

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ MOULOUD MAMMÈRI, TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET D'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT AUTOMATIQUE

THESE DE DOCTORAT

en **Automatique**

Présentée par

DIRAMI Ahmed

Ingénieur ENP
Magister UMMTO

Thème :

Segmentation d'images bruitées utilisant la dérivée topologique

Thèse soutenue le devant le jury d'examen composé de :

M. DJENNOUNE Saïd
M. DIAF Moussa
M. SIARRY Patrick
M. SMARA Youcef
M^{me} GUERTI Mehenia
M. HAMMOUCHE Kamal

Professeur, Université M. Mammeri, Tizi-ouzou
Professeur, Université M. Mammeri, Tizi-ouzou
Professeur, Université de Paris XII
Professeur, USTHB, Alger
Professeur, ENP d'Alger
Professeur, Université M. Mammeri, Tizi-ouzou

Président
Rapporteur
Examineur
Examineur
Examinatrice
Examineur

Avant-Propos

Cette thèse est l'aboutissement de travaux réalisés au Laboratoire de Robotique et Vision, département Automatique, Faculté de Génie Electrique et d'Informatique de l'Université M. Mammeri de Tizi-ouzou.

En premier lieu, je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de siéger dans le jury de cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Je remercie, en particulier, Monsieur DIAF Moussa, Professeur à l'Université M. Mammeri de Tizi-Ouzou, d'avoir assuré la lourde tâche de directeur de thèse en ne ménageant ni son temps ni son savoir. Son aide précieuse a beaucoup contribué à l'aboutissement de cette thèse et ses commentaires ont largement aidé à améliorer la rédaction de ce manuscrit.

Je remercie Monsieur DJENNOUNE Saïd, Professeur à l'Université M. Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté de juger ce travail et pour l'honneur qu'il nous fait de présider ce jury.

Je voudrais exprimer ma gratitude à Monsieur SIARRY Patrick, Professeur à l'Université Paris XII, pour l'honneur qu'il nous fait en acceptant de faire partie du jury de notre thèse.

Je tiens à exprimer ma reconnaissance à Madame GUERTI Mehenia, Professeur à l'Ecole Nationale Polytechnique d'Alger pour avoir accepté d'examiner cette thèse en tant que membre du jury.

Je suis très reconnaissant à Monsieur SMARA Youcef, Professeur à l'Université des Sciences et Technologies Houari Boumediene, pour l'intérêt qu'il porte à ce travail en acceptant de participer au jury de cette thèse.

Je ne manquerai pas de remercier Monsieur HAMMOUCHE Kamal, Professeur à l'Université M. Mammeri de Tizi-Ouzou, pour avoir accepté de faire partie de ce jury et, surtout, pour ses remarques et ses conseils qui m'ont été très utiles et fructueux durant le long de ce travail.

Nos remerciements vont aussi à Monsieur BENAMROUCHE N., Professeur à l'Université M. Mammeri de Tizi-Ouzou à Monsieur OUDINA M., Professeur à l'I.A.P., Boumerdès, pour nous avoir aidés dans l'amélioration de l'expression anglaise dans les dernières versions de notre article.

Je tiens aussi à exprimer mes plus vifs remerciements à tous ceux qui ont contribué, d'une manière où d'une autre, au bon déroulement de ces travaux.

Merci à ma famille que j'adore pour tout ce qu'elle m'apporte: ma femme qui toujours là, à me seconder et mes deux enfants qui sont ma fierté et qui, j'espère resteront dans la voie de l'honneur et rencontreront beaucoup de bonheur.

Une pensée à tous ceux qui nous ont quittés, les proches et les amis et collègues qui sont partis trop tôt, notamment notre défunt collègue HASNAOUI Mohamed.

Sommaire

	Page
Introduction générale	1
Chap 1 : Etat de l'art sur la segmentation d'images	5
1.1 Introduction	5
1.2 La segmentation et la classification d'images	5
1.3 Segmentation par approche contours	7
1.3.1 Les approches classiques	7
1.3.2 Les approches analytiques	9
1.3.3 Les contours actifs approche frontière	10
1.4 Segmentation par approche région	14
1.4.1 Segmentation par seuillage	14
1.4.2 Les méthodes structurales	17
1.4.3 Les contours actifs basés régions	17
1.5 Conclusion	20
Chap 2 : Modèle Chan-Vese et dérivée topologique	22
2.1 Introduction	22
2.2 Segmentation d'images par le modèle de Chan et Vese	23
2.2.1 Cas biphasé	23
2.2.2 Cas multiphasé	26
2.3 La dérivée topologique	29
2.3.1 Définition	29
2.3.2 Application à la minimisation de la fonctionnelle énergie dans le cas d'une image composée de deux régions	30
2.3.3 Cas d'une image composée de régions multiples	33
2.4 Modèle Chan-Vese à base de la dérivée topologique	34
2.5 Conclusion	35
Chap 3 : Segmentation multiphasé généralisée à base de la dérivée topologique	36
3.1 Introduction	36
3.2 Principe de la méthode	37
3.3 Le terme longueur de contour	39
3.4 Algorithme de segmentation multiphasé généralisée	40
3.5 Evaluation de la méthode	42
3.5.1 Exemple 1	42
3.5.2 Exemple 2	43
3.5.3 Exemple 3	44
3.5.4 Exemple 4	44
3.6 Conclusion	45
Chap 4 : Segmentation d'images par multiseuillage rapide basé sur les level sets multiphasés	47
4.1 Introduction	47

4.2 Méthode proposée	48
4.3 Approximation de l'histogramme d'une image	51
4.4 Recherche des seuils	56
4.5 Paramètre d'ajustement de l'algorithme	59
4.6 Conclusion	60
Chap 5 : Evaluation de la méthode de multiseuillage	62
5.1 Introduction	62
5.2 Critères d'évaluation	63
5.2.1 Evaluation supervisée	64
5.2.2 Evaluation non supervisée	65
5.3 Résultats expérimentaux	66
5.3.1 Exemple 1	67
5.3.2 Exemple 2	70
5.3.3 Exemple 3	73
5.3.4 Exemple 4	75
5.3.5 Exemple 5	77
5.3.6 Temps de calcul	79
5.4 Conclusion	79
Conclusion générale	83
Références bibliographiques	85

Liste des tableaux

	Page
Tableau 2.1 : Algorithme du modèle CV à base de la dérivée topologique	34
Tableau 3.1 : Algorithme de la méthode de segmentation multiphase généralisée à base de la dérivée topologique.	41
Tableau 4.1 : Algorithme de l'approximation de l'histogramme	56
Tableau 4.2 : Algorithme de recherche des seuils	58
Tableau 5.1: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "Synth2".	70
Tableau 5.2: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "Square2 »	71
Tableau 5.3: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "fluocel".	75
Tableau 5.4: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "house".	75
Tableau 5.5: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "alumgrns"	77

Table des figures

	Page
Figure 1.1 : Classification d'une image à 4 classes et 5 régions	7
Figure 2.1 : Image et courbe initiale $\Gamma(t)$ délimitant les différentes régions	24
Figure 2.2: Détection d'objets dans une image bruitée par la technique des level sets	25
Figure 2.3: Level set multiphase avec deux courbes d'évolution	27
Figure 2.4: Illustration de la définition de la dérivée topologique	29
Figure 3.1: Segmentation de l'image « synth1 »	43
Figure 3.2 : Evolution de l'énergie en fonction des itérations	43
Figure 3.3: Segmentation de l'image « square1 »	44
Figure 3.4: Segmentation de l'image « fluocel »	44
Figure 3.5: Segmentation de l'image « alumgrns »	45
Figure 4.1 : Histogramme initial bruité $V(i)$.	52
Figure 4.2 : Histogramme filtré et partitionné en 7 segments Ω_k	53
Figure 4.3 : Fonctions d'appartenance pondérées initiales.	54
Figure 4.4 : Fonctions d'appartenance pondérées après convergence	54
Figure 4.5 : Histogramme approximé après la première itération	55
Figure 4.6 : Histogramme approximé après convergence	55
Figure 4.7 : Evolution de l'énergie en fonction du nombre d'itérations	55
Figure 4.8 : Graphe de la dérivée de l'histogramme approximé	57
Figure 4.9 : Vallées bordées par un pic négatif suivi d'un pic positif	58
Figure 4.10 : Seuils détectés	58
Figure 4.11 : Courbe $z=f(K)$	60
Figure 5.2: Segmentation de l'image "synth2".	69
Figure 5.1: Histogramme de l'image "synth2".	70
Figure 5.3: Histogramme de l'image "square2"	71
Figure 5.4: Segmentation de l'image "square2"	72
Figure 5.5: Histogramme de l'image "fluocel"	73
Figure 5.6 : Segmentation de l'image "fluocel"	74
Figure 5.7: Segmentation de l'image "house"	76
Figure 5.8 : Histogramme de l'image "house"	77
Figure 5.9: Segmentation de l'image "alumgrns"	78
Figure 5.10 : Histogramme de l'image "alumgrns".	79

Liste des abréviations

2D, 3D : deux dimensions, trois dimensions
BCV : between-class variance
CV : Chan et Vese
DOG : difference of gaussians
EDP : équation aux dérivées partielles
FMM : fast marching method
GA : genetic algorithm
IRC : inter-region contrast
IRU : intra-region uniformity
LA algorithm : learning automata algorithm
LCE : locale coherence error
LOG : Laplacian of gaussian
MCE : minimum cross-entropie
MS : Mumford et Shah
PSO : particle swarm optimization
Tc : taux de classification

Introduction générale

Dans le domaine du traitement d'images, la segmentation continue encore de susciter un grand engouement chez les chercheurs dans le domaine de la vision artificielle. En effet, de la précision de cette opération dépendent toutes les étapes suivantes liées à d'autres traitements, à des mesures et des interprétations. Son objectif consiste à partitionner l'image en sous-ensembles ou régions homogènes de sorte que l'intersection entre ces sous-ensembles soit vide et leur union constitue l'image initiale. Pour ce faire, diverses méthodes ont été proposées dans la littérature. Cette diversité est en rapport avec le type d'images à traiter, sa complexité en termes de forme, de texture et de l'espace de représentation ainsi que de la nature du bruit qu'elle renferme. À ce jour, il existe de nombreuses méthodes de segmentation, que l'on peut regrouper en deux grandes catégories: l'approche contour qui consiste à délimiter les différentes régions par leurs frontières et l'approche région qui permet de caractériser les régions d'une image présentant une structure homogène.

Dans la segmentation par approche contour, on trouve les méthodes dérivatives qui sont les plus immédiates pour détecter et localiser les contours. L'avantage des opérateurs de détection des contours est la simplicité d'utilisation. Par contre, ils sont très sensibles aux bruits et donnent des contours ouverts. Grâce à leur capacité à intégrer les processus de détection et de chaînage des contours en un seul processus de minimisation d'énergie, les modèles déformables et particulièrement les contours actifs (basés frontières) ou « snakes » tendent à supplanter les approches classiques de détection de contours. Bien qu'ils soient largement

utilisés, les contours actifs basés frontières présentent des limitations car seulement les objets aux frontières définies par leur gradient peuvent être détectés.

L'approche région comprend la segmentation par seuillage et la recherche de régions. La première famille utilise l'histogramme des niveaux de gris pour segmenter l'image. La deuxième famille prend en compte la disposition spatiale des pixels dans l'image et regroupe les méthodes par transformation de régions (croissance de régions, partage de régions, réunion de régions) et les contours actifs basés régions. Nous nous intéressons ici à deux principales approches: les méthodes de seuillage et celles utilisant les contours actifs basés régions qui ont été développés pour remédier aux insuffisances de ceux basés frontières.

Le seuillage de l'image est sans doute la plus populaire des approches de segmentation pour extraire les objets des images pour raison de simplicité de son implémentation. Il est basé sur la supposition que les objets peuvent être distingués par leurs niveaux gris. Les seuils optimaux sont ceux qui permettent de distinguer les objets différents l'un de l'autre ou les différents objets du fond. La détermination automatique du nombre de seuils dans une image et de leurs valeurs est un des défis principaux de segmentation de l'image.

Les contours actifs basés régions utilisent habituellement l'information globale de région pour stabiliser leurs réponses aux variations locales telles que gradients faibles et bruit. Ces méthodes fournissent ainsi une meilleure performance de segmentation que les méthodes basées frontières surtout pour les images avec faibles gradients et avec bruit. Parmi les méthodes basées régions, le modèle de Chan-Vese [75], qui est résolu en utilisant les ensembles de niveaux ou « level set », permet souvent une segmentation performante grâce à sa capacité à manier naturellement les changements topologiques. Cependant, ce dernier modèle a encore des limitations intrinsèques: pauvre segmentation des images complexes, temps de calcul prohibitif, limitation à des images composées de deux régions ou tout au plus de quatre régions dans le cas multi-niveaux.

Dans ce contexte, le travail présenté dans cette thèse porte sur le développement d'une méthode de segmentation généralisée à des images comportant un nombre quelconque de régions. Elle est basée sur le modèle de Chan et Vese et utilise la dérivée topologique pour optimiser une fonctionnelle énergie. Ce qui la différencie des méthodes classiques, c'est l'introduction de fonctions d'appartenance pour définir les régions au lieu des fonctions level set. L'utilisation de la dérivée topologique permet d'éviter de passer par la résolution de l'équation d'Euler-Lagrange associée pour la minimisation de l'énergie. Cette approche permet de réduire fortement la durée du traitement. La transposition au cas monodimensionnel a permis le multiseuillage d'histogrammes d'images: c'est la deuxième méthode originale de segmentation que nous proposons. Il s'agit d'une méthode de multiseuillage hybridée aux level sets qui détermine automatiquement le nombre de seuils d'une image ainsi que leurs valeurs.

Le manuscrit de cette thèse comporte cinq chapitres. Dans le premier chapitre, nous présentons brièvement, dans un premier temps, un état de l'art des méthodes de segmentation par approche contour, en partant des méthodes classiques jusqu'aux contours actifs. Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à l'état de l'art des méthodes de segmentation basées régions. Dans cette partie, nous retrouvons essentiellement les méthodes de seuillage et multiseuillage d'histogramme et les contours actifs basés régions. Ces derniers modèles étant très nombreux, nous nous attachons à décrire plus spécifiquement les méthodes basées régions utilisant les ensembles de niveaux ou level sets. Dans le deuxième chapitre nous développons les équations d'évolution des modèles level sets et spécialement le modèle de Chan et Vese qui est largement utilisé en segmentation. Le concept de dérivée topologique y est aussi abordé ainsi que son apport aux méthodes utilisant le modèle level sets. Dans le chapitre trois, nous présentons la méthode de segmentation multiphase généralisée ainsi que les résultats d'une évaluation visuelle de la segmentation réalisée sur certains types d'images. On trouve dans le quatrième chapitre les algorithmes qui décrivent la méthode proposée pour approximer l'histogramme de l'image ainsi que le procédé retenu pour extraire les seuils. Le cinquième et dernier chapitre est consacré à l'évaluation de cette dernière méthode. On y présente les tests de

segmentation effectués sur des images variées, les critères d'évaluation retenus pour la comparaison les résultats de segmentation de notre méthode avec d'autres.

Premier chapitre

Etat de l'art sur la segmentation d'images

1.1 Introduction

Ce chapitre a pour objectif de présenter un état de l'art non exhaustif sur la segmentation d'images. Une étude détaillée des principales méthodes discutées peut être trouvée dans [1-7]. Dans la majorité des travaux publiés, les méthodes de segmentation sont subdivisées en deux grandes catégories: les approches basées contours ou frontières et les approches basées régions. Dans la première catégorie, nous présentons brièvement les méthodes dérivatives usuelles permettant de détecter et localiser les variations du signal ainsi que les approches analytiques. Dans la même catégorie, nous présentons ensuite les contours actifs basés frontières, largement utilisés en segmentation d'images et différents modèles sont exposés. Parmi les approches basées régions, nous rappelons d'abord les méthodes de seuillage et multi-seuillage et, ensuite, nous présentons les contours actifs basés régions avec un intérêt particulier pour le modèle de Chan et Vese.

1.2 La segmentation et la classification d'images

La segmentation d'images qui est définie comme le partitionnement d'une image en régions homogènes ou en classes est une des techniques parmi les plus importantes utilisées dans de nombreuses tâches de traitement d'images et de reconnaissance de formes. Le processus de

segmentation est considéré par beaucoup d'auteurs comme un composant essentiel de tout système d'analyse d'images. D'un point de vue conceptuel, la segmentation consiste à extraire de l'image, des primitives de type contour ou de type région. Ces primitives sont exploitées pour effectuer de la reconnaissance de formes, du recalage, de la mise en correspondance, de la compression etc. La segmentation constitue ainsi, une étape située en amont de dispositifs d'interprétation d'images ou de codage. Un grand nombre de méthodes de segmentation a été publié dans la littérature [3]. Cependant, le choix d'une méthode n'est pas toujours aisé et dépend des opérations à effectuer après l'étape de segmentation et surtout, de certains facteurs liés à l'image à traiter comme son origine, sa complexité, son aspect 2D ou 3D etc. La segmentation transforme l'image à niveaux de gris en une image binaire (contours-non contours) ou en une image de régions dans laquelle tous les pixels d'une même région sont affectés d'un même niveau de gris.

Pour ce faire, les deux approches duales à savoir l'approche contour et l'approche région sont utilisées. La dualité entre l'approche contour et l'approche région vient du fait que les régions sont séparées par des contours, et que les contours fermés définissent des régions. Les deux approches peuvent être, d'ailleurs, utilisées de manière coopérative [8, 9].

Dans la segmentation par régions, une image I est partitionnée en un nombre N_R de régions R_i , $i \in \{1, \dots, N_R\}$, constituées de pixels connexes ayant des caractéristiques plus ou moins homogènes et une bonne segmentation signifie la détermination de toutes les régions constituant l'image sans aucun recouvrement conformément à la formulation suivante [10,11]:

$$R_i \cap R_j = \emptyset \quad \forall i \neq j \in \{1, \dots, N_R\} \quad \text{et} \quad \bigcup_{i=1}^{N_R} R_i = I \quad (1.1)$$

En termes de classification, sachant que les pixels appartenant à une classe peuvent appartenir à plusieurs régions non adjacentes dans l'image comme le montre la figure (1.1), l'image I est segmentée en N_C classes C_i , $i \in \{1, \dots, N_C\}$, comprenant chacune n_i régions R_{ik} , $k \in \{1, \dots, n_i\}$ conformément à l'expression (1.2) suivante [12] :

$$C_i \cap C_j = \Phi, \quad \forall i \neq j \in \{1, \dots, N_C\} \quad \text{et} \quad \bigcup_{k=1}^{n_i} C_{ik} = C_i; \quad \bigcup_{i=1}^{N_C} C_i = I \quad (1.2)$$

Ainsi, pour former les régions à partir des résultats de la classification, une analyse en composante connexe doit être effectuée. Celle-ci consiste à affecter la même étiquette à tous les pixels adjacents appartenant à la même classe.

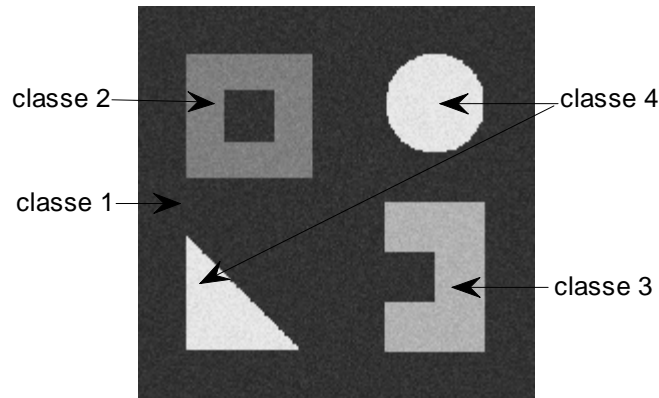


Figure 1.1 Classification d'une image à 4 classes et 5 régions.
La classe 4 est constituée de 2 régions non adjacentes.

1.3 Segmentation par approche contour

Dans cette catégorie de méthodes, certaines, classiques, sont usuellement appliquées comme celles utilisant les opérateurs de dérivation ainsi que l'approche analytique. D'autres sont plus récentes et plus performantes comme celles fondées sur le principe des contours actifs et particulièrement les « level sets ».

1.3.1 Approches classiques

Le principe de la segmentation par approche contour ou frontière est essentiellement d'éliminer tous les motifs de l'image à faible variation des niveaux de gris ou de couleur pour ne garder que les lignes de séparation entre les régions homogènes. Pour ce faire, toute une gamme d'opérations de filtrage par convolution ou de filtres différentiels comme le gradient ou le laplacien peut être utilisée en produisant de fortes valeurs aux points où la variation des niveaux de gris est élevée. La détection de ces variations repose

sur la dérivation qu'il est possible d'exploiter sous deux formes. La première consiste en l'application d'un gradient à l'image et la deuxième utilise le laplacien. Une autre possibilité pour détecter les variations ou discontinuités de l'image repose sur l'application d'outils morphologiques à des images binaires ou en niveau de gris.

Approche gradient :

Dans une image supposée continue et représentée par son intensité lumineuse $I(x,y)$, les contours apparaissent comme une ligne où sont localisées les très fortes variations de I . La détection de ces contours repose sur une recherche d'un extrémum de la dérivée première ou le passage par zéro de la dérivée seconde. La dérivée peut être calculée de diverses manières. Des méthodes dites par filtrage linéaire utilisant un filtrage passe-haut précédé d'un léger filtrage passe-bas pour éliminer les bruits ont été proposées [13,14]. En parallèle à ces méthodes découlant du traitement du signal, les techniques empiriques d'estimation du gradient à partir d'opérateurs locaux ont été très utilisées et demeurent encore en concurrence avec les techniques plus récentes dans certains cas. Elles consistent à estimer le gradient dans une direction donnée en convoluant l'image avec des masques caractéristiques des contours [1,15]. Ces masques sont appliqués sur des fenêtres de l'image de 2×2 pixels tel que l'opérateur gradient ou l'opérateur de Roberts [16] ou des fenêtres de 3×3 pixels comme l'opérateur de Prewitt [17] ou l'opérateur de Sobel [18]. D'autres masques tels que « compass » sont utilisés comme boussole pour détecter essentiellement la direction du gradient [19]. Ces méthodes se caractérisent par une simplicité de mise en œuvre, une grande rapidité et un faible coût du fait de l'aspect local de ces filtres. Elles permettent en particulier d'assurer des calculs en temps réel pour des applications industrielles. En plus de ces méthodes dérivatives de calcul du gradient, il existe le gradient morphologique qui est obtenu en effectuant la différence entre le dilaté et l'érodé de l'image I , soit en binaire, soit en niveaux de gris [20,21].

Approche laplacien:

A part ces opérateurs basés sur la recherche des maxima de la dérivée première, il existe d'autres filtres qui recherchent les zéros de la dérivée seconde ou, plus précisément, du laplacien qui est une dérivation de deuxième ordre. Les contours peuvent ainsi être déterminés par la recherche du passage par zéro de la dérivée seconde également appelé « zero crossing » [20,22]. Etant donné que l'estimation de la dérivée seconde est très sensible au bruit, l'image doit être filtrée avant de calculer le laplacien. Par ailleurs, le filtrage passe-bas est réalisé à l'aide de filtres gaussiens [20] alors que les filtres LOG obtenus par convolution avec une gaussienne et les filtres DOG résultats de la différence entre deux gaussiennes, déclassés par les filtres analytiques ne sont pratiquement plus utilisés [20].

1.3.2 Approches analytiques

Dans l'approche dérivative, les opérateurs de dérivation de premier ou de second ordre exagèrent le bruit. Un autre type d'approche plus récente repose sur la définition de critères d'optimalité de la détection de contours. Ces critères débouchent sur des filtres de lissage optimaux [14]. Canny [23] a proposé en 1986 une étude théorique de la détection de contours dans laquelle il a formalisé trois critères que doit valider un détecteur de contour : une bonne détection liée à la robustesse au bruit, une bonne localisation dépendant de la précision de la localisation du point contour et l'unité pour que pour chaque contour, il y ait une seule réponse afin éviter par exemple les effets des rebonds. A chaque critère est associée une formule mathématique. La maximisation de ces critères conduit à la résolution d'une équation différentielle dont la solution est le filtre qui permet la détection du contour. En fixant des conditions initiales, Canny a montré que la solution peut être approximée par la dérivée d'un filtre gaussien. Partant d'autres conditions initiales, Deriche [24] a proposé un filtre différent dont la formulation simplifiée est une exponentielle. La performance de ce filtre est meilleure que l'opérateur de Canny. Pour leur part, Shen et Castan [25] ont proposé un filtre ayant de bonnes qualités de détection. Ce filtre fait partie de cette catégorie de filtres analytiques et donne une localisation très précise des contours mais reste sensible aux bruits.

Notons que, à l'exception des méthodes par passage par zéro des laplaciens, la plupart des détecteurs de contours fournissent des contours ouverts, c'est-à-dire qu'ils ne séparent pas les composantes de l'image dans les objets topologiquement distincts. Pour aboutir à une segmentation correcte, il faut leur adjoindre une opération de fermeture de contour ou utiliser les contours actifs.

1.3.3 Contours actifs, approche frontière

Les techniques itératives d'évolution de courbes sont des méthodes apparues à la fin des années 80 et, depuis, sont largement appliquées dans le domaine du traitement d'images et particulièrement en segmentation. Ces techniques constituent un sous ensemble des modèles déformables ou contours actifs. Le principe de base de ces méthodes est de placer une courbe dans l'image et de la faire évoluer vers les frontières de l'objet à détecter. L'évolution des contours actifs est gouvernée par des contraintes de régularisation découlant des propriétés géométriques du contour et par des contraintes d'attache aux données (information contenue dans l'image). Les premiers modèles dits modèles approche frontière ne prenaient en compte que l'information liée au contour de l'image. Trois principaux modèles de contours actifs utilisant l'approche contour à savoir le modèle classique, le modèle géométrique et le modèle géodésique ont été proposés.

Le modèle classique :

Le concept de contours actifs ou « snakes » a été introduit par Kass et al. [26] en 1988. Il s'agit d'une méthode semi-interactive dans laquelle l'opérateur place dans l'image, au voisinage de l'objet à détecter, une courbe initiale $\Gamma: [a,b] \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$, qui sera amenée à se déformer sous l'action de plusieurs énergies. Sous ces énergies, le snake va évoluer pour rechercher la position d'énergie minimale qui est atteinte lorsqu'il se trouve sur les frontières de l'objet à détecter et qu'il vérifie les contraintes géométriques du problème. La fonctionnelle énergie associée au contour, à minimiser est donnée par l'équation (1.3) :

$$E(\Gamma(s)) = \alpha \int_a^b |\Gamma''(s)|^2 ds + \beta \int_a^b |\Gamma'''(s)|^2 ds + \lambda \int_a^b g(|\nabla I(\Gamma(s))|) ds \quad (1.3)$$

Dans cette équation, I représente la fonction intensité de l'image à segmenter, s est l'abscisse curviligne le long de la courbe Γ , α , β et λ sont des constantes réelles positives. Dans cette expression, $g(|\nabla I|) = -|\nabla I|^2$ est la fonction de détection [26].

