République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'enseignement superieur et de la recherche scientifique

Université MOULOUD MAMMERI DE TIZI OUZOU Faculté de Génie Electrique et d'Informatique Département d'Electronique.







En Vue de l'Obtention du Diplôme d'Ingénieur d'Etat

en Electronique. Option : Instrumentation.



Effets électro-optiques : application

aux modulateurs d'amplitude et de

<u>Présenté par :</u>

Mr. ALIANE Khalil. Mr. SAOU Hakim. <u>Encadré par</u> :

Mr. S. TAZIBT.

Promotion 2012



Remerciements

Nous tenons à remercier le bon Dieu, notre créateur pour nous avoir donnés la force pour accomplir ce travail.

Nos chaleureux remerciements à notre promoteur Mr TAZIBT pour sons aide précieuse sans hésitation.

Nos profonds respects aux membres du jury qui vont nous accorder la faveur de juger ce modeste travail.

Nos remerciements s'adressent également à tous les professeurs du département « Faculté de génie électrique et informatique ».

Sans oublier tous ceux qui nous ont aidés de prés ou de loin pour acquérir le savoir.



Table des matières

Introduct	ion générale	1
Chapitr	e I : Aspects théoriques de la modulation	
Introd	uction	
I.1.	Cristallographie et Réseaux de Bravais	
I.2.	Opérations et éléments de symétrie	
I.3.	Définition des tenseurs électro-optiques	5
	I.3.1 Tenseur r_{ijk} de l'effet Pockels	6
	I.3.2 Tenseur s_{ijkl} de l'effet Kerr	9
I.4.	Comportements diélectriques	9

Chapitre II : Modulation directe

II. Le	s lasers			
II.	1 Les lasers et l'ef	fet lase	er	
II.	2 Lasers à semi-co	onducte	eurs	
	II.2.1 Rappel su	ur les so	emi-conducteurs	
	a) Semi-o	conduc	teurs intrinsèques	
	b) Semi-	condu	cteurs dopés	
	II.2.2 Jonction	p-n		
	II.2.3 Transition	s direc	te et indirecte	
II.3	Les différents typ	pes de l	Laser à semi-conducteur	
	II.3.1. Puissance	d'un la	aser	
	II.3.2 Equations	d'évo]	lution : Cas général	
II.4	Modulation direc	te		
Chapit	re III : Modulation	n exter	ne	
- III.	1 L'effet électro-o	ptique		
	III.1.1 Effet Po	ckels		
	III.1.1.A	Métł	node matricielle	
		A.1	Indices propres	
		Δ2	Vecteurs propres	28
		11.2	Propres million	
		A.3	Différence de phase relative	
	III.1.1.B	A.3 Métł	Différence de phase relative node de l'indicatrice	
	III.1.1.B EXEMPLE	A.3 Méth	Différence de phase relative node de l'indicatrice	

a. Trouvons l'indicatrice	32
b. Trouvons les équations de propagation pour un champ	
appliqué $\vec{E} = (0,0,E_z)$	32
c. Variation de l'indice	33
d. Interprétation géométrique	34
e. Retard causé par le champ externe	34
f. Exemple de modulation	35
III.1.2 Effet Kerr	36
II.1.2.A Effet Kerr dans un milieu isotrope	37
III.2 Les modulateurs électro-optiques (effet Pockels)	38
III.2.1 Principe de la modulation	38
III.2.2 Les différents types de configurations	38
A. Modulation électro-optique longitudinale	38
B . Modulation électro-optique transversale	39
III.2.3 Les différents types de modulation électro-optiques	40
A. Modulation électro-optique de phase	40
B. Modulation électro-optique d'amplitude	41
III.2.4 Modulation électro-optique, cas de KDP	43
III.2.4.1 Introduction	43
III.2.4.2 Modulation d'amplitude et de phase en mode	
longitudinal	43
A Modulation d'amplitude	12
A. Modulation d'amplitude	43
Cas 1: Modulation d'amplitude au point de fonctionnement $M=0$	15
Tonctionnement v=0	43
Cas 2 : Modulation d'amplitude au point de	
fonctionnement V = $\frac{V_{\pi}}{V_{\pi}}$	45
B Modulation de phase	/18
III 2 4 3 Modulation d'amplitude : Mode transverse	+0 40
III 3 Le modulateur de Mach-Zehnder (MMZ)	+2 50
III 3.1 Modulation de l'intensité ou d'amplitude	50 51
A Coupe X	53
B Coupe Z	<i>55</i>
III 4 Performance est limitation	55
III 4 1 Considérations géométrique	. 55
III.4.2 Limitations liées au temps de transit	
III 4.3 Modulation à ondes progressives	50 58

Chapitre IV : Structures antireflets

Introduction	60
IV.1 Structures antireflets	60
IV.2 Coefficients de Fresnel	61
IV.2.1 Généralités	61
IV.2.2 Calculs des coefficients dans le cas général	62
IV.2.2.1 Hypothèses de travail	62
a. Cas des ondes transverse électrique	63
b. Cas des ondes transverse magnétique	65
IV.3 Extension au cas des interfaces multiples	66
• Cas de deux interfaces	66
Notions	66
Formule	66
Conclusion générale	68
Bibliographie	



Introduction générale :

Les systèmes de transmission numérique véhiculent de l'information entre une source et un destinataire en utilisant un support physique comme le câble, la fibre optique ou, encore, la propagation sur un canal radioélectrique. Les signaux transportés peuvent être soit directement d'origine numérique comme dans les réseaux de données, soit d'origine analogique (parole, image) mais convertis sous une forme numérique. La tâche du système de transmission est d'acheminer le signal de la source vers le destinataire avec le plus de fiabilité possible.

De nos jours, l'essentiel de l'information se trouve sous forme électrique dans tous les moyens de communication connus tels que l'ordinateur ou encore la télévision. L'avènement du numérique et l'augmentation des débits dans les réseaux de télécommunication actuels ont permis aux fibres optiques de s'installer comme le moyen le plus performant en matière de transport de l'information, aux dépens du signal électrique analogique cependant encore très utilisé. Les réseaux fibrés recouvrent désormais l'ensemble de la planète, et ces systèmes optiques sont utilisés pour transmettre les informations aussi bien sur de longues distances à travers les océans, que sur les courtes longueurs entre un téléviseur et un amplificateur audio.

Une liaison optique classique est constituée d'un émetteur, intégrant une diode laser et un modulateur, d'une fibre optique et d'un récepteur. Le réseau englobe, entre autres, les liens de transmission et les nœuds de commutation. De la même manière, on parle d'émetteur et récepteur pour tenir compte de l'électronique de commande et des circuits de monitoring qui se trouvent autour des composants optoélectroniques. Deux approches différentes sont possibles pour moduler la lumière : soit une modulation directe du laser, soit une modulation externe du signal optique de sortie. Dans les réseaux optiques de haute fidélité, la seconde approche est privilégiée car elle évite les phénomènes de "Chirp".

Le modulateur optique est l'un des composants qui permet de satisfaire cette transmission. Son rôle revient à modifier les caractéristiques de la lumière en fonction d'un signal de commande. Elle peut être de type analogique ou numérique.

Ce mémoire est composé de quatre chapitres. Le premier chapitre développe les notions de bases de la cristallographie et les outils théoriques nécessaires pour l'étude d'un modulateur électro-optique.

1

Introduction générale

Le deuxième s'intéresse à l'étude de la modulation directe qui consiste à moduler en amplitude directement le courant injecté dans une diode laser. Cette méthode a beaucoup d'avantages, parmi ceux-ci on peut citer les faibles coûts de mise en œuvre. Par ailleurs, elle présente quelques inconvénients. L'inconvénient majeur est la faible puissance ainsi qu'un débit maximum qui ne dépasse pas les 10 Gb/s. Pour remédier à ces problèmes, On passe à l'étude de la modulation externe (modulation électro-optique).

Suivie d'un troisième chapitre qui est consacré à l'étude de la modulation à effet électrooptique qui consiste à modifier l'indice du milieu sous l'effet d'un champ électrique quasi statique.

Le quatrième chapitre qui est le dernier, s'intéresse à l'étude d'une structure antireflet qui est une structure à multicouches avec un facteur de réflexion le plus petit que possible. Elle permet d'avoir une transmission totale de l'information.



Introduction :

La majorité des matériaux électro-optiques se présentent sous la forme de cristaux massifs. Les différentes cristallographies naturelles de ces matériaux permettent de se placer dans diverses conditions d'utilisations. Il est donc nécessaire d'introduire quelques notions fondamentales de cristallographie pour mieux comprendre l'importance du choix de ces structures. Les propriétés physiques des matériaux anisotropes sont définies par des tenseurs complexes, mais toutefois simplifiables en tenant compte des symétries physiques du cristal.

I.1. Cristallographie et Réseaux de Bravais :

Un cristal est défini par un assemblage périodique d'atomes en trois dimensions. Il existe sept formes primitives de cristaux regroupant les quatorze réseaux de Bravais différenciés par la structure de leurs cellules unitaires. La figure 1 regroupe les différents systèmes ainsi que le nombre de réseaux possibles dans chacun d'eux. La maille primitive -notée P- de chaque système se compose de huit atomes et chacun de ces atomes est également commun à sept autres mailles. Outre la forme primitive de la maille, il existe d'autres configurations de mailles dont les aspects tridimensionnels sont également représentés dans la figure 1 :

- La maille centrée (I) : Un nœud de réseau est présent au centre de la maille.

- La maille faces centrées (F) : Un nœud présent au centre de chaque face de la maille.

 La maille faces centrées réduites (C) : Un nœud présent au centre de deux faces opposées de la maille.

 La maille Rhomboédrique (R) : Deux nœuds présents sur la diagonale majeure de la maille hexagonale.

Systèmes	Nombre de réseaux par système	Réseaux de Bravais	Conventions des axes et des angles	Cubique P Cubique I Cubique F
Cubique	3	P, I, F	a = b = c $\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$	
Tétragonal	2	P, I	$ \begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{b} \neq \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\alpha} &= \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma} = 90^{\circ} \end{aligned} $	Tétragonal P Tétragonal I
Orthorhombique	4	P, C, I, F	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90^{\circ}$	
Monoclinique	2	P, C	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90^{\circ} \neq \beta$	Orthorhombique P Orthorhombique C Orthorhombique 1 Orthorhombique
Triclinique	1	Р	$ \begin{array}{l} \mathbf{a}\neq\mathbf{b}\neq\mathbf{c}\\ \mathbf{\alpha}\neq\boldsymbol{\beta}\neq\boldsymbol{\gamma} \end{array} $	
Rhomboédrique	1	R	$ \begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{b} = \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\alpha} &= \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\gamma} < 120^{\circ}, \neq 90^{\circ} \end{aligned} $	Monoclinique P Monoclinique C Triclinique P
Hexagonal	1	Р	$ \begin{aligned} \mathbf{a} &= \mathbf{b} \neq \mathbf{c} \\ \boldsymbol{\alpha} &= \boldsymbol{\beta} = 90^{\circ}, \boldsymbol{\gamma} = 120^{\circ} \end{aligned} $	Rhembochique R Hexagonal P

Fig. 1 – Récapitulatif et illustrations des mailles primitives des 14 réseaux de Bravais définissant les 7 systèmes cristallographiques.

On détermine la nature de la maille en fonction de ses longueurs caractéristiques **a**, **b** et **c**, mais également en fonction des angles α , β et ϑ respectivement entre les côtés **b** et **c**, **c** et **a**, **a** et b. Les distances régissant les réseaux permettent de définir les constantes de réseaux a, b et c, et ainsi obtenir le vecteur du réseau réciproque :

$\mathbf{r} = \mathbf{h}\mathbf{a} + \mathbf{k}\mathbf{b} + \mathbf{l}\mathbf{c}$

avec h, k, l entiers définissant les différentes directions cristallines [h k l]. Ces trois paramètres sont appelés les indices de Miller. Ainsi, $[1 \ 0 \ 0]$, $[0 \ 1 \ 0]$ et $[0 \ 0 \ 1]$ représentent les points suivants les axes respectifs **a**, **b** et **c** et $[\overline{1} \ 0 \ 0]$, $[0 \ \overline{1} \ 0]$ et $[0 \ 0 \ \overline{1}]$ les points dans les directions opposées. La structure cubique présente une cristallographie particulière car les 3 directions **a**, **b** et **c** sont équivalentes. On parle alors de direction équivalente $\langle 100 \rangle$. Par convention, on note les directions entre crochets [h k l], tandis que les directions équivalentes sont notées entre crochets $\langle h \ k \ l \rangle$ [1].

I.2. Opérations et éléments de symétrie [1] :

Chacun des systèmes cristallins possède plusieurs configurations éventuelles dues aux différentes symétries naturelles. Il est nécessaire de connaître les opérations de symétrie possibles de façon à simplifier le tenseur caractéristique. On répertorie plusieurs types d'opérations ponctuelles de symétrie :

- Les rotations pures par rapport à un axe, notée n.

- Les réflexions correspondant à une symétrie orthogonale à un plan, notée m (miroir).

– Les inversions correspondant à une symétrie par rapport à un point, notée $\overline{1}$ suivant la notation d'Hermann-Mauguin et i ou C_i suivant celle de Schönflies.

– Les roto-inversions composées d'une rotation suivie d'une inversion, notée \bar{n} .

L'élément de référence correspond à un élément invariant sous l'effet des symétries et doit se situer sur chacun des éléments de symétrie : axe, plan et point de symétrie.

Seulement 10 éléments de symétrie sont compatibles avec la symétrie cristallographique en trois dimensions (tableau 2-a) :

- Axes directs (rotations) : 1 (identité), 2, 3, 4, 6.

– Axes indirects (roto-inversions) : $\overline{1}$ (inversion), $\overline{2}$ ou m, $\overline{3}$, $\overline{4}$, $\overline{6}$

a)			b)			
Symboles Hermann-Mauguin	Symboles Schoenflies	Opérations de symétrie	Systèmes Cristallins	Groupes de Symétrie	Systèmes Cristallins	Groupes de Symétrie
1	Cı	Identité		$\frac{4}{4}$		23
2	C2	Rotation de π	4 4/m Tétragonal 4mm 42m		Cubique	
3	C3	Rotation de $2\pi/3$				432 m3m
4	C4	Rotation de $\pi/2$		422 4/mmm		3
6	C6	Rotation de $\pi/3$		6	Rhomboédrique	3 3m
ī	Ci	Inversion		6 6/m		$\frac{32}{3m}$
2	Cs	Réflexion	Hexagonal	6m2		2mm
3	S 6	Rotation de $2\pi/3$ suivie d'une inversion	622		622 Orthorhombique	
4	S 4	Rotation de $\pi/2$ suivie d'une inversion		1	Manaaliniqua	2mm
6	S 3	Rotation de $\pi/3$ suivie d'une inversion	Triclinique	1	wonochnique	mmm

Tab. 1 - a: Tableau récapitulatif des éléments de symétrie ponctuelle.b : Symétries ponctuellesréparties dans les différents systèmes cristallins.

