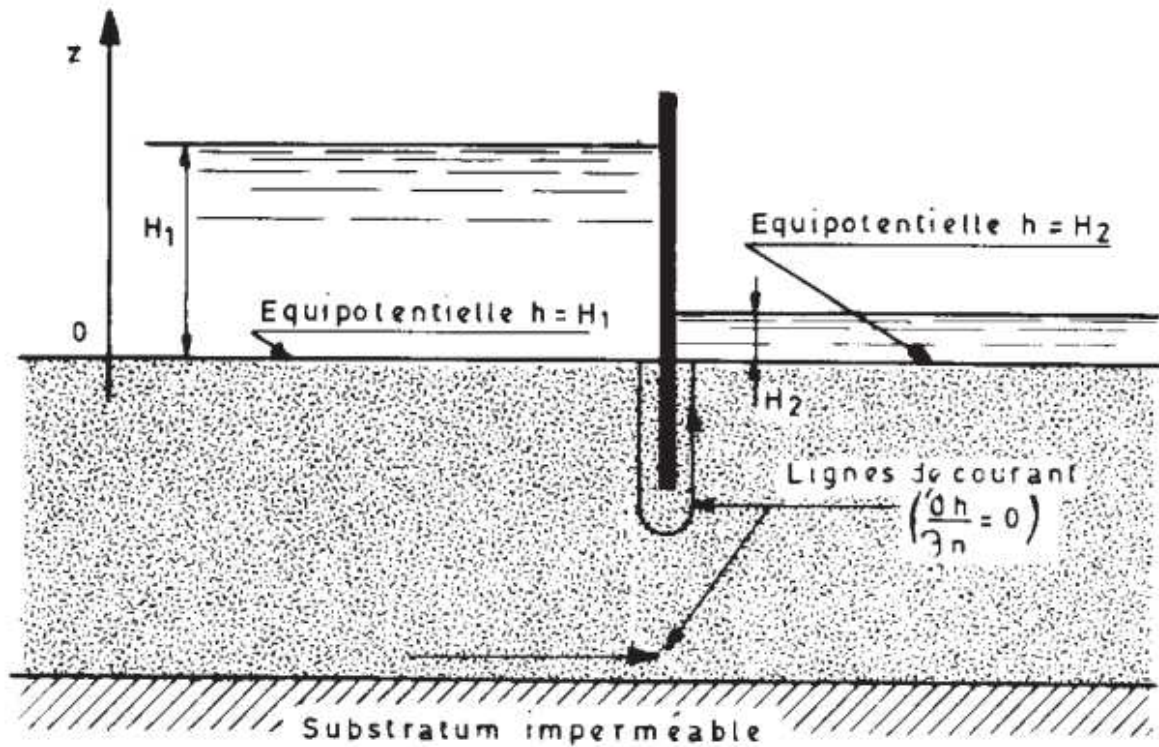
Il s'agit d'un écoulement en charge.

Dans le second cas (b), l'écoulement est limité par une équipotentielle, deux lignes de courant dont l'une est la surface libre de l'écoulement, et une surface de suintement.

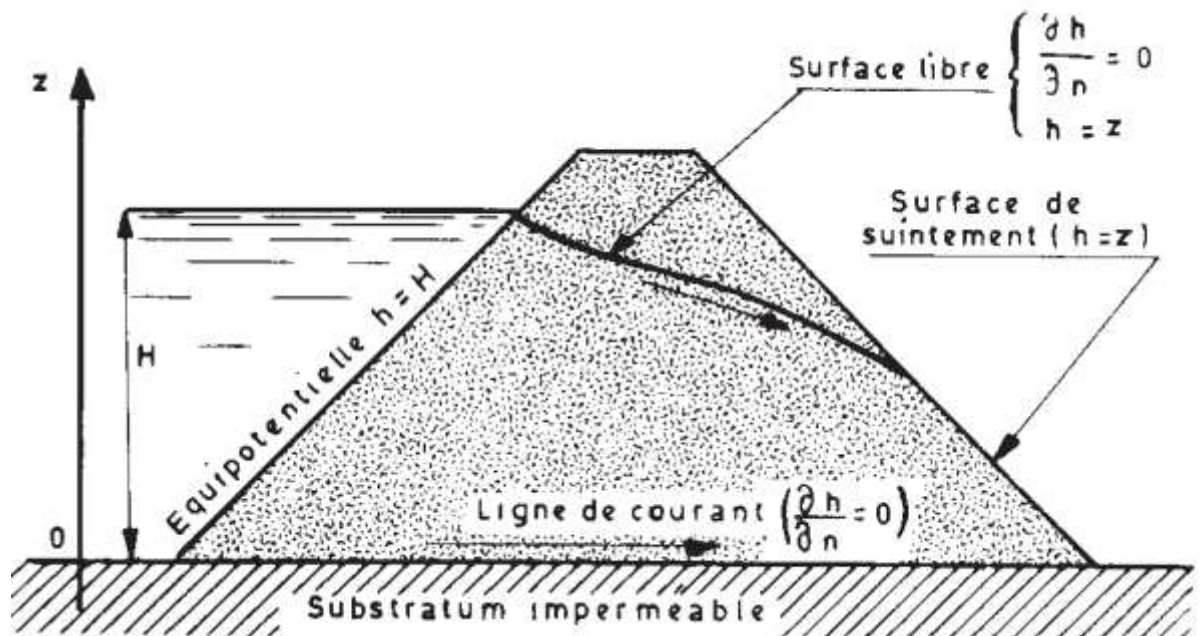
Il s'agit d'un écoulement à surface libre. Cette dernière n'étant pas connue a priori, il est d'abord nécessaire de déterminer sa position. Elle est définie par les deux conditions :

$$\frac{\partial h}{\partial n} = 0 \quad \text{et} \quad h = z$$

En tout point de la surface de suintement on a également $h=z$. les lignes de courant ne coupent pas la surface de suintement à angle droit.



a) Ecoulement en charge autour d'un rideau de palplanches



b) Ecoulement à surface libre à travers une digue en terre

Fig.12 conditions aux limites dans le cas de deux écoulements plans classiques.

II.13 Ecoulement plan permanent dans un sol homogène et anisotrope

Comme on l'a vu précédemment, les sols réels présentent toujours une certaine anisotropie, le coefficient de perméabilité horizontale k_h étant plus grand que le coefficient de perméabilité verticale k_v .

On a dans ces conditions :

$$\left. \begin{aligned} v_x &= -k_h \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z &= -k_v \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned} \right\} \text{ (Loi de Darcy généralisé)}$$

$$\text{Et } \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (\text{Equation de continuité})$$

D'où :

$$k_h \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_v \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.43})$$

La charge hydraulique ne vérifie donc pas l'équation de Laplace.

Si l'on fait subir au domaine d'écoulement la transformation $X = x \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$ et $Z = z$, on retrouve l'équation de Laplace caractérisant la distribution de la charge en milieu isotrope :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial Z^2} = 0$$

L'étude d'un écoulement dans un milieu anisotrope peut donc se ramener à l'étude d'un écoulement dans un milieu isotrope. Celui-ci s'obtient en multipliant les dimensions

horizontales du milieu réel par $\sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$. Les dimensions verticales restant inchangées.

On obtient les équipotentiels de l'écoulement réel en appliquant la transformation inverse aux équipotentiels de l'écoulement associé.

Le débit traversant le milieu anisotrope est calculé en affectant au milieu isotrope associé le coefficient de perméabilité :

$$k = \sqrt{k_h k_v} \quad (\text{II.44})$$

En effet. Si l'on considère un écoulement vertical limité par deux lignes de courant et deux équipotentielle (fig .II.13), le débit traversant le milieu réel est $q = k_v \cdot i \cdot L$ et le débit traversant le milieu transformé est par ailleurs $q = k \cdot i \cdot L \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$

Ces deux débits devant être égaux, il vient :

$$k \sqrt{\frac{k_v}{k_h}} = k_v \quad \text{D'où} \quad k = \sqrt{k_v k_h}$$

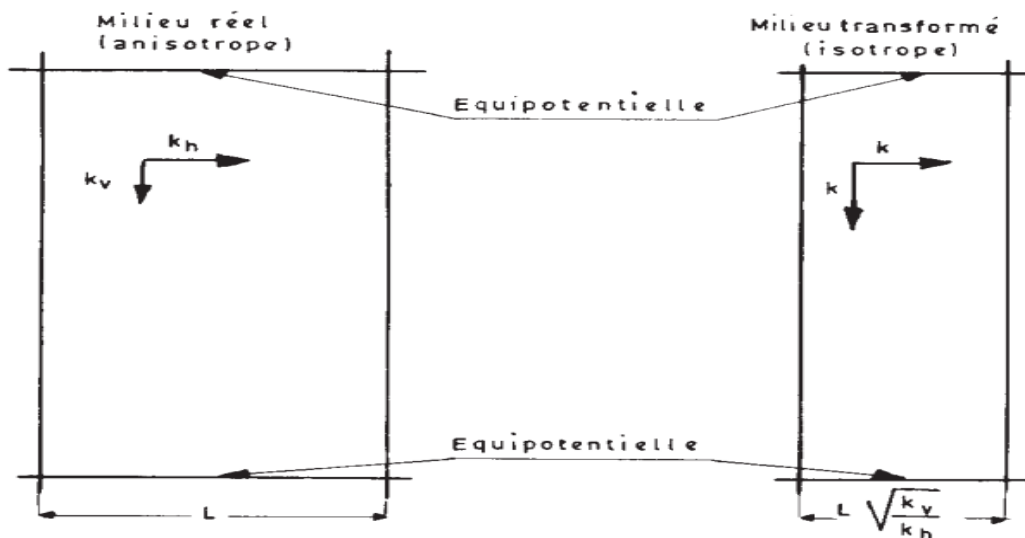


Fig. II.13 transformation d'un milieu anisotrope en milieu isotrope

Ce résultat, démontré dans le cas d'un écoulement vertical, est applicable lorsque l'écoulement est quelconque.

➤ **Exemple figure II.14**

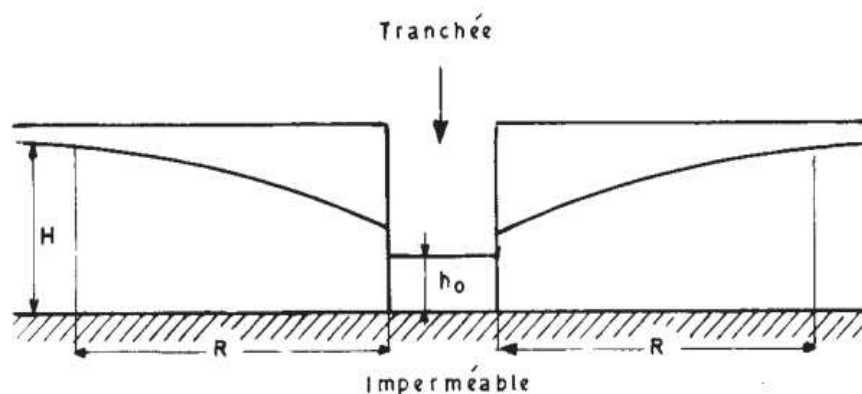


Fig. II.14 Ecoulement vers une tranchée

Le débit q drainé par une tranchée creusée dans un sol isotrope de perméabilité k , jusqu'au substratum imperméable, a pour expression exacte :

$$q_1 = k \frac{H^2 - h_0^2}{R} \quad (\text{II.45})$$

Si le sol est anisotrope, on obtient le débit q en remplaçant L par $L \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}$ et k par $\sqrt{k_h k_v}$ dans la formule précédent, d'où

$$q_a = \sqrt{k_h k_v} \frac{H^2 - h_0^2}{R \sqrt{\frac{k_v}{k_h}}} = k_h \frac{H^2 - h_0^2}{R}$$

(II.46)

La valeur du débit ne dépend donc que de la perméabilité horizontale.

II.14 Ecoulement plan non permanent dans un sol homogène et isotrope

Lorsque le squelette solide subit des déformations, la distribution de la charge hydraulique est liée au paramètre temps. Elle évolue généralement vers une distribution limite correspondant à un écoulement permanent.

On établit l'équation de l'écoulement en écrivant que, pendant le temps dt , la différence dv entre le volume d'eau qui sort d'un élément de sol et le volume d'eau qui y pénètre, est égale à la variation de volume de l'élément.

dv Peut être calculé à partir des composantes de la vitesse d'écoulement. On a, en adoptant les notations de la figure (II.11)

$$dv = \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) dt \quad (\text{II.47})$$

$$dv = k \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) dt \quad (\text{II.48})$$

En tenant compte de la loi de Darcy, avec :

$$\begin{cases} v_x = -k \frac{\partial h}{\partial x} \\ v_z = -k \frac{\partial h}{\partial z} \end{cases}$$

Si les contraintes extérieures appliquées au massif de sol restent inchangées, les variations de volume du sol sont liées uniquement aux variations de volume du sol sont liées uniquement aux variations de pression u de l'eau interstitielle et l'on a :

$$\frac{\Delta v}{v} = \alpha \Delta u \quad (\text{II.49})$$

α étant le coefficient de compressibilité du sol.

La variation de volume de l'élément de sol considéré précédemment est donc :

$$dv = \gamma_w \alpha dx dz \frac{\partial h}{\partial t} dt \quad (\text{II.50})$$

En écrivant que les expressions (II.48) et (II.50) de dv sont égales, il vient :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w \alpha}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.51})$$

Cette équation régit les écoulements transitoires en charge, c'est-à-dire dont les limites sont connues initialement. Elle s'applique, en particulier, à l'ensemble des problèmes de consolidation plane.

L'équation classique de la consolidation unidimensionnelle d'une couche d'argile chargée sur toute sa surface en est un cas particulier. Dans ce cas, le sol ne subit aucune déformation latérale, α prend donc la valeur de m (coefficient de compressibilité verticale du sol) et l'on a :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w m_v}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.52})$$

Ou encore :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{1}{c_v} \frac{\partial u}{\partial t} \quad (\text{II.53})$$

$$c_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} \text{ étant le coefficient de consolidation du sol.}$$

On notera que, dans le cas d'un écoulement en charge, le régime permanent s'établit rapidement lorsque le sol est peu compressible ($\alpha \approx 0$) ou très perméable (k élevé), on a en effet dans ces condition :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \approx 0$$

➤ **Remarque**

Dans ce qui précède, la compressibilité de l'eau a été négligée, en toute rigueur, celle-ci doit être prise en compte et l'on démontre que l'équation générale des écoulements transitoires en charge est pour un milieu à deux démentions :

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\gamma_w (\alpha + n_e \beta)}{k} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{II.54})$$

Il s'ensuit que, même si le squelette solide est rigoureusement incompressible ($\alpha = 0$), le second membre de l'équation n'est pas nul. L'établissement du régime permanent est rapide mais n'est pas instantané.

II.15 Le phénomène de suintement

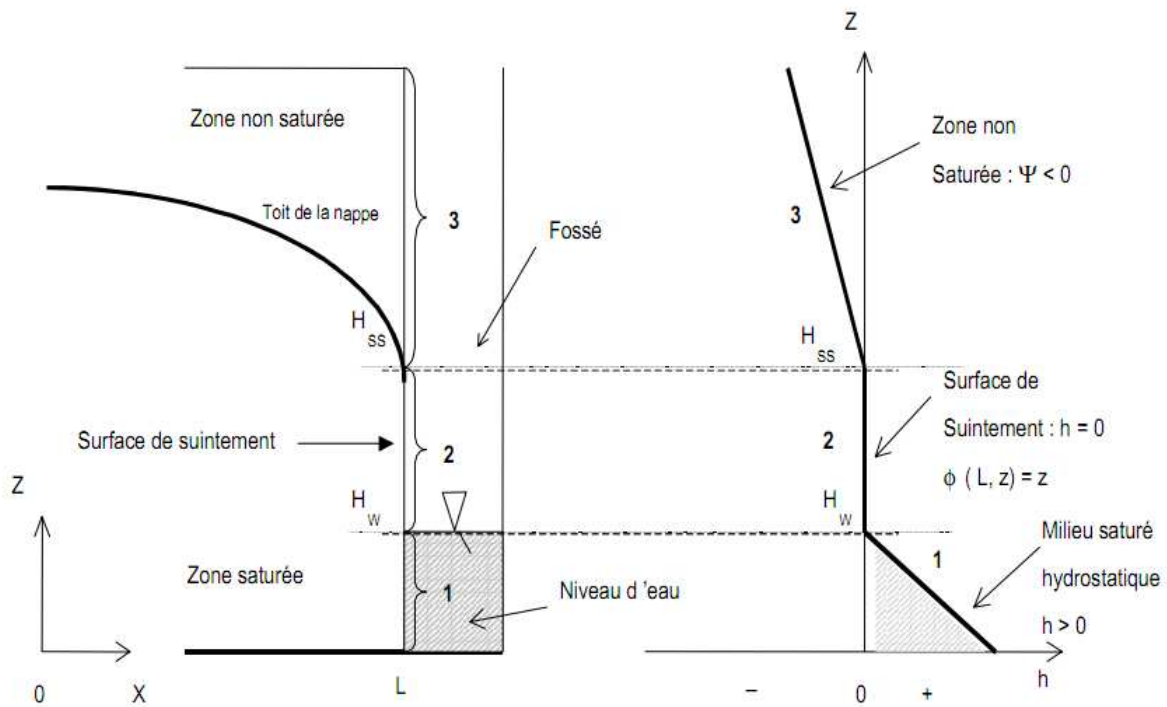
L'existence de surfaces de suintement à l'interface entre des nappes libres et le réseau de surface (ou des faces aval de barrage) est largement évoquée dans la littérature (Muskat, 1937 ; Schnebelli, 1966 ; Boufadel et al, 1999 ; etc...). La détermination de la hauteur des surfaces de suintement peut par exemple être justifiée pour évaluer la stabilité de certaines structures, et en particulier des barrages en terre, calculer les débits transitant dans des nappes libres drainées (Muskat, 1937) ou encore estimer les hauteurs de nappe dans un système drainé (Youngs, 1990).

Comme nous l'avons déjà évoqué, la connaissance des débits aussi bien que des hauteurs de nappes est évidemment essentielle dans une perspective de gestion hydraulique des zones humides (Skaggs et al, 1995). Le phénomène de suintement est dans ce contexte en général négligé, ce qui peut aboutir à une sous-estimation des hauteurs de nappes. Nous proposons à présent d'investiguer le phénomène de surface de suintement, d'évaluer son importance potentielle et enfin de proposer une méthode simple de correction des modèles reposant sur l'hypothèse de (D.F).

II.16 Définitions et état des connaissances

Le phénomène de suintement se caractérise par l'existence d'une surface à travers laquelle l'eau de la nappe sort du système directement en contact avec l'air. Muskat (1937) montre que cette hauteur existe lorsqu'une nappe est drainée par un fossé, du fait des pertes de charge verticales dans le système. C'est une conséquence de la convergence des lignes d'écoulement près du bord du fossé.

Cette surface de suintement correspond ainsi à la différence de niveau entre la surface libre de la nappe et le niveau de l'eau dans le fossé (Fig. II.15).



Profil vertical de pression en $x = L$

Fig. II.15 : Pression d'eau en fonction de la cote en $x = L$,

Où :

$\phi(L, z, t)$: charge hydraulique totale [L] ($\phi = h+z$),

h : pression d'eau [L],

H_w : niveau d'eau dans le fossé aval [L],

H_{ss} : hauteur de la surface de suintement [L],

z : cote [L]

La surface de suintement constitue une condition à la limite particulière du système, puisqu'il s'agit d'une condition de pression nulle résultant du fonctionnement du système, et non pas d'une condition imposée au système (condition de flux imposé, type Neuman, ou de charge imposée, type Dirichlet). Sa position n'est pas connue a priori.

L'existence de cette surface de suintement a des conséquences directes en termes de prédiction de la position de la surface libre de la nappe, position calculée différemment selon le modèle d'écoulement que l'on choisit. Des solutions analytiques ont été proposées par certains auteurs afin de donner une première approximation de la hauteur de suintement, sans avoir à résoudre les équations complètes d'écoulement en milieu poreux. Ces solutions sont limitées au cas du régime permanent et pour des conditions aux limites particulières. Youngs (1990) propose une synthèse exhaustive du problème de prise en compte de la surface de suintement, et de l'estimation de l'erreur liée à l'hypothèse de DF sur le calcul de la position de la surface libre de la nappe, mais limitée au régime permanent, dans le cas d'un fossé vide.

II.17 Notion de porosité de drainage

Dans les modèles saturés, la détermination de la position de la surface libre de la nappe en régime transitoire repose sur l'introduction dans l'équation de continuité d'un paramètre appelé porosité de drainage.

La définition et la validité de ce paramètre ont fait l'objet de nombreux débats dans la littérature (Youngs, 1960 ; Childs et Poulouvalis, 1962 ; Vachaud, 1968 ; Raats and Gardner, 1974 ; Zimmer, 1988 ; Lehman et al, 1998), et nous renvoyons à la récente contribution de Youngs (1999) pour une synthèse complète.

Historiquement ce paramètre a été considéré comme constant par Boussinesq (1904) ainsi que par les auteurs qui se sont inspirés de son travail. D'un point de vue agronomique (car rappelons que c'est dans ce cadre que se sont développés les premières théories de l'hydraulique des nappes superficielles), la porosité de drainage est assimilée à la différence entre la teneur en eau à saturation et la capacité au champ. Ces hypothèses sont en général inexactes.

En effet, lors d'un tarissement vertical monodimensionnel, la teneur en eau de la zone non-saturée au dessus du toit de la nappe évolue au cours du temps : le profil de teneur en eau de la zone non-saturée n'atteint pas l'équilibre instantanément après chaque mouvement unitaire du toit de la nappe. La porosité de drainage est donc une fonction du temps, de la distance du toit de la nappe à la surface du sol et des conditions initiales d'humidité dans le profil de sol. Dans l'hypothèse d'un rabattement de nappe lent et long, la valeur de la porosité de drainage tend asymptotiquement vers la différence entre la teneur en eau à saturation et la capacité au champ (zone non-saturée à l'équilibre). De même, dans le cas de nappes superficielles drainées par un fossé, l'écoulement n'est pas strictement vertical dans la zone non-saturée au dessus de la nappe et il existe un flux ayant une composante horizontale dans la zone non-saturée. De plus le toit de la nappe a une forme géométrique variable dans le temps et l'espace, ce qui rend la détermination de la porosité de drainage encore plus complexe et nécessiterait un calcul à l'échelle du système des variations de teneur en eau dans la zone non-saturée lors des fluctuations du toit de la nappe.

Enfin, les prélèvements d'eau dans la zone non-saturée et/ou dans la nappe par évapotranspiration posent un autre type de problème. On peut en effet imaginer la situation où la nappe se tarit sous l'effet combiné du drainage gravitaire et de l'évapotranspiration. Comment définir une porosité de « drainage » dans ce contexte ? Bouarfa (1995) a apporté quelques éléments de réponse en montrant que le terme de porosité de drainage était certes une fonction de la profondeur de la nappe mais aussi de l'intensité du prélèvement. Plus récemment, Chabot (2001) a prolongé cette analyse en s'intéressant aux effets de la répartition spatiale du chevelu racinaire et à la représentation de la fonction « puits » associée.

Dans la pratique, le terme de porosité de drainage peut être réduit à un paramètre de calage du bilan hydrique à la frontière que constitue la surface libre de la nappe. Néanmoins, malgré les lacunes de ce concept en termes de représentativité physique (Vauclin et al, 1976) il reste en revanche très robuste pour un type de sol donné lorsqu'il est utilisé dans une gamme de

fonctionnement hydrique bien circonscrite (Zimmer, 1988). N'étant pas une propriété intrinsèque du sol, son ordre de grandeur doit être déterminé expérimentalement au champ par des méthodes normalisées du type « puits / piézomètre » (Guyon, 1976).

II.18 Simplification des modèles saturés

Le deuxième niveau de simplification consiste à introduire l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer (DF): la pente de la surface libre de la nappe est supposée faible et l'écoulement strictement horizontal dans le système (i.e. les iso-potentiels sont verticales), ce qui peut se justifier dans le cas de nappe ayant une extension latérale importante, et tant que le rayon de courbure de la surface libre est grand (i.e. l'angle qu'elle fait avec l'horizontale est petit). Cette hypothèse permet une simplification importante de la résolution de l'équation de Laplace aboutissant dans un certain nombre de cas à des solutions analytiques ou numériques simples. Sous ce corps d'hypothèses, l'équation non-linéaire décrivant la surface libre devient l'équation décrivant l'ensemble du système. Elle est alors appelée « équation de Boussinesq » (Youngs, 1999).

Le dernier niveau de simplification consiste à linéariser l'équation de Boussinesq en faisant l'hypothèse que les fluctuations du toit de la nappe sont faibles par rapport à l'épaisseur de celle-ci. On aboutit alors à une équation linéaire de diffusion simple, largement utilisée par les hydrogéologues et connue sous le nom « d'équation de la diffusivité » (Marsily, 1981).

Les modèles développés à partir de l'hypothèse DF sont largement employés dans les calculs de dimensionnement d'ouvrages hydrauliques, en particulier en raison d'un traitement numérique beaucoup plus simple que dans les approches de type « Richards ». Nous présenterons plus loin une analyse de l'équation de Boussinesq et des modes de résolution traditionnellement adoptés. Nous proposerons de plus dans ce contexte une généralisation de l'approche fondée sur l'intégration spatiale, dont le principe a été initié par Lesaffre (1988) et prolongé par Bouarfa et Zimmer (2000).

Néanmoins, en ignorant la composante verticale de l'écoulement, l'hypothèse DF engendre des erreurs qui peuvent être significatives dans la détermination des hauteurs de nappe, en particulier proche du bord du fossé où les gradients hydrauliques sont les plus élevés. Ces erreurs peuvent avoir trois origines :

- 1- La non prise en compte du phénomène de suintement ;
- 2- La non prise en compte des écoulements verticaux sous le fond du fossé si l'imperméable est profond ;
- 3- La non prise en compte des composantes verticales dans la zone où elles deviennent non négligeables.

II.18.1 L'hypothèse DF et le phénomène de suintement

L'existence de surfaces de suintement est liée aux pertes de charges verticales dans le système hydraulique, et à la distribution des lignes de courant au voisinage de la condition à la limite aval. L'extension verticale du suintement dépend de la géométrie du système

(dimension latérale), des propriétés hydrodynamiques du sol et du flux transitant dans le système.

Vis à vis de la condition aval, la théorie de DF ignore le problème des surfaces de suintement. La surface libre de la nappe est connectée au niveau d'eau libre dans le fossé qui tient lieu de drain.

Historiquement, la majorité des travaux reposant sur l'hypothèse de DF se sont intéressés à la prédiction de débits transitant par la nappe, et / ou au calcul de l'élévation maximale de la nappe. En revanche, peu de travaux se sont penchés sur la prédiction de la hauteur de nappe pour tout point x et sur la caractérisation de l'erreur liée à l'hypothèse de DF, en particulier la non prise en compte de la surface de suintement (Youngs, 1965, 1990)

La question est de savoir si le fait d'ignorer l'existence d'une surface de suintement introduit une erreur importante dans ce calcul du débit transitant par la nappe. Différents auteurs se sont fait très tôt l'écho de cette question et Muskat (1946) synthétise les différentes approches en régime permanent en concluant que le calcul du débit transitant à travers une nappe, en ignorant le problème du suintement et en supposant l'hypothèse de DF valide, est exact, mais de manière qu'il qualifie de « fortuite » (fortuitous) et « surprenante » (surprising). Youngs (1965) propose une approche analytique rigoureuse de ce problème, à travers le concept de potentiel de débit unitaire, et montre en régime permanent que l'erreur liée à l'hypothèse de DF est compensée exactement par la non-prise en compte de la surface de suintement sur la condition aval. Ces résultats sont importants car ils valident dans la prédiction des débits l'utilisation d'une approche simplifiée et déjà largement développée.

Si l'approche de DF (et donc la non prise en compte de la surface de suintement) semble efficace en matière de débit (en régime permanent), ce n'est a priori pas le cas pour ce qui est du calcul de la position de la nappe, et ceci d'autant plus que l'on se place en un point proche de la condition de drainage aval. La question qui se pose est de savoir si l'on peut caractériser l'erreur faite par l'approche de DF sur le calcul de la hauteur de nappe, ce qui revient à proposer un calcul approché de la hauteur de suintement.

II.18.2 Position de l'imperméable. Notion de profondeur équivalente

Lorsque le fossé ne repose pas sur l'imperméable du système, l'hypothèse de DF n'est pas acceptable : la convergence des lignes de courants sous le fond du fossé crée une perte de charge additionnelle dans le système et peut donc être à l'origine d'erreurs significatives dans la prédiction des débits et des hauteurs de nappe. Ce problème a été traité en régime permanent par de nombreux auteurs qui proposent une correction géométrique désormais classique et connue depuis les travaux d'Hooghoudt (Ritzema, 1994) sous le nom de « profondeur équivalente » (voir Lesaffre, 1988 et Van der Ploeg et al, 1999, pour des revues).

Le principe est de remplacer la profondeur réelle de l'imperméable par une profondeur plus faible, équivalente à celle du niveau d'eau dans un fossé qui drainerait la nappe, et pour laquelle la hauteur de nappe à la limite amont est identique (Fig. II.16).

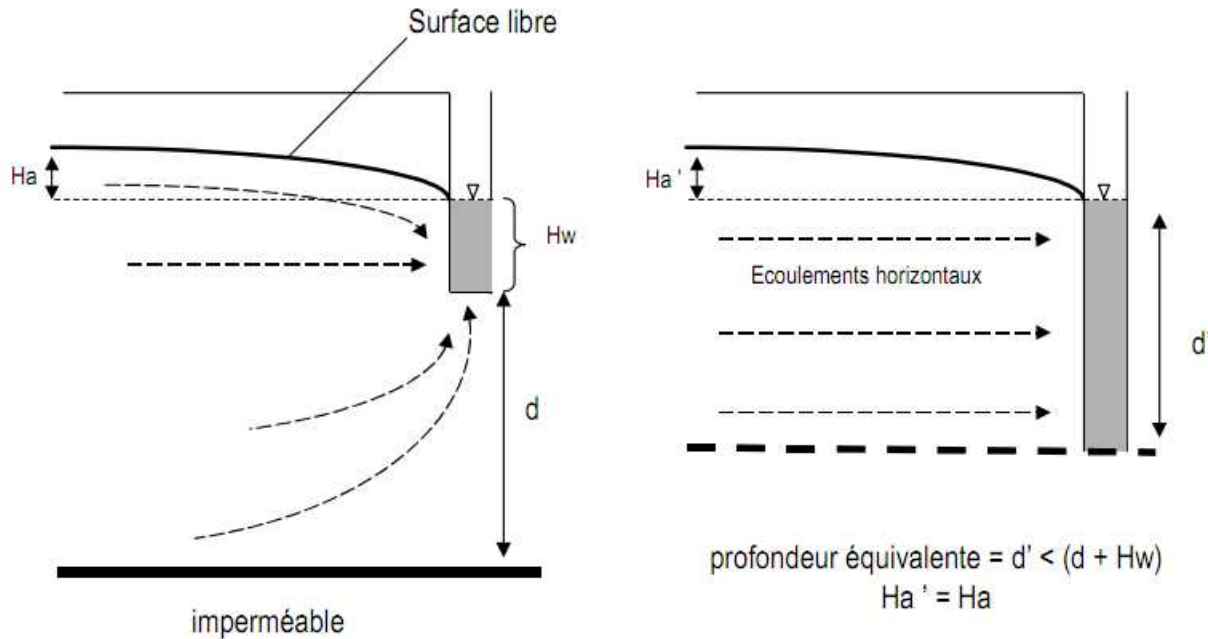


Fig. II.16 : Concept de profondeur équivalente (d')

Il existe différentes expressions analytiques permettant de calculer une valeur approchée de la profondeur équivalente (d'). Elles ont été développées pour la plupart en régime permanent et dans le cas où le potentiel imposé dans le système (le niveau d'eau libre dans le fossé) est en fait un drain agricole enterré. Elles dépendent donc pour certaines d'entre elles du rayon « effectif » du drain (rayon plus petit que le rayon réel afin de prendre en compte les pertes de charges singulières liées aux crépinage du drain). Par extension, cette notion est étendue de manière plus ou moins explicite au cas des fossés et certains auteurs (Ritzema, 1994) préconisent d'utiliser les relations mises en évidence dans le cas du drainage agricole en y introduisant le rayon hydraulique du fossé. Cette nouvelle simplification n'a étonnamment jamais fait l'objet de travaux spécifiques.

