

*République Algérienne Démocratique et Populaire.
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique.
Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou.
Faculté de Génie Electrique et D'informatique.*



MEMOIRE

DE FIN D'ETUDE

En vue de l'obtention du diplôme d'ingénieur d'état en électronique

Option : contrôle et instrumentation

Thème

Identification des Systèmes linéaires

Proposé et Dirigé par :

 *Melle Diouaher .N*

Réalisé par :

 *Melle Baoune Nabila*

 *Melle Samer Meryem*

Promotion 2007/2008

Introduction générale	1,2
------------------------------------	-----

CHAPITRE I

GENERALITES SUR L'IDENTIFICATION

I-1- Introduction	3
I-2- Définition du modèle.....	3
I-3- Type du modèle	3
I-3-1-Modèle de connaissance.....	3
I-3-2-Modèle de représentation	3
I-3-2-1-Modèle non paramétrique.....	3
I-3-2-2- Modèle paramétrique.....	3
I-4- Structure du modèle	4
I-4-1-Structure S1	4
I-4-2-Structure S2	4
I-4-3-Structure S3	5
I-4-4-Structure S4	6
I-5-Estimation des paramètres du modèle.....	6
I-5-1-Distance d'état	6
I-5-2-Distance de prédiction	7
I-5-3-Distance de structure	7
I-6- Les étapes d'identification.....	8
I-6-1- La 1ère étape.....	9
I-6-2 - La 2ème étape	9
I-6-3 - La 3ème étape	9
I-6-4 - La 4ème étape	9
I-7- Quelques problèmes posés par l'identification.....	9
I-7- 1-Choix de la période d'échantillonnage.....	9
I-7-2- Choix du signal d'excitation.....	10
I-7-3- Effet des perturbations sur l'identification.....	10

CHAPITRE II

METHODES D'IDENTIFICATION DES SYSTEMES NON BRUITES

II-1- Introduction	11
II-2- Méthodes d'identification du modèle non paramétrique	11
II-2-1- Mesure par la réponse indicielle.....	11
II-2-2- Mesure par la réponse impulsionnelle	12
II-2-2-1- Mesure par la TF	12
II-2-2-2- Mesure par corrélation	13
II-2-2-2-1- Mesure par l'auto-corrélation	13
II-2-2-2- 2- Mesure par intercorrélation.....	13
II-3- Méthodes d'identification du modèle paramétrique	14
II-3-1- Méthodes paramétriques graphiques.....	14
II-3-1-1 -Méthode de Strejc-Quentin	14
II-3-1-2- Méthode de Broida	15

II-3-1-3- Identification d'un intégrateur	17
II -3-2- Méthodes paramétriques statistiques	18
II-3-2-1- Algorithme d'adaptation paramétrique	18
II- 3-2-2- Les algorithmes d'identification récursifs	20
II-3-2-2-1- Algorithme de gradient	20
II-3-2-2-2- Algorithme des Moindres Carrés Récursifs (M.C.R)	22
II-3-2-3- Initialisation de l'algorithme	24
II 3-2-4- Choix du gain d'adaptation	24

CHAPITRE III

IDENTIFICATION DES SYSTEMES BRUTES

III-1- Introduction	27
III-2- Méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction	27
III-2-1- Moindres carrés récursifs (M .C .R)	27
III-2-2- Moindres carrés étendus (M.C.E)	27
III-2-3- Maximums de vraisemblance récursif (M.V.S)	29
III-2-4- Erreur de sortie avec modèle de prédiction étendu (E.S.M.P.E)	30
III-2-5- Moindre carrés généralisés (M.C.G)	31
III-3- Méthodes d'identification basées sur la décorrélation du vecteur d'observation et de l'erreur de prédiction	32
III -3-1- Variable instrumentale à observation retardée	33
III-3-2- Variable instrumentale à modèle auxiliaire	34
III-3-3- Erreur de sortie à compensateur fixe	35
III-3-4- Erreur de sortie à compensateur ajustable	37
III-4- Validation des modèles identifiées	38

CHAPITRE IV

SIMULATION ET VALIDATION DES RESULTATS

IV-1- Introduction	39
IV-2- Les applications pour les méthodes graphiques	39
IV-2-1- Méthode de Strejc-Quentin	39
IV-2-2- Méthode de Broida	40
IV-2-3- Processus intégrateur	42
IV-3- Les applications pour les méthodes statistiques	45
IV-3-1- La méthode des moindres carrés récursifs (M.C.R)	45
IV-3-1-1- Système du premier ordre	46
IV-3-1-2- Système du premier ordre	49
IV-3-2- La méthode des moindres carrés étendus	52
IV-3-3- La méthode de variable instrumentale à observations retardées	55
IV-3-4- L'entrée est un échelon d'amplitude 10 et retardée de 100s	57
IV-3-5- L'influence de la période d'échantillonnage	60
IV-3-6- L'influence du nombre d'échantillons	63
Conclusion générale	66

Annexes

Bibliographie

L'identification de système est une technique de l'automatique consistant à proposer une structure entre sa commande et sa réponse afin de déterminer à partir des mesures des entrées/sorties, les valeurs des paramètres du modèle. Ainsi trouvé, le modèle doit être capable de reproduire aussi fidèlement que possible le système physique, chimique, biologique, économique

L'informatique peut aider à exécuter la tâche d'identification par la génération de signaux test, l'acquisition des données et mesures, leur traitement en temps réel et enfin la validation du modèle.

Un système linéaire peut être déterminé par plusieurs méthodes d'identification. Les premiers travaux ont été réalisés dans les années 1970 pour qu'elles puissent être appliquées à des procédés industriels. La procédure d'identification s'effectue essentiellement en deux étapes : la première consiste à fixer la forme des équations, c'est l'étape **qualitative** la seconde a pour but de trouver les valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans ces équations c'est l'étape **quantitative** ou (estimation des paramètres. Ces valeurs numériques sont déterminées pour que le comportement du modèle soit le plus proche de celui du système, cette approximation se mesure à l'aide d'un critère à choisir.

Du point de vue historique, l'origine de la théorie sur l'estimation est créditée à Gauss, qui, en 1795 inventa la méthode des moindres carrés. Les premières études utilisant l'erreur quadratique dans le processus aléatoires sont dues à Kolmogorov, Krein et Wiener vers la fin des années 1963. [1]

L'objectif de notre travail est de donner les connaissances nécessaires pour la compréhension et la mise en œuvre des techniques d'identification paramétriques notamment les méthodes d'identification graphiques et statistiques.

Ainsi, nous avons reparti notre mémoire en quatre chapitres

Afin de nous munir des éléments essentiels à la compréhension de cette étude, nous nous attacherons dans le premier chapitre à donner quelques généralités sur l'identification.

Nous étudierons ensuite dans le deuxième chapitre les méthodes générales de l'identification du modèle non paramétrique et paramétrique des systèmes non bruités. Nous nous intéresserons à l'identification des modèles paramétriques

Et dans le troisième chapitre, nous présenterons les principaux types d'algorithmes intervenant dans les méthodes d'identification récursives pour identifier les systèmes bruités.

Nous compléterons cette présentation par une étude pratique réalisée avec le logiciel **MATLAB-SIMULINK**, ceci afin de mettre en évidence les avantages des méthodes d'identification paramétriques (graphiques et statistiques).

Enfin nous terminerons notre travail par une conclusion générale.

I-1-Introduction :

L'identification est une opération qui consiste à déterminer les paramètres du modèle dynamique d'un système.

La connaissance du modèle dynamique est nécessaire pour la conception et la mise en œuvre d'un système performant de régulation.

I-2-Définition du modèle :

Le modèle est un ensemble d'équations mathématiques qui relie l'entrée $u(t)$ à la sortie $y(t)$, le modèle et le système doivent se conduire identiquement dans des conditions aussi variées que possible: le modèle doit être fidèle, précis et simple.

I-3-Type du modèle : [2]

Il existe divers types de modèle chacun étant destiné à une application particulière, nous pouvons les classer en deux grandes catégories :

I-3-1-Modèle de connaissance :

Les modèles de connaissances sont basés généralement sur les lois (de la physique, de la chimie ...) qui permettent de décrire complètement le système pour une meilleure simulation et conception des procédés. Ce type de modèle est souvent complexe et peu utilisé en automatique.

I-3-2-Modèle de représentation :

Lorsque l'analyse interne du système n'est pas possible (lois internes inconnues, mesures internes impossible ou difficiles) ou trop complexes, on est amené à considérer le système comme une boîte noire et à partir de l'observation de ses entrées –sorties (comportement externe) et de mesures expérimentales, on établit alors la relation mathématique qui lui correspond au mieux. Ce type de modèle est le plus utilisé en automatique. On distingue deux classes de modèle dynamique linéaire :

I-3-2-1-Modèles non paramétriques : Ils sont décrits par des réponses impulsionnelles ou par des réponses indicelles, permettant de caractériser un système dynamique linéaire.

I-3-2-2-Modèles paramétriques : Ils sont décrits par des fonctions de transfert dans le cas continu, ou bien par des équations aux différences dans le cas discret.

I-4-Les structures du modèle : [3]

On distingue quatre types de structures :

I-4-1-Structure S1 : de la forme suivante

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + e(t)$$

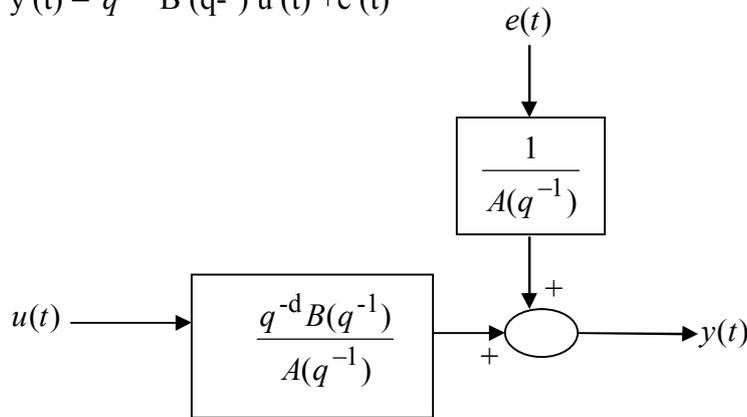


Figure (I-1): Structure S1

Avec :

$u(t), y(t)$: Entrée et sortie du procédé.

$e(t)$: Bruit blanc gaussien.

d : Retard.

q^{-1} : Opérateur retard.

$A(q^{-1}), B(q^{-1})$: polynômes en la variable q^{-1}

Les méthodes d'identification récursives utilisant cette structure sont :

- Moindres carrés récursifs.
- Variable instrumentale à modèle auxiliaire.
- Variable instrumentale à observations retardées.
- Erreur de sortie à compensateur fixe.
- Erreur de sortie à compensateur ajustable.

I-4-2-Structure S2 : de la forme suivante :

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + A(q^{-1}) w(t)$$

Où $w(t)$ est une perturbation.

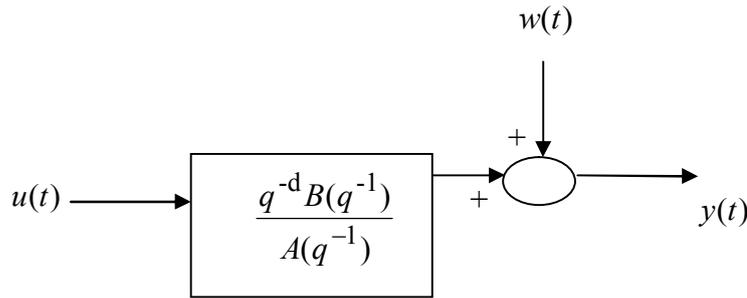


Figure (I-2) : Structure S2

Les méthodes d'identification récursives utilisant cette structure sont :

- Moindres carrés récursifs (si $A(q^{-1}) w(t) = e(t)$)
- Variable instrumentale à modèle auxiliaire
- Variable instrumentale à observations retardées. (si $A(q^{-1}) w(t) = C(q^{-1})e(t)$)
- Erreur de sortie à compensateur fixe.
- Erreur de sortie à compensateur ajustable.

I-4-3-Structure S3 : de la forme suivante :

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + C(q^{-1}) e(t)$$

Avec

$C(q^{-1})$: polynôme en la variable q^{-1}

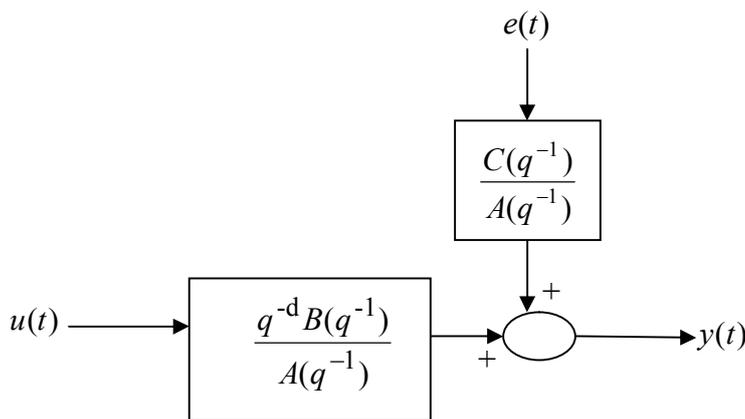


Figure (I-3): Structure S3

Les méthodes d'identification récursives utilisant cette structure sont :

- Moindres carrés étendus.
- Maximum de vraisemblance récursif.
- Erreur de sortie avec modèle de prédiction étendu.

I-4-4-Structure S4 : de la forme suivante :

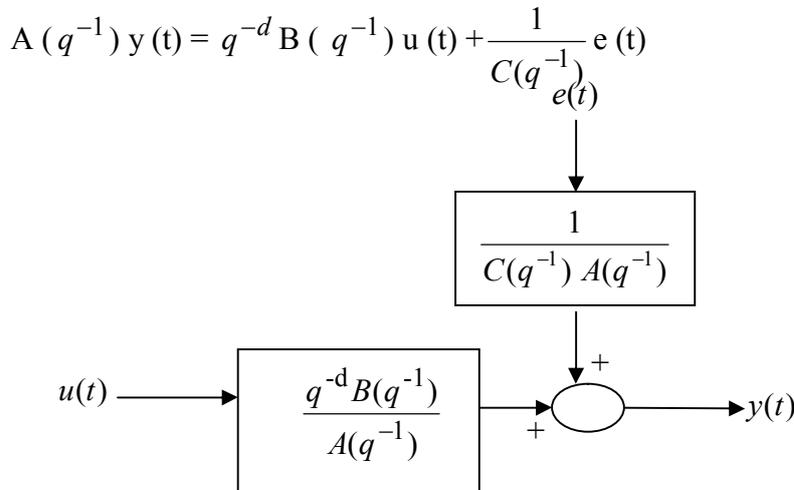


Figure (I-4) : Structure S4

Cette structure est utilisée dans les moindres carrés généralisés.

I-5-Estimation des paramètres du modèle : [4]

L'affectation des valeurs numériques se fait par choix d'un critère exprimant l'écart entre le système et le modèle qu'il faut minimiser. Ce critère peut s'exprimer de diverses façons. On distingue trois distances :

I-5-1-Distance d'état (distance de sortie) :

Elle est basée sur la différence entre la sortie réelle du procédé et celle du modèle.

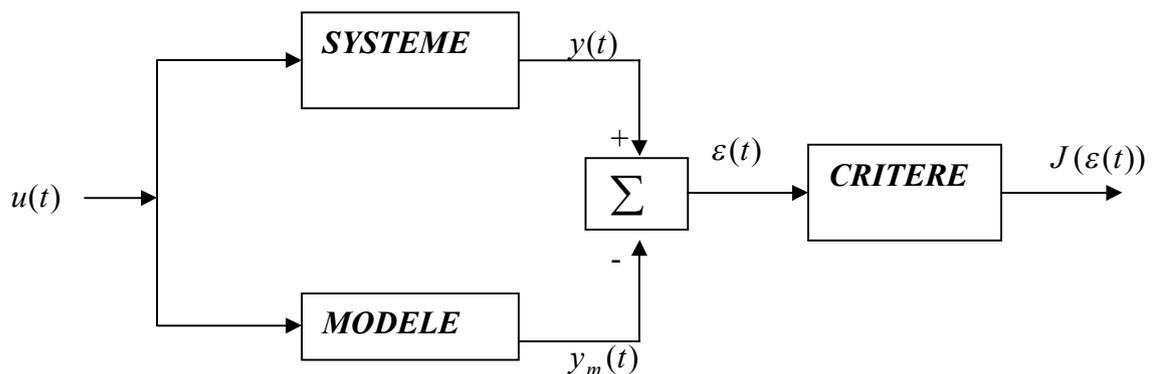


Figure (I-5) : Distance d'état

Avec :

$y_m(t)$: Sortie du modèle à l'instant t et $y(t)$: sortie réelle du système.

$$J = f(\varepsilon(t)) = \sum_{i=1}^t [y(i) - y_m(i)]^2$$

I-5-2-Distance de prédiction :

C'est la différence entre la sortie du système à l'instant t et la sortie que prédit le modèle au même instant.

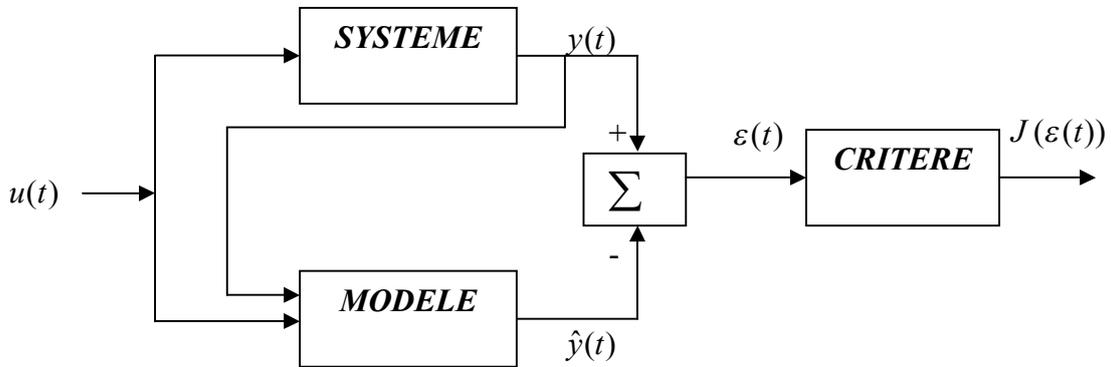


Figure (I-6): Distance de prédiction

$$J = f(\varepsilon(t)) = \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{y}(i)]^2$$

On note que $\hat{y}(t)$ est la sortie prédite du modèle à l'instant t.

I-5-3-Distance de structure :

Elle est en fonction de la différence entre les paramètres du système et ceux du modèle.

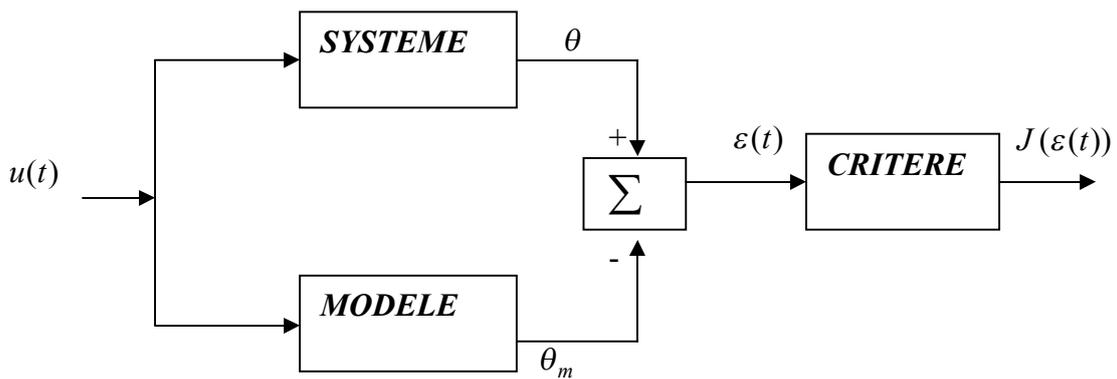


Figure (I-7) : Distance de structure

$$\varepsilon = \theta - \theta_m$$

$$J = f(\varepsilon(t)) = (\theta - \theta_m)^T A(\theta - \theta_m) = \varepsilon^T A \varepsilon$$

Avec :

A : Matrice de pondération définie positive.

θ : Vecteur de paramètres du système.

θ_m : Vecteur de paramètres du modèle.

I-6-Les étapes d'identification : [2, 5, 6,7, 8]

L'identification est une approche expérimentale pour la détermination du modèle dynamique d'un système. Cette approche peut être décomposée en quatre étapes selon la figure ci-après.

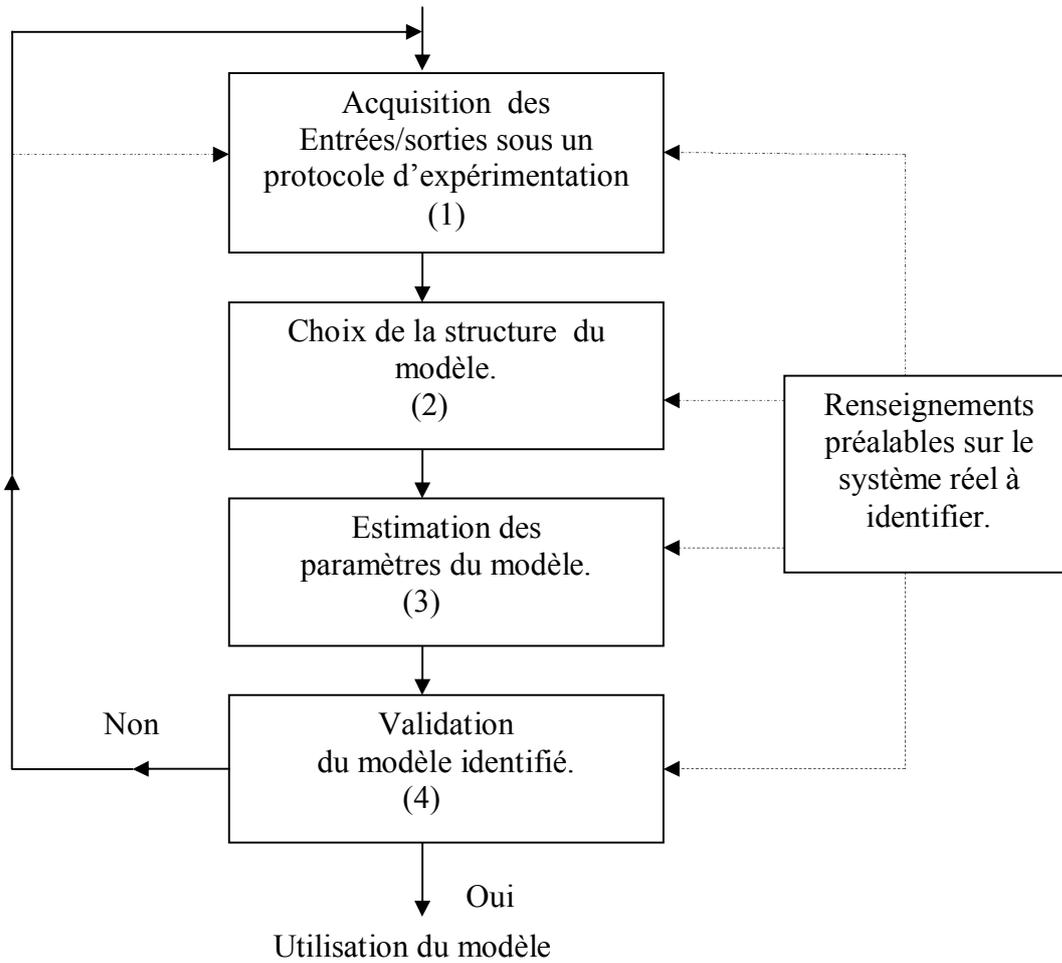


Figure (I-8) : Procédure d'identification d'un modèle de système [2].

I-6-1-La 1^{ère} étape : [5]

La première étape fournit les données entrées/sorties susceptibles de permettre l'extraction d'un modèle de procédé significatif. Le protocole d'acquisition est un problème-clé car il conditionne en grande partie le succès d'une opération d'identification. Il doit tenir compte d'une part des contraintes pratiques, ce qui requiert en général l'utilisation de signaux d'excitation de faible amplitude et d'autre part de la nécessité d'exciter le système à identifier dans une bande de fréquences suffisamment large afin d'obtenir un modèle significatif pour le calcul de la commande

I-6-2-La 2^{ème} étape : [6]

Le choix d'une structure non convenable conduit souvent à une mauvaise estimation, malgré toutes les précautions prises aux niveaux de la période d'échantillonnage, de la méthode d'identification paramétrique, du signal d'excitation, du gain d'adaptation et du nombre d'observations effectuées.