Ainsi, dans le tableau (1-b), on observe la répartition des 32 groupes ponctuels possibles répartis dans les différents systèmes cristallins définis dans la figure (1).

I.3. Définition des tenseurs électro-optiques :

Un milieu optique dépourvu d'activité optique est entièrement décrit par son ellipsoïde des indices. L'action d'un champ électrique \vec{E} va modifier les caractéristiques de cet ellipsoïde, au travers du tenseur de permittivité [ϵ]. Cette modification se traduit par une

variation des composantes η_{ij} du tenseur d'imperméabilité, donc de l'indice de réfraction du milieu $(\eta_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2})$.

L'application d'un champ électrique \vec{E} induit une variation $\Delta \eta_{ij} = \eta_{ij}$ (E) - η_{ij} (0), provoquant une faible modification d'indice. Cette variation se compose de sommes d'effets linéaires et non-linéaires décrits par la relation (1). Un développement d'ordre 2 suffit grâce aux faibles effets électro-optiques mis en jeu.

$$\Delta \eta_{ij} = r_{ijk} E_k + S_{ijkl} E_k E_l \qquad (1).$$

On introduit de cette façon les tenseurs électro-optiques linéaire r_{ijk} et

non-linéaire S_{ijkl} des matériaux, représentant respectivement l'effet électro-optique Pockels et l'effet électro-optique Kerr. Ces tenseurs regroupent tous les coefficients électro-optiques caractérisant les matériaux.

L'effet quadratique a été observé pour la première fois par Kerr dans les liquides et le verre en 1873, et ce n'est que 20 années plus tard que Röntgen et Kundt ont observé l'effet linéaire dans le quartz, puis étudié généralement par Pockels dans différents matériaux. Ce dernier démontra l'existence d'un effet électro-optique intrinsèque indépendant du comportement piézo-électrique. Des effets d'ordres supérieurs n'ont toujours pas été observés.

I.3.1 Tenseur r_{iik} de l'effet Pockels :

Le tenseur électro-optique r_{ijk} est défini par l'équation (2), à partir de $\Delta\beta_{ij}$ qui représente le tenseur d'imperméabilité diélectrique du milieu linéaire :

 $\Delta\beta_{ij} = \beta_{ij}(\vec{E} \neq \vec{0}) - \beta_{ij}(\vec{E} = \vec{0}).$

où les indices i, j et k peuvent prendre les valeurs 1, 2 et 3 offrant donc 27 composantes possibles au tenseur r_{ijk} . Toutefois, du fait des symétries physiques présentes dans les matériaux, il est possible de simplifier cette notation en utilisant les *indices contractés de Voigt* (i; j) \longrightarrow m. Cette symétrie de permutation réduit donc le nombre d'éléments indépendants de r_{ijk} à 18 composantes r_{mk} (Figure 2).

(i,j)	m	ΔB_m	_	r_{mk}		E_k
(1,1) (2,2)	1	$\begin{pmatrix} \Delta B_1 \\ \Delta B_2 \end{pmatrix}$		$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{24} & r_{22} & r_{22} \end{pmatrix}$		
(2,2) (3,3)	$\frac{2}{3}$	ΔB_2 ΔB_3	_	r_{21} r_{22} r_{23} r_{31} r_{32} r_{33}		$\begin{pmatrix} E_1 \\ E \end{pmatrix}$
(2,3) - (3,2)	4	ΔB_4	—	r_{41} r_{42} r_{43}	•	$\begin{pmatrix} L_2\\ E_3 \end{pmatrix}$
(1,3) - (3,1) (1,2) - (2,1)	5 6	$\left(\begin{array}{c} \Delta B_5\\ \Delta B_6\end{array}\right)$		$\left(\begin{array}{ccc} r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{array}\right)$		(57

Fig 2 – Tenseur r_{mk} de l'effet Pockels.

L'effet électro-optique linéaire apparaît uniquement dans les matériaux non Centrosymétriques et la forme du tenseur r_{ijk} est déterminée par les groupes de symétries ponctuelles. Ainsi, seulement 21 des 32 groupes ponctuels possibles possèdent un tenseur électro-optique r_{mk} non-nul. Ces groupes sont listés dans la figure (3).

Triclinique	Monocl	inique	Orthorho	ombique
Groupe de Symétrie : 1	G. S. : 2	G. S. : m	G. S. : 222	G. S. : mm2
$ \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{42} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ (18 \text{ eléments}) \end{bmatrix} $	$ \begin{pmatrix} 0 & r_{21} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & r_{23} & 0 \\ r_{11} & 0 & r_{13} \\ 0 & r_{32} & 0 \\ r_{31} & 0 & r_{60} \end{pmatrix} _{(8)} $	$ \begin{pmatrix} r_{11} & 0 & r_{13} \\ r_{21} & 0 & r_{23} \\ r_{21} & 0 & r_{23} \\ 0 & r_{22} & 0 \\ r_{31} & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{32} & 0 \\ 0 & r_{32} & 0 \end{pmatrix} (10) $	$ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{s} & 0 & 0 \\ 0 & r_{s} & 0 \\ 0 & 0 & r_{s} \end{pmatrix}_{(3)} $	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{23} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{13} & 0 & 0 \\ r_{31} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{(5_{\mu})}$
	Tétr	ragonal		
G. S. : 4 G.	. S. : 4 G. S	S. : 422 G. S. : 4	4mm G	5. S. : 42m
$\begin{pmatrix} 0 & 0 & r_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & r_v \\ 0 & r_v \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	r_{0} $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	0 0
$\begin{bmatrix} 0 & 0 & r_{\rm B} \\ 0 & 0 & r_{\rm B} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 & -r_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$		$\frac{r_0}{r_0}$ 0	
$r_{0} r_{51} = 0$ r_{0}	$-r_{s_1} = 0$ r_{α}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & r_{st} \end{bmatrix}$	0 r.	0 0
$r_{s1} - r_{s1} = 0$ $r_{s1} = 0$	$r_{41} 0 0 \cdot 0$	$r_{41} 0 r_{51} 0 0 0$	0 0	$r_{a} = 0$
	0 roj (1)		0_{B} $(0$	$(0, r_{\circ})_{(2)}$
Rhombo	édrique		Cubiqu	ue
<i>Rhombo</i> G. S. : 3 G. S. : .	édrique 32 G. S. : 3	<i>m</i> 0	Cubiqi 5. s. : 432	G. S. : 23 & 43m
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G.S.:3 \\ \left(r_{11}-r_{22},r_{0}\right) \\ \left(r_{11}=0\right) \end{array}$		r_{0}	Cubique 0	$\begin{array}{c} G.S.: 23 & \overline{4}3m \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{array}$
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G. S. : 3 \\ \hline r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ -r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ 0 - 0 - r_{21} \end{array} \qquad \begin{pmatrix} r_{11} - 0 \\ -r_{11} - 0 \\ 0 - 0 \\ 0 - 0 \end{pmatrix}$	$ \begin{array}{c} e drique \\ 32 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ $	$ \begin{array}{c} m & 0 \\ r_0 \\ r_0 \\ r_m \end{array} \end{array} $	Cubique 0 = 0	$\begin{array}{c} & & \\ G. S. : 23 & \overline{4}3m \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$
$\begin{array}{cccc} Rhombo\\ G, S, : 3 & G, S, : 3 \\ \hline r_{11} & -r_{22} & r_{10} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{10} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \end{array} \qquad \begin{pmatrix} r_{10} & 0 \\ -r_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{41} & 0 \\ \hline r_{41} & 0 \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{c} \acute{e}drique \\ 32 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ $	$ \begin{array}{c} m \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{n} \\ 0 \end{array} \end{array} \qquad \left(\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right) $	Cubiqu 5. 8. : 432 0 0 0 0 0 0 0 0	$\begin{array}{c} \text{ue} \\ G. S. : 23 & \overline{43m} \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \end{array}$
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G, S, z \\ \hline r_{11} - r_{22} - r_{13} \\ -r_{11} - r_{22} - r_{13} \\ 0 - 0 - r_{33} \\ r_{41} - r_{51} - 0 \\ r_{51} - r_{41} - 0 \\ \hline \end{array} \qquad \qquad$	$ \begin{array}{c} \acute{e}drique \\ 32 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ $	$ \begin{array}{c} m & & & & & \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0$	Cubiqu 5. S. : 432 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$\begin{array}{c} \text{G. S. : } 23 & \& \overline{43m} \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G, S, : 3 \\ \hline r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ -r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ 0 - 0 - r_{33} \\ r_{41} - r_{51} - 0 \\ r_{51} - r_{41} - 0 \\ -r_{22} - r_{11} - 0 \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} - 0 \\ -r_{11} - 0 \\ 0 - 0 \\ -r_{11} - 0 \\ 0 - r_{11} \\ 0 - r_{11} \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{c} \acute{e}drique \\ 32 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ $	$ \begin{array}{c} m \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} $	$\begin{array}{c} \text{ue} \\ G. S. : 23 & \overline{43m} \\ \left(\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{matrix}\right) \\ \left(1 \right)^{\mu} \end{array}$
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G, S, : 3 \\ \hline r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ -r_{11} - r_{22} - r_{10} \\ 0 - 0 - r_{33} \\ r_{41} - r_{51} - 0 \\ r_{51} - r_{40} - 0 \\ -r_{22} - r_{11} - 0 \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} - 0 \\ -r_{11} - 0 \\ 0 - 0 \\ -r_{11} - 0 \\ 0 - r_{11} \\ 0 - r_{11} \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{c} $	$ \begin{array}{c} m & & & & \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} $	$\begin{array}{c} \text{ue} \\ G. S. : 23 & \overline{43m} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 1 \\ \end{pmatrix} \end{array}$
$\begin{array}{cccc} Rhombo\\ G,S,:3 & G,S,:3 \\ \hline r_{11} & -r_{22} & r_{13} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \\ \end{array} \right) (6) \qquad \begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ -r_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{41} & 0 \\ 0 & -r_{41} \\ 0 & -r_{11} \\ \end{array}$ $G,S,:6 \qquad G.$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} m \\ r_{0} \\ r_{3} \\ r_{3} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $ $ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 5. S. : 432 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} $ (0)	$\begin{array}{c} ue \\ G. S. : 23 & \overline{4}3m \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ (1)^{\mu} \\ G. S. : \overline{6}m2 \end{array}$
$\begin{array}{ccccc} Rhombo\\ G,S,:3 & G,S,:3 \\ \hline r_{11} & -r_{22} & r_{13} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ -r_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{41} & 0 \\ 0 & -r_{41} \\ 0 & -r_{11} \\ \hline \end{array}$ $\begin{array}{c} G,S,:6 & G, \\ \hline 0 & 0 & r_{13} \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} G,S,:6 & G, \\ 0 & 0 & r_{13} \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ 0 & -r_{11} \\ 0 & -r_{11} \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} $ (mm G	$\begin{array}{c} ue \\ G. S. : 23 & \overline{4}3m \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ (1)^{n} \\ \overline{6}. S. : \overline{6}m2 \\ 0 & -r_{22} & 0 \end{array}$
$\begin{array}{ccccc} Rhombo\\ G,S,:3 & G,S,:3 \\ \hline r_{11} & -r_{22} & r_{13} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} & 0 \\ -r_{11} & 0 \\ 0 & 0 \\ r_{41} & 0 \\ 0 & -r_{41} \\ 0 & -r_{11} \\ \hline \end{array} \\ \hline \end{array}$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} Cubique \\ \hline G. S. : 432 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} $ (mm) $ \begin{array}{c} G\\ (mm)\\ r_{13}\\ r_{13$	$\begin{array}{c} ue \\ G. S. : 23 & \overline{4}3m \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ (1)^{0} \\ \overline{5}. S. : \overline{6}m2 \\ 0 & -r_{52} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \end{array}$
$\begin{array}{ccccc} Rhombo\\ G.S.: 3 & G.S.: 4\\ \hline r_{11} & -r_{22} & r_{13} \\ -r_{11} & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ r_{41} & r_{51} & 0 \\ r_{51} & -r_{41} & 0 \\ -r_{22} & -r_{11} & 0 \\ \hline (6) & & & \\ \hline G.S.: 6 & G. \\ \hline \\ \hline \\ G.S.: 6 & G. \\ \hline \\ \hline \\ G.S.: 6 & G. \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ G.S.: 6 & G. \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ G.S.: 6 & G. \\ \hline \\ $	$ \begin{array}{c} $	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 0 & 0 & 0 \\ $	$\begin{array}{c} ue \\ G. S. : 23 & \overline{43m} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ (1)^{n} \\ \overline{5.S. : \overline{6m2}} \\ 0 & -r_{22} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0$
$\begin{array}{c} Rhombo\\ G,S,:3\\ \hline r_{11} - r_{22} - r_{10}\\ -r_{11} - r_{22} - r_{10}\\ 0 - 0 - r_{33}\\ r_{41} - r_{51} - 0\\ -r_{22} - r_{10} - 0\\ -r_{22} - r_{10} - 0\\ \hline \end{array} \begin{pmatrix} r_{11} - 0\\ -r_{11} - 0\\ 0 - 0\\ -r_{11} - 0\\ 0 - r_{11} - 0\\ 0 - r_{11} - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - 0\\ 0 - r_{11} - r_{11} - 0\\ 0 - r_{11}$	$ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c} m & & & & & & \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ r_{0} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\$	$ \begin{array}{c} Cubique \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} $	$\begin{array}{c} ue \\ G. S. : 23 & \overline{43m} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{41} \end{pmatrix} \\ (1)^{n} \\ \overline{5.S.: \overline{6m2}} \\ 0 & -r_{22} & 0 \\ 0 & r_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0$

Fig. 3 – Tenseurs r_{mk} répartis dans chacun des groupes ponctuels.

I.3.2 Tenseur *s*_{iikl} de l'effet Kerr :

Dans les matériaux Centro-symétriques cette fois, seul l'effet Kerr est présent. L'équation (1) devient alors :

Les valeurs des composantes du tenseur s_{ijkl} représentent les coefficients électrooptiques quadratiques du matériau. La notation s_{ijkl} peut être simplifiée de façon similaire au tenseur r_{ijk} du fait des symétries. On observe ces symétries au niveau des couples d'indices (i; j) $\rightarrow m$ d'une part et (k; l) $\rightarrow n$ d'autre part. Le tenseur s_{ijkl} devient donc le tenseur s_{mn} d'ordre 4, décrit à la figure 4 : De la même façon que dans le cas linéaire, la présence de coefficients non nuls définissant les tenseurs s_{mn} d'ordre 4 dépend de la classe de symétrie ponctuelle à laquelle appartient le matériau.

