

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI DE TIZI-OUZOU



FACULTE DE GENIE ELECTRIQUE ET DE L'INFORMATIQUE
DEPARTEMENT D'ELECTROTECHNIQUE

Mémoire de Master Académique

En Electrotechnique

Spécialité : Machines électriques

Présenté par

ARDJAL AGHILES

Licence Académique, Université Mouloud Mammeri Tizi-Ouzou

Thème

Modélisation par éléments finis 2D du contrôle non destructif par courant de Foucault en vue de la caractérisation de défauts complexes

Mémoire soutenu publiquement le **03 Juillet 2013** devant le jury d'examen composé de :

Président **M. M. BOUHERAOUA** UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU.

Rapporteur **M. M. RACHEK** UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU.

Examineur **M. C. BIROUCHE** UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU.

Examineur **M. M. ZAOUIA** UNIVERSITE MOULOU D MAMMERI TIZI-OUZOU.

Remerciements

Je remercie en premier lieu Dieu le tout puissant pour m'avoir donné la force et la volonté d'accomplir ce travail.

Je tiens à remercier très vivement Monsieur **M'hemed RACHEK** maître de conférence A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, pour la confiance qu'il m'a accordé en me proposant ce thème. Que toute ma gratitude lui soit exprimée pour avoir accepté de me encadré et encouragé tout au long de ces travaux de mémoire ainsi que pour toute la documentation qu'il a mis à ma disposition. A sa grande expérience scientifique et à ses qualités humaines s'ajoute une capacité de prospection magique. Par sa disponibilité lors de mes différentes sollicitations et par ses conseils, il m'a constamment guidé et formé. Je lui serais toujours redevable.

J'adresse mes plus vifs remerciement Monsieur **Mustapha BOUHERAOUA** maître de conférences A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou. Pour l'honneur qu'il me fait en acceptant de présider le jury.

Mes remerciements vont également à tous les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en acceptant de participer au jury, en l'occurrence :

Monsieur **Chafik BIROUCHE** maître assistant A à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou

Monsieur **Mustapha ZAOUIA** maître de conférences B à l'Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mes parents pour leurs encouragements qui m'ont permis de finaliser ce travail.

Je remercie tous ceux qui ont contribué, de près ou de loin, pour la réalisation de ce travail.

AGHILES ARDJAL

Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

Mes très chers parents qui m'ont toujours encouragé et soutenu

Ma sœur et mes deux frères

Mes amis(es)

ARDJAL AGHILES

Table des matières

| | |
|--|----|
| Introduction générale | 1 |
| I. Etat de l'art sur le contrôle non destructif (CND) par Courant de Foucault(CF) | |
| I.1 Introduction..... | 3 |
| I.2 Différentes techniques de CND..... | 3 |
| I.2.1 CND par examen visuel | 3 |
| I.2.2 CND par ressuage | 4 |
| I.2.3 CND par la magnétoscopie..... | 4 |
| I.2.4 CND par radiographie..... | 5 |
| I.2.5 CND par ultrasons | 5 |
| I.2.6 CND par courants de Foucault | 6 |
| I.3 Présentation du CND par Courant de Foucault (CF)..... | 6 |
| I.3.1 Principe physique de CND-CF | 6 |
| I.3.2 Effet de peau | 7 |
| I.3.3 Domaines d'application | 9 |
| I.3.4 Classification des capteurs | 9 |
| I.3.4.1 Capteur caractérisé par sa géométrie..... | 10 |
| I.3.4.2 Capteur caractérisé par sa fonction | 12 |
| I.3.4.3 Capteur caractérisé par le mode de contrôle..... | 13 |
| I.3.5 Différents modes d'excitation | 13 |
| I.4 Avantages et limites du CND par courant de Foucault | 14 |
| I.5 Système multi-capteurs et capteurs multiéléments à Courants de Foucault | 15 |
| I.6 Conclusion | 17 |
| II. Mise en équations électromagnétiques | |
| II.1 Introduction..... | 18 |
| II.2 Equations générales de l'électromagnétisme | 18 |
| II.2.1 Les équations de Maxwell générales | 18 |
| II.2.2 Equation de continuité (conservation de la charge) | 19 |
| II.2.3 Loi de comportement des milieux | 19 |
| II.2.4 Condition de passage (relations de continuité) | 20 |
| II.3 Formalisme générale des équations électromagnétiques (Diagramme de Tonti) | 21 |
| II.3.1 Diagramme de Tonti..... | 21 |
| II.3.2 Notion de potentiels scalaire et vecteur électrique/magnétique | 21 |
| II.3.3 Conditions de Jauge..... | 22 |
| II.3.4 Electromagnétique en régime quasi-stationnaire | 23 |
| II.4 Modèles électromagnétiques en champs statiques générale | 23 |
| II.4.1 Equations EM en champs statique..... | 23 |
| II.4.2 Modèle électrostatique..... | 24 |
| II.4.3 Modèle électrocinétique..... | 24 |
| II.4.4 Modèle magnétostatique | 25 |
| II.5 Modèles électromagnétiques en champs dynamiques..... | 27 |
| II.5.1 Equations dynamique générale (régime quasi-stationnaire) | 27 |
| II.6 Conditions aux limites..... | 29 |

| | |
|-------------------------------------|----|
| II.6.1 Condition de Dirichlet | 30 |
| II.6.2 Condition de Neumann | 30 |
| II.7 Conclusion | 30 |

III. Formulations électromagnétiques dédiées aux dispositifs de CND-CF

| | |
|---|----|
| III.1 Introduction | 31 |
| III.2 Formulations en potentiel vecteur magnétiques et potentiel scalaire électrique généralisées | 31 |
| III.2.1 Formulation AV | 31 |
| III.2.2 Formulation A^* | 32 |
| III.2.3 Formulation $\vec{T}\varphi$ | 32 |
| III.2.4 Formulation en potentiel scalaire réduit φ_r | 33 |
| III.3 Couplage entre les formulations | 34 |
| III.4 Modèle d'équations électromagnétiques en AV pour un dispositif de CND-CF | 35 |
| III.5 Equation magnétodynamique bidimensionnelle | 35 |
| III.5.1 Equations électromagnétiques 2D en coordonnées cartésiennes | 36 |
| III.5.2 Equations électromagnétiques 2D en coordonnées cylindriques | 36 |
| III.6 Relations énergétiques (vecteur de Poynting) | 38 |
| III.7 Conclusion | 39 |

IV. Méthodes de résolution et calcul des grandeurs globales

| | |
|---|----|
| IV .1 Introduction | 40 |
| IV.2 Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques | 40 |
| IV.3 Méthode des éléments finis | 41 |
| IV.3.1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique | 42 |
| IV.3.2 Discrétisation du domaine par élément finit (maillage) | 43 |
| IV.3.3 Fonction d'approximation | 44 |
| IV.3.4 Formulations intégrales | 45 |
| IV.4 Méthodes des différences finies (MDF) | 46 |
| IV.5 Méthode des intégrales de frontières (MIF) | 46 |
| IV.6 Méthodes des volumes finis (MVF) | 46 |
| IV.7 Formulation éléments finis des équations du modèle | 47 |
| IV.7.1 Equation magnétodynamique | 47 |
| IV.8 Méthodes de calcul de l'impédance vue par capteur | 50 |
| IV.8.1 Impédance à travers les énergies électromagnétiques | 50 |
| VI.8.2 Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique | 51 |
| IV.9 Conclusion | 53 |

V. Méthodes de prise en compte du mouvement

| | |
|--|----|
| V.1 Introduction | 54 |
| V.2 Techniques de remaillage complet ou partiel | 54 |
| V.3 Les méthodes analytiques (technique de couplage de méthodes) | 55 |
| V.4 Méthodes de raccordement de maillage fixe et mobile | 56 |
| V.5 Méthode de la bande géométrique (affectation des propriétés) | 58 |
| V.6 Conclusion | 59 |

VI. Applications de la technique de CND-CF

| | |
|---|-----------|
| VI.1 Introduction | 60 |
| VI.2 Description du dispositif d'étude..... | 60 |
| VI.3 Description de la simulation..... | 61 |
| VI.3.1 Domaine d'étude..... | 63 |
| VI.3.2 Maillage du domaine..... | 63 |
| VI.4 Exploitation du modèle pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométrique du défaut..... | 63 |
| VI.4.1 Position du défaut | 64 |
| VI.4.2 Profondeur du défaut..... | 64 |
| VI.4.3 Forme du défaut..... | 66 |
| VI.4.4 Défaut complexes (fissure)..... | 67 |
| VI.4.5 Défaut complexes (corrosion)..... | 68 |
| VI.4.6 Défaut complexes (fissure incliné de droite à gauche) | 69 |
| VI.4.7 Défaut complexes (fissure incliné de gauche à droite) | 70 |
| VI.4.8 Interprétation des résultats..... | 71 |
| VI.5 Séparation des défauts proches..... | 72 |
| VI.5.1 Deux défauts identiques en surface..... | 72 |
| VI.5.2 Deux défauts identiques un en surface et l'autre sous cutané | 74 |
| VI.5.3 Deux défauts différents en surface..... | 76 |
| VI.5.4 Deux défauts différents un en surface et l'autre sous cutané | 78 |
| VI.5.5 Interprétation des résultats..... | 80 |
| VI.6 Localisation de défaut dans les pièces stratifiées (multicouche) ferromagnétique | 81 |
| VI.7 Conclusion..... | 81 |
| Conclusion Générale | 82 |

Introduction générale

Introduction générale

La problématique du Contrôle Non Destructif (CND) consiste à détecter des défauts dans une pièce, c'est à dire à mettre en évidence la présence d'une hétérogénéité dans le matériau contrôlé. Cette problématique répond à des enjeux majeurs, tels que la sécurité et la fiabilité des systèmes industriels (secteurs nucléaires et aéronautique) et des personnes, l'optimisation des cycles de maintenance et le développement durable. En effet, une connaissance fine de l'état d'intégrité d'une structure peut permettre de prolonger sa durée de vie, éventuellement au delà de la durée initialement prévue, tout en maintenant un degré de fiabilité élevé.

Actuellement, le CND a atteint une maturité industrielle grâce à l'évolution et la perfection des logiciels de simulation numérique. D'autre part, cette évolution est encouragée par les demandes des différents secteurs (aéronautique, nucléaire, métallurgie...) qui se sont trouvés devant la nécessité de se doter des techniques les plus sophistiquées pour se renseigner de l'état de santé, des caractéristiques physiques et géométriques des différents matériaux sans les détruire.

Parmi ces techniques de CND les plus utilisées : l'examen visuel, le ressuage, la magnétoscopie, la radiographie, les ultrasons, les courants de Foucault...Le choix de l'une d'entre elles dans une application dépend d'un certain nombre de paramètres : la nature des matériaux à contrôler, la nature de l'information recherchée (détection ou mesure, position et forme du défaut), l'environnement du contrôle et le contexte économique (coût ...). La contrainte d'utilisation est nécessaire à avoir des propriétés des matériaux à contrôler compatibles avec le phénomène physique mis en jeu par la méthode de CND choisie et que les grandeurs mesurées soient significatives afin d'être correctement interprétées [Duro 85], [Maou 07] [Zaou 08]. Dans ce travail, nous nous intéressons au CND par courants de Foucault (CF).

La technique des Courants de Foucault (CF) est largement utilisée dans le domaine du CND, dès lors qu'il s'agit de matériaux électriquement conducteurs. Cette méthode est en effet sensible à des défauts dans l'état géométrique ou électromagnétique d'une pièce, comme des inclusions, des fissures ou les effets de la corrosion. De plus, elle est aisée à mettre en œuvre, robuste dans le cadre des applications industrielles et relativement peu coûteuse. Cependant, le besoin grandissant de fiabilité et de rapidité pour les opérations d'inspection requiert le développement de nouveaux systèmes de contrôle

L'objectif recherche à travers ce mémoire est de modéliser le système du CND-CF en vue de

- Caractériser des défauts complexes (fissures, corrosion,...) sur une plaque conductrice
- Mesurer le pouvoir de séparation du système entre deux défauts proches
- Caractériser les défauts sur une plaque multicouches

La modélisation des phénomènes du CND-CF est basée sur les équations de Maxwell auxquelles on ajoute les relations constitutives, les conditions aux limite et les conditions de continuité. La résolution de ces équations est faite par la méthode des éléments finis (MEF) qui prend en compte les géométries complexes. La prise en compte du déplacement du capteur le long de la pièce nécessite l'introduction d'une technique de simulation de mouvement qui est dans notre cas la méthode d'affectation de propriétés

Structure du mémoire

La présentation de ce travail de mémoire est structurée en six chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'état de l'art sur le contrôle non destructif à partir des différentes techniques mises en œuvre, mettant en avant les principes physiques qui les régissent, avec une intention particulière accordée au contrôle par courant de Foucault.

Le second chapitre traite des équations électromagnétiques de base qui décrivent la création et le comportement des courants de Foucault

Dans le troisième chapitre, nous abordons les diverses formulations électromagnétiques de bases pour le dispositif de CND-CF ainsi que les relations énergétiques

Les équations étant formulées, le quatrième chapitre fera l'objet d'un exposé sur les méthodes de résolution des équations aux dérivées partielles, avec un intérêt particulier à la méthode des éléments finis qui sera utilisée dans ce mémoire pour résoudre l'équation de la magnétodynamique, avec une implantation d'algorithme de calcul sous environnement MATLAB.

Dans le cinquième chapitre, nous abordons les différentes méthodes de prise en compte du mouvement dans les systèmes électromagnétiques en général et en particulier dans les systèmes de CND-CF.

Le dernier chapitre est consacré à la clôture de l'étude et à la rattacher au but pour lequel est faite à travers les différentes applications et les résultats de simulation. Les applications présentées concernent l'application du modèle développé pour les systèmes de contrôle non destructif par courants de Foucault en vue de la localisation de différents types de défaut dans les pièces conductrices.

On terminera ce travail par une conclusion générale et des perspectives.

I. Etat de l'art sur le contrôle non destructif (CND) par Courant de Foucault(CF)

| | |
|--|-----------|
| I.1 Introduction | 3 |
| I.2 Différentes techniques de CND..... | 3 |
| I.3 Présentation du CND par Courant de Foucault (CF)..... | 6 |
| I.4 Avantages et Limites du CND par courant de Foucault | 14 |
| I.5 Système multi-capteurs et capteurs multiéléments à Courants de Foucault | 15 |
| I.6 Conclusion | 17 |

I.1 Introduction

Le Contrôle Non Destructif (CND) regroupe l'ensemble des techniques qui permettent d'inspecter une pièce sans la dégrader et d'en rechercher les éventuels défauts susceptibles d'avoir des conséquences néfastes sur la fonction qu'elle assure, aussi bien en cours de la production (les pièces qui sortent des fonderies ne sont jamais exemptes de défaut), que d'utilisation (apparition de défaut). Le contrôle non destructif apparaît comme un élément majeur du contrôle de la qualité et de la santé des produits. Il se différencie de l'instrumentation de laboratoire et industrielle puisque l'objet est la détection et la mise en évidence des hétérogénéités, anomalies et défauts susceptibles d'altérer la disponibilité, la sécurité d'emploi, et plus généralement la conformité d'un produit à l'usage auquel il est destiné, plutôt que de mesurer des paramètres physiques tels que le poids ou les cotes d'une pièce [Dumo 96],[Slim 08].

Selon la nature du matériau à tester et du phénomène physique mis en jeu, plusieurs techniques existent et les méthodes les plus répandues dans l'industrie sont l'examen visuel, le ressuage, la magnétoscopie, la radiographie, les ultrasons, thermographie, les méthodes coupleurs, et les courants de Foucault. L'objectif de ce chapitre consiste à décrire à travers une recherche bibliographique le contrôle non destructif et plus particulièrement par Courants de Foucault (CND-CF).

I.2 Différentes techniques de CND

Diverses techniques de contrôle non destructif sont utilisées dans les milieux industriels, parmi lesquelles on citera, l'examen visuel, le ressuage, la magnétoscopie, la radiographie, les ultrasons, et les courants de Foucault. Le choix d'une méthode dépend principalement de la pièce à contrôler (nature du matériau, forme,...), du type de contrôle à effectuer (détection de défauts, mesure d'épaisseur,...) et des conditions dans lesquelles le contrôle doit être effectué.

I.2.1 CND par examen visuel

Le contrôle visuel est le plus ancien des contrôles non destructifs. C'est la méthode la plus utilisée, car la plus économique à mettre en œuvre. Elle nécessite uniquement les "bons yeux" d'un opérateur. Cet examen permet l'appréciation de nombreux paramètres (forme, couleur, défauts externes). Cette méthode est imprécise [Oukh 97], [Salh 08], [Chou 09], [Bouc 08].

I.2.2 CND par ressuage

Son principe consiste à faire pénétrer dans les fissures débouchantes un liquide coloré ou fluorescent dit "pénétrant" appliqué sur la surface à contrôler après l'avoir préalablement nettoyée. Ensuite on va éliminer le reste du pénétrant par un lavage adapté. La surface est alors recouverte d'une fine couche de "révélateur" qui absorbe le pénétrant contenu dans les anomalies et donne une tache colorée en surface plus large que l'anomalie, permettant ainsi de la localiser. On dit alors que le révélateur fait "ressuer" le pénétrant (figure I.1). Dans certaines industries, on utilise un pénétrant fluorescent révélé par un éclairage sous UV. Cette méthode de CND-ressuage permet seulement le contrôle en surface et non pas en profondeur [Dumo 96].

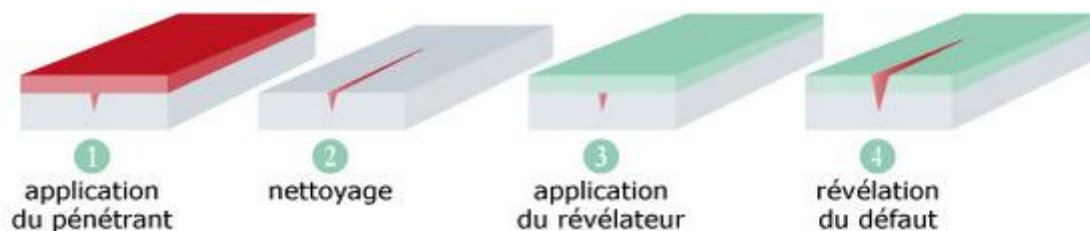


Figure I.1 - Principe du ressuage

Le CND-ressuage est utilisé pour le contrôle de pièces de sécurité, à l'unité, en petite ou moyenne série, au cours de leur fabrication ou des opérations de maintenance.

I.2.3 CND par la magnétoscopie

Cette méthode permet de mettre en évidence des défauts non débouchant mais proche de la surface. Elle est réservée aux pièces avec alliage ferromagnétique (fer, acier, fonte,...) [Bouc 08], [Kheb 07], [Chou 09]. Elle consiste à projeter une poudre magnétique à la surface et de la répartir de façon homogène ensuite on soumet la pièce à champ magnétique de valeur définie en fonction de la pièce (figure I.2).

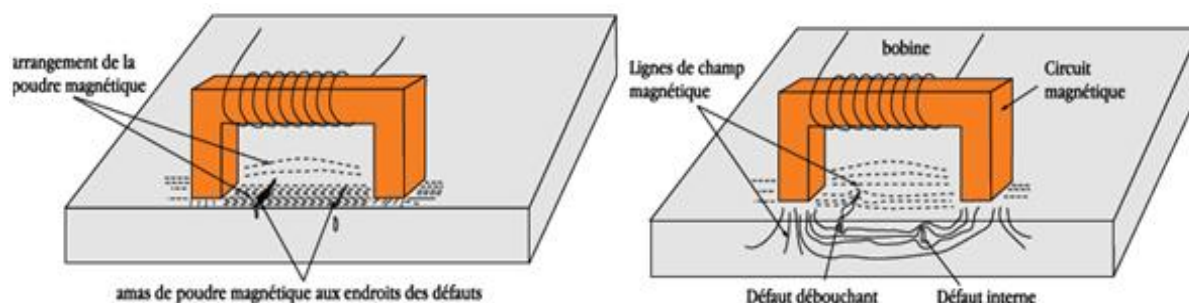


Figure I.2 – Principe de la magnétoscopie

I.2.4 CND par radiographie

Le principe de la radiographie est le même que pour le domaine médical, la pièce à contrôler est irradiée et traversée par des rayons X. Derrière elle, on place un récepteur, le plus souvent un film radiographique, afin de récupérer le rayonnement transmis. Une fois développé, le film permet d'obtenir une image de l'intérieur de la pièce et de localiser les éventuels défauts internes (figure I.3).

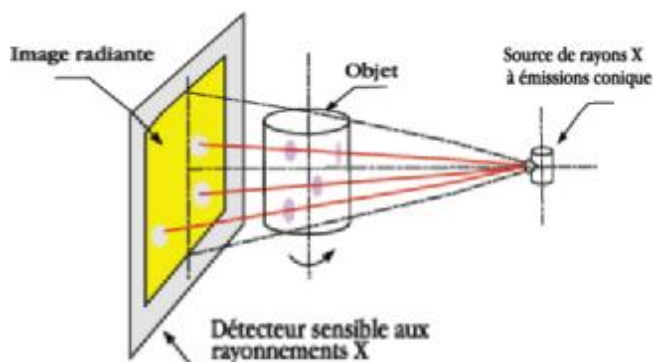


Figure I.3 – Principe de la radiographie aux rayons X

I.2.5 CND par ultrasons

Les ultrasons sont des vibrations mécaniques qui se propagent dans la matière. Le principe consiste à émettre une onde ultrasonore (par un transducteur) qui se propage dans la pièce à contrôler et se réfléchit, à la manière d'un écho, sur les obstacles qu'elle rencontre (défauts, limites de la pièce) (figure I.4). Le contact entre le transducteur et la cible n'est jamais parfait; il existe une couche d'air les séparant. La quasi-totalité de l'énergie émise par le transducteur à l'interface air-matériau ne pénètre pas à l'intérieur du matériau, d'où la nécessité de déposer un couplant (eau, huile par exemple) entre le transducteur et le matériau [Dumo 94], [Chou 09].

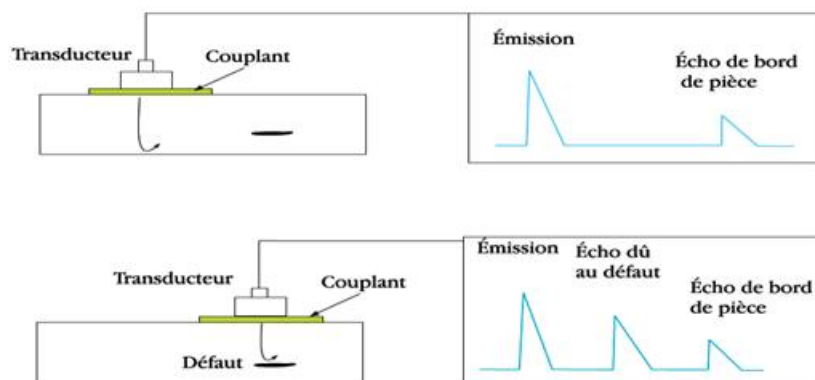


Figure I.4 – Principe des ultrasons

I.2.6 CND par courants de Foucault

Le contrôle par courant de Foucault est l'une des méthodes les plus privilégiées parmi les méthodes électromagnétiques de CND. Cette méthode ne s'applique qu'aux pièces électriquement conductrices et s'adapte très bien aux pièces cylindriques (barres, tubes,...) pour mettre en évidence les défauts surfaciques ou sous-cutanés ou n'importe quelle variation des paramètres physiques du matériau à contrôler (σ : conductivité électrique, μ : perméabilité magnétique). Sa particularité essentielle est de pouvoir injecter de l'énergie électromagnétique dans un dispositif sans qu'il y ait contact avec l'inducteur [Slim 08], [Zaou 08].

Puisque dans ce mémoire nous nous proposons d'étudier et de résoudre un problème de CND à l'aide d'une méthode CF, nous allons détailler plus amplement cette technique dans la suite de ce chapitre.

I.3 Présentation du CND par Courant de Foucault (CF)

I.3.1 Principe physique de CND-CF

Le principe consiste à soumettre une pièce à l'action d'un champ magnétique variable à l'aide d'une bobine (excitatrice) parcourue par un courant électrique variable, créant ainsi dans la pièce à contrôler des courants induits dont la trajectoire sera perturbée soit par la géométrie, soit par les caractéristiques internes de la pièce (figure I.5). Ces courants vont créer à leur tour un champ magnétique de réaction qui va s'opposer au champ initial d'excitation (loi de Lenz). Les courants de Foucault sont importants à la surface de la pièce et s'affaiblissent en allant sur la profondeur. L'utilisation des faibles fréquences peut assurer la capture des défauts profonds). En principe, cette technique est basée sur la mesure de la variation de l'impédance qui est souvent fonction de plusieurs paramètres. En effet, la variation de l'un de ces paramètres engendrera une modification sur de l'impédance aux bornes du capteur. A partir de la mesure d'impédance de ce type de capteurs il serait intéressant, dans le domaine du contrôle de pouvoir évaluer les propriétés physiques de la cible, qualitativement mais aussi quantitativement, et détecter d'éventuelles anomalies.

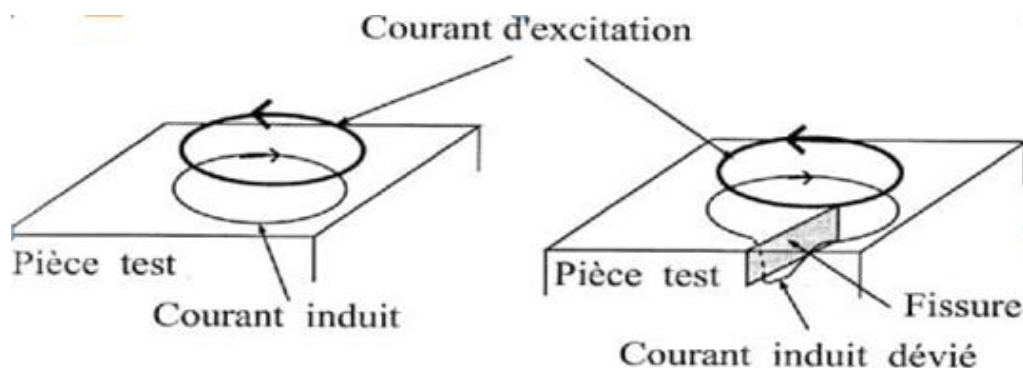


Figure I.5 – Principe du CND par courant de Foucault

La technique des courants de Foucault permet d'effectuer les contrôles suivants :

1. Le contrôle dimensionnel (caractérisation géométrique) s'applique à des mesures d'épaisseur de revêtement (ex : peinture, dépôt électrolytique) et la détermination des caractéristiques géométriques du matériau (ex : l'épaisseur de tubes ou de plaque).
2. Le contrôle métallographique (caractérisation électromagnétique) est destiné à discriminer les matériaux, de dureté, de composition chimique ou de structure métallographique différente
3. Le contrôle de l'état de santé et recherche de défauts (fissure, inclusions,...).

I.3.2 Effet de peau

Ce phénomène d'origine électromagnétique apparaît dans tous matériaux conducteurs parcourus par un courant électrique alternatif ou soumis à un champ électromagnétique variable dans le temps. Dans le cas du contrôle non destructif, les courants induits dans la pièce décroissent de manière exponentielle à partir de la surface. La grandeur caractéristique de ce phénomène est la profondeur de pénétration donnée par :

$$\delta = (1/\sqrt{\pi\mu_0\mu_r\sigma f})$$

Si on considère une pièce plane infinie excitée par une nappe de courants extérieure, de fréquence f , parallèle au plan, le module de la densité de courant dans la pièce est exprimé par la relation suivante [Choua 09].

$$J(z) = J_0 e^{-z/\delta}$$

- z la profondeur considérée à l'intérieur de la pièce.
- $J(z)$ le module de la densité de courant à la profondeur z .
- J_s le module de la densité de courant à la surface de la pièce ($z = 0$).

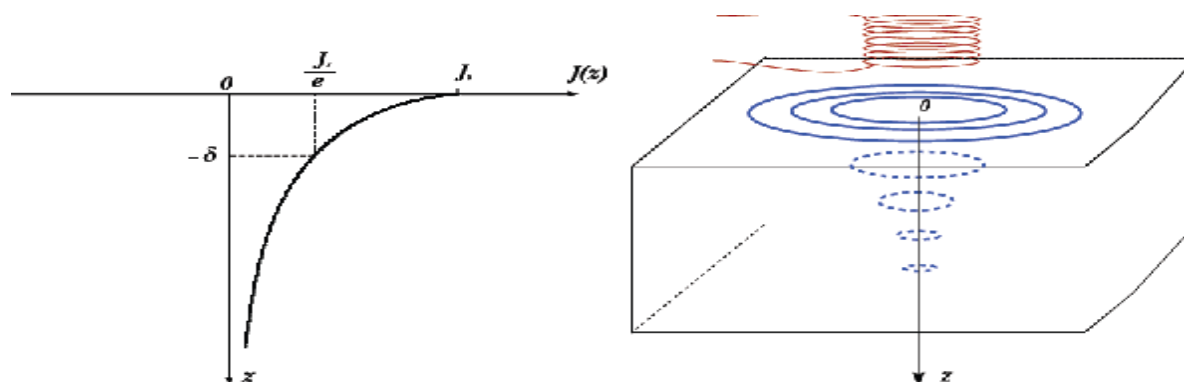


Figure I.7– Répartition des courants de Foucault dans une pièce

L'épaisseur de peau est en fonction de la fréquence de travail et des caractéristiques électromagnétiques. Par conséquent, les grandeurs ayant une influence sur l'intensité et la répartition des courants de Foucault sont :

a. Fréquence de travail

C'est le facteur essentiel qui définit la pénétration des courants de Foucault dans le matériau. On utilise les hautes fréquences pour la détection de microfissures, les moyennes fréquences pour les défauts superficiels et les basses fréquences pour la détection des défauts en profondeur.

b. Conductivité électrique

C'est une caractéristique électrique liée directement aux propriétés électriques du matériau conducteur. Elle influence positivement l'intensité des courants de Foucault dans le matériau et elle contribue avec la fréquence dans la profondeur de pénétration de ces courants dans le matériau.

c. Perméabilité magnétique

Elle concerne les matériaux magnétiques en caractérisant la nature de la pièce-cible du point de vue magnétique ou amagnétique. Elle intervient aussi dans l'épaisseur de peau électromagnétique.

d. Caractéristiques géométriques

On distingue deux paramètres géométriques qui caractérisent le dispositif de contrôle :

- La variation de l'épaisseur de matériau à contrôler provoque la variation de l'impédance.
- L'entrefer entre le capteur et la pièce à contrôler (lift-off) provoque la fluctuation de l'impédance ou de la tension induite.