I-6-3-La 3^{ème} étape : [7]

Elle consiste à trouver les valeurs numériques des coefficients qui interviennent dans la structure du modèle. Ces valeurs numériques sont déterminées pour que le comportement du modèle soit le plus proche de celui du procédé. Cette proximité se mesure à l'aide d'un critère qui devra être minimisé.

I-6-4-La 4^{ème} étape [8]:

Une fois l'algorithme d'identification appliqué et le modèle obtenu, il reste à examiner celui-ci. Selon la qualité du modèle obtenu on remet en cause l'une ou l'autre des étapes (signal d'excitation, structure du modèle,...) et on recommence jusqu'à obtenir un modèle satisfaisant. Dans la pratique, on essaie un certain nombre de modèles avant de choisir le meilleur.

I-7)-Quelques problèmes posés par l'identification : [6,9]**I-7-1-Choix de la période d'échantillonnage : [6]**

Afin de pouvoir restituer un signal continu à partir de sa séquence discrétisée, il faut que sa fréquence d'échantillonnage F_e ($F_e = \frac{1}{T_e}$) vérifie le théorème de Shannon :

$$F_e \geq 2 F_{\max}$$

Où :

F_e : est la fréquence d'échantillonnage

F_{\max} : est la fréquence maximale contenue dans le signal à transmettre.

$F_e = 2 F_{\max}$ est une limite théorique ; en pratique, il faut choisir une fréquence d'échantillonnage plus grande avec une marge de sécurité, ce qui nous donne :

$$F_{\max} < F_e < 25 F_{\max}$$

I-7-2-Choix du signal d'excitation [9] :

Le choix du signal d'excitation a une grande influence sur la qualité de l'estimation paramétrique. On doit exciter le système dans toute sa gamme de fréquences sans pour autant perturber son point de fonctionnement.

L'entrée idéale sur le plan fréquentiel est un bruit blanc. Comme ce dernier est difficile à réaliser alors, on considère une entrée avec les propriétés suivantes :

- Valeur moyenne nulle.
- Faible influence sur la sortie.
- Spectre riche.

Le signal répondant aux exigences citées ci-dessus existe et s'appelle séquence binaire pseudo- aléatoire (S.B.P.A) [3].C'est une succession d'impulsions rectangulaires modulées en largeur.

I-7-3-Effets des perturbations sur l'identification :

La sortie mesurée des procédés est en générale bruitée. Cela est dû soit à l'effet des perturbations agissant à différents endroits du procédé, soit à des bruits de mesure. Ces perturbations introduisent des erreurs dans l'estimation des paramètres des modèles du procédé.

II-1-Introduction :

Pour une bonne connaissance quantitative du système, de nombreuses méthodes d'identification sont apparues ces dernières années. Elles sont applicables en particulier à des procédés industriels.

II-2-Méthodes d'identification du modèle non paramétrique : [10]

Pour ces méthodes, le système est caractérisé par sa réponse indicielle ou impulsionnelle dont cette dernière peut être déterminée, soit par corrélation, soit par la transformée de Fourier.

II-2-1-Mesure par la réponse indicielle :

La réponse indicielle est une grandeur temporelle à partir de laquelle, on peut déduire la réponse impulsionnelle $h(t)$.

Cette méthode consiste à appliquer à l'entrée du système un échelon unitaire $u(t)$.

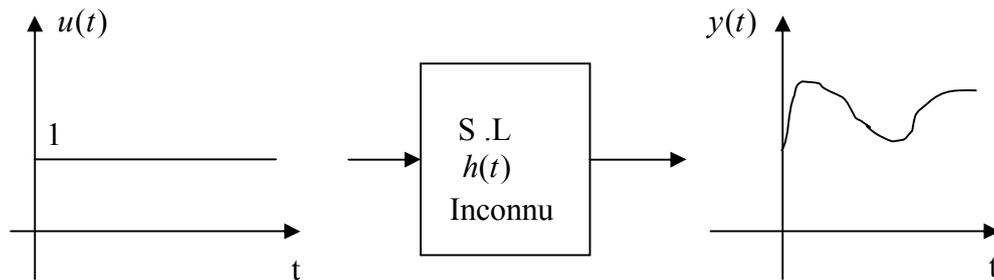


Figure (II-1): la réponse indicielle du système.

En effet, on peut montrer que la réponse impulsionnelle $h(t)$, qui caractérise le système, n'est rien d'autre que la dérivée par rapport au temps de la réponse indicielle.

- Le calcul de : $\frac{dy(t)}{dt}$

On a :

$$y(t) = u(t) * h(t)$$

$$\downarrow \text{Transformée de Laplace (T.L)}$$

$$Y(p) = U(p) \cdot H(p) \Rightarrow Y(p) = \frac{K}{p} \cdot H(p) \Rightarrow H(p) = \frac{p \cdot Y(p)}{K}$$

Avec

$$U(p) = \frac{K}{p} = \text{T.L.} \{u(t)\}$$

On a :

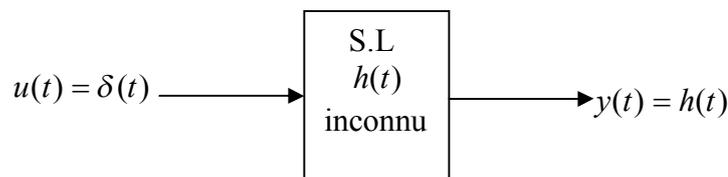
$$y(t) \xrightarrow{\text{T.L.}} Y(p)$$

$$\frac{dy(t)}{dt} \xrightarrow{\text{T.L.}} p.Y(p)$$

$$h(t) = \frac{1}{K} \cdot \frac{dy(t)}{dt} \Rightarrow \boxed{\frac{dy(t)}{dt} = K.h(t)}$$

II-2-2- Mesure par la réponse impulsionnelle :

On applique à l'entrée du système linéaire une impulsion de Dirac $u(t) = \delta(t)$ et on obtient en sortie $y(t) = h(t)$, qui est la réponse impulsionnelle du système.



$$y(t) = u(t) * h(t) = h(t) .$$

II-2-2-1-Mesure par la Transformée de Fourier (T.F):

L'usage de cette méthode permet de translater au domaine fréquentiel, les signaux d'entrées $u(t)$, et de sorties $y(t)$, afin de pouvoir substituer le produit de convolution dans le domaine de temps par un produit simple dans le domaine de fréquence.

$$u(t) \xrightarrow{\text{T.F.}} U(f)$$

$$y(t) \xrightarrow{\text{T.F.}} Y(f)$$

On a :

$$y(t) = u(t) * h(t) \xrightarrow{\text{T.F.}} Y(f) = H(f).U(f) \Rightarrow H(f) = \frac{Y(f)}{U(f)}$$

II-2-2-2 –Par corrélation

On distingue deux types de mesures :

II-2-2-2-1-Mesure par autocorrélation :

Comme le montre le schéma suivant :

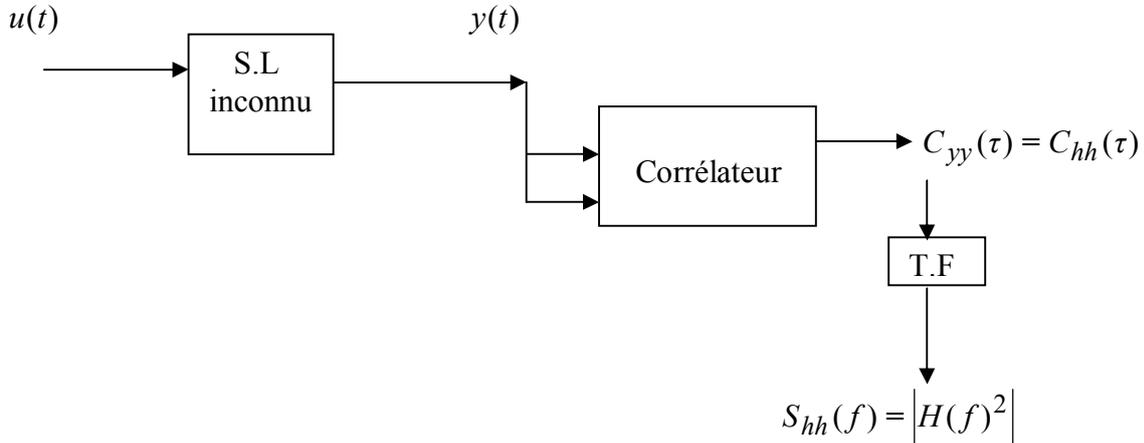


Figure (II-2): application de la méthode d'auto- corrélation

$$C_{yy}(\tau) = C_{uu}(\tau) * C_{hh}(\tau)$$

Si: u (t) choisi tel que:

$$C_{uu}(\tau) = \delta(\tau)$$

Alors :

$$C_{yy}(\tau) = \delta(\tau) * C_{hh}(\tau) .$$

II-2-2-2-2-Mesure par intercorrélation :

On a aussi la relation suivante entre l'entrée u (tau) et la sortie y (tau) d'un système linéaire.

$$C_{yu}(\tau) = C_{uu}(\tau) * h(\tau)$$

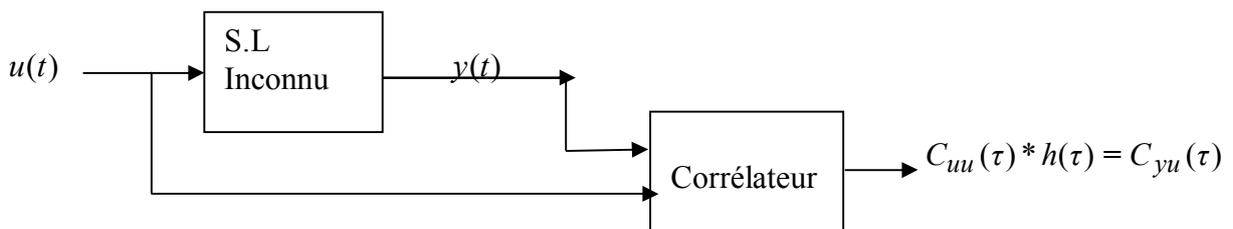


Figure (II-3): application de la méthode d'intercorrélation

Si on choisit $u(t)$ tel que : $C_{uu}(\tau) = \delta(\tau)$, on obtient à la sortie du corrélateur :

$$C_{yu}(\tau) = \delta(\tau) * h(\tau).$$

II-3-Méthodes d'identification du modèle paramétrique : [2, 11,3 ,6]

Dans cette partie, on va étudier les méthodes utilisant le modèle paramétrique. Ce dernier consiste à caractériser un système par l'ensemble des paramètres qu'il convient de déterminer, ce qui revient à trouver le vecteur paramètres correspondant. Ces méthodes sont souvent utilisées dans l'industrie pour identifier les systèmes dynamiques.

Il existe deux types :

- Méthodes paramétriques graphiques (déterministes).
- Méthodes paramétriques statistiques.

II -3-1-Méthodes paramétriques graphiques : [2,11]

Nous présentons successivement quelques méthodes fondamentales susceptibles d'obtenir un modèle paramétrique à partir du modèle non paramétrique en utilisant la réponse à un échelon (Strejc -Quentin).

II-3-1-1-Méthode de Strejc-Quentin : [2]

Cette méthode permet d'identifier un processus présentant une réponse indicielle apériodique. Le modèle mathématique proposé par Strejc-Quentin est de la forme suivante :

$$T(p) = \frac{K.e^{-r.p}}{(1+T p)^n}$$

Les paramètres à identifier sont :

- K : le gain statique.
- r : le retard.
- T: la constante de temps.
- n : l'ordre.

Tableau de Strejc-Quentin :

n	$\frac{T_1}{T}$	$\frac{T_2}{T}$	$\frac{T_1}{T_2}$
1	0	1	0
2	0.282	2.718	0.104
3	0.805	3.695	0.218
4	1.425	4.463	0.319
5	2.100	5.119	0.410

Tableau (II-1) : tableau de Strejc-Quentin

Pour identifier les paramètres du modèle à partir de la réponse indicielle du système, on trace la tangente au point d'inflexion Q. Cette dernière permet de déterminer T_1 et T_2 .

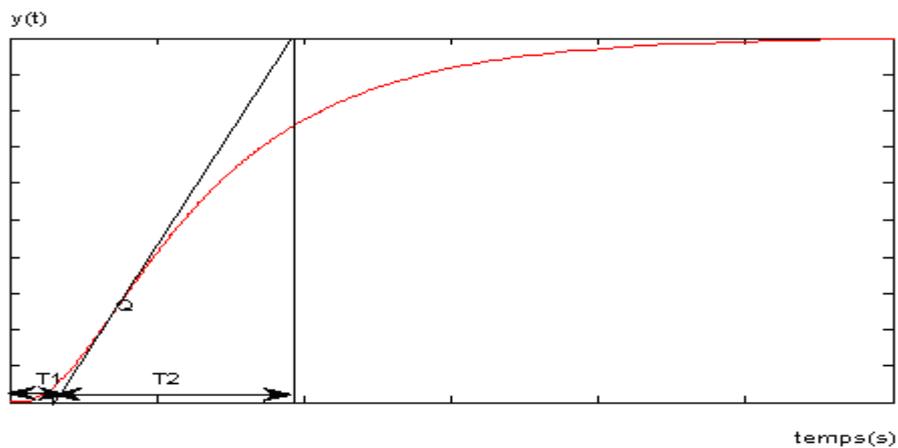


Figure (II-4) : réponse indicielle du procédé

II-3-1-2-Méthode de Broïda: [11]

Le modèle proposé pour approcher le comportement du système est un premier ordre avec un retard pur. Sa fonction de transfert est donnée par :

$$T(p) = \frac{K.e^{-r.p}}{1 + T.p}$$

Avec :

K : Gain statique.

r : Retard du modèle.

T : Constante de temps.

Le principe n'est pas de faire coïncider la tangente au point d'inflexion (souvent imprécis), mais d'ajuster les paramètres T et r pour que les courbes de réponse du modèle et du processus aient deux points communs judicieusement choisis. Les points communs C₁ et C₂ habituellement utilisés correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale. Le modèle de Broïda donne les points C₁ et C₂.

$$\frac{y(t)}{K.E_0} = 0.28 \Rightarrow \frac{t-r}{T} = 0.328 \quad (\text{II-1})$$

$$\frac{y(t)}{K.E_0} = 0.40 \Rightarrow \frac{t-r}{T} = 0.510 \quad (\text{II-2})$$

La méthode d'identification s'appuie sur les résultats de (II-1), (II-2).

Soient t₁ et t₂ les temps au bout desquels la réponse expérimentale atteint respectivement 28% et 40% de la valeur finale. On va simplement résoudre le système donné par :

$$\frac{t_1 - r}{T} = 0.328 \Rightarrow t_1 - r = 0.328T$$

$$\frac{t_2 - r}{T} = 0.510 \Rightarrow t_2 - r = 0.510T$$

La résolution de ces équations donne :

$$T = 5.5 (t_2 - t_1) \quad r = 2.8 t_1 - 1.8 t_2$$

Le gain K est déterminé comme dans la méthode de Strejc-Quentin.

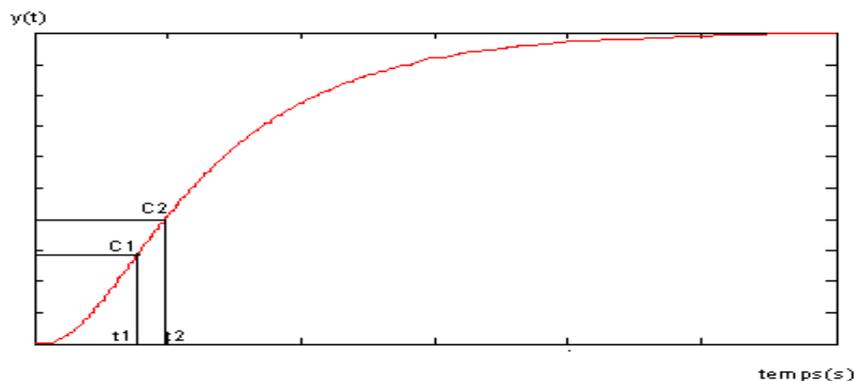


Figure (II-5) : réponse indicielle du procédé.

II-3-1-3-Identification d'un processus intégrateur : [2]

Un processus du type intégrateur est caractérisé par le fait qu'une variation en échelon appliquée à son entrée correspond à une variation en rampe de sa sortie lors du régime permanent (voir figure II-6).

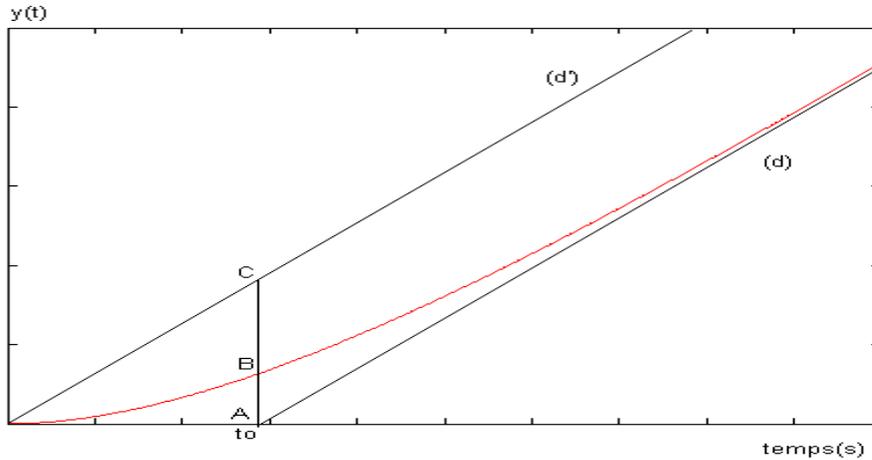


Figure (II-6) réponse indicielle du processus intégrateur

n	AB/AC
1	0.368
2	0.271
3	0.224
4	0.195
5	0.175

Tableau (II-2) : Tableau de processus intégrateur

On trace une droite (d') passant par l'origine, parallèle à l'asymptote (d) pour une fonction de transfert de la forme :

$$T(p) = \frac{K_0}{p} \frac{1}{(1+T p)^n}$$

Avec :

K_0 : Gain en vitesse.

T : Constante de temps.

n : Ordre du modèle.

Il est aisé de tirer de la mesure de AB/AC , grâce au tableau (II-2), la valeur de n ; la constante de temps T est déterminée par la relation $T = \frac{t_0}{n}$.

Les méthodes d'identification graphiques sont simples à utiliser et ne nécessitent que peu de matériels, mais rien n'empêche qu'elles présentent plusieurs inconvénients et parmi eux on cite :

- Sont limitées dans le choix des modèles.
- Nécessitent des signaux test d'amplitude importante (rarement tolérés par les installations industrielles)
- Sont sensibles aux perturbations (et il n'est pas possible ici de modéliser les perturbations)
- La procédure est longue, et il n'y a pas de procédures explicites de validation des modèles.

II-3-2-Méthodes statistiques : [6, 3]

La disponibilité d'un ordinateur numérique permet de mettre en place des algorithmes d'estimation automatique des paramètres des modèles échantillonnés des procédés.

Le traitement de données E/S peut se faire à l'aide d'algorithmes non récursifs (traitement en bloc de données obtenues sur un horizon de temps) ou récursifs (traitement pas à pas de données), le second type d'algorithme présente l'avantage d'être en temps réel et nécessite moins de ressources en terme de calcul. [6]

L'identification paramétrique statistique est généralement basée sur l'erreur entre la sortie du procédé $y(t)$ et celle prédite $\hat{y}(t)$ par le modèle (erreur de prédiction).

II-3-2-1-Algorithme d'adaptation paramétrique : [3]

L'objectif de cet algorithme est de piloter les paramètres du modèle ajustable de prédiction à partir des informations recueillies sur le système à chaque pas d'échantillonnage.

La figure suivante montre le principe d'estimation des paramètres du modèle par un algorithme d'adaptation paramétrique.

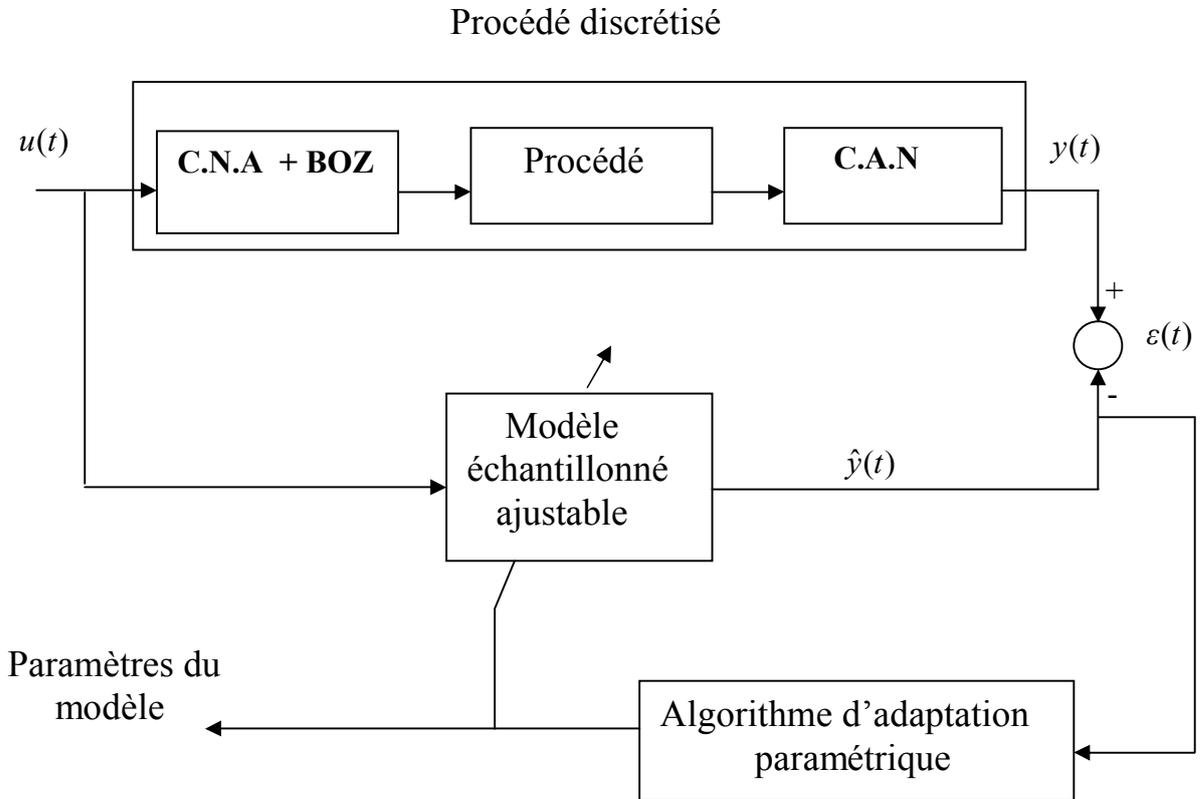


Figure (II-7): principe de l'estimation des paramètres d'un modèle

Principe de l'algorithme :

Soit le système discret de la forme :

$$y(t) = \frac{q^{-d} B(q^{-1})}{A(q^{-1})} u(t) \tag{II-3}$$

Où :

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_A} q^{-n_A}$$

$$B(q^{-1}) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_B} q^{-n_B}$$

Qui s'écrit encore à l'instant (t+1) sous la forme :

$$y(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t-d+1-i) = \theta^T \phi(t) \tag{II-4}$$

d : est le retard pur échantillonné

y(t) et u(t) sont respectivement l'entrée et la sortie du procédé

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, b_{n_B}]$$

$$\phi(t)^T = [-y(t) \dots -y(t+1-n_A), u(t-d) \dots u(t-d-n_B+1)]$$

Exemple :

Considérons le modèle du procédé sans retard à l'instant t+1 décrit sous la forme :

$$y(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+1-i) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{II-5})$$

Avec le vecteur de paramètres :

$$\theta^T = [a_1, \dots, a_{n_A}, b_1, \dots, b_{n_B}]$$

Avec le vecteur d'observation :

$$\phi(t)^T = [-y(t) \dots -y(t+1-n_A), u(t) \dots u(t-n_B+1)]$$

Pour le modèle de l'équation (II-5) un prédicteur basé sur l'estimation des paramètres $\hat{\theta}(t)$, peut être obtenu en remplaçant dans l'équation (II-3) θ par $\hat{\theta}(t)$

$$\text{On obtient alors } \hat{y}^o(t+1) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \quad (\text{II-6})$$

$\hat{y}^o(t+1)$: est la prédiction a priori du modèle à l'instant t

On définit l'erreur de prédiction à l'instant t par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1)$$

On se fixe alors pour objectif la recherche d'un algorithme récursif ayant la forme :

$$\hat{\theta}(t+1) = f[\hat{\theta}(t), \phi(t), \varepsilon^o(t+1)]$$

qui minimisera l'erreur (procédé – modèle) au sens d'un critère à définir.

