

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Faculté de génie de la construction

*Mémoire de fin
d'études*

Département de génie mécanique

En vue de l'obtention du diplôme de MASTER

en génie mécanique

Spécialité : Construction mécanique

Thème

**ETUDE DU FLAMBEMENT DES POUTRE, AVEC
PRISE EN CHARGE DES DEFAUTS GEOMETRIQUE**

Proposé et dirigé par :

M. ZIANI

Présenté par :

M^{er} : MOKHTARI RIADH

Promotion : 2020/2021

Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribué au succès de mon stage et qui m'ont aidée lors de la rédaction de ce mémoire.

Je voudrais dans un premier temps remercier, mon encadreur de mémoire M.ZIANI, pour sa patience, sa disponibilité et surtout ses judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion.

Je désire aussi remercier M.YOUSFI, responsable du hall de technologie de l'université de Bejaïa de m'avoir bien accueillir et orienté durant tout mon séjour.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance envers les amis et collègues qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long de ma démarche.

Dédicaces

A mes chers parents, pour tous leurs sacrifices, leur amour, leur tendresse, leur soutien et leurs prières tout au long de mes études,

A mes chers frères et sœurs pour leur appui et leur encouragement,

A toute ma famille pour leur soutien tout au long de mon parcours universitaire,

A mes chers collègues pour leurs conseils inestimables

Liste des symboles

I : Moment d'inertie [mm^4]

E : Module de Young [MPa]

F : Force critique [N]

N : Charge appliqué [N]

l_f : Longueur de flambement [mm]

l : Longueur de la poutre [mm]

k_f : Coefficient de la longueur de flambement

σ_e : Limite élastique [MPa]

σ_k : Contrainte critique d'Euler [MPa]

ν : Coefficient de poisson

f_c : Flèche maximale [mm]

λ : Elancement

λ_k : Elancement critique d'Euler

$\bar{\lambda}$: Elancement réduit

P : Réaction transversale [N]

i : Rayon de giration [mm]

M_f : Moment fléchissant [N.mm]

M_0 : Moment fléchissant initiale [N.mm]

f_t : Flèche totale [mm]

Q : Charge concentrée [N]

q : Charge répartie [N.mm]

V : Effort tranchant [N]

N_t : Charge critique de Tetmayer [N]

G : Module d'élasticité transversale de l'acier [MPa]

Liste des figures

Figure I-1: Le flambement	3
Figure I-2: Les états d'équilibre d'un système mécanique	4
Figure I-3: poutre bi-articulée	6
Tableau I-1: Coefficient de la longueur de flambement	9
Tableau I-2: Influence des liaisons aux appuis	10
Figure I-4: Flambement d'ensemble de la membrure supérieure des poutres en treillis d'un pont de chemin de fer (Russie, vers 1890)	14
Figure II-1: poutre bi-articulée	16
Figure II-2: variation de la contrainte / l'élanement	18
Figure II-3: poutre encastrée-articulée	19
Figure II-4: Poutre bi-encastrée	21
Figure II-5: Poutre encastrée-libre	23
Figure II-6: Défaut de rectitude	24
Figure II-7: Défaut de centrage	26
Figure II-8: Sous charge concentrée	29
Figure II-9: Sous charge répartie	30
Figure III-1: Flambage d'une poutre de longueur libre L	36
Figure IV-1 : Appareil de flambement	42
Figure IV.2 : poutre bi-articulée	45
Figure IV-3 : Poutre encastrée-articulée	47
Figure IV-4 : Poutre bi-encastrée	50

Liste des tableaux

Tableau I-1 : Coefficient de réduction de la longueur 9

Tableau I-2 : Influence des liaisons aux appuis 10

Table des matières

Introduction générale.....	1
----------------------------	---

Chapitre I : Généralité sur le flambement

1- INTRODUCTION	3
2- Définition du flambement	3
3- Notion de la stabilité	3
4- Calcul sur le flambement	4
5- Etude théorique	4
6- Quelques calcule sur le flambement	5
6-1 Flambage d'une colonne	5
6-2 Effet de la longueur et de l'aire (L, A)	5
6-3 Mesure du plus petit côté (d)	5
7-Formule d'Euler	5
7-1Charge critique d'Euler	5
7-2Contrainte critique d'Euler	8
8-La longueur de flambement	9
8-1Coefficient de la longueur de flambement	9
8-2 Longueur de flambement d'un poteau appartenant a une structure	9
9-Les liaisons aux appuis	9
10-FormuledeTetmayer	10
11-Principe de la méthode de Dutheil	10
11-1 Principe	10
11-2 Calcul de résistance	11
12-Formule de Ronkine	12
12-1Charge critique de Rankine	12

12-2	Contrainte de Rankine	13
13-	Récapitulatif des critères de résistance	13
14-	Les dangers du flambement	13
15-	Calcul du flambement selon l'Eurocode 3	15
15-1	Prise en compte des imperfections	15

Chapitre II : Aspect réglementaire du flambement

1.	Poutre bi-articulée	16
2.	Poutre encastrée, articulée	19
3.	Poutre bi-encastrée	20
4.	Poutre encastrée-libre	22
5.	Prise en compte des défauts de rectitude	24
6.	Prise en compte des défauts de centrage	26
7.	Flambement par flexion	28
7-1	Sous charge concentrée Q	29
7.2	Sous charge uniformément répartie q	30
8	Influence de l'effort tranchant sur le flambement des pièces :	31

Chapitre III : Aspect réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

1-	Définition	33
2-	Application de l'Eurocode 3	33
3-	Contenu de l'Eurocode 3	33
4-	Historique de l'Eurocode	34
4-1	Dates importantes	35
5-	Famille d'Eurocodes	35
6-	Le flambement avec l'eurocode 3	36
6-1	Formulaire de calcul	37
6-1-1	Rayon de giration	37
6-1-2	Elancement réduit	37
6-1-3	Effort normal critique de flambement élastique	37

6-1-4 Facteur d'imperfection	38
6-1-5 Coefficient de réduction	38
6-1-6 Résistance de calcul au flambement	38
7- Classification des sections transversales	38
8. Bases de calcul du nouveau règlement Eurocode 3	41

Chapitre IV : Aspect expérimental

1- Description de l'appareil	42
2- Description du matériau	43
2.1 Les Eprovettes	44
3- Partie pratique	45
3.1 Poutre bi-articulée	45
3.2 Poutre encastree-articulée	47
3.3 Poutre bi-encastree	50
3.4 Comparaison entre la théorie et la pratique	53
Conclusion générale	54

Introduction générale

Les barres comprimées sont des éléments très répandus dans les structures de génie civil. Bien que la barre constitue l'élément le plus simple, son étude permet d'obtenir des résultats d'une grande importance pratique qui peuvent servir de base pour le calcul des structures plus complexes. La vérification de la stabilité des éléments comprimés se présente très fréquemment en pratique. Ce phénomène est très multiforme et bien qu'il soit bien connu depuis environ deux siècles, il continue à faire l'objet de recherches au niveau des notions et de la technologie.

Les théories sur la stabilité ont été élaborées afin de déterminer les conditions par lesquelles une structure, en équilibre, cesse d'être stable. L'instabilité est essentiellement une propriété des structures de géométrie extrême, comme par exemple les éléments comprimés d'élanement important, les plaques minces plates ou encore les coques minces cylindriques. Normalement, on considère des systèmes avec un paramètre variable N qui représente classiquement la charge extérieure, mais qui peut aussi être la température (flambement thermique) ou d'autres phénomènes. Pour chaque valeur de N , il n'existe qu'une configuration hors flambement.

Dans les problèmes classiques de flambement, le système est stable si N est assez petit et devient instable quand N est grand. La valeur de N pour laquelle le système cesse d'être stable est appelée : valeur critique N_{cr} . Plus généralement, il faut déterminer :

- Les configurations d'équilibre de la structure sous les chargements imposés.
- Celles parmi ces configurations qui sont stables.
- La valeur critique des chargements et les conséquences sur le comportement qu'ont ces niveaux de charge.

L'objectif de notre travail est d'étudier la réaction des poutres élancées et leur flambement quand des charge extérieures leurs sont appliquer.

La méthode d'Euler nous permet de calculé le flambement simple (poutre bi-articulée), qui est défini par son équation différentielle :

$$EI_z = \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = 0$$

Sa solution est de la forme :

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

Il la détermination de la constante : A .

Introduction générale

En utilisant la méthode expérimentale pour trouver la charge critique d'Euler, et après on compare avec la charge critique théorique.

Notre mémoire se compose de quatre chapitres :

Le premier chapitre traite des généralités sur le flambement, ainsi que des différentes méthodes de calculs pour les poutres élancées.

Le deuxième chapitre lui se focalise sur l'aspect théorique de divers cas du flambement ainsi que la prise en charge des défauts (rectitude et centrage) en utilisant la méthode d'Euler.

Le troisième chapitre est consacré à l'aspect expérimental du flambement, plusieurs expérimentations ont été réalisées avec différentes méthodes (cette partie a été réalisée à l'université de Béjaïa).

Le quatrième chapitre a été réalisé sur l'aspect réglementaire du flambement en se basant sur l'eurocode3.

A decorative horizontal scroll graphic with a black outline and rounded ends. The scroll is partially unrolled, with the top edge showing a greyish shadow. The text is centered within the scroll.

Chapitre (I)

Généralité sur le flambement

1- INTRODUCTION :

Tous les éléments de structure longs et minces ont un comportement similaire en compression. Lorsque la charge de compression augmente lentement, on atteint une valeur pour laquelle l'élément mince, au lieu de simplement se raccourcir, s'infléchit, et d'ordinaire se rompt.

Cette valeur critique est appelée : charge de flambement.

Dans le cas du flambage, les formules établies tiennent compte des déformations qui ne peuvent plus être supposées infiniment petites et négligées, de même, les forces extérieures ne sont plus proportionnelles aux déformations.

Le phénomène d'instabilité transversale sous un effort de compression porte le nom de flambement.

Les formules de flambage sont utilisées avec prudence, c'est-à-dire en prenant un coefficient de sécurité très grand. Les pièces soumises au flambage doivent impérativement être droite et ne doivent pas avoir subi des déformations précédemment. [13]

2- Définition du flambement :

Le flambage est un phénomène physique relevant des principes de la résistance des matériaux. Lorsqu'une structure est compressée dans le sens de la longueur, elle a tendance à fléchir perpendiculairement à l'axe de la force appliquée, en raison d'un phénomène d'instabilité élastique. [14]

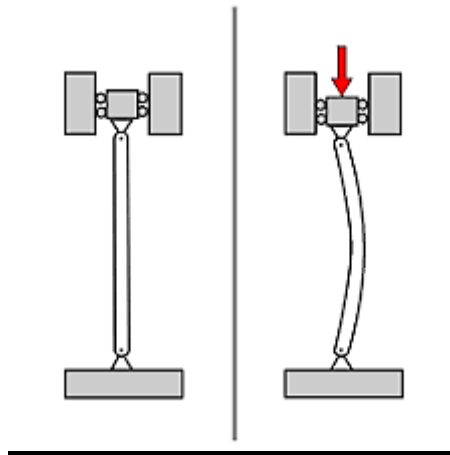


Figure I-1:Le flambement

3- Notion de la stabilité :

Pour un corps élastique, tout comme pour un corps rigide, on peut parler de stabilité ou d'instabilité des positions d'équilibre.

Un système est stable si et seulement si, écarté de sa position d'équilibre, il tend à y revenir.

Le phénomène de perte de stabilité pour les corps élastiques peut-être observé sur toute une série d'exemple. Le cas le plus simple est la perte de stabilité d'une tige comprimée de manière axiale. [1]

<< Le phénomène d'instabilité transversale sous un effort de compression porte le nom flambement .>>

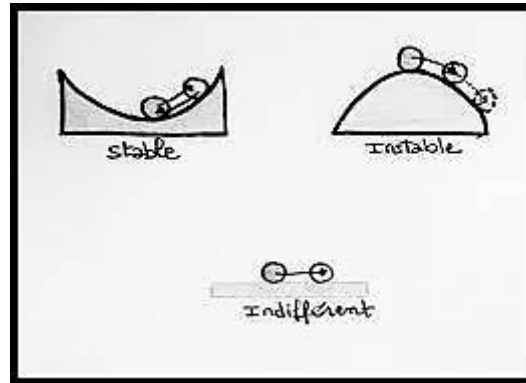


Figure I-2: Les états d'équilibre d'un système mécanique

4- Calcul sur le flambement :

Dans le flambement il y a plusieurs lois qu'on peut utiliser, la plus courante est celle de EULER, mais il y a d'autre comme celle de Tetmayer, Rankine et Dutheil entre autre .