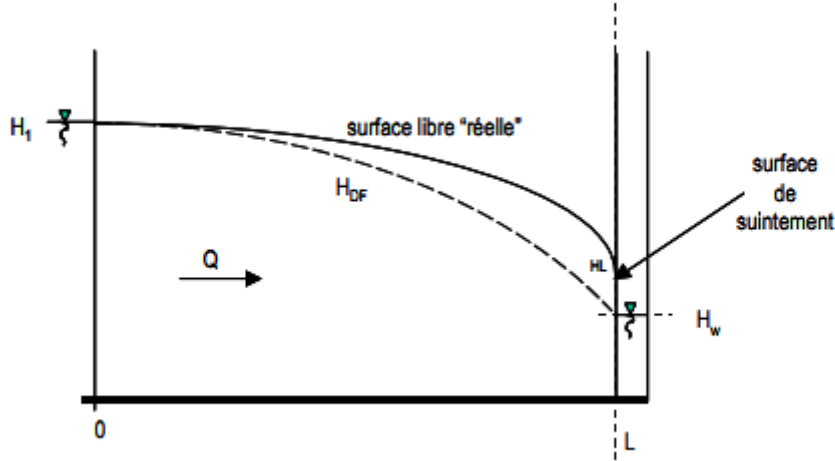
Bien qu'imparfaites, les différentes solutions analytiques proposées indiquent qu'au delà d'une certaine profondeur limite de l'imperméable, la profondeur équivalente est constante. Cette profondeur limite est proche de $L / 2$, L étant la distance (en x) du fossé au plan de flux nul en amont du système considéré.

Si, dans le cas du drainage agricole, cette profondeur peut être rapidement atteinte (L de l'ordre de 5 m), ce n'est pas le cas pour des systèmes de nappes superficielles alluviales par exemple, dont l'extension latérale peut être de quelques centaines de mètres.

Quoiqu'il en soit, nous retiendrons que les modèles reposant sur l'hypothèse de DF sont sensibles au choix de la position de l'imperméable, et que les seules corrections actuellement proposées portent sur le régime permanent.

II.18.3 Cas du drainage par un fossé vide, avec un niveau d'eau amont fixé : solution de Kozeny (1931, cité par Youngs, 1990) :

Le cas du barrage en terre, soumis à deux hauteurs d'eau libre constantes en amont et en aval, est un cas d'étude classique, connu sous le nom évocateur de « problème de Dupuit ». Le système est présenté en (Figure II.17)



**Fig. II.17 : Nappe dans un barrage en terre, avec niveau d'eau amont H_1 , et aval H_w .
HDF : niveau de nappe estimé via l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer**

En faisant l'hypothèse de DF, le débit transitant à travers le système peut être estimé par la relation connue sous le nom de « formule de Dupuit », et est égal à :

$$q = k_s \frac{(H_1^2 - H_w^2)}{2L} [L^2 \cdot T^{-1}] \quad (II.55)$$

Où :

q : le débit [$L^2 T^{-1}$]

k_s : la perméabilité saturée.

Youngs (1965) a montré que ce débit en régime permanent est exact, quand bien même la nappe ne se raccorde pas en réalité au niveau d'eau libre aval, H_w . Il est aussi intéressant de noter que ce débit ne dépend que des différences de hauteurs amont et aval.

Dans le cadre des hypothèses de DF, la position de la surface libre de la nappe est donnée par la relation suivante :

$$H_{DF}(x) = H_1 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{H_w^2}{H_1^2}\right) \cdot \frac{x}{L}} \quad (II.56)$$

La hauteur de nappe ainsi calculée est une sous-estimation de la hauteur de nappe réelle dans la mesure où elle ne prend pas en compte le décalage introduit par l'existence d'une surface

de suintement. Une solution exacte peut être approchée par un système hydraulique équivalent, et en particulier pour le cas où le fossé aval est vide (suintement strict). Cette solution est issue des travaux de Kozeny (1931, cités par Muskat, 1946 et Youngs, 1990), qui considère une nappe soumise à une condition amont de charge selon un profil parabolique, et un niveau aval contrôlé par un drain horizontal (« toe drain ») de longueur infinie (Fig. II.18).

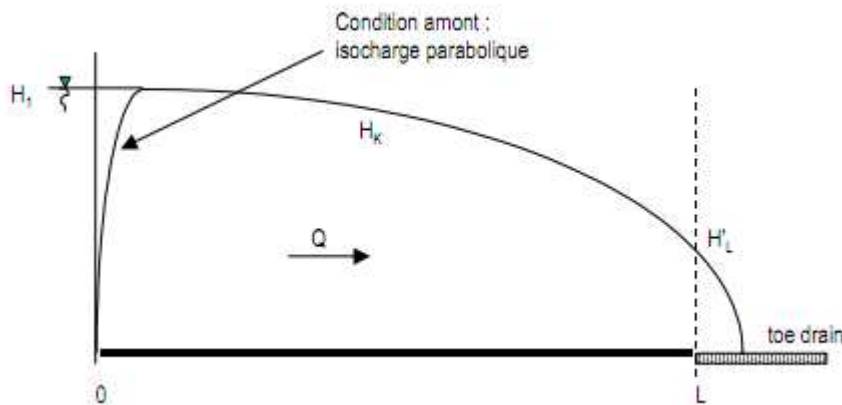


Fig. II.18: écoulement à partir d'une condition amont parabolique vers un drain horizontal.

Kozeny calcule de manière analytique la position de la nappe (méthode de l'hodographe), qui a comme expression :

$$L - x = \frac{k_s H_k^2(x)}{2q} - \frac{q}{2k_s} \quad (\text{II.57})$$

Cette relation, appliquée en L et comparée à la solution de Dupuit, permet de donner une estimation de la hauteur de la surface de suintement identifiée à H'_L :

$$H'_L \approx H_L = \frac{H_1^2}{2L} \quad (\text{II.58})$$

En fait l'analogie entre les deux systèmes n'est pas complète dans la mesure où la nappe considérée par Kozeny a une extension au delà de $x = L$. Ceci a pour conséquence une hauteur de nappe supérieure, pour tout x, à H_{DF} (ce qui est logique vu la prise en compte de la surface de suintement), mais aussi supérieure à la solution exacte pour le système réel. L'estimation de la hauteur de suintement découlant du calcul de Kozeny peut ainsi être considérée comme une valeur limite.

Le principal avantage de l'approche de Kozeny est d'être calculable très simplement, ce qui permet d'évaluer l'ordre de grandeur maximum que peut atteindre la hauteur de suintement, selon des caractéristiques simples du système considéré. L'examen de la relation de Kozeny permet en particulier de montrer que pour des systèmes ayant une extension latérale importante, la hauteur de suintement peut être considérée comme négligeable. Dans ce cas, la position de la nappe estimée par l'approche de DF est une bonne estimation de la réalité.

Enfin, l'approche de Kozeny s'applique au cas particulier où le fossé aval est vide, ce qui est la situation la plus favorable pour l'apparition d'une surface de suintement. En effet, dans le cas où il existe un niveau d'eau libre dans le fossé aval, la surface de suintement va être réduite (Shamshai and Narasimhan, 1991). En imposant un niveau hydrostatique (isopotentielle verticale) dans la partie du fossé remplie d'eau, on se rapproche du domaine de validité de DF, et la hauteur de suintement diminue.

II.18.4 Cas du drainage par fossés avec recharge pluviométrique constante (Engelund, 1951)

Un autre problème classique est celui du drainage par fossés reposant sur un imperméable, et alimenté par une recharge constante (R) (Fig. II.19).

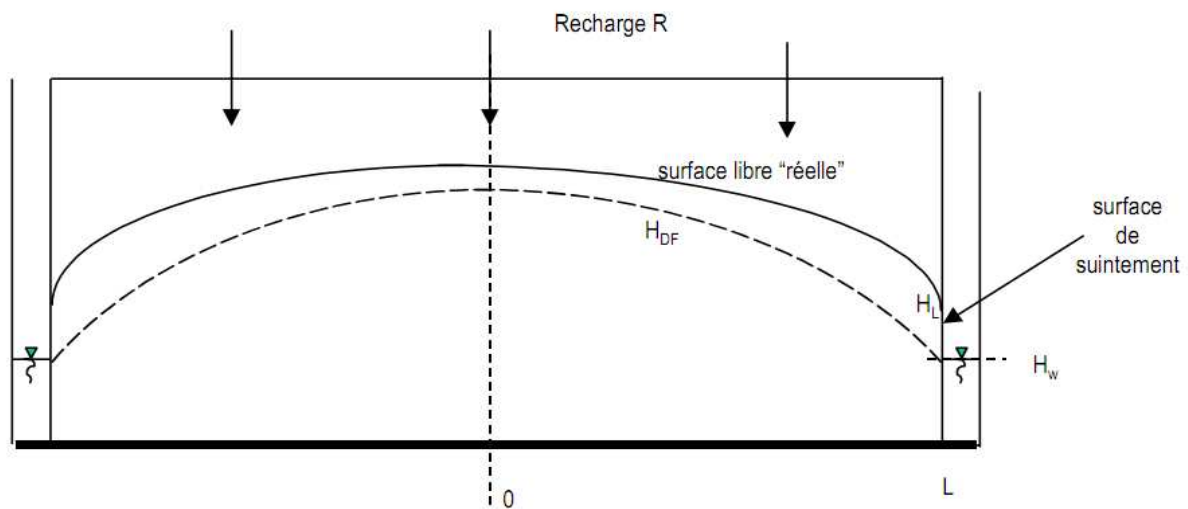


Fig. II.19: système drainant par fossés sur imperméable, et recharge R constante. H_{DF} : nappe selon l'hypothèse de Dupuit-Forchheimer

Si l'hypothèse de DF est faite, et donc le suintement ignoré, la solution est simple et la nappe à une forme elliptique, dont l'équation est (Youngs, 1990) :

$$H_{DF}(x) = \sqrt{\left[(L^2 - x^2) \cdot \frac{R}{k_s} + H_w^2 \right]} \quad (\text{II.59})$$

On vérifie que, dans le cas où le fossé est vide ($H_w = 0$) (ce qui correspond à la situation

« drains sur imperméable »), et pour la hauteur H_a maximale de la nappe à l'inter-drain, on retrouve une expression bien connue, l'équation d'Hooghoudt (Ritzema, 1994) :

$$H_a = L \sqrt{\frac{R}{k_s}} \quad (\text{II.60})$$

Tout comme dans le cas du barrage en terre, la hauteur de nappe estimée à travers l'hypothèse de DF est une sous-estimation de la réalité. Engelund (1951) propose une analyse comparable

à celle de Kozeny, et calcule par la méthode de l'hodographe une solution analytique pour un système équivalent, avec drain horizontal (Fig. II. 20).

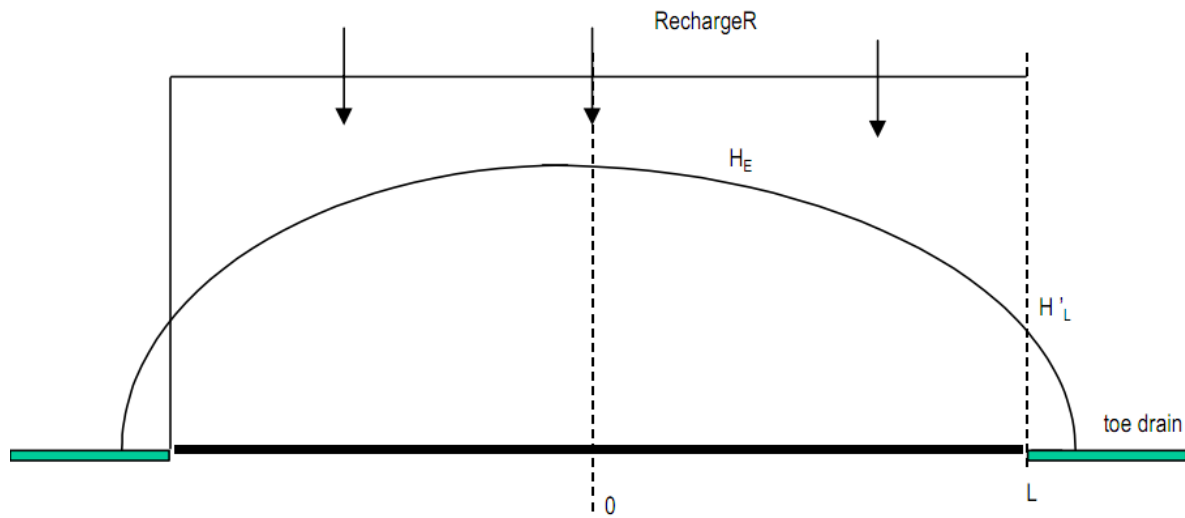


Figure II. 20 : géométrie du système hydraulique considéré par Engelund (1951)

La solution de Engelund est une nappe elliptique, dont l'équation est :

$$H_E(x) = \sqrt{\left(\frac{L^2 R}{(k_s - q)} - x^2 \cdot \frac{R}{k_s} \right)} \quad (\text{II.61})$$

La hauteur de suintement peut donc être approchée par la hauteur de nappe de nappe pour $x=L$ (début du drain horizontal), et égale à :

$$H'_E(L) \approx H(L) = \frac{L \cdot \left(\frac{R}{k_s} \right)}{\sqrt{1 - \frac{R}{k_s}}} \quad (\text{II.62})$$

Tout comme dans l'approche de Kozeny, le système considéré n'est pas tout à fait équivalent (système plus étendu), et la solution analytique proposée est une surestimation de la hauteur de nappe réelle.

Bien qu'étant une solution approchée, la simplicité du calcul d'Engelund est intéressante. L'expression de la hauteur de suintement fait en particulier apparaître des associations de variables et de paramètres qui rendent bien compte physiquement du contrôle exercé par les propriétés du système sur le phénomène de suintement. En particulier, le rapport R / k_s mesure une certaine capacité de transfert du milieu. Autre propriété intéressante, pour un régime de recharge de nappe donné (R / k_s constant) le rapport HL / HaE (avec $HaE = HE(0)$)

hauteur de nappe à l'inter drain, estimée via la relation d'Engelund) est unique, et ne dépend pas de L .

II.19 Mise en évidence de la relation débit / hauteur de suintement : approche numérique.

Cette section présente des expérimentations numériques menées à partir de modèles fondés sur les équations de Laplace et de Richards. Ces types de modèles prennent en compte la composante verticale des écoulements dans la nappe et donc le phénomène de suintement. Le but de cette étape est d'investiguer la relation entre le débit drainé par la nappe et l'extension de la surface de suintement, afin de comprendre la dynamique de ce phénomène à l'échelle du système. L'utilisation du modèle d'Engelund nous permettra, dans un premier temps, de définir des pistes de travail.

Comme nous l'avons détaillé dans la section précédente, dans le cas d'une nappe drainée soumise à une recharge R constante, seul le modèle d'Engelund (1951) nous permet de relier analytiquement la hauteur de suintement au débit à l'exutoire. Celui-ci propose d'estimer la hauteur de suintement (H_{ss}) selon la relation suivante, en régime permanent, dans le cas d'un fossé vide :

$$H_{ss} \cong \frac{L \cdot \frac{R}{k_s}}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{k_s}\right)}} \quad (\text{II.63})$$

Où

R : débit imposé en surface de la nappe [$L \cdot T^{-1}$],

k_s : perméabilité à saturation (milieu homogène et isotrope) [$L \cdot T^{-1}$],

L : longueur du système [L].

A partir de cette relation, on peut écrire le débit sous la forme d'un polynôme de 2^{ème} degré, et on aboutit à l'expression :

$$R = q_{out} \cong k_s \left(-\frac{1}{2} \frac{H_{ss}^2}{L^2} + \frac{1}{2} \frac{H_{ss}}{L} \sqrt{\left(\frac{H_{ss}^2}{L^2} + 4\right)} \right) \quad [LT^{-1}] \quad (\text{II.64})$$

Si on considère que la hauteur de suintement est faible par rapport à l'extension horizontale du système, on a : $H_{ss} \ll L$, et donc H_{ss}^2 / L^2 est négligeable. On arrive à la relation simplifiée suivante, pour un sol homogène et isotrope :

$$q_{out} \approx \frac{k_s}{L} H_{ss} \quad [LT^{-1}] \quad (\text{II.65})$$

Le seul examen de la relation d'Engelund suggère qu'il existe une relation linéaire simple entre le débit et la hauteur de suintement lorsque l'extension verticale du système est faible devant sa longueur. On sait par ailleurs que le modèle d'Engelund surestime la hauteur de suintement, et que ce modèle a été développé pour le cas particulier d'un régime permanent avec fossé vide, mais il est intéressant de tester numériquement la validité de la relation linéaire établie à partir de ce modèle.

II.20 Conclusion

La description usuelle des écoulements en milieu poreux saturé repose essentiellement sur l'équation de conservation de la masse, la résolution de cette équation elliptique nécessite la donnée des conditions aux limites usuelles : flux ou charge imposés. Elle se simplifie pour un milieu isotrope et devient une équation de Laplace.

Dans le cas particulier du régime permanent et pour un fossé vide, l'approche de DF peut être considérée comme une bonne approximation de la réalité (et donc le suintement peut être négligé) d'autant plus que le rapport R / k_s est faible et que le système a une extension latérale importante, ce qui est souvent le cas dans les systèmes réels. De plus, tout comme dans le cas décrit par Kozeny, la solution de DF est d'autant meilleure que les fossés sont remplis d'eau.

La solution proposée par Kozeny comporte plusieurs inconvénients. Tout d'abord les conditions amont ne sont pas strictement identiques entre le système réel et le système équivalent, puisque Kozeny considère une isocharge de forme parabolique. Ensuite, cette formule n'est pas extrapolable ni aux cas où le fossé aval n'est pas vide, ni au cas de régime transitoire. Enfin, le domaine considéré est plus grand que le domaine réel, car la perte de charge se poursuit au delà de $x = L$. Cela a pour conséquence de surestimer la hauteur de suintement (Youngs, 1990). Toutefois, pour des systèmes ayant une grande extension latérale, elle peut-être considérée comme bonne (Youngs 1990). En résumé, si la formule de Kozeny ne peut servir de formule exacte pour évaluer la hauteur de suintement, elle permet déjà de faire une première approximation, et on peut considérer le résultat obtenu comme étant un majorant.

Chapitre III
Approximation par la méthode des différences finies

III.1 Introduction

Ces dernières années, une variété de techniques numériques ont été développées pour l'approximation de la solution des équations différentielles. Avec l'aide d'ordinateurs, ces méthodes sont les plus utilisées pour la représentation des problèmes d'écoulement des eaux souterraines.

Il existe quatre types des méthodes numériques:

- la méthode des caractéristiques.
- la méthode des différences finies.
- la méthode des éléments finis.
- la méthode des éléments aux limites.

La première méthode est ancienne et la dernière méthode est récemment introduite (Liggett, 1977).

Dans ce travail, la méthode numérique utilisée est La méthode des différences finies. Les méthodes en différences finies rapprochent les dérivées premières des équations différentielles partielles par des quotients de différence (les différences, aussi bien dans le temps que dans l'espace, entre les valeurs des variables au niveau des nœuds adjacents, par rapport à l'intervalle entre ces nœuds). Plusieurs ouvrages, de haut niveau, traitent principalement des méthodes en différences finies (Peaceman 1977; Remson et al. 1971; Von Rosenberg 1969).

En général, les méthodes en différences finies sont conceptuellement et mathématiquement plus simples, et plus facilement programmables sur les ordinateurs. Elles sont typiquement saisies sous forme de maillages rectangulaires relativement simples, ce qui facilite également la tâche de saisie des données. Dans le maillage rectangulaire en différences finies les limites de l'aquifère sont approchées à petits pas, qui placent des nœuds ou des cellules à l'extérieur de l'aquifère,

III.2 Fondements de la méthode des différences finies

Les équations partielles différentielles décrivant les processus d'écoulement et de transport dans les eaux souterraines contiennent des termes représentant des dérivées de variables continues. Les méthodes des différences finies sont basées sur l'approximation de ces dérivées (ou pentes des courbes) par des variations linéaires discrètes sur des petits intervalles discrets d'espace ou de temps. Si les intervalles sont suffisamment petits, l'ensemble des accroissements linéaires va représenter une bonne approximation de la surface curviligne réelle. De simples approximations aux différences finies peuvent être déduites en considérant les approximations par les lignes droites ou par les séries de Taylor

III.3 Discrétisation du domaine

Soit un domaine plan (pour un phénomène quelconque) décomposé en des sous domaines. Chaque intersection est appelée un nœud tel que :

$$\Omega = \sum \Omega_i$$

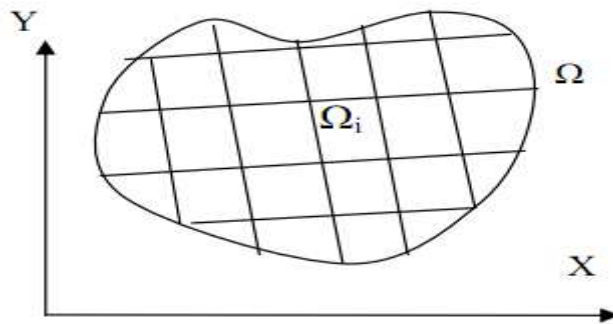


Fig. III.1 : Schéma de discrétisation d'un domaine quelconque

Dans la méthode des différences finies on discrétise l'intervalle ou le domaine en nombre fini de points x_i, y_i chaque maille est définie par ses nœuds de coordonnées :

$$\begin{cases} x_i = x_0 + i \Delta x \\ z_i = z_0 + j \Delta z \\ t_k = t_0 + k \cdot \Delta t \end{cases} \quad (\text{III.1})$$

Où :

Δx : pas de discrétisation selon l'axe X

Δz : pas de discrétisation selon l'axe Z

Δt : pas de discrétisation dans le temps

x_0, z_0, t_0 : position initiales relatives a un repère donné

CHAPITRE III : Approximation par la méthode des différences finies

i, j, k : indices muets caractérisant les différents pas de discrétisation.

Comme il est possible d'utiliser un maillage variable dans l'espace et dans le temps en considérant des pas de discrétisation suivant chaque nœud. Celui ci est localisé par deux indices i (selon l'axe des X) et j (selon l'axe z).

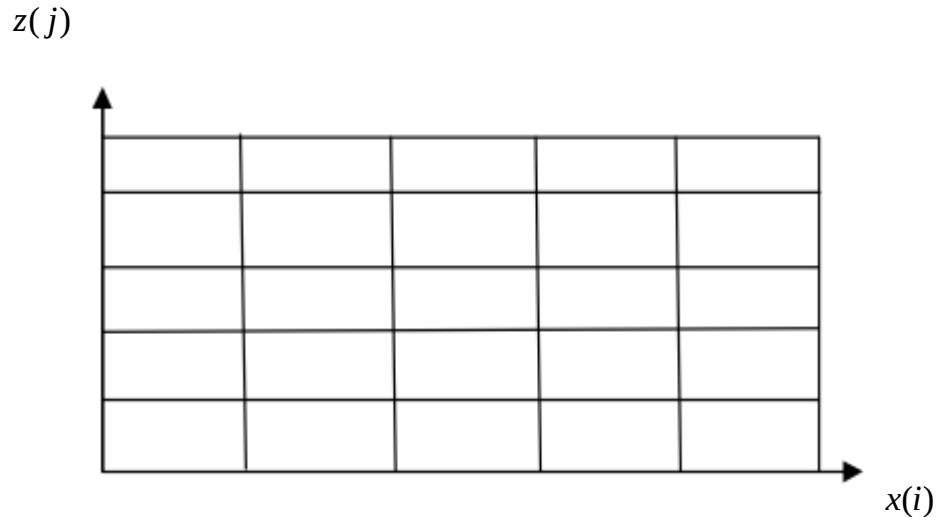


Fig. III .2 : discrétisation d'un domaine par des mailles rectangulaires

Signalons que dans cette étude, on a utilisé des mailles quadratiques curvilignes pour les problèmes à géométrie variable (écoulement à surface libre).

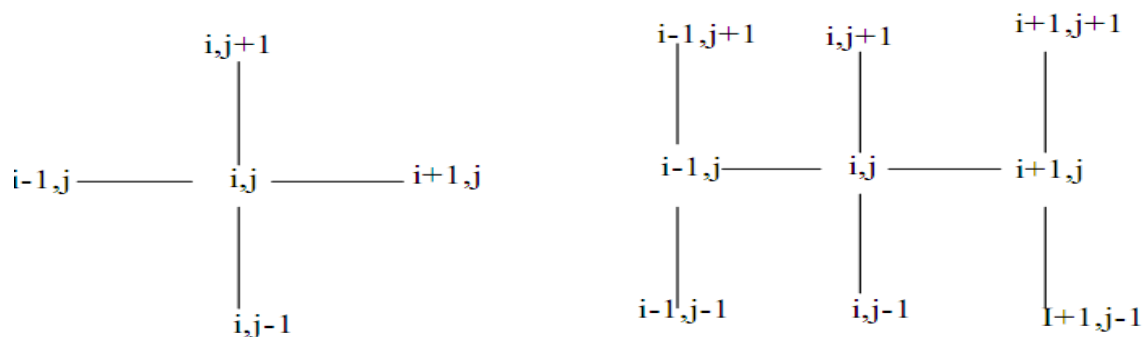


Fig. III.3: Molécule de discrétisation par MDF

III.4 Approximation par les lignes droites

Considérons un problème unidimensionnel à l'état d'équilibre avec la recharge q . Ceci est donné par la formule :

$$T \frac{d^2 h}{dx^2} = -q \quad (III.2)$$

Où :

CHAPITRE III : Approximation par la méthode des différences finies

h : est charge hydraulique [L]

T : est la transmissivité spécifique uniforme [L^2/T]

q : est la recharge [L/T]

Cette expression montre que la variation de la charge est décrite par une courbe. Dans la méthode des différences finies les charges sont définies à certains points discrets.

Ces charges inconnues peuvent être écrites comme h_{-1} , h_0 et h_1 Comme montré dans la (figure III.4), avec la distance entre les points étant ΔX .

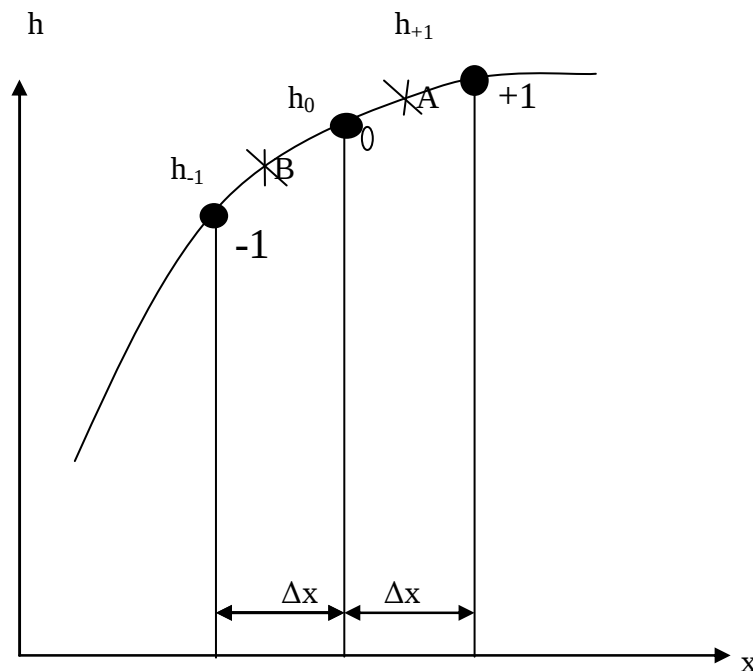


Fig. III.4 : représentation géométrique de l'approximation des différences finies

Des valeurs approximatives, des pentes aux points intermédiaires peuvent être exprimées par (Rushton et Redshaw, 1979) :

$$\text{Au point A } \left(\frac{dh}{dx} \right)_A = \frac{h_1 - h_0}{\Delta x}$$

ERROR: syntaxerror
OFFENDING COMMAND: --nostringval--

STACK:

-mark-
/sfnts

Chapitre IV**Comparaison et interprétation des résultats****IV.1 Introduction**

Le modèle numérique proposé traite les écoulements à surface libre, en milieux poreux

La résolution des équations différentielles qui gouvernent le mouvement est fait par la méthode des différences finies. La majorité des chercheurs proposent des modèles pour les écoulements permanents. Dans ce travail, on propose un modèle d'écoulement à surface libre transitoire. Les résultats de ce dernier sont validés par le logiciel Plaxis.

En plus, ceux trouvés à l'état permanent sont comparés aussi avec les méthodes analytiques (Kozeny, Polubarinova-Kochina).

IV.2 Propriétés du sol

Beaucoup d'expériences ont été effectuées pour la détermination des propriétés des sols soumis aux écoulements. La plupart des chercheurs emploient le sable comme milieu poreux car il répond aux conditions d'un sol supposé être :

- 1- Homogène et isotrope.
- 2- Etre propre et libre de tous soluté chimiques tels que : les sels et les nitrates.
- 3- Moyennement perméable de telle sorte que les écoulements se produiront rapidement pendant les essais expérimentaux.
- 4- Avoir une distribution uniforme des particules.

Les propriétés du sol prises dans cette modélisation sont résumées dans le tableau (IV.1).

Tableau IV.1 : Les caractéristiques mécaniques des modèles

L'emmagasinement spécifique S_s cm⁻¹	Porosité(n)	La densité sèche de sol g/cm³	Perméabilité saturé k_s (cm/s)
0.00015	36.5%	1.64	0.1

IV.3 Description des modèles d'écoulement

Deux modèles d'écoulement bidimensionnels sont traités les deux modèles sont homogènes et isotropes.