(i, j)	m	$\Delta\eta_m =$	s_{mn}		$E_k E_l$
(k, l)	n				
(1, 1)	1	$\left(\Delta \eta_1 \right) \left(\right)$	s_{11} s_{21} s_{31} s_{41} s_{51} s_{51}	561	$\left(\begin{array}{c} E_x E_x \end{array} \right)$
(2, 2)	2	$\Delta \eta_2$	s_{12} s_{22} s_{32} s_{42} s_{52} s_{53}	s ₆₂	$E_y E_y$
(3, 3)	3	$\Delta \eta_3$ _	s_{13} s_{23} s_{33} s_{43} s_{53} s_{53}	563	$E_z E_z$
(2,3) - (3,2)	4	$\Delta \eta_4$ –	s_{14} s_{24} s_{34} s_{44} s_{54} s_{54}	s ₆₄ .	$2E_yE_z$
(1,3) - (3,1)	5	$\Delta \eta_5$	s_{15} s_{25} s_{35} s_{45} s_{55} s_{55}	S65	$2E_xE_z$
(1,2) - (2,1)	6	$\left(\Delta \eta_6 \right) $	s_{16} s_{26} s_{36} s_{46} s_{56} s_{56}	s ₆₆ /	$\left(2E_{x}E_{y}\right)$

Fig 4 : Tenseur s_{mn} de l'effet Kerr.

I.4. Comportements diélectriques [2] :

Dans un milieu isotrope, les vecteurs champ électrique \vec{E} , induction électrique \vec{D} et polarisation \vec{P} sont liés par les relations (4) et (5).

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \vec{E} \qquad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (4)$$
$$\vec{P} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \vec{E}$$
$$= \varepsilon_0 \mathcal{X} \vec{E} \qquad \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots (5)$$

où ε_0 , ε_r et x représentent respectivement la permittivité diélectrique du vide, la constante de permittivité diélectrique relative scalaire ($\varepsilon_r = n^2$), et la susceptibilité électrique

du matériau. Dans un milieu anisotrope, dont les propriétés varient suivant la direction de l'espace, la relation scalaire (5) devient tensorielle avec des tenseurs d'ordres supérieurs $[k_{ij}]$ et $[X_{ij}]$, où i et j peuvent prendre les valeurs 1, 2 ou 3. Ainsi, on obtient les relations (6) et (7) avec $[k_{ij}]$ tenseur de permittivité diélectrique relative dont les termes sont homogènes au carré d'un indice de réfraction n. Le fait de remplacer le scalaire ε_r par le tenseur $[k_{ij}]$ revient donc à décrire le milieu comme possédant des indices de réfraction différents en fonction de l'orientation du champ électromagnétique. C'est ce qu'on appelle le phénomène de biréfringence. Le système d'axe de référence par rapport auquel on devra définir l'orientation du champ électromagnétique est précisément fixé par ce qu'on appelle les axes propres du milieu anisotrope.

 $D = \varepsilon_0 k_{ij} E_j \dots (6)$ $P = \varepsilon_0 (K_{ij} - \delta_{ij}) E_j$ $= \varepsilon_0 \chi_{ij} E_j \dots (7)$

On note également que $\varepsilon_0 \cdot E = \frac{D}{K_{ij}} = \eta_{ij}D$, avec $\eta_{ij} = [K_{ij}]^{-1}$ le tenseur d'imperméabilité diélectrique relative. Dans le système d'axes propres du cristal on a :

$$D_1 \eta_1 = \varepsilon_0 E_1$$
$$D_2 \eta_2 = \varepsilon_0 E_2$$
$$D_3 \eta_3 = \varepsilon_0 E_3$$

Avec $\vec{E} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$ et $\vec{D} = \vec{D_1} + \vec{D_2} + \vec{D_3}$. Mais il peut arriver que le vecteur de propagation \vec{u} ne soit pas confondu avec un des axes propres du cristal. Dans ce cas, un changement de système d'axes est nécessaire pour se placer dans une configuration plus simple. De manière pratique, on représente les propriétés optiques du milieu cristallin sous la forme d'un ellipsoïde des indices définie par l'équation suivante :



- la direction de propagation \vec{k} est donnée par $\vec{k} = \parallel \vec{k} \parallel . \vec{u}$.

- Le plan normal à \vec{u} coupe l'ellipsoïde en une ellipse dont les grands et petits axes définissent $\overrightarrow{u_{\perp}}$ et $\overrightarrow{u_{\parallel}}$.

Dans un système d'axe quelconque, x → X₁
y → X₂ , z → X₃.
L'ellipsoïde a pour équation :

$$\sum_{ij} \beta_{ij} X_i X_j = 1 \text{ avec} : \beta_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2}$$

Les relations naturelles entre les trois indices de réfraction n_1 , n_2 et n_3 définissent la nature du cristal. Lorsque ces trois indices sont tous différents entre eux $(n_1 \neq n_2 \neq n_3)$ le cristal est appelé biaxe. Les cristaux biaxes appartiennent aux systèmes cristallins triclinique, monoclinique ou orthorhombique. Toutefois, certains milieux ne possèdent que deux indices de réfraction différents $(n_1 = n_2 \text{ ou } n_1 = n_3 \text{ ou } n_2 = n_3)$. Les indices sont alors appelés indice ordinaire (correspondant à la valeur des deux indices égaux) et indice extraordinaire (correspondant à l'indice différent), notés respectivement n_o et n_e . Le cristal est alors classé dans la famille des cristaux uniaxes. Les cristaux uniaxes appartiennent aux systèmes cristallins trigonal, tétragone ou hexagonal.

La différence $\Delta n = n_e - n_o$ définit la biréfringence naturelle du milieu. Suivant le signe de cette différence, on se place dans un des deux cas suivants (Fig. 5) :

- $\Delta n > 0$: le milieu est dit uniaxe positif.
- $\Delta n < 0$: le milieu est dit uniaxe négatif.



Fig. 5 – Ellipsoïdes de cristaux uniaxes. La figure a) illustre un cristal uniaxe positif ($n_e > n_o$), l'ellipsoïde des indices a une forme allongée verticalement. La figure b) illustre un cristal uniaxe négatif ($n_e < n_o$), l'ellipsoïde des indices a une forme aplatie.



Modulation directe

II. Les lasers [3] :

II. 1 Les lasers et l'effet laser

LASER est l'acronyme de « Light <u>A</u>mplification by <u>S</u>timulated <u>E</u>mission of <u>R</u>adiation » ce qui se traduit en français par : amplification de lumière par émission stimulée de radiations. Le phénomène d'émission stimulée a été découvert par Albert Einstein en 1917: un atome excité soumis au rayonnement d'un photon peut émettre un deuxième photon rigoureusement identique au photon incident. Ce processus fut utilisé pour la première fois en 1954 par Townes dans la construction d'un amplificateur micro-ondes (le MASER ancêtre du LASER). Il est bien évident qu'avec ce processus, il semble possible dans certaines conditions d'obtenir l'amplification d'un faisceau lumineux. Nous verrons que le laser est en fait un oscillateur : il est constitué principalement de trois éléments à savoir le milieu amplificateur de lumière, la cavité résonnante (ou optique) assurant la contre-réaction et la pompe. (Figure(1))



Fig 1 : Schéma de principe d'une cavité laser

L'effet laser est décrit à partir des schémas suivants :



Fig 2 : Schéma des processus de l'interaction lumière-atome

Dans tous les cas, l'énergie du photon est égale à la différence d'énergie entre les 2 niveaux :

$$E_2 - E_1 = h\nu.\dots\dots(1)$$

Absorption : un photon d'énergie hv est absorbé par un atome. Un atome absorbe cette énergie et transite vers le niveau d'énergie E2.

Emission spontanée : un atome du niveau E2 se désexcite spontanément vers le niveau E1. Il émet un photon d'énergie *hv*.

Emission stimulée : lors d'une collision inélastique entre un photon, d'énergie hv, et électron du niveau E2, ce dernier se désexcite en émettant un photon rigoureusement identique au photon incident.

L'émission stimulée ne peut avoir lieu que si on a les deux conditions suivantes :

- Energie du photon incident (hv) = Energie du niveau haut- énergie du niveau bas (ΔE)
- N_{atomes} excités > N_{atomes} dans le niveau fondamental.

Donc l'inversion de population est indispensable.

II. 2 Lasers à semi-conducteurs :

II.2.1 Rappel sur les semi-conducteurs :

a) Semi-conducteurs intrinsèques :

Les matériaux semi-conducteurs sont des solides, dont la conductivité augmente avec la température. Cette propriété est due au fait que, à T = 0 K, la bande de valence est pleine et la bande de conduction vide. Il n'y a donc aucun porteur libre. Quand l'agitation thermique augmente, la bande de conduction se peuple et le matériau redevient à nouveau conducteur. La conductivité des matériaux semi-conducteurs est intermédiaire entre celle des métaux et celle des diélectriques (communément nommé isolants).

La différence d'énergie entre le haut de la bande de valence et le bas de la bande de conduction, notée E_g , est appelée énergie du « gap » (Figure -3-). A titre d'exemple, E_g vaut 1,12 eV pour le silicium (Si) et 1,43 eV pour l'arséniure de gallium (GaAs), à température ambiante. Pour un semi-conducteur intrinsèque (cristal pur), le niveau de Fermi E_F est situé

Chapitre II

au voisinage du milieu de la bande interdite. La densité d'électrons dans la bande de conduction est, en première approximation, proportionnelle à $\exp(-E_F/kT)$ (loi de distribution de Fermi Dirac). A température ambiante, kT est de l'ordre de 26 meV. La densité d'électrons est alors très faible, et la **conductivité intrinsèque** est faible pour la plupart des semi-conducteurs.



Fig 3 : peuplement des bandes d'un semi-conducteur intrinsèque.

b) Semi-conducteurs dopés :

Les propriétés électroniques des semi-conducteurs sont considérablement modifiées par le dopage du matériau par des impuretés dont les niveaux d'énergie électronique sont situés dans la bande interdite. Nous nous limiterons au cas d'impuretés peu profondes, c'est-à-dire celles pour lesquelles le niveau d'énergie électronique est proche des extrémités de la bande interdite.

On s'intéresse maintenant à un semi-conducteur dopé de type N (par exemple du Si dopé avec une impureté donatrice). Du faut de l'agitation thermique, l'impureté en question s'ionise et fournit un électron à la bande de conduction. Deux conséquences en découlent : le matériau devient conducteur (conductivité extrinsèque), la conduction étant assurée par les électrons mobiles situés dans la bande de conduction. De plus, la répartition d'énergie des électrons est modifiée et le niveau d'énergie de Fermi est supérieur à celui du matériau intrinsèque (fig-4-a)

Par ailleurs, on s'intéresse maintenant à un semi-conducteur dopé de type P (par exemple du Si dopé avec une impureté accepteuse). Cette impureté capture un électron et fournit donc un trou à la bande de valence. Comme précédemment, le matériau devient conducteur. La conduction est pour ce faire assurée par les trous mobiles situés dans la bande de valence. La répartition d'énergie des électrons est modifiée et le niveau d'énergie de Fermi est inférieur à celui du matériau intrinsèque (fig-4-b).



Fig 4 : Densité d'électrons dans les bandes et position des niveaux de Fermi

II.2.2 Jonction p-n :

Dans un matériau semi-conducteur, on crée côte à côte une région type p dégénéré et une région type n dégénéré. On réalise alors une jonction p-n. A l'équilibre, les niveaux de Fermi sont égaux (figure (5a)). Lorsque la jonction est polarisée, la jonction n'est plus à l'équilibre. Le semi-conducteur dopé p est caractérisé par un quasi-niveau de Fermi E_{FV} décrivant la répartition en énergie des trous et le semi-conducteur dopé n par un quasi-niveau de Fermi E_{FC} décrivant la répartition des électrons (figure (5b)). A la jonction, les électrons et les trous se recombinent en émettant un photon d'énergie de l'ordre de E_g .



Fig 5 :a) Jonction à l'équilibre

b) Jonction polarisée

On montre que pour que le milieu soit amplificateur, la relation de Bernard et Duraffourg doit être vérifiée, c'est-à-dire :

II.2.3 Transitions directe et indirecte :

Tous les matériaux ne sont pas aptes à répondre à une excitation électrique par une émission de photons. En ce qui concerne la probabilité d'un électron de se recombiner avec un trou par transition radiative, les semi-conducteurs peuvent être classés en deux catégories :

Les matériaux à « gap direct », comme les alliages binaires et ternaires, ont une faible probabilité de recombinaison, par contre les matériaux à « gap indirect », comme Si et Ge ont une forte probabilité de recombinaison.

Dans les semi-conducteurs à gap indirect, le maximum d'énergie de la bande de valence ne correspond pas au minimum d'énergie de la bande de conduction dans le plan impulsion-énergie (figure (6a)). Or, dans le processus d'émission ou d'absorption d'un photon, la quantité de mouvement totale du cristal doit être conservée.

$$\begin{cases} E_f - E_i = \pm hv \\ \vec{k}_f - \vec{k}_i = \pm \vec{k}_{pho} \cong 0 \end{cases}$$

Les transitions radiatives par saut d'énergie minimum imposent la participation d'un phonon d'impulsion \vec{K} pour la conservation de quantité de mouvement et auront donc une probabilité faible. Par contre, dans les semi-conducteurs à gap direct, l'énergie minimum de la bande de conduction coïncide avec le maximum de la bande de valence et la recombinaison s'effectue sans absorption ou émission de phonon (figure (6b)). La probabilité de transition est donc plus forte.

Principalement, les lasers à semi-conducteur sont réalisés à partir des matériaux à gap direct.



II.3 Les différents types de Laser à semi-conducteur :

Les quatre principaux types de lasers à semi-conducteurs sont :

- Les diodes lasers à cavité du type Fabry-Pérot (FP) peu performants en matière de bruit mais sont peu coûteux. Ils sont multi-modes et leur longueur d'onde atteint les 1550 nm; on les utilise par exemple comme source de puissance optique continue ou dans les liaisons numériques.

- Les diodes lasers du type Distributed Feedback (DFB) ont de très bonnes performances en matière de bruit et sont largement utilisés pour les télécommunications; elles sont monomodes et leur longueur d'onde atteint les 1550 nm.

- Les lasers du type Distributed Bragg Reflector (DBR) ; contrairement aux lasers DFB (historiquement plus anciens), la contre-réaction ne se réalise pas à l'intérieur du milieu actif. En effet les extrémités d'un laser DBR se comportent comme des miroirs dont la réflectivité est maximale pour une longueur d'onde donnée. Ils restent plus difficiles à réaliser et présente un coût élevé.

- Les lasers Vertical Cavity Surface Emitting Laser (VCSEL) ; leur longueur d'onde atteint pour l'instant les 1550 nm et leur intérêt principal est d'être plus adapté à la fabrication en grand nombre. Cependant la technologie de fabrication des VCSELs à 1550 nm présentent encore quelques inconvénients : en comparaison aux DFBs leur puissance émise est plus faible et leurs propriétés spectrales et en bruit sont moins bonnes.