On définit en général un 'vecteur' des paramètres dont les composantes sont les différents paramètres qui doivent être identifiés. Les algorithmes d'adaptation paramétrique ont tous la structure ci-après.

[Nouvelle estimation des paramètres] = [estimation précédente des paramètres] + [gain d'adaptation]*[fonction des mesures]*[fonction de l'erreur de prédiction].

II-3-2-2-Les algorithmes d'identification récursifs : [3]

Contrairement aux méthodes en temps différé qui nécessitent l'acquisition de toutes les données avant le calcul des paramètres, les méthodes en temps réel du type récursif réactualisent les valeurs des paramètres à chaque nouvelle acquisition.

II-3-2-2-1-Algorithmme de gradient :

L'algorithme d'adaptation paramétrique du gradient a comme objectif de minimiser un critère quadratique en terme de l'erreur de prédiction.

Considérons le modèle discrétisé d'un procédé décrit par :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) - a_2 y(t-1) + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) = \theta^T \phi(t) \quad (\text{II-7})$$

Où :

$$\theta^T = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2] \quad (\text{II-8})$$

est le vecteur des paramètres

$$\phi(t)^T = [-y(t) \ -y(t-1) \ u(t) \ u(t-1)] \quad (\text{II-9})$$

est le vecteur d'observation (mesure).

Le modèle de prédiction ajustable (a priori) sera décrit dans ce cas par :

$$\hat{y}^o(t+1) = -\hat{a}_1(t)y(t) - \hat{a}_2(t)y(t-1) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{b}_2(t)u(t-1) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \quad (\text{II-10})$$

Où :

$\hat{y}^o(t+1)$: Représente la prédiction a priori dépendant des valeurs des paramètres estimés à l'instant t.

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{a}_2(t), \hat{b}_1(t), \hat{b}_2(t)] \quad (\text{II-11})$$

est le vecteur des paramètres estimés.

La sortie à posteriori de prédiction sera donnée par :

$$\begin{aligned} \hat{y}(t+1) &= -\hat{a}_1(t+1)y(t) - \hat{a}_2(t+1)y(t-1) + \hat{b}_1(t+1)u(t) + \hat{b}_2(t+1)u(t-1) \\ &= \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t) \end{aligned} \quad (\text{II-12})$$

On définit l'erreur de prédiction « a priori » :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1) \quad (\text{II-13})$$

et une erreur de prédiction « a posteriori » :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) \quad (\text{II-14})$$

On cherche un algorithme d'adaptation paramétrique récursif. La structure d'un tel algorithme est donnée comme suite :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t+1) &= \hat{\theta}(t) + \Delta \hat{\theta}(t+1) \\ &= \hat{\theta}(t) + f(\hat{\theta}(t), \phi(t), \varepsilon^o(t+1)) \end{aligned} \quad (\text{II-15})$$

Le terme de correction $f(\cdot)$ doit dépendre uniquement des informations disponibles à l'instant $t+1$. Le terme de correction doit nous permettre de minimiser à chaque pas le critère :

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t+1) = [\varepsilon^o(t+1)]^2 \quad (\text{II-16})$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique correspondant aura la forme :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) - F \frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} \quad (\text{II-17})$$

Où :

$F = \alpha I(\alpha > 0)$ est le gain d'adaptation matriciel

I : matrice diagonale unitaire et $\frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)}$ est le gradient du critère de l'équation par rapport à

$\hat{\theta}(t)$

De l'équation (II-16) on obtient
$$\frac{1}{2} \frac{\delta J(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} = \frac{\delta \varepsilon^o(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} \varepsilon^o(t+1) \quad (\text{II-18})$$

Sachant que : $\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}(t)^T \varphi(t)$ (II-19)

Donc
$$\frac{\delta \varepsilon^o(t+1)}{\delta \hat{\theta}(t)} = -\phi(t) \quad (\text{II-20})$$

Introduisant l'équation (II-20) dans l'équation (II-18) , ce qui donne

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F\phi(t)\varepsilon^o(t+1) \quad (\text{II-21})$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique donné dans l'équation (II-21) présente des risques d'instabilité si le gain d'adaptation est grand. Pour éviter ce problème d'instabilité, on utilise la même approche du gradient mais on considère un autre critère :

$$\min_{\hat{\theta}(t+1)} J_{\hat{\theta}(t+1)}(t+1) = [\varepsilon(t+1)]^2 \quad (\text{II-22})$$

On refait les mêmes calculs que précédemment, l'algorithme d'adaptation devient alors :

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + \frac{F\phi(t)\varepsilon^o(t+1)}{1 + \phi(t)^T F\phi(t)} \quad (\text{II-23})$$

qui est un algorithme stable quelque soit le gain F (positif).

II-3-2-2-2- Algorithme des Moindres Carrés Récursifs :

On considère les mêmes équations pour le procédé, le modèle de prédiction et les erreurs de prédiction utilisées dans l'algorithme du gradient, à savoir les équations (II-7) à (II-14).

L'objectif est de trouver un algorithme récursif de la forme de l'équation (II-15) qui minimise le critère des moindres carrés.

$$\min_{\hat{\theta}(t)} J(t) = \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)]^2 \quad (\text{II-24})$$

Le terme $\hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)$ correspond à :

$$\hat{\theta}(t)^T \phi(i-1) = -\hat{a}_1 y(i-1) - \hat{a}_2(t) y(i-2) + \hat{b}_1(t) u(i-1) + \hat{b}_2(t) u(i-2) \quad (\text{II-25})$$

C'est donc la prédiction de la sortie à l'instant i ($i \leq t$) basée sur l'estimation des paramètres à l'instant « t » obtenue à l'aide de « t » mesures.

Dans un premier temps, il s'agit d'estimer le vecteur de paramètres θ à l'instant t pour qu'il minimise la somme des carrés des écarts entre le procédé et le modèle de prédiction sur un horizon de t mesures. La valeur de $\hat{\theta}(t)$ qui minimise le critère (II-24) s'obtient en

cherchant la valeur qui annule $\frac{\partial J(t)}{\partial \hat{\theta}(t)}$:

$$\frac{\partial J(t)}{\partial \hat{\theta}(t)} = -2 \sum_{i=1}^t [y(i) - \hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)] \phi(i-1) = 0 \quad (\text{II-26})$$

De l'équation (II-26), tenant compte de :

$$[\hat{\theta}(t)^T \phi(i-1)] \phi(i-1) = \phi(i-1) \phi(i-1)^T \hat{\theta}(t)$$

On obtient :

$$[\phi(i-1) \phi(i-1)^T] \hat{\theta}(t) = \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1)$$

Il en résulte :

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= \left[\sum_{i=1}^t \phi(i-1) \phi(i-1)^T \right]^{-1} \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1) \\ &= F(t) \sum_{i=1}^t y(i) \phi(i-1) \end{aligned} \quad (\text{II-27})$$

Où

$$F(t)^{-1} = \sum_{i=1}^t \phi(i-1) \phi(i-1)^T \quad (\text{II-28})$$

Cet algorithme d'estimation n'est pas récursif, on considère l'estimation de $\hat{\theta}(t+1)$:

$$\hat{\theta}(t+1) = F(t+1) \sum_{i=1}^{t+1} y(i) \phi(i-1) \quad (\text{II-29})$$

$$F(t+1)^{-1} = \sum_{i=1}^{t+1} \phi(i-1) \phi(i-1)^T \quad (\text{II-30})$$

Pour éviter l'inversion de la matrice $F(t+1)$ à chaque pas d'échantillonnage, on utilise le Lemme d'inversion matricielle (voir l'annexe) :

Considérons:

$$A = F(t)^{-1}, B = \phi(t), C = 1, D = \phi(t)^T$$

On aura :

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \quad (\text{II-31})$$

En regroupant les différentes équations, nous donnons ci-après une formulation de l'algorithme d'adaptation paramétrique (A.A.P) des moindres carrés récursifs (M.C.R).

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1) \quad (\text{II-32})$$

$$F(t+1)^{-1} = F(t)^{-1} + \phi(t)\phi(t)^T \quad (\text{II-33})$$

$$F(t+1) = F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \quad (\text{II-34})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{y(t+1) - \hat{\theta}(t)\phi(t)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \quad (\text{II-35})$$

II-3-2-3-Initialisation de l'algorithme : [6]

La matrice $F(t+1)$ appelée « gain d'adaptation », est une matrice définie positive [voir l'annexe]. Son rôle est de moduler automatiquement la longueur du pas de correction. En pratique, On démarre l'algorithme à $t=0$ en posant :

$$F(0) = \frac{1}{\delta} I = GI, \quad 0 < \delta \ll 1 \quad (I \text{ est une matrice identité, } G = \frac{1}{\delta}).$$

Généralement les valeurs de δ varient entre 10^{-2} et 10^{-4} .

II-3-2-4-Choix du gain d'adaptation : [3]

L'algorithme des M.C.R est à gain décroissant et tend vers zéro quand l'horizon d'estimation augmente, ce qui garantit la convergence de l'algorithme lorsque les paramètres à estimer sont constants.

Dans le cas des paramètres variables, l'algorithme ne converge pas, il faut donc augmenter à chaque pas la valeur du gain en fonction des variations des paramètres, et ceci en

introduisant deux facteurs de pondération $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ dans l'équation de $F(t+1)^{-1}$ qui se réécrit comme suit :

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t) F(t) + \lambda_2(t) \phi(t) \phi(t)^T \quad (\text{II-36})$$

Avec :

$\lambda_1(t)$: Facteurs de croissance tel que $0 < \lambda_1(t) \leq 1$

$\lambda_2(t)$: Facteurs de croissance tel que $0 < \lambda_2(t) \leq 2$

Pour chaque choix des facteurs $\lambda_1(t)$ et $\lambda_2(t)$ correspond un profil de variation de la matrice du gain F , qui peut être utilisée pour l'identification des paramètres variables.

En utilisant le Lemme d'inversion matricielle, on obtient :

$$F(t+1) = \frac{1}{\lambda_1(t)} \left[F(t) - \frac{F(t)\phi(t)\phi(t)^T F(t)}{\frac{\lambda_1(t)}{\lambda_2(t)} + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \right] \quad (\text{II-37})$$

Les méthodes statistiques est une approche moderne de l'identification .Elle présente beaucoup d'avantages. On cite :

- Obtention d'une estimation du modèle au fur et à mesure que le procédé évolue.
- Compression importante des données, car les algorithmes récursifs ne traitent à chaque instant qu'une paire entrée /sortie au lieu de l'ensemble de données entrée /sortie.
- Mise en œuvre aisée sur micro-ordinateur.
- Possibilité de réalisation de systèmes d'identification temps réel.
- Elimine les défauts mentionnés des méthodes graphiques et permet un suivi des paramètres en temps réel.
- Permet de modéliser (et supprimer si besoin) les perturbations.

Elle représente aussi des inconvénients. On cite:

- Il n'y a pas de structure unique « procédé + perturbation » pour décrire toutes les situations rencontrées en pratique, et il n'y a pas non plus une méthode unique d'identification donnant dans toutes les situations des estimations non biaisées.

III-1- Introduction :

Dans ce chapitre, on va étudier l'effet des perturbations sur l'estimation des paramètres des modèles du procédé quand on utilise l'algorithme des moindres carrés récurrents ou non récurrent. Ces perturbations introduisent des erreurs qui s'appellent « biais des paramètres ». Il existe des méthodes appropriées d'identification récursive assurant asymptotiquement une estimation non biaisée des paramètres.

On distingue deux catégories de méthodes d'identification récursive.

- Méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction
- Méthodes d'identification basées sur la décorrélation du vecteur des observations et de l'erreur de prédiction.

III-2- Méthodes basées sur le blanchissement de l'erreur de prédiction :

[3 ,4]

Les méthodes d'identification entrent dans cette catégorie :

- Moindres carrés récurrents (M.C.R)
- Moindres carrés étendus (M .C.E).
- Maximum de vraisemblance récurrent (M.V.R).
- Erreur de sortie avec modèle de prédiction étendue (E.S.M.P.E).
- Moindres carrés généralisés (M.C.G).

III-2-1- Moindres carrés récurrents (M.C.R) :

La méthode des moindres carrés récurrents a été expliquée en détail dans le chapitre précédent. [Voir la page 22].

III-2-2-Moindres carrés étendus (M.C.E) : [4]

Cette méthode a été développée pour pouvoir identifier sans biais des modèles « procédé + perturbation » de la forme (structure S3).

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d} B(q^{-1})u(t) + C(q^{-1})e(t)$$

Avec :

$C(q^{-1})$: polynôme bruit.

$e(t)$: bruit blanc gaussien.

Le problème est d'identifier le modèle du procédé et du bruit, afin de pouvoir obtenir une erreur de prédiction blanche.

Principe de la méthode :

Soit le modèle du procédé décrit par l'équation :

$$y(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_C} c_i e(t+1-i) + e(t+1)$$

En supposant que les paramètres sont connus, la sortie du modèle est :

$$\hat{y}(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_C} c_i e(t+1-i) \quad (III-1)$$

L'erreur de prédiction est donnée par :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) = e(t+1)$$

L'équation (III-1) devient :

$$\hat{y}(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_C} c_i \varepsilon(t+1-i) \quad (III-2)$$

Dans le cas des paramètres inconnus, la sortie modèle sera donnée par l'équation (III-2), où on remplace les valeurs réelles des paramètres par leurs estimations, on aura donc :

$$\hat{y}(t+1) = \sum_{i=1}^{n_A} \hat{a}_i(t) y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} \hat{b}_i(t) u(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_C} \hat{c}_i(t) \varepsilon(t+1-i) = \hat{\theta}(t) \phi^T(t)$$

Avec

$$\phi(t)^T = [-y(t), \dots, y(t+1-n_A), u(t), \dots, u(t+1-n_B), \varepsilon(t), \varepsilon(t+1-n_C)]$$

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{a}_1(t), \dots, \hat{a}_{n_A}(t), \hat{b}_1(t), \dots, \hat{b}_{n_B}(t), \hat{c}_1(t), \dots, \hat{c}_{n_C}(t)]$$

La sortie prédite par le modèle à l'instant t+1 est :

$$\hat{y}(t+1) = -\sum_{i=1}^{n_A} \hat{a}_i(t+1) y(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_B} \hat{b}_i(t+1) u(t+1-i) + \sum_{i=1}^{n_C} \hat{c}_i(t+1) \varepsilon(t+1-i) = \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t)$$

L'erreur de prédiction à l'instant t+1 est :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1)$$

L'erreur de prédiction « a priori » est :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1)$$

En utilisant l'algorithme d'adaptation paramétrique donné par les équations (II-30), (II-32) et (II-34).

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t)\phi(t)\varepsilon(t+1) \quad (\text{III-3})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^o(t+1)}{1 + \phi(t)^T F(t)\phi(t)} \quad (\text{III-4})$$

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t)F(t)^{-1} + \lambda_2(t)\phi(t)\phi(t)^T \quad (\text{III-5})$$

En présence du bruit et avec un gain décroissant asymptotiquement, $\varepsilon(t)$ tend d'une façon asymptotique vers un bruit blanc, ce qui garantit une estimation non biaisée des paramètres a_i, b_i

III-2-3 -Maximum de vraisemblance récursif (M.V.S) : [4]

C'est une amélioration de la méthode des moindres carrés étendues (M.C.E). En effet au lieu d'utiliser dans l'algorithme d'adaptation paramétrique $\phi(t)$, on le filtre par $1/\hat{C}(t, q^{-1})$, avec $\hat{C}(t, q^{-1})$ une estimation à l'instant t de $C(q^{-1})$.

La sortie prédite à l'instant t+1 est :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t)$$

Les erreurs de prédiction correspondantes sont données par :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1)$$

L'estimation du polynôme $C(q^{-1})$ à l'instant t s'écrit :

$$\hat{C}(t, q^{-1}) = 1 + \sum_{i=1}^{n_C} \hat{C}(t)q^{-i}$$

Le vecteur d'observations $\phi(t)$ est défini par :

$$\phi(t)^T = \frac{1}{\hat{C}(t, q^{-1})} [-y(t), \dots, -y(t+1-n_A), u(t), \dots, u(t+1-n_B), \varepsilon(t), \dots, \varepsilon(t+1-n_C)] \quad (\text{III-6})$$

6)

qui correspond au filtrage des composantes de $\phi(t)$ par $\frac{1}{\hat{C}(t, q^{-1})}$

L'algorithme est donné par (II-32), (II-35) et (II-36) où $\phi(t)$ est donné par l'équation (III-6).

Dans le cas général :

$$\hat{\theta}(t) = [\hat{a}_1(t), \dots, \hat{a}_{n_C}(t), \hat{b}_1(t), \dots, \hat{b}_{n_B}(t), \hat{c}_1(t), \dots, \hat{c}_{n_C}(t)]$$

$$\phi^T(t) = \frac{1}{\hat{C}(t, q^{-1})} [-y(t), \dots, y(t+1-n_A), u(t), \dots, u(t+1-n_B), \varepsilon(t), \dots, \varepsilon(t+1-n_C)]$$

III-2-4- Erreur de sortie avec modèle de prediction étendu (E.S.M.P.E) : [3]

Il s'agit d'une extension de la méthode d'erreur de sortie.

Soit le modèle du « procédé+ perturbation » donné par l'équation suivante :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) + b_1 u(t) + c_1 e(t) + e(t+1)$$

Le prédicteur ajustable « a priori » des M.C.E est donné par l'équation :

$\hat{y}^o(t+1) = \hat{a}_1(t)y(t) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{c}_1(t)\varepsilon(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t)$, peut se réécrire sous la forme (en rajoutant et en retranchant le terme $\pm \hat{a}_1(t)\hat{y}(t)$)

$$\hat{y}^o(t+1) = \hat{a}_1(t)y(t) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{c}_1(t)\varepsilon(t) \pm \hat{a}_1(t)\hat{y}(t) \quad (\text{III-7})$$

et en regroupant différemment les termes de l'équation (III-5) on obtient la structure de prédicteur ajustable « a priori » utilisée dans l'E.S.M.P.E

$$\hat{y}^o(t+1) = -\hat{a}_1(t)\hat{y}(t) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{h}_1(t)\varepsilon(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t)$$

Où

$$\hat{h}_1(t) = \hat{c}_1(t) - \hat{a}_1(t)$$

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{b}_1(t), \hat{h}_1(t)] ;$$

$$\phi(t)^T = [-\hat{y}(t), u(t), \varepsilon(t)] ;$$

Le prédicteur ajustable « a posteriori » est donné par :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}(t+1)\phi(t)$$

et les erreurs de prédiction sont données par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1)$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique est celui donné par les équations (II-32), (II-35) et (II-36).

Dans le cas général :

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_{n_A}(t), \hat{b}_1(t) \dots \hat{b}_{n_B}(t), \hat{h}_1(t) \dots \hat{h}_{n_C}(t)]$$

$$\hat{\phi}(t)^T = [-\hat{y}(t), \dots, -\hat{y}(t-n_A+1), u(t), \dots, u(t-n_B+1), \varepsilon(t-n_C+1)]$$

Comme pour les M.C.E, $\varepsilon(t)$ tend asymptotiquement vers un bruit blanc, garantissant ainsi une estimation non biaisée des paramètres de A (q^{-1}) et B (q^{-1}) (si l'entrée est suffisamment riche). Notons que les valeurs des coefficients de C (q^{-1}) s'obtiennent en utilisant la relation suivante : $c_i = h_i + a_i$

III-2-5 -Moindres carrés généralisés (M.C.G) : [3]

L'objectif de cette méthode est d'obtenir une erreur de prédiction « blanche » pour un modèle « procédé+ perturbation » ayant la structure suivante :

$$A(q^{-1})y(t) = q^{-d}B(q^{-1})u(t) + \frac{1}{C(q^{-1})}e(t) \tag{III-8}$$

(Le terme $C(q^{-1})e(t)$ du modèle ARMAX « auto-régressif à moyenne ajustée et entrée exogène » a été remplacé par $1/\hat{C}(t, q^{-1})e(t)$). Nous présenterons cette méthode à l'aide d'un exemple.

Le modèle « procédé+ perturbation » est donné par l'équation suivante :

$$y(t+1) = -a_1y(t) + b_1u(t) + \frac{e(t+1)}{1+c_1q^{-1}}$$

Définissons :

$$\alpha(t+1) = (1+a_1q^{-1})y(t+1) - b_1u(t) = \frac{e(t+1)}{1+c_1q^{-1}} \tag{III-9}$$

On a alors la relation : $(1+c_1q^{-1})\alpha(t+1) = e(t+1)$

($\alpha(t)$) : est un processus A.R « auto-régressif » voir [3])

En supposant les paramètres connus, nous pouvons construire un prédicteur assurant une erreur de prédiction blanche :

$$\hat{y}(t+1) = -a_1y(t) + b_1u(t) - c_1\alpha(t) \tag{III-10}$$

En effet :

$$y(t+1) - \hat{y}(t+1) = \frac{e(t+1)}{1+c_1q^{-1}} = e(t+1)$$

Dans le cas des paramètres inconnus, le prédicteur s'obtient en remplaçant les paramètres connus dans l'équation (III-7) par leurs estimations.

Le prédicteur ajustable « a priori » sera donné par :

$$\hat{y}^o(t+1) = \hat{a}_1(t)y(t) + \hat{b}_1(t)u(t) + \hat{c}_1(t)\alpha(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \tag{III-11}$$

où

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{b}_1(t), \hat{c}_1(t)] \tag{III-12}$$

$$\phi(t)^T = [y(t), u(t), \alpha(t)]$$

La quantité $\alpha(t)$ sera estimée à l'aide de l'équation (III-9) dans laquelle on remplace les valeurs inconnues des paramètres par leurs estimations :

$$\alpha(t) = \hat{A}(t, q^{-1})y(t) - q^{-d} \hat{B}(t, q^{-1})u(t) = (1 + \hat{a}_1(t)q^{-1})y(t) - \hat{b}_1(t)u(t-1)$$

L'erreur de prédiction « a priori » est donnée par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1) \tag{III-13}$$

L'équation du prédicteur ajustable donnée dans l'équation (III-11) ayant la formulation permettant l'utilisation de l'algorithme des moindres carrés, on va utiliser, comme pour les M.C.E, l'algorithme d'adaptation paramétrique donné par les équations (II-32), (II-35) et (II-36). dans ce cas $\phi(t)$ est donné par l'équation (III-12) et $\varepsilon^o(t+1)$ par l'équation (III-13).

Dans le cas général:

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t) \dots \hat{a}_{n_A}(t), \hat{b}_1(t) \dots \hat{b}_{n_B}(t), \hat{c}_1(t), \dots, \hat{c}_{n_C}(t)]$$

$$\phi(t)^T = [-y(t) \dots -y(t-n_A+1), u(t) \dots u(t-n_B+1), -\alpha(t) \dots -\alpha(t-n_C+1)]$$

III-3-Méthodes d'identification basées sur la décorrélation du vecteur des observations du vecteur des observations et de l'erreur de prédiction

(Type II) : [3]

Les méthodes d'identification récursive suivantes entrent dans cette catégorie :

- Variable instrumentale à observations retardées (VIOR).
- Variable instrumentale à modèle auxiliaire (VIMA).
- Erreur de sortie à compensateur fixe (ESCF)
- Erreur de sortie à compensateur ajustable (ESCA)

III-3-1-Variable instrumentale à observations retardées :

L'objectif est de trouver un nouveau vecteur des observations qui soit fortement corrélé avec les variables non bruitées mais non corrélé avec le bruit pour pouvoir obtenir

$$E\{\phi(t) \varepsilon(t+1)\} = 0$$

Exemple :

Soit le modèle “procédé+perturbation “ :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) + b_1 u(t) + c_1 e(t) + e(t+1) \quad (\text{III-14})$$

Considérons le prédicteur ajustable des moindres carrés récurrents :

$$\hat{y}^o(t+1) = -\hat{a}(t) y(t) + \hat{b}_1(t) u(t) = \hat{\theta}(t)^T \varphi(t) \quad (\text{III-15})$$

Où :

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{b}_1(t)]; \quad \varphi(t)^T = [-y(t), u(t)] \quad (\text{III-16})$$

et respectivement :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}(t+1)^T \varphi(t) \quad (\text{III-17})$$

L’erreur de prédiction « a posteriori » à l’expression :

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{\theta}(t+1)^T \varphi(t) = [\theta - \hat{\theta}(t+1)]^T \varphi(t) + c_1 e(t) + e(t+1) \quad (\text{III-18})$$

En tenant compte de :

$$y(t+1) = \theta^T \varphi(t) + c_1 e(t) + e(t+1) \quad (\text{III-19})$$

$$\theta^T = [a_1, b_1]$$

Evaluons maintenant $E\{\varphi(t), \varepsilon(t+1)\}$ pour $\hat{\theta} = \theta$:

$$E\{\varphi(t), \varepsilon(t+1)\}^T = [-E\{y(t), \varepsilon(t+1)\}, 0] \neq 0 \quad (\text{III-20})$$

(La deuxième composante est nulle, car $u(t)$ est indépendant de $e(t)$ et $e(t+1)$).