Il y a des lois théoriques comme celle d'EULER, il y a d'autre qui sont plus au moins expérimental. [8]

5- Etude théorique :

Le flambement peut être évité si la force de compression applique au poteau est inférieure a un seuil critique appelé : charge critique d'Euler :

Ce seuil, a ne pas dépasse pour éviter l'effondrement du poteau, dépend de quelques paramètres :

- De la nature du matériau ;
- Des caractéristiques géométriques de la poutre;
- Des conditions d'appui imposées [8]

6- Aspect théorique du flambement :

6-1 Flambage d une colonne :

Une colonne est placée a la verticale et supporte des charge axiales.

Le flambage d une colonne se produit dés le moment ou une flèche horizontale (déflexion) apparait.

Dés lors, la poutre peut se briser (flambage: a éviter a tout prix) [1]

6-2 Effet de la longueur et de l aire (L , A) :

Les colonnes plus courtes et plus larges résistent mieux au flambage que les colonnes les plus longues et minces. [1]

6-3 Mesure du plus petit coté (d) :

Le flambage d une colonne se produit toujours dans la direction de sa dimention la plus petite. [1]

7- Formule d`Euler :

Lorsqu`une pièce élancée est comprimée une flexion parasite se produit à partir d`une certaine contrainte. Cette contrainte est appelée contrainte critique ou contrainte d`Euler. Lors du flambement on se trouve dans le cas de grandes déformations où la linéarité contrainte-déformations n`est plus assurée, voire on se trouve dans le domaine plastique. [1]

7-1 Charge critique d`Euler :

Soit :

- Une poutre droite bi-articulée de longueur l_0
- Un effort normal de compression N centré
- Les dimensions transversales de la poutre sont faibles devant la longueur
- L`inertie maximale de la poutre est suivant l`axe y , l`inertie minimale, suivant l`axe z

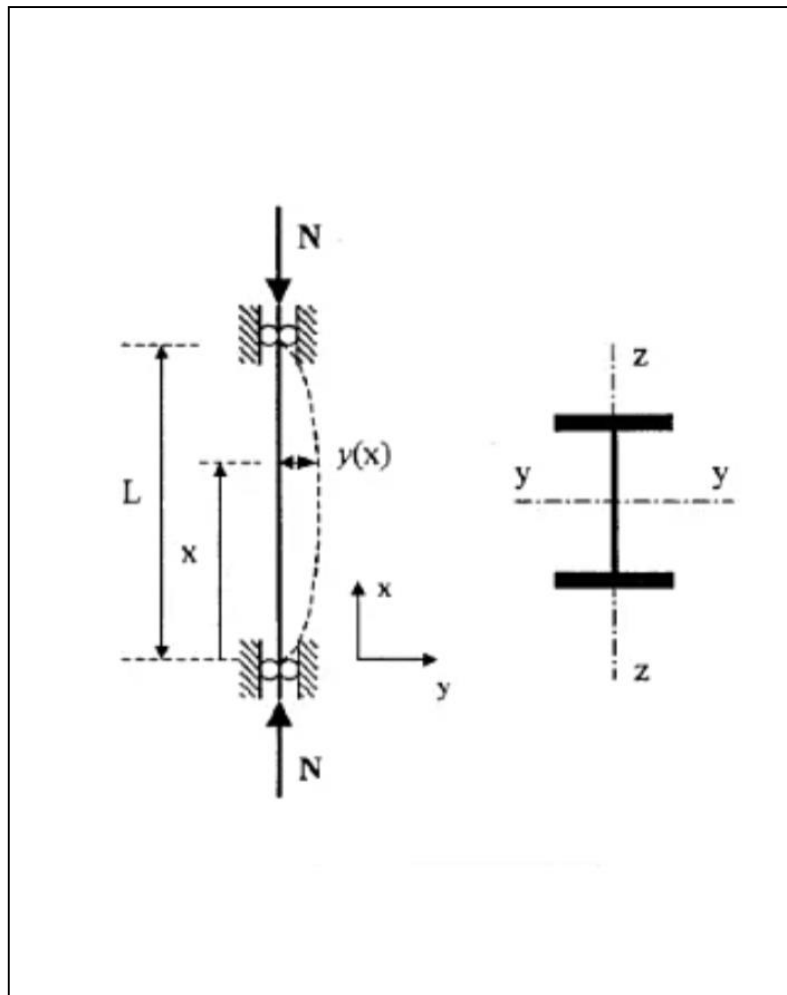


Figure I-3:Poutre bi-articulée [1]

Sous l'action de l'effort de compression N , le poteau fléchit dans le sens de l'axe faible zz (dans le plan xy) et fait apparaître une déformation $y(x)$

Lorsque N croît, l'état rectiligne initial évolue vers un état curviligne :

$$M = -EI_z \frac{d^2 y}{dx^2}$$

$$M = Ny$$

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = 0$$

On pose :

$$\alpha^2 = \frac{N}{EI_z}$$

D'où :

$$y'' + \alpha^2 y = 0$$

La solution générale de l'équation :

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

Les coefficients **A** et **B** sont déterminés par les conditions limites :

$$x = 0, \quad y(0) = 0 \rightarrow B = 0$$

$$x = l, \quad y(l) = 0 \rightarrow A \sin \alpha l_0 = 0$$

$$\sin \alpha l_0 = 0 \rightarrow \alpha l_0 = k\pi$$

D'où :

$$\alpha = \frac{k\pi}{l_0}$$

$$N = \frac{k^2 \pi^2}{l_0^2} EI_z$$

la valeur minimale de **N** sera pour **k=1** et vaut :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{l_0^2} \quad N_{cr} \text{ est la force critique d'Euler}$$

A cette force critique, correspond une contrainte critique :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 EI_z}{l_0^2 A} = \frac{\pi^2 E l_z}{l_0^2 A} = \frac{\pi^2 E}{l_0^2} \cdot i^2$$

On définit : $i = \sqrt{\frac{l_z}{A}}$ **rayon de giration** minimum.

- Le rayon de giration **i** est une donnée géométrique de la section qui caractérise l'aptitude d'une section à résister au flambement.

On définit : $\lambda = \frac{l_0}{i}$ **élancement minimum**

- L'élancement **λ** est une donnée géométrique de la barre qui caractérise l'aptitude d'une barre à flamber. D'où :

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad \lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

λ_{cr} Correspond à l'élancement pour lequel la contrainte critique σ_{cr} est égale à f_y

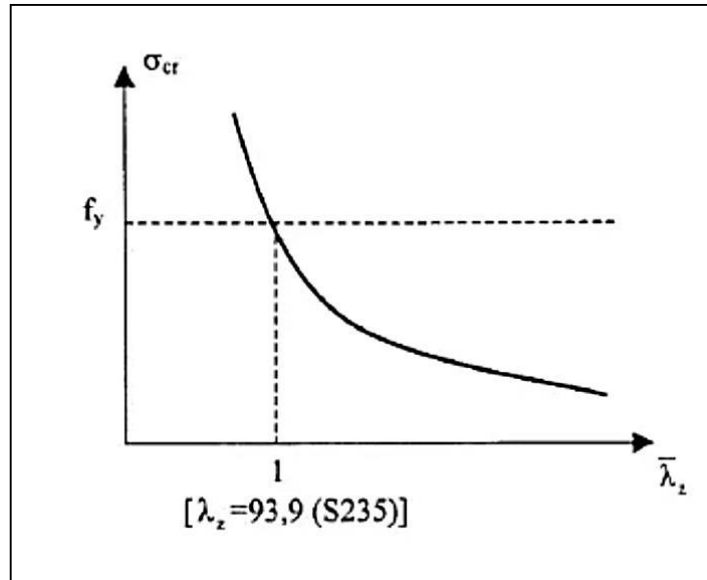
Exemple pour de l'acier **S235**

$$\lambda_{cr} = \pi \sqrt{\frac{2.1 \cdot 10^5}{235}} = 93.9$$

Pour une pièce quelconque, on pose $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_{cr}}$ $\bar{\lambda}$ est appelé élancement réduit

D'où :

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\bar{\lambda}^2}$$



- Lorsque $\bar{\lambda} \leq 1$ pas de risque de ruine par flambement, la contrainte critique est supérieure à la limite d'élasticité de l'acier, le poteau n'est pas suffisamment élancé. L'effort **N** est limité par la résistance du poteau à la compression.
 - Lorsque $\bar{\lambda} \geq 1$ ruine par flambement. La contrainte critique est inférieure à la limite d'élasticité de l'acier. L'effort **N** est limité par la résistance du poteau au flambement.
- [1]

7-2 Contrainte critique d'Euler :

Par définition, la contrainte critique due à la compression dans une barre est donnée par :

$$\sigma_{crit} = \frac{N_c}{A}$$

Donc :

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi^2 EI}{l^2 \cdot A}$$

A l'aire de la section droite

N_c force critique d'Euler [1]

8- La longueur de flambement :

8-1 Coefficient de la longueur de flambement :

On a :

$$l_f = k_f l_0$$

k_f : Coefficient de la longueur de flambement

l_0 : Longueur au flambement

Coefficient de la longueur de flambement (K_f)	
Poutre bi-articulée	1
Poutre encastrée articulée	0,7
Poutre bi-encastrée	0,5
Poutre encastrée-libre	2

Tableau I-1: Coefficient de la longueur de flambement [1]

On utilise ce coefficient k_f pour savoir par combien il faut multiplier la longueur d'une poutre pour trouver la charge critique d'Euler N_c . [1]

8-2 Longueur de flambement d'un poteau appartenant à une structure :

La longueur de flambement d'un poteau appartenant à une structure en acier, dépend :

- Essentiellement du mode de flambement de la structure dans son ensemble. Il s'agit de déterminer d'abord s'il s'agit d'une structure à nœuds fixes ou d'une structure à nœuds déplaçables.
- Du type d'appui
- Des rigidités des liaisons auxquelles le poteau participe. [1]

9- Les liaisons aux appuis :

La charge critique se définit donc comme la charge axiale qui suffit à maintenir une barre élancée sous une forme légèrement fléchie.

La nature des liaisons à l'extrémité d'une poutre son aussi un paramètre qui nous permet de définir la longueur du flambement, ils existent différents type de liaison : [6]





Type de liaison	Schéma	Longueur de flambement (l_f)	Charge critique (N_c)
Appui Bi-Articulée		L	$N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$
Libre-Encastrement		$2L$	$N_c = \frac{\pi^2 EI}{4L^2}$
Encastrement-Encastrement		$0,5L$	$N_c = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$
Appui simple-Encastrement		$0,7L$	$N_c = \frac{2\pi^2 EI}{L^2}$

Tableau I-2: Influence des liaisons aux appuis [6]

10- Formule de Tetmayer :

Formule expérimentale :

$$N_t = \frac{ARcf}{\alpha}$$

Rcf : Résistance à la compression par flambement établit expérimentalement pour différents matériaux et en fonction de λ .

Cette formule est utilisée dans le domaine des faibles élancements ou la formule d'Euler donne des valeurs trop favorables, donc, présentant moins de sécurité. [8]

11- Principe de la méthode de Dutheil :

11-1- Principe :

La méthode de Dutheil est une méthode qu'on utilise pour les poutres comprimer sans prendre en compte son élancement, les valeurs obtenus par cette méthode son proche de celle obtenus expérimentalement.

On a une force **F**, pour qui la poutre fléchisse, ses contraintes dans une section droite son des contraintes normales provoquée par une sollicitation composée de compression-flexion. [11]

$$\sigma_{\max} = \left| \frac{N}{S} - \frac{Mfz}{IGz} \right|$$

11-2- Calcul de résistance :

On a la flèche maximale au milieu d'une poutre est donnée par la relation suivante : [11]

$$f_c = \frac{a}{1 - \frac{F}{F_c}} \quad (a : \text{flèche initiale})$$

Dans la section supportant le moment de flexion maximal :

$$|M_{fz}|_{\max} = F \times \frac{a}{1 - \frac{F}{F_c}}$$

Avec :

$$F_c = \frac{\pi^2 E I_g z}{L^2}$$

On écrit alors pour une charge axiale $|N| = F$:

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{S} + \frac{\pi^2 E a v}{L^2} \times \frac{F}{F_c - F} \quad (1)$$

Dans la suite des calculs, on écrira :

$$\sigma_c = \frac{F_c}{S} \quad (\text{Contrainte critique d'Euler})$$

Dans la relation (1) exprimant la contrainte normale total σ , posons pour simplifier les écritures :

$$\sigma_0 = \frac{\pi^2 E a v}{L^2} \quad (\sigma_0 \text{ est homogène à une contrainte}).$$

Exprimons comme condition limite que $\sigma \leq \sigma_e$ pour une charge axiale $F = \sigma S$, ce qui revient à dire que la poutre sera calculée en compression mais en majorant la contrainte pour tenir compte du moment de flexion.