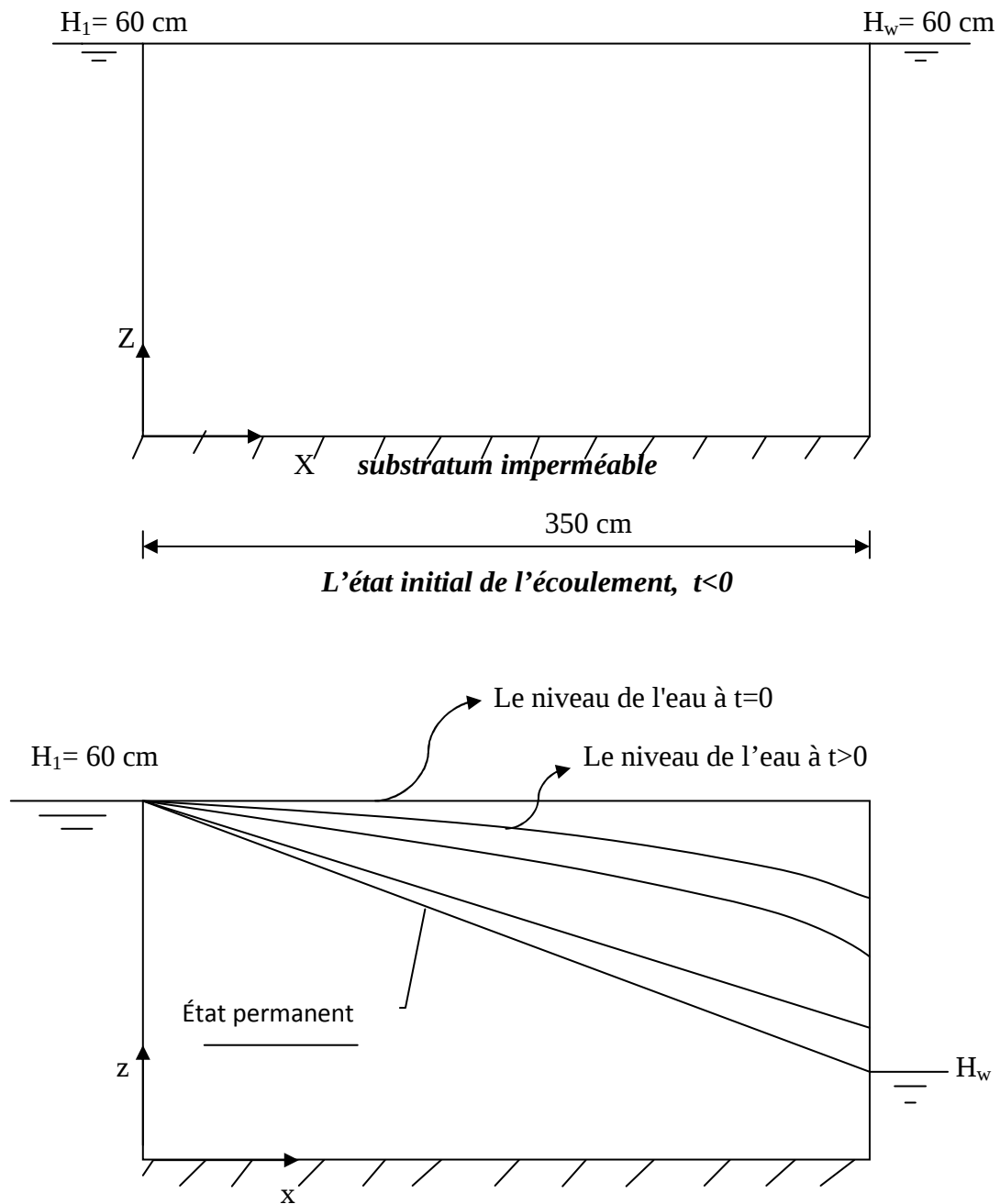
Le domaine d'écoulement a un substratum imperméable. L'écoulement dans la direction z peut être négligé.

- ❖ Le premier modèle a la dimension de 350 cm de longueur et 60 cm de hauteur.
- ❖ Le deuxième modèle a la dimension de 900 cm de longueur et 600 cm de hauteur.

Initialement (à $t \leq 0$), le modèle est complètement saturé et le niveau d'eau à l'aval et à l'amont du domaine est égal à 60 cm pour le première modèle et 600 cm pour le deuxième modèle.

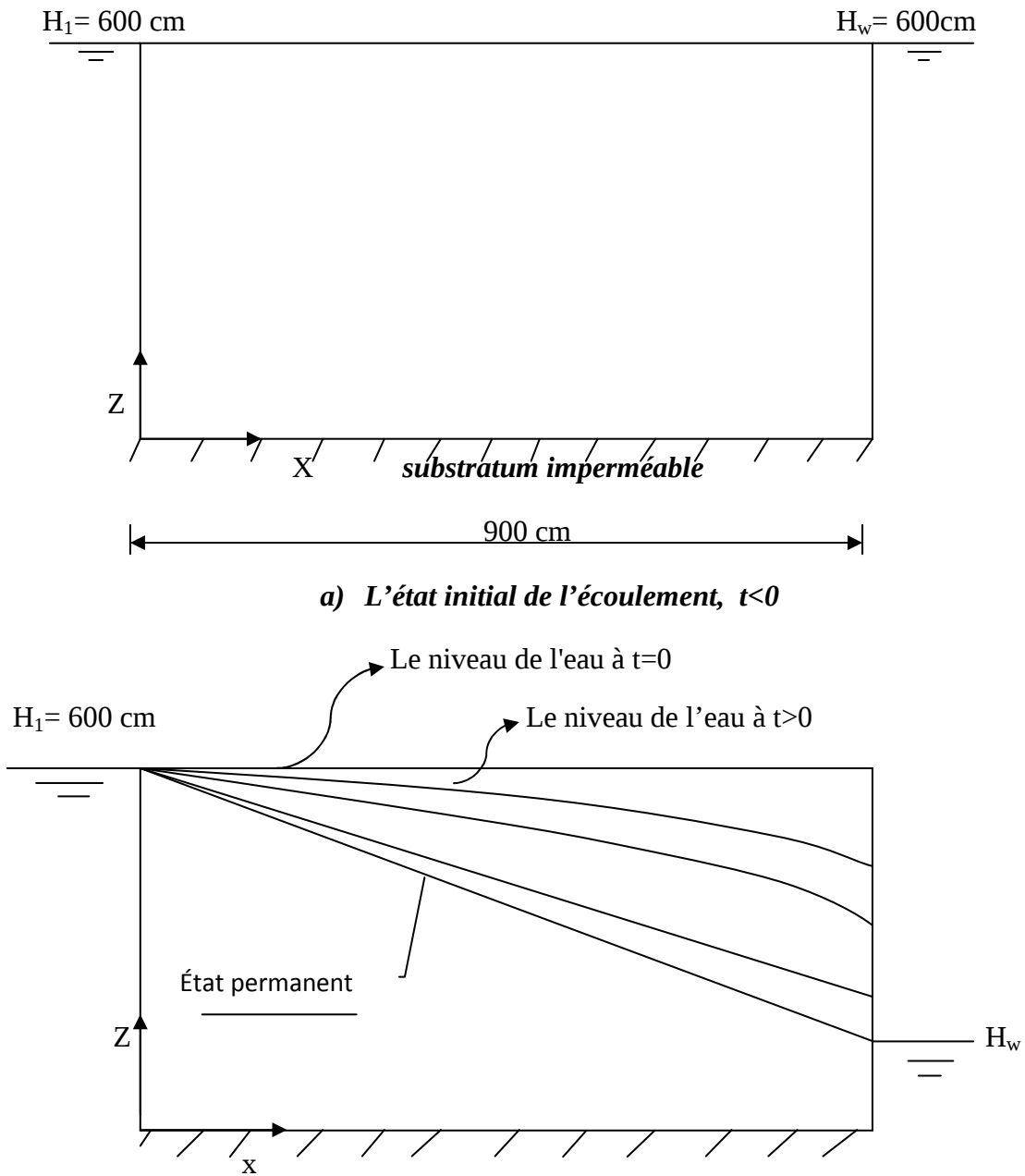
A $t > 0$, le niveau d'eau à l'aval du domaine est baissé à un certain niveau H_w tout en gardant le niveau d'eau à l'amont à la même hauteur initiale H_1 (voir les figure IV.1 et IV.2).

Pendant ce temps le domaine est donc soumis à un drainage par fossé et les positions des surfaces libres sont déterminées jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint.



a) Les positions de la surface libre jusqu'à le régime permanent est atteint, $t > 0$

Fig. IV.1: Le premier modèle d'écoulement.



b) Les positions de la surface libre jusqu'à le régime permanent est atteint $t > 0$,

Fig. IV.2: Le deuxième modèle d'écoulement.

Les propriétés géométriques des deux domaines d'écoulement et la variation du niveau d'eau H_w dans le fossé aval sont illustrées dans le tableau (IV.2).

Ces propriétés sont variées afin de déterminer leur influence sur la surface de suintement.

Tableau IV.2 : Les propriétés géométriques des deux modèles

Les modèles		H_1	H_w	L
Le 1^{er} modèle	Cas 1	60 cm	30 cm	350cm
	Cas 2	60 cm	15 cm	350cm
	Cas 3	60 cm	0 cm	350 cm
Le 2^{ème} modèle	Cas1	600 cm	300 cm	900 cm
	Cas2	600 cm	150 cm	900 cm
	Cas 3	600 cm	0 cm	900cm

La discrétisation des domaines d'écoulement par la méthode des différences finies est montrée dans les figures (IV.3 et IV.4) ; afin de permettre le bon déroulement du programme des mailles fictives sont rajoutées sur la périphérie des modèles.

Le programme fonctionne dans les directions x et z . Les espacements des mailles dans les directions x et z sont montrées dans le tableau (IV.3).

Tableau IV.3 : Discrétisation du domaine d'écoulement pour le 1^{er} et le 2^{ème} modèle

Les modèles	La direction x	La direction z
Le 1^{er} modèle	$\Delta x=25\text{cm}$	$\Delta z=50\text{ cm}$
	Avec 14 espacements de maille	Avec 12 espacements de mailles
Le 2^{ème} modèle	$\Delta x=50\text{ cm}$	$\Delta z=50\text{ cm}$
	Avec 18 espacements de maille	Avec 12 espacements de mailles

Le programme emploie une approximation explicite de différences finies pour la solution des équations avec un intervalle de temps $\Delta t=30\text{s}$.

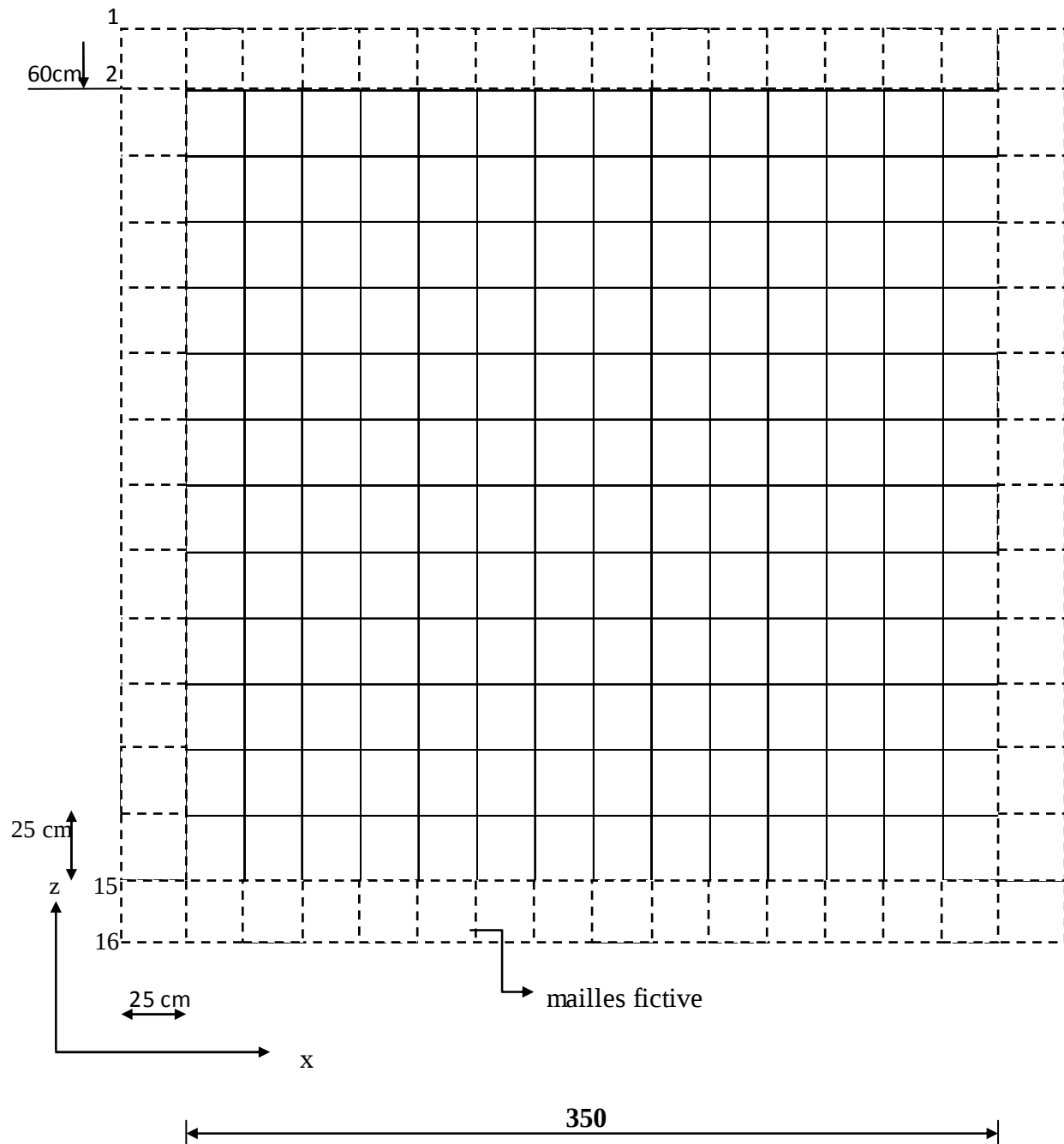


Fig. IV.3 : Discrétisation du domaine d'écoulement pour le 1^{er} modèle

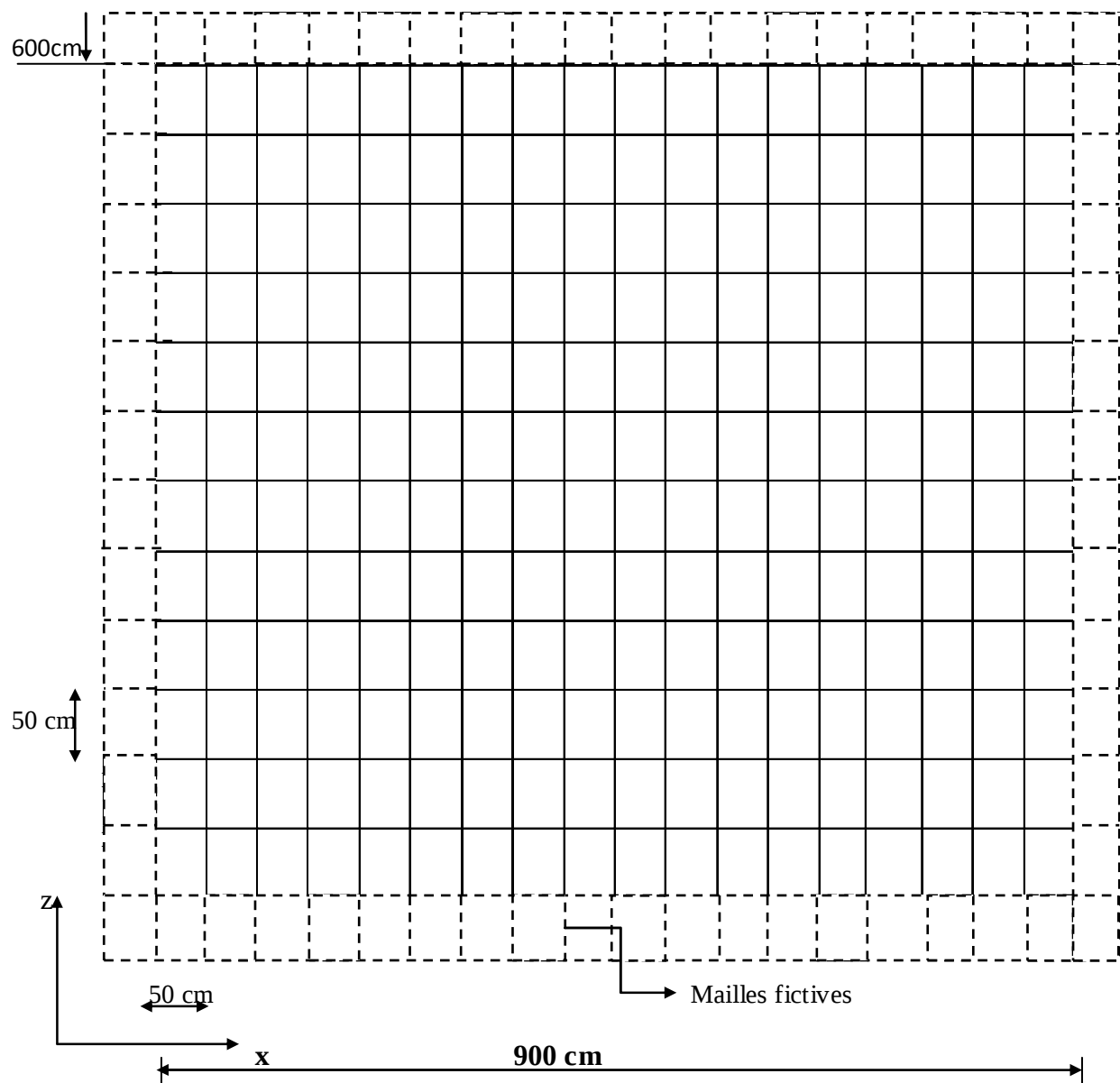


Fig. IV.4 : Discrétisation du domaine d'écoulement pour le 2^{ème} modèle

IV.4 L'évolution de la surface libre donnée par la méthode des différences finies (programme proposé)**IV.4.1 Le 1^{er} modèle**

Les figures (IV.5, IV.6 et IV.7) montrent la position de la surface libre à des temps allant de 1min à 106 min (état permanent) et à des valeurs de la hauteur d'eau dans le fossé variant de 30 cm, 15 cm et 0 cm (fossé vide) pour le premier modèle.

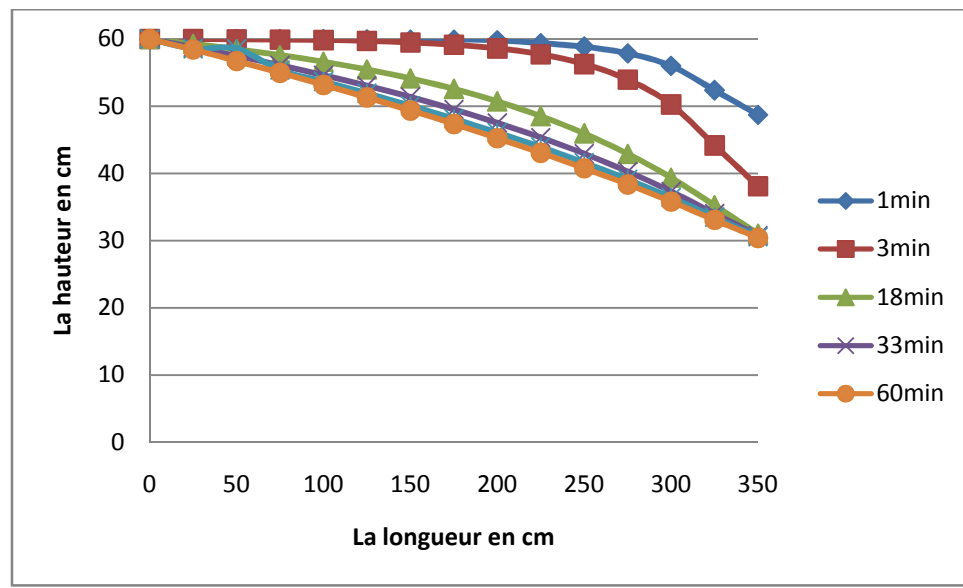
Cas 1 : $H_w = 30\text{cm}$ 

Fig. IV.5 : L'évolution de la surface libre en fonction de temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 0$

Cas 2 : $H_w = 15\text{cm}$

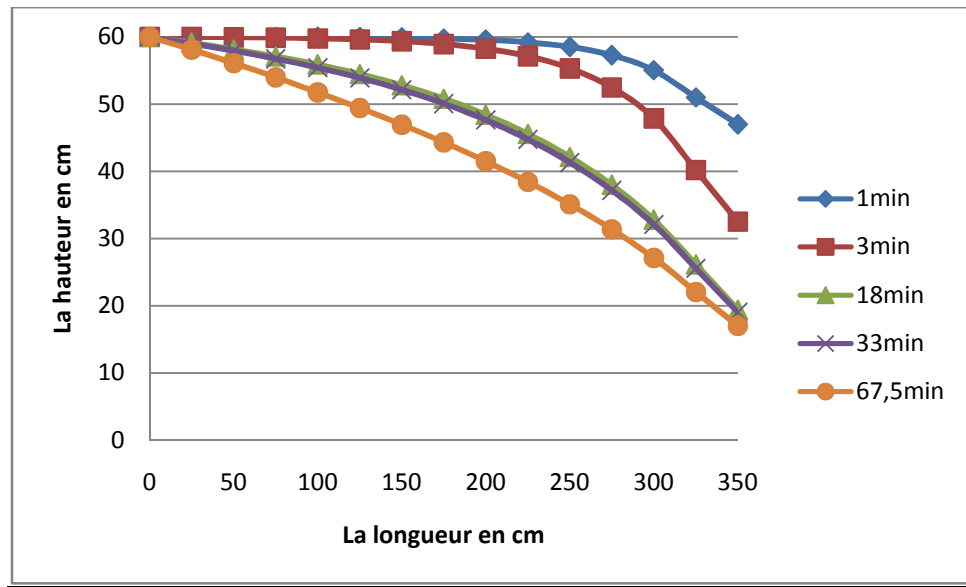


Fig. IV.6 : Evolution de la surface libre en fonction de temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 1\text{ cm}$

Cas 3 : $H_w = 0\text{cm}$ (fossé vide)

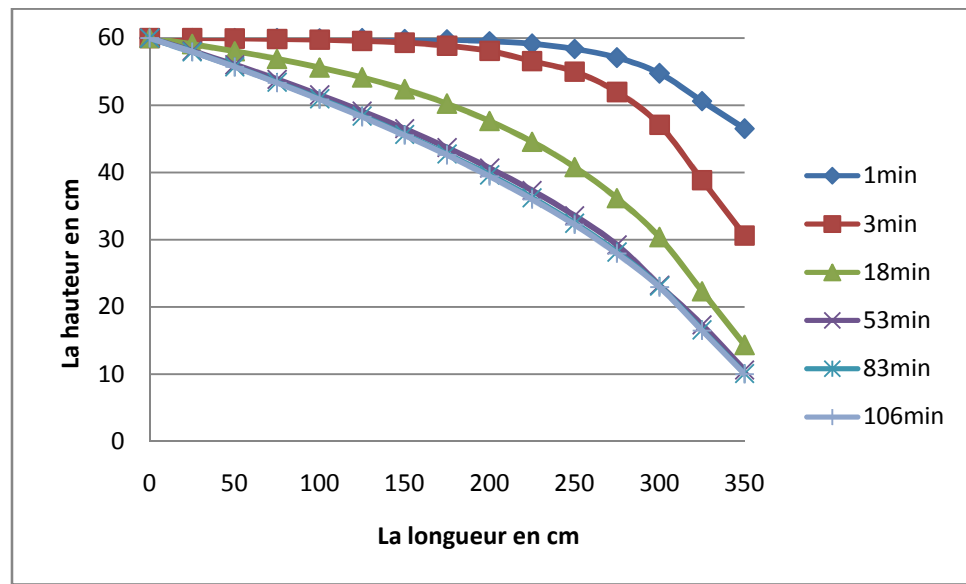


Fig. IV. 7 : Evolution de la surface libre en fonction de temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 10\text{cm}$

IV.4.2 Le 2^{ème} modèle

Les figures (IV.8, IV.9 et IV.10) montrent la position de la surface libre à des temps allant de 3min à 123 min (état permanent) et à des valeurs de la hauteur d'eau dans le fossé variant de $H_w = 300, 150\text{cm}$ et 0 cm (fossé vide) pour le deuxième modèle.

Cas 1 : $H_w = 300\text{cm}$

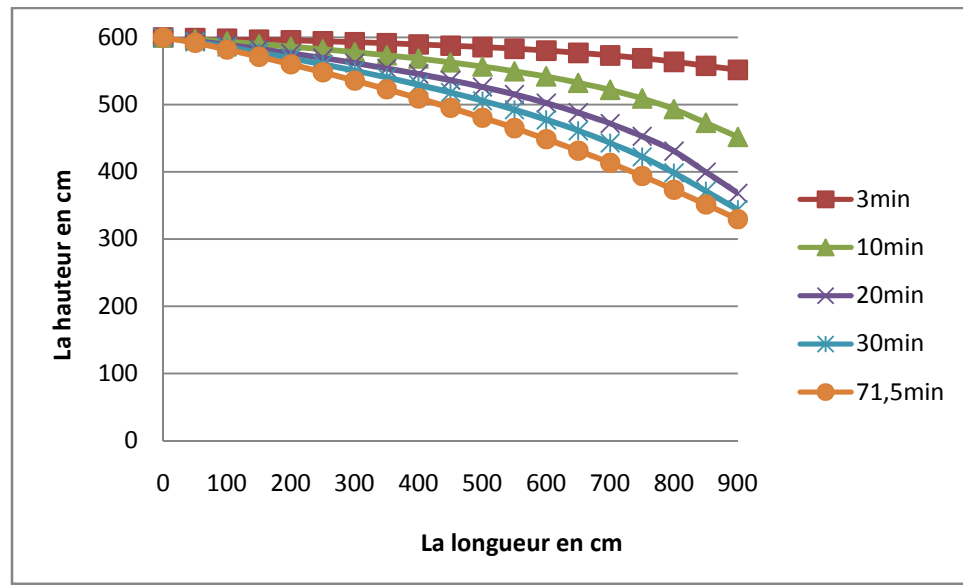


Fig. IV. 8 : Evolution de la surface libre en fonction de temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 30\text{ cm}$

Cas 2 : $H_w = 150\text{cm}$

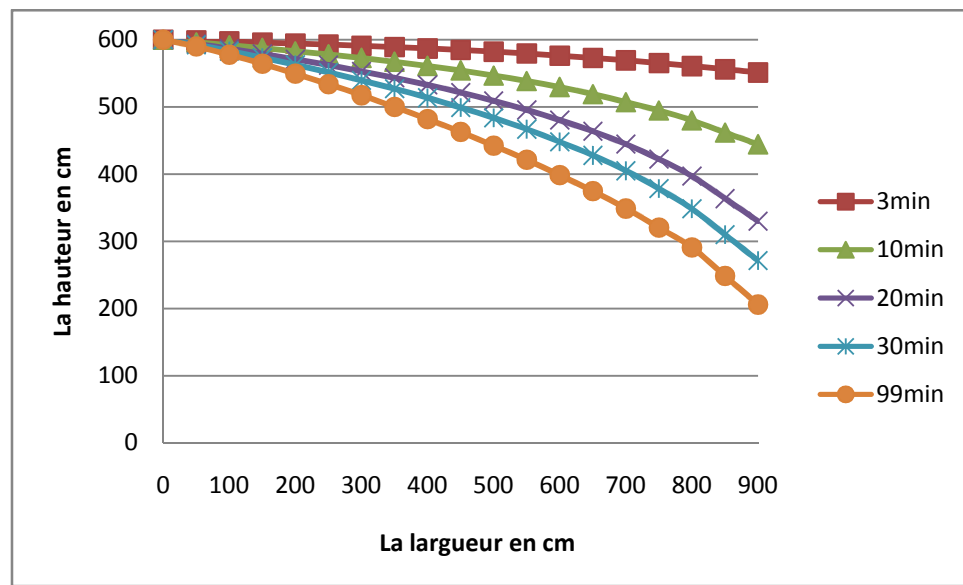
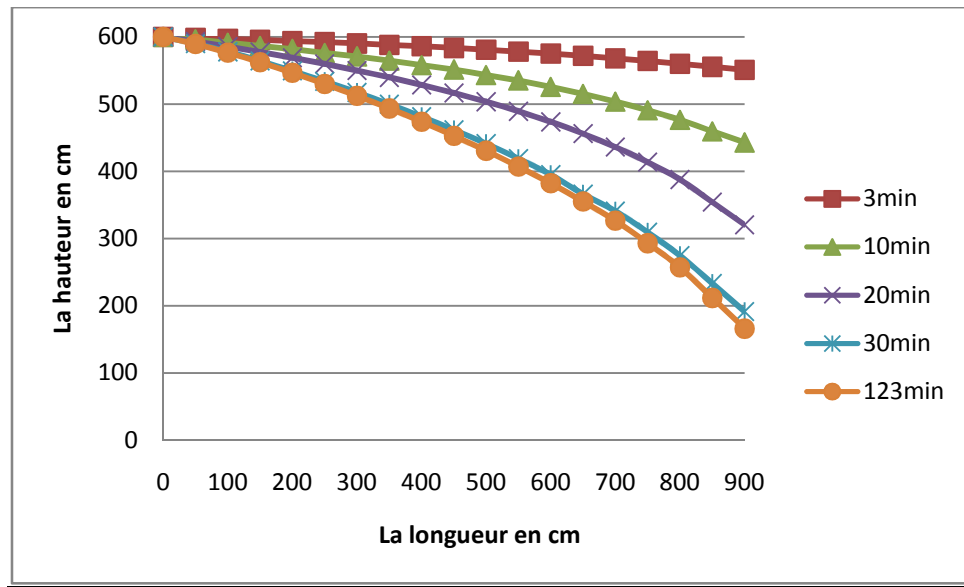


Fig. IV. 9 : Evolution de la surface libre en fonction de temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 55\text{ cm}$

Cas 3 : $H_w = 0\text{cm}$ (fossé vide)**Fig. IV. 10 : Evolution de la surface libre en fonction de temps**

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 165\text{cm}$

IV.5 Variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

Les figures (IV.11, IV.12 et IV.13) montrent la variation du volume d'eau drainée en fonction du temps.

