

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE  
UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU



UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU  
FACULTE' DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE  
D'EPARTEMENT D'AUTOMATIQUE

En vue de l'obtention du diplôme  
*Master académique en automatique*  
*Option commande des systèmes*

*Thème*

*Commande par modes glissants via une  
linéarisation d'un générateur de vapeur*

**Réalisé par :**

*M: Taib Samir*

**Présenté par :**

*M : A. Si-ammour*

*Promotion 2012 - 2013*



## *Remerciements*

*Je remercie chaleureusement mon promoteur Mr Si.Ammour pour m'avoir proposé ce sujet, en me faisant confiance, ainsi que pour avoir dirigé mon travail avec ses orientations, ses précieux conseils, ses remarques constructives et surtout son sérieux.*

*Mes remerciements s'adressent également à :*

*M.Maidi.A et M.Djenoune.S pour toute l'aide qu'ils nous ont apporté.*

*Merci à ma famille et mes amis pour leurs soutiens et leurs encouragements durant la réalisation de ce travail, et à toute personne ayant contribué de près et de loin à sa réussite.*

*Merci infiniment à tous.*



**DÉDICACES**

*Je dédie ce modeste travail à :*

*Mes très chers parents*

*Mes frères : Wahid et Hani*

*Ma sœur : Loula*

*Ma famille*

*Mes amis : Rafik, Malik, Aghilas, Massil, Ryma, Lydia*

*A tous qui ceux m'ont aidé de près ou de loin dans mes études.*

***Samir***

## Sommaire

Introduction générale.....	1
Chapitre I : La commande à structure variable par régimes glissants	
I.1 Introduction.....	2
I.2 Configuration de base des systèmes à structure variable.....	3
I.2.1 Configuration permettant un changement de structure par commutation entre deux retours d'état . différents .....	3
I.2.2 Configuration permettant la variation de la structure du système par simple commutation d'interrupteur .....	3
I.2.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande en ajoutant la commande équivalente.....	4
I.3 Régime glissant.....	5
I.3.1 Régime glissant idéal.....	5
I.3.2 Régime glissant réel.....	5
I.4 Concepts de base de la commande par modes glissants.....	6
I.4.1 Conception de la commande par mode de glissant .....	7
I.4.1.1 Choix de la surface.....	8
I.4.1.2 Conditions d'existence et de convergence .....	8
I.4.1.3 Détermination de la commande .....	9
I.5 Le phénomène du chattering .....	11
I.6 Conclusion .....	12
Chapitre II : Linéarisation entrée/sortie par bouclage	
II.1.Introduction .....	13
II.2 Généralités sur les systèmes non linéaires .....	13
II.3 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement .....	13
II.4 Linéarisation entrée/sortie par bouclage .....	14
II.4.1 Notions de géométrie différentielle .....	14
II.4.2 Dérivée de Lie .....	16
II.4.3 Crochet de Lie .....	16

II.4.4 Distribution .....	17
II.4.5 Distribution involutive.....	17
II.4.6 Degré relatif .....	18
II.5.Linéarisation entrée /sortie :cas multivariable.....	18
II.5.1.Degré relatif .....	19
II.5.2.Résolution du problème avec bouclage.....	19
II.5.3.Le cas de poursuite .....	21
II.6 Synthèse de la commande par modes glissants.....	22
II.7.Conclusion .....	23

### Chapitre III : Etude et description du générateur de vapeur

III.1 Introduction .....	24
III.2 Le principe de fonctionnement d'un système à base de Boiler-Turbine .....	24
III.2.1 Constituant de la chaudière .....	27
III.2.2 Le Modèle dynamique du Boiler-Turbine .....	27
III.3 La commande du système .....	30
III.3.1 Commande en combustion .....	30
III.3.2 Commande du niveau d'eau .....	31
III.3.3 Le bon fonctionnement du générateur de vapeur .....	32
III.4 Conclusion .....	33

### Chapitre IV : Tests et résultats de simulations

IV.1 Introduction.....	34
IV.2 Commande du système par linéarisation autour d'un point de fonctionnement.....	34
IV.2.1 La linéarisation du système autour du point de fonctionnement.....	35
IV.2.2 Calcul de la loi de commande .....	36
Test 1.....	37
Test 2.....	39
IV.3 Linéarisation entrée-sortie exacte par bouclage .....	40
IV.3.1 Calcul de la commande linéarisante entrée/sortie .....	40
IV.3.1.1 Calcul des vecteurs degrés relatifs .....	40
IV.3.1.2 Transformation de coordonnées non-linéaire .....	42
IV.3.1.3 Calcul de la loi de commande linéarisante .....	43
IV.3.1.4 La forme normale .....	44

IV.3.1.5 La loi de commande par modes glissants.....	44
Test 3.....	45
Test 4 (poursuite).....	49
Test 5 (test de robustesse).....	51
IV.4 Conclusion.....	55
Conclusion générale.....	56

## **Introduction générale**

La commande par modes glissants fait partie de la famille des contrôleurs à structure variable. Elle est reconnue pour sa robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques et des perturbations externes au système. Néanmoins, cette commande présente un inconvénient majeur appelé broutement ou chattering en anglais. Ce phénomène se traduit par des commutations hautes fréquences sur la commande. Ceci risque alors de déstabiliser ou même détériorer le système étudié. Plusieurs solutions ont été proposées dans la littérature pour y remédier à cet inconvénient.

Notre travail consiste à appliquer des algorithmes de la commande par modes glissants à un système non linéaire multivariable, appelé générateur de vapeur dont les grandeurs à commander sont couplées. Le générateur de vapeur est un élément essentiel pour le fonctionnement des centrales électriques dont la régulation du niveau d'eau au niveau de ce générateur doit être très bonne et ce quelque soient les conditions de fonctionnement.

Afin de faciliter la synthèse de la loi de commande, nous utilisons les techniques de commande linéaire. La manière de procéder est de transformer par l'entremise d'un bouclage, le système initial en un système équivalent linéaire, à partir duquel les techniques de synthèse linéaire peuvent être appliquées. Le modèle linéaire le plus simple est celui comportant une chaîne d'intégrateurs.

Notre mémoire est structuré comme suit :

Dans le premier chapitre, nous exposerons les concepts de base de la commande par mode de glissement. Nous expliquerons comment se fait le choix de la surface dite de commutation ou de glissement, nous donnerons les conditions d'existence du mode glissant et enfin, la loi de commande globale.

Dans le deuxième chapitre, nous présenterons les techniques de linéarisation autour d'un point de fonctionnement et donnerons quelques outils mathématiques utiles pour la linéarisation entrée-sortie par bouclage.

Le troisième chapitre sera consacré à la présentation du générateur de vapeur, son modèle et les problèmes liés à ce système complexe.

Enfin, le quatrième chapitre sera consacré aux différentes simulations effectuées sur notre système avec les différentes lois de commandes élaborées aux chapitres précédents.

Nous terminerons notre travail par une conclusion et certaines perspectives.

## I.1 Introduction

Le but de ce chapitre est de présenter les concepts de base de la commande par mode glissant. Pour cela, nous donnerons quelques notions relatives à la commande à structure variable (CSV), puis on présentera en détail la méthode de conception de la commande par mode glissant (CMG).

On entend par système à structure variable, tout système dans lequel les paramètres du régulateur varient d'une manière discontinue et prennent ainsi deux valeurs possibles. La commutation d'une valeur à l'autre s'effectue de façon à contraindre la trajectoire du système à évoluer sur un hyperplan dit surface de glissement.

La théorie des systèmes à structure variable a fait l'objet de multiples études depuis une cinquantaine d'années. Les premiers travaux sur ce type de systèmes sont ceux d'**Emelyanov** [Emel67] en union Soviétique. Ces recherches ont connu un nouvel essor à la fin des années soixante-dix lorsque **Utkin** [Utki78] introduit la théorie *des modes glissants*.

Actuellement, cette technique de commande connaît une large gamme d'applications dans des domaines très variés tels que la robotique, la mécanique et l'électrotechnique.

L'algorithme de commande par mode de glissement est classifié dans les systèmes de contrôle à structure variable **VSS** (**V**ariable **S**tructure **S**ystem dans la littérature anglo-saxonne). Le principe de cette technique consiste à amener, quelles que soient les conditions initiales, le point représentatif de l'évolution du système sur une hyper surface de l'espace de phase. La surface (représentant un ensemble de relations entre les variables d'état) considérée est alors désignée comme étant la *surface de glissement ou de commutation*. Le comportement dynamique résultant est appelé alors régime glissant idéal. La dynamique du système est complètement déterminée par les paramètres et les équations définissant la surface.

Les avantages de la commande par mode glissant sont multiples. Le plus important est lié aux propriétés de robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques du système et des perturbations. Il faut signaler aussi sa simplicité d'élaboration et d'adaptation, aussi bien aux systèmes non linéaires qu'aux systèmes linéaires. Son principal inconvénient est le phénomène de broutement ou réticence- **chattering** en anglais-, qui est un phénomène non désirable, car il peut endommager les actionneurs. Le chattering correspond à des oscillations de part et d'autre de la surface de commutation.

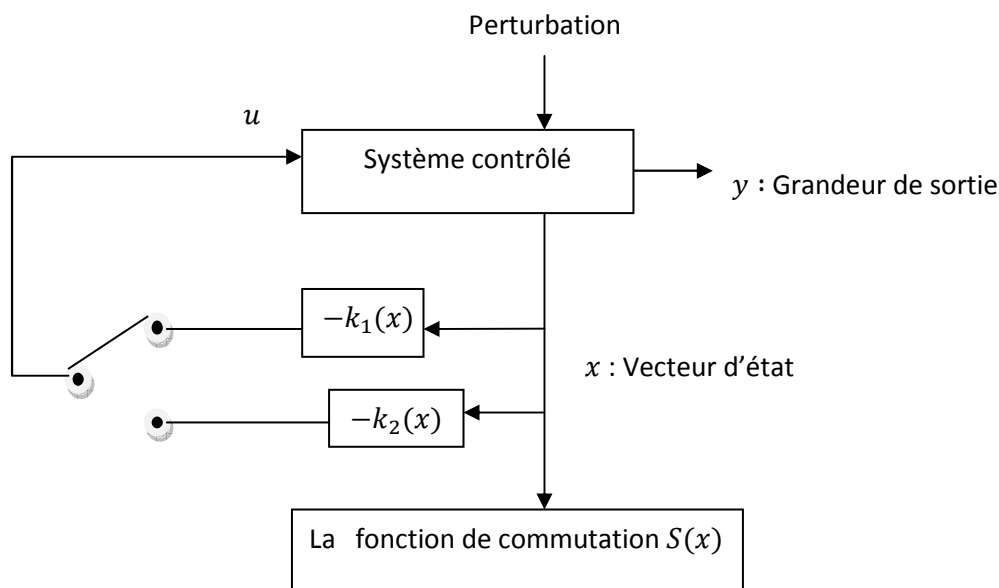
## I.2 Configuration de base des systèmes à structure variable

Dans les systèmes de réglage à structure variable par mode glissant, on distingue trois configurations de base.

### I.2.1 Configuration permettant un changement de structure par commutation entre deux retours d'état différents

La loi de commande est donnée par :

$$u = \begin{cases} -k_1(x) & \text{si } S(x) > 0 \\ -k_2(x) & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.1})$$



**Figure I.1** changement de la structure avec commutation entre deux retours d'état

$u$  : Grandeur de commande.

$x$  : Vecteur d'état.

$y$  : Sortie du système.

$-k_1(x), -k_2(x)$ : vecteur lignes du retour d'état.

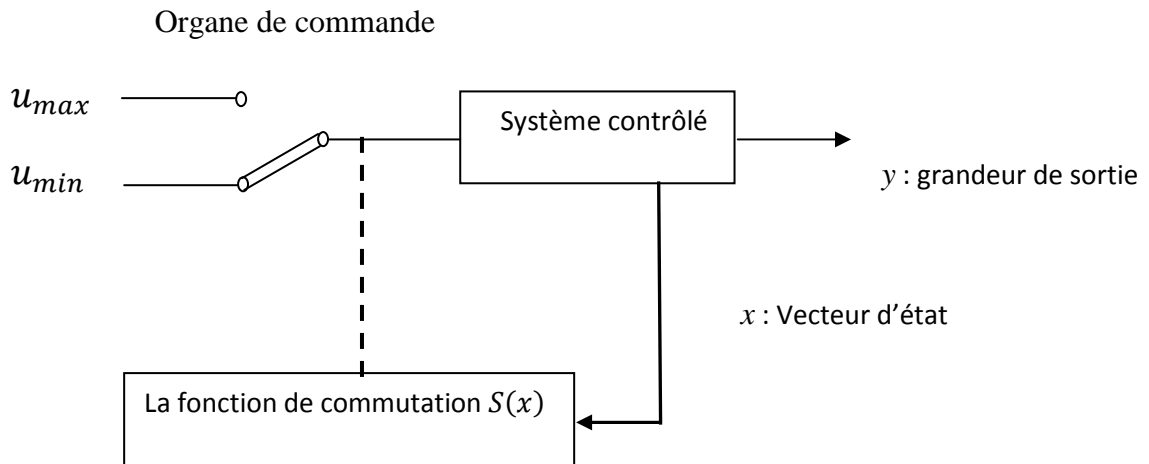
$S(x)$ : La fonction de commutation.

### I.2.2 Configuration permettant la variation de la structure du système par simple commutation d'interrupteur

Cette configuration correspond à un contrôle à deux niveaux, avec une loi de commutation très performante, seule l'information sur le signe de la fonction de la surface de  $S(x)$  suffit pour générer la commande d'ouverture ou de fermeture de l'interrupteur pilotant le convertisseur (figure I.2).

La loi de commande est donnée comme suit :

$$u = \begin{cases} u_{max} & \text{si } S(x) > 0 \\ u_{min} & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.2})$$

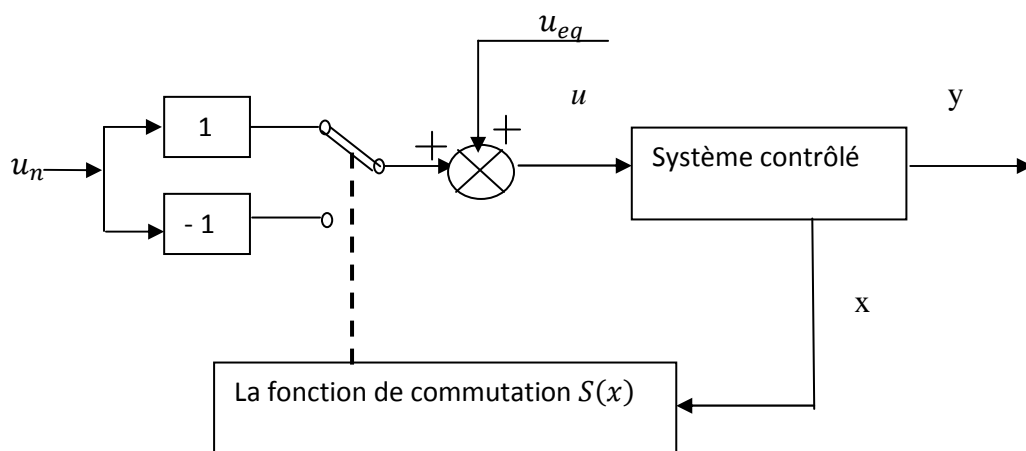


**Figure I.2** changement de structure avec commutation au niveau de l'organe de commande.

### I.2.3 Structure par commutation au niveau de l'organe de commande en ajoutant la commande équivalente

Cette configuration correspond à un contrôle à deux niveaux, qui ressemble à la configuration vue précédemment mais cette fois en ajoutant la commande équivalente qui est une commande continue qui permet de maintenir l'état du système autour d'une dynamique désirée.

Le schéma d'une telle configuration est représenté par la figure I.3.



**Figure I.3** Changement de structure avec l'ajout de la commande équivalente

$u_n$  : La commande discontinue

$u_{eq}$  : La commande continue

La loi de commande est donnée par :

$$u = \begin{cases} u_{eq} + u_n \text{ si } S(x) > 0 \\ u_{eq} - u_n \text{ si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.3})$$

L'intérêt d'un système à structure variable se voit dans la simplicité de réalisation d'une commande de qualité pour des processus perturbés ou mal identifiés.

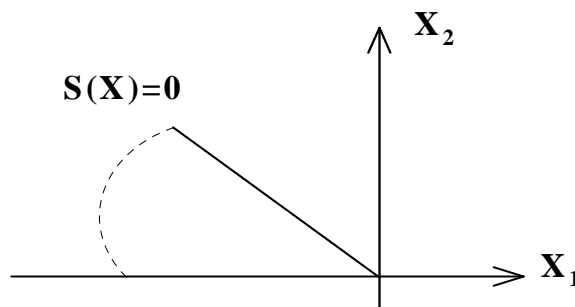
Pour la suite de notre projet on a opté pour cette forme de configuration ou l'écriture de la loi de commande est définie comme précédemment (I.3).

### I.3 Régime glissant

#### I.3.1 Régime glissant idéal

En théorie, l'organe de commutation est supposé idéal, insensible au bruit, et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation  $S(x) = 0$ , d'où le régime glissant idéal.

**Définition :** Le régime glissant idéal correspond à une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle, le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur la surface de commutation  $S$  (figure I.4).

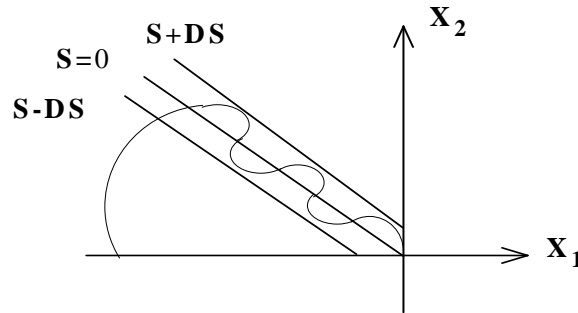


**Figure I.4** Glissement idéal : amplitude d'oscillation nulle.

#### I.3.2 Régime glissant réel

En pratique, l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présentent des imperfections, comme les retards de commutation. La trajectoire de phase en régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation, donnant naissance à des oscillations indésirables qui diminuent la précision du système, en gardant néanmoins la stabilité.

**Définition :** Le régime glissant réel correspond à une oscillation de fréquence finie et d'amplitude non nulle, le point représentatif de l'évolution du système oscille autour la surface de commutation  $S$ , les commutations ont lieu sur les deux droites décalées parallèlement de  $\pm \Delta S$  [figure I.5].



**Figure I.5** Glissement réel (amplitude d'oscillation).

#### I.4 Concepts de base de la commande par modes glissants

Le principe de la commande par modes glissants est de contraindre l'état du système à atteindre en temps fini une surface de glissement donnée pour ensuite y rester.

Cette surface étant une relation entre les variables d'état du système. Elle définit une équation différentielle, et donc détermine totalement la dynamique du système, pourvu que le système reste sur cette surface. L'évolution d'un système soumis à une loi de commande qui le fait rester sur une surface donnée ne dépend donc plus du tout du système lui-même ou des perturbations auxquelles il peut être soumis, mais uniquement des propriétés de cette surface.