La relation (1) s'écrit alors après simplification par S :

$$\sigma^2 - \sigma(\sigma_e + \sigma_c + \sigma_0) = \sigma_c \sigma_e > 0$$

Notons qu'en écrivant $\sigma \leq \sigma_e$ aucun coefficient de sécurité n'intervient ; nous devons en tenir compte plus tard.

On sait résoudre cette inéquation (2) du seconde degré en σ . Pour simplifier les

Écritures, Dutheil a proposé d'écrire :

$$\sigma_e + \sigma_c + \sigma_0 = \sigma_t$$

D'autre part, le terme σ_0 intervenant en terme correctif, Dutheil propose comme expression de σ_t :

$$\sigma_t = \sigma_c + 1,3 \sigma_e$$

Ce qui évite le calcul de σ_0 . Notons que cette expression (3) repose sur une vérification expérimentale. La résolution de (2) donne alors :

$$\sigma \leq \frac{1}{2} \sigma_t - \sqrt{\frac{\sigma_t^2}{4} - \sigma_e \sigma_c}$$

A note:

Cette formule de Dutheil est vraie quel que soit l'élanement de la poutre.

Notons cependant que la relation (4) ne fait intervenir aucun coefficient de sécurité.

La contrainte σ ainsi calculée est appelée **contrainte d'affaissement** ou **contrainte de ruine**. Pour un matériau comme la fonte ou le béton, la ruine intervient sur les fibres tendues car $\sigma_{e(\text{ext})}$ est très inférieur à $\sigma_{e(\text{comp})}$. [11]

12- Formule de Rankine :

12-1- Charge critique de Rankine :

Cette formule, à base expérimentale, exprime que pour les poutres élancées, la charge critique selon Rankine est égale à : [11]

$$N_c = \frac{Re.A}{(1+\lambda^2)}$$

Avec :

$$\lambda = \frac{\lambda_{\text{colonne}}}{\lambda_{\text{lim d'Euler}}}$$

λ : Élanement réduit

$$\lambda_{\text{lim d'Euler}} = \pi \sqrt{\frac{E}{Re}}$$

$$\lambda_{\text{col}} = \frac{l_f}{r}$$

12-2- **Contrainte de Rankine :**

On a :

$$\sigma_c = \frac{Nc}{A} = \frac{Re}{(1+\lambda^2)}$$

Le problème de la stabilité d'une barre dont l'élanement est inférieur à l'élanement limite demande une étude particulière.

- Si $\lambda_{\text{colonne}} < \lambda_{\text{lim d'Euler}}$: utilise la formule de Rankine.
- Si $\lambda_{\text{colonne}} > \lambda_{\text{lim d'Euler}}$: on utilise la formule d'Euler. [11]

13- Récapitulatif des critères de résistance :

Suivant la valeur de l'élanement λ , il est d'usage d'employer l'une des trois relations suivantes, On notera que pour des élanements croissants, la limite décroît

- **Poutres courtes : $\lambda < 20$ (acier) :**

Calcul en compression simple : **$F = \sigma_{pc}$ Compression.**

- **Poutres moyennes : $20 < \lambda < 100$ (acier) :**

On utilisera la formule expérimentale de Rankine : **$F = \frac{\sigma_{pc} \cdot S}{1 + (\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$ Rankine**

- * **Poutres élancées : $\lambda > 100$ (acier) :**

Calcul au flambement d'Euler : **$F = \frac{\sigma_{pc} \cdot S}{1 + (\frac{\lambda}{\lambda_c})^2}$ Euler [11]**

14- Les dangers du flambement :

Monsieur Vierendeel (1) attire l'attention sur le danger des pièces comprimées dans les constructions métalliques. Il écrit "On peut dire que sur dix écroulements survenus dans les constructions métalliques, il y en a huit dus au flambage."

La particularité éminemment dangereuse des pièces comprimées est qu'elles cèdent brusquement sans que leur faiblesse ne se dévoile à l'œil par aucun indice, aucun signe avant coureur évident.

Il faut employer les formules de flambage avec prudence, c'est-à-dire en prenant un coefficient de sécurité très grand. Les pièces soumises au flambage doivent impérativement être droite et ne doivent pas avoir subi des déformations précédemment.

Le danger d'instabilité existe donc dans toute structure comprimée. Nous en avons de 3 sortes :

- Flambement (compression pure)
- Déversement (flexion)
- Voilement (torsion)

Et les phénomènes d'instabilité peuvent être de 2 types, soit :

- locaux (barres de treillis, voilement, ...)
- globaux (flambement d'ensemble, ...)

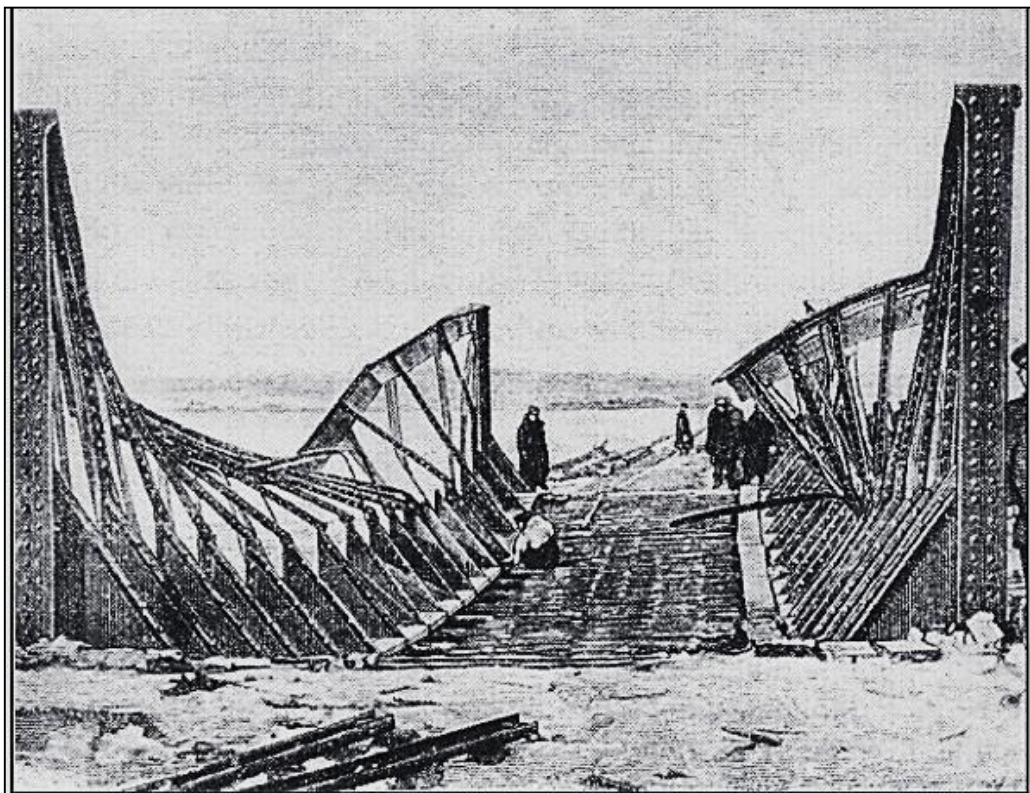


Figure I-4: Flambement d'ensemble de la membrure supérieure des poutres en treillis d'un pont de chemin de fer (Russie, vers 1890)

15- Calcul du flambement selon l'Eurocode 3:**15-1- Prise en compte des imperfections:**

Il est nécessaires de prendre en compte sous forme chiffrée les imperfections réelles comme celles de rectitude ou de centrage, qui font que l'on n'a pas une bifurcation d'équilibre, mais bien une divergence de plus en plus prononcée qui va conduire la pièce à la ruine dès atteinte d'un effort normal plus ou moins éloigné de la valeur critique d'Euler, mais toujours inférieur à celui-ci.

L'eurocode 3 adopte une valeur initiale sinusoïdale de la déformée : [12]

$$Y_0(X) = e_0 \sin \frac{\pi X}{l_0}$$

Avec e_0 l'amplitude à mi-longueur.

CHAPITRE (II)

Aspect théorique de flambement

1- Poutre bi-articulée :

Euler a étudié les pièces soumises à la compression simple donc au flambement simple

La théorie d'Euler est fondée sur :

Une poutre bi-articulée à ses extrémités et droite, soumise à un effort normal de compression centré N , appliqué dans l'axe ox , dont les dimensions transversales sont faibles en regard de la longueur (grand élancement), dont les inerties sont maximales dans le plan zOx et minimales dans le plan yOx (voir figure 1).

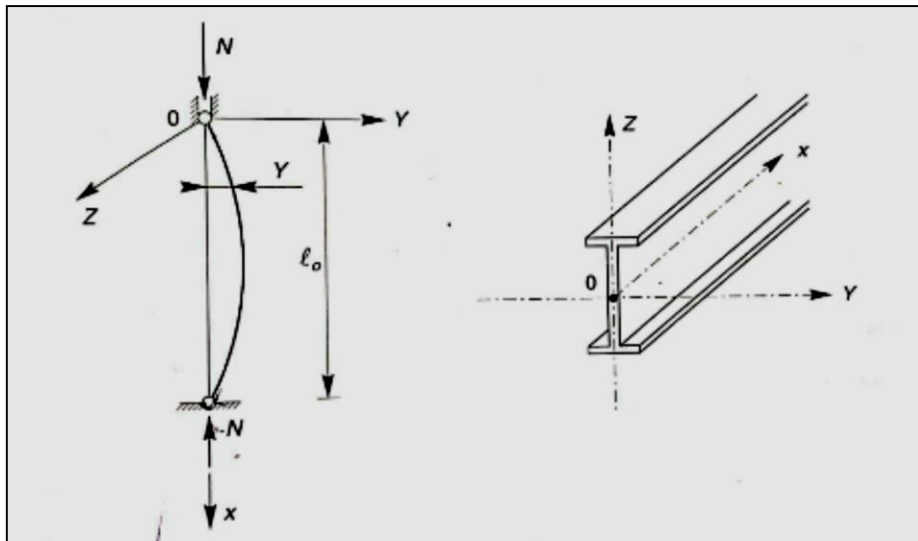


Figure II-1: poutre bi-articulée [2]

Lorsque N augmente, à partir de zéro, l'état d'équilibre rectiligne initial évolue vers un état curviligne fléchi.

D'après la loi fondamentale de la flexion, issue de la résistance des matériaux, le moment fléchissant s'écrit :

$$M = -EI_z \frac{d^2y}{dx^2}$$

Alors que:

$$M = Ny$$

Donc :

$$EI_z \frac{d^2y}{dx^2} + Ny = 0$$

En posant : $\alpha = \sqrt{\frac{N}{EI}}$

On obtient l'équation de l'élastique :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \alpha^2 y = 0$$

On a l'équation différentielle du second ordre, dont la solution générale est de la forme :

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

Avec les conditions aux limites, la solution de cette équation s'écrit :

$$\begin{aligned} - \text{pour } x=0, & \quad y(0) = 0, \quad B=0 \\ - \text{pour } x=l_0, & \quad y(0) = 0, \quad A \sin \alpha l_0 = 0 \end{aligned}$$

Deux solutions sont alors possibles :

- Si $\sin \alpha l_0 \neq 0$, $A = 0$ et $y(x) = 0$ quel que soit x . Dans ce cas, seul l'équilibre rectiligne est possible.
- Si $\sin \alpha l_0 = 0$, $\alpha l_0 = k\pi$

Dans ce cas soit :

$$\alpha = \frac{k\pi}{l_0} = \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

Ou bien :

$$N = \frac{k^2 \pi^2 EI}{l_0^2}$$

-Si $k = 0$, $N = 0$, la poutre reste rectiligne, pour qu'elle soit fléchie, il faut que k soit au moins égal à 1, pour obtenir la valeur minimale de N , qui correspond à un équilibre fléchi de la poutre.

Ce qui vaut donc :

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

N_k : Force critique d'Euler

L'allure de la déflexion correspondant à cette force est :

$$y = A \sin \alpha x$$

On remarque que l'allure de la déflexion est une courbe sinusoïdale, on ne peut pas obtenir l'amplitude du flambement notée par A .

A la force critique d'Euler N_k on trouve une contrainte critique :

$$\sigma_k = \frac{N_k}{A}$$

A : étant la section droite de la poutre, qui s'écrit :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{l_0^2} \cdot \frac{I}{A} = \frac{\pi^2 E}{l_0^2} \cdot i^2$$

Avec :

- $I = \sqrt{\frac{I}{A}}$: Rayon de giration minimal, correspondant à l'inertie I minimale
- $\lambda = \frac{l_0}{i}$: L'élancement maximal.

Finalement :

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

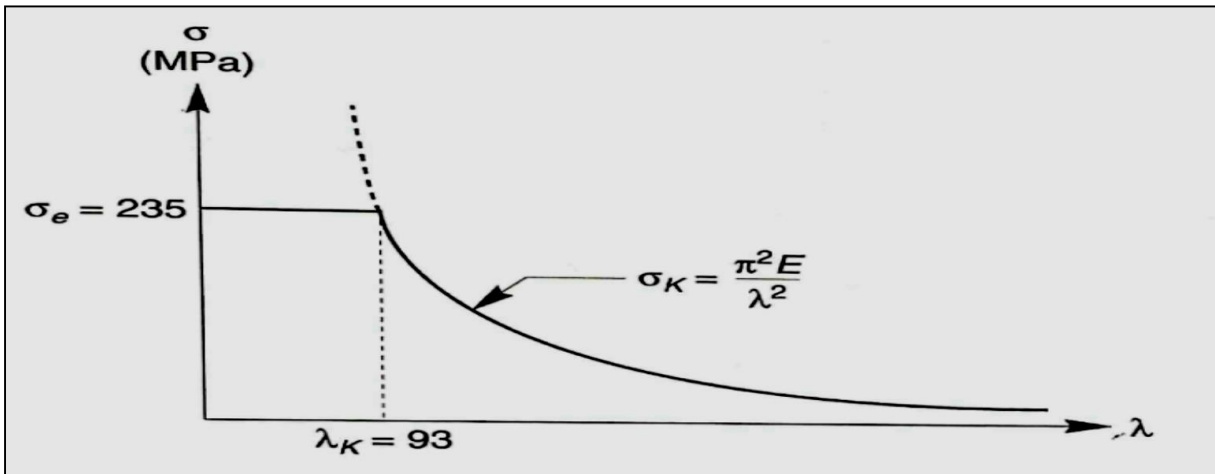


Figure II-2: variation de la contrainte / l'élancement [2]

- On a pour $\sigma_k > \sigma_e$ aucun risque de flambement n'est à craindre et la ruine survient pour $\sigma = \sigma_e$
- Et pour $\sigma_k < \sigma_e$ il y a ruine par flambement lorsque : $\sigma = \sigma_k$

Pour $\sigma_k = \sigma_e$, (la limite de bifurcation d'équilibre), correspond un élancement critique qui vaut (pour un poteau bi-articulée en acier E235) : [2]

$$\lambda_k = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_k}} = \pi \sqrt{\frac{210000}{235}} = 93$$

$$y(l_0) = 0, \quad \text{soit } A \sin \alpha l_0 + \frac{P}{N} l_0 = 0$$

$$y'(l_0) = 0, \quad \text{soit } A \alpha \cos \alpha l_0 + \frac{P}{N} = 0$$

D'où l'on sort l'équation transcendante : $\tan \alpha l_0 = \alpha l_0$

Et sa plus petite racine : $\alpha l_0 = 4,5$

Soit :

$$\alpha = \frac{4,5}{l_0} = \sqrt{\frac{N}{EI}}$$

Donc :

$$N_k = 2 \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

On utilisant la formule d'Euler pour une poutre bi-articulée :

$$\frac{2}{l_0^2} = \frac{1}{l_k^2}$$

On obtient :

$$l_k = \frac{l_0 \sqrt{2}}{2} = 0,71 l_0$$

3- Poutre bi-encastree :

L'équation différentielle est :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} = M$$

L'expression du moment est de la forme :

$$M = -Ny + Cx + D$$

Par conséquent :

$$EI_z \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = Cx + D$$

Et par intégration, il vient :

$$y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x + Cx + D$$

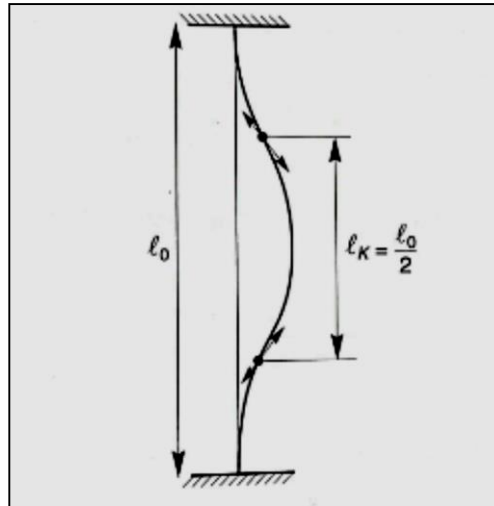


Figure II-4:Poutre bi-encastée [2]

Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $y(0) = y(l_0) = 0$

On a:
$$\begin{cases} A + D = 0 \\ B\alpha l^0 + C = 0 \\ A \cos \alpha l^0 + B \sin \alpha l^0 + Cl^0 + D = 0 \\ A\alpha \sin \alpha + B \alpha \cos \alpha l_0 + Cl_0 = 0 \end{cases}$$

- $y'(0) = y'(l_0) = 0$

Si le système obtenu en élimant **C** et **D** a une solution différente de zéro, la déformation ne sera pas nul :

$A(1 - \cos \alpha l_0) + B(\alpha l_0 - \sin \alpha l_0) = 0$

$A \sin \alpha l_0 + B(1 - \cos \alpha l_0) = 0$

Si:

$(1 - \cos \alpha l_0)^2 (\alpha l_0 - \sin \alpha l_0) \sin \alpha l_0 = 0$

En développant on obtient :

$1 - 2 \cos \alpha l_0 + \cos^2 \alpha l_0 - \alpha l_0 \sin \alpha l_0 + \sin^2 \alpha l_0 = 0$

Ou :

$2(1 - \cos \alpha l_0) = \alpha l_0 \sin \alpha l_0$

La plus petite racine non nulle de cette équation est :

$$\alpha l_0 = 2\pi$$

La force critique d'Euler est donc égale à :

$$N_k = 4\pi^2 \frac{EI}{l_0^2}$$

D'une manière générale, selon les conditions aux appuis, la force critique d'Euler vaut :

$$N_k = m \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

- l_0 Étant la longueur réelle de la barre.
- Et en introduisant la longueur de flambement l_f , elle s'écrit alors :

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2} \quad \text{avec} \quad l_f = \frac{l_0}{\sqrt{m}} \quad [2]$$

On peut conclure alors que :

$$K_f = \frac{1}{\sqrt{m}}$$

4- Poutre encastree-libre :

L'équation de la déformée s'écrit :

$$EI_{Gz} y'' = M_z(x) \quad \leftrightarrow \quad EI_{Gz} y'' - M_z(x) = 0$$

$$\leftrightarrow \quad EI_{Gz} y'' + N y = 0$$

$$\leftrightarrow \quad y'' + \frac{N}{EI_{Gz}} y = 0 \quad (\text{Equation différentielle de 2eme ordre})$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$y = A \cos \alpha x + B \sin \alpha x$$

avec : $\alpha^2 = \frac{N}{EI_{Gz}}$

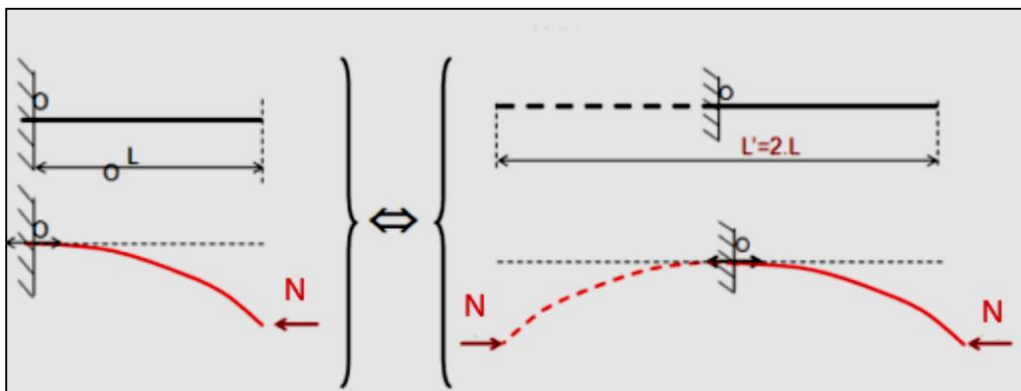


Figure II-5: Poutre encastree-libre

Avec les conditions aux limites on détermine les constantes :

- Pour $x = 0$, $y(0) = 0$;

Donc $A = 0$

- Pour $x = 2l$, $y(2l) = 0$;

Donc $B \sin \alpha 2l = 0$

Puisque A est nul, B est différent de 0 (si non pas de flambement),

$$\Rightarrow \sin \alpha 2l = 0$$

$$\leftrightarrow \alpha 2l = n\pi \text{ avec } n = \text{nombre entier}$$

$n = 1$ 1^{er} mode de flambement :

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2l}$$

Equation de la déformée :

$$y(x) = B \sin \left(\frac{\pi x}{2l} \right)$$

De l'équation 1 et 2 :

$$\Rightarrow \alpha^2 = \frac{\pi^2}{4l^2} = \frac{N}{EI_{Gz}}$$

Pour trouver N provoquant la déformée, c'est-à-dire la charge critique d'Euler N_c au-delà de laquelle le flambement se produit, il faut résoudre l'équation précédente, ce qui donne :

$$N_c = \frac{\pi^2 EI_{Gz}}{4l^2}$$

On se base sur la formule d'Euler pour une poutre bi-articulée, on a :

$$\frac{1}{4l^2} = \frac{1}{l_f^2}, \text{ soit } l_f = 2l$$

Pour une poutre comprimée de section S , la contrainte critique σ_c est définie par la relation :

$$\sigma_c = \frac{N_c}{S} \leftrightarrow \sigma_c = \frac{\pi^2 EI_{Gz}}{l_f^2 \cdot S}$$

On a :

$$r = \sqrt{\frac{I_{\min}}{S}} \text{ le rayon de giration,}$$

Et :

$$\lambda = \frac{l_f}{r} \text{ avec } l_f = 2l \leftrightarrow \lambda = \frac{2l}{r}$$

La contrainte critique s'exprime alors sous la forme :

$$\sigma_c = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

5- Prise en compte des défauts de rectitude :

Considérons une poutre dotée d'une courbure initiale $y_0 = f(x)$ et chargée centriquement (figure 6).

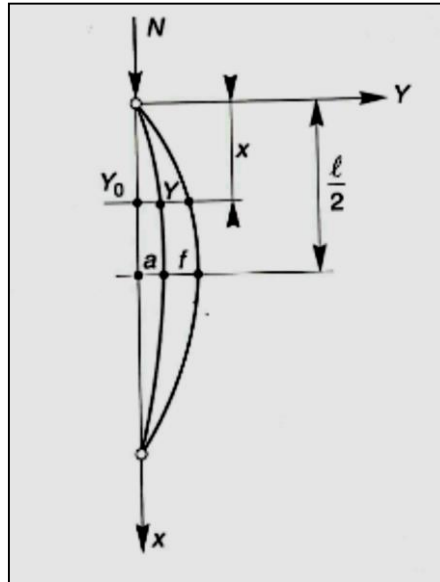


Figure II-6: Défaut de rectitude [2]

Dans une section courante z , le moment fléchissant vaut :

$$M(x) = N(y + y_0)$$

L'équation de la déformée s'écrit :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M = -N(y + y_0)$$

D'où :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 (y + y_0) = 0$$

La déformée de la poutre, à vide, s'exprime par le développement en série de sinus suivante :

$$y_0 = \alpha_1 \frac{\sin \pi x}{l} + \alpha_2 \sin \frac{2\pi x}{l} + \dots$$

Qui, en première approximation (les autres termes étant négligeables), se résume à :

$$y_0 = \alpha \sin \frac{\pi x}{l}, \text{ soit :}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \alpha^2 (y + \alpha \sin \frac{\pi x}{l}) = 0 \quad (1)$$

La solution générale de cette équation est de la forme :

$$y = D \sin \frac{\pi x}{l}$$

Les dérivées sont :

$$\frac{dy}{dx} = D \frac{\pi}{l} \cos \frac{\pi x}{l}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -D \frac{\pi^2}{l^2} \sin \frac{\pi x}{l}$$

L'équation (1) devient alors :

$$\sin \frac{\pi x}{l} (\alpha \alpha^2 + D\alpha^2 - D\frac{\pi^2}{l^2}) = 0$$

D'où l'on tire :

$$D = \frac{\alpha}{\frac{\pi^2}{\alpha^2 l^2} - 1}$$

La flèche additionnelle \square prise par la poutre vaut donc :

$$y = \frac{\alpha \sin \frac{\pi x}{l}}{\frac{\pi^2}{\alpha^2 l^2} - 1}$$

Elle est maximale à l'abscisse $x = \frac{l}{2}$

Soit :

$$Y_{\max} = f = \frac{\alpha}{\frac{\pi^2}{\alpha^2 l^2} - 1} \quad (2)$$

Compte tenu que $\alpha^2 = \frac{N}{EI}$ et $N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$ s'écrit encore :

$$f = \frac{\alpha}{\frac{N_k}{N} - 1}$$

Les déformations croissent hyperboliquement avec N

La flèche totale f_t (flèche initiale + flèche additionnelle) vaut donc :

$$f_t = \alpha + f = \frac{\alpha}{1 - \frac{N}{N_k}} \quad (3)$$

- lorsque $N = 0$, $f_t = \alpha$ (état initial)

- lorsque $N \rightarrow N_k$, $f_t \rightarrow \infty$ (état de ruine)

La contrainte maximale, caractérisant l'état de ruine, est obtenue pour :

$$\sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{Nfv}{I}$$

Compte tenu que $c = \frac{I}{vA} = \frac{i^2}{v}$, i tant le rayon de giration et c la distance du centre de gravité de la frontière du noyau central, on a :

$$\sigma_e = \sigma \left(1 + \frac{\alpha}{c} \frac{\sigma}{\sigma_k - \sigma} \right) \quad (4)$$

$\frac{\sigma}{\sigma_k - \sigma}$ = Coefficient d'amplification de la flèche initiale

$\left(1 + \frac{\alpha}{c} \frac{\sigma}{\sigma_k - \sigma} \right)$ Coefficient d'amplification de la contrainte.

La charge de ruine N est obtenue par la relation (4), en portant $\sigma = \frac{N}{A}$ et $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$. On obtient l'équation suivante du second degré, qui donne N :

$$\frac{\lambda^2}{\pi^2 EA} N^2 - \left(\frac{\lambda^2 \sigma_e}{\pi^2 E} + \frac{\alpha}{c} + 1 \right) N + A \sigma_e = 0$$

6- Prise en compte des défauts de centrage :

Considérons cette fois-ci une poutre rectiligne, chargée d'une force normale N , parallèle à son axe moyen, mais excentrée de e (Figure 7)

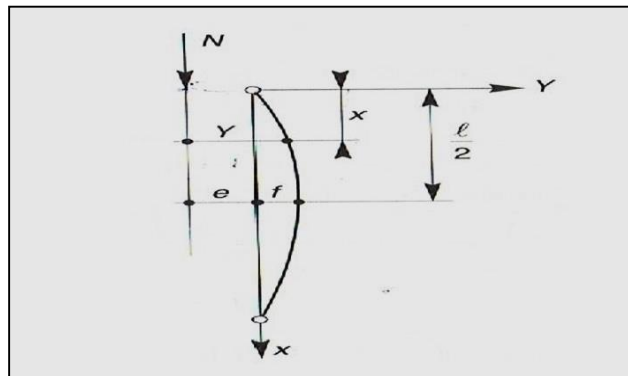


Figure II-7: Défaut de centrage [2]

- Equation de la déformée :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \alpha^2 y = 0$$

- Solution générale :

$$y = A \sin \alpha x + B \cos \alpha x$$

- Condition aux limites

$$y(0) = e, \text{ soit } B = e$$

$$y(l) = e, \text{ soit } A = e \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l}$$

D'où

$$y = e \left(\cos \alpha x + \sin \alpha x \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l} \right)$$

- Flèche totale maximale, pour $x = \frac{l}{2}$:

$$e + f = e \left[\cos \alpha \frac{l}{2} + \sin \alpha \frac{l}{2} \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l} \right]$$

Or :

$$\begin{aligned} \cos \alpha l &= 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha l}{2} \\ \sin \alpha l &= 2 \sin \frac{\alpha l}{2} \cos \frac{\alpha l}{2} \\ \frac{1 - \cos \alpha l}{\sin \alpha l} &= \tan \frac{\alpha l}{2} \end{aligned}$$

La flèche totale vaut alors :

$$e + f = e \left(\cos \frac{\alpha l}{2} + \sin \frac{\alpha l}{2} \cdot \tan \frac{\alpha l}{2} \right) = \frac{e}{\cos \frac{\alpha l}{2}}$$

Soit :

$$f = e \left(\frac{1}{\cos \frac{\alpha l}{2}} - 1 \right) \quad (5)$$

- Lorsque $N = 0$, $f = 0$ (état initial)

- Lorsque $N \rightarrow N_k$, $f \rightarrow \infty$ (état de ruine)

f Varie hyperboliquement en fonction de N et a pour asymptote horizontale N_k .

Le moment fléchissant maximal vaut :

$$M_f = N (e + f) = \frac{N \cdot e}{\cos \frac{\alpha l}{2}}$$

La contrainte maximale, caractérisant l'état de ruine, est obtenue pour

$$\sigma_e = \frac{N}{A} + \frac{N(e+f)v}{I}$$

Qui s'écrit encore, en portant $c = \frac{i^2}{v}$ et f tirée de la relation (5) :

$$\sigma_e = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e}{c \cdot \cos \frac{\alpha l}{2}} \right)$$

Or: $\cos \frac{\alpha l}{2} = \cos \sqrt{\frac{N}{EI}} \cdot \frac{l}{2} = \cos \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{N}{EI}}$

Soit enfin : $\sigma_e = \frac{N}{A} \left(1 + \frac{e}{c} \frac{1}{\cos \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{N}{EA}}} \right) \quad (6)$

La charge de ruine N peut être obtenue par résolution de l'équation (6) ; cependant, plus simplement, tant que N reste faible vis-à-vis de N_k (petites déformations), on peut admettre avec une précision suffisante, αl étant faible, que :

$$\cos \frac{\alpha l}{2} = 1 - \frac{\alpha^2 l^2}{8}$$

L'équation (5) s'écrit alors :

$$f = e \left(\frac{1}{1 - \frac{\alpha^2 l^2}{8}} - 1 \right)$$

En portant $\alpha^2 = \frac{N}{EI}$, on obtient finalement :

$$N = \frac{8EI f}{l^2(e+f)}$$

7- Flambement par flexion :

Il s'agit dans ce cas, d'une poutre idéale rectiligne, soumise simultanément à un effort normal N et à un moment fléchissant M_0 .

En comparaison au flambement simple, il y a dans ce cas une amplification de la déformée et donc des contraintes de flexion et de compression.

Si $M_0(x)$ est le moment fléchissant initial, le moment fléchissant total dans la poutre, comprimée et fléchie, vaut :

$$M(x) = M_0(x) + Ny$$

La déformée a pour équation :

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + Ny = -M_0(x)$$

Pour les fonctions simples de $M_0(x)$ l'intégration est possible.

Considérons les deux cas les plus courants de moment :

- Moment sous charge concentrée transversale.
- Moment sous charge uniformément répartie transversale.

7-1 Sous charge concentrée Q :

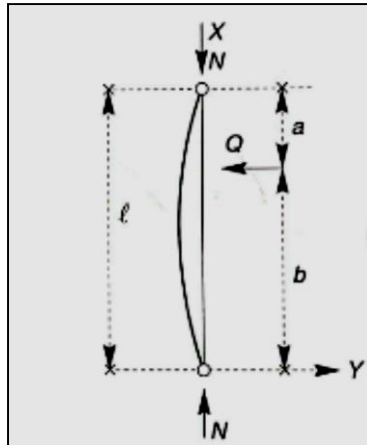


Figure II-8: Sous charge concentrée [2]

Nous avons : si $x \leq a$ $\mu(x) = Q_x \frac{l-x}{l}$
 si $x \geq a$ $\mu(x) = Q_a \frac{l-x}{l}$

L'intégrale générale a pour expression :

- Si $0 \leq x \leq a$

$$y(x) = A \cos \alpha + B \sin \alpha x + \frac{Q}{N} x \frac{l-x}{l}$$

- Si $a \leq x \leq l$

$$y(x) = C \cos \alpha x + D \sin \alpha x + \frac{Q}{N} a \frac{l-x}{l}$$

Les coefficients A, B, C, D sont des déterminés en écrivant que :

$$A = 0 ;$$

$$B = - \frac{Q \sin \alpha(l-a)}{aN \sin \alpha l} ;$$

$$C = - \tan \alpha l ;$$

$$D = \frac{Q \sin \alpha a}{aN \tan \alpha l} \rightarrow C = - \frac{Q}{aN} \sin \alpha a$$

Finalement :

- Si $0 \leq x \leq a$:

$$y(x) = - \frac{Q \sin \alpha(l-a)}{aN \sin \alpha l} \sin \alpha x + \frac{Q}{N} x \frac{l-x}{l}$$

- Si $a \leq x \leq l$:

$$y(x) = \frac{Q \sin \alpha a}{aN \sin \alpha l} \sin \alpha(l-x) + \frac{Q}{N} a \frac{l-x}{l}$$

Pour $x = \frac{l}{2}$ et $a = \frac{l}{2}$

$$\mu = \frac{\alpha l}{2} = \frac{l}{2} \sqrt{\frac{N}{EIz}} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{N}{Nk}}$$

$$y_{\max} = - \frac{Ql^3}{48EIz} \frac{3(tgu-u)}{u^3}$$

$$y_{\max} = \frac{Ql}{4} \frac{tg u}{u}$$

7.2 Sous charge uniformément répartie q :

$$\mu(x) = \frac{qx}{2}(l-x) \quad \text{En posant : } u = \frac{al}{2}; \text{ il vient :}$$

$$y(x) = \frac{Ql^4}{16EIz \cdot u^4} \left[1 - \frac{\cos \left[u \left(1 - \frac{2x}{l} \right) \right]}{\cos \mu} \right] + \frac{ql^2x}{8EIz \cdot u^2} (l-x)$$

La flèche maximale pour $x = \frac{l}{2}$ s'écrit :

$$y_{\max} = \frac{5}{384} \frac{ql^4}{EIz} \frac{24(1-\cos u) - 12u^2 \cos u}{5u^4 \cos u}$$

$$y_{\max} = \frac{ql^2}{8} \frac{2(\cos u - 1)}{u^2 \cos u}$$

Les résultats, pour les cas usuels, sont rassemblés dans le tableau ci-après, dans

Lequel $t = \frac{al}{2}$

Cond. aux appuis	Cas de charges	M_0 max. pour $z = \frac{\ell}{2}$	M max. pour $z = \frac{\ell}{2}$	Coefficient d'amplification des moments : $r = \frac{M \text{ max}}{M_0 \text{ max}}$
Bi-articulé		$q \frac{\ell^2}{8}$	$q \frac{\ell^2}{8} r$	$\frac{2}{t^2} (\frac{1}{\cos t} - 1)$
		$Q \frac{\ell}{4}$	$Q \frac{\ell}{4} r$	$\frac{1}{t} \operatorname{tg} t$
Bi-encasté		$q \frac{\ell^2}{24}$	$q \frac{\ell^2}{24} r$	$\frac{3}{t \sin 2t} - \frac{3}{2t^2}$
		$Q \frac{\ell}{8}$	$Q \frac{\ell}{8} r$	$\frac{1}{t} \operatorname{tg} t$

Figure II-9: Sous charge répartie [2]

8- Influence de l'effort tranchant sur le flambement des pièces :

La sollicitation d'effort tranchant, généralement présente dans les pièces fléchies, entraîne des déformations dont nous n'avons pas tenu compte jusqu'à présent. En fait, la présence d'un effort tranchant ne modifie d'une manière sensible la charge critique.

Reprenons le cas simple de la poutre d'Euler bi-articulé sollicitée en compression simple.

Nous avons :

$$M = Ny \text{ et } V = \frac{dM}{dx} = N \frac{dy}{dx}$$

L'équation de la déformée s'écrit, en prenant en compte les déformations engendrées par l'effort tranchant :

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} + \frac{d}{dx} \left(\frac{V}{GA_1} \right)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{Ny}{EI} + \frac{N}{GA_1} \cdot \frac{d^2y}{dx^2}$$

Soit :

$$\frac{d^2y}{dx^2} \left(1 - \frac{N}{GA_1} \right) + \frac{N}{EI} y = 0$$

Posons :

$$\beta^2 = \frac{N}{EI \left[1 - \frac{N}{GA_1} \right]}$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \beta^2 y = 0$$

Elle est analogue à l'équation différentielle du (II.1) Précédent, et se résout de la même façon.

La force critique de flambement, qui valait $N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2_k}$, est réduite en raison de l'influence de l'effort tranchant et devient :

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2_k} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{l^2_k} \frac{1}{GA_1}}$$

Ou :

$$N_k = \frac{N_k}{1 - \frac{N_k}{GA_1}}$$

A_1 étant la section réduite à l'effort tranchant.

- Si A_1 est très grande :

$$\beta^2 = \alpha^2 = \frac{N}{EI} \text{ et } N_k = N_k \frac{\pi^2 EI}{l^2_k}$$

- Sinon :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} \left(1 - \frac{N}{GA1} \right) = 0$$

Ce qui est vérifié pour $\frac{N}{GA1} = 1$, c'est à-dire que la force critique de flambement d'effort tranchant est :

$$N'_k = GA1$$

En général, on a :

$$N_k = \frac{\pi^2 EI}{l^2_k} \left(1 - \frac{N_k}{GA1} \right)$$

C'est-à-dire :

$$N_k = N'_k \left(1 - \frac{N_k}{N'_k} \right)$$

Ou encore :

$$\frac{1}{N_k} = \frac{1}{N'_k} + \frac{1}{N''_k}$$

Si la diminution est faible pour les poutres à âme pleine, et négligeable, elle est, au contraire, sensible pour les poutres triangulées. [2]

CHAPITRE (III)

Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

1- Définition :

L'Eurocode 3 est utilisé dans la construction pour le calcul des structures en acier. Il introduit les règles de calcul de base tout en énonçant les principes et exigences de sécurité, et il correspond à toutes les règles européennes communes de conception et de dimensionnement des structures métalliques. Il définit les exigences de résistance, de facilité d'entretien et de durabilité

2- Application de l'Eurocode 3 :

L'application de l'Eurocodes est basée sur des méthodes analytiques dans les domaines de l'élasticité et de l'élasto-plasticité, où divers éléments de la structure sont soumis à des actions extérieures et à des contraintes de traction, de compression, de flexion, de cisaillement ou de torsion, en fonction des propriétés mécaniques du matériau.

Par l'analyse du risque de déformation par flambage ou basculement des éléments de structure et la vérification de la stabilité et de la résistance à la traction, l'Eurocode 3 permet une meilleure compréhension du comportement des matériaux pour optimiser les dimensions de la structure en termes de résistance et de résistance à la traction et optimisation des coûts de construction

Cette norme donne aussi des méthodes de justification de la résistance à la fatigue des éléments, reproduisant les imperfections géométriques et structurelles résultant de l'élaboration des matériaux et de l'exécution.

3- Contenu de l'Eurocode 3 :

Les deux premières Parties d'Eurocode concernent les « Bases de calcul des structures » et les « Actions sur les structures (générales et bâtiments) ».

Ces deux normes sont les premières d'un ensemble de 60 normes qui portent sur les actions, les ouvrages en béton, constructions en acier, ouvrages mixtes acier-béton, structures en bois, en maçonnerie, aluminium, ainsi que les règles de conception des ouvrages de géotechnique et les règles de conception parasismiques.

4- Historique de l'Eurocode :

L'élaboration de méthodes uniformisées pour le calcul des structures est en cours au niveau européen depuis des dizaines d'années.

Ce travail s'est d'abord fait à petite échelle au sein de quelques organisations comme l'UIC (Union internationale des chemins de fer), le CEB (Comité Euro-international du Béton), la FIP (Fédération Internationale de la Précontrainte), la RILEM (Réunion internationale des laboratoires d'essais de matériaux), le CIB (Conseil international du bâtiment) ou l'AIPC (Association internationale des ponts et charpentes).

Dans les années 1970, la Commission européenne s'est intéressée à la démarche. La création du marché unique pour les produits de construction nécessitait des normes européennes pour les produits, mais aussi pour la conception des ouvrages.

Dans les années 1980, la Commission a fait produire de premiers documents n'ayant pas encore un véritable statut de normes, dits "Eurocodes".

En 1989, la Directive *Produits de Construction* (DPC ou CPD pour "Construction Products Directive") est approuvée par la Communauté Européenne. La normalisation européenne s'intègre dans un cadre général logique, et les activités s'enchaînent à un rythme plus soutenu.

La CPD introduit des exigences essentielles pour les ouvrages, et pour le marquage CE des produits de construction, jetant ainsi les bases du futur marché unique de la construction. La directive précise que les produits de construction ne peuvent être mis sur le marché dans l'Union européenne, qu'assortis d'un marquage CE qui certifie qu'ils « *ont des caractéristiques telles que les ouvrages dans lesquels ils doivent être incorporés, assemblés, utilisés ou installés, puissent satisfaire aux exigences essentielles, à condition d'avoir été convenablement conçus et construits* ».

Les règles de respect des exigences essentielles pour les ouvrages restent de compétence nationale, mais la Directive impose les Eurocodes comme référence à utiliser dans les normes de produits harmonisées pour le marquage des produits relativement à l'exigence essentielle de stabilité et de résistance mécanique.

La rédaction des Eurocodes est confiée au Comité européen de normalisation (CEN) pour donner à ces documents le statut de norme européenne à part entière. Ceci rend l'usage des Eurocodes obligatoire comme normes pour certains marchés (voir plus bas). Ceci impose

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

aussi que la procédure très stricte d'approbation des normes par le CEN prenne en compte des nuances techniques de tous les instituts membres dans le texte final.

Les Eurocodes ont d'abord été publiés comme « normes expérimentales » (ENV), le CEN les a désormais publié comme normes au stade définitif (EN). [12]

4-1 Dates importantes :

- 1971 : directive Marchés publics de travaux
- 1976 : lancement des premiers Eurocodes
- 1980 : mise à l'enquête des Eurocodes
- 1989 : directive Produits de Construction
- 1989 : transfert des Eurocodes au CEN ⇒ début ENV (normes provisoires)
- 1991-1998 : publication des ENV
- 1998 : début de la transformation des ENV en EN
- 2005 : achèvement du programme des Eurocodes
- 2004-2007 : publication des Eurocodes en France et de leurs annexes nationales
- mars 2010 : fin des normes nationales en contradiction avec les Eurocodes (marchés publics seulement; période de transition pour les marchés privés) [2]

5 Famille d'Eurocodes :

On compte 60 Eurocodes, regroupés en 10 familles :

- **Eurocode 0** : Bases de calcul des structures (EN 1990).
- **Eurocode 1** : Actions sur les structures (EN 1991).
- **Eurocode 2** : Calcul des structures en béton (EN 1992).
- **Eurocode 3** : Calcul des structures en acier (EN 1993).
- **Eurocode 4** : Calcul des structures mixtes acier-béton (EN 1994).
- **Eurocode 5** : Conception et calcul des structures en bois (EN 1995).
- **Eurocode 6** : Calcul des ouvrages en maçonnerie (EN 1996).
- **Eurocode 7** : Calcul géotechnique (EN 1997).
- Eurocode 8 : Calcul des structures pour leur résistance aux séismes (EN 1998).
- **Eurocode 9** : Calcul des structures en aluminium (EN 1999).

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

Chaque famille est constituée d'une partie générale (partie 1-1), d'une partie concernant l'incendie (partie 1-2), d'une partie 2 concernant les ponts (si d'application) et d'autres parties spécifiques.

Les Eurocodes sont publiés par les instituts de normalisation nationaux (AFNOR, NBN, NEN...) avec l'indicatif national devant le numéro de la norme. Exemple : NBN EN 1991-1-1 (norme belge). [2]

6 Le flambement avec l'eurocode 3 :

La théorie classique d'Euler, établie pour des structures idéales est insuffisante aux regards des imperfections de centrage, de rectitude, de verticalité et de la présence de contraintes résiduelles.

Charge critique, théorie d'Euler :

Dans la réalité il est nécessaire de prendre en compte ces imperfections ou leurs effets. Les règlements (additif 80 ou EC3) définissent un facteur d'imperfection α .

Cette note présente l'aspect réglementaire du flambement par flexion dans le cas de barres axialement comprimées de section C1, 2 et 3 avec l'Eurocode 3(cf. [1] §6.3.1.1) - norme européenne des structures métalliques). [2]

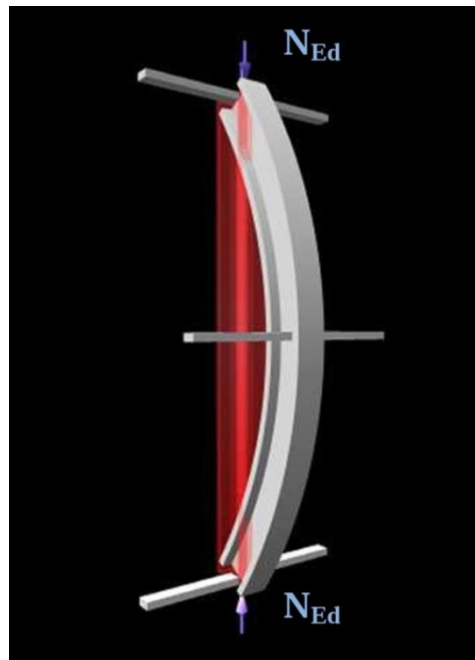


Figure III-1: Flambage d'une poutre de longueur libre L

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

6-1 Formulaire de calcul :

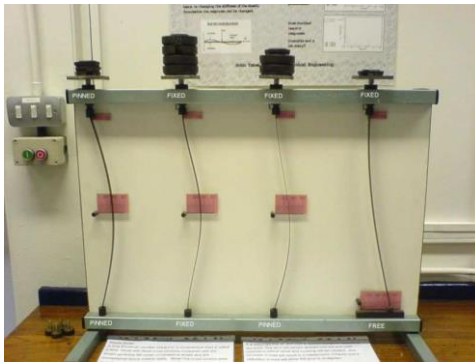
6-1-1 Rayon de giration :

Rapport de l'inertie de la barre sur sa section :

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

Remarque :

Une barre est dite « longue » lorsque l'élanement maxi $\lambda = L_{cr}/i > 100$.



Liaison extrémités	Longueur de flambement L_{cr}
	$L_{cr} = 1 \times L$
	$L_{cr} = 0,5 \times L$
	$L_{cr} = 0,7 \times L$
	$L_{cr} = 2 \times L$

6-1-2 Elancement réduit :

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot f_y}{N_{cr}}} = \frac{L_{cr}}{i \cdot \lambda_1}$$

ou : $\lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 96,12 \varepsilon$ pour l'acier, avec $\varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$

Remarque :

Effets du flambement négligés si $\lambda \leq 0,2$

6-1-3 Effort normal critique de flambement élastique :

Par combinaison, il (re)viens, la formulation de la charge critique d'Euler :

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_{cr}^2}$$

Remarque :

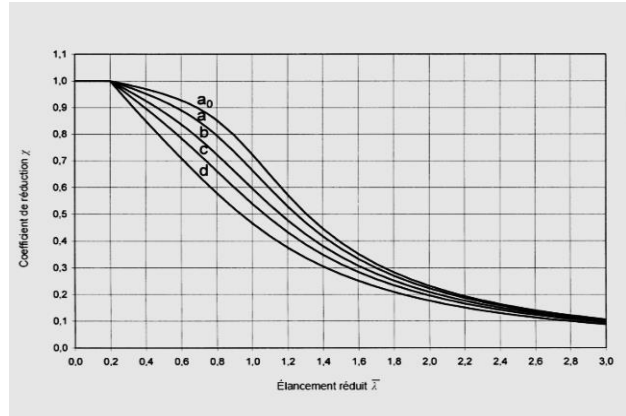
Effets du flambement négligés si $\frac{N_{Ed}}{N_{cr}} \leq 0,04$ [2]

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

6-1-4 Facteur d'imperfection :

La valeur de α dépend de la courbe de flambement ci-contre, fonction des dimensions et de l'orientation de la section de barre (cf. [1] §T2.1)

Courbe	a_0	a	b	c	d
Facteur α	0,13	0,21	0,34	0,49	0,76



6-1-5 Coefficient de réduction :

$$x = \frac{1}{\phi + [\phi^2 - \lambda^2]^{0,5}} \quad \text{avec} \quad x \leq 1 \quad \text{et} \quad \phi = 0,5[1 + \alpha(\lambda - 0,2) + \lambda^2] \quad [2]$$

6-1-6 Résistance de calcul au flambement :

$$N_{b,Rd} = \frac{x \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} \quad \text{et la masse équivalente sur la barre (si chargement massique)} \quad M = \frac{g \cdot N_{b,Rd}}{\gamma_M}$$

γ_{M1} : coefficient partiel de sécurité pour résistance des barres aux instabilités, $\gamma_{M1} = 1,1$ (cf. [1] §6.1)

γ_M : coefficient partiel de sécurité sur les charges, usuellement $\gamma_M = 1,35$ [2]

7- Classification des sections transversales :

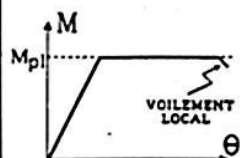
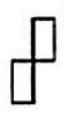
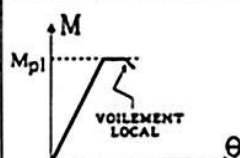
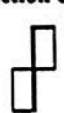
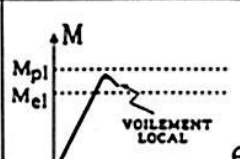
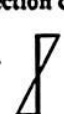
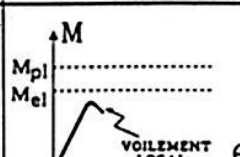
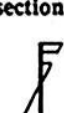
La classification des sections de 1 (la plus performante) à 4 (la plus fragile) a pour but d'identifier dans quelle mesure la résistance et la capacité de rotation des sections sont limitées par l'apparition du voilement local.

En plus des définitions des classifications données (cf. [1] §5.5), on peut se reporter au tableau de synthèse ci-contre. [2]

Remarque :

On étudie les classes C1, 2 et 3. La classe C4 sont celles pour lesquelles le voilement local se produit avant l'atteinte de la limite d'élasticité.

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

CLASSE	MODELE DE COMPORTEMENT	RESISTANCE DE CALCUL	CAPACITE DE ROTATION PLASTIQUE
1	 M-θ diagram showing linear elastic behavior up to M_{pl} , followed by a constant moment region with local buckling (VOILEMENT LOCAL).	PLASTIQUE sur section complète  f_y	Importante
2	 M-θ diagram showing linear elastic behavior up to M_{pl} , followed by a constant moment region with local buckling (VOILEMENT LOCAL).	PLASTIQUE sur section complète  f_y	Limitée
3	 M-θ diagram showing linear elastic behavior up to M_{el} , reaching a peak moment M_{pl} , followed by a constant moment region with local buckling (VOILEMENT LOCAL).	ELASTIQUE sur section complète  f_y	Aucune
4	 M-θ diagram showing linear elastic behavior up to M_{el} , reaching a peak moment M_{pl} , followed by a constant moment region with local buckling (VOILEMENT LOCAL).	ELASTIQUE sur section efficace  f_y	Aucune

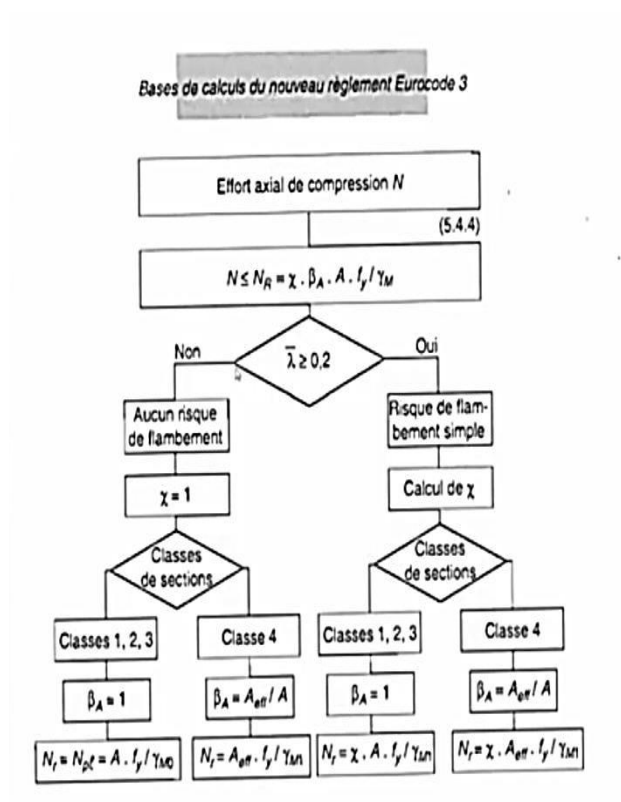
2

Chapitre III Aspects réglementaire du flambement (EUROCODE 3)

Exemple :

BARRE SECTION RECTANGULAIRE 60X40 EP4 INOX AISI 304 BI-ROTULEE DE LONGUEUR L		
<ul style="list-style-type: none"> • Propriétés géométriques 	cf. [1] fig 1.1	$A = 708,53 \text{ mm}^2$ $I_z = 168037 \text{ mm}^4$ $I_y = 321865 \text{ mm}^4$ Axe z est axe de sollicitation car $I_z < I_y$
<ul style="list-style-type: none"> • Propriétés matériau 	cf. [2] T2.1	Acier inoxydable 1.4301 $f_y = 230 \text{ N/mm}^2$ $E = 220\,000 \text{ N/mm}^2$
<ul style="list-style-type: none"> • Courbe de flambement 	cf. [1] T6.2	Courbe c (formage à froid, axe quelconque)
<ul style="list-style-type: none"> • Classe de section 	cf. [1] §5.5	Classe section C2
<ul style="list-style-type: none"> • Rapport largeur-épaisseur maxi 	cf. [1] T5.2	$\epsilon = \sqrt{235/f_y} = 1,01$ - Paroi fléchie : $c/t = 10 < 83\epsilon = 83,3$ - Paroi comprimée : $c/t = 10 < 38\epsilon = 39,4$
<ul style="list-style-type: none"> • Rayon de giration 	cf. [3] §3.2.1.1	$i = 15,4 \text{ mm}$
<ul style="list-style-type: none"> • Longueur de flambement 	cf. [3] fig 58	$L_{cr} = L$, longueur sans flambement $L_{\lambda \leq 0,2} = 299,26 \text{ mm}$
<ul style="list-style-type: none"> • Facteur d'imperfection 	cf. [1] T6.1	$\alpha(c) = 0,49$
<ul style="list-style-type: none"> • Résistance au flambement <p>Le graphique ci-contre représente l'effort de flambement de flexion N_{Ed} admissible selon EC3 en fonction de la longueur L de barre 60x40 ép4 inox 1.4301.</p> <p>Le graphique est borné par :</p> <ul style="list-style-type: none"> - Les limites inférieures $\bar{\lambda} \leq 0,2$ et $N_{Ed}/N_{cr} \leq 0,04$, où les effets du flambement peuvent être négligés. - La limite supérieure $N_{Ed}/N_{b,Rd} \leq 1$, où le flambement compromet la résistance de la barre. 	Charge admissible en flambement en fonction de la longueur de barre selon EC3	

8- Bases de calcul du nouveau règlement Eurocode 3 :



Chapitre(IV)

Aspect expérimental du flambement

- Aspect expérimental :

La méthode expérimentale est fondée sur l'expérience scientifique, elle est effectuée sur des poutres élancées.

- **But de l'expérience :**

Pour différentes conditions, on essaie de déterminer la charge critique d'EULER N_c

- **Hypothèses du travail:**

On a une poutre :

- Parfaitement rectiligne
- Isotrope, homogène et longue
- Comprimée par 2 forces opposées et axiales
-

Dans cette expérience, la poutre en question est soumise à une force de compression, et puisque dans les conditions réelles on ne peut pas appliquer des forces concentriques (les valeurs ne seront pas exactes à 100%), alors cela impliquera inévitablement le fléchissement de cette poutre.

Pour les poutres élancées ($\lambda \geq 93$), il y a une charge N , qui n'est autre que la charge critique d'Euler N_c , à partir de laquelle la poutre passe d'une sollicitation de compression simple à une sollicitation de flexion et compression en même temps.

1- Description de l'appareil :

Figure IV-1 : Appareil de flambement (WP 120)

- **Étude de tous les problèmes de flambement importants**
- **Vérification de la théorie d'Euler sur le flambement**

Dans le domaine de la mécanique appliquée, la perte de stabilité est appelée flambement. Lorsque l'axe de la barre est soumis à des forces de compression sous une charge croissante, il se déporte latéralement jusqu'à une défaillance soudaine et violente avant d'avoir atteint la limite de résistance à la rupture. À ce stade-là, les contraintes dans la barre restent souvent dans la zone élastique.

WP 120 examine le comportement au flambement de barres soumises à diverses influences. Tous les problèmes de flambement importants sont illustrés ici dans les essais. Pour cela, une barre est encastrée ou rotulée aux deux extrémités de l'appareil d'essai selon le cas de flambement. Une force de compression est appliquée sur la barre via une traverse de charge réglable en hauteur et une broche à commande manuelle. Un palier axial situé entre la broche et l'appui de la barre empêche toute sollicitation en torsion de la barre d'essai. La force appliquée est mesurée hydrauliquement et s'affiche sur un dynamomètre à cadran. Un comparateur à cadran affiche la déviation latérale de la barre.

Les essais permettent d'illustrer l'influence de différents facteurs comme les longueurs des barres, les matériaux et les types d'appui, sur le comportement de flambement. Un dispositif de charge transversale permet de générer des efforts tranchants supplémentaires sur la barre d'essai. Les essais peuvent être réalisés en position verticale ou horizontale, le dynamomètre à cadran étant orientable à 90°.

Un jeu complémentaire de barres d'essai permet d'étendre les possibilités d'essai du WP120.

Les pièces de l'essai sont disposées de manière claire, et bien protégées dans un système de rangement.

2- Description du matériau :

- **Matériau :**

Acier (XC 38)

- **Propriétés :**
 - ✓ Acier au carbone
 - ✓ Teneur moyenne
 - ✓ Très souvent utilisé en mécanique générale de part sa bonne usinabilité et ses caractéristique mécanique

Apte aux traitements thermiques

$$\text{A } T=20^{\circ}\text{C} \quad \text{on a } E=205000 \text{ MPA}$$

➤ **Domaines d application :**

Pièces non soumises aux chocs, mais nécessitant une bonne résistance (axes, boulonnerie, forge (leviers, arbres ...))

2.1 Les Eprouvettes :

L usinage des éprouvettes ci fait au halle de technologie de oued aissi :



➤ **Les dimension des éprouvettes :**

$$L = 500 \text{ mm}$$

$$b = 14 \text{ mm}$$

$$h = 5 \text{ mm}$$

a. Moment d inertie :

$$I = \frac{bh^3}{12} \rightarrow I = \frac{14 \cdot 5^3}{12} = 145,8 \text{ mm}^4$$

$$I = 145,8 \text{ mm}^4$$

b. Rayon de gyration :

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{I}{b \cdot h}} = \sqrt{\frac{145,8}{5 \cdot 14}} = 1,443 \text{ mm}$$

$$i = 1,443 \text{ mm}$$

c. Enlacement :

$$\tilde{\lambda} = \frac{l_0}{i} = \frac{500}{1,443} = 346,5$$

$$\tilde{\lambda} > 93$$

3- Partie pratique :

3.1 Poutre bi-articulée :

Pour déduire la charge critique d EULER N_c , on met 1 pièce entre deux extrémités articulées, et on augmente la force appliquée aux extrémités de la poutre de 1 ordre de 50N a chaque fois tout en relèvent la valeur de la flèche maximale



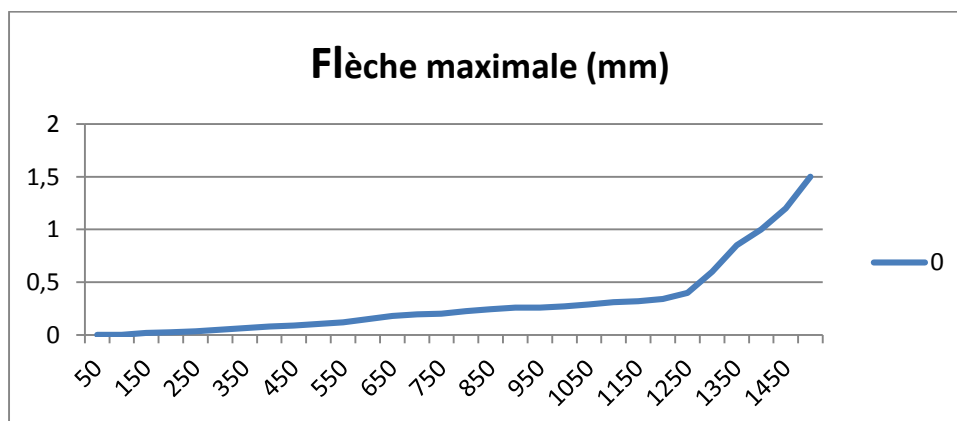
Figure IV.2 : poutre bi-articulée

- Tableau de mesure :

charge appliquée N (Newton)	flèche maximale (mm)
0	0
50	0
100	0
150	0,02
200	0,025
250	0,035
300	0,05

350	0,065
400	0,08
450	0,09
500	0,105
550	0,12
600	0,15
650	0,18
700	0,195
750	0,2
800	0,225
850	0,245
900	0,26
950	0,26
1000	0,27
1050	0,29
1100	0,31
1150	0,32
1200	0,34
1250	0,4
1300	0,6
1350	0,85
1400	1
1450	1,2
1500	1,5

- Le diagramme de la courbe de la flèche maximale en fonction de la charge N :



- Calcul de la charge critique théorique :

On a d après EULER :

$$N_c = \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

A.N :

$$N_c = \frac{\pi^2 * 205000 * 145,8}{(500)^2} \rightarrow N_c = 1178,77 \text{ N}$$

- Détermination de la charge critique expérimentale :

D après le graphe on remarque que la courbe change subitement à partir de la valeur **1250 N**

Et que la flèche de cette dernière augmente de façon considérable à partir de cette valeur.

Donc on peut conclure que cette valeur est la charge critique expérimentale d EULER.

3.2 Poutre encastree-articulée :

Pour déduire la charge critique d EULER N_c , on met la pièce entre deux extrémités, une est encastree et l autre articulée, et on augmente la force appliquée aux extrémités de la poutre de l ordre de **50N** a chaque fois tout en relèvent la valeur de la flèche maximale.



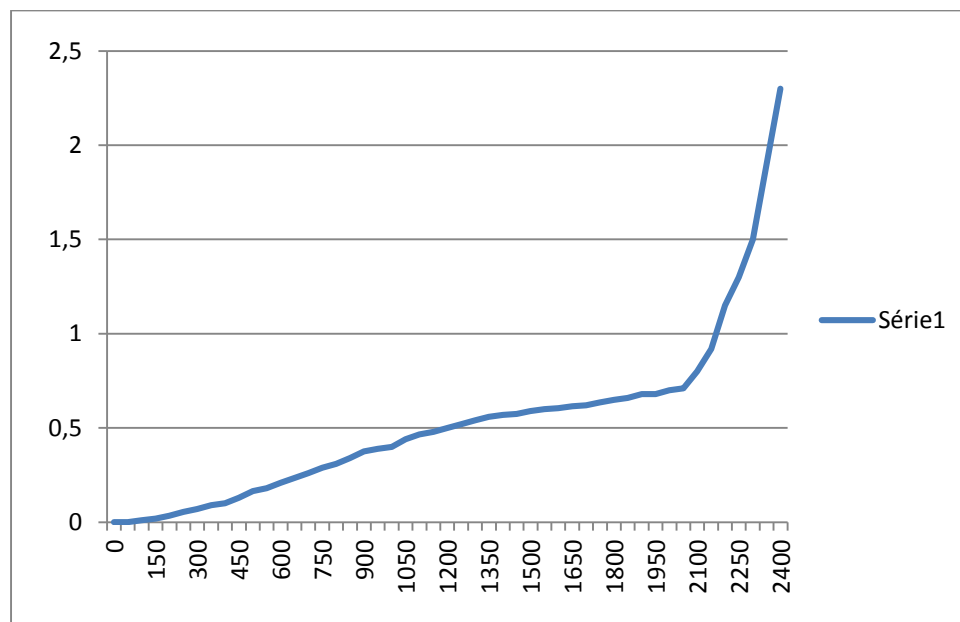
Figure IV-3 : Poutre encastree-articulée

- Tableau de mesure :

Charge appliqué(N)	Flèche a L/2 (mm)
0	0
50	0
100	0,01
150	0,02
200	0,035
250	0,055
300	0,07
350	0,09
400	0,1
450	0,13
500	0,165
550	0,18
600	0,21
650	0,235
700	0,26
750	0,29
800	0,31
850	0,34
900	0,375
950	0,39
1000	0,4
1050	0,44
1100	0,465
1150	0,48
1200	0,5
1250	0,52
1300	0,54
1350	0,56
1400	0,57
1450	0,575
1500	0,59
1550	0,6
1600	0,605

1650	0,615
1700	0,62
1750	0,635
1800	0,65
1850	0,66
1900	0,68
1950	0,68
2000	0,7
2050	0,71
2100	0,8
2150	0,92
2200	1,15
2250	1,3
2300	1,5
2350	1,9
2400	2,3

- Le diagramme de la courbe de la flèche en L/2 en fonction de la charge N :



- Calcule de la charge critique théorique :

On a d après EULER :

$$N_c = 2 \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

A.N :

$$N_c = 2 \frac{\pi^2 * 205000 * 145,8}{(500)^2} \rightarrow N_c = 2357,54 \text{ N}$$

- Détermination de la charge critique expérimentale :

D après le graphe on remarque que la courbe change subitement a partir de la valeur **2050 N**

Et que la flèche de cette dernière augmente de façon considérable a partir de cette valeur .

Donc on peut conclure que cette valeur est la charge critique expérimentale d EULER.

3.3 Poutre bi-encastée :

Pour déduire la charge critique d EULER N_c , on met l pièce entre deux extrémités encastées, et on augmente la force appliquée aux extrémités de la poutre de l ordre de 50N a chaque fois tout en relèvent la valeur de la flèche maximale



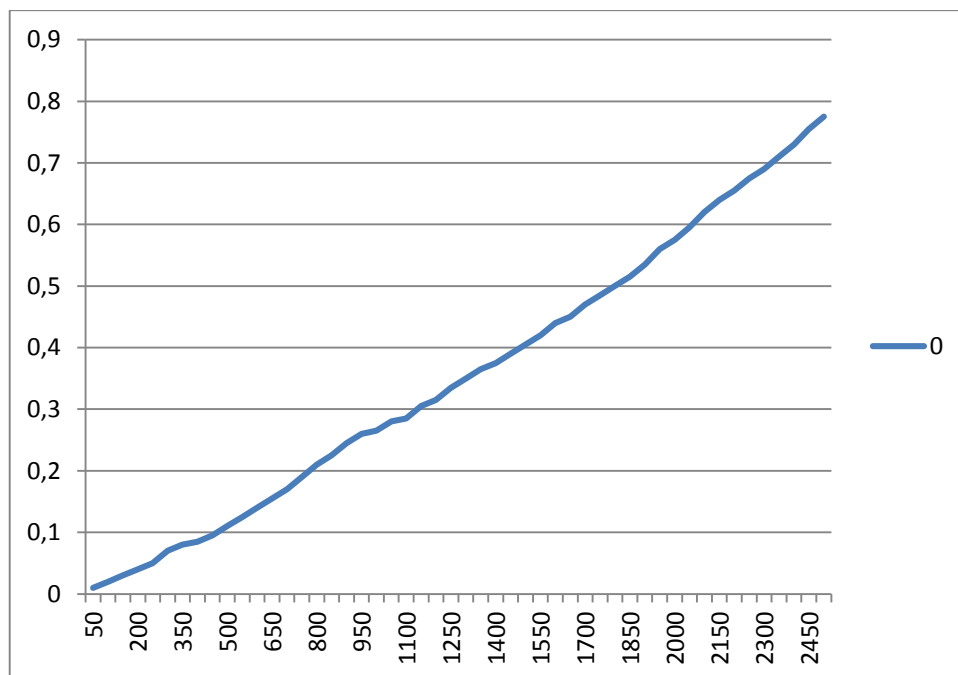
Figure IV-4 : Poutre bi-encastée

- Tableau de mesure :

Charge appliquer N	Flèche maximale mm
0	0
50	0,01
100	0,02
150	0,03
200	0,04
250	0,05
300	0,07
350	0,08
400	0,085
450	0,095
500	0,11
550	0,125
600	0,14
650	0,155
700	0,17
750	0,19
800	0,21
850	0,225
900	0,245
950	0,26
1000	0,265
1050	0,28
1100	0,285
1150	0,305
1200	0,315
1250	0,335
1300	0,35
1350	0,365
1400	0,375
1450	0,39
1500	0,405
1550	0,42
1600	0,44

1650	0,45
1700	0,47
1750	0,485
1800	0,5
1850	0,515
1900	0,535
1950	0,56
2000	0,575
2050	0,595
2100	0,62
2150	0,64
2200	0,655
2250	0,675
2300	0,69
2350	0,71
2400	0,73
2450	0,755
2500	0,775

- Le diagramme de la courbe de la flèche maximale en fonction de la charge N :



- **Calcul de la charge critique théorique :**

On a d après EULER :

$$N_c = 4 \frac{\pi^2 EI}{l_0^2}$$

A.N :

$$N_c = 4 \frac{\pi^2 * 205000 * 145,8}{(500)^2} \rightarrow N_c = 4715,09 \text{ N}$$

- **Détermination de la charge critique expérimentale :**

La on remarque qu on ne peut pas aller au-delà de 2500 N avec la machine et donc on ne peut pas déterminer la charge critique d EULER expérimentalement (avec se model d appareil)

3.4 Comparaison entre la théorie et la pratique :

1. On remarque que pour la première expérience (poutre bi-articulée) la charge critique expérimentale est supérieure à la charge critique théorique.
2. Pour la deuxième expérience ci la charge critique théorique qui est supérieur a la charge critique expérimentale.

Cela nous apprend que le résultat expérimental est défèrent du théorique, donc la poutre élancé ne réagit pas de la même manière aux forces appliquer.



Conclusion générale

Conclusion générale

Après le travail effectué, on a conclu que les caractéristiques des poutres (élancement de cette dernière) et des matériaux utilisés, font qu'elles sont très sensibles aux efforts de compression, qui cause le flambement et par conséquent la connaissance des efforts de flambement est nécessaire pour la conception des structures.

D'après les résultats obtenus, on a remarqué que les conditions d'appuis jouent un rôle très important sur la valeur de la charge critique N_{cr} .

On remarque que les résultats théoriques diffèrent par rapport au résultat expérimental donc on ne doit pas trop prendre en considération les hypothèses théoriques.

La meilleure manière de parer au phénomène du flambement des poutres (on parle du flambement critique) est de :

1. augmenter son épaisseur en fonction de la force appliquée et de la position de l'élément, en effet plus l'épaisseur du matériau sera importante dans l'axe de la force appliquée, moins l'élément pourra flamber, il résistera alors d'avantage.
2. choisir une section adaptée en fonction de la structure et des forces appliquées.
3. diminuer la longueur de flambement en diminuant la hauteur du poteau et en choisissant des appuis aux liaisons adaptés :

En effet en fonction des appuis choisis, le flambement sera plus ou moins important

4. avoir un module d'élasticité (E) élevé :
 - Plus le matériau sera rigide, plus le poteau pourra résister à des charges sans flambée.

Référence bibliographiques

[1] **Mécanique des structures.**

[2] **Jean MOREL**, Calcul des structures métalliques selon l'EUROCODE3, 2^{ème} tirage 1996

[3] **J-H SAIAC**, Polycopié des cours de Calcul Scientifique CSC108 et CSC 109, 08 juin 2006.

[4] **APK** (Association pour la promotion de l'enseignement de la construction acier). "Stabilité appliqué".

[5] **Source internet**, <https://campus.mines-douai.fr/> .

[6] **Cours de RDM II**, Université hassiba benbouali de chlef.

[7] **Série schaum**, WILLIAM A. NASH, Ph.D, Professor of Engineering Mechanics, University of Florida, RDM 2 cours et problemes, Edition française, dixième tirage.

[8] **Mémoire De Magister**, étudié par Mr Mohammed DJELIL, 2006.

[9] **BAPTISTA A.M. MUZEAU J.P. (2002)** "Elastic design of tapered beams-columns subjected to concentrated axial and transversal loads" Proceedings of the 3rd European Conference on Steel Structures, Eurosteel, Coimbra.

[10] **Mr BENKABA Abdelhak**, Etude de problème du flambement des profiles a inertie variable, 2013.

[11] **Dunod**, Paris 1999 pour la 1^{er} édition ISBN 978-2-10-051634-6.

[12] **EUROCODE 3 EN 1993** exemples d'application au calcul des structures en acier

[13] **Cours RDM : Flambement des poutres comprimées** (chapitre 9).

[14] **Source internet**, <https://www.futura-sciences.com> .