Le biais va être provoqué par :

$$E\{y(t)\varepsilon(t+1)\} \approx c_1 E\{e^2(t)\} = c_1 \sigma^2$$

(Car $y(t)$ et $\varepsilon(t+1)$ contiennent un terme en $e(t)$).

Remplaçant maintenant dans le vecteur des observations utilisées par les M.C.R.

($\phi(t) = \varphi(t)$), la première composante $-y(t)$ par sa valeur décalée d’un pas. On crée ainsi une « variable instrumentale ». le nouveau vecteur des observations sera :

$$\phi(t)^T = \varphi_{IV}(t)^T = [-y(t-1), u(t)] \quad (\text{III-21})$$

En utilisant l’équation (III-14) décalée de deux pas, on observe que l’expression de $y(t-1)$ contiendra des termes en $e(t-1)$ et $e(t-2)$, ce qui aura pour conséquence :

$$E\{y(t-1)\varepsilon(t+1)\} = 0 \Rightarrow E\{\phi(t)^T \varepsilon(t+1)\} = 0 \quad (\text{III-22})$$

C'est-à-dire c'est ce que nous recherchons pour obtenir des estimations paramétriques non biaisées.

L’algorithme d’adaptation paramétrique (A.A.P) reste celui des M.C.R, dans le quel on utilise le vecteur instrumental $\phi(t)$ donné par l’équation (III-21)

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \phi(t) \varepsilon(t+1) \quad (\text{III-23})$$

$$\varepsilon(t+1) = \frac{\varepsilon^o(t+1)}{1 + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \quad \text{(III-24)}$$

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \phi(t)^T \quad \text{(III-25)}$$

Dans le cas général, le vecteur instrumental $\phi(t)$ est donné par :

$$\phi(t)^T = \phi_{IV}(t)^T = [-y(t-n_C), -y(t-n_C-1) \dots -y(t-n_C-n_A+1), u(t), u(t-1) \dots u(t-n_B+1)] \quad \text{(III-26)}$$

Où : le retard des observations n_C doit satisfaire la condition

$n_C \geq \deg C(q^{-1}) \dots$ (III-27) afin d'obtenir la décorrélation souhaitée entre les observations et l'erreur de prédiction.

III-3-2-Variable instrumentale à modèle auxiliaire :

L'objectif est le même que pour la variable instrumentale à observations retardées. Le modèle « procédé + perturbation » considéré dans ce cas est celui de la structure S_2 :

$$A(q^{-1}) y(t) = q^{-d} B(q^{-1}) u(t) + w'(t) \quad \text{(III-28)}$$

Où

$$w'(t+1) = A(q^{-1}) w(t) \quad \text{(III-29)}$$

$w(t)$ est une perturbation quelconque, indépendante de $u(t)$, à valeur moyenne nulle et variance finie.

L'objectif final est d'obtenir des estimations non biaisées des coefficients de $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ sans prendre en compte une modélisation de la perturbation.

Exemple :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) + b_1 u(t) + w'(t+1) \quad \text{(III-30)}$$

Où $w'(t+1)$ est donné par l'équation (III-29) avec $A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1}$.

Considérons le prédicteur ajustable des moindres carrés récurrents :

$$\hat{y}^o(t+1) = -\hat{a}(t) y(t) + \hat{b}_1(t) u(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \quad \text{(III-31)}$$

Où :

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{b}_1(t)]; \quad \phi(t)^T = [-y(t), u(t)] \quad \text{(III-32)}$$

et respectivement :

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t) \quad \text{(III-33)}$$

Les erreurs de prédiction étant définies par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) \quad \text{(III-34)}$$

Définissons un modèle de prédiction auxiliaire qui va engendrer la variable instrumentale :

$$y_{IV}(t) = \hat{a}_1(t) y_{IV}(t-1) + \hat{b}_1(t) u(t-1) \quad (III-35)$$

Le nouveau vecteur des paramètres est définie par :

$$\phi(t)^T = \phi_{IV}(t)^T = [y_{IV}(t), u(t)] \quad (III-36)$$

On remplace donc $y(t), y(t-1), \dots$ par $y_{IV}(t) y_{IV}(t-1) \dots$

Dans le cas général, le vecteur des observations a la structure :

$$\phi(t)^T = \phi_{IV}(t)^T = [y_{IV}(t), y_{IV}(t-1), u(t) u(t-1).] \quad (III-37)$$

et la variable instrumental y_{IV} est engendrée par le modèle auxiliaire :

$$\hat{A}(t, q^{-1}) y_{IV}(t) = q^{-d} \hat{B}(t, q^{-1}) u(t) \quad (III-38)$$

Où

$$\hat{A}(t, q^{-1}) = 1 + \hat{a}_1(t) q^{-1} + \dots ;$$

$$\hat{B}(t, q^{-1}) = \hat{b}_1(t) q^{-1} + b_2(t) q^{-2} + \dots \quad (II-39)$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique reste celui des M.C.R. donné par l'équation (III-23), (III-24) et (III-25). Dans le quel $\phi(t)$ est donné par l'équation (III-37).

III-3-3-Erreur de sortie à compensateur fixe :

Le « modèle +perturbation » est celui donné par les équations (III-28) et (III-29) et respectivement pour l'exemple du premier ordre par l'équation (III-30)

L'idée sous-jacente à cette méthode est l'observation qu'en absence des perturbations, la sortie prédite par le prédicteur des M.C.R. $\hat{y}(t+1)$ tend vers $y(t+1)$. Dans ces conditions, on peut remplacer $y(t)$ dans l'équation de prédicteur par $\hat{y}(t)$.

Exemple :

Considérons le prédicteur ajustable M.C.R. pour le modèle « procédé + perturbation » de l'équation (III-30)

$$\hat{y}^o(t+1) = \hat{a}_1(t) \hat{y}(t) + \hat{b}_1(t) u(t) \quad (III-40)$$

et remplaçant dans l'équation (III-30) $y(t)$ par $\hat{y}(t)$ (prédicteur type « erreur de sortie »).

Nous obtenons alors :

$$\hat{y}^o(t+1) = \hat{a}_1(t) \hat{y}(t) + \hat{b}_1(t) u(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t) \quad (III-41)$$

Où

$$\hat{\theta}(t)^T = [\hat{a}_1(t), \hat{b}_1(t)]; \quad \phi(t)^T = [-\hat{y}(t), u(t)] \quad (\text{III-42})$$

et

$$\hat{y}(t+1) = \hat{\theta}(t+1)^T \phi(t) \Rightarrow \hat{y}(t) = \hat{\theta}(t)^T \phi(t-1) \quad (\text{III-43})$$

représente la nouvelle prédiction « a posteriori ».

Dans le cas général, le vecteur des observations utilisé dans le prédicteur et dans l'algorithme d'adaptation paramétrique est de la forme :

$$\phi(t)^T = [-\hat{y}(t), -\hat{y}(t-1), \dots, -\hat{y}(t-n_A+1), u(t), \dots, u(t-n_B+1)] \quad (\text{III-44})$$

Les erreurs de prédiction étant définies par :

$$\varepsilon^o(t+1) = y(t+1) - \hat{y}^o(t+1)$$

$$\varepsilon(t+1) = y(t+1) - \hat{y}(t+1) \quad (\text{III-45})$$

On définit aussi une erreur d'adaptation (v) obtenue par filtrage de l'erreur de prédiction :

$$v(t+1) = D(q^{-1}) \varepsilon(t+1)$$

$$D(q^{-1}) = 1 + d_1 q^{-1} + \dots + d_{n_D} q^{-n_D} \quad (\text{III-46})$$

$$v^o(t+1) = \varepsilon^o(t+1) + \sum_{i=1}^{n_D} d_i \varepsilon(t+1-i) \quad (\text{III-47})$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique est de type M.C.R, dans le quel on utilise $\phi(t)$, donné par l'équation (III-42) (respectivement (III-50)) et on remplace $\varepsilon(t+1)$ par l'erreur d'adaptation $v(t+1)$.

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) + F(t) \phi(t) v(t+1) \quad (\text{III-48})$$

$$v(t+1) = \frac{v^o(t+1)}{1 + \phi(t)^T F(t) \phi(t)} \quad (\text{III-49})$$

$$F(t+1)^{-1} = \lambda_1(t) F(t)^{-1} + \lambda_2(t) \phi(t) \phi(t)^T \quad (\text{III-50})$$

C'est une méthode qui assure donc une identification non biaisée des coefficients A (q^{-1}) et B (q^{-1}), sans modélisation de la perturbation.

III-3-4-Erreur de sortie à compensateur ajustable

Il s'agit d'une modification de la méthode de l'erreur de sortie à compensateur fixe. Dans cette méthode, on identifie simultanément les paramètres du procédé et du compensateur.

Les équations des prédicteurs et des erreurs de prédictions restent les mêmes que pour la méthode d'erreur de sortie à compensateur fixe (et sont données par les équations (III-41), (III-42), (III-43) et (III-45))

Le changement intervient au niveau de la génération de l'erreur d'adaptation. On remplace les équations (III-46) et (III-47) par :

$$v(t+1) = \widehat{D}(t+1, q^{-1}) \varepsilon(t+1) \quad (III-51)$$

$$\widehat{D}(t, q^{-1}) = \sum_{i=1}^{n_D} \widehat{d}_i(t) q^{-i} ; n_D = n_A \quad (III-52)$$

$$v^o(t+1) = \varepsilon^o(t+1) + \sum_{i=1}^{n_D} \widehat{d}_i(t) \varepsilon(t+1-i) \quad (III-53)$$

Les nouveaux vecteurs des paramètres ajustables et des observations pour l'exemple du premier ordre considéré seront :

$$\widehat{\theta}(t)^T = [\widehat{a}_1(t), \widehat{b}_1(t), \widehat{d}_1(t)] ; \quad (III-54)$$

$$\phi(t)^T = [-\widehat{y}(t), u(t), -\varepsilon(t)]$$

et dans le cas général :

$$\widehat{\theta}(t)^T = [\widehat{a}_1(t), \dots, \widehat{a}_{n_A}(t), \widehat{b}_1(t), \dots, \widehat{b}_{n_B}(t), \widehat{d}_1(t) \dots \widehat{d}_{n_D}(t)]. \quad (III-55)$$

$$\phi(t)^T = [-\widehat{y}(t), -\widehat{y}(t-1), \dots, -\widehat{y}(t-n_A+1), u(t), u(t-n_B+1) - \varepsilon(t), \dots, -\varepsilon(t-n_D+1)] \quad (III-56)$$

L'algorithme d'adaptation paramétrique reste celui donné par les équations (II-48), (III-49) et (III-50) où maintenant $v^o(t+1), \widehat{\theta}(t), \phi(t)$ sont donnés par les équations (III-53), (III-55) et (III-56).

Notons que cette méthode conduit à une augmentation du nombre de paramètres à estimer par rapport à l'erreur de sortie à compensateur fixe. Elle ne doit être utilisée que dans le cas que la méthode à compensateur fixe diverge. A noter que cette méthode peut diverger si transitoirement $\widehat{D}(t, q^{-1})$ a des racines à l'extérieur du cercle unité.

III-4-validation des modèles : [3]

III-4-1-validation des modèles identifiés avec les méthodes de type I :

Le principe de la méthode de validation est le suivant :

- si la structure « procédé+perturbation » choisie est correcte.
- si on a utilisé une méthode d'identification appropriée pour la structure choisie.

La validation des modèles identifiés avec les méthodes de type I se fait en testant si l'erreur de prédiction $\varepsilon(t)$ tend asymptotiquement vers un bruit blanc, ce qui implique

$$\lim_{t \rightarrow \infty} E\{\varepsilon(t)\varepsilon(t-i)\} = 0 \quad i=1, 2, 3, \dots; -1, -2, -3, \dots$$

III-4-1-validation des modèles identifiés avec les méthodes de type II :

Le principe de la méthode de validation est le suivant :

- si la perturbation est indépendante de l'entrée ($E\{w(t)u(t)\} = 0$)
- si la structure « procédé+perturbation » choisie est correcte.
- si on a utilisé une méthode d'identification appropriée pour la structure choisie.

La validation des modèles identifiés avec les méthodes de type II se fait en testant si

$$E[\varepsilon(t)\hat{y}(t-i)] \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)\hat{y}(t-1) = 0$$

Un modèle identifié acceptable doit vérifier la condition $|RN(i)| \leq 0.15$

Où : $i=1, 2, 3, \dots, \max(n_A, n_B + d)$ et les RN (i) sont des estimations des intercorrélations normalisées.

$$RN(i) = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)\hat{y}(t-i) \right] / \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{y}^2(t) \right] \right\}^{1/2}$$

IV-1-Introduction

Dans ce chapitre, on effectuera certaines simulations afin de valider les différents algorithmes détaillés dans les chapitres précédents.

IV-2-Les applications pour les méthodes d'identifications graphiques

IV-2-1-Méthode de Strejc-Quentin :

Pour tester cette méthode, on considère un système dont la fonction de transfert est donnée par :

$$T(p) = \frac{100}{(p+4)(p+5)(p+1)}$$

Le modèle mathématique proposé par Strejc-Quentin est de la forme suivante :

$$T(p) = \frac{K.e^{-r.p}}{(1+T.p)^n} \quad (\text{IV-1})$$

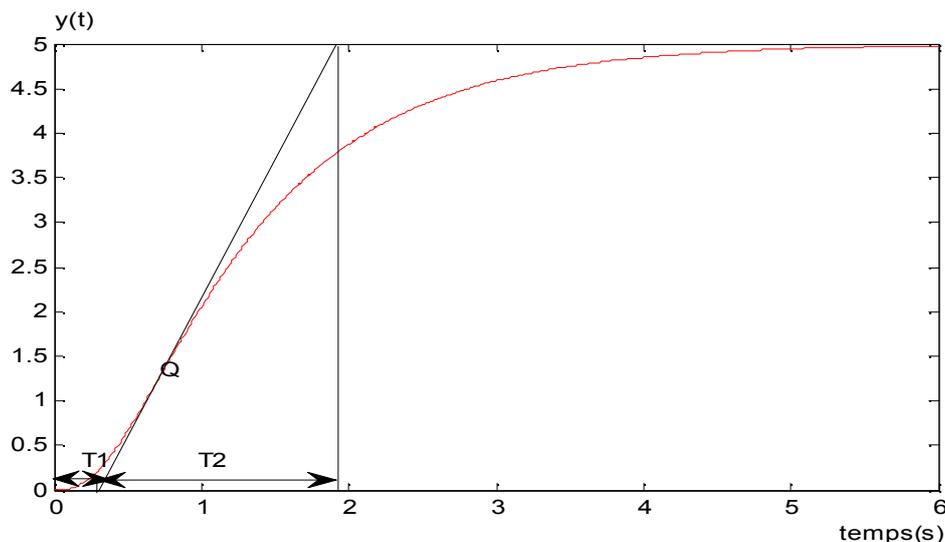


Figure (IV-1) : réponse indicielle du procédé

La méthodologie :

- Le gain statique est mesuré directement de la valeur finale de la sortie : $K=5$.
- On trace la tangente au point d'inflexion Q et on mesure $T_1 = 0.32$ s et $T_2=1.58$ s.
- D'après le tableau, avec $T_1 / T_2=0.202$, un ordre $n=2$ semble convenir.
- La constante de temps T est évaluée à partir de $\frac{T_2}{T} = 2.718$ de tableau du Strejc-Quentin, Cela donne $T = 0.58$ s

-D'après le tableau, $\frac{T_1}{T}=0.282$, ce qui donnerait une valeur de $T_1=0.163s$. Or on mesure

$T_1=0.32 s$

On peut déduire un retard $r=0.157s$

En remplaçant les paramètres obtenus dans l'équation (IV-1), on aura

$$T(p) = \frac{5.e^{-0.157P}}{(1+0.58p)^2}$$

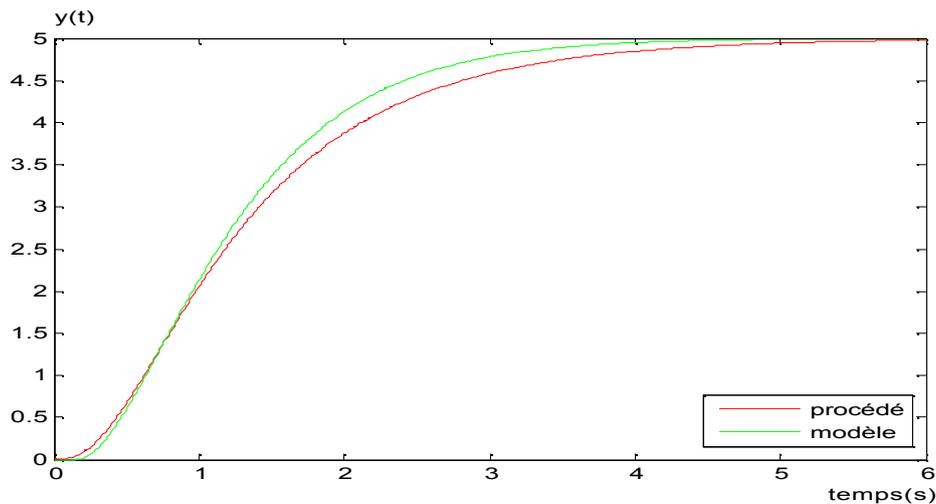


Figure (IV-2) : réponse indicielle du procédé et du modèle

D'après la figure (IV-2), on remarque que la réponse indicielle du procédé est proche de celle du modèle de Strejc- Quentin mais la réponse de ce dernier est plus retardée.

IV-2-2-Méthode de Broïda:

On reprend la même fonction de transfert que précédemment

$$T(p) = \frac{100}{(p+4)(p+5)(p+1)}$$

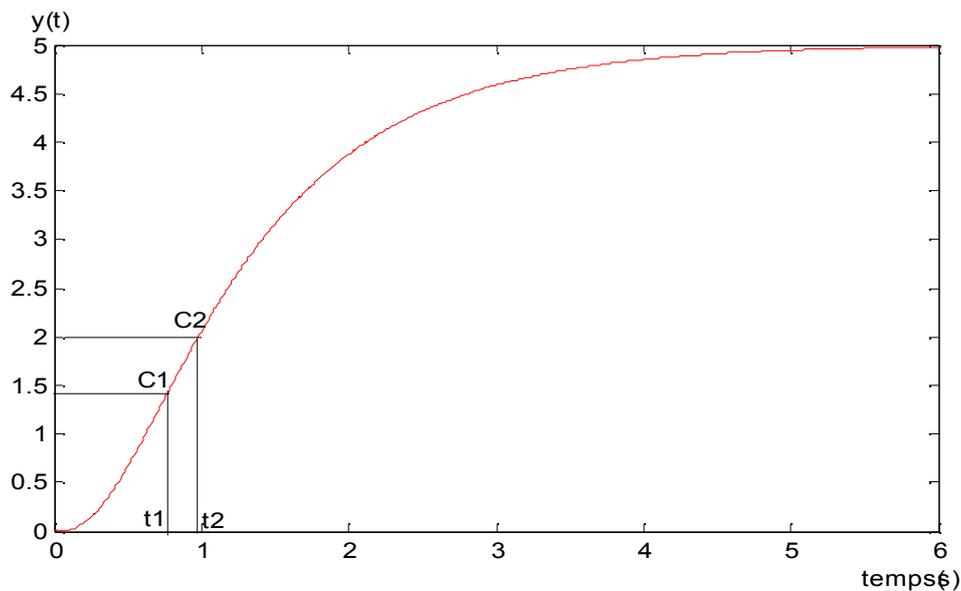


Figure (IV-3) : réponse indicielle du procédé

Soit la fonction de transfert du modèle de Broïda suivant :

$$T(p) = \frac{K.e^{-r.p}}{1 + T.p} \quad (\text{IV-2})$$

Avec

K, T, r sont les paramètres à identifier.

Les points communs C₁ et C₂ habituellement utilisés correspondent respectivement à 28% et 40% de la valeur finale.

D'après la figure (IV-3), on relève les valeurs de t₁ et t₂ correspondant respectivement à la projection de C₁ et C₂ sur l'axe des abscisses.

Donc t₁ = 0.721 s et t₂ = 0.942 s

La résolution des équations (IV-3) et (IV-4) donne :

$$T = 5.5 (t_2 - t_1) \quad (\text{IV-3})$$

$$r = 2.8 t_1 - 1.8 t_2 \quad (\text{IV-4})$$

-Le gain statique est mesuré directement de la valeur finale de la sortie K=5 comme dans la méthode de Strejc-Quentin.

En remplaçant les valeurs de K, T, r dans (IV-2), on aura :

$$T(p) = \frac{5.e^{-0,32p}}{1+1,21p}$$

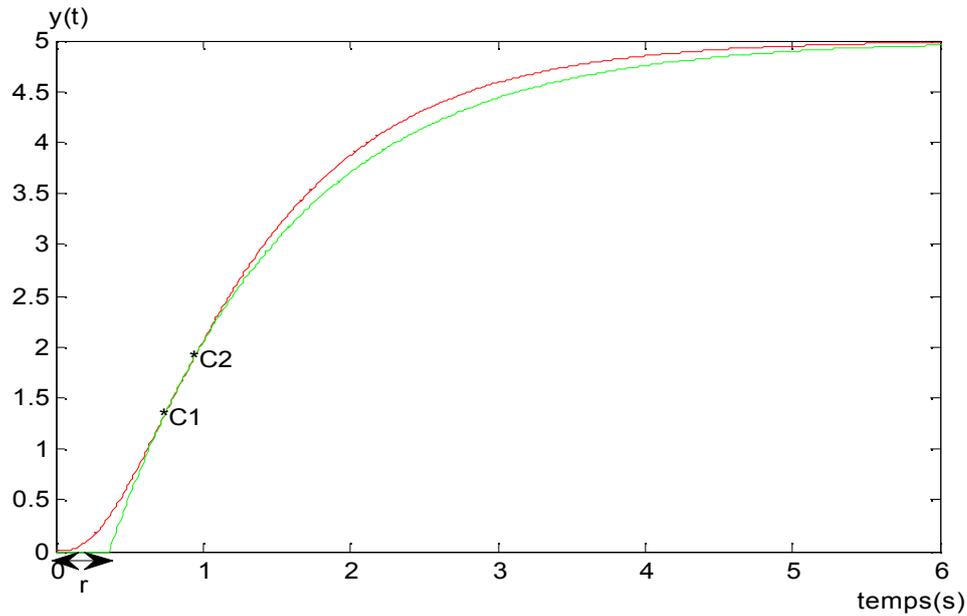


Figure (IV-4) : réponse indicielle du procédé et du modèle

La figure (IV-4) donne les courbes de réponse du système réel et du modèle de Broïda. La concordance des deux points C_1 et C_2 est bien vérifiée, or la réponse indicielle du modèle de Broïda comporte un retard r .