Les deux premiers termes de l'équation (1.3) définissent une contrainte interne au contour. Ce sont des termes de régularisation du contour qui déterminent son élasticité (premier terme) et sa rigidité (second terme). Le dernier terme est un terme d'attache aux données. Il attire le contour vers les zones de forts gradients de l'image.

Ce modèle présente plusieurs inconvénients [27]. En effet, la convergence de l'algorithme de minimisation dépend beaucoup du choix du positionnement de la courbe initiale et un seul objet peut être segmenté à cause des changements topologiques non permis. De plus, si des zones de fort gradient ne sont pas rencontrées, le contour peut disparaître. Enfin des problèmes d'instabilité numériques peuvent apparaître à cause du second terme de l'équation.

Le modèle géométrique :

Les inconvénients liés à l'approche variationnelle utilisée dans les modèles classiques ont conduit à l'introduction de nouveaux modèles dits géométriques. L'approche géométrique introduite en premier par Osher et Sethian [27] est développée par Caselles et al. [28] puis par Malladi et al. [29]. Ces auteurs n'utilisent plus la minimisation d'un critère pour établir l'équation d'évolution mais envisagent l'évolution de la courbe comme une propagation d'un front d'onde. L'évolution du contour est commandée par une Equation aux Dérivées Partielles (EDP) dynamique dont la forme est telle que:

$$\frac{\partial \Gamma(s, t)}{\partial t} = F N \quad (1.4)$$

Dans cette expression, F est la force qui fait évoluer le contour, \mathbf{N} la normale unitaire intérieure à Γ et t , le temps.

Osher et Sethian [27], par analogie à l'équation de la chaleur, ont défini une équation géométrique pour un contour telle que:

$$\frac{\partial \Gamma(s, t)}{\partial t} = \kappa \mathbf{N} \quad (1.5)$$

où κ désigne la courbure du contour Γ

En utilisant le même modèle d'équation, Cohen [30] a introduit le concept de force ballon et a proposé la forme suivante:

$$\frac{\partial \Gamma(s, t)}{\partial t} = \alpha \mathbf{N} \quad (1.6)$$

où α est une constante que l'on peut prendre positive (respectivement négative) pour rétrécir (respectivement accroître) le snake.

Quant au modèle de contour géométrique proposé dans [28] par Caselles et al., il prend la forme générale telle que:

$$\frac{\partial \Gamma(s, t)}{\partial t} = g(|\nabla I|)(\alpha + \kappa) \mathbf{N} \quad (1.7)$$

où g est la fonction de détection d'attache aux données introduite précédemment.

Le modèle géodésique :

Le contour actif géodésique est le produit du rapprochement de l'approche variationnelle (modèle classique) et de l'approche directe par évolution de courbe (modèle géométrique) introduite par Caselles dans [31]. La nouvelle formulation est la suivante:

$$E(\Gamma) = \int_0^1 g(|\nabla I(\Gamma(s))|) |\Gamma'(s)| ds \quad (1.8)$$

Dans le modèle géodésique, l'EDP d'évolution est de la forme $\Gamma_t = F \mathbf{N}$. Il s'agit donc d'un cas particulier du modèle géométrique.

Contours actifs par la méthode des ensembles de niveaux :

La mise en œuvre des contours actifs classiques utilise l'approche paramétrique qui décrit explicitement le contour à partir d'un certain nombre de paramètres. Cette approche explicite ne peut pas gérer les changements topologiques du contour. En effet, un contour doit pouvoir se séparer en deux et deux contours doivent pouvoir fusionner en un seul. Afin de remédier à ces problèmes de gestion du changement de topologie des contours, Osher et Sethian [27] ont formulé le problème de l'évolution de courbes par la technique des ensembles de niveaux ou «level sets». Cette technique a été adaptée aux contours de type géométrique ainsi qu'aux contours actifs approche région qui sont présentés ci-après, à la section 1.4.3.

La formulation par ensembles de niveaux est basée sur le fait qu'une courbe peut être considérée comme le niveau 0 d'une fonction de dimension supérieure. L'idée fondamentale est de représenter le contour ou courbe $\Gamma(t)$ de manière implicite. A tout instant t , la courbe $\Gamma(t)$ est décrite comme la courbe de niveau 0 d'une fonction auxiliaire $\Phi(x,y,t)$ qui est la fonction level set.

Pour une image I de support Ω , la courbe $\Gamma(t)$ est telle que:

$$\Gamma(t) = \{(x, y), / \Phi(x, y, t) = 0\} \quad (1.9)$$

Souvent, Φ est prise comme la fonction distance signée à la courbe Γ .

L'équation d'évolution du contour ne porte plus directement sur Γ mais sur Φ . Partant de l'équation (1.5) établie pour le modèle géométrique, l'équation d'évolution est donnée en fonction de Φ par l'équation (1.10) :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\kappa |\nabla \Phi| \quad (1.10)$$

Permettant des changements automatiques de topologie du contour et une stabilité du point de vue numérique, la technique de représentation par «level sets» [32] a été la base de travaux [33-36] qui ont donné de bons résultats en segmentation d'images. Cette technique est devenue très populaire.

1.4 Segmentation par approche région

Dans la segmentation par région, les pixels adjacents similaires selon un certain critère d'homogénéité sont regroupés en régions distinctes. Dans cette catégorie, différentes méthodes de classification ou de seuillage, des méthodes structurales et les contours actifs basés régions ont été proposés dans la littérature.

1.4.1 Segmentation par seuillage

Le seuillage (thresholding) représente un outil largement utilisé dans la segmentation d'images pour extraire des objets de leur fond. Les techniques de seuillage permettent de séparer les pixels d'une image, en n'utilisant que son histogramme, en deux classes (seuillage simple ou bilevel thresholding) ou plusieurs classes (multiseuillage ou multilevel thresholding). Le seuillage dans sa forme la plus simple consiste à attribuer un niveau de gris identique (le blanc) à tous les pixels dont la valeur est supérieure à un seuil donné et un autre niveau (le noir) aux pixels restants. Le multiseuillage est réalisé quand il s'agit d'images qui contiennent plusieurs objets qui diffèrent par leurs niveaux de gris. Pour extraire ces objets, plusieurs seuils sont nécessaires. Le résultat de la segmentation est alors une image à plusieurs régions ou classes, les pixels de chacune des régions étant positionnés à un niveau de gris donné. L'histogramme d'une image étant la distribution de la fréquence des niveaux gris dans cette image, si l'objet prend des valeurs de niveaux de gris distinctes du fond, l'histogramme comportera une vallée comprise entre deux pics différents. Dans cet histogramme bimodal, la détermination de la valeur du seuil optimal situé dans la vallée est relativement simple. Dans une distribution non bimodale, la détermination des seuils peut s'avérer difficile. Ainsi, plusieurs méthodes ont été proposées selon le type d'images et des applications auxquelles elles sont destinées [37-41].

Pour la localisation des seuils qui sont généralement situés dans les vallées de l'histogramme des niveaux de gris, deux approches principales peuvent être distinguées à savoir l'approche paramétrique et l'approche non-paramétrique. Dans les techniques utilisant l'approche paramétrique, la

distribution des niveaux de gris de chaque groupe est supposée obéir à une distribution gaussienne. Il s'agit alors d'estimer les paramètres de la distribution gaussienne qui correspond le mieux à l'histogramme [42]. Dans [43], les auteurs ont introduit une méthode hybride d'optimisation par essaim de particules avec une gaussienne comme fonction objectif. Pour résoudre le problème d'adaptation de l'histogramme à la gaussienne, Nakib et al [44] ont utilisé une variante améliorée du recuit simulé. Quant à Cuevas et al. [45], ils ont proposé une approche alternative en utilisant un algorithme d'optimisation basé sur l'apprentissage des automates (LA algorithm) pour déterminer les paramètres qui donnent le meilleur ajustement à l'histogramme. Les techniques utilisant l'approche non paramétrique permettent de trouver les seuils qui séparent les régions de niveaux de gris d'une image d'une manière optimale en fonction de certains critères discriminants. La méthode la plus connue est celle d'Otsu [46] qui sélectionne les seuils optimaux en maximisant la variance entre les classes (BCV). Wang et al. [47], pour leur part, ont proposé un algorithme qui améliore la méthode d'Otsu en ajoutant des poids à la fonction objectif pour s'assurer que le seuil se situe dans vallée. De leur côté, Kapur et al. [48] ont proposé de maximiser l'entropie résultant du découpage de l'histogramme en plusieurs classes alors qu'Abutaleb utilise l'entropie 2D [49]. Les deux approches ont été utilisées par certains auteurs tout comme Ramesh et al. [50] dans leur procédé de seuillage bi-niveau où l'histogramme est approximé par une fonction à deux niveaux pour diviser l'image en deux régions pour ensuite déterminer le seuil en minimisant la somme des carrés des erreurs ou la variance des deux régions.

Les méthodes de seuillage à deux niveaux donnent des résultats satisfaisants pour les images à histogramme bimodal. Toutefois, lorsque ces méthodes sont étendues au seuillage multi-niveaux, deux problèmes apparaissent. Le premier est le temps de calcul qui est relativement élevé en fonction de la complexité de l'image à traiter. Le second est relatif au nombre de seuils à déterminer, ce qui correspondant au nombre des régions constituant l'image. Pour surmonter le premier problème lié au temps d'exécution, plusieurs techniques rapides ont été proposées. La méthode proposée par Reddi et al. [51] constitue une version de la méthode d'Otsu étendue au multiseuillage.

D'autres algorithmes sont spécialement conçus pour accélérer le calcul d'une fonction objectif spécifique [52-54]. Dans le cas du seuillage multi-niveaux, des techniques de dichotomisation ont été mises en œuvre par certains auteurs [55-57] et d'autres ont utilisé un schéma itératif [58] ou des métaheuristiques d'optimisation [59]. Ainsi, afin de minimiser le temps de calcul, les algorithmes génétiques [61] ont été utilisés pour déterminer les seuils optimaux par l'optimisation d'une fonction objectif après avoir réduit la résolution de l'histogramme en introduisant la transformée en ondelettes. Ceci est aussi effectué par une recherche exhaustive [60]. En utilisant la technique d'optimisation par essaim de particules (PSO) pour réduire fortement la durée du traitement, Yin [62] a proposé une méthode de multiseuillage par minimisation de la Cross-Entropie (MCE) pour calculer les seuils. Cette technique d'optimisation par PSO a été aussi utilisée dans [63] pour segmenter l'image. D'autres auteurs ont choisi comme fonction objectif l'entropie de Tsallis-Havrda ou celle de Rényi [64,65]. Toujours pour réduire le temps de calcul qui croît avec le nombre de seuils à détecter, Nakib et al. [66] ont proposé un nouveau modèle de multiseuillage basé sur l'optimisation multi-objectif.

En ce qui concerne le second problème lié au nombre de seuils à déterminer, peu de travaux ont été publiés dans la littérature. Dans la plupart des cas, les méthodes de multiseuillage sont appliquées en faisant varier le nombre de seuils, puis par optimisation d'une fonction coût, le nombre optimal de seuils est déterminé [52,55]. Toutefois, cette solution consomme beaucoup de temps de calcul. Plus récemment, un algorithme génétique a été combiné avec une transformée en ondelettes [61]. La transformée en ondelettes est utilisée pour réduire la taille de l'histogramme tandis que l'algorithme génétique permet de trouver le nombre de seuils et leurs valeurs optimales.

Si les méthodes de segmentation par seuillage utilisent l'histogramme de l'image à segmenter, d'autres méthodes de segmentation par approche région, les méthodes structurales et les contours actifs basés régions sont appliqués directement sur l'image.

1.4.2 Les méthodes structurales

Cette famille de méthodes qui manipulent directement des régions procèdent par croissance de régions ou «region-growing » ou par décomposition/fusion ou «split and merge».

Les algorithmes par croissance de régions [67-69] partent d'un premier ensemble de régions. Ces régions grandissent ensuite par incorporation des pixels les plus similaires suivant un critère donné tel que la différence entre le niveau de gris du pixel considéré et le niveau de gris moyen de la région. Les algorithmes de segmentation par ligne de partage des eaux [70,71] appartiennent à cette catégorie.

Pour leur part, les algorithmes de type décomposition/fusion [72,73] exploitent les caractéristiques propres de chaque région (surface, intensité lumineuse, colorimétrie, texture, etc.). Les couples de régions candidates à une fusion sont recherchés puis notés en fonction de l'impact que cette fusion aurait sur l'apparence générale de l'image. Les couples de régions les mieux notés sont ensuite fusionnés.

1.4.3 Les contours actifs basés régions

Les limitations des contours actifs basés frontières ont naturellement orienté les recherches vers des solutions où l'attache aux données est construite à partir de toute l'information contenue dans l'image. Ce sont les contours actifs basés régions. Plus robustes au bruit et moins sensibles à la position de la courbe initiale, les modèles basés régions ont pour principe général de faire évoluer une courbe de telle sorte qu'à la convergence, elle réalise une partition de l'image en deux régions homogènes. Il s'agit ici de deux régions car une seule courbe ne délimite que deux domaines dans l'image. Si dans les approches contour, l'attache aux données repose toujours sur le calcul de la norme du gradient, les contours actifs régions reposent généralement sur des modélisations statistiques. Par ailleurs, certains modèles tiennent compte à la fois de l'information locale située le long du contour et des caractéristiques statistiques des régions définies par la partition réalisée. Les travaux de Mumford et Shah [74] sont à l'origine d'un modèle de contours actifs région (modèle MS) qui a servi de base à beaucoup d'autres travaux dans le domaine. Dans un cadre variationnel, Mumford et

Shah dans [74] proposent d'approcher une image I par une fonction u , lisse par morceaux, en minimisant l'énergie suivante :

$$E(u, \Gamma) = \iint_{\Omega} (I - u)^2 dx dy + \iint_{\Omega \setminus \Gamma} |\nabla(u)|^2 dx dy + v L(\Gamma) \quad (1.12)$$

où $L(\Gamma)$ représente la longueur de la courbe Γ pondérée par la constante v et les autres annotations sont celles définies dans la section 1.3.3. Il est montré dans [74] que la minimisation conduit à prendre pour u , dans les différentes régions délimitées par Γ , les valeurs moyennes des niveaux de gris sur ces régions. On obtient alors un cas réduit du modèle précédent, dont la fonctionnelle à minimiser est:

$$E(u, \Gamma) = \sum_i \iint_{\Omega_i} (I - \mu_i)^2 dx dy + v L(\Gamma) \quad (1.13)$$

où μ_i est la moyenne des niveaux de gris, inconnue, de la région Ω_i .

Dans cette approche, l'évolution de la courbe restant toujours fonction du gradient de l'image, les objets non définis par le gradient ne sont pas détectés. Pour éviter cet inconvénient, Chan et Vese [75,76] ont proposé un nouveau modèle (modèle CV) qui est un cas particulier du modèle MS, mais sans utiliser l'information gradient de l'image. Dans sa version originale, le modèle CV est un modèle biphasé, c'est-à-dire qu'il segmente l'image en deux régions. Il est basé sur la fonctionnelle énergie suivante:

$$E(u, \Gamma) = \iint_{\Omega_0} (I - \mu_0)^2 dx dy + \iint_{\Omega_1} (I - \mu_1)^2 dx dy + v L(\Gamma) \quad (1.14)$$

où μ_0 et μ_1 sont respectivement les moyennes des régions extérieure (Ω_0) et intérieure (Ω_1) de l'image. Cette énergie est minimisée en utilisant la formulation level sets qui conduit à une équation aux dérivées partielles (EDP) dérivant du principe d'Euler-Lagrange.

Le modèle CV permet la segmentation de divers types d'images y compris celles qui sont difficiles à segmenter par seuillage ou par des méthodes basées régions. Ce modèle a été largement utilisé pour la segmentation d'images médicales [77-79]. Ce modèle CV, performant, présente beaucoup

d'avantages par rapport aux autres modèles (détection des contours intérieurs, position quelconque de la courbe initiale, détection des contours avec ou sans gradient, robustesse au bruit). Cependant, il présente quelques limitations intrinsèques. En effet, la segmentation peut être pauvre ou inefficace dans le cas d'images à inhomogénéité d'intensité ou d'images complexes à cause de la position du contour initial. Un autre inconvénient commun aux différents modèles de contours actifs est le temps de traitement qui est souvent trop grand (quelques secondes à quelques dizaines de secondes) comme dans le cas d'images de grande taille. Pour lever ces limitations, plusieurs schémas ont été proposés [80-84]. Ainsi, Wang et al. [80] ont introduit une information locale dans le modèle CV pour segmenter efficacement les images à inhomogénéité d'intensité. Dans [81], un schéma d'initialisation pour le modèle CV est introduit. Xia et al. [82] ont proposé une autre méthode d'initialisation en introduisant le détecteur de Canny et un filtre morphologique. Pour réduire le temps de traitement, des schémas d'implémentation, avec ou sans résolution de la PDE, ont été proposés [83,84]. Dans la même optique, Gibou et al. ont proposé une technique hybride pour la segmentation qui associe la rapidité et la simplicité de la procédure des K-Means avec la robustesse des algorithmes des level sets [85]. Pour accélérer l'évolution de la courbe correspondant au zéro de la fonction level set, certains auteurs ont introduit des méthodes basées sur l'idée de la bande étroite (narrow band) [33-36]. Dans ces méthodes, les algorithmes restreignent la recherche de la solution de l'EDP dans une bande étroite autour de la courbe d'évolution. Les méthodes narrow band peuvent être également associées à la méthode Fast Marching (FMM), qui dérive directement du formalisme level set [34,35]. La FMM veille à ce que le front de la courbe se propage rapidement dans les zones homogènes et lentement à travers les régions de fort gradient comme les bords et les coins. Une mise en œuvre rapide de la méthode level set sans résolution de la PDE et étroitement liée aux techniques de bande étroite a été développée par Shi et Karl [83]. Cette dernière méthode a été améliorée dans [86] en optimisant les cycles de calcul par élimination de ceux qui n'apportent pas d'évolution de la courbe. Malgré l'accélération significative apportée par ces différents travaux, les temps de calcul sont considérés encore élevés étant donné que la fonction

level set doit être remise à zéro fréquemment. De plus, ces algorithmes utilisant la narrow band sont inefficaces dans la segmentation d'images contenant des objets divers du fait que leur mise à jour est limitée à la bande étroite. L'idée de base des méthodes variationnelles consiste à minimiser une fonctionnelle énergie. La voie classique pour solutionner le problème de minimisation est de résoudre la PDE qui découle de l'équation d'Euler-Lagrange. En procédant par une approche différente pour résoudre le modèle de CV sans passer par la résolution de la EDP, Song et Chan [87] calculent la variation de la fonctionnelle énergie lorsqu'un pixel est déplacé de l'intérieur de la courbe de niveau zéro à l'extérieur ou inversement. Exploitant la même idée, Burger et al. [88] ont proposé une approche modifiée de la méthode level set en y incluant la dérivée topologique [89]. He et Osher [90] ont établi un lien entre l'approche développée dans [87] et le concept de dérivée topologique et ont étendu cette méthode aux level sets multiphases.

1.5 Conclusion

Une segmentation réalisée sur la base de contours seulement ne présente pas des résultats performants étant donné que ces contours sont le plus souvent discontinus, incomplets, non fermés ou parasités par du bruit. Différentes autres méthodes ont alors été proposées afin d'améliorer ces résultats. Parmi ces méthodes, les contours actifs ou snakes dont la formulation extensible à diverses applications comme la segmentation, la détection de contours, la coopération avec des approches région et l'interaction avec l'utilisateur ont été appliqués avec succès. Dans cette approche, l'idée première consiste à modéliser le problème comme un problème de minimisation. Mais ce modèle n'est pas exempt d'inconvénients. En effet, les changements topologiques sont interdits, il n'est pas possible de détecter plusieurs objets, le contour initial doit être suffisamment proche de l'objet et des problèmes d'instabilité numérique apparaissent. En plus de l'information locale procurée par les termes basés contours, les contours actifs basés régions introduisent une information globale sur la région à segmenter. Ces modèles procèdent par une évolution du contour vers une solution optimale en minimisant un critère. La formulation du critère par les level sets constitue une alternative avantageuse aux courbes d'évolution et

l'apparition du modèle de Chan et Vese permettent de dépasser la plupart des inconvénients rencontrés avec les contours actifs basés frontières. Cependant, ces derniers modèles ont également des limites comme le temps de calcul important, le manque d'efficacité de la segmentation d'images complexes et en présence de bruit.

D'autres modèles comme celui de Chan et Vese utilisé avec la dérivée topologique pour particulièrement diminuer les temps de calcul feront l'objet du prochain chapitre.

Deuxième chapitre

Modèle de Chan-Vese et dérivée topologique

1.1 Introduction

La méthode level sets, outil numérique pour propager des interfaces, introduite par Osher et Sethian [27,32], est devenue une structure théorique et numérique de plus en plus utilisée en traitement d'images. Son principe consiste à propager une courbe, considérée comme l'ensemble de niveau zéro de la fonction level set, vers les frontières des objets contenus dans l'image. Par rapport aux contours actifs, la méthode level sets présente l'avantage d'éviter les difficultés de transformations topologiques. En effet, l'approche level sets est capable de manier des changements topologiques complexes comme, par exemple, faire évoluer un contour simple vers deux contours séparés, ou, inversement, réunir deux contours séparés pour en former un seul. Cependant, comme l'arrêt de l'évolution de la courbe dépend généralement du gradient de l'image, les contours non définis par ce gradient restent non détectés, ce qui constitue un inconvénient majeur. Utilisant la formulation level sets et ne dépendant pas du gradient de l'image pour le terme d'arrêt, le modèle de Chan et Vese [75,76] est un modèle pour segmentation d'image basé sur la fonctionnelle de Mumford-Shah [74]. En effet, qualifié de «modèle sans frontières (model without edges)», le modèle de Chan et Vese peut être appliqué sur des images avec des frontières non définies par le gradient. Ce modèle a été exposé dans sa première version sous la forme biphasé, autrement dit, l'image est segmentée en deux régions. La méthode a été par la suite étendue à plusieurs phases pour segmenter

l'image en plusieurs régions. Ce modèle étant basé sur la fonctionnelle de Mumford-Shah, il est formulé à l'aide d'une équation aux dérivées partielles dont la résolution consomme un temps de calcul appréciable. Pour réduire ce temps, des alternatives ont été proposées comme celles basées sur la dérivée topologique dont l'application au modèle CV permet d'éviter de passer par la résolution de l'équation aux dérivées partielles pour élaborer des algorithmes de segmentation plus rapides [87,88,90].

2.2 Segmentation d'images par le modèle de Chan et Vese

Ce modèle peut être appliqué sous sa forme biphasé ou multiphasé pour segmenter l'image, respectivement en deux ou plusieurs régions.

2.2.1 Cas biphasé

Soit I , l'image à segmenter en deux régions. Cette image est définie dans un domaine spatial Ω , telle que $I = \{I(x,y), (x,y) \in \Omega\}$ et soit $\Gamma(t)$, la courbe d'évolution qui définit le contour des objets. La courbe initiale nécessaire au déroulement de l'algorithme est souvent un cercle de rayon quelconque et centré en un point quelconque de l'image, comme le montre la figure 2.1. La courbe $\Gamma(t)$ divise le domaine Ω en deux régions Ω_0 et Ω_1 qui sont respectivement les régions intérieure et extérieure à $\Gamma(t)$. Cette courbe $\Gamma(t)$ est représentée implicitement par la courbe de niveau zéro d'une fonction auxiliaire $\Phi(x,y,t)$ appelée fonction level set et définie telle que :

$$\begin{cases} \Phi(x,y,t) > 0 & \text{pour } (x,y) \in \Omega_1 \\ \Phi(x,y,t) = 0 & \text{pour } (x,y) \in \Gamma \\ \Phi(x,y,t) < 0 & \text{pour } (x,y) \in \Omega_0 \end{cases} \quad (2.1)$$

La fonction $\Phi(x,y,t)$ est habituellement prise comme la fonction distance signée du point (x,y) à l'interface $\Gamma(t)$.

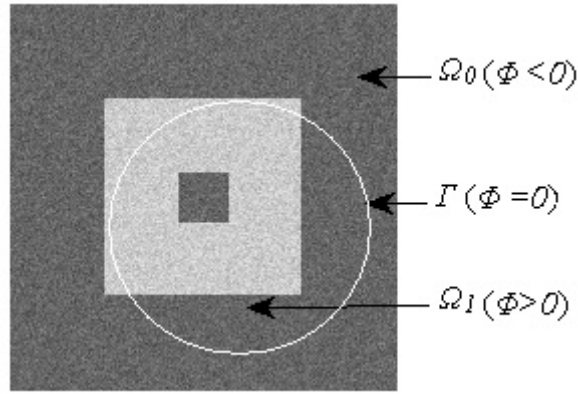


Figure 2.1 Image et courbe initiale $\Gamma(t)$ délimitant les différentes régions

A la fonction level set, est associée une fonction Heaviside $H(\Phi)$ qui prend la valeur 1 pour $\Phi \geq 0$ et vaut 0 ailleurs. Pour chaque région Ω_k ($k=0$ ou 1) et en liaison avec cette fonction Heaviside, une fonction d'appartenance g_k est définie telle que $g_0 = 1-H$ et $g_1=H$. Chaque région ou plus exactement chaque classe Ω_k est caractérisée par une fonction lisse I_k qui est l'intensité moyenne de la région exprimée par l'expression (2.2) suivante :

$$I_k = \frac{\int_{\Omega_k} I(x,y) dx dy}{\int_{\Omega_k} dx dy} = \frac{\int_{\Omega} I(x,y)g_k(x,y) dx dy}{\int_{\Omega} g_k(x,y) dx dy}, \quad k \in \{0,1\} \quad (2.2)$$

Dans le cas d'une image de taille $M \times N$ pixels, l'expression numérique de l'intensité moyenne de la région Ω_k est :

$$I_k = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I(i,j)g_k(i,j)}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N g_k(i,j)}, \quad k \in \{0,1\} \quad (2.3)$$

La segmentation par le modèle CV consiste à partitionner l'image en régions d'intensités homogènes en faisant évoluer la courbe $\Gamma(t)$, donc la fonction $\Phi(x,y,t)$, jusqu'à ce qu'il y ait coïncidence avec les frontières des régions. La figure 2.2 illustre ce processus d'évolution : la figure 1a montre l'image d'origine à laquelle on a rajouté le cercle Γ qui représente la courbe initiale; la figure 1b montre l'évolution de cette courbe en cours de traitement et la figure 1c donne l'image segmentée résultante et la courbe d'évolution qui épouse les contours des objets contenus dans l'image.

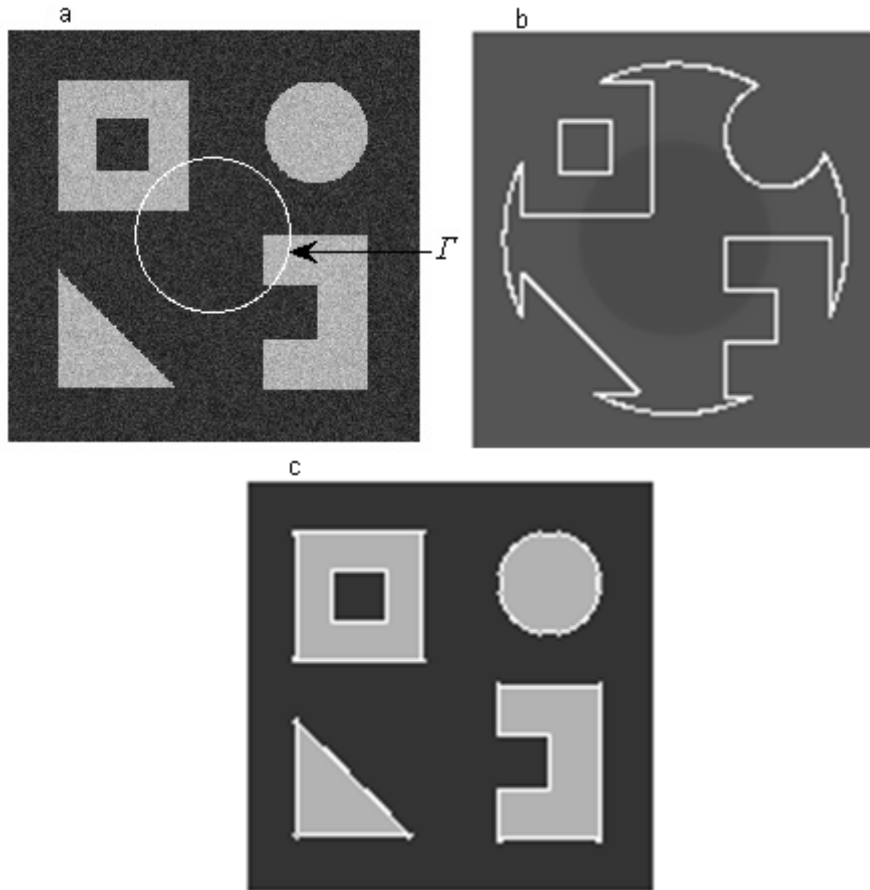


Figure 2.2 Détection d'objets dans une image bruitée par la technique des level sets. (a) image d'origine avec la courbe initiale, (b) L'image après 1 itération, (c) Après 2 itérations.

L'évolution de la courbe $\Gamma(t)$ est réalisée par la minimisation de la fonctionnelle énergie exprimée par :

$$E(\Phi, I_k) = \sum_{k=0}^1 \int_{\Omega} \lambda_k [(I(x, y) - I_k)^2 g_k(x, y)] dx dy + \mu \int_{\Omega} |\nabla H(\Phi)| dx dy \quad (2.4)$$

Le second terme de cette expression représente la longueur de la courbe Γ pondérée par le paramètre positif μ fixé par l'utilisateur et les λ_k sont des constantes positives souvent prises égales à 1.

La voie classique pour solutionner ce problème de minimisation est d'utiliser l'équation correspondante d'Euler-Lagrange. Cela conduit à une équation d'évolution qui s'exprime directement à l'aide de la fonction level set Φ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} = \delta_{\varepsilon}(\Phi) \left[\mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi}{|\nabla \Phi|} \right) - \sum_{k=0}^{k=1} \lambda_k (I - I_k)^2 \frac{\partial g_k}{\partial H} \right] \quad (2.5)$$

δ_ε est une version régularisée de la fonction de Dirac qui est la dérivée de la fonction de Heaviside normalisée. Ces deux fonctions sont données par les expressions (2.5) et (2.6) suivantes:

$$H_\varepsilon(\Phi) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{\Phi}{\varepsilon} \right) \right) \quad (2.6)$$

$$\delta_\varepsilon(\Phi) = H'_\varepsilon(\Phi) = \frac{1}{\pi\varepsilon} \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{\Phi}{\varepsilon} \right)^2} \right) \quad (2.7)$$

Lorsque les constantes λ_k sont prises égales à 1, l'expression (2.5) devient :

$$\Delta\Phi = \Delta t \cdot \delta_\varepsilon(\Phi) \left[\mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla\Phi}{|\nabla\Phi|} \right) + (I - I_0)^2 - (I - I_1)^2 \right] \quad (2.8)$$

L'équation (2.8) est résolue en procédant par une méthode numérique itérative comme celle exposée dans [90]. A chaque itération, les valeurs de I_k , g_k et donc la fonction Φ sont mises à jour jusqu'à atteindre la convergence ou le nombre d'itérations fixé par l'utilisateur. La courbe Γ finale obtenue représente le contour des objets contenus dans l'image. Elle est représentée par le niveau zéro de la fonction level set. L'image segmentée résultante, désignée par $U(x,y)$, est telle que :

$$U(x,y) = \sum_k I_k \cdot g_k(x,y) \quad (2.9)$$

2.2.2 Cas multiphase

Dans le cas multiphase, cas où l'image est composée de plusieurs classes, N fonctions level set $\{\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N\}$ sont initialisées. Les niveaux zéro de ces fonctions forment N courbes Γ_i qui partagent l'image en $K=2^N$ régions $(\Omega_0, \Omega_1, \dots, \Omega_{K-1})$. Comme pour le modèle biphase, une fonction Heaviside H_i ($i=1, \dots, N$) est associée à chaque fonction level set et une fonction d'appartenance g_k ($k=0, 1, \dots, K-1$) est définie pour chaque région Ω_k . La fonctionnelle énergie à minimiser est alors donnée par l'expression suivante :

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \int_{\Omega} \lambda_k [(I(x,y) - I_k)]^2 g_k(x,y) dx dy + \mu \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} |\nabla H_i(\Phi_i)| dx dy \quad (2.10)$$

La résolution par les équations d'Euler-Lagrange associées conduit à aux N équations d'évolution formulées par l'expression (2.11) suivante:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial t} = \delta_{\varepsilon}(\Phi_i) \left[\mu \operatorname{div} \left(\frac{\nabla \Phi_i}{|\nabla(\Phi_i)|} \right) - \sum_{k=0}^{K-1} \lambda_k (I - I_k)^2 \frac{\partial g_k}{\partial H_i} \right] \quad (2.11)$$

Dans les travaux rencontrés dans notre recherche bibliographique [92,93], qui ont traité des level set multiphases, le nombre de fonctions level set utilisées est limité à deux ($N=2$), ce qui correspond à quatre régions ($K=2^N=4$). L'utilisation de plus de deux fonctions level set devient compliquée à cause de l'initialisation de ces fonctions ainsi que de la difficulté de construction des fonctions d'appartenance g_k .

Dans le cas particulier de segmentation de l'image en 4 régions ($\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$), le nombre de phases est $K=4$ comme le montre la figure 2.3. Deux fonctions level set Φ_1 et Φ_2 sont utilisées, donc deux courbes d'évolution Γ_1 et Γ_2 et deux fonctions Heaviside H_1 et H_2 .

Les quatre régions sont définies par les expressions (2.12) suivantes:

$$\begin{cases} \Omega_0 = \{(x,y), & \Phi_1(x,y) < 0 \text{ et } \Phi_2(x,y) < 0\} \\ \Omega_1 = \{(x,y), & \Phi_1(x,y) > 0 \text{ et } \Phi_2(x,y) < 0\} \\ \Omega_2 = \{(x,y), & \Phi_1(x,y) < 0 \text{ et } \Phi_2(x,y) > 0\} \\ \Omega_3 = \{(x,y), & \Phi_1(x,y) > 0 \text{ et } \Phi_2(x,y) > 0\} \end{cases} \quad (2.12)$$

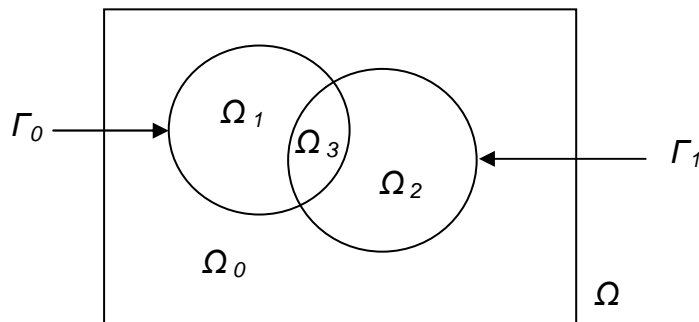


Figure 2.3 Level set multiphase avec deux courbes initiales d'évolution qui partagent l'image définie dans le domaine Ω en quatre régions $\Omega_0, \Omega_1, \Omega_2$ et Ω_3 .

Les fonctions d'appartenance g_k sont données par l'expression suivante:

2.3.1 Définition

Nous prenons les mêmes hypothèses que précédemment, c'est-à-dire une image I définie dans le domaine D , une courbe évolutive Γ dans D représentant le contour de la région Ω et une fonctionnelle F qui est la fonction énergie à optimiser. La dérivée topologique est basée sur l'idée de créer une petite boule $B_{\rho,x}$ centrée au point x , de rayon ρ , à l'intérieur (extérieur) de la région Ω et, ensuite, de considérer la variation de la fonctionnelle F en fonction de la taille de la boule. La dérivée topologique mesure donc l'influence de changements topologiques (création de petits trous infinitésimaux ou apport de petites boules) dans la région Ω sur la fonctionnelle F . La figure 2.4 illustre le cas où une boule $B_{\rho,x}$ centrée en x et de rayon ρ est introduite dans la région Ω dont l'aire est représentée par $|\Omega|$.

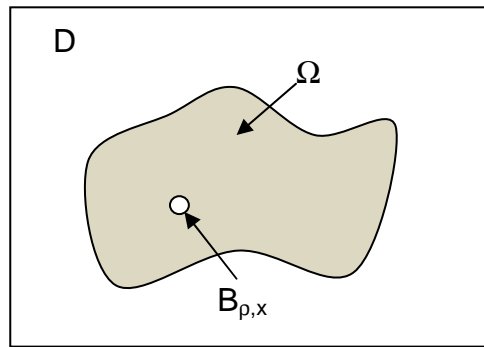


Figure 2.4 Illustration de la définition de la dérivée topologique

D'après Sokolowski et Zochowski [89], la dérivée topologique de F en x est définie, si la limite existe par:

$$d_T F(\Omega)(x) = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{F(\Omega_{\rho,x}) - F(\Omega)}{|B_{\rho,x} \cap \Omega|} \quad (2.15)$$

où $\Omega_{\rho,x} = \Omega - \overline{B(\rho, x)}$

Ainsi, pour minimiser la fonctionnelle énergie, un trou devrait être créé au point x si la dérivée topologique est négative.

2.3.2 Application à la minimisation de la fonctionnelle énergie dans le cas d'une image composée de deux régions

Soit I une image composée des régions Ω_0 et Ω_1 représentant respectivement le fond et l'objet, dont les intensités moyennes respectives sont I_0 et I_1 . Dans ce cas, la fonctionnelle à minimiser est l'énergie E qui est la somme des énergies des deux régions de l'image :

$$E = E_0 + E_1 = \int_{\Omega_0} [I(x, y) - I_0]^2 dx dy + \int_{\Omega_1} [I(x, y) - I_1]^2 dx dy \quad (2.16)$$

où

$$I_0 = \frac{\int_{\Omega_0} I(x, y) dx dy}{\int_{\Omega_0} dx dy} = \frac{\int_{\Omega_0} I(x, y) dx dy}{|\Omega_0|} \quad (2.17)$$

et

$$I_1 = \frac{\int_{\Omega_1} I(x, y) dx dy}{\int_{\Omega_1} dx dy} = \frac{\int_{\Omega_1} I(x, y) dx dy}{|\Omega_1|} \quad (2.18)$$

Créons une perturbation topologique en affectant une partie infinitésimale de la région Ω_0 à la région Ω_1 : un trou de rayon ρ centré au point P est créé dans Ω_0 tandis que, dans Ω_1 , une boule de même rayon et centrée au même point est introduite. Suite à cette perturbation, les deux régions deviennent respectivement $\Omega_0 - B(\rho)$ et $\Omega_1 + B(\rho)$ et les nouvelles moyennes sont :

$$\begin{aligned} I_0^\rho &= \frac{\int_{\Omega_0 - B(\rho)} I dx dy}{\int_{\Omega_0 - B(\rho)} dx dy} = \frac{\int_{\Omega_0} I dx dy - \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_0| - \pi \rho^2} = \frac{I_0 |\Omega_0| - \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_0| - \pi \rho^2} \\ &= I_0 + \frac{I_0 \pi \rho^2 - \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_0| - \pi \rho^2} = I_0 - \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy}{|\Omega_0| - \pi \rho^2} \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{aligned}
I_1^\rho &= \frac{\int_{\Omega_1+B(\rho)} I dx dy}{\int_{\Omega_{10}+B(\rho)} dx dy} = \frac{\int_{\Omega_1} I dx dy + \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} = \frac{I_1|\Omega_1| + \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} \\
&= I_1 + \frac{-I_1\pi\rho^2 + \int_{B(\rho)} I dx dy}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} = I_1 + \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} \tag{2.20}
\end{aligned}$$

Les dérivées topologiques de E_0 et de E_1 en P sont :

$$\begin{aligned}
d_T E_0 &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{\Omega_0-B(\rho)} (I - I_0^\rho)^2 dx dy - \int_{\Omega_0} (I - I_0)^2 dx dy}{\pi\rho^2} \\
d_T E_1 &= \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{\Omega_1+B(\rho)} (I - I_1^\rho)^2 dx dy - \int_{\Omega_1} (I - I_1)^2 dx dy}{\pi\rho^2}
\end{aligned}$$

Le calcul des premiers termes de $d_T E_0$ et de $d_T E_1$ donne:

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_0-B(\rho)} (I - I_0^\rho)^2 dx dy &= \int_{\Omega_0-B(\rho)} (I - I_0)^2 dx dy + \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy\right)^2}{|\Omega_0| - \pi\rho^2} \\
&\quad + 2 \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy}{|\Omega_0| - \pi\rho^2} \int_{\Omega_0-B(\rho)} (I - I_0) dx dy \\
&= \int_{\Omega_0-B(\rho)} (I - I_0)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy\right)^2}{|\Omega_0| - \pi\rho^2}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_1+B(\rho)} (I - I_1^\rho)^2 dx dy &= \int_{\Omega_1+B(\rho)} (I - I_1)^2 dx dy + \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy\right)^2}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} \\
&\quad + 2 \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy}{|\Omega_1| + \pi\rho^2} \int_{\Omega_1+B(\rho)} (I - I_1) dx dy \\
&= \int_{\Omega_1+B(\rho)} (I - I_1)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy\right)^2}{|\Omega_1| + \pi\rho^2}
\end{aligned}$$

d'où

$$d_T E_0 = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{\Omega_0 - B(\rho)} (I - I_0)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy \right)^2}{|\Omega_0| - \pi \rho^2}}{\pi \rho^2} - \int_{\Omega_0} (I - I_0)^2 dx dy$$

$$d_T E_1 = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{\Omega_1 + B(\rho)} (I - I_1)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy \right)^2}{|\Omega_1| + \pi \rho^2}}{\pi \rho^2} - \int_{\Omega_1} (I - I_1)^2 dx dy$$

et donc :

$$d_T E_0 = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{- \int_{B(\rho)} (I - I_0)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_0) dx dy \right)^2}{|\Omega_0| - \pi \rho^2}}{\pi \rho^2} \quad (2.21)$$

$$d_T E_1 = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_1)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_1) dx dy \right)^2}{|\Omega_1| + \pi \rho^2}}{\pi \rho^2} \quad (2.22)$$

La dérivée de l'énergie globale de l'image est la somme de celles des deux régions la constituant, soit:

$$d_T E = d_T E_0 + d_T E_1 \quad (2.23)$$

Si l'expression (2.23) est négative, c'est que l'énergie de l'image a diminué avec l'introduction de la perturbation topologique. Pour minimiser cette énergie, il faut donc réaliser tous les changements topologiques qui donnent une dérivée négative et ne pas effectuer les autres pour lesquels la dérivée est positive ou nulle.

La définition précédente de la dérivée topologique correspond à un domaine composé de deux régions. Cependant, elle peut être généralisée à un domaine composé de régions multiples.

2.3.3 Cas d'une image composée de régions multiples

Considérons une image I constituée de K régions $\Omega_k, (k=0, 1, \dots, K-1)$.

Supposons qu'au point PC Ω_k , on crée un trou B_ρ que l'on ajoute à la région Ω_l .

Avant le changement topologique, les intensités moyennes de ces régions s'écrivent sous les formes suivantes:

$$I_k = \frac{\int_{\Omega_k} I(x, y) dx dy}{|\Omega_k|} \quad \text{et} \quad I_l = \frac{\int_{\Omega_l} I(x, y) dx dy}{|\Omega_l|} \quad (2.24)$$

Après la perturbation topologique, ces régions sont notées respectivement : $\Omega_{k-B(\rho)}$ et $\Omega_{l+B(\rho)}$ et les nouvelles intensités moyennes sont obtenues en effectuant les calculs comme pour les expressions (2.19) et (2.20) :

$$I_k^\rho = I_k - \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_k) dx dy}{|\Omega_k| - \pi\rho^2} \quad \text{et} \quad I_l^\rho = I_l + \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_l) dx dy}{|\Omega_l| + \pi\rho^2} \quad (2.25)$$

Les dérivées topologiques des énergies de ces régions sont calculées comme dans le cas biphasé :

$$d_T E_k = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{-\int_{B(\rho)} (I - I_k)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_k) dx dy\right)^2}{|\Omega_k| - \pi\rho^2}}{\pi\rho^2} \quad (2.26)$$

$$d_T F_l = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_l)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_l) dx dy\right)^2}{|\Omega_l| + \pi\rho^2}}{\pi\rho^2} \quad (2.27)$$

Dans les régions autres que Ω_k et Ω_l , aucun changement n'intervient puisque elles ne sont pas concernées par cette évolution de la topologie. La dérivée de l'énergie globale est donc donnée par : $d_T E = d_T F_k + d_T F_l$

2.4 Modèle Chan-Vese à base de la dérivée topologique

En segmentation d'images, la dérivée topologique a été utilisée en vue de résoudre le problème de minimisation de la fonctionnelle énergie

(expression (2.10)) du modèle CV dans les cas biphasé et multiphasé [87,90]. Les constantes λ_k de l'expression sont prises égales à 1. Les auteurs de [87] et [90] n'ont pas pris en compte le terme longueur de l'expression (2.10), mais ils considèrent $\mu=0$. Ils préconisent cependant, en cas d'image bruitée, soit d'appliquer leurs algorithmes sur l'image filtrée par diffusion non linéaire, soit d'approximer le terme $\int_{\Omega} |\nabla H(\Phi)| dx dy$ par l'expression :

$$\sum_{i,j} \sqrt{(H(\Phi_{i+1,j}) - H(\Phi_{i,j}))^2 + (H(\Phi_{i,j+1}) - H(\Phi_{i,j}))^2}$$

où $\Phi_{i,j}$ est la valeur de Φ au pixel (i,j) .

Notons que le terme sous la racine carrée peut prendre uniquement la valeur 0, 1 ou 2 selon que les points correspondant aux trois paires d'éléments de l'ensemble $\{\Phi_{i,j}, \Phi_{i+1,j}, \Phi_{i,j+1}\}$ appartiennent ou non à la même région. L'algorithme qui réalise cette méthode est présenté à la figure 2.5

Tableau 2.1 Algorithme du modèle CV à base de la dérivée topologique

1	- Initialisation des fonctions level set Φ_i et construction des fonctions Heaviside associées H_i .
2	- calcul des intensités moyennes I_k des régions et de la fonctionnelle énergie.
3	- Pour chaque pixel de l'image : <ul style="list-style-type: none"> • dans le cas biphasé, on calcule la variation d'énergie induite si ce pixel change de région. Si le résultat est négatif, le déplacement de ce point est rendu effectif en changeant le signe de la fonction level set Φ. • Dans le cas multiphasé, on calculera la variation d'énergie induite par le déplacement du point de sa région courante vers chacune des autres régions. Le point est effectivement déplacé vers la région pour laquelle la variation d'énergie est la plus négative en changeant les signes des fonctions level set concernées.
4	- Mise à jour des I_k .
5	- Calcul de la nouvelle énergie.
6	- Tant que l'énergie décroît (ou le nombre d'itérations fixé n'est pas atteint) aller à l'étape 3.

2.5 Conclusion

Les algorithmes qui utilisent la dérivée topologique sont bien adaptés pour la résolution de problèmes d'optimisation formulés par les level set. Ils nous permettent d'éviter la résolution de l'équation d'Euler-Lagrange

correspondant à l'équation de minimisation de la fonctionnelle énergie. En effet, l'énergie est calculée directement et la minimisation de cette fonctionnelle consiste à créer des perturbations topologiques, en affectant chaque pixel de l'image, par simple changement du signe de la fonction level set, à la région pour laquelle l'énergie tend à décroître. Ces algorithmes sont appliqués avec succès au modèle de Chan et Vese. Pour les images constituées de deux régions, la convergence est assurée en un nombre très réduit d'itérations en absence de bruit et pour une initialisation correcte de la fonction level set. Ces algorithmes, rapides, ont été développés essentiellement pour le modèle à deux phases, mais la méthode étendue au modèle multi-phase a été proposée. Cependant le modèle multi-phase proposé est limité aux images constituées de quatre régions au maximum, c'est-à-dire qu'il n'utilise qu'une ou deux fonctions level set. Au-delà, la construction des régions qui est réalisée par combinaisons des fonctions level set, devient complexe. Pour résoudre ce problème, nous proposons dans le chapitre suivant une méthode qui permet la segmentation de l'image en un nombre quelconque de régions sans introduire les fonctions level set.

Troisième chapitre

Segmentation multiphase généralisée à base de la dérivée topologique

3.1 Introduction

La segmentation permet de partitionner l'image en différentes en régions afin d'en simplifier la représentation et d'identifier facilement les objets qu'elle contient. La segmentation d'images a fait l'objet de plusieurs travaux qui ont proposé plusieurs approches et de nombreuses extensions ont été introduites comme celles tirées du modèle de Mumford et Shah. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la segmentation d'images multiphase. Nous présentons particulièrement la première méthode originale que nous proposons dans le cadre de cette thèse. Il s'agit d'une méthode de segmentation multiphase que nous qualifions de généralisée, à base de la dérivée topologique. Cet algorithme permet la segmentation d'images complexes, c'est à dire composée de plusieurs régions ou contenant un grand nombre d'objets. Il est construit sur la base du modèle de Chan et Vese et la formulation permettant de minimiser la fonctionnelle énergie utilise le concept de dérivée topologique exposé dans le chapitre précédent. La différence principale avec les méthodes level set classiques est l'utilisation de fonctions d'appartenance au lieu de fonctions level set. Dans le cas de fonctions level set, les régions sont définies par des combinaisons de ces fonctions (pour N fonctions, on définit 2^N régions). L'initialisation des régions

devient complexe lorsque le nombre de fonctions level set est supérieur à 2. Dans le cas de fonctions d'appartenance, chaque fonction définit une région ; autrement dit, pour un nombre quelconque K de fonctions, nous définissons K régions. Après la description de la méthode proposée, nous présentons les différentes étapes de l'algorithme qui la réalise. Pour évaluer les performances de la méthode, une évaluation visuelle est réalisée en utilisant différents images test de synthèse et réelles.

3.2 Principe de la méthode

Soit I l'image composée de K régions Ω_k , ($k=0, \dots, K-1$), à segmenter. Chaque région Ω_k est définie par une fonction d'appartenance g_k , qui est une fonction Heaviside égale à 1 à l'intérieur de la région et 0 ailleurs. Il s'agit de minimiser, en utilisant la dérivée topologique, la fonctionnelle énergie de l'expression (2.10) dans laquelle les constantes λ_k sont prises égales à 1 et qui est rappelée ci-dessous :

$$\begin{aligned} E &= \sum_{k=0}^{K-1} \int_{\Omega} [(I(x,y) - I_k)]^2 g_k(x,y) dx dy + \mu \sum_{i=1}^N \int_{\Omega} |\nabla H_i(\Phi_i)| dx dy \\ &= \sum_{k=0}^{K-1} \int_{\Omega} [(I(x,y) - I_k)]^2 g_k(x,y) dx dy + \mu \sum_{k=0}^{K-1} \int_{\partial\Omega_k} ds \end{aligned}$$

La dérivée topologique du premier terme de l'expression peut être calculée comme cela a été fait dans la section 2.3.3 du chapitre 2. Le second terme qui représente la longueur du contour n'a pas de dérivée topologique car il est équivalent à la fonction objective $L = \sum |\partial\Omega_k|$ et la dérivée topologique du terme $|\partial\Omega|$ n'existe pas. La fonctionnelle énergie sera ainsi minimisée sans le terme longueur dont la prise en compte est surtout nécessaire dans le cas d'images bruitées. Lorsque le terme longueur est ignoré, l'expression numérique de cette énergie devient :

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [(I(i,j) - I_k)]^2 g_k(i,j) \quad (3.1)$$

Il s'agit de minimiser cette fonctionnelle énergie en utilisant la dérivée topologique dans le cas discret. La définition rigoureuse de la dérivée topologique utilise un trou d'aire $\pi\rho^2$ quand $\rho \rightarrow 0$. Dans le cas discret, le trou est remplacé par un pixel d'aire égale à 1.

On considère une image constituée de K régions $\Omega_k, (k=0, 1, \dots, K-1)$. Soient I_k l'intensité moyenne de la région Ω_k et n_k , le nombre de pixels qui la constituent et qui correspond à la valeur de sa surface $|\Omega_k|$. A chaque région est associée une fonction d'appartenance g_k telle que $g_k(i,j)=1$ si le pixel $p(i,j) \in \Omega_k$ et $g_k(i,j)=0$ ailleurs, avec $i=\{0, \dots, M-1\}$ et $j=\{0, \dots, N-1\}$, $M \times N$ étant la taille de l'image. L'intensité moyenne de la région Ω_k est telle que :

$$I_k = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_k(i,j) I(i,j)}{n_k} \quad \text{où} \quad n_k = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_k(i,j), k \in \{0, \dots, K-1\} \quad (3.2)$$

Considérons le cas où un pixel $p(i,j) \in \Omega_k$ est déplacé vers la région Ω_l avec $l \neq k$. Les deux régions qui en découlent sont notées Ω_{k-p} et Ω_{l+p} et leurs moyennes désignées respectivement par I_{k-p} et I_{l+p} sont données par les expressions suivantes:

$$I_{k-p} = \frac{-I(i,j) + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_k(i,j) I(i,j)}{n_k - 1} = I_k - \frac{I(i,j) - I_k}{n_k - 1} \quad (3.3)$$

$$I_{l+p} = \frac{I(i,j) + \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_l(i,j) I(i,j)}{n_l + 1} = I_l + \frac{I(i,j) - I_l}{n_l + 1} \quad (3.4)$$

Le transfert du point p d'une région à une autre est une perturbation topologique et la dérivée topologique de l'énergie de l'image en ce point correspond à la variation de la fonctionnelle énergie qui est égale à la somme des variations des énergies des deux régions :

$$d_T E = \Delta E = \Delta E_k + \Delta E_l$$

Pour calculer ΔE_k et ΔE_l , nous utilisons les expressions (2.26) et (2.27) développées dans le chapitre 2 pour le cas continu et nous assimilons $B(\rho)$ à un pixel dont l'aire est égale à 1 ($\pi\rho^2=1$). Ainsi,

$$\Delta E_k = d_T E_k = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{-\int_{B(\rho)} (I - I_k)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_k) dx dy\right)^2}{|\Omega_k| - \pi \rho^2}}{\pi \rho^2}$$

$$\Delta E_k = - (I(i, j) - I_k)^2 - \frac{(I(i, j) - I_k)^2}{n_k - 1} = - \frac{n_k}{n_k - 1} (I(i, j) - I_k)^2 \quad (3.5)$$

$$\Delta E_l = d_T E_l = \lim_{\rho \rightarrow 0} \frac{\int_{B(\rho)} (I - I_l)^2 dx dy - \frac{\left(\int_{B(\rho)} (I - I_l) dx dy\right)^2}{|\Omega_l| + \pi \rho^2}}{\pi \rho^2}$$

$$\Delta E_l = (I(i, j) - I_l)^2 - \frac{(I(i, j) - I_l)^2}{n_l + 1} = \frac{n_l}{n_l + 1} (I(i, j) - I_l)^2 \quad (3.6)$$

Les expressions (3.5) et (3.6) indiquent que la variation d'énergie ΔE_k est négative (décroissance de la région Ω_k) tandis que ΔE_l est positive (croissance de la région Ω_l). La minimisation de E impose que ΔE soit négative. Donc la perturbation topologique due au transfert du point considéré de la région Ω_k vers la région Ω_l va dans le sens de la minimisation de l'énergie globale de l'image si et uniquement si $|\Delta E_l| < |\Delta E_k|$. Selon le résultat du calcul de la variation de la fonctionnelle énergie en utilisant les expressions (3.5) et (3.6) pour chaque pixel de l'image, ce dernier change de région ou non. L'opération du déplacement du pixel $p(i, j)$ de la région Ω_k vers la région Ω_l , est réalisée en faisant $g_k(i, j) = 0$ et $g_l(i, j) = 1$. A chaque itération, chaque pixel de l'image est éventuellement déplacé vers une autre région et les valeurs des n_k , des I_k et l'énergie globale E sont actualisées. Le critère d'arrêt des itérations peut être soit un nombre fixé, soit l'arrêt de la décroissance de l'énergie (convergence).

3.3 Le terme longueur du contour

La prise en compte du terme longueur est nécessaire, particulièrement dans le cas d'images bruitées ou avec des contours non définis par le gradient. Pour en tenir compte, nous pouvons appliquer à l'image une étape de prétraitement comme cela est proposé dans [87]. Cette étape de prétraitement consiste en un filtrage par diffusion anisotropique de l'image

initiale. Perona et Malik [94] ont introduit l'usage de la diffusion non linéaire pour débruiter l'image tout en gardant intacts les contours. L'équation non linéaire qu'ils ont résolue est la suivante:

$$\frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \nabla \cdot (g(|\nabla I|) \cdot \nabla I) \quad (3.7)$$

où I est l'image initiale et g une fonction d'arrêt sur contour telle que $\lim_{s \rightarrow \infty} g(s) = 0$, pour que la diffusion s'arrête à la rencontre d'un gradient élevé. La fonction d'arrêt proposée par Perona et Malik, est telle que:

$$g(|\nabla I|) = \frac{1}{1 + \frac{|\nabla I|^2}{K^2}} \quad (3.8)$$

où K est un paramètre de seuillage qui ajuste la sensibilité de la fonction d'arrêt. Habituellement, $K=7$. L'équation (3.7) est résolue selon la discrétisation numérique suivante :

$$I_{i,j}^{n+1} = I_{i,j}^n + \Delta t \cdot (\nabla \cdot (g(|\nabla I^n|) \cdot \nabla I^n))_{i,j} \quad (3.9)$$

où n représente l'itération et Δt , le pas de discrétisation temporelle pris souvent égal à 0.1.

L'image initiale est ainsi soumise à une opération de filtrage par diffusion non linéaire en appliquant à l'image quelques itérations de la relation (3.9). Ce prétraitement permet de compenser la non prise en compte du terme longueur du contour qui apparait dans l'équation de la fonctionnelle énergie.

3.4 Algorithme de segmentation multiphase généralisée

Nous allons maintenant décrire l'algorithme que nous avons élaboré ur segmenter des images en un nombre quelconque K de régions. L'algorithme qui décrit le processus d'évolution de la méthode est présenté à la figure (3.1).

Tableau 3.1 Algorithme de la méthode de segmentation multiphase généralisée à base de la dérivée topologique

1-	Si l'on veut tenir compte du terme longueur de contour (image I est bruitée), appliquer un filtrage par diffusion non linéaire, sinon aller à l'étape suivante.
2-	Fixer le nombre K de régions et le nombre maximum N d'itérations permis. Initialisation des régions : définir les régions Ω_k en construisant les fonctions d'appartenance g_k correspondantes.
3-	Calculer le nombre n_k de pixels et l'intensité moyenne I_k pour chaque région. Calculer l'énergie initiale E^0 de l'image.
4-	Pour chaque pixel (i,j) de l'image, Pour k allant de 0 à K-1, si $g_{k(i,j)} > 0$, Pour l allant de 0 à K-1, calculer : $\Delta E_l = \frac{n_l}{n_l-1} (I(i,j) - I_l)^2 \text{ si } l = k \text{ et } \Delta E_l = \frac{n_l}{n_l+1} (I(i,j) - I_l)^2 \text{ si } l \neq k$ Faire : $\Delta E_{min} = \min_{l=0, K-1} \{ \Delta E_l \}$ Si $\Delta E_{min} = \Delta E_l$ faire $g_{k(i,j)} = 0$ et $g_{l(i,j)} = 1$,
5-	Réactualiser les valeurs des n_k et des I_k . Calculer la variation d'énergie ΔE entre l'itération en cours et la précédente : si $\Delta E \neq 0$ et si $n < N$ aller à l'étape 4.
6-	Construire les images U_k des différentes régions Ω_k . Sortir l'image segmentée U, somme des U_k

La première étape de cet algorithme étant facultative, elle est utilisée lorsqu'on veut tenir compte du terme longueur pour minimiser la fonctionnelle énergie. C'est notamment le cas lorsque l'image est bruitée. L'image est alors soumise à un prétraitement par diffusion comme cela a été évoqué précédemment. La seconde étape de l'algorithme est une étape d'initialisation. L'image à traiter I est, soit l'image d'origine, soit celle obtenue après l'étape 1. L'image devant être segmentée en K régions Ω_k , on initialise les fonctions d'appartenance g_k qui définissent ces régions: $g_k=1$ à l'intérieur de Ω_k et $g_k=0$ à l'extérieur. Le nombre N d'itérations à effectuer dans le cas de non convergence doit être fixé. Après cette initialisation vient l'étape 3 dans laquelle on précise les caractéristiques de chaque région en calculant le nombre de pixels n_k et la moyenne I_k par les expressions de (3.2). On calcule aussi l'énergie initiale E^0 de l'image selon l'expression (3.1). La quatrième étape est destinée à faire évoluer la topologie des différentes régions de l'image. Pour chaque pixel (i,j) de l'image, on calcule, à l'aide des relations

(3.5) et (3.6), la variation de l'énergie due à son transfert de sa région d'origine k vers une des autres régions. Ce pixel est transféré vers la région l pour laquelle la variation d'énergie est la plus négative, ce qui est effectué en faisant $g_{k(i,j)}=0$ et $g_{l(i,j)}=1$. Dans la cinquième étape, les valeurs des n_k et des I_k sont réactualisées. n étant le numéro de l'itération en cours, la différence d'énergie $\Delta E = E^n - E^{n-1}$ est calculée. Le processus reprend à partir de l'étape trois si $\Delta E \neq 0$ et si $n < N$. Dans la dernière étape, on établit la formulation de l'image segmentée U qui est la somme des images U_k des différentes régions:

$$U = \sum_{k=0}^{K-1} U_k \quad \text{où} \quad U_k = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} I_k g_k(i, j) \quad k \in \{0, \dots, K-1\} \quad (3.10)$$

3.5 Evaluation de la méthode

L'évaluation de la qualité des segmentations résultant de la méthode level set généralisée est faite visuellement. Les tests d'évaluation sont réalisés sur deux images de synthèse et deux images réelles et exposés dans les quatre exemples qui suivent. Le traitement a été réalisé sur un PC Intel Core2 Duo, CPU-2.4 GHz avec 1 Go de RAM. Les algorithmes sont implémentés en Matlab 7.8.

3.5.1 Exemple 1

Le premier test porte sur la segmentation de l'image de synthèse (synth1) de la figure 3.1a qui est une image de taille 256×256 altérée par un bruit gaussien. Elle est composée de 4 régions. Sa segmentation manuelle est relativement aisée. La figure 3.1b montre le résultat de la segmentation de cette image par l'algorithme level set généralisé décrit précédemment en incluant le filtrage par diffusion non linéaire. L'algorithme a convergé au bout de 6 itérations. La figure 3.2 montre comment évolue l'énergie de l'état initial jusqu'à la convergence obtenue au bout de la sixième itération. Le résultat de la segmentation est visiblement correct et le temps de calcul est de $0.521s$; ce temps est environ quatre fois plus faible que celui requis par les algorithmes classiques de segmentation par level set multiphase.

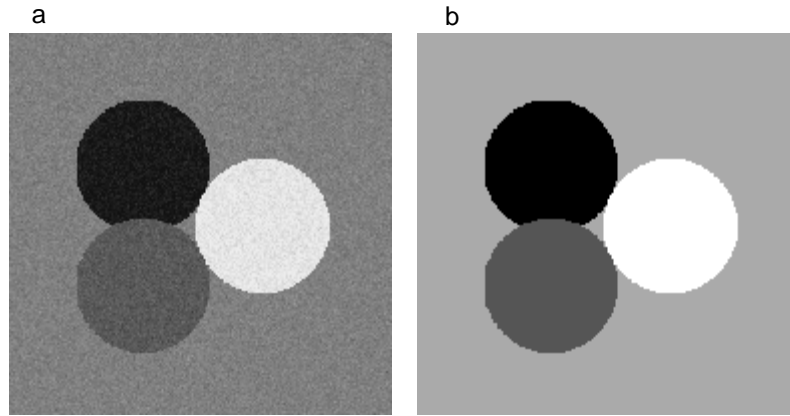


Figure 3.1 Segmentation de l'image « synth1 », a : image originale, b : image segmentée par l'algorithme proposé.

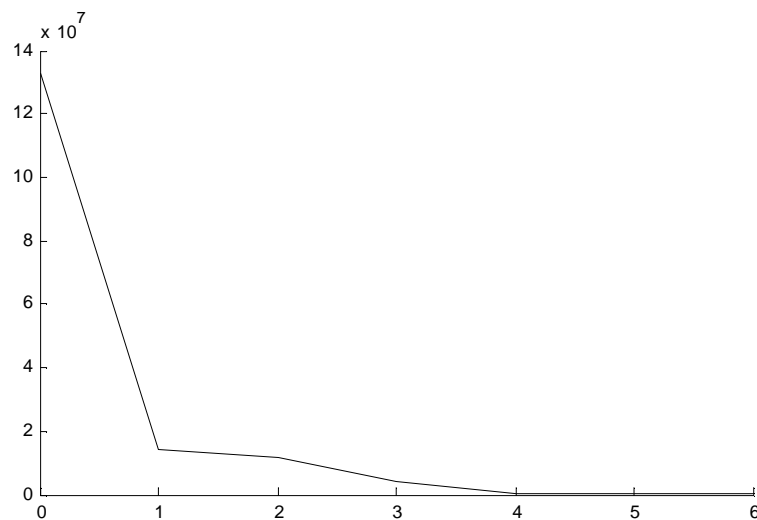


Figure 3.2 : Evolution de l'énergie en fonction des itérations

3.5.2 Exemple 2

La deuxième image testée est l'image de synthèse « square1 » de taille 256×256 représentée figure 3.3a. C'est une image non bruitée composée de 4 classes bien distinctes. Cette image a été choisie pour tester la capacité de la méthode proposée à détecter les petits objets comme le petit carré central sachant que certaines méthodes bien connues comme celles utilisant la fonction d'Otsu n'arrivent pas à détecter cet élément. L'image segmentée, présentée à la figure 3.3b, obtenue au bout de 2 itérations correspondant à 0.198 seconde ne compte que 3 régions, le carré central n'étant pas détecté. Cette défection peut être évitée en choisissant une initialisation adéquate. La segmentation de cette image par level set multiphase classique donne également trois régions avec un temps dix fois plus élevé.

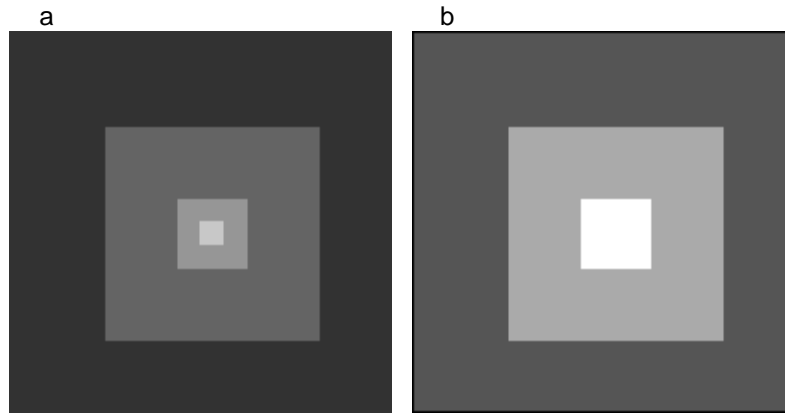


Figure 3.3: Segmentation de l'image « square1 », a : image originale, b : image segmentée par l'algorithme proposé.

3.5.3 Exemple 3

Ce test utilise l'image réelle «fluocel», de taille 256×256 , donnée à la figure 3.4a. Cette image contient plusieurs objets d'intensités variées. Les intensités de la plupart des régions qu'elle contient sont de faibles valeurs et proches l'une de l'autre. La segmentation manuelle de cette image ne semble pas aisée et le nombre de régions qu'elle comporte n'est pas évident. L'algorithme est exécuté avec un nombre de classes à détecter fixé à 5. L'image segmentée obtenue est représentée figure 3.4b. Elle contient 5 régions et la segmentation est réalisée au bout de 25 itérations correspondant à un temps égal à 1.99 secondes. La segmentation de cette image par level set classique donne quatre classes.

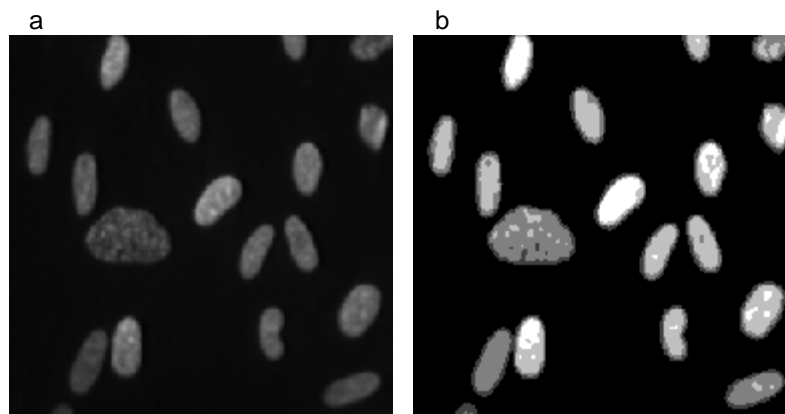


Figure 3.4: Segmentation de l'image « fluocel », a : image originale, b : image segmentée par l'algorithme proposé.

3.5.4 Exemple 4

La quatrième et dernière image utilisée pour tester la méthode est l'image réelle « alumgrns » de taille 404×271 , présentée à la figure 3.5a. C'est une image qui comprend un grand nombre de classes habituellement comptées à 8. La segmentation de cette image est réalisée en fixant le nombre de classes à 8. La figure 3.5b montre l'image segmentée obtenue au bout de 22 itérations. Le temps de calcul requis pour l'exécution de cette segmentation est de 3.87 secondes. Le résultats de la segmentation donne 8 classes. Les limites des régions détectées sont précises et correspondent bien aux frontières des objets.

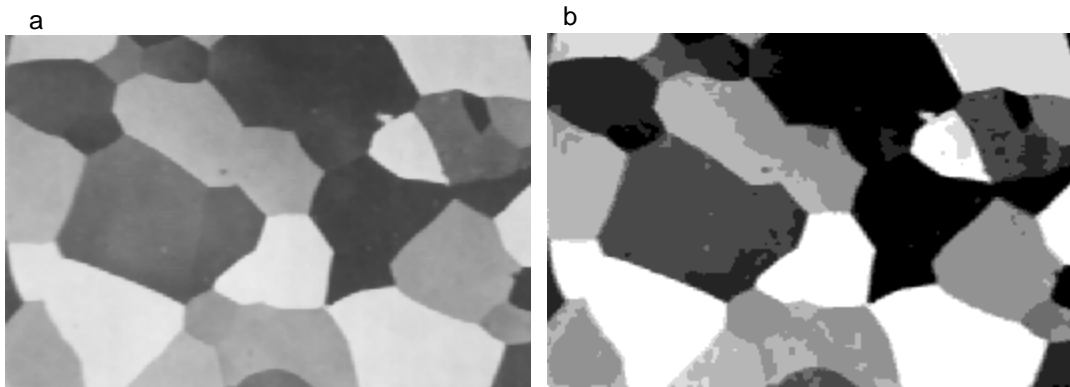


Figure 3.5: Segmentation de l'image « alumgrns », a : image originale, b : image segmentée par l'algorithme proposé.

3.6 Conclusion

L'algorithme développé utilise le critère classique d'énergie proposé par Chan et Vese [76] et basé sur l'approche level set. Nous soulignons toutefois que la fonction level set n'est nullement utilisée. En effet, nous avons introduit les fonctions d'appartenance qui caractérisent individuellement chaque région. La fonctionnelle énergie est calculée directement et pour l'optimiser, nous avons utilisé la dérivée topologique qui a permis l'accélération des calculs et donc d'atteindre la convergence rapidement. Cet algorithme permet une segmentation rapide et satisfaisante de beaucoup de type d'images.

Les avantages principaux de la méthode proposée sont tout d'abord sa capacité à segmenter l'image en un nombre quelconque de régions, d'où le qualificatif de « généralisée », puis un temps de calcul très réduit en

comparaison des temps requis par les méthodes utilisant l'approche level set. L'inconvénient principal réside dans l'initialisation des régions. Une initialisation donnée risque de ne pas conduire à une segmentation correcte pour certaines images particulières. Le deuxième inconvénient est que l'algorithme distingue plus facilement deux régions dont les intensités sont très proches dans les faibles niveaux de gris que dans les plus élevés.

Pour passer outre les limites de cet algorithme, nous proposons dans le chapitre suivant, une autre méthode, efficace et très rapide, résultat de l'hybridation de la présente méthode avec le multiseuillage.

Quatrième chapitre

Segmentation d'images par multiseuillage rapide basé sur les level sets multiphases

4.1 Introduction

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté une méthode de segmentation qui est appliquée directement sur l'image concernée, c'est-à-dire une fonction 2-D. Bien qu'elle soit efficace pour segmenter des images complexes, certains inconvénients comme sa non robustesse au bruit, le choix de l'initialisation et un temps de calcul relativement élevé ont été relevés. Pour surmonter ces limites, nous développons, dans le présent chapitre une nouvelle méthode de segmentation intitulée «segmentation d'images par multiseuillage rapide basée sur les level sets multiphases » [95]. Cette dernière méthode consiste en une hybridation des méthodes de seuillage avec les méthodes level set. Elle tient des méthodes de seuillage en ce sens que la segmentation de l'image est réalisée suite à l'extraction des seuils de son histogramme simplifié et elle découle aussi des méthodes level set, car cet histogramme simplifié ou approximé est obtenu par segmentation par level set de l'histogramme original de l'image. La première section de ce chapitre présente l'étape de construction d'un modèle simplifié de l'histogramme qui fait l'originalité de la méthode. L'algorithme

d'approximation de l'histogramme ainsi que celui qui calcule les seuils sont développés, dans les sections suivantes, de manière détaillée.

4.2 Méthode proposée

La segmentation d'une image donnée I , est réalisée ici, par seuillage, les seuils étant déterminés sur l'histogramme approximé de l'image qui est obtenu par segmentation de l'histogramme original. Il s'agit donc de segmenter la fonction 1-D qu'est l'histogramme $V(i)$, ($i=0, \dots, L-1$), de l'image I de N_p pixels et à L niveaux de gris. L'histogramme est subdivisé en K intervalles ou segments ou régions Ω_k , ($k=0, 2, \dots, K-1$). L'appartenance d'un élément i de $V(i)$ au segment Ω_k est explicitée par la fonction d'appartenance g_k telle que :

$$g_k(i) = \begin{cases} 1 & \text{si } i \in \Omega_k \\ 0 & \text{si } i \notin \Omega_k \end{cases} \quad (4.1)$$

Chaque région Ω_k est caractérisée par le nombre n_k d'éléments (nombre de niveaux de gris) qui la composent et le nombre moyen V_k de pixels de ces niveaux de gris. Les expressions (4.2) et (4.3) donnent la formulation de ces grandeurs :

$$n_k = \sum_{i=0}^{L-1} g_k(i) \quad (4.2)$$

$$V_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i \in \Omega_k} V(i) = \frac{1}{n_k} \sum_{i=0}^{L-1} g_k(i) \cdot V(i) \quad (4.3)$$

La méthode généralisée exposée précédemment, appliquée sur une image, minimise la fonctionnelle énergie donnée par l'expression (3.1) du chapitre précédent et que nous rappelons ci-après :

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [(I(i,j) - I_k)]^2 g_k(i,j)$$

Dans cette expression, I et g sont des fonctions 2-D. Pour appliquer cette méthode généralisée sur l'histogramme $V(i)$ de l'image, nous utilisons toujours comme fonction objectif, la fonctionnelle énergie, mais cette énergie est

exprimée en fonction de V et g qui sont des fonctions 1-D. Par analogie au cas 2-D, l'énergie, dans le cas 1-D, est donnée par l'expression (4.4), dans laquelle les grandeurs $V(i)$, $g(i)$ et V_k ont remplacé $I(i,j)$, $g(i,j)$ et I_k de l'expression précédente.

$$E = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{i=0}^{L-1} (V(i) - V_k)^2 g_k(i) \quad (4.4)$$

Pour minimiser cette fonctionnelle, nous utilisons le concept de dérivée topologique. Chaque élément de l'histogramme est transféré de sa région d'origine vers celle pour laquelle le déplacement induit la variation d'énergie la plus négative. Le transfert de points entraîne la variation des grandeurs n_k , g_k et V_k . Cette opération de transfert est répétée jusqu'à ce que la convergence soit atteinte. A ce stade, l'énergie ne décroît plus et les grandeurs caractérisant chaque région ne changent plus. Pour décider vers quelle région doit être transféré l'élément de l'histogramme en cours de traitement, il est nécessaire de calculer la variation d'énergie qui correspond à ce déplacement. Pour calculer cette variation d'énergie, prenons un élément p appartenant à la région Ω_k . Si p est retiré de la région Ω_k pour l'inclure dans la région Ω_l avec $l \neq k$, les nouvelles moyennes de ces régions que nous notons V_{k-p} et V_{l+p} respectivement, deviennent :

$$V_{k-p} = V_k - \frac{V(p) - V_k}{n_k - 1} \quad (4.5)$$

$$V_{l+p} = V_l + \frac{V(p) - V_l}{n_l + 1} \quad (4.6)$$

Notons ΔE_k la variation d'énergie induite par le retranchement de l'élément p de la région Ω_k et ΔE_l la variation d'énergie due au rajout de cet élément à la région Ω_l . Dans le cas 2-D, les variations ΔE_k et ΔE_l ont été calculées dans le chapitre précédent, et nous avons abouti aux expressions (3.5) et (3.6) que nous rappelons ci-après.

$$\Delta E_k = -\frac{n_k}{n_k - 1} (I(i,j) - I_k)^2$$

$$\Delta E_l = \frac{n_l}{n_l + 1} (I(i,j) - I_l)^2$$

En remplaçant $I(i,j)$, I_k et I_l respectivement par $V(p)$, V_k et V_l dans les relations précédentes, nous obtenons les expressions (4.7) et (4.8) qui sont les variations d'énergie dans le cas 1-D.

$$\Delta E_k = -\frac{n_k}{n_k - 1} (V(p) - V_k)^2 \quad (4.7)$$

$$\Delta E_l = \frac{n_l}{n_l + 1} (V(p) - V_l)^2 \quad (4.8)$$

La décision de transférer l'élément p de Ω_k à Ω_l est validée si l'énergie globale E diminue, c'est-à-dire, si la variation globale de l'énergie $\Delta E = \Delta E_k + \Delta E_l$ est négative ou si la relation suivante est satisfaite.

$$\frac{n_l}{n_l + 1} (V(p) - V_l)^2 < \frac{n_k}{n_k - 1} (V(p) - V_k)^2 \quad (4.9)$$

Dans le cas où nous avons plus de deux régions ($K > 2$), l'élément p est, soit maintenu dans la région Ω_k , soit transféré vers la région Ω_l pour laquelle la variation d'énergie est la plus faible de telle manière que ΔE soit la plus négative. Cette énergie notée ΔE_m est exprimée par la relation (4.10) :

$$\Delta E_m = \min_{l=0, K-1 \text{ et } l \neq k} \{|\Delta E_k|, |\Delta E_l|\} \quad (4.10)$$

Dans le cas où le changement de région de l'élément en cours de traitement est retenu, l'effectif, la fonction d'appartenance et le nombre moyen de pixels des niveaux de gris des deux régions concernées sont actualisés. Après le traitement de tous les éléments de l'histogramme V , l'énergie E est de nouveau calculée en utilisant l'expression (4.4). Tant que cette énergie diminue, le processus de changement topologique est renouvelé. Lorsque la convergence est atteinte, la formulation de l'histogramme segmenté que l'on peut qualifier d'histogramme approximé est établie grâce à l'expression suivante :

$$V_A(i) = \sum_{k=0}^{K-1} V_k g_k(i) \quad (4.11)$$

A ce stade, nous disposons d'un histogramme constitué d'une somme pondérée de fonctions Heaviside. Il est formé de paliers dont les amplitudes sont les grandeurs V_k . La deuxième étape de la méthode consistera à isoler les vallées de ce dernier histogramme pour en extraire les seuils qui sont considérés être à l'intérieur de ces vallées.

Les algorithmes correspondant aux deux parties de la méthode sont exposés avec détail dans les sections qui suivent.

4.3 Approximation de l'histogramme d'une image

L'approximation de l'histogramme de l'image est une des étapes des méthodes paramétriques de seuillage. Elles utilisent des distributions adéquates pour approximer l'histogramme et l'optimisation d'une fonction objectif afin de déterminer les seuils de l'image. D'autres types de méthodes comme celle proposée dans [50] où l'approximation de l'histogramme est réalisée par une fonction à deux niveaux peut aussi être citée. La méthode proposée ici, est différente des précédentes car l'approximation de l'histogramme est obtenue en segmentant celui-ci par la technique level set. Pour étayer cette étape d'approximation de l'histogramme, nous avons choisi de travailler sur l'histogramme artificiel de la figure 4.1. Cet histogramme est constitué de cinq distributions gaussiennes polluées par un bruit gaussien. Les moyennes et les écarts types de ces distributions sont 40, 90, 150, 200, 230 et 10, 10, 20, 10, 10, respectivement. Le bruit a une distribution normale d'écart type $\sigma=15$. Comme il est procédé habituellement, le filtrage du bruit est la première opération à effectuer. Le bruit introduit dans l'histogramme étant gaussien, un filtre gaussien de moyenne $m=2$ et d'écart type $\sigma=2$ est avant tout utilisé. L'histogramme filtré est représenté à la figure 3.2. Il est possible d'utiliser d'autres types de filtres tels que le filtre moyen et le filtre par diffusion non linéaire qui a été discuté dans le chapitre 3 et qui peut notamment compenser la non prise en compte du terme longueur dans l'expression de l'énergie.

Ainsi, la mise en œuvre de la méthode débute par le partage de l'histogramme $V(i)$ en K segments disjoints Ω_k d'égales dimensions (Fig.4.2). Dans notre exemple, K est pris égal à 7. Les fonctions d'appartenance g_k associées aux segments Ω_k sont définies conformément à la relation (4.1). Les nombres n_k

d'éléments composant les segments Ω_k et les valeurs moyennes V_k de ces éléments sont calculés par les expressions (4.2) et (4.3) respectivement. Les grandeurs V_k sont prises comme facteurs de pondération pour les fonctions g_k . La figure 4.3 donne la forme initiale des 7 fonctions pondérées résultantes $V_k g_k$. Appelons E^n , l'énergie calculée par la relation (4.4) après la $n^{\text{ième}}$ itération. Avant l'exécution de ces itérations dont le nombre maximum N est fixé, l'énergie initiale E^0 est calculée. Pour chaque point p appartenant à la région Ω_k que nous projetons de transférer vers la région Ω_l , ($l=1,2,\dots,K$ et $l \neq k$), les variations d'énergie ΔE_k et ΔE_l sont calculées en utilisant les expressions (4.7) et (4.8) respectivement. Le point p est ajouté à la région Ω_l dont la variation d'énergie $|\Delta E_l|$ est la plus faible et inférieure à $|\Delta E_k|$ conformément à la relation (4.10). Dans le cas contraire, p reste dans son segment d'origine. Le changement de région du point traité nécessite la mise à jour des nombres d'éléments n_k et n_l , des fonctions d'appartenance g_k et g_l et des moyennes V_k et V_l :

- L'élément p quitte Ω_k et intègre Ω_l , d'où :

$$g_k(p) = 0 \quad \text{et} \quad g_l(l) = 1 \quad (4.12)$$

- Le nombre de points n_k décroît d'une unité et n_l croît d'une unité :

$$n_k = n_k - 1 \quad \text{et} \quad n_l = n_l + 1 \quad (4.13)$$

- Les nouvelles valeurs de V_k et V_l correspondant à V_{k-p} et V_{l+p} sont calculées à l'aide des expressions (4.5) et (4.6) respectivement.

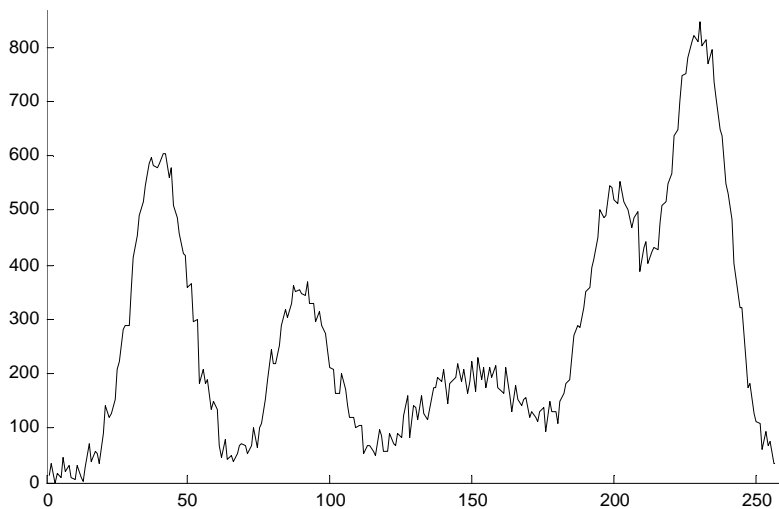


Figure 4.1 Histogramme initial bruité $V(i)$.

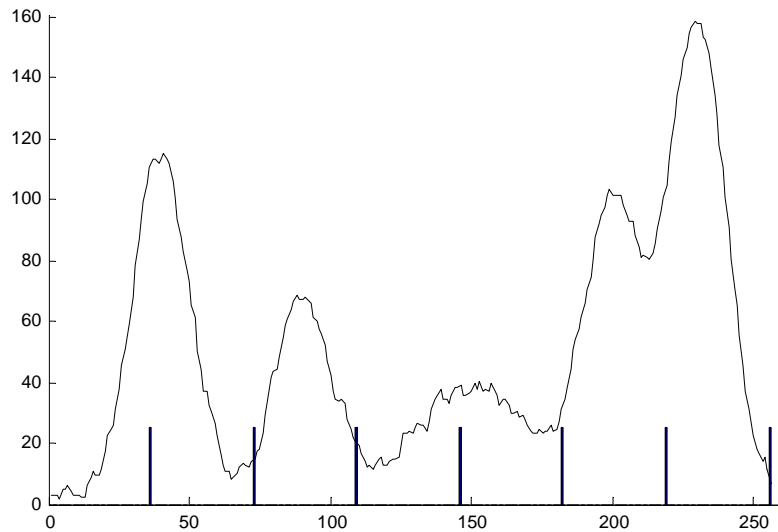


Figure 4.2 Histogramme filtré et partitionné en 7 segments Ω_k

La procédure précédente est appliquée à tous les éléments du vecteur histogramme. Cela forme une itération du processus, après laquelle l'énergie E^n est recalculée et comparée à E^{n-1} . Les itérations sont renouvelées jusqu'à ce que la convergence soit atteinte, c'est-à-dire jusqu'à ce que l'énergie ne décroisse plus ou que le nombre maximum d'itérations soit atteint. Après cette convergence, les régions ont fini leurs évolutions vers leurs formes finales et elles sont exprimées par les valeurs finales des fonctions d'appartenance pondérées qui sont représentées à la figure 4.4. L'histogramme segmenté ou approximé V_A , somme de ces fonctions pondérées, est calculé selon la relation (4.11). Dans l'exemple traité, l'histogramme approximé, somme de 7 fonctions est constitué de 7 niveaux différents. Les figures 4.5 et 4.6 montrent les histogrammes approximés obtenus après la première et après la dernière itération respectivement. Nous pouvons constater, d'après la figure 4.6, que l'histogramme final approximé suit bien l'histogramme d'origine.

Durant le processus de segmentation, la fonctionnelle énergie décroît graduellement en fonction du nombre d'itération comme le montre la figure 4.7. Dans notre exemple, la convergence est atteinte au bout de 6 itérations et nous constatons que, à partir de la sixième itération, l'énergie n'évolue plus. L'algorithme qui décrit cette étape de construction de l'histogramme approximé est présenté à la figure (4.8).

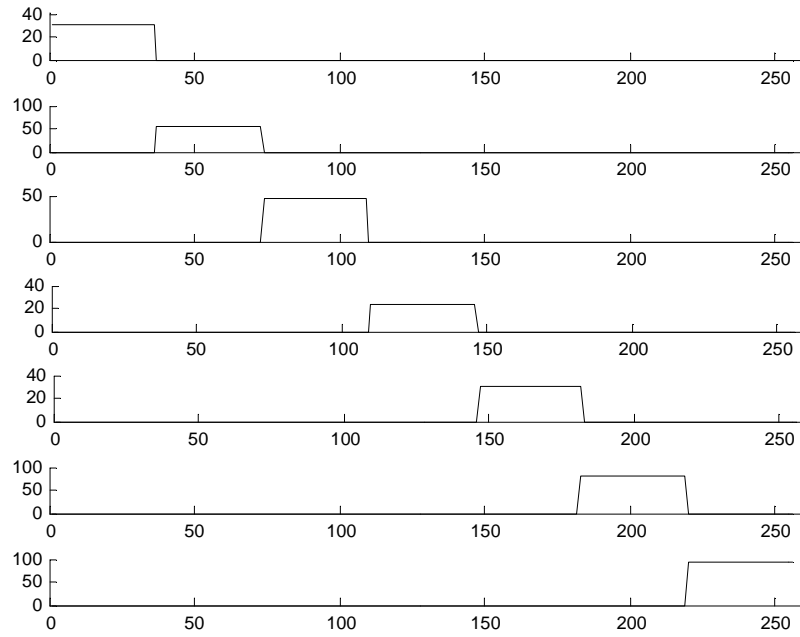


Figure 4.3 Fonctions d'appartenance pondérées initiales.

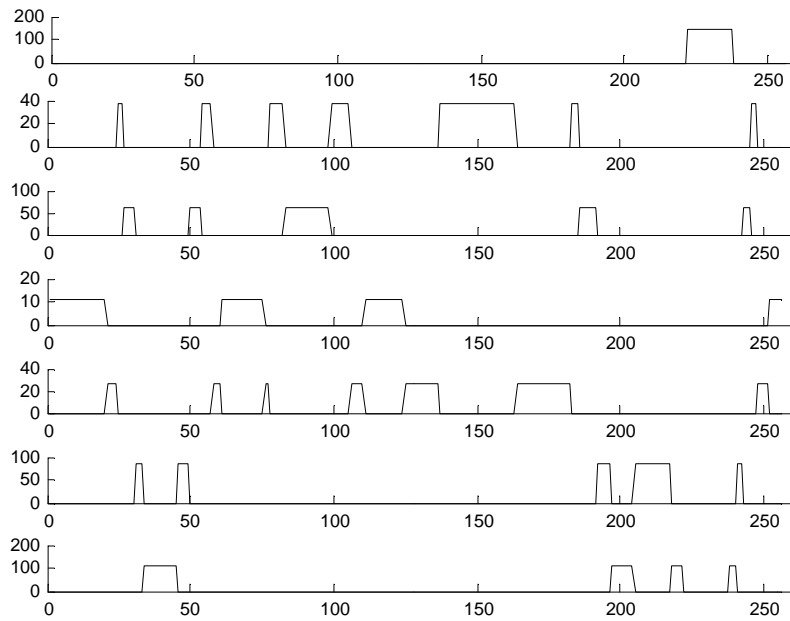


Figure 4.4 Fonctions d'appartenance pondérées après convergence.

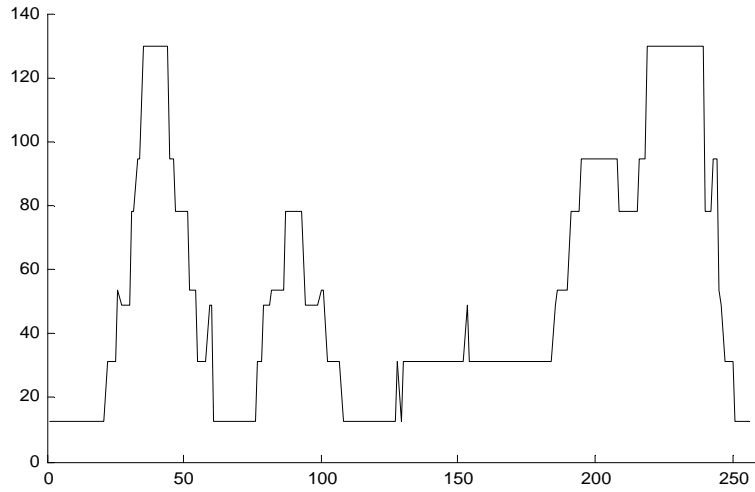


Figure 4.5 Histogramme approximé après la première itération

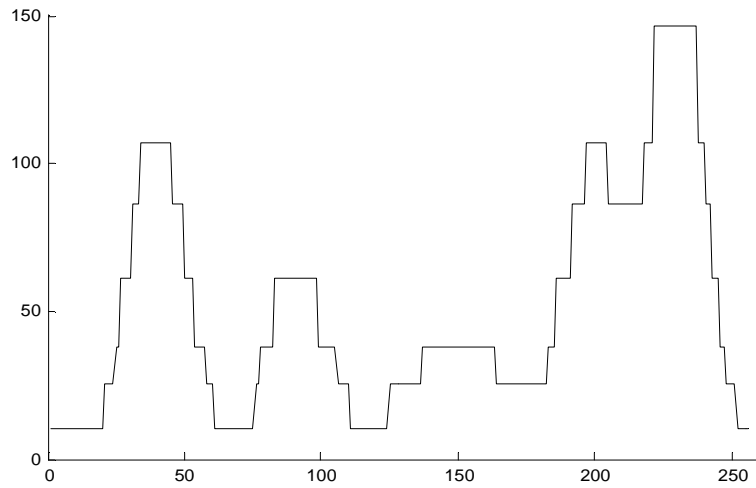


Figure 4.6 Histogramme approximé après convergence

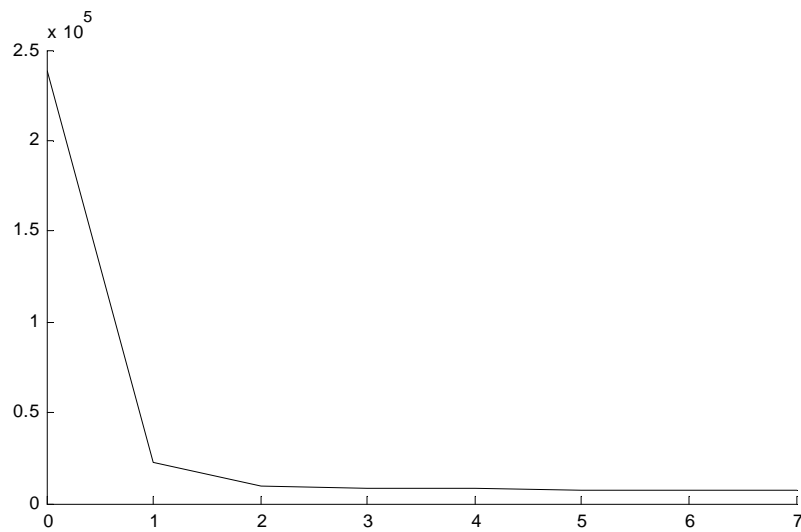


Figure 4.7 Evolution de l'énergie en fonction du nombre d'itérations

Tableau 4.1 : Algorithme de l'approximation de l'histogramme

1-	Construire l'histogramme $V(i)$ de l'image à segmenter. Soit L , la taille du vecteur V .
2-	Filtrer l'histogramme (si l'on veut tenir compte du terme longueur dans l'expression de la fonctionnelle énergie, opter pour un filtre par diffusion non linéaire).
3-	Fixer le nombre K de régions et le nombre maximum N d'itérations permis.
4-	Diviser le vecteur $V(i)$ en K segments.
5-	Pour chacun des segments Ω_k , calculer g_k , n_k et V_k en utilisant les expressions (4.1), (4.2) et (4.3) respectivement. Calculer aussi l'énergie initiale E^0 grâce à la relation (4.4).
6-	Pour chaque élément i , ($i=0, 1, \dots, L-1$) de l'histogramme, Pour $k = 0, 1, \dots, K-1$ Si $g_k(i) = 1$ alors, Pour $l = 0, 1, \dots, K$ Calculer ΔE_l : $\Delta E_l = \frac{n_l}{n_l-1} (V(i) - V_l)^2 \text{ si } l = k \text{ et } \Delta E_l = \frac{n_l}{n_l+1} (V(i) - V_l)^2 \text{ si } l \neq k$ Déterminer pour quelle valeur m de l , on a : $\Delta E_m = \min_{l=1, K} \{ \Delta E_l \}$ Si $m \neq k$, alors actualiser g_k , g_m , n_k , n_m , V_k et V_m à l'aide des expressions (4.12), (4.13), (4.5) et (4.6).
7-	Calculer l'énergie E^n après l'itération n , ($n=1, \dots, N$) à l'aide de l'expression (4.4) Evaluer $\Delta E = \Delta E^{n-1} - \Delta E^n$
8-	Tant que $\Delta E < 0$ (jusqu'à convergence) et $n < N$, répéter à partir de l'étape 6
9-	Sortir l'histogramme approximé : $V_A(i) = \sum_k h_k \cdot g_k(i)$

4.4 Recherche des seuils

Cette section est consacrée à la détermination du nombre de seuils ainsi que leurs valeurs en exploitant l'histogramme approximé présenté par la figure 4.8. La forme de cet histogramme, constitué de plateaux, permet d'en simplifier la recherche des seuils. Chaque plateau de l'histogramme est caractérisé par son amplitude V_k et sa largeur correspondant au nombre de pixels et à une gamme de niveaux de gris, respectivement. Certains plateaux sont localisés dans les vallées et les modes de l'histogramme tandis que d'autres se situent sur les pentes de celui-ci. Intuitivement, nous considérons que les seuils d'une image se situent dans les vallées de son histogramme. Pour la recherche des seuils, nous nous intéressons donc aux plateaux

localisés dans les vallées de l'histogramme dont le nombre correspond au nombre de seuils. Pour isoler les plateaux des vallées des autres, la dérivée de la fonction histogramme approximé $V_A(i)$ par rapport au niveau de gris i est utilisée. Cette dérivée numérique est donnée par l'expression suivante :

$$V_A'(i) = V_A(i + 1) - V_A(i) \quad (4.14)$$

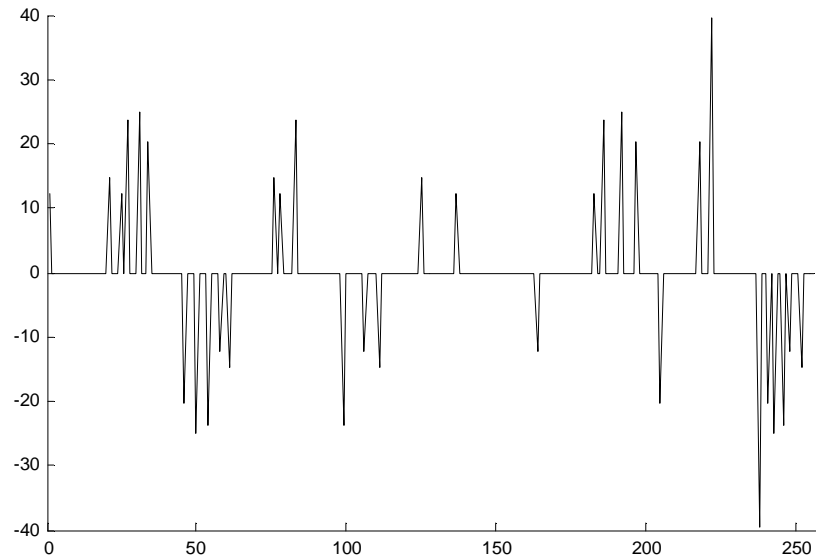


Figure 4.8 Graphe de la dérivée de l'histogramme approximé

Le graphe de $V_A'(i)$ est une séquence de pics de Dirac d'amplitudes variées positives et négatives comme le montre la figure 4.8 qui représente la dérivée de l'histogramme approximé. Tout pic négatif suivi d'un pic positif délimite une vallée. Les vallées de l'histogramme sont ainsi localisées en détectant tous les pics négatifs suivis d'un pic positif. La figure 4.9 montre les pics bornant les vallées qui sont signalées par des traits épais. Chaque vallée détectée contient un seuil dont la valeur est prise égale au niveau de gris du minimum de l'histogramme original à l'intérieur de cette vallée. Dans l'exemple traité, le nombre de seuils détectés est quatre et leurs valeurs sont mentionnées dans la figure 4.10, mixées avec l'histogramme de l'image initiale.

L'algorithme, présenté au tableau 4.2, décrit cette deuxième étape de la méthode qui calcule le nombre et les valeurs des seuils à partir de l'histogramme approché.

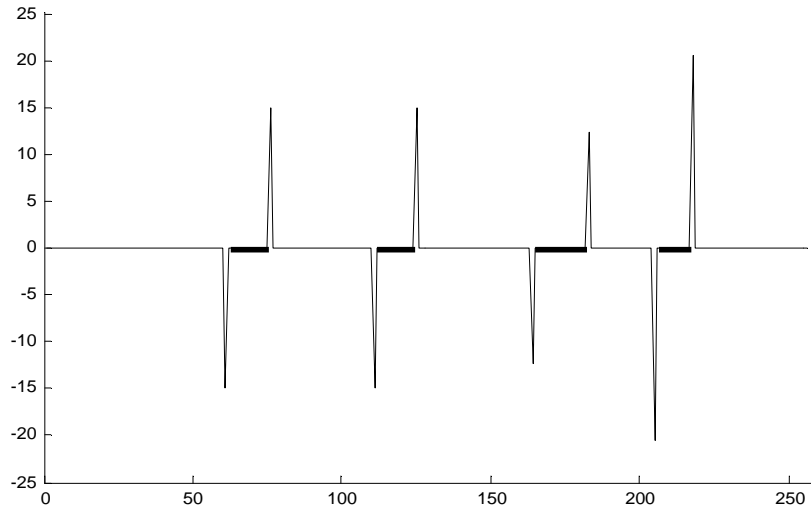


Figure 4.9 Vallées bordées par un pic négatif suivi d'un pic positif

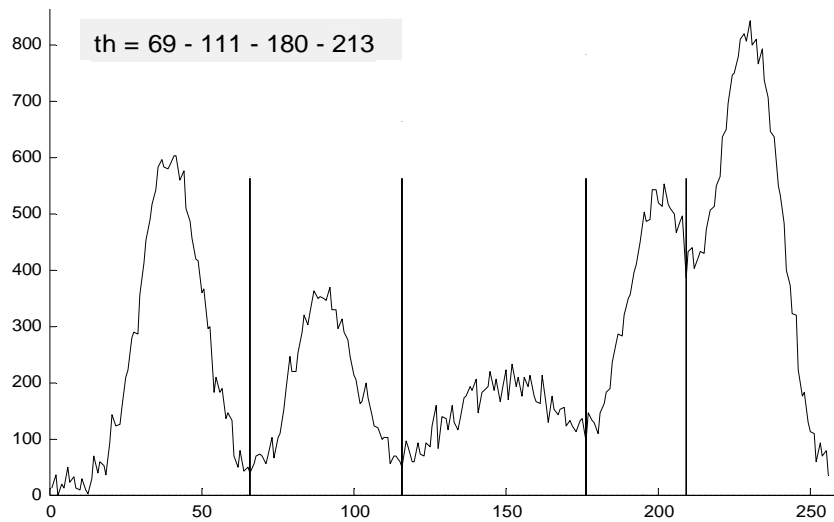


Figure 4.10 Seuils détectés

Tableau 4.2 : Algorithme de recherche des seuils

1-	Dériver l'histogramme approximé : $V'_A(i) = V_A(i + 1) - V_A(i)$
2-	Initialiser le nombre de seuils détectés : $z = 0$.
3-	Balayer la fonction $V'_A(i)$, dérivée de l'histogramme approximé. Si un pic négatif de $V'_A(i)$ est détecté à la position ($i=P^-$) et si ce pic est suivi par un autre pic positif localisé à la position ($j=P^+$) Alors <ul style="list-style-type: none"> - Incrémenter le nombre de seuils : $z = z+1$. - Déterminer le z^{eme} seuil : $t_z = \operatorname{argmin}\{V(i)\}$ pour $i = P^-, P^-+1, \dots, P^+$ Fin de si
4-	Sortir les z seuils détectés : $\{t_1, t_2, \dots, t_z\}$

Les z seuils détectés permettent de segmenter l'image correspondant à l'histogramme en $z+1$ classes. La construction de ces classes se fait en répartissant les pixels de l'image selon les $z+1$ intervalles de niveaux de gris: $[0, t_1-1], [t_1, t_2-1], \dots, [t_{z-1}, t_z-1], [t_z, L-1]$. Le niveau de gris moyen des pixels de chaque classe est attribué à tous les pixels de la classe.

4.5 Paramètre d'ajustement de l'algorithme

D'après l'analyse précédente, la méthode de multiseuillage proposée comprend deux étapes. La première concerne l'approximation de l'histogramme et la seconde, la détermination des seuils qui définissent les niveaux de gris limite des classes de l'image. Nous remarquons que l'utilisateur n'intervient pas dans l'exécution de la méthode comme c'est le cas dans la plupart des algorithmes de segmentation où il faut ajuster le pas d'échantillonnage temporel, certaines constantes liées aux caractéristiques de l'image etc. Dans notre cas, le seul paramètre à introduire est le nombre K de segments ou régions requis pour la segmentation de l'histogramme dans l'étape d'approximation de ce dernier. K est lié au nombre de seuils à détecter. Plus K est élevé, plus l'histogramme approximé coïncide avec l'original. Si la valeur de K est trop élevée, le nombre de vallées détectées est plus grand et donc celles qui ne sont pas significatives peuvent l'être aussi, ce qui peut induire un risque de sur-détection de seuils. Si la valeur de K est trop faible, certaines vallées de l'histogramme, donc certains seuils risquent de ne pas être détectés.

Afin d'étudier l'influence de K sur le nombre de seuils détectés, l'algorithme d'approximation proposé est appliqué sur l'histogramme artificiel de la figure 4.1, en faisant varier K de 3 à 25. La courbe de variation du nombre z de seuils en fonction du nombre K de segments est ainsi construite (Fig.4.11). La courbe $z = f(K)$ montre que chaque nombre de seuils détectés correspond à une gamme plus ou moins étendue de valeurs de K . Ainsi, l'ajustement de K peut être dicté par le concept stabilité du nombre de seuils. Prendre pour K , une valeur supérieure à 2, à l'intérieur du plus grand palier de la courbe où le nombre de seuils détectés reste constant, semble être une bonne procédure

pour optimiser le nombre de seuils, lorsqu'on n'a aucune connaissance à priori sur la distribution des niveaux de gris de l'image traitée. Notons que prendre une valeur de K dans le palier le plus grand augmente la fiabilité de la procédure. Dans l'exemple traité, le plus grand palier est obtenu pour K allant de 4 à 17. Cette gamme correspond à 4, qui est le nombre correct de seuils qui doivent être détectés.

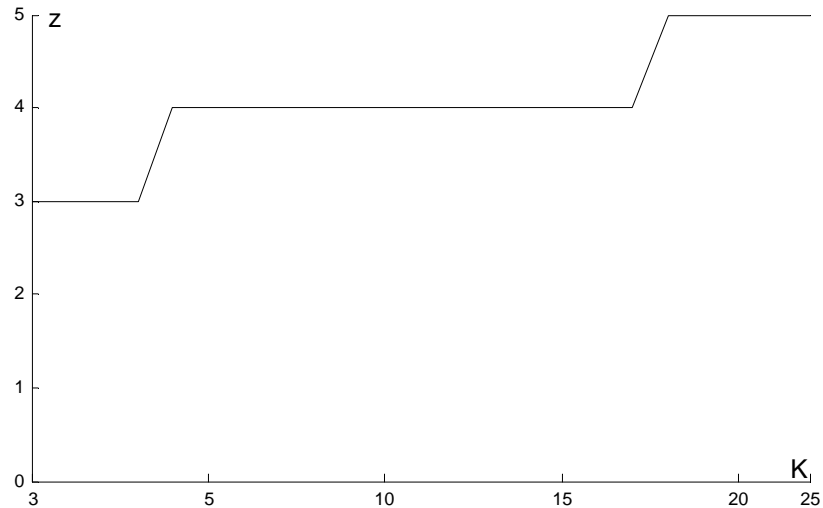


Figure 4.11 : Courbe $z = f(K)$

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons exposé la méthode de multiseuillage proposée. Elle se décompose en deux étapes à savoir, l'approximation de l'histogramme et la recherche des seuils. Les deux parties ont été développées de manière détaillée en s'appuyant sur un exemple concret : un histogramme de synthèse. Les résultats sont montrés à chaque étape du traitement. La segmentation de l'histogramme a abouti à son approximation par un modèle de formulation simple. L'utilisation du modèle de Chan et Vese comme modèle de base permet une segmentation efficace et l'application de la dérivée topologique pour la minimisation du critère énergie sans passer par la voie classique qui consiste en la résolution d'équations différentielles, ce qui nous a permis de réduire de manière sensible le temps d'exécution. L'emploi des fonctions d'appartenance au lieu de fonctions level set permet la segmentation de l'histogramme selon n'importe quel nombre, aussi grand soit-il, de régions; ce qui veut dire que l'histogramme peut être approximé

avec beaucoup de finesse, d'où la possibilité de faire apparaître toutes les vallées sensées être importantes. Dans la seconde étape, les seuils sont calculés en les situant dans les minimums de chaque vallée. Pour évaluer l'efficacité de la méthode, des tests sont réalisés en utilisant des images de synthèse et réelles et les résultats des mesures sont exposés et discutés dans le chapitre qui suit.

Cinquième chapitre

Evaluation de la méthode de multiseuillage

5.1 Introduction

Pour évaluer les performances de la méthode de multiseuillage proposée et montrer son efficacité, des images de synthèse et des images réelles à 256 niveaux de gris ont été traitées sur un PC Intel Core2 Duo, CPU-2.4 GHz avec 1 Go de RAM. Les algorithmes sont implémentés en Matlab 7.8. Pour évaluer les performances de la méthode dans la détermination du nombre de seuils, son efficacité pour calculer les valeurs des seuils et le temps de calcul, nous l'avons appliquée à cinq différentes images. Les deux premières images, « synth2 » et « square2 », de taille 256×256 , sont des images de synthèse (Fig.5.1a et 5.2a). La troisième image, « fluocel », donnée en figure 5.3a, est une image réelle de 256×256 pixels. La quatrième est l'image réelle « house » de taille 256×256 (Fig.5.4a). La cinquième est présentée Fig. 5.5a, c'est l'image réelle « alumgrns » de taille 404×271 .

Une étude comparative des résultats des tests obtenus par la méthode que nous proposons avec ceux fournis par d'autres méthodes reconnues efficaces dans le multiseuillage est exposée. L'une de ces deux méthodes est basée sur la méthode de seuillage de Otsu et l'autre, celle de Kapur toutes deux hybridées avec l'algorithme d'optimisation par essaims de particules (PSO). La troisième est une méthode de multiseuillage basée sur un algorithme génétique (GA), proposée dans [61]. Le choix de l'approche PSO est retenu pour sa capacité à détecter, avec précision et rapidité, les valeurs optimales

des seuils [59]. Le second choix, concernant l'approche GA, est dû à l'aptitude de la méthode à déterminer automatiquement le nombre de seuils. L'algorithme PSO est implémenté avec les paramètres suivants: taille de l'essaim =100, nombre maximum d'itérations =50, paramètre cognitif =1, paramètre social =3 et paramètre de contrainte =1. Ces paramètres sont ajustés pour obtenir rapidement les valeurs optimales des seuils. Pour la mise en œuvre des deux méthodes PSO utilisées dans cette étude comparative, il est nécessaire d'introduire manuellement le nombre de seuils recherchés. Ainsi, la comparaison ne concernera pas le nombre de seuils mais, seulement, leurs valeurs et, pour être équitable, pour les méthodes PSO-Otsu et PSO-Kapur, le nombre de seuils est fixé à la même valeur que celui trouvé automatiquement par notre méthode. L'approche GA permet de détecter le nombre de seuils ainsi que leurs valeurs [61]. Ainsi, la comparaison de cette méthode avec celle proposée porte sur le nombre de seuils détectés. La méthode GA est appliquée sur l'histogramme original avec les paramètres suivants: niveau de résolution $r=0$, taille de la population =100, probabilité de croisement =0.9, taux de mutation =0.1 et coefficient de la fonction « fitness » fixé à $\rho=0.8$. Les paramètres principaux (r et ρ) sont ajustés pour se situer dans les mêmes conditions.

L'ensemble de ces comparaisons est basé sur le temps de calcul et l'estimation de la qualité de segmentation en utilisant des critères d'évaluation bien connus.

5.2 Critères d'évaluation

Les critères d'évaluation quantitative peuvent être groupés en deux classes, selon que l'on possède ou non à une « vérité-terrain » qui constitue une segmentation de référence [96-98]. Celle-ci est directement accessible dans le cas d'images de synthèse, mais elle doit être construite «à la main» par un expert du domaine de l'application dans le cas d'images réelles. Si l'on veut comparer de manière objective les méthodes, il est plus simple d'utiliser des images de synthèse, pour lesquelles une « vérité terrain » est parfaitement connue, à savoir la segmentation qui a servi à synthétiser l'image. L'inconvénient d'une telle démarche est que ces images ne représentent pas toutes les situations possibles d'une utilisation réelle.

5.2.1 Evaluation supervisée

Quand on dispose d'une vérité-terrain, l'évaluation des segmentations s'effectue à l'aide de critères comparant chaque segmentation avec l'image de référence. Dans ce cas, on parle alors d'évaluation supervisée. Un certain nombre de critères d'évaluation supervisée sont proposés dans la littérature, tels que la mesure de Vinet [99], la mesure de Yasnoff et al. [100], l'erreur locale de cohérence de Martin [101], le taux de classification etc.

La mesure de dissimilarité de Vinet s'appuie sur un appariement biunivoque entre les régions des deux segmentations à comparer. La mesure de Yasnoff et al. compte le nombre de pixels mal segmentés en tenant compte de leur position.

La mesure de Martin a été définie pour mesurer la cohérence entre deux segmentations manuelles d'une même image, mais elle peut être utilisée pour comparer deux segmentations, l'une de référence R , l'autre M , obtenue par un algorithme. Elle est basée sur les erreurs $E(s)$ et $E'(s)$ calculées en chaque pixel s de l'image. La première erreur est celle de R par rapport à M et la seconde celle de M par rapport à R . Si le pixel s appartient à la région R_j dans la vérité-terrain et à la région M_i dans l'image résultat, ces erreurs valent:

$$E(s) = \frac{\text{card}(R_i \setminus M_j)}{\text{card}(R_i)}, \quad E'(s) = \frac{\text{card}(M_j \setminus R_i)}{\text{card}(M_j)} \quad (5.1)$$

Le nombre total de pixels de l'image étant $A = \text{card}(R)$, l'erreur locale de cohérence est donnée par :

$$LCE = \frac{1}{A} \sum_s \min \{E(s), E'(s)\} \quad (5.2)$$

Une faible valeur de LCE exprime un bon résultat de la segmentation évaluée. Dans cette étude comparative, nous avons opté pour l'utilisation de ce critère LCE ainsi que le taux de classification T_c qui exprime le pourcentage de pixels bien classés et indique que la segmentation est d'autant meilleure qu'il est proche de 100%.

5.2.2 Evaluation non supervisée

En l'absence de vérité-terrain, des critères quantitatifs absolus sont utilisés pour comparer les différents résultats de segmentation. L'évaluation est alors dite non supervisée. De nombreux critères ont été proposés pour quantifier la qualité de la segmentation de l'image [102,103]. Dans [104], S. YU et al. classent ces critères en deux catégories: les critères de contraste entre les régions et les critères d'uniformité à l'intérieur des régions. Dans la première catégorie, nous trouvons le critère de Levine et Nazif qui mesure le contraste entre les régions [105], celui de Zeboudj qui prend en compte les contrastes intérieur et extérieur aux régions [97] ainsi que celui de Rosenberger, résultat de la différence entre la disparité inter-région et la disparité intra-région [106]. Parmi ceux de la seconde catégorie, on distingue le critère d'uniformité de Levine et Nazif basé sur la somme des variances des régions [105], celui de Liu et Yang qui est une mesure de dissimilarité et utilise le nombre de régions, l'aire et la couleur moyenne des régions [107] et celui de Borsotti qui est une amélioration du critère précédent [108].

Pour l'évaluation de la segmentation des images réelles, sans vérité terrain, nous avons retenu l'utilisation des deux critères de Levine et Nazif que nous développons ci-après. Comme une comparaison de deux segmentations à l'aide de ces deux critères peut conduire à une indécision, nous avons introduit un critère qui combine les deux à la fois afin de lever cette indécision. Ces critères sont normalisés et leurs valeurs sont comprises entre 0 et 1. La segmentation est d'autant meilleure que le résultat du critère est élevé.

Nous considérons que l'image est segmentée en N régions R_i , $i=1,\dots,N$. Le niveau de gris moyen, le périmètre et le nombre de pixels de la région R_i sont notés m_i , L_i et A_i respectivement. Soit L_{ij} , la longueur de la frontière entre deux régions R_i et R_j . Le contraste C_i de la région R_i exprimé en fonction du contraste entre deux régions R_i et R_j est :

$$C_i = \sum_{R_j} \frac{L_{ij} (m_i - m_j)}{L_i (m_i + m_j)} \quad (5.3)$$

Le contraste global inter-région (*IRC*) est donné par l'expression :

$$IRC = \frac{\sum_{R_i} A_i C_i}{\sum_{R_i} A_i} \quad (5.4)$$

La mesure de l'uniformité intra-région (*IRU*) est donnée par l'expression :

$$IRU = 1 - \frac{2(N-1)}{A(g_{max} - g_{min})^2} \sum_{k=1}^N \sum_{i \in R_k} (g_i - m_k)^2 \quad (5.5)$$

où m_k est le niveau de gris moyen de la région R_k et A représente l'aire de l'image qui est égale au nombre total de pixels qu'elle contient. g_i est le niveau de gris du pixel i , g_{max} et g_{min} représentent respectivement les niveaux de gris maximal et minimal de l'image.

Les deux critères *IRC* et *IRU* sont combinés pour former le critère inter-intra (*F*) qui est exprimé par la moyenne arithmétique des deux premiers :

$$F = \frac{IRC + IRU}{2} \quad (5.6)$$

La valeur de ce dernier critère est aussi normalisée et plus elle est élevée, meilleure est la segmentation.

Le choix des critères retenus pour comparer les résultats des segmentations par les différentes méthodes découle de l'analyse de certaines études proposées dans la littérature [93]. Il en résulte que les meilleurs résultats sont généralement obtenus par comparaison avec la vérité-terrain et en l'absence de celle-ci, les critères de Zéboudj et ceux inter-région de Levine et Nazif sont les plus performants pour tous les types d'images sauf celles contenant exclusivement des zones texturées pour lesquelles le contraste de Rosenberger est le plus performant.

5.3 Résultats expérimentaux

Pour évaluer les performances de la méthode proposée, des mesures ont été effectuées sur chacune des cinq images mentionnées précédemment. Pour chaque image, les mesures sont présentées et regroupées dans un paragraphe dont l'intitulé correspond au numéro de l'image. Pour chaque

exemple sont présentées : l'image originale, son histogramme, la segmentation de référence quand elle existe, les images segmentées par notre méthode, celles de PSO-Otsu, de PSO-Kapur et de la méthode GA. Pour chacune des méthodes, les valeurs des seuils, la durée du traitement, le taux de classification (T_c), l'erreur locale de cohérence (LCE), le contraste inter-région (IRC), l'uniformité intra-région (IRU) et le critère inter-intra (F) sont relevés dans des tableaux. La valeur K du nombre de segments initiaux est déterminée, pour chaque image, selon la procédure décrite dans la section 4.4.

5.3.1 Exemple 1

L'image « synth2 », présentée à la figure 5.1a, comprend cinq régions de tailles et de formes variées. Son histogramme (Fig.5.2) comporte cinq modes dont certains sont difficiles à discerner. La segmentation de référence de cette image, présentée à la figure 5.1b contient cinq régions. L'application de notre algorithme à cette image, en fixant le nombre de segments de l'histogramme à $K=6$, aboutit à un nombre de seuils égal à 4, après huit itérations. Les méthodes PSO-Otsu et PSO-Kapur sont exécutées en fixant le nombre de seuils à 4. Les résultats des mesures des segmentations, obtenues par les quatre méthodes sont regroupés dans le tableau 5.1 et les images segmentées sont montrées aux figures 5.1c à 5.1f. A travers ces résultats, nous pouvons voir clairement que la méthode proposée produit une meilleure segmentation que les méthodes PSO-Otsu et PSO-Kapur, car la segmentation obtenue est très proche de la référence. Cette affirmation est confirmée par les valeurs des deux critères T_c et LCE données dans le tableau 5.1. En effet, la plupart des pixels ($T_c=99,39\%$) sont correctement classifiés par la méthode proposée et le taux de classification est relativement élevé par rapport à ceux obtenus avec les deux autres méthodes.

Nous remarquons, dans le tableau 5.1, que les valeurs des seuils fournies par la méthode proposée et par PSO-Otsu sont presque similaires tandis que les valeurs de T_c sont très différentes. Dans un cas pratiquement opposé, les valeurs des seuils calculées par PSO-Kapur sont différentes des autres mais son T_c est proche de celui de la méthode proposée. Cette contradiction peut s'expliquer par le fait que les écarts entre les valeurs des seuils d'une même

vallée n'affectent pas le taux de classification, bien que certains de ces écarts soient relativement grands. Deux seuils peuvent être éloignés l'un de l'autre et appartenir à la même vallée lorsque celle-ci est large, alors que deux seuils très proches l'un de l'autre peuvent appartenir à des vallées distinctes lorsqu'elles sont étroites. Par exemple, dans le tableau 5.1, les premiers seuils (71, 75, 50) détectés par notre méthode, PSO-Otsu et PSO-Kapur respectivement, appartiennent à la même vallée, comme on peut le voir sur l'histogramme de la figure 5.2, alors que le seuil 50 est loin du seuil 71 comparativement au seuil 75. Il en est de même pour les seconds et quatrièmes seuils (107, 108, 98) et (163, 171, 141). Le nombre de pixels par ces seuils est relativement faible et les résultats de la segmentation sont peu affectés. Cependant, concernant les troisièmes seuils (120, 128, 122), nous notons que les seuils 120 et 122 fournis par la méthode proposée et PSO-Kapur, respectivement, appartiennent à la même vallée, alors que le seuil 128 qui correspond à la méthode PSO-Otsu est hors de cette vallée. Le nombre de pixels mal classés par ce seuil est grand. Ainsi, la valeur de T_c obtenue par la méthode PSO-Kapur est plus proche de celle de la méthode proposée que celle de PSO-Otsu.

La valeur de LCE obtenue par l'algorithme proposé est aussi plus faible que celle fournie par les méthodes PSO-Otsu et PSO-Kapur. La valeur de LCE est plus faible pour la méthode PSO-Otsu que PSO-Kapur. Ceci vient du fait que la majorité des pixels mal classés dans la méthode PSO-Otsu appartiennent aux régions trois et quatre, dû au mauvais troisième seuil 128 alors que, dans la méthode de PSO-Kapur, les pixels mal classés sont distribués à travers les cinq régions de l'image.

En ce qui concerne l'approche GA, les mesures de T_c et LCE ne sont pas prises en considération car le nombre de classes détectées ne correspond pas à la segmentation de référence. Dans le tableau 5.1, sont reportés aussi les valeurs des seuils ainsi que les mesures des critères non supervisés calculés par les quatre méthodes. Les résultats des critères IRU et IRC sont identiques pour la méthode proposée et pour PSO-Otsu. PSO-Kapur donne des résultats moins bons. La méthode GA n'est pas prise en compte dans la comparaison car elle ne détecte que trois seuils.

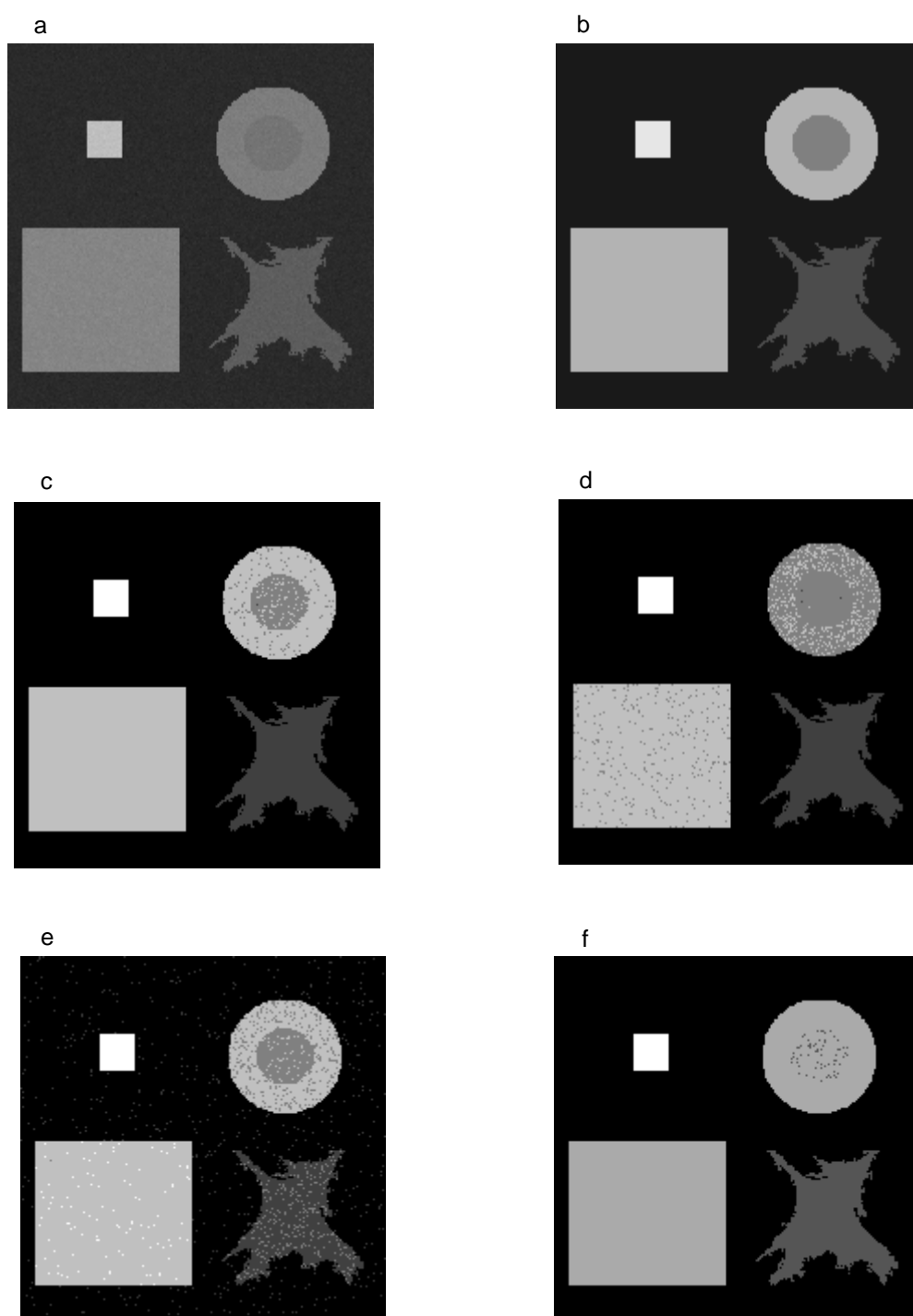


Figure 5.1: Segmentation de l'image "synth2". (a):image originale, (b): segmentation de référence, (c): segmentation par la méthode proposée, (d): segmentation par la méthode PSO-Otsu, (e): segmentation par la méthode PSO-Kapur, (f): segmentation par la méthode GA.

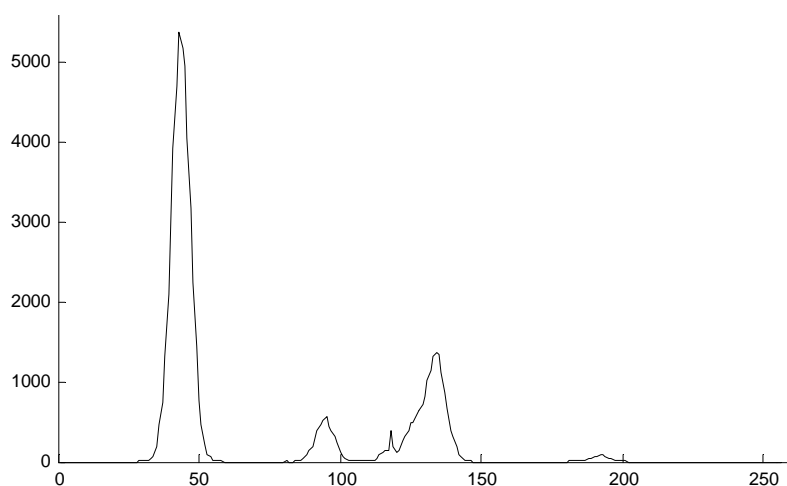


Figure 5.2: Histogramme de l'image "synth2".

Tableau 5.1 Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "Synth2".

Méthode	Valeurs des seuils	Tc(%)	LCE	IRU	IRC	F	Durée (ms)
Méthode proposée	71-107-120-163	99.89	0.0102	0.996	0.398	0.697	31.7
PSO-Otsu	75-108-128-171	89.72	0.0142	0.996	0.398	0.697	91.2
PSO-Kapur	50-98-122-141	95.49	0.0350	0.989	0.314	0.651	140.6
GA	69- 113-161	---	---	---	---	---	595.6

5.3.2 Exemple 2

La seconde image de synthèse utilisée est l'image « square2 », de taille 256x256 (Fig.5.3a). Elle est fortement bruitée et se compose de quatre régions d'intensités moyennes très différentes. La segmentation de référence de l'image « square » est donnée à la figure 5.3b. Son histogramme (Fig.5.4), contient trois modes distincts et un quatrième de très faible amplitude. Le paramètre K étant pris égal à 10 et après 10 itérations, la méthode proposée trouve 3 seuils, tout comme l'algorithme GA. Les résultats de l'évaluation de la segmentation de l'image « square2 » par les quatre méthodes sont regroupés dans le tableau 5.2. Les figures 5.3c à 5.3f montrent les résultats des segmentations de « square2 » par les quatre méthodes mises en œuvre. L'analyse de ces images nous permet de constater que les segmentations réalisées à l'aide de PSO-Otsu (Fig.5.3d) et GA (fig.5.3f) ne sont pas correctes car les valeurs des seuils détectés ne sont pas bonnes. Comme pour l'image « synth2 », la segmentation réalisée à l'aide de notre méthode est meilleure

que celles obtenues avec les autres étant donné que la valeur de LCE est la plus faible et celle de Tc , la plus élevée. Notons que, comme pour l'exemple 1, la valeur de LCE donnée par la méthode PSO-Otsu est plus basse que celle produite par PSO-Kapur. Le tableau 5.2 regroupe aussi les mesures des critères non supervisés résultant des quatre méthodes. Nous pouvons voir que le meilleur résultat pour IRU est fourni par PSO-Otsu et GA, mais la mesure du critère IRC est en faveur de notre méthode. Les critères IRU et IRC ne permettent pas de tirer une conclusion, mais la valeur de F montre que notre approche est meilleure puisqu'elle donne la plus forte valeur de ce critère.

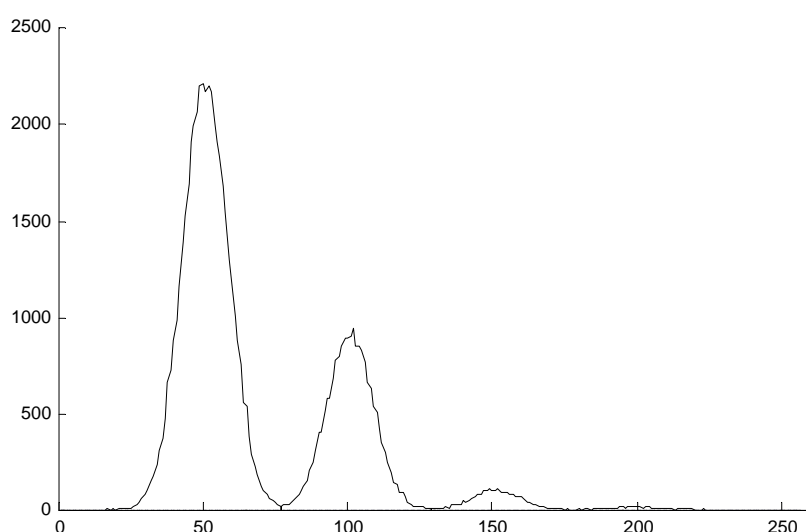


Figure 5.4 Histogramme de l'image "square2".

Tableau 5.2: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "Square2 »

Méthode	Valeurs des seuils	Tc(%)	LCE	IRU	IRC	F	Durée (ms)
Méthode proposée	77-129-179	99.89	0.0020	0.990	0.320	0.655	37.1
PSO-Otsu	51-79-128	35.49	0.0026	0.993	0.209	0.601	67.3
PSO-Kapur	63-116-167	91.94	0.0500	0.986	0.294	0.640	184.6
GA	51-79-129	35.49	0.0026	0.993	0.209	0.601	589.9

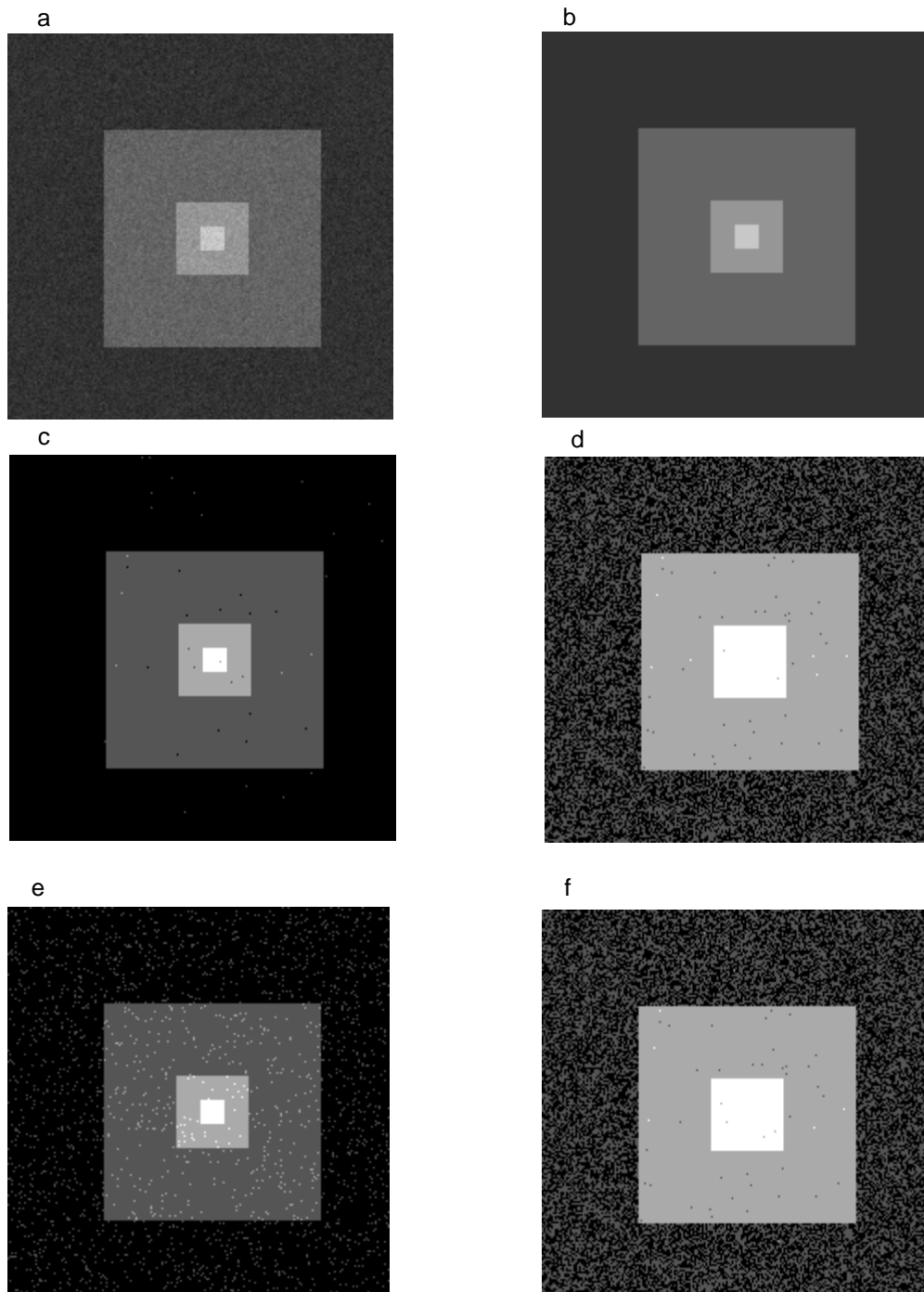


Figure 5.3 Segmentation de l'image "square2". (a): image originale, (b): segmentation de référence, (c): segmentation par la méthode proposée, (d): segmentation par la méthode PSO-Otsu, (e): segmentation par la méthode PSO-Kapur, (f): segmentation par la méthode GA.

5.3.3 Exemple 3

La troisième image de 256×256 pixels, est l'image réelle « fluocel » représentée à la figure 5.5a. Son histogramme, donné en figure 5.6, comprend un mode de grande amplitude correspondant à l'arrière plan de l'image et d'autres modes de faible amplitude, ce qui rend difficile la recherche des seuils. L'algorithme proposé est appliqué à cette image avec le paramètre K fixé à 11. La convergence est atteinte au bout de 10 itérations et le nombre de seuils détectés est 4. C'est cette valeur qui est appliquée aux deux algorithmes PSO pour calculer les seuils de l'image. Les résultats des mesures des segmentations réalisées par toutes les méthodes sont reportés dans le tableau 5.3 et les images segmentées sont représentées aux figures 5.5b à 5.5e. Nous constatons que la méthode proposée donne un résultat qui peut être qualifié de mauvais pour l'uniformité intra-région (*IRU*). Cependant la valeur du critère *IRC* et celle du critère inter-intra F sont plus élevées que pour toutes les autres méthodes. De même, une inspection visuelle des images segmentées montre que la discrimination entre les régions est meilleure avec notre méthode.

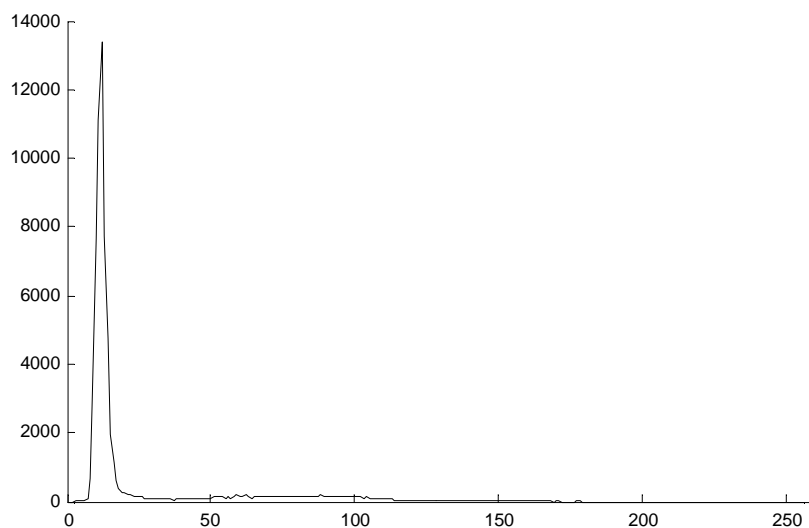


Figure 5.6 Histogramme de l'image «fluocel».

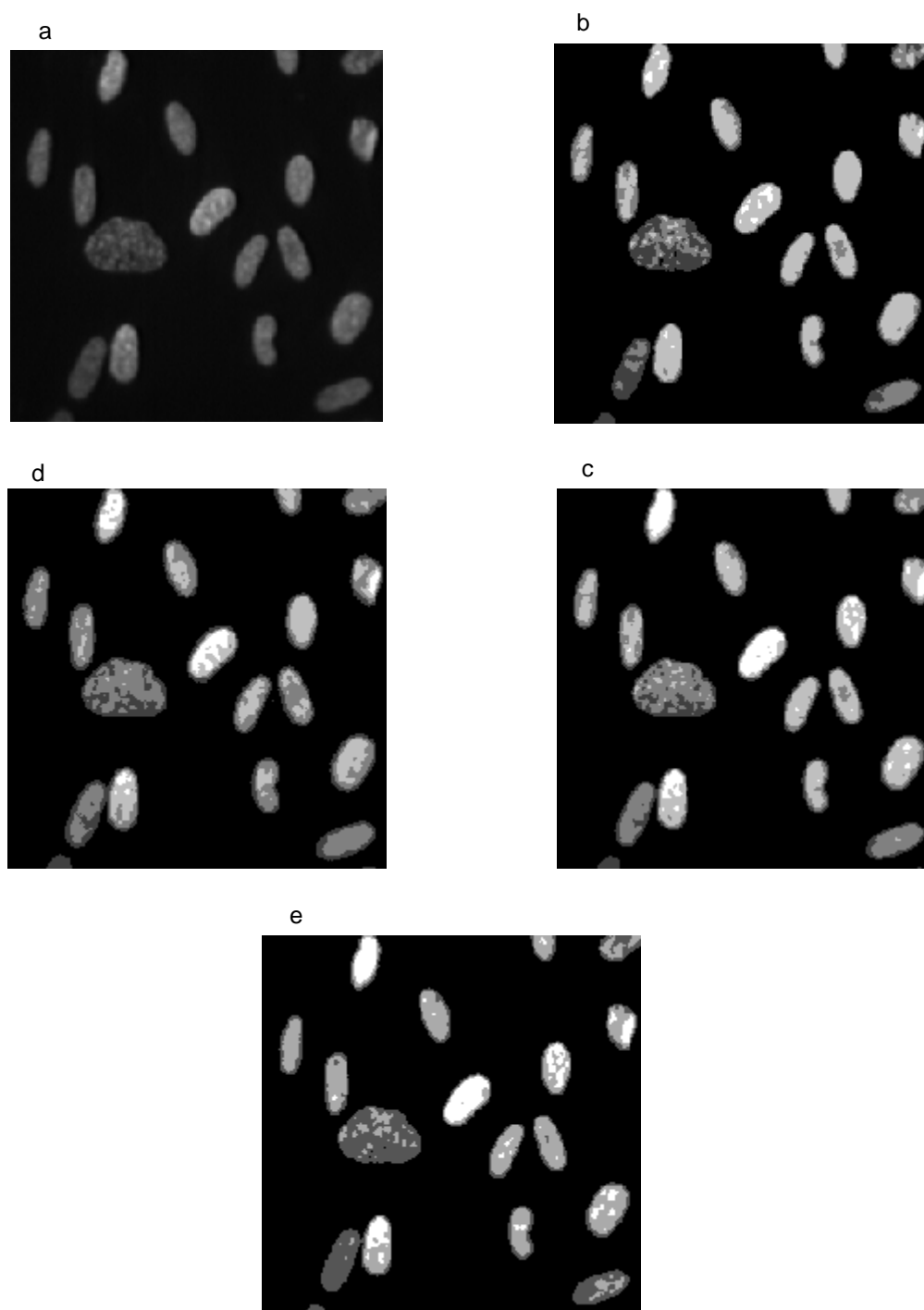


Figure 5.5 Segmentation de l'image "fluocel". (a): image originale, (b): segmentation par la méthode proposée, (c): segmentation par la méthode PSO-Otsu, (d): segmentation par la méthode PSO-Kapur, (e): segmentation par la méthode GA.

Tableau 5.3: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "fluocel"

Méthode	Valeurs des seuils	IRU	IRC	F	Temps (ms)
Méthode proposée	37-64-84-148	0.991	0.673	0.832	38.7
PSO-Otsu	26-54-82-144	0.994	0.557	0.775	76.9
PSO-Kapur	20-57-94-128	0.993	0.509	0.751	173.2
GA	34-73-109	0.994	0.628	0.811	2835

5.3.4 Exemple 4

L'image bien connue, « house », présentée à la figure 5.7a, de taille 256x256, est la quatrième à être utilisée pour ces tests de comparaison. L'image comporte certaines parties texturées et sa segmentation visuelle peut être établie sans grande difficulté. Son histogramme (Fig.5.8) comprend certains modes difficilement discernables. Avec $K=5$, l'algorithme proposé trouve 5 seuils après 9 itérations. Les résultats des mesures effectuées à l'aide des différentes méthodes sont consignés dans le tableau 5.4. Les figures 5.7b à 5.7e qui donnent toutes les segmentations résultantes, montrent que les régions détectées par notre méthode sont moins affectées par le bruit, comme on peut le voir sur la façade principale ou le toit de la maison. Les mesures des critères d'évaluation montrent que l'uniformité intra-région obtenue par les algorithmes PSO-Otsu et GA est légèrement plus élevée que celle fournie par le notre, mais notre méthode donne un meilleur résultat pour le contraste inter-région et aussi pour le critère inter-intra.

Tableau 5.4 Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "house".

Méthode	Valeurs des seuils	IRU	IRC	F	Temps (ms)
Méthode proposée	64-98-149-174-206	0.987	0.252	0.619	31.0
PSO-Otsu	80-109-137-170-206	0.989	0.222	0.605	72.0
PSO-Kapur	62-102-138-183-195	0.987	0.217	0.602	213.2
GA	80-109-137-170-207	0.989	0.222	0.605	2998

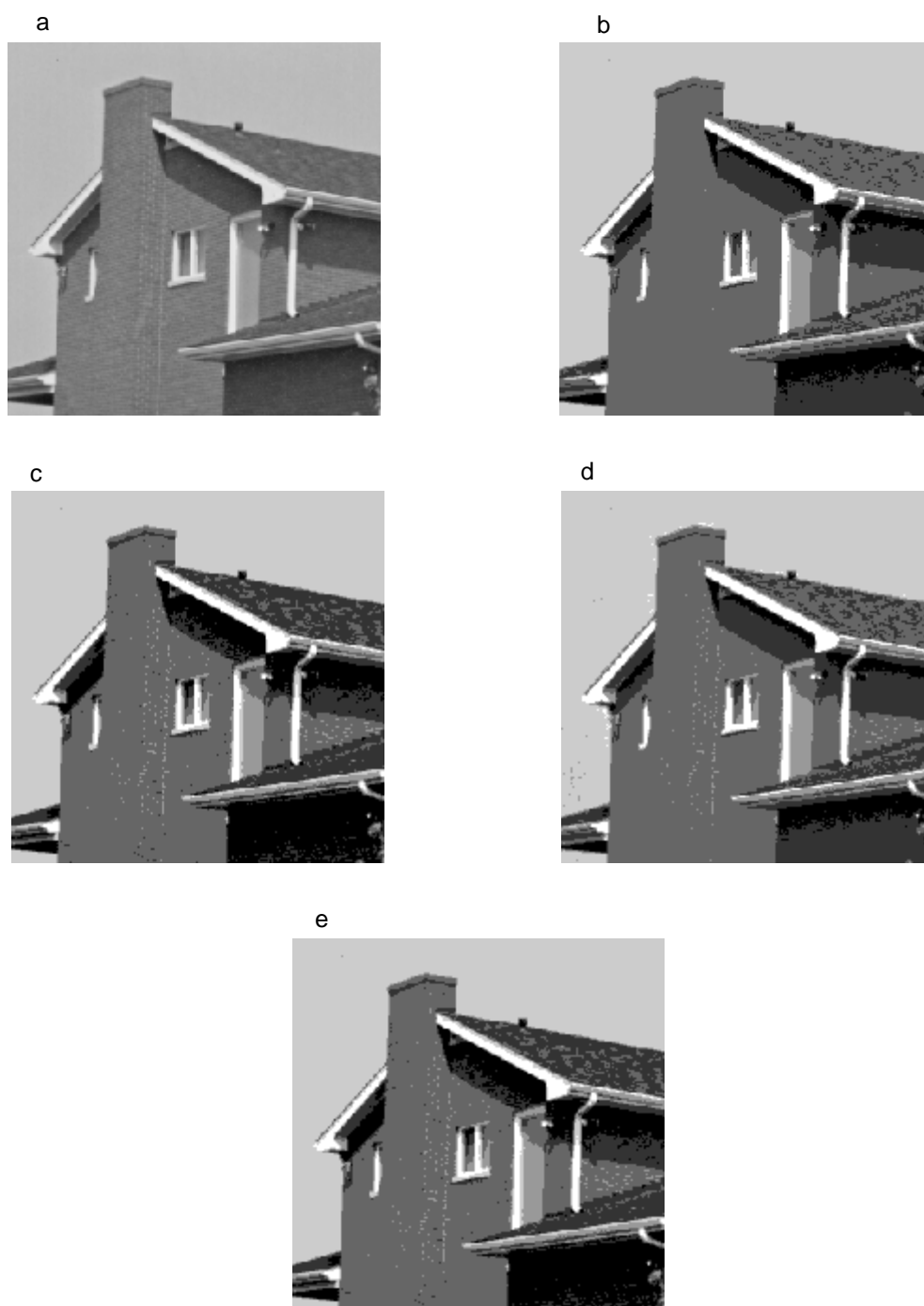


Figure 5.7 Segmentation de l'image "house". (a): image originale, (b): segmentation par la méthode proposée, (c): segmentation par la méthode PSO-Otsu, (d): segmentation par la méthode PSO-Kapur, (e): segmentation par la méthode GA.

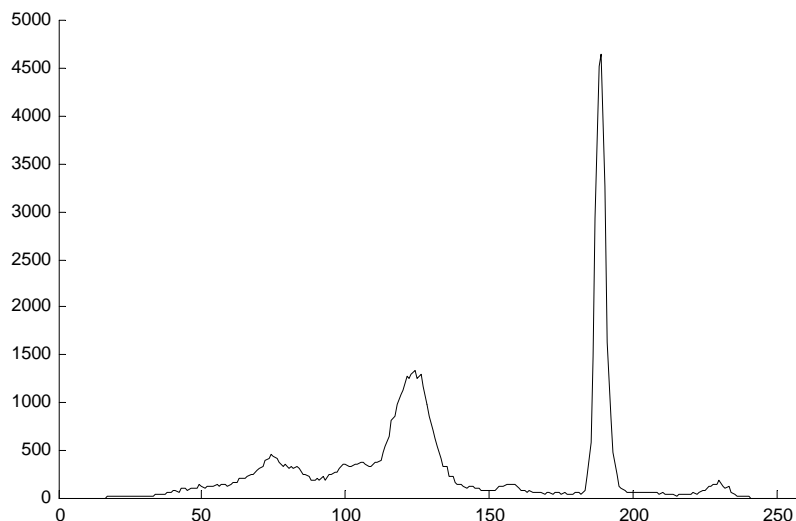


Figure 5.8 : Histogramme de l'image "house".

5.3.5 Exemple 5

Le dernier test est réalisé sur l'image réelle « alumgrns », de taille 404×271 (Fig.5.9). Cette image est constituée de plusieurs classes, ce qui est visible sur son histogramme donné à la figure 5.10 qui comprend de nombreux modes. Le paramètre K étant mis à 10, l'algorithme proposé atteint la convergence en 8 itérations et trouve 7 seuils. Les valeurs des seuils détectés par toutes les méthodes sont mis dans le tableau 5.5. Les résultats des différentes segmentations, présentées aux figures 5.9b à 5.9e, montrent que la méthode proposée discrimine mieux les régions de l'image. Les différentes mesures des critères de l'évaluation sont regroupées aussi dans le tableau 5.5. On constate que le critère d'uniformité donne une valeur pratiquement identique pour les quatre méthodes, mais les valeurs des critères contraste et inter-intra sont plus élevées pour notre méthode.

Tableau 5.5: Résultats des mesures des critères d'évaluation de la segmentation de l'image "alumgrns".

Méthode	Valeurs des seuils	IRU	IRC	F	Temps (ms)
Méthode proposée	83-98-112-146-174-194-212	0.985	0.173	0.579	31.2
PSO-Otsu	80-102-127-152-175-192-212	0.986	0.162	0.574	76.3
PSO-Kapur	80-101-125-150-171-191-210	0.986	0.155	0.570	192.6
GA	83-106-138-168-189-212	0.986	0.160	0.573	3433

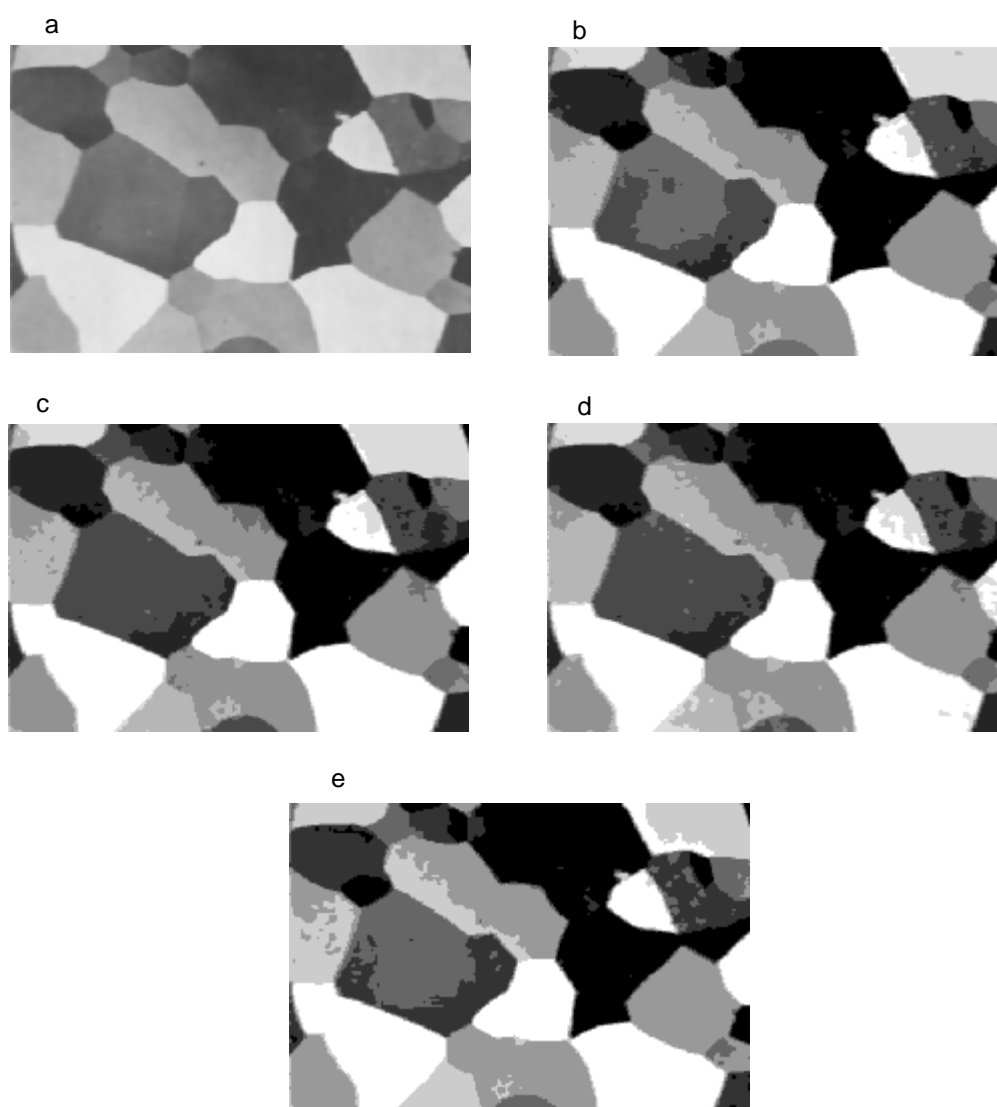


Figure 5.9 Segmentation de l'image "alumgrns". (a): image originale, (b): segmentation par la méthode proposée, (c): segmentation par la méthode PSO-Otsu, (d): segmentation par la méthode PSO-Kapur, (e): segmentation par la méthode GA.

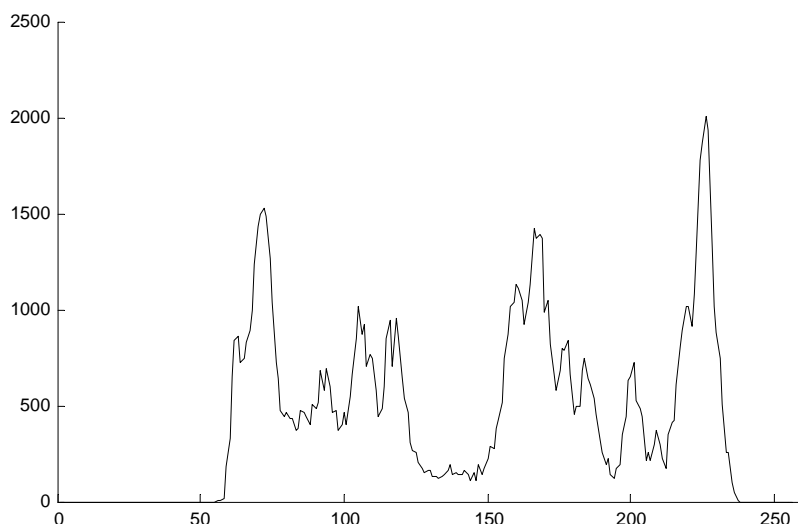


Figure 5.10 Histogramme de l'image "alumgrns".

5.3.6 Temps de calcul

Les tableaux 5.1 à 5.5 donnant les résultats des mesures des critères des différentes segmentations fournissent également le temps consommé pendant l'exécution de chacun des algorithmes. La lecture de ces différents tableaux montre que dans tous les tests, le temps de calcul consommé par la méthode proposée est le plus faible. En effet, on relève que le temps de calcul est, au moins, deux fois plus faible qu'avec la méthode de PSO-Otsu, six fois plus faible que celui exigé par la méthode PSO-Kapur et beaucoup plus faible que celui de la méthode GA. Dans l'exemple 5, la taille de l'image traitée et le nombre de seuils détectés sont plus grands que ceux des images précédentes et le temps requis pour la recherche des seuils est pratiquement le même que pour les autres images. On notera que ce temps ne dépend pratiquement pas de la taille et du type d'image : il est compris entre 31 et 39 ms pour la méthode proposée. Le temps de calcul est surtout influencé par la dimension de l'histogramme, c'est-à-dire le nombre de niveaux de gris de l'image.

5.4 Conclusion

L'évaluation des performances de la méthode proposée est établie par comparaison avec d'autres méthodes de multiseuillage connues pour leur efficacité et leur rapidité. La segmentation d'images de synthèse ainsi que d'images réelles est réalisée à l'aide des différentes méthodes, ce qui permet

d'établir une évaluation visuelle. Mais nous avons également effectué des mesures quantitatives de quelques critères d'évaluation de segmentation qui sont couramment utilisés. Il s'agit de l'erreur locale de cohérence et du taux de classification pour les images dont on dispose d'une segmentation de référence. Il s'agit aussi des mesures d'uniformité et de contraste de Levine et Nazif qui sont des critères absolus utilisés en évaluation non supervisée. Les images test utilisées sont choisies pour évaluer la méthode, comparativement aux autres, sur son aptitude à détecter des seuils difficiles à discerner, sa robustesse vis-à-vis du bruit et sa capacité à trouver et à calculer un grand nombre de seuils. Les résultats expérimentaux ont montré que la qualité de la segmentation réalisée par la méthode de multiseuillage proposée est satisfaisante et supérieure à celles réalisées par les autres méthodes. Nous signalons aussi l'aptitude de notre méthode à trouver le nombre de seuils ou de régions contenus dans l'image à segmenter alors que hormis la méthode GA [61], nulle autre méthode de segmentation n'a cette capacité. Dans les exemples traités, le temps de calcul est évalué : il en ressort que l'algorithme proposé est beaucoup plus rapide que les autres méthodes de seuillage utilisées pour la comparaison.

Conclusion générale

Nous avons présenté dans ce mémoire de thèse deux nouvelles méthodes rapides de segmentation d'images. Les deux méthodes utilisent le critère classique d'énergie proposé par Chan et Vese et sont basées sur l'approche level set. Elles diffèrent des méthodes classiques du fait qu'elles mettent en œuvre des fonctions d'appartenance pour définir les régions au lieu de fonctions level set. Une autre différence avec les méthodes classiques est que la minimisation de la fonctionnelle énergie ne passe pas par la résolution des équations aux dérivées partielles. L'énergie est minimisée en calculant directement sa variation lorsque des changements topologiques sont effectués, c'est-à-dire, en utilisant la dérivée topologique, ce qui a permis de réduire considérablement les temps de calcul.

La première méthode, appliquée directement sur l'image, est capable de la segmenter en un nombre quelconque de régions. L'évaluation de la qualité des segmentations résultant de cette méthode est faite de manière visuelle sur deux images de synthèse et deux images réelles. Les avantages de cette méthode sont tout d'abord sa capacité à fournir une segmentation de qualité même dans le cas d'image constituée d'un grand nombre de régions, puis un temps de calcul très réduit en comparaison des temps requis par les méthodes utilisant l'approche level set. Elle présente néanmoins certains inconvénients. Le premier réside dans l'initialisation des régions. Une initialisation donnée risque de ne pas conduire à une segmentation correcte pour certaines images particulières. Le deuxième problème est le manque de robustesse, la détection des régions étant difficile en présence d'un fort bruit. La deuxième méthode développée réalise une segmentation d'images par multiseuillage. Elle est capable de détecter le nombre de seuils mais aussi de calculer leurs valeurs. La mise en œuvre de cette méthode s'effectue en approximant l'histogramme de l'image par une somme pondérée de K

fonctions de Heaviside en utilisant une approche level set rapide. Cette approximation fait ressortir les vallées et les modes de l'histogramme et rend facile la détection des seuils. Si la technique level set est habituellement appliquée pour segmenter des images bidimensionnelles, dans notre cas, elle est utilisée pour segmenter l'histogramme monodimensionnel de l'image en minimisant une fonctionnelle énergie par un algorithme rapide basé sur la dérivée topologique. Dans la mise en œuvre de l'algorithme proposé, le nombre K de phases est le seul paramètre à introduire. Il a une grande influence sur le nombre de seuils détectés et sa valeur doit toujours être supérieure à 2. Il peut être fixé arbitrairement par l'utilisateur ou déterminé automatiquement en utilisant le concept de stabilité du nombre de seuils détectés dans l'exécution de l'algorithme en faisant varier K de 2 à une valeur maximale donnée.

Pour vérifier l'efficacité de la méthode de multiseuillage proposée, différentes images de synthèse ainsi que sur des images réelles ont été utilisées. Ces images ont été choisies pour tester la capacité de la méthode à détecter des seuils difficiles à discerner, en présence de bruit et un nombre de seuils important. Les résultats expérimentaux, évalués en utilisant des critères quantitatifs, ont montré que la qualité de la segmentation réalisée par la méthode de multiseuillage proposée est satisfaisante et supérieure à celles réalisées par d'autres méthodes de seuillage. L'évaluation de la durée de traitement a montré que la recherche des seuils par la méthode que nous avons proposée est beaucoup plus rapide que l'utilisation des méthodes qui utilisent l'optimisation des fonctions d'Otsu ou de Kapur à l'aide des PSO. Etant donné que tous les calculs sont réalisés sur l'histogramme de l'image, le temps de calcul requis par notre méthode est indépendant de la taille de l'image et du nombre de seuils.

Références bibliographiques

- [1] R.M. Haralick, L.G. Shapiro. Survey: *Image segmentation techniques*. Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol.29, (1985), 100-132.
- [2] B. Dubuisson. *Diagnostic et reconnaissance de formes*. Hermes. Paris (1990)
- [3] J. Cocquerez, S. Philipp. *Analyse d'images: filtrage et segmentation*. Masson (1996)
- [4] Tinku Acharaya, Ajoy K. Ray. *Image Processing: Principles and Applications*. Wiley Interscience Publication, New Jersey (2005)
- [5] P. Lambert, L. Marcaire, *Filtering and segmentation: the specificity of color images*. Proceedings of the First International Conference on Color in Graphics and Image Processing, CGIP 2000, Saint Etienne, France
- [6] H.D. Cheng, X.H. Jiang, Y.Sun, J. Wang. *Color image segmentation: advances and prospects*. Pattern Recognition, vol. 34, (2001), 2259-2281.
- [7] N.R. Pal, S.K. Pal, *A review on image segmentation techniques*, Pattern Recognition, vol. 26, n°9, (1993), 1277-1294.
- [8] S.C. Zhu, A. Yuille. *Region competition: unifying snakes, region growing, Bayes / MDL for multiband image segmentation*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 18, n° 9, (1996), 884-900.
- [9] D. Zugaj, V. Lattuati. *A new approach of color images segmentation based on fusing regions and edge segmentations outputs*. Pattern Recognition, vol. 31, n° 2, (1998), 105-113.
- [10] S. Horowitz, T. Pavlidis. *Picture segmentation by a directed split-and-merge procedure*. Proceedings of the 2nd International Joint Conference on Pattern Recognition, Copenhagen, Denmark, (1974), 424-433.
- [11] S. Zucker. *Region growing: childhood and adolescence*. Computer Graphics and Image Processing, vol. 5, (1976), 382-399.
- [12] A.K. Jain, M.N. Murty, P.J. Flynn. *Data clustering : a review*. ACM Computing Surveys, vol. 31, n° 3, (1999), 264-322.
- [13] J. Modestino, R. Fries. *Edge detection in noisy images using recursive digital filters*. Comp. Graph. and Image Proc., (1977), 409-433
- [14] V. Torre, T. Poggio. *On edge detection*. IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8, (1986), 147-153.
- [15] W. Pratt. *Digital image processing*. Wiley Interscience, New-York. (1978)
- [16] L.G.Robert. *"Machine perception of tree-dimensional solids"*. In L Clapp C.Koester J. Tippet, D.Berkowitz and A.Vanderburgh. Optical and electro-optical information processing, MIT press, Cambridge,(1965), 159-179..
- [17] J.M.S.Prewitt. *"Object enhancement and extraction"*. In B.S.Lipkin and A. Rosenfeld editors. Picture processing and psychopictorics, Academic press, New York, (1970), 75-149.
- [18] I. Sobel. *"Neighbourhood coding of binary images for fast contour following and general array binary processing"*. Computer graphics and image processing 8, (1978), 127-135.
- [19] G. Robinson, *Edge detection by compass gradient masks*. Computer Graphics and Image Processing, 6, (1977), 492-501.

- [20] D. Marr, E. Hildreth. *Theory of edge detection*. In Proc. Royal Soc. London, volume 207 of B, (1980), 187–217.
- [21] J. Serra, *Image analysis and mathematical morphology*. Academic Press, New York. (1982).
- [22] J. Clark, *Authenticating edges produced by zerocrossing algorithms*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., vol. 12, n°8, (1989), 830–841.
- [23] J. Canny. *A computational approach to edge detection*. IEEE Pattern Analysis and Machine Intelligence, 8(6), (1986), 679–698.
- [24] R. Deriche. *Using canny's criteria to derive recursively implemented optimal edge detector*. Int. J. Computer Vision, 1(2), 167–187, (1987).
- [25] J. Shen, S. Castan. *An optimal linear operator for edge detection*. In Proceeding CVPR Miami, (1986).
- [26] M. Kass, A. Witkin, D. Terzopoulos. *Snakes: Active contour model*. International Journal of Computer Vision, 1(4), (1987), 321–331.
- [27] S. Osher, J.A. Sethian. *Fronts propagating with curvature dependent speed: Algorithms based on hamilton-jacobi formulation*. Journal of Computational Physics, 79, (1988), 12-49.
- [28] V. Caselles, F. Catte, T. Coll, F. Dibos. *A geometric model for active contours in image processing*. Numerische Mathematik, 66, (1993), 1-33.
- [29] R. Malladi, J.A. Sethian, B.C. Vemuri. *Shape modeling with front propagation: a level set approach*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 17, (1995), 158-175.
- [30] L. Cohen. *On active contour models and balloons*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing : Image Understanding, 53(2), (1991), 211–218.
- [31] V. Caselles, R. Kimmel, G. Sapiro., *On geodesic active contours*. International Journal of Computer Vision, 22(1), (1997), 61–79.
- [32] J.A. Sethian, *Level set methods*, Cambridge University Press, (1996).
- [33] D. Adalsteinsson, J. Sethian, *A fast level set method for propagating interfaces*, Journal of Computational Physics, 118, (1995), 269-277.
- [34] J. Sethian, *A fast marching level set method for monotonically advancing fronts*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 93(4), (1996), 1591-1595.
- [35] J.A. Sethian, *Level set methods and fast marching methods: Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision, and materials science*, Cambridge University Press, Cambridge, UK, (1999).
- [36] D. Peng, B. Merriman, S. Osher, H. Zhao, M. Kang, *A PDE-based fast local level set method*, Journal of Computational Physics, 155, (1999), 410-438
- [37] J.S. Weszka. *A survey of threshold selection techniques*. Comp. Graphics and Image Proc. 7 (1978), 259-265.
- [38] R. M. Aaralick, S. G. Shapiro, *Survey: Image segmentation techniques*, Computer Vision Graphics and Image Processing, 29, (1985), 100-132.
- [39] P.K. Sahoo, S. Soltani, A.K.C. Wong, Y. C. Chen, *A survey of thresholding techniques*, Computer Vision, Graphics and Image Processing, vol.41 (1988), 233-260.
- [40] S.U. Lee, S.Y. Chung, R.H. Park, *A comparative performance study of several global thresholding techniques for segmentation*, Comput. Vis. Graphics Image Process. 52 (1990), 171–190
- [41] M. Sezgin, B. Sankur, *Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation*, J. Electron Image 13(1), (2004), 146-156.
- [42] R.C. Gonzalez, R.E. Woods, *Digital image processing*, Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, USA. (1993).

- [43] E. Zahara, S.K.S. Fan, D.M. Tsai. *Optimal multi-thresholding using a hybrid optimization approach*. *Patt. Recog. Lett.*, 26(8), (2005),1082–1095.
- [44] A. Nakib, H. Oulhadj, P. Siarry. *Non-supervised image segmentation based on multiobjective optimization*. *Patt. Recog. Lett.* 29(2), (2008),161–172
- [45] E. Cuevas, D. Zaldivar, M. Pérez-Cisneros. *Segmentation with Learning Automata. Image Segmentation*, Edited by: Pei-Gee Ho, (2011). INTECH
- [46] N. Otsu, *A threshold selection method from gray-level histograms*, *IEEE Trans. Syst. Man. Cybernet.* 9 (1) (1979), 62–66.
- [47] H. Wang, Y. Dong. *An Improved Image Segmentation Algorithm Based on Otsu Method*. *International Symposium on Photoelectronic Detection and Imaging 2007: Related Technologies and Applications*, edited by Liwei Zhou, *Proc. of SPIE Vol.* 6625, (2008), 66250I-1-8,
- [48] J.N. Kapur, P.K. Sahoo, A.C.K. Wong, *A new method for gray-level picture thresholding using the entropie of the histogram*, *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 29 (1985), 273-285.
- [49] A.S. Abutaleb, *Automatic thresholding of gray-level pictures using two-dimensional entropy*, *Comput. Vis. Graphics Image Process.* 47 (1989), 22–32.
- [50] N. Ramesh, J.H. Yoo, I.K. Sethi, *Thresholding based on histogram approximation*, *IEE Proc.-Vis. Image Signal process.*, vol 142, N°5, (1995), 271-278.
- [51] S. S. Reddi, S. F. Rudin, H. R. Keshavan, *An optimal multiple threshold scheme for image segmentation*, *IEEE Trans. Systems Man Cybernet.* 14(4), (1984), 661–665
- [52] K.C. Lin. *On the statistical and computational performance of image thresholding and determination of class number*, 28th Annual of the Conf. IEEE Industrial Electronics Society, (2002), 2179-2184.
- [53] L. Dong, G. Yu, P. Ogunbona, W. Li. *An efficient iterative optimization algorithm for image thresholding*. *Pattern Recognition Letters* 29, (2008), 1311–1316.
- [54] P.S. Liao, T.S. Chen, P.C. Chung, *A fast algorithm for multilevel thresholding*. *Journal of Information Science and Engineering* 17, (2001), 713-727.
- [55] J.C. Yen, F.J. Chang, S. Chang, *A new criterion for automatic multilevel thresholding*. *IEEE Trans. On Image Processing IP-4*, (1995), 370-378.
- [56] M. Sezgin, R. Tasaltin, *A new dichotomization technique to multilevel thresholding devoted to inspection applications*. *Pattern Recognition Letters* 21, (2000), 151-161.
- [57] B.F. Wu, Y.L. Chen, C.C. Chiu, *Recursive algorithms for image segmentation based on a discriminant criterion*. *International Journal of Signal Processing* 1, (2004), 55-60.
- [58] P.Y. Yin, L.H. Chen, *A fast iterative scheme for multilevel thresholding methods*, *Signal Processing* 60, (1997), 305-313.
- [59] K. Hammouche, M. Diaf, P. Siarry. *A comparative study of various meta-heuristic techniques applied to the multilevel thresholding problem*. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 23, (2010), 676–688.
- [60] B.G. Kim, J.J Shim, D.J. Park, *Fast image segmentation based on multi-resolution analysis and wavelets*, *Pattern Recognition Letters* 24, (2003), 2995-3006.
- [61] K. Hammouche, M. Diaf, P. Siarry, *A multilevel automatic thresholding method based on a genetic algorithm for a fast image segmentation*, *Computer Vision and Image Understanding*, 109 (2008), 163-175.
- [62] P.Y Yin, *Multilevel minimum cross entropy threshold selection based on particle swarm optimization*. *Appl. Math. Comput*, 184(2), (2007), 503–513.
- [63] L. Chih-Chih, *A Novel Image Segmentation Approach Based on Particle Swarm Optimization*, *IEICE Trans. Fundamentals*, 89(1), (2006), 324-327.
- [64] P.K. Sahoo, G. Arora, *Image thresholding using twodimensional Tsallis-Havrda-Charvart entropy*, *Pattern Recogn. Lett.* 27, (2006), 520–528.

- [65] A.S.Parvan. *Critique of multinomial coefficients method for evaluating Tsallis and Rényi entropies*. Physica A, 389(24), (2010), 5645–5649
- [66] A. Nakib, H. Oulhadj, P. Siarry. *Image thresholding based on Pareto multiobjective optimization*. Eng. Appl. Artif. Intell. 23(3), (2010), 313–320.
- [67] T. Pavlidis, Y. Liow. *Integrating region growing and edge detection*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., Vol. 12 (3), (1990), 225-233.
- [68] R. Adams, L. Bischof, *Seeded region growing*, IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell., 16, (1994), 641–647.
- [69] S. A. Hojjatoleslami, J. Kittler, *Region Growing: A New Approach*, IEEE Transactions on Image Processing, 7(7), (1998), 1079-1084,
- [70] S. Beucher, F. Meyer, *The morphological approach to segmentation: The watershed transformation*, in Mathematical Morphology in Image Processing, E.R. Dougherty, Editor, Marcel Dekker Inc., New York, (1993), 433-481.
- [71] A. Shahzad, M. Sharif, M. Raza, K. Hussain *Enhanced Watershed Image Processing Segmentation*, Journal of Information & Communication Technology 2 (1), (2008), 01-09.
- [72] S.L. Horowitz, T. Pavlidis, *Picture Segmentation by a Directed Split and Merge Procedure*, Proc. ICPR, Denmark, (1976), 424-433.
- [73] O. Ron, P. Keith, R. D. Raj, *Picture Segmentation Using a Recursive Region Splitting Method*. Computer Graphics and Image Processing, 8 (3), (1978), 313–333.
- [74] D. Mumford, I. Shah, *Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems*, Communication on Pure and Applied Mathematics, vol. 42 n°5, (1989), 667-685.
- [75] T.F. Chan, L.A. Vese, *Level Set Algorithm For Minimizing The Mumford-Shah Functional In Image Processing*, In proc of IEEE, Workshop on variational geometric and level set methods in Computer Vision, (2001), 161-168.
- [76] T.F. Chan, L.A. Vese, *Active contours without edges*, IEEE Transaction on Image Processing, vol 10, n°2, (2001), 266-277.
- [77] H. Ho, P. Bier, G. Sands, P. Hunter, *Cerebral Artery Segmentation with Level Set Methods*, Proceedings of Image and Vision Computing New Zealand (2007), 300–304.
- [78] O. Rousseau, Y. Bourgault. *Heart segmentation with an iterative Chan-Vese algorithm*. University of Ottawa, Ontario, (2009).
- [79] M. Breier, S. Gross, A. Behrens, T. Stehle, T. Aach. *Active contours for localizing polyps in colonoscopic*, NBI image data Medical Imaging 2011: Computer-Aided Diagnosis. SPIE, (2011).
- [80] X.F. Wang, D.S. Huang, H. Xu, *An efficient local Chan-Vese model for segmentation*, Pattern Recognition, 43,(2010), 603-618.
- [81] J.E. Solem, N.C. Overgaard, A. Heyden, *Initialization techniques for segmentation with the Chan–Vese model*, Proceedings of the 18th International Conference on Pattern Recognition (ICPR'06), vol. 2, (2006), 171–174.
- [82] R.B. Xia, W.J. Liu, J.B. Zhao, L. Li, *An optimal initialization technique for improving the segmentation performance of Chan–Vese model*, Proceedings of the IEEE International Conference on Automation and Logistics, (2007), 411–415.
- [83] Y. Shi, W. Karl, *A fast level set method without solving PDES*, Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP'05), vol. 2, (2005), 97–100.
- [84] Y. Pan , J. D. Birdwell, S.M. Djouad , *Efficient Implementation of the Chan-Vese Models Without Solving PDE*, International Workshop On Multimedia Signal Processing, (2006), 350-353.

- [85] F. Gibou, R. Fedkiw, *Fast hybrid k-means level set algorithm for segmentation*. The Proceedings of the 4th Annual Hawaii International Conference on Statistics and Mathematics, 2002. Stanford Technical Report, (2002).
- [86] Z.L. Szapak, J.R. Tapamo, *Further Optimizations for the Chan-Weze Active Contour Model*, Proceedings of the 2008 High Performance Computing & Simulation Conference, ECMS Waleed W. Smari Ed.,(2008)
- [87] B. Song, T. Chan, *A fast algorithm for level set based optimization*, Technical Report, UCLA, CAM 02-68, (2002).
- [88] M. Burger, B. Hackl, W. Ring, *Incorporating topological derivatives into level set methods*, J. Comp. Phys., 194, (2004), 344-362.
- [89] J. Sokolowski, A. Zochowski, *On the topological derivative in shape optimization*, SIAM J. Control Option, 37, (1999), 1251-1272.
- [90] L. He, S. Osher, *Solving the Chan-Vese model by a multiphase level set algorithm based on the topological derivative*, Scale Space and Variational Methods in Computer Vision, vol. 4485, (2007), 777-788
- [91] T.F. Chan, L.A Vese, *Image segmentation using level sets and the piecewise constant Mumford-Shah model*, Technical report, UCLA Depart. Of Math., CAM 00-14, (2000).
- [92] L.A. Vese, T.F. Chan, *A multiphase level set framework for image segmentation using the Mumford-Shah model*, International Journal of Computer Vision, vol. 50 n°3, (2002), 271-293.
- [93] X.C. Tai, T.F. Chan, *A survey on multiple level set methods with applications for identifying piecewise constant functions*, International Journal of Numerical Analysis and Modeling, vol 1,n°1, (2003) , 25-47.
- [94] P. Perona, J. Malik. *Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 12(7), (1990), 629-639.
- [95] A. Dirami, K. Hammouche, M. Diaf, P. Siarry, *Fast multilevel thresholding for image segmentation through a multiphase level set method*, Signal Processing 93 (2013), 139-153.
- [96] Y.J. Zhang, *A Survey on Evaluation Methods for Image Segmentation*, Computer Vision and Pattern Recognition, 29(8), (1996), 1335-1346.
- [97] S. Philipp-Foliquet, L. Guigues, *Evaluation of image segmentation: state of the art, new criteria and comparison*, Traitement du Signal, vol 23, n°2, (2006), 109-124.
- [98] H. Zhang, J. E. Fritts, A. Goldman. *Image segmentation evaluation: A survey of unsupervised methods*, Computer Vision and Image Understanding Vol 110, Issue 2, (2008), 260-280.
- [99] L. Vinet, *Segmentation et Mise en Correspondance de Régions de Paires d'Images Stéréoscopiques*, PhD thesis, Université Paris IX – dauphine, (1991).
- [100] W. A. Yasnoff, W. Galbraith, J. W. Bacus, *Error measures for objective assessment of scene segmentation algorithms*, AQC, 1, (1979), 107-121..
- [101] D.R. Martin, *An empirical approach to grouping and segmentation*, University of California, Berkeley, USA (2002).
- [102] S. Chabrier, B. Emile, C. Rosenberger, H. Laurent. *Unsupervised performance evaluation of image segmentation*. Special Issue on Performance Evaluation in Image Processing, EURASIP Journal on Applied Signal Processing, (2006), 1-12.
- [103] H. Laurent, S. Chabrier, C. Rosenberger, B. Emile, P. Marché, *Etude comparative de critères d'évaluation de la segmentation*, In 19th GRETSI, Paris, France, june 2003.
- [104] S. Yu, J. Shi, *Segmentation given partial grouping constraints*, IEEE transaction on Image Processing, (2004), 173-183.

- [105] M.D. Levine, A.M. Nazif, *Dynamic measurement of computer generated image segmentations*, IEEE Transaction on PAMI, 7(25) , (1985), 155-164.
- [106] C. Rosenberger, *Mise en oeuvre d'un système adaptatif de segmentation d'image*, PHD Thesis University of Rennes I, (1999).
- [107] J. Liu, Y.H. Yang, *Multiresolution color image segmentation*, IEEE Trans. on PAMI, 16(7), (1994), 689-700.
- [108] M. Borsotti, P. Campadelli, R. Schettini, *Quantitative evaluation of color image segmentation results*, Pattern Recognition Letters, 19, (1998), 741-747.

Résumé :

Le travail présenté dans cette thèse porte sur le développement de deux méthodes de segmentation d'images basées sur le modèle de Chan et Vese qui est le modèle parmi les contours actifs le plus performant. La première méthode consiste en la segmentation d'une image quel que soit le nombre de régions qu'elle comporte. Elle est basée sur les level sets et utilise la dérivée topologique pour optimiser une fonctionnelle énergie, ce qui la différencie des méthodes basées sur la résolution de l'équation d'Euler-Lagrange. Cette approche permet de réduire sensiblement la durée du traitement. La transposition au cas monodimensionnel a conduit à la mise en œuvre de la deuxième méthode, qui permet le multiseuillage d'histogrammes d'images avec une hybridation avec les level sets pour déterminer automatiquement le nombre et les valeurs des seuils d'une image. La mise en œuvre de cette dernière méthode se fait en deux temps. Dans la première étape, on procède à la segmentation de l'histogramme de l'image par level sets utilisant la dérivée topologique. Le résultat est un histogramme approximé par une somme pondérée de fonctions Heaviside où les vallées sont mises en valeur. Dans la deuxième étape, les vallées de l'histogramme approximé sont isolées pour en extraire les seuils. L'évaluation de ces deux méthodes a été réalisée en effectuant des tests sur des images de synthèse et des images réelles. L'apport de la méthode de segmentation multiphase généralisée est essentiellement dans sa capacité à segmenter des images comportant plusieurs régions et la méthode de multiseuillage fournit une segmentation efficace avec un temps de calcul très faible.

Mots-clés : segmentation d'images, multiseuillage, level sets, modèle de Chan et Vese, dérivée topologique.

Abstract :

The work presented in this thesis focuses on the development of two methods of image segmentation based on the Chan and Vese model which is the active contour model among the most efficient. The first method involves the segmentation of an image regardless of the number of regions it contains. It is based on level sets and uses the topological derivative to optimize an energy functional, which differentiates the methods based on the resolution of the Euler-Lagrange equation. This approach significantly reduces the duration of treatment. The transposition to the monodimensional case has led to the implementation of the second method, which allows multithresholding histograms of images with hybridization with the level sets to automatically determine the number and the values of the thresholds of an image. The implementation of this method is done in two stages. In the first step, we proceed to the segmentation of the histogram of the image by level sets approach using the topological derivative. The result is a histogram approximated by a weighted sum of Heaviside functions where the valleys are highlighted. In the second step, the valleys of the approximated histogram are isolated to extract thresholds. The evaluation of these two methods was carried out by performing experiments on both synthetic and real images. The contribution of the generalized multiphase segmentation method is mainly in its ability to segment images with multiple regions and the multithresholding method performs an efficient segmentation with a very low computational time.

Keywords: image segmentation, multilevel thresholding, level sets, Chan and Vese model, topological derivative.