Le système bouclé est robuste vis à vis aux incertitudes (propres au système) et aux perturbations (extérieures au système).

On peut constater que le mode glissant est composé de deux modes importants :

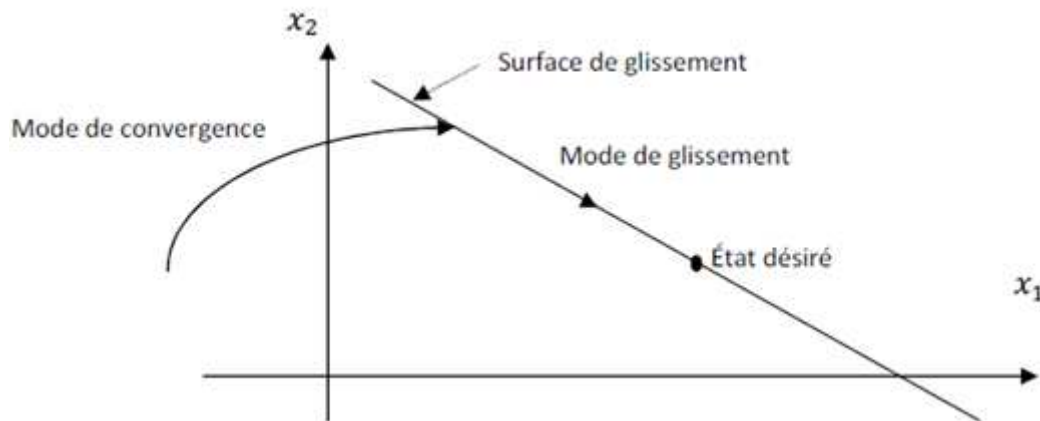
- Mode de convergence ( Reaching mode)
- Mode de glissement ( Sliding mode )

##### Mode de convergence

Cette phase correspond à l'intervalle de temps pendant lequel les trajectoires d'état du système ne sont pas dans la surface de glissement  $S$ , ce mode est caractérisé par la convergence d'un (ou des) état(s) du système du point initial vers la surface de glissement  $S$  [figure I.6].

### Mode de glissement

Cette phase correspond à l'intervalle de temps durant laquelle la trajectoire d'état atteint la surface et en se glissant sur celle-ci vers l'état désiré, sa dynamique est imposée par le choix de la surface [figure I.6].



**Figure I.6** Représentation des différents modes constituant la commande en mode de glissement

#### I.4.1 Conception de la commande par mode de glissant

Pour arriver à commander les systèmes à structure variable qui présentent des incertitudes paramétriques, il est recommandé d'utiliser la commande par modes glissants car elle est connue comme étant robuste et offre l'opportunité de stabiliser les systèmes.

Considérons un système dont le modèle est exprimé d'une manière non linéaire affine à l'entrée :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) * u \\ y = h(x) \end{cases} \quad (\text{I.4})$$

La conception de la commande par mode de glissement prend en compte les problèmes de la stabilité et de bonnes performances de façon systématique dans son approche qui peut se diviser en trois étapes :

- 1- Le bon choix de la surface de glissement, telle qu'une fois que le système se trouve dans cette région d'espace d'état, il ait le comportement dynamique désiré.
- 2- L'établissement des conditions d'existence et de convergence afin que les points représentatifs de la trajectoire convergent vers la surface de glissement

3- Concevoir une loi de commande qui conduit, en un temps fini, le système vers  $S$  et le maintiendra dans celle-ci, c'est à dire la commande doit assurer l'attractivité et l'invariance de la surface de glissement.

#### I.4.1.1 Choix de la surface

Le choix de la surface de glissement se fait selon les performances de la dynamique désirée en boucle fermée.

- Une forme assez générale est proposée par Slotine [Slot84] pour déterminer la surface de glissement qui assure une convergence de la grandeur à régler vers une valeur désirée, elle est donnée comme suit.

$$S(x) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{I.5})$$

Avec :

$e(x) = x_{id} - x_i$  : Écart entre la consigne (valeur désirée)  $x_{id}$  et l'état du système  $x_i$  .

$x_i$ : variable à réguler.

$r$ : degré relatif.

$\lambda$ : constante positive.

- Soit elle est donnée sous la forme linéaire suivante:

$$S(x) = \sum_{i=0}^n c_i (x_{id} - x_i) \quad (\text{I.6})$$

Et c'est ainsi qu'on peut imposer les diverses performances en mode dynamique, et cela se fait par le choix adéquat des différentes constantes  $c_i$  .

Le principe de la commande est de ramener la surface à zéro, ce qui conduit à annuler l'écart statique ( $e(x) = 0$ ), cela n'est qu'un problème de poursuite en asservissement.

#### I.4.1.2 Conditions d'existence et de convergence

Les conditions d'existence et de convergence sont les critères qui permettent aux différentes dynamiques du système de converger vers la surface de glissement et d'y demeurer, indépendamment des perturbations.

Il existe deux considérations pour assurer le mode de convergence.

• **La fonction discrète de commutation**

Cette approche est plus ancienne, elle est proposée et étudiée par Emelyanov et Utkin. Il s'agit de donner à la surface une dynamique qui convergera vers zéro.

Elle est donnée par:

$$\begin{cases} \dot{S}(x) < 0 & \text{si } S(x) > 0 \\ \dot{S}(x) > 0 & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

Cette condition peut être formulée comme suit:

$$\dot{S}(x) S(x) < 0$$

Cette condition est toutefois difficile à utiliser pour faire la synthèse de la loi de commande, particulièrement dans le cas d'un système multi-entrées.

• **La fonction de Lyapunov**

Et en prenant la fonction  $V(x)$  positive ; par exemple

$$V(x) = \frac{1}{2} S(x)^2 \quad (\text{I.8})$$

La dérivée de cette fonction est :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}(x)S(x) \quad (\text{I.9})$$

Pour que la fonction  $V(x)$  puisse décroître, il suffit d'assurer que sa dérivée soit négative. Ceci n'est vérifiée que si la condition (I.7) est vérifiée.

### I.4.1.3 Détermination de la commande

La commande globale est constituée de deux parties qui sont :

- La partie discontinue qui rend les conditions d'attractivité possibles, elle pousse les variables d'état choisies à glisser tout au long de la surface de glissement, et les fait converger vers l'origine du plan de phase.
- La partie continue qui permet de prendre le contrôle sur l'amplitude du signal discontinu pour mieux maîtriser les phénomènes dus aux discontinuités.

La commande globale est donnée comme suit :

$$u = u_{eq} + u_n \quad (\text{I.10})$$

### a. Calcul de la commande équivalente

La commande équivalente est la solution de l'équation (I.11), elle exprime le comportement du système sur la surface de glissement  $S(x) = 0$ . Elle permet le maintien de la variable à contrôler sur la surface de glissement. Ceci est exprimé par :

$$S(x) = \dot{S}(x) = 0 \quad (\text{I.11})$$

Après substitution de  $\dot{x}$ , il résulte

$$\frac{\partial S}{\partial x} [f(x) + g(x)u_{eq}] = 0 \quad (\text{I.12})$$

Où  $u_{eq}$  est la commande équivalente, solution de l'équation (I.11) alors :

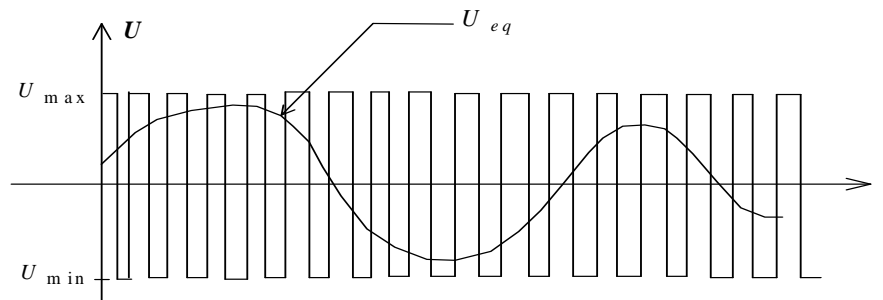
$$u_{eq} = - \left[ \frac{\partial S}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} f(x) \quad (\text{I.13})$$

La commande équivalente est bien définie si et seulement si  $\frac{\partial S}{\partial x} g(x)$  est inversible pour tout  $t$  et  $x$ .

D'après l'équation de la commande équivalente, il s'ensuit que le mouvement sur  $S$  est gouverné par l'équation  $\dot{x} = f(x) + g(x)u_{eq}$  ou encore :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[ I - g(x) \left[ \frac{\partial S}{\partial x} g(x) \right]^{-1} \frac{\partial S}{\partial x} \right] f(x) \\ S(x) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

Physiquement, la commande équivalente représente la valeur moyenne de la commande  $u$  (Figure I.7).

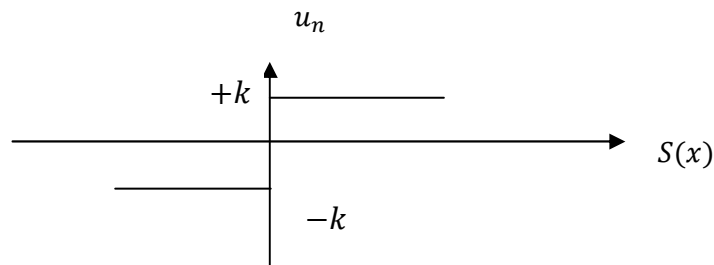


**Figure I.7** Caractéristique dynamique de la grandeur de Commande équivalente.

### b. Calcul de la loi de commande discontinue

La loi de commande discontinue (non linéaire) est déterminée pour satisfaire les conditions de convergence. Cette commande est très importante pour éliminer les effets d'imprécision du modèle et de perturbations extérieures.

La forme la plus simple que peut prendre cette commande est celle d'un relais, (Figure I.8).



**Figure I.8** La fonction signe

$$u_n = k \operatorname{sign}(S(x)) = \begin{cases} +k & \text{si } S(x) > 0 \\ -k & \text{si } S(x) < 0 \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

### I.5 Le phénomène du chattering

Un régime glissant idéal requiert une commande pouvant commuter à une fréquence infinie. Évidemment, pour une utilisation pratique, seule une commutation à une fréquence finie est possible, ce qui cause un retard entre la mesure de la sortie et le calcul de la commande, qui peut être amplifié si le système présente naturellement des retards ou des dynamiques négligées.

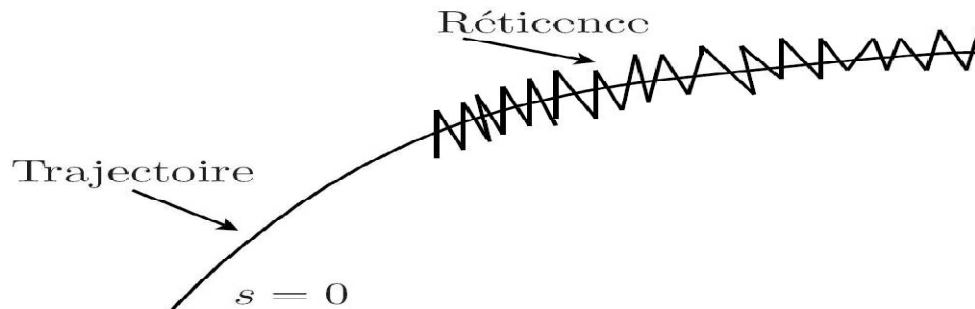
Ainsi, durant le régime glissant, les discontinuités appliquées à la commande peuvent entraîner des oscillations haute fréquence de la trajectoire du système autour de la surface de glissement, un phénomène appelé réticence ou **chattering** en anglais [figure I.9].

Le phénomène de réticence ( Broutement ) constitue un inconvénient majeur non négligeable, car même s'il est possible de le filtrer à la sortie du processus, il est susceptible d'exciter les modes de hautes fréquences qui n'ont pas été pris en compte lors de la modélisation du système, cette commande peut provoquer sur les systèmes mécaniques un bruit à haute fréquence et des oscillations préjudiciables à leur structure.

Sur des systèmes autres que mécaniques, les oscillations engendrées peuvent poser d'autres problèmes (réduction de précision, créations d'ondes électromagnétiques néfastes, ou autres ondes amplifiées par le système ....).

Ceci peut provoquer une détérioration anticipée de l'organe de commande ou de certaines parties du système à cause de trop fortes oscillations.

Dans le but de réduire ou d'éliminer ce phénomène, de nombreuses solutions ont été proposées: la méthode de la couche limite [Slot84] qui permet de remplacer la fonction discontinu signe par une fonction plus lisse, méthode basée sur un observateur [Bond85] et la technique des modes glissant d'ordre supérieur qui a été introduite par Levantovsky [Leva99].



**Figure I.9** : phénomène de chattering

## I.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'une manière générale les concepts de la théorie des systèmes à structure variable et les modes glissants associés. La caractéristique principale de ces systèmes est que leur loi de commande change d'une manière discontinue selon une logique de commutation déterminée. Les commutations de la commande s'effectuent selon le signe de la surface de glissement afin de générer la commande d'ouverture ou de fermeture, dont le but est de forcer la dynamique du système à atteindre l'état désiré en un temps fini.

Nous avons aussi présenté les concepts de base de la commande par modes glissants, à savoir : choix de la surface de glissement, conditions d'existence et de convergence et quelques solutions pour réduire le phénomène de chattering.

## II.1.Introduction

Dans l'analyse des systèmes de commande non linéaire, il n'existe pas de méthodes générales pour la synthèse des régulateurs non linéaires. Ce qu'il y a, est plutôt une collection d'alternatives et de techniques complémentaires, chacune bien applicable à une classe particulière de problèmes de commande non linéaire.

Entre autres, la linéarisation par retour d'état dont la philosophie consiste à transformer des modèles du système original en des modèles équivalents linéaires de forme simple, et ce à l'aide d'un retour d'état.

Dans ce chapitre, nous aborderons d'abord la linéarisation autour d'un point de fonctionnement et ensuite nous donnerons une approche de la linéarisation entrée/sortie par retour d'état. C'est une transformation globale de coordonnées non linéaires qui fait appel à des notions fondamentales de la géométrie différentielle et de l'algèbre de Lie.

## II.2 Généralités sur les systèmes non linéaires

La représentation d'état des systèmes non linéaires est donnée par un ensemble d'équations différentielles non linéaires du premier ordre de type :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \quad \text{équation d'état} \quad (\text{II.1})$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) \quad \text{équation de la sortie} \quad (\text{II.2})$$

Où :  $x(t)$ ,  $y(t)$  et  $u(t)$  représentent respectivement le vecteur d'état, le vecteur de sortie et le vecteur commande.  $f$  et  $h$  sont des fonctions vectorielles de dimensions  $n$  et  $p$  respectivement.

## II.3 Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

Le but de la linéarisation d'un système autour d'un point de fonctionnement est d'arriver à une forme standard linéaire qui s'écrit comme suit :

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (\text{II.3})$$

Considérons la dynamique d'un système non linéaire de la forme suivante :

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (\text{II.4})$$

La linéarisation du système autour du point de fonctionnement  $(x_0, u_0)$  nécessite le calcul des matrices du système linéaire :

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{(x_0, u_0)} \\ B = \left[ \frac{\partial f}{\partial u} \right]_{(x_0, u_0)} \end{array} \right. \quad (\text{II.5})$$

L'approximation linéaire du système est :

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A. \bar{x} + B. \bar{u} \quad (\text{II.6})$$

Où :

$$\bar{x} = x - x_0 \quad \text{et} \quad \bar{u} = u - u_0$$

$$A = \frac{df}{dx}_{(x_0, u_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (\text{II.7})$$

$$B = \frac{df}{du}_{(x_0, u_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (\text{II.8})$$

## II.4 Linéarisation entrée/sortie par bouclage

Nous présenterons dans la suite un rappel sur la notion de difféomorphisme et aussi sur les notions de l'algèbre de Lie et du degré relatif.

L'application de la loi de commande se fait en plusieurs étapes que sont :

- le changement de coordonnées ;
- la construction d'un nouveau système non linéaire dans le nouvel espace de coordonnées ;
- l'application de la loi de commande de linéarisation entrée-sortie par retour d'état.

### II.4.1 Notions de géométrie différentielle

Pour un système linéaire, on passe d'une représentation d'état à une autre par un changement de base (nouveau vecteur d'état).

la description générale d'un système linéaire est donnée comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= cx\end{aligned}\tag{II.9}$$

On considère un changement de variable :  $z = Tx$  où :  $T$  est une matrice inversible non singulière de dimension  $n \times n$ .

Le système sera décrit comme suit dans la nouvelle coordonné :

$$\begin{aligned}\dot{z} &= \bar{A}z + \bar{B}u \\ y &= \bar{C}z\end{aligned}\tag{II.10}$$

Pour laquelle

$$\bar{A} = TAT^{-1}, \quad \bar{B} = TB, \quad \bar{C} = CT^{-1}\tag{II.11}$$

Si le système est non linéaire, il est plus significatif de considérer un changement de coordonnées non linéaires. Le changement non linéaire de coordonnées peut être décrit dans la forme :  $z = \varphi(x)$  où  $\varphi(x)$  est une fonction vectorielle de  $n$  variables donnée par :

$$\varphi(x) = \begin{bmatrix} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \varphi_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix}\tag{II.12}$$

Possèdent les propriétés suivantes :

- $\varphi(x)$  est une application bijective (inversible) ;
- $\varphi(x)$  et  $\varphi^{-1}(z)$  sont des fonctions différentiable.

Une transformation de ce type est appelée difféomorphisme globale dans  $\mathfrak{R}^n$ . La première de ses deux propriétés est clairement relative au besoin d'inversibilité de la transformation afin de pouvoir retrouver le vecteur d'état original selon :  $x = \varphi^{-1}(z)$ , et la deuxième garantit que la description du système dans les nouvelles coordonnées est infiniment différentiable .

### Remarques

- Si ces deux propriétés sont vérifiées pour tout  $x \in \mathfrak{R}^n$ , alors  $\varphi(x)$  est un difféomorphisme global sur  $\mathfrak{R}^n$ .

- Si la Jacobienne de  $\varphi(x)$  évalué au point  $x = x_0$  ( $x_0$  est un point d'équilibre) est non nul, alors :  $\varphi(x)$  est un difféomorphisme local.

#### II.4.2 Dérivée de Lie

Soit  $h$  une fonction de classe  $C^l$  de  $\mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ .

On appelle dérivée de Lie dans la direction de  $f(x)$ , notée  $L_f h(x)$ , l'expression suivante :

$$L_f h(x) = \frac{\partial h(x)}{\partial x} \cdot f(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial h(x)}{\partial x_i} \quad (\text{II.13})$$

$$\left( L_f = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \right) \quad (\text{II.14})$$

Pour cette formule, les champs de vecteurs associés à ce système sont donnés par :

$$f(x) = \sum_{i=1}^n f_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (\text{II.15})$$

$$g(x) = \sum_{i=1}^n g_i(x) \frac{\partial}{\partial x_i} \quad (\text{II.16})$$

La dérivation de l'expression  $L_f h(x)$  suivant la direction de  $g(x)$  donne :

$$L_g (L_f h(x)) = \frac{\partial (L_f h(x))}{\partial x} \cdot g(x) \quad (\text{II.17})$$

#### Remarque

Si  $h(x)$  est différenciée  $n$  fois suivant la direction de  $f(x)$ , par récurrence on aura :

$$L_f^k h(x) = \frac{\partial (L_f^{n-1} h(x))}{\partial x} \cdot f(x) \dots \forall n \geq 1 \quad (\text{II.18})$$

#### II.4.3 Crochet de Lie

Il est défini par :

$$[f, g] = \frac{\partial g}{\partial x} \cdot f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} \cdot g(x) \quad (\text{II.19})$$

Tel que :

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{II.20})$$

Cette expression constitue un nouveau champs de vecteurs noté  $[f, g](x)$ , appelé crochet de Lie de  $f$  et  $g$ .

La répétition de cette opération plusieurs fois aboutit à d'autres champs de vecteurs  $[f, [f, \dots, [f, g]]](x)$ .

#### ❖ Propriétés du Crochet de Lie

➤ Soit  $f_1, f_2, g_1$  et  $g_2$  des champs de vecteurs,  $r_1$  et  $r_2$  deux nombres réels. Alors :

$$[r_1 f_1 + r_2 f_2, g_1] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_2, g_1] \quad (\text{II.21})$$

$$[f_1, r_1 g_1 + r_2 g_2] = r_1 [f_1, g_1] + r_2 [f_1, g_2] \quad (\text{II.22})$$

➤ Anti-symétrie :

$$[f, g] = -[g, f] \quad (\text{II.23})$$

➤ Identité de Jacobi :

Soient  $f, g$  et  $h$  des champs de vecteurs alors :

$$[f, [g, h]] + [g, [h, f]] + [h, [f, g]] = 0 \quad (\text{II.24})$$

#### II.4.4 Distribution

Une distribution  $\Delta$  est un espace ou un sous-espace vectoriel engendré par une base formée par les champs de vecteurs  $f_1, f_2, \dots, f_d$  :

$$\Delta = \text{span}(f_1, f_2, \dots, f_d) \quad (\text{II.25})$$

#### II.4.5 Distribution involutive

La distribution  $\Delta = \text{span}(f_1, f_2, \dots, f_d)$  est dite involutive si tout crochet  $[f_i, f_j], \forall i, j = 1, \dots, d$  appartient à  $\Delta$ .

C'est-à-dire qu'on peut exprimer tout crochet de Lie  $[f_i, f_j]$  en combinaison linéaire des vecteurs  $(f_1, f_2, \dots, f_d)$  qui engendre la distribution :

$$[f_i, f_j] = \sum_{k=1}^d \alpha_{ij(k)} f_k(x) \quad \text{ou bien} \quad [f_i, f_j] \in \Delta \quad (\text{II.26})$$

$\alpha_{ij}$  : coefficient

### II.4.6 Degré relatif

Soit le système non linéaire mono-entrée mono-sortie défini comme suit :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \quad (\text{II.27})$$

$$y = h(x) \quad (\text{II.28})$$

Un système de forme (II.27) possède un degré relatif égal  $r$  (nombre entier) en un point  $x_0$  si :

$$L_g L_f^i h(x) = 0 \quad 0 \leq i < r - 1 \quad (\text{II.29})$$

$$L_g L_f^{r-1} h(x) \neq 0 \quad (\text{II.30})$$

Le degré relatif d'un système non linéaire correspond au nombre de fois qu'il faut dériver la sortie pour faire apparaître explicitement l'entrée.

### II.5. Linéarisation entrée / sortie : cas multivariable

Nous nous intéresserons aux systèmes multivariables ayant le même nombre  $m$  d'entrées et de sorties, nous les appelons par ailleurs systèmes carrés définis comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot u_i \\ y_1 = h_1(x) \\ \dots \\ y_m = h_m(x) \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Avec  $f(x), g_1(x), \dots, g_m(x)$  sont des champs de vecteurs, et  $h_1(x), \dots, h_m(x)$  sont des fonctions lisses définies sur un ouvert de  $\mathfrak{R}^n$  exprimées de la forme :

$$g(x) = [g_1(x) \dots \dots g_m(x)]$$

$$h(x) = \text{col}(h_1(x) \dots \dots h_m(x))$$

$x, y$  et  $u$  sont respectivement le vecteur d'état, de sortie et de commande.

$$u = \text{col}(u_1 \dots \dots u_m)$$

$$y = \text{col}(y_1 \dots \dots y_m)$$

Sont respectivement des matrices  $n \times m$  et des vecteurs  $m$  dimension.

### II.5.1.Degré relatif

Considérons un système non linéaire à  $m$  variables (  $m$  entrées et  $m$  sortie ), il possède un vecteur de degré relatif  $\{r_1, \dots, r_m\}$  au point  $x_0$  si :

$$(a)- \quad L_{g_j} L_f^k h_i(x) = 0$$

$$\text{pour tout :} \quad 1 \leq i \leq m \qquad 1 \leq j \leq m \qquad k \leq r_i - 1$$

et pour tout  $x$  au voisinage de  $x_0$

(b)- La matrice carrée :

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g_1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{g_m} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

Soit non singulière pour  $x = x_0$

$r_i$  est le plus petit entier pour lequel au moins un élément du vecteur

$[L_{g_1} L_f^k h_1(x), L_{g_2} L_f^k h_2(x) \dots \dots L_{g_m} L_f^k h_m(x)]$  soit nul.

### II.5.2.Résolution du problème avec bouclage

Le but est de trouver un retour d'état :

$$u = \alpha(x) + \beta(x)v \quad (\text{II.33})$$

Tel que le système  $(h, f + g\alpha(x) + g\beta(x)v)$  soit découplé.

Le bouclage est dit régulier si  $\beta(x)$  est une matrice inversible.

La méthode de la linéarisation (entrée-sortie) par retour d'état des systèmes non linéaires multivariables est obtenue, similaire à celle du cas des systèmes monovariables, par la différentiation des sortie  $y_i$  jusqu'à l'apparition au moins d'une entrée  $u_j$  dans l'expression  $y_i^{(r_i)}$ .

En supposant que le degré relatif  $r_i$  est le plus petit entier tel que l'une des entrées apparait sur  $y_i^{(r_i)}$ , alors :

$$y_i^{(r_i)} = L_f^{r_i} h_i + \sum_{j=1}^m L_g L_f^{r_i-1} h_j u_j$$

On obtient :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = A(x) + B(x)u \quad (\text{II.34})$$

Avec:

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.35})$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_g L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_g L_f^{r_1-1} h_m(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_g L_f^{r_m-1} h_1(x) & \cdots & L_g L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.36})$$

$A(x)$  : vecteur colonne  $m \times 1$  et  $B(x)$  est appelé **matrice de découplage**.

On cherche le retour d'état tel que le lien entrée-sortie du système soit linéaire découplé.

Soit le retour de la forme (II.33), où  $v$  est le vecteur d'entrée auxiliaire de référence  $m \times 1$ .

Remplaçons l'expression  $u(x)$  dans l'équation (II.34) :

$$\begin{bmatrix} y_1^{(r_1)} \\ \vdots \\ y_m^{(r_m)} \end{bmatrix} = A(x) + B(x) [\alpha(x) + \beta(x)v] \quad (\text{II.37})$$

Si nous prenons :

$$A(x) + B(x) [\alpha(x) + \beta(x)v] = v \quad (\text{II.38})$$

On aura :

$$\alpha(x) = -B^{-1}(x)A(x)$$

$$\beta(x) = B^{-1}(x) \quad (\text{II.39})$$

alors :

$$u(x) = B^{-1}(x)[-A(x) + v] = B^{-1}(x) \begin{bmatrix} v_1 - L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ v_m - L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.40})$$

$u$  : est appelé retour d'état découplant

L'équation (II.37) prend la forme suivante :

$$\begin{cases} y_1^{(r_1)} = v_1 \\ \dots \\ y_m^{(r_m)} = v_m \end{cases} \quad (\text{II.41})$$

Cette forme représente le lien entrée-sortie qui est linéaire et découplé

Où  $v_i$  : pour tout  $1 \leq i \leq m$ , sont les lois de commande qui vont permettre la stabilisation de chaque sous-système de dimension  $r_i$ .

En générale, on choisit  $v_i$  comme suit :

$$v_i = -K_{r-1} y_i^{r_i-1} - \dots - K_1 \dot{y}_i - K_0 y_i \quad (\text{II.42})$$

Où :  $K_i$  : pour tout  $0 \leq i \leq r_i - 1$  est une matrice définit positive ses coefficients de cette matrice sont choisit de tels sorte à obtenir la sortie désirée en boucle fermée .

### II.5.3. Le cas de poursuite

Le problème de poursuite dans le cas des systèmes non-linéaire est difficile car la sortie dépend de l'entrée de façon souvent très complexe. Il n'est pas aussi facile qu'en linéaire de calculer l'entrée permettant d'obtenir la sortie désirée.

L'idée consiste si c'est possible à simplifier la relation entrée / sortie.

Nous reprenons le même système MIMO carré non linéaire décrit par l'équation (II.31), notre objectif reste la poursuite de trajectoire.

Soit  $y_d(t)$  le vecteur de référence tel que :

$$y_d(t) = [y_{d1}(t), \dots, \dots, y_{dm}(t)]^t$$

Soit  $e_i(t)$ , l'erreur entre les composantes  $y_{di}(t)$  et  $y_i(t)$  le vecteur des références et de sortie respectivement. Elle est donnée par l'expression :

$$e_i(t) = y_i(t) - y_{di}(t) \quad (\text{II.43})$$

La loi de commande qui sera appliquée à ce système dans ce cas de poursuite sera donnée comme suit :

$$u(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_1 - L_f^{r_1} h_1(x) \\ \vdots \\ v_m - L_f^{r_m} h_m(x) \end{bmatrix} \quad (\text{II.44})$$

En générale, on choisit  $v_i$  comme suit :

$$v_i = y_d^{r_i} - K_{r-1} e_i^{r_i-1} - \cdots - K_1 \dot{e}_i - K_0 e_i \quad (\text{II.45})$$

Où :  $K_i$  : pour tout  $0 \leq i \leq r_i - 1$  les coefficients de cette matrice sont choisis de telle sorte à obtenir la sortie désirée en boucle fermée ( $e_i = 0$ ).

## II.6 Synthèse de la commande par modes glissants

Le problème majeur des techniques de linéarisation entrée/sortie par retour d'état est la robustesse. Ce problème est dû aux incertitudes paramétriques et aux perturbations externes agissant sur le système. Pour y remédier à cela, nous appliquons la commande par modes glissants, connue par ses propriétés de robustesse.

Prenons exemple d'un système qui possède un degré relatif  $r = 1$ , son lien entrée/sortie du système linéarisé s'écrit comme suit :

$$\dot{y} = v \quad (\text{II.46})$$

On choisit :

$$v = \dot{y}_d - K_0 (y - y_d) \quad (\text{II.47})$$

Où l'erreur s'écrit :  $e(t) = y - y_d$  ;

$K_0$  : constante positive.

$$\text{D'où on obtient l'équation d'erreur : } \dot{e} + K_0 e = 0 \quad (\text{II.48})$$

En commande par modes glissants, l'équation des erreurs décrite par l'équation (II.48) est remplacée par :

$$\dot{S} + k \times \text{sign}(S) = 0 \quad (\text{II.49})$$

La surface  $S$  est définie selon Slotine :

$$S(x(t)) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{r-1} e(x) \quad (\text{II.50})$$

Où  $\lambda$  : est un scalaire positive

La loi de commande par modes glissants s'écrit comme suit :

$$u(x) = \begin{bmatrix} L_{g1} L_f^{r_1-1} h_1(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_1-1} h_1(x) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{g1} L_f^{r_m-1} h_m(x) & \cdots & L_{gm} L_f^{r_m-1} h_m(x) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -L_f^{r_1} h_1(x) - K \times \text{sign}(S_1) + y_{d1}^{(r_1)} \\ \vdots \\ -L_f^{r_m} h_m(x) - K \times \text{sign}(S_m) + y_{dm}^{(r_m)} \end{bmatrix} \quad (\text{II.51})$$

Si  $r = 1$  :  $S(x) = e(x)$

## II.7. Conclusion

Dans ce chapitre, on a exposé la méthode de linéarisation entrée/sortie par retour d'état des systèmes non linéaires affines par rapport aux entrées. Une méthode qui, pour les systèmes monovariabiles comme les systèmes multivariabiles, exige l'égalité du degré relatif avec la dimension du système.

Il en résulte un système linéaire complètement découplé dans le cas multivariable, ce qui rend toute la théorie de la commande linéaire utile pour la synthèse de la loi de commande ainsi que la commande à structure variable.

### III.1 Introduction

La construction des centrales électriques, couramment utilisées à la production d'électricité, requiert un choix judicieux des paramètres techniques tels que :

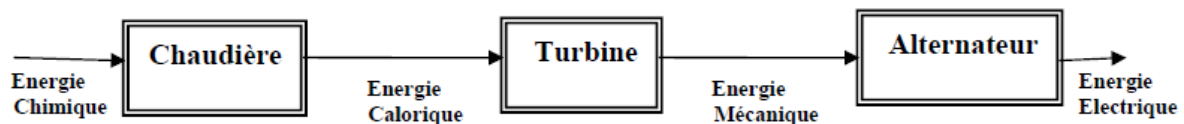
- La puissance qui dépend de la demande du réseau.
- Le type de centrale : à cycle vapeur, de turbine à gaz, à cycle combiné.
- Le rendement qui conditionne la hauteur de l'investissement et les frais d'approvisionnement en combustible.

Les générateurs de vapeur représentent une partie cruciale de la plupart des centrales électriques dans la génération de la vapeur à haute pression. Cette dernière se transforme en une force motrice qui fait tourner la turbine.

La fonction du générateur de vapeur est d'échanger la chaleur entre le circuit primaire chauffé par le réacteur (pétrole, gaz ..... ) et le circuit secondaire qui fait tourner la turbine à contre pression entraînant un alternateur.

Les générateurs de vapeur les plus puissants atteignent environ 1100 méga Watts.

Le schéma de la Chaudière –Turbine pour la production d'électricité est donné par la figure suivante:



**Figure III.1 :** schéma du système Chaudière- Turbine

### III.2 Le principe de fonctionnement d'un système à base de Boiler-Turbine

Le boiler (chaudière) représente une part prépondérante dans l'investissement d'une centrale thermique, sa conception est toujours adaptée au combustible à brûler, en vue du meilleur choix techno-économique. La diversité des combustibles à brûler, les politiques très dépendantes du contexte politique et économique de chaque pays rendent difficile la standardisation du Boiler.

Toutefois, en fonction de l'expérience acquise, on peut mentionner trois types de Boiler correspondant aux trois catégories courantes de combustibles : fuel, charbon gras, lignite.

Pour réaliser la transformation de l'enthalpie de formation, contenue dans un combustible, en une vapeur sous pression à haute température dans une installation Boiler à haute pression, associée à une turbine à contre pression entraînant un alternateur (voir la figure III.1), La combustion s'effectue dans le foyer des brûleurs, après avoir convenablement préparé le combustible, en introduisant la quantité nécessaire d'oxygène prise de l'air extérieur, pulsé vers le foyer à l'aide de ventilateur de soufflage. Le passage de cet air à travers le réchauffeur, permet le refroidissement des fumées à la sortie du Boiler et assure le séchage du combustible, améliorant le rendement de la combustion.

Avant de refouler les fumées à haute température vers les cheminées, elles passent à travers une chaîne d'échangeurs et aussi à travers des faisceaux vaporisateurs, dans le but de transférer leurs chaleurs. La température de la vapeur augmente progressivement dans le réchauffeur pour atteindre la température de saturation dans le resurchauffeur. Les fumées passent en dernière étape, dans l'économiseur puis le réchauffeur d'air.

L'eau provenant du réservoir, est progressivement réchauffée dans l'économiseur pour aboutir à une température peu inférieure à celle de la saturation. Une partie de l'eau est dérivée avant l'entrée de l'économiseur, et pulvérisée dans la vapeur surchauffée, pour créer une zone froide où se concentrent les gaz incondensables. Elle sert ainsi au réglage de la température de la vapeur à la sortie du dernier réchauffeur.

Les bulles de vapeur sont générées en quantité de plus en plus grande, dans le ballon du Boiler. Le mélange d'eau et de vapeur appelé émulsion, tourne dans un circuit fermé. La vapeur saturée produite, est séparée de l'émulsion dans un séparateur et se trouve remplacée dans le circuit vaporisant par l'eau en provenance de l'économiseur.

Cette vapeur saturée sort de l'extrémité de ce circuit, pour passer ensuite dans le resurchauffeur, dans lequel elle s'échauffe progressivement, et elle est acheminée directement vers l'arbre de la turbine.

Le resurchauffeur permet d'élever la température de la vapeur à moyenne pression, envoyée depuis la turbine jusqu'à une valeur en général égale ou supérieure à celle de la sortie de la vapeur surchauffée. La resurchauffe s'effectue par passage dans des échangeurs disposés séparément dans le circuit des fumées, elle est assurée par une rampe injectant la vapeur soutirée de la turbine dans la masse d'eau. Le désurchauffeur assure la protection des échangeurs et de la turbine contre les dépassements intempestifs de la température.

L'énergie cinétique de la vapeur resurchauffée est transformée en énergie mécanique, tournant ainsi l'arbre de la turbine accouplé à un alternateur où est générée l'énergie électrique à la sortie de ce dernier.

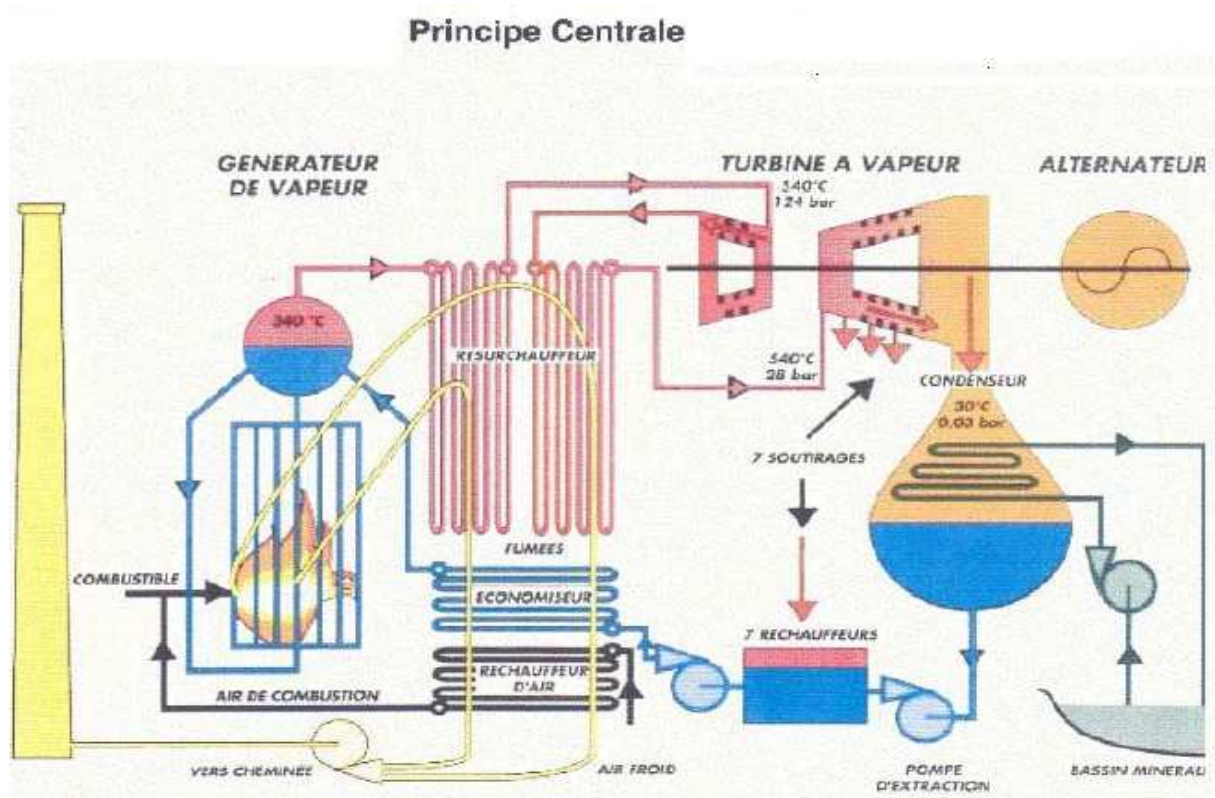


Figure III.2 : Schéma du Boiler -Turbine

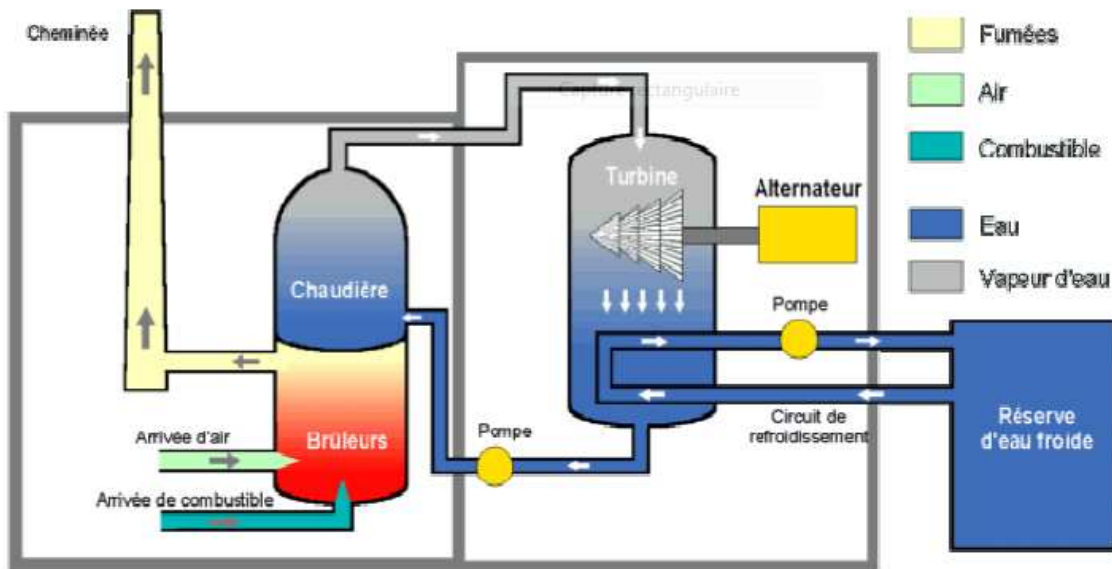


Figure III.3 : Schéma synoptique d'une centrale avec les différents fluides circulants

### III.2.1 Constituant de la chaudière

Un générateur de vapeur comprend essentiellement les éléments suivants (figure III.2) :

- La chambre de combustion : foyer dans lequel le combustible est brûlé.
- Le ventilateur de soufflage : il envoie l'air nécessaire à la combustion. L'air reçoit de la chaleur cédée par les gaz de combustion.
- Le réchauffeur d'air: pour réchauffer l'air ambiant en utilisant la chaleur des gaz de combustion
- Le ventilateur de tirage: qui aspire les gaz de combustion pour les refouler dans l'atmosphère à travers une cheminée.
- L'économiseur: qui permet le réchauffement de l'eau nécessaire au ballon.
- Le réservoir: qui reçoit l'eau sortante de l'économiseur.
- Le faisceau de vaporisation (écran) : il est alimenté par l'eau venant du réservoir. La vapeur saturée produite se rassemble au-dessus du niveau d'eau dans le ballon.
- Les surchauffeurs: ils reçoivent la vapeur saturée contenue dans le ballon. Leurs rôles sont de dessécher et surchauffer la vapeur.
- Le resurchauffeur: qui reçoit la vapeur détendue dans le corps haute pression de la turbine. La température de la vapeur augmente pendant sa circulation dans le resurchauffeur pour atteindre à sa sortie une température voisine ou égale à la température de la vapeur surchauffée.
- La cheminée: qui permet l'évacuation des gaz de combustion.

### III.2.2 Le Modèle dynamique du Boiler-Turbine

Le rôle d'un Boiler est essentiellement de transmettre l'énergie sous forme de chaleur à de l'eau sous pression pour obtenir, de l'eau surchauffée sous pression, de la vapeur ou un fluide à l'état supercritique devenant de la vapeur par détente .De plus, le Boiler-Turbine de grande puissance sont en général associés à un alternateur pour produire de l'énergie électrique.

La modélisation de la dynamique du système est basée fondamentalement, sur les principes de conservation de masse et d'énergie .On peut considérer quatre catégories de données nécessaires pour déterminer un Boiler, qui obligent à effectuer une conception sur mesure :

- Les conditions de fonctionnement
- Les caractéristiques de l'eau et de la vapeur
- Les caractéristiques des combustibles et leurs conditions optimales de combustion.
- Les performances attendues et les conditions normales ou extrêmes d'utilisation du matériel.

Le calcul d'un Boiler fait appel à plusieurs phénomènes physico-chimiques, appliqués à une succession d'éléments, le plus souvent assimilés à des échangeurs. Il est important de prendre en compte les interactions de ces échangeurs entre eux. C'est l'une des raisons de complexité de calcul, qui vient s'y ajouter la nature complexe du combustible.

Le modèle développé par Bell et Astrom [Bel.Ast87] semble en première vue le plus rationnel. Il consiste à mesurer d'une part la quantité d'énergie introduite au Boiler et d'autre part, l'énergie apportée au fluide eau/vapeur, pendant un laps de temps. Ce modèle nécessite de connaître avec précision, le débit du combustible, le débit de vapeur, le débit d'eau d'alimentation et d'évaluer correctement les apports de chaleur extérieure. Lorsque les conditions de précision sont relativement réalisées, ce modèle est utilisé pour synthétiser une loi de commande convenable.

Nous présentons le modèle mathématique d'un ensemble chaudière–Turbine. Le modèle est basé sur les travaux d'Astrom et Eklund effectués sur le système Chaudière–Turbine du type : P16/G16 à SYDVENSKRAFT AB Plant in Malo, Suède en 1969. [Ast.Elk72]

Leur modèle a été ensuite étendu pour inclure la puissance, et Bell et Astrom [Bel.Ast87] l'ont combiné à leur travail pour produire un modèle non linéaire multivariable admettant comme variables d'entrée le débit de combustible (fuel), la position de la vanne de contrôle de vapeur (pression), et le débit d'eau d'alimentation du ballon et comme variables de sorties la pression de vapeur dans le ballon, la puissance électrique et la déviation du niveau d'eau.

L'inclusion de l'équation d'évaporation et la dynamique de la densité de fluide dans le modèle de Bell et Astrom apporte une prédiction raisonnable de la dynamique du niveau d'eau dans le ballon. Bien que le modèle soit d'ordre réduit, il est capable d'illustrer une dynamique complexe associée au système réel [Ast.Elk72].

Les dynamiques du système sont données par les équations différentielles suivantes: [Dim.Lee95].

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = -0.0018u_2p^{\frac{9}{8}} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \frac{dp_e}{dt} = (0.073u_2 - 0.016)p^{\frac{9}{8}} - 0.1p_e \\ \frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{85}(141u_3 - 1.1u_2p - 0.19p) \end{cases} \quad (\text{III. 1})$$

Où :

$p$  : la pression dans le ballon ( $\text{Kg/cm}^2$ ).

$p_e$  : la puissance électrique (MW).

$\rho$  : la densité du fluide ( $\text{Kg/m}^3$ ).

Les entrées normalisées du système sont:

$u_1$  : position de la vanne de combustion.

$u_2$  : position de la vanne de contrôle de vapeur.

$u_3$  : position de la vanne de l'eau d'alimentation.

Les sorties du système sont  $p$ ,  $p_e$  et  $X_w$  le niveau d'eau dans le ballon. La pression et la puissance sont simplement les deux premières variables d'état du système, alors que le niveau d'eau est donné par les relations auxiliaires suivantes:

$$X_w = 0.05 \left( 0.001538\rho + 100\alpha_{cs} + \frac{q_e}{9} - 67.975 \right) \quad (\text{III. 2})$$

$$\alpha_{cs} = \frac{(1 - 0.001538\rho)(0.8p - 25.6)}{\rho(1.0394 - 0.0012304p)} \quad (\text{III. 3})$$

$$q_e = (0.854u_2 - 0.147)p + 54.59u_1 - 2.514u_3 \quad (\text{III. 4})$$

Où:

$q_e$  : est le taux d'évaporation ( $\text{Kg/s}$ );

$\alpha_{cs}$  : est un indicatif de la qualité de vapeur.

❖ Les caractéristiques de la chaudière étudiée sont les suivantes:

- Débit vapeur en marche poussée maximum : 350t /h
- Débit vapeur en marche continue de pointe : 320t /h
- Débit d'eau d'alimentation en marche continue de pointe : 320t /h
- Le flux de la chaleur en marche continue de pointe : 200 MJ/s
- Pression de la vapeur saturée à l'intérieur de réservoir : 64 bars
- Température de la vapeur saturée à l'intérieur du réservoir : 280 °C
- Température de la vapeur surchauffée : 500 °C
- Température de l'eau d'alimentation : 135 °C

### III.3 La commande du système

#### III.3.1 Commande en combustion

La régulation de la combustion a pour but de maintenir constante la pression de la vapeur à la sortie de la chaudière en agissant sur le débit du combustible qui doit s'adapter rapidement aux variations de la charge.

Les gaz de combustion ont besoin d'être mélangés avec une quantité adéquate d'air pour que la combustion puisse se faire dans les meilleures conditions techniques

Le deuxième but de cette régulation est d'optimiser le processus de combustion en agissant sur le rapport gaz de combustion - air.

Le système de contrôle de la combustion doit tenir compte des spécifications suivantes :

- La demande en carburant ne doit jamais excéder le débit d'air mesuré.
- En cas d'augmentation de la charge, la demande de carburant doit suivre la demande d'air.
- La demande d'air ne peut jamais être inférieure au débit de carburant mesuré.
- En cas de diminution de la charge, la demande d'air doit suivre le carburant.

Lorsque le pouvoir calorifique du combustible est suffisamment constant, et lorsque son débit est mesurable, c'est la mesure de ce dernier qui est utilisée pour représenter le débit de chaleur. Au contraire, lorsque le pouvoir calorifique du combustible est variable ou bien lorsque son débit n'est pas mesurable, on remplace le débit de chaleur entrant dans le Boiler par un débit de chaleur sortant c'est-à-dire le débit de vapeur.

### III.3.2 Commande du niveau d'eau

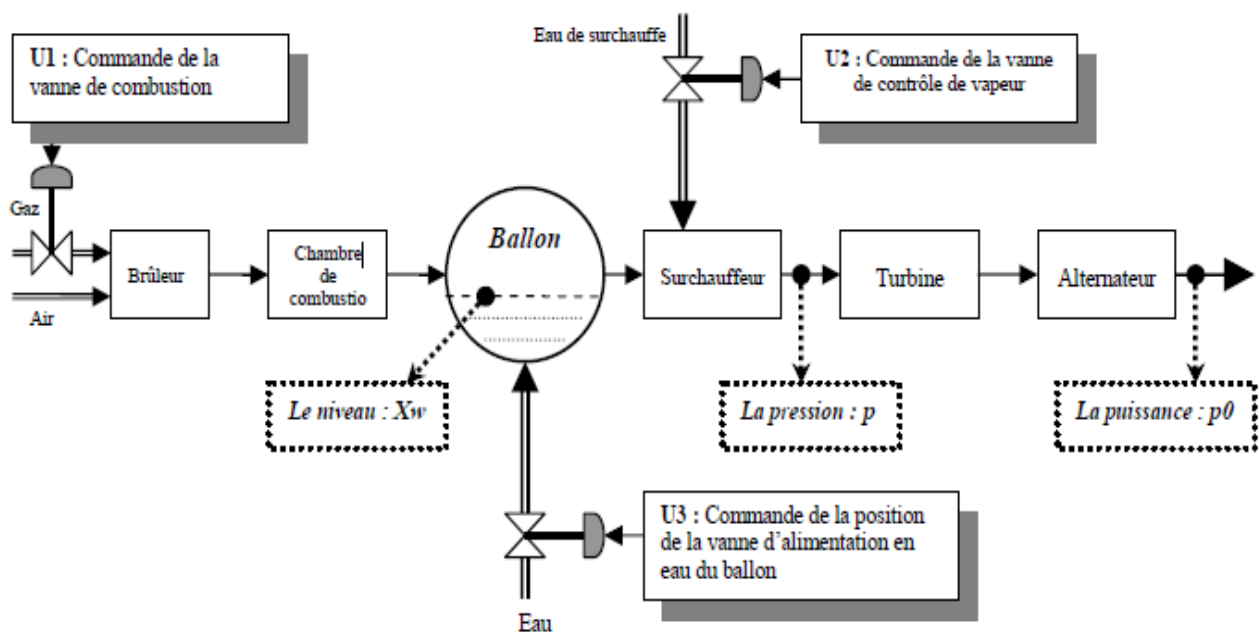
La qualité de la commande du niveau d'eau, entre deux limites admissibles de niveau haut et bas, joue un rôle important dans le fonctionnement normal du Boiler. Suivant la précision exigible, on fait appel à des systèmes de commande qui sont le niveau, le débit de vapeur et le débit d'eau.

Le niveau d'eau dans le ballon ne doit jamais être trop bas, sinon il y a risque de surchauffe de la vapeur d'eau produite qui peut entraîner l'éclatement du ballon. De plus, il faut assurer la quantité d'eau suffisante qui garantit le refroidissement des parties métalliques de la chaudière en contact avec les fumées.

Il ne doit pas non plus être trop haut, sinon l'eau liquide risque de passer dans les circuits de vapeur. La régulation automatique du niveau maintient en permanence celui-ci dans des limites acceptables.

La principale perturbation du niveau dans le ballon est le débit de vapeur. De manière naturelle le débit de soutirage de vapeur est intégrateur du niveau, et donc une augmentation de ce débit provoquera à terme une baisse du niveau, mais cet effet est caché dans un premier temps par un phénomène dynamique de gonflement.

Cette augmentation du débit de vapeur fait chuter la pression dans le ballon, ce qui provoque la détente des bulles de vapeur au sein du liquide et un accroissement de la vaporisation se traduisant par une augmentation du niveau.



**Figure III.4 :** Schéma fonctionnel d'un générateur de vapeur avec identification des variables contrôlées

### **III.3.3 Le bon fonctionnement du générateur de vapeur**

Le générateur de vapeur est un élément essentiel dans le bon fonctionnement des centrales électriques. La régulation du niveau d'eau de ces générateurs pose beaucoup de problèmes à basse charge, sa baisse provoque un surchauffage d'où la nécessité de le maintenir à un niveau donné, on estime que 30% des arrêts d'urgences sont dus à la mauvaise régulation du niveau d'eau dans le ballon. Il faut assurer la quantité d'air nécessaire qui permet de refroidir les parties métalliques dans la chaudière et le séchage du combustible se qui améliore le rendement de la combustion. Il faut signaler que le générateur de vapeur est un système à déphasage non minimal, fortement non linéaire et difficile à identifier tant qu'on ne peut pas l'isoler du reste de la centrale. À basse charge, les mesures du débit de vapeur sortant du générateur de vapeur deviennent de mauvaise qualité se qui dégrade les performances du système.

Pour le bon fonctionnement de la chaudière, les exigences suivantes doivent être autant que possible satisfaites :

- Le débit de vapeur réclamé puisse être assuré à chaque instant ;
- La pression à la sortie de la chaudière soit maintenu constante ainsi que la puissance électrique à la sortie de l'alternateur et aussi le niveau d'eau dans le ballon.
- La chaudière doit s'adapter rapidement aux variations de charges.

Ces aspects de fiabilité et de mauvaises qualité des mesures rendent la commande classique peu efficace ce qui nécessite de proposer un contrôleur robuste tenant compte des difficultés de réglage, et de l'environnement défavorable de fonctionnement (faibles charges).

### **III.4 Conclusion**

Dans ce chapitre, on a présenté le modèle du générateur de vapeur, ce processus industriel qui est d'autant plus complexe par sa structure physique comme par sa conduite, fait l'objet de recherches intensives traitant des problèmes divers liés principalement à sa modélisation et sa commande. Nous avons donné une description du système de commande, chargé de contrôler les différentes variables physiques devant la complexité du processus.

La source de complication de la commande du Boiler-Turbine est liée principalement au maintien du niveau d'eau dans le réservoir. C'est un problème de commande majeur qui a suscité de nombreuses recherches par la plupart des industriels. Le comportement à non minimum de phase de la dynamique du niveau d'eau se traduit physiquement par l'effet de gonflement, ce qui nécessite la mise en œuvre d'un système de contrôle assez robuste.

### IV.1.Introduction

Dans ce chapitre nous allons appliquer les différents algorithmes de commande développés au chapitre 2 et ce pour commander une chaudière à vapeur. Ce système est non linéaire et c'est un système multivariable possédant trois sorties : le niveau d'eau dans le ballon, la pression de vapeur et la puissance électrique et trois entrées qui seront assimilées aux signaux appliqués sur les vannes : une vanne pour le contrôle du débit d'alimentation de l'eau du ballon, une vanne pour contrôler le débit de combustible et une troisième vanne pour le contrôle du débit de vapeur qui sera injecté sur la turbine pour générer l'électricité. Afin de tester l'aptitude et la validité de ces différents algorithmes à structure variable sur notre processus, nous procéderons à des tests de simulations : en première phase, l'application d'une commande linéaire sur le modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement nominal puis sur le modèle non linéaire. En deuxième phase, on applique une commande linéarisante entrée/sortie par modes glissants sur le système non linéaire.

### IV.2 Commande du système par linéarisation autour d'un point de fonctionnement

Le modèle d'état non linéaire du système est décrit par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -0.0018u_2x_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \frac{dx_2}{dt} = (0.073u_2 - 0.016)x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \frac{dx_3}{dt} = \frac{1}{85}(141u_3 - 1.1u_2x_1 - 0.19x_1) \end{cases} \quad (IV.1)$$

Où :

$x_1$  : la pression dans le ballon ( $\text{Kg/cm}^2$ ).

$x_2$  : la puissance électrique (MW).

$x_3$  : la densité du fluide ( $\text{Kg/m}^3$ ).

Les entrées normalisées du système sont:

$u_1$  : position de la vanne de combustion.

$u_2$  : position de la vanne de contrôle de vapeur.

$u_3$  : position de la vanne de l'eau d'alimentation.

### IV.2.1 La linéarisation du système autour du point de fonctionnement

La linéarisation du système décrit par les équations d'états (IV.1) sera faite autour du point de fonctionnement  $(x_0, u_0)$ .

$$x_0 = [108 \quad 66.65 \quad 428]$$

$$u_0 = [0.34 \quad 0.69 \quad 0.436]$$

L'approximation linéaire du système est :

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = A \cdot \bar{x} + B \cdot \bar{u} \quad (\text{IV.2})$$

Où :

$$\bar{x} = x - x_0 \quad \text{et} \quad \bar{u} = u - u_0$$

$$A = \frac{df}{dx(x_0, u_0)} = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{dx_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{df_1}{dx_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_m}{dx_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{df_m}{dx_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.3})$$

$$B = \frac{df}{du(x_0, u_0)} = \begin{bmatrix} \frac{df_1}{du_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{df_1}{du_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{df_m}{du_1}(x_1, x_2, \dots, x_n) & \dots & \frac{df_m}{du_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} \quad (\text{IV.4})$$

Alors les matrices du système linéaire sont trouvées comme suit :

$$A = \begin{bmatrix} -2.509 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \\ 6.94 \cdot 10^{-2} & -0.1 & 0 \\ -6.69 \cdot 10^{-3} & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.349 & -0.15 \\ 0 & 14.155 & 0 \\ 0 & -1.389 & 1.659 \end{bmatrix}$$

La surface de glissement est donnée par :

$$S = C \cdot (x - x_{ref}) \quad (\text{IV.5})$$

$$\text{Avec :} \quad S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

$c_{ij}$  : Les paramètres de la surface de glissement

## IV.2.2 Calcul de la loi de commande

### ➤ La commande équivalente

En utilisant l'approche de la commande équivalente  $u_{eq}$  qui permet de maintenir les trajectoires d'états sur la surface de glissement

$$\dot{S}(x) = 0$$

Les conditions de convergence sont assurées et pour éviter toutes confusions on prend  $x = \bar{x}$ .

$$S(x) = C \cdot (x - x_{ref})$$

$$\dot{S}(x) = C \cdot \dot{x} = 0$$

$$C \cdot (A \cdot x + B \cdot u_{eq}) = 0$$

$$u_{eq} = -(C \cdot B)^{-1} (C \cdot A \cdot x) \quad (IV.6)$$

### La commande discontinue

On va appliquer une commande discontinue qui contraint le système à évoluer au voisinage de la surface de glissement sous la forme :

$$u_n = -K \cdot \text{sign}(S) \quad (IV.7)$$

La condition de la stabilité est vérifiée selon le critère de Lyapunov.

On choisit la fonction de Lyapunov :  $V(x) = \frac{1}{2} S^T(x) S(x)$  est une fonction scalaire positive.

La condition de convergence est donnée par:  $\dot{V}(x) < 0$

En dérivant l'équation de Lyapunov :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}^T(x) S(x) = (CAx + CBu_{eq} + CBu_n)S(x) \quad (IV.8)$$

En remplaçant les équations (IV.6) et (IV.7) dans l'équation (IV.8), on aura :

$$\dot{V}(x) = \dot{S}^T(x) S(x) = -CB(K \text{sign}(S(x)))S(x) = -CBK|S(x)|$$

Avec :  $K = \text{diag}([k_1 \quad k_2 \quad k_3])$  où  $k_1 > 0$ ,  $k_2 > 0$  et  $k_3 > 0$

$$\text{sign}(S(x)) \cong \frac{|S(x)|}{S(x)}$$

En tenant compte de l'expression de  $S(x)$ , on peut montrer que  $\dot{V}(x)$  est un vecteur dont toutes les composantes sont négatives quelque soit  $S(x)$ .

Ceci implique que l'état du système tend asymptotiquement vers son point d'équilibre.

Les matrices  $K$  et  $C$  sont choisies de manière à garantir la convergence de la trajectoire vers la surface de glissement.

Les matrices  $C$  et  $K$  sont choisies comme suit :

$$C = \begin{bmatrix} -0.1 & 0 & 0.16 \\ -0.9 & 0.6 & 0 \\ -0.8 & 0 & 0.5 \end{bmatrix}; K = \text{diag}([0.03 \quad 0.08 \quad 0.09])$$

➤ **La commande globale**

La commande globale sera écrite sous la forme :

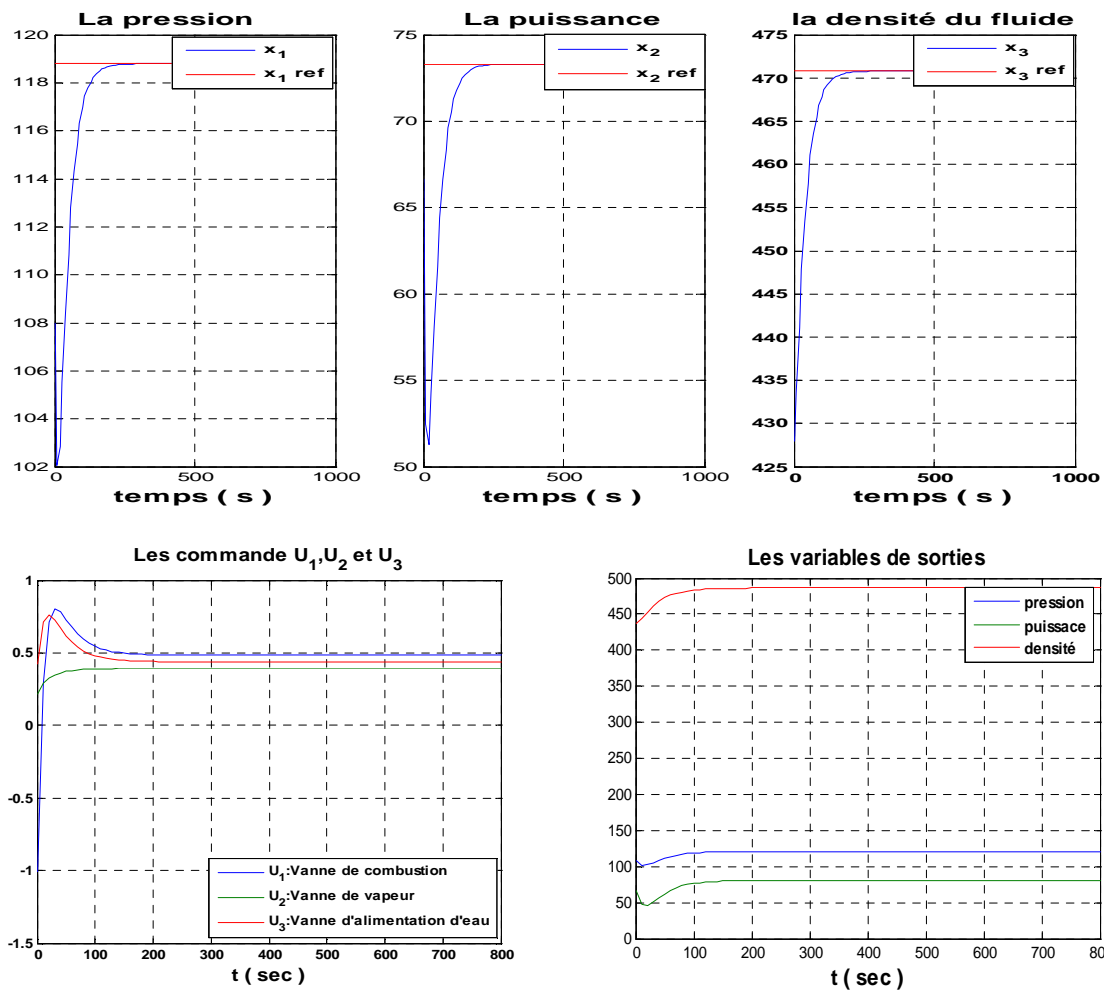
$$u = u_{eq} + u_n \tag{IV.9}$$

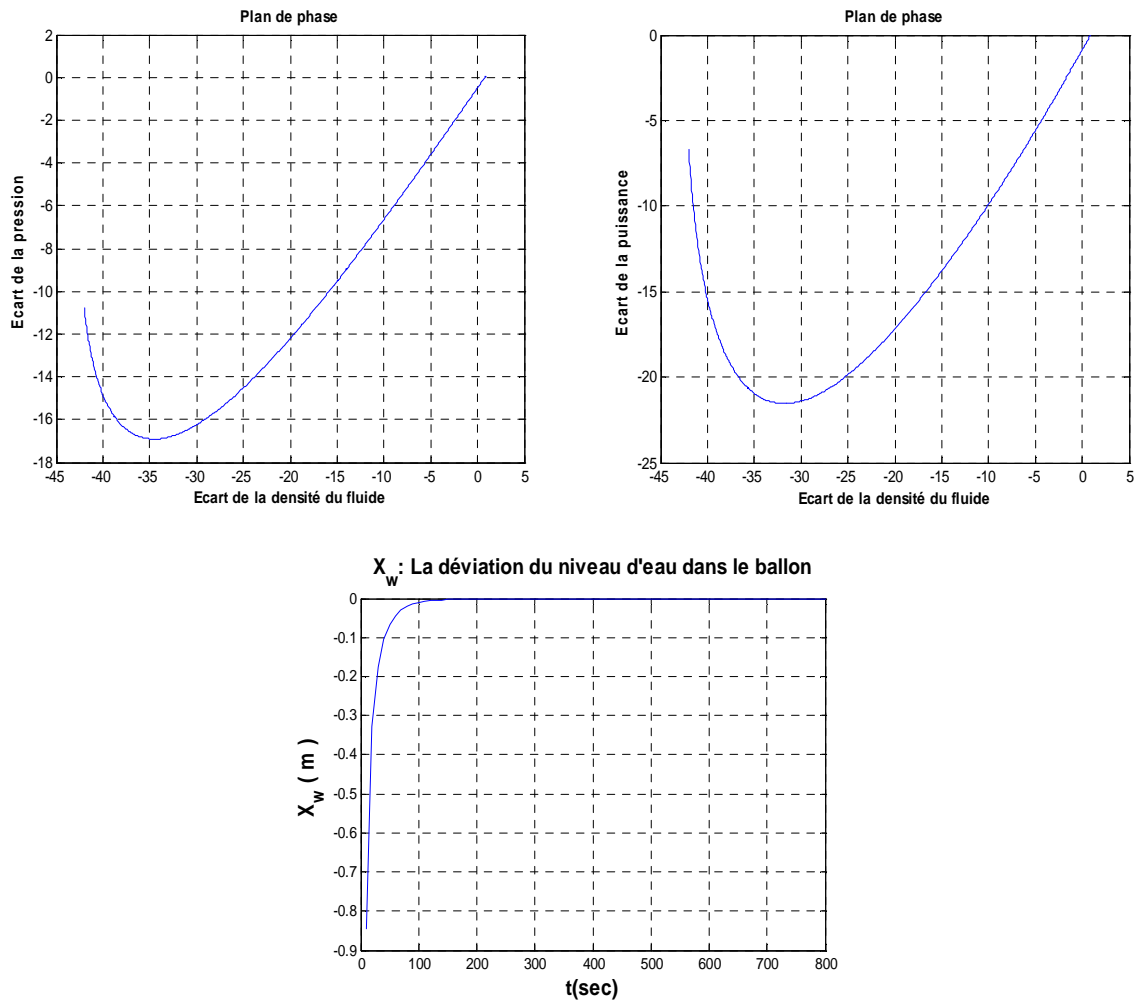
**Test 1 :**

Dans ce premier test nous allons amener le système au point de fonctionnement suivant :

$x_{ref} = [118.8 \quad 73.3 \quad 470.8]$  à partir du point nominal  $x_0 = [108 \quad 66.65 \quad 428]$ , on appliquant la commande décrite par l'équation (IV.9) au système linéarisé autour du point de fonctionnement (IV.2).

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :





**L'analyse des résultats de ce premier test donne les remarques et les observations suivantes :**

Les courbes montrent que les trajectoires d'état du système convergent asymptotiquement vers leurs références à partir du point nominal.

Les courbes qui représentent les commandes montrent que ces dernières rejoignent bien leurs références, avec un certain dépassement au début de la simulation pour les commandes  $U1$  et  $U3$ .

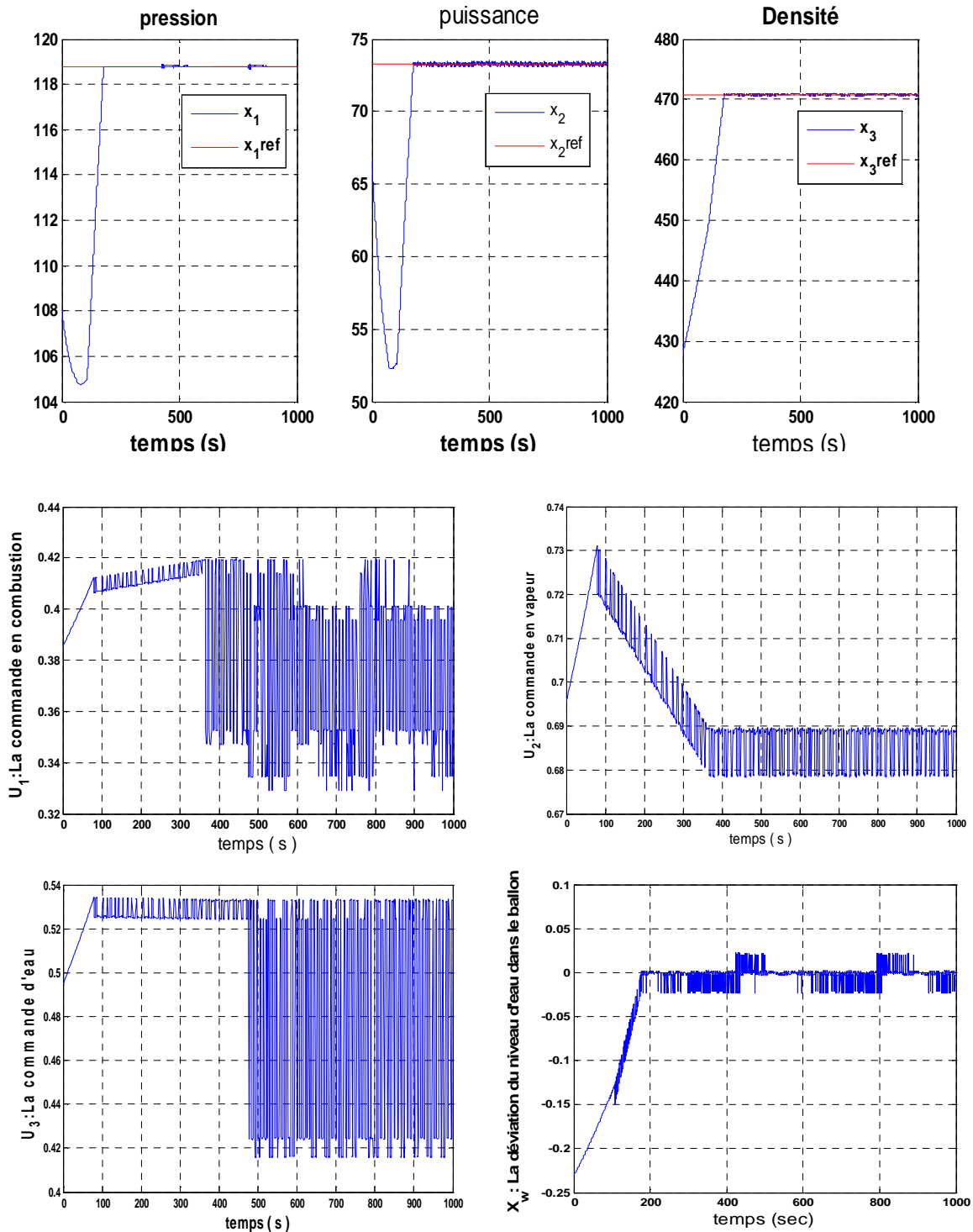
Les courbes des trajectoires d'états montrent que les variables d'état suivent parfaitement les références sans erreurs statiques en régime permanent. Après un certain temps le niveau d'eau dans le ballon se stabilise parfaitement.

Donc on peut conclure que notre contrôleur arrive à bien commander le système, tout en assurant la convergence de l'état du système vers le point d'équilibre.

**Test 2 :**

La simulation est effectuée avec le même contrôleur utilisé précédemment (IV.9), mais cette fois la commande sera appliquée sur le système non linéaire (IV.1)

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :



Les courbes ci-dessus montrent que :

Toutes les trajectoires d'état convergent vers les surfaces de glissement puis rejoignent le point d'équilibre désiré et oscille autour, on remarque l'existence du phénomène du chattering, et aussi le niveau d'eau dans le ballon oscille autour de sa référence et cela est due à la non linéarité du système.

On peut conclure que le contrôleur conçu pour le modèle linéarisé autour du point de fonctionnement est applicable pour le système non linéaire et il arrive à le stabiliser.

Cette commande est valable à partir du point nominal  $x_0$ .

### IV.3 Linéarisation entrée-sortie exacte par bouclage

Dans cette simulation, on va appliquer un contrôleur par modes glissants via une linéarisation entrée/sortie.

#### IV.3.1 Calcul de la commande linéarisante entrée/sortie

##### IV.3.1.1 Calcul des vecteurs degrés relatifs

Nous calculerons le degré relatif de chaque sortie :  $y_i = h_i(x)$

$h_1(x) = x_1$ ,  $h_2(x) = x_2$  et  $h_3(x) = x_3$ .

➤ La première sortie  $h_1(x)$

$j = 1 :$

$$L_{g_1} h_1(x) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ \frac{141}{85} \end{bmatrix} = 0.9 \neq 0$$

alors :  $r_{11} = 1$

$j = 2 :$

$$L_{g_2} h_1(x) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} -0.0018 x_1^{9/8} \\ 0.073 x_1^{9/8} \\ \frac{-1.1}{85} \end{bmatrix} = -0.0018 x_1^{9/8} \neq 0$$

Si :  $x_1 \neq 0$

alors :  $r_{12} = 1$

$j = 3 :$

$$L_{g_3} h_1(x) = [1 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} -0.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -0.15 \neq 0$$

alors :  $r_{13} = 1$

donc :  $r_1 = \min (r_{11}, r_{12}, r_{13}) = 1$

➤ La deuxième sortie  $h_2(x)$

$j = 1 :$

$$L_{g_1} h_2(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ \frac{141}{85} \end{bmatrix} = 0$$

$$L_f h_2(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.9 \\ -0.016 x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \frac{0.19 x_1}{85} \end{bmatrix} = -0.016 x_1^{9/8} - 0.1x_2 \neq 0$$

$$L_{g_1} L_f h_2(x) = \left[ -\frac{9}{8} \times 0.016 x_1^{1/8} \quad -0.1 \quad 0 \right] \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ \frac{141}{85} \end{bmatrix} = -0.0162 x_1^{1/8} \neq 0$$

alors :  $r_{21} = 2$

$j = 2 :$

$$L_{g_2} h_2(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} -0.0018 x_1^{9/8} \\ 0.073 x_1^{9/8} \\ \frac{-1.1}{85} x_1 \end{bmatrix} = -0.073 x_1^{9/8} \neq 0$$

Si :  $x_1 \neq 0$

alors :  $r_{22} = 1$

$j = 3 :$

$$L_{g_3} h_2(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} -0.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$L_f h_2(x) = [0 \quad 1 \quad 0] \begin{bmatrix} 0.9 \\ -0.016 x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \frac{0.19 x_1}{85} \end{bmatrix} = -0.016 x_1^{9/8} - 0.1x_2 \neq 0$$

$$L_{g_3} L_f h_2(x) = \left[ -\frac{9}{8} \times 0.016 x_1^{1/8} \quad -0.1 \quad 0 \right] \begin{bmatrix} -0.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.0027 x_1^{1/8} \neq 0$$

alors :  $r_{23} = 2$

donc :  $r_2 = \min (r_{21}, r_{22}, r_{23}) = 1$

➤ La troisième sortie  $h_3(x)$

$j = 1 :$

$$L_{g_1} h_3(x) = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0 \\ \frac{141}{85} \end{bmatrix} = \frac{141}{85} \neq 0$$

alors :  $r_{31} = 1$

$j = 2 :$

$$L_{g_2} h_3(x) = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} -0.0018 x_1^{9/8} \\ 0.073 x_1^{9/8} \\ \frac{-1.1}{85} x_1 \end{bmatrix} = \frac{-1.1}{85} x_1 \neq 0$$

Si :  $x_1 \neq 0$

alors :  $r_{32} = 1$

$j = 3 :$

$$L_{g_3} h_3(x) = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} -0.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

$$L_f h_3(x) = [0 \quad 0 \quad 1] \begin{bmatrix} 0.9 \\ -0.016 x_1^{9/8} - 0.1 x_2 \\ \frac{0.19 x_1}{85} \end{bmatrix} = \frac{0.19 x_1}{85} \neq 0$$

$$L_{g_3} L_f h_3(x) = \begin{bmatrix} \frac{0.19}{85} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = -0.00033 \neq 0$$

alors :  $r_{33} = 2$

donc :  $r_3 = \min (r_{31}, r_{32}, r_{33}) = 1$

Le degré relatif total du système est :  $r = r_1 + r_2 + r_3 = 1 + 1 + 1 = 3$  (IV.10)

On a :  $r = n$  le degré relatif total est égal à l'ordre du système, ce système peut être découpé en  $n$  chaînes composées chacune de  $r_n$  intégrateurs.

#### IV.3.1.2 Transformation de coordonnées non-linéaire

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Et

$$z_i = \varphi_i(x)$$

Donc :

$$\begin{cases} z_1 = x_1 \\ z_2 = x_2 \\ z_3 = x_3 \end{cases} \quad (\text{IV.11})$$

### IV.3.1.3 Calcul de la loi de commande linéarisante

La loi de commande par retour d'état statique est égale à :

$$u(x) = \alpha(x) + \beta(x) \cdot v \equiv \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1(x) \\ \alpha_2(x) \\ \alpha_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \beta_{11}(x) & \beta_{12}(x) & \beta_{13}(x) \\ \beta_{21}(x) & \beta_{22}(x) & \beta_{23}(x) \\ \beta_{31}(x) & \beta_{32}(x) & \beta_{33}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \end{bmatrix}$$

$$\alpha(x) = -B^{-1}(x)A(x)$$

$$\beta(x) = B^{-1}(x)$$

$$A(x) = \begin{bmatrix} L_f^{r_1} h_1(x) \\ L_f^{r_2} h_2(x) \\ L_f^{r_3} h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.016 x_1^{9/8} - 0.1x_2 \\ \frac{0.19 x_1}{85} \end{bmatrix}$$

$$B(x) = \begin{bmatrix} L_{g_1} h_1(x) & L_{g_2} h_1(x) & L_{g_3} h_1(x) \\ L_{g_1} h_2(x) & L_{g_2} h_2(x) & L_{g_3} h_2(x) \\ L_{g_1} h_3(x) & L_{g_2} h_3(x) & L_{g_3} h_3(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.0018x_1^{9/8} & -0.15 \\ 0 & 0.073 x_1^{9/8} & 0 \\ \frac{141}{85} & \frac{-1.1}{85} x_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$B(x)$  : matrice de découplage.

Le découplage du système sera parfaitement réalisé lorsque chaque sortie  $y_1$ ,  $y_2$  et  $y_3$  est influencée seulement par l'entrée correspondante  $v_i$ , ( $i=1,2,3$ ), Ce problème n'a de solution que si la matrice de découplage est non singulière en un point  $x_0$ .

$\det [B(x)] = \frac{141}{85} \times 0.01 x_1^{9/8} \neq 0$  tant que  $x_1 \neq 0$  pendant le fonctionnement de notre système.

Donc :  $B(x)$  est inversible

De ce fait, le système est complètement découplé.

#### IV.3.1.4 La forme normale

Après la transformation des coordonnées non linéaires, nous obtenons le système en boucle fermée dans la forme normale suivante :

$$\dot{z}_i = v_i \quad (\text{IV.12})$$

Dans notre cas :

$$\begin{aligned} z_1 &= h_1(x) \\ z_2 &= h_2(x) \\ z_3 &= h_3(x) \end{aligned} \quad (\text{IV.13})$$

La forme normale du système peut s'écrire :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -0.0018u_2z_1^{9/8} + 0.9u_1 - 0.15u_3 \\ \dot{z}_2 = (0.073u_2 - 0.016)z_1^{9/8} - 0.1z_2 \\ \dot{z}_3 = \frac{1}{85}(141u_3 - 1.1u_2z_1 - 0.19z_1) \end{cases} \quad (\text{IV.14})$$

Le système ainsi obtenu consiste en trois sous-systèmes, qui s'écrit en boucle fermée

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = v_1 \\ \dot{z}_2 = v_2 \\ \dot{z}_3 = v_3 \end{cases} \quad (\text{IV.15})$$

#### IV.3.1.5 La loi de commande par modes glissants

Nous devons commencer par choisir les surfaces de glissement. Comme nous avons trois sous-systèmes complètement découplés, nous aurons trois surfaces  $S_1, S_2$  et  $S_3$  .

Puisque nous voulons amener le système d'un point nominal de fonctionnement à un point de référence, alors les trajectoires devront convergées vers leurs références désirées  $y_d$ .

Les erreurs sont définies comme suit :

$$e_i = y_i - y_{i d}$$

Les surfaces de glissement sont sous la forme  $S(t) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda_i\right)^{r_i-1} e_i(t)$  (IV.16)

Les degrés relatifs  $r_1 = r_2 = r_3 = 1$

Pour notre système, les trois surfaces de glissement sont données comme suit donc :

$$S_1 = e_1$$

$$S_2 = e_2$$

$$S_3 = e_3$$

Le lien entrée/sortie du système linéarisé s'écrit comme suit :

$$\dot{y}_i = v_i \tag{IV.17}$$

On choisit en modes glissants :  $v = \dot{y}_d - k \times \text{sign}(S)$  (IV.18)

Où l'erreur s'écrit :  $e = y - y_d$  . (IV.19)

D'où on obtient l'équation d'erreur:  $\dot{e} + k \times \text{sign}(e) = 0$  (IV.20)

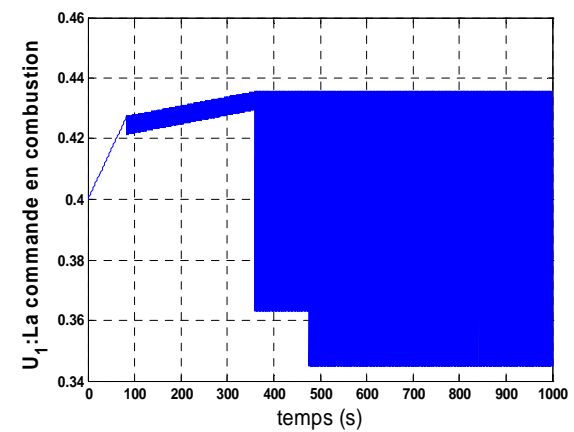
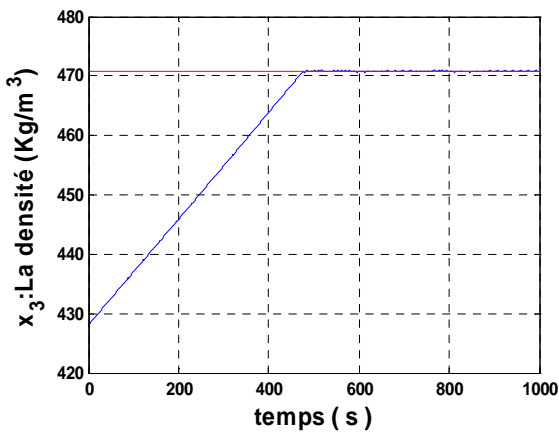
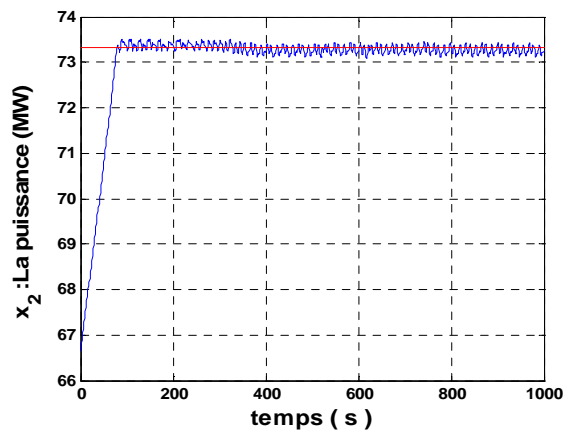
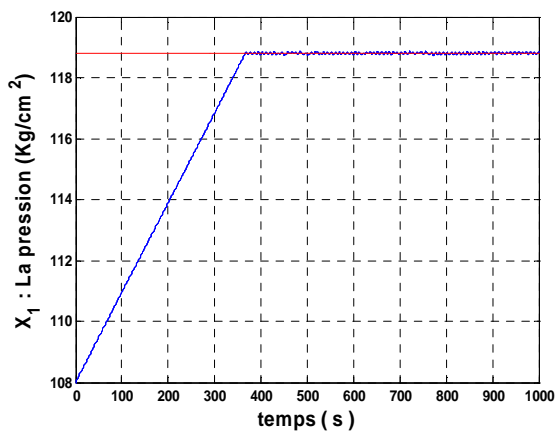
En commande par modes glissants, l'équation des erreurs décrite par l'équation (IV.20) est remplacée par :  $\dot{S} = -k \times \text{sign}(S)$  (IV.21)

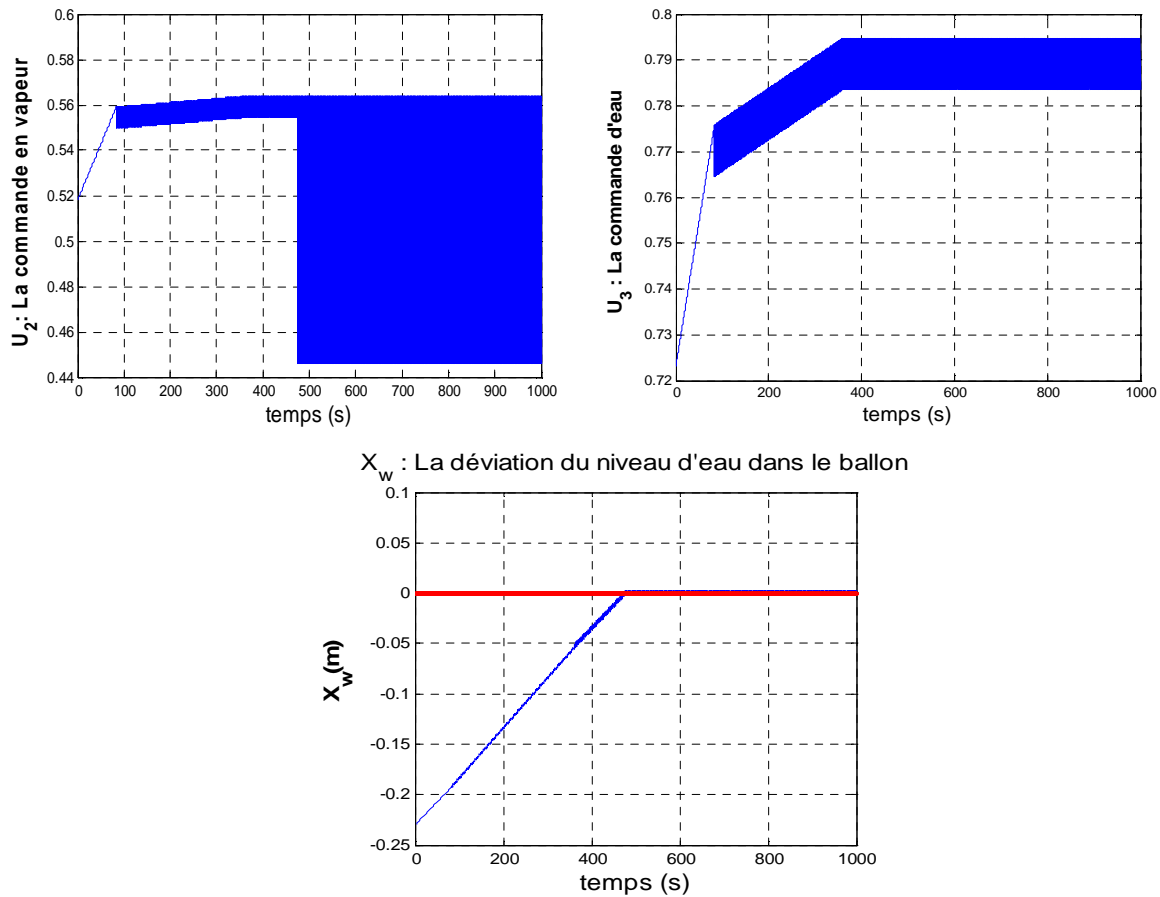
La loi de commande linéarisante par modes glissants

$$u(x) = -(B)^{-1}[Ax - v] \tag{IV.22}$$

**Test 3 :**

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :





**L'analyse des résultats de ce troisième test donne les remarques et les observations suivantes:**

Les courbes ci-dessus montrent que :

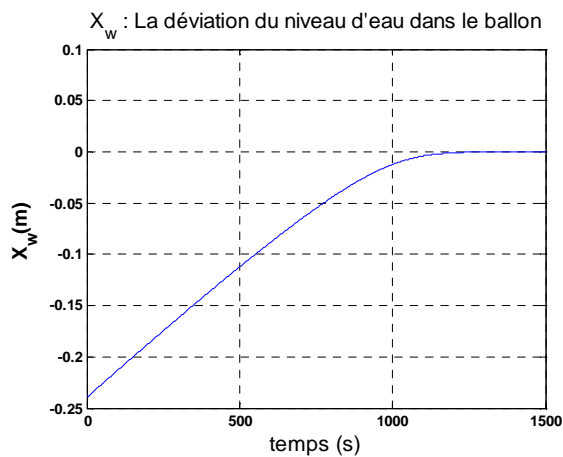
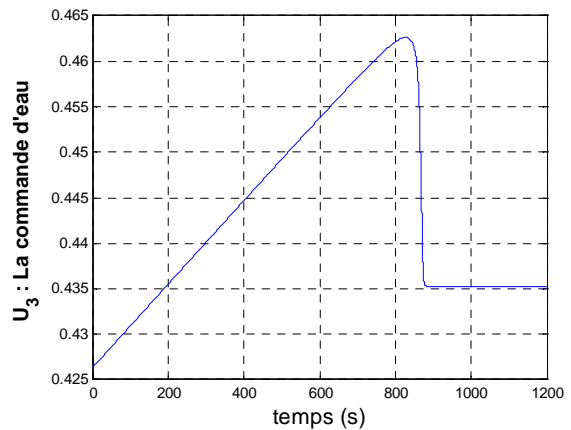
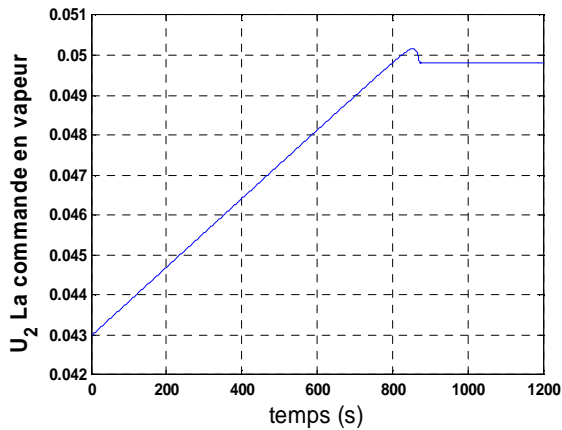
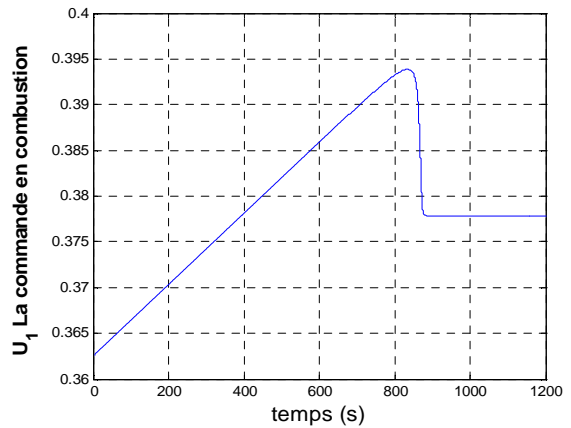
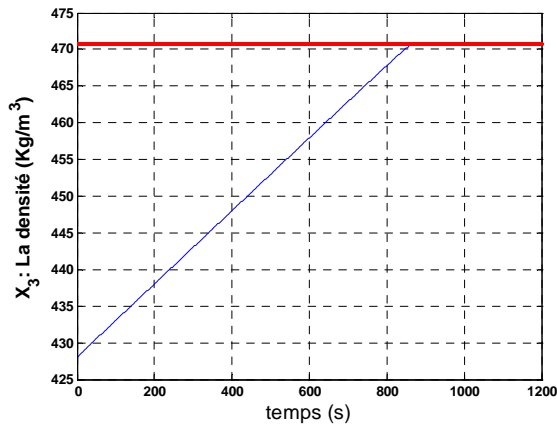
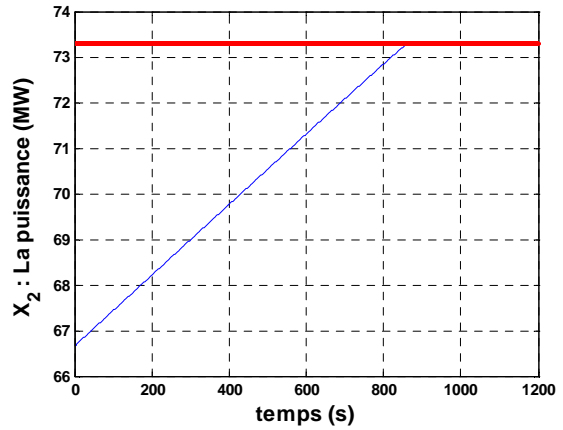
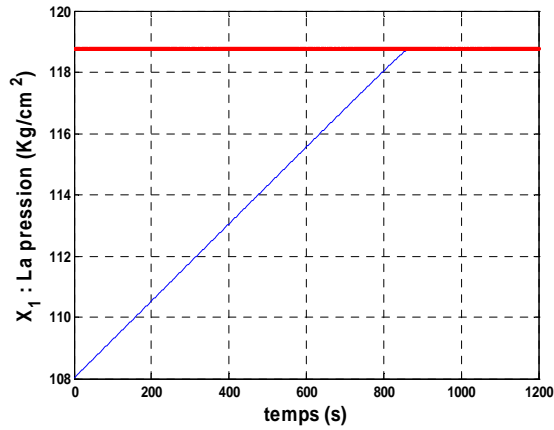
Les trajectoires d'état convergent vers les points d'équilibre désirés, tout en présentant de faibles oscillations autour (chattering), toutes les variables de sortie du système oscillent légèrement autour des références désirées et peuvent être considérées comme stables.

Cette commande est valable pour tout point de fonctionnement sauf au point  $x_1 \neq 0$  .

Afin de tenter d'éliminer ou diminuer le chattering et lisser la commande au voisinage de la surface, on remplace la fonction discontinue sign par son approximation continue qui s'écrit comme suit :

$$\text{sign}(S(x)) \cong \frac{S(x)}{|S(x)| + \sigma} \quad , \sigma > 0$$

Les résultats obtenus sont représentés par les figures ci- dessous :



L'analyse des résultats de ce test donne les remarques et les observations suivantes :

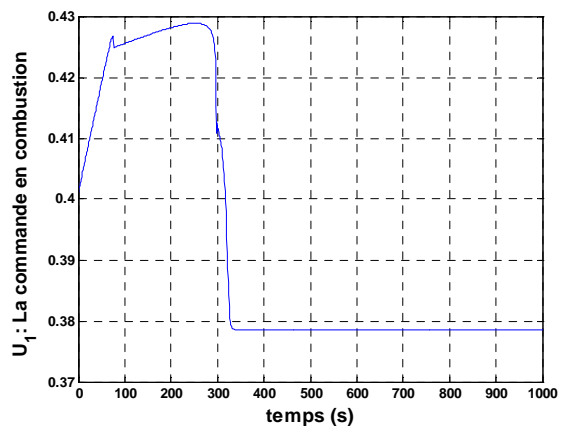
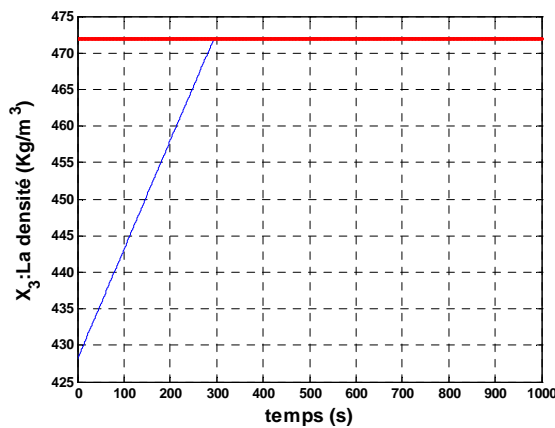
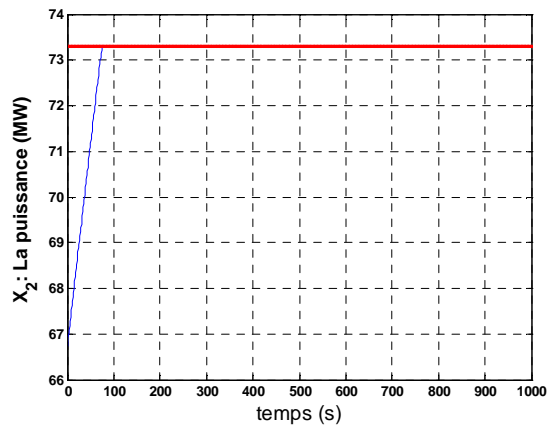
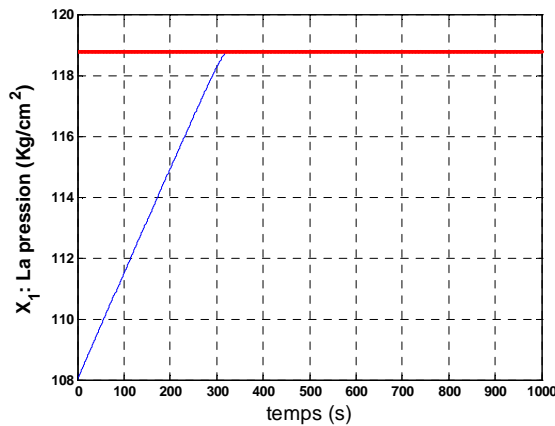
Les courbes des états montrent que les trajectoires d'états du système convergent parfaitement et asymptotiquement vers leurs références et aussi les courbes des commandes rejoignent bien leurs références et cela sans chattering mais on remarque aussi que la convergence des variables d'états s'est effectuée lentement.

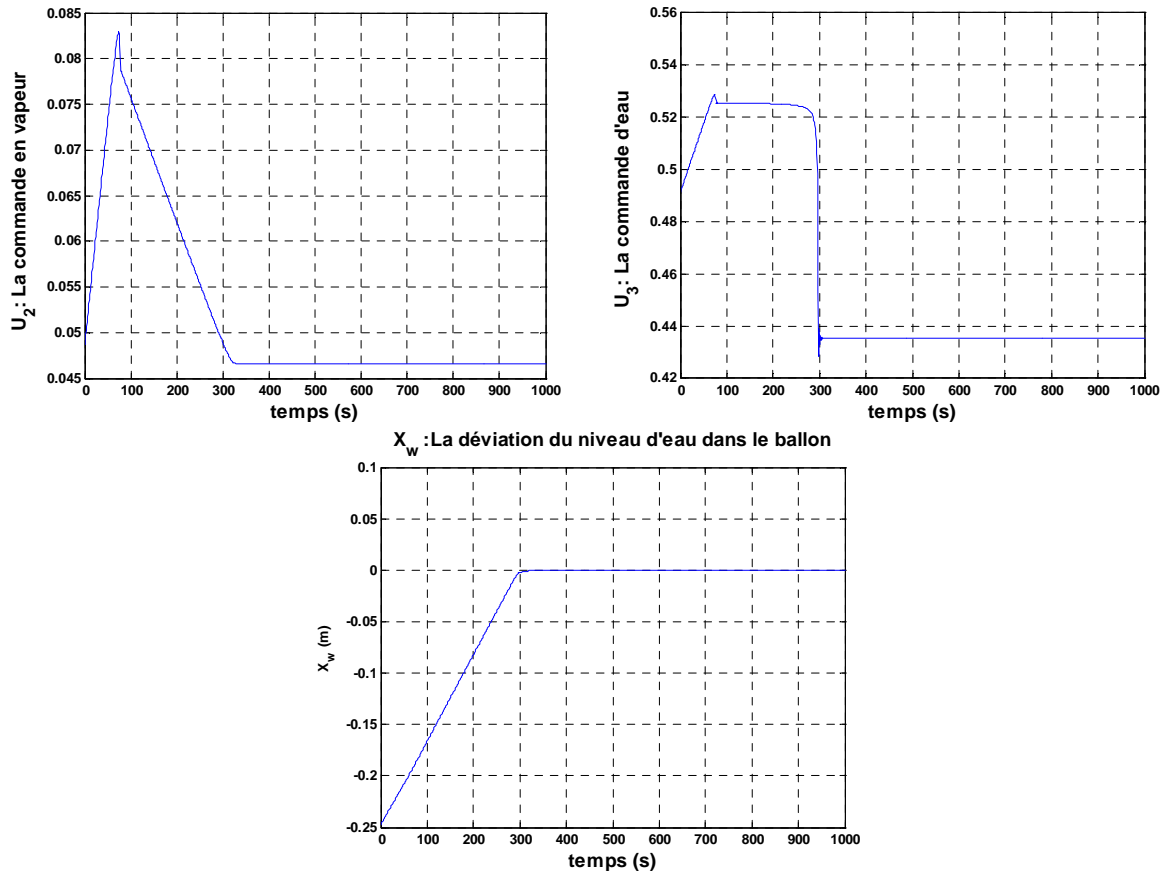
Afin d'accélérer la convergence des états du système vers leurs références en augmente le gain  $K$ .

Les nouvelles valeurs sont :

$$K = \text{diag}([0.035 \quad 0.09 \quad 0.15]).$$

Les résultats obtenus avec les nouvelles valeurs de  $K$  sont représentés par les figures suivantes





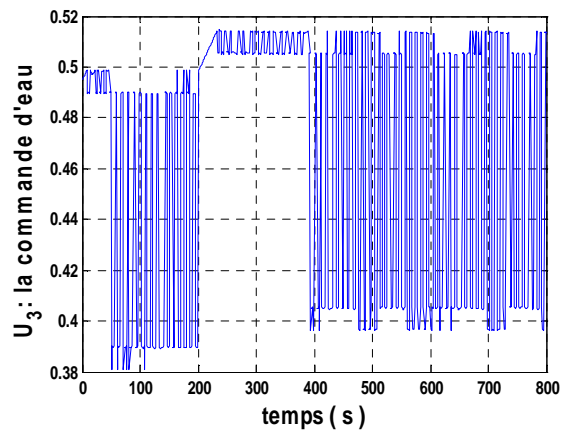
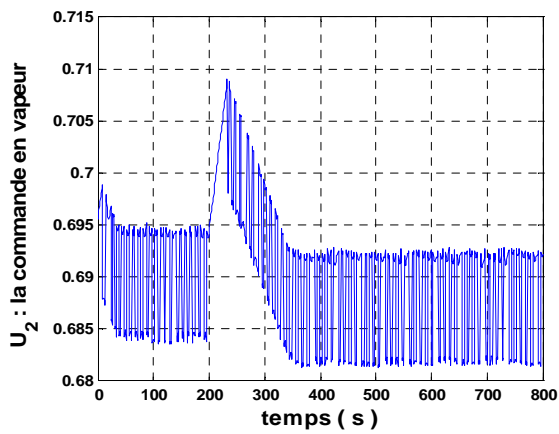
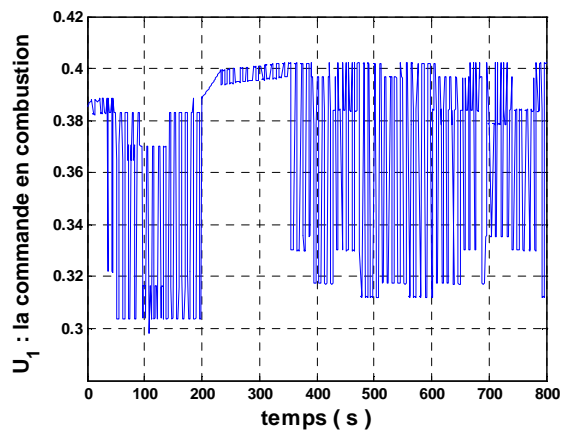
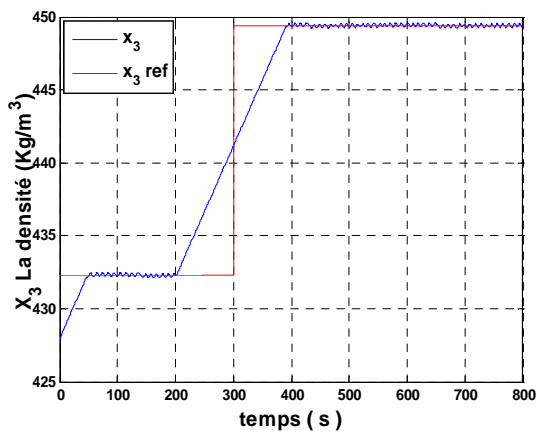
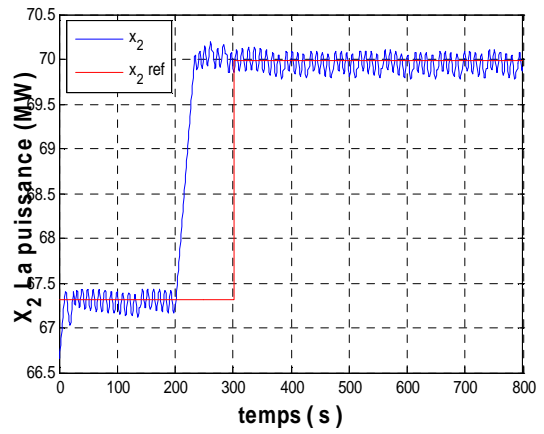
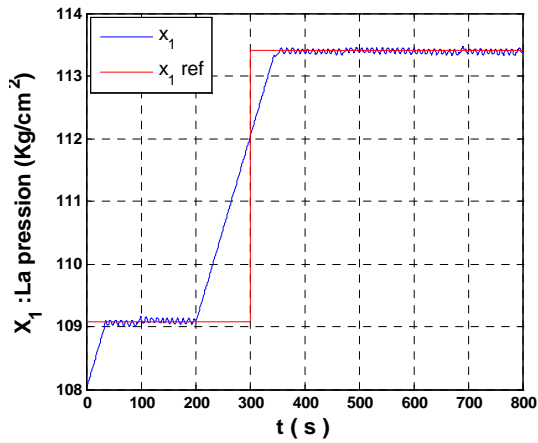
Les courbes ci-dessus montrent que :

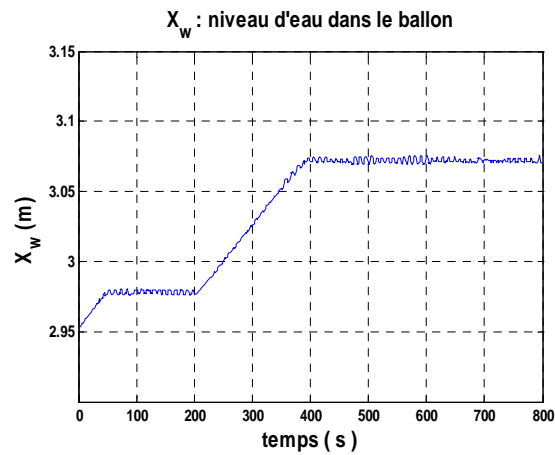
Les trajectoires d'états rejoignent parfaitement et rapidement leurs références sans erreur statique, et aussi on remarque que le niveau d'eau dans le ballon s'est stabilisé rapidement, l'augmentation de  $K$  nous a permis d'accélérer la convergence

#### Test 4 (poursuite) :

L'objectif de ce test est de tester la réaction du contrôleur conçu précédemment face à des changements de référence. Pour cela on soumet notre système à une première référence de 1% par rapport au point nominale  $x_0$  et ceci à  $t=0$ , puis à une deuxième référence de 5% et cela à l'instant  $t=200$ s.

Les résultats obtenus sont représentés par les figures suivantes :





**L'analyse des résultats de ce quatrième test donne les remarques et les observations suivantes :**

Les courbes ci-dessus montrent que :

Les états du système convergent vers les valeurs désirés malgré le changement de références. On peut conclure que le contrôleur réagit rapidement aux variations des références imposées, en générant les commandes nécessaires à la stabilisation des variables du système aux références désirées.

Le niveau d'eau se stabilise à chaque changement de référence.

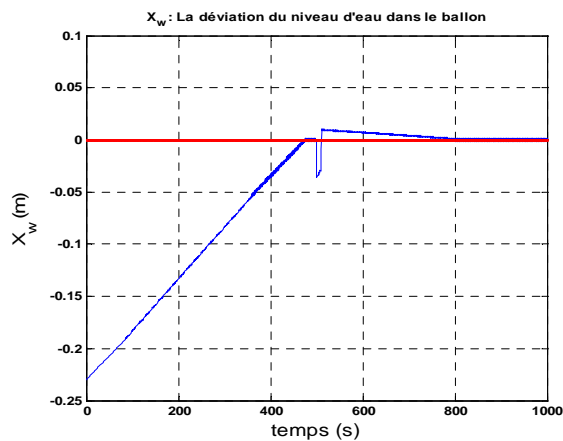
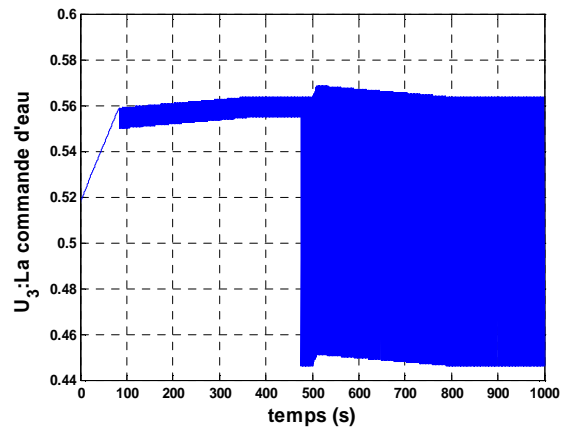
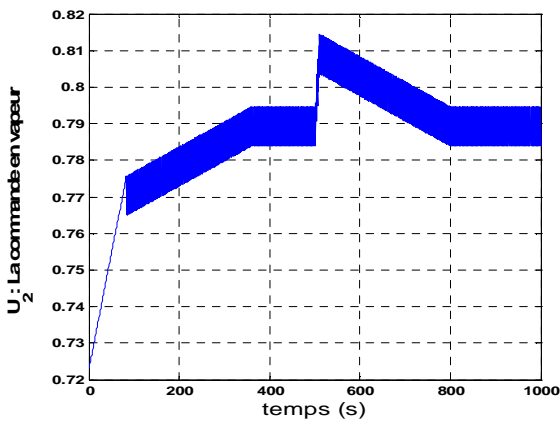
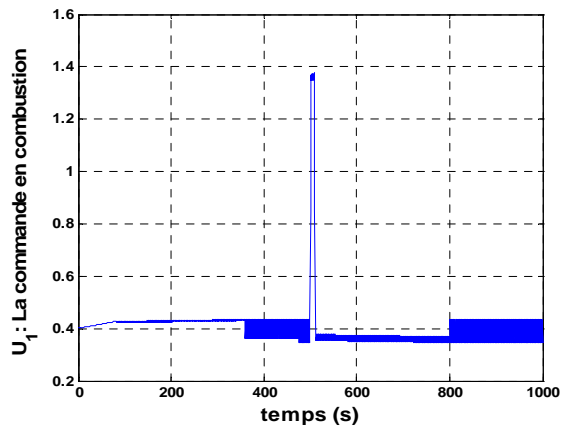
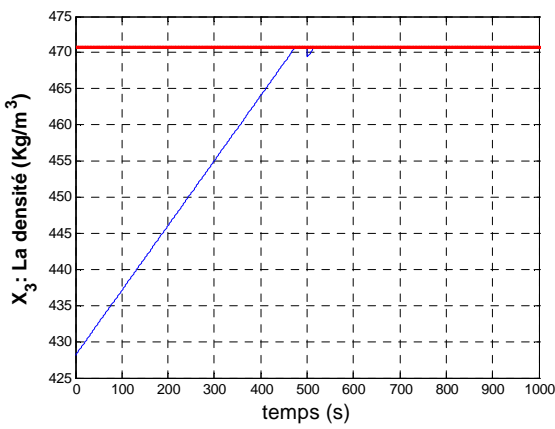
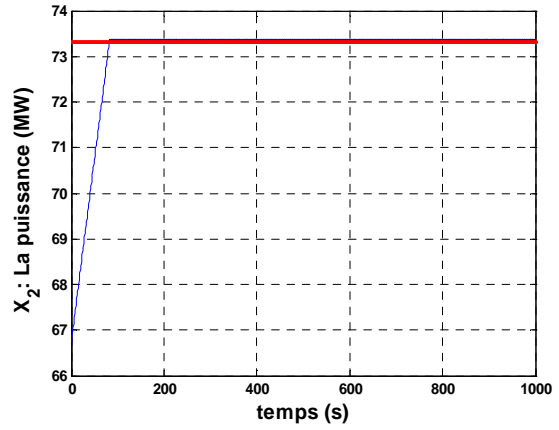
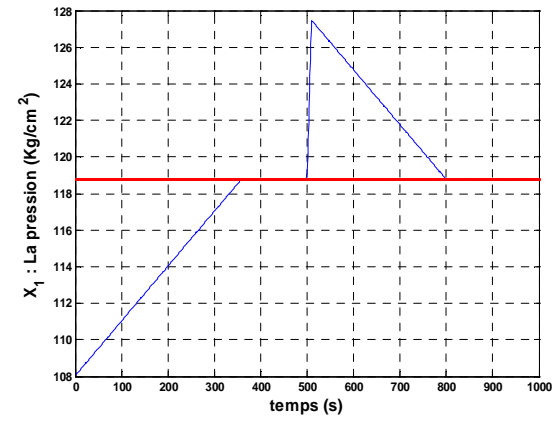
### **Test 5 : (Test de robustesse)**

Il consiste à connaître la réaction du contrôleur face aux perturbations par rapport à l'entrée pendant le fonctionnement du système.

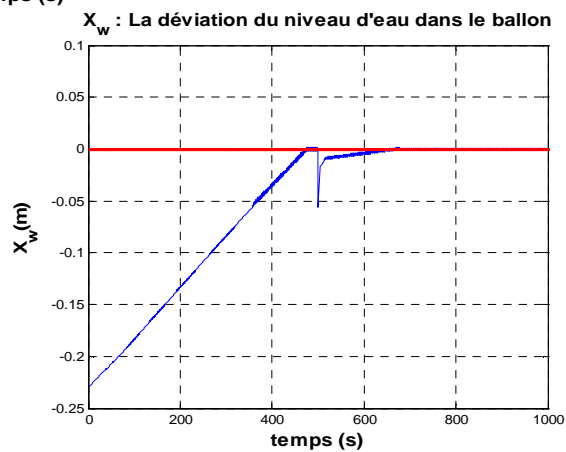
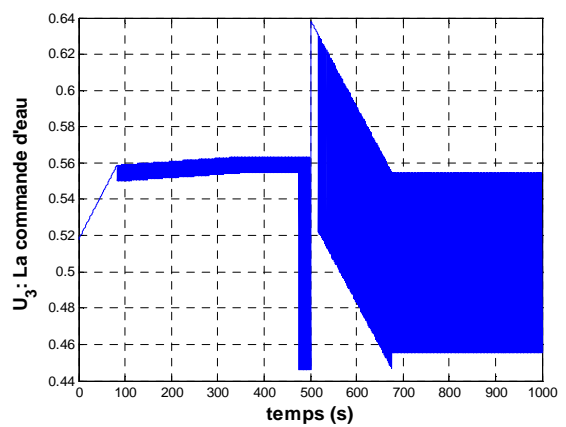
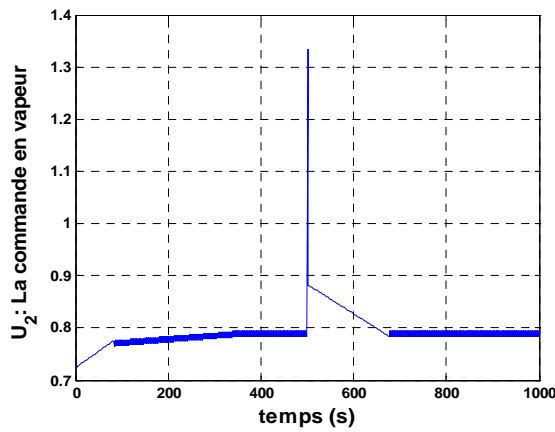
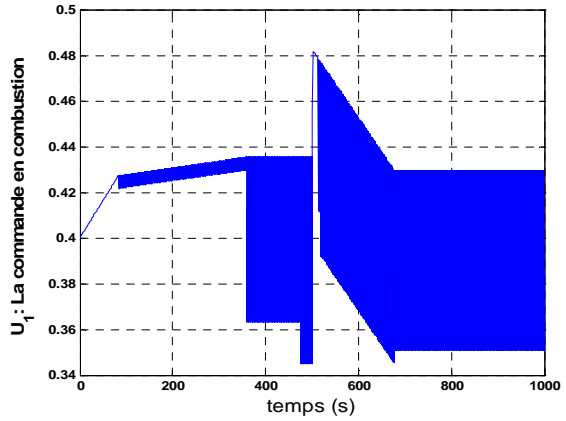
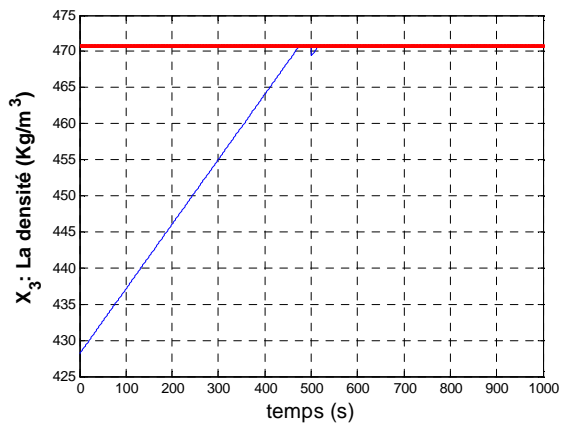
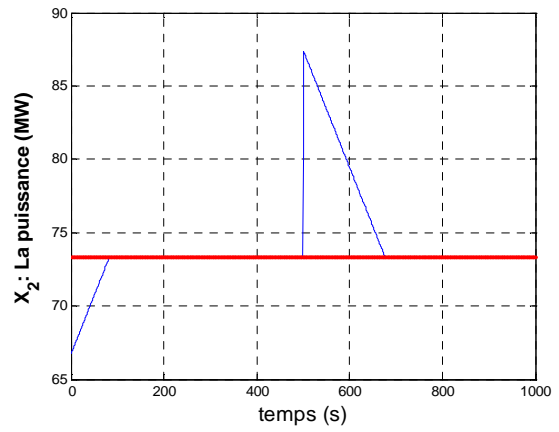
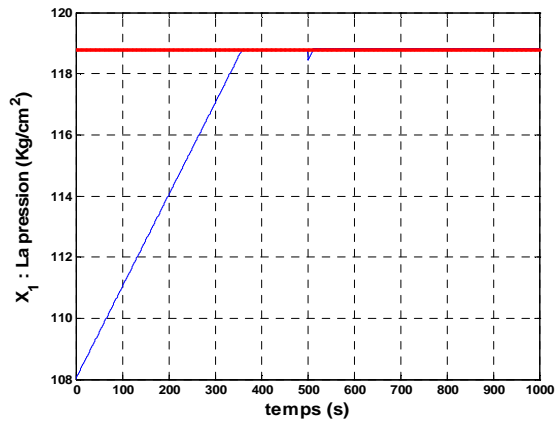
Pour tester la robustesse du contrôleur mis au point précédemment vis à vis d'éventuelles perturbations, on perturbe le système à l'entrée et cela on lui appliquant un créneau d'amplitude 1 pendant 10sec à l'instant 500s.

On a perturbé les trois entrées indépendamment, les résultats obtenus pour chaque cas sont représentés par les figures suivantes :

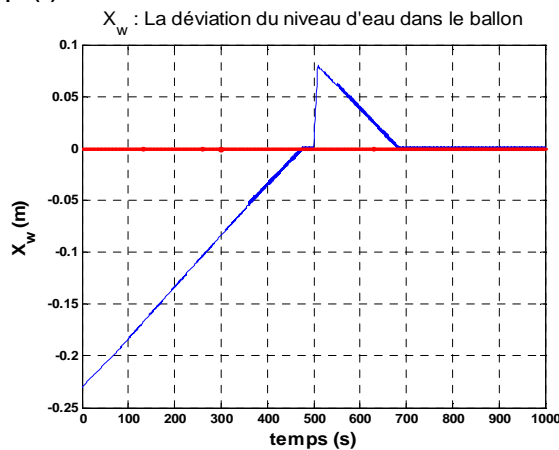
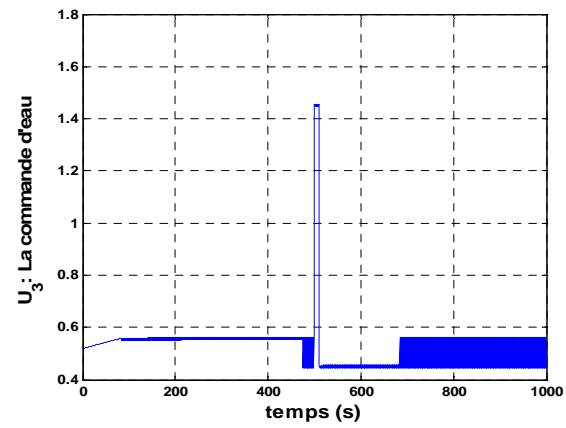
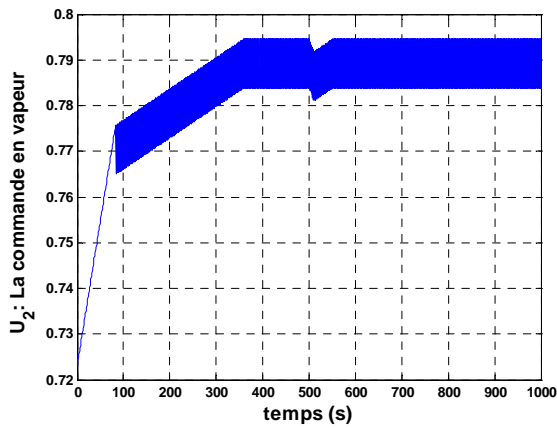
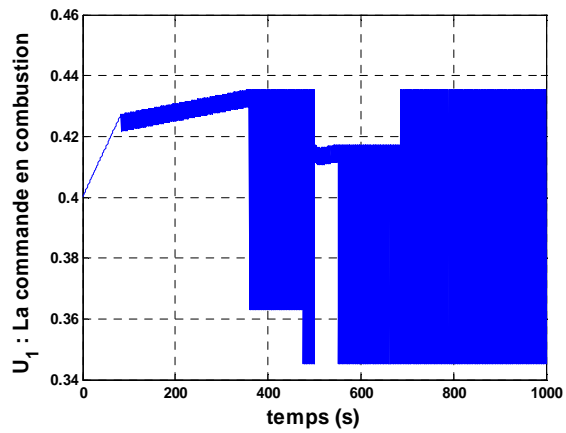
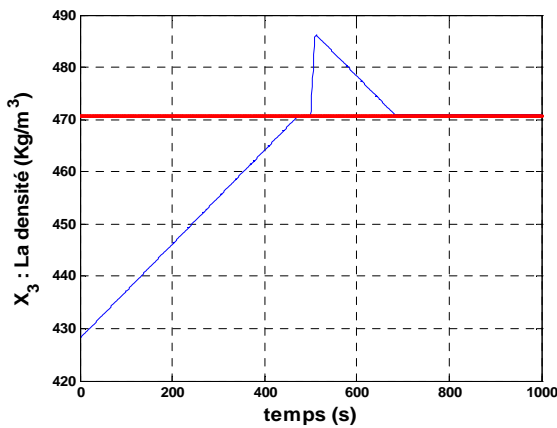
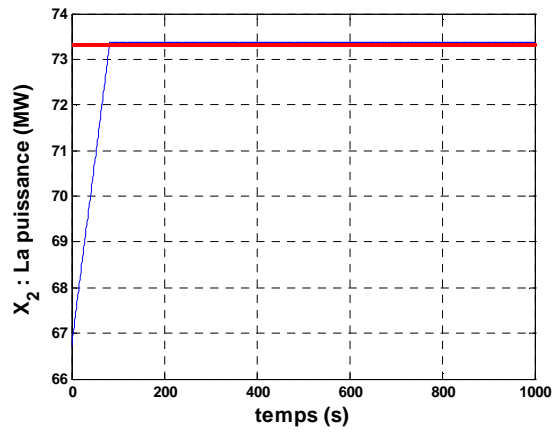
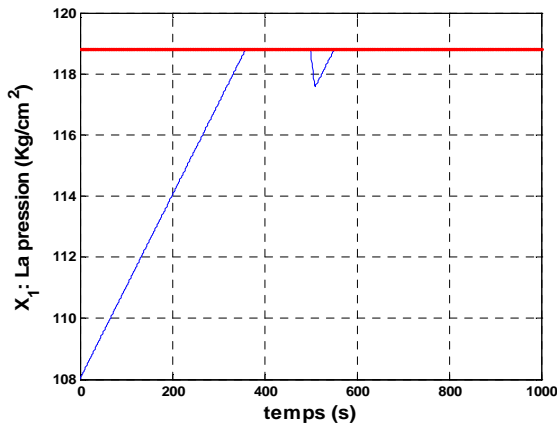
1) Dans ce premier cas, on perturbe la première commande  $u_1$ .



2) Dans ce deuxième cas, on perturbe la deuxième commande  $u_2$ .



3) Dans ce troisième cas, on perturbe la troisième commande  $u_3$ .



**L'analyse des résultats de ce cinquième test donne les remarques et les observations suivantes :**

Dans les trois cas, les grandeurs à commander rejoignent les références désirées, malgré l'application des perturbations sur chaque entrée. On remarque une déstabilisation sur la grandeur perturbé à l'instant  $t=500s$  mais le correcteur permet de stabiliser cette dernière, en générant la commande nécessaire, de même pour le niveau d'eau qui quitte sa référence à  $t=500s$  (au moment de l'application de la perturbation), mais il revient et rejoint sa référence.

On remarque le chattering sur la commande, pour y remédier à ce phénomène on peut utiliser la méthode appliquée dans le test 3.

On peut dire que le contrôleur conçu en utilisant l'approche des modes glissants via une linéarisation exacte entrée/sortie est robuste par rapport aux perturbations.

#### **IV.4 Conclusion**

On peut conclure que les systèmes de commande à structure variable constituent une solution intéressante aux problèmes de la commande des systèmes perturbés et à paramètres variables tels que le générateur de vapeur.

La simplicité de mise en œuvre et la robustesse de cette commande constitue un très grand avantage pour les problèmes de commande.

## CONCLUSION GENERALE

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la commande à structure variable par mode glissant via une linéarisation exacte par retour d'état appliqué à un générateur de vapeur.

Ce travail nous a permis d'une part, d'améliorer considérablement mes connaissances dans le domaine de la commande des systèmes non linéaires multivariables en utilisant la commande à structure variable et les modes glissants associés et d'autre part de m'initier à la recherche. D'après les résultats de simulation effectués sous le logiciel Matlab sur le générateur de vapeur, nous pouvons dire que le contrôleur utilisé a réagi efficacement en amenant les différentes grandeurs de sorties vers les références désirées et a généré des commandes adéquates aux différents points de fonctionnement. Ceci explique la propriété de robustesse de la commande par modes glissants.

Néanmoins nous avons remarqué le phénomène de chattering lors de l'application de la commande sur le système original. Ceci est dû aux fortes non linéarités apparaissant dans la modélisation du générateur. En remplaçant la commande discontinue signe(S) par une fonction continue, le chattering s'est considérablement réduit mais la précision a diminué.

Comme perspectives à notre travail, il serait intéressant de comparer la commande par modes glissants à d'autres types de commande et d'appliquer la commande par mode de glissement d'ordre supérieur pour réduire le chattering sans pour autant perdre en précision.

***Bibliographie :***

[Ast.Elk72] K.J. Astrom, and K. Eklund, "A simplified non-linear model of a drum-boiler-turbine unit", I.J.C., Vol.16, pp.146-169, 1972.

[Bel.Ast87] R.D. Bell, K.J. Astrom, "Dynamic models for boiler-turbine-alternator units" , Report TFRT- 3192, Lund Institute of Technology , Sweden, 1987.

[Bühler86] H. Bühler,"Réglage par mode de glissement", presses polytechniques romandes , Lausanne , Switzerlzand ,1986.

[Bond85] A. G. Bondarev, S. A. Bondarev, N. E. Kosteleva and V. I. Utkin "Sliding modes in systems with asymptotic state observers", 1985.

[Boudj91] F. Boudjema, "*Commande Par Mode Glissant, Application aux Convertisseurs Electriques*", Thèse de doctorat, Université de Paul Sabatier, France, 21 Mai 1991.

[Dim.Lee95] R. Dimeo, K.Lee, " Boiler-Turbine control system design using a genetic Algorithm", IEEE Transaction on Energy Conversion, Vol. 10 , issue 4, 1995.

[Emel67] S.V.Emelyanov " Variable Structure Control Systems" ,Nauka,Moscow,1967

[Fil88] A.F. Filippov. Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides. Kluwer, 1988.

[H.Bulher88] "Réglage par mode de glissement" .Press polytechniques romandes. Lausanne Switzerland 1988.

[Khali96] H. K. Khalil, "Nonlinear systems", Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ07458, 1996.

[Leva99] A. Levant. "Controlling output variable via higher order sliding modes". Conf., Karlsruhe, Germany, 1999.

[Siammou11] A. si-Ammour, "Contribution à la commande par mode glissants d'ordre fractionnaire", Université de Tizi-Ouzou, 2011.

[Slot84] Slotine J.-J. E."Applied Nonlinear Control", Edition Prentice Hall 1991, ISBN 0-13-040890-5.

[Utki78] V. I. Utkin , “*Sliding modes and their application in variable structure systems*“, Edition MIR, URSS, 1978.

[Utki92] V. Utkin.” *Sliding Modes in Control Optimization*” . Springer, Berlin, 1992.

[Utki93]V.Utkin “*Sliding mode control design principles and applications to electric drives* “ IEEE Trans. On Industrial electronics, 1993.