Fig 7 : Structure d'un laser classique Fabry-Pérot



Fig 8 : Structure d'une diode laser DFB



Région pompée

Fig 9 : Structure d'un laser DBR (Distributed Bragg Reflector)

II.3.1. Puissance d'un laser :

Pour que l'effet laser existe, il est nécessaire que la condition d'inversion de population soit atteinte, c.à.d. la densité de population au niveau fondamental est inférieure à la densité de population au niveau excité. Dans un semi-conducteur, cette inversion est réalisée par l'injection de porteurs de charges (électrons du côté dopé N et trous du côté dopé P). En plus pour obtenir l'effet laser il faut qu'il y ait suffisamment de photons excitateurs. Pour ce faire, l'énergie lumineuse est confinée dans une cavité résonnante, par exemple, un résonateur du type Fabry-Perot.

Pour répondre à l'extension des systèmes optiques et leurs besoins en sources performantes, le développement des lasers à semi-conducteurs a été très rapide et des progrès considérables ont été faits au niveau de la bande passante et du rendement, notamment grâce au développement des structures à puits quantiques et à cavités modifiées par rétroaction interne distribuée (laser DFB et DBR). Dans le cas des lasers DFB les équations qui régissent l'évolution en fonction du temps du nombre de photons *P*, du nombre de porteurs *N*.

Le seuil de l'effet laser est obtenu lorsque le gain maximal compense toutes les pertes que l'onde rencontre au cours de ses allers-retours entre les deux miroirs du résonateur (pertes provoquées par le milieu diffusant, par le phénomène d'absorption et par la transmission du signal vers l'extérieur). Lorsque le courant augmente au-dessus du seuil, l'émission stimulée apparaît. Nous pouvons mesurer ce courant de seuil au niveau du fort coude de la caractéristique puissance-courant du laser présentée sur la (Figure -10-). Le courant de seuil marque la séparation entre un fonctionnement dominé par l'émission spontanée et un fonctionnement dominé par l'émission stimulée.



Fig 10 : Caractéristique Puissance-Courant d'un laser

II.3.2 Equations d'évolution : Cas général

Les équations d'évolution régissent les populations de porteurs et de photons. Elles sont donc l'expression des interactions entre les photons P et les électrons N dans la cavité. On construit ces équations en faisant le bilan des variations de chaque population.

Ainsi et en se limitant à une émission monomode et sans prendre en considération les phénomènes de bruit, les équations des porteurs et des photons s'écrivent :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{q} - \frac{N}{\tau_n} - G \cdot P$$
.....(3)
$$\frac{dP}{dt} = G \cdot P + R_{sp} - \frac{P}{\tau_p}$$

Où :

- I est l'intensité du courant injecté dans la cavité ;

- q = 1,6. 10^{-19} C est la charge d'un électron ;

- τ_n et τ_p sont respectivement les durées de vie moyenne des électrons et des photons ;

- G est le gain modal de la cavité;

- R_{sp} est le taux moyen d'émission spontanée ;

La première équation traduit l'accroissement du nombre d'électrons : il est égal aux électrons injectés moins ceux qui disparaissent lors des émissions spontanée et stimulée.

La seconde équation traduit l'accroissement du nombre de photons : il est égal aux photons qui apparaissent par émission stimulée et par émission spontanée moins ceux qui disparaissent à cause des pertes de la cavité.

Le terme G est exprimé aussi comme suit :

où:

 Γ est le facteur de confinement, V_g la vitesse du groupe, calculée à partir de la valeur de l'indice effectif n_g ($V_g = c/n_g$). g est le gain optique.

Le temps de vie τ_p d'un photon à l'intérieur de la cavité est tel que

où :

 α_m désigne les pertes résonantes (pertes par les facettes).

 α_i est le coefficient d'absorption des photons à l'intérieur de la cavité.

En régime stationnaire, le courant de seuil I_{th} s'exprime donc par :

$$I_{th} = \frac{q}{\tau_n} N_{th} \qquad (6)$$

Ce courant de seuil représente le courant nécessaire pour dépasser un gain minimum relatif aux pertes dans la cavité.

Lorsque le courant injecté I dépasse le courant de seuil I_{th} le nombre de photons P croit linéairement avec I comme montré en (7).

$$\mathbf{P} = \frac{\tau_p}{q} . (I - I_{th}) \dots (7)$$

La puissance optique émise est reliée au nombre de photons P par la relation (8)

$$P_e = \frac{1}{2} \cdot (V_g \cdot \alpha_m) \cdot h \cdot v \cdot P \quad \dots \quad (8)$$

où le terme $(V_g.\alpha_m)$ représente la vitesse à laquelle les photons qui ont une énergie h.v s'échappent des deux cotés de la cavité. Le facteur 1/2 correspond au cas d'un laser Fabry-Perot ayant les deux cotés de la cavité avec la même réflectivité.

En utilisant maintenant (5) et (7) en (8) la puissance optique émise s'exprime selon la relation (9)

$$P_e = \frac{h\nu}{2q} \cdot \frac{\eta_i * \alpha_m}{\alpha_m + \alpha_i} (I - I_{th}) \dots (9)$$

où η_i est le rendement quantique interne qui représente la fraction des électrons injectés qui est convertie en photons par émission stimulée. Ce rendement est très proche de 1. Cette équation traduit bien la caractéristique d'une diode laser : la puissance optique émise est une fonction croissante de l'intensité du courant appliqué à ses bornes. Le laser n'émet pas jusqu'à son courant de seuil, typiquement de l'ordre de quelques milliampères à quelques dizaines de milliampères, puis entre dans une zone où sa réponse est linéaire, c'est-à-dire que la puissance optique émise est proportionnelle au courant de polarisation.

D'une façon générale, la courbe P(I) caractérise les propriétés d'émission d'un laser en indiquant à la fois son courant de seuil I_{th} et la puissance optique disponible avec un courant d'injection donné.

La pente $\frac{dP}{dt}$ représente le rendement externe différentiel. Sa valeur varie selon le matériau, les pertes internes et la longueur du laser.

De plus, la caractéristique P(I) s'effondre pour les fortes valeurs du courant d'injection (correspondant à la puissance de saturation du laser). Ce phénomène est attribué à un échauffement de la jonction, à une augmentation des pertes dans la cavité et au courant de fuite qui apparaît à forte puissance de fonctionnement.



Fig 11 : Caractéristique puissance optique en fonction du courant de polarisation pour la diode laser EM253.

La variation du courant de polarisation va faire également varier l'indice effectif de la cavité. Par conséquent, la longueur d'onde d'émission sera modifiée.

II.4 Modulation directe [4] :

La méthode consiste à faire varier le courant de la source. Il en résulte une variation proportionnelle de la puissance émise qui suit le signal modulateur à condition d'utiliser la partie linéaire de la caractéristique $P \ op = f(I)$ du laser (Figure -12-).



Fig 12 : Modulation directe d'une diode laser

Cette solution de modulation directe requiert assez peu de composants : un laser, un générateur de courant et un circuit de commande ou driver (Figure -13-). Le rôle du circuit de commande est de contrôler la source optique au niveau des puissances émises (en fixant les valeurs du courant d'alimentation). Pour cela, il modifie les niveaux du courant issus du générateur.



Fig 13 : Synoptique de la modulation directe

L'intérêt des communications optiques repose sur la grande capacité potentielle d'informations. Cette capacité ne peut être exploitée que si la modulation de la source peut être faite rapidement. La modulation engendre, pour le haut débit, certaines dégradations sur le signal optique modulé. D'une part le temps de remplissage et de vidage de la cavité résonante du laser, limite le temps de réponse du composant. D'autre part la modulation directe s'accompagne inévitablement d'une modulation de fréquence (chirp) : toute modulation de la densité de porteurs dans la cavité laser cause des fluctuations de l'indice de réfraction et donc de la fréquence de l'onde émise. On peut montrer que si P(t) est la puissance optique émise dépendant du temps, l'écart entre la fréquence instantanée V(t) et sa valeur moyenne<V> est donnée par :

CHAPITRE III


III.1 L'effet électro-optique [5] :

L'effet électro-optique est une modification des propriétés réfractives d'un milieu induite par un champ électrique. L'effet dans les cristaux est causé par un déplacement du réseau cristallin, résultant en une modification de la polarisabilité électronique (ou de l'indice de réfraction), ainsi qu'en une modification directe de la polarisabilité électrique sans déplacement du réseau cristallin. L'effet dans les fluides (liquides et gaz) est dû à l'altération des moments électriques existants dans les molécules polaires ou à la création des moments électriques dans les molécules non-polaires, suivi d'une orientation des molécules.

Lorsque l'effet (évolution de l'indice de réfraction) se trouve à être proportionnel au carré de champ électrique, il est connu sous le nom d'effet Kerr (ou effet électro-optique de Kerr). Si l'effet est directement proportionnel au champ électrique, il se nomme effet Pockels (ou effet électro-optique linéaire). L'effet Kerr a été observé dans les gaz, les liquides et les solides, alors que l'effet Pockels ne se produit que dans les cristaux (non centro-symétriques).

III.1.1 Effet Pockels :

C'est l'effet électro-optique linéaire, obtenu lorsqu'on applique un champ externe quasistatique. Cet effet est utile pour moduler la lumière. L'indice de réfraction change avec l'application d'un champ électrique. Il a été découvert par Kundt et Röntgen indépendamment en 1883. Il n'existe que pour les cristaux qui n'ont pas de symétrie d'inversion (non centrosymétriques). La théorie générale a été formulée par Pockels en 1893.

III.1.1.A Méthode matricielle :

La polarisation optique est donnée par $\hat{P}_j^w = \chi_{ijk} \hat{E}_j^w \overline{E_k^0}$ où $P_j^w = Re(\hat{P}_j^w)$. Ce sont les symétries du cristal qui déterminent lesquels des 27 coefficients de la susceptibilité χ_{ijk} (i, j, l = x, y, z) sont permis et qui indiquent comment ils sont associés.

A titre d'exemple, on s'intéresse à l'étude de la classe cristalline $\overline{4}2m$, afin de se familiariser avec l'effet Pockels, cette classe comprend entre autres le KDP(KH₂PO₄) qui est très utilisé dans les applications. Seuls six des coefficients de la susceptibilité sont non nuls comme il découle des effets de symétrie. Ils sont associés comme suit :

$$\chi_{xyz} = \chi_{yxz}$$
; $\chi_{yzx} = \chi_{xzy}$ et $\chi_{zxy} = \chi_{zyx}$ (1)

Si on applique un champ continu E_Z^0 dans la directionOz, il ne reste que deux termes :

Dans ce cas-ci, χ_{ijk} doit être hermétique en échangeant les indices i et j ($\chi_{ijk} = \chi_{jik}$) et les coefficients sont réels. Or chaque composante de l'induction électrique est donnée par :

qui permet d'aboutir à la permittivité diélectrique effective :

$$D_{i}^{w} = eff(\varepsilon_{ij}) E_{j} = \varepsilon_{0} n^{2} \left[\vec{E} - \vec{u}(\vec{u}.\vec{E})\right]_{i}$$

$$\tag{4}$$

avec
$$\bar{\bar{\varepsilon}}_{eff} = \varepsilon_0 \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \chi_{xyz} E_z^0 & 0\\ \chi_{xyz} E_z^0 & \varepsilon_{xx} & 0\\ 0 & 0 & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix}$$
.....(5)

Traitons, à titre d'exemple, le cas où la direction de propagation est aussi suivante Oz et cherchons les valeurs propres ainsi que les vecteurs propres par la méthode matricielle.

A.1 Indices propres :

On tire de : $D_i = \text{eff}(\varepsilon_{ij})E_i = \varepsilon_0 n^2[\vec{E} \cdot \vec{u} \cdot (\vec{u} \cdot \vec{E})]$

$$\left(\begin{array}{ccc} \varepsilon_{\mathrm{xx}} & \mathcal{X}_{\mathrm{xyz}} \mathrm{E}_{\mathrm{z}}^{0} & 0 \\ \mathcal{X}_{\mathrm{xyz}} \mathrm{E}_{\mathrm{z}}^{0} & \varepsilon_{\mathrm{xx}} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{\mathrm{zz}} \mathrm{n}^{2} \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} E_{x} \\ E_{y} \\ E_{z} \end{array} \right) = n^{2} \left(\begin{array}{c} E_{x} \\ E_{y} \\ E_{z} \end{array} \right) \qquad (6)$$

Pour la composante z on trouve :

D'où $E_z = 0$: on a affaire a des ondes transverses. Il reste à résoudre :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{\chi\chi} - n^2 & \chi_{\chi\gamma z} E_z^0 \\ \chi_{\chi\gamma z} E_z^0 & \varepsilon_{\chi\chi} - n^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_\chi \\ E_\gamma \end{bmatrix} = 0 \dots (8)$$

Pour avoir une solution non-triviale, il faut que le déterminant soit nul :

$$(\varepsilon_{xx} - n^2)^2 - \mathcal{X}^2_{xyz} (E^0_z)^2 = 0$$
 (9)

Il y a deux solutions pour les indices propres :

A.2 Vecteurs propres :

• Mettons n_1^2 dans la matrice :

$$\begin{pmatrix} \chi_{xyz} E_z^0 & \chi_{xyz} E_z^0 \\ \chi_{xyz} E_z^0 & \chi_{xyz} E_z^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \chi_{xyz} E_z^0 \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 0 \quad \dots \quad (12)$$

Pour que ceci ait lieu, il faut que :

ceci permet de déterminer la direction propre donnée par :

$$\vec{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \begin{pmatrix} 1\\ -1 \end{pmatrix}$$

qui est une polarisation linéaire à -45°.

• Avec n_2^2 , on obtient :

$$\begin{pmatrix} -\chi_{xyz}E_z^0 & \chi_{xyz}E_z^0 \\ \chi_{xyz}E_z^0 & -\chi_{xyz}E_z^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \chi_{xyz}E_z^0 \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = 0 \dots (14)$$

on a donc :

$$\vec{E}_2 = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_x \end{pmatrix} = E_x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$
 (15)

ceci permet de déterminer la direction propre donnée par :

$$\vec{u}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1\\1 \end{pmatrix}$$

qui est une polarisation linéaire à $+45^{\circ}$

A.3 Différence de phase relative :

Si $\mathcal{X} \ll \varepsilon$, les équations (10) et (11) nous donnent :

 $n_2 \approx \sqrt{\varepsilon_{xx}} + \frac{\chi_{xyz} E_z^0}{\sqrt{\varepsilon_{xx}}}$

ce qui permet d'aboutir à :

Et avec $n^2 = \varepsilon_{xx}$, on obtient le déphasage électro-optique dû à l'effet pockels.