Les fluctuations provoquées par ces deux paramètres (épaisseur et lift-off) peuvent prendre une amplitude telle qu'elles masqueront les indications caractéristiques des défauts.

e. Défauts

La présence d'un défaut cause des déviations qualitatives et quantitatives des courants de Foucault, et provoque la même variation de la tension induite qu'une variation de conductivité électrique du matériau. Le défaut est caractérisé du point de vue géométrique, soit par une modification de forme ou une absence de matière. La présence d'anomalies non conductrices ou de matières étrangères caractérisent le défaut sur le plan électromagnétique. Un défaut peut être situé à la surface de la pièce (corrosion), au milieu ou à l'intérieur de la pièce (fissures,...), avec des formes variées [Maou 07].

f. Température

Elle est l'élément perturbateur car la perméabilité magnétique et la conductivité électrique varient en fonction de la température.

I.3.3 Domaines d'application

On présente ci-dessous certaines applications de la méthode de contrôle par courants de Foucault: [Salh 08]

- Contrôle de filetage.
- Contrôles de tôles (d'épaisseur de revêtement/matériaux, recherche de défauts).
- Contrôles de nuances (composition, structure...).
- Contrôles de traitements thermiques de surface (dureté...).
- Contrôles de matériaux composites comportant des fibres conductrices.
- Contrôles de soudures qui ne présentent pas de vagues de solidification de soudage trop marquées.

I.3.4 Classification des capteurs

Un capteur à courants de Foucault peut accomplir diverses tâches, du fait que la répartition et l'intensité des courants de Foucault dépendent essentiellement de [Maou 07] [Salh 08] :

- La conductivité électrique σ .
- La perméabilité magnétique μ .
- La fréquence d'excitation f .
- La géométrie du matériau à contrôler.
- La distance entre le capteur et la pièce, elle s'appelle aussi l'entrefer ou bien Lift-off.
- Eventuellement, le défaut dans la pièce.

La configuration des capteurs diffère selon leurs géométries, leurs fonctions et leurs modes de contrôle.

I.3.4.1 Capteur caractérisé par sa géométrie

a. Sonde interne

C'est un capteur qui est destiné à l'examen d'un produit creux par l'intérieur, dont les enroulements de mesure entourent l'axe de translation. Ils opèrent soit avec ou sans noyau ferromagnétique, tel que est représenté par la figure I.9

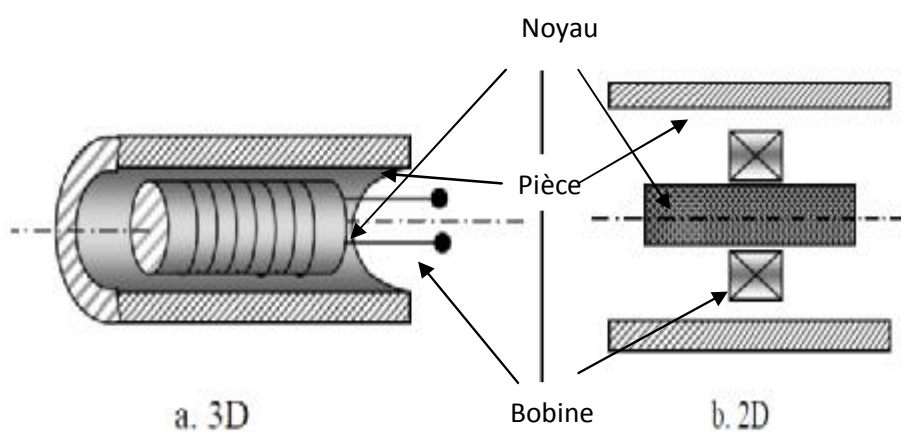


Figure I.9- Sonde interne

b. Sonde encerclant

C'est un capteur dont les enroulements de mesure entourent la pièce à examiner, tel que représenté par la (figure I.10). Il est utilisé pour contrôler par l'extérieur des objets de faibles sections, les tubes, les barres,...

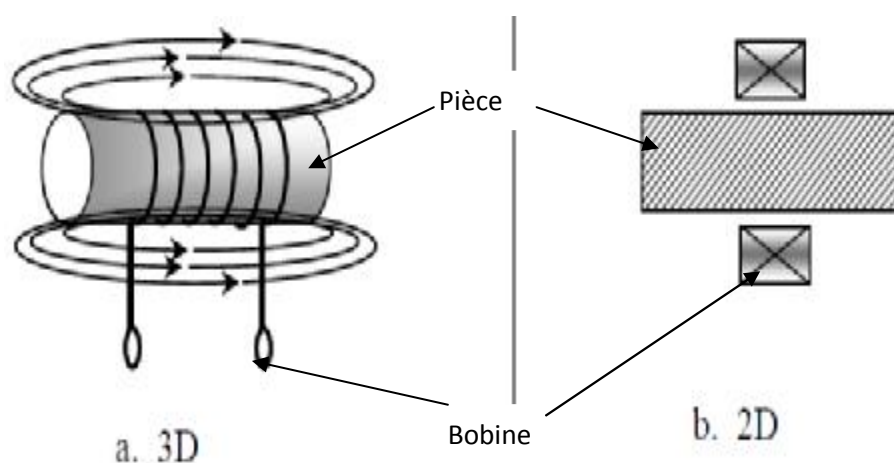


Figure I.10- Sonde encerclant

c. Capteur ponctuelle ou palpeur

Elle est utilisée pour l'inspection des objets à des endroits précis. L'axe du capteur est perpendiculaire à la surface de la pièce. En effet, ce palpeur permet de faire un contrôle local des pièces même celles dont la géométrie est complexe (figure I.11).

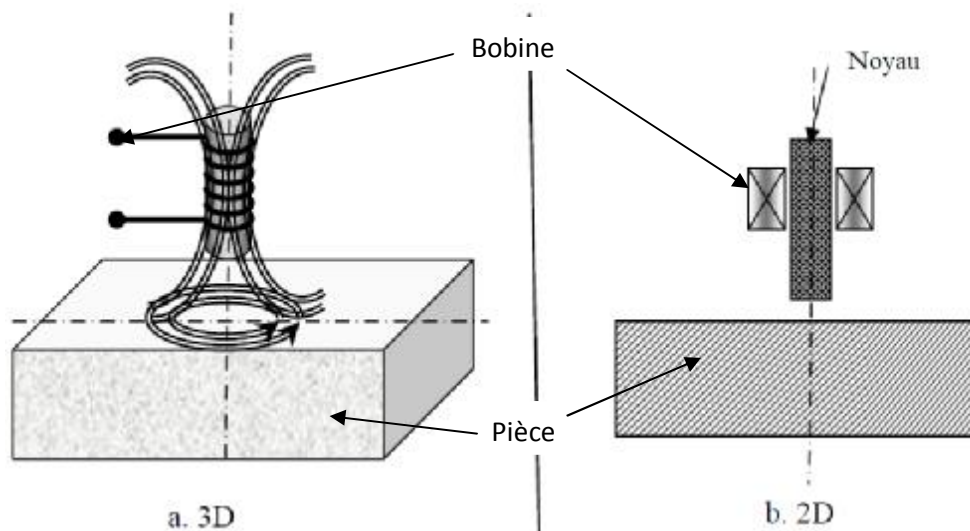


Figure I.11 –Capteur ponctuelle ou palpeur

d. Bobine plate

De la même manière que la bobine ponctuelle, ce capteur opère sur les surfaces des pièces. Vue sa géométrie, sa zone d'action est plus large (figure I.12).

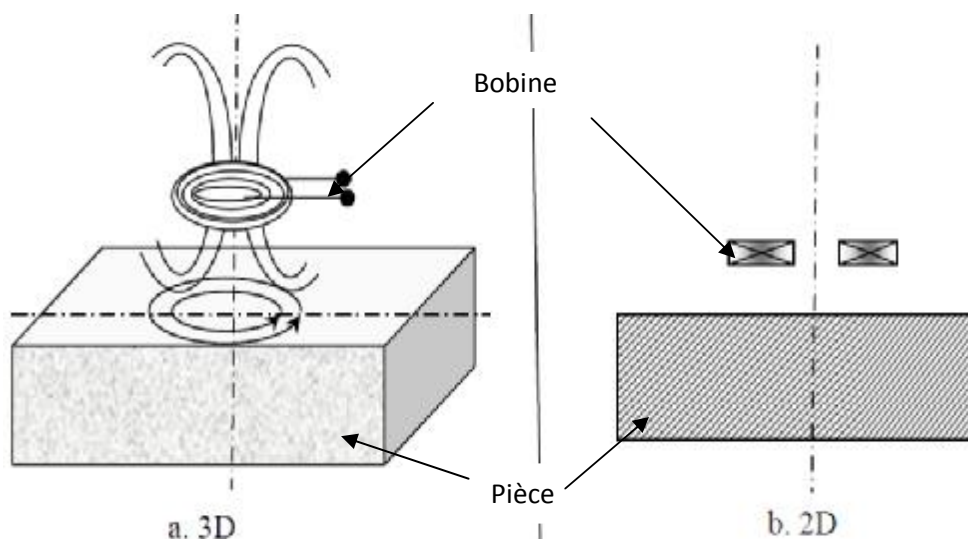


Figure I.12 –Bobine plate

I.3.4.2 Capteur caractérisé par sa fonction

a. Capteur à double fonction

Les capteurs à double fonction sont ceux qui sont le plus couramment utilisés pour les applications (CND-CF) à excitation sinusoïdale. Cette catégorie peut être subdivisée, avec d'un côté les capteurs mono-élément et de l'autre les capteurs multi-éléments ou multicapteurs. Dans chaque cas un élément est utilisé à la fois comme émetteur et comme récepteur (figure I.13).

Les capteurs mono-élément sont largement utilisés dans presque toutes les applications de (CND-CF) (pour la mesure de la conductivité électrique, pour celle de l'épaisseur d'un objet, pour celle de la corrosion d'un matériau, pour la détection des fissures, ...) à des fréquences faibles ou moyennes (de quelques Hz à quelques dizaines de MHz), l'exploitation se fait par la mesure de l'impédance équivalente de la bobine dans son environnement. Ce type de capteur est aussi appelé « capteur absolu » [Cung 12].

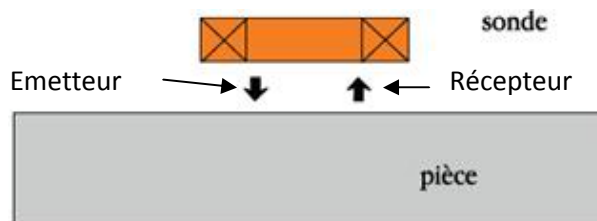


Figure I.13 – Sonde à double fonctions

b. Capteurs à fonctions séparés

C'est un type de capteurs où la fonction d'excitation et de réception est assurée par des éléments distincts. La réception peut alors se faire à un endroit différent de la position de l'émetteur (figure I.14). L'élément de mesure peut être une bobine plus petite aux bornes de laquelle on mesure la variation d'impédance [Kheb 07].

Les capteurs à fonctions séparées peuvent être utilisés en mode absolu ou en mode différentiel. Toutefois, le mode absolu est rarement utilisé à cause de la faible sensibilité des capteurs à fonctions séparées. On préfère en général le mode différentiel qui permet de mieux mettre en évidence la signature des petites fissures de surface ou enterrées à de faibles profondeurs [Cung 12].

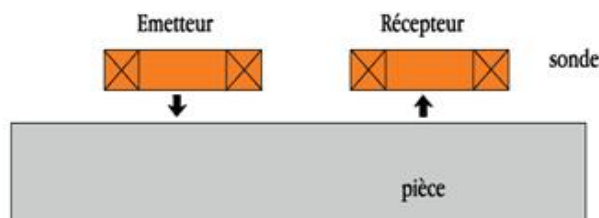


Figure I.14 – Sonde à fonctions séparées

I.3.4.3 Capteur caractérisé par le mode de contrôle

a. Capteurs à mode absolu

La méthode absolue utilise un capteur à double fonction. La mesure se fait par la comparaison du signal reçu à une référence artificielle. Ce mode permet d'accéder aux grandeurs utiles tout en tenant compte d'éventuelles grandeurs perturbatrices (température,...).

b. Capteurs à mode différentiels

Ils sont constitués d'au moins deux éléments de mesure rigidement liés dans le capteur. Dans le cas d'un capteur à deux éléments, la mesure différentielle équivaut à comparer deux mesures effectuées simultanément en deux emplacements voisins (figure I.15) [Kheb 07].

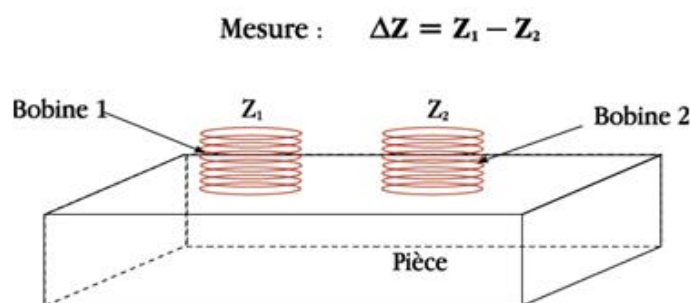


Figure I.15 – Sonde différentielle

I.3.5 Différents modes d'excitation

Dans le contrôle non destructif par courant de Foucault, la variation temporelle du champ d'excitation (dû à l'alimentation des capteurs) qui crée l'induction magnétique. On distingue trois modes d'excitation :

a. Excitation mono fréquence

Lors d'un contrôle mono-fréquence, le champ magnétique est généré par une bobine ou un inducteur alimenté par un courant sinusoïdal de fréquence fixe. La présence d'un défaut dans une pièce conductrice peut être détectée en mesurant la variation de l'impédance de la bobine d'excitation par rapport à celle mesurée sur une zone de l'échantillon exempte de défaut. Le choix de la fréquence dépend essentiellement de l'application visée et de la sensibilité aux paramètres recherchés.

b. Excitation multifréquence

La méthode multifréquence est sans doute celle qui est la plus utilisée dans le domaine du CND à courant de Foucault. En réalisant des mesures à plusieurs fréquences d'excitation, il est possible d'atténuer fortement l'effet des grandeurs perturbatrices. L'utilisation de n fréquences permet d'avoir $2 \times n$ informations réelles.

c. Excitation pulsée

L'analyse des signaux en CF pulsés est totalement différente de celle utilisée en CF sinusoïdaux. On exploite généralement la réponse temporelle directement fournie par la ou les bobines réceptrices. L'analyse se fait alors via l'étude de l'évolution d'un ou plusieurs points particuliers du signal de réception. Les caractéristiques des signaux transitoires couramment utilisées dans le domaine du CND par CF pulsés sont la valeur crête de l'amplitude « peak value » et l'abscisse temporelle de cette valeur crête « peak time ». La forme des signaux d'alimentation peut être rectangulaire, triangulaire ou semi-sinusoïdale, cette dernière étant la plus utilisée en raison de sa simplicité de mise en œuvre.

Un avantage du CND par CF pulsés, par rapport notamment aux CF mono-fréquence, est la possibilité d'inspecter les structures électriquement conductrices jusqu'à une profondeur relativement grande, grâce à un large spectre de fréquences et notamment basse fréquence. En revanche, cette méthode nécessite un temps d'inspection très élevé, en particulier si l'on utilise des techniques d'analyse spectrale [Cung2012].

I.4 Avantages et limites du CND par courant de Foucault

- Permet la détection des défauts débouchants ou faiblement enfouis (quelques millimètres) dans tout matériau conducteur.

- Ne nécessite pas l'utilisation de produits couplant. De même, aucune nuisance ou pollution n'est engendrée ni pour l'utilisateur ni pour l'environnement, contrairement, par exemple au ressuage, largement utilisé, qui nécessite l'application de produits chimiques nocifs.
- Transportabilité : le CND par CF ne nécessite pas de dispositif encombrant, et peut donc être effectué à des endroits difficilement accessibles moyennant un équipement portable. De même les contrôles à température élevées sont possibles.
- Inspections sans produits chimiques, sans nettoyage, écologiques et respectueuses des normes de santé et sécurité au travail (par rapport aux liquides d'imprégnation)

La méthode présente aussi ses limites

- Il ne s'applique qu'à des matériaux électriquement conducteurs
- Pour les courants induits ayant une amplitude inférieure à 95% de l'amplitude maximale au delà de 3δ , il est quasiment impossible de détecter des défauts à cette profondeur.
- Le positionnement : l'induction des courants de Foucault est fonction du couplage entre la sonde et la pièce. Si celui-ci varie au cours de la mesure ou n'est pas celui attendu, la mesure sera faussée. Un décollement ou une inclinaison de la sonde par rapport à la surface de la pièce sont les deux principaux problèmes de positionnement rencontrés, qui conduisent à une variation parasite de l'impédance mesurée [Rava 08].
- L'interprétation des signaux est souvent complexe [Choua 09]

I.5 Système multi-capteurs et capteurs multiéléments à Courants de Foucault

Les sondes à Courant de Foucault Multiéléments (CFM) regroupent un ensemble de bobines distinctes. Ces bobines sont utilisées en séquences multiplexées afin d'éliminer l'interférence (inductance mutuelle) qui peut exister entre des bobines rapprochées. Ces bobines fonctionnent de concert pour balayer une zone d'inspection plus large que celle que peuvent couvrir des sondes mono-éléments classiques. Pour optimiser le rendement des sondes, il est possible de rendre ces sondes souples et de les profiler pour qu'elles s'adaptent à la forme de la pièce à inspecter. Les données obtenues de sondes (CFM) sont codables. Elles sont transmises directement à un logiciel. (figure I.16)

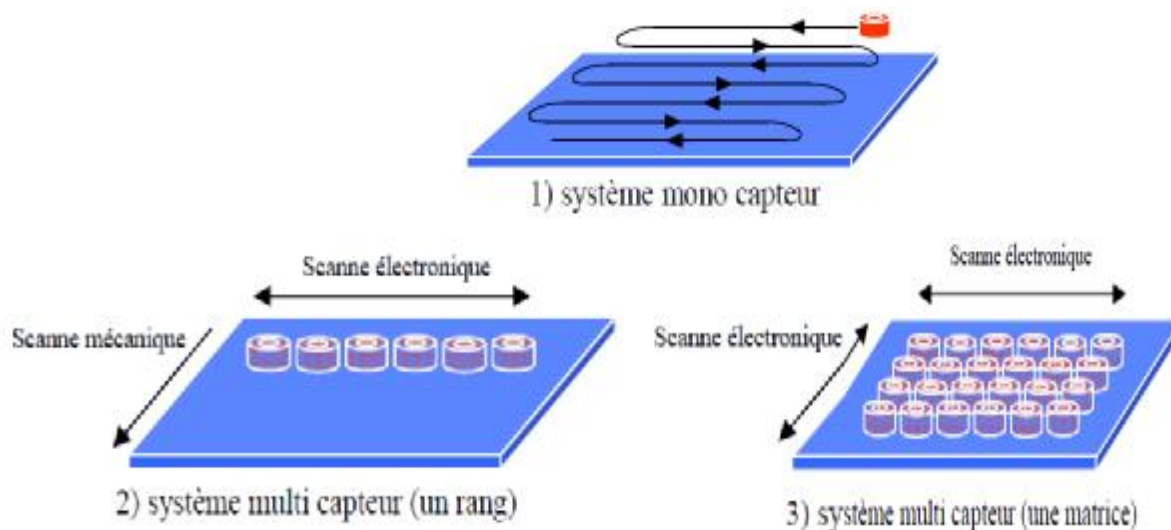


Figure I.16 -Système multi-capteur

Les sondes CFM peuvent remplacer les sondes CF classiques et ainsi réduire la durée des inspections et améliorer la détection des défauts tout en permettant de conserver des rapports d'inspection complets. Les multiples bobines présentes dans les sondes CFM permettent d'éliminer tout un axe de déplacement puisqu'elles couvrent une zone d'inspection plus large; ainsi, la durée des inspections est grandement réduite. Dans la majorité des cas, un balayeur manuel uni axial plus simple et moins cher peut remplacer un balayeur bi axial plus complexe et plus cher. Les sondes CFM peuvent se conformer à la forme particulière d'une pièce, facilitant de fait les inspections en un seul balayage. Les capteurs multi-éléments peuvent être utilisés de deux manières : en mode différentiel ou en mode absolu. Le mode différentiel est moins influencé que le mode absolu par certains paramètres de nuisance tels que les dérives en température par exemple. Le système multicapteur présente les avantages suivants :

- Rapidité d'inspection accrue.
- Stabilité plus grande pendant l'inspection de profilés complexes (comparée au CND-CF).
- Amélioration de la détection des défauts.
- Enregistrements informatisés des données et des rapports dans un historique d'expertise.
- Tracés de balayage plus simples et balayeurs moins chers (par rapport aux CF classiques).
- Inspection dans des endroits d'accès plus difficile ou restreint (par rapport aux particules magnétiques ou aux liquides d'imprégnation).
- Facilité de jumelage avec les technologies ultrasons dans le cadre d'inspection en un seul balayage (par rapport aux particules magnétiques ou aux liquides d'imprégnation).

I.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons consacré un aperçu général sur le CND à travers la présentation des différentes techniques utilisées sur la base des principes physiques qui les régissent. Notre intérêt a porté sur l'exploitation de la technique des courants de Foucault appliqués au CND, en précisant les objectifs, les domaines d'application, les différents types de capteurs, les différents modes d'excitation, et les grandeurs qui influent sur le phénomène d'effet de peau en étroite relation avec les CF.

Les capteurs à courants de Foucault sont souvent classés selon leurs géométries, fonctions et leurs modes de contrôle. En principe, la technique CND-CF est basée sur l'exploitation de la mesure de la variation de l'impédance qui est fortement corrélée par plusieurs paramètres (physiques et géométriques). En continuité, le prochain chapitre concernera la modélisation mathématique permettra l'étude des phénomènes physiques en vue de prédire la réponse du capteur en interaction avec la cible.

II. Mise en équations électromagnétiques

| | |
|--|-----------|
| II.1 Introduction..... | 18 |
| II.2 Equations générales de l'électromagnétisme | 18 |
| II.3 Formalisme générale des équations électromagnétiques (Diagramme de Tonti)..... | 21 |
| II.4 Modèles électromagnétiques en champs statiques générale | 23 |
| II.5 Modèles électromagnétiques en champs dynamiques | 27 |
| II.6 Conditions aux limites | 29 |
| II.7 Conclusion | 30 |

II.1 Introduction

Le développement de toute technologie s'appuie non seulement sur l'expérimentation qui demeure nécessaire, mais aussi sur un modèle de simulation qui décrit le plus fidèlement possible le comportement du dispositif à concevoir. Ceci va permettre de voir les répercussions de nos choix (configuration géométrique, nature du matériau, ...) sur le comportement du dispositif sans avoir besoin de réaliser de prototype. La compréhension des phénomènes électromagnétique permet d'élaborer un modèle mathématique qui pourra prédire la réponse du capteur en fonction des paramètres physiques et géométriques de la cible. La modélisation des phénomènes électromagnétiques est basée sur les équations de Maxwell, auxquelles on ajoute les relations constitutives, les conditions aux limites et les conditions de continuité des champs.

L'objectif de ce chapitre est de résumer les équations mathématiques de base qui décrivent les phénomènes électromagnétiques intervenant dans le contrôle non destructif par courants de Foucault. Nous présentons la simplification de ces équations et la formulation en potentiel des modèles électromagnétiques statique et dynamique dans les différentes régions du dispositif de Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault (CND-CF).

II.2 Equations générales de l'électromagnétisme

II.2.1 Les équations de Maxwell générales

Tous les phénomènes électromagnétiques que l'on veut généraliser au sein des dispositifs électromagnétiques sont régis par les quatre équations de Maxwell. Elles spécifient que toute variation spatiale d'un champ (électrique ou magnétique), en un point de l'espace, entraîne (ou est due à) l'existence ; ou la variation temporelle d'un autre champ au point de l'espace. Ces équations sont donc locales et sont valables dans n'importe quel système d'axes. Les répartitions spatiale et temporelle des champs magnétiques et électriques sont obtenues par [Alba 99], [Huli 98], [Four 85], [Dura 68] :

| Dénominations | Formes différentielles | Formes intégrales |
|----------------------------|---|--|
| Maxwell-Gauss (électrique) | $\operatorname{div} \vec{D} = \rho$ (II.1) | $\oiint_S \vec{D} d\vec{s} = \iiint_V \rho dv = Q$ |
| Maxwell-Gauss (magnétique) | $\operatorname{div} \vec{B} = 0$ (II.2) | $\oiint_S \vec{B} d\vec{s} = 0$ |
| Maxwell-Faraday | $\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ (II.3) | $\oint_C \vec{E} d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt}$ |
| Maxwell-Ampère | $\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$ (II.4) | $\oint_C \vec{H} d\vec{l} = \iint_S \vec{j} ds$ |

Les grandeurs physiques fondamentales mises en jeu sont :

$\vec{E}(p, t)$: Champ électrique (V/m).

$\vec{B}(p, t)$: Densité du flux magnétique ou l'induction magnétique (Tesla).

$\vec{D}(p, t)$: Densité du déplacement électrique ou l'induction électrique (C/m²).

$\vec{H}(p, t)$: Champ magnétique (A/m).

$\vec{J}(p, t)$: Densité de courant électrique (A/m²).

$\vec{\rho}(p, t)$: Densité volumique de charge électrique (C/m³).

\vec{J}_c : Densité de courant de conduction (A/m²).

$\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_D$: Densité de courant de déplacement.

Les phénomènes qui se produisent dans le cadre du contrôle par courant de Foucault sont régis par les équations de Maxwell. ces dernières définissent les propriétés locales associées aux grandeurs électriques et magnétiques vectorielles dépendants du temps 't' et de l'espace $p(x, y, z)$.

La résolution complète des équations de Maxwell passe par la connaissance du milieu où les grandeurs électromagnétiques règnent, la loi d'Ohm, l'équation de conservation de la charge et les équations constitutives des matériaux définissant ce milieu. En effet, certains de ces champs vectoriels sont reliés entre eux par les propriétés de la matière [Salh 08].

II.2.2 Equation de continuité (conservation de la charge)

On applique la divergence à la loi d'Ampère-maxwell

$$\text{div}(\text{rot}\vec{H}) = \text{div}\vec{J}_c + \text{div}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \text{div}\vec{J}_c + \frac{\partial}{\partial t}(\text{div}\vec{D}) = \text{div}\vec{J}_c + \frac{\partial \rho}{\partial t}$$

comme $\text{div}(\text{rot}\vec{H}) = 0$

$$\text{alors} \quad \text{div}\vec{J}_c + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (\text{II.5})$$

II.2.3 Loi de comportement des milieux

La réponse des différents types de matériaux vis-à-vis des champs électromagnétique est donnée par les lois de comportement des matériaux. Selon les matériaux utilisés, la conductivité (σ), la perméabilité (μ) et la permittivité (ε) peuvent être soit des **scalaires** modélisant alors le comportement de matériaux **linéaires isotropes**, soit des **tenseurs** qui permettent de tenir compte des effets d'**anisotropie**, soit **variables** en fonction de (E, B et f) pour les matériaux **non linéaires**.

a. Dans un milieu conducteur : nous avons la (loi d'Ohm)

$$\vec{J}_c = \vec{J}_s + \vec{J}_{induit} = \vec{J}_s + \sigma(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \quad (\text{II.6})$$

avec

\vec{J}_s : Densité de courant d'excitation (A/m²).

\vec{J}_{ind} : Densité de courant induit (A/m²).

\vec{v} : Vitesse du mouvement (m/s).

b. Dans un milieu magnétique : nous avons la relation entre le champ magnétique et l'induction magnétique (elle donne la courbe d'aimantation $\vec{B} = f(\vec{H})$)

$$\begin{cases} \vec{B} = \mu \vec{H} & (\text{II.7.a}) \\ \mu = \mu_0 \mu_r & (\text{II.7.b}) \end{cases}$$

μ_0 : Perméabilité magnétique du vide, égale à $4\pi 10^{-7}$ [H.m⁻¹]

μ_r : Perméabilité magnétique relative du milieu considéré

c. Dans un milieu diélectrique : nous avons la relation entre le vecteur induction électrique \vec{D} et le champ électrique \vec{E}

$$\begin{cases} \vec{D} = \varepsilon \vec{E} & (\text{II.8.a}) \\ \varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r & (\text{II.8.b}) \end{cases}$$

ε_0 : Permittivité électrique du vide, égale à $(10^{-9}/36\pi)$ [F.m⁻¹]

ε_r : Permittivité électrique relative du milieu considéré

II.2.4 Condition de passage (relations de continuité)

Les champs électriques et magnétiques des différents milieux sont liés à l'interface par des relations de continuité. Soient deux milieux de propriétés $(\sigma_1, \mu_1, \varepsilon_1)$ et $(\sigma_2, \mu_2, \varepsilon_2)$, et soit \vec{n}_{12} la normale unitaire à la frontière des deux milieux dirigée du milieu 1 vers le milieu 2.

A l'interface entre les deux milieux, les relations de continuité sont les suivantes :

$$\vec{n}_{12} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = \vec{0} \quad (\text{II.9})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$\vec{n}_{12} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{K}_s \quad (\text{II.11})$$

$$\vec{n}_{12} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_s \quad (\text{II.12})$$

ρ_s et \vec{K}_s représentent les éventuels charges et courants superficiels.

L'équation (II.9) traduit la continuité de la composante tangentielle de \vec{E} .

L'équation (II.10) exprime la continuité de la composante normale de \vec{B} .