IV-2-3- Processus intégrateur :

Pour tester cette méthode, on considère un système de deuxième ordre dont la fonction de transfert est donnée par :

$$T(p) = \frac{100}{p(10p+3)}$$

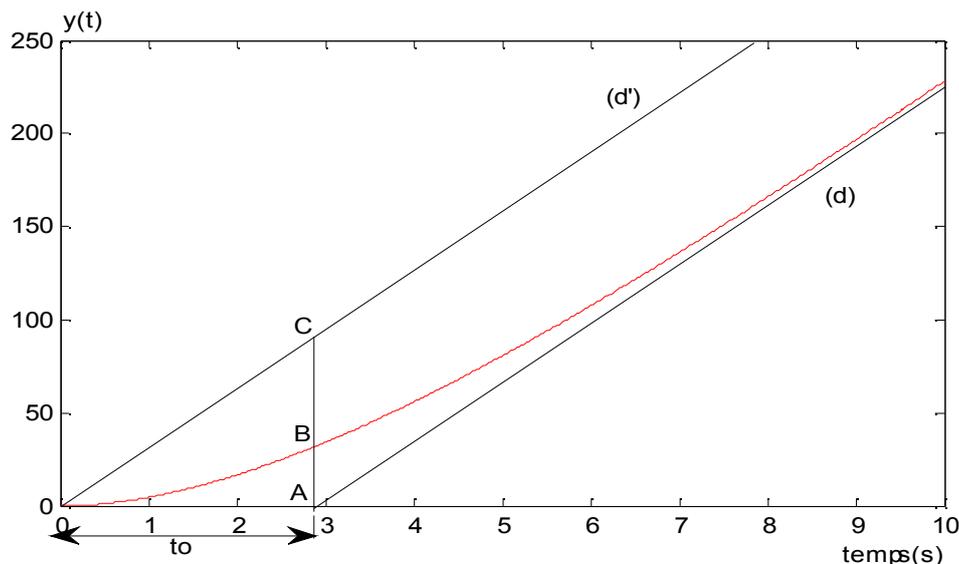


Figure (IV-5) réponse indicielle du processus intégrateur du 2eme ordre

Avec

(d) : représente l'asymptote de la courbe.

(d') : représente une droite parallèle à l'asymptote (d) .

A : représente le point d'intersection entre l'axe des abscisses et l'asymptote (d).

B : représente le point d'intersection entre la courbe et la droite (AC).

C : représente le point d'intersection entre la droite (d') et (AC).

La fonction de transfert du modèle est sous la forme suivante :

$$T(p) = \frac{K_0}{p} \frac{1}{(1+T p)^n} \quad (\text{IV-5})$$

Où

K_0, T, n sont les paramètres à identifier .

De la figure (IV-5) on mesure le rapport $\frac{AB}{AC} = \frac{32.11}{93.56} = 0.34$ et grâce au tableau du

processus intégrateur, on peut déduire la valeur de $n=2$. La constante de temps T est

déterminée par la relation : $T = \frac{t_o}{n} = \frac{2.9}{2} = 1.45$ s, avec t_o c'est la valeur mesurée sur la

figure (IV-5).

En remplaçant les valeurs de K_0, T, n dans (IV-5) , on aura :

$$T(p) = \frac{33.33}{p(1+1.45p)^2}$$

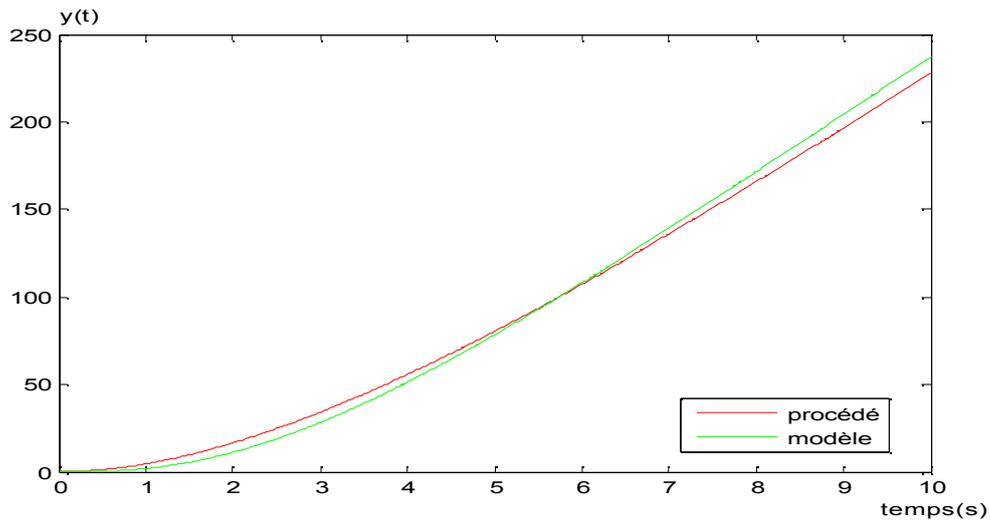


Figure (IV-6) réponse indicielle du modèle et du processus intégrateur du 2eme ordre

Commentaires :

D'après les allures obtenues dans les figures (IV-2) et (IV-4) pour les méthodes de Strejc-Quentin et Broïda, on constate que :

- La sortie du modèle de Strejc-Quentin est mieux que la sortie du modèle de Broïda vu le retard des deux méthodes (le retard de strejc-quentin est inférieur à celui de Broïda).
- La difficulté de la méthode de Strejc-Quentin se pose essentiellement dans la détermination de point d'inflexion et le tracé de la tangente.
- La méthode de Broïda est moins onéreuse (en terme des étapes à suivre) que celle de Strejc-Quentin.
- Pour les systèmes ayant un intégrateur, on a abouti à une réponse indicielle du modèle de processus intégrateur plus au moins proche de celle du procédé, comme nous la montre la figure (IV-6).

IV-3- Les applications pour les méthodes d'identification statistiques :**IV-3-1- Méthode des moindres carrés récurrents (M.C.R):**

Soit un système de premier ordre dont la fonction de transfert est la suivante :

$$G(p) = \frac{9}{1 + 6p}$$

Après la discrétisation du système continu, avec une période d'échantillonnage $T_e=1.75s$, on aura la fonction de transfert discrète tel que :

$$G(z) = \frac{2.277}{z - 0.747}$$

Qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$G(z^{-1}) = \frac{2.277 z^{-1}}{1 - 0.747 z^{-1}}$$

Soit la fonction de transfert discrète du modèle du système à identifier qui est donné par :

$$\hat{G}(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$$

La forme récurrente du modèle étant :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) + b_1 u(t) + e(t)$$

Tel que $\theta = [a_1 \quad b_1]$ est le vecteur des paramètres à identifier.

Pour exciter tous les modes du processus, on lui applique un signal riche en fréquences proche d'un bruit blanc. On choisit pour cela une séquence binaire pseudo-aléatoire (S.B.P.A)

Dans cet exemple, on choisit une séquence pseudo-aléatoire, comme signal d'entrée, qui est donnée par la figure (IV-7).

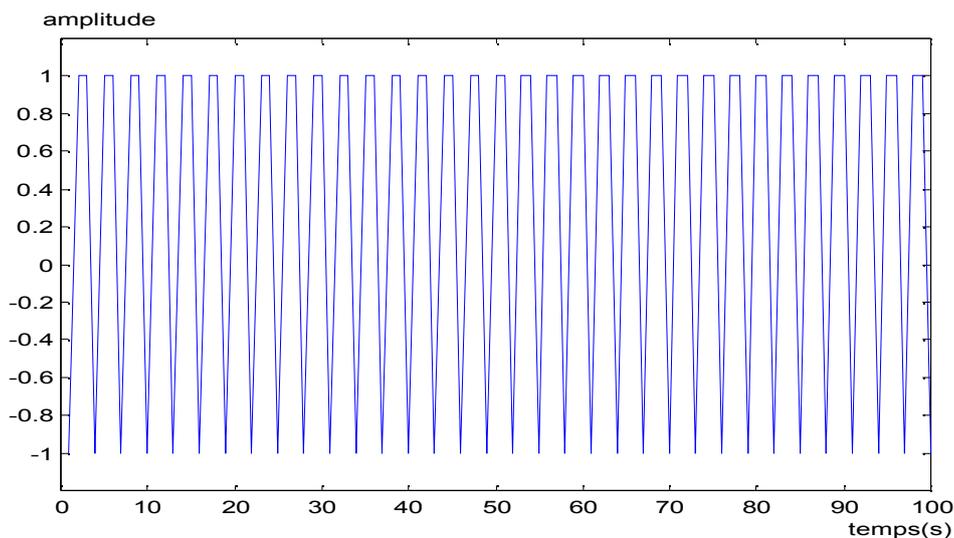


Figure (IV-7) séquences binaires pseudo aléatoires SBPA

Après l'application de l'algorithme des moindres carrés récursifs (M.C.R) implanté sous logiciel Matlab, nous avons relevé les paramètres du modèle de prédiction ainsi que les différentes courbes représentées dans les figures ci-dessous :

IV-3-1- 1-Système du premier ordre :

On reprend les mêmes exemples que précédemment, mais cette fois –ci on ajoute un bruit blanc gaussien, la forme récurrente du modèle discrétisé étant :

$$y(t + 1) = -a_1 y(t) + b_1 u(t) + e(t)$$

Avec : $e(t)$ un bruit gaussien.

Pour valider le modèle il faut que l'autocorrélation de l'erreur soit proche de celle du bruit blanc.

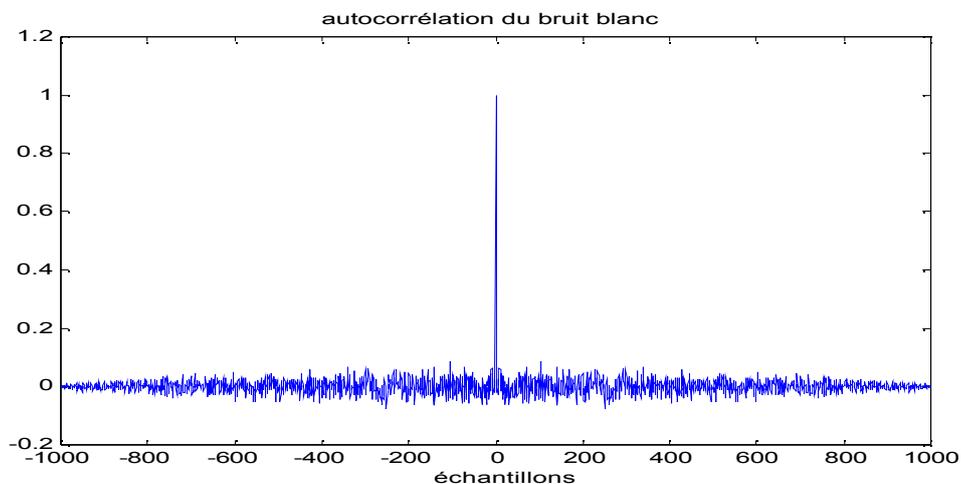


Figure (IV-8) : autocorrélation du bruit blanc gaussien

$\theta = [a_1 \ b_1]$ Vecteur des paramètres à identifier.

Les paramètres identifiés sont :

$a_1 = -0.7626$ $b_1 = 2.2719$

Les différentes courbes relevées :

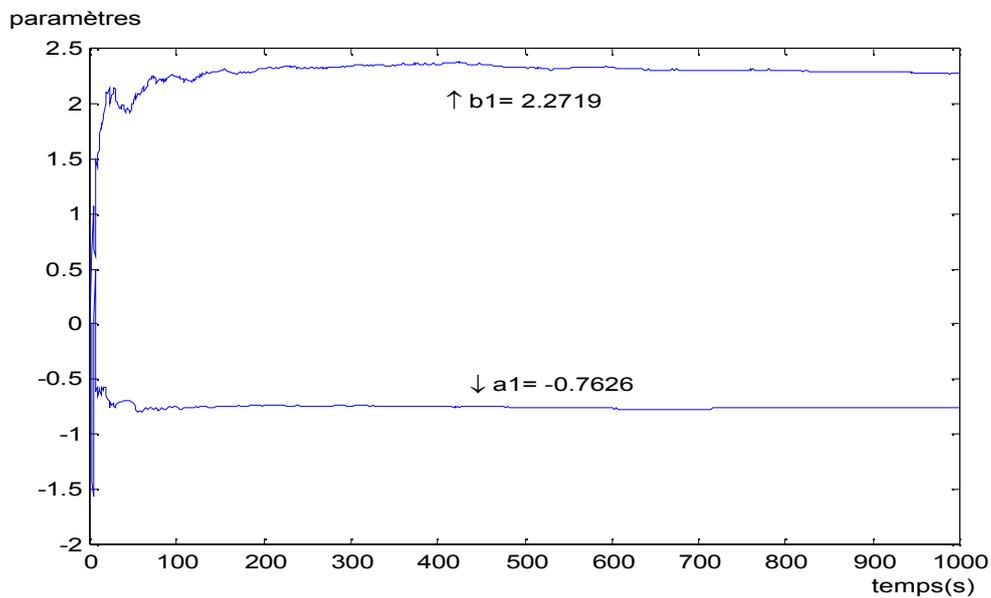


Figure (IV-9) : évolution des paramètres du modèle du 1^{er} ordre

Erreur quadratique = 0.0461

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie du l'erreur = Variance (erreur) = 0.0063
- Energie du procédé = Variance (procédé) = 4.6571
- Energie du modèle = Variance (modèle) = 4.7745

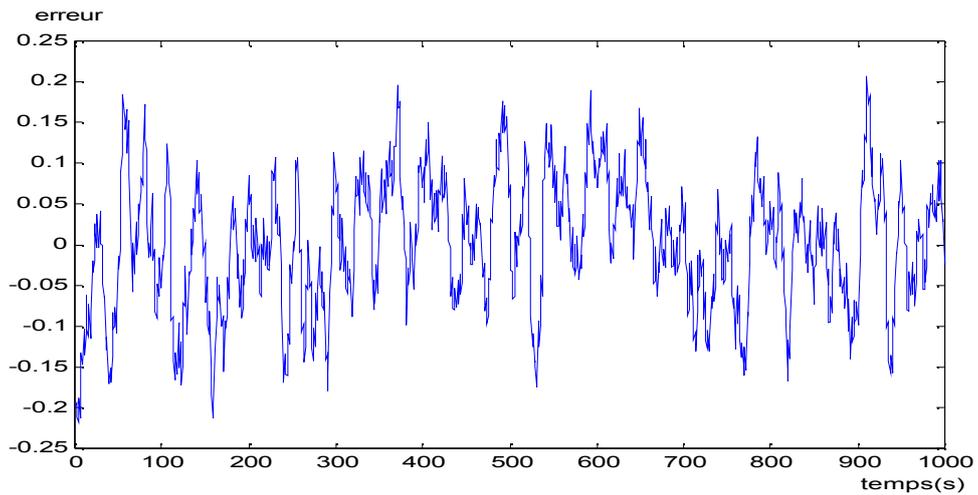


Figure (IV-10) : erreur de prédiction

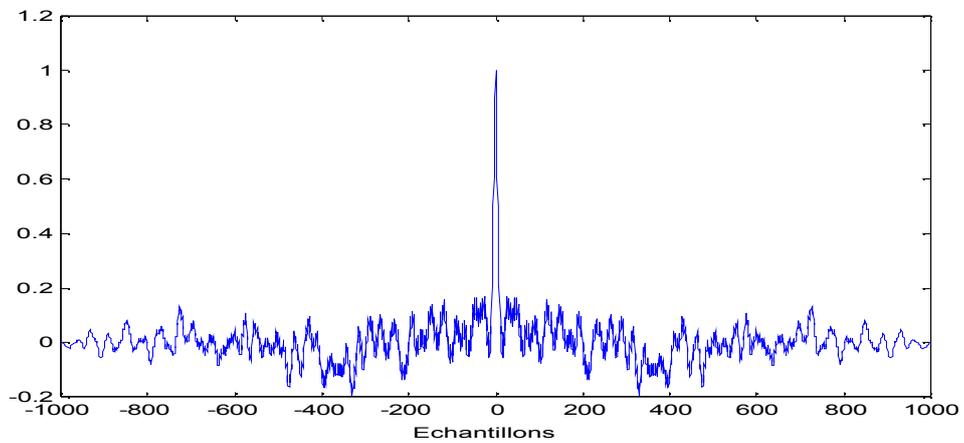


Figure (IV-11) : autocorrélation du l'erreur de prédiction

D'après la figure (IV-11), on peut dire que ce modèle est validé, car l'autocorrélation de l'erreur de prédiction est proche du celle du bruit blanc.

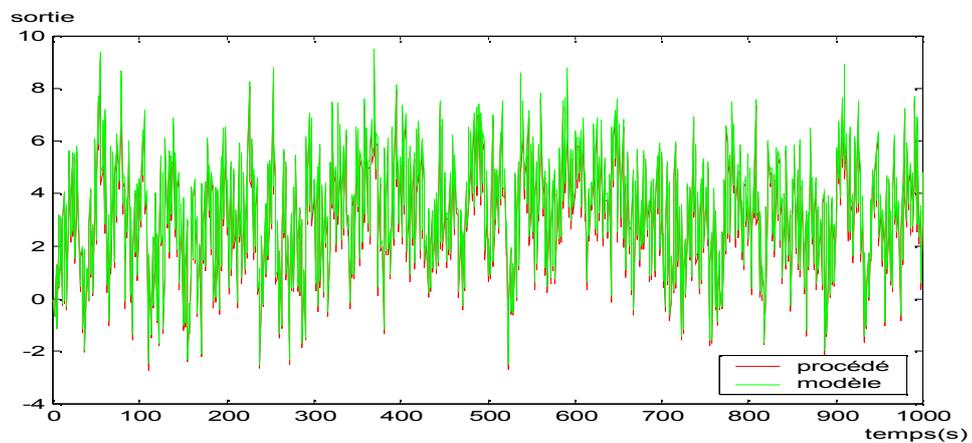


Figure (IV-12) : les sorties du procédé et du modèle

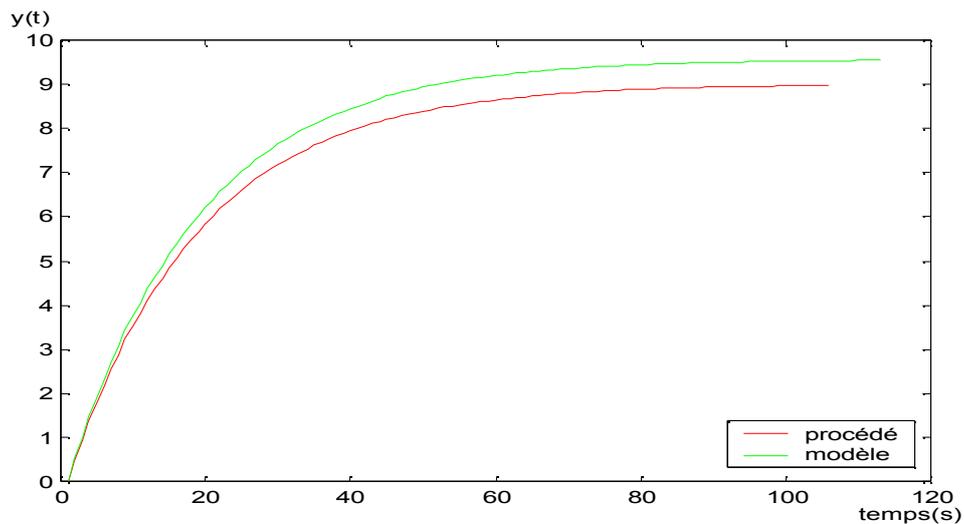


Figure (IV-13) : réponse indicielle du procédé et du modèle

IV-3-1- 2-Système de 2ème ordre :

Soit un système de deuxième ordre qui est donné par la fonction de transfert suivante :

$$G(p) = \frac{1}{1 + 3p + 3p^2}$$

Après la discrétisation du système avec une période d'échantillonnage de $T_e=2s$ on aura :

$$G(z) = \frac{0.344z + 0.1749}{z^2 - 0.6165z + 0.1353}$$

Qui peut s'écrire sous la forme :

$$G(z) = \frac{0.344z^{-1} + 0.1749z^{-2}}{1 - 0.6165z^{-1} + 0.1353z^{-2}}$$

Soit la fonction de transfert discrète du modèle du système à identifier qui est donné par :

$$G(z^{-1}) = \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 - a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$$

La forme récurrente du modèle discrétisé étant :

$$y(t+1) = -a_1 y(t) - a_2 y(t-1) + b_1 u(t) + b_2 u(t-1) + e(t)$$

Avec

$e(t)$ un bruit gaussien.

Tel que $\theta = [a_1 \ a_2 \ b_1 \ b_2]$ est le vecteur des paramètres à identifier.

Les paramètres identifiés sont :

$a_1 = -0.58338$ $a_2 = 0.13906$ $b_1 = 0.34228$ $b_2 = 0.16818$

Les différentes courbes relevées :

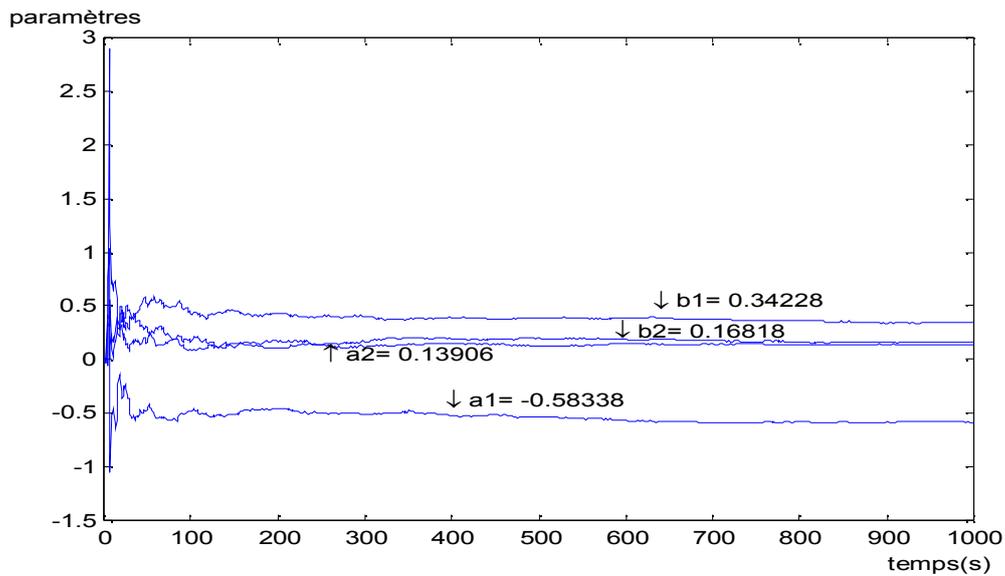


Figure (IV-14) évolution des paramètres du modèle du 2eme ordre

Erreur quadratique = 0.3641

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie de l'erreur = Variance (erreur) = 0.2851
- Energie du procédé = Variance (procédé) = 1.4260
- Energie du modèle = Variance (modèle) = 1.735

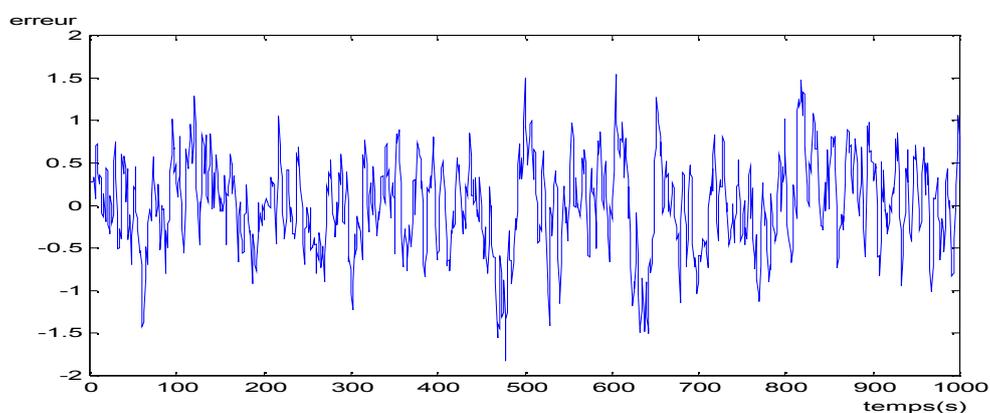


Figure (IV-15) : erreur de prédiction

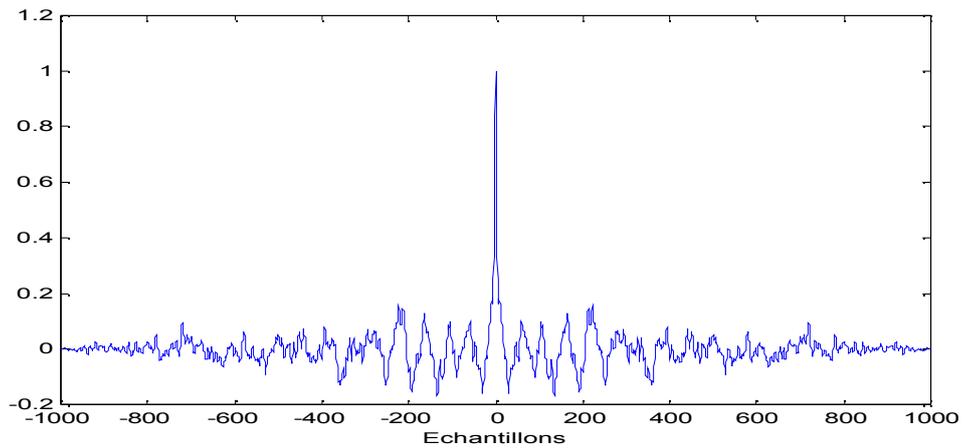


Figure (IV-16) : autocorrélation du l'erreur de prédiction

D'après la figure (IV-16), on peut dire que ce modèle est validé, car l'autocorrélation du l'erreur de prédiction est proche du celle du bruit blanc.