On admet le temps en minute (min) et le volume en (cm^3) :

$$n = \frac{V_v}{V} \Rightarrow V_v = n.V$$

Avec :

$$n = 36\%$$

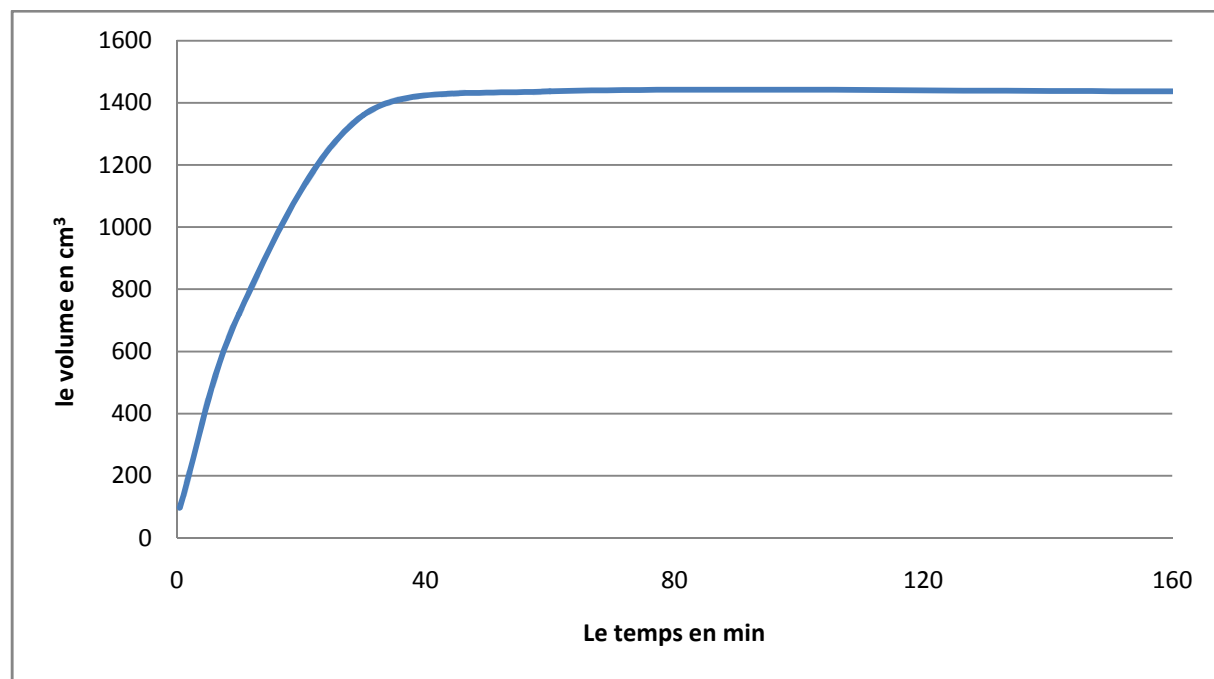
IV.5.1 Dans le 1^{er} modèle**Cas 1**

Fig. IV. 11 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

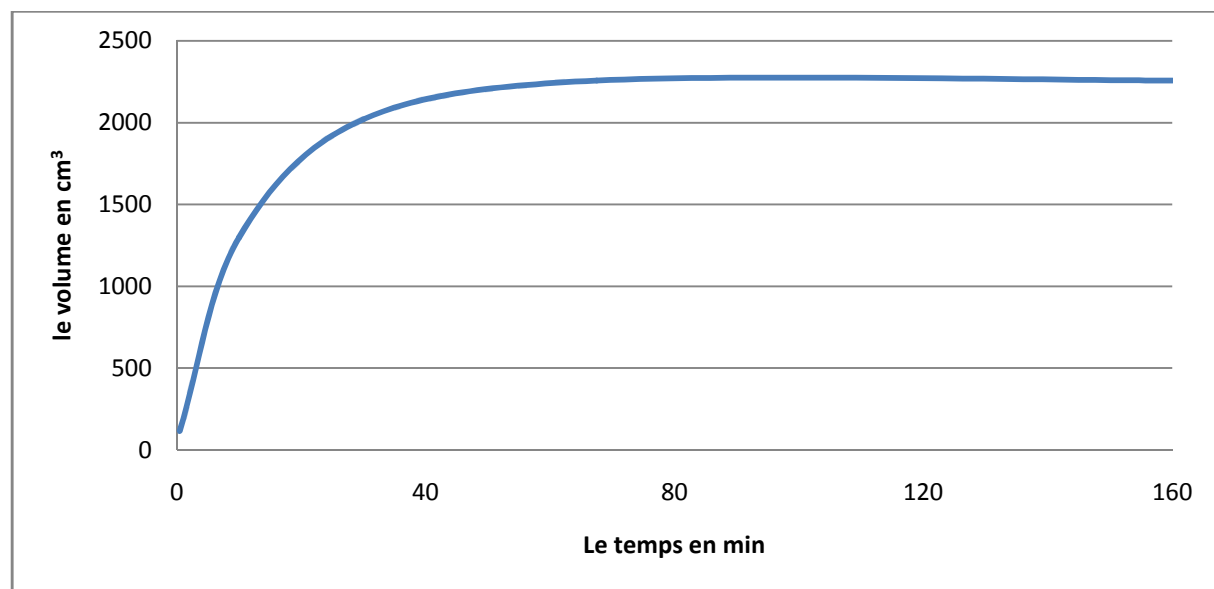
Cas 2

Fig. IV. 12 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

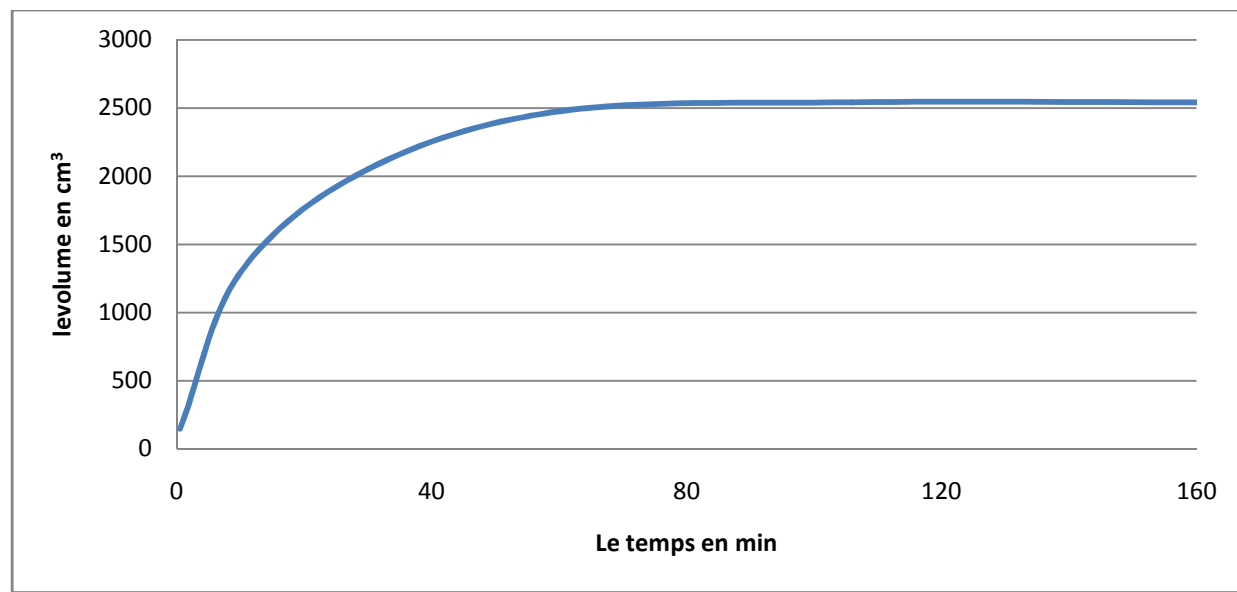
Cas 3

Fig. IV. 13 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

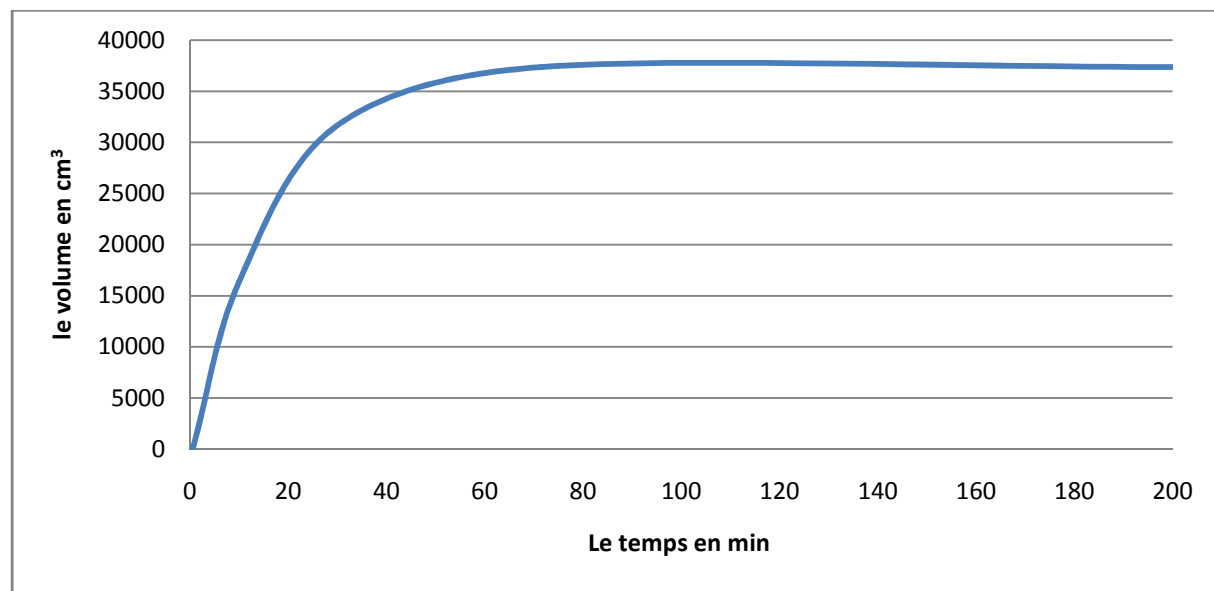
IV.5.2 Dans 2^{ème} modèle**Cas 1**

Fig. IV. 14 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

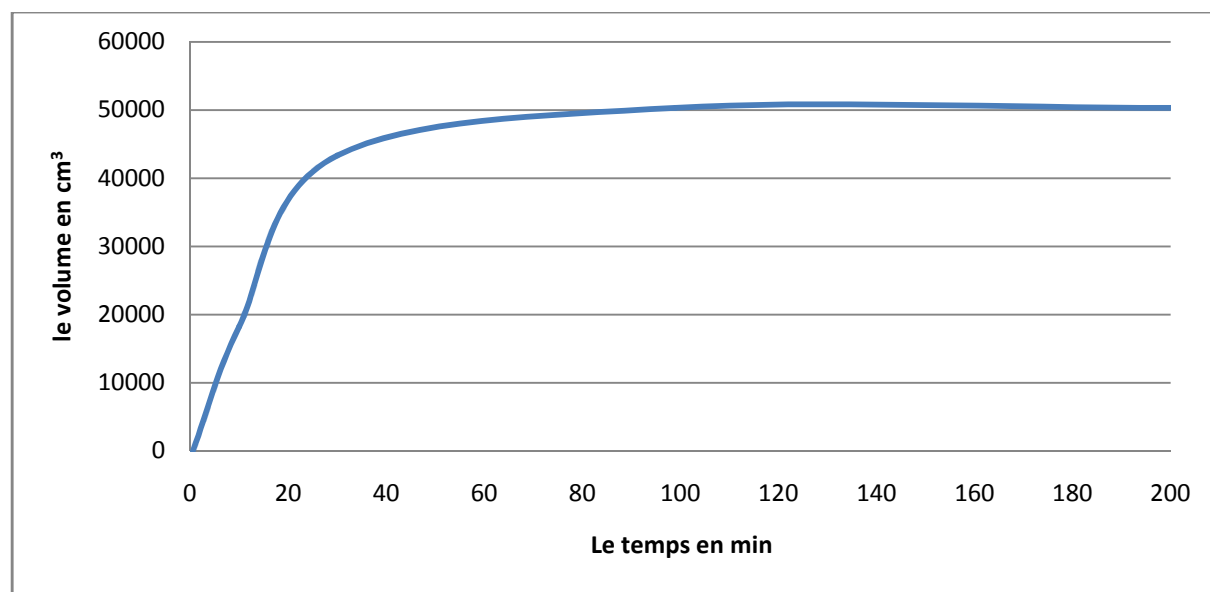
Cas 2

Fig. IV. 15 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

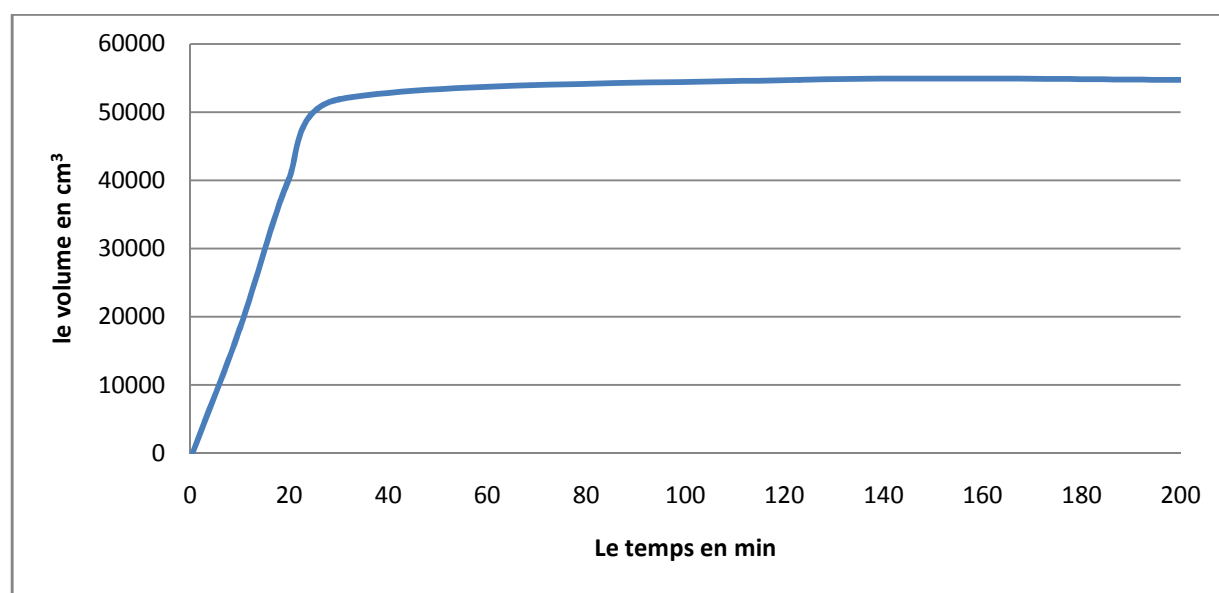
Cas 3

Fig. IV. 16 : La variation du volume d'eau drainée en fonction du temps

IV.6 Interprétation

D'après les figures (IV.5, IV.6 et IV.7) dans le 1^{er} modèle et les figures (IV.8, IV.9 et IV.10) dans le 2^{ème} modèle les surfaces de suintement sont totalement différentes. Lorsque le niveau d'eau (H_w) diminue dans le fossé aval la surface de suintement est rabattue, cette dernière atteint une valeur maximale lorsque le fossé aval est vide ($H_w = 0$) ;

L'influence des caractéristiques géométriques des domaines d'écoulement sur la surface de suintement est très remarquable lorsque les propriétés géométriques (le première domaine d'écoulement) est petite, la surface de suintement à la moitié est nul par contre lorsque on augmente les propriétés géométriques (le deuxième domaine d'écoulement) la surface de suintement à la moitié ne sera plus nul est égale à 30cm, et lorsque on vidé le fossé de drainage la surface de suintement existe dans les deux domaine d'écoulement mais la surface de suintement dans le grand domaine d'écoulement est plus important (égale à 165cm) que dans le petit domaine d'écoulement (égale à 10cm).

La variation du volume d'eau drainée augmente jusqu'à atteindre la valeur numérique de l'écoulement en régime permanent, donné par les figure (IV.11, 12.IV.13, IV.14, IV.15, IV.16).

Les figures (IV.17 et IV.18) montrent la variation de la surface de suintement en fonction du niveau d'eau dans (H_w) dans le fossé aval.

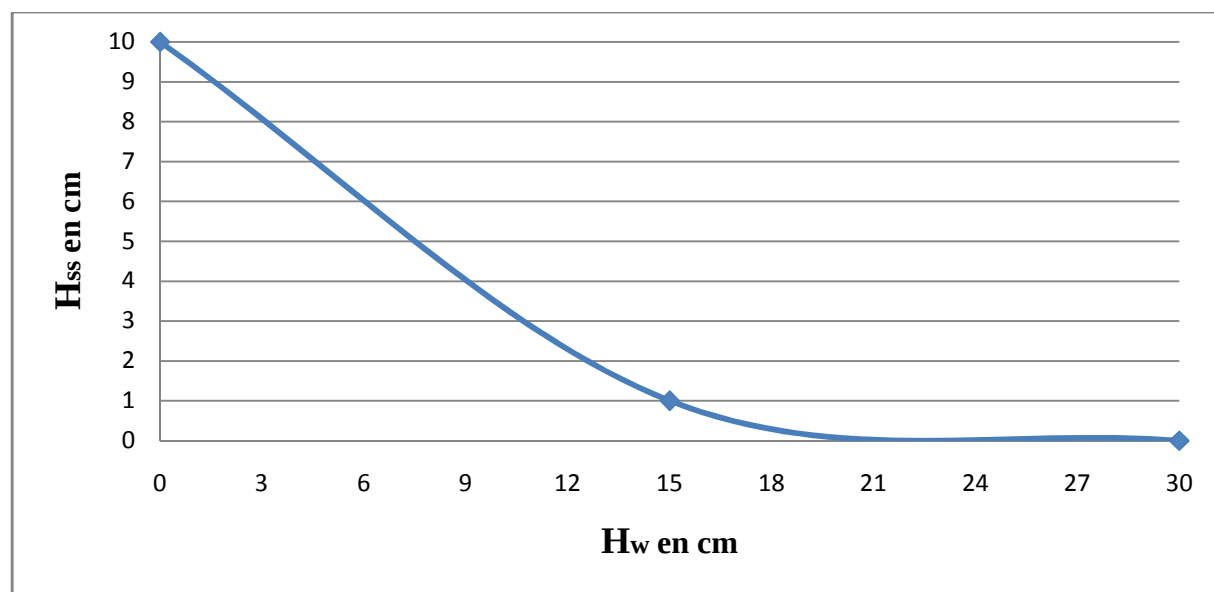
Dans le 1^{er} modèle

Fig. IV.17 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w .

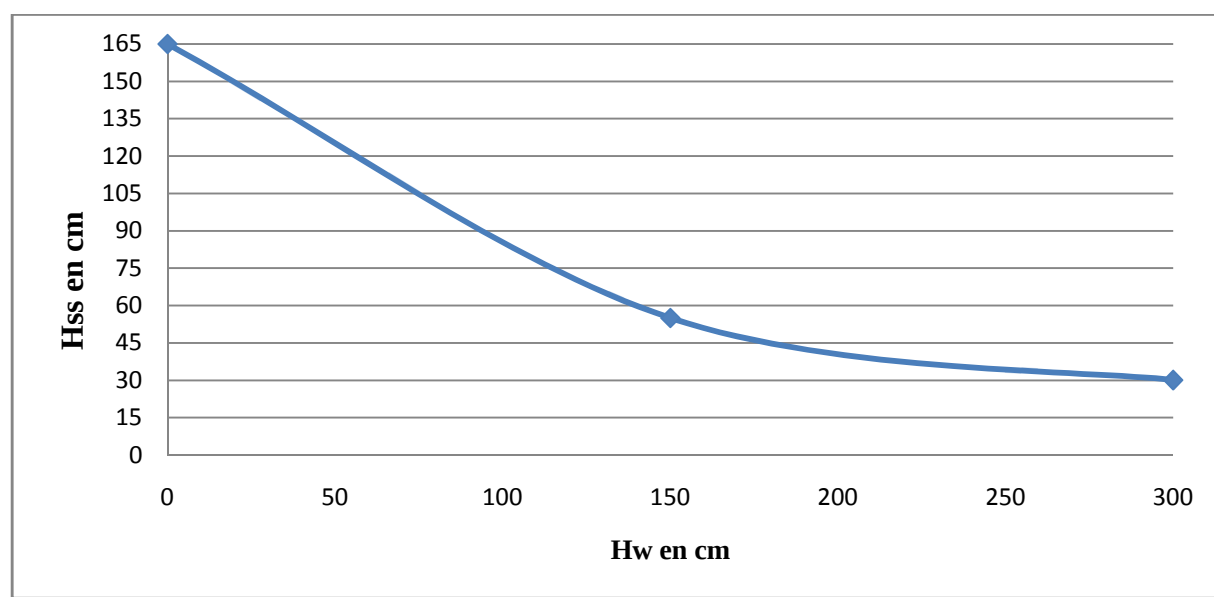
Dans le 2^{ème} modèle

Fig. IV.18 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w .

IV.7 L'évolution de la surface libre par le logiciel Plaxis***IV.7.1 Introduction***

Le logiciel Plaxis est un code de calcul basé sur la méthode des éléments finis, et comporte des lois préinstallées pour la description des comportements d'un certain nombre de matériaux. Dans sa version originale, le code de calcul par éléments finis PLAXIS traite la stabilité des digues en terre et dans sa version actuelle, il permet de traiter différents types de problèmes géotechniques (fondations, tunnels, ouvrages de soutènement, etc.). Le programme utilise une interface graphique permettant aux utilisateurs de générer rapidement un modèle géométrique et un maillage d'éléments finis basés sur la coupe verticale de l'ouvrage à étudier. Les utilisateurs sont supposés être capables de travailler dans un environnement Windows.

L'interface d'utilisation de PLAXIS se compose de quatre sous-programmes (input, calculations, output et curves).

IV.7.2 Le code éléments finis Plaxis

Conçu par des géotechniciens numériques, le code éléments finis Plaxis représente certainement un optimum actuel sur les plans scientifique et pratique en l'analyse pseudo-statique 2D. Scientifiquement, c'est un outil d'analyse non linéaire en élasto-plasticité non standard (5 paramètres), avec prise en compte des pressions interstitielles (et même consolidation linéaire), doté de méthodes de résolution et d'algorithmes robustes, éprouvés, ainsi que de procédures de choix automatique évitant des choix délicats à l'opérateur peu averti. Bien que très fiable sur le plan numérique, le code fait appel à des éléments de haute précision (triangles à 15 nœuds), ainsi qu'à des processus de pilotage de résolution récents (méthode de longueur d'arc). Du point de vue pratique, le système de menus arborescents à l'écran rend l'utilisation souple et agréable, car l'opérateur ne s'encombre pas l'esprit outre mesure. Le recours aux manuels devenant rare, ceux-ci sont de volumes réduits, faciles à consulter. L'ensemble des options par défaut (condition aux limites) rend la mise en données aisée et rapide. Enfin, les options simplifiées (initiation des contraintes, pressions interstitielles) permettent d'aller droit au but (prévoir le comportement d'un ouvrage), quitte à réaliser ultérieurement, avec le même code et les mêmes données, un calcul affiné

IV.7.3 Options par défaut et solutions approchées

Les pressions interstitielles ont été l'objet d'un soin particulier dans Plaxis : Pour qui souhaite faire un calcul précis du champ de pressions interstitielles en régimes permanent ou transitoire, c'est possible grâce au module d'écoulements en milieu poreux. Mais bien sûr, cette opération demande du temps (d'opérateur et de machine). Si la nappe phréatique n'est pas trop éloignée de l'horizontale, dans ses états initial et final, on sait que la pression diffère peu de la pression hydrostatique ; si l'on adopte ce champ de pression approchée, les calculs deviennent très simples puisqu'il s'agit seulement de manier les

variations de la poussée d'Archimède ; Plaxis offre cette possibilité qui est souvent très appréciable.

Un calcul par élément finis fournit une masse imposante de résultats : Des résultats directement utiles au projeteur : déplacements, contraintes, pressions interstitielles à un stade donné du chargement, et des résultats plus mathématiques concernant le déroulement du processus de calcul proprement dit. L'ensemble de ces résultats est accessible, selon que l'on est intéressé par l'un ou l'autre aspect ; c'est également un système de menu arborescent qui permet de sélectionner les informations souhaitées.

IV.7.4.1 Le 1^{er} modèle

Les schémas (IV.19, IV.20 et IV.21) montrent la position de la surface libre à des temps allant de 1 min à 143 min (état permanent) et à des valeurs de la hauteur d'eau dans le fossé variant de $H_w=300,150$ cm et 0 cm (le fossé vide) pour le premier modèle.

Cas 1 : $H_w=30$ cm

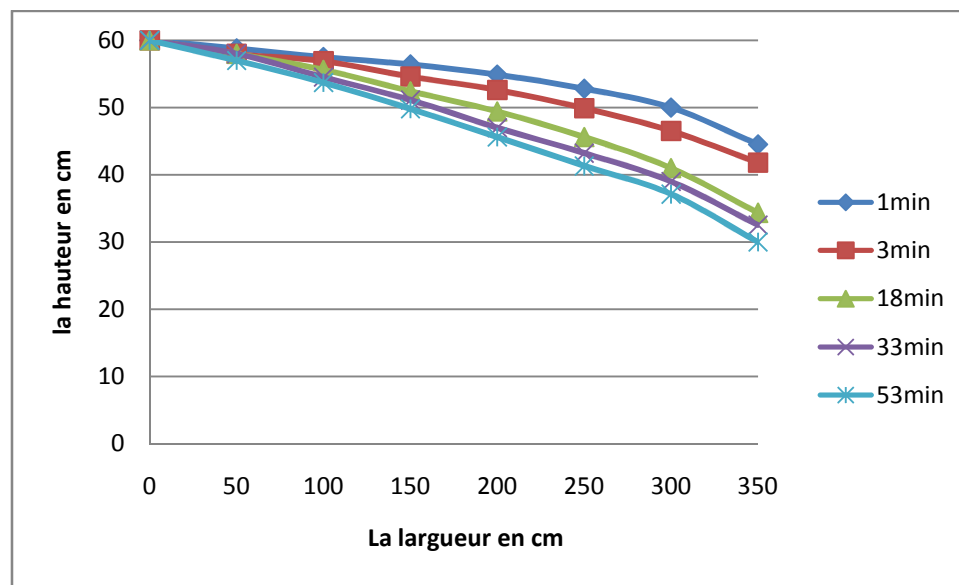


Fig. IV.19 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss}=0$

Cas 2 : $H_w = 15 \text{ cm}$

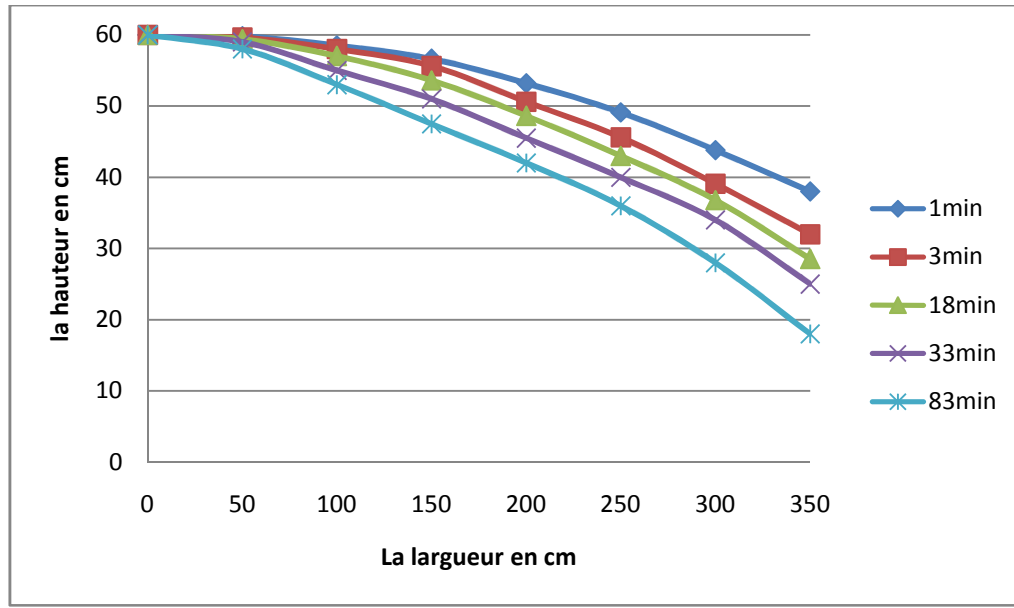


Fig. IV.20 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 3 \text{ cm}$

Cas 3 : $H_w = 0 \text{ cm}$ (fossé vide)

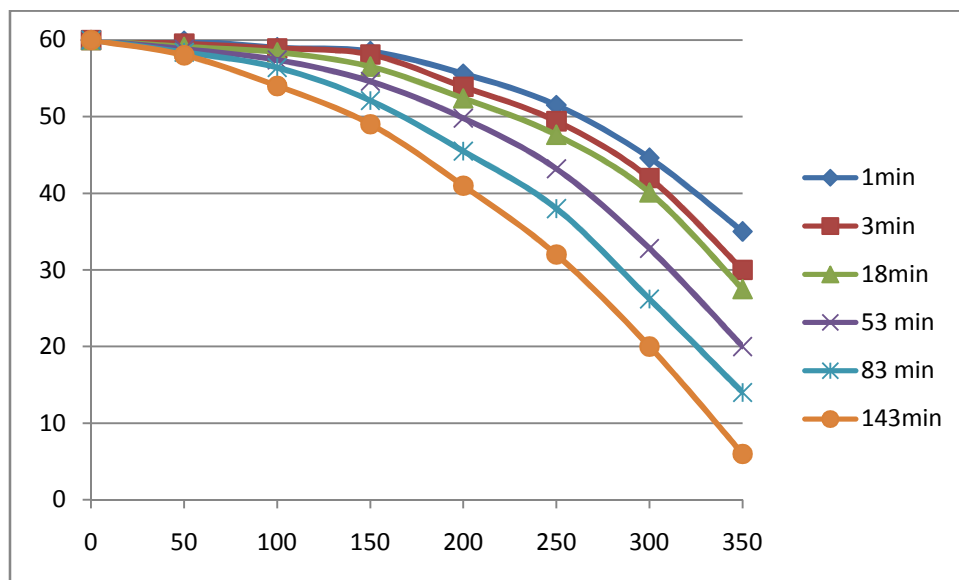


Fig. IV.21 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 6 \text{ cm}$

Les schémas (IV.22, IV.23 et IV.24) montrent la position de la surface libre à des temps allant de 3 min à 1797 min (état permanent) et à des valeurs de la hauteur d'eau dans le fossé variant de $H_w=300,150$ cm et 0 cm (le fossé vide) pour le deuxième modèle.