III.1.1.B Méthode de l'indicatrice [6] :

L'étude de la modulation électro-optique, c'est-à-dire l'effet des champs électriques externes sur l'indice de réfraction est facilitée par l'utilisation de l'indicatrice. Jusqu'ici, l'approche a été d'introduire la susceptibilité $\chi_{ij...k}$ par $P_i = d\chi_{ij...k}E_j ... E_k$ et de définir une permittivité effective par : $D_i = (\varepsilon_{eff})_{ij} = \varepsilon_0 E_i + P_i$.On pouvait ensuite trouver les indices de réfraction $n_{1,}^2 n_2^2$ et les champs \vec{E} et $\vec{D} = \varepsilon_0 n^2 [\vec{E} - \vec{u}(\vec{u}.\vec{E})]$ pour une direction donnée \vec{u} de l'onde. On avait à résoudre le problème aux valeurs propres [M] [E] = 0 ou un problème équivalent. On peut aussi résoudre le problème de propagation dans les milieux anisotropes à l'aide de l'indicatrice (ellipsoïde d'indice) qui prend la forme suivante lorsque l'on se sert des axes principaux de l'ellipsoïde :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$
 (20)

Il s'agit de découper l'indicatrice par un plan perpendiculaire à la direction de propagation. L'intersection donne une nouvelle ellipse perpendiculaire à \vec{u} . On peut, définir de nouveaux axes principaux pour cette ellipse et obtenir les indices de réfraction, qui sont les valeurs propres cherchées (Fig.1)



Fig 1: Axes principaux de l'indicatrice

On obtient aussi les orientations permises de \vec{D} , i.e. de la polarisation du champ. On peut démontrer que les deux approches sont équivalentes.

L'approche consiste à décrire l'effet Pockels à l'aide de l'indicatrice. En l'absence de champ, l'indicatrice est :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$$
 (21)

L'effet électro-optique se manifeste en changeant les indices de réfraction sous l'effet d'un champ externe. L'ellipsoïde des indices sera déformé et l'indicatrice sera généralement représentée par l'équation suivante :

Pouvant aussi s'écrire :

$$(\mathbf{x},\mathbf{y},\mathbf{z})\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 1$$

En enlevant le champ externe (E=0) on doit retrouver l'ellipsoïde initial :

$$a_{11} = \frac{1}{n_x^2}$$

$$a_{22} = \frac{1}{n_y^2}$$

$$a_{33} = \frac{1}{n_z^2}$$

$$a_{23} = 0$$

$$a_{31} = 0$$

$$a_{12} = 0$$
(23)

Si on fait la différence des deux cas (E=0 et E \neq 0) on aboutit à la relation linéaire suivante :

qu'on exprime aussi sous la forme

La matrice 6x3 des coefficients r_{ij} s'appelle le tenseur électro-optique. Les coefficients eux-mêmes sont les constantes électro-optiques ou de Pockels. Cette relation exprime le fait que la déformation de l'ellipsoïde est causée par le champ externe (Fig. 2).



Fig 2 : La modulation a pour effet, de déformer et tourner l'indicatrice.

On remarque que pour les cristaux centro-symétriques, les $r_{ij} = 0$ puisqu'il n'y a pas d'effet Pockels. Pour les autres cristaux, on peut donner la forme du tenseur, par des considérations de symétrie, mais il reste à déterminer la grandeur des coefficients.

EXEMPLE : l'effet électro-optique dans le phosphate de potassium d'hydrogéné, KH_2PO_4 ou KDP. On a le groupe de symétrie : $\overline{4}2m$. Les symétries sont : rotation de $2\pi/4$ autour de l'axe optique oz et deux axes de symétrie orthogonaux avec rotation $2\pi/2$. La forme du tenseur électro-optique est :

$$r_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (26)$$

Les seuls éléments non-nuls sont $r_{41} = r_{52}$ et r_{63}

a) Trouvons l'indicatrice :

$$\begin{pmatrix} a_{11} - \frac{1}{n_x^2} \\ a_{22} - \frac{1}{n_y^2} \\ a_{33} - \frac{1}{n_z^2} \\ a_{23} \\ a_{31} \\ a_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{41} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \dots \dots \dots \dots \dots (27)$$

donc :

$$a_{11} = \frac{1}{n_x^2}$$
, $a_{22} = \frac{1}{n_y^2}$, $a_{33} = \frac{1}{n_z^2}$
 $a_{23} = r_{41}E_x$, $a_{31} = r_{41}E_y$, $a_{12} = r_{63}E_z$ (28)

Puisque le cristal est uniaxe, en posant $n_x = n_y = n_0$, $n_z = n_e$ on obtient :

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} + 2r_{41}E_xyz + 2r_{41}E_yzx + 2r_{63}E_zxy = 1$$
 (29)

b) Trouvons les équations de propagation pour un champ appliqué $\vec{E} = (0, 0, E_z)$:

L'équation de l'ellipsoïde devient :

$$\frac{x^2 + y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} + 2r_{63}E_z xy = 1$$
(30)

Il faut donc chercher les axes principaux de l'ellipse x', y', z' qui donnent la forme diagonale pour connaître les directions propres, i.e. le trièdre \vec{u} , \vec{D}_1 , \vec{D}_2 .

on a comme solution :

$$z = z'$$

$$x = x' \cos 45^{\circ} + y' \sin 45^{\circ} = \frac{x'}{\sqrt{2}} + \frac{y'}{\sqrt{2}}$$

$$y = -x' \sin 45^{\circ} + y' \cos 45^{\circ} = \frac{-x'}{\sqrt{2}} + \frac{y'}{\sqrt{2}}$$

$$x^{2} = \frac{x'^{2}}{2} + \frac{y'^{2}}{2} + x'y'$$

$$(34)$$

$$x^{2} = \frac{x'^{2}}{2} + \frac{y'^{2}}{2} - x'y'$$

$$(35)$$

$$y^{2} = \frac{x'^{2}}{2} - \frac{y'^{2}}{2} - x'y'$$

$$(36)$$

$$xy = -\frac{x'^{2}}{2} - x'\frac{y'}{2} + x'\frac{y'}{2} + \frac{y'^{2}}{2}$$

$$(37)$$

Donc :

Les axes principaux donnent les racines n_1 , n_2 et n_3 dépendantes du champ externe appliqué :

Selon l'axe x' :

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{n_0^2} - r_{63} E_z \tag{40}$$

selon l'axe y' :

$$\frac{1}{n_2^2} = \frac{1}{n_0^2} + r_{63}E_z$$
(41)

selon l'axe z' :

D'apprêt les relations (40), (41), (42) on voit que $n_1 \neq n_2 \neq n_3$ donc le système est biaxe.

c) Variation de l'indice :

Considérons la valeur de l'indice selon x' (40) : en supposant que l'effet du champ est assez faible pour que $r_{63}E_z \ll \frac{1}{n_o^2}$, on s'attend à ce que $n_1 = n_o + \Delta n_o$, i.e. que l'effet électro-optique apporte une correction. On a l'approximation suivante :

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{1}{n_0^2} - r_{63}E_z \Rightarrow \frac{1 - r_{63}n_0^2 E_z}{n_0^2} \dots (43)$$

$$n_1 = n_0 (1 - r_{63}n_0^2 E_z)^{-1/2} \dots (44)$$

$$\approx n_0 (1 + \frac{1}{2}r_{63}n_0^2 E_z) \dots (45)$$

de même :

$$n_2 \approx n_o - \frac{1}{2} r_{63} n_o^3 E_z = n'_y$$
(47)
 $n_3 \approx n_e \approx n'_z$ (48)

d) Interprétation géométrique :



Fig 3 : Déformation de l'indicatrice par l'effet électro-optique.

Sur la figure (3), on voit que la propagation est selon \overline{oz} . Le champ électrique est selon \overline{oz} : $\vec{E} = (O, O, E_z)$. L'équation de l'ellipse perpendiculaire à la direction de propagation

$$\left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63}E_z\right){x'}^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63}E_z\right){y'}^2 = 1$$
 (49)

Les directions de polarisation propres de \vec{D} sont $\overline{ox'}$ et $\overline{oy'}$. Noter que les axes principaux induits par l'effet Pockels dans le KDP sont à 45° avec le système d'axes initial de sorte que $n_x = n_y = n_o$ et $n_z = n_e$. Les indices de réfraction sont n'_x et n'_y qui sont aussi les axes majeur et mineur de l'ellipse.

e) Retard causé par le champ externe :

On s'intéresse ici au déphasage entre les polarisations $\overline{ox'}$ et $\overline{oy'}$ pour une longueur d.

$$\Delta \varphi = -\frac{2\pi}{\lambda_0} (n_1 - n_2) d \dots (50)$$
$$\Delta \varphi = \frac{2\pi d}{\lambda_0} (n_0^3 r_{63} E_z) \dots (51)$$

Or le champ appliqué est selon oz et le voltage est : $V = E_z d$

Puisque $\omega/_c = \frac{2\pi}{\lambda_0}$.

f) Exemple de modulation :

Dans le repère x'y'z', considérons une polarisation à 45° de l'axe ox'. Son vecteur de Jones (état initial) est donné par :

$$\vec{E}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1\\1 \end{bmatrix}$$
(53)

en fonction de z, les champs de l'onde sont donnés par :

$$E_{x'} = A \exp j \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left[n_o + \frac{n_o^3}{2} r_{63} n_o^3 E_z \right] z \right\} \dots (54)$$

$$E_{y'} = A \exp j \left\{ \omega t - \frac{\omega}{c} \left[n_o - \frac{n_o^3}{2} r_{63} n_o^3 E_z \right] z \right\} \dots (55)$$

ou encore

avec un déphasage dû à l'effet électro-optique

$$\Delta \varphi = \frac{\omega n_o^3}{2c} r_{63} E_z$$

L'état, de polarisation, après une certaine longueur z sera donc :

où on néglige un déphasage commun pour les deux composantes dû à $\omega n_0 z/c$. On obtient comme état final celui obtenu par une rotation de polarisation

$$\vec{E}(z) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} e^{-j\Delta\varphi/2} & 0\\ 0 & e^{j\Delta\varphi/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1\\ 1 \end{bmatrix}$$

Multiplions par le terme de phase $e^{j\Delta \varphi/2}$:

$$\vec{E}_z = \frac{1}{\sqrt{2}}$$
 $\begin{bmatrix} 1\\ e^{j\Delta\varphi} \end{bmatrix}$ (59)

En particulier, si $\Delta \phi = \pi \rightarrow e^{j\pi} = -1$,

$$\vec{E}_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \begin{bmatrix} 1\\ 1 \end{bmatrix}$$

III.1.2 Effet Kerr [7] [8] :

C'est l'effet électro-optique quadratique. Il a été découvert par Kerr en 1875. L'effet Kerr est normalement négligeable si l'effet Pockels est présent. Il est surtout visible pour les matériaux qui ont une symétrie d'inversion par rapport à un centre de symétrie car, dans ce cas, l'effet linéaire, ou de Pockels, disparaît. L'effet quadratique pour les solides est habituellement beaucoup plus faible que l'effet linéaire (de plusieurs ordres de grandeur). Cet effet peut être décrit par la susceptibilité χ_{ijlm} .

$$P_{i}^{w} = 3\chi_{ijlm}E_{i}^{w}E_{l}^{0}E_{m}^{0}.....(60)$$

Le champ externe appliqué apparaît deux fois (terme quadratique), avec des polarisations différentes. Le tenseur $\overline{\chi}$ est donc à quatre indices. Suivant la même approche que dans le cas de l'effet Pockels, on obtiendra une indicatrice déformée par suite de l'application du champ externe. Par contre, on peut décrire l'effet à l'aide des éléments S_{ij} d'un tenseur $S_{ij,kl}$ en tenant compte des symétries (notation contractée). Les indices i, j de S_{ij} vont de 1 à 6. De même que l'indicatrice de l'effet Pockels s'exprimait à l'aide de termes $r_{ij}E_k$ ici, elle s'exprime à l'aide des termes $S_{ij}E_kE_l$.

$$\chi_{ijkl} = \frac{-\varepsilon_{il}\varepsilon_{jj}}{3\varepsilon_0}S_{ijkl}\dots\dots\dots\dots\dots(61)$$

L'indicatrice pour l'effet Kerr prend la forme suivante :

$$1 = x^{2} \left(\frac{1}{n_{x}^{2}} + S_{11}E_{x}^{2} + S_{12}E_{y}^{2} + S_{13}E_{z}^{2} + 2S_{14}E_{y}E_{z} + 2S_{15}E_{z}E_{x} + 2S_{16}E_{x}E_{y} \right)$$

+ $y^{2} \left(\frac{1}{n_{y}^{2}} + S_{21}E_{x}^{2} + S_{22}E_{y}^{2} + S_{23}E_{z}^{2} + 2S_{24}E_{y}E_{z} + 2S_{25}E_{z}E_{x} + 2S_{26}E_{x}E_{y} \right)$
+ $z^{2} \left(\frac{1}{n_{z}^{2}} + S_{31}E_{x}^{2} + S_{32}E_{y}^{2} + S_{33}E_{z}^{2} + 2S_{34}E_{y}E_{z} + 2S_{35}E_{z}E_{x} + 2S_{36}E_{x}E_{y} \right)$
+ $2yz \left(S_{41}E_{x}^{2} + S_{42}E_{y}^{2} + S_{43}E_{z}^{2} + 2S_{44}E_{y}E_{z} + 2S_{45}E_{z}E_{x} + 2S_{46}E_{x}E_{y} \right)$
+ $2zx \left(S_{51}E_{x}^{2} + S_{52}E_{y}^{2} + S_{53}E_{z}^{2} + 2S_{54}E_{y}E_{z} + 2S_{55}E_{z}E_{x} + 2S_{56}E_{x}E_{y} \right)$
+ $2xy \left(S_{61}E_{x}^{2} + S_{42}E_{y}^{2} + S_{63}E_{z}^{2} + 2S_{64}E_{y}E_{z} + 2S_{65}E_{z}E_{x} + 2S_{66}E_{x}E_{y} \right)$(62)

III.1.2.A Effet Kerr dans un milieu isotrope :

Un milieu optique isotrope devient biréfringent s'il est placé dans un champ électrostatique. Cet effet vient de l'alignement des molécules à cause du champ. Le matériau devient uniaxe avec l'axe optique parallèle au champ électrique $\vec{E} = (0,0, E_z) = (0,0, E)$, par exemple. Pour un milieu isotrope, la matrice des coefficients de l'indicatrice a la forme d'une matrice 6×6.

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{12} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{12} & s_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(s_{11} - s_{12}) \end{bmatrix}$$

avec toutefois $S_{23} = S_{12} = S_{13} = S_{21}$ et $S_{33} = S_{22} = S_{11}$.