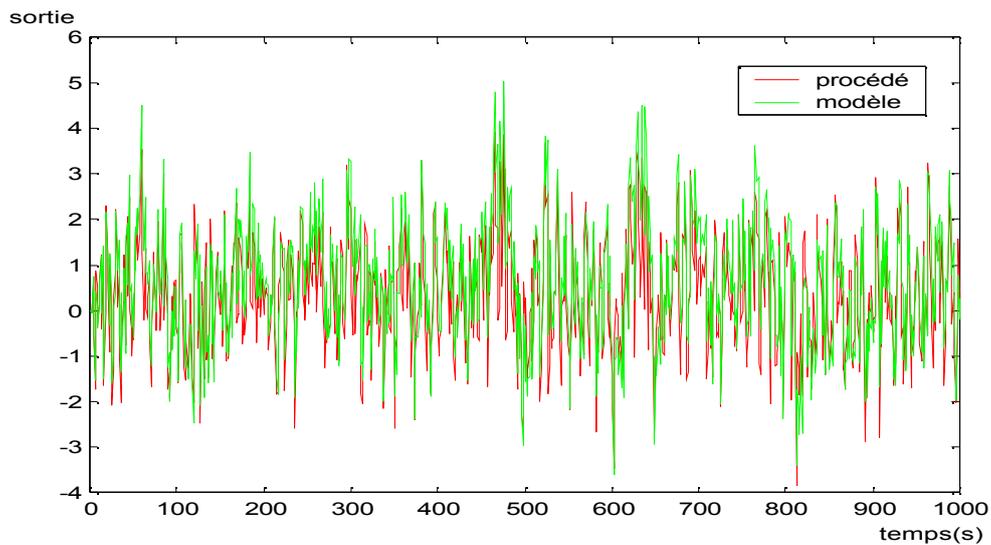


Figure (IV-17) : les sorties du système et du modèle

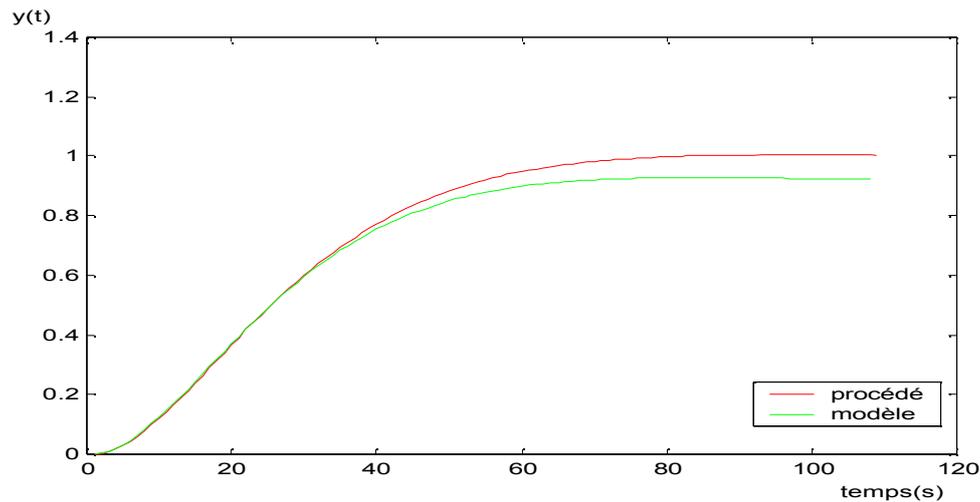


Figure (IV-18) : réponse indicielle du modèle et du procédé

Les résultats obtenus à partir des exemples précédents montrent que les paramètres retrouvés convergent vers les vrais paramètres du procédé comme nous le montre les figures (IV-9) et (IV-14). On constate que les valeurs des erreurs quadratiques et les réponses indicielles (voir les figures (IV-13) et (IV-18)) obtenues en utilisant la méthode des moindres carrés récursifs ne sont pas satisfaisantes, ce qui nous ramène à considérer une autre structure « procédé +perturbation » par exemple la structure S3.

Nous choisissons, parmi les méthodes d'identification applicables à la structure S3, la méthode de moindre carré étendu (M.C.E) et la méthode de variable instrumental à observations retardées (V.I.O.R)

IV-3-2-La méthode de moindre carrée étendue (M.C.E):

On reprend le même exemple du système du premier ordre, la forme récurrente du modèle discrétisé étant :

$$y(t+1) = a_1 y(t) + b_1 u(t) + c_1 e(t) + e(t+1)$$

Avec : $e(t)$ un bruit gaussien.

$$c_1 = 0.43$$

Tel que $\theta = [a_1 \ b_1 \ c_1]$ est le vecteur des paramètres à identifier.

Les paramètres identifiés sont :

$$a_1 = -0.74429 \quad , \quad b_1 = 2.2843 \quad \quad c_1 = 0.41492$$

Les différentes courbes relevées :

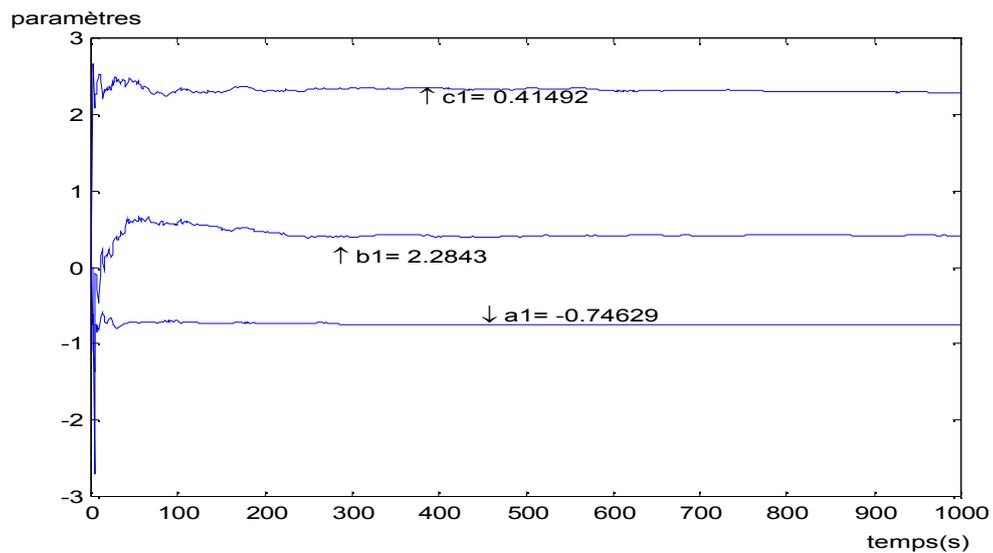


Figure (IV-19) : évolution des paramètres du modèle du 1^{er} ordre

Erreur quadratique = $7.4031e-004$

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie de l'erreur = Variance (erreur) = $7.3852e-004$
- Energie du procédé = Variance (procédé) = 6.4895
- Energie du modèle = Variance (modèle) = 6.4075

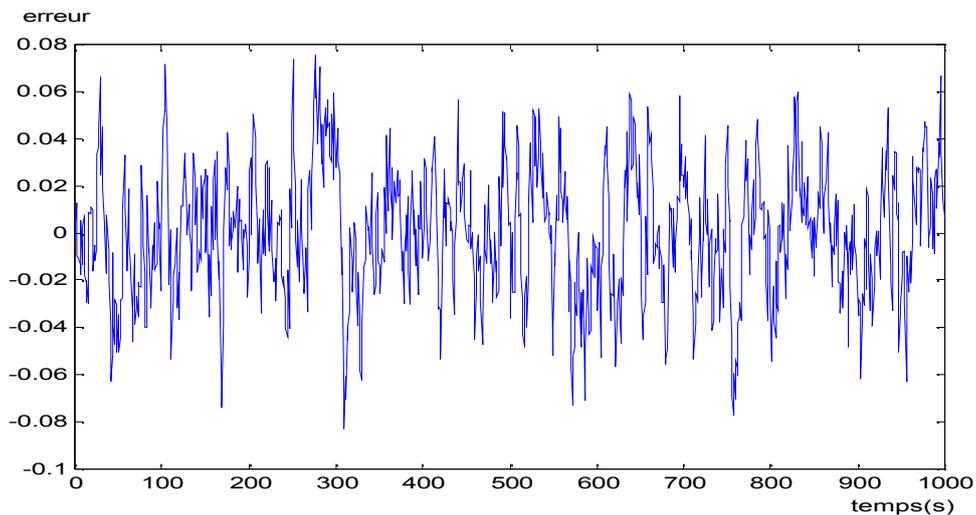


Figure (IV-20) : erreur de prédiction

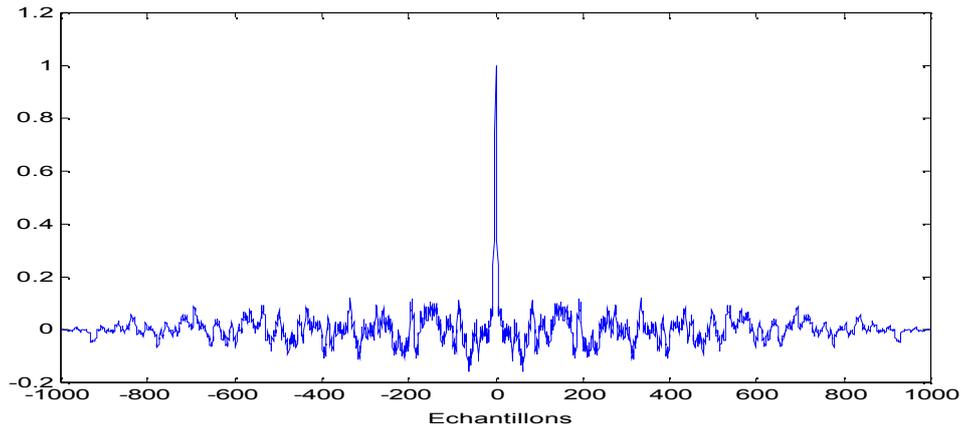


Figure (IV-21) : autocorrélation de l'erreur de prédiction

D'après la figure (IV-21), on peut dire que ce modèle est validé, car l'autocorrélation du l'erreur de prédiction est proche de celle du bruit blanc.

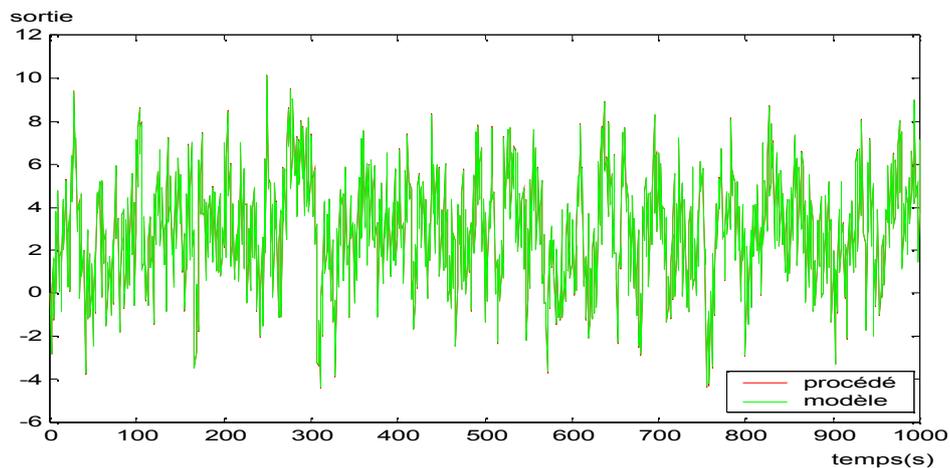


Figure (IV-22) : les sorties du système et du modèle

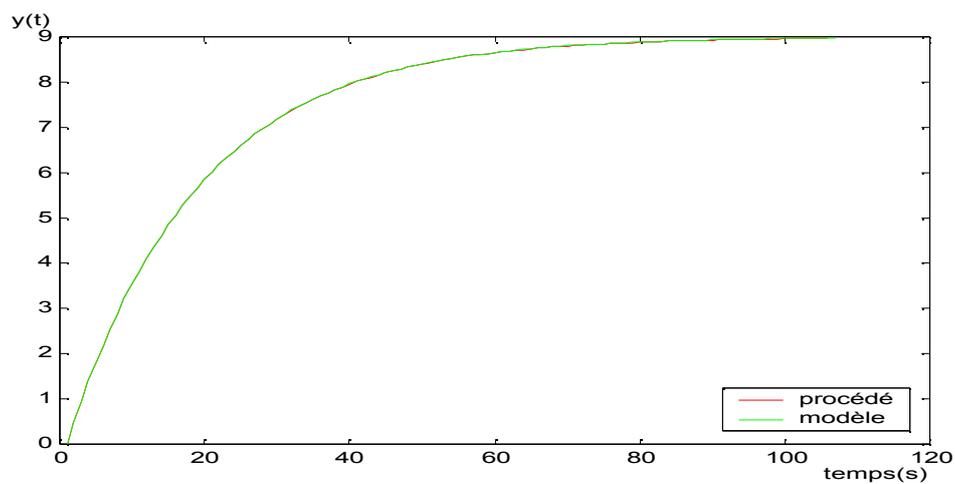


Figure (IV-23) : réponse indicielle du modèle et du procédé

On constate que les valeurs estimées de a_1 et b_1 sont meilleurs que dans le cas des moindres carrés récursifs (l'erreur quadratique est plus faible), d'autre part, l'autocorrélation (figure IV-21) de l'erreur est beaucoup plus proche de celle du bruit blanc, et la réponse indicielle du modèle se confond avec celle du procédé (voir la figure (IV- 23)).

IV-3-3- La méthode de variable instrumentale à observations retardées :

On reprend le même exemple du système du premier ordre.

La forme récurrente du modèle discrétisé étant :

$$y(t+1) = a_1 y(t) + b_1 u(t) + c_1 e(t) + e(t+1)$$

Avec : $e(t)$ un bruit gaussien.

$$c_1 = 0.43$$

Tel que $\theta = [a_1 \ b_1]$ est le vecteur des paramètres à identifier.

Les paramètres identifiés sont :

$$a_1 = -0.763 \quad b_1 = 2.289$$

Les différentes courbes relevées :

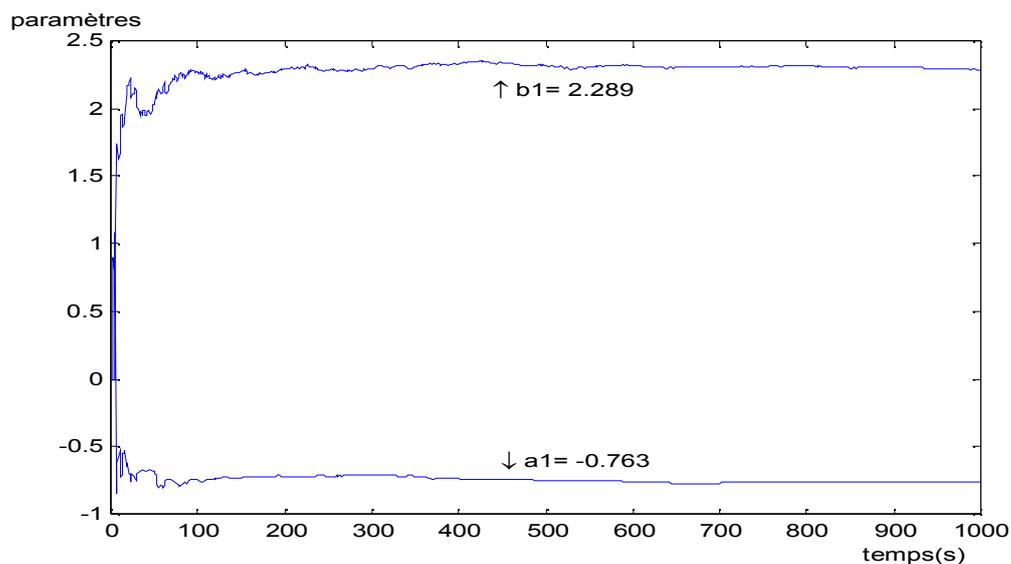


Figure (IV-24) : évolution des paramètres du modèle

Erreur quadratique = 0.0611

Test de validation : décorrélation prédiction/erreur

- Energie de l'erreur = Variance (erreur) = 0.0070
- Energie du modèle = Variance (modèle) = 5.0195
- Energie du procédé = Variance (procédé) = 5.1774

Critère de validation : $|RN(i)| < 0.15$ [5]

$RN(1) = 3.9198e-013$

Avec $RN(i)$: les intercorrélations normalisées

$i = 1 \dots \max(n_A, n_B + d)$

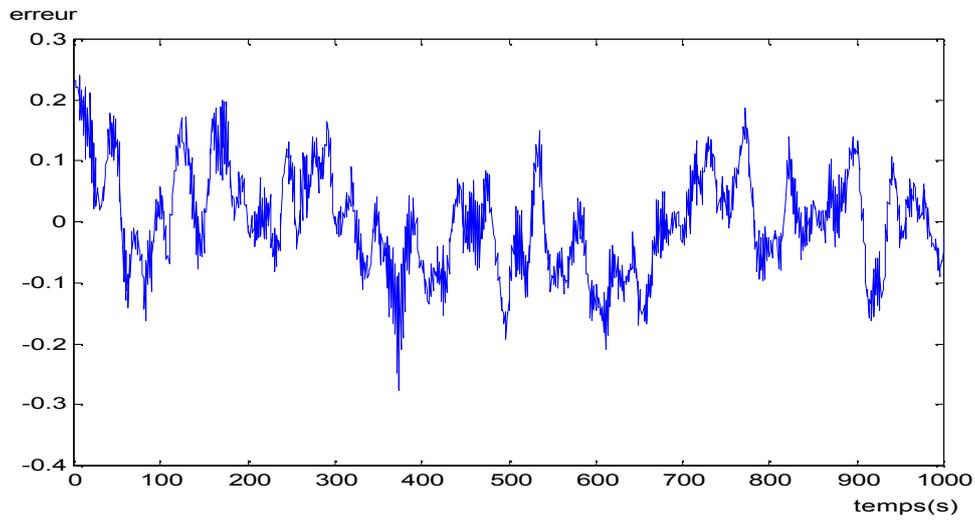


Figure (IV-25) : erreur de prédiction

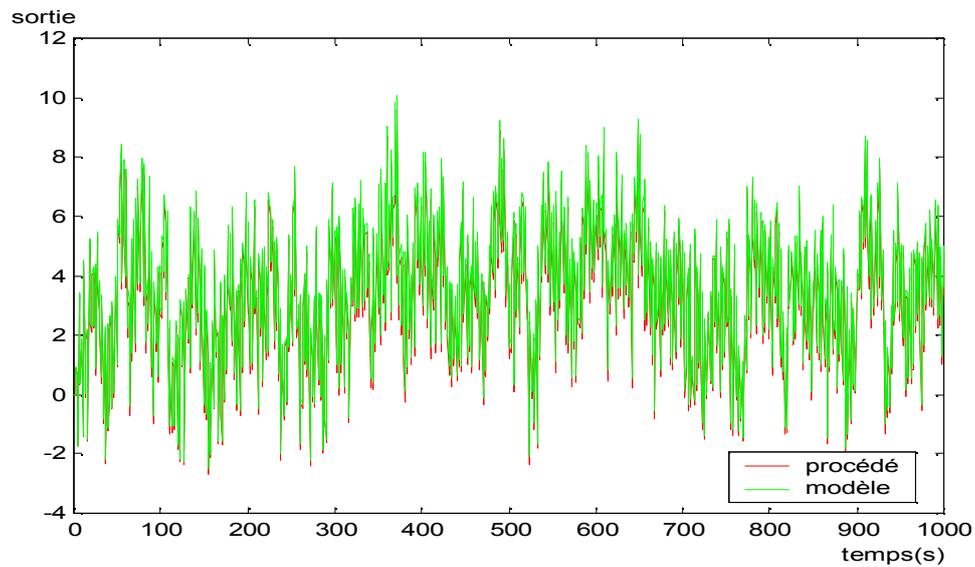


Figure (IV-26) : les sorties du procédé et du modèle

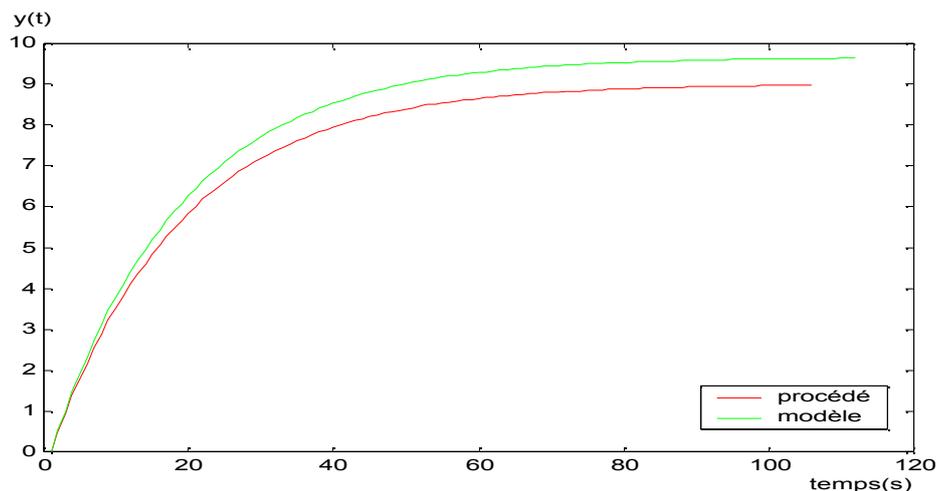


Figure (IV-27) : réponse indicielle du modèle et du procédé

Les résultats obtenus dans la méthode de variable instrumental à observations retardées (V.I.O.R), nous amène à conclure comme suite :

L'erreur quadratique est plus élevée par rapport à celle des moindres carrés étendus (M.C.E), aussi le modèle est validé car l'intercorrélacion normalisée est inférieure à 0.15.

IV-3-4-L'entrée est un échelon d'amplitude 10 et retardé de 100s :

On reprend le même exemple du système du premier ordre

La forme récurrente du modèle discrétisé étant :

$$y(t + 1) = a_1 y(t) + b_1 u(t) + e(t)$$

Avec : $e(t)$ un bruit gaussien.

$u(t)$: échelon d'amplitude 10 et retardé de 100s

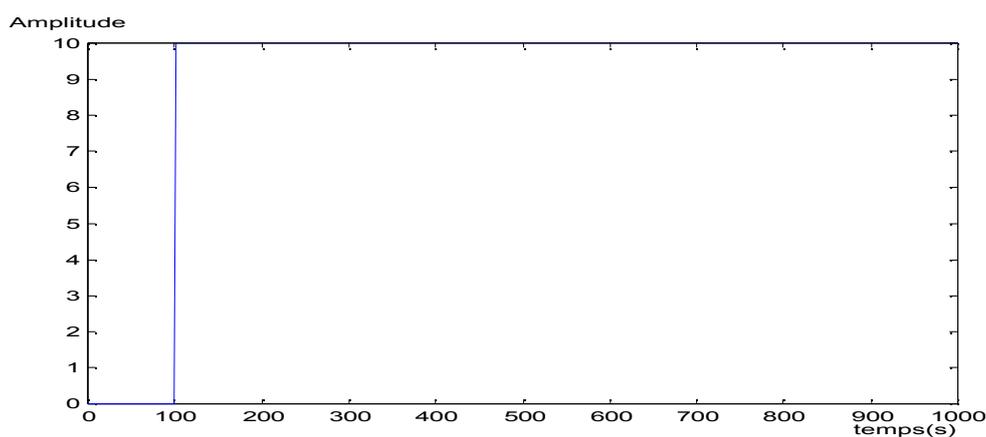


Figure (IV-28) : échelon retardé

Tel que $\theta = [a_1 \ b_1]$ est le vecteur des paramètres à identifier.

Les paramètres identifiés sont :

$a_1=2.2$ $b_1=-0.75504$

Les différentes courbes relevées :

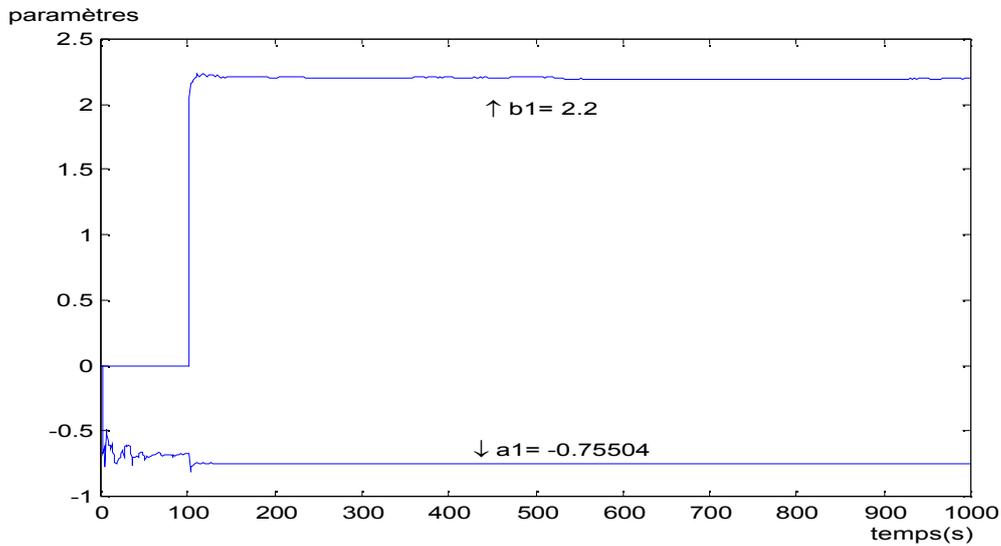


Figure (IV-29) : évolution des paramètres du modèle

Erreur quadratique = 0.0507

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie du l'erreur =Variance (erreur) = 0.0149
- Energie du procédé =Variance (procédé) =737.6534
- Energie du modèle =Variance (modèle) = 734.6729

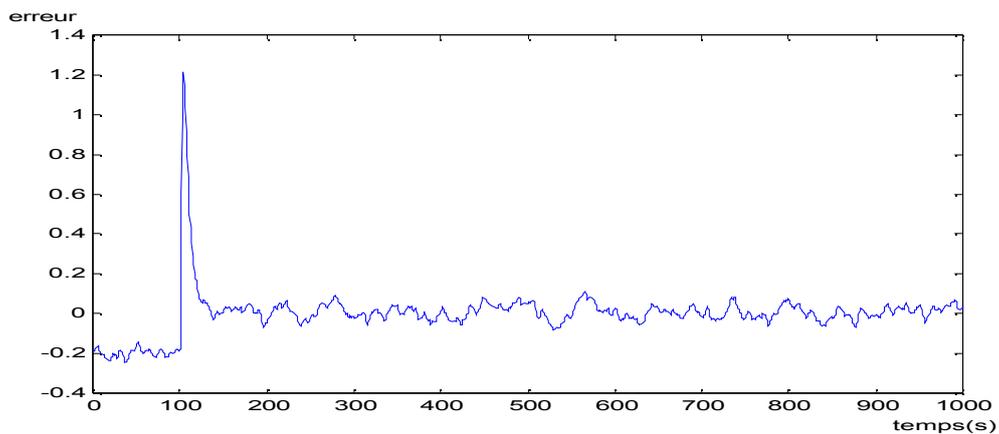


Figure (IV-30) : erreur de prédiction

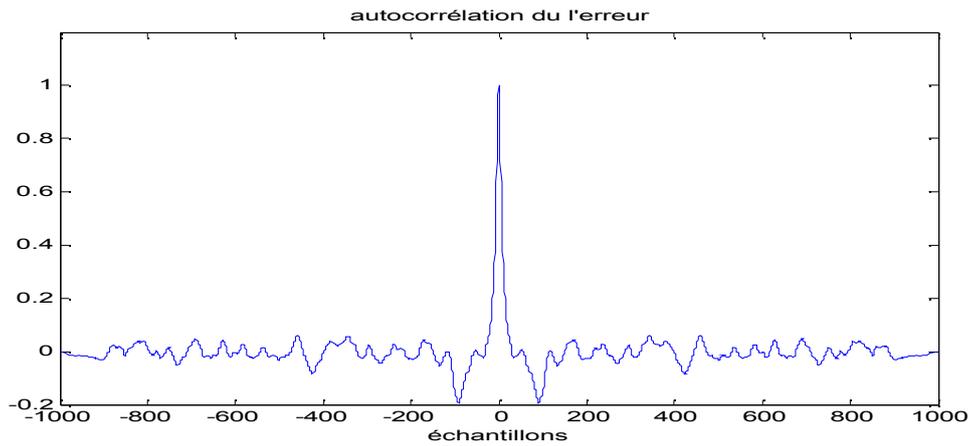


Figure (IV-31) : autocorrélation de l'erreur

D'après la figure (IV-31), on peut dire que ce modèle est validé, car l'autocorrélation de l'erreur de prédiction est proche de celle du bruit blanc.

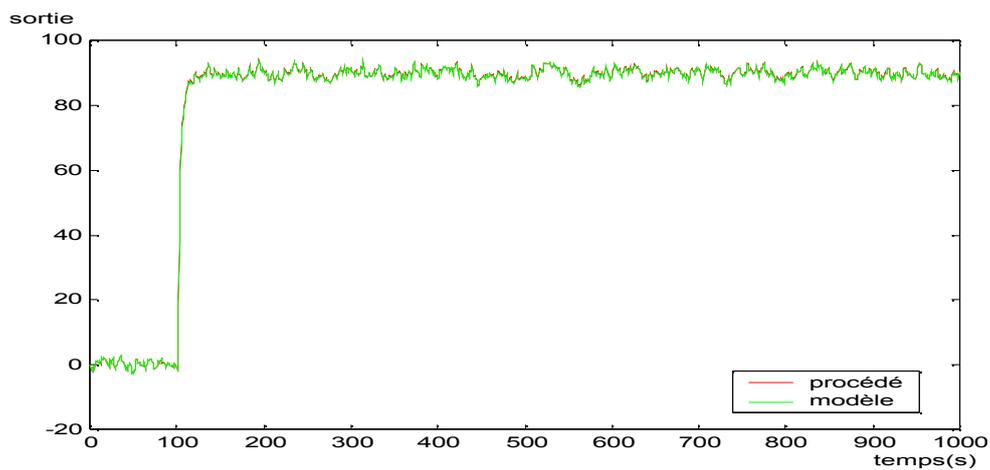


Figure (IV-32) : les sorties du système et du modèle

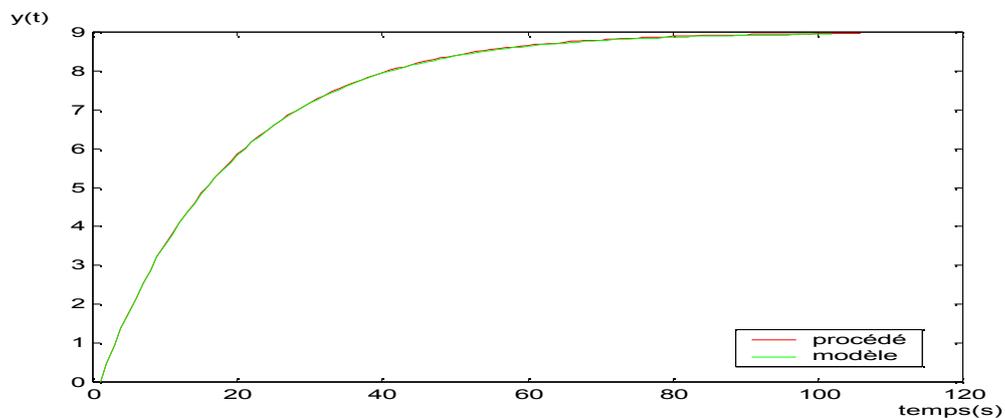


Figure (IV-33) : réponse indicielle du procédé et du modèle

IV-3-5- Influence de la période d'échantillonnage :

On reprend l'exemple du système de premier ordre qui est de la forme suivante :

$$G(p) = \frac{9}{1 + 6p}$$

Après la discrétisation du système continu, avec une période d'échantillonnage $T_e=0.1s$, on aura la fonction de transfert discrète telle que :

$$G(z) = \frac{0.1488}{z - 0.9835}$$

Qu'on peut mettre sous la forme suivante :

$$G(z^{-1}) = \frac{0.1488 z^{-1}}{1 - 0.9835 z^{-1}}$$

En utilisant le programme des moindres carrés étendus (M.C.E) implémenté sous MATLAB, on relève les courbes suivantes :

Les différentes courbes relevées :

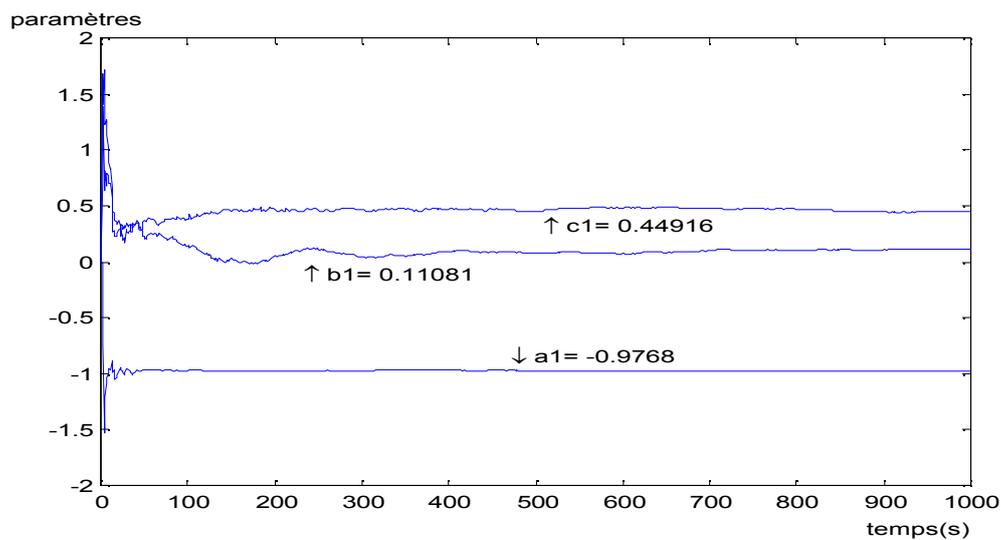


Figure (IV-34) : évolution des paramètres du modèle du 1^{er} ordre

Erreur quadratique = 1.0931

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie de l'erreur = Variance (erreur) = 0.8535
- Energie du procédé = Variance (procédé) = 34.8699
- Energie du modèle = Variance (modèle) = 30.4280

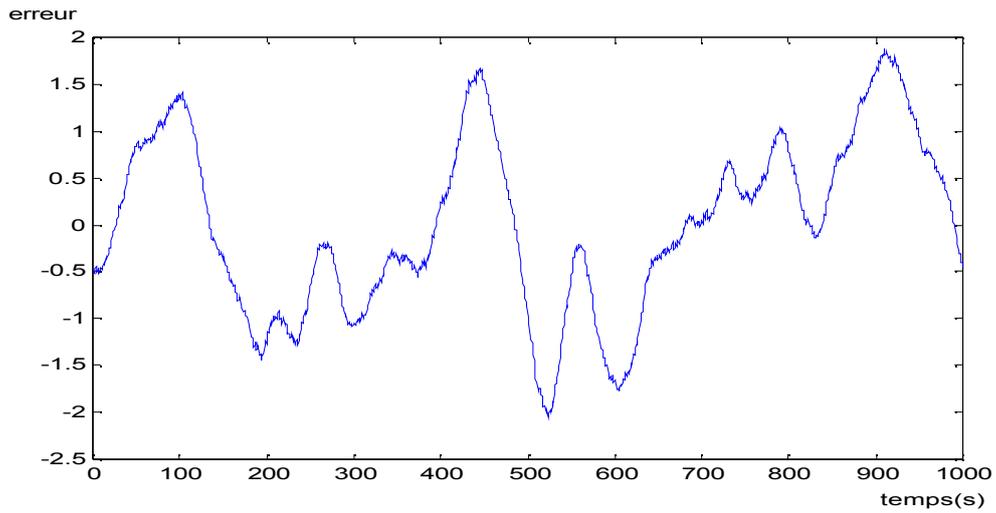


Figure (IV-35) : erreur de prédiction

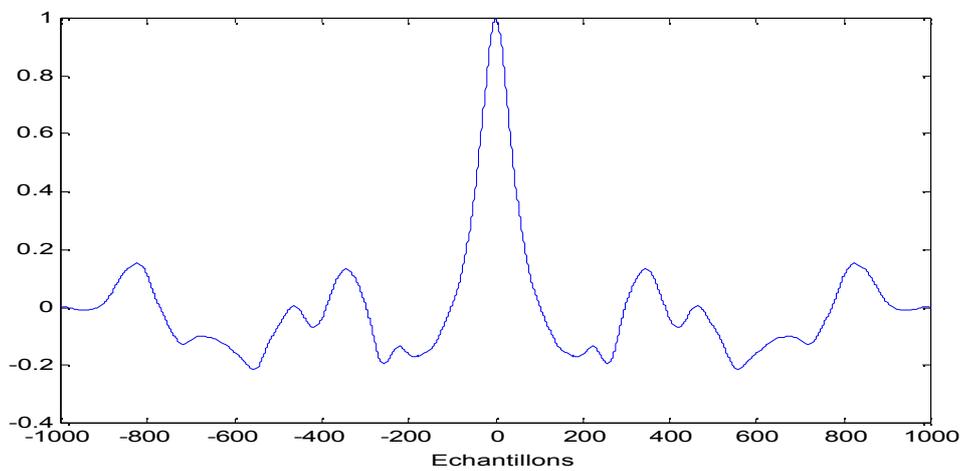


Figure (IV-36) : autocorrélation du l'erreur

D'après la figure (IV-36), on peut dire que ce modèle n'est pas validé, car l'autocorrélation du l'erreur de prédiction est différente du celle du bruit blanc.

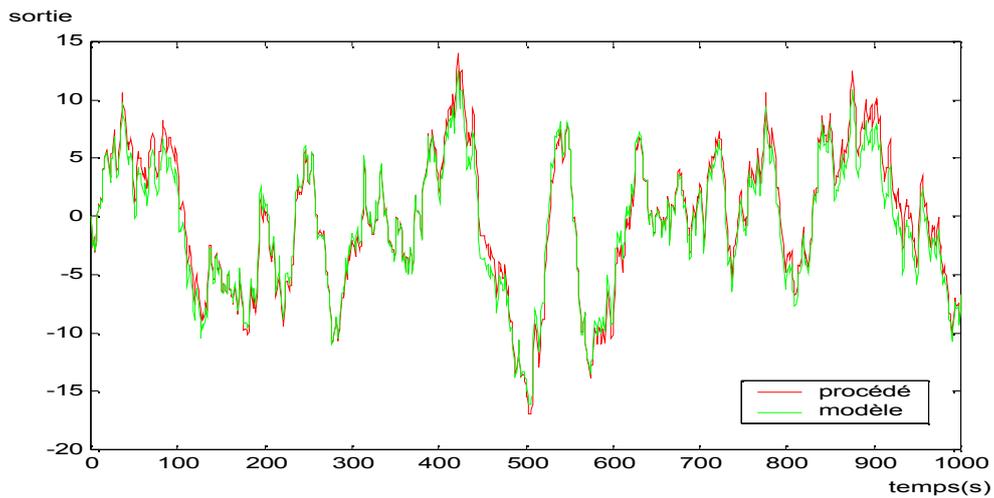


Figure (IV-37) : les sorties du système et du modèle

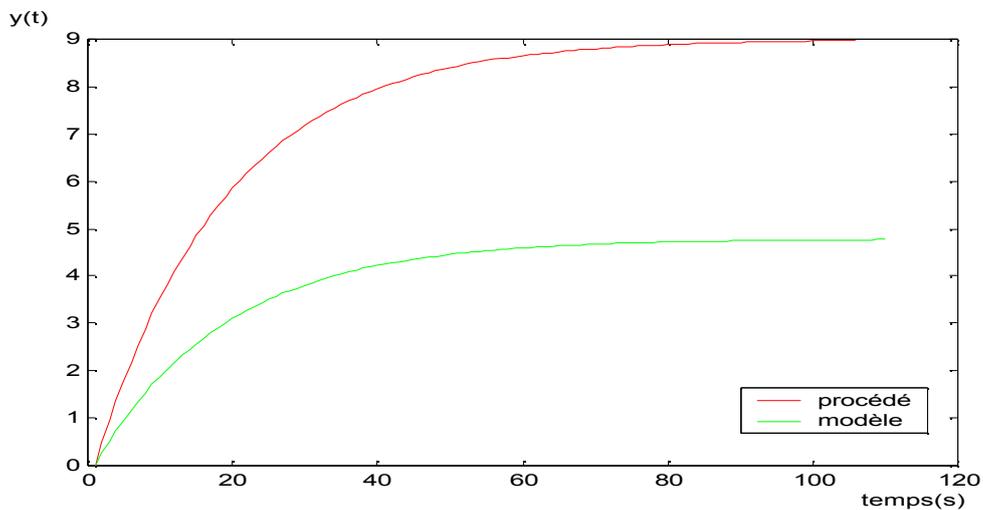


Figure (IV-38) : réponse indicielle du procédé et du modèle

D'après la figure (IV-38), on remarque que les réponses indicielles du modèle et du procédé sont différentes, cela est dû au mauvais choix de la période d'échantillonnage.

On peut conclure que le choix de la période d'échantillonnage est important, elle doit être choisie convenablement en respectant la condition du théorème de Shannon :

Cas du système du premier ordre : $\frac{T}{4} < T_e < T$ et dans notre cas T_e est comprise entre

$$1.5 < T_e < 6$$

IV-3-6-Influence de nombre d'échantillons :

On reprend le même exemple du système de premier ordre discrétisé, pour cette fois-ci on considère 100 échantillons :

$$G(z^{-1}) = \frac{2.277 z^{-1}}{1 - 0.747 z^{-1}}$$

En utilisant le programme des moindres carrés étendus (M.C.E) implémenté sous MATLAB, on relève les courbes suivantes :

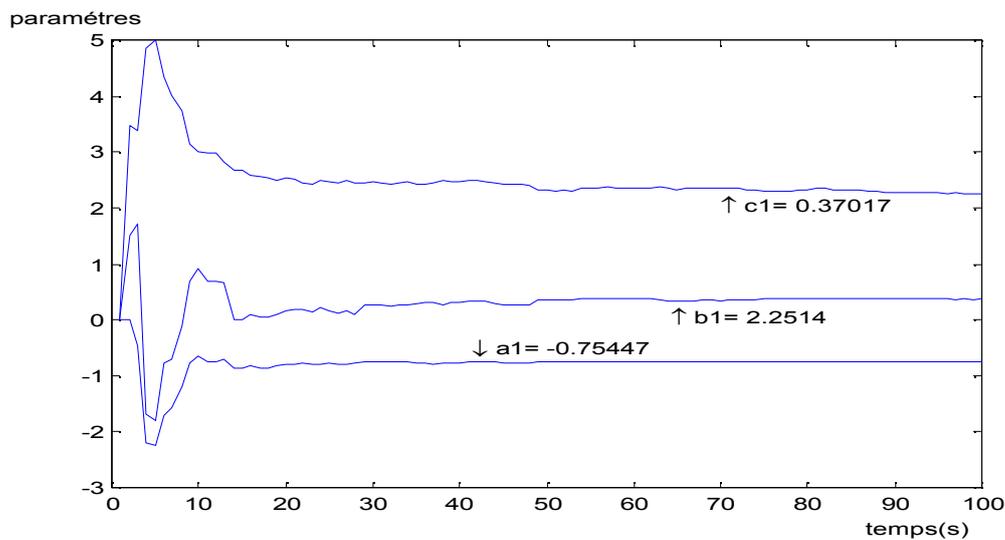
Les différentes courbes relevées:

Figure (IV-39) évolution des paramètres du modèle du 1^{er} ordre

Erreur quadratique = 0.0060

Test de validation : blancheur de l'erreur

- Energie du l'erreur =Variance (erreur)= 0.0039
- Energie du l'erreur Variance (procédé)= 5.0413
- Energie du l'erreur Variance (modèle)=4.8535

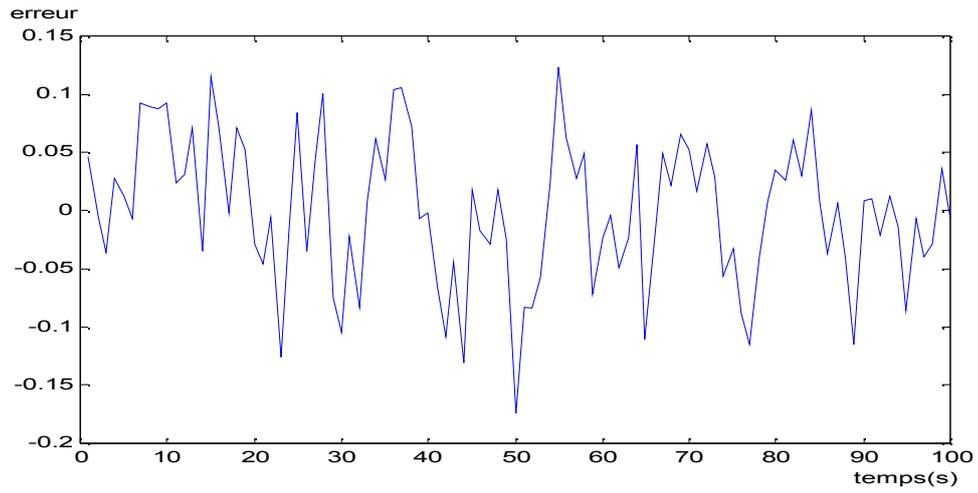


Figure (IV-40) erreur de prédiction

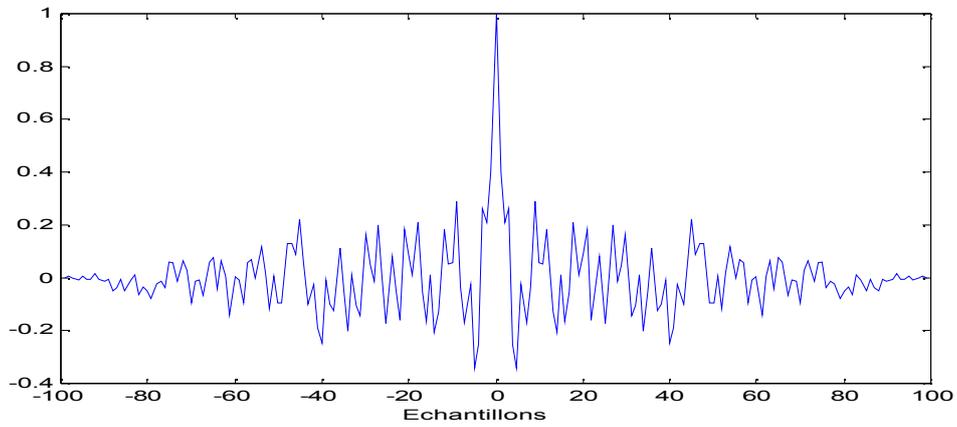


Figure (IV-41) : autocorrélation de l'erreur de prédiction

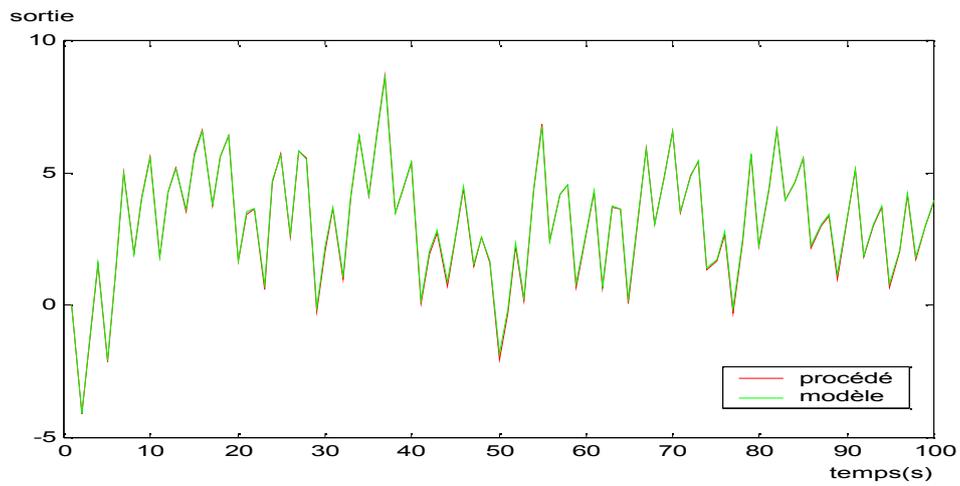


Figure (IV-42) : les sorties du système et du modèle

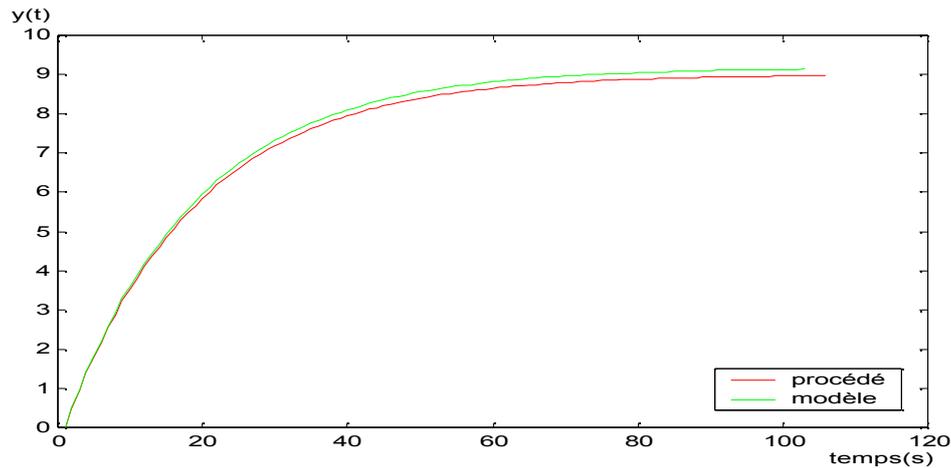


Figure (IV-43) : réponse indicielle du procédé et du modèle

D'après les résultats obtenus, on constate que l'erreur quadratique pour le nombre d'échantillons 1000 est assez faible par rapport à l'erreur quadratique à 100 échantillons. Ce qui signifie que le nombre d'échantillons influe sur la qualité de l'estimation des paramètres.