IV.7.4.2 Le 2^{ème} modèle

Cas 1 : $H_w=300$ cm

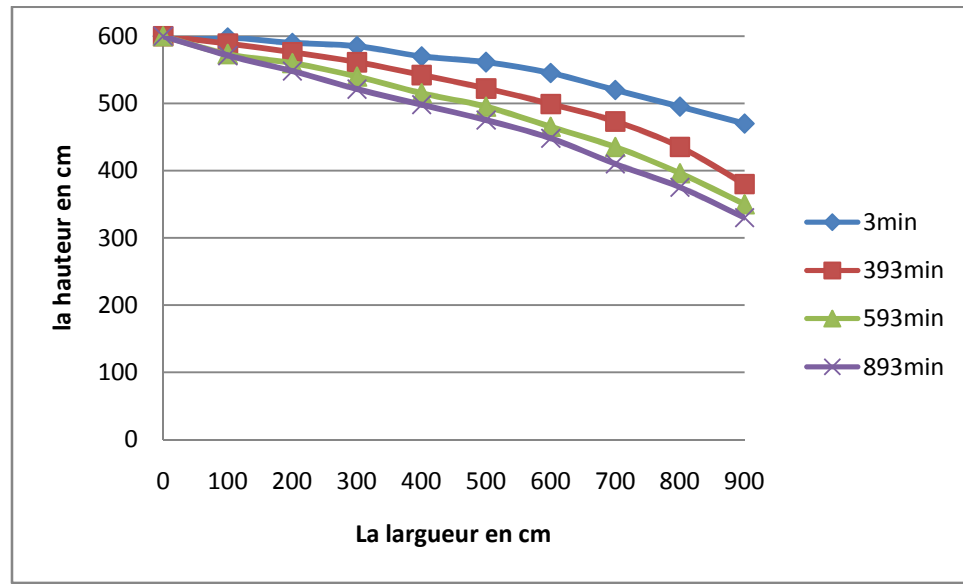


Fig. IV.22 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss}= 30$ cm

Cas 2 : $H_w=150$ cm

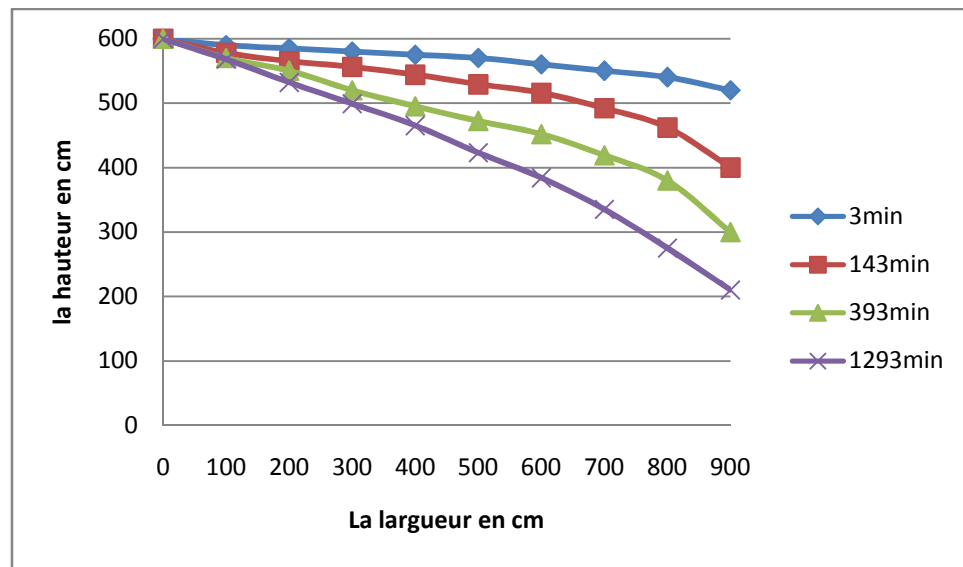
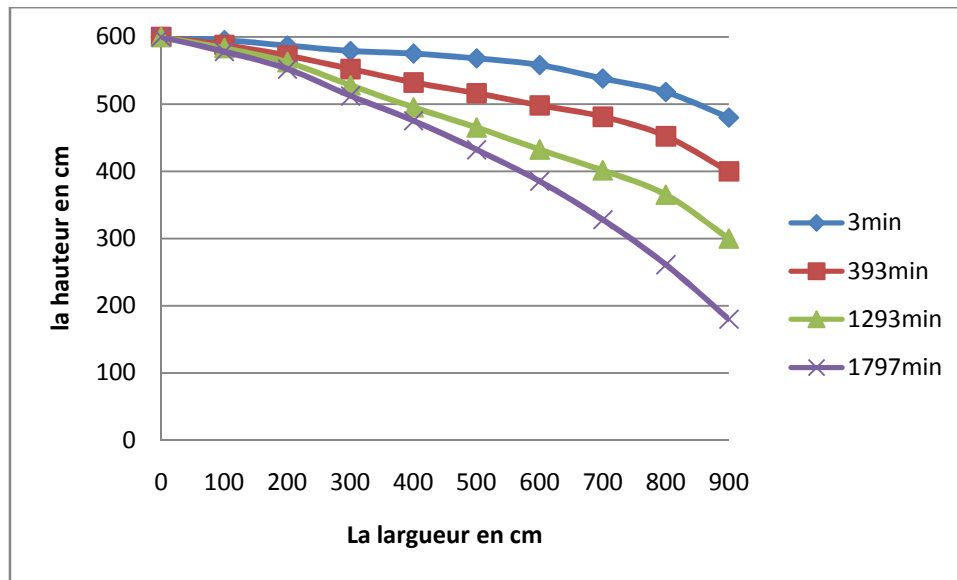


Fig. IV.23 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

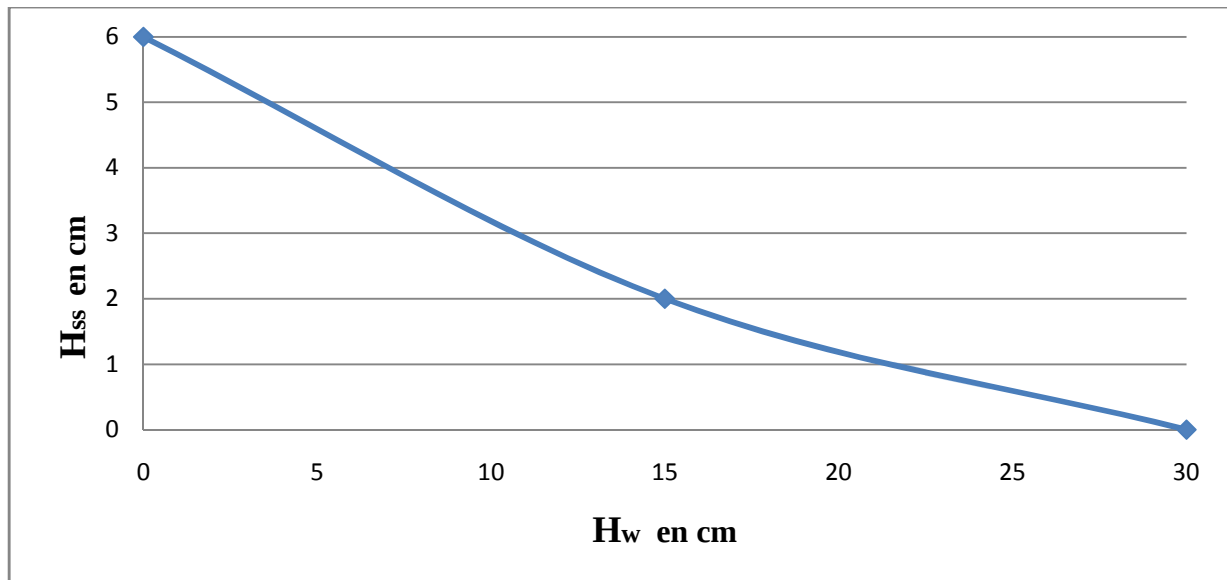
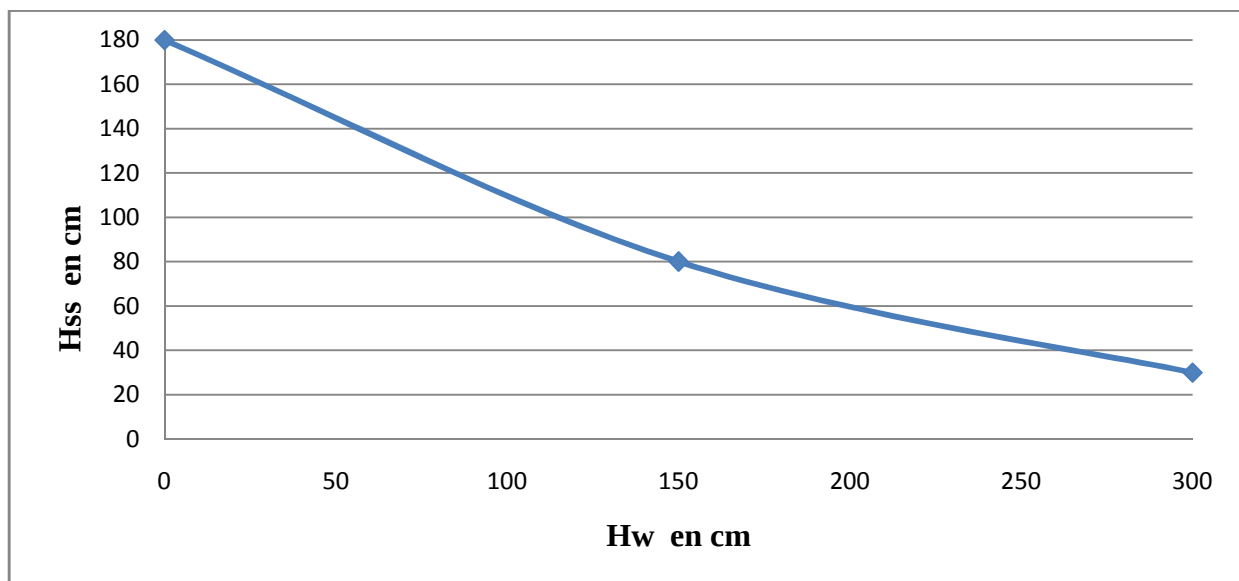
La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss}= 60$ cm

Cas 3 : $H_w = 0$ cm (fossé vide)**Fig. IV.24 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps**

La surface de suintement une fois que le régime permanent est atteint est : $H_{ss} = 180$ cm

IV.7.5 Interprétation

D'après les figures (IV.19, IV.20 et IV.21) dans le 1^{er} modèle et les figures (IV.22, IV.23 et IV.24) dans le 2^{ème} modèle, les surfaces des suintements sont totalement différentes. Comme cela été dit dans la méthode des différences finies lorsque le niveau d'eau augmente dans le fossé aval, la surface de suintement est rabattue, cette dernière atteint une valeur maximale lorsque le fossé aval est vide. Les figures (IV.25 et IV.26) montrent la variation de la surface de suintement en fonction de H_w .

Dans le 1^{er} modèle**Fig. IV.25 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w** **Dans le 2^{ème} modèle****Fig. IV.26 : La variation de la surface de suintement en fonction de H_w**

IV.8 Comparaison des résultats

Comparaison de la position de la surface libre donnée par la méthode de différences finies et le logiciel Plaxis à l'état transitoire.

- Ligne continue : présente la solution donnée par la méthode différences finies.
- Ligne discontinue : présente la solution donnée par le logiciel Plaxis.

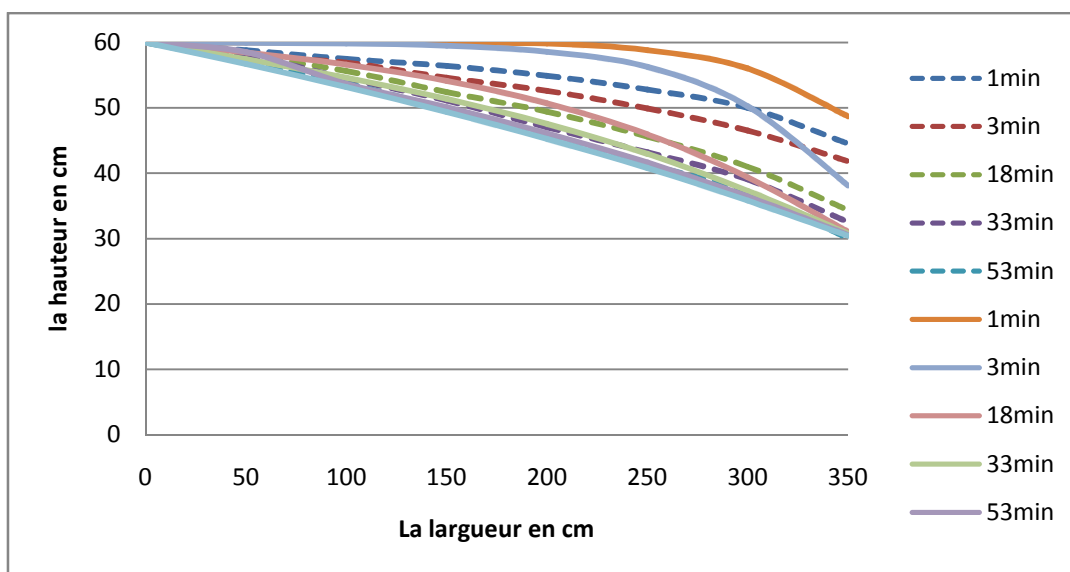
IV.8.1 Le 1^{er} modèle**Cas 1**

Fig. IV.27 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

Cas 2

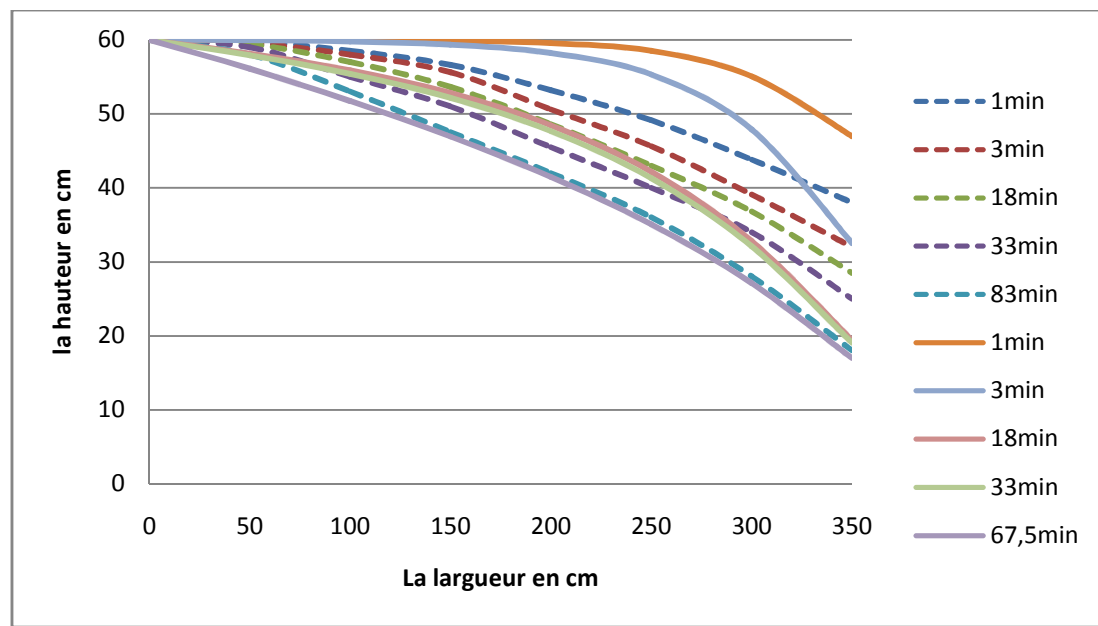


Fig. IV.28 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

Cas 3

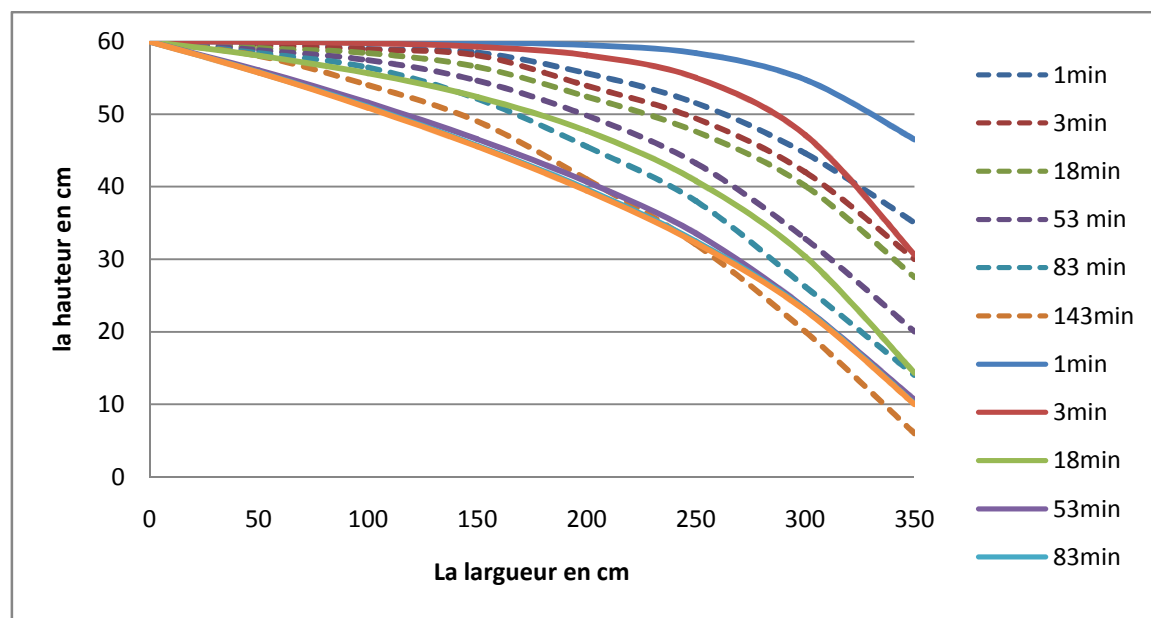


Fig. IV.29: L'évolution de la surface libre en fonction du temps

IV.8.2 .Le 2^{ème} modèle

Cas1

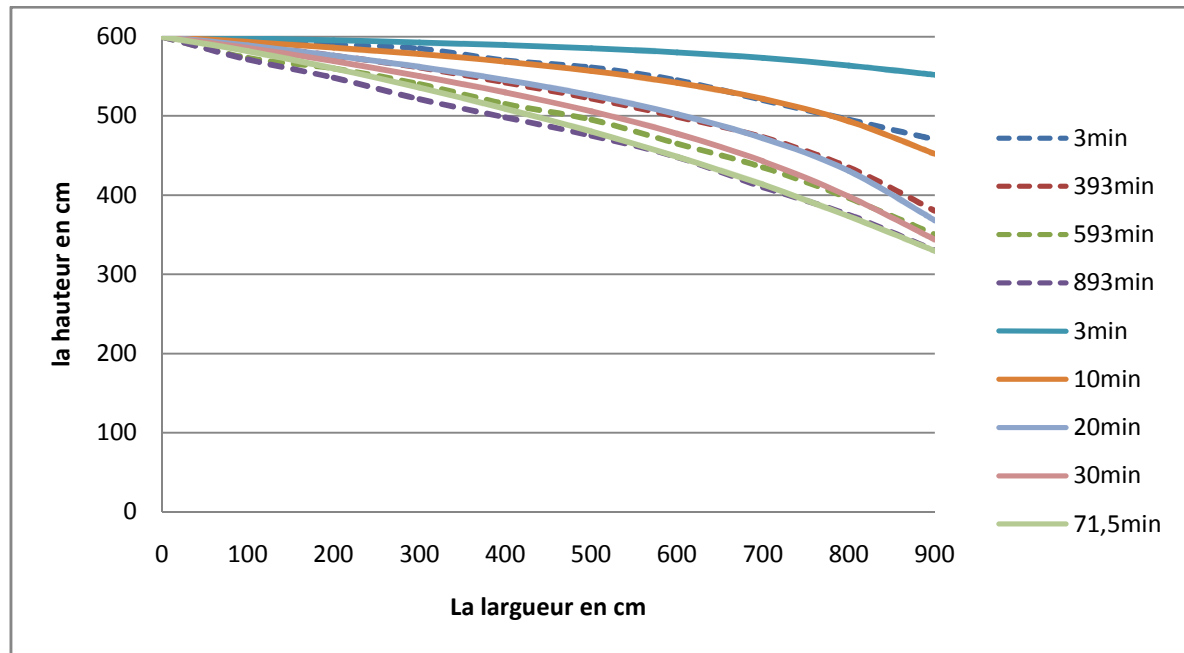


Fig. IV.30: L'évolution de la surface libre en fonction du temps

Cas2

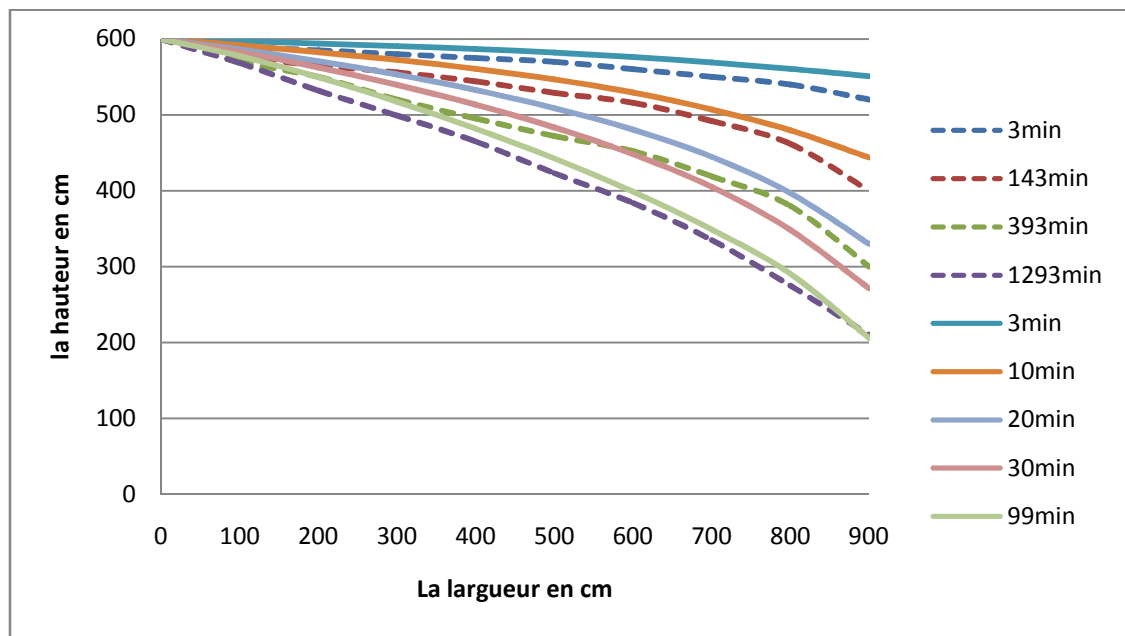


Fig. IV.31 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

Cas3

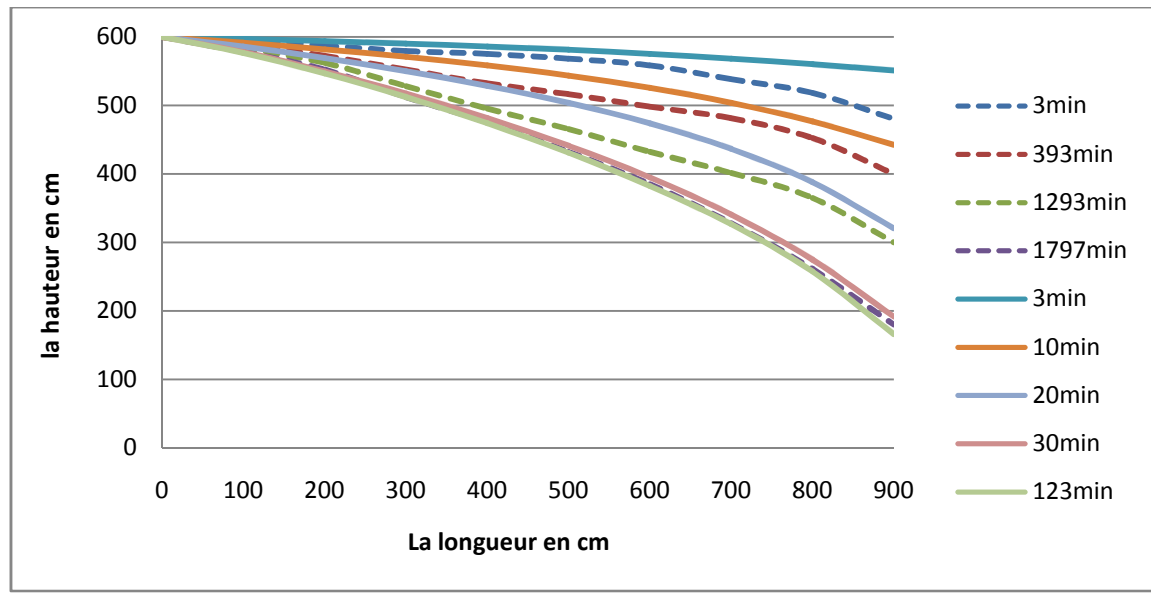


Fig. IV.32 : L'évolution de la surface libre en fonction du temps

Les temps de stabilisation de l'évolution de la surface libre n'est pas constant d'un modèle à l'autre et d'une méthode à l'autre (voir le tableau IV.6)

IV4 : Les temps de stabilisation de l'évolution de la surface libre

	<i>1^{er} modèle :</i>			<i>2^{eme} modèles</i>		
	<i>Cas 1</i>	<i>Cas 2</i>	<i>Cas 3</i>	<i>Cas 1</i>	<i>Cas 2</i>	<i>Cas 3</i>
<i>Méthode de Différences finies</i>	<i>60 min</i>	<i>67.5min</i>	<i>106min</i>	<i>67.5min</i>	<i>99min</i>	<i>123min</i>
<i>Plaxis</i>	<i>53min</i>	<i>83min</i>	<i>143min</i>	<i>893min</i>	<i>1293min</i>	<i>1797min</i>

IV.9 Comparaison et interprétation des résultats à l'état permanent

Dans cette partie de la modélisation nous comparons les résultats obtenus par la méthode des différences finie et le logiciel Plaxis à l'état permanent avec les différents résultats obtenus par d'autres chercheurs à l'aide des différentes méthodes analytiques.

IV.10 Application de la solution de Kozeny (1931, cité par Youngs, 1990)

En faisant l'hypothèse de DF, le débit transitant à travers le système peut être estimé par la relation connue sous le nom de « formule de Dupuit », et est égal à :

$$q = k \frac{(H_1^2 - H_w^2)}{2L} [L^2.T^{-1}]$$

Dans le cadre des hypothèses de DF, la position de la surface libre de la nappe est donnée par la relation suivante :

$$H_{DF}(x) = H_1 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{H_w^2}{H_1^2}\right) \cdot \frac{x}{L}}$$

Cette relation ne donne que la surface libre lorsque le régime permanent est atteint.

IV.10.1 Exposé du problème

Les figures (IV.1 et IV.2) montrent deux modèles bidimensionnels d'écoulement du milieu considéré dans le travail actuel pour l'analyse du problème d'écoulement saturé à surface libre. Le milieu est homogène et isotrope.

Le domaine d'écoulement à un substratum imperméable. L'écoulement dans la direction y peut être négligé.

Initialement, le milieu est complètement saturé et le niveau d'eau arrive jusqu'à la surface supérieure du sol.

Juste après le temps initial, le niveau d'eau à l'aval du milieu poreux est abaissé à des niveaux selon les cas (voir le tableau IV.5).

Maintenant, le but de ce travail est d'observer le rabattement et l'évolution des surfaces libres.

Tableau IV.5 : Les caractéristiques géométriques des modèles

Les modèles		H ₁	H _w	L
Le 1 ^{er} modèle	Cas 1	60 cm	30 cm	350
	Cas 2	60 cm	15 cm	350
	Cas 3	60 cm	0 cm	350 cm
Le 2 ^{ème} modèle	Cas1	600 cm	300 cm	900 cm
	Cas2	600 cm	150 cm	900 cm
	Cas 3	600 cm	0 cm	900 cm

IV.10.2 Affectation des propriétés du sol

Les deux modèles sont homogènes et isotrope. Ils possèdent les caractéristiques suivantes :

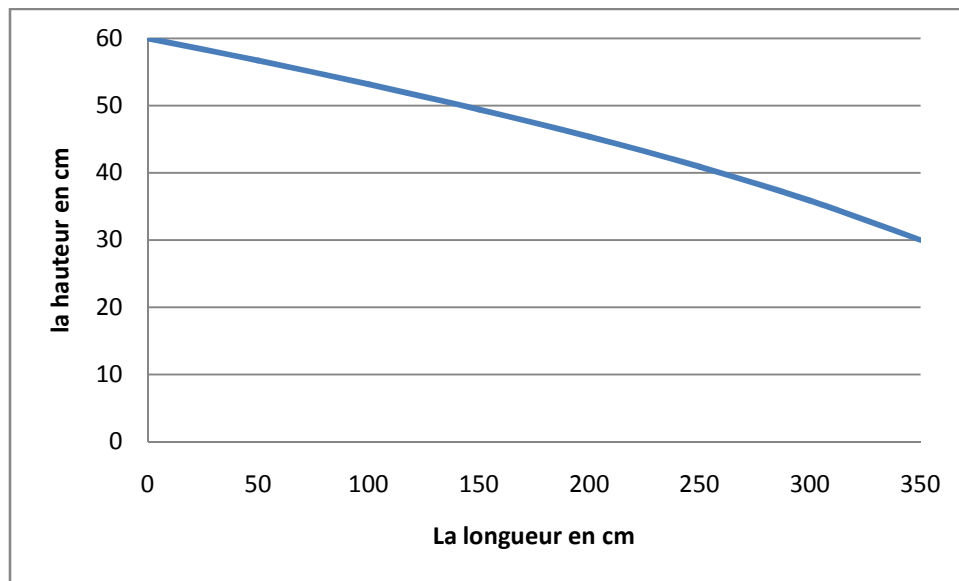
Tableau IV.6 : Les caractéristiques mécaniques des modèles

L'emmagasinement spécifique S _s cm ⁻¹	Porosité(n)	La densité sèche de sol g/cm ³	Perméabilité saturé k _s (cm/s)
0.00015	36.5%	1.64	0.1

IV.10.3 Calcule l'évolution de la surface libre par la méthode de Kozeny**IV.10.3.1 Le première modèle****Cas 1 : à $L=350$ cm, $X=L$**

$$H_{DF} = 60 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{30^2}{60^2} \right) \frac{350}{350} \right]} = 30 \text{ cm}$$

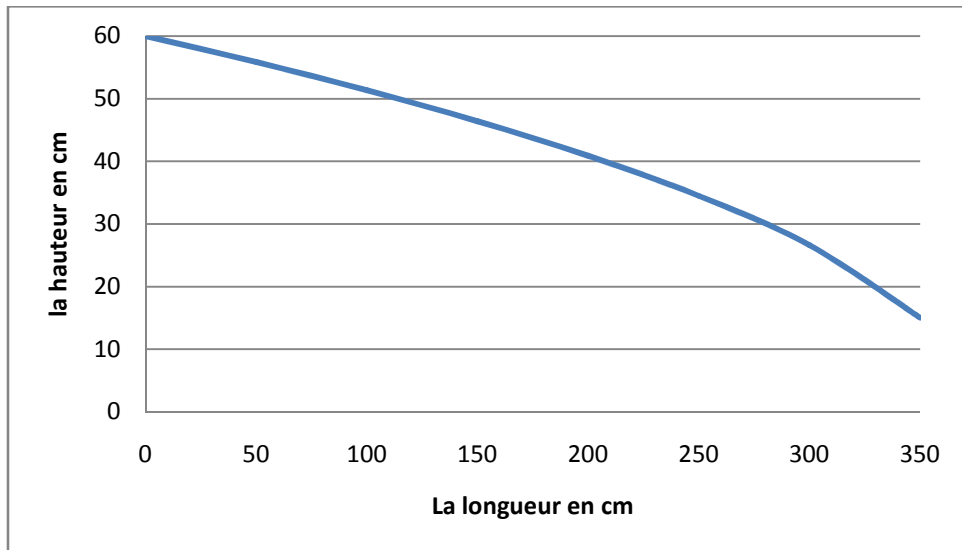
$$H_{ss}=0$$

**Fig. IV.33: L'évolution de la surface libre**

Cas 2 : à $L=350\text{cm}$, $X=L$

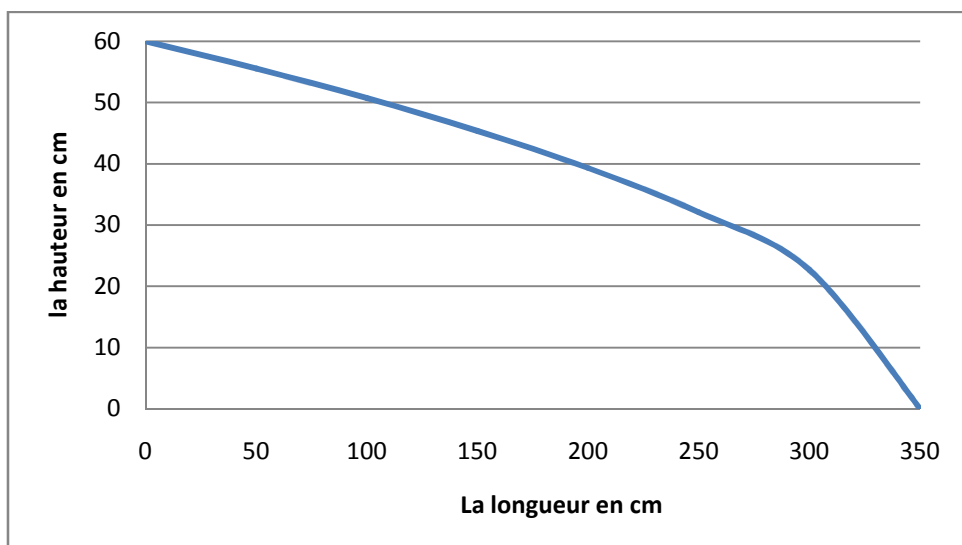
$$H_w = 60 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{15^2}{60^2} \right) \frac{350}{350} \right]} = 15\text{cm}$$

$$H_{ss} = 0$$

**Fig. IV.34: L'évolution de la surface libre****Cas 3 : à $L= 350\text{ cm}$, $L=x$**

$$H_{DF} = 60 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{0}{60^2} \right) \frac{350}{350} \right]} = 0\text{cm}$$