L'équation (II.11) traduit la discontinuité de la composante tangentielle de \vec{H} (Cette discontinuité est due aux courants superficiels K_s).

L'équation (II.12) traduit la discontinuité de la composante normale de \vec{D} (Cette discontinuité est due aux charges superficielles ρ_s).

II.3 Formalisme générale des équations électromagnétiques (Diagramme de Tonti)

II.3.1 Diagramme de Tonti

Les équations de Maxwell se présentent en deux systèmes duaux [Tonti 01]

Les lois de Faraday et de conservation de flux d'une part (système magnétique).

Les théorèmes d'Ampère-Maxwell et de Gauss d'autre part (système électrique).

La dualité des deux systèmes peut être mise en évidence à l'aide du diagramme de Tonti (Figure II.1).

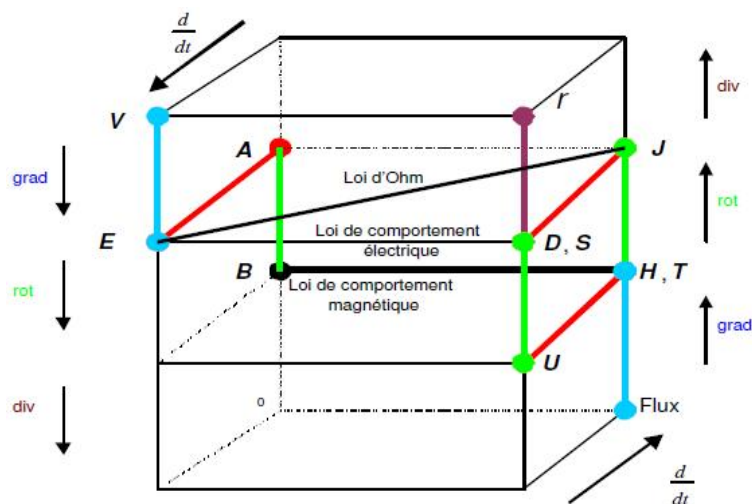


Figure II.1 Diagramme de Tonti

II.3.2 Notion de potentiels scalaire et vecteur électrique/magnétique

La combinaison entre les équations de Maxwell, les relations constitutives et les relations de passage permet de formuler les problèmes électromagnétiques suivant différentes variables d'états (potentiel vecteur magnétique A et potentiel scalaire électrique V).

A chacune de ces grandeurs (variable d'état) correspond à une équation aux dérivées partielles. On peut alors choisir l'une de ces grandeurs suivant le moins de complexité dans le calcul du problème et qui présente un jeu d'avantages et d'inconvénients comparables

Les potentiels électromagnétiques sont introduits lorsque le rotationnel ou la divergence d'un champ électromagnétique est nul [Rach 07].

Ainsi en électrostatique, le rotationnel du champ électrique nul

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E}=0 \quad (\text{II-13})$$

⇒ Il existe un potentiel scalaire magnétique $V(x, y, z)$ tel que :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{II-14})$$

En électrostatique, la divergence de la densité de courant est nulle

$$\text{div}\vec{J}=0 \quad (\text{II-15})$$

⇒ l'existence d'un potentiel vecteur électrique $T = (T_x, T_y, T_z)$ tel que :

$$\vec{J}_c = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{T} \quad (\text{II-16})$$

Dans le cas de la magnétostatique, la divergence de l'induction magnétique est nulle

$$\text{div}\vec{B}=0 \quad (\text{II-17})$$

⇒ il existe un potentiel vecteur magnétique $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ tel que :

$$\vec{B} = \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A} \quad (\text{II-18})$$

De même, pour le rotationnel du champ magnétique qui est nul

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{H}=0 \quad (\text{II-19})$$

⇒ Il existe un potentiel scalaire magnétique $\varphi(x, y, z)$ tel que :

$$\vec{H} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (\text{II-20})$$

II.3.3 Conditions de Jauge

Les champs à divergence sont définis à un rotationnel près et les champs à rotationnel sont définis à un gradient près. Il convient donc d'imposer une condition supplémentaire afin d'assurer l'unicité de la solution issue de la résolution du système d'équation. Cette condition appelée condition de Jauge est généralement exprimée sous deux formes particulières utilisées en régimes quasi-stationnaire [Doir 07].

$$\text{div}(A)=0 \quad \text{Jauge de Coulomb} \quad (\text{II-21.a})$$

$$\text{div}(A) = \sigma\mu V \quad \text{Jauge de Lorentz} \quad (\text{II-21.b})$$

II.3.4 Electromagnétique en régime quasi-stationnaire

a. Hypothèses simplificatrices

Les équations qui précèdent décrivent globalement les phénomènes électromagnétiques et s'appliquent à des états quelconques. Dans la pratique, en fonction du domaine d'utilisation, on simplifie ces équations. Ces dernières se découpent alors en donnant naissance à des modèles plus simples. Dans le cas d'une excitation sinusoïdale les courants de conduction et de déplacement sont définis respectivement comme suit :

$$\vec{J}_c = \sigma \vec{E} + \vec{J}_s \quad (\text{II-22.a})$$

$$\vec{J}_D = j2\pi f \epsilon \vec{E} \quad (\text{II-22.b})$$

Dans le domaine de l'électrotechnique, la fréquence utilisée est au maximum de l'ordre de 1MHZ. Les matériaux utilisés dans le contrôle non destructif par courants de Foucault sont suffisamment conducteurs pour considérer que le rapport (ϵ/σ) très faible. Ce qui nous permet valider l'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) qui consiste à négliger les effets capacitifs et l'effet propagatif du champ. En terme de courant, cela revient à négliger le courant de déplacement $\partial D / \partial t$ devant le courant de conduction \vec{J}_c

II.4 Modèles électromagnétiques en champs statiques général

II.4.1 Equations EM en champs statique

Dans le problème de champs statique, les grandeurs électromagnétiques ne dépendent pas du temps ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$), ou bien à variation lentes dans le temps à condition que le champ E ne crée pas le champ H ou inversement. Les équations de ce modèle

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{D} = \rho \end{array} \right. \quad (\text{II-23})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{B} = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II-24})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{E} = \vec{0} \end{array} \right. \quad (\text{II-25})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{rot} \vec{H} = \vec{J}_s \end{array} \right. \quad (\text{II-26})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{J}_c = 0 \end{array} \right. \quad (\text{II-27})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right. \quad (\text{II-28})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{array} \right. \quad (\text{II-29})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{J}_c = \sigma \vec{E} \end{array} \right. \quad (\text{II-30})$$

II.4.2 Modèle électrostatique

Ce modèle consiste à l'étude de la répartition spatiale du champ électrique par une distribution de charge (la répartition des charges ne dépend pas du temps (régime stationnaire : cas de courant continu) de ce fait le champ magnétique crée ne varie pas dans le temps

Les équations de ce modèle sont données comme suit

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{D} = \rho \\ \operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0} \\ \vec{D} = \epsilon \vec{E} \end{cases}$$

La relation (II-25) implique l'existence d'un potentiel scalaire électrique $V(x, y, z)$ tel que donnée par l'équation (II-14)

$$\vec{E} = -\operatorname{grad} V$$

La combinaison entre les équations (II-23, II-25, II-29 et II-14) nous donne la relation suivante

$$\operatorname{div} (\epsilon \operatorname{grad} V) = -\rho \quad (\text{II-31})$$

Lorsque ϵ est constante, on obtient les formes de Poisson et de Laplace suivantes :

$$\operatorname{div} (\operatorname{grad} V) = \begin{cases} -\frac{\rho}{\epsilon} & (\text{II-32.a}) \\ 0 & (\text{II-32.b}) \end{cases}$$

II.4.3 Modèle électrocinétique

Ce type de problème concerne l'étude de la répartition des courants dans des conducteurs hétérogènes (connexion, jeu de barres, contact...) soumis à des tensions continues [Maio

06]. Le terme $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ reste nul

Les équations de ce modèle sont données comme suit

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{E} = \vec{0} \\ \operatorname{div} \vec{J}_c = 0 \\ \vec{J}_c = \vec{J}_{\text{induit}} = \sigma \vec{E} \end{cases}$$

avec

\vec{J}_{induit} : Densité de courant induit.

Deux types de potentiels peuvent être envisagés : potentiel scalaire dont dérive le champ électrique ou un potentiel vecteur dont dérive la densité de courant

a. Formulation en potentiel scalaire électrique

De même pour le cas précédent on a la relation (II-25) qui implique l'existence d'un potentiel scalaire électrique $V(x, y, z)$ tel que donné par l'équation (II.14)

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V$$

La combinaison entre les équations (II-14, II-25, II-27 et II-30) nous donne la relation suivante

$$\text{div}(\sigma \overrightarrow{\text{grad}}V) = 0 \quad (\text{II-33})$$

b. Formulation en potentiel vecteur électrique

On a la relation (II-27) qui implique l'existence d'un potentiel vecteur électrique

$T = (T_x, T_y, T_z)$ tel que donné par l'équation (II.16)

$$\vec{J}_c = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{T}$$

La combinaison entre les équations (II-16, II-25, II-27 et II-30) nous donne la relation suivante

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\sigma} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{T}) \right) = 0 \quad (\text{II-34})$$

II.4.4 Modèle magnétostatique

La magnétostatique consiste en l'étude des phénomènes magnétiques en régime stationnaire. Le champ magnétique est alors invariant dans le temps et n'est dû qu'à des courants stationnaires imposés J_s ou à des aimants permanents (induction rémanente B_r). Ce modèle peut être modélisé par deux types de formulations, suivant la composante du système à étudier, La formulation en potentiel scalaire magnétique et la formulation en potentiel vecteur magnétique. : [Rach 07].

Les équations magnétostatique générales sont données comme suit.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{div} \vec{B} = 0 \\ \overrightarrow{\text{rot}} \vec{H} = \vec{J}_s \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{array} \right.$$

a. Formulation en potentiel scalaire magnétique

Cette formulation est applicable uniquement dans les régions où la densité de courants de source J_s est nulle. Dans ce cas, l'équation (II.26) deviendra (II.19)

$$\overrightarrow{rot}\vec{H}=0$$

Les équations de ce modèle sont données comme suit

$$\begin{cases} \text{div}\vec{B}=0 \\ \overrightarrow{rot}\vec{H}=\vec{0} \\ \vec{B}=\mu\vec{H} \end{cases}$$

L'équation (II.19) implique l'existence d'un potentiel scalaire magnétique $\varphi(x,y,z)$ tel que donné par l'équation (II.20)

$$\vec{H} = -\overrightarrow{grad}\varphi$$

La combinaison entre les équations (II-20, II-24 et II-28) nous donne la relation suivante

$$\mathbf{div}(\mu\overrightarrow{grad}\varphi)=0 \quad (\text{II-35})$$

L'inconvénient de cette formulation est le fait qu'elle est applicable uniquement dans les régions dépourvues de courants. Dans ces régions, on peut alors utiliser la formulation en potentiel scalaire réduit.

b. Formulation en potentiel scalaire (réduit) avec densité de courant

Dans ce modèle, on suppose que les courants électriques ne sont pas nuls dans la pièce à étudier et que les champs ne dépendent pas du temps

Les équations de ce modèle sont données comme suit.

$$\begin{cases} \text{div}\vec{B}=0 \\ \vec{B}=\mu\vec{H} \\ \overrightarrow{rot}\vec{H}_s = \vec{J}_s \end{cases} \quad (\text{II.36})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H}_m = 0 \quad (\text{II.37})$$

$$\vec{H} = \vec{H}_m + \vec{H}_s \quad (\text{II.38})$$

Compte tenu des équations (II-37 et II-38) on a

$$\overrightarrow{rot}\vec{H}_m = \overrightarrow{rot}(\vec{H} - \vec{H}_s)=0 \quad (\text{II-39})$$

⇒ Il existe un potentiel scalaire magnétique réduit $\varphi_r(x,y,z)$ tel que

$$\vec{H}_m = -\overrightarrow{grad}\varphi_r \quad (\text{II-40})$$

La combinaison entre les équations (II-24, II-28, II-36, II-37, II-38, II-39 et II-40) nous donne la relation suivante

$$\operatorname{div}(\mu \overrightarrow{\operatorname{grad}} \varphi_r) = \operatorname{div}(\mu \cdot \overrightarrow{H}_s) \quad (\text{II-41})$$

c. Formulation en potentiel vecteur magnétique

Cette formulation permet de traiter sans difficulté apparente les régions non simplement connexes et les problèmes liés à l'inducteur. Néanmoins, l'inconvénient est de traiter des grandeurs vectorielles à trois composantes inconnues au lieu d'une inconnue scalaire.

Les équations de ce modèle sont données comme suit

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{J}_c = \vec{J}_s \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \end{cases}$$

La combinaison de ces équations nous donne la relation suivante

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{A} \right) = \vec{J}_s \quad (\text{II-42})$$

A fin que \vec{A} soit défini partout, on fixe la valeur de sa divergence. $\operatorname{div} \vec{A} = 0$ qui est la condition de Jauge de Coulomb. Dans ce modèle, les conditions aux limites doivent porter sur le potentiel vecteur.

II.5 Modèles électromagnétiques en champs dynamiques

Contrairement au autres modèles ($\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$) n'est pas nul, par conséquent les phénomènes magnétique et électrique sont couplés, c'est-à-dire que la variation de champ magnétique dans le temps induit des courant de Foucault et des f.e.m

II.5.1 Equations dynamique générale (régime quasi-stationnaire).

Les équations de ce modèle sont données comme suit

$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{D} = \rho \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \\ \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{H} = \vec{J}_c \\ \operatorname{div} \vec{J}_c = 0 \\ \vec{B} = \mu \vec{H} \\ \vec{J}_c = \vec{J}_s + \vec{J}_{\text{induit}} = \vec{J}_s + \sigma (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \end{cases}$$

Ces régions peuvent être modélisées par deux types de formulations, suivant la composante du système à étudier. La formulation en potentiel vecteur magnétique, La formulation en potentiel vecteur magnétique et potentiel scalaire électrique

Le choix de la formulation est du au type de sources d'alimentation car pour une source de courant on applique la formulation en potentiel vecteur magnétique, par contre pour une source de tension on utilise la formulation en potentiel vecteur magnétique et potentiel scalaire électrique.

a. Formulation en potentiel vecteur magnétique et potentiel scalaire électrique (A-V)

De même pour le cas précédent on a la relation (II-24) qui implique l'existence d'un potentiel vecteur magnétique $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ tel que donné par l'équation (II.18).

$$\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A}$$

En remplaçant (II-18) dans (II-3) on aura

$$\overrightarrow{rot} \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{rot} \vec{A} \quad (II-43)$$

L'expression (II-43) devient alors

$$\overrightarrow{rot} \left(\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (II-44)$$

L'expression (II-44) implique l'existence d'un potentiel scalaire électrique $V(x, y, z)$ tel que

$$\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = -\overrightarrow{grad} V \quad (II-45)$$

L'expression (II-45) devient alors

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{grad} V \quad (II-46)$$

La combinaison entre les équations (II.23), (II.24), (II.3), (II.6), (II.26), (II.27) et (II.46)) nous donne les relations suivante

$$\overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{grad} V = \vec{J}_s \quad (II-47)$$

Conservation de la densité de courant

$$\text{div} \vec{J}_c = \text{div} \left(-\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} V \right) + \vec{J}_s \right) = 0 \quad (II-48)$$

Aux équations précédentes, il faut imposer la condition de Jauge de Coulomb.

Le système général à résoudre est le suivant :

$$\begin{cases} \overrightarrow{rot} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot} \vec{A} \right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overrightarrow{grad} (V) = \vec{J}_s \\ \text{div} \vec{J}_c = \text{div} \left(-\sigma \left(\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \overrightarrow{grad} V \right) + \vec{J}_s \right) = 0 \\ \text{div}(\vec{A}) = 0 \end{cases}$$

Pour le dispositif 2D, la jauge de Coulomb est naturellement vérifiée, L'expression (II-48) devient alors

$$\vec{J}_s = \sigma \overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{II.49})$$

D'où l'équation à résoudre

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{II.50})$$

On peut aussi découpler les équations du modèle AV général en utilisant la jauge de

Lorentz $\text{div}\vec{A} = \sigma\mu V$

alors

$$\overrightarrow{\text{grad}}\text{div}\vec{A} = \sigma\mu\overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{II.51})$$

$$\Rightarrow \sigma\overrightarrow{\text{grad}}V = \frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{grad}}\text{div}\vec{A} \quad (\text{II.52})$$

Donc

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{grad}}\text{div}\vec{A} = \vec{J}_s \quad (\text{II.53})$$

On a aussi

$$\text{div}\vec{J}_s - \sigma \frac{\partial}{\partial t}\text{div}\vec{A} - \text{div}(\sigma\overrightarrow{\text{grad}}V) = 0 \quad (\text{II.54})$$

$$\Rightarrow \text{div}\vec{J}_s - \sigma \frac{\partial}{\partial t}\sigma\mu V - \text{div}(\sigma\overrightarrow{\text{grad}}V) = 0 \quad (\text{II.55})$$

Donc

$$\sigma\mu \frac{\partial V}{\partial t} + \text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}V) = \frac{1}{\sigma} \text{div}\vec{J}_s \quad (\text{II.56})$$

On obtient finalement deux équations découplées (III.53) et (II.56) faisant chacune intervenir une seule variable inconnue. On remarque qu'à partir des équations générales précédentes, on peut aisément déduire aussi bien le modèle magnétostatique et électrocinétique en annulant les variations et par rapport au temps

II.6 Conditions aux limites

A fin de pouvoir résoudre le système d'équation d'état, il est nécessaire d'imposer des conditions aux limites du domaine d'étude caractérisant le dispositif étudié. Ces conditions aux limites sur les potentiels vecteurs sont en rapport avec les phénomènes que vérifie le champ sur les bords du domaine. Elles sont nécessaires pour la prise en compte des symétries du système.

II.6.1 Condition de Dirichlet

Cette condition est décrite par les valeurs de l'inconnue connues sur toutes les surfaces entourant le milieu ou l'en cherche sa distribution

$$A|_{\Gamma}=A_0 \quad (\text{II-57})$$

II.6.2 Condition de Neumann

Cette condition est décrite par les valeurs de la dérivée de l'inconnue connues sur toutes les surfaces entourant le milieu ou l'en cherche sa distribution

$$\frac{\partial A}{\partial n}|_{\Gamma}=A_0 \quad (\text{II-58})$$

II.7 Conclusion

Tous les systèmes physiques peuvent être décrits par les équations aux dérivées partielles. Ce chapitre a été essentiellement consacré au rappel des équations de l'électromagnétisme, ces équations sont données par Maxwell et les lois du comportement des milieux. Nous avons aussi présenté les modèles électromagnétiques en champs statiques (électrocinétique, électrostatique et magnétostatique) dynamiques magnétostatiques en potentiels

III. Formulations électromagnétiques dédiées aux dispositifs de CND-CF

| | |
|--|-----------|
| III.1 Introduction | 31 |
| III.2 Formulations en potentiel vecteur magnétiques et potentiel scalaire électrique généralisées..... | 31 |
| III.3 Couplage entre les formulations..... | 34 |
| III.4 Equations électromagnétiques en \vec{A} et V pour un dispositif de CND-CF | 35 |
| III.5 Equation magnétodynamique bidimensionnelle..... | 35 |
| III.6 Relations énergétiques (vecteur de Poynting)..... | 38 |
| III.7 Conclusion..... | 39 |

III.1 Introduction

Dans la plupart des problèmes de modélisation, les phénomènes électromagnétiques dans le domaine du contrôle non destructif réalisés jusqu'à présent, considèrent une bobine inductrice ou le courant est imposé, une région ferromagnétique ou conductrice qui représente la cible à contrôler, et la troisième région représentant l'air environnant tel que pris en évidence dans la figure III-1.

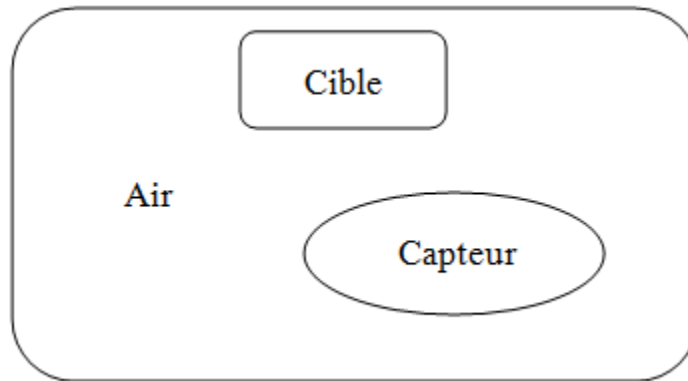


Figure III-1 Différentes régions d'un système CND-CF

Comme en la déjà constater dans le chapitre précédent, les équations de Maxwell forment un système d'équations différentielles vectorielles difficile à résoudre. La résolution fait intervenir des grandeurs intermédiaires que sont les potentiels vecteurs ou scalaires qui réduisent cette complexité. L'utilisation de ces variables auxiliaires constitue les formulations en potentiels.

III.2 Formulations en potentiel vecteur magnétiques et potentiel scalaire électrique généralisées

III.2.1 Formulation AV

Les équations développées dans le chapitre précédent, sont regroupées pour former le modèle AV générale tel que donné comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{rot}(\frac{1}{\mu} \overline{rot} \vec{A}) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} + \sigma \overline{grad}(\vec{V}) = \vec{J}_s \\ \text{div} \vec{J}_c = \text{div}(-\sigma(\frac{\partial A}{\partial t} + \overline{grad} \vec{V}) + \vec{J}_s) = 0 \\ \text{div}(\vec{A}) = 0 \end{array} \right.$$

III.2.2 Formulation A^*

Si le domaine étudié présente une conductivité constante, on peut introduire la variable d'état A^* définie par :

$$\vec{A}^* = -\int E dt \quad (\text{III.1})$$

On a

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}}V \quad (\text{III.2})$$

Avec le changement de variable : $\frac{\partial v}{\partial t} = V$ (III.3)

$$\begin{aligned} \text{D'où} \quad \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \overrightarrow{\text{grad}} \frac{\partial v}{\partial t} \\ &= -\frac{\partial}{\partial t} (\vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}v) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

On utilise la relation (III.1) dans (III.4) on obtient

$$\vec{A} + \overrightarrow{\text{grad}}v = \vec{A}^* \quad (\text{III.5})$$

La formulation se met alors sous la forme

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}^*\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}^*}{\partial t} = \vec{J}_S \quad (\text{III.6})$$

Dans ce cas, le nombre de variables inconnues concerne les trois composantes du potentiel vecteur magnétique.

III.2.3 Formulation $\vec{T}\varphi$

Cette formulation est duale de la formulation AV. A partir de la relation (II-15) relative à la conservation de la densité de courant, on peut extraire un potentiel vecteur électrique $T=(T_x, T_y, T_z)$ tel que donnée par l'équation (II.16).

$$\vec{J}_c = \overrightarrow{\text{rot}} \vec{T}$$

On remplaçant l'équation (II.6) dans (II-60) on abouti à la relation qui implique l'existence d'une grandeur potentiel scalaire magnétique scalaire $\varphi(x,y,z)$ tel que :

$$\vec{H} - \vec{T} = -\overrightarrow{\text{grad}}\varphi \quad (\text{III.7})$$

On obtient la formulation T φ :

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\sigma}\overrightarrow{rot}\vec{T}\right) + \mu \frac{\partial(\vec{T} - \overrightarrow{grad}\varphi)}{\partial t} = \vec{J}_s \quad (\text{III.8})$$

Pour assurer l'unicité de la solution, il faut ajouter une condition sur \vec{T} . La condition utilisée à l'heure actuelle est la jauge de Coulomb :

$$\text{div } \vec{T} = 0 \quad (\text{III.9})$$

En remplaçant l'équation (II.7.a) dans (II.2) comme suite

$$\text{div}\vec{B} = \text{div}(\mu\vec{H}) = 0 \quad (\text{III.10})$$

on remplaçant l'équation (III.7) dans (III.10) on trouve

$$\text{div}\mu(\vec{T} - \overrightarrow{grad}\varphi) = 0 \quad (\text{III.11})$$

Ces formulations (III.8), (III.9) et (III.10) conduisent donc à quatre inconnues. Elles permettent d'avoir directement l'induction. Par contre, les courants de Foucault s'obtiennent par dérivation spatiale de la solution.

III.2.4 Formulation en potentiel scalaire réduit φ_r

Alors que pour des régions conductrices, la présence des courants induits impose 3, voire 4 inconnues, dans les régions isolantes, le phénomène peut être représenté par une seule inconnue, donc une grandeur scalaire. Dans une telle région, on peut exprimer le champ magnétique sous la forme

$$\vec{H} = \vec{H}_s - \overrightarrow{grad}\varphi_r \quad (\text{III.12})$$

où H_s est le champ du au courant source

$$\overrightarrow{rot}\vec{H}_s = \vec{J}_s \quad (\text{III.13})$$

On remplaçant l'équation (III.12) dans (III.10) on trouve la formulation en potentiel scalaire magnétique réduit:

$$\text{div}\mu(\vec{H}_s - \overrightarrow{grad}\varphi_r) = 0 \quad (\text{III.14})$$

On ajoutant la loi de Biot et savart pour calculer le champ dû au courant de source.

$$H_s = \frac{1}{4\pi} \int \frac{\vec{J}_s \times \vec{u}}{r^2} \quad (\text{III.15})$$

La distance r représente l'éloignement entre le point source où règne la densité de courant J_s et le point où est créé le champ magnétique H_s .

| | $\vec{A}V$ | \vec{A}^* | $\vec{T}\varphi$ | φ_r |
|-----------------------|--|---|--------------------------------------|---|
| Equations | (II.47), (II.48) et (II.21.a) | (III.6) | (III.8), (III.9) et (III.11) | (III.14), (III.15) |
| Domaine d'application | Applicable pour une large gamme de dispositifs | ne s'applique qu'à des milieux où $\sigma = \text{constante}$ | Applicable dans tous les dispositifs | applicable dans les milieux amagnétiques et conducteurs |
| Induction | Dérivation spatiale | Dérivation spatiale | Calcul directe | Calcul directe |
| Courants de Foucault | Obtenus directement | Obtenus directement | Obtenus par dérivation spatiale | Magnétostatique |
| Nombre d'inconnues | A_x, A_y, A_z, V | A_x^*, A_y^*, A_z^* | T_x, T_y, T_z | φ_r |

Tableau 1.1 : résumé sur les formulations

III.3 Couplage entre les formulations

Lors de la résolution d'un problème, nous avons intérêt à réduire au maximum le nombre de variables inconnues à calculer pour diminuer le cout en temps de calcul et espace mémoire. Plutôt que d'utiliser une formulation unique pour toutes les régions, nous pouvons choisir une formulation pour chaque région en fonction de ses propriétés physiques et géométriques. Le couplage entre les différentes formulations doit prendre en compte les conditions de passage entre les régions ne possédant pas les mêmes formulations. Il faut aussi prendre en compte les problèmes de connexité [Zaou 08].

On distingue les couplages forts et les couplages faibles. Dans un couplage fort, les deux formulations considérées possèdent une variable d'état en commun ou deux variables d'état s'exprimant simplement l'une en fonction de l'autre. Ces couplages ne nécessitent pas l'introduction de conditions de passage particulières à l'interface. Nous pouvons citer les couplages $\vec{A}V-A^*$, $\vec{T}\varphi - \varphi$, $\vec{T}\varphi - \varphi_r$. Dans un couplage faible ($\vec{A}V - \varphi$, $\vec{A}V - \varphi_r$, $A^* - \varphi$,

$A^* - \varphi_r$), il n'y a pas de variable d'état commune et nous avons à l'interface une surabondance d'informations. Il faut donc introduire des conditions supplémentaires de passage pour éliminer les termes inutiles.

III.4 Modèle d'équations électromagnétiques en A pour un dispositif de CND-CF

L'adaptation de l'équation en AV aux différentes régions constituera le dispositif d'étude et nous permet d'écrire

$$\overrightarrow{rot}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{rot}(A)\right) = \begin{cases} 0 & \text{dans l'air} \\ J_s & \text{dans l'inducteur (capteur)} \\ -\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} & \text{dans la charge (cible)} \end{cases} \quad (\text{III-16})$$

Mais si on prend en compte la dépendance au temps avec une alimentation sinusoïdale, cela constitue le modèle électromagnétique en régime harmonique avec $\frac{\partial}{\partial t} = j \cdot \omega$

L'utilisation des nombres complexes permet de remplacer le terme induit par :

$$\sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \sigma j \cdot \omega \vec{A} \quad (\text{III-17})$$

avec

j : unité imaginaire ($j^2 = -1$)

$\omega = 2\pi f$: pulsation des sources [rd/s]

f : fréquence des sources [Hz]

III.5 Equation magnétodynamique bidimensionnelle

Lorsqu'une approche bidimensionnelle est permise, de grandes simplifications peuvent se faire, pour le cas de l'équation (III-16) le potentiel vecteur magnétique ne présente qu'une seule composante dans la direction ou aucune variation n'a lieu. Dans les problèmes bidimensionnels on peut avoir deux cas type :

- Un qui concerne les systèmes à symétrie translationnelle, ou aucune variation n'est enregistrée sur l'une des trois directions d'un plan cartésien. On choisit généralement l'axe (oz).
- Dans l'autre cas on trouve les systèmes axisymétriques, ou aucune variation n'a lieu le long de la direction orthoradiale (φ). Dans un plan cylindrique (r, φ, z).

III.5.1 Equations électromagnétiques 2D en coordonnées cartésiennes

Considérons le système de longueur infini suivant l'axe (Oz). L'étude peut se ramener donc à un système bidimensionnel dans le plan $[x,y]$, cela revient à considérer que toutes les grandeurs sont invariantes suivant Oz ou encore $\frac{\partial(\cdot)}{\partial z}=0$

La densité de courant source présente une seule composante suivant (Oz). Le potentiel vecteur dans ce cas n'a qu'une seule composante parallèle à (Oz), il vient que \vec{A} et \vec{E} doivent être dans la même direction que \vec{J}_s .

On a alors : $\vec{J}_s (0,0,J_{sz})$ et $\vec{A}(0,0,A_z)$.

$$\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & A_z \end{vmatrix}$$

Après développement on obtient

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) = \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \vec{i} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \vec{j} \quad (\text{III-18})$$

et

$$\overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) \right) = \left[-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] \cdot \vec{k} \quad (\text{III-19})$$

Avec \vec{k} le vecteur unitaire selon \vec{Oz}

Les équations (III-16) deviennent :

$$\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_z}{\partial y} \right) \right] = \begin{cases} 0 & \text{dans l'air} \\ J_{sz} & \text{dans le capteur} \\ \sigma \cdot \frac{\partial A_z}{\partial t} & \text{dans la charge} \end{cases} \quad (\text{III-20})$$

III.5.2 Equations électromagnétiques 2D en coordonnées cylindriques

Considérons maintenant un système à symétrie de révolution, le plan d'étude se réduit alors au plan (r,z) ce qui se traduit par $\frac{\partial}{\partial \varphi}=0$

En coordonnée cylindrique le potentiel vecteur magnétique ne présente que la composante

orthoradiale, d'où : $\vec{J}_s(0, \vec{J}_s \varphi, 0)$ et $\vec{A}(0, \vec{A} \varphi, 0)$.

Sachant que l'opérateur nabla en coordonnées cylindriques s'exprime par :

$$\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial r}, \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) = \vec{\nabla} \times \vec{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) \vec{u}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \vec{u}_\varphi + \left(\frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right) \vec{u}_z \quad (\text{III-21})$$

Ce qui revient à écrire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \vec{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial r.A_\varphi}{\partial r} \vec{u}_z \quad (\text{III-22})$$

d'où :

$$\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A}) = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \vec{u}_r + \frac{1}{\mu r} \frac{\partial r.A_\varphi}{\partial r} \vec{u}_z \quad (\text{III-23})$$

On faisant le produit vectoriel de nabla fois l'équation (III-23) on aura

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})\right) = \left(-\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\mu} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) - \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\mu r} \frac{\partial r.A_\varphi}{\partial r} \right) \right) \vec{u}_\varphi \quad (\text{III-24})$$

Les équations (III-16) deviennent :

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\nu}{r} \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial z} \right) + \frac{\partial \nu}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r.A_\varphi)}{\partial r} \right) \right) = \begin{cases} 0 & \text{dans l'air} \\ J_{s\varphi} & \text{dans le capteur} \\ \sigma \frac{\partial A_\varphi}{\partial t} & \text{dans la charge} \end{cases} \quad (\text{III-25})$$

avec : $\nu = \frac{1}{\mu}$ ν : La reluctivité magnétique

Dans une configuration cylindrique, on a intérêt à choisir le potentiel vecteur magnétique comme variable d'état ou le champ électrique car ils n'ont qu'une composante orthogonale au plan d'étude. Dans le cas des systèmes axisymétriques traités en coordonnées cylindriques, cette composante est dans la direction angulaire et elle ne dépend que de r et z. [Salhi 08]

Néanmoins, cette méthode est applicable uniquement aux capteurs double fonctions, c'est-à-dire aux capteurs faisant office en même temps d'émetteur et de récepteur. Nous devons donc nous tourner vers d'autres types de méthodes pour les capteurs à fonctions séparées.

III.6 Relations énergétiques (vecteur de Poynting)

Soit région dans laquelle règne un champ électromagnétique caractérisé par les grandeurs $(\vec{D}, \vec{E}, \vec{J}, \vec{B}, \vec{H})$. Effectuons les produits suivants :

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{J}_c + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad \text{multiplié par } (\vec{E}) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{E} \cdot \overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{E} \cdot \vec{J}_c + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III-26})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{multiplié par } (\vec{H}) \quad \Leftrightarrow \quad \vec{H} \cdot \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III-27})$$

Soustraction membre à membre, on a :

$$\vec{E} \cdot \overrightarrow{rot}\vec{H} - \vec{H} \cdot \overrightarrow{rot}\vec{E} = \vec{J}_c \cdot \vec{E} + \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -div(\vec{E} \times \vec{H}) \quad (\text{III-28})$$

On intègre cette équation sur un volume V délimité par une surface fermée S

$$\oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{dS} + \iiint_V (\vec{J}_c \cdot \vec{E}) dV + \iiint_V \left(\vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) dV + \iiint_V \left(\vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) dV = 0 \quad (\text{III-29})$$

L'énergie électromagnétique s'exprime à partir du vecteur de Poynting : $\vec{S}_p = \vec{E} \times \vec{H}$

Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface S qui délimite un volume V représente la puissance électromagnétique échangée avec ce volume

$$P_{em} = \oint_S (\vec{S}_p \cdot \vec{dS}) = \oint_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{dS} \quad (\text{III-30})$$

On retrouve les trois formes de densités d'énergies :

$$\text{Densité volumique d'énergie magnétique : } dW_{mag} = \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{III-31})$$

$$\text{Densité volumique d'énergie électrostatique : } W_{elec} = \vec{E} \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{III-32})$$

$$\text{Densité volumique d'énergie sous forme joules : } dP_{joules} = \vec{J}_c \cdot \vec{E} \quad (\text{III-33})$$

Le calcul des énergies s'obtient par l'intégrale sur le volume des densités d'énergies.

III.7 Conclusion

Ce chapitre a été essentiellement consacré au rappel des formulations des équations de l'électromagnétisme en termes de potentiel vecteur magnétique et leurs domaines d'application. Le choix d'une formulation 3D implique un nombre d'inconnues allant de 3 à 4. Ce choix est donc important au niveau du temps de calcul. D'autre part, il faut faire attention à la manière dont les grandeurs sont obtenues. En particulier, il faut éviter toute méthode faisant intervenir une dérivée spatiale (la dérivation d'une grandeur obtenue numériquement peut provoquer des erreurs importantes). Ces équations se simplifient de plus lorsqu'on est en 2D (le nombre d'inconnu sera réduit et on peut introduire les conditions de Jauge). On s'intéresse à la formulation $\vec{A}\vec{V}$ de l'équation de la magnétodynamique de notre dispositif d'étude dans le repère cartésien pour ensuite faciliter le passage aux coordonnées cylindriques.

IV. Méthodes de résolution et calcul des grandeurs globales

| | |
|--|-----------|
| IV .1 Introduction | 40 |
| IV.2. Modélisation d'une sonde CF et la cible inspectée..... | 40 |
| IV.3 Méthode des éléments finis | 41 |
| IV.4 Méthodes des différences finies (MDF) | 46 |
| IV.5 Méthode des intégrales de frontières (MIF)..... | 46 |
| IV.6 Méthodes des volumes finis (MVF) | 46 |
| IV.7 Formulation éléments finis des équations du modèle | 47 |
| IV.8 Techniques de calcul d'impédance vue par capteur | 50 |
| IV.9 Conclusion | 53 |

IV .1 Introduction

Les phénomènes qui décrivent le comportement des dispositifs électromagnétiques sont représentés par des équations aux dérivées partielles. Ces phénomènes se trouvent dans des régions de géométrie très variée. En général, la résolution de ces équations s'effectue à l'aide des méthodes analytiques, semi analytiques ou numériques.

Pour les géométries simples et matériaux linéaires, on utilise généralement les méthodes analytiques ou bien semi analytiques. La solution obtenue fournit une solution continue et exacte de l'inconnue. Pour des géométries plus complexes avec matériaux non linéaires, on a recours à des méthodes numériques qui font appel aux techniques de discrétisation. En effet, elles transforment les équations aux dérivées partielles du champ en un système d'équations algébriques compte tenu des conditions aux limites. La solution obtenue fournit une approximation discrète de l'inconnue en différents points situés aux nœuds du réseau géométrique correspondant à la discrétisation [Blitz 97], [Salhi 08].

A travers ce chapitre notre objectif est de donner une idée générale sur les méthodes de résolution aussi bien dans l'approche analytique que numérique. Une attention particulière sera ensuite portée sur la méthode des éléments finis que nous utiliserons pour la résolution des modèles d'équations de l'électromagnétique caractérisant les phénomènes intervenant dans le contrôle non destructif par courant de Foucault.

IV.2 Méthodes de résolution des modèles électromagnétiques

La résolution exacte des Equations aux Dérivées Partielles (EDP) vise à élaborer un **modèle analytique** pouvant être intégré dans la résolution du problème inverse. La méthode analytique la plus puissante et la plus couramment utilisée pour la résolution des EDP est la Méthode de Séparation des Variables (MSV). Le principe de cette méthode consiste à mettre l'inconnue sous forme d'un produit des fonctions, dont chacune ne dépend que d'une seule variable par lesquelles il ne peut y avoir qu'une solution directe et exacte de l'équation partielle [Deli 08].

L'approche analytique est caractérisée par les aspects généraux suivants :

- La solution est générale et exacte, les études paramétriques de la géométrie sont possibles et se basent sur des simplifications du problème, et il n'y a aucun besoin d'approximations de problème. Cette approche est adoptée parce qu'un modèle analytique est toujours facile à appliquer, moins cher à calculer, et plus précis.

- Le modèle est décrit sous forme d'équation mathématique, qui peut être résolu spécifiquement pour chaque problème pour des conditions données.
- L'analyse du modèle est presque toujours faite en résolvant les équations aux dérivées partielles linéaires [Pedr 03].
- Il y a cependant des limitations très sévères aux méthodes analytiques, comme la géométrie doit être linéaire et aussi simple que possible et dans la plupart des cas, symétrique. Dans le contexte de CND, des défauts de formes complexes ne peuvent pas être inclus

Cependant pour des configurations géométriques quelconque et particulièrement les dispositifs de CND, il est nécessaire de recourir à des approches numériques telles que la méthode des **différences finis**, des **volumes finis**, des **intégrales de frontières**, ou des **éléments finis**, dont la solution est approximée dans un domaine discret.

IV.3 Méthode des Eléments Finis (MEF)

La méthode des éléments finis est couramment employée lors de l'étude des systèmes électromagnétiques complexes. Elle permet d'obtenir des résultats de calcul avec une bonne précision et d'étudier de façon précise la répartition interne du flux magnétique, en prenant en compte les phénomènes de saturation et de création de courants de Foucault à l'intérieur des matériaux. Cette méthode consiste à subdiviser le domaine étudié en sous-domaines dit éléments finis, et approcher l'inconnu (les potentiels vecteur magnétique \vec{A} et scalaire électrique V) dans chaque élément par des fonctions d'interpolation. Ces fonctions sont généralement des polynômes de Lagrange de premier ou deuxième degré. L'interpolation dans un élément est effectuée en fonction de ses valeurs nodales, ce qui impose la continuité de l'inconnu sur les interfaces des éléments. Les grandeurs électromagnétiques (densité des CF, champ magnétique,...) sont calculées à partir de \vec{A} et V .

Le principe de la méthode des éléments finis est la transformation de l'équation aux dérivées partielles (EDP) qui régit le problème traité en un système d'équation algébrique dont la résolution permet de définir l'inconnu à un ensemble de points (nœuds) de la discrétisation. Le passage de l'EDP au système algébrique s'opère à travers une formulation intégrale dans laquelle l'approximation de l'inconnue est introduite. Le critère de minimisation de la forme intégrale est pondéré par une fonction assurant un résidu d'approximation le plus faible possible.

IV.3.1 Les étapes du processus de discrétisation d'un problème physique

a. Modélisation de la physique du problème

- choix des équations régissant le problème avec conditions limites et initiales,
- choix du domaine physique,
- loi de comportement,
- autres hypothèses ...

b. Représentation discrète de la géométrie : génération d'un maillage.

c. Obtention de l'équation d'équilibre discrète.

Cette étape consiste à remplacer tous les termes de dérivées sous une forme discrètes à l'aide d'une technique basée sur les développements limités.

d. Assemblage du système discret.

Application de l'équation discrète sur l'ensemble des nœuds autorisés pour obtenir le système suivant :

$$[M].\{A\} = \{K\} \quad (IV.1)$$

e. Mise en place des conditions aux limites dans le système d'équations.

f. La résolution, pour un problème linéaire, il s'agit de trouver :

$$\{A\} = [M]^{-1}\{K\} \quad (IV.2)$$

g. Analyse des résultats.

Le synoptique des étapes de la MEF est donné par la figure.IV.1 ci dessous.

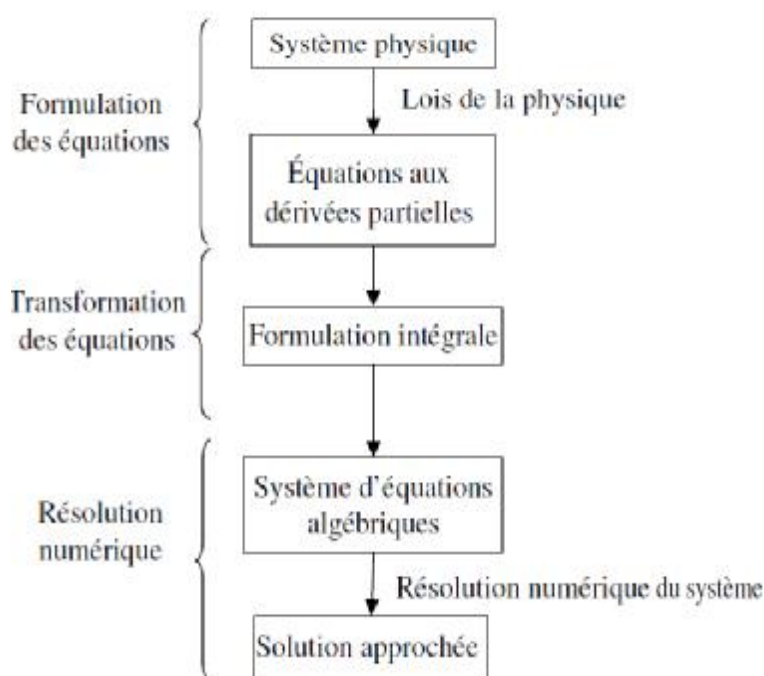


Figure IV.1 Les étapes de la mise en œuvre de la méthode des éléments finis

IV.3.2 Discrétisation du domaine par élément fini (maillage)

La méthode des éléments finis consiste à découper le domaine en sous-domaine ou éléments, c'est le maillage. Le maillage est formé d'éléments finis dont les sommets représentent les points (nœuds) dans lesquels seront calculées les inconnues du problème. Les fonctions inconnues sont approximées sur chaque élément fini, grâce à une simple fonction appelée fonction de forme qui est définie sur chaque élément seul. La forme des éléments est directement liée à la dimension du problème (2D ou 3D). Pour une géométrie en (2D), on utilise généralement des triangles ou des quadrilatères ; pour une géométrie en (3D), on utilise tétraèdres, les prismes ou hexaèdres. On rencontre le plus souvent des éléments linéaires, quadratiques ou cubiques [kheb 07], [Deli 08] [Dhat 05], [Chau 01], [Ounn 11].

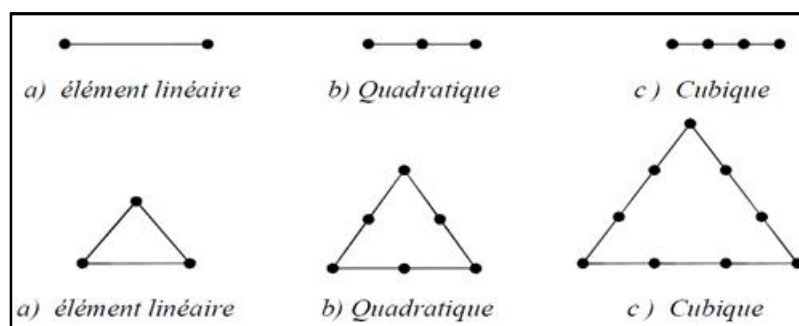


Figure IV.2 Eléments classiques en une et deux dimensions

La discrétisation est une étape importante dans l'analyse éléments finis car le cout en corrélation avec la précision des résultats dépend de la méthode de discrétisation et la finesse de cette subdivision en sous-domaines [Bout 07]. La fonction d'interpolation nodale, faisant intervenir les valeurs de l'inconnue aux nœuds de ces éléments ainsi que les coordonnées géométriques de ces nœuds, joue un rôle important sur la qualité de la solution approchée.

Le potentiel vecteur magnétique \vec{A} dans un élément peut être approchée par des fonctions d'approximations dont l'expression varie d'un type d'élément à un autre. Ces fonctions d'approximations qui sont généralement de type polynomiale doivent assurer la continuité du potentiel aux interfaces des élément [Pedr] [Deli 08].

Pour un élément triangulaire de premier ordre, dans le domaine global contenant N nœuds, l'inconnu s'exprime alors :

$$A = \sum_{j=1}^N N_j A_j \quad (\text{IV.3})$$

N : nombre de nœuds

A_j : valeur de l'inconnue au nœud j

N_j : fonction d'approximation (d'interpolation) au nœud j

IV.3.3 Fonction d'approximation

La fonction d'interpolation est aussi définie en fonction de la géométrie de l'élément qu'on choisit préalablement et coïncide avec les nœuds de cet élément relatifs aux valeurs de l'inconnue, on parle alors d'interpolation nodale. Dans la majorité de cas bidimensionnels, on préfère utiliser des éléments triangulaires du premier ordre. Pour aboutir à une meilleure exactitude de la solution.

Les fonctions d'approximations sont obtenues à partir du triangle de Pascal ci-dessous :

$$\begin{array}{c} 1 \\ x \ y \\ x^2 \ xy \ y^2 \\ x^3 \ x^2y \ xy^2 \ y^3 \end{array}$$

Figure IV.3 Triangle de Pascal

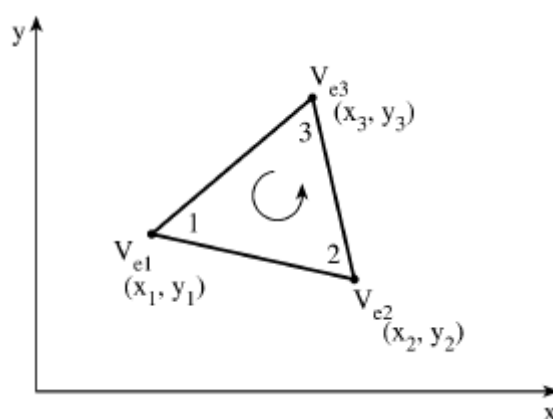


Figure. IV.4 Élément triangulaire typique

on applique la relation générale

$$N_i(x_j, y_j) = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Soient les 3 systèmes à 3 systèmes d'équations suivants à résoudre :

$$\begin{cases} N_1(x_1, y_1) = 1 = a_1 + b_1x_1 + c_1y_1 \\ N_1(x_2, y_2) = 0 = a_1 + b_1x_2 + c_1y_2 \\ N_1(x_3, y_3) = 0 = a_1 + b_1x_3 + c_1y_3 \end{cases} \begin{cases} N_2(x_1, y_1) = 0 = a_2 + b_2x_1 + c_2y_1 \\ N_2(x_2, y_2) = 1 = a_2 + b_2x_2 + c_2y_2 \\ N_2(x_3, y_3) = 0 = a_2 + b_2x_3 + c_2y_3 \end{cases} \begin{cases} N_3(x_1, y_1) = 0 = a_3 + b_3x_1 + c_3y_1 \\ N_3(x_2, y_2) = 0 = a_3 + b_3x_2 + c_3y_2 \\ N_3(x_3, y_3) = 1 = a_3 + b_3x_3 + c_3y_3 \end{cases}$$

Après résolution des 3 systèmes, on a :

$$N_1(x, y) = \frac{1}{2A^e} ((y_3 - y_2)(x_2 - x) - (x_3 - x_2)(y_2 - y)) \quad \text{IV.5.a)}$$

$$N_2(x, y) = \frac{1}{2A^e} ((y_1 - y_3)(x_3 - x) - (x_1 - x_3)(y_3 - y)) \quad \text{(IV.5.b)}$$

$$N_3(x, y) = \frac{1}{2A^e} ((y_2 - y_1)(x_1 - x) - (x_2 - x_1)(y_1 - y)) \quad \text{(IV.5.c)}$$

avec

$$A^e = \frac{(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)}{2} \quad \text{(Aire de l'élément)} \quad \text{(IV.6)}$$

La valeur de A est positive si les nœuds sont numérotés dans le sens antihoraire (à partir de n'importe quel nœud), comme indiqué par la flèche sur la Figure. IV.4.

IV.3.4 Formulations intégrales

La particularité de la méthode des éléments finis (MEF) est de discrétiser, non pas la relation d'équilibre, mais une forme « affaiblie » de cette équation. Cette forme est appelée sous divers noms :

- Forme intégrale en résidus pondérés,
- Forme variationnelle.

a. Méthode variationnelle (méthode de Ritz)

Obtenue à partir de l'énergie totale du dispositif. Cette formulation n'est pas très utilisée.

b. Méthode des résidus pondérés

Le principe de la méthode des résidus pondérés consiste à chercher la solution approchée du problème en partant directement des EDP et à déterminer le potentiel vecteur magnétique \vec{A} permettant d'annuler l'intégrale du résidu. Dans ce qui suit, on se limitera à la méthode projective de Galerkin qui consiste à choisir des fonctions de projections identiques aux fonctions d'approximation, qui conduit finalement à un système algébrique symétrique facile à résoudre [Kheb 07], [Cher 11].

IV.4 Méthodes des Différences Finies (MDF)

La Méthode des Différences Finies (MDF) est une méthode de discrétisation d'une équation aux dérivées partielles ou d'un ensemble de relations aux dérivées partielles. Elle consiste à exprimer le potentiel à un nœud en fonction des potentiels aux nœuds voisins en s'appuyant sur l'approximation des opérateurs de dérivations spatiales. Elle est basée sur un maillage du domaine d'étude et des approximations qui permettent de remplacer les équations différentielles par des équations aux différences finies on utilisant le développement limité en série de Taylor de la fonction à déterminer, en chacun des nœuds. Pour un maillage de N nœuds, on obtiendra un système à N équations qu'il suffit de résoudre pour déterminer la valeur du potentiel au niveau de chaque nœud [Marc 08], [Triw 08].

IV.5 Méthode des Intégrales de Frontières (MIF)

La Méthode des Intégrales de Frontières (MIF) permet de ramener le maillage uniquement à la frontière du domaine. Ainsi, le calcul des valeurs de l'inconnue sur les frontières du domaine nous permet de déduire la solution en tout point du domaine. Pour ramener le problème sur les frontières, la MIF utilise le théorème d'Ostrogradski-Green.

Cette méthode peut être intéressante pour l'étude de structure tridimensionnelle ou lorsque l'air ou les milieux passifs occupent une grande partie du domaine d'étude. Elle est utilisée en magnétostatique ou bien elle est couplée avec la méthode des éléments finis pour calculer des champs électromagnétiques dans les milieux linéaires et non conducteurs. Elle est intéressante pour l'étude de structure 3D lorsque l'air ou les milieux passifs occupe une grande partie du domaine d'étude. D'autre part, la MIF s'adapte bien aux problèmes à frontières « ouvertes » (par exemple potentiel \vec{A} nul à l'infini).

Cependant, la méthode des intégrales de frontières a la difficulté de ne pas prendre en considération la saturation, de plus elle nécessite un espace mémoire et un temps de calcul importants, car elle conduit à un système algébrique à matrice pleine (pas de termes nuls) [Blit 97] [Belk] [Salh 08] [Maio 06].

IV.6 Méthodes des Volumes Finis (MVF)

La Méthode des Volumes Finis (MVF) se déduit de la méthode des différences finies. Mais, contrairement à cette dernière qui utilise des approximations de dérivées, la méthode de volumes finis utilise, comme la méthode d'éléments finis, des approximations d'intégrales.

Toutefois, la méthode des éléments finis utilise une formulation variationnelle de l'équation à résoudre (on parle aussi de forme faible), tandis que la méthode de volumes finis est fondée directement sur la forme dite forte de l'équation. Cette méthode a été initialement utilisée en mécanique des fluides puis elle est appliquée pour la résolution des équations de Maxwell [Salh 08] [Maio 06].

IV.7 Formulation éléments finis des équations du modèle

IV.7.1 Equation magnétodynamique

a. Cas de système de coordonnées cartésiennes

L'équation magnétodynamique dans le cas comportant une source est donnée par

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})\right) + \sigma \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = \vec{J}_{sz} \quad (\text{IV.7})$$

En régime harmonique l'équation devient

$$\overrightarrow{\text{rot}}\left(\frac{1}{\mu}\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{A})\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot \vec{A} = \vec{J}_{sz} \quad (\text{IV.8})$$

L'équation (IV.8) peut s'écrire sous la forme

$$-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z = J_{sz} \quad (\text{IV.9})$$

La formulation intégrale de l'équation (IV-9) peut être donnée par

$$\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(-\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) + j \cdot \omega \cdot \sigma \cdot A_z - J_{sz}\right) \cdot dx \, dy = 0 \quad (\text{IV.10})$$

L'équation (IV-10) peut être réécrite comme suit :

$$-\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) \cdot dx \, dy + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx \, dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} \cdot dx \, dy \quad (\text{IV.11})$$

L'application de théorème de Green, nous permet d'écrire

$$\left\{ \begin{array}{l} \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial x}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(v \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right)\right) \cdot dx \, dy \\ = -\iint_{\Omega} v \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \cdot dx \, dy + \int_{\Gamma} v \cdot \left(\frac{\partial A_z}{\partial x} \cdot \cos(n, x) + \frac{\partial A_z}{\partial y} \cdot \cos(n, y)\right) \cdot d\Gamma \\ = \iint_{\Omega} v \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial y} \cdot \frac{\partial A_z}{\partial y}\right) \cdot dx \, dy + \int_{\Gamma} v \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma \end{array} \right. \quad (\text{IV.12})$$

En remplaçant (IV-12) dans l'équation (IV-11) on aura

$$-\iint_{\Omega} v \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla A_z} \, dx \, dy + \int_{\Gamma} v \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx \, dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} \cdot dx \, dy \quad (\text{IV.13})$$

avec Γ le contour sur le quel repose la surface Ω .

En considérant des conditions aux limites type Dirichlet ou Neumann homogène, le terme sur la frontière s'annule

$$\int_{\Gamma} v \frac{\partial A_z}{\partial n} \cdot \alpha_i \cdot d\Gamma = 0 \quad (\text{IV.14})$$

L'expression (IV-13) devient alors

$$-\iint_{\Omega} v \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla A_z} \, dx \, dy + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A_z \cdot dx \, dy = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} \cdot dx \, dy \quad (\text{IV.15})$$

Sachant que

$$A_z^e = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (\text{IV.16})$$

En remplaçant (IV-16) dans (IV-15) nous obtenons

$$\sum_{j=1}^N \left[-\iint_{\Omega} v \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} \, dx \, dy + j \cdot \omega \iint_{\Omega} \alpha_i \alpha_j \cdot \sigma \cdot dx \, dy \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} \cdot dx \, dy \quad (\text{IV.17})$$

L'équation (IV-17) peut être écrite pour tous les nœuds du domaine sous la forme algébrique, on obtient alors l'expression suivante

$$[K] \cdot \{A\} + j\omega [M] \cdot \{A\} = \{F\} \quad (\text{IV.18})$$

avec

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} v \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} \, dx \, dy$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \alpha_i \alpha_j \, dx \, dy$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_{sz} \cdot dx \, dy$$

$$\bar{A} = A_r + jA_i$$

Où A_r est la partie réel et A_i est la partie imaginaire.

b. Cas de système de coordonnées cylindriques (axisymétriques)

En considérant le régime harmonique et en faisant le même raisonnement que le cas des coordonnées cartésiennes on aura :

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial r \cdot A_\varphi}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial r \cdot A_\varphi}{\partial z} \right) - \frac{\sigma}{r} \frac{\partial r \cdot A_\varphi}{\partial t} = -J_{ex} \quad (IV.19)$$

En considérant comme inconnu le potentiel vecteur modifié donné par $A^* = r \cdot A_\varphi$ l'équation (IV.19) devient

$$- \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v}{r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \right) \cdot dr \, dz + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A^* \cdot \frac{dr \, dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot dr \, dz \quad (IV.20)$$

L'application du théorème de green, nous permet d'écrire

$$\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \left(\frac{\partial \alpha_i}{\partial r} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial r} + \frac{\partial \alpha_i}{\partial z} \cdot \frac{\partial A^*}{\partial z} \right) \cdot dr \, dz + \int_{\Gamma} \frac{v}{r} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\partial A^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + j\omega \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A^* \cdot \frac{dr \, dz}{r} = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot dr \, dz \quad (IV.21)$$

En considérant les conditions aux limites type Dirichlet ou Newmann homogène, le terme sur la frontière s'annule.

En remplaçant A par sa forme discrétisée

$$A^* = \sum_{j=1}^N \alpha_j A_j \quad (IV.22)$$

On aura

$$\sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} \, dr \, dz \right] \cdot A_j + j\omega \sum_{j=1}^N \left[\iint_{\Omega} \alpha_i \cdot \sigma \cdot A \cdot \frac{dr \, dz}{r} \right] \cdot A_j = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_\varphi \cdot dr \, dz \quad (IV.23)$$

L'équation (IV-23) s'écrit sur tous les nœuds du domaine sous la forme matricielle suivante

$$[K] \cdot \{A\} + j\omega \cdot [M] \cdot \{A\} = \{F\} \quad (IV.24)$$

avec

$$K_{ij} = \iint_{\Omega} \frac{v}{r} \cdot \overline{\nabla \alpha_i} \cdot \overline{\nabla \alpha_j} \, dr \, dz$$

$$M_{ij} = \iint_{\Omega} \sigma \cdot \alpha_i \cdot \alpha_j \cdot \frac{dr \, dz}{r}$$

$$F_i = \iint_{\Omega} \alpha_i \cdot J_z \cdot dr \, dz$$

$$\overline{A} = A_r + jA_i$$

Où A_r est la partie réelle et A_i et la partie imaginaire.

IV.8 Méthodes de calcul de l'impédance vue par capteur

Comme le contrôle par courants de Foucault est fonction de la variation de l'impédance d'un capteur au voisinage d'un défaut, il est nécessaire de calculer l'impédance de la sonde à partir du potentiel vecteur [Thom 78].

IV.8.1 Impédance à travers les énergies électromagnétiques

Le comportement électromagnétique de l'ensemble bobine - matériau à contrôler peut-être étudié au moyen d'une analogie électrique : un circuit constitué de deux bobines couplées de manière inductive est équivalent à un seul circuit dont les paramètres sont ramenés à la bobine source. D'après cette équivalence, l'énergie magnétique du système (capteur - pièce) est égale à l'énergie magnétique du circuit équivalent. Il en est de même pour l'énergie dissipée par effet Joule. La résistance R vue par le capteur peut-être évaluée à travers le calcul de la puissance perdue par effet Joule, soit

$$W_J = \iiint_v \frac{J_{\text{induit}}^2}{\sigma} dv \quad (\text{IV.25})$$

Avec $J_{\text{induit}} = -j\omega\sigma A_z^e$ (IV.26)

$$W_J = RI^2 \quad (\text{IV.27})$$

D'où

$$R = \frac{W_J}{I^2} = \frac{N^2}{S^2 J^2} W_J \quad (\text{IV.28})$$

De même l'énergie magnétique emmagasinée nous permet de déduire l'inductance du système.

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_v \frac{B^2}{\mu} dv \quad (\text{IV.29})$$

Avec $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ (IV.30)

$$W_m = \frac{1}{2} LI^2 \quad (\text{IV.31})$$

D'où :

$$L = \frac{2W_m}{I^2} = \frac{2N^2}{S^2 J^2} W_m \quad (\text{IV.32})$$

Ce qui nous peut d'écrire l'équation de l'impédance comme suite

$$Z = R + j\omega L = \frac{1}{I^2} (W_J + j\omega 2W_m) \quad (\text{IV.33})$$

avec

R : Résistance vue par le capteur

X : Réactance vue par le capteur

Z : Impédance vue par le capteur

I : Courant traversant le capteur

J_{induit} : densité de courant dans le capteur

W_j : Energie correspondant aux pertes dans le conducteur

W_m : Energie magnétique emmagasinée dans tout l'espace

Cette méthode permet de calculer la résistance et l'inductance (réactance) d'une bobine de manière extrêmement simple et rapide même si cette bobine est en présence d'un matériau réactif. Néanmoins, cette méthode est applicable uniquement aux capteurs double fonctions, c'est-à-dire aux capteurs faisant office en même temps d'émetteur et de récepteur. Nous devons donc nous tourner vers d'autres types de méthodes pour les capteurs à fonctions séparées.

VI.8.2 Impédance à travers l'induction ou le flux magnétique

L'impédance du bobinage peut-être calculée à l'aide d'une méthode générale reposant sur le calcul du flux de l'induction magnétique.

Considérons une bobine de section S composée de N_s spires, parcourus par un courant I_{cond} .

Le flux traversant un tube de courant d'un rayon r et de section S', est donné par l'expression suivante :

$$d\phi = k \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \cdot ds \quad (IV.34)$$

En considérant une répartition uniforme des conducteurs dans la bobine, on aura : $k = \frac{N_s}{S}$

(k étant le nombre de conducteurs contenus dans S')

Sachant que $\vec{B} = \overrightarrow{rot} \vec{A}$ et le théorème de Stokes l'équation (IV.34) devient :

$$d\phi = k \int_C \vec{A} \cdot d\vec{l} \quad (IV.35)$$

On intégrant l'expression (IV.35) sur le contour fermé C qui s'appuie sur S' :

$$d\phi = \begin{cases} k \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \vec{A} & \text{Cylindrique} \\ k \cdot L \cdot \vec{A} & \text{Cartésiennes} \end{cases} \quad (IV.36)$$

En considère la relation en cordonnée cartésienne l'équation (IV.36) devient :

$$d\phi = k.L. A_z(x,y) \quad (\text{IV.37})$$

Le flux totale traversant la bobine, est alors donnée par :

$$\phi = \iint d\phi. ds = \iint_S k. L. A_z. ds \quad (\text{IV.38})$$

en remplaçant dans (IV.38) en retrouve le flux traversant S :

$$\phi = \frac{N_s}{S} \iint_S L. A_z. ds \quad (\text{IV.39})$$

L'impédance est donnée par $Z = \frac{U}{I_{cond}}$, U étant la tension

avec

$$U = \frac{d\phi}{dt} \quad \text{et} \quad J = I_{cond} \frac{N_s}{S}$$

En remplaçant dans (IV.39), on obtient

$$Z = \frac{N_s^2}{J.S^2} \iint_S L. \frac{\partial A_z}{\partial t}. ds \quad (\text{IV.40})$$

Dans le cas d'une alimentation sinusoïdale, le potentiel vecteur est de la forme :

$$A = \text{re}(A) + j.\text{Im}(A) \quad (\text{IV.41})$$

L'expression de l'impédance devient

$$Z = j. \frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \iint_S L. A. ds \quad (\text{IV.42})$$

En introduisant la relation (IV.41) on aboutie a une nouvelle expression de l'impédance Z du capteur.

$$\text{Re}(A) = - \frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \iint_S L. \text{Im}(A). ds \quad (\text{IV.43.a})$$

$$\text{Im}(Z) = \frac{N_s^2}{J.S^2} \omega \iint_S L. \text{Re}(A). ds \quad (\text{IV.43.b})$$

$L = 2\pi.r$ cylindrique

IV.9 Conclusion

Les modèles d'équations aux dérivées partielles électromagnétiques étant formulées, ce troisième chapitre a fait l'objet d'un exposé des méthodes analytiques et numériques pouvant permettre la résolution des ces EDP. Il est plutôt difficile d'obtenir des solutions analytiques pour des problèmes électromagnétiques de contrôle non destructif. Il y a plusieurs raisons qui justifient tout cela. La raison principale est l'interaction complexe du champ électromagnétique avec des matériaux, particulièrement avec des variations matérielles (l'hétérogénéité) telles que les défauts.

Le présent mémoire consacre la méthode des éléments finis comme outil de résolution, l'implantation des codes de calcul étant réalisés sous environnement MATLAB.

V. Méthodes de prise en compte du mouvement

| | |
|---|-----------|
| V.1 Introduction | 54 |
| V.2 Techniques de remaillage complet ou partiel | 54 |
| V.3 Les méthodes analytiques (technique de couplage de méthodes)..... | 55 |
| V.4 Méthodes de raccordement de maillage fixe et mobile..... | 56 |
| V.5 Méthode de la bande géométrique (affectation des propriétés) | 58 |
| V.6 Conclusion..... | 59 |

V.1 Introduction

Les courants induits sont créés dans les matériaux conducteurs par variations temporelles du champ magnétique. Ces variations peuvent être générées soit dans des géométries fixes en présence de sources de courants variables dans le temps, soit dans des géométries mobiles en présence de sources de courants constantes dans le temps.

Les dispositifs électrotechniques et notamment les convertisseurs électromécaniques (machines et actionneurs électriques) peuvent comporter des parties en mouvement. La modélisation numérique de tels systèmes nécessite donc le développement des techniques permettant la prise en compte du mouvement, que ce soit de rotation, pour les machines électriques, ou de translation.

Pour simuler le mouvement d'un système électromagnétique, lorsqu'on effectue une modélisation avec la méthode des éléments finis, diverses stratégies ou techniques numériques peuvent être envisagées. [Shi 05]

Ces méthodes peuvent être classées en deux catégories, l'une basée sur l'utilisation d'un seul référentiel indépendant de la position de la partie mobile (approche eulérienne) et l'autre basée sur l'utilisation de deux référentiels, l'un lié à la partie mobile et l'autre à la partie fixe approche Lagrangienne. Dans le système à deux repères, les techniques de prise en compte du mouvement peuvent être classées comme suit.

- Les techniques de remaillage (complet ou partiel)

- Les méthodes analytiques (techniques de couplage de méthodes)

- Les méthodes de raccordement de maillage fixe et mobile

- Les méthodes de la bande géométrique

Dans ce chapitre nous allons présenter sommairement les méthodes les plus utilisées pour la prise en compte du mouvement dans les systèmes électromagnétiques en particulier, dans les systèmes de contrôle non destructif par courant de Foucault

V.2 Techniques de remaillage complet ou partiel

Le principe de cette méthode consiste à remailler complètement ou partiellement la géométrie du domaine pour chaque déplacement de la partie mobile. Cela impose donc un couplage entre le code de calcul par éléments finis et l'appel du mailleur automatique 2-D. [Rach 07].

a. Remaillage complet

En utilisant cette technique de remaillage, les propriétés de la matrice du système sont inchangées. De plus elle est économique en temps de calcul et espace mémoire lorsque le

maillage a un faible nombre d'éléments. Mais lorsque la géométrie se complique, cette méthode est jugée trop lourde et coûteuse en terme de temps opérateur avec la difficulté de réaliser le transfert de données sans occasionner une perte de précision en passant d'un pas de calcul à un autre [Mohe 01].

b. Remaillage partiel (Bande de mouvement)

Proposée d'abord en 2-D, cette méthode est basée sur le remaillage de l'entrefer D_e à chaque fois qu'il y a déplacement, en maintenant les domaines fixe D_f et mobile D_m inchangés. La couche d'éléments séparant la partie mobile et la partie fixe s'appelle bande de mouvement. A chaque déplacement de la partie mobile D_m , la bande de mouvement est démaillée, les nœuds du maillage mobile sont déplacés et la bande est remaillée (figure V.1). Le remaillage peut être effectué par un mailleur automatique intégré au code de calcul ou en développant un algorithme de connexion des nœuds des bords S_m et S_f de l'entrefer. [Rach 07].

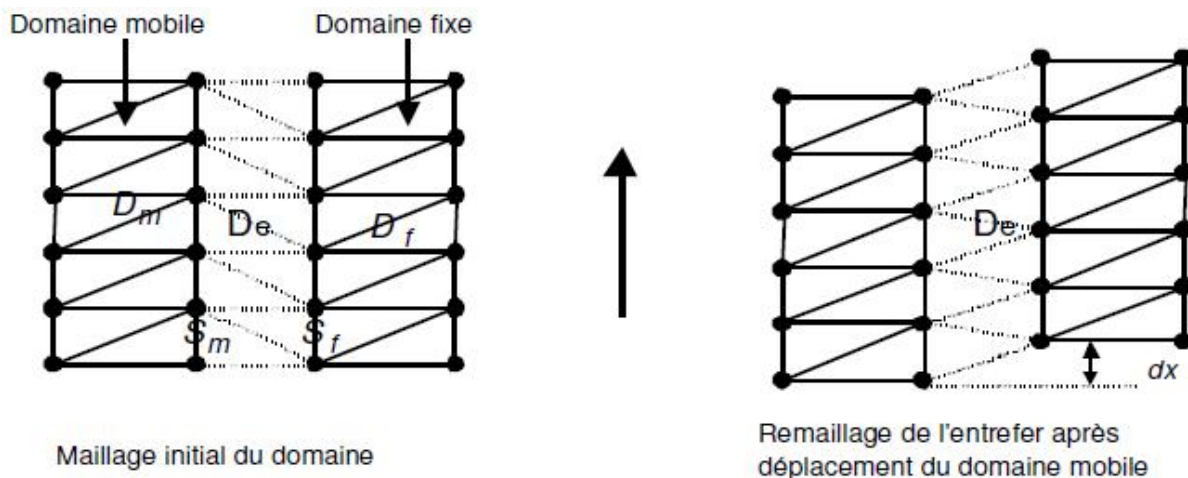


Figure V.1 Prise en compte du mouvement par la bande de mouvement.

L'utilisation de la bande de mouvement permet de garder les propriétés de la matrice éléments finis (creuse et symétrique). Par rapport à la technique de remaillage complet, cette méthode présente comme avantage certain la rapidité d'exécution puisqu'il suffit de corriger uniquement les termes de la matrice élémentaire des éléments situés dans la bande de mouvement. Néanmoins, elle est lente comparée aux autres méthodes.

V.3 Les méthodes analytiques (technique de couplage de méthodes)

a. Méthodes intégrale de frontières-éléments finis

Cette méthode consiste à faire un couplage de la méthode des éléments finis, avec la méthode d'intégrale de frontières. Dans ce cas, on définit un sous domaine intégrant la frontière entre la partie fixe et la partie mobile. Dans les parties fixe et mobile, à l'exception

du sous domaine réservé au mouvement, les équations à résoudre sont discrétisées avec la méthode des éléments finis.

Cette association « éléments finis-intégrales de frontières » a prouvé son intérêt à travers de nombreux articles, qui traitent de tels couplages, en particulier pour les problèmes bidimensionnels plans et tridimensionnels. Par contre, le couplage pour des problèmes axisymétriques n'est que rarement abordé en partie à cause de la complexité plus grande des intégrales de frontières.

b. Méthode du macro-élément

Cette méthode est basée sur l'expression analytique du champ dans un entrefer non maillé vu comme un seul élément fini mais possédant des nœuds sur la partie fixe et mobile. L'entrefer constitue alors une sorte d'élément fini plusieurs nœuds, d'où le nom de macro-élément [Felia 82]. Figure V.2.

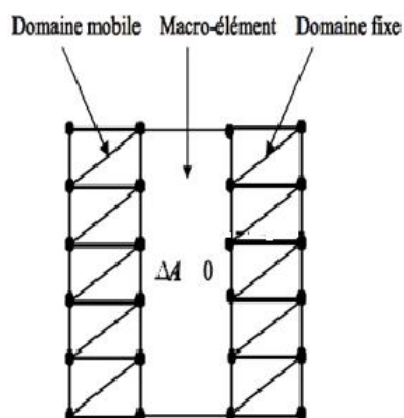


Figure V.2 prise en compte du mouvement par macro-élément.

V.4 Méthodes de raccordement de maillage fixe et mobile

Dans cette méthode plusieurs techniques ont été mises en œuvre.

a. Multiplicateurs de Lagrange

Cette méthode permet le recollement des parties fixes et mobiles en utilisant des contraintes additionnelles liées à la continuité du champ ou de l'induction. On utilise alors une méthode basée sur la modification de la fonctionnelle à minimiser. L'approche courante qui permet de modifier la fonctionnelle classique (en magnétodynamique et en magnétostatique) consiste à introduire les multiplicateurs de Lagrange. Cette méthode générale, peut être appliquée à n'importe quel type de formulation en 2D qu'en 3D. Néanmoins, la matrice obtenue est symétrique mais non définie positive avec des termes nuls sur la diagonale. Les autres inconvénients sont que les multiplicateurs de Lagrange doivent être discrétisés ce qui

augmente le nombre d'inconnues dans le système finale sans oublier que le calcul numérique des intégrales de couplages est assez complexe [Mare 91].

b. La ligne de glissement

Le principe est basé, sur le raccordement d'un maillage fixe et d'un maillage mobile qui s'effectue sur la frontière Γ_e . Cette frontière est une ligne en 2D et une surface en 3D.

Cette méthode exige un maillage régulier au niveau de la frontière. Elle doit être discrétisée en segments de même longueur en 2D ou en surfaces élémentaires parfaitement identiques en 3D. Pour conserver un maillage conforme le pas de mouvement doit correspondre à un nombre entier de pas de maillage. Cette méthode présente l'avantage d'avoir un maillage toujours conforme. Elle est simple à mettre en œuvre et les propriétés des éléments finis sont conservées. De ce fait, la prise en compte du mouvement n'introduit pas de nouvelle erreur numérique. Néanmoins, la contrainte sur le pas du mouvement qui doit correspondre au pas du maillage, constitue le principal inconvénient [Shi 05].

c. Méthodes d'interpolation nodale

Avec la surface de glissement le recollement du maillage s'effectue dans le cas 2D sur une ligne et sur une surface dans le cas 3D. Si l'on considère un déplacement quelconque, les éléments et donc les nœuds ne sont plus coïncidents. Pour le recollement des deux maillages et donc des inconnues, on a alors recours à une technique d'interpolation.

Cependant, la méthode d'interpolation, facilement applicable aux éléments nodaux, devient délicate à développer avec les autres types d'éléments. Dans cette étude, nous nous sommes donc limités au cas de la formulation en potentiel vecteur magnétique (Figure IV.3) [Perr 95], [Gasm 96], [Perr 96].

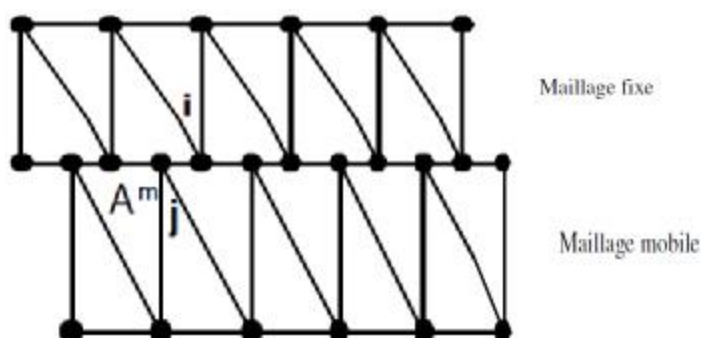


Figure V.3 Schéma de connexion par interpolation nodale.

En utilisant les fonctions d'interpolation de l'élément fixe, on peut écrire que le potentiel vecteur magnétique A_j^m au nœud mobile j est :

$$A_j^m = \sum_{i=1}^N \alpha_i^j \cdot A_{fi}$$

Avec α_i^j les fonctions d'interpolation nodales évaluées au nœud j , N le nombre de nœuds par élément fixe et A_{fi} sont les valeurs nodales du potentiel vecteur de l'élément fixe.

L'avantage de cette technique indépendante de la formulation utilisée (potentiel vecteur ou scalaire), est de garder la structure de la matrice du système sans engendrer d'inconnues supplémentaires. Cependant, elle peut être mise en défaut lorsqu'il s'agit d'un maillage fortement hétérogène. Par ailleurs, son caractère nodal, n'assure qu'en moyenne la continuité du potentiel vecteur [Rach 07].

V.5 Méthode de la bande géométrique (affectation des propriétés)

L'approche que nous proposons permet le traitement des structures tridimensionnelles en déplacement rectiligne tout en gardant la même topologie du maillage quel que soit la course utile des parties mobiles du dispositif d'étude.

Cette méthode consiste à créer une bande géométrique au sein du modèle d'étude, et la subdiviser en sous régions élémentaires définissant ainsi la plaque et une partie de l'air environnant (figure V.4). A ces sous régions sont affectées les propriétés physiques (perméabilité magnétique et conductivité électrique) appropriées [Srai 96].

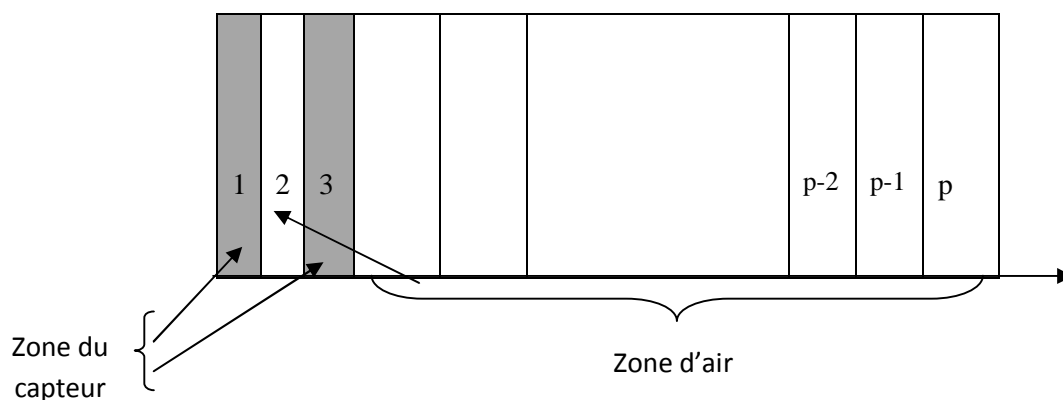


Figure V.4 bande géométrique avant déplacement.

La région de mouvement est constituée de p couches ayant une épaisseur Δx . La région constituant la sonde (capteur, inducteur) est repérée par les couches 1 et 3 et la région de l'air

environnant par les couches 2, 4,..... $p - 2$, $p - 1$, p . Selon ce repérage des éléments du maillage, les propriétés physiques sont affectées.

Après un déplacement de la plaque d'une distance Δx , les propriétés physiques affectées aux sous régions vont être modifiées selon leurs nouvelles appartenances physiques, traduisant le déplacement de la plaque d'une distance égale à la largeur de la sous région élémentaire Δx . Ainsi la région constituant le capteur est repérée par les couches 2 et 4 et la région de l'air environnant par les couches 1, 3, et 5,..... $p - 2$, $p - 1$, p (figure V.5).

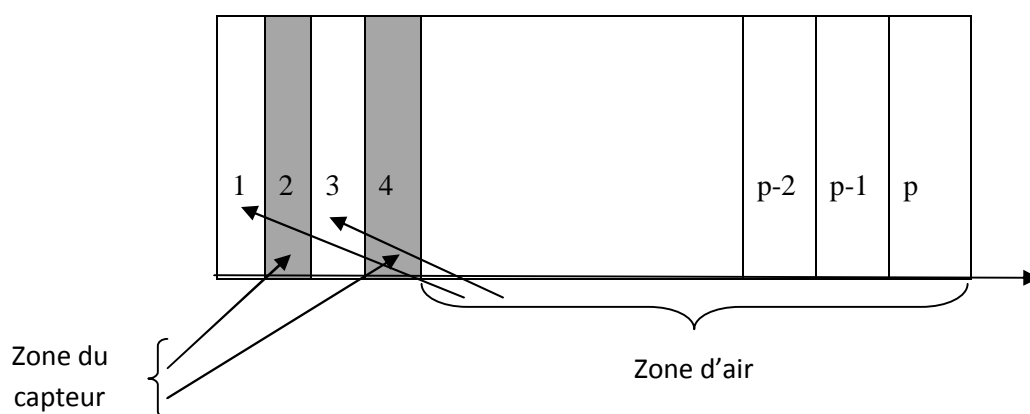


Figure V.5 bande géométrique après un pas de déplacement.

Il ressort que la méthode permet la prise en compte des régions conductrices sans modification de la topologie du maillage. La simulation du déplacement se fait par une simple affectation des propriétés physique. Cette méthode est simple du point de vue implémentation, mais elle peut générer un maillage dense du fait du prolongement de la géométrie de l'objet le long de la direction de déplacement. Cette forte densité du maillage constitue l'inconvénient majeur de cette technique. Dans notre cas on utilisera cette méthode pour les différentes simulations.

V.6 Conclusion

Dans ce chapitre, sont exposées les méthodes de prise en compte du mouvement en vue de la modélisation par éléments finis des systèmes électromagnétiques 2-D ayant des structures en déplacement.

VI. Applications de la technique de CND-CF

| | |
|---|-----------|
| VI.1 Introduction..... | 60 |
| VI.2 Description du dispositif d'étude | 60 |
| VI.3 Description de la simulation | 61 |
| VI.4 Exploitation du modèle pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométrique du défaut | 63 |
| VI.5 Séparation des défauts proches..... | 72 |
| VI.6 Localisation de défauts dans les pièces stratifiées (multicouche) ferromagnétique. | 81 |
| VI.6 Conclusion | 81 |

VI.1 Introduction

La simulation a pour but d'étudier les différents défauts produits au niveau d'une pièce conductrice d'électricité. Ces défauts se différencient par leurs caractéristiques géométriques ; leurs tailles, leurs positions relatives dans la pièce (en surface, au milieu et en profondeur). La détection des défauts et l'étude des paramètres sont traitées par le calcul de la variation de l'impédance aux bornes du capteur par la méthode des éléments finis.

Après avoir formulé les équations régissant notre modèle d'étude dans le chapitre précédent on va dans ce qui suit présenter les résultats des simulations effectuées sous environnement MATLAB (utilisant certaine fonction de sa boîte à outils PDETOOL). Pour un capteur à courant de Foucault type capteur différentiel.

Ce dernier chapitre sera dédié essentiellement à la présentation des résultats obtenus lors de la simulation, respectivement d'une pièce pour différents défaut et une autre présentant deux genres de défauts respectivement surfacique et sous-cutané pour enfin voir les limites que présente le dispositif lors de son fonctionnement en présence de deux défauts proches..

VI.2 Description du dispositif d'étude

Le dispositif étudié est montré en figure VI.1 comprend une plaque d'épaisseur $4d$ et de longueur $50d$. Une conductivité électrique de $1 \cdot 10^{+6}(\Omega\text{m})^{-1}$ et une perméabilité magnétique de $4\pi \cdot 10^{-7}(\text{H}\cdot\text{m}^{-1})$. Le capteur a une conductivité de $5,6 \cdot 10^{+7}(\Omega\text{m})^{-1}$ et une perméabilité magnétique de $4\pi \cdot 10^{-7}(\text{H}\cdot\text{m}^{-1})$. Chaque bobine de ce capteur comporte 70 spires et chaque spire est traversée par 5mA. Chaque bobine du capteur a une hauteur de $2d$ une longueur de d . La distance qui sépare les bobines est $0.5d$. La distance entre les bobines et la charge (lift-off) est de $0.5d$ (qui sera variable par la suite). Où $d=10\text{mm}$.

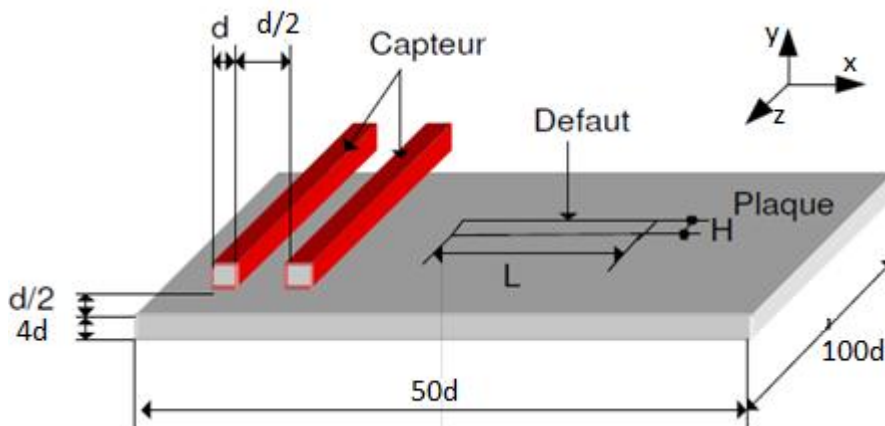


Figure VI.1 Géométrie de la plaque et le capteur différentiel en 3D.

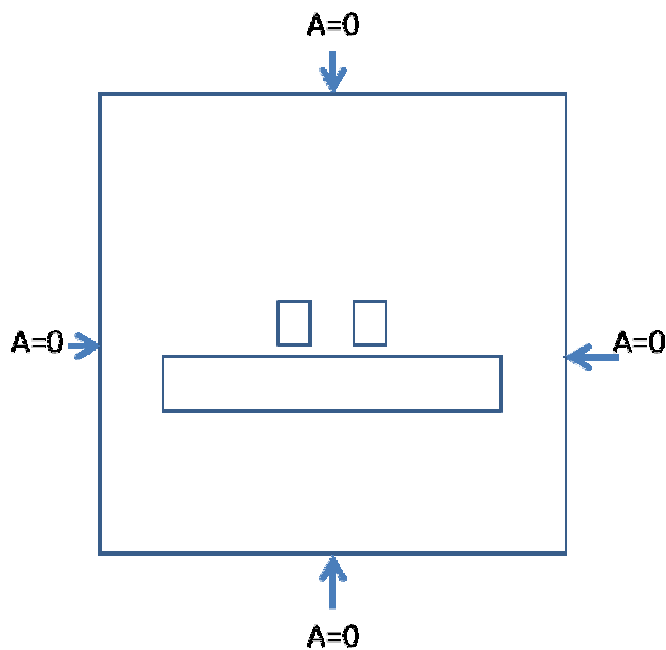


Figure VI.1 Géométrie de la plaque et le capteur différentiel en 2D.

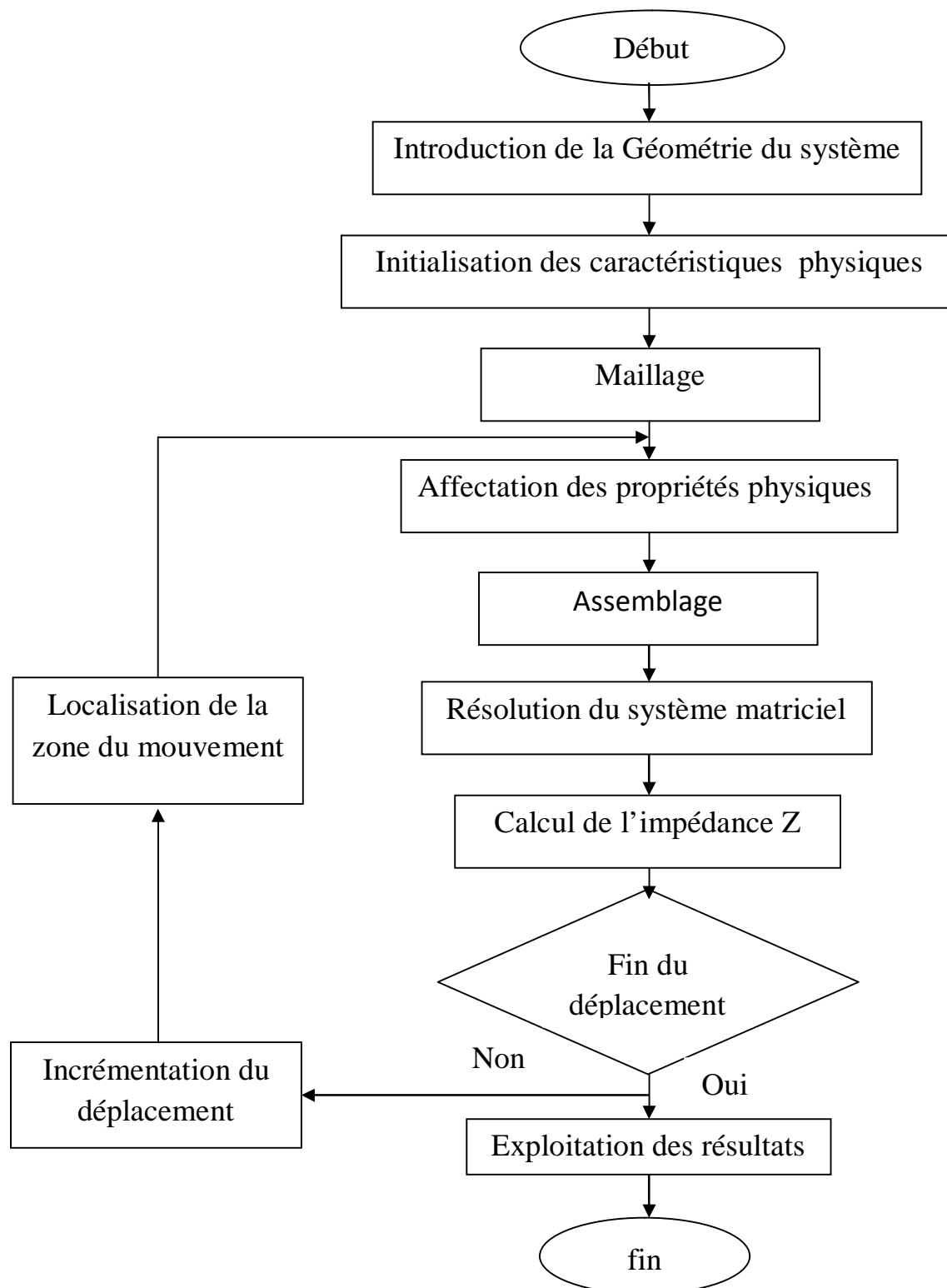
VI.3 Description de la simulation

Nous présentons, dans ce qui suit, les résultats de la modélisation, par la méthode des éléments finis, du contrôle non destructif par courant de Foucault des plaques présentant des défauts rectangulaires surfaciques (interne et externe), triangulaire, circulaire et escalier.

Après l'introduction des paramètres géométriques et électromagnétiques du dispositif, le modèle délivre la géométrie complète du système ; en ce qui concerne le maillage, les formes du capteur, de la pièce à contrôler ainsi que celle du défaut et sa position. Par la suite, le système d'équations, liant le potentiel vecteur magnétique aux autres grandeurs permettant par la suite de visualiser les lignes équipotentielles, les lignes d'induction magnétique ainsi que la répartition des courants de Foucault dans la pièce. Dans notre simulation ces résultats sont en fait secondaires, le plus important est le calcul (et le tracer) de l'impédance pour chaque valeur du déplacement.

Pour simuler la détection de ces défauts, le capteur est supposé se déplacer le long de la pièce la (charge). A chaque pas de déplacement, nous recueillons l'impédance vue par le capteur. Pour éviter les effets de coin causés par les extrémités de la charge, nous faisons déplacer le capteur à partir d'une position où ce dernier voit la pièce comme sain et uniforme. En supposant que le défaut est situé au milieu de la longueur de la pièce, le déplacement du capteur s'achève à une position symétrique par rapport à la position de départ.

L'Organigramme suivant résume les différentes étapes effectuées par le programme de calcul utilisant la méthode d'affectation des propriétés.



Organigramme de la simulation

VI.3.1 Domaine d'étude

Le domaine de résolution est représenté dans la figure VI.3.

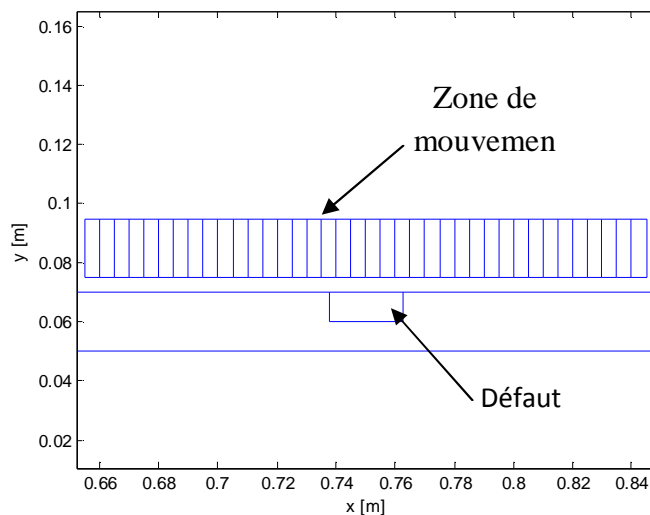


Figure VI.3 : Domaine de résolution

VI.3.2 Maillage du domaine

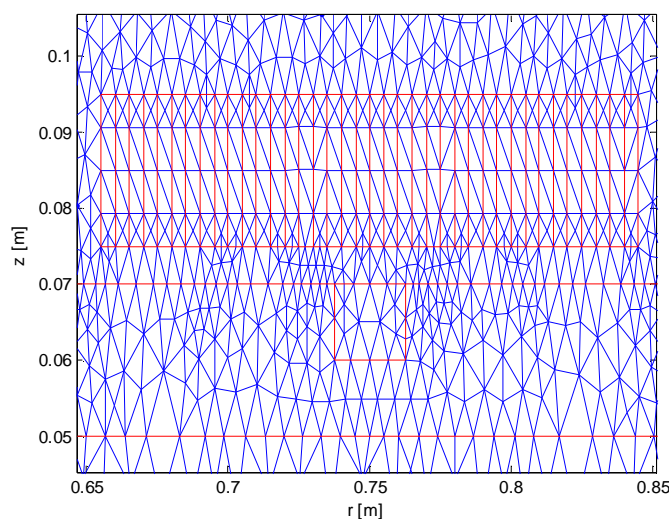


Figure VI.4 : Maillage du domaine

VI.4 Exploitation du modèle pour l'étude de l'influence des caractéristiques géométrique du défaut

Notre modèle sera exploité pour le calcul de l'impédance de système capteur-pièce, en considérant différents types de défauts rectangulaires surfaciques (enfouis et profonds), ainsi pour les défauts complexes.

VI.4.1 Position du défaut

Nous allons modifier la position du défaut tout en gardant la même hauteur du défaut (figure VI.5).

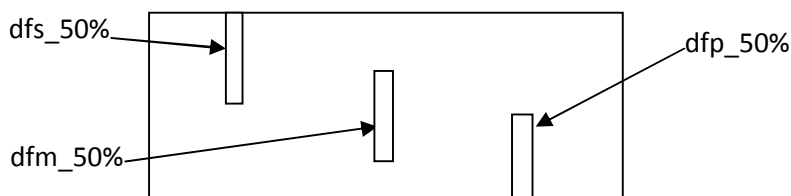


Figure VI.5 Pièce présentant des défauts rectangulaires pour différentes positions.

Les figures VI.6 et VI.7 rassemblent les réponses de trois positions de défauts rectangulaire surfaciques (enfouis et profond), de profondeur 50%.

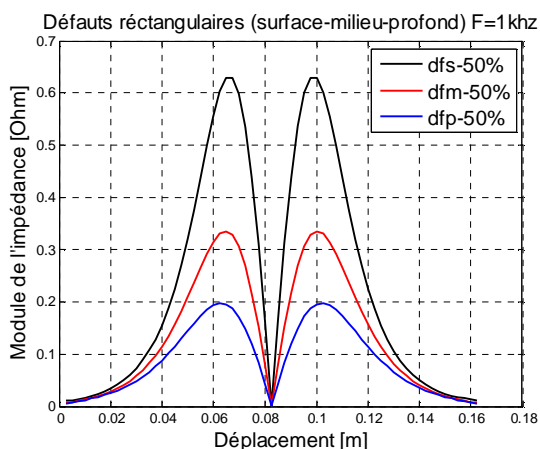


Figure VI.6 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes positions de défauts.

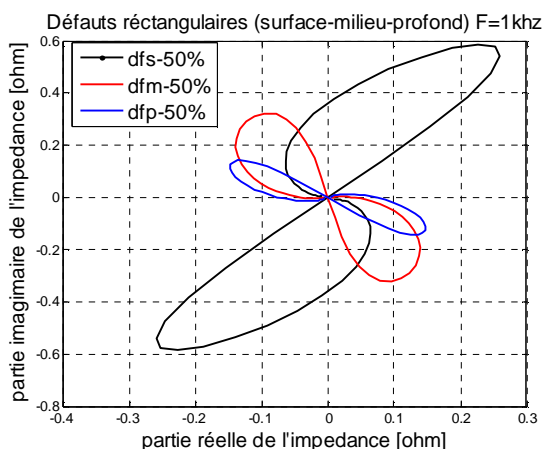


Figure VI.7 Courbes de Lissajous pour différentes positions de défauts.

VI.4.2 Profondeur du défaut

a. Défaut rectangulaire en surface

Nous allons modifier la profondeur du défaut tout en gardant la même position du défaut (figure VI.8).

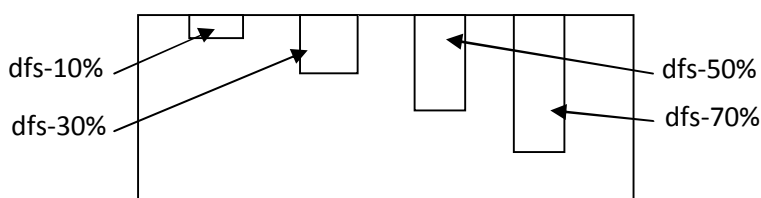


Figure VI.8 Pièce présentant des défauts rectangulaires en surface pour différentes profondeurs.

Nous présentons, dans les figures IV.9 et IV.10, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance de différents défauts rectangulaires présentant des profondeurs différentes pour une fréquence de 1Khz.

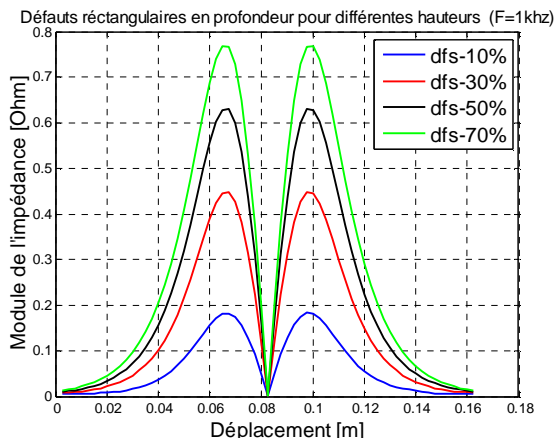


Figure VI.9 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes profondeurs du défaut

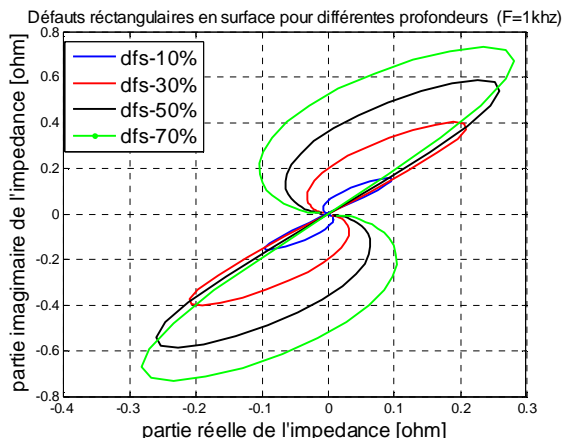


Figure VI.10 Courbes de Lissajous pour différentes profondeurs du défaut

b. Défaut rectangulaire sous cutané

Nous allons modifier la profondeur du défaut tout en gardant la même position du défaut (figure VI.11).

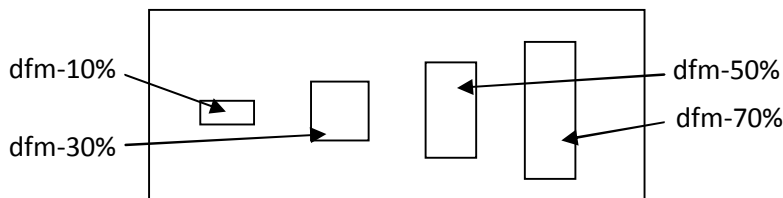


Figure VI.11 Pièce présentant des défauts rectangulaires au milieu pour différentes profondeurs.

Nous présentons, dans les figures IV.12 et IV.13 la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance de différents défauts rectangulaires présentant des profondeurs différentes pour une fréquence de 1Khz.

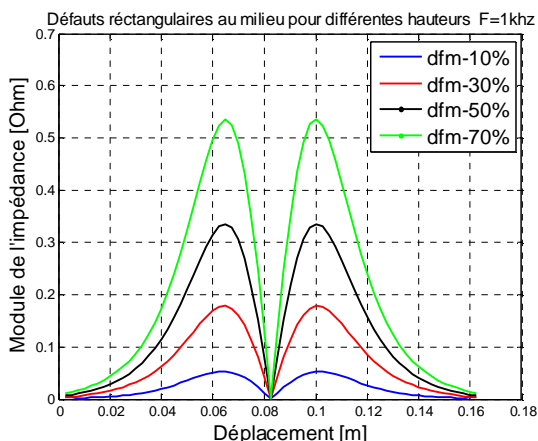


Figure VI.12 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes profondeurs du défaut.

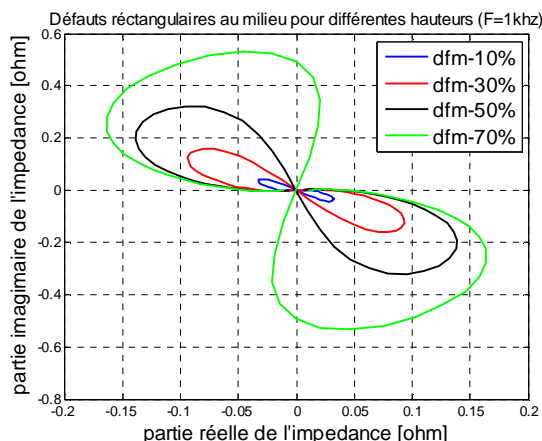


Figure VI.13 Courbes de Lissajous pour différentes profondeurs du défaut.

c. Défaut rectangulaire en surface

Nous allons modifier la profondeur du défaut tout en gardant la même position du défaut (figure VI.14).

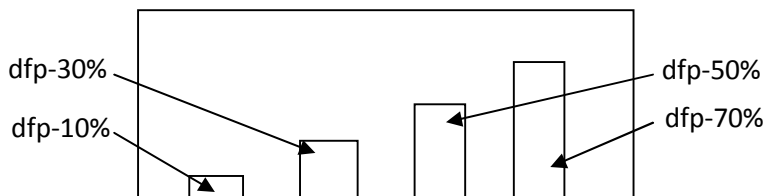


Figure VI.14 Pièce présentant des défauts rectangulaires en surface pour différentes profondeurs.

Nous présentons, dans les figures IV.15 et IV.16, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance de différents défauts rectangulaires présentant des profondeurs différentes pour une fréquence de 1Khz.

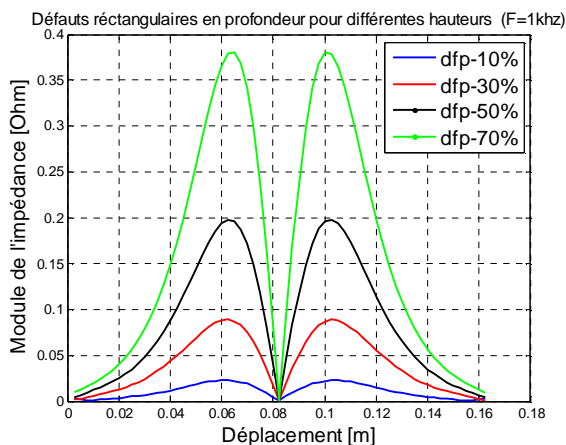


Figure VI.15 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes profondeurs du défaut.

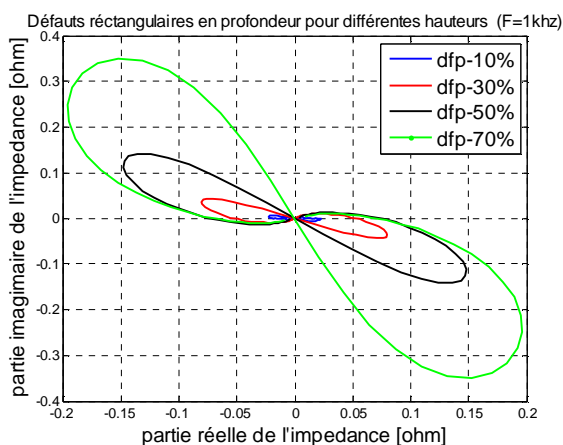


Figure VI.16 Courbes de Lissajous pour différentes profondeurs du défaut.

VI.4.3 Forme du défaut

Nous allons modifier la forme du défaut tout en gardant la même profondeur (figure VI.8).

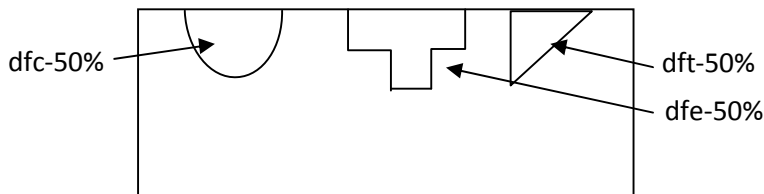


Figure VI.17 Pièce présentant des défauts rectangulaires en surface pour différentes profondeurs.

Nous présentons, dans les figures IV.18 et IV.19, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance de différents défauts (circulaire, triangulaire et escalier) présentant une même profondeur pour une fréquence de 1Khz.

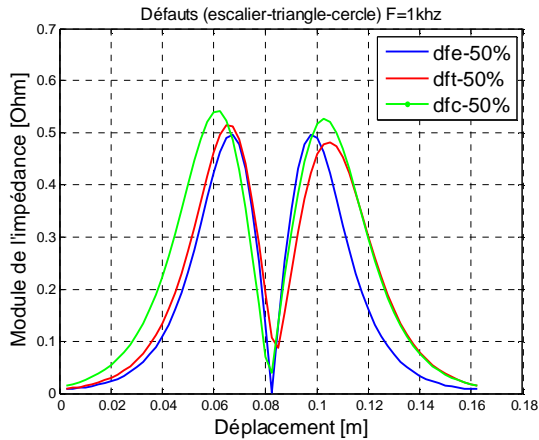


Figure VI.18 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différents défauts.

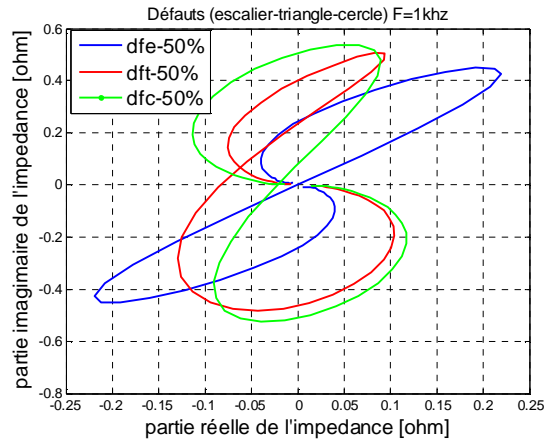


Figure VI.19 Courbes de Lissajous pour différents défauts.

VI.4.4 Défaut complexes (fissure)

Nous allons modifier le lift off et la fréquence séparément tout en gardant le même défaut (fissure) (figure VI.20).

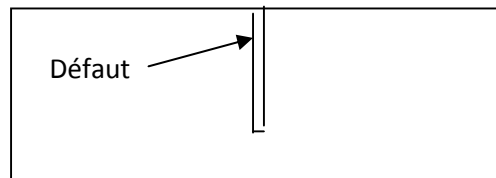


Figure VI.20 Pièce présentant un défaut fissure (Petite épaisseur et grande profondeur)

Nous présentons, dans les figures IV.21 et IV.22, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance pour un défaut (forme d'une fissure) présentant un lift-off différent pour une fréquence de 1Khz.

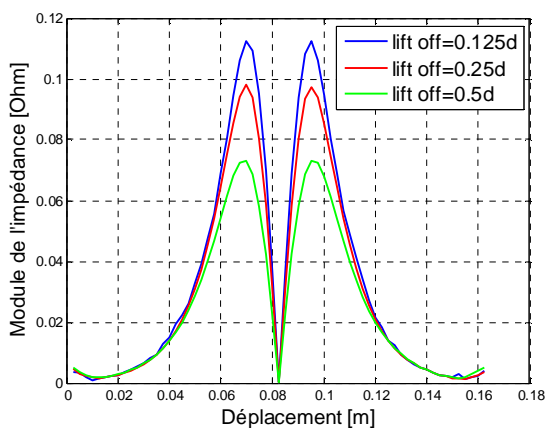


Figure VI.21 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différents lift-off

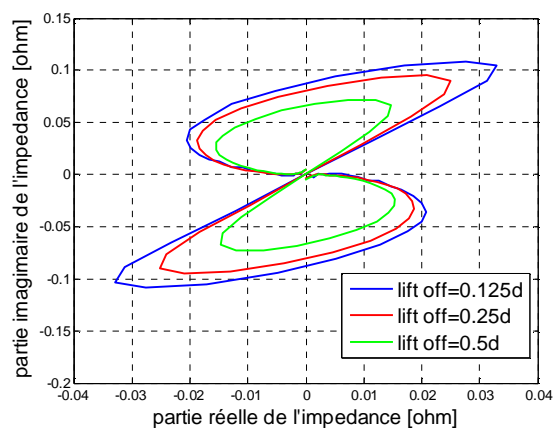


Figure VI.22 Courbes de Lissajous pour différents lift-off

Nous présentons, dans les figures IV.23, VI.24 et IV.25, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance pour un défaut (forme d'une fissure) présentant des fréquences différentes pour un lift-off de 0.125d.

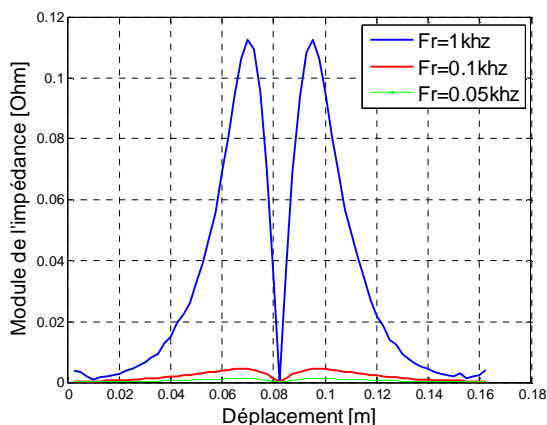


Figure VI.23 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différents fréquences (lift-off=0.125d).

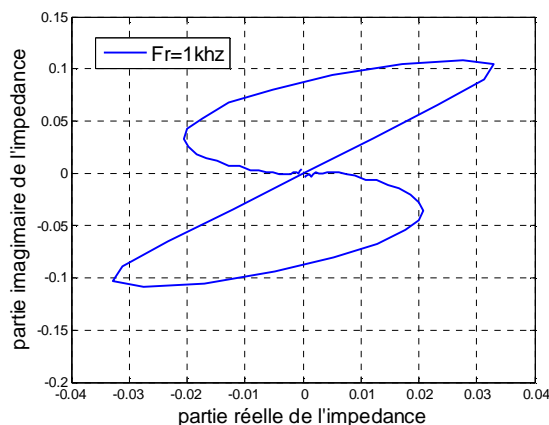


Figure VI.22 Courbe de Lissajous pour une fréquence de 1kHz (Lift-off=0.125d).

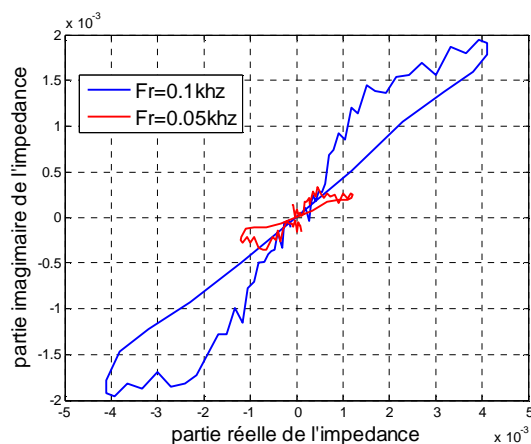


Figure VI.23 Courbes de Lissajous pour différents fréquences (lift-off=0.125d).

VI.4.5 Défaut complexes (corrosion)

Nous allons modifier le lift off et la fréquence séparément tout en gardant le même défaut (fissure) (figure VI.24).

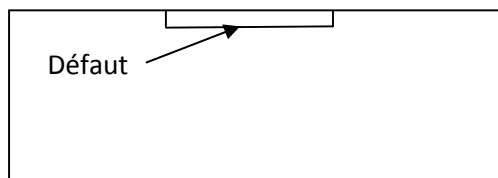


Figure VI.24 Pièce présentant un défaut corrosion (Grande épaisseur et petite profondeur).

Nous présentons, dans les figures IV.25, VI.26, VI.27 et IV.28, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance pour un défaut (corrosion) en faisant varier la fréquence.

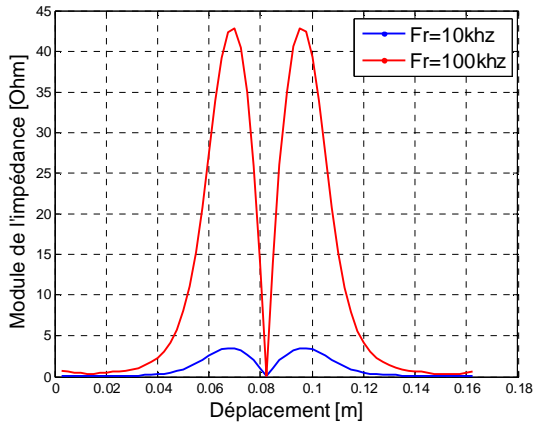


Figure VI.25 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes fréquences.

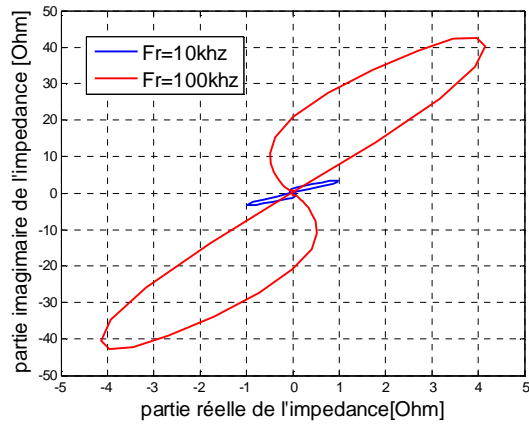


Figure VI.26 Courbe de Lissajous pour différentes fréquences.

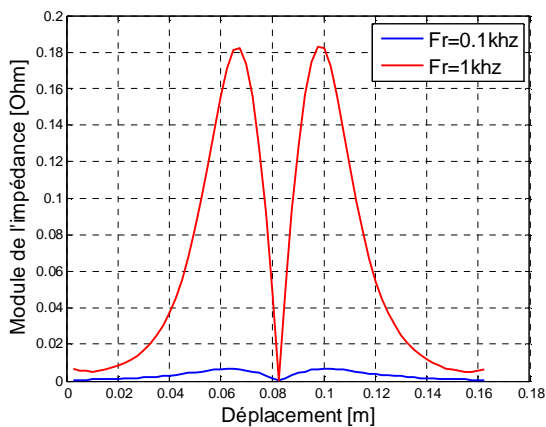


Figure VI.27 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différentes fréquences.

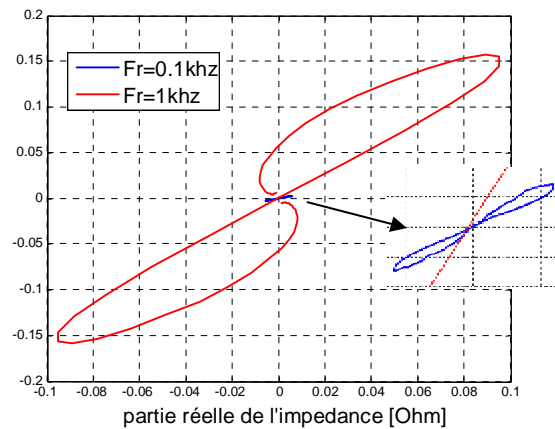


Figure VI.28 Courbe de Lissajous pour différentes fréquences.

VI.4.6 Défaut complexes (fissure incliné de droite à gauche)

Nous allons modifier le lift off tout en gardant le même défaut (fissure) (figure VI.29).

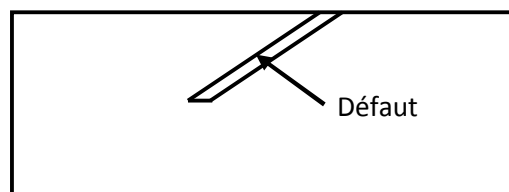


Figure VI.29 Pièce présentant un défaut (Fissure incliné de droite à gauche).

Nous présentons, dans les figures IV.30 et IV.31, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance pour un défaut (fissure inclinée de droite à gauche) en faisant varier le lift-off.

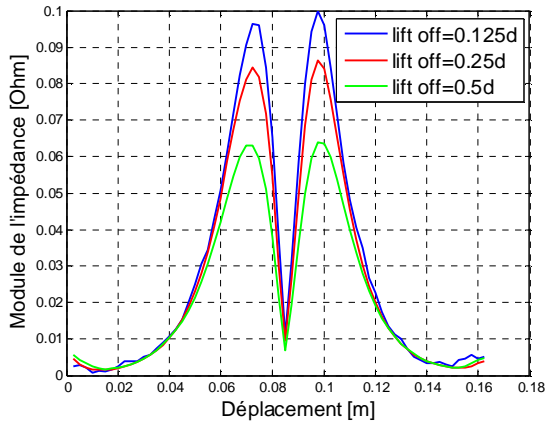


Figure VI.30 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différents lift-off

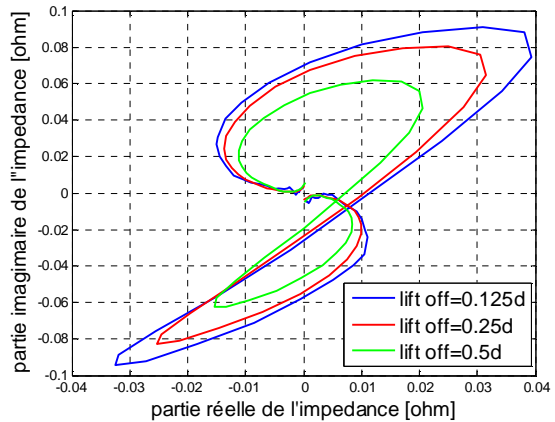


Figure VI.31 Courbe de Lissajous pour différents lift-off.

VI.4.7 Défaut complexes (fissure inclinée de gauche à droite)

Nous allons modifier le lift off tout en gardant le même défaut (fissure) (figure VI.32).

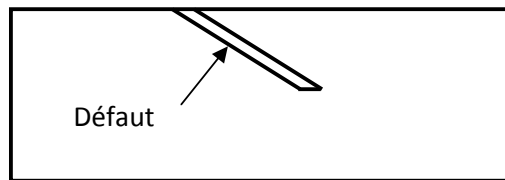


Figure VI.32 Pièce présentant un défaut (Fissure inclinée de gauche à droite).

Nous présentons, dans les figures IV.33 et IV.34, la comparaison des courbes de Lissajous et des variations d'impédance pour un défaut (fissure inclinée de gauche à droite) en faisant varier le lift-off.

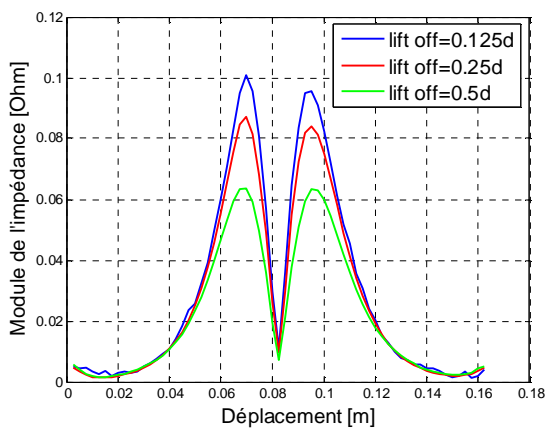


Figure VI.33 Variation du module de l'impédance en fonction du déplacement pour différents lift-off.

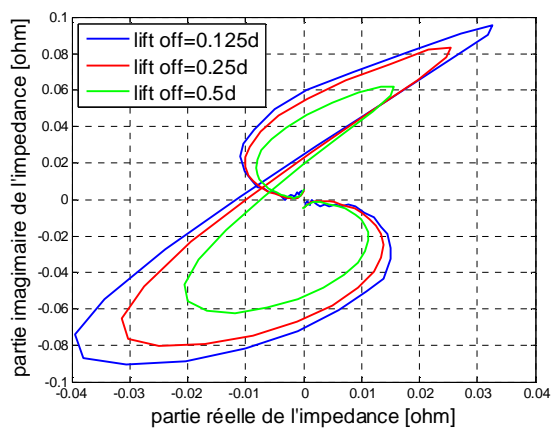


Figure VI.34 Courbe de Lissajous pour différents lift-off.

VI.4.8 Interprétation des résultats

Nous constatons que lorsque le capteur ne voit pas de défaut, la variation du module de l'impédance est nulle. Cela s'explique par le fait que la partie de la pièce en face du capteur est saine.

Lorsque le capteur se rapproche du défaut, nous observons l'augmentation du module de l'impédance jusqu'à une valeur maximale. Cette augmentation est due au fait que la première bobine du capteur voit le défaut à une position différente de celle de la deuxième bobine. Cela engendre une perturbation du champ source et par conséquent la variation d'impédance.

Quand le capteur arrive en face du défaut, nous n'enregistrons aucune variation car les deux bobines sont situées symétriquement par rapport au centre du défaut.

Nous constatons aussi que l'amplitude de l'impédance est d'autant plus importante que le défaut est proche du capteur. Ce phénomène est dû à la distribution du courant dans la plaque. Le courant est maximal à la surface (proche du capteur) et diminue au fur et à mesure qu'il pénètre dans l'épaisseur de la plaque. C'est l'effet de peau électromagnétique. C'est toujours cet effet qui explique la distinction des positions des défauts. Pour les autres défauts (milieu et profond) la variation est faible car les zones où sont situés les défauts ne sont pas traversées ou peu par les courants de Foucault.

Contrairement au défaut rectangulaire surfacique dont la signature est caractérisée par la variation du module de l'impédance, le défaut profond se distingue par la variation du déphasage. Ainsi, le déphasage de la variation maximale de l'impédance.

On remarque que la courbe de Lissajous des défauts surfaciques occupe les quatre quadrants contrairement aux autres défauts internes ils occupent seulement deux quadrants.

On constate que la variation de l'amplitude de l'impédance ainsi l'aire de la courbe de Lissajous est d'autant plus marquée que la profondeur du défaut surfacique (enfuit et profond) augmente. Cela s'explique par le fait que les courants de Foucault sont très perturbés par des défauts de grande taille.

L'amplitude de l'impédance dans le cas d'un défaut surfacique est d'autant plus importante que la fréquence est élevée. Cela est dû au phénomène de l'effet de peau dont l'épaisseur est inversement proportionnelle à la fréquence.

Les allures obtenues montrent que le lift-off (distance entre le capteur et la charge) influence principalement sur l'amplitude de la variation d'impédance et sur la précision des résultats. Le lift-off est inversement proportionnelle à la précision de détection.

VI.5 Séparation des défauts proches

Pour vérifier la capacité de notre dispositif à distinguer deux défauts proches, nous avons modélisé une plaque avec deux défauts identiques (et différents) en surface et sous cutané séparés d'une distance d_0 .

VI.5.1 Deux défauts identiques en surface

La figure VI.35 présente la géométrie de la plaque et des défauts.

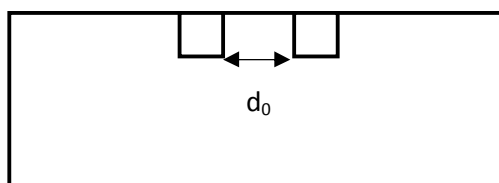
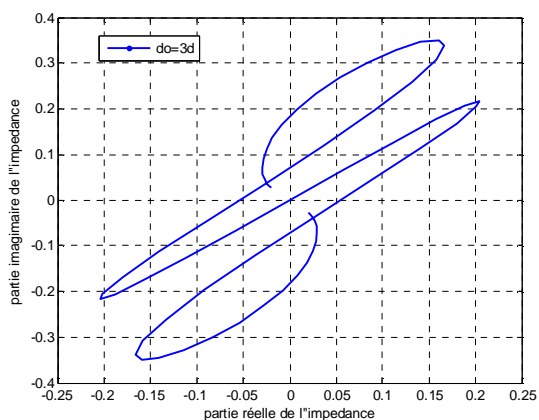
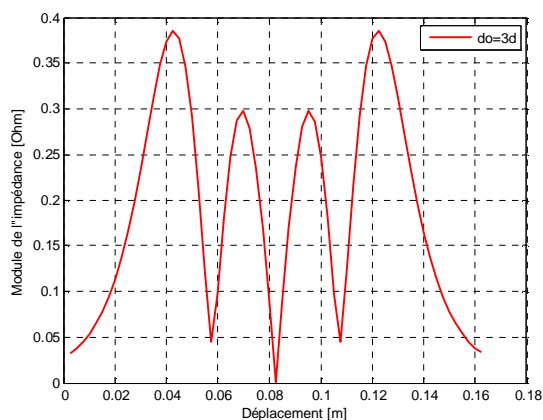
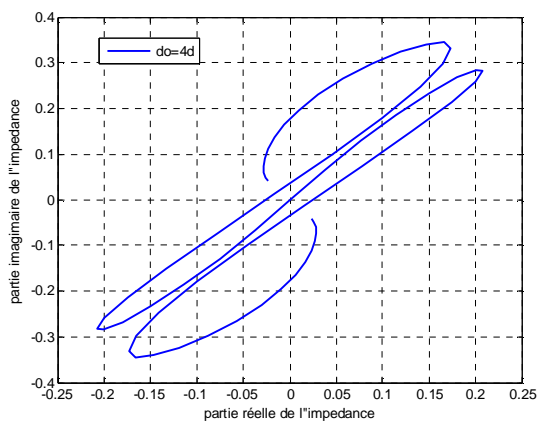
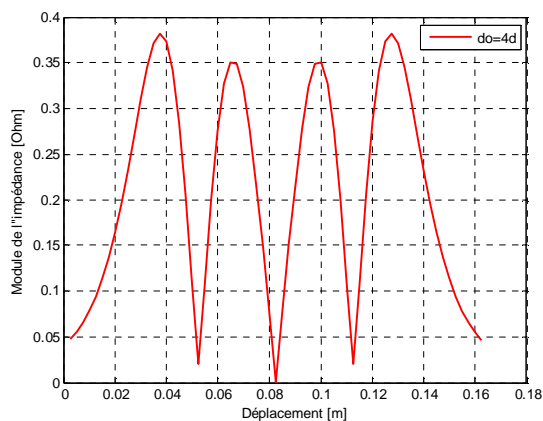
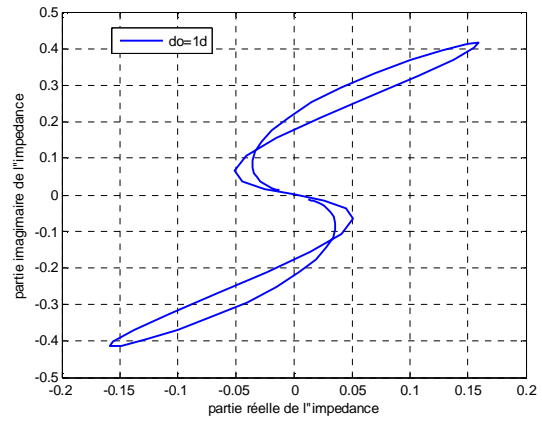
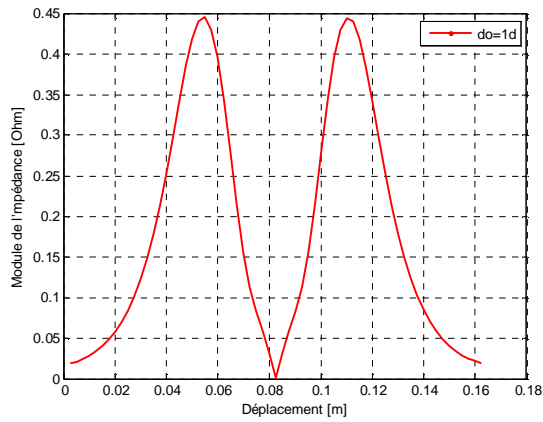
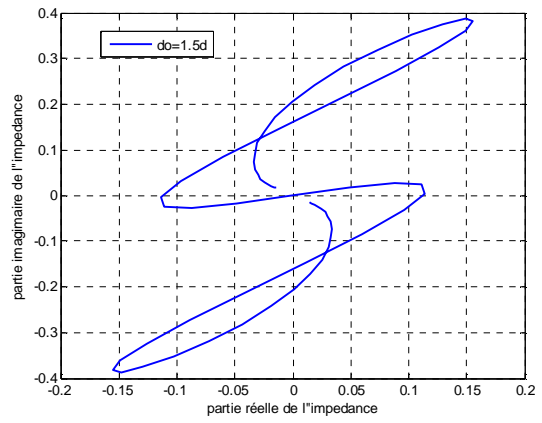
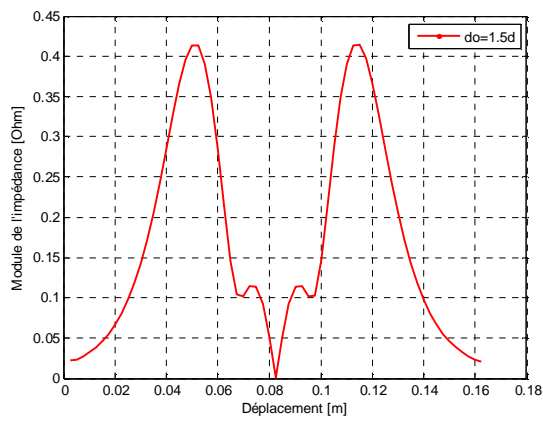
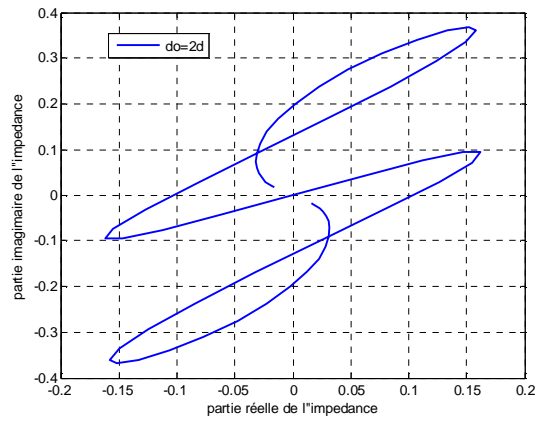
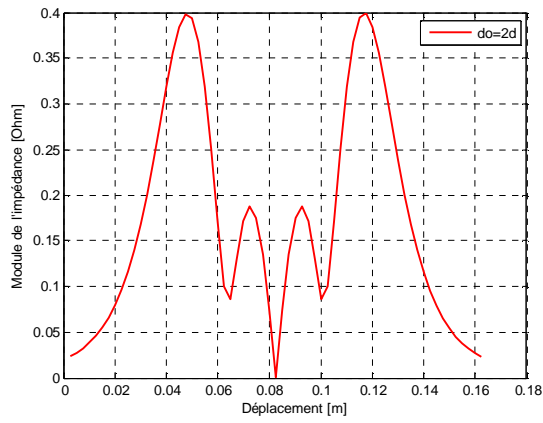
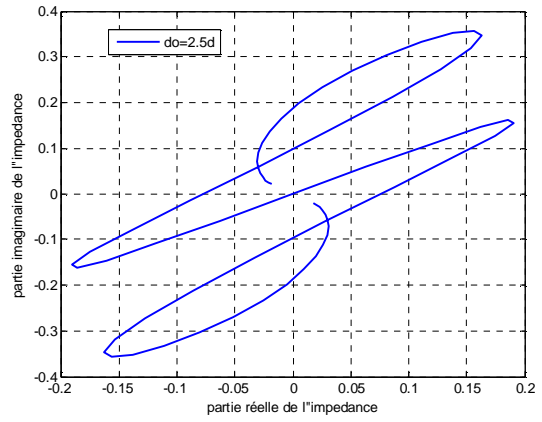
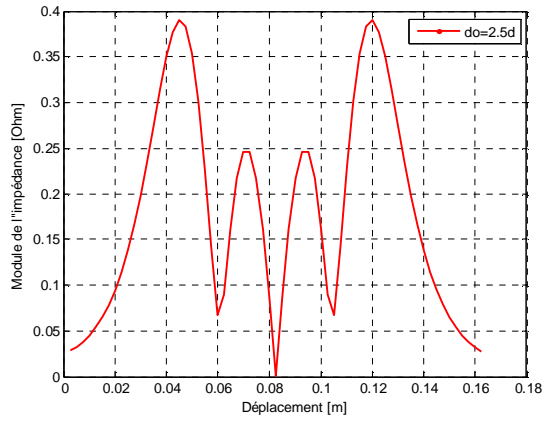
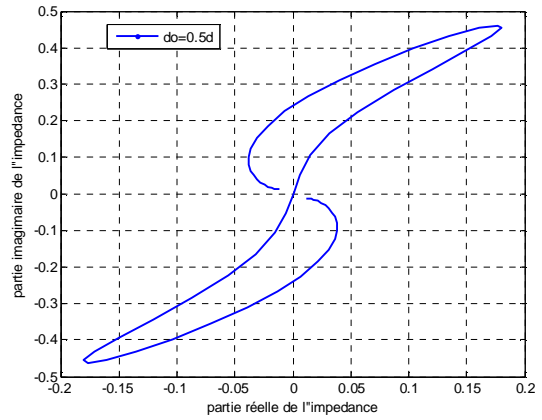
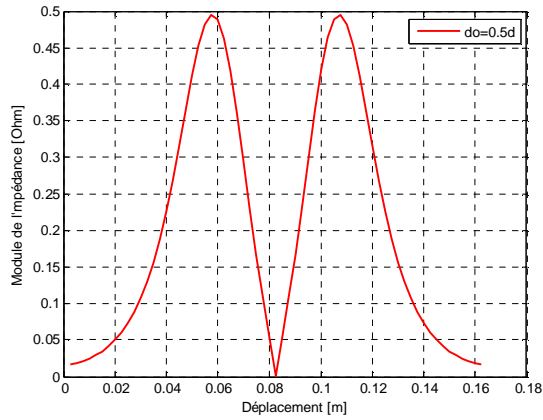


Figure VI.35 Deux défauts identiques en surface

La variation du module de l'impédance et les courbes de Lissajous des deux défauts est reportée sur les figures suivantes pour les cas où ils sont séparés d'une distance d_0 , respectivement, de $4d$, $3d$, $2.5d$, $2d$, $1.5d$, $1d$, et $0.5d$.







VI.5.2 Deux défauts identiques un en surface et l'autre sous cutané

La figure VI.36 présente la géométrie de la plaque et des défauts.

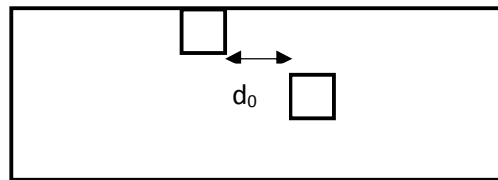
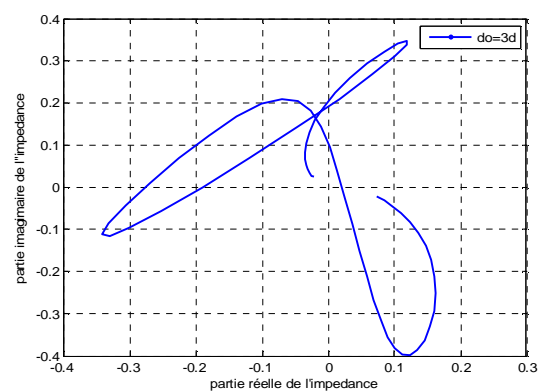
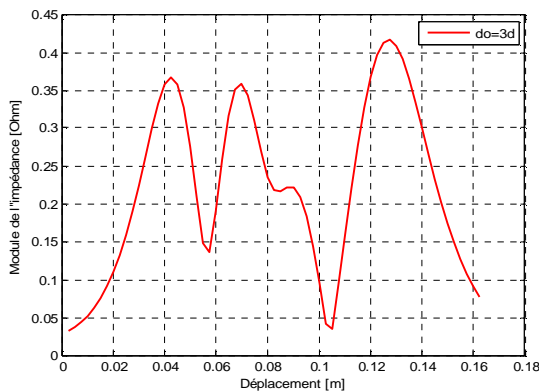
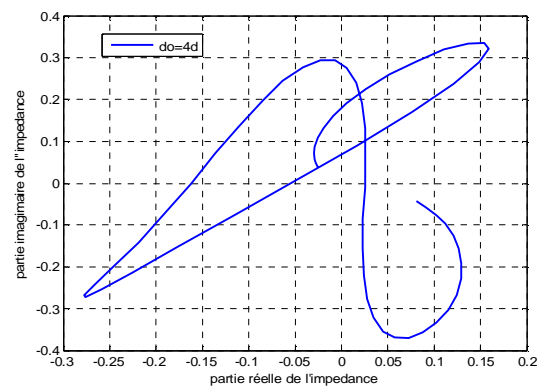
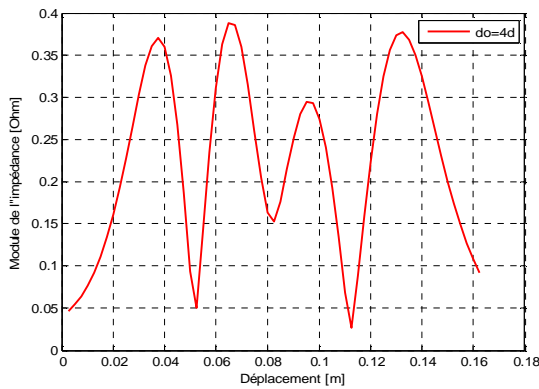
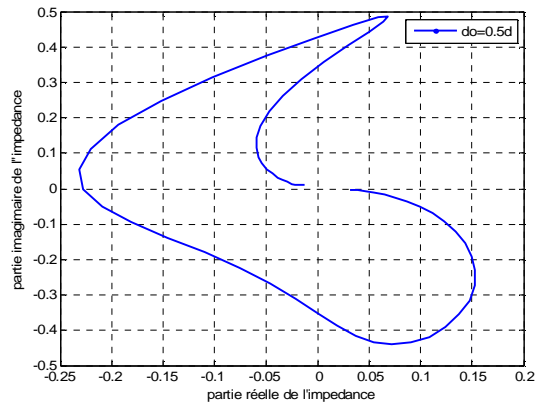
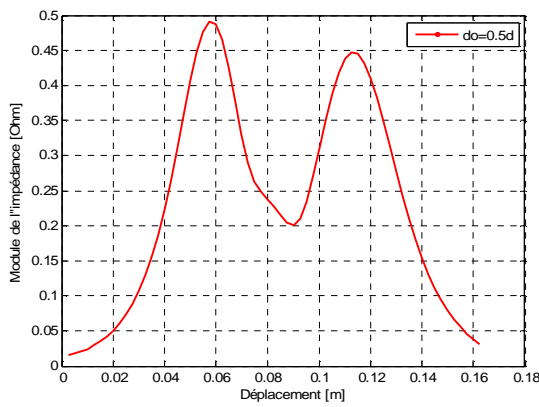
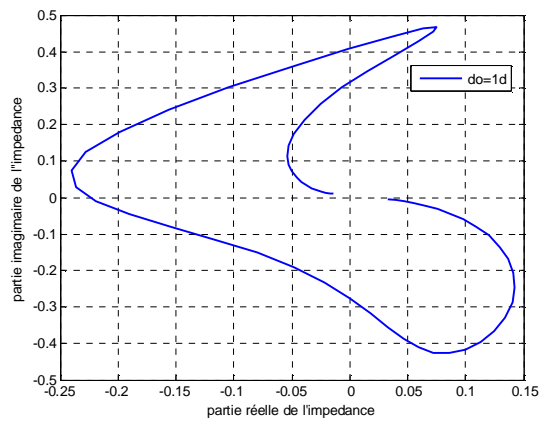
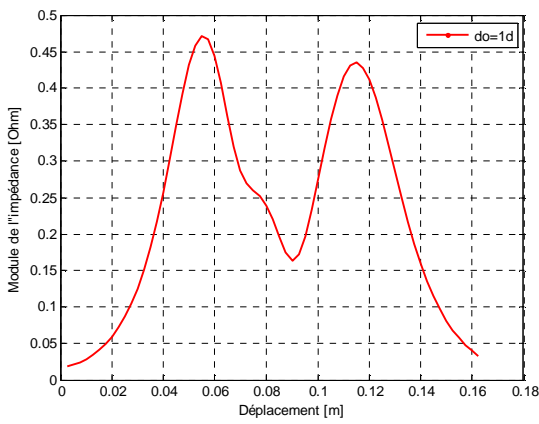
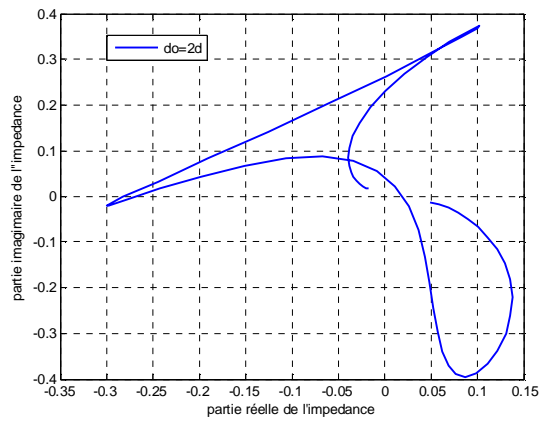
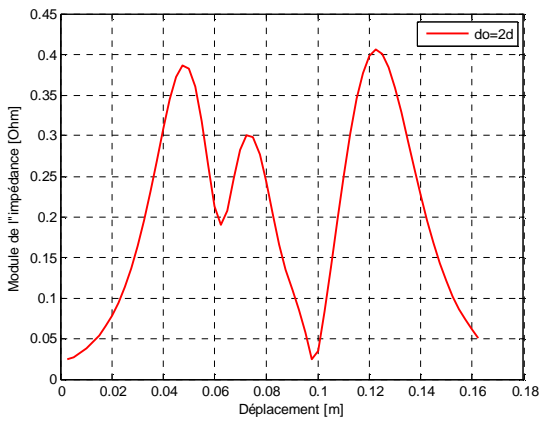
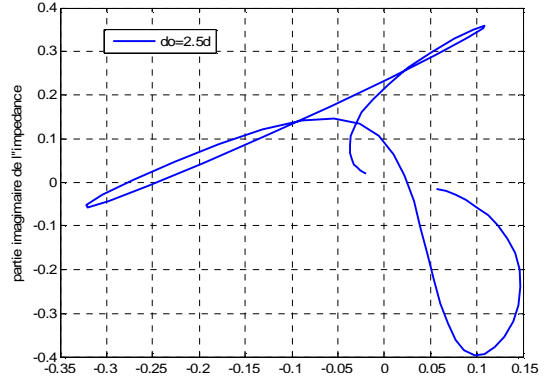
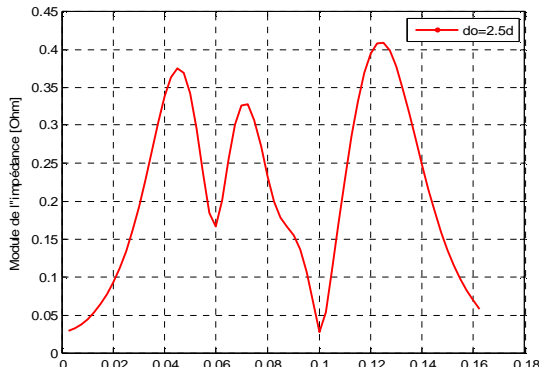
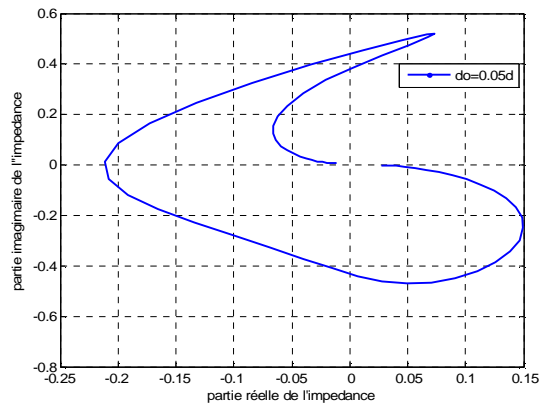
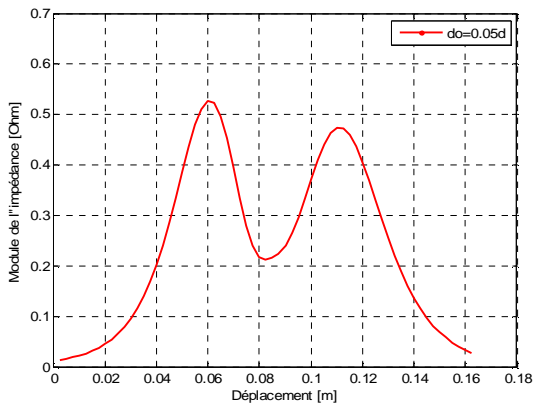
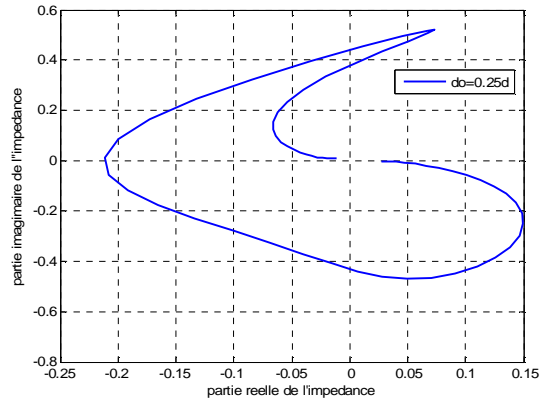
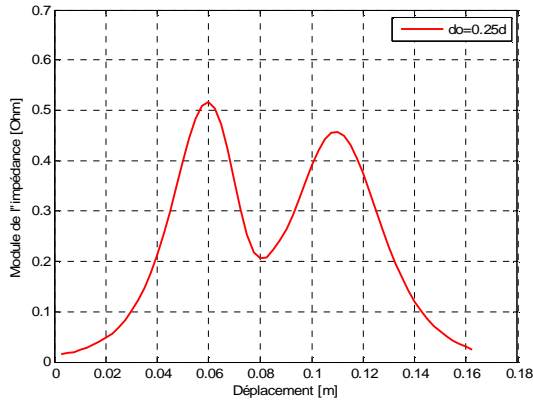


Figure VI.36 Deux défauts identiques un en surface et l'autre sous cutané.

La variation du module de l'impédance et les courbes de Lissajous des deux défauts est reportée sur les figures suivantes pour les cas où ils sont séparés d'une distance d_0 , respectivement, de $4d$, $3d$, $2.5d$, $2d$, $1d$, $0.5d$, $0.25d$ et $0.05d$.







VI.5.3 Deux défauts différents en surface

La figure VI.37 présente la géométrie de la plaque et des défauts.

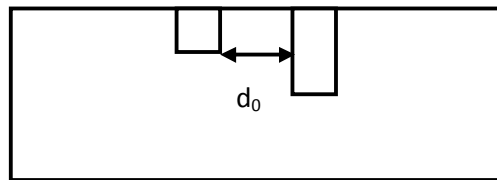
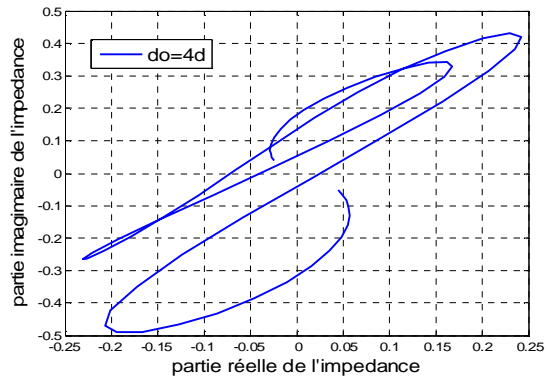
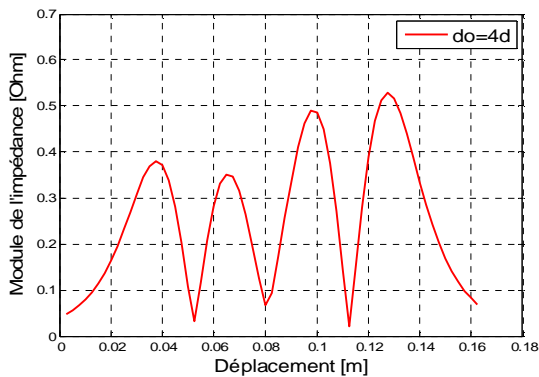
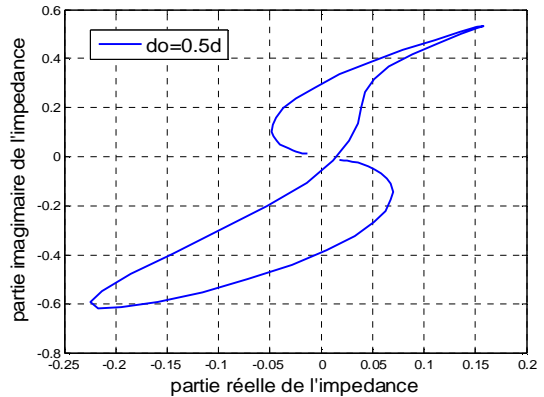
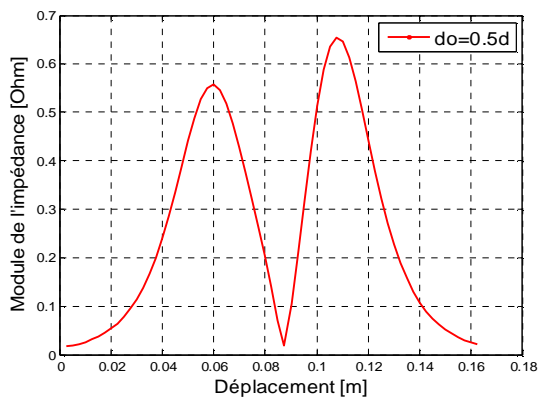
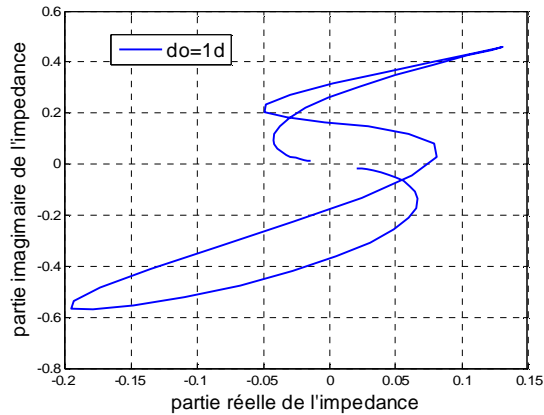
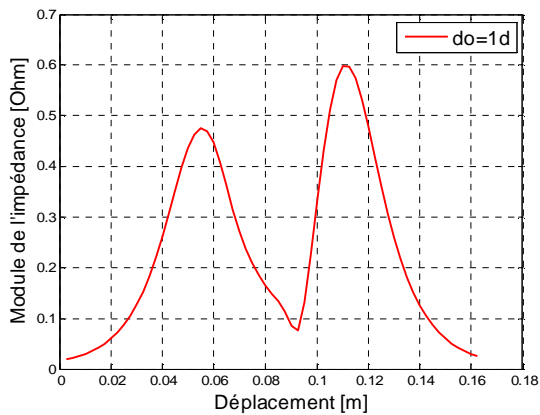
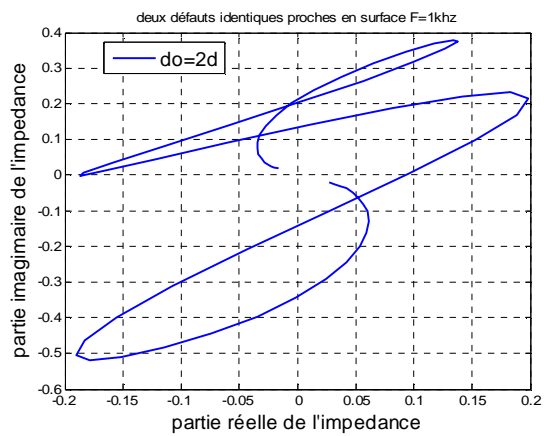
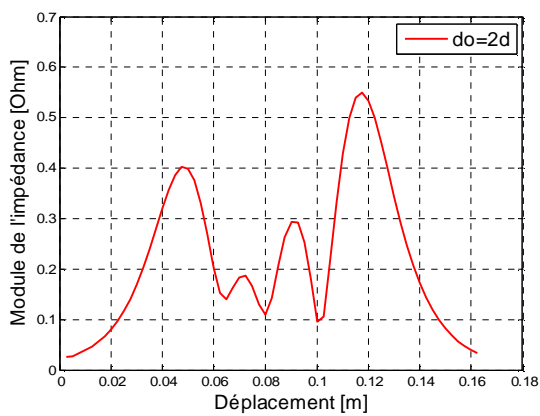
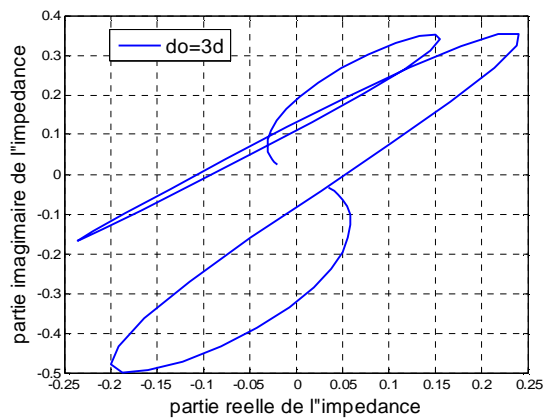
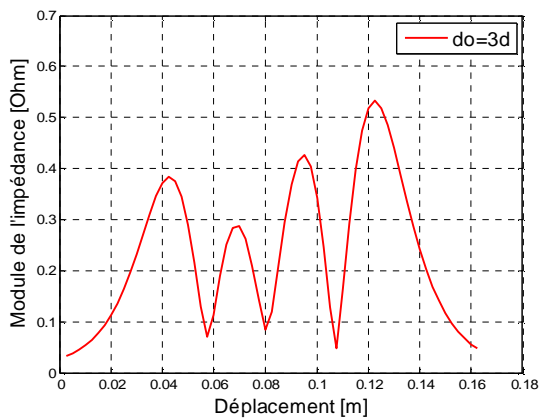
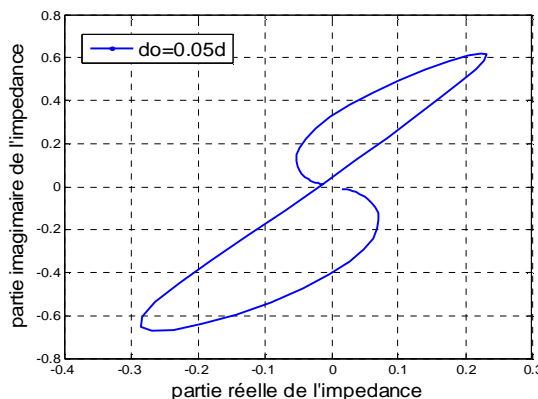
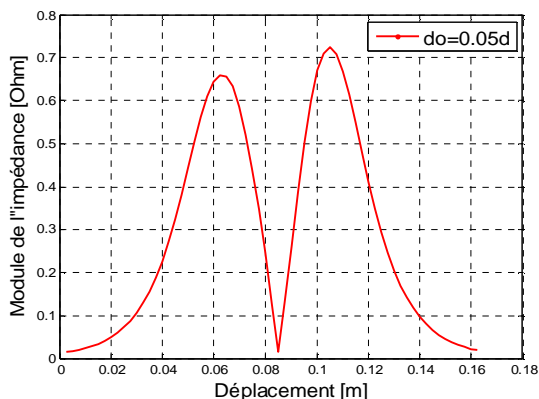
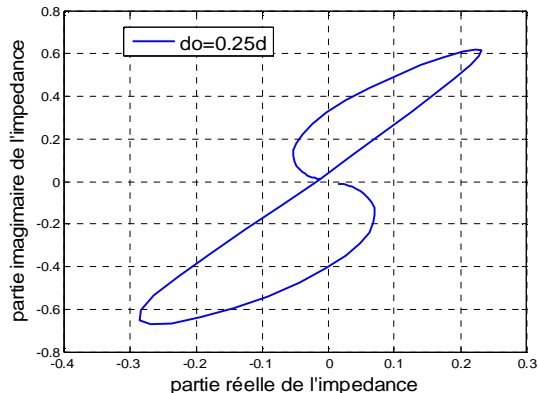
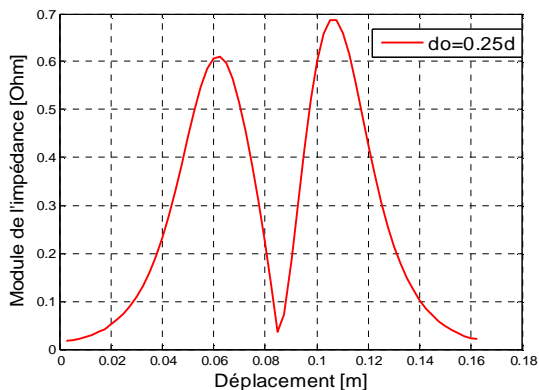


Figure VI.36 Deux défauts différents en surface.

La variation du module de l'impédance et les courbes de Lissajous des deux défauts est reportée sur les figures suivantes pour les cas où ils sont séparés d'une distance d_0 , respectivement, de $4d$, $3d$, $2d$, $1d$, $0.5d$, $0.25d$ et $0.05d$.







VI.5.4 Deux défauts différents un en surface et l'autre sous cutané

La figure VI.38 présente la géométrie de la plaque et des défauts.

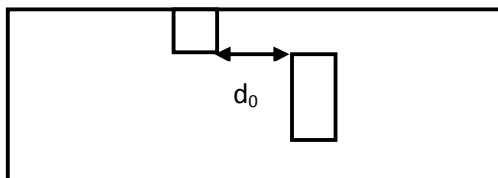
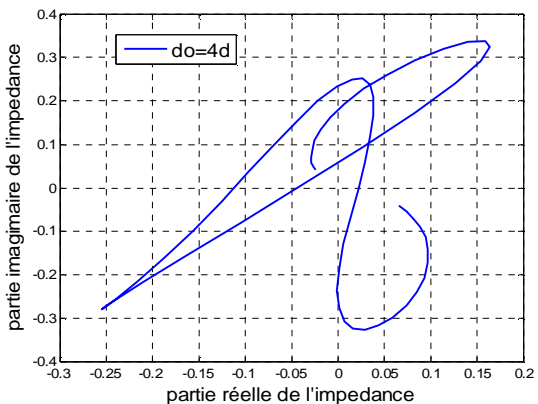
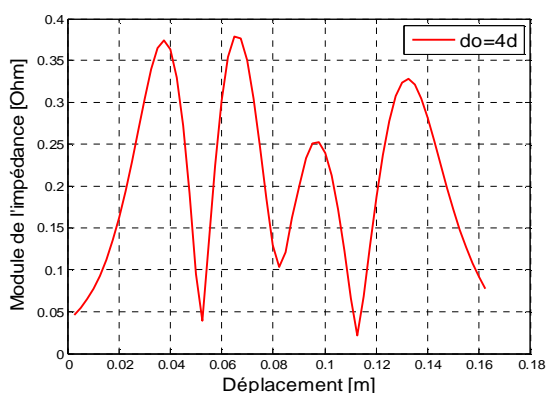
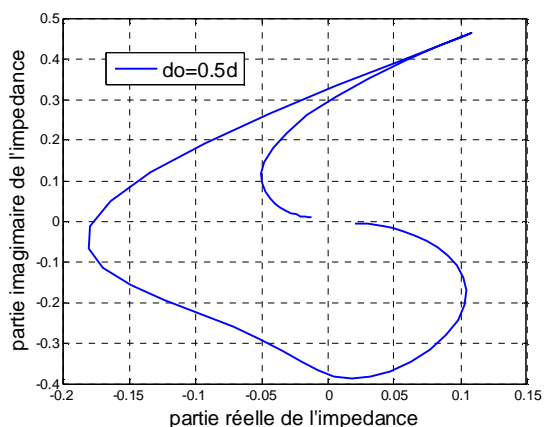
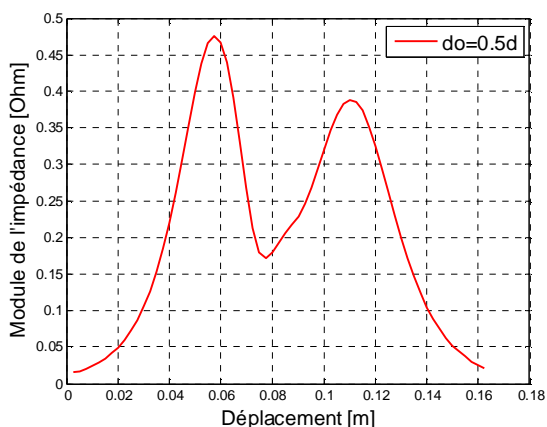
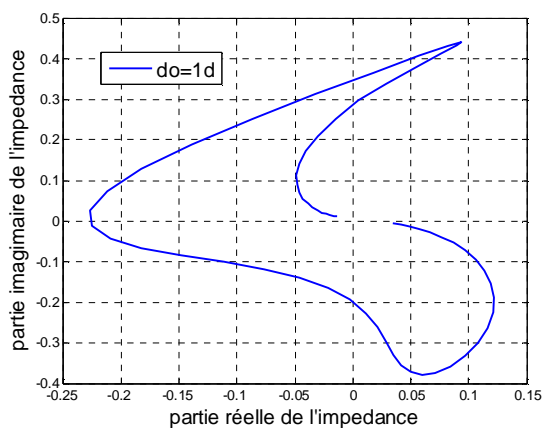
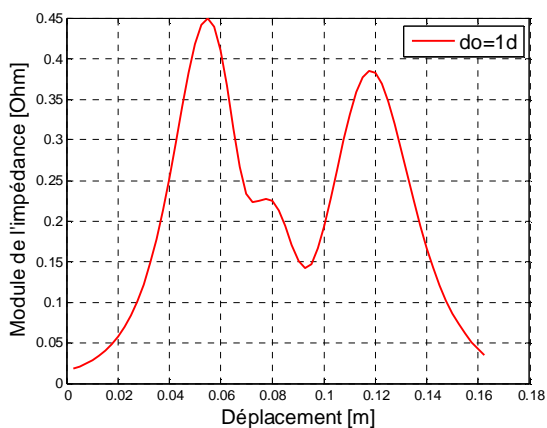
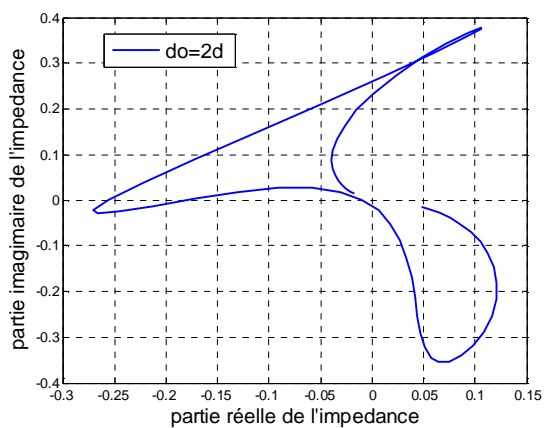
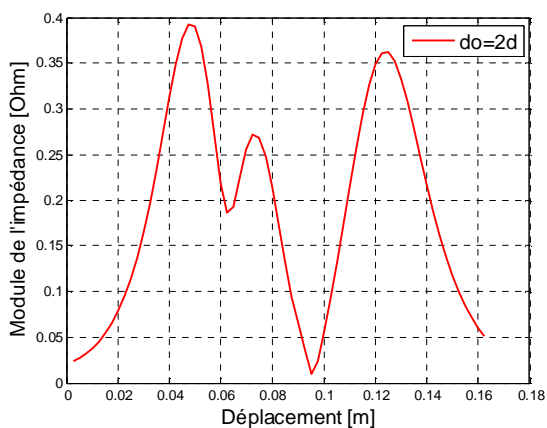
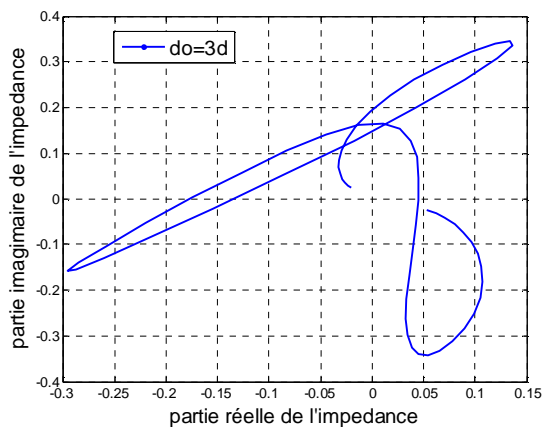
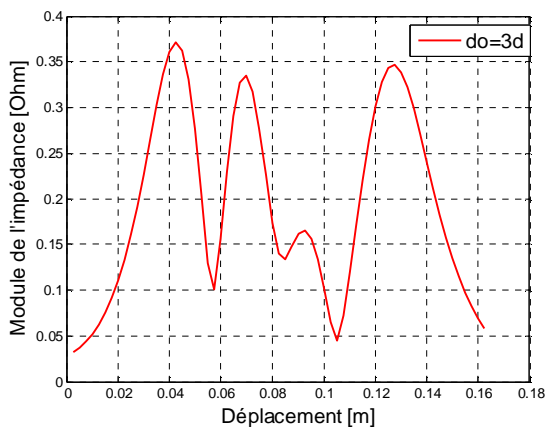
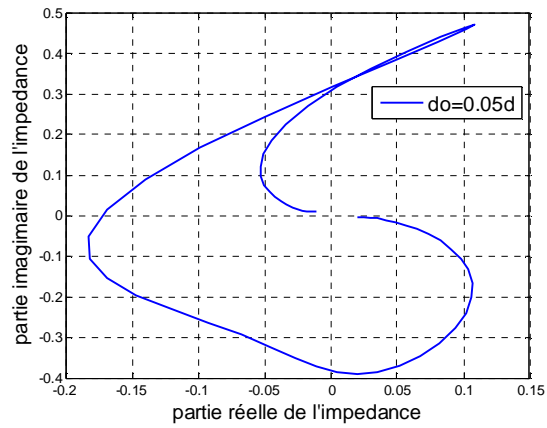
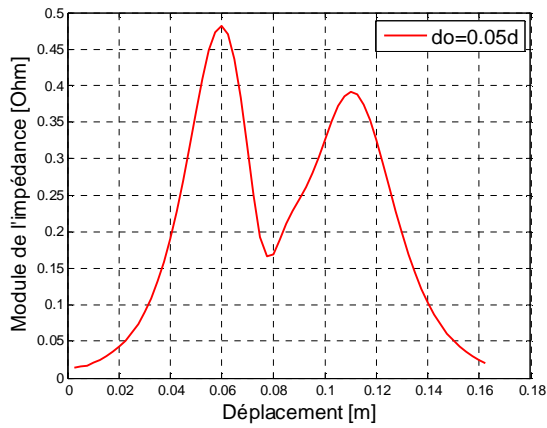
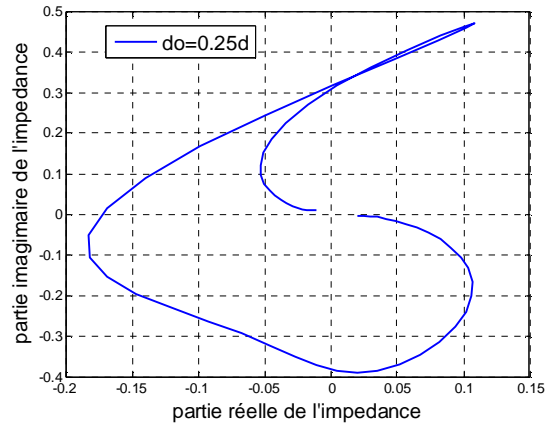
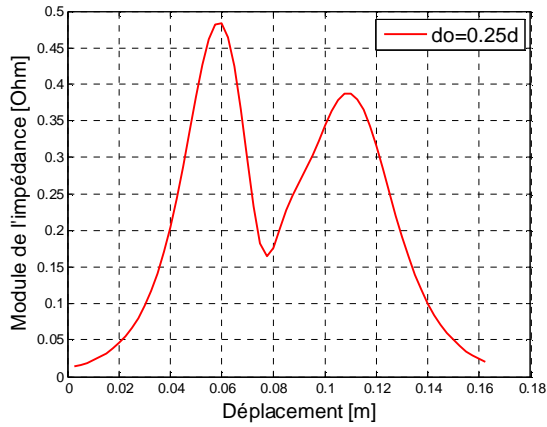


Figure VI.38 Deux défauts différents un en surface et l'autre sous cutané.

La variation du module de l'impédance et les courbes de Lissajous des deux défauts est reportée sur les figures suivantes pour les cas où ils sont séparés d'une distance d_0 , respectivement, de $4d$, $3d$, $2.5d$, $2d$, $1d$, $0.5d$, $0.25d$ et $0.05d$.







VI.5.5 Interprétation des résultats

Lorsque la distance qui sépare les deux défauts (d_0) diminue, on constate que l'amplitude du module de l'impédance des deux pics centraux décroît contrairement aux deux autres pics latéraux qui augmentent, ce phénomène est dû à l'influence mutuelle entre la réponse des deux défauts. Si l'amplitude de ces pics est inférieure à un certain seuil, il est alors impossible de savoir si la signature de l'impédance correspond à un ou plusieurs défauts.

D'après les résultats trouvés, nous pouvons considérer que notre système est capable de distinguer des défauts identiques pour des distances d_{0m} différentes selon la profondeur et le positionnement des défauts (ou d_{0m} est l'écart minimale entre les deux défauts).

Pour deux défauts identiques en surface : $d_{0m} = d$.

Pour deux défauts identiques un en surface et l'autre sous cutané : $d_{0m} = 0.5d$.

Pour deux défauts différents en surface : $d_{0m} = d$.

Pour deux défauts différents un en surface et l'autre sous cutané : $d_{0m} = 0.5d$.

VI.6 Localisation de défaut dans les pièces stratifiées (multicouche) ferromagnétique

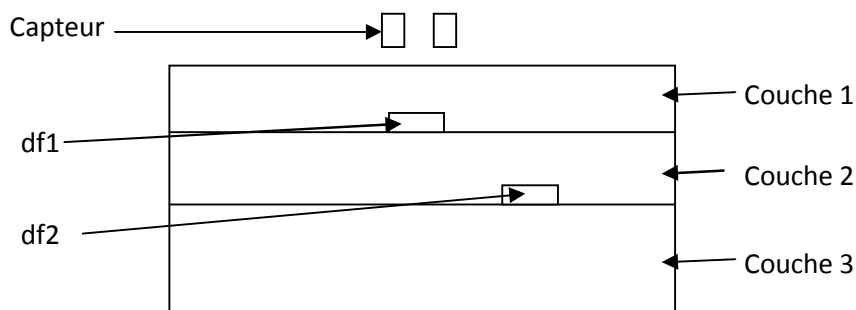


Figure VI.39 pièce stratifiées multicouche présentant un défaut.

L'exploitation de l'impédance n'a pas été fructueuse, par contre sur la base de la littérature scientifique, l'exploitation des composantes des inductions est la meilleure approche. A cet effet les résultats obtenus sont données sur les figures suivantes

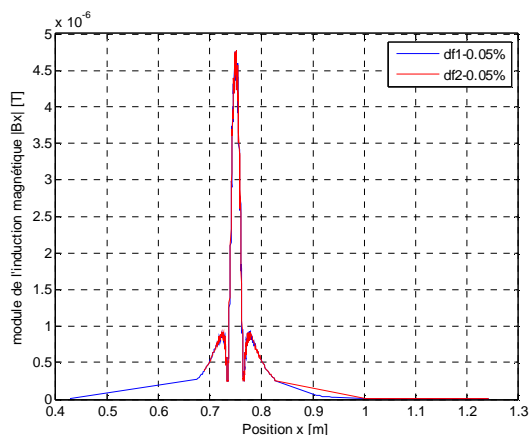


Figure VI.40 Variation du module de l'induction magnétique B_x en fonction de la position x .

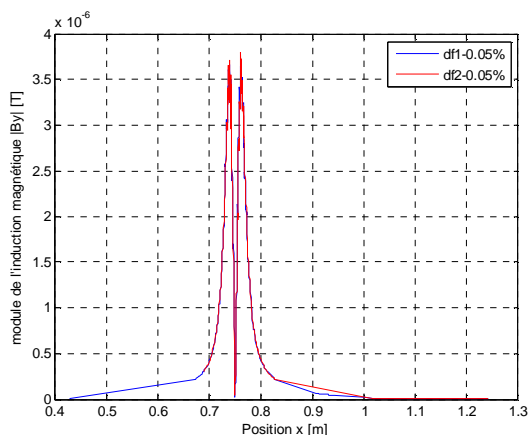


Figure VI.41 Variation du module de l'induction magnétique B_y en fonction de la position x .

A travers ces résultats de la variation du module de l'induction magnétique on peut caractériser la présence du défaut mais pas ses caractéristiques géométriques.

VI.7 Conclusion

A travers ce chapitre on a constaté que la mesure de l'impédance vue par le capteur permet de caractériser différents types de défauts, que se soit en forme ou en profondeur, tout en tenant compte des paramètres physique et géométrique du système (fréquence, lift off). Chaque modèle est caractérisé par sa capacité de séparation entre des défauts combinés. Pour les pièces stratifiées (multicouche) ferromagnétique l'exploitation des composantes des inductions est la meilleure approche.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les exigences croissantes en termes de sûreté de fonctionnement d'un produit industriel ainsi que la volonté d'optimisation de la durée de vie des pièces qui le constituent, conduisent à mettre en place des contrôles qualités de plus en plus poussés. L'utilisation des courants de Foucault permet un contrôle non destructif fiable, rapide et peu coûteux des milieux conducteurs. La simplicité de ce contrôle et sa robustesse d'utilisation en font une technique très utilisée industriellement depuis plusieurs décennies.

Les travaux présentés dans ce mémoire se sont articulés autour de la modélisation électromagnétique de dispositif de contrôle non destructif par courant de Foucault ayant des configurations géométriques cartésiennes bidimensionnelle. Les modèles magnétostatique et magnétodynamique en potentiel vecteur magnétique sont résolus en utilisant la méthode des éléments finis dans les code de calcul ont été implémentés sous environnement Matlab. De nombreux types de défaut que se soit en forme (rectangulaire, triangulaire, circulaire et escalier), ou en localisation (en surface, au milieu et profond) tout en faisant varier les divers paramètres physique et géométrique du système (fréquence, lift-off), on été utilisés.

A travers se mémoire on a put caractériser des défauts complexe inclinés (fissures, corrosion..). Concernant les fissures on a caractérisé celles qui sont perpendiculaires à la surface et celles qui sont inclinés dans une plaque conductrice. Des défauts combinant différents défauts ont été aussi pris en compte (variation de l'écart inter-défaut d_0) en vue de montrer la flexibilité et le caractère général des modèles implémentés.

Dans notre étude, la grandeur électromagnétique calculée est l'impédance vue par le capteur. Cette dernière est sensible à toute variation au niveau des paramètres physique et géométriques du dispositif (capteur/ cible). Le mouvement du capteur le long de la pièce a été pris en considération par l'utilisation de la méthode de la bande géométrique (technique d'affectation de propriétés).

L'utilisateur de CND-CF doit choisir la fréquence et le lift-off qui détectera le défaut avec la sensibilité et la fiabilité les plus élevées, tout en gardant à l'esprit que dans les applications de caractérisation des matériaux, le défaut est un élément perturbateur. L'écart différentiel entre les capteurs joue un rôle d'autant plus important que la longueur du défaut est faible d'une part, et d'autre part cet écart différentiel doit être soigneusement choisi pour mieux discerner les défauts combinés. Pour ce qui est des défauts dans les matériaux multicouches,

l'exploitation des composantes de l'induction magnétique semble être la meilleure approche. Les signatures de défaut obtenues représentent un support important pour établir une estimation quantitative de l'importance du défaut.

En perspective, ce modèle peut être amélioré étendu pour intégrer des matériaux ferromagnétiques utilisés dans les pièces multicouches.

Bibliographie

[Alba 99] **R. Albanese, G Rubinacci, F. Villone** " *An Integral Computational Model for Crack Simulation and Detection via Eddy Currents*". Journal of Computational Physics 152, 736-755, 1999.

[Belk] **Y.Belkhiri**, " *Modélisation des Phénomènes Electromagnétiques et Mécaniques Couplés par la Méthode des Volumes Finis (CVM)* ", Mémoire Magistère, Université de Batna.

[Benh 06] **N. Benhadda**, " *Modélisation des capteurs inductifs à courants de Foucault* ", Mémoire de Magistère, Université de Batna, Septembre 2006.

[Blit 97] **J. BLITZ**, " *Electrical and Magnetic Methods of Non-Destructive Testing* ", Edition Springer Verlaq, Novembre 1997, ISBN:0412791501

[Bouc 08] **T. Bouchala**, " *Modélisation Semi-Analytique des Courants de Foucault.– Application au Contrôle Non Destructif par des Capteurs à Noyau de Ferrite –*"Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar Batna, Juin 2008

[Cher 11] **S. Cherif**, " *Modélisation électromagnétique de systèmes multicapteurs-pièