

République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou



Faculté de Génie Electrique et d'Informatique
DEPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

Mémoire de Fin d'Etudes de MASTER ACADEMIQUE

Spécialité: Automatique et Informatique Industrielle

Présenté par
Massissilia OUKHENNICHE
Radia YADADENE

Thème

**Commande par mode glissant des systèmes
linéaires à retards**

Mémoire soutenu publiquement le 03 juillet 2018 devant le jury composé de:

M^{me} Aida KABLA
MCB, UMMTO, Président

M^{me} Nadia DJEGHALI
MCA, UMMTO, Encadreur

M^{me} Ouardia CHILALI
MCB, UMMTO, Examineur

M^{me} Farida DORBANE
MAA, UMMTO, Examineur

Remerciements

Nous tenons à remercier avant tout le bon Dieu de nous avoir donné le courage d'accomplir ce travail.

Nous exprimons notre sincère remerciement et profonde gratitude à notre chère promotrice M^{me} Djeghali Nadia, qui a accepté de nous encadrer, de nous guider tout au long de ce projet et pour sa générosité, sa disponibilité à chaque instant et sa patience.

Nous remercions également tous les membres de Jury d'avoir accepté d'examiner notre travail.

Notre gratitude et reconnaissance s'adressent à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation pendant notre cursus universitaire.

Enfin, un grand merci à tous ceux qui nous ont soutenues.

Je dédie ce travail:

A mes chers parents.

A ma sœur (Lydia)

A mon frère (Idir)

A mes nièces (Lycia, Mailine)

A ma grande mère, et ma chère tante taousse

A mes cousins

A tous mes amis et ma camarade ainsi que sa famille.

Oukhenniche Massissilia

Je dédie ce travail:

A mes chers parents.

A mes sœurs (Nourhane, Radja, Thiziri)

A mes frères

(Lounes, Meksa, Mustapha, Idir, Hidouche, Saïd)

A mes grands parents

A mes cousins

A tous mes amis et ma camarade ainsi que sa famille.

Yadadene Radia

Sommaire

| | |
|----------------------------|---|
| Introduction générale..... | 1 |
|----------------------------|---|

Chapitre I: Généralités sur les systèmes à retards

| | |
|--|----|
| I.1 Introduction..... | 3 |
| I.2 Modèles de retards | 4 |
| I.2.1 Retard constant | 4 |
| I.2.2 Retard variant dans le temps..... | 5 |
| I.3 Modélisation | 5 |
| I.3.1 Equations différentielles fonctionnelles retardées | 5 |
| I.3.1.1 Les systèmes linéaires à état retardé..... | 6 |
| I.3.1.2 Les systèmes linéaires à entrée retardée | 6 |
| I.3.1.3 Les systèmes linéaires à état et entrée retardée | 6 |
| I.3.2 Equations différentielles fonctionnelles neutres | 7 |
| I.4 La stabilité des systèmes à retard..... | 7 |
| I.5 Approches de commande des systèmes à retards..... | 8 |
| I.5.1 Les approximations rationnelles du retard | 8 |
| I.5.2 La commande par prédiction | 9 |
| I.6 La commandabilité des systèmes à retards | 13 |
| I.6.1 La Commandabilité d'un système linéaire à entrée retardée..... | 13 |
| I.6.2 La Commandabilité d'un système linéaire à état retardé..... | 14 |
| I.7 conclusion | 14 |

Chapitre II: Commande par modes glissants

| | |
|--|----|
| II.1 Introduction | 15 |
| II.2 Définition du mode glissant..... | 16 |
| II.2.1 Le régime glissant idéal..... | 16 |
| II.2.2 Le régime glissant réel | 16 |
| II.3 Commande par mode glissant d'ordre un..... | 17 |
| II.3.1 L'objectif de la commande par mode glissant..... | 17 |
| II.3.2 Différents modes pour la trajectoire d'état..... | 17 |
| II.3.3 Conception de la commande par mode glissant d'ordre 1 | 18 |

| | | |
|--|--|----|
| II.3.3.1 | Choix de la surface de glissement | 18 |
| II.3.3.2 | Condition d'existence et de convergence | 19 |
| II.3.3.3 | Détermination de la loi de commande..... | 20 |
| II.3.4 | Conception de la surface de glissement | 23 |
| II.3.5 | Propriété de robustesse | 24 |
| II.3.6 | Le phénomène de réticence | 24 |
| II.3.7 | Elimination du phénomène de la réticence..... | 25 |
| II.4 | Commande par mode glissant d'ordre supérieur | 25 |
| II.4.1 | L'objectif de la commande par mode glissant d'ordre supérieur | 26 |
| II.4.2 | Commande par mode glissant d'ordre deux | 26 |
| II.4.2.1 | Algorithme du Twisting | 27 |
| II.4.2.2 | Algorithme du Super Twisting | 28 |
| II.4.2.3 | loi 2-glissante | 29 |
| II.5 | Synthèse de la commande par modes glissants des systèmes à retards..... | 31 |
| II.5.1 | Système linéaire à entrée retardée | 31 |
| II.5.1.1 | Réduction du système..... | 31 |
| II.5.1.2 | Synthèse de la commande | 32 |
| II.6 | Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant..... | 32 |
| II.7 | Conclusion | 33 |
| | | |
| Chapitre III: Commande par mode glissant du pendule inversé commandé à distance | | |
| III.1 | Introduction | 34 |
| III.2 | Présentation du pendule inversé | 34 |
| III.2.1 | Description du pendule inversé | 34 |
| III.3 | Application de la commande par modes glissants d'ordre un..... | 36 |
| III.3.1 | Commande par mode glissant d'ordre un avec compensation du retard | 41 |
| III.4 | Application de la commande par modes glissants d'ordre deux | 46 |
| III.4.1 | Commande par mode glissant d'ordre deux avec compensation du retard..... | 51 |
| III.5 | Conclusion..... | 56 |
| | | |
| | Conclusion générale | 57 |

Introduction générale

Introduction générale

Le phénomène de retard est maintenant pris en compte dans de nombreux domaines tels que les sciences de l'ingénieur, les sciences de la vie ou l'économie. Il peut avoir plusieurs origines, et être attribué soit aux capteurs ou aux actionneurs, soit au système lui-même (transport de matière, etc). Il a été toujours considéré comme un des problèmes les plus difficiles rencontrés dans la commande des systèmes. Sa présence a une influence considérable sur le comportement d'un système bouclé et peut être même à l'origine d'instabilité ou d'oscillations indésirables.

Les techniques de commande classiques en automatique (régulateurs PI, PID, etc) sont très efficaces dans le cas des systèmes linéaires à paramètres constants, ces lois de commande peuvent être insuffisantes car elles se montrent limitées dès que le modèle ne répond plus à la réalité du procédé en raison des variations des paramètres ou de la présence de perturbations. Pour remédier à cette situation et avoir des performances désirées, le recours aux techniques de commande robustes est souhaitable. Une des techniques dont la mise en œuvre est simple et qui permet l'obtention d'une loi de commande performante et robuste, est la technique des modes glissants.

La commande par mode glissant est une commande non linéaire. Le principe de cette technique est de contraindre la trajectoire du système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation (la surface de glissement) après un temps fini. Quand l'état est maintenu sur cette surface, le système se trouve en régime glissant. Sa dynamique est alors insensible aux perturbations extérieures et paramétriques tant que les conditions du régime glissant sont assurées.

L'inconvénient majeur de la commande par mode glissant d'ordre un est le phénomène du chattering, qui se caractérise par des fortes oscillations autour de la surface de glissement. Ce phénomène peut exciter des dynamiques non modélisées et conduire à l'instabilité. Une des solutions pour réduire ce phénomène consiste à utiliser la commande par modes glissants d'ordre supérieur. Elle a été introduite dans les années 80 par Levantovsky et Emelyanov [7].

Dans la commande d'ordre supérieur le problème de la discontinuité due à l'élément de commutation est déplacé sur les dérivées d'ordre supérieur de la commande. Elle est utilisée d'une part pour préserver les caractéristiques de robustesse de la loi glissante standard (d'ordre un), et d'autre part pour éliminer de réticence et améliorer les performances de la commande.

Notre travail consiste à appliquer la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux sur les systèmes à entrée retardée. L'objectif est d'étudier l'effet du retard sur la commande par mode glissant et voir les méthodes utilisées pour compenser l'effet du retard. L'approche généralement adoptée consiste à utiliser un prédictor d'état.

Dans ce mémoire, notre travail s'articule principalement autour de trois chapitres:

Le premier chapitre est consacré à la présentation de notions générales sur les systèmes à retards, en particulier dans le cas des systèmes linéaires à état et entrée retardée. Des approches de commande sont présentées, tout en insistant sur les systèmes linéaires à entrée retardée. Ces approches sont souvent basées sur la prédiction ou l'approximation.

Introduction générale

Le deuxième chapitre constitue des rappels et des définitions de base de la théorie de la commande par mode glissant. Premièrement, on y aborde les concepts fondamentaux de la commande par modes glissants d'ordre un, la méthode de conception, les propriétés de robustesse et le phénomène de réticence. De la même manière, nous abordons la commande par mode glissant d'ordre supérieur introduite pour éliminer le phénomène de réticence, en particulier la commande par mode glissant d'ordre deux. Ensuite, une méthodologie de conception de la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux est décrite.

Le troisième chapitre est dédié à une application à un pendule inversé commandé à distance, qui est un système à entrée retardée. L'approche adoptée consiste à utiliser un prédictor d'état qui permet de compenser l'effet du retard. L'utilisation d'un prédictor d'état permet de transformer le système original en un système sans retard. Une étude comparative entre les différentes approches de commande (commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux, avec et sans prédictor) est effectuée et des simulations sont présentées.

Nous terminerons notre travail par une conclusion générale présentant globalement ce mémoire avec quelques perspectives.

Chapitre I: Généralités sur les systèmes à retards

I.1 Introduction

Un système dynamique est un ensemble d'objets ou de phénomènes liés entre eux et isolés artificiellement du monde extérieur. Sa modélisation vise à établir les relations qui lient les variables caractéristiques de ce processus entre elles et à représenter rigoureusement son comportement dans un domaine de fonctionnement donné décrit par des Equations Différentielles Ordinaires (EDO). Pour des nombreux systèmes, la variation des états peut dépendre de leurs passés. Cette dépendance se traduit donc par des retards mais qui sont souvent négligés par simplicité. Cependant, la présence des retards peut induire des mauvaises performances et des instabilités dans les systèmes de commande, il est donc important de les prendre en compte.

Plus généralement, les systèmes à retards (ou héréditaires) forment une classe de systèmes de dimension infinie largement utilisée pour la modélisation et l'analyse de phénomènes de transport et de propagation (de matière, d'énergie ou d'information). Ils sont des systèmes dont la dynamique ne dépend pas uniquement de la valeur du vecteur x exprimée à l'instant présent t , mais aussi des valeurs passées de $x(t)$ prises sur un certain horizon temporel. Or l'évolution du système dépend non seulement de la valeur de ses variables à l'instant présent t , mais aussi d'une partie de leur "histoire", c'est-à-dire des valeurs à un instant $t' < t$. Dans ce cas, il est nécessaire de mémoriser une partie de "l'histoire" du système pour connaître son évolution. Cette caractéristique leur vaut également la dénomination de systèmes "héréditaires".

Les phénomènes du retard apparaissent naturellement dans la modélisation de nombreux processus physiques (mécaniques, économiques, biologiques, écologiques et les systèmes de télécommunications) [1]. Remarquons que les systèmes de dimension finie ne sont finalement en pratique que des modèles simplifiés des systèmes à l'état fonctionnel (dimension infinie).

En sciences de l'ingénieur, la plupart des commandes actuellement implantées le sont sur des calculateurs numériques. Par conséquent, même si un processus à réguler ne contient pas de retard intrinsèque, bien souvent des retards apparaissent dans la boucle de commande par l'intermédiaire des temps de réaction des capteurs ou des actionneurs (1) des temps de transmission des informations (2) ou des temps de calcul (3), comme le montre la figure **1.1** qui permet de localiser les lieux où apparaissent ces retards. Ces retards peuvent quelques fois être négligés, mais lorsque leur amplitude devient significative au regard des performances temporelles du système (dynamiques en boucle ouverte et fermée) il n'est plus possible de les ignorer.

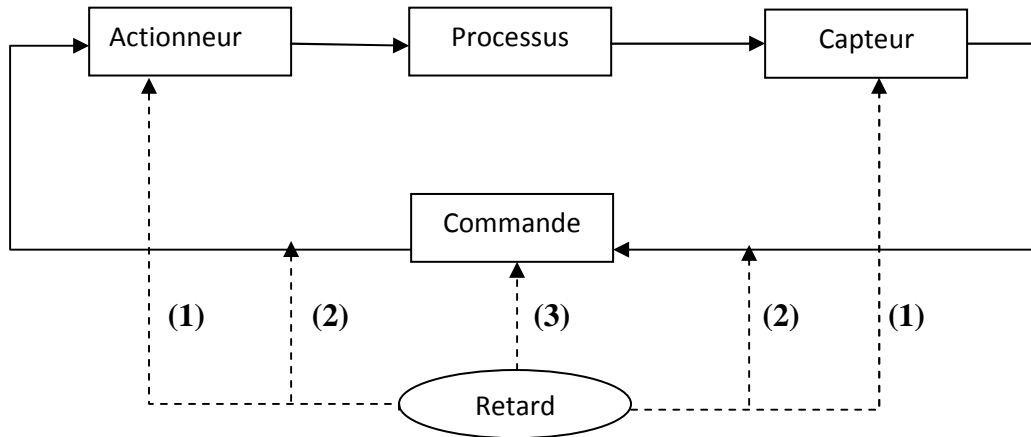


Figure I.1 Illustration de la provenance des retards dans une boucle de commande.

Dans la littérature abondante sur les systèmes à retards, on peut relever généralement deux types de retards: **les retards constants et les retards variables**. Le retard constant est défini par un nombre réel positif $\tau \in \mathbb{R}^+$, alors que le retard variable est défini par une fonction continue du temps $\tau(t) \geq 0$.

Notre objectif dans ce chapitre est de présenter les principaux résultats relatifs à la modélisation, à l'analyse et à la commande des systèmes à retards. Nous insistons sur les systèmes linéaires à entrée et état retardés.

I.2 Modèles de retards

Dans cette partie, nous présenterons succinctement les différents modèles de retards discrets que l'on rencontre dans la littérature.

I.2.1 Retard constant

La notion de retard constant conduit tout simplement à définir celui-ci par un nombre réel positif $\tau \in \mathbb{R}^+$. Malgré le caractère peu réaliste d'une telle hypothèse, celle-ci est à la base de nombreux travaux apparus dans la littérature du domaine. Par exemple, la dynamite inventée par ALFRED NOBEL, dispose d'un dispositif « la mèche » pour retarder le déclenchement de son explosion, son utilisation serait difficile sans cet artifice. Cet exemple, nous semble convenir parfaitement à notre entrée en matière, car contrairement à ce que l'on pourrait penser, un retard s'avère utile, il peut même parfois être absolument nécessaire comme dans le cas de la dynamite.

Un autre exemple dans le cadre de transmission de données, un modèle de réseau de communication a été décrit dans [3], en considérant une ligne de transmission idéale (sans perte) et un retard constant de la forme:

$$\tau = d/\sqrt{L/C}$$

où L et C représentent, respectivement, l'inductance et la capacitance caractéristique par unité de longueur de la ligne de transmission, d est longueur.

I.2.2 Retard variant dans le temps

Comme la constance du retard est une hypothèse rarement vérifiée dans la réalité, ceci conduit à prendre en considération ses variations potentielles, en décrivant généralement celui-ci par une fonction continue du temps. Là encore, le cas des retards variables a fait l'objet de nombreuses recherches, où le retard variable $\tau(t) \geq 0$ est généralement considéré connu dans un intervalle du temps borné, tel que:

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau^*$$

où $\tau^* > 0$ est un réel positif qui représente la borne maximale sur le retard variable $\tau(t)$.

Dans certains cas, ce retard est également caractérisé comme suit:

$$0 \leq \tau_1 \leq \tau(t) \leq \tau_2$$

où τ_1 et τ_2 sont deux réels positifs, qui correspondent respectivement à la borne inférieure et la borne supérieure sur le retard variable $\tau(t)$.

I.3 Modélisation

Les systèmes à retards font partie de la famille des systèmes de dimension infinie, dans notre étude nous nous sommes intéressés à la modélisation par les équations différentielles fonctionnelles. On distingue deux types de représentation pour les systèmes à retards:

- Modèles sous forme d'équations différentielles fonctionnelles retardées.
- Modèles sous forme d'équations différentielles fonctionnelles neutres.

I.3.1 Equations différentielles fonctionnelles retardées

Les systèmes retardés sont des systèmes dynamiques régis par des équations différentielles fonctionnelles portant à la fois sur des valeurs présentes et passées du temps. Si nous supposons que la dérivée du vecteur d'état peut être explicitée à chaque instant t , de tels systèmes sont régis par des équations différentielles de la forme suivante [7]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x_t, t, u_t) \\ y(t) = g(x_t, t, u_t) \end{cases} \quad (\text{I.1})$$

où:

$$x_t, u_t: \begin{cases} [-\tau, 0] \rightarrow R^n, \theta \in [-\tau, 0] \\ x_t(\theta) = x(t + \theta) \\ u_t(\theta) = u(t + \theta) \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

Avec les conditions initiales:

$$\begin{cases} x(\theta) = \phi(\theta) \\ u(\theta) = \varphi(\theta) \end{cases} \quad \text{pour} \quad \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \quad (\text{I.3})$$

x_t et u_t : désignent respectivement l'état et l'entrée de commande du système.

$y(t)$: est la sortie du système.

On note alors usuellement $x(t_0, \phi, \varphi)$, la solution de (I.1) définie pour la condition initiale (t_0, ϕ, φ)

Remarque I.1: pour connaître l'évolution du système à partir de t_0 , deux informations sont nécessaires, dont notamment, la connaissance de la condition initiale de l'état x sur l'intervalle $[t_0 - \tau, t_0]$. Ce système est donc bien un système de dimension infinie car nous avons besoin de la valeur de l'état en une infinité de points et non pas une seule valeur x_0 comme dans le cas des systèmes régis par des équations différentielle ordinaires.

I.3.1.1 Les systèmes linéaires à état retardé

Cette classe de systèmes est la plus simple et la plus fréquemment rencontrée. L'équation d'état de cette classe est donnée, dans sa forme basique, par:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

où $x(t) \in R^n$ est le vecteur d'état, $y(t) \in R^p$ est la sortie du système, $u(t) \in R^m$ est l'entrée de commande, $\tau > 0$ est le retard (constant ou variable), A , A_d , B et C sont des matrices constantes de dimensions appropriées, et la condition initiale est définie par:

$$x(t_0 + \theta) = \phi(\theta), \forall \theta \in [-\tau, 0]$$

I.3.1.2 Les systèmes linéaires à entrée retardée

Le modèle est donné par:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.5})$$

Avec la condition initiale

$$u(t_0 + \theta) = \varphi(\theta), \forall \theta \in [-\tau, 0]$$

I.3.1.3 Les systèmes linéaires à état et entrée retardée

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau_1) + Bu(t) + B_d u(t - \tau_2) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.6})$$

Avec la condition initiale

$$x(t_0 + \theta) = \phi(\theta), \forall \theta \in [-\tau_1, 0]$$

$$u(t_0 + \theta) = \varphi(\theta), \forall \theta \in [-\tau_2, 0]$$

I.3.2 Equations différentielles fonctionnelles neutres

La classe des systèmes de type neutre est une classe plus générale que celles présentées dans la section précédente, dans le sens où les modèles de ces systèmes considèrent comme dérivée de l'état au temps présent, une fonction qui dépend non seulement des valeurs de l'état passé, mais aussi de la dérivée de l'état passé dans un intervalle.

Ils sont régis par les équations de la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t, \dot{x}_t, u_t) & ; \quad t \geq t_0 \\ x(\theta) = \phi(\theta) \\ u(\theta) = \varphi(\theta) \end{cases} \quad \text{pour } \theta \in [t_0 - \tau, t_0] \quad (\text{I.7})$$

La présence de l'argument \dot{x}_t rend l'analyse de ces systèmes plus complexe. Une autre formulation possible est celle définie par Hale et Lunel [2]:

$$\frac{dFx_t}{dt} = f(t, x_t, u_t) \quad (\text{I.8})$$

où $F : C_\tau \rightarrow R^n$ est un opérateur régulier. On peut citer le cas particulier linéaire qui s'écrit:

$$Fx_t = x(t) - Dx(t - \tau) \quad (\text{I.9})$$

où D est une matrice constante et $\tau > 0$ un retard.

I.4 La stabilité des systèmes à retard

On peut définir la stabilité comme étant la capacité d'un système à résister à toute petite influence inconnue. C'est une propriété importante pour les systèmes avec ou sans retards. L'analyse de la stabilité des équations différentielles retardées est possible en utilisant des généralisations de la théorie de la stabilité de Lyapunov.

Afin d'introduire les conditions de stabilité, considérons à nouveau le cas de la classe des systèmes à retard décrits par un modèle général de la forme:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(t, x_t) & t \geq t_0 \\ x_{t_0}(\theta) = \phi(\theta) \text{ pour } \theta \in [-\tau, 0] \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

où $x_t(\theta) = x(t + \theta)$ et $\phi \in C_\tau([-\tau, 0], R^n)$ est la condition initiale fonctionnelle.

$C_\tau = C_\tau([-\tau, 0], R^n)$ est l'ensemble des fonctions continues de $[-\tau, 0]$ dans R^n .

f est une fonction continue de $R \times C_\tau \rightarrow R^n$, telle que $f(t, 0) = 0 \forall t$, c'est-à-dire que l'origine est un point d'équilibre, nous introduisons les définitions suivantes:

Définition I.1 ([Hale et Verduyn-Lunel, 1993]). L'origine du système (I.10) est dit:

– stable si, $\forall \varepsilon > 0$ et $\forall t_0$, il existe $\delta(t_0, \varepsilon) > 0$ tel que:

$$\|\phi\| < \delta \Rightarrow \|x(t, t_0, \phi)\| < \varepsilon, \forall t \geq t_0 \quad (\text{I.11})$$

– uniformément stable si, $\forall \varepsilon > 0$, il existe $\delta(\varepsilon) > 0$, indépendant de t_0 , tel que la condition (I.11) soit satisfaite.

Définition I.2 ([Hale et Verduyn-Lunel, 1993]). L'origine du système (I.10) est dit:

– asymptotiquement stable s'il est stable et s'il existe $b(t_0) > 0$ tel que:

$$\|\phi\| < b(t_0) \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t, t_0, \phi) = 0 \quad (\text{I.12})$$

– uniformément asymptotiquement stable s'il est uniformément stable et s'il existe $b > 0$ tel que pour tout $\eta > 0$, il existe un $T(\eta)$ de telle sorte que:

$$\|\phi\| < b \Rightarrow \|x(t, t_0, \phi)\| < \eta, \forall t > t_0 + T(\eta) \quad (\text{I.13})$$

– globalement uniformément asymptotiquement stable si la condition précédente est vraie quelque soit $\phi \in C_\tau$.

Définition I.3 ([Kolmanovskii et Myshkis, 1992]). L'origine du système (I.10) est dit exponentiellement stable s'il existe trois constantes positives a , b et δ , qui éventuellement dépendent de t_0 , telles que:

$$\|\phi\| < \delta \Rightarrow \|x(t, t_0, \phi)\| < a e^{-b(t-t_0)} \|\phi\| \quad (\text{I.14})$$

La propriété est uniforme si a , b et δ ne dépendent pas du temps t_0 .

I.5 Approches de commande des systèmes à retards

La présence d'un retard dans une boucle de commande conduit généralement à des mauvaises performances, le problème de commande des systèmes à retards a été traité par plusieurs approches parmi lesquelles nous citerons:

I.5.1 Les approximations rationnelles du retard [4]

Il existe plusieurs méthodes d'approximation parmi lesquelles on distingue:

a) Approximation de Padé

$$e^{-s\tau} \approx \frac{\sum_{k=0}^n \frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} (-s\tau)^{n-k}}{\sum_{k=0}^n \frac{(n+k)!}{k!(n-k)!} (s\tau)^{n-k}} \quad (\text{I.15})$$

b) Approximation de Laguerre

$$e^{-s\tau} \approx \frac{\left(1 - \frac{\tau}{2n}s\right)^n}{\left(1 + \frac{\tau}{2n}s\right)^n} \quad (\text{I.16})$$

$e^{-s\tau}$: est le retard souvent approximé par une fraction rationnelle.

Ces deux approches présentent un inconvénient important: pour une meilleure approximation du système réel, la dimension du système approximé doit être élevée, ce qui rend la conception du régulateur difficile.

I.5.2 La commande par prédiction

Les techniques basées sur la prédiction consistent à rendre le système en boucle fermée de dimension finie, ceci est réalisé par l'utilisation des prédicteurs qui permettent de compenser le retard.

- **Prédicteur de Smith:** est un type de correcteur proposé pour les systèmes comportant des retards purs importants.

L'objectif de la méthode de Smith est de compenser l'effet du retard dans la boucle de commande.

Le schéma fonctionnel du système en boucle fermée est donné par la figure I.2 suivante:

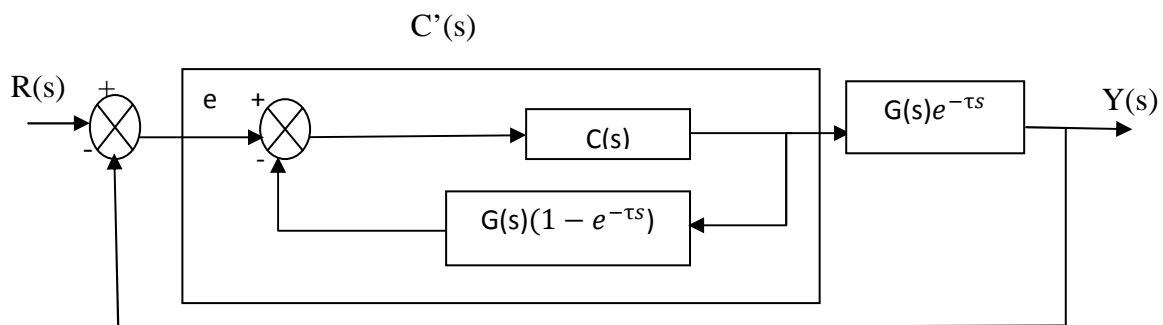


Figure I.2 Prédicteur de Smith

Considérons un système modélisé par $G_d(s) = G(s)e^{-\tau s}$, on calcule le correcteur $C(s)$ pour la partie sans retard $G(s)$, on lui ajoute ensuite le retour $G(s)(1 - e^{-\tau s})$. Ce retour appelé Prédicteur de Smith. Le contrôleur de Smith est:

$$C'(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)(1 - e^{-\tau s})}$$

Alors la fonction de transfert en boucle fermée est:

$$H(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} e^{-\tau s}$$

Dans le cas des systèmes instables, le prédictor de Smith ne peut pas être utilisé, donc le schéma de prédictor de Smith modifié est donné par la figure I.3 suivante:

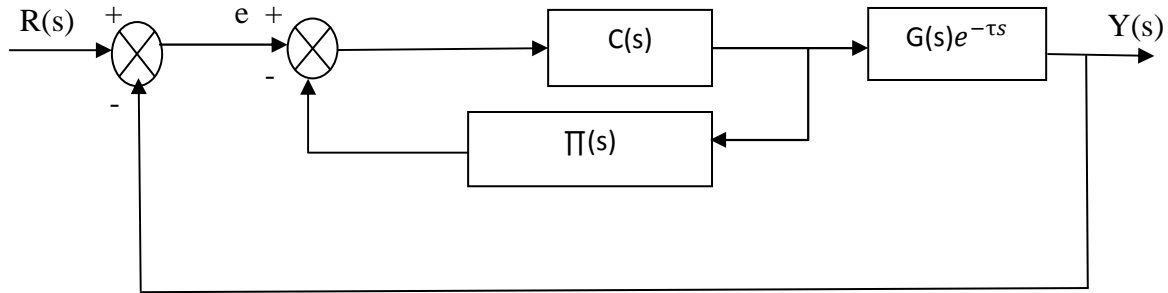


Figure I.3 Prédictor de Smith modifié

où $\Pi(s) = \tilde{G}(s) - G(s)e^{-\tau s}$, avec $\tilde{G}(s)$ choisie pour que $\Pi(s)$ soit stable. $C(s)$ est le contrôleur calculé pour $\tilde{G}(s)$.

- **Prédictor d'état:** La commande basée sur un prédictor d'état (commande prédictive) est utilisée pour stabiliser des systèmes linéaires à entrée retardée de type:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times m} \quad (I.17)$$

Le prédictor d'état permet de transformer le système original à un système sans retard et d'obtenir un système en boucle fermée de dimension finie (attribution de spectre finie en boucle fermée) [5], ce qui facilite le placement de pôles du système. Une autre méthode basée sur le prédictor d'état est la méthode de réduction des systèmes [6], elle permet la transformation d'un système linéaire à commande retardée en un système différentiel commandé d'une manière ordinaire. Ceci nous offre la possibilité sur le choix de la structure de la loi de commande.

Le schéma de commande par prédicteur d'état est illustré par la figure I.4 suivante:

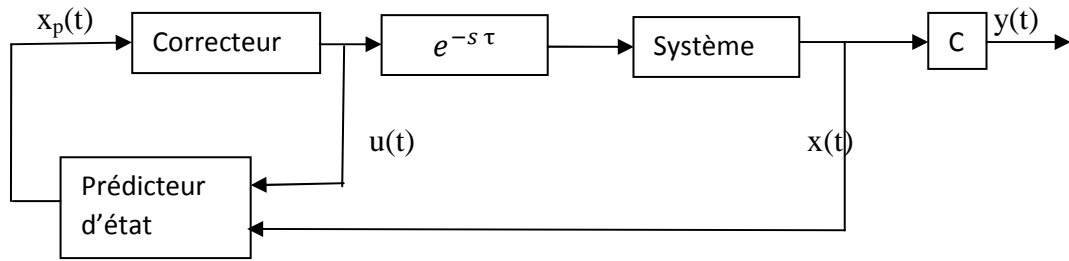


Figure I.4 Schéma d'une commande à base d'un prédicteur d'état

où $x_p(t)$ désigne l'état prédit.

a) Attribution du spectre fini

Considérons le système (I.17), et la commande par retour d'état suivante

$$u(t) = -Kx$$

où K est la matrice de dimension $m \times n$ déterminant la dynamique en boucle fermée.

Le système en boucle fermée est donnée par:

$$\dot{x}(t) = Ax - BKx(t - \tau) \quad (\text{I.18})$$

Ce système est à spectre infini c'est-à-dire une infinité de pôles. Ce qui rend le placement de pôles difficile.

Soit $x_p(t)$ la prédiction de l'état $x(t + \tau)$ défini par:

$$x_p(t) = x(t) + \int_{t-\tau}^t e^{(t-\tau-\theta)A} Bu(\theta) d\theta = x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A(\tau+\theta)} Bu(t + \theta) d\theta \quad (\text{I.19})$$

On remplace dans (I.17) la loi de commande suivante:

$$u(t) = -Kx_p$$

Le système en boucle fermée résultant est:

$$\dot{x} = Ax - BKx_p = (A - Be^{-A\tau}K)x \quad (\text{I.20})$$

Le spectre de ce système est fini et peut être placé à n'importe quel ensemble de points conjugués prédéfinis du plan complexe.

Donc l'utilisation d'un prédicteur d'état permet d'obtenir un spectre fini en boucle fermée.

b) Réduction du système

Le prédicteur d'état permet de transformer le système original retardé en un système équivalent non retardé dit système réduit décrit par un ensemble d'équations différentielles ordinaires. Cette transformation s'effectue comme suit:

En dérivant $x_p(t)$ par rapport au temps, nous obtenons

$$\dot{x}_p = \dot{x}(t) + A \int_{-\tau}^0 e^{-A(\theta+\tau)} Bu(t+\theta) d\theta + Be^{-A\tau} u(t) - Bu(t-\tau)$$

En remplace $\dot{x}(t)$ par (I.17) on obtient le système suivant:

$$\dot{x}_p = Ax_p(t) + \hat{B}u(t) \quad (\text{I.21})$$

Avec:

$$\hat{B} = e^{-A\tau} B$$

Ainsi, le problème de stabilisation du système avec retard (I.17) est identique à celui du système sans retard (I.21).

Cette transformation peut être aussi appliquée à un système à état et à entrée retardés:

Considérons le système linéaire à état et entrée retardé suivant:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-\tau_1) + Bu(t) + B_d u(t-\tau_2) \quad (\text{I.22})$$

Avec la transformation:

$$x_p(t) = x(t) + \int_{t-\tau_1}^t e^{A(t-\tau_1-\theta)} A_d x(\theta) d\theta + \int_{t-\tau_2}^t e^{A(t-\tau_2-\theta)} B_d u(\theta) d\theta \quad (\text{I.23})$$

Le modèle réduit obtenu est:

$$\dot{x}_p(t) = \hat{A}x_p(t) + \hat{B}u(t) \quad (\text{I.24})$$

Avec:

$$\hat{A} = A + e^{-A\tau_1} A_d$$

$$\hat{B} = B + e^{-A\tau_2} B_d$$

Cette réduction permet l'utilisation des méthodes de stabilisation bien connues pour les systèmes linéaires sans retards. Alors, la stabilisation du système original (I.22) est assurée par la stabilisation du système transformé (I.24).

Une autre forme de prédicteur a été utilisée dans [8], donnée par:

$$x_p(t) = e^{A\tau} x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta} Bu(t+\theta) d\theta = e^{A\tau} x(t) + \int_{t-\tau}^t e^{A(t-\theta)} Bu(\theta) d\theta$$

Dans ce cas, le système obtenu devient:

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + Bu(t) \quad (\text{I.25})$$

I.6 La commandabilité des systèmes à retards

Dans le cas des systèmes linéaires retardés, la notion de commandabilité consiste à atteindre une fonction notée x_t qui évolue sur l'intervalle $[t - \tau, t]$. Ceci conduit à une dimension infinie.

Dans cette partie, nous nous intéressons aux systèmes linéaires à une entrée retardée et état retardé:

I.6.1 La Commandabilité d'un système linéaire à entrée retardée

Considérons un système linéaire à entrée retardée décrit sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + B_d u(t - \tau) \\ x(0) = x_0 \text{ et } u(\theta) = \varphi(\theta), \theta \in [t - \tau, t] \end{cases} \quad (\text{I.26})$$

où $x(t) \in R^n$, $(t) \in R^m$, représentent respectivement l'état et la commande du système. $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $B_d \in R^{n \times m}$, $\tau > 0$ est le retard, $\varphi(\theta)$ est une fonction continue.

On donne quelques définitions sur la commandabilité de l'état complet [7]:

Définition I.4 L'état complet du système (I.26) au temps t est l'ensemble

$$x_c = \{x(t), u(\theta)\} \text{ où } u(\theta) = \varphi(t, \theta), \theta \in [t - \tau, t].$$

Définition I.5 L'état complet $x_c(t_0) \neq 0$ est dit commandable sur $[t_0, t_1]$ s'il existe une commande u telle que $x(t_1) = 0$.

Définition I.6 L'état complet $x_c(t_0)$ est dit absolument commandable sur $[t_0, t_1]$ s'il existe une commande u telle que $x_c(t_0) = 0$ ($x(t_1) = 0$ et $\varphi(t_1, \theta) = 0$).

Définition I.7 Le système (I.26) est dit (absolument) commandable sur $[t_0, t_1]$, si et seulement si, tout état complet est (absolument) commandable sur cet intervalle.

D'après ces définitions, la commande doit être connue sur l'horizon $[t - \tau, t]$. Ceci permet d'appliquer les notions classiques de commandabilité.

Théorème I.1 Le système (I.26) est dit absolument commandable sur $[t_0, t_1]$ si et seulement si le système ordinaire $(A, B + e^{-A\tau} B_d)$ est commandable sur $[t_0, t_1 - \tau]$.

Le théorème **I.1** signifie que la commandabilité absolue du système peut être étudiée en utilisant le critère algébrique usuel de commandabilité.

$$\text{Rang} [\hat{B}, A\hat{B}, \dots, A^{n-1}\hat{B}] = n \text{ ou } \hat{B} = B + e^{-A\tau} B_d$$

I.6.2 La Commandabilité d'un système linéaire à état retardé [7]

Considérons un système linéaire à état retardé décrit sous la forme suivante:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau) + Bu(t) \\ \phi(t), t \in [t_0 - \tau, t_0] \end{cases} \quad (\text{I.27})$$

où $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R^m$, représentent respectivement l'état et la commande du système $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$, $A_d \in R^{n \times n}$ sont des matrices constantes, $\tau > 0$ est le retard.

Définition I.8 [9] Le système (I.27) est complètement commandable sur $[t_0, t_1]$, si pour toute condition initiale $\phi(t)$, $t \in [t_0 - \tau, t_0]$, il existe une commande continue par morceaux $u(t)$, $t \in [t_0, t_0 + \tau]$, tel que $x(t) = 0$ pour $t \in [t_1, t_1 + \tau]$.

Théorème I.2 [9] Le système (I.27) est complètement commandable sur $[t_0, t_1]$, pour toute condition initiale $\phi(t)$, $t \in [-\tau, 0]$ si et seulement s'il existe $t_1 > 0$ tel que: $\text{Rang}[B, AB, \dots, A^{n-1}B] = n$ pour $t \in [t_1 - \tau, t_1]$.
 $A_d x(t - \tau) + Bu(t) = 0$ admet une commande continue par morceaux $u(t)$ pour tout $t \in [t_1, t_1 + \tau]$.

I.7 conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le contexte général des systèmes à retards, où on a présenté les modèles de retards et ses différents types. Nous nous sommes intéressés à la modélisation par des équations différentielles fonctionnelles de type retardé ou neutre. On a vu que les systèmes à retards constituent une classe de dimension infini. Comme la présence de retard peut induire des instabilités et des mauvaises performances, plusieurs approches permettant de compenser l'effet du retard ont été proposées tout en insistant sur les systèmes linéaires à entrée retardée, ces approches sont souvent basées sur l'approximation ou la prédiction.

Dans notre travail, un prédicteur d'état est proposé pour transformer un système à entrée retardé en un système dit réduit, indépendant du retard. Enfin, nous avons rappelé quelques généralités sur la commande et la commandabilité des systèmes à retards.

Chapitre II:

Commande par modes glissants

II.1 Introduction

La commande par modes glissants est une technique de commande et d'observation non linéaire, elle s'inscrit dans le cadre plus large de la théorie des systèmes à structure variable. Elle est caractérisée par sa robustesse et appliquée dans plusieurs domaines, par exemple la robotique et la commande des machines électriques. Le principe de cette technique est de contraindre la trajectoire du système à rester dans le voisinage d'une surface de commutation (la surface de glissement) après un temps fini.

Par définition, un système à structure variable tout système dans lequel les paramètres du régulateur varient d'une manière discontinue. Ainsi, ils peuvent prendre deux valeurs, où la commutation d'une valeur à l'autre nécessite l'évolution de la trajectoire du système sur la surface de glissement.

Les systèmes de commande par mode de glissement (SMC: Sliding Mode Control) ont reçu un intérêt croissant du fait de leur robustesse vis-à-vis de certaines incertitudes paramétriques, des perturbations externes et en raison de sa simplicité d'élaboration et d'adaptation, aussi bien aux systèmes non linéaires qu'aux systèmes linéaires.

La technique classique de commande par mode de glissement présente l'inconvénient majeur qui est le phénomène de réticence ou broutement ou 'chattering' en anglais, qui se caractérise par de fortes oscillations autour de la surface de glissement, et engendre plusieurs effets indésirables sur la qualité et la réalisation de l'asservissement et peut provoquer même l'instabilité en excitant les dynamiques négligées lors de la phase de modélisation.

Plusieurs solutions ont été proposées pour pallier à ce problème. La plus intéressante est la commande par modes de glissement d'ordre supérieur (HOSM : High Order Sliding Mode). Grâce à la conservation des propriétés de robustesse, cette approche permet de réduire le phénomène de réticence et d'obtenir de meilleures performances.

Dans ce chapitre, notre objectif consiste à présenter quelques notions de base de la commande par modes glissants. Pour cela, nous commencerons par la présentation de la commande par mode glissant d'ordre un, sa conception dans le cas des systèmes sans retards et ainsi que la propriété de robustesse et le phénomène de réticence. Ensuite, nous présentons les modes glissants d'ordre supérieur, et particulièrement nous décrivons les algorithmes d'ordre deux. Enfin, nous abordons la méthode de conception d'une telle commande dans le cas de systèmes linéaires à entrée retardée.

II.2 Définition du mode glissant

L'approche des modes glissants consiste à amener la trajectoire d'état d'un système vers la surface de glissement et de la faire commuter à l'aide d'une logique de commutation appropriée autour de celle-ci jusqu'au point d'équilibre, d'où le phénomène de glissement.

Il existe deux types de régimes glissants:

II.2.1 Le régime glissant idéal

En théorie, l'organe de commutation est supposé idéal et insensible aux bruits, la fréquence de commutation est infinie, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation $S(x) = 0$, d'où le régime glissant idéal.

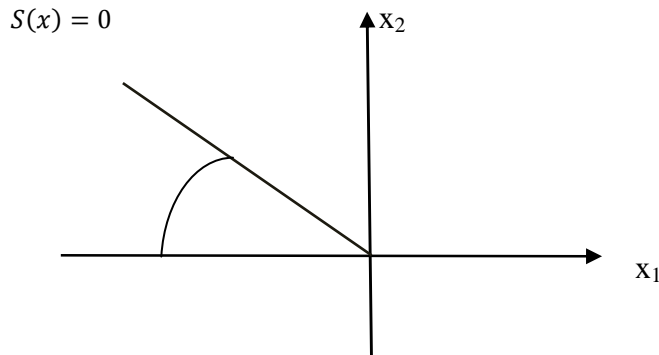


Figure II.1 glissement idéal

II.2.2 Le régime glissant réel

En pratique, l'organe de commutation est réalisé à partir d'un relais qui présente des imperfections comme les retards de commutation, dans ce cas, la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui entrave la précision du système ainsi que sa stabilité.

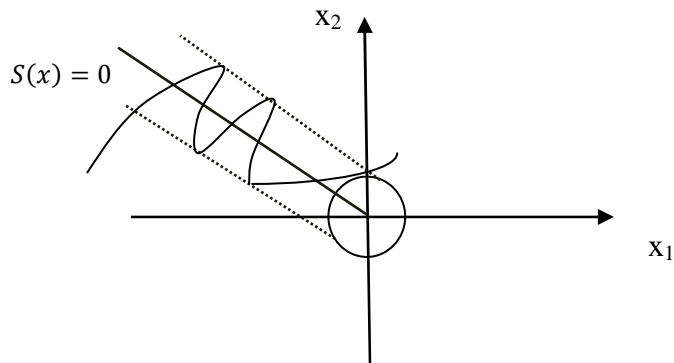


Figure II.2 glissement réel

II.3 Commande par mode glissant d'ordre un

La commande par mode glissant d'ordre un est une commande à structure variable pouvant changer de structure et de commuter entre deux valeurs suivant une logique de commutation choisie comme une fonction linéaire bien spécifique [10].

Le but d'un système de commande à structure variable est d'amener asymptotiquement l'état du système à partir d'une condition initiale quelconque $x(0) = x_0$ vers l'origine de l'espace d'état quand $t \rightarrow \infty$.

II.3.1 L'objectif de la commande par mode glissant

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels:

- Atteindre une surface $S(x, t) = 0$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, de régulation et de stabilité.
- Déterminer une loi de commande $u(x, t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface.

Le comportement dynamique résultant, appelé régime glissant idéal, est complètement déterminé par les paramètres et les équations définissant la surface.

L'avantage d'obtenir ce comportement est la réduction de l'ordre du système et le régime de glissant.

II.3.2 Différents modes pour la trajectoire d'état

Les différents modes pour la trajectoire d'état dans le plan de phase sont illustrés par la figure II.3 suivante:

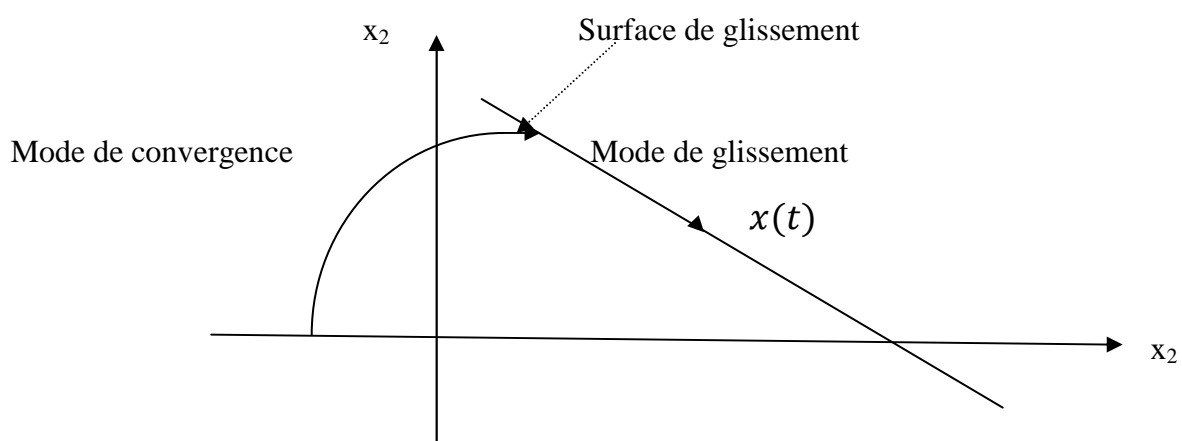


Figure II.3 Différents modes pour la trajectoire d'état

- **Mode de convergence (MC):** Est le mode durant lequel la variable à régler se déplace à partir de n'importe quel point initial dans le plan de phase et tend vers la surface de commutation $S(x) = 0$. Ce mode est caractérisé par la loi de commande discontinue et le critère de convergence [12].
- **Mode de glissement (MG):** Est le mode durant lequel la variable d'état a atteint la surface de glissement et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique de ce mode est caractérisée par la détermination de la surface de glissement $S(x) = 0$ [12].
- **Mode du régime permanent (MRP):** Ce mode est ajouté pour l'étude de la réponse de système autour de son point d'équilibre (origine de plan de phase), il est caractérisé par la qualité et les performances de la commande [12].

II.3.3 Conception de la commande par mode glissant d'ordre 1

Les avantages de la commande par mode glissant sont importants et multiples à savoir la haute précision, la bonne stabilité, la simplicité d'élaboration, etc. Donc, il est préférable de spécifier la dynamique du système durant le mode de convergence. Dans ce cas, la structure d'un contrôleur comporte deux parties: continue représentant la dynamique du système durant le mode de glissement, et discontinue représentant la dynamique du système durant le mode de convergence. Cette dernière est importante dans la commande non linéaire, car elle a pour rôle d'éliminer les effets d'imprécisions et des perturbations sur le modèle.

Considérons le système décrit par la représentation d'état non linéaire suivante:

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u \quad (\text{II.1})$$

où f et g des fonctions non linéaires. g supposée inversible.

x : l'état du système

u : l'entrée du système

La synthèse de la commande par modes glissants se fait en trois étapes:

- Choix de la surface de glissement.
- Etablir la condition de convergence.
- Déterminer la loi de commande qui permet d'atteindre la surface et d'y demeurer.

II.3.3.1 Choix de la surface de glissement

Le choix de la surface de glissement est assez libre (linéaire ou non linéaire). Elle est souvent une combinaison linéaire des variables d'état. Une forme de surface qui assure la convergence d'une variable d'état x vers sa valeur désirée x_d est donnée par:

$$S(x) = \sum_{i=1}^n C_i(x_i - x_d)$$

La dynamique de convergence de l'erreur est assurée par le choix des coefficients C_i .

Une autre forme de surface est celle de J.J.Slotine définie en fonction de l'ordre du système [11]:

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.2})$$

λ : constante positive

r : plus petit entier positif tel que $\frac{\partial \dot{S}(x)}{\partial u} \neq 0$

e : l'erreur de poursuite définie par

$$e = x - x_d \quad (\text{II.3})$$

II.3.3.2 Condition d'existence et de convergence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques de converger vers la surface de glissement et d'y rester indépendamment de la perturbation. Il existe deux conditions pour assurer le mode de convergence:

a) Fonction discrète de commutation

Cette approche est la plus ancienne, elle est proposée et étudiée par Emilyanov et Utkin. Elle est donnée sous la forme [13], [14]:

$$\dot{S} \cdot S < 0 \quad (\text{II.4})$$

b) Fonction de Lyapunov

La fonction de Lyapunov est une fonction scalaire positive, $V(x) > 0$, pour les variables d'état du système. Elle est utilisée pour estimer les performances de la commande pour l'étude de la robustesse, elle garantit la stabilité du système non linéaire et l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, elle a la forme suivante [15], [14]:

$$V(x) = \frac{1}{2} S^2(x) \quad (\text{II.5})$$

La dérivée de cette fonction est:

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) \quad (\text{II.6})$$

La condition qui garantit la convergence de l'état vers la surface de glissement est donnée par

$$\dot{V}(x) = S(x) \cdot \dot{S}(x) < 0 \quad (\text{II.7})$$

La loi de la commande doit faire décroître cette fonction ($\dot{V}(x) < 0$), l'idée est de choisir une fonction scalaire $S(x)$, pour garantir l'attraction de la variable à contrôler vers sa valeur de référence, et concevoir une commande u tel que le carré de la surface correspond à une fonction de Lyapunov.

Pour que la fonction $V(x)$ puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée est négative. D'où la condition de convergence exprimée par l'équation (II.4).

II.3.3.3 Détermination de la loi de commande

Une fois la surface de glissement choisie et les critères de convergence vérifiés. On construit une loi de commande pour satisfaire la condition du mode de glissement $S(x) = 0$.

La loi de commande est composée du terme continu u_{eq} et un terme discontinu u_n .

$$u = u_{eq} + u_n \quad (\text{II.8})$$

où u_{eq} est la commande équivalente, et u_n est la commande utile pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et les perturbations extérieures. Elle est déterminée pour garantir l'attraction de la variable à commander vers la surface de glissement et satisfaire la condition de convergence.

a) Calcul de la commande équivalente

La commande équivalente est une fonction continue qui sert à maintenir la variable à contrôler sur la surface de glissement ($S = 0$). Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface:

$$S(x) = 0 \quad \text{et} \quad \dot{S}(x) = 0 \quad (\text{II.9})$$

Considérons le système (II.1), avec la surface $S(x)$. On exprime la condition pour l'obtention de la commande équivalente comme:

$$\dot{S}(x) = \frac{\partial S}{\partial t} = \frac{\partial S}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} \quad (\text{II.10})$$

En remplaçant (II.1) dans (II.10), on obtient:

$$\dot{S}(x, t) = \frac{\partial S}{\partial x} [f(x) + g(x)u_{eq}] = 0 \quad (\text{II.11})$$

où $u_{eq}(t)$ est la commande équivalente qui résout l'équation (II.11), donnée par:

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} f(x) \quad (\text{II.12})$$

En portant u_{eq} dans l'équation (II.1), on obtient l'équation du régime glissant idéal:

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[I - g(x) \left[\frac{\partial S}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} \right] f(x) \\ s(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{II.13})$$

Cette équation représente la dynamique du système équivalent sur la surface de glissement. La commande u_{eq} peut être interprétée comme étant la valeur moyenne que prend la commande u lors des commutations rapides entre u_{max} et u_{min} (voir figure II.4) [16].

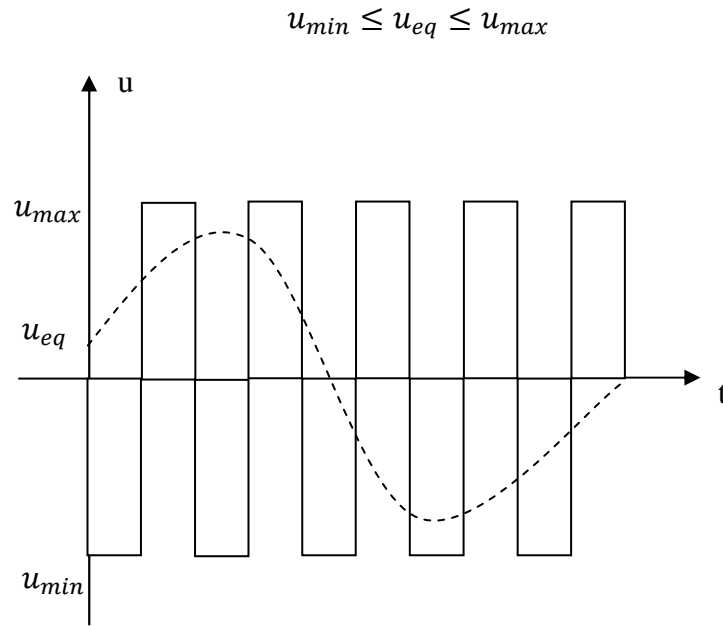


Figure II.4 Commande équivalente

a.1) Cas linéaire

Un système dont la dynamique est linéaire est donné par le modèle suivant:

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t) \quad x \in R^n, u \in R^m \quad (\text{II.14})$$

La surface de glissement est:

$$S(x) = Cx \quad C \in R^{m \times n} \quad (\text{II.15})$$

Si le système est en régime glissant alors:

$$S(x) = 0, \quad \forall t \geq t_s$$

où t_s est le temps pour lequel le mode de glissement est atteint.

En dérivant par rapport au temps on obtient:

$$\dot{S} = CAx + CBu_{eq}(t) = 0 \quad \forall t \geq t_s$$

Si les matrices C et B sont inversibles, on obtient la commande équivalente suivante:

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx$$

$$u_{eq} = Kx(t) \quad (\text{II.16})$$

où la matrice de retour $K \in R^{m \times n}$ est donnée par:

$$K = -(CB)^{-1}CA \quad (\text{II.17})$$

Alors, le modèle du comportement du système sur la surface de glissement est:

$$\dot{x} = Ax + Bu_{eq} = [I - B(CB)^{-1}C]Ax = A_{eq}x \quad \forall t \geq t_s \quad (\text{II.18})$$

où A_{eq} est la matrice dynamique équivalente en mode de glissement.

b) Calcul de la commande discontinue

La commande discontinue est très importante pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de perturbation extérieures. Plusieurs choix pour cette commande u_n peuvent être faits, le plus simple consiste à exprimer la commande discontinue $u_n = [u_1, u_2, \dots, u_m]$ avec la fonction signe par rapport à $S = [S_1, S_2, \dots, S_m]$ est:

$$\text{sign}(S(x, t)) = \begin{cases} +1 & \text{si } S > 0 \\ 0 & \text{si } S = 0 \\ -1 & \text{si } S < 0 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

u_n : S'exprime donc comme suit:

$$u_n = K \cdot \text{sign}(S) \quad (\text{II.20})$$

où K est le gain positif.

La commande discontinue est représentée sur la figure **II.5** suivante:

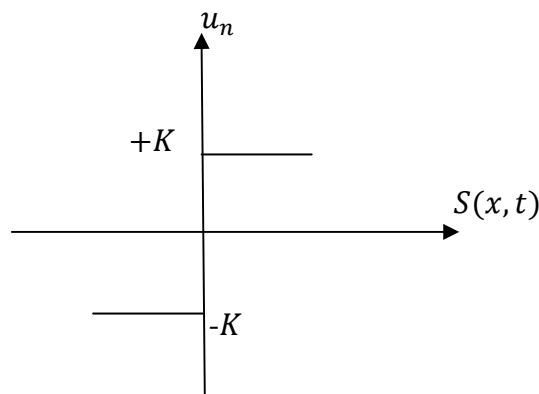


Figure II.5 La commande discontinue

Si le gain K est très petit, le temps de réponse sera long, si K est très grand, le temps de réponse sera rapide mais des oscillations indésirables risquent d'apparaître (Chattering) sur les réponses en régime permanent.

II.3.4 Conception de la surface de glissement

La surface de glissement est donnée par:

$$S(x) = Cx \quad (\text{II.21})$$

Le mode glissant idéal existe, s'il existe un temps fini t_s , tels que:

$$Cx = 0 \quad C\dot{x} = 0 \quad t \geq t_s$$

où $C \in R^{m \times n}$ est une matrice à déterminer. Pour simplifier la détermination, il faut mettre le système sous la forme canonique particulière.

Soit T une matrice de transformation orthogonale de dimension $n \times n$, telle que:

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.22})$$

où $B_2 \in R^{m \times m}$ est non singulière (invertible).

Soit la transformation $z = Tx$, alors le système **II.14** est transformé en une forme régulière suivante:

$$\dot{z}(t) = TAT^T z(t) + TBu(t) \quad (\text{II.23})$$

Supposons que $z^T = [z_1 \quad z_2]^T$, $z_1 \in R^{n-m}$, $z_2 \in R^m$.

Alors:

$$\begin{cases} \dot{z}_1(t) = A_{11}z_1(t) + A_{12}z_2(t) \\ \dot{z}_2(t) = A_{21}z_1(t) + A_{22}z_2(t) + B_2u \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

$$\text{où } TAT^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}$$

La surface de glissement devient alors:

$$C_1 z_1(t) + C_2 z_2(t) = 0 \quad \text{où} \quad CT^T = [C_1 \quad C_2] \quad (\text{II.25})$$

$$\text{d'où } z_2(t) = Fz_1(t) \quad \text{avec} \quad F = -C_2^{-1}C_1 \quad (\text{II.26})$$

Donc le mode glissant idéal est gouverné par:

$$\dot{z}_1 = (A_{11} + A_{12}F)z_1 \quad (\text{II.27})$$

Une fois que la matrice F est déterminée, on peut calculer la matrice C , et souvent on prend

$$C_2 = I \text{ et } C_1 = F \text{ donc } C = [F \quad I]T.$$

II.3.5 Propriété de robustesse [20]

De nombreuses techniques de commande ont été développées de façon à être robustes vis-à-vis des incertitudes sur les systèmes considérés. La plupart d'entre elles sont basées sur des méthodes adaptatives, reposant aussi bien sur l'identification ou l'observation, ou sur des méthodes impliquant la stabilité absolue, conduisant souvent à des lois de commande relativement compliquées dont l'implantation se révèle lourde en matière de calculs et de matériels. Par contre, la commande par mode glissant permet d'associer les qualités de robustesse et réalisation relativement simple.

Reprenons le système (II.14) que l'on suppose maintenant soumis à des perturbations externes p et des incertitudes paramétrique ΔA sur l'état:

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x(t) + Bu(t) + p(t) \quad (\text{II.28})$$

Théorème II.1 [7] Le système en mode de glissement est indépendant d'éventuelles incertitudes paramétrique ou d'éventuelles perturbations si celles-ci vérifient certaines hypothèses appelées condition de recouvrement (en anglais matching conditions).

Il faut noter que le système est insensible à de telles perturbations seulement en régime glissant, mais qu'il reste affecté pendant le régime transitoire, i.e. avant que la surface de glissement ne soit atteinte.

II.3.6 Le phénomène de réticence

Le caractère discontinu de la commande engendre un comportement dynamique particulier au voisinage de la surface qui est appelé chattering en anglais, ou encore réticence ou broutement en français. Celui-ci se caractérise par de fortes oscillations autour de la surface. Ce phénomène constitue un désavantage non négligeable car, même s'il est possible de le filtrer en sortie du processus, il peut exciter les dynamiques non modélisées du système. Ceci peut dégrader les performances et même conduire à l'instabilité [20]. La réticence implique également d'importantes sollicitations mécaniques au niveau des actionneurs, pouvant provoquer leur usure rapide, ainsi que des pertes énergétiques non négligeables au niveau des circuits de puissance électrique.

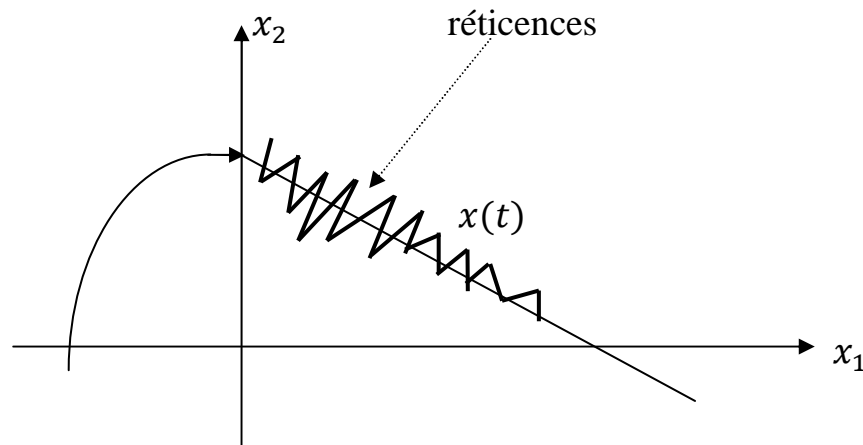


Figure II.6 Phénomène de réticence

II.3.7 Elimination du phénomène de la réticence

Dans le but de réduire ou d'éliminer le phénomène de la réticence, de nombreuses solutions ont été proposées comme celle de la couche limite qui consiste à remplacer la fonction «sign» de la loi de commande par une approximation continue dans un voisinage de la surface de glissement [19].

Une autre solution plus efficace pour résoudre ce problème, est une technique à base du concept du mode glissant d'ordre supérieur où la discontinuité est appliquée à la dérivée par rapport au temps de la commande \dot{u} qui devient la nouvelle variable de commande du système considéré et conduit à l'obtention d'un régime glissant d'ordre deux sur la surface S . De cette façon, l'entrée u du système est maintenant continue et permet d'éliminer la réticence tout en conservant les propriétés de robustesse et de la précision de la loi de glissant d'ordre un.

II.4 Commande par mode glissant d'ordre supérieur

La théorie des modes glissants d'ordre supérieur conduit à des lois de commande relativement simples et permet de réduire le phénomène de réticence, tout en conservant les performances du système. Ceux-ci sont caractérisés par une commande discontinue agissant sur les dérivées d'ordre supérieur de la commande. Les avantages de cette commande est:

- Réduction du phénomène de réticence en garantissant même une meilleure précision de convergence par rapport aux imperfections du modèle ou d'organes de commande.
- Préservation des caractéristiques de robustesse de la loi glissante standard (d'ordre un)
- Amélioration des performances de la commande.

II.4.1 L'objectif de la commande par mode glissant d'ordre supérieur

On a vu précédemment que l'objectif de la commande par modes glissants du premier ordre est d'obliger le système à rester sur la surface de glissement $S = 0$. Pour le cas de la commande par mode glissant d'ordre supérieur, le problème posé est de forcer le système à évoluer sur la surface et à maintenir S ainsi que ses $p-1$ premières dérivées successives à zéro :

$$S = \dot{S} = \dots = S^{(p-1)} = 0 \quad (\text{II.29})$$

où p est l'ordre du mode glissant considéré.

Une commande d'ordre p est notée par: p -glissant.

Soit r le degré relatif du système, il est calculé en déterminant les dérivées successives de S :

a) Degré relatif $r = 1 \Rightarrow \frac{\partial \dot{S}}{\partial u} \neq 0$

b) Degré relatif $r \geq 2 \Rightarrow \frac{\partial S^i}{\partial u} = 0$, $(i=1,2,\dots,r-1)$, $\frac{\partial S^r}{\partial u} \neq 0$.

Dans le cas (a), le problème de la commande est résolu par une loi de mode glissant du premier ordre. Pour le cas (b) on peut choisir la loi p -glissant (avec $p \geq r$).

L'inconvénient majeur de p -glissant est que le nombre d'information nécessaire augmente avec l'ordre du régime glissant.

II.4.2 Commande par mode glissant d'ordre deux

Le but de la commande d'ordre deux est d'établir un régime glissant d'ordre deux par rapport à S , en imposant aux trajectoires d'état du système à évoluer au bout d'un temps fini sur:

$$S = \dot{S} = 0 \quad (\text{II.30})$$

La figure suivante fait apparaître la trajectoire de convergence du système vers la surface S .

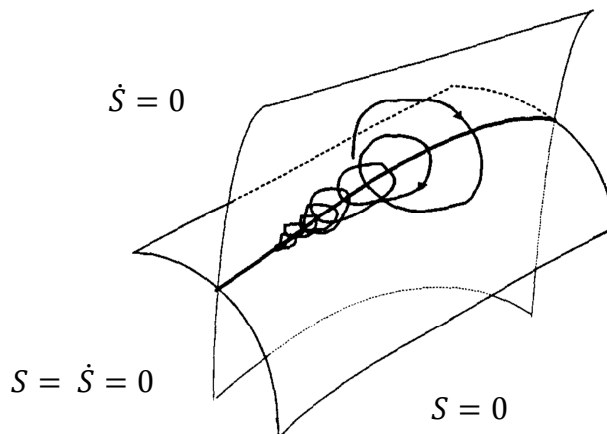


Figure II.7 Mode glissant d'ordre deux

Dans la littérature, plusieurs algorithmes de modes glissants d'ordre deux ont été introduits parmi ces algorithmes, on cite [17-18]:

- Algorithme du twisting.
- Algorithme du Super twisting.
- Algorithme 2-glissant.

II.4.2.1 Algorithme du Twisting

Cet algorithme a été le premier contrôleur d'ordre supérieur à être défini. La commutation et la convergence en temps fini vers l'origine du plan de phase (S, \dot{S}) est obtenue grâce à la commutation de l'amplitude de la commande entre deux valeurs constantes V_M, V_m . La convergence de cet algorithme est représentée par la figure **II.8** suivante:

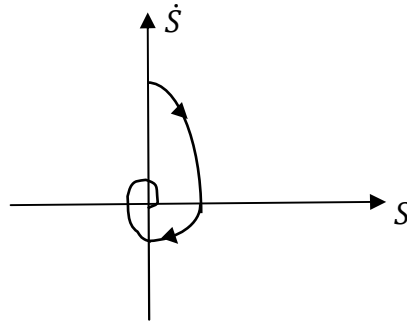


Figure II.8 Convergence de l'algorithme du Twisting

La loi de commande est donnée par:

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & si & |u| > 1 \\ -V_m sign(s) & si & S \dot{S} \leq 0, |u| \leq 1 \\ -V_M sign(s) & si & S \dot{S} > 0, |u| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

où V_m et V_M vérifient les conditions suivantes:

$$\begin{aligned} V_M &> V_m \\ V_m &> \frac{4\Gamma_M}{s_0} \\ V_m &> \frac{\phi}{\Gamma_m} \\ \Gamma_m V_m - \phi &> \Gamma_M V_m + \phi \end{aligned} \quad (\text{II.32})$$

II.4.2.2 Algorithme du Super Twisting

Cet algorithme a été développé pour des systèmes de degré relatif égal à un afin d'éviter le phénomène de réticence. La convergence de cet algorithme est régie par la rotation autour de l'origine du plan de phase. Il est très robuste, et il n'a pas besoin d'information sur la dérivée de S .

La loi de commande est constituée de deux termes, le premier est caractérisé par sa dérivée par rapport au temps (u_1) et le deuxième est une fonction continue (u_2).

L'algorithme du super Twisting est donnée par:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

$$\dot{u}_1 = \begin{cases} -u & \text{si } |u| > 1 \\ -W \text{sign}(S) & \text{si } |u| \leq 1 \end{cases} \quad (\text{II.33})$$

$$u_2 = \begin{cases} -\lambda_1 |S_0|^{\rho_1} \text{Sign}(S) & \text{si } |S| > S_0 \\ -\lambda_1 |S_0|^{\rho_1} \text{Sign}(S) & \text{si } |S| \leq S_0 \end{cases}$$

Les conditions suffisantes pour engendrer la convergence en temps fini est:

$$\begin{cases} W > \frac{\phi}{\Gamma_m} \\ \lambda_1^2 \geq \frac{4\phi\Gamma_m(W+\phi)}{\Gamma_m^2\Gamma_m(W-\phi)} \end{cases} \quad (\text{II.34})$$

Avec: $0 < \rho_1 < 0.5$

La trajectoire de convergence de cet algorithme est illustrée sur la figure **II.9** suivante:

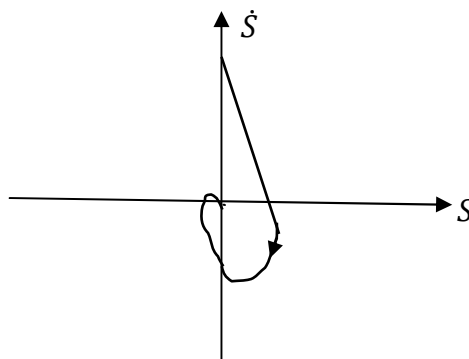


Figure II.9 Convergence de l'algorithme du Super Twisting

II.4.2.3 loi 2-glissante

Cette technique de commande est formée de deux parties:

$$u = \int \dot{u}_{eq} - K \int \text{sign } S_y \quad (\text{II.35})$$

où S_y est la nouvelle surface de glissement.

Afin de détailler l'algorithme en régime glissant d'ordre 2 (2-glissant), nous considérons le système décrit par:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t, x, u) & x \in R^n \\ S = S(t, x) \\ u = u(t, x) \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

où x, u : représente respectivement le vecteur d'état et la commande, S la surface de glissement.

Si nous dérivons la surface de glissement on obtient:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} S(t, x) &= \frac{\partial}{\partial t} S(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} S(t, x) \frac{\partial x}{\partial t} \\ \dot{S} &= \frac{\partial}{\partial t} S(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} S(t, x) f(t, x, u) \end{aligned}$$

La dérivée seconde de S donne:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(t, x, u) \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial u} \dot{S}(t, x, u) \frac{\partial u}{\partial t} \\ \ddot{S} &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(t, x, u) f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{S}(t, x, u) \dot{u} \end{aligned}$$

Posons:

$$\begin{aligned} h(t, x) &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{S}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} \dot{S}(t, x, u) f(t, x, u) \\ g(t, x) &= \frac{\partial}{\partial u} \dot{S}(t, x, u) \end{aligned}$$

le système est maintenant constitué des surfaces de glissement \dot{S} et S . Soit:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = S \\ \dot{y}_2 = \dot{S} \end{cases} \quad (\text{II.37})$$

Donc le problème de commande d'ordre 2 est identique au problème de stabilisation de système de deuxième ordre suivant:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = h(t, x) + g(t, x) \dot{u} \end{cases} \quad (\text{II.38})$$

où $h(t, x)$, $g(t, x)$ sont des fonctions bornées.

Nous allons décrire la méthodologie de conception de cette technique de commande.

a) Surface de glissement

La surface de glissement choisie est:

$$S = y_1 = Cx \quad (\text{II.39})$$

Sa dérivée est:

$$\dot{S} = y_2 = C\dot{x}$$

Le nouveau système (II.38) est en fonction de y_1 et y_2 . Soit la nouvelle surface de glissement S_y suivante:

$$S_y = \dot{S} + \eta S = y_2 + \eta y_1 \quad (\text{II.40})$$

où η est une constante positive.

Avec cette technique, la convergence du système est régie par la surface de glissement S et par sa dérivée \dot{S} .

b) Commande équivalente

La commande équivalente est la solution de l'équation suivante:

$$\dot{S}_y = 0 = \ddot{S} + \eta \dot{S} \quad (\text{II.41})$$

d'où:

$$C\ddot{x} + \eta \dot{S} = 0$$

avec:

$$\ddot{x} = \frac{\partial}{\partial t} f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial x} f(t, x, u)\dot{x} + \frac{\partial}{\partial u} f(t, x, u)\dot{u}$$

Donc la commande équivalente est donnée par:

$$\dot{u}_{eq} = -\frac{1}{C \frac{\partial}{\partial u} f(t, x, u)} \times \left[C \frac{\partial}{\partial t} f(t, x, u) + C \frac{\partial}{\partial x} f(t, x, u)\dot{x} + \eta \dot{S} \right] \quad (\text{II.42})$$

Grâce à la discontinuité qui se trouve à l'intérieur de la fonction d'intégration (*sign*), cet algorithme permet l'élimination de réticence. L'inconvénient de cette loi, est qu'elle a besoin de la connaissance de la dérivée de la surface de glissement.

II.5 Synthèse de la commande par modes glissants des systèmes à retards

Nous allons décrire la méthodologie de conception de la commande par mode glissant d'ordre un pour les systèmes linéaires à entrée retardée.

II.5.1 Système linéaire à entrée retardée

Il a été montré dans la littérature que la commande par modes glissants est sensible aux retards. Afin de compenser l'effet du retard pour un système à entrée retardée, l'approche utilisée est basée sur le prédicteur d'état, qui permet de transformer le système original à entrée retardée en un système équivalent sans retard.

Notre travail consiste justement à développer une technique de commande par modes glissants pour les systèmes linéaires à entrée retardée.

II.5.1.1 Réduction du système

Considérons le système linéaire à entrée retardée suivant:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau) \quad , \quad A, \in R^{n \times n} , B \in R^{n \times m} \quad (\text{II.43})$$

Une transformation du système (II.43) s'effectue comme suit:

Soit le prédicteur suivant:

$$x_p(t) = e^{A\tau} x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta} Bu(t + \theta) d\theta \quad (\text{II.44})$$

En dérivant cette équation, on obtient:

$$\dot{x}_p(t) = e^{A\tau} \dot{x}(t) + A \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta} Bu(t + \theta) d\theta + B u(t) - Bu(t - \tau)$$

En remplaçant $\dot{x}(t)$, on obtient un système équivalent sans retard, dit système réduit donné par:

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + Bu(t) \quad (\text{II.45})$$

Alors, la stabilisation du système original (II.43) est assurée par la stabilisation du système transformé (II.45).

II.5.1.2 Synthèse de la commande

La structure de la loi de commande est donnée par:

$$u = u_{eq} + u_n$$

La surface de glissement de système réduit est donnée par:

$$S = Cx_p \quad C \in R^{m \times n}$$

Le calcul de la commande globale passe par le calcul de la commande équivalente qui est la solution de l'équation

$$\dot{S} = C\dot{x}_p = 0$$

$$\text{d'où } u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx_p \quad (\text{II.46})$$

La matrice CB est supposée inversible.

Le système en régime glissant est déterminé en remplaçant l'expression de la commande équivalente dans (II.45), on obtient:

$$\dot{x}_p(t) = [A - B(CB)^{-1}CA]x_p = A_{eq}x_p \quad (\text{II.47})$$

C est choisie pour assurer la stabilité du système (II.47) et du système original (II.43).

Dans ce cas, les valeurs propres de la matrice A_{eq} doivent avoir leurs parties réelles strictement négatives telles que:

$$\text{Re } \lambda_i(A_{eq}) < 0, \quad i = 1, \dots, n - m$$

La commande $u_n = -K \text{sign } S$ qui est discontinue, assure la convergence des trajectoires vers la surface de glissement.

II.6 Avantages et inconvénients de la commande par mode glissant

Il est reconnu que la robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes du modèle présente le point fort de la commande par mode glissant. De plus, la réduction de l'ordre du système constitue un autre point fort de ce type de commande, car elle permet de simplifier la complexité du système.

Cependant, ces performances sont obtenues au prix de certains inconvénients:

- Un phénomène de chattering ou broutement provoqué par la partie discontinue de cette commande et qui peut avoir un effet néfaste sur les actionneurs.
- Le système est soumis à chaque instant à une commande élevée afin d'assurer sa convergence vers l'état désiré or que cette dernière (la commande élevée) n'est pas souhaitable.

II.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principes de la commande par modes glissants qui offre des meilleures performances autour du point de fonctionnement aussi bien par rapport à des variations paramétriques et des perturbations.

La commande par modes glissants d'ordre un permet de forcer le système à suivre le signal de référence et d'atteindre la surface de glissement, en assurant la stabilité du système. Mais la commande appliquée oscille avec une fréquence de commutation qui tend vers l'infini (chattering) qui peut être inacceptable en pratique et exciter des dynamiques non modélisées et de conduire à l'instabilité. Pour éviter ce phénomène et conserver la robustesse, la technique de commande par modes glissants d'ordre supérieur a été introduite qui semble être efficace pour commander des systèmes soumis à des incertitudes tout en obtenant une meilleure précision de convergence par rapport au mode glissant réel d'ordre un.

En présence du retard, la commande par mode glissant est souvent basée sur un prédicteur d'état, qui permet de compenser l'effet du retard.

Au chapitre suivant, nous appliquons la commande par mode glissant à un pendule inversé et nous vérifions la validité de ces lois de commande étudiées.

Chapitre III:
Commande par mode
glissant du pendule
inversé commandé à
distance

III.1 Introduction

Les systèmes de commande à distance ou encore le contrôle à distance permettent de contrôler l'évolution d'un système dans un environnement lointain, ils sont caractérisés par la présence du retard. La présence du retard est due à la transmission de l'information à travers un réseau de communication, lignes de transmission, etc.

Les pendules inversés sont très utilisés pour l'expérimentation dans les laboratoires d'automatique. Ils ont été utilisés pour illustrer des idées de commande linéaire ou non linéaire.

Notre objectif est d'appliquer la commande par mode glissant au pendule inversé commandé à distance, en utilisant le prédictor d'état pour compenser et réduire le retard. Le prédictor d'état permet de transformer le système original retardé en un système non retardé.

L'objectif de notre travail est de ramener la tige du pendule à une position de référence (position verticale) et de la maintenir sur cette position quelque soit les perturbations.

III.2 Présentation du pendule inversé

III.2.1 Description du pendule inversé [8]

Le pendule inversé que nous considérons en forme de "T" (figure III.1) est composé d'une barre horizontale pouvant coulisser perpendiculairement au sommet d'une barre verticale. Le bas de la barre verticale tourne librement autour d'un axe, fixé sur la structure de support. L'angle entre la position verticale haute et la barre verticale, noté $\theta(t)$, mesuré positivement dans le sens trigonométrique. Le déplacement de la barre horizontale par rapport à sa position médiane, noté $Z(t)$, est positif vers la gauche.

Ce système est actionné en appliquant une force linéaire $u(t) = F(t)$ à la barre horizontale à l'aide d'un moteur à courant continu placé en bas de la barre verticale et couplé à la barre horizontale par un engrenage mécanique. Les variables $Z(t)$ et $\theta(t)$ sont mesurées grâce à deux capteurs, situés sur l'axe fixe (mesure de l'angle) et sur le moteur. La position de centre de gravité de la barre verticale peut être déplacée vers le haut ou vers le bas en ajustant la hauteur des deux masses placées en bas de la barre verticale.

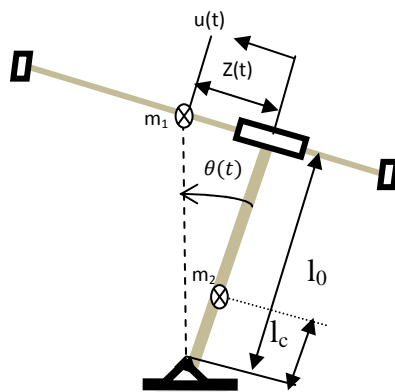


Figure III.1 Schéma du pendule inversé étudié

Les paramètres du système pendulaire sont donnés dans le tableau suivant:

| Paramètres | Valeur | Unité | Signification |
|------------|--------|---------|---|
| m_1 | 0.213 | Kg | Masse de la barre horizontale |
| m_2 | 1.785 | Kg | Masse de la barre verticale |
| l_0 | 0.33 | m | Longueur de la barre verticale |
| l_c | -0.029 | m | Position du centre de gravité de la barre verticale |
| G | 9.807 | m/s^2 | Accélération gravitationnelle |
| \bar{J} | 0.055 | N/m | Moment d'inertie nominal |

Tableau III.1 variables et paramètres du pendule inversé

Le modèle linéaire du pendule inversé est décrit par les équations suivantes:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -18.78 & 0 & 14.82 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 56.92 & 0 & -15.18 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7.52 \\ 0 \\ -8.82 \end{bmatrix} u(t - \tau) \quad (\text{III.1})$$

Avec:

x_1 : déplacement horizontal (z)

x_2 : vitesse linéaire (\dot{z})

x_3 : angle(θ)

x_4 : vitesse angulaire ($\dot{\theta}$)

u : représente la force appliquée à la barre horizontale.

Avec les conditions initiales:

$$x(0) = [1 \quad 0 \quad 0.5 \quad 0]^T$$

$$u(\theta) = 0 \quad \forall \theta \in [-\tau, 0]$$

x_1, x_3 représentent les sorties du système et $\tau = 0.025$ est le retard.

L'objectif est de réaliser une commande permettant de stabiliser le système et d'assurer le maintien des sorties à zéro, en présence de retard.

Le modèle (III.1) est sous la forme suivante:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t - \tau)$$

Pour une condition initiale et $u = 0$ la réponse du système (III.1) est donnée par la figure III.2 suivante:

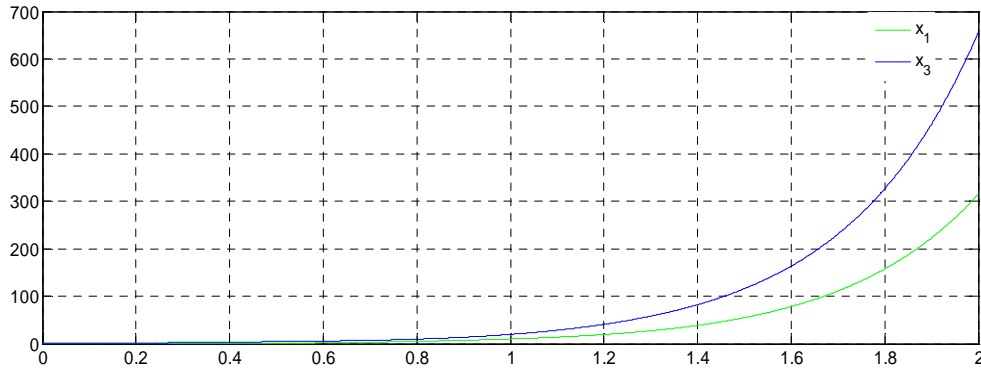


Figure III.2 Réponse du pendule à une condition initiale

III.3 Application de la commande par modes glissants d'ordre un

Comme on l'a déjà mentionné dans le chapitre précédent, la loi de commande est composée d'un terme continu u_{eq} et d'un terme discontinu u_n . Pour réaliser la synthèse de cette commande, on néglige le retard dans notre système (III.1).

$$u = u_{eq} + u_n \quad (III.2)$$

Soit $S = Cx$ la surface de glissement, la commande équivalente obtenue est:

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx \quad (III.3)$$

La commande discontinue est donnée par:

$$u_n = -K \text{sign } S \quad (III.4)$$

Donc la commande totale considérée est:

$$u = u_{eq} + u_n = -(CB)^{-1}CAx - K \text{sign } S \quad (III.5)$$

et le système en mode glissant est donné par:

$$\dot{x}(t) = [A - B(CB)^{-1}CA]x = A_{eq}x \quad (III.6)$$

où A_{eq} possède une valeur propre nulle et 3 valeurs propres non nulles, définissant la dynamique de glissement.

- **Simulation**

Le vecteur $C = [9.557 \ 1.6895 \ 4.5208 \ 1.3271]$ est choisi pour placer les pôles de la matrice A_{eq} en $[-8 + 0.5i ; -8 - 0.5i ; -16 ; 0]$, et K est le gain de la commande discontinue fixé à 100. Les résultats de simulation pour $\tau = 0$ (absence du retard) sont donnés par la figure **III.3** suivante:

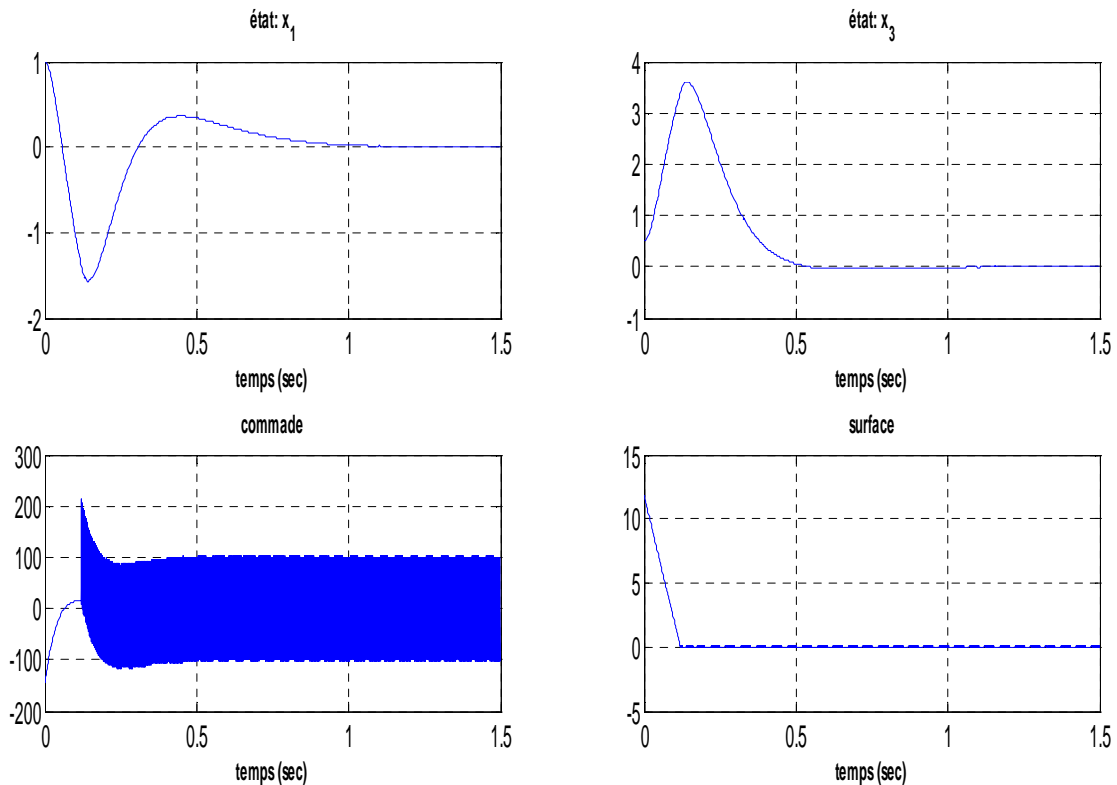
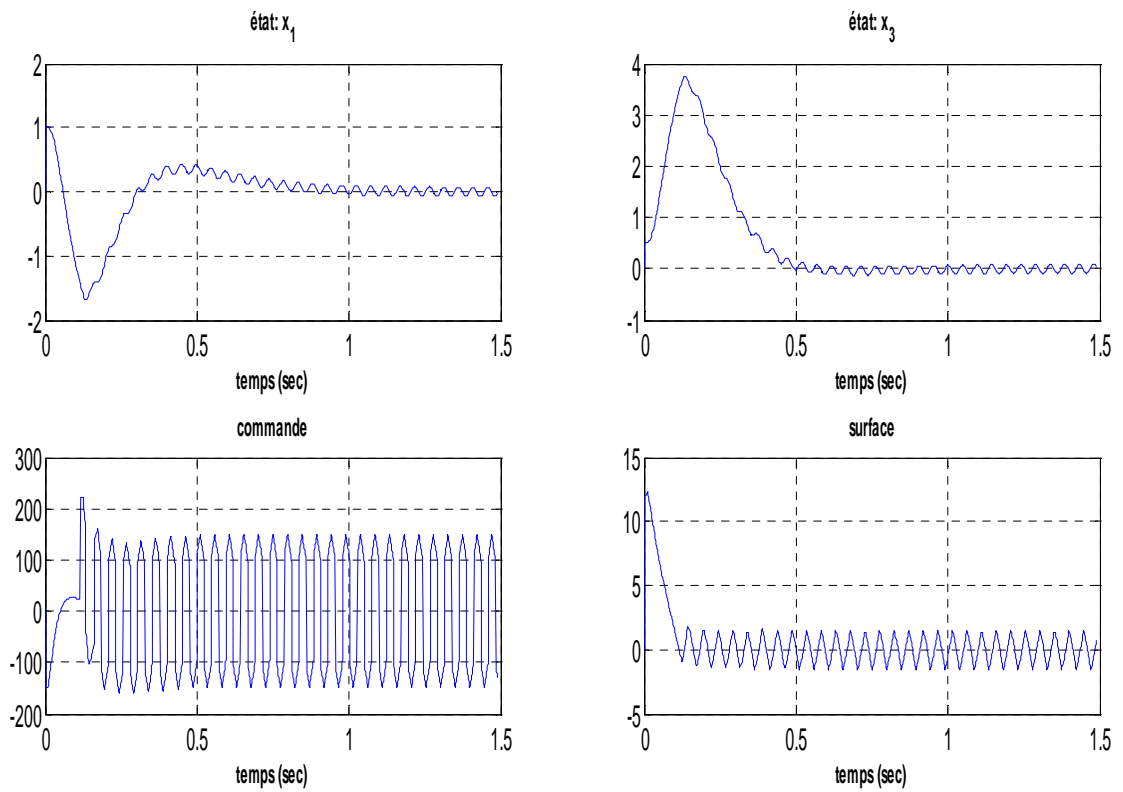


Figure III.3 La commande par modes glissant d'ordre 1 sans retard ($\tau = 0$)

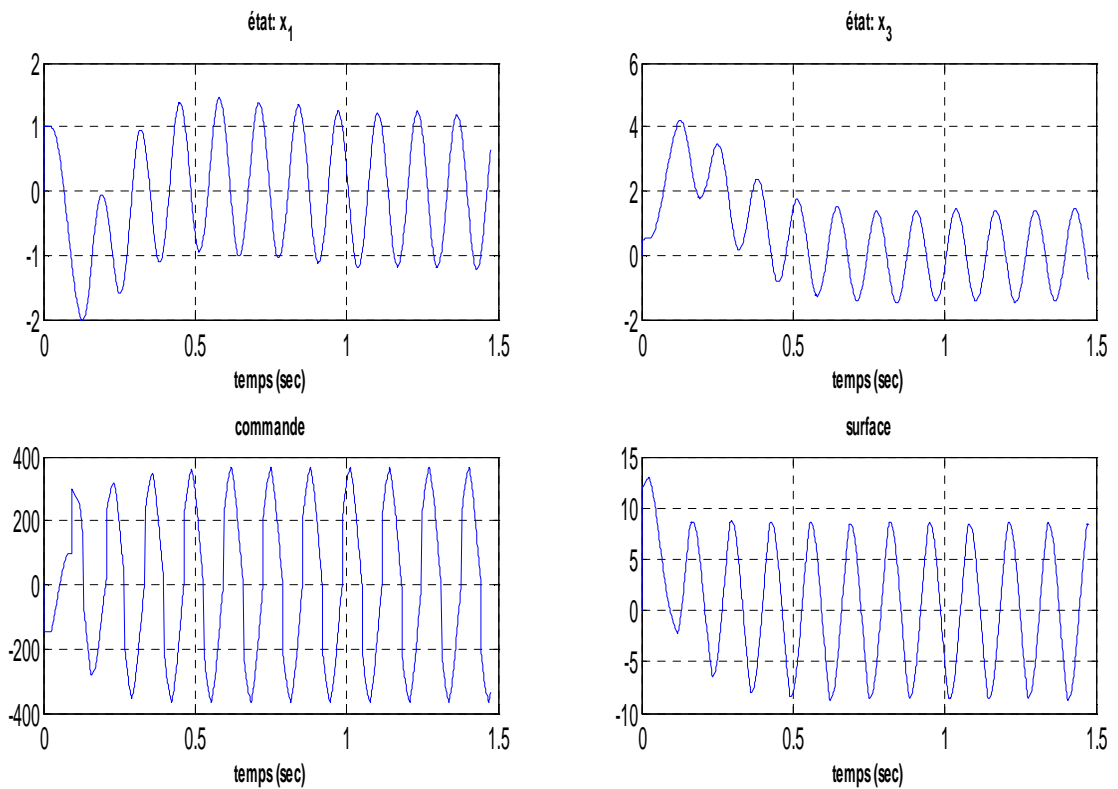
A partir de la figure **III.3**, on constate que, la commande par mode glissant d'ordre un stabilise le système. Cependant elle présente le phénomène de chattering dans la commande.

- **Effet du retard sur la commande par mode glissant**

Pour montrer l'effet du retard et vérifier les performances de la commande par mode glissant d'ordre un, on introduit du retard dans la commande, comme le montre les figures suivantes:



$\tau = 0.01 \text{ sec}$



$\tau = 0.025 \text{ sec}$

Figure III.4 La commande par modes glissants d'ordre un avec retard

On constate que la présence du retard induit des oscillations entretenues indésirables qui augmente avec l'augmentation du retard dans toutes les variables (commande, surface, états).

- **Robustesse vis-à-vis de perturbations**

Les avantages de la commande par mode glissant d'ordre un sont multiples. Le plus important est lié aux propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations. Afin de vérifier cette dernière, on applique une perturbation. Les résultats de simulation obtenus sont donnés par la figure III.5.

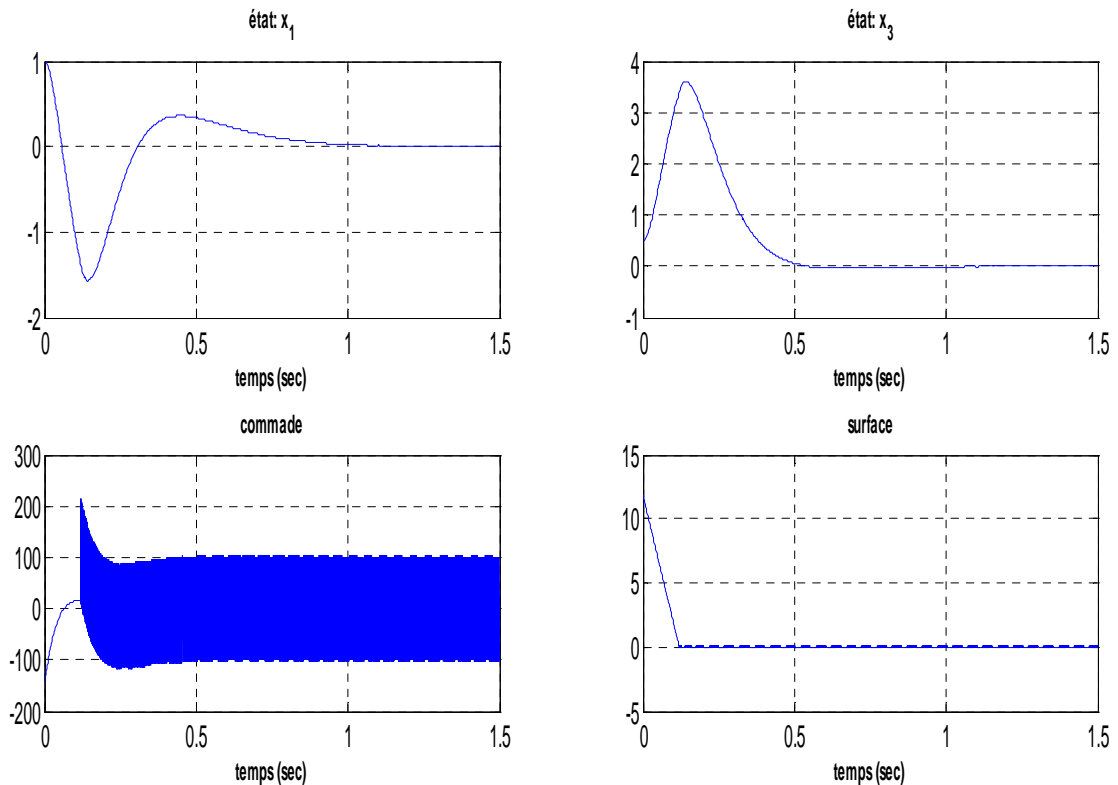


Figure III.5 Robustesse de la commande d'ordre un vis-à-vis de perturbations

A partir de la figure III.5 on remarque que, la commande par mode glissant d'ordre un est robuste vis-à-vis de perturbations, on constate que la perturbation est rejetée.

- **Sensibilité au bruit de mesure**

Nous allons étudier la sensibilité de la loi de commande au bruit de mesure donné par la figure (III.6) suivante.

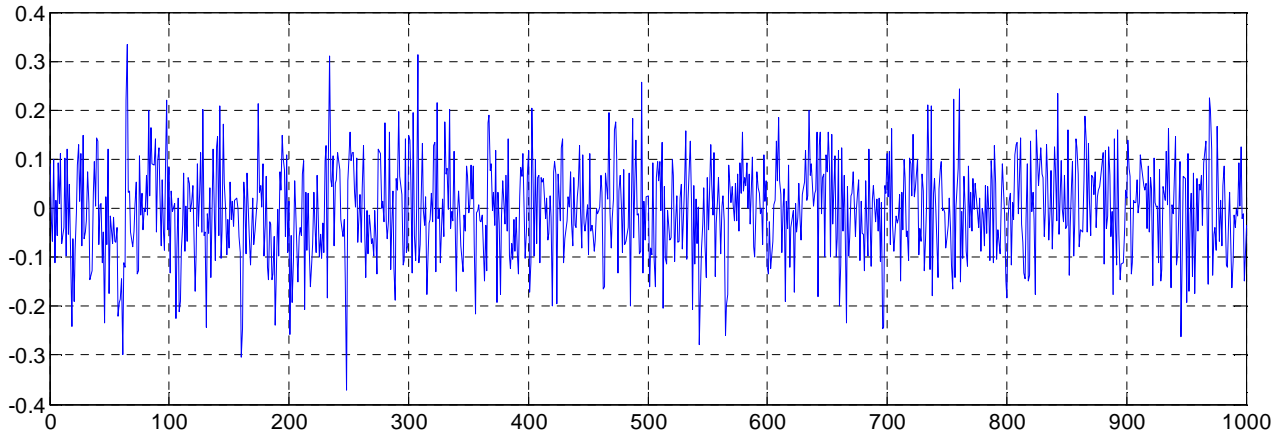


Figure III.6 Bruit de mesure

Les résultats de simulation sont donnés par la figure III.7.

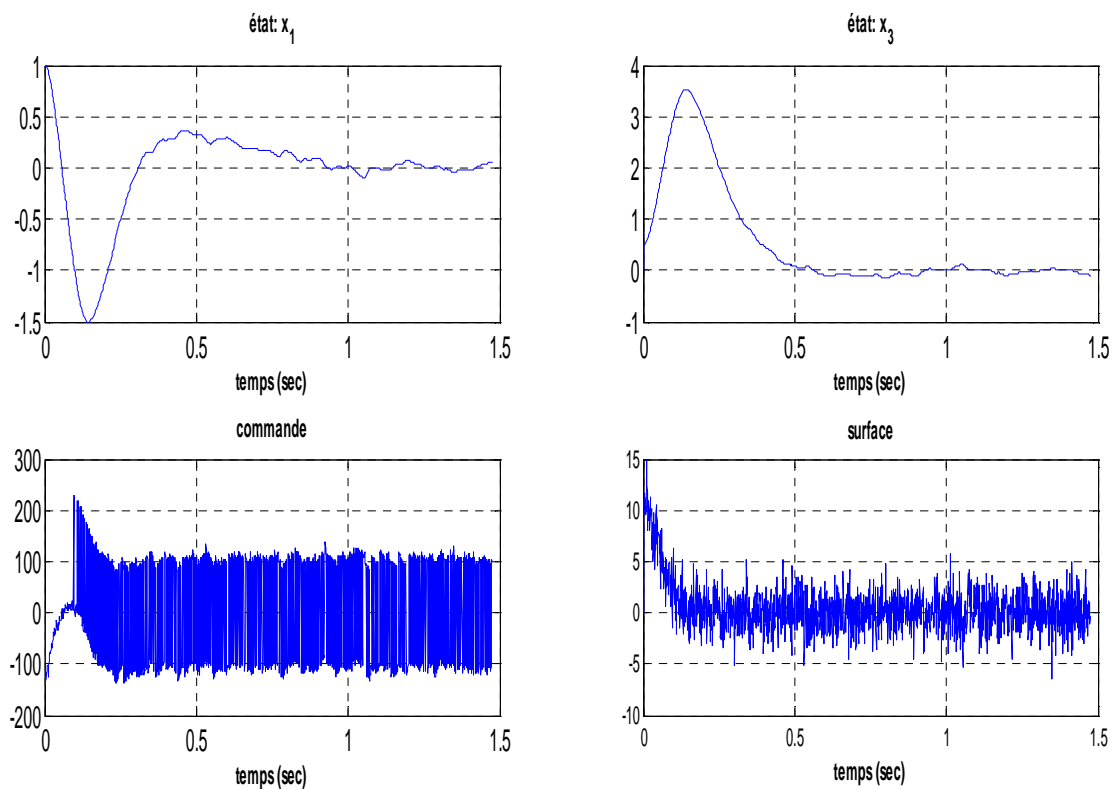


Figure III.7 Sensibilité de la commande d'ordre un au bruit de mesure

On constate que la présence du bruit augmente le phénomène de réticence dans toutes les variables. Cependant il ne déstabilise pas le système.

Remarque III.1: d'après les résultats de simulation, nous pouvons conclure que la commande par mode glissant d'ordre un n'est pas robuste vis-à-vis de retard. Il est nécessaire que le retard soit pris en considération lors de la synthèse de la commande.

III.3.1 Commande par mode glissant d'ordre un avec compensation du retard

Comme on a vu dans les résultats de simulation précédents la commande par mode glissant n'est pas robuste vis-à-vis du retard, il est donc nécessaire de prendre en considération ce retard. Pour cela, nous avons introduit un prédicteur d'état qui permet de compenser l'effet du retard.

Soit $x_p(t)$ la prédiction de l'état $x(t + \tau)$ donnée par:

$$x_p(t) = e^{A\tau}x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta}Bu(t + \theta)d\theta \quad (\text{III.7})$$

Le système réduit (sans retard) est donné par:

$$\dot{x}_p(t) = Ax_p(t) + Bu(t) \quad (\text{III.8})$$

et la surface de glissement du système réduit est donnée par:

$$S = Cx_p \quad (\text{III.9})$$

La structure de la loi de commande est donnée par:

$$u = u_{eq} + u_n$$

La commande équivalente obtenue est:

$$u_{eq} = -(CB)^{-1}CAx_p \quad (\text{III.10})$$

En remplaçant l'expression de la commande équivalente dans (III.8) on obtient le système en mode glissant suivant:

$$\dot{x}_p(t) = [A - B(CB)^{-1}CA]x_p = A_{eq}x_p \quad (\text{III.11})$$

Comme la stabilité du système original est assurée par la stabilité du système transformé, donc le système avec retard est stabilisable par la commande:

$$u = u_{eq} + u_n = -(CB)^{-1}CAx_p - K \text{sign } S \quad (\text{III.12})$$

On remplace x_p on obtient:

$$u = -(CB)^{-1}CA(e^{A\tau}x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta}Bu(t + \theta)d\theta) - K \text{sign } S \quad (\text{III.13})$$

Avec:

$$S = C(e^{A\tau}x(t) + \int_{-\tau}^0 e^{-A\theta}Bu(t + \theta)d\theta)$$

Les résultats de simulations sont donnés par la figure III.8, avec $\tau = 0.025$ sec.

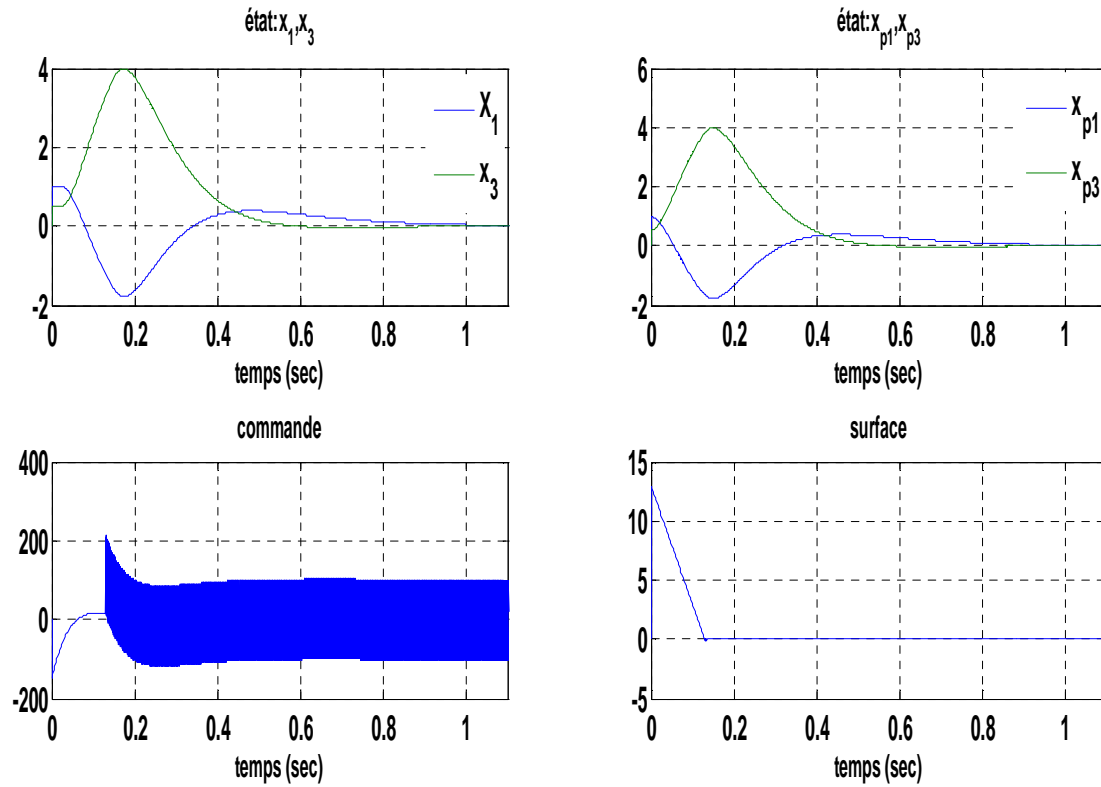


Figure III.8 Commande par mode glissant d'ordre un avec prédicteur ($\tau = 0.025$ sec)

Malgré la présence du retard, le système reste stable, donc la commande élaborée permet de compenser l'effet du retard.

- **Robustesse vis-à-vis de perturbations**

Les résultats obtenus en présence d'une perturbation sont donnés par la figure **III.9**.

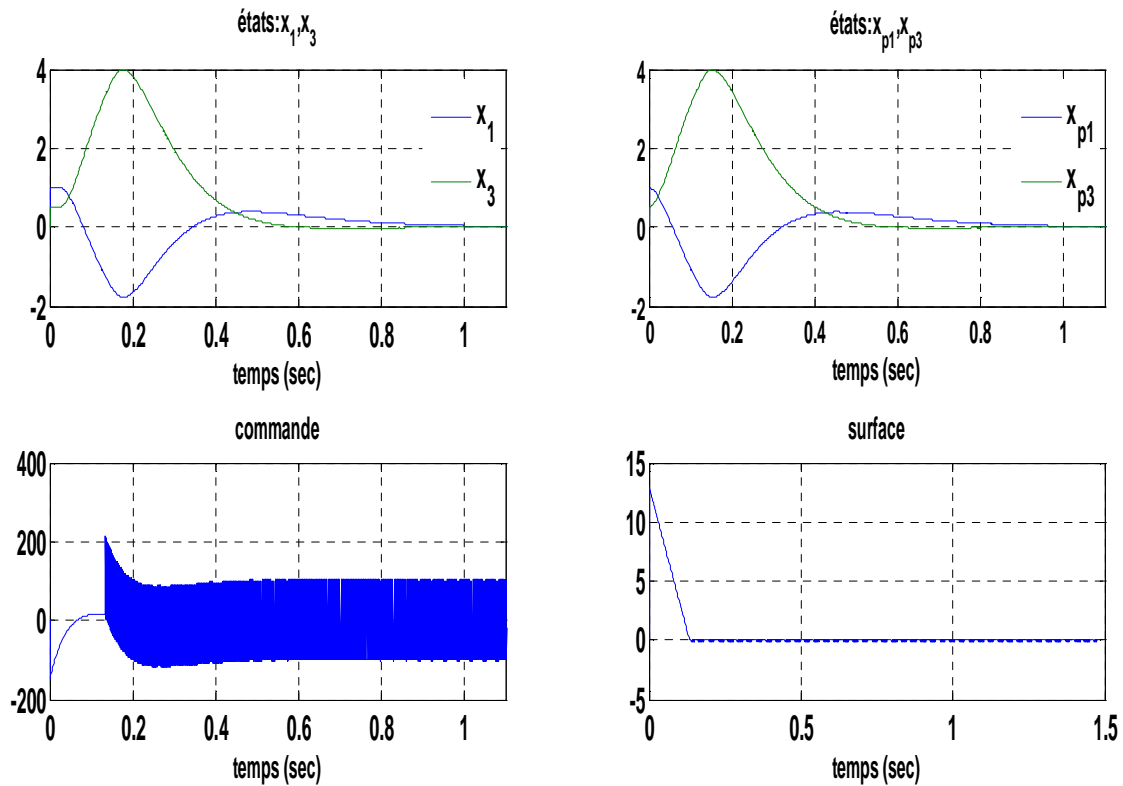


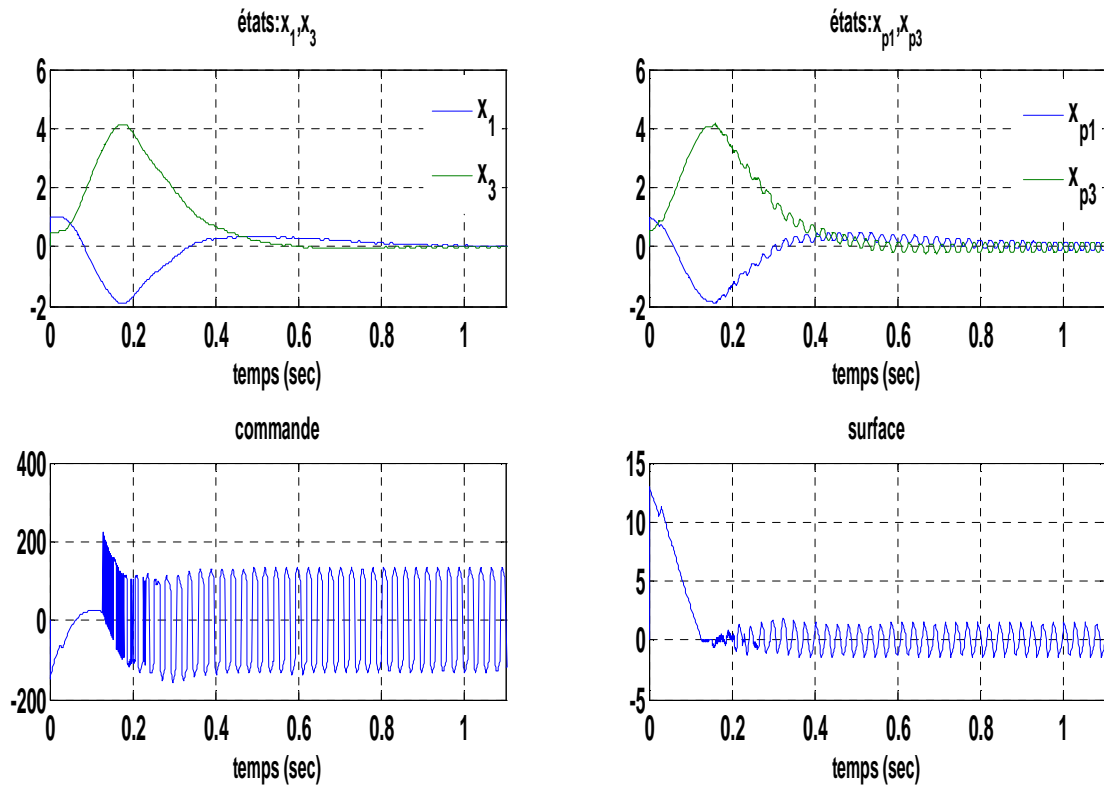
Figure III.9 Réponses du système en présence d'une perturbation, ($\tau = 0.025$ sec).

On constate que la perturbation est rejetée.

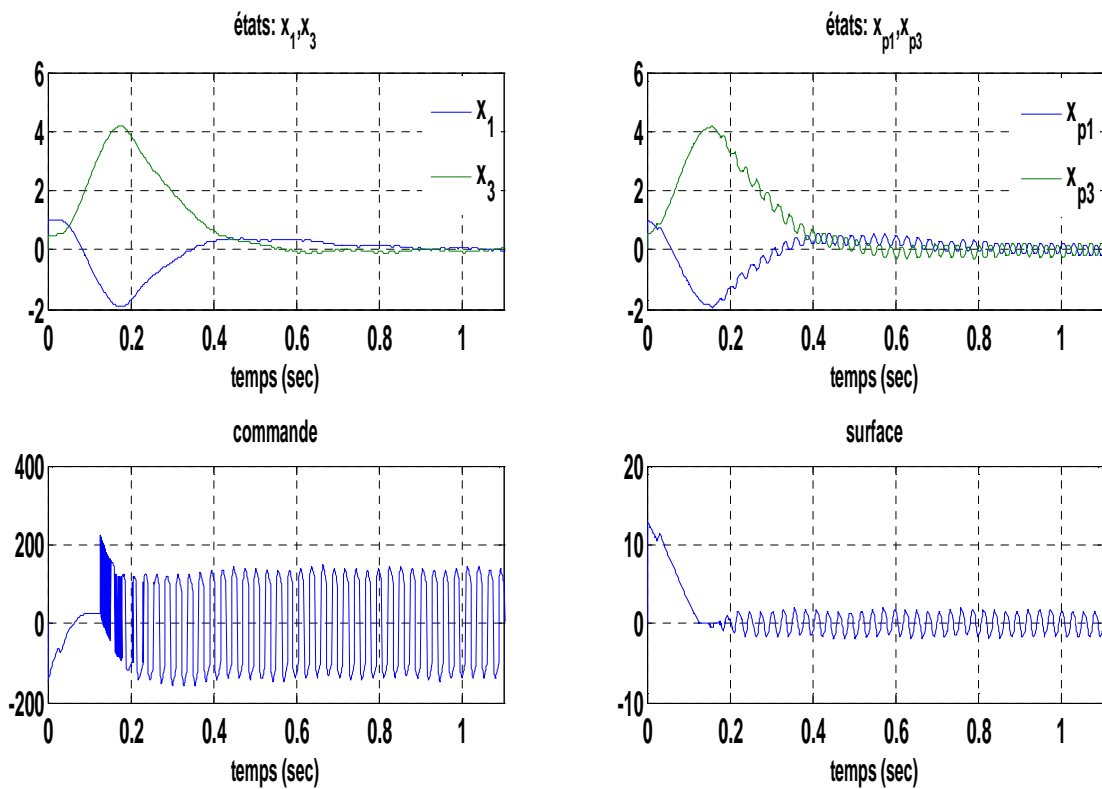
- **Robustesse vis-à-vis des incertitudes sur le retard**

Dans ce cas, on suppose que le retard estimé (utilisé par le prédicteur) est différent de celui subi par l'entrée du système.

Les résultats de simulation obtenus pour $\tau = \tau_{nominal} + 20\%$, $\tau = \tau_{nominal} + 25\%$ sont donnés par la figure **III.10**.



$$\tau = \tau_{nominal} + 20\%$$



$$\tau = \tau_{nominal} + 25\%$$

Figure III.10 Réponses du système avec incertitudes sur le retard

On constate que malgré des incertitudes sur le retard, la loi de commande permet toujours de stabiliser le système.

- **Sensibilité au bruit de mesure**

Nous étudions la sensibilité de la commande par mode glissant d'ordre un basée sur le prédicteur au bruit de mesure donné par la figure III.6 précédente.

Les résultats de simulation sont donnés par la figure III.11.

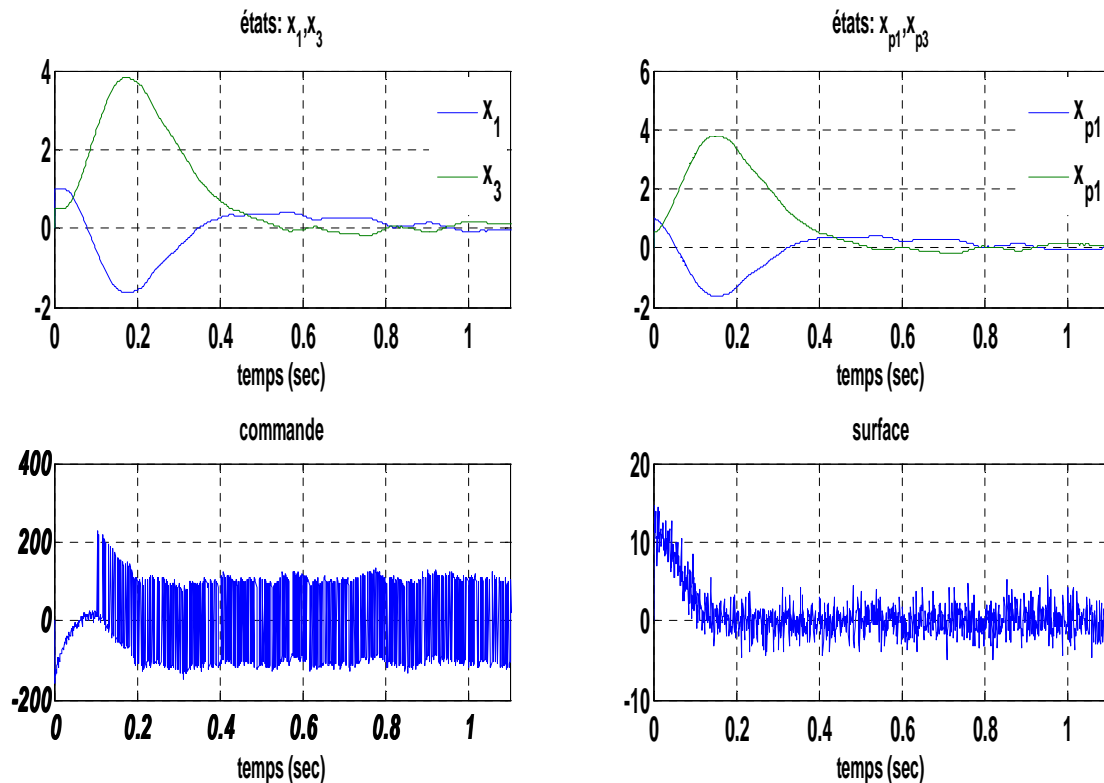


Figure III.11 Réponses du système avec bruit, $\tau = 0.025$

On constate que la présence du bruit augmente le phénomène de réticence dans toutes les variables, mais il ne déstabilise pas le système.

Remarque III.2: La commande discontinu u_n , du fait d'une fréquence de commutation finie, ne génère pas un mode glissant idéal. Des oscillations à hautes fréquences, connues sous le nom de réticence apparaissent dans la commande. Pour résoudre ce problème tout en conservant les propriétés de robustesse et la précision de la commande par mode glissant d'ordre un, de nombreuses solutions ont été citées dans le chapitre II.

Dans cette partie, nous choisissons la technique de mode glissant d'ordre deux utilisant l'algorithme 2-glissant.

III.4 Application de la commande par modes glissants d'ordre deux

Considérons le système (III.1) sans retard, qu'on peut écrire de façon simplifiée suivante:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ a_{41} & 0 & a_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u(t) \quad (\text{III.14})$$

a. Surface de glissement

La surface de glissement choisie est:

$$S = y_1 = Cx = C_1x_1 + C_2x_2 + C_3x_3 + C_4x_4 \quad (\text{III.15})$$

Sa dérivée est:

$$\dot{S} = y_2 = C_1\dot{x}_1 + C_2\dot{x}_2 + C_3\dot{x}_3 + C_4\dot{x}_4 \quad (\text{III.16})$$

Il a été montré que dans le chapitre II que le problème de commande d'ordre 2 est identique au problème de stabilisation de système de deuxième ordre suivant:

$$\begin{cases} \dot{y}_1 = y_2 \\ \dot{y}_2 = \ddot{S} \end{cases} \quad (\text{III.17})$$

Nous avons un nouveau système en fonction de y_1 et y_2 , nous prenons alors une nouvelle surface de glissement S_y suivante:

$$S_y = \dot{S} + \eta S = y_2 + \eta y_1 \quad (\text{III.18})$$

$$S_y = C_1\dot{x}_1 + C_2\dot{x}_2 + C_3\dot{x}_3 + C_4\dot{x}_4 + \eta C_1x_1 + \eta C_2x_2 + \eta C_3x_3 + \eta C_4x_4 \quad (\text{III.19})$$

où η est une constante positive.

La convergence du système est régie par la surface de glissement S et par sa dérivée \dot{S} .

b. Commande équivalente

Pour déterminer la commande équivalente, on dérive S_y par rapport au temps

$$\dot{S}_y = C_1\ddot{x}_1 + C_2\ddot{x}_2 + C_3\ddot{x}_3 + C_4\ddot{x}_4 + \eta C_1\dot{x}_1 + \eta C_2\dot{x}_2 + \eta C_3\dot{x}_3 + \eta C_4\dot{x}_4 \quad (\text{III.20})$$

Avec:

$$\ddot{x}_1 = a_{12}\dot{x}_2 + b_1\dot{u}$$

$$\ddot{x}_2 = a_{21}\dot{x}_1 + a_{23}\dot{x}_3 + b_2\dot{u}$$

$$\ddot{x}_3 = a_{34}\dot{x}_4 + b_3\dot{u}$$

$$\ddot{x}_4 = a_{41}\dot{x}_1 + a_{43}\dot{x}_3 + b_4\dot{u}$$

On remplace ces expressions dans (III.20), nous obtenons:

$$\begin{aligned} \dot{S}_y = & C_1[a_{12}\dot{x}_2 + b_1\dot{u}] + C_2[a_{21}\dot{x}_1 + a_{23}\dot{x}_3 + b_2\dot{u}] + C_3[a_{34}\dot{x}_4 + b_3\dot{u}] + C_4[a_{41}\dot{x}_1 + a_{43}\dot{x}_3 \\ & + b_4\dot{u}] + \eta C_1\dot{x}_1 + \eta C_2\dot{x}_2 + \eta C_3\dot{x}_3 + \eta C_4\dot{x}_4 \end{aligned}$$

Avec $\dot{S}_y = 0$, la commande équivalente est:

$$\dot{u}_{eq} = -\frac{1}{C_1b_1 + C_2b_2 + C_3b_3 + C_4b_4} \times [(C_2a_{21} + C_4a_{41} + \eta C_1)\dot{x}_1 + (C_1a_{12} + \eta C_2)\dot{x}_2 + (C_2a_{23} + C_4a_{43} + \eta C_3)\dot{x}_3 + (C_3a_{34} + \eta C_4)\dot{x}_4]$$

La commande d'ordre deux totale est donnée par:

$$u = \int \dot{u}_{eq} dt - K_y \int \text{sign}(S_y) dt \quad (\text{III.21})$$

où K_y est une constante positive.

- **Simulation**

Nous utiliserons les mêmes paramètres de simulation:

$C = [9.5577 \ 1.6895 \ 4.5208 \ 1.3271]$, $K_y = 100$, η est fixé à 100.

Les résultats de simulation pour $\tau = 0$ (absence du retard) sont donnés par la figure **III.12** suivante:

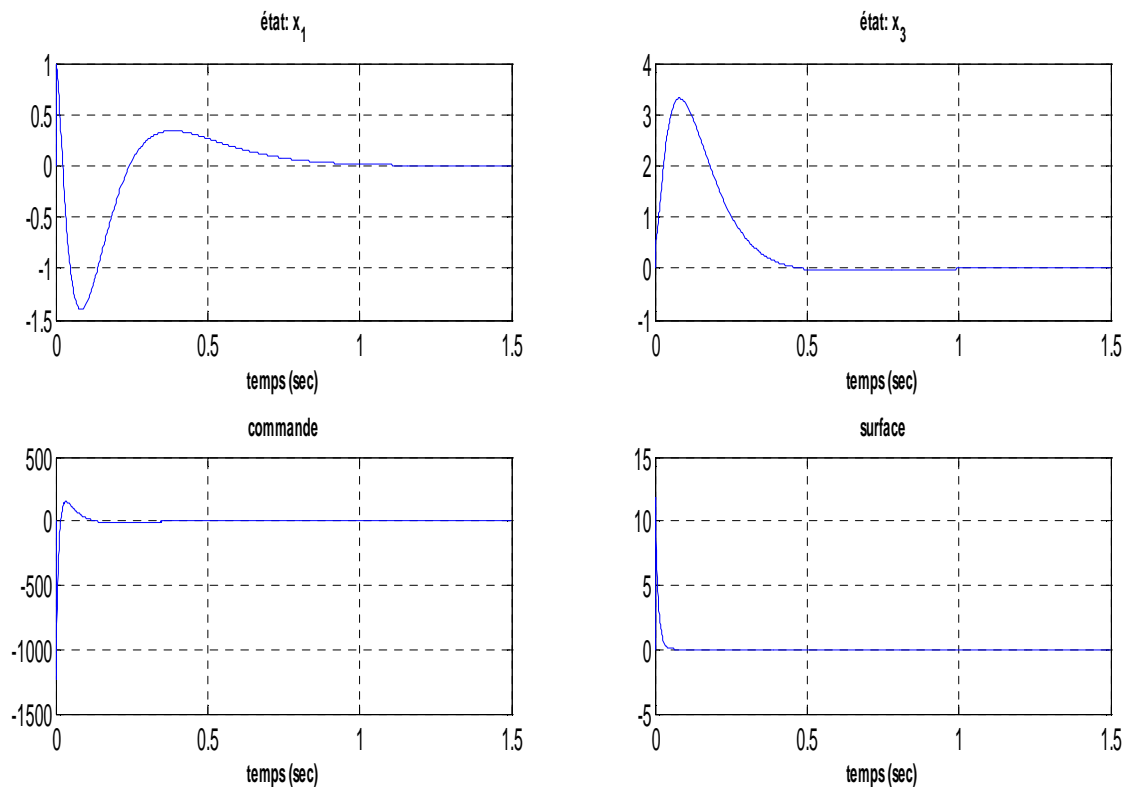
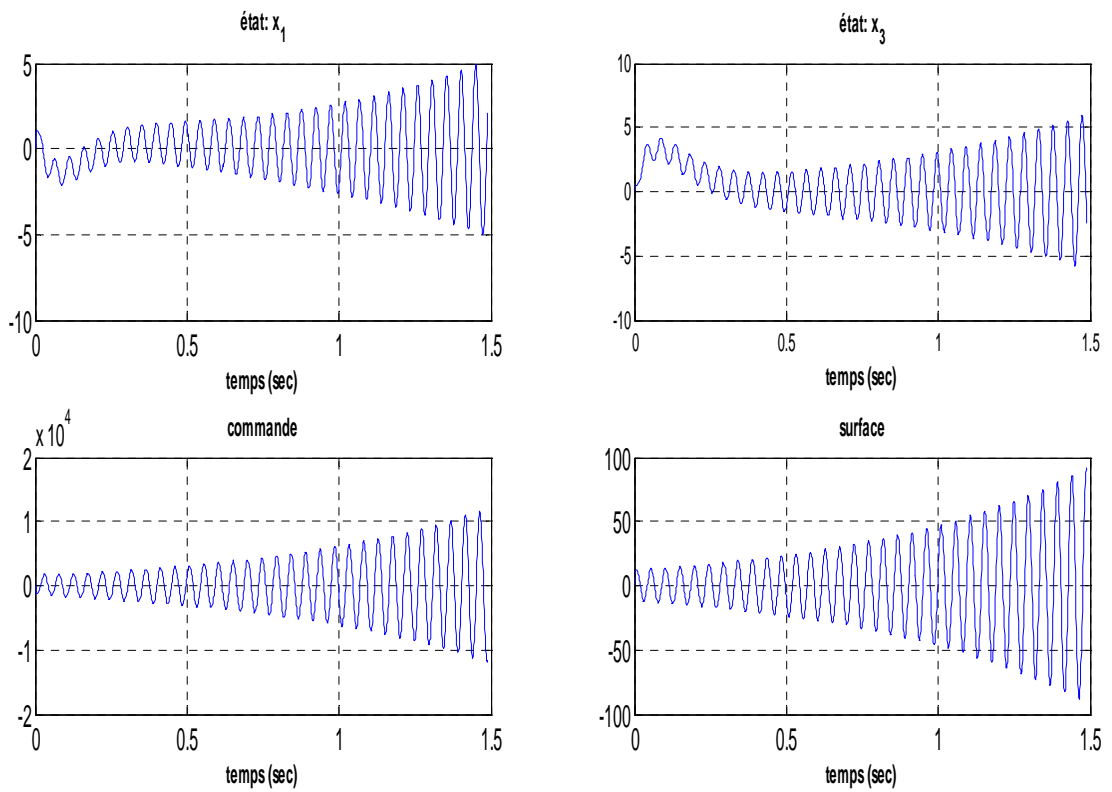


Figure III.12 la commande par mode glissant d'ordre 2 sans retard ($\tau = 0$ sec)

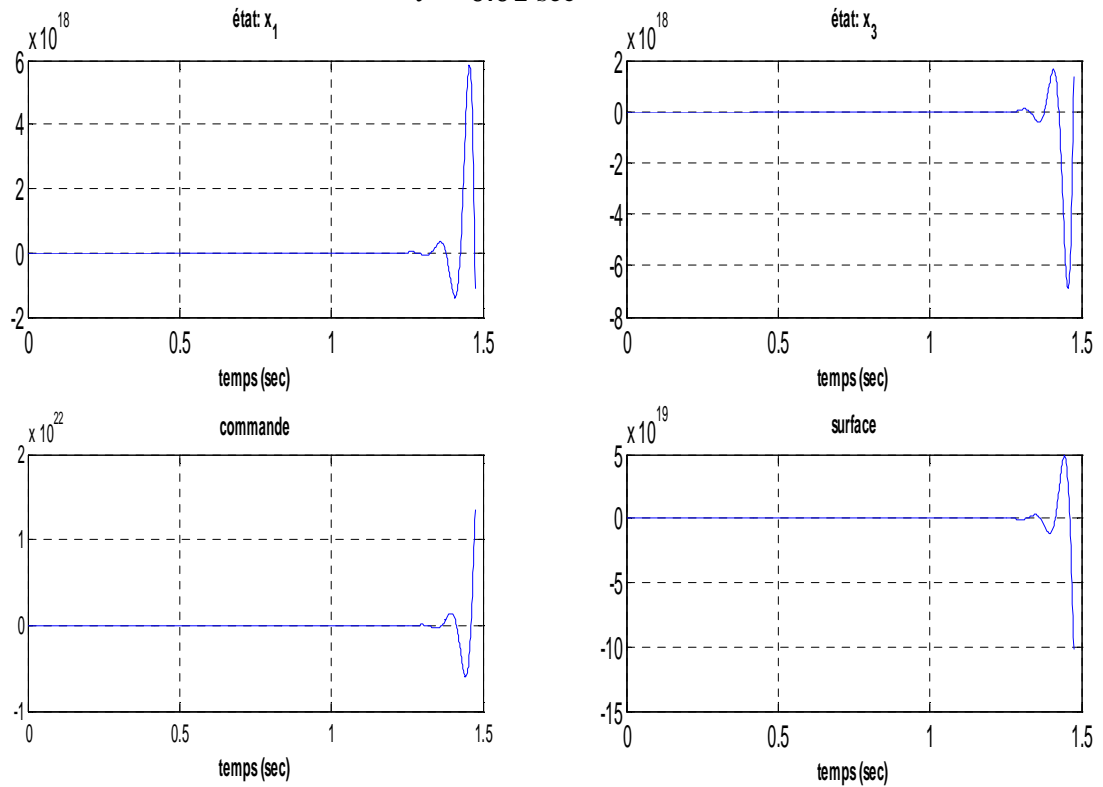
A partir de la figure **III.12**, nous constatons que la commande d'ordre deux a éliminé le phénomène de réticence.

- **Effet du retard sur la commande par mode glissant d'ordre deux**

Pour montrer l'effet du retard et vérifier les performances de la commande par mode glissant d'ordre deux, on introduit du retard dans la commande, comme le montre les figures suivantes:



$\tau = 0.01 \text{ sec}$



$\tau = 0.025 \text{ sec}$

Figure III.13 la commande par mode glissant d'ordre 2 avec retard

On constate que l'introduction d'un retard conduit à l'instabilité du système même pour de faibles valeurs du retard.

- **Robustesse vis-à-vis de perturbation**

Les résultats de simulation sont donnés par la figure **III.14**.

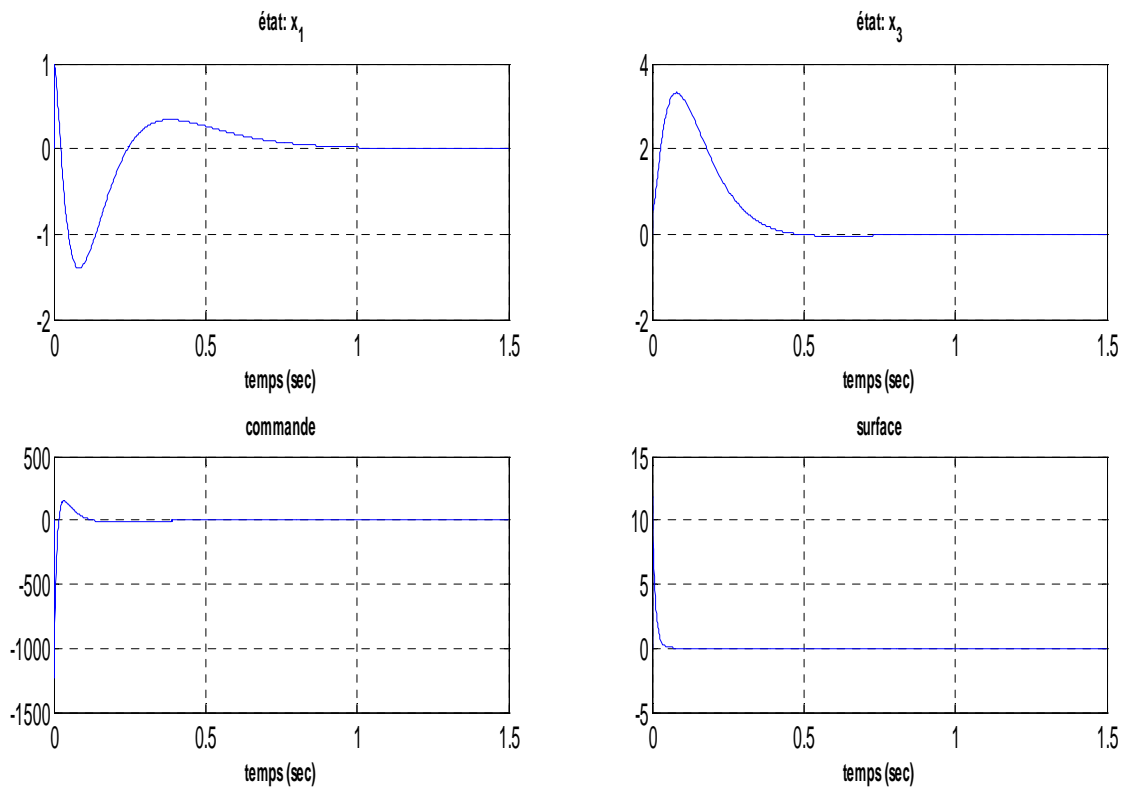


Figure III.14 Robustesse de la commande d'ordre 2 vis-à-vis de perturbation

On constate que la perturbation est rejetée.

- **Sensibilité au bruit de mesure**

Nous allons étudier la sensibilité de la commande au bruit de mesure donné par la figure **(III.6)** précédente.

Les résultats de simulation sont donnés par la figure III.15.

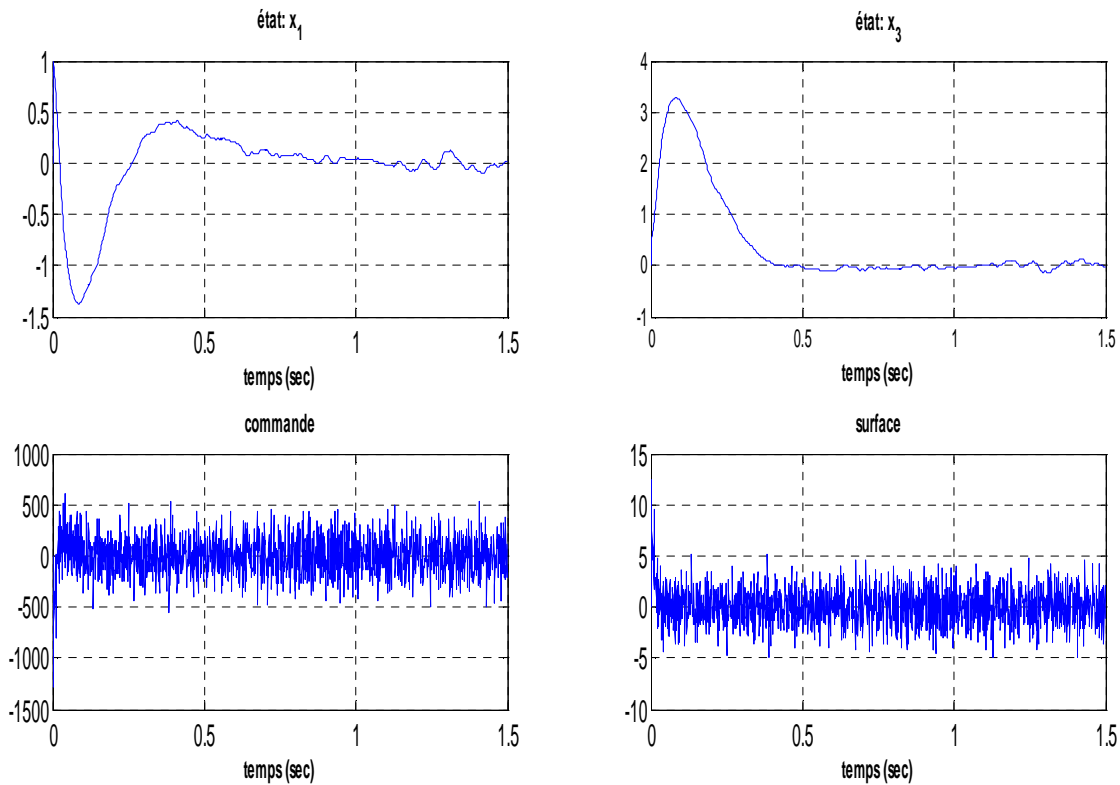


Figure III.15 Sensibilité de la commande d'ordre 2 au bruit de mesure

On constate que la présence du bruit induit le phénomène de réticence dans toutes les variables.

Remarque III.3 Nous pouvons conclure que la loi de commande par mode glissant d'ordre deux considérée est très sensible aux retards.

III.4.1 Commande par mode glissant d'ordre deux avec compensation du retard

Pour prendre en considération le retard, nous introduisons un prédictor de l'état $x(t + \tau)$ qui permet de compenser l'effet du retard et de transformer le système original avec retard en un système équivalent sans retard.

Considérons le système réduit (III.8), obtenu par l'utilisation d'un prédictor d'état, écrit sous la forme simplifiée suivant:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{p1} \\ \dot{x}_{p2} \\ \dot{x}_{p3} \\ \dot{x}_{p4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & 0 & a_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{34} \\ a_{41} & 0 & a_{12} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p1} \\ x_{p2} \\ x_{p3} \\ x_{p4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} u \quad (\text{III.22})$$

La surface de glissement est:

$$S = Cx_p = C_1x_{p1} + C_2x_{p2} + C_3x_{p3} + C_4x_{p4} \quad (\text{III.23})$$

La commande équivalente est:

$$\dot{u}_{eq} = -\frac{1}{C_1b_1 + C_2b_2 + C_3b_3 + C_4b_4} \times [(C_2a_{21} + C_4a_{41} + \eta C_1)\dot{x}_1 + (C_1a_{12} + \eta C_2)\dot{x}_2 + (C_2a_{23} + C_4a_{43} + \eta C_3)\dot{x}_3 + (C_3a_{34} + \eta C_4)\dot{x}_4]$$

La loi 2-glissante totale est:

$$u = \int \dot{u}_{eq} dt - K_y \int \text{sign}(S_y) dt \quad (\text{III.24})$$

où K_y est une constante positive.

De manière à comparer les résultats obtenus avec la commande d'ordre deux à ceux obtenus avec la commande d'ordre un, les mêmes essais de simulation sont considérés.

Les résultats de simulations pour $\tau = 0.025$ sec sont donnés par la figure **III.16**

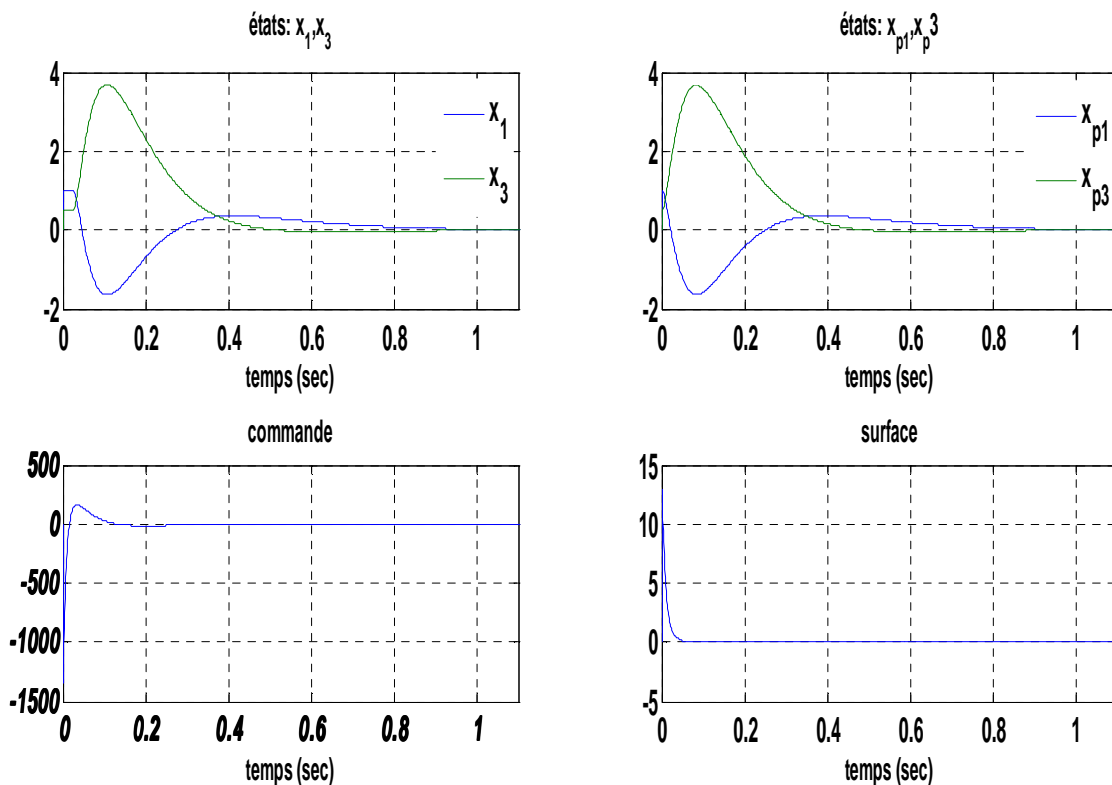


Figure III.16 commande par mode glissant d'ordre 2 avec prédicteur, $\tau = 0.025$ sec

On remarque que la commande d'ordre 2 basée sur un prédicteur permet de compenser l'effet de retard et que le phénomène de réticence est éliminé.

- **Robustesse vis-à-vis des perturbations**

Afin de vérifier l'efficacité de la commande par mode glissant d'ordre deux basée sur le prédicteur d'état, nous étudions la robustesse vis-à-vis de perturbations. Les résultats de simulation sont donnés par la figure III.17.

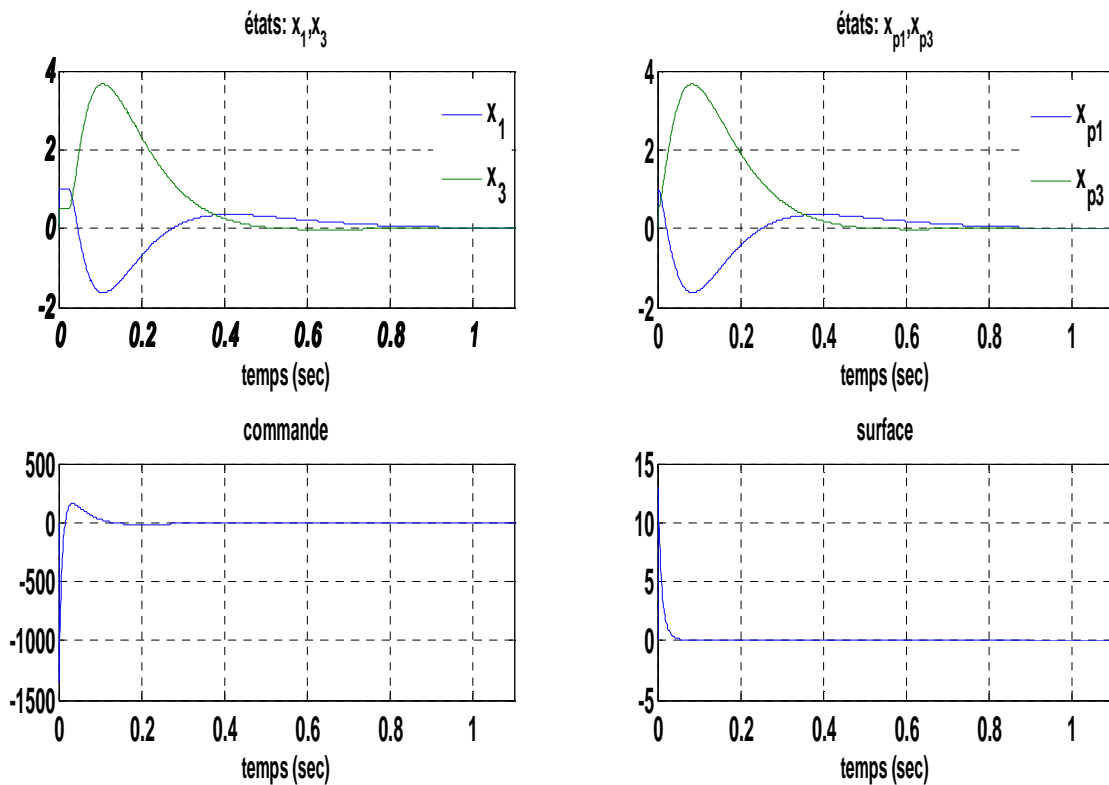


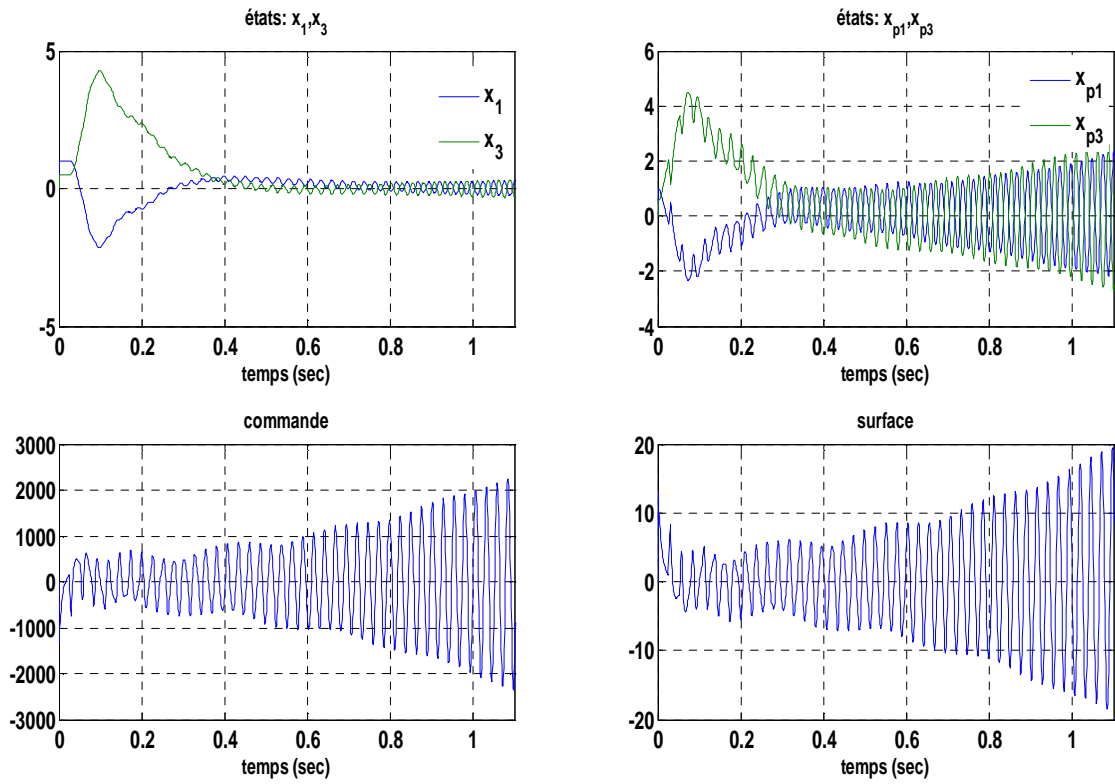
Figure III.17 Robustesse de la commande par mode glissant d'ordre 2 vis-à-vis de perturbations

On constate que la perturbation est rejetée, donc la commande par mode glissant d'ordre 2 est robuste vis-à-vis de perturbations.

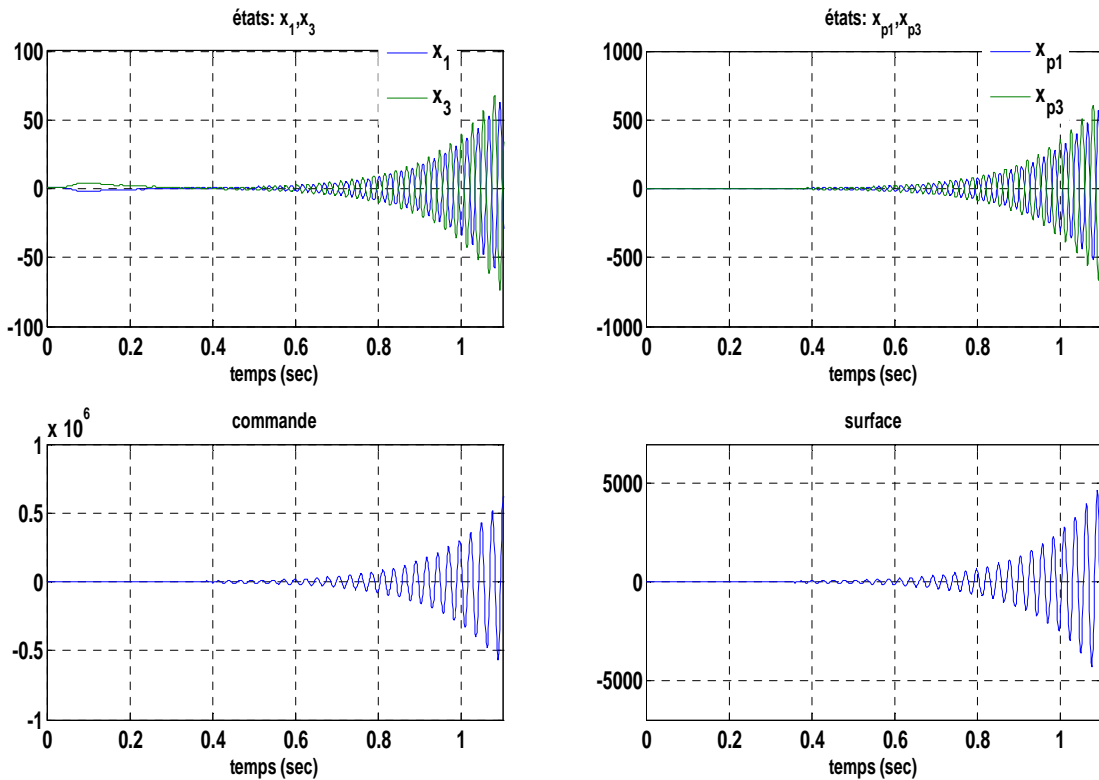
- **Robustesse vis-à-vis des incertitudes sur le retard**

On suppose que le retard estimé (utilisé par le prédicteur) est différent de celui subi par l'entrée du système. Les résultats de simulation obtenus pour $\tau = \tau_{nominal} + 20\%$ et

$\tau = \tau_{nominal} + 25\%$ sont donnés par la figure III.18.



$$\tau = \tau_{nominal} + 20\%$$



$$\tau = \tau_{nominal} + 25\%$$

Figure III.18 Réponse du système avec incertitude sur le retard

On constate que la commande d'ordre deux est sensible aux variations du retard. En effet, nous notons une perte de performance pour les grandes valeurs du retard.

- **Robustesse vis-à-vis de bruit de mesure**

La figure suivante (III.19) représente l'influence du bruit de mesure sur la commande par mode glissant d'ordre 2.

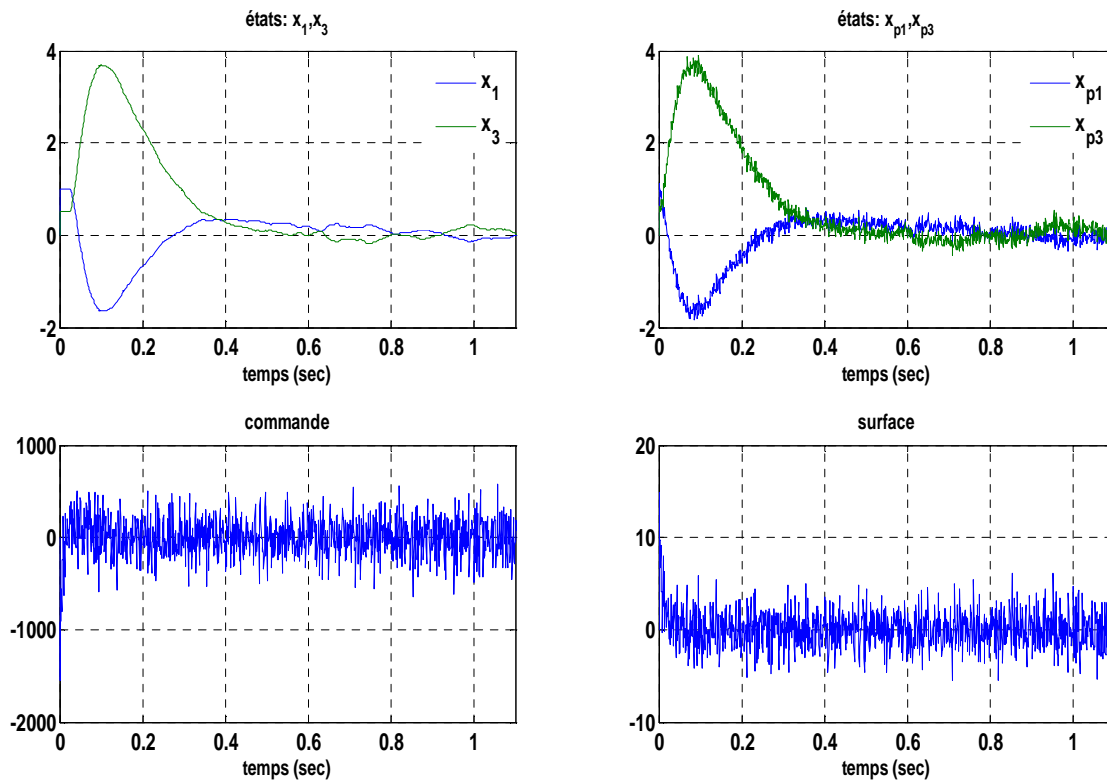


Figure III.19 Réponses du système avec bruit, $\tau = 0.025$

On constate que la présence du bruit induit le phénomène de réticence dans toutes les variables, mais il ne déstabilise pas le système.

III.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux sur un pendule inversé. Les résultats de simulation obtenus montrent que la commande par mode glissant d'ordre un est robuste vis-à-vis de perturbation et de bruit de mesure, mais n'est pas robuste vis-à-vis de retards. En plus, elle présente le phénomène de chattering. Comme la présence du retard induit des oscillations, on a introduit le prédicteur d'état pour le compenser. En effet, le prédicteur d'état permet de compenser le retard.

Par la suite, on a appliqué la commande par mode glissant d'ordre deux qui a l'avantage de réduire le chattering, et nous avons aussi constaté qu'elle est robuste vis-à-vis de perturbation et de bruit de mesure, mais elle reste toujours très sensible aux retards.

On a aussi constaté que la commande par mode glissant d'ordre un semble plus adaptée aux retards que la commande par mode glissant d'ordre deux.

Conclusion générale

Une des questions primordiales que pose l'automatique, est celle de la stabilisation. Etant donné un système, est-il possible de trouver une loi de commande qui stabilise ce système autour d'un point d'équilibre ? La résolution de ce problème est fondamentale pour toute application.

L'étude présentée dans ce mémoire a pour objectif l'application de la commande par mode glissant sur les systèmes à retards en particulier les systèmes à entrées retardées.

Nous avons commencé notre travail par la présentation des systèmes à retard qui constituent une classe de systèmes de dimension infinie. Des notions générales sur la modélisation et les techniques de commande ont été présentées dans le premier chapitre. Nous nous sommes intéressés à la modélisation par des équations différentielles fonctionnelles de type retardé ou neutre. L'analyse de la stabilité des équations différentielles retardées est possible en utilisant des généralisations de la théorie de la stabilité de Lyapunov. Les approches de commande basées sur la prédiction ou l'approximation ont été décrites.

Dans le deuxième chapitre, la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux ont été présentées. La commande par mode glissant d'ordre un montre ses qualités de précision et de robustesse vis-à-vis des perturbations et des incertitudes paramétriques. En revanche, le terme discontinu induit le phénomène de réticence qui peut conduire à l'instabilité. Pour cela, les modes glissants d'ordre supérieur ont été introduits pour pallier à ce problème. Plusieurs algorithmes par modes glissants d'ordre deux ont été présentés.

Le troisième chapitre, a fait l'objet d'une application de la commande par mode glissant au pendule inversé commandé à distance, modélisé par un modèle d'état à entrée retardée. D'après les résultats de simulation obtenus, nous pouvons conclure que la commande par mode glissant d'ordre un et d'ordre deux sont robustes vis-à-vis de perturbation et de bruit de mesure, mais la présence du retard induit des oscillations dans le cas de la commande par mode glissant d'ordre un et des instabilités dans le cas de la commande par mode glissant d'ordre deux, donc l'introduction d'un prédicteur d'état est nécessaire pour compenser le retard. Par ailleurs, on a constaté que la commande par mode glissant d'ordre deux permet d'éliminer le phénomène de chattering, mais elle reste très sensible aux retards.

Notre travail peut se poursuivre par quelques extensions et études:

- Extension aux systèmes non linéaires.
- Extensions au cas de retard temps variant.
- Construction d'un observateur d'état.
- Etude des méthodes d'estimation et d'identification du retard.

Bibliographies

- [1] Kolmanovskii V.B. and A.D.Myshkis, Introduction to the Theory and Application of Functional Differential Equations Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] AlexandreSeuret, Commande et Observation des systemes à retards variables: Theorie et Applications, thèse de Doctorat Unniversite des Sciences Technologie de Lille 2007.
- [3] Miano. G and Mafucci, Delay and its time-derivative dependent robust stability of time-delayed systems with uncertainty Transmission Lines and Lumped circuits, Acadimic Press Series in Electromagnetism, 2001.
- [4] Al-Amer, S.H., Al-Snni, F.M, Approximation of time-delay systems, Dans Proc Of the American control conference, P.2491-2495, Checago, 2000.
- [5] Kwon, W.H., peason. A.E. Feedback stabilization of linear systems with delayed control, IEEE Trans. Aut . control, 25(2): 266-269, 1980.
- [6] HU, K.J, Basker, V.R, Cristalle, O.D, Sliding mode control of uncertain input-delay systems. Dans Proc. of Americain Control Conference, Philadelphia, 1998.
- [7] DJEGHALI Nadia, Commande par Mode Glissant des systèmes linéaires à entrée retardée, thèse de Magister, Université UMMTO, 2007.
- [8] E.Witrant, Stabilisation des systèmes commandes par réseaux, Thèse de Doctorat, Institut National Palytechnique de Grenoble, France, 2005.
- [9] A.F.Buckalo, Explicit conditions for controllability of linear systems with time lag, IEEE Trans.Automat. Contr., vol. AC-13, pp.193-195, 1968.
- [10] A-KERBOUA, Commandes et observateur par mode de glissement: Application à un machine asynchrone alimentée en tension, Thèse de magistère, ENP, 1999.
- [11] Slotine, J.-J. E., & Li, W, Applied Nonlinear Control, London: Prentice-Hall, Inc, 1991.
- [12] F. Barrero, A. González, A. Torralba, E. Galván, and L. G. Franquelo, Speed Control of Induction Motors Using a Novel Fuzzy Sliding-Mode Structure, IEEE Transactions on Fuzzy Systems, vol. 10, no. 3, 2002
- [13] A. L. Nemmour, Contribution à la commande vectorielle de la machine asynchrone à double alimentation, Mémoire de Magister, Université de Batna, 2002.
- [14] Deghboudj Imen, Commande des systèmes non linéaires par mode glissant d'ordre supérieur, Thèse de Magister de Université de Constantine 1, 2013.
- [15] ZAHARIEVA.T, Commende a structure variable appliquée à un moteur synchrone, thèse pour l'obtention du diplôme de recherche de l'INSA de Toulouse, France, 2000.
- [16] A.Hadjer. Contribution à la commande robuste des systèmes non linéaires, mémoire De Magistère En Electrotechnique, Université Ferhat Abbas -Setif-1, Algérie, 2014.

- [17] S.V.Emelyanov, S.K.Korovin, L.V.Levantovsky, Second order Sliding modes in controlling uncertain system, sovient journal of computer and System Science, pp.63-68, 1986.
- [18] A.Levant, Sliding order and Sliding accuracy in Sliding mode control, International Journal of Control, vol.58 pp.1247-1263, 1993.
- [19] V.I.Utkin, Sliding Modes in Control and Optimization, Springer, Berlin, 1992.
- [20] Thierry Floquet, Contributions à la commande par modes glissants d'ordre supérieur thèse de doctorat, Université de Lille, 2000.