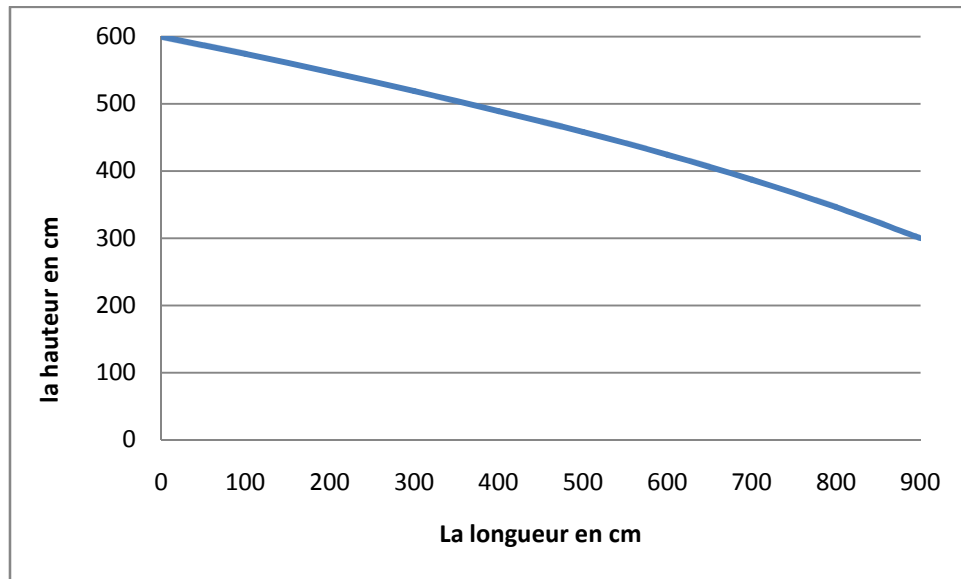
$$H_{ss} = 0$$

**Fig. IV.35 : L'évolution de la surface libre**

IV.10.3.2 Le deuxième modèle**Cas 1 : à $L=900$ cm, $X=L$**

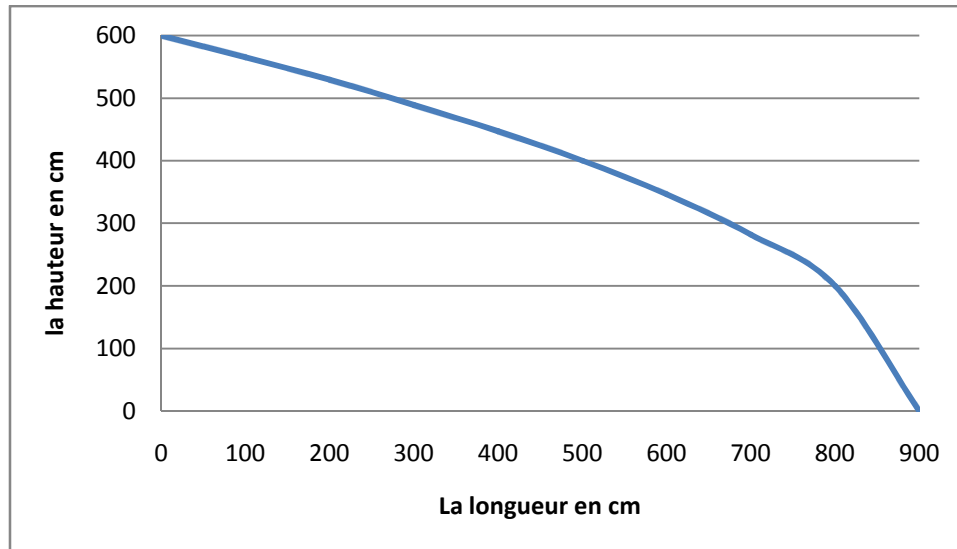
$$H_{DF} = 600 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{300^2}{600^2} \right) \frac{900}{900} \right]} = 300 \text{ cm}$$

$$H_{ss} = 0$$

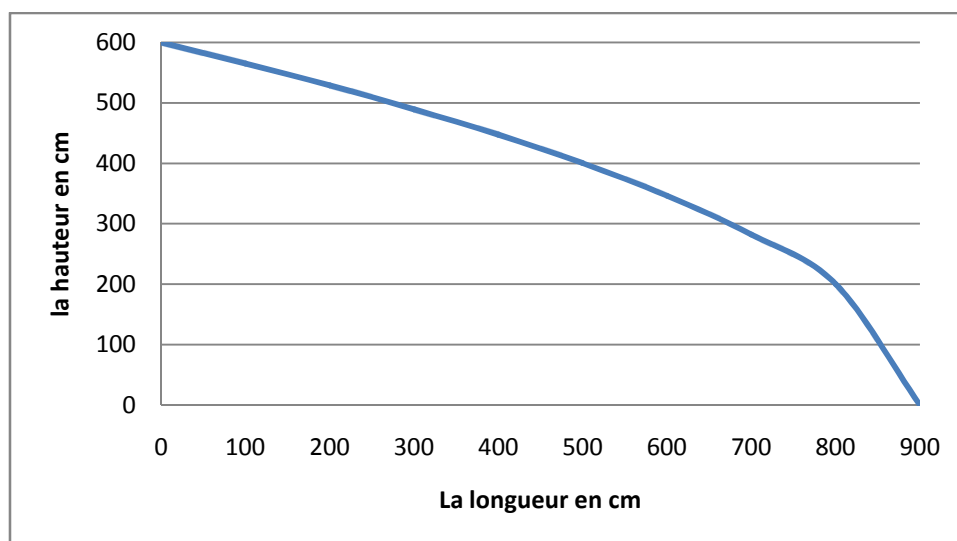
**Fig. IV.36 : L'évolution de la surface libre**

Cas 2 : à $L=900$ cm, $X=L$

$$H_{DF} = 600 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{150^2}{600^2} \right) \frac{900}{900} \right]} = 150 \text{ cm}$$

 $H_{ss}=0$.**Fig. IV.37 : L'évolution de la surface libre****Cas 3 : à $L=900$ cm, $X=L$**

$$H_{DF} = 600 \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{0}{60^2} \right) \frac{900}{900} \right]} = 0 \text{ cm}$$

 $H_{ss}=0$ **Fig. IV.38 : L'évolution de la surface libre**

La hauteur de nappe ainsi calculée est une sous-estimation de la hauteur de nappe réelle dans la mesure où elle ne prend pas en compte le décalage introduit par l'existence d'une surface de suintement.

IV.10.4 Comparaison des résultats

Comparaison de la position de la surface libre donnée par la méthode des différences finies et le logiciel Plaxis et les méthodes analytique à l'état permanent.

MDF : la méthode des différences finies,

MA : la méthode analytique.

IV.10.4.1 Le premier modèle

Cas 1

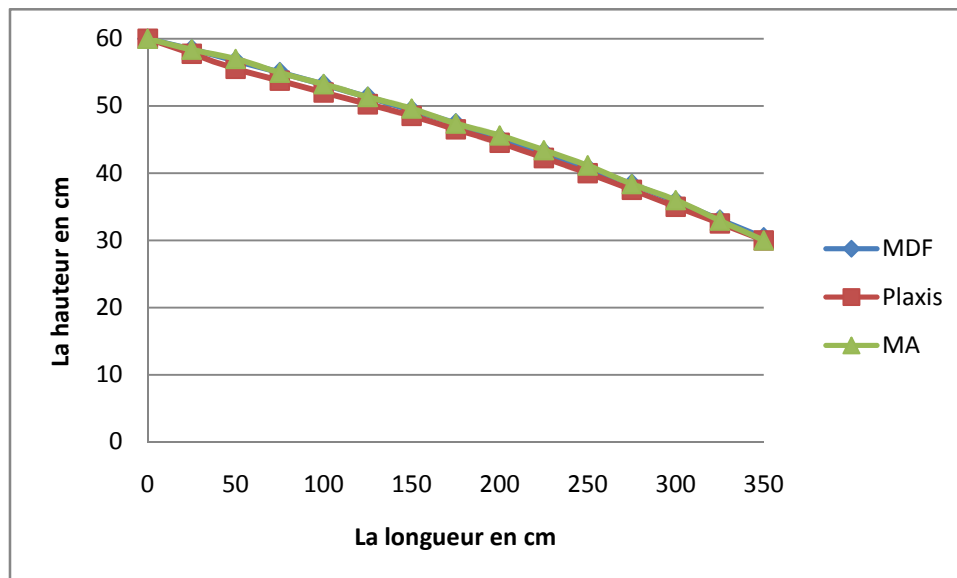
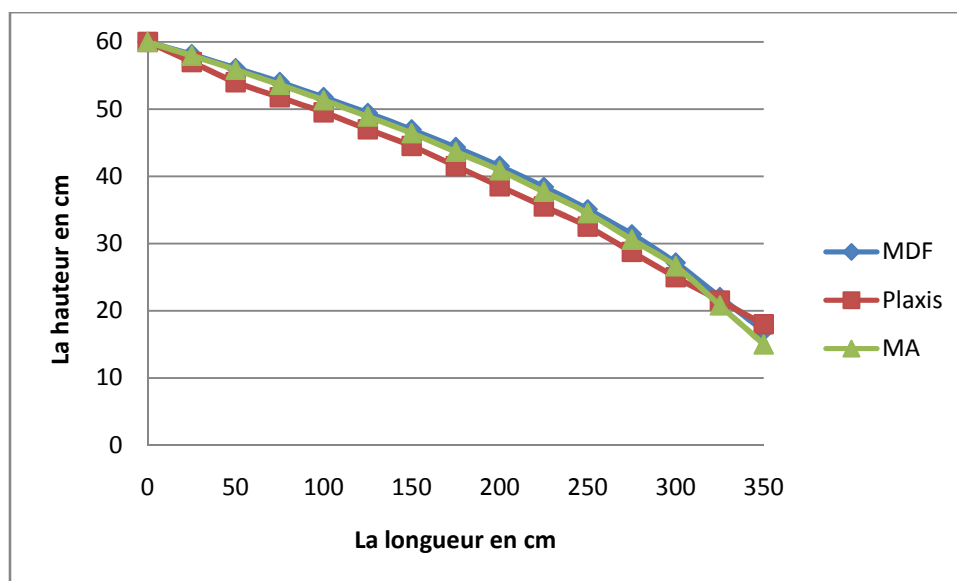
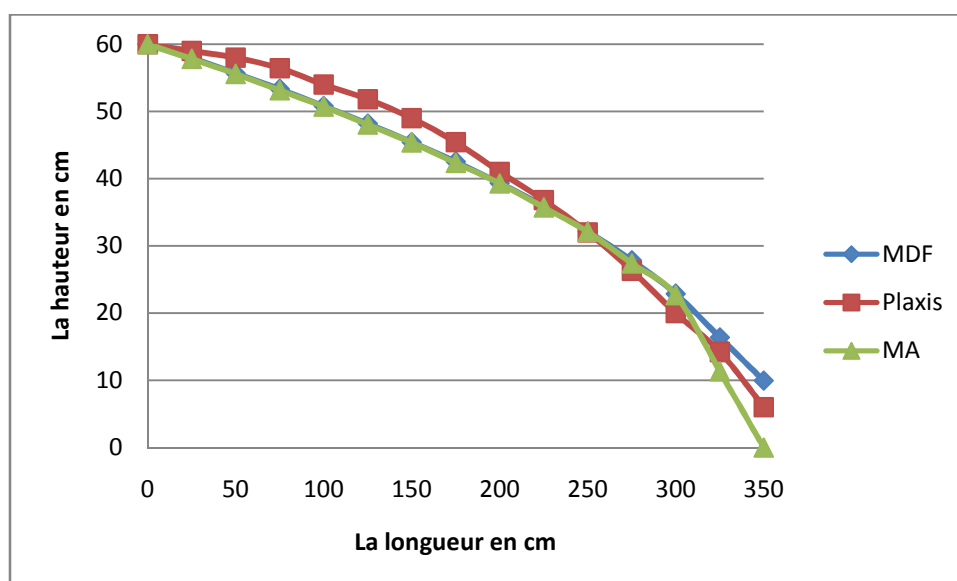
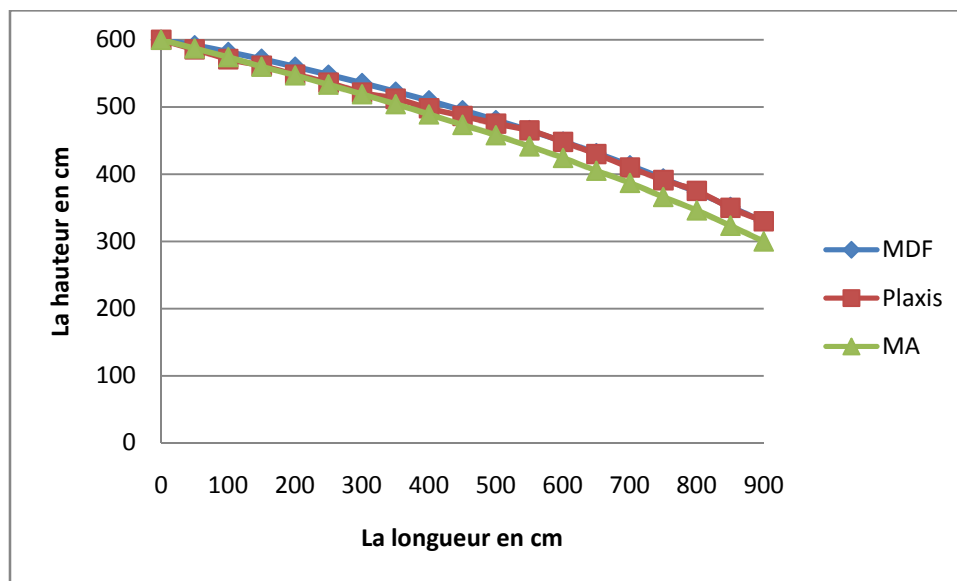
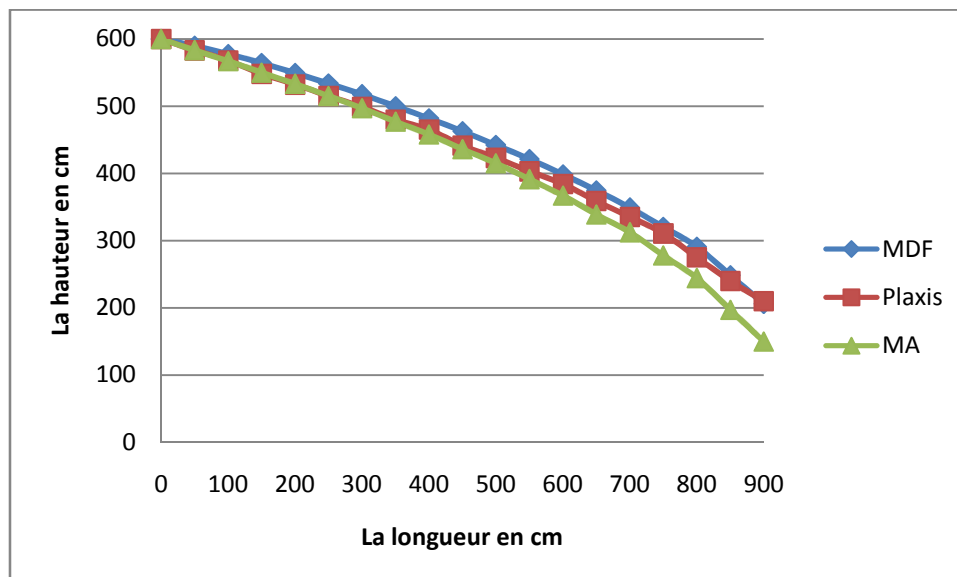
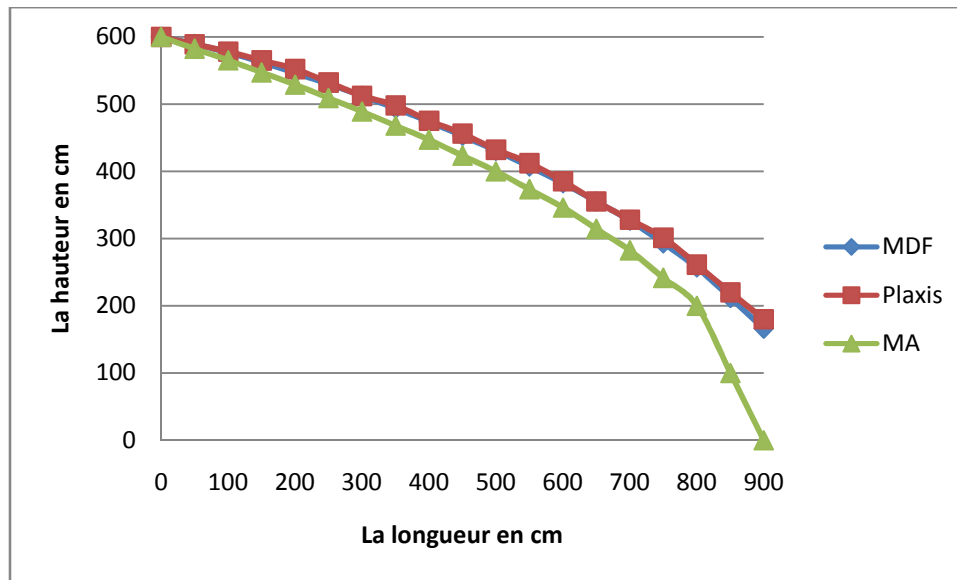


Fig. IV.39 : L'évolution de la surface libre

Cas 2**Fig. IV.40 : L'évolution de la surface libre**Cas 3**Fig. IV.41: L'évolution de la surface libre**

IV.10.4.2 Le deuxième modèle**Cas 1****Fig. IV.42 : L'évolution de la surface libre****Cas 2****Fig. IV.43 : L'évolution de la surface libre**

Cas 3**Fig. IV.44 : L'évolution de la surface libre**

On remarque que les résultats donnés par les deux méthodes numériques MDF et le code Plaxis se rejoignent bien dans tous les cas. Ceux donnés par la méthode analytique sont similaires dans les deux premiers cas, mais s'éloignent dans le 3^{ème} cas, principalement à la face aval où il n'existe pas de surface de suintement.

IV.11 Calcul la surface de suintement par l'abaque de Polubarinova-Kochina

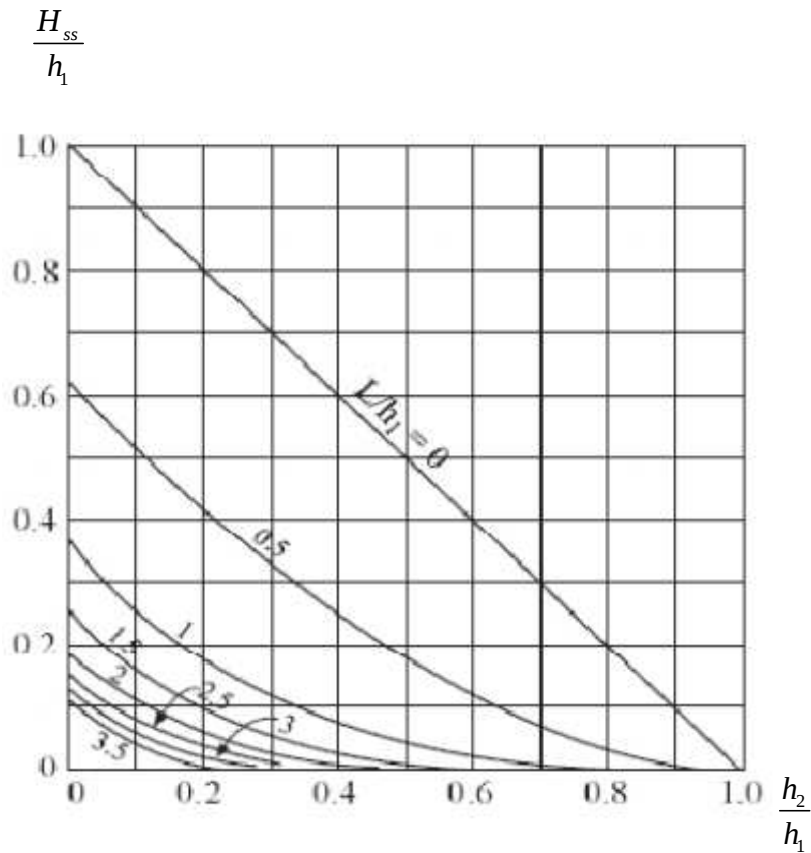


Fig. IV.45 : abaque pour la détermination de la surface de suintement d'après Polubarinova-Kochina

IV.11.1 Le première modèle

$\frac{L}{h_1} = \frac{350}{60} = 5.83$ et l'abaque de polubarinova-Kochina est limité à $\frac{L}{h_1} = 3.5$ donc on ne peut pas appliquée cette méthode donne le première modèle

IV.11.2 Le deuxième modèle

Cas 1

$$\frac{L}{h_1} = \frac{900}{600} = 1.5$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{300}{600} = 0.5$$

D'après l'abaque de polubarinova-Kchina on aura :

$$\frac{H_{ss}}{h_1} = 0.05$$

D'où la surface de suintement est $H_{ss}=0.05 \times h_1=0.05 \times 600= 30 \text{ cm}$

$$\mathbf{H_{ss}=30 \text{ cm}}$$

Cas 2

$$\frac{L}{h_1} = \frac{900}{600} = 1.5$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{150}{600} = 0.25$$

D'après l'abaque de polubarinova-Kchina on aura :

$$\frac{H_{ss}}{h_1} = 0.075$$

D'où la surface de suintement est $H_{ss}=0.075 \times h_1=0.075 \times 600= 45 \text{ cm}$

$$\mathbf{H_{ss}=45 \text{ cm}}$$

Cas 3

$$\frac{L}{h_1} = \frac{900}{600} = 1.5$$

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{0}{600} = 0$$

D'après l'abaque de polubarinova-Kchina on aura :

$$\frac{H_{ss}}{h_1} = 0,25$$

D'où la surface de suintement est $H_{ss}=0.25 \times h_1=0.25 \times 600= 150 \text{ cm}$

$$\mathbf{H_{ss}=150 \text{ cm}}$$

IV.12 Interprétation et comparaison des résultats

Les valeurs des surfaces de suintement trouvées par la méthode des différences finies, Plaxis et la méthode analytique sont résumées dans le tableau (IV.7)

Tableau IV.7 : Les valeurs des surfaces des suintements

	1^{er} modèle :			2^{eme} modèles		
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 1	Cas 2	Cas 3
Méthode de Différences finies	H_{ss}=0	H_{ss}=1cm	H_{ss}=10 cm	H_{ss}=30 cm	H_{ss}=55 cm	H_{ss}=165cm
Plaxis	H_{ss}=0	H_{ss}=3cm	H_{ss}=6 cm	H_{ss}=30 cm	H_{ss}=60 cm	H_{ss}=180 cm
Méthode analytique				H_{ss}=30 cm	H_{ss}=45 cm	H_{ss}=150 cm

Les rabattements estimés à partir des différentes méthodes décrites précédemment sont comparés sur les figures (IV.39, IV.40, IV.41, IV.42, IV.43, IV.44)

- On remarque que la surface de suintement trouvée par la méthode des différences finies une fois que le régime permanent est atteint dans le premier modèle lorsque nous avons pris les caractéristiques géométriques du modèle 350cm de longueur et 60cm de hauteur et on a baissé le niveau d'eau H_w dans le coté aval à la moitié c'est à dire $H_w=30\text{cm}$ est la même avec celle trouvée par le logiciel Plaxis et égale à 0.
- Mais lorsque on a baissé le niveau d'eau H_w dans le coté aval à $H_w=15\text{ cm}$, la surface de suintement trouvée par logiciel Plaxis est plus importante que celle trouvée par la méthode des différences finies.
- Mais lorsque on a baissé le niveau d'eau H_w dans le coté aval à $H_w=0$, la surface de suintement trouvée par la méthode des différences finies est plus importante que celle trouvée avec le logiciel Plaxis (voir le tableau IV.7).

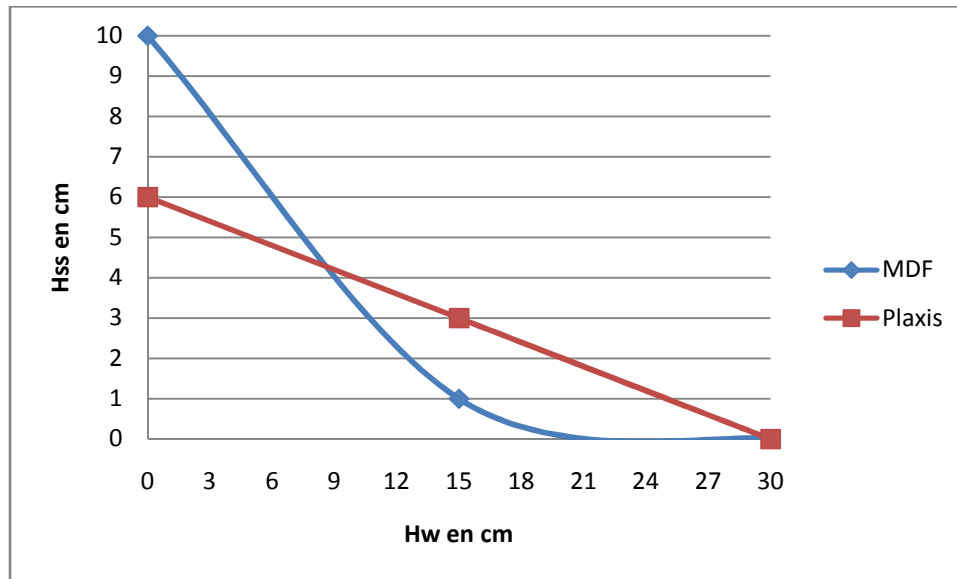


Fig. IV.46 : La surface de suintement H_{ss} en fonction de H_w

- Les figures (IV.45 et IV.46) montrent la variation de la surface de suintement en fonction de H_w dans la méthode des différences finies et le logiciel Plaxis.
- D'autre par on ne peut pas utiliser la méthode analytique (l'abaque de Polubarinova-Kochina) par ce que elle est limité par les termes $\frac{h_2}{h_1}$ et $\frac{L}{h_1}$.
- Dans le deuxième modèle on a augmenté les caractéristiques géométriques du modèle à 900 cm de longueur et 600 cm de hauteur, on remarque que les surfaces de suintement trouvées une fois que le régime permanent est atteint et lorsque on a rabaisé le niveau d'eau H_w dans le coté aval à la moitié c'est à dire $H_w=300$ cm, les résultats sont les même avec ceux trouvés par logiciel Plaxis et la méthode analytique (l'abaque de Polubarinova-Kochina) et égale à 30 cm.
- Et lorsque on a baissé le niveau d'eau dans le coté aval à $H_w=150$ cm, les surface de suintement trouvées par le logiciel Plaxis sont plus importantes que celles trouvées par la méthode des différences finies et la méthode analytique (l'abaque de Polubarinova-Kochina) (voir le tableau IV.7).

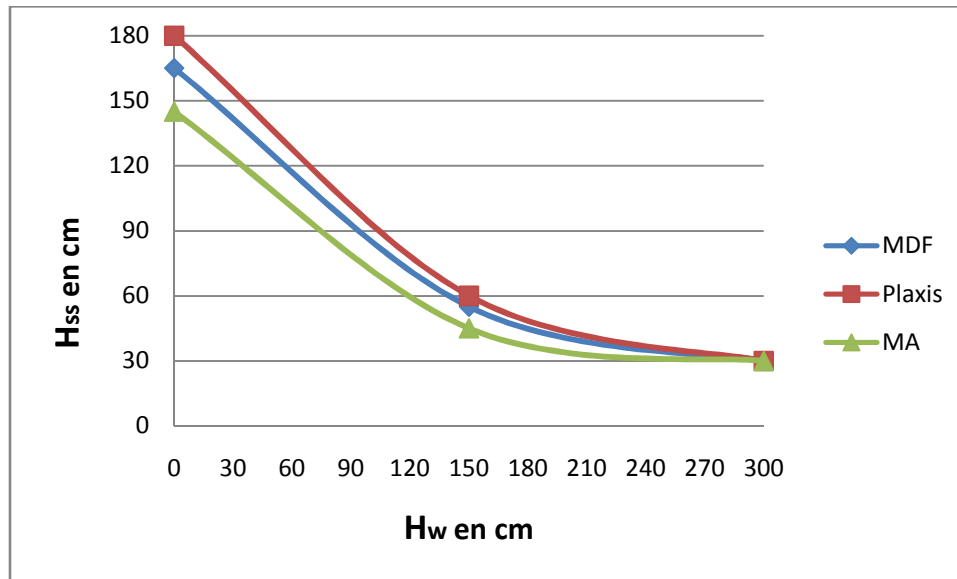


Fig. IV.47 : La surface de suintement H_{ss} en fonction de H_w

- ❖ On constate que le phénomène de suintement reste assez mal connu, et qu'il n'est pas toujours pris en compte dans la modélisation des nappes superficielles. Négliger ce phénomène induit une sous estimation de la position de la surface libre de la nappe, notamment à proximité du fossé drainant; Mais le prendre en compte oblige l'utilisation des modèles d'écoulement bidimensionnel, qui sont difficiles à mettre en œuvre. Des solutions analytiques ont été développées par des chercheurs pour l'estimer, mais elles ont été définies dans un cadre théorique restreint, et ne fournissent pas un résultat exact.
- ❖ On ne sait pas précisément quels sont les facteurs (recharge en surface, niveau d'eau amont, niveau d'eau aval) qui influent le plus sur son extension en régime transitoire. Narasimhan et Samshai (1991) ont toutefois démontré que cette hauteur de suintement a une extension maximale dans le cas où le fossé aval est vide, et est d'autant plus réduite que le niveau d'eau dans le fossé aval est important. à l'exception, les connaissances sur le fonctionnement de la surface de suintement sont très limitées.
- ❖ Aussi On peut dire que la méthode des différences finies et le logiciel Plaxis sont fiables pour la résolution des problèmes des écoulements dans les sols, tels que les barrages, les chaussées...etc.

IV.13 Conclusion

Malgré l'avantage pratique que présentent ces solutions analytiques, on peut dire que leur intérêt reste limité. Tout d'abord parce que le nombre de cas où elles sont applicables est a priori restreints, parce que la hauteur de suintement ainsi calculée surestime la valeur réelle.

Devant cette difficulté, certains auteurs ont tenté de trouver des solutions analytiques pour des systèmes équivalents, et qui permettraient de donner une évaluation de la hauteur de suintement (solution de Kozeny, 1931 cité par Youngs, 1990; solution d'Engelund, 1951). Ces solutions ont un intérêt limité, en raison du cadre d'application réduit pour lequel elles ont été définies, mais aussi parce qu'elles surestiment la hauteur de suintement.

On conclue que la position de la surface libre et la hauteur de la surface de suintement trouvée par la méthode des différences finies et le logiciel Plaxis sont plus proche de la réalité que les solutions analytiques.

Conclusion générale

Différents travaux ont été consacrés dans le passé aux écoulements hydrauliques en régime transitoire suivant différents types d'approches analytiques, expérimentales et numériques. Certains ont présenté des solutions analytiques permettant de suivre l'évolution dans le temps du débit recueilli dans l'ouvrage et du rabattement de la nappe. Cependant la sûreté des résultats que l'on obtient dépend largement de la précision des valeurs numériques des caractéristiques hydrauliques (des couches aquifères et des couches semi-perméables) utilisées dans les formules. Ainsi que de la façon d'envisager les conditions aux limites. Il est évident que le résultat d'un calcul hydrodynamique est erroné si ces valeurs et ces conditions aux limites sont mal connues

Toutefois, la plupart d'entre eux ne considèrent que l'écoulement bidimensionnel en section transversale. De plus, ils sont basés sur différentes hypothèses simplificatrices, notamment celle qui consiste à négliger l'écoulement dans la partie non saturée au-dessus de la surface libre. La modélisation numérique de ce problème à l'aide de la méthode des différences finie a permis d'étudier les écoulements d'eau dans les milieux saturés à surface libre drainé par un fossé. Une application en conditions bidimensionnelles a permis de comparer les méthodes établies avec les résultats obtenus à l'aide de logiciel Plaxis et les solutions analytiques telle que la solution de Kozeny et l'abaque de polubarinova-Kochina. Les calculs effectués ont de plus permis de mettre en évidence l'influence de la géométrie du modèle sur la surface de suintement et le régime de l'écoulement.

Dans le domaine des écoulements souterrains, l'utilisation des équations de continuité et de conservation a contribué au développement de modèles numériques performants en termes de compréhension physique et de la simulation prévisionnelle. La première étape dans cette démarche de simulation consiste à caractériser le domaine d'étude ; les milieux poreux, puis à développer les équations permettant de représenter son état et son évolution.

Au terme de ce travail, on peut conclure que les résultats numériques obtenus par le modèle développé, la méthode des différences finies représentatif des écoulements transitoires en sols saturé, sont très satisfaisants du moment qu'ils concordent bien avec les résultats trouvés par le logiciel Plaxis.

Le modèle proposé a aussi été comparé, une fois que le régime permanent est atteint, aux méthodes analytiques (Dupuit-Forchheimer 1930 ; Kozeny 1931), cité par Youngs 1990). La valeur de la hauteur de suintement trouvée par le modèle proposé, dans ce travail, a été confirmé par le logiciel Plaxis et les valeurs trouvées par la formule analytique de Kozeny.

Lorsque une nappe à surface libre reposant sur un substratum horizontal imperméable est drainée par un fossé à parois verticales, il existe une surface à travers laquelle l'eau de la nappe sort du système directement en contact avec l'air, appelée surface de suintement (Muskat, 1937). Il est important de prendre en compte l'existence de cette surface de

Conclusion générale

suintement lorsque l'on cherche à déterminer la position de la surface libre d'une nappe à proximité d'un fossé drainant.

L'apparition d'une surface de suintement sur le coté aval du domaine d'écoulement montre l'existence d'un écoulement dont l'intensité affecte directement la hauteur de celle-ci. On remarque que la hauteur de la surface de suintement est aussi affectée par les conditions aux limites, à l'amont, du domaine d'écoulement et par le niveau d'eau en celui-ci.

Références bibliographiques

-A-

- Ahmed H., et Suneda, D, K, non linerear flow in porous media, 1969.
- Al bitar Ahmad, Modélisation des écoulements en milieu poreux hétérogènes 2D / 3D, avec couplages surface / souterrain et densitaires, Toulouse, 2007.
- Atwa (M.), Leca (E.) et Magnan (J.P.), Analyse des écoulements d'eau autour des tunnels en cours de construction et à long terme. Laboratoire central des Ponts et Chaussées, Paris, Étude et recherches des LPC, série Géotechnique, no GT, 1999.
- Augustin, Luis Cauchy, résumé des leçons données à l'école royale polytechnique, 1995.

-B-

- Bastet G, Estimation des propriétés de rétention en eau à l'aide de fonction de pédotransfert : Développement de nouvelles approches. Thèse Université d'Orléans, 1999.
- Bear (J.), Dynamics of fluids in porous media. Elsevier, Amsterdam (1969).
- Beaudoin A., Huberson S., et Rivoalen E., Simulation particulière de l'écoulement de l'eau dans un sol partiellement saturé, Université du Havre, 25 rue Philippe Lebon, 76058 Le Havre, Université de Poitiers, 15 rue de l'Hôtel Dieu, 86034 Poitiers, 2009.
- Beavers G.S. & Joseph D.D, Boundary conditions at a naturally permeable wall, J. Fluid Mech. 30, pp. 197-207, 1967.
- Biarez (J.), Fleureau (J.M.), Zerhoun (M.I.) et Soepandji (B.S.). – Variations devolume des sols argileux lors de cycles drainage-humidification. Revue française de Géotechnique, 1987.
- Bellia Zoheir, Ghembaza Moulay Smaine, Belal Tewfik, Prédiction des courbes de rétention d'eau des sols non suturées, Sidi Bel Abbés, 2012.
- Boualla Nabila, Modélisation de l'écoulement d'eau à travers la zone saturée, El Kerma, Algérie, 2011.
- Berkaloﬀ, E. Essais de détermination des transmissivité hydrauliques de la nappe de la craie, colloque craie AIH, 1960, "De non équilibre pour nappes captives" au cas particulier des nappes libres dans la craie. 1961.

Références bibliographiques

- BUSSIÈRE, B. Étude des écoulements non-saturés à travers les couvertures avec effets de barrière capillaire. Thèse de doctorat, Département Génie minéral, École Polytechnique de Montréal. 1999.
- Bussière, B, Aubertin, M., Morel-Seytoux, H.J. et Chapuis, RP, A laboratory investigation of slope influence on the behavior of capillary barriers. Proceedings of the 51st Canadian Geotechnical Conference, Edmonton, 2:831-836. Geoslope International (1994). SEEP/W User's Guide, Version 4, 1998.

-C-

- Castany (G.), Traité pratique des eaux souterraines. Dunod, Paris, 1963.
- Cassan (M.), Aide-mémoire d'hydraulique souterraine. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 1986.
- Cassan (M.), Les essais d'eau dans la reconnaissance des sols. Eyrolles, Paris, 1970.
- Castany (G.), Prospection et exploitation des eaux souterraines. Dunod, Paris, 1968.
- Chappaz J. et al, Remblai expérimental de Narbonne, laboratoire régional de Toulouse, 1970.
- Chaveni (G.), Approximation des équations aux dérivées partielles. Traité Sciences fondamentales. A 550, 8-1993.
- Croney (D), The movement and distribution of water in soils. Géotechnique, (1952).

-D-

- Daniel Hillel, « L'eau et le sol: principes et processus physiques », PEDASUP, 1987.
- Dassargues A., Modeles mathématiques en hydrogéologie et paramétrisation, Belgique, 1991.
- Delage (P.), Howat (M.) et Cui (Y.J.), The relationship between suction and swelling properties in a heavily compacted unsaturated clay. Engineering Geology, 1998.
- Delage (P.), Suraj de Silva (G.P.R.) et Vicol (T.). – Suction controlled testing of non saturated soils with an osmotic consolidometer. The International Conference on Expansive Soils, Dallas, 1992.
- De Marsily G, Quantitative hydrogeology, groundwater hydrology for engineers. 1986.

Références bibliographiques

- Prickett, T.A. Type-curve solution to aquifer tests under water-table conditions. Groundwater, 1965.
- De Marsily (G.), Hydrogéologie quantitative, Masson, Paris, 1981.
- Donald M, Gray, Donald I, Nurm et John M, Wigham, infiltration et physique de l'écoulement de l'eau en milieu poreux, Paris, 1972.

-E-

- El Hadji Bamba Diaw, modélisation du transfert d'eau en milieu poreux non saturé: application à l'étude de la recharge des nappes d'eaux souterraines en région soudano-sahélienne, l'université Louis Pasteur de Strasbourg, 1996.

-F-

- Fanilo Ramasomanana, modélisation du transport réactif dans les eaux souterraines : généralisation des méthodes ELLAM (Eulerian-Lagrangian Localized Adjoint Method), université de Strasbourg, 2012.
- Feddes A, Kabat P, Van Bakel P, Bronswijk J, and Halbertsma J, Modelling soil water dynamics in the saturated zone, state of art, Journal of Hydrology, 100, 69–111, 1988.
- Fekhart Karima, Simulation numérique du phénomène d'infiltration dans un milieu poreux, 30/09/2012.
- Fermigier M. Hydrodynamique physique. Problèmes résolus, Dunod, 1999.
- F. Fildier, « Amélioration de la ressource en eau: la réalimentation des nappes », AFEE, 1983.

-J-

- Jacques Padet, fluides en écoulement, Méthodes et modèles, Université de Reims, 1990.
- Jean-Pierre Vergnes, Développement d'une modélisation hydrologique globale incluant la
- représentation des aquifères, application sur la France et à l'échelle globale, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2012.

Références bibliographiques

-H-

- Horton R.E, An approach toward a physical interpretation of infiltration capacity, Soil Science Society of America Proceedings, 5, 1940.
- Horton R.E, erosional development of streams and their drainage basins; hydrophysical approach to quantitative morphology, Bull, 1945.
- Hamza, A. (1988). Analysis of a two dimensional flow through porous media. University College Cardiff, MSc. Thesis.
- Hamza, A, Bahar, R. (1998). Analysis of a transient flow through porous media proceedings of the international symposium on roads, Granada, Spain.

-G-

- Guyon E., Hulin, J.-P. & Petit L, Hydrodynamique physique, EDP/CNRS, 2001.
- Ghanem Fadhila, étude de la corrélation entre la perméabilité et la succion, 22 juin 2011, Tizi-Ouzou.

-L-

- L.F. Konikow, utilisation de modèles numériques pour simuler les processus d'écoulement et de transport dans les eaux souterraines, Virginia, USA, 1996.
- Larkin P.A, and A.I. Bezmenov, infiltration of meltwater into frozen soils, Soviet Soil Sci, 1963.
- Lucquin (B.) et Pironneau (O.). – Introduction au calcul scientifique. Masson, Paris, 1996.

-M-

- Magnan (J.P.). – Description, identification et classification des sols. Traité Construction C 208, 2, 1997.
- Maqsoud Abdelkadir, Bruno Bussière, Rouyn-Noranda, Michel Aubertin, l'hystérésis de sols non saturés utilisés dans les couvertures avec effets de barrière capillaire, École Polytechnique, Montréal, 2003.

Références bibliographiques

- Maxime Nicolas, Ecoulements dans les milieux poreux, ´ Ecole Doctorale la Mécanique, Physique et Modélisation Université de Provence, Marseille, 2003.
- Mestat (P.), Magnan (J.P.) et Humbert (P.), Modélisation des écoulements dans les massifs de sols. Chapitre 22 in « Ouvrages en interaction », sous la direction de P. Mestat, M. Prat, P. Bisch, A. Millard et G. Pijaudier, Cabot. Hermès, Paris, pp. 391-464, 1999.
- M, Said. Bir, écoulements au travers les milieux poreux. Approche stochastique, Tizou-ouzou, 2012.
- Musy A., Soutter M., physique du sol. Collection Gérer l'environnement 6, Editions Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 1991.

-N-

- Ndiaga Sow, Modélisation des écoulements en milieu poreux non saturé, Application à la recharge naturelle des nappes, année académique 2004-2005, université cheikh anta dio de Dakar.

-P-

- Patrick Corde et Anne Fouilloux, Cours langage Fortran, institut du développement et des ressources en informatique scientifique, Paris, 2007.
- Peignatj D M . Consolidation d'un système bicouche, Bull, liaison Labo. Routiers P. et Ch. 45, 1970.
- Pierre Sochala, Méthodes numériques pour les ´écoulements souterrains et couplage avec le ruissellement, l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 2008.

-R-

- Richards (L.A.), A pressure – membrane extraction apparatus for soil solution. Soil science, 1941.
- Richard Pouget, analyse de sensibilité de l'écoulement a saturation variable et du transport de contaminants en milieu poreux fracturé, l'Université Laval, 1998.
- Robba (P.), Fonctions analytiques. Traité Sciences fondamentales A 138, 11-1970.
- Richards L, Capillary conduction of liquids through porous medium, Physics, 1, 318–333, 1931.

Références bibliographiques

-S-

- Sboui Amel, Quelques méthodes numériques robustes pour l'écoulement et le transport en milieu poreux, Université Paris, 2007.
- Schneebeli (G.), Hydraulique souterraine. Eyrolles, Paris, 1987.
- Schoeller (H.). Les eaux souterraines, Hydrologie dynamique et chimique. Recherche, exploitation et évaluation des ressources Masson, Paris, 1962.

-T-

- Terzaghi K. Mécanique théorique des sols, Dunod, 1951.
- Thoman n G. Extension de la méthode des différences finies, appliquée à la résolution de l'équation de la consolidation unidimensionnelle, au cas d'un multicouche et de conditions aux limites quelconques - Programmation en langage Fortran. Laboratoire central, 1971.

-V-

- Vachaud G., Vauclin., Kanji D., Etude expérimentale et numérique du drainage et de la recharge des nappes à surface libres, avec prise en compte de la zone non saturée. Journal de mécanique, 15 (2). 1976.

-W-

- Wageningen, Traduction du Bulletin 11: Analysis and Evaluation of Pumping Test Data, 1973.
- Williams (J.) et Shaykewich (C.F.), Anevaluation of polyethylene glycol PEG 6000 and PEG 20000 in the osmotic control of soil water matric potential, Canadian Journal of Soil Science, 1969.
- Wiley, Numerical solution of differential equations, New York, 1953.
- Doin, Calcul numérique, Bibliothèque de mathématiques appliquées, Paris, 1911.

-X-

Références bibliographiques

- Xavier Merle, Jean-Christophe Robinet, Schémas aux différences finies appliqués à l'étude de la stabilité globale d'écoulements incompressibles, Paris, 2007.

Résumé

L'utilisation de l'outil numérique dans le domaine de la géotechnique est, de nos jours, une pratique très courante. Les méthodes numériques s'avèrent un complément utile, voire nécessaire à des méthodes d'équilibre limite.

L'objectif technique principal auquel répond ce travail est la simulation numérique d'une infiltration à travers une tranche de sol ; homogène et isotrope, reposant sur une couche imperméable, soumis aux différents niveaux d'eau au cours du drainage par fossé.

La modélisation est faite via un programme par la méthode des différences finie, qui nous à permit de déterminer l'évolution des surfaces libres en fonction du temps et la détermination de la surface de suintement à l'état permanent.

A la fin on termine par une interprétation et une comparaison des résultats trouvés par la méthode des différences finies et ceux de logiciel Plaxis et des solutions analytiques.

Mot clés :

Écoulements dans les sols, surface libre, surface de suintement, méthode des différences finies, logiciel Plaxis.

Annexe 1

Présentation du code Fortran

1. Introduction

Fortran est un langage de programmation, développé par IBM vers 1955, et destiné à fournir aux scientifiques un moyen simple pour passer de leurs formules mathématiques jusqu'à un programme effectif (son nom est une abréviation de Formula Translator). Il est très efficace dans le domaine du calcul numérique, et offre de nombreuses bibliothèques de programmes d'analyse numérique.

Fortran a fait l'objet de plusieurs normalisations : fortran 77, fortran 90 et 95, et plus récemment fortran 2003. Le présent document s'intéresse aux versions 90/95 (peu différentes l'une de l'autre).

Le document décrit l'usage de fortran sous unix (linux), basée sur l'utilisation du compilateur gfortran, faisant partie de la suite de compilation gcc (Gnu Compiler Collection, <http://gcc.gnu.org/fortran>). Il s'agit d'une suite de logiciels sous licence libre, présente dans toutes les distributions linux. Des versions exécutables de gfortran pour Windows, Linux, MacOS sont disponibles à partir de la page web <http://gcc.gnu.org/wiki/GFortran>.

Tous les TP seront effectués dans un environnement Linux (distribution Fedora).

2. Généralités sur le langage fortran :

Le contenu des lignes en Fortran doit respecter les quelques règles suivantes :

- Une ligne de commentaire doit commencer par un **c** ou une ***** en première colonne.
- Tout ce qui suit un **!** dans une ligne est aussi considéré comme un commentaire.
- Les instructions :
 - Doivent commencer à partir de la colonne 7 (ou plus) ;
 - Ne doivent pas dépasser la colonne 72.
- Les labels (ou étiquettes) sont entre les colonnes 2 et 5.
- Pour couper une instruction sur plusieurs lignes, on met un caractère quelconque en colonne 6 des lignes de suite.

3. Organisation d'un programme Fortran

Succession de « pavés » élémentaires qu'on appellera blocs fonctionnels. Il en existe 3 sortes :

- le programme principal inclus entre **program** (facultatif) et **end**



```
program nom
...
end
```

- les sous-routines incluses entre **subroutine** et **end**

```
subroutine nom (arguments)
...
end
```

- les fonctions inclus entre **function** et **end**.

```
type function nom (arguments)
...
end
```

3.1 Programme principal

Le programme principal est obligatoirement présent. Il n'existe qu'un seul programme principal.

Ce programme principal se découpe en deux parties distinctes successives détaillées ci-dessous.

- *Parti déclaration*

C'est dans cette partie qu'on définit les objets (type+nom) qui seront manipulés par le programme.

- *Partie instructions*

L'exécution d'un programme Fortran consiste à dérouler dans l'ordre toutes les instructions de la partie exécutable du programme principal.

Certaines instructions déroutent le pointeur de programme vers d'autres blocs fonctionnels (subroutines ou fonctions).

Programme:

C MODIFICATION OF STANDARD PROG TO SOLVE VERMA+BRUT PROBLEM

DOUBLE PRECISION X,Z,H,HOLD,HFIX,PX,PZ,AB,CX,A,B,C,D,AR,BR

1,CR,DR,HFIX,HF,HF, RCHG,RECH,RS,HFOLD,TANA,DELHZ,ETA,ERROR

1,DELT,S,FLHEAD,FRHEAD,PERMX,PERMZ,OFAC,HSTART,AA,BB,CC,DD

2,DHDZR,DHDZL,DH2DZR,DH2DZL,DZ,PSI,ONE,TWO,THREE,GRAD,CON

3,XINTER,DELHX

DIMENSION X(43),Z(31), PX(43,31),PZ(43,31),H(43,31),HFIX(43,31),

1 RCHG(43),HOLD(43,31),CX(43,31),A(43,31),B(43,31),C(43,31),

2 D(43,31),AR(43,31),BR(43,31),CR(43,31),DR(43,31),HFIX(43,31)

```

3,HF(43),JN(43),ZM(31),IBOUND(43),JNP(43),HRF(43),IBFLAG(43,31)
4,RECH(12),NDAYS(12),RS(43),HFOLD(43),TANA(43),DELHZ(43)
C TOP LEFT HAND CORNER NUMBERED (2,2)
C M IS HORIZONTAL DIRECTION
C N IS VERTICAL DIRECTION
C INPUT NUMBER OF MESH INTERVALS
C PROGRAM WRITTEN FOR UNIT WIDTH
C
C
C IF LBOUND EQ -100 LEFT BOUNDARY IS IMPERMEABLE
C SIMILARLY WITH IRBOUND FOR R.H. BOUNDARY
C PROGRAM ONLY COPEES WITH SEEPAGE FACE ON R.H. BOUNDARY
OPEN(UNIT=5,FILE='HAMADOUCHE.DAT', action='read', status= 'old')
OPEN(UNIT=6,FILE='HAMADOUCHE.OUT')
READ(5,*)M,N,ISECT,IPRINT,LBOUND,IRBOUND
WRITE(6,160)
IF(LBOUND.EQ.-100) WRITE(6,110)
IF(LBOUND.NE.-100) WRITE(6,120)
IF(IRBOUND.EQ.-100) WRITE(6,150)
IF(IRBOUND.NE.-100) WRITE(6,170)
110 FORMAT(1X,20(1H*),'LEFT HAND BOUNDARY IMPERMEABLE')
120 FORMAT(1X,20(1H*),'LEFT HAND BOUNDARY FIXED HEAD')
150 FORMAT(1X,20(1H*),'RIGHT HAND BOUNDARY IMPERMEABLE')
170 FORMAT(1X,20(1H*),'RIGHT HAND BOUNDARY FIXED HEAD')
100 FORMAT(1x,20(1H*),'V')
IF(LBOUND.NE.-100) READ(5,*) FLHEAD
IF(IRBOUND.NE.-100) READ(5,*) FRHEAD

```

```

      IF(LBOUND.NE.-100) WRITE(6,101) FLHEAD
      IF(IRBOUND.NE.-100) WRITE(6,102) FRHEAD
101  FORMAT(1X,'LEFT HAND FIXED HEAD SET AT',F10.3,'METRES')
102  FORMAT(1X,'RIGHT HAND FIXED HEAD SET AT',F10.3,'METRES')
C  INPUT OVERALL AQUIFER PARAMETERS
      READ(5,*) PERMX,PERMZ,OFAC,ERROR,S,HSTART,DELT

      WRITE(6,130)
130  FORMAT(4X,5HXMESH,2X,5HZMESH,2X,7HPERMB.X,2X,7HPERMB.Z
      1 ,3X,6HFACTOR,4X,5HERROR,3X,'STORAGE',2X,'STARTH',4X,'TIME STEP')
      WRITE(6,140) M,N,PERMX,PERMZ,OFAC,ERROR,S,HSTART,DELT
140  FORMAT(1X,I7,2X,I5,3X,6F9.4,F16.10,F10.3,E14.7)

      WRITE(6,160)
160  FORMAT(1H0)
C  NUMBERING OF BOUNDARY AND FICTITIOUS NODES
      MIN=M+1
      NIN=N+1
      MBOUND=M+2
      NBOUND=N+2
      MFICT=M+3
      NFICT=N+3
C  SET OVERALL VALUES IN ARRAYS
      DO 122 I=1,MFICT
      DO 122 J=1,NFICT
      IBOUND(I)=-2
      HRF(I)=HSTART
      HFOLD(I)=HSTART

```

```

HF(I)=HSTART
IBFLAG(I,J)=100
PX(I,J)=PERMX
PZ(I,J)=PERMZ
HOLD(I,J)=HSTART
HFIX(I,J)=-999999.0
H(I,J)=HSTART
A(I,J)=0.0
B(I,J)=0.0
C(I,J)=0.0
122 D(I,J)=0.0
    READ(5,*)(X(I),I=1,MFICT)
    WRITE(6,180) (X(I),I=1,MFICT)
    READ(5,*)(Z(J),J=1,NFICT)
    WRITE(6,180) (Z(J),J=1,NFICT)
    ZM(2)=Z(2)+0.000001
    DO 190 J=3,NBOUND
190  ZM(J)=0.5*(Z(J-1)+Z(J))
    ZM(NFICT)=Z(NBOUND)
180  FORMAT(1X,12F10.4)
C   INPUT FIXED HEADS
C   CALCULATING POSITIONS OF FIXED HEADS
    IF(LBOUND.EQ.-100) GO TO 230
    I=2
    DO 232 J=2,NBOUND
    IF((Z(J)-FLHEAD).GT.0.001) GO TO 232
    HFIX(I,J)=FLHEAD

```

H(I,J)=HFIX(I,J)

232 CONTINUE

230 CONTINUE

IF(IRBOUND.EQ.-100) GO TO 240

I=MBOUND

DO 242 J=2,NBOUND

IF((Z(J)-FRHEAD).GT.0.001) GO TO 242

HFIX(I,J)=FRHEAD

H(I,J)=HFIX(I,J)

242 CONTINUE

240 CONTINUE

C

DO 500 I= 2,MBOUND

DO 500 J= 2,NBOUND

A(I,J)=2.0*PX(I,J)/((X(I+1)-X(I-1))*(X(I+1)-X(I)))

C(I,J)=2.0*PX(I-1,J)/((X(I+1)-X(I-1))*(X(I)-X(I-1)))

B(I,J)=2.0*PZ(I,J-1)/((Z(J+1)-Z(J-1))*(Z(J)-Z(J-1)))

500 D(I,J)=2.0*PZ(I,J)/((Z(J+1)-Z(J-1))*(Z(J+1)-Z(J)))

C INPUT FLOW BOUNDARIES

DO 510 I=1,MFICT

DO 510 J=1,NFICT

AA=1.0

BB=1.0

CC=1.0

DD=1.0

IF(J.EQ.2) BB=0.0

IF(J.EQ.2) AA=0.5

```

IF(J.EQ.2) CC=0.5
IF(I.EQ.2) CC=0.0
IF(I.EQ.2) BB=0.5
IF(I.EQ.2) DD=0.5
IF(J.EQ.NBOUND) DD=0.0
IF(J.EQ.NBOUND) AA=0.5
IF(J.EQ.NBOUND) CC=0.5
IF(I.EQ.MBOUND) AA=0.0
IF(I.EQ.MBOUND) BB=0.5
IF(I.EQ.MBOUND) DD=0.5
IF(I.EQ.2.AND.J.EQ.2) BB=0.0
IF(J.EQ.NBOUND.AND.I.EQ.2) CC=0.0
IF(I.EQ.MBOUND.AND.J.EQ.2) BB=0.0
IF(I.EQ.MBOUND.AND.J.EQ.NBOUND) DD=0.0
A(I,J)=AA*A(I,J)
B(I,J)=BB*B(I,J)
C(I,J)=CC*C(I,J)
D(I,J)=DD*D(I,J)

```

C -99.9 OUTSIDE NO FLOW BOUNDARY

```

IF(AA.LE.0.000001) HFIX(I+1,J)=-99.9
IF(BB.LE.0.000001) HFIX(I,J-1)=-99.9
IF(CC.LT.0.000001) HFIX(I-1,J)=-99.9
IF(DD.LE.0.000001) HFIX(I,J+1)=-99.9
IF(AA.LE.0.000001) C(I+1,J) = 0.0
IF(BB.LE.0.000001) D(I,J-1) = 0.0
IF(CC.LE.0.000001) A(I-1,J) = 0.0
IF(DD.LE.0.000001) B(I,J+1) = 0.0

```

```

510  CONTINUE

C   SET INITIAL HEADS

540  DO 530 I=1,MFICT

      DO 530 J=1,NFICT

530  IF(HFIX(I,J).EQ.-99.9) H(I,J)=-99.9

C   STORE ALL INITIAL INFORMATION IN RESERVE ARRAYS

      DO 2300 I=1,MFICT

        DO 2300 J=1,NFICT

          AR(I,J)=A(I,J)

          BR(I,J)=B(I,J)

          CR(I,J)=C(I,J)

          DR(I,J)=D(I,J)

          HRFIX(I,J)=HFIX(I,J)

2300  CONTINUE

C

C   FIXING INITIAL FREE SURFACE INDICATOR

      DO 531 I=2,MBOUND

        K=0

532  J=NBOUND-K

        K=K+1

        IF(J.EQ.2) GO TO 533

        IF(HF(I).GT.Z(J)) GO TO 532

533  CONTINUE

        IF(J.EQ.2) J=J+1

C   STOPPING HEADS BEIG TOO CLOSE TO Z VALUE

        IF((HF(I)-Z(J)).LT.(Z(J-1)-Z(J))*0.05) J=J+1

        D(I,J-1)=0.0

```

```

HFIX(I,J-1)=-99.9
IBFLAG(I,J)=0
JN(I)=J
JNP(I)=J
H(I,J-1)=HFIX(I,J-1)
IF(J.LE.3) GO TO 531
J=J-1
DO 535 L=2,J
HFIX(I,L)=-99.9
H(I,L)=HFIX(I,L)
535  CONTINUE
531  CONTINUE
DO 534 I=2,MIN
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)) IBOUND(I)=1
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)-1) IBOUND(I)=2
IF(JN(I).EQ.JN(I-1)-1) IBOUND(I)=3
534  CONTINUE
C  PRINT OUT INITIAL CONDITIONS
IF(IPRINT.GT.1) GO TO 2301
CALL PRIN(PX,1,2,MBOUND,2,NBOUND,TIME)
CALL PRIN(PZ,2,2,MBOUND,2,NBOUND,TIME)
CALL PRIN(HFIX,6,1,MFICT,1,NFICT,TIME)
2301 CONTINUE
WRITE(6,160)
C
C  SETTING RECHARGE IN M/DAY
C

```

```

QAV=0.0

WRITE(6,580)

DO 560 J=1,12

READ(5,*) NDAYS(J),RECH(J)

580  FORMAT(1X,'DAYS',3X,'RECHARGE')

591  FORMAT(1X,I5,F10.3)

WRITE(6,591) NDAYS(J),RECH(J)

QAV=QAV+RECH(J)

560  CONTINUE

QAV=QAV/12.0

C    SETTING UP RECHARGE

READ(5,*)(RCHG(I),I=2,MBOUND)

WRITE(6,570)

570  FORMAT(1X,'NODAL RECHARGE VALUES')

WRITE(6,571)(RCHG(I),I=2,MBOUND)

571  FORMAT(1X,10E12.5)

C    TEMPORARY STEADY STATE SOLUTION

DO 590 I=2,MBOUND

RS(I)=RECH(1)*RCHG(I)

590  CONTINUE

WRITE(6,594)(RS(I),I=2,MBOUND)

594  FORMAT(1X,10E12.5)

C

C CALCULATING INITIAL VOLUME

TOTVOL=0.0

DO 581 I=2,MBOUND

XL=(X(I+1)-X(I-1))*0.5

```

```

      IF(I.EQ.2.OR.I.EQ.MBOUND)XL=XL*0.5
      TOTVOL=TOTVOL+HF(I)*XL*S
581  CONTINUE
      WRITE(6,582) TOTVOL
582  FORMAT(1X,'TOTAL INTIAL VOLUME=',E14.7)
C
C      SETTING INITIAL SEEPAGE FACE
      I=MBOUND
      J1=JN(MBOUND)
      DO 592 J=J1,NBOUND
      IF((Z(J)-FRHEAD).LT.0.01) GO TO 592
      HFIX(I,J)=Z(J)
      H(I,J)=HFIX(I,J)
592  CONTINUE
      WRITE(6,160)
      WRITE(6,593)
593  FORMAT(1X,'INITIAL HEAD DISTRIBUTION')
      TIME=0.0
      TIMTOT=-DELT
      CALL PRIN(H,7,2,MBOUND,2,NBOUND,TIMTOT)
C
C      START OF MAIN CALCULATION
      IFIRST=-100
2500 CONTINUE
      TIMTOT=TIMTOT+DELT
      IF(IPRINT.EQ.1) WRITE(6,550)
550  FORMAT(1H0,1X,'ITERATION',10X,'POTENTIALS AT SELECTED NODES')

```

```

DO 940 I=2,MBOUND
DO 940 J=2,NBOUND
HOLD(I,J)=H(I,J)
940 CX(I,J)=A(I,J)+B(I,J)+C(I,J)+D(I,J)
C ITERATION LOOP; MAX NO OF ITERATIONS 300
DO 950 ICYCLE=1,1000
IND=0
DO 960 I=2,MBOUND
DO 960 J=2,NBOUND
HOLD(I,J)=H(I,J)
IF(HFIX(I,J).GE.-10000.0) GO TO 970
IF(IBFLAG(I,J).EQ.1) H(I+1,J)=Z(J)
IF(IBFLAG(I,J).NE.0) GO TO 961
H(I,J-1)=HF(I)
IF(IBOUND(I).EQ.2) H(I+1,J)=Z(J)
IF(IBOUND(I-1).EQ.3) H(I-1,J)=Z(J)
IF(IBOUND(I).GE.4) H(I+1,J)=Z(J)
961 CONTINUE
AB=A(I,J)*H(I+1,J)+B(I,J)*H(I,J-1)+C(I,J)*H(I-1,J)+D(I,J)*H(I,J+1)
IF(IBFLAG(I,J).EQ.1) H(I+1,J)=-99.9
IF(IBFLAG(I,J).NE.0) GO TO 962
H(I,J-1)=-99.9
IF(IBOUND(I).EQ.2) H(I+1,J)=-99.9
IF(IBOUND(I-1).EQ.3) H(I-1,J)=-99.9
IF(IBOUND(I).GE.4) H(I+1,J)=-99.9
962 CONTINUE
IF(ABS(AB-CX(I,J)*HOLD(I,J)).LT.ERROR)GO TO 980

```

```

      IND=100
980  CONTINUE
      H(I,J)=(1.0-OFAC)*HOLD(I,J)+OFAC*AB/CX(I,J)
      GO TO 960
970  H(I,J)=HFIX(I,J)
960  CONTINUE
      IF(IFIRST.EQ.-100.AND.ICYCLE.LT.100) GO TO 950
      IF(IND.EQ.0) GO TO 990
C
C      OPTIONAL PRINT OUT FOR OTHER NODAL POSITIONS RHUBARB
      IF(IPRINT.GT.2) GO TO 950
      WRITE(6,1040) ICYCLE,H(2,3),H(3,3),H(4,3),H(5,3),H(6,3),
      1H(7,3),H(8,3),H(9,3),H(10,3),H(11,3),H(12,3)
1040  FORMAT(1X,I5,11F9.3)
950  CONTINUE
990  CONTINUE
      IFIRST=0
      WRITE(6,1032) ICYCLE
1032  FORMAT(1X,'NO OF CYCLES=',I5)
      IF(IPRINT.GT.3) GO TO 1031
      CALL PRIN(H,7,2,MBOUND,2,NBOUND,TIMTOT)
1031  CONTINUE
C
C  CALCULATING VOLUME CHANGE
      FRACVOL=0.0
      DO 1050 I=2,MBOUND
      XL=(X(I+1)-X(I-1))*0.5

```

```

IF(I.EQ.2.OR.I.EQ.MBOUND)XL=XL*0.5

FRACVOL=FRACVOL+HF(I)*XL*S

1050 CONTINUE

FRACVOL=FRACVOL/TOTVOL

WRITE(6,1051) FRACVOL

1051 FORMAT(1X,'FRACVOL=',E14.7)

WRITE(8,1052) FRACVOL

1052 FORMAT(1X,E14.7)

C

C   FIND HF(I) WHERE GROUNDWATER POTENTIAL EQUALS HEIGHT ABOVE
C   DATUM

DO 2000 I=2,MIN

JK=0

2010 JK=JK+1

J=NBOUND-JK

IF(IBFLAG(I,J).GT.0) GO TO 2010

C

IF(I.EQ.2.AND.LBOUND.EQ.-100) HRF(I-1)=HRF(I+1)

IF(I.EQ.MBOUND.AND.IRBOUND.EQ.-100) HF(MFICT)=HF(MIN)

PSI=(HF(I)-Z(J))/(Z(J-1)-Z(J))

DZ=Z(J)-Z(J+1)

IF(PSI.LT.0.01) DELHZ(I)=(PSI/(DZ*(1.0+PSI)))*((HF(I)-
.H(I,J))/(PSI**2)+(H(I,J)-H(I,J+1)))

IF(PSI.LT.0.01) GO TO 2011

ONE=HRF(I)/PSI-((1+PSI**2)/PSI)*H(I,J)

TWO=PSI*H(I,J+1)+PSI**2/(2.0*(1.0+PSI))*(H(I,J)-H(I,J+2))

DELHZ(I)=(ONE+TWO)/((1.0-PSI/(1.0+PSI))*DZ)

```

2011 CONTINUE

C

C CALCULATING DELHX

IF(IBOUND(I).EQ.2) GO TO 2020

IF(IBOUND(I).EQ.4) GO TO 2020

$PSI = (HRF(I+1) - Z(J)) / (Z(J-1) - Z(J))$

$DHDZR = (HRF(I+1) / (PSI * (1.0 + PSI)) - H(I+1, J) * (1.0 - PSI) / PSI$

$1 - H(I+1, J+1) * PSI / (1.0 + PSI)) / DZ$

IF(JN(I).GT.JN(I-1)) GO TO 2012

$PSI = (HRF(I-1) - Z(J)) / (Z(J-1) - Z(J))$

$DHDZL = (HRF(I-1) / (PSI * (1.0 + PSI)) - H(I-1, J) * (1.0 - PSI) / PSI$

$1 - H(I-1, J+1) * PSI / (1.0 + PSI)) / DZ$

GO TO 2013

2012 CONTINUE

$DHDZL = (HRF(I-1) - H(I-1, J+1)) / (HRF(I-1) - Z(J+1))$

IF(IBOUND(I-1).NE.1) $DHDZL = (H(I-1, J-1) - H(I-1, J+1)) / (2.0 * DZ)$

2013 CONTINUE

IF(I.EQ.2) DHDZL=DHDZR

$PSI = (HRF(I+1) - Z(J)) / (Z(J-1) - Z(J))$

$DH2DZR = (2.0 * HRF(I+1) / (PSI * (1.0 + PSI)) + 2.0 * H(I+1, J+1) /$

$1(1.0 + PSI) - 2.0 * H(I+1, J) / PSI) / (DZ ** 2)$

IF(JN(I).GT.JN(I-1)) GO TO 2014

$PSI = (HRF(I-1) - Z(J)) / (Z(J-1) - Z(J))$

$DH2DZL = (2.0 * HRF(I-1) / (PSI * (1.0 + PSI)) + 2.0 * H(I-1, J+1) /$

$1(1.0 + PSI) - 2.0 * H(I-1, J) / PSI) / (DZ ** 2)$

GO TO 2015

2014 CONTINUE

```

DH2DZL=((HRF(I-1)-H(I-1,J))/(HRF(I-1)-Z(J))+(H(I-1,J+1)
1-H(I-1,J))/(Z(J)-Z(J+1)))/(0.5*(HRF(I-1)-Z(J+1)))
IF(IBOUND(I-1),NE.1) DH2DZL=(H(I-1,J-1)-2.0*H(I-1,J)+H(I-1,J+1))
1/(DZ**2)

```

2015 CONTINUE

```

IF(I.EQ.2) DH2DZL=DH2DZR
PSI=(HF(I)-Z(J))/(Z(J-1)-Z(J))
ONE=(H(I+1,J)-H(I-1,J))/(X(I+1)-X(I-1))
IF(I.EQ.2) ONE=0.0
TWO=((DHDZR-DHDZL)/(X(I+1)-X(I-1)))*PSI*DZ
THREE=((DH2DZR-DH2DZL)/(X(I+1)-X(I-1)))*((PSI*DZ)**2)*0.5
DELHX=ONE+TWO+THREE
GO TO 2030

```

2020 CONTINUE

```

GRAD=(HRF(I+1)-HRF(I))/(X(I+1)-X(I))
CON=HRF(I)-GRAD*X(I)
XINTER=(Z(J)-CON)/GRAD
ETA=(XINTER-X(I))/(X(I+1)-X(I))
DELHX=(Z(J)/(ETA*(1.0+ETA))-H(I-1,J)*ETA/(1.0+ETA)-H(I,J)*(1.0-ETA
1)/ETA)
DELHX=DELHX/(X(I+1)-X(I))

```

2032 FORMAT(1X,2I4,3E15.7)

2030 CONTINUE

```

TANA(I)=(HRF(I+1)-HRF(I-1))/(X(I+1)-X(I-1))
HF(I)=HF(I)-(DELTS)*(PZ(I,J)*DELHZ(I)-PX(I,J)*TANA(I)*DELHX
1-RS(I))

```

2031 FORMAT(1X,7E17.10)

IF(HF(I).LT.FRHEAD) HF(I)=FRHEAD

C

C PREVENTING FREE SURFACE VALUES FALLING BELOW FIXED HEADS

IF(LBOUND.EQ.-100) GO TO 2050

IF(I.NE.2) GO TO 2050

IF(HF(I).GT.FLHEAD) HF(I)=FLHEAD

2050 CONTINUE

IF(IRBOUND.EQ.-100) GO TO 2000

IF(I.NE.MBOUND) GO TO 2000

IF(HF(I).LT.FRHEAD) HF(I)=FRHEAD

2000 CONTINUE

IF(LBOUND.NE.-100) HF(2)=FLHEAD

IF(IRBOUND.NE.-100) HF(MBOUND)=2.0*HF(MIN)-HF(MIN-1)

IF(HF(MBOUND).LT.FRHEAD) HF(MBOUND)=FRHEAD

C

WRITE(7,2040)(HF(I),I=2,MBOUND)

2040 FORMAT(1X,10E12.5)

C

C FIND JN(I) THE NEAREST NODE TO HF(I)

DO 2100 I=2,MBOUND

IBOUND(I)=-2

DO 2100 J=2,NBOUND

IF(HF(I).LE.Z(J-1).AND.HF(I).GT.Z(J)) JN(I)=J

IF(JN(I).LT.2) JN(I)=2

2100 CONTINUE

C

C ALTERING HEADS IF BOUNDARY HAS RISEN TO GET RID OF -99.9

```

DO 2182 I=2,MBOUND
IF(JN(I).GE.JNP(I)) GO TO 2182
L=JN(I)
M=JNP(I)-1
N=JNP(I)
DO 2183 J=L,M
HFIX(I,J)=-999999.0
HRFIX(I,J)=-999999.0
2183 CONTINUE
2182 CONTINUE
DO 2170 I=2,MBOUND
2170 JNP(I)=JN(I)
C
C    LEVEL BOUND IBOUND=1,STEP BOUND IBOUND=2
C
DO 2110 I=2,MIN
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)) IBOUND(I)=1
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)-1) IBOUND(I)=2
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)+1) IBOUND(I)=3
IF(IBOUND(I).NE.-2) GO TO 2110
K=3
DO 2111 L=2,20
K=K+1
IF(JN(I).EQ.JN(I+1)-L) IBOUND(I)=K
2111 CONTINUE
IF(IBOUND(I).EQ.-2) WRITE(6,2130)
2110 CONTINUE

```

```

2130 FORMAT(1X,119(1H*)/' WATER LEVEL FALLS TOO MANY',
1' MESH SPACES',1X/1X,119(1H*)
1,' SOLUTION BECOMES INACCURATE')
C
C   OPTIONAL OUTPUT TO EXAMINE FORM OF BOUNDARY
IF(IPRINT.GT.4) GO TO 2390
WRITE(6,160)
TIME=TIMTOT+DELT
WRITE(6,2151) TIME
2151 FORMAT(1X,'FREE SURFACE HEADS AT TIME',E12.5,' DAYS')
DO 2150 I=2,MBOUND
J1=JN(I)
2150 WRITE(6,2160) I,HF(I),JN(I),IBOUND(I),H(I,J1),H(I,J1+1),H(I,J1-1)
2,DELHZ(I),TANA(I)
2160 FORMAT(1X,I10,F12.7,2I5,3F12.7,3E12.5)
WRITE(6,160)
C
C   RESET PARAMETERS
2390 CONTINUE
DO 2400 I=1,MFICT
HFOLD(I)=HRF(I)
HRF(I)=HF(I)
DO 2400 J=1,NFICT
A(I,J)=AR(I,J)
B(I,J)=BR(I,J)
C(I,J)=CR(I,J)
D(I,J)=DR(I,J)

```

```

      HFIX(I,J)=HRFIX(I,J)

      IBFLAG(I,J)=100

2400  CONTINUE

C
C    SET UP NEW BOUNDARY CONDITIONS
      DO 2410 I=2,MBOUND
        JJ=JN(I)

        B(I,JJ)=2.0*PZ(I,JJ-1)/((HF(I)-Z(JJ))*(HF(I)-Z(JJ+1)))
        D(I,JJ)=2.0*PZ(I,JJ)/((Z(JJ+1)-HF(I))*(Z(JJ+1)-Z(JJ)))

        IF(I.EQ.MBOUND) B(I,JJ)=B(I,JJ)*0.5
        IF(I.EQ.MBOUND) D(I,JJ)=D(I,JJ)*0.5

        IF(I.EQ.2) B(I,JJ)=B(I,JJ)*0.5
        IF(I.EQ.2) D(I,JJ)=D(I,JJ)*0.5

        IF(B(I,JJ).LT.0.0) WRITE(6,2421)

        IF(B(I,JJ).GT.BR(I,JJ)*1000.0) B(I,JJ)=BR(I,JJ)*1000.0

        D(I,JJ-1)=0.0

        HFIX(I,JJ-1)=-99.9

        IBFLAG(I,JJ)=0

        IF(IRBOUND.NE.-100.AND.I.EQ.MBOUND) GO TO 2420

        IF(IBOUND(I).EQ.3) GO TO 2440

        IF(IBOUND(I).GE.4) GO TO 2420

        IF(IBOUND(I).EQ.2) GO TO 2420

        IF(IBOUND(I).NE.1) GO TO 2410

C    LEVEL BOUNDARY

C    SET B VALUE ON FREE SURFACE NOT EQUAL TO ZERO TO ALLOW FOR
C    TIME VARIANT MOVEMENT OF THE WATER TABLE

2421  FORMAT(1X,50(1H*),'VERTICAL COEFFICIENT ERROR',120(1H*))

```

```

C      CALCULATING NEW LATERAL FLOW COEFFS. FOR FREE SURFACE N
C      NODES FOR NO STEP CONDITION
C
      IF(IBOUND(I-1).EQ.3) C(I,JJ)=0.0
      GO TO 2410
C      STEP BOUNDARY
2420 CONTINUE
C
C      STRAIGHT LINE INTERPOLATION OF THE FREE SURFACE
      IF(I.EQ.MBOUND) A(I,JJ)=0.0
      IF(I.EQ.MBOUND) GO TO 2425
      GRAD=(HF(I+1)-HF(I))/(X(I+1)-X(I))
      CON=HF(I)-GRAD*X(I)
      XINTER=(Z(JJ)-CON)/GRAD
      IF(XINTER.GT.X(I+1)) XINTER=X(I+1)
      A(I,JJ)=2.0*PX(I,JJ)/((XINTER-X(I))*(XINTER-X(I-1)))
C
C      REDUCING A() TO ALLOW FOR REDUCED FLOW WIDTH
C      CALCULATING NEW LATERAL FLOW COEFFS. FOR STEP BOUNDARY
      IF(B(I,JJ).LT.0.0) WRITE(6,2421)
      C(I,JJ)=2.0*PX(I-1,JJ)/((XINTER-X(I-1))*(X(I)-X(I-1)))
      IF(I.EQ.2) C(I,JJ)=0.0
      IF(I.EQ.MBOUND) A(I,JJ)=0.0
2425 CONTINUE
      C(I+1,JJ)=0.0
      H(I+1,JJ)=-99.9
      HFIX(I+1,JJ)=-99.9

```

```

IF(IBOUND(I-1).EQ.3) C(I,JJ)=0.0
IF(IBOUND(I).LT.4) GO TO 2410
LFIN=IBOUND(I)
DO 2426 L=4,LFIN
M=L-3
IBFLAG(I,JJ+M)=1
XINTER=(Z(JJ+M)-CON)/GRAD
A(I,JJ+M)=2.0*PX(I,JJ+M)/((XINTER-X(I))*(XINTER-X(I-1)))
C(I,JJ+M)=2.0*PX(I-1,JJ+M)/((XINTER-X(I-1))*(X(I)-X(I-1)))
IF(I.EQ.MBOUND) A(I,JJ+M)=0.0
IF(I.EQ.2) C(I,JJ+M)=0.0
C(I+1,JJ+M)=0.0
HFIX(I+1,JJ+M)=-99.9
H(I+1,JJ+M)=-99.9
IF(I.EQ.MBOUND) A(I,JJ+M)=0.0
2426 CONTINUE
IF(IBOUND(I-1).EQ.3) C(I,JJ)=0.0
GO TO 2410
2440 CONTINUE
C
C      REVERSE STEP BOUNDARY
GRAD=(HF(I+1)-HF(I))/(X(I+1)-X(I))
CON=HF(I)-GRAD*X(I)
XINTER=(Z(JJ)-CON)/GRAD
IF(XINTER.LT.X(I)) XINTER=X(I)
C(I+1,JJ-1)=2.0*PX(I,JJ-1)/((X(I+1)-XINTER)*(X(I+2)-XINTER))
A(I+1,JJ-1)=2.0*PX(I+1,JJ-1)/((X(I+2)-XINTER)*(X(I+2)-X(I+1)))

```

A(I,JJ-1)=0.0

H(I,JJ-1)=-99.9

2410 CONTINUE

C

C ENFORCING THE SEEPAGE FACE

C ONLY ENFORCING SEEPAGE FACE AT R.H. BOUNDARY PROGRAM

C NEEDS MODIFICATION TO INCLUDE IT FOR L.H. BOUNDARY

IF(TIMTOT.GT.1.0) GO TO 9999

IF(IRBOUND.EQ.-100) GO TO 2500

I=MBOUND

J=JN(MBOUND)

DO 2450 L=J,NBOUND

IF((Z(L)-FRHEAD).LT.0.0001) GO TO 2450

HFIX(I,L)=Z(L)

2450 CONTINUE

GO TO 2500

9999 CONTINUE

STOP

END

SUBROUTINE PRIN(FUNC,NO,IBEG,IEND,JBEG,JEND,TIME)

DOUBLE PRECISION FUNC

DIMENSION FUNC(43,31)

100 FORMAT(10X,31HTRANSMISSIBILITY IN X DIRECTION)

101 FORMAT(10X,31HTRANSMISSIBILITY IN Y DIRECTION)

102 FORMAT(10X,15HSTORAGE FACTORS)

103 FORMAT(10X,'HEAD VALUES')

104 FORMAT(10X,15HRECHARGE VALUES)

105 FORMAT(10X,11HFIXED HEADS)

106 FORMAT(10X,17HVALUES OF HEAD AT,E14.7,4HDAYS)

107 FORMAT(1X,1P13E9.2)

108 FORMAT(1H0)

110 FORMAT(1X,13(I5,4X))

111 FORMAT(1X,I3,1X,19F6.2)

112 FORMAT(3X,19I6)

115 FORMAT(1X,29H-1.00E+06 SIGNIFIES FREE HEAD,5X,34H-9.99E 1 IS NODE

1 OUTSIDE BOUMDARY)

IF(NO.EQ.7) GO TO 6

IF(NO.NE.1) GO TO 1

WRITE(6,100)

GO TO 7

1 IF(NO.NE.2) GO TO 2

WRITE(6,101)

GO TO 7

2 IF(NO.NE.3) GO TO 3

WRITE(6,102)

GO TO 7

3 IF(NO.NE.4) GO TO 4

WRITE(6,103)

GO TO 7

4 IF(NO.NE.5) GO TO 5

WRITE(6,104)

GO TO 7

5 IF(NO.NE.6) GO TO 6

WRITE(6,105)

```

WRITE(6,115)
GO TO 7
6 WRITE(6,106)TIME
L=1
M=L+18
IF(M.GT.IEND) M=IEND
GO TO 210
200 CONTINUE
IF(M.EQ.IEND) RETURN
L=L+19
M=L+18
IF(M.GT.IEND) M=IEND
210 CONTINUE
WRITE(6,112)(I,I=L,M)
DO 11 J=IBEG,JEND
11 WRITE(6,111) J,(FUNC(I,J),I=L,M)
GO TO 200
7 CONTINUE
L=1
M=L+12
IF(M.GT.IEND) M=IEND
GO TO 310
300 CONTINUE
IF(M.EQ.IEND) RETURN
L=L+13
M=L+12
IF(M.GT.IEND) M=IEND

```

310 CONTINUE

WRITE(6,110)(I,I=L,M)

DO 8 J=JBEG,JEND

8 WRITE(6,107)(FUNC(I,J),I=L,M)

GO TO 300

END

ANNEX2

Présentation du code Plaxis

I. Introduction :

Plaxis V10 est un logiciel géotechnique aux éléments finis spécialement destiné à l'analyse en 2D des déformations et de la stabilité des ouvrages géotechniques. Les applications géotechniques nécessitent des lois de comportement avancé pour la simulation du comportement des sols et/ou des roches, non linéaire, dépendant du temps et anisotropie. De même, le sol étant un matériau polyphasique, des procédures spéciales sont nécessaires pour prendre en compte les pressions interstitielles, que celles-ci soient ou non hydrostatiques. Bien que la modélisation du sol lui-même soit un problème important, beaucoup de projets géotechniques impliquent également la modélisation des structures et de leur interaction avec le sol, Plaxis est doté de fonctionnalités tout à fait remarquables pour traiter tous les aspects des structures géotechniques complexes. Un résumé des fonctions essentielles est donné ci-dessous :

Saisie des données :



Définition graphique de la géométrie : la définition des couches de sol, des ouvrages, des phases de construction, des chargements et des conditions aux limites s'appuie sur des procédures graphiques pratiques, ce qui permet une description précise de la coupe. Le maillage 2D est généré automatiquement à partir de ce modèle géométrique.



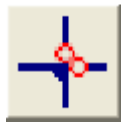
Génération automatique du maillage : Plaxis offre une génération entièrement automatique de maillages non structurés d'éléments finis, avec des options pour raffiner le maillage, globalement ou localement. Le maillage peut contenir des milliers d'éléments.

Eléments de degré élevé : des éléments triangulaires quadratiques à 6 nœuds et du 4^{ème} ordre à 15 nœuds sont disponibles pour modéliser les déformations et les contraintes dans le sol.

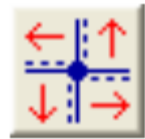


Coques : des éléments spécifiques de poutre sont utilisés pour modéliser la flexion des murs de soutènement, des revêtements de tunnel et autres éléments élancés de structures.

Ces éléments sont définis par leur rigidité de flexion, leur raideur normale et leur moment fléchissant ultime. Une rotule plastique est introduite dès que le moment ultime est atteint. Ces éléments peuvent être utilisés conjointement avec des éléments d'interface pour conduire des analyses réalistes de tous les ouvrages géotechniques.



Articulations et raideurs à la rotation : une articulation est une liaison entre éléments de poutre qui permet une rotation au point de jonction. Les articulations peuvent être introduites pour créer des joints là où les rotations sont possibles. Il est également possible de définir une raideur à la rotation lorsque la liaison n'est ni une rotule ni un encastrement.



Interfaces : ces éléments joints sont nécessaires pour les calculs impliquant l'interaction d'un ouvrage et du sol. Ils peuvent servir à modéliser la zone de matériau très fortement cisailé sous la base des fondations, contre les pieux, les géotextiles ou les murs de soutènement. Ils sont caractérisés par les valeurs de l'angle de frottement et de l'adhérence, qui ne sont pas nécessairement les mêmes que l'angle de frottement et la cohésion du sol encaissant.



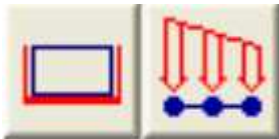
Ancrages : des éléments de ressorts élastoplastique servant à représenter les ancrages et les butons. Ils sont définis par leur raideur normale et la valeur maximale de l'effort normal. Une option spéciale permet d'analyser les encrages ou appuis précontraints.



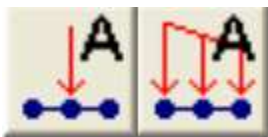
Géotextiles : les géotextiles ou les géogrilles sont souvent utilisés dans la pratique pour la construction de remblais ou de soutènements en sol renforcé. Ils peuvent être simulés dans Plaxis par l'emploi d'éléments spéciaux de traction. Il est souvent commode d'associer ceux-ci avec des éléments d'interface pour modéliser l'interaction avec le sol encaissant.



Tunnels : Plaxis offre une option qui facilite la création des tunnels circulaires ou non circulaires composés d'arcs successifs. Des éléments de poutre et d'interface peuvent être adjoints pour modéliser le revêtement du tunnel et l'interaction avec le sol encaissant. Des éléments isoparamétriques servent à définir les limites curvilignes au sein du maillage. Plusieurs options sont également disponibles pour analyser les déformations provoquées par la construction du tunnel.



Conditions aux limites : les "fixités" sont des déplacements nul imposés. Ces conditions peuvent être appliquées aux lignes comme aux points définissant la géométrie du modèle, dans les directions x ou y. D'autre part, il est possible de définir des déplacements imposés non nuls pour certaines frontières du modèle. Une option permet d'appliquer les conditions d'appui standard valables dans la majorité des cas.



Chargements : deux systèmes de chargement indépendants sont proposés pour appliquer des forces ponctuelles ou des charges réparties. Les forces ponctuelles peuvent être appliquées à n'importe quel point de la géométrie, les charges réparties sur n'importe quelle ligne de la géométrie, sans se limiter à la seule frontière extérieure. Les valeurs des chargements peuvent être modifiées dans le mode "Construction par étapes" et/ou par l'utilisation des multiplicateurs.

Lois de comportement du sol :



Base de données des matériaux : les propriétés des matériaux sont regroupées dans une base de données des projets peuvent être partagées via une base de données globale.

Modèle de Mohr-Coulomb : ce modèle non-linéaire simple et robuste n'utilise que des paramètres qui sont connus habituellement. Tous les facteurs de non-linéarité ne sont cependant pas couverts par ce modèle. Le modèle de Mohr-Coulomb permet d'estimer de manière réaliste la charge de rupture de fondations circulaires, de pieux courts,....etc. il peut également servir à calculer un coefficient de sécurité par une approche de ϕ -c réduction.

Modèles avancés de sol : Plaxis offre d'autres modèles de comportement de sol : le Hardening Soil Model (modèle hyperbolique en élastoplasticité) pour les sols raides, comme les argiles sur consolidées et les sables ; le Soft Soil Creep Model (modèle de type Cam-Clay) pour l'analyse du comportement des sols compressibles normalement consolidés. En complément, Plaxis inclut un modèle pour l'analyse des roches en comportement anisotrope : le Jointed Rock model

Modèles définis par l'utilisateur : dans Plaxis, l'utilisateur a la possibilité de définir ses propres lois de comportement. Cette option, particulièrement utile en premier lieu pour les chercheurs, dans les universités et les instituts de recherche, peut également se révéler intéressante dans les milieux professionnels. Dans les années à venir, les modèles validés et documentés fournis par les utilisateurs seront mis à disposition sur internet.



Régime d'écoulement permanent : des réseaux complexes de pressions interstitielles peuvent être générés par combinaison de lignes phréatiques et de saisie directe de pressions, les pressions interstitielles peuvent également être générées par un calcul d'écoulement permanent.



Calcul du réseau d'écoulement : les distributions de pressions interstitielles complexes peuvent être générées à partir d'un calcul d'écoulement à deux dimensions. Des drains et des puits peuvent être modélisés grâce à des éléments spécifiques. Les potentiels aux limites du modèle sont définis comme des niveaux phréatiques.

Surpressions interstitielles : Plaxis distingue les comportements drainés ou non drainés des sols, pour modéliser les sables perméables comme les argiles quasi-imperméables. Les surpressions interstitielles sont calculées lorsque des couches de sol non drainé sont soumises à des chargements. Les conditions de chargement non drainé conditionnent souvent la stabilité des ouvrages géotechniques.

Fonctions de calcul :



Le programme de calcul permet de conduire des analyses en déformation menées par un calcul plastique, un calcul de Consolidation ou un calcul en Grandes déformations. Pour chaque projet, plusieurs phases de calcul peuvent être définies avant le lancement du calcul.

Incrémentation automatique du pas de chargement : ce mode évite à l'utilisateur d'avoir à choisir par lui-même les pas de chargement adaptés au calcul plastique incrémental, tout en garantissant une procédure de calcul fiable et efficace.

Contrôle de la longueur d'arc : cette fonction permet un calcul correct des charges et mécanismes de rupture. Dans les calculs à charge contrôlée, la procédure itérative échoue dès que la charge imposée dépasse la valeur de pic. Avec le contrôle de la longueur d'arc, la charge appliquée est automatiquement réduite pour pouvoir examiner le phénomène de pic ainsi que toute évolution éventuelle après ce pic.

Construction par étapes : il est possible de simuler les phases de construction ou d'excavation, par activation/désactivation de groupes d'éléments, application de chargements ou changement des conditions hydrauliques. Cette procédure permet une estimation réaliste

des contraintes et déplacements provoqués par la construction d'un barrage en terre ou une excavation profonde.

Consolidation : la dissipation des surpressions interstitielles avec le temps peut être simulée par un calcul de consolidation. Une analyse de consolidation nécessite la définition des perméabilités de chacune des couches de sol. Des procédures d'incrémentation automatique du pas de temps rendent l'analyse performante et facile à utiliser. L'option "Construction par étapes" peut être combinée avec une analyse en consolidation.

Analyse en variables de Lagrange actualisées : avec cette option, le maillage est actualisé en permanence durant le calcul. Dans certaines situations, une analyse classique en petites déformations peut révéler des modifications importantes de la géométrie. Dans ces situations, il est recommandé de procéder à un calcul plus précis par actualisation des variables de Lagrange. Cette option est disponible pour tous les types de calcul.

Coefficients de sécurité : le coefficient de sécurité est généralement défini comme le rapport de la charge de rupture à la charge de service. Cette définition est adaptée aux fondations, mais non aux remblais ou aux ouvrages de soutènement en palplanches. Dans ces derniers cas, il est plus approprié d'utiliser la définition du coefficient de sécurité de la mécanique des sols, c'est-à-dire le rapport entre la résistance au cisaillement mobilisable et la résistance au cisaillement mobilisée à l'équilibre. Dans Plaxis, le coefficient de sécurité est calculé par une procédure de réduction de c et ϕ

Gestionnaire de calculs : dans le gestionnaire de calculs, plusieurs projets peuvent être sélectionnés pour un calcul différé. Cette option permet une utilisation optimale de l'ordinateur en arrière-plan, et est utile dans le cas d'études paramétriques.

Analyse des résultats : Le post-processeur Plaxis a des fonctions avancées pour restituer les résultats du calcul, sous forme de graphique et tableaux. Ceux-ci peuvent être envoyés sur n'importe quelle imprimante ou copiés dans le presse-papier de Windows pour être exportés vers un autre logiciel.

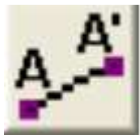
Déformations : la visualisation des déformations peut se faire sous la forme de maillage déformé, de déplacements ou déformations totaux ou incrémentaux. Tous les graphiques de

déplacement ou de déformation peuvent être présentés avec flèches, lignes isovaleurs ou domaines isovaleurs.

Contraintes : la restitution des contraintes peut se faire en contraintes effectives,

Contraintes totales, pressions interstitielles et surpressions interstitielles. Ces contraintes peuvent être figurées en lignes isovaleurs comme domaines isovaleurs.

Efforts et déplacements dans les éléments de structure : des graphiques et tableaux fournissent directement les déplacements, efforts normaux, tranchants, circonférentiels et les moments fléchissant de tous les éléments de structure. Les efforts et déplacements peuvent être tracés par phase, ou sous forme d'enveloppe de toutes les phases précédentes.



Coupes : cette option très commode est offerte par Plaxis pour créer des graphiques des sollicitations ou des déplacements selon des coupes sélectionnées dans le modèle.



Générateur de rapports : un générateur de rapport a été développé pour permettre l'édition d'un rapport des données saisies et des résultats obtenus pour un modèle. Ce rapport peut être édité dans Word.

Animations : il est possible de générer des animations vidéo pour toutes les sorties graphiques, notamment les déplacements et efforts dans les éléments de structure.



Courbes : un outil spécifique permet de représenter les courbes charge-déplacement, les chemins de contraintes, les courbes effort-déformation, ou encore l'évolution de tassements avec le temps.

Liste des annexes

Annexe 1 : Présentation du code Fortran

Annexe 2 : Présentation du code Plaxis