L'indicatrice se simplifie considérablement :

$$x^{2}\left(\frac{1}{n^{2}}+s_{12}E^{2}\right)+y^{2}\left(\frac{1}{n^{2}}+s_{12}E^{2}\right)+z^{2}\left(\frac{1}{n^{2}}+s_{11}E^{2}\right)=1....(63)$$

et peut être mise sous forme :

$$\frac{x^2 + y^2}{n_0^2} + \frac{z^2}{n_e^2} = 1 \implies \frac{1}{n_0^2} = \frac{1}{n^2} + S_{12}E^2 \text{ et } \frac{1}{n_e^2} = \frac{1}{n^2} + S_{11}E^2$$

où n_0 est l'indice de réfraction pour la lumière polarisée perpendiculaire à l'axe E_z et n_e l'indice de réfraction pour la lumière polarisée parallèlement à E_z . En regardant la matrice [S] précédente on constate que :

$$S_{44} = \frac{1}{2} (s_{11} - s_{12})....(64)$$
$$n_e - n_0 = K\lambda_0 E^2...(65)$$

K : constante de Kerr

où λ_0 est la longueur d'onde dans le vide. Pour un matériau isotrope, on a :

$$s_{44} = -\frac{K\lambda_0}{n^3}....(66)$$

III.2 Les modulateurs électro-optiques (effet Pockels):

III.2.1 Principe de la modulation :

La variation d'indice de réfraction $\Delta n = n_{eff}^3 r_{eff} E$ induite par effet électro-optique provoque une différence de phase $\Delta \emptyset$ entre les deux composantes de champ électrique associé à l'onde lumineuse se propageant dans le cristal. Cette différence de phase $\Delta \emptyset$ est proportionnelle à la longueur de propagation *L* :

 λ_0 est la longueur d'onde de la lumière dans le vide, V est la tension appliquée entre les électrodes du déphaseur. On voit donc que, de la même manière que les lames à retard, les cristaux électro-optiques permettent de modifier ou moduler, à partir d'une commande électrique, l'état de polarisation d'une lumière. L'interférence entre les deux composantes de la lumière est destructive si la différence de phase vaut π : il y a extinction de l'onde sortante. La tension qui correspond à un déphasage de π est appelée tension demi-onde.

et par suite :

III.2.2 Les différents types de configurations :

A. Modulation électro-optique longitudinale :

Dans cette configuration, le champ électrique appliqué et la direction de propagation de la lumière sont parallèles. Cette géométrie permet de traiter des faisceaux lumineux de diamètre important (large acceptante angulaire) avec des lames très fines. Elle nécessite néanmoins le dépôt d'électrodes transparentes. De plus, puisque L = d, le déphasage induit par le champ ne dépend pas de L:

$$\Delta \phi = \pi \frac{V}{V_{\pi}} \qquad \dots \dots (70)$$

La tension de commande ne pourra donc pas être diminuée en augmentant L :



B. Modulation électro-optique transversale :

Cette fois les directions d'application du champ électrique et de propagation de la lumière sont orthogonales. Cette géométrie est intéressante puisqu'on peut bénéficier d'une grande longueur d'interaction entre le champ électrique appliqué et le champ de l'onde lumineuse. Les expressions de la tension demi-onde V_{π} et du déphasage induit $\Delta \emptyset$ sont les mêmes que celles données en (68) et (70).





III.2.3 Les différents types de modulation électro-optiques :

A. Modulation électro-optique de phase :

Considérons un cristal en configuration longitudinale :



Fig 4 : Modulateur électro-optique de phase

Le faisceau lumineux est polarisé suivant l'axe principale x du cristal et est décrit par :

$$E_{in} = A\cos(w_0 t)\dots(73)$$

La tension V appliquée suivant l'axe principal z a pour expression :

$$V = V_m sinw_m t$$

L'application de cette tension ne change pas l'état de polarisation de l'onde à la sortie E_{out} mais uniquement sa phase :

$$\Delta \phi_x = \frac{\pi V_m}{V_\pi} \sin(w_m t) = \delta \sin(w_m t) \dots \dots (74)$$

où δ est l'indice ou la profondeur de modulation. L'onde à la sortie de cristal peut se réécrire :

$$E_{out} = A\cos(w_0 t + \delta\sin(w_m t)) \qquad \dots \dots (75)$$

Elle voit sa phase modulée en phase avec un indice de modulation δ . En utilisant des identités des fonctions de Bessel :

 $\cos(\delta \sin(w_m t)) = J_0(\delta) + 2\sum_{p=1}^{\infty} J_{2p}(\delta) \cos(2p\omega_m t) \quad \dots (76)$

$$\sin(\delta\sin(w_m t)) = 2\sum_{p=0}^{\infty} J_{2p+1}(\delta)\cos((2p+1)\omega_m t) \dots \dots (77)$$

l'équation (75) peut se réécrire :

avec $J_{(-p)} = (-1)^p J_p$

La répartition spectrale de l'intensité du faisceau lumineux de sortie est illustrée par la figure suivante :



B. Modulation électro-optique d'amplitude :

Considérons un cristal en configuration longitudinale tels que ses axes principaux soient à 45° relativement aux polariseurs croisés et placés en entrée et en sortie de ce cristal. De plus, une lame quart d'onde ($\lambda/4$), dont les axes sont à 45° par rapport aux axes du cristal, est placée avant le polariseur de sortie :



Fig 5 : Modulateur électro-optique d'amplitude

De façon classique, l'intensité à la sortie d'un tel montage peut se mettre sous la forme suivante :

$$I_{out} = I_{in} \sin^2(\frac{\Delta \emptyset}{2}) \qquad \dots (79)$$

où $\delta \emptyset$ est le déphasage introduit par le cristal. Cette fonction peut se représenter comme suit :



Si on suppose que l'axe Oz correspond à l'axe optique (pas de déphasage introduit par le cristal quand il n'y a pas de champ appliqué) et si $V = V_m \sin w_m t + V_{\pi/2}$, le déphasage $\Delta \emptyset$ s'écrit :

L'équation (79) devient alors :

$$I_{out} = \frac{I_{in}}{2} \left[\sin^2(\frac{\pi}{4} + \frac{\delta}{2} \sin w_m t) \right] = \frac{I_{in}}{2} \left[1 + \sin(\delta \sin w_m t) \right] \qquad \dots (81)$$

Pour des indices de modulation tels que $\delta <<1$, l'équation (81) devient :

$$I_{out} \cong \frac{I_{in}}{2} \left[1 + \delta \sin w_m t \right] \dots (82)$$

Ce point de transmission, correspondant à 50% de transmission, voit l'intensité du faisceau lumineux modulé à la fréquence de la tension électrique appliquée, avec un indice de la modulation δ .

III.2.4 Modulation électro-optique, cas de KDP [6] :

III.2.4.1 Introduction :

Un champ électrique est susceptible de changer l'ellipsoïde des indices. Or, la propagation d'une onde dans un cristal anisotrope est reliée à l'ellipsoïde. On peut donc utiliser l'effet électro-optique pour contrôler la propagation de cette onde, et on suppose comme exemple une onde plane qui se propage dans un cristal de KDP dans la direction oz en présence d'un champ électrique statique suivant la même direction. Le retard de phase entre les deux composantes polarisées suivant les axes neutres pour un milieu de longueur L est.

$$\Gamma = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_{x'} - n_{y'}) = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{63} E_z l = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{63} V \dots (83)$$

où V= $E_z l$ est la différence de potentiel appliquée aux bornes du cristal.

III.2.4.2 Modulation d'amplitude et de phase en mode longitudinal :

A. Modulation d'amplitude :

Considérons le dispositif de la figure (6) et supposons une tension appliquée de la forme $V = V_0 + V(t)$ avec $|V(t)| \ll V_0$. Le vecteur de Jones incident sur le cristal, dans le repère (ox', oy')est.

$$\vec{Ji} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1\\1 \end{pmatrix} \quad \dots \quad (84)$$

Après traversée du cristal, le vecteur de Jones du déphaseur devient:

$$\vec{J}_{s} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} \\ e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \dots \dots (85)$$
$$\Gamma = \pi \frac{V}{V_{\pi}} \dots \dots (86)$$

avec :



Fig 6: Cristal de KDP placé entre un polariseur et un analyseur croisés à 45° des axes neutres sous champ.

Le vecteur de Jones émergeant de l'ensemble est :

$$\vec{J}_a = \vec{P}_a(\vec{P}_a^+.\vec{J}_s)$$

où $\vec{P}_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ est le vecteur unitaire définissant l'axe passant de l'analyseur:

 P_a^+ : le vecteur unitaire adjoint de \vec{P}_a (transposé et conjugué)

à la sortie de l'analyseur on a :

L'intensité de sortie est :

$$I = \vec{J}_a^+ \cdot \vec{J}_a \cdot I_0 = I_0 \cdot \left(\frac{-i}{\sqrt{2}}(1, -1)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\right) \cdot \frac{i}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \quad \begin{pmatrix} 1\\-1 \end{pmatrix}$$
$$I = I_0 \sin^2 \frac{\Gamma}{2}$$

$$I = \frac{1}{4} I_0 (1 - \cos \Gamma)$$
$$I = \frac{I_0}{4} \left(1 - \cos \frac{2\pi n_0^3 r_{63}(V_0 + V(t))}{\lambda} \right) \dots (88)$$

Coefficient de transmission :

$$T = \frac{I}{I_0} = \sin^2 \frac{\Gamma}{2}$$

Cas 1: Modulation d'amplitude au point de fonctionnement V=0 :

L'intensité de sortie ne suit pas les variations temporelles imposées par la tension (figure(7)) En effet, pour une tension telle que $V_0 \ll V_{\pi}$ sinusoïdale de pulsation Ω , I est modulée à la fréquence 2Ω . Mais, le signal de sortie risque d'être noyé dans du bruit. Pour contourner ce problème, on choisit comme point de fonctionnement $V = \frac{V_{\pi}}{2}$.



Fig 7: Modulation d'amplitude au point de fonctionnement V = 0

Cas 2: Modulation d'amplitude au point de fonctionnement $V = \frac{V_{\pi}}{2}$:

Autour de ce point, la caractéristique I = f(V) est pratiquement linéaire. Pour atteindre ce point, on doit appliquer une tension de $\frac{V_{\pi}}{2}$ sur laquelle vient s'additionner le signal V(t).



Fig 8: Dispositif de modulation d'amplitude au point de fonctionnement $V = \frac{V_{\pi}}{2}$ Déterminons le vecteur de Jones émergeant de l'ensemble.

Avant le cristal électro-optique :

$$\vec{J}i = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \dots (89)$$

La matrice de Jones du déphaseur est donnée par :

$$\begin{pmatrix} e^{i\frac{\Gamma}{2}} & 0\\ 0 & e^{-i\frac{\Gamma}{2}} \end{pmatrix} \quad \dots \quad (90)$$

Après le déphaseur :

$$\vec{J}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2} \\ e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix} \text{où } \Gamma = \pi \frac{V_0 + V(t)}{V_{\pi}} \text{ avec } |V(t)| \ll V_0 \dots (91)$$

De plus, la matrice de Jones d'une la $\frac{\lambda}{4}$ est donnée par :

$$\begin{pmatrix} e^{i\pi/4} & 0\\ 0 & e^{-i\pi/4} \end{pmatrix} \dots \dots (92)$$

Après la lame $\frac{\lambda}{4}$:

$$\vec{J}_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\frac{\pi}{4}} & 0\\ 0 & e^{-i\frac{\pi}{4}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i\Gamma/2}\\ e^{-i\Gamma/2} \end{pmatrix}$$
$$\vec{J}_{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i(\pi/4 + \Gamma/2)}\\ e^{-i(\pi/4 + \Gamma/2)} \end{pmatrix} \qquad \dots \dots \dots \dots \dots \dots (93)$$

Après l'analyseur :

$$\vec{J}_{a} = \vec{P}_{a}(\vec{P}_{a}^{+}, \vec{J}_{2})$$

$$\vec{J}_{a} = \vec{P}_{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1)\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}e^{i(\pi/4 + \Gamma/2)}\\e^{-i(\pi/4 + \Gamma/2)}\end{pmatrix}\right) \dots (94)$$

$$\vec{J}_{a} = \vec{P}_{a}\left(\frac{1}{2}\left(e^{i(\pi/4 + \Gamma/2)} - e^{-i(\pi/4 + \Gamma/2)}\right)\right)$$

$$\vec{J}_{a} = i\sin(\frac{\Gamma}{2} + \frac{\pi}{4})\vec{P}_{a} \dots (95)$$

$$\vec{J}_{a} = \frac{i}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \quad \begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} \dots (96)$$

L'intensité de sortie est :

$$I = \vec{J}_{a}^{+}.\vec{J}_{a}.I_{0} = I_{0}.\left(\frac{-i}{\sqrt{2}}(1,-1)\sin\left(\frac{\Gamma}{2}+\frac{\pi}{4}\right)\right).\frac{i}{\sqrt{2}}\sin\left(\frac{\Gamma}{2}+\frac{\pi}{4}\right) \quad \begin{pmatrix} 1\\ -1 \end{pmatrix}$$
$$I = \frac{1}{2}I_{0}sin^{2}\left(\frac{\Gamma}{2}+\frac{\pi}{4}\right)$$
$$I = \frac{1}{2}I_{0}(1-\cos(\Gamma+\frac{\pi}{2})) \dots (97)$$

> Coefficient de transmission :

$$T = \frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} (1 - \cos(\pi/2 + \Gamma)) \dots (98)$$

Le signal transmis suit alors les variations imposées par la tension de commande comme le montre la figure (9) :



Fig 9 : Modulation d'amplitude au point de fonctionnement $V = V_{\pi}/2$.

B. Modulation de phase :

Un cristal électro-optique (en KDP par exemple) placé entre un polariseur et un analyseur croisé permet de moduler en amplitude. Si l'on considère un vecteur de Jones incident suivant ox' ou oy' on peut moduler la phase de l'onde électromagnétique. Le schéma de principe est illustré par la figure(10). Dans cette configuration, lorsque la tension est appliquée, la polarisation de l'onde parallèle à l'axe (ox') n'est pas affectée en traversant le cristal, il y a simplement un changement de phase :



Fig 10 : Dispositif pour la modulation de phase

Considérons une tension de la forme $V = V_0 \sin w_m t$. Le champ émergeant prend la forme :

$$E_s = A\cos(wt - \frac{w}{c}(n_0l - \frac{n_{0r_{63}}^3}{2}V_0\sin(w_m t)))\dots(100)$$

Le champ de sortie est donc modulé en phase. Ceci étant, un développement en série de Fourier donne le spectre d'énergie du champ sortant :

avec $J(-p) = (-1)^p J_p$ et $\varphi = \frac{w n_0^3 r_{63} V_0}{2c}$ où J_p est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre p.

III.2.4.3 Modulation d'amplitude : Mode transverse :

Dans les paragraphes précédents nous avons considéré des systèmes dans lesquels la lumière se propage dans la direction d'application du champ électrique : c'est le mode longitudinal. Dans ce mode, l'utilisation d'électrodes transparentes est nécessaire. Dans ce cas, le retard de phase Γ est indépendant de l'épaisseur du cristal et dépend seulement de V cela conduit à des tensions demi-onde relativement élevée. Un moyen d'obtenir des tensions demi-onde plus petites consiste à appliquer le champ électrique perpendiculairement à la direction de propagation de la lumière : c'est le mode transverse.

Considérons le dispositif de la (figure -11-) où une onde polarisée à 45° des axes propres du cristal. Le compensateur de Babinet sert à compenser la biréfringence naturelle en absence de champ électrique appliqué.



Fig 11 : Modulateur électro-optique en mode transverse

Lorsque la tension est appliquée, les indices principaux deviennent :

$$n_{x'} = n_0 - \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} E_z \dots (102)$$

 $n_z = n_e$

Le retard de phase entre les axes neutres sous champ $oz \ et \ ox'$ est :

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \left[(n_e - n_0) l + \frac{1}{2} n_0^3 r_{63} V \frac{l}{d} \dots \dots (103) \right]$$

Où le premier terme est indépendant de la tension et le second est induit par le champ électrique. Le compensateur de Babinet est utilisé pour annuler le premier terme. La tension demi-onde est donnée par :

$$V_{\pi} = \frac{\lambda}{n_0^3 r_{63}} (\frac{d}{l}) \dots \dots (104)$$

III.3 Le modulateur de Mach-Zehnder (MMZ) [9], [10], [11], [5]:

Les modulateurs de Mach-Zehnder sont des modulateurs électro-optiques que l'on place directement en sortie du laser (figure 12). Ils sont fréquemment utilisés pour les applications de télécommunication large bande.

En réalité, les effets électro-optiques sont à la base de ce type de modulateurs, à savoir que l'indice de réfraction de certains matériaux peut être modifié par l'application d'un champ électrique.

Ce phénomène est appelé effet Pockels si les effets électro-optiques sont linéaires, c'est-àdire que la variation d'indice est proportionnelle au champ appliqué, et effet Kerr quand elle est proportionnelle au carré du champ. L'effet Pockels est prépondérant dans certains matériaux et permet des modulations de phase et d'amplitude de la lumière.

Un des principaux impératifs est d'utiliser des matériaux transparents à la longueur d'onde de fonctionnement et présentant des coefficients électro-optiques aussi élevés que possible.

De tels modulateurs fonctionnant à 1,5µm ont été réalisés sur substrat de niobate de lithium (LiNbO3) ainsi que dans des matériaux semi-conducteurs (GaAs, ...).

Grâce à ce modulateur on peut obtenir une modulation d'amplitude à travers une modulation de phase à l'intérieur du composant.



Fig 12 : Schéma simplifié d'un modulateur de Mach-Zehnder

En conclusion, la modulation externe présente de nombreux avantages. Elle est plus rapide et permet donc de transmettre des débits plus élevés. Le bruit, le chirp ... ne sont pas inexistants dans les modulateurs de Mach-zehnder mais leurs valeurs sont nettement plus faibles que dans les lasers. Les limites de capacité de transmission sont donc repoussées vers des fréquences plus importantes.

III.3.1 Modulation de l'intensité ou d'amplitude :

La technique utilisée pour moduler l'amplitude d'un faisceau consiste à lui faire traverser un interféromètre du type Mach-Zehnder dans lequel il est possible de commander la différence de phase entre les deux bras. Afin de calculer la valeur de l'intensité en sortie du modulateur de Mach-Zehnder, on note dans un premier temps les amplitudes dans chacun des bras du Mach-Zehnder E_1 et E_2 . Ces amplitudes ont pour expression :

$$E(i) = E_0 e^{j\varphi_i}$$
 avec $i = 1,2$

où le déphasage φ_i s'écrit comme suit :

avec la fréquence de la modulation f_m ayant pour expression $f_m = \frac{\Omega}{2\pi}$

L'absence de modulation de phase parasite évite tout problème de transmission lié au chirp. La modulation indésirable de phase à la recombinaison peut être supprimée en employant la modulation push-pull décrite par la relation $\phi_1 = \phi_2 + \pi = \phi_0$. L'amplitude résultante est $E_{tot} = E(1) + E(2)$:

avec : $x = \varphi_{RF}$, $\theta = \Omega t + \varphi_0$, $\varphi_{STAT} = \frac{\varphi_{01} + \varphi_{02}}{2}$ et

 $\cos(\varphi_{STAT} + x\cos\theta) = \cos\varphi_{STAT} \cdot \cos(x\cos\theta) - \sin\varphi_{STAT} \cdot \sin(x\cos\theta)$

La modulation complète (en tout ou rien) à fréquence f_m , correspond au cas :

$$\varphi_{STAT} = \varphi_{RF} = \frac{\pi}{4}$$

Afin de retrouver les composantes harmoniques, on peut alors réaliser un développement en série de Bessel à partir de l'équation (106) et des expressions :

$$\sin(x \, \sin \theta) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(x) \sin((2n-1)\theta) \dots (108)$$

Deux cas intéressants doivent être étudiés, l'un correspondant à $\varphi_{STAT} = \frac{\pi}{2}$, l'autre au cas $\varphi_{STAT} = 0$. Ces deux cas peuvent être obtenus en jouant sur la tension de polarisation. Ces deux conditions de modulation correspondent aux points de fonctionnement respectivement situés autour de la sortie correspondant à un minimum d'intensité ($I_{out} = 0$, point de fonctionnement 2) et de la sortie correspondant à un maximum d'intensité de l'interféromètre ($I_{out} = I_{in}$, point de fonctionnement 1) en supposant que la transmission optique est sans perte (voir figure 13) dans ces deux, il y a un dédoublement de fréquences.



Fig 13 : Points de fonctionnement du modulateur

 -1^{er} cas : $\varphi_{STAT} = \frac{\pi}{2}$ (le point de fonctionnement du modulateur à l'extinction)

Dans le domaine temporel :

$$E_{tot}(t) = E_0 \left[\sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(\varphi_{RF}) \left[\exp[2\pi j(2n-1)f_m t] - \exp[-2\pi j(2n-1)f_m t] \right] \right] \dots (109)$$

Dans le domaine fréquentiel :

$$E_{tot}(f) = E_0 \left[\sum_{n=1}^{\infty} j_{2n-1}(\varphi_{RF}) \left[\delta(f + (2n-1)f_m) - \delta(f - (2n-1)f_m) \right] \right] \dots (110)$$

Le spectre est composé d'une somme d'harmoniques impaires de la forme $\{+(2n-1)f_m\}$ et $\{-(2n-1)f_m\}$. On remarque que l'amplitude de ces harmoniques est proportionnelle à $j_{2n-1}(\varphi_{RF})$ (l'intensité est directement proportionnelle à $j_{2n-1}^2(\varphi_{RF})$).

A. Coupe X :

Dans un modulateur en coupe X, l'axe x_1 est vertical et par convention l'axe Z (x_3 l'axe optique) est horizontal et transverse par rapport à la direction de propagation des ondes optiques. La structure du guide comprend des électrodes coplanaires. Afin d'utiliser le coefficient électro-optique r_{33} , la propagation optique doit se faire selon une polarisation horizontale (mode quasi-TE). Le champ électrique appliqué doit être colinéaire au champ électrique de l'onde optique. Cela est réalisé lorsque les micro-guides sont positionnés entre électrodes coplanaires (voir la figure 14).

Dans ce type de structure, on a :

$$\Delta \phi = \frac{\pi}{\lambda} n_e^3 r_{33} \frac{V}{e} L\Gamma$$

et

$$V_{\pi} = \frac{\lambda e}{n_{\rm e}^3 r_{33} L \Gamma}$$

On définit par Γ le facteur de recouvrement qui représente l'efficacité de la superposition du champ électrique issu de l'onde optique et du champ électrique appliqué au dispositif. Celui-ci s'exprime sous la forme d'une intégrale dans le plan transverse sur la section S transverse à la direction de propagation :

$$\Gamma = \frac{\iint E^2 E_a ds}{\iint E^2 ds} \qquad \qquad 0 \le \Gamma \le 1$$

Une valeur élevée de Γ augmente l'efficacité de l'effet électro-optique et donc réduit la tension V_{π} du modulateur



Fig 14 : Structure de modulateur électro-optique coupe X.

L'intérêt d'une structure avec une coupe en *X* réside dans le fait que les électrodes sont bien distinctes du guide d'onde optique, ce qui présente deux avantages :

- moins de pertes de propagation optiques.

- un facteur de recouvrement Γ assez élevé, d'où une meilleure efficacité de la modulation de l'onde lumineuse.

Le principal inconvénient est la distance inter-électrode qui ne peut pas être trop réduite pour conserver une bonne orientation locale horizontale des lignes de champ du champ appliqué \vec{E}_a .

B. Coupe Z :

La structure en coupe Z classique présente des électrodes coplanaires comme pour la structure en coupe X. La différence réside dans l'orientation de l'axe optique Z qui est verticale ainsi que la polarisation du mode optique qui est donc quasi-TM pour bénéficier du coefficient r_{33} . Les expressions du déphasage électro-optique et de V_{π} sont identiques à celles de la coupe X. Dans le cas de cette structure en coupe Z, le facteur de recouvrement G est plus faible qu'en coupe X, ce qui augmente donc la tension V_{π} à appliquer. Par contre cela peut-être compensé par une plus faible épaisseur inter-électrode. Les guides optiques sont positionnés sous les électrodes, ce qui impose la présence d'une couche tampon optique transparente entre l'électrode et le niobate de lithium pour limiter les pertes optiques.



Fig 15 : Structure modulateur électro-optique coupe Z.

III.4 Performance et limitation :

III.4.1 Considérations géométrique :

Pour les modulateurs transverses, la tension demi-onde est proportionnelle à d/l où d et l sont à priori indépendant. En réalité, pour une longueur l donnée, la valeur minimale permise pour d est imposée par la divergence de l'onde optique et correspond au cas où le faisceau passe juste dans le cristal comme indiqué sur la figure (16) :



Fig 16 : Limitation liées à la diffraction

Pour un faisceau gaussien, la demi-largeur suit la loi suivante :

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right)^2}$$

où λ est la longueur d'onde dans le milieu, w_0 le waist du faisceau et z la distance en partant de waist.

Pour minimiser d, il faut tout d'abord faire en sorte que le waist soit au centre de cristal. Dans ce cas la valeur de d est :

$$d = 2w\left(z = \frac{l}{2}\right) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda l}{2\pi w_0^2}\right)^2}$$

La valeur de w_0 qui minimise d est obtenue en annulant la dérivée :

$$\frac{\partial d}{\partial w_0} = 0 \quad \Rightarrow w_0 = \sqrt{\frac{\lambda l}{2\pi}}$$

d'où la valeur minimale de d est donnée par :

En pratique, on prend $d = 2S \sqrt{\frac{\lambda l}{\pi}}$ où S est un facteur de sécurité qui varie de 3 à 6.

A titre d'exemple, pour un cristal de KDP tel que l = 2cm, S = 3, $\lambda = 0.6\mu m$, on trouve que $d_{min} = 3.8 \times 10^{-2} cm$ et $V_{\pi} = 300V$.

III.4.2 Limitations liées au temps de transit :

Le temps de transit de la lumière dans le cristal électro-optique est donné par $\tau = nl/c$. Dans ce qui précède, on a implicitement supposé que la tension appliquée demeure constante pendant le temps de transit. Pour un cristal de langueur 1*cm* et d'indice 1.5, on a $\tau = 0.5 ns$. Si l'on choisit une fréquence de modulation de 20GHz, V ne demeure pas constante pendant le temps de transit. Ce qui a été démontré précédemment n'est donc plus valable. Pour tenir compte du temps de transit de la lumière, nous allons considérer une configuration longitudinale (figure(17)) dans laquelle on applique une tension de la forme :

$$V = V_0 \cos(w_m t)$$

On se propose de déterminer le champ à la sortie du cristal en tenant compte de ce temps de transit. Le champ émergeant du cristal à l'instant t provient de l'abscisse z à l'instant $t - \frac{n(l-z)}{c}$; la tension à ce même instant est :

$$V = V_0 \cos\left[w_m \left(t - \frac{n(l-z)}{c}\right)\right].$$
(112)



Fig 17 : Modulateur longitudinal

Le déphasage élémentaire $d\Phi_{x'}$ subi par la composante polarisée suivant Ox' pour aller de z à z + dz est :

$$d\Phi_{x'} = \frac{w}{c} n_0 dz - \frac{w}{c} \frac{n_0^3 r_{63}}{2} \frac{V_0}{l} \cos\left[w_m \left(t - \frac{(l-z)}{c} n_{x'}\right)\right] dz$$

Le déphasage totale subi entre 0 et l est :

$$\Delta \Phi_{\chi'} = \frac{w}{c} n_0 l - \frac{w}{c} \frac{n_0^3 r_{63}}{2} V_0 \cos \left[w_m \left(t - \frac{l n_{\chi'}}{2c} \right) \right] \left(\frac{\sin \frac{w_m l n_{\chi'}}{2c}}{\frac{w_m l n_{\chi'}}{2c}} \right)$$

De même pour le déphasage subi par la composante polarisée suivant Oy':

$$\Delta \Phi_{y'} = \frac{w}{c} n_0 l + \frac{w}{c} \frac{n_0^3 r_{63}}{2} V_0 \cos \left[w_m \left(t - \frac{l n_{y'}}{2c} \right) \right] \left(\frac{\sin \frac{w_m l n_{y'}}{2c}}{\frac{w_m l n_{y'}}{2c}} \right)$$

La déférence de phase entre les deux composantes est :

$$\Gamma = \frac{w}{c} \frac{n_0^3 r_{63}}{2} V_0 \left\{ \cos \left[w_m \left(t - \frac{\ln_{y'}}{2c} \right) \right] \operatorname{sinc} \left(\frac{w_m \ln_{y'}}{2c} \right) + \cos \left[w_m \left(t - \frac{\ln_{x'}}{2c} \right) \right] \operatorname{sinc} \left(\frac{w_m \ln_{x'}}{2c} \right) \right\} \dots (113)$$

où sinc(x) = sin(x)/x.

En remarque que $\tau_{y'} = \frac{n_{y'}l}{c} \cong \tau_{x'} \cong \frac{n_{x'}l}{c} \cong \frac{n_0l}{c} = \tau$, devient :

La relation (116) montre que lorsque $w_m \tau/2 \ll 1$ (alors $sinc(\frac{w_m \tau}{2}) \cong 1$), le retard de phase est modulé à la fréquence w_m et ne subit pas d'atténuation. Le facteur $sinc(\frac{w_m \tau}{2})$ donne la diminution de l'amplitude du retard Γ due au temps de transit. Pour une longueur de cristal donnée, le temps de transit ne joue aucun rôle pour des fréquences de modulation telles que $w_m \tau/2 \ll 1$. Si l'on définit la fréquence de modulation maximale celle pour laquelle $sinc(\frac{w_m \tau}{2})=0.9$, alors :

$$(w_m)_{max} \cong \frac{2}{\tau} \frac{\pi}{4} = \frac{\pi c}{2n_0 l}$$

d'où :

$$f_{max} = \frac{c}{4n_0 l}$$
(115)

Pour un cristal de KDP de longueur 1cm et d'indice 1.5, on trouve $f_{max} = 5GHZ$.

III.4.3 Modulation à ondes progressives :

La limitation liée au temps de transit peut être dépassée en ayant un champ électrique qui se propage dans la même direction que l'onde optique : les modulateurs utilisant cette technique sont appelés modulateurs à ondes progressives. Le schéma de principe est donné sur la figure (18) :



Fig 18 : Modulateur à ondes progressives. Les deux électrodes jouent le rôle d'un guide d'onde électrique.

Dans le cas où le champ électrique se propage, la différence de potentiel entre les deux électrodes prend la forme :

$$V = V_0 \cos(w_m t - k_m z)$$

C'est donc une onde progressive qui se propage dans la même direction que l'onde optique. Par un calcul similaire à celui du paragraphe précédent, on démontre que le déphasage entre les deux directions neutres d'oscillation est :

$$\Gamma = \Gamma_0 \cos\left[w_m t - \frac{1}{2} w_m t \left(1 + \frac{v}{v_m}\right)\right] sinc\left[\frac{w_m t}{2} \left(1 - \frac{v}{v_m}\right)\right] \dots (116)$$

où :

 τ : le temps de transit

 v_m : la vitesse de phase de l'onde électrique

\boldsymbol{v} : la vitesse de phase de l'onde optique

On voit que lorsque les deux vitesses de phase sont égales, alors le *sinc* vaut 1. Le temps de transit n'a alors aucune influence sur la modulation et un déphasage optimal est réalisé quelle que soit la longueur de cristal.

Chapitre W

structures antirellets

Introduction :

Dans les liaisons optiques, comme dans tous les systèmes de communications, il existe trois blocs importants pour effectuer la transmission de l'information : L'émetteur, le canal de communication et le récepteur. Notre but est de transporter de l'information par voie optique. Dans ce cas la lumière émise par l'émetteur, qui est la diode laser, joue le rôle de porteuse et le modulateur celui de convertisseur électrique/optique du signal. Le canal de transmission est une fibre optique. Cette dernière permet de transporter la porteuse optique modulée. Enfin, le photorécepteur assume la détection du signal optique véhiculé en effectuant une conversion optique/électrique.

Dans le paragraphe précédant nous avons décrit les composants qui constituent les éléments fondamentaux d'une liaison optique. Mais pour éliminer les problèmes relatifs à la réflexion de la lumière, entre la diode laser et le modulateur d'une part et entre le modulateur et la fibre optique d'autre part ; on a fait appel à des structures antireflets.

IV.1 Structures antireflets [12] :

Le défi est de réaliser une structure à multicouche ayant un facteur de réflexion (Rapport entre le rayonnement réfléchi par une surface et le rayonnement incident sur cette surface.) le plus petit possible. Ceci dépendra du nombre de couches utilisées, leurs épaisseurs et les indices de réfraction (Indication numérique qui sert à exprimer le rapport entre la vitesse de la lumière dans le vide et la vitesse de la lumière dans le milieu de propagation). En général, plus on utilise de couches - pour des choix optimaux des épaisseurs et des indices de réfraction - plus le domaine spectral est élargi dans lequel le facteur de réflexion est réduit, Un exemple est montré à la figure 1. Il est à noter que sans une structure antireflet, 30% de réflexion est anticipée.


Fig 1 : Effet d'une superposition antireflet sur le coefficient de réflexion

IV.2 Coefficients de Fresnel [13] :

Les coefficients de Fresnel, introduits par Augustin Jean Fresnel (1788-1827), interviennent dans la description du phénomène de réflexion-réfraction des ondes électromagnétiques à l'interface entre deux milieux, dont l'indice de réfraction est différent. Ils expriment les liens entre les amplitudes des ondes réfléchies et transmises par rapport à l'amplitude de l'onde incidente.

IV.2.1 Généralités :

On définit le coefficient de réflexion en amplitude r et le coefficient de transmission en amplitude t du champ électrique par :

$$r = \frac{E_r}{E_i}$$
 et $t = \frac{E_t}{E_i}$

où E_i, E_r et E_t sont les amplitudes associées respectivement au champ électrique incident, réfléchi et transmis (réfracté).

En général, ces coefficients dépendent:

- des constantes diélectriques des milieux d'entrée et de sortie, respectivement ε_1 et ε_2 .
- de la fréquence f de l'onde incidence
- des angles d'incidence $\theta_i = \theta_1$, et de réfraction-transmission $\theta_t = \theta_2$.
- de la polarisation des ondes. Polarisation de l'onde qui peut éventuellement être modifiée pendant le franchissement de l'interface.

Ils sont obtenus en considérant les relations de continuité à l'interface des composantes tangentielles des champs électriques et magnétiques associés à l'onde.



Fig 2 : réflexion-transmission d'une onde plane à lors d'un saut d'indice.

IV.2.2 Calculs des coefficients dans le cas général :

Considérons 2 milieux, d'indices de réfraction différents, séparés par une interface plane.

IV.2.2.1 Hypothèses de travail :

L'onde incidente est une onde plane, de vecteur d'onde \vec{K} , et de pulsation $\boldsymbol{\omega}$.

Les coefficients de Fresnel calculés ici ne sont valables que sous les hypothèses suivantes sur les milieux :

- Ils sont non magnétiques.
- Ils sont linéaires, homogènes et isotropes.

On rajoute aussi une hypothèse de calcul à savoir l'hypothèse harmonique qui consiste à considérer les grandeurs électromagnétiques à une fréquence particulière, et à les noter

comme les parties réelles de grandeurs complexes. Ceci simplifie les calculs et permet aussi de déduire des équations de manière esthétique des phénomènes électromagnétiques comme l'absorption, le déphasage de l'onde, les ondes évanescentes...

Les coefficients de Fresnel dépendent de la polarisation du champ électromagnétique, on considère en général 2 cas:

• Transverse électrique (TE): le champ électrique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ magnétique est contenu dans le plan d'incidence.

• Transverse magnétique (TM): le champ magnétique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, le champ électrique est contenu dans le plan d'incidence.

a) Cas des ondes transverse électrique :

Considérons une onde plane électromagnétique :

$$\vec{E} = E \exp i(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t) \cdot \vec{e}_y \ o\hat{u} \ E \ \text{représente l'amplitude complexe}$$
$$\vec{H} = \frac{1}{\omega\mu} (\vec{K} \wedge \vec{E})$$

Dans le cas où le champ électrique incident est polarisé perpendiculairement au plan d'incidence, les composantes tangentielles du champ électrique et du champ magnétique sont continues :

$$\vec{E}_i + \vec{E}_r = \vec{E}_t \Rightarrow 1 + r_{TE} = t_{TE}$$

 $K_{iz}(1 - r_{TE}) = K_{tz}t_{TE}$

Les coefficients de transmission et de réflexion s'écrivent alors :

$$r_{TE} = \frac{K_{iz} - K_{tz}}{K_{iz} + K_{tz}}, t_{TE} = \frac{2K_{iz}}{K_{iz} + K_{tz}}$$



Fig 3 : Champ électrique polarisé perpendiculairement au plan d'indice.

En introduisant, pour chaque milieu, la relation de dispersion $k = \frac{\omega}{c}n$, on obtient les coefficients de Fresnel en fonction des caractéristiques de l'incidence (n_1, θ_1) et de la réfraction (n_2, θ_2) :

$$r_{TE} = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}, t_{TE} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}$$

en incidence normale $\theta_1 = 0$ donc $\theta_2 = 0$:

$$r_{TE} = rac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}, t_{TE} = rac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Les indices de réfraction étant complexes, la polarisation de l'onde transmise et réfléchie peut être modifiée par rapport à l'onde incidente. Même dans le cas où ces indices seraient réels, dans le cas $n_2 > n_1$, il se peut que le coefficient de réflexion devienne négatif, l'onde réfléchie est alors déphasée de 180° par rapport à l'onde incidente.

La seule façon d'annuler le coefficient de réflexion est, en tenant compte des Lois de Snell-Descartes, d'avoir $n_1 = n_2$. Par conséquent, une onde polarisée transverse électrique subit une réflexion dès qu'elle passe dans un milieu d'indice optique différent, ce qui n'est pas le cas d'une onde transverse magnétique (existence d'un Angle de Brewster).

b) Cas des ondes transverse magnétique :



Milieu d'indice : $n_1 = \sqrt{\varepsilon_{r1}}$

Fig 4 : Champ magnétique perpendiculairement au plan d'indice.

$$r_{TM} = \frac{\varepsilon_2 K_{iz} - \varepsilon_1 K_{tz}}{\varepsilon_2 K_{iz} + \varepsilon_1 K_{tz}}, t_{TM} = \frac{2\varepsilon_2 K_{iz}}{\varepsilon_2 K_{iz} + \varepsilon_1 K_{tz}}$$

En introduisant, pour chaque milieu, la relation de dispersion $k = \frac{\omega}{c}n$, on obtient les coefficients de Fresnel en fonction des caractéristique de l'incidence (n_1, θ_1) et de la réfraction (n_2, θ_2) :

$$r_{TM} = \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}, t_{TM} = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}$$

en incidence normale $\theta_1 = 0$ donc $\theta_2 = 0$:

$$r_{TE} = rac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1}, t_{TE} = rac{2n_1}{n_1 + n_2}$$

Le cas TM est remarquable car le coefficient de réflexion peut devenir nul pour un angle d'incidence, dit angle de Brewster.

IV.3 Extension au cas des interfaces multiples :

On peut définir des coefficients de Fresnel globaux pour un système constitué de plusieurs couches de milieux d'indices différents.

On considère pour les calculs suivants les permittivités diélectriques et non les indices de réfraction ($\varepsilon = n^2$) afin d'alléger les notations.

• Cas de deux interfaces :

Considérons 3 milieux M_a , M_b , et M_c de permittivités diélectriques consécutives différentes, séparés par 2 interfaces planes.

Notions :

- Soit d l'épaisseur de M_b , (M_a et M_c sont semi-infinis).
- Soient θ_i et θ_i respectivement les angles d'incidence et de réfraction à l'interface entre

 M_i et M_j (avec i, j = a, b ou b, c)

• Soit

$$K_{bz} = \sqrt{K_b^2 - K_{bx}^2} = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon_b - \varepsilon_b \sin^2 \theta_b}$$

la composante suivant z du vecteur d'onde dans M_b .

Soit r_{ij} le coefficient de réflexion entre M_j et M_j tel que défini précédemment (r_{ij} dépend de la polarisation TM ou TE, ainsi que des angles θ_iet θ_j,

avec i, j= a, b ou b, c).

Formule :

Le coefficient de réflexion global s'écrit alors :

$$r_g = \frac{r_{ab} + r_{bc} e^{2ikb_{bz}d}}{1 + r_{ab} r_{bc} e^{2ikb_{bz}d}}$$

Cette relation décrit aussi bien le comportement de la simple lame à face parallèle que les cas plus spectaculaires des couches antireflets: on joue pour ce faire sur l'indice et l'épaisseur du milieu intermédiaire en fonction des indices des milieux extrêmes.



Fig 5 : Réflexions multiples entre deux interfaces.



Conclusion générale :

La fonction de modulation optique est intégrée dans le système de télécommunication optique. Il existe deux techniques de modulation : La modulation directe et la modulation externe.

La modulation directe consiste à moduler en intensité directement le courant injecté dans le LASER semi-conducteur. Cette technique, connaît beaucoup d'avantages, en particulier le faible coût de mise en œuvre mais elle comporte aussi des limites : la première c'est la faible puissance disponible qui peut néanmoins être aujourd'hui compensée par l'utilisation d'amplificateurs à (fibre optique dopée à l'erbium, ou à effet Raman). La seconde repose sur le débit maximal atteint et qui est inferieure à 10GB/s. Pour limiter le problème de limitation en débit, on est contraint d'utiliser la technique de la modulation externe.

La modulation externe présente quant à elle de nombreux avantages. Elle est plus rapide et permet donc d'envoyer des débits plus élevés. Le bruit, le chirp ne sont pas inexistants dans les modulateurs externes, mais leurs valeurs sont nettement plus faibles que dans les diodes lasers.

La modulation électro-optique à effet Pockels et à effet Kerr, présente des avantages et des inconvénients. Pour le premier, on trouve que le signal modulé est proportionnel à l'excitation donc on a besoin d'une faible excitation, mais il présente quelques inconvénients liés au type de matériaux qui sont rares et très cher. Pour le second il est facile à mettre en œuvre (matériaux disponible), par contre le signal est proportionnel au carré de champ, donc il nécessite une grande excitation.

Les principaux avantages de modulateur Mach-Zehder sont d'un très faible phénomène de chirp par rapport à la modulation directe, il est indispensable pour les transmissions optiques à très haut débit et il a une certaine indépendance à la longueur d'onde utilisée. Le composant en $LiNbO_3$ présente les avantages suivants : montage plus facile de la fibre amorce, directement collée en bout de guide, pertes de couplage faible entre fibre et guide en niobate de Lithium car le guide présente des caractéristiques similaires à celle des fibres monomode. Les tensions nécessaires pour commander ce type de modulateur sont le principal inconvénient ; elles sont relativement très élevées.

Conclusion générale

Dans la chaîne de transmission, on trouve aussi des structures antireflets, entre LASER et modulateur d'une part et entre modulateur et fibre optique d'autre part. Une structure antireflet c'est une structure à multicouche avec un facteur de réflexion (rapport entre le rayonnement réfléchit par une structure et le rayonnement incident sur cette surface). Elle permet d'avoir une transmission totale de l'information.



[1] Marc Bouvrot, Micro modulateurs de lumière à base de cristaux Electro-optique à coefficients géants, Université de Franche-Comté Ecole Doctorale SPIM, Thèse de Doctorat, 2010.

[2] Houda Brahimi, Etude en bruit de systèmes optiques hyperfréquences Modélisation, caractérisation et application à la métrologie en bruit de phase et à la génération de fréquence, Université de Toulouse, Thèse de doctorat. 2010

[3] Thibaut Jacqmin, Modulation directe du courant d'injection de diodes laser pour pièges magnéto-optiques de 87 Rb et 40K, University of Otago Dunedin, thèse de Doctoral, Nouvelle Zélande. 2007

[4] Younes ZOUINE, Contribution par la simulation système à l'étude des contraintes des composants optoélectroniques sur la transmission optique utilisant la technique CDMA, thèse de Doctoral, Université de Limoges. 2005

[5] Irène, Michel Joindot et douze co-auteurs, Les télécommunications par fibres, DUNOD.

[6] François Sanchiez, Optique non-linéaire (cours et problèmes résolus), ELLIPSES.

[7] Sébastien Kilburger, Réalisation et caractérisations d'hétéro structures à base de couches minces de LiNbO3 pour des applications en optique intégrée, thèse de Doctorat, Université de limoges, 2008.

[8] J.P.Salvestrini, Les modulateurs électro-optiques massifs, thèse de Doctorat, Université de Metz, 2006.

[9] Yousra Ben M'sallem, Génération d'impulsions optiques brèves à haut débit par mélange à quatre ondes, L'École Nationale Supérieure des Télécommunications de Paris (ENST), 2005/2006.

[10] Rosine Valois, thèse de doctorat, Université de Limoges.

Bibliographie

[11] Rachid Radouani, Dérive dans les modulateurs électro-optiques Mach-Zehnder, Analyse physique et résolution, thèse de Doctorat, Unité de recherche commune à l'Université Paul Verlaine – Metz et Supélec, 2006.

[12] José-Philippe Pérez, Optique : Fondements et applications.

[13] http://www.lac.u-psud.fr/experiences-optique/polarisation/cafe.htm