Conclusion :

Après l'implémentation sous MATLAB des algorithmes de l'identification (M.C.R et M.C.E et V.I.O.R), on peut conclure ce qui suit :

- Comparant les deux entrées (S.B.P.A et échelon), on remarque que l'entrée S.B.P.A est plus fiable comparée à celle de l'échelon puisqu' elle nous donne une erreur quadratique plus faible.
- La méthode des M.C.E est plus performante que celle des M.C.R. Elle permet une meilleure convergence des paramètres (donne une erreur quadratique plus petite), cela est dû à la structure du modèle choisie (voir les courbes relevées en dessus).
- Si on compare la méthode des M.C.E à celle du V.I.O.R, on constate que cette dernière a une erreur quadratique plus élevée vu qu'elle ne prend pas en considération la modélisation des perturbations, ce qui signifie que la M.C.E est la meilleure.
- On constate que la période d'échantillonnage ($T_e=1.75s$) est la plus convenable car elle nous donne une erreur quadratique la plus petite.
- Quand le nombre de données utilisés pour l'identification augmente la qualité de l'estimation augmente.

LISTE DES FIGURES

CHAPITRE I

Figure (I-1): Structure S1.....	4
Figure (I-2): Structure S2.....	5
Figure (I-3): Structure S3.....	5
Figure (I-4): Structure S4.....	6
Figure (I-5): Distance d'état	6
Figure (I-6) : Distance de prédiction	7
Figure (I-7) : Distance de structure	7
Figure (I-8) : Procédure d'identification d'un modèle de système	8

CHAPITRE II

Figure (II-1) : Réponse indicielle du système.....	11
Figure (II-2) : Application de la méthode d'auto-corrélation	13
Figure (II-2) : Application de la méthode d'intercorrélacion	14
Figure (II-5) : Réponse indicielle du procédé (modèle de Strejc-Quentin)	15
Figure (II-6) : Réponse indicielle du procédé (modèle de Broïda)	16
Figure (II-7) : Réponse indicielle du processus intégrateur.....	17
Figure (II-8) : Principe de l'estimation des paramètres d'un modèle.....	19

CHAPITRE IV

Figure (IV-1) : Réponse indicielle du procédé (méthode de Strejc-Quentin).....	39
Figure (IV-2) : Réponse indicielle du procédé et du modèle de Strejc-Quentin	40
Figure (IV-3) : Réponse indicielle du procédé (méthode de Broïda)	41
Figure (IV-4) : Réponse indicielle du procédé et du modèle de Broïda.....	42
Figure (IV-5) : Réponse indicielle du processus intégrateur	43
Figure (IV-6) : Réponse indicielle du processus intégrateur et du modèle	44
Figure (IV-7) : Séquences binaires pseudo aléatoires (S.B.P.A).....	46
Figure (IV-8) : Autocorrélation du bruit blanc gaussien	46
Figure (IV-9) : Evolution des paramètres d'un système du 1 ^{er} ordre.....	47
Figure (IV-10) : Erreur de prédiction d'un système du 1 ^{er} ordre	48
Figure (IV-11) : Autocorrélation du l'erreur d'un système du 1 ^{er} ordre	48
Figure (IV-12) : Sorties du procédé et du modèle d'un système du 1 ^{er} ordre.....	48
Figure (IV-13) : Réponse indicielle du procédé et du modèle (système du 1 ^{er} ordre).....	49
Figure (IV-14) : Evolution des paramètres d'un système du 2ème ordre.....	50
Figure (IV-15) : Erreur de prédiction d'un système du 2ème ordre.....	50
Figure (IV-16) : Autocorrélation du l'erreur d'un système du 2ème ordre.....	51
Figure (IV-17) : Sorties du système et du modèle (d'un système du 2ème ordre)	51
Figure (IV-18) : Réponse indicielle du modèle et du procédé du 2ème ordre.....	52
Figure (IV-19) : Evolution des paramètres d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode des moindres carrés étendus).....	53
Figure (IV-20) : Erreur de prédiction d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode de moindres carrés étendus)	53
Figure (IV-21) : Autocorrélation du l'erreur d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode des moindres carrés étendus).....	54

Liste des figures

Figure (IV-22) : Sorties du système et du modèle d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode de moindres carrés étendus)	54
Figure (IV-23) : Réponse indicielle du modèle et du procédé du 1 ^{er} ordre avec bruit (méthode de moindres carrés étendus)	54
Figure (IV-24) : Evolution des paramètres d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode de variable instrumentale à observations retardées).....	55
Figure (IV-25) : Erreur de prédiction d'un système du 1 ^{er} ordre (méthode de variable instrumentale à observations retardées)	56
Figure (IV-26) : Sorties du système et du modèle (méthode de variable instrumentale à observations retardées)	56
Figure (IV-27) : Réponse indicielle du modèle et du procédé du 1 ^{er} ordre (méthode de variable instrumentale à observations retardées)	57
Figure (IV-28) : Signal échelon	57
Figure (IV-29) : Evolution des paramètres d'un système du 1 ^{er} ordre (entrée échelon)	58
Figure (IV-30) : Erreur de prédiction d'un système du 1 ^{er} ordre (entrée échelon)	58
Figure (IV-31) : Autocorrélation du l'erreur d'un système du 1 ^{er} ordre (entrée échelon)	59
Figure (IV-32) : Sorties du système et du modèle (entrée échelon)	59
Figure (IV-33) : Réponse indicielle du procédé et du modèle (entrée échelon)	59
Figure (IV-34) : Evolution des paramètres d'un système du 1 ^{er} ordre (période d'échantillonnage)	60
Figure (IV-35) : Erreur de prédiction d'un système du 1 ^{er} ordre ($T_e=1,75s$).....	61
Figure (IV-36) : Autocorrélation du l'erreur d'un système du 1 ^{er} ordre ($T_e=1,75s$)	61
Figure (IV-37) : Sorties du système et du modèle d'un système du 1 ^{er} ordre ($T_e=1,75s$)	62
Figure (IV-38) : Réponse indicielle du modèle et du procédé du 1 ^{er} ordre ($T_e=1,75s$).....	62
Figure (IV-39) : Evolution des paramètres (nombre d'échantillons=100)	63
Figure (IV-40) : Erreur de prédiction (nombre d'échantillons=100)	64
Figure (IV-41) : Autocorrélation du l'erreur (nombre d'échantillons=100).....	64
Figure (IV-42) : Sorties du système et du modèle (nombre d'échantillons=100).....	64
Figure (IV-43) : Réponse indicielle du procédé et du modèle (nombre d'échantillons=100).....	65

LISTE DES ABRIVIATIONS

S.L : Système Linéaire.

S.B.P.A : Séquence Binaire Pseudo Aléatoire.

A.R : Modèle Auto-régressif

A.R.X : Modèle Auto-régressif avec entrée exogène.

M.A : Modèle à Moyenne Ajustée

M.A.X : Modèle à Moyenne Ajustée avec entrée exogène

A.R.M.A.X : Modèle Auto-régressif à Moyenne Ajustée avec entrée exogène

A.A.P : Algorithme d'Adaptation Paramétrique

M.C.R : Moindre Carré Récursif

M.C.E : Moindre Carré Etendu

M.V.R : Maximum de Vraisemblance Récursif

E.S.M.P.E : Erreur de Sortie avec Modèle de Prédiction

M.C.G : Moindre Carré Généralisée

V.I.O.R : Variable Instrumentale à Observation Retardé

V.I.M.A : Variable Instrumentale à Modèle Auxiliaire

E.S.C.F : Erreur de Sortie à Compensateur Fixe

E.S.C.A : Erreur de Sortie à Compensateur Ajustable

T.F : Transformée de Fourier

T.L : Transformée de Laplace

C.N.A : Convertisseur Numérique Analogique

B.O.Z : Bloqueur d'Ordre Zéro

C.A.N : Convertisseur Analogique Numérique

LISTE DES INDICES

$y(t)$: Sortie du procédé.

$u(t)$: Entrée du procédé.

$e(t)$: Bruit blanc échantillonné gaussien.

$\delta(t)$: Impulsion du Dirac.

$w(t)$: Perturbation.

q^{-1} : Opérateur retard.

d : Retard.

p, z : Variable complexe ($z = e^{pT_e}$).

$A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$: Polynômes en la variable q^{-1} .

n_A : Degré de polynôme de $A(q^{-1})$.

n_B : Degré de polynôme de $B(q^{-1})$.

n_C : Degré de polynôme de $C(q^{-1})$.

θ : Vecteur des paramètres.

$\hat{\theta}(t)$: Vecteur des paramètres estimés.

$\phi(t)$: Vecteur des mesures ou d'observations.

$\hat{a}_i(t), \hat{b}_i(t), \hat{c}_i(t)$: Coefficients estimés des polynômes $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$ à l'instant t .

$\hat{A}(t, q^{-1}), \hat{B}(t, q^{-1}), \hat{C}(t, q^{-1})$: Estimations des polynômes $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$.

$\varepsilon^o(t), \varepsilon(t)$: Erreur de prédiction a priori et respectivement a posteriori.

$v(t), v^o(t)$: Erreur d'adaptation a priori et respectivement a posteriori.

$F, F(t)$: Gain d'adaptation.

J : Critère.

A : Matrice.

T_e : Période d'échantillonnage.

F_e : Fréquence d'échantillonnage.

F_{MAX} : Fréquence maximale.

$h(t)$: Réponse impulsionnelle.

$T(p), G(p)$: Fonctions de transfert continues.

T : Constante de temps.

$G(z^{-1}), G(z)$: Fonctions de transfert échantillonnées.

K : Gain statique.

K_0 : Gain de vitesse.

τ : Retard pur d'un système continu.

$E\{ . \}$: Espérance.

L'identification constitue un outil puissant de l'automatique. Cette approche faisant l'objet de nombreux travaux récents et promet de répondre à un nombre toujours plus croissant d'identification des systèmes.

Au cours de cette étude, on est arrivé à conclure que ces méthodes diffèrent les unes des autres selon leurs entrées et le type du modèle.

Le meilleur modèle est celui qui permet de donner une erreur quadratique plus petite.

Les méthodes d'identification récursives utilisent la même structure de A.A.P, elles se différencient par :

- La structure du modèle.
- la nature des composantes du vecteur des observations.
- la dimension du vecteur des paramètres et du vecteur des observations

Pour effectuer une bonne identification d'un procédé, il faut choisir :

- un horizon d'estimation plus grand.
- une bonne méthode, structure et l'entrée
- une bonne période d'échantillonnage
- un bon critère

Les résultats de simulation obtenus avec la méthode de moindre carré étendu sont meilleurs de point de vue de convergence et de précision que les deux autres méthodes (moindre carré récursif, variable instrumental à observations retardées)

Cette étude est une opportunité qui nous a permis de s'intéresser de très près à cette branche de l'automatique qui nous semble tout à fait essentielle tant qu'elle trouve d'application dans la pratique et ouvre la voie à de nombreuses questions, tant sur le plan technique que industriel.

L'extension des algorithmes présentés aux cas multivariés et leur évaluation sont un sujet de recherche à venir.

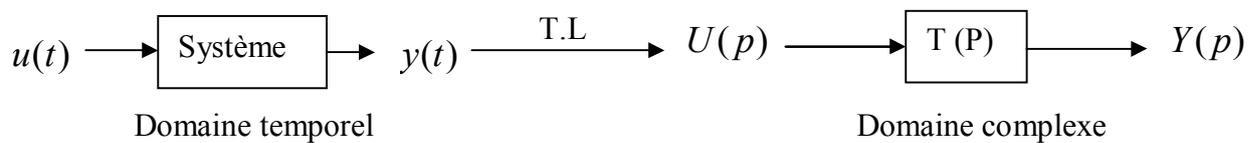
ANNEXES

- **Lemme d'inversion matriciel :**

$$(A+B.C.D)^{-1} = A^{-1} - A^{-1} .B [C^{-1} +D .A^{-1} .B]^{-1} .D .A^{-1}$$

- **Fonction du transfert :**

La fonction de transfert d'un système est exprimée par le rapport de la TL de Laplace de la sortie $y(t)$ sur la TL de Laplace de l'entrée $u(t)$.



Telle que $T(p)$ c'est la fonction de transfert du système

$$T(p) = \frac{Y(p)}{U(p)}$$

Tel que :

$Y(p)$ est un polynôme dont les racines définissent les zéros

$U(p)$ est un polynôme dont les racines définissent les pôles

- **Transformée en z :**

La transformée en z est un outil puissant pour l'analyse et le traitement numérique du signal, l'expression de la TZ d'un signal discret est donnée par :

$$G(Z) = \sum_{n=0}^{\infty} G(n)Z^{-n}$$

- **La transformée de Laplace :**

Soit $f(t)$ une fonction du temps définie pour $t > 0$ et nulle pour $t < 0$. soit P une variable complexe, on appelle transformée de Laplace $f(t)$, la fonction de la variable complexe notée $F(p)$ telle que :

$$F(p) = [f(t)] = \int_a^{\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

- **Matrice définie positive :** est caractérisé par

- 1) Tous les termes de la diagonal sont positifs
- 2) Elle est symétrique
- 3) Les déterminants de tous les mineurs principaux sont positifs.

- **L'échantillonnage :**

Echantillonner un signal consiste à prendre les valeurs de ce signal à des instants régulièrement espacés, l'écart entre deux échantillons successifs représente la période d'échantillonnage qui devrait être choisie telle qu'elle vérifie le théorème de Shannon.

$$\frac{1}{T_e} = F_e \geq 2F_{\max}$$

Avec F_{\max} la fréquence maximale du signal à échantillonner

- **Équation différentielle :**

La forme générale d'une équation différentielle d'ordre n est donnée par :

$$b_0 y(t) + b_1 \frac{dy(t)}{dt} + \dots + b_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} = a_0 u(t) + a_1 \frac{du(t)}{dt} + \dots + a_m \frac{d^m u(t)}{dt^m}$$

Avec

$y(t)$: sortie du système

$u(t)$: entrée du système

$a_0 \dots a_m$ et $b_0 \dots b_n$ Sont des constantes ou des variables

- **Équation aux différences (récurrentes) :**

$$y(t) = - \sum_{i=1}^{n_A} a_i y(t-i) + \sum_{i=1}^{n_B} b_i u(t+d-i)$$

Cette relation est appelée équation aux différences (équation récurrente)

Avec

a_i et b_i sont des constantes ou des variables.

- **Biais :** C'est l'erreur due aux perturbations qui agissent souvent sur le procédé dans l'identification des paramètres du modèle du procédé

- **Bruit blanc gaussien :**

C'est une séquence de variable aléatoires gaussiennes indépendantes de valeurs moyenne nulle et variance σ^2 cette séquence sera noté $\{\varepsilon(t)\}$ et sera caractérisé par les paramètres $(0, \sigma)$ où le premier chiffre indique la valeur moyenne et σ indique l'écart type.

- **Valeur moyenne :** La valeur moyenne est donnée par :

$$V.M = E\{\varepsilon(t)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t)$$

Où

N désigne le nombre de mesures et E est l'espérance mathématique.

- **Variance :**

$$\text{Var} = E\{\varepsilon^2(t)\} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) = \sigma^2$$

$\varepsilon(t)$: erreur de prédiction.

- **Covariance (autocorrelation) :** Notée R (i)

$$R(i) = E\{\varepsilon(t) \varepsilon(t-i)\} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t) \varepsilon(t-i)$$

- **Covariance normalisée :**

La covariance normalisée de la séquence $\{\varepsilon(t)\}$ est définie par :

$$RN(i) = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t) \varepsilon(t-i) \right] / \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \right]$$

- **Les intercorrélations normalisées**

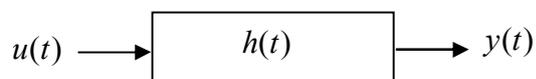
$$RN(i) = \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon(t) \hat{y}(t-i) \right] / \left\{ \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \varepsilon^2(t) \right] \left[\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{y}^2(t) \right] \right\}^{\frac{1}{2}}$$

fonction de transfert continue	fonction de transfert discrète avec bloqueur d'ordre zéro
$\frac{1}{\tau_i p}$	$\frac{b_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$ avec $b_1 = \frac{T_e}{\tau_i}$
$k \left(1 + \frac{1}{\tau_i p} \right)$	$\frac{b_0 + b_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$ avec $b_0 = k$ et $b_1 = k \left(\frac{T_e}{\tau_i} - 1 \right)$
$\frac{k}{1 + \tau_i p}$	$\frac{b_1 z^{-1}}{1 + a_1 z^{-1}}$ avec $a_1 = -e^{-\frac{T_e}{\tau}}$ et $b_1 = k \left(1 - e^{-\frac{T_e}{\tau}} \right)$
$\frac{k}{\tau^2 p^2 + 2\varepsilon\tau p + 1}$ avec : $\varepsilon < 1$ $w_p = \frac{\sqrt{1 - \varepsilon^2}}{\tau}$	$\frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$ avec : $b_1 = k \left(1 - e^{-\frac{\varepsilon T_e}{\tau}} \left(\cos w_p T_e + \frac{\varepsilon}{w_p \tau} \sin w_p T_e \right) \right)$ $b_2 = k e^{-\frac{\varepsilon T_e}{\tau}} \left(e^{-\frac{\varepsilon T_e}{\tau}} - \left(\cos w_p T_e + \frac{\varepsilon}{w_p \tau} \sin w_p T_e \right) \right)$ $a_1 = -2e^{-\frac{\varepsilon T_e}{\tau}} \cos w_p T_e$ et $a_2 = e^{-\frac{2\varepsilon T_e}{\tau}}$

Tableau : conversion de la fonction de transfert continue à la fonction de transfert discrète

▪ **Convolution :**

La convolution est une représentation mathématique qui permet de déterminer le signal de sortie $y(t)$ d'un système linéaire de réponse impulsionnelle $h(t)$ lorsqu'on lui applique à l'entrée un signal $u(t)$.



$$y(t) = u(t) * h(t)$$

▪ **Corrélation :**

La corrélation est une grandeur comparative entre deux signaux dont l'un est retardé d'une durée par rapport à l'autre. Il existe deux types de fonctions de corrélation :

▪ **L'autocorrélation :**

C'est la comparaison d'un signal $u(t)$ à lui-même, décalé d'un retard τ .

$$C_{uu}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t)u(t-\tau).dt$$

$T \rightarrow \infty$

▪ **L'intercorrélation :**

C'est la comparaison d'un signal $u(t)$ à un autre signal $y(t)$ décalé d'un retard τ .

$$C_{uy}(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T u(t).y(t-\tau).dt$$

$T \rightarrow \infty$

▪ **La transformé de Fourier :**

Une grandeur électrique quelconque S , peut être caractérisée de deux façons différentes, selon que l'on s'intéresse à son évaluation par rapport au paramètre temps t ($S=u(t)$), ou au paramètre fréquence f ($S=u(f)$).

Le passage d'une représentation à l'autre s'effectue par la transformée de Fourier, défini comme suit :

Dans le sens direct :(t vers f).

$$u(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t).e^{-j2\pi f t}.dt$$

Dans le sens inverse :(f vers t).

$$u(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(f).e^{j2\pi f t}.dt$$

▪ **Le gain complexe H (f) :**

De la même façon qu'un système linéaire est complètement défini si on connaît sa réponse impulsionnelle $h(t)$, le même raisonnement reste valable si on considère ce qui se passe dans le domaine fréquentiel.

Pour cela, nous faisons appel à l'équation de convolution et son équivalent fréquentiel déduit à partir du théorème de Plancherel.

Ainsi, l'équation de convolution qui régit le fonctionnement du système dans le domaine temporel.

$$y(t) = u(t) * h(t)$$

Devient, dans le domaine fréquentiel :

$$Y(f) = U(f).H(f)$$

Avec

$H(f) = \text{T.F.} \{h(t)\}$, et $Y(f) = \text{T.F.} \{y(t)\}$,
 $U(f) = \text{T.F.} \{u(t)\}$.

▪ **La densité spectrale énergétique :**

L'équivalent de la corrélation dans le domaine fréquentiel est une grandeur appelée «densité spectrale énergétique », qui traduit la quantité d'énergie contenue dans le signal par unité de fréquence.

On a:

$$C_{uu}(\tau) \xrightarrow{\text{T.F.}} S_{uu}(f)$$

Cette grandeur est aussi relié à la transformé de Fourier $U(f)$ du signal $u(t)$ par la relation :

$$S_{uu}(f) = |U(f)|^2.$$

BIBLIOGRAPHIE

[1] Document Internet (Traitement des signaux numériques -II filtrage adaptatif et analyse spectrale) Auteur : Jacob Benesty. (Avril 2005).

[2] Maurice Rivoire /Jean-louis Ferrier : « Commande par ordinateur identification (tome 3) ».Edition Eyrolles 1997.

[3] Ioan Dore Landau : « Identification et commande des systèmes », Edition Hermès Paris – Londres –Lausanne1993.

[4] projet de fin d'études : Etude et mise en œuvre des méthodes d'identification dynamique de procédé

Proposé par : Mr S. Guermah (année 1993)

[5] Ioan Dore Landau : « Identification des systèmes ».Edition Hermès Paris –Londres – Lausanne.

[6] Projet de fin d'études : Etude de deux algorithmes d'identification (l'algorithme des moindres carrés récursifs et algorithme de Levy (année (2006)).

Proposé et dirigé par : Mr.Mansouri.

[7] Projet de fin d'études : Composition et réalisation d'un logiciel d'identification des systèmes linéaires

Proposé et dirigé par : M. Belmehdi (promotion 2002-2003)

M. Hamiche

[8] Document Internet (Commande des systèmes par ordinateur, auteur (Yves Briere), année 2007).

[9] Identification et commande numérique des procédés industriels

Edition Technip

[10] Identification des systèmes linéaires : le signal binaire pseudo aléatoire.

Proposé et dirigé par Mr.Haddab.S (année (2002)).

[11] Document Internet (Identification des systèmes linéaires Polytech'Tours Département Productique « Novembre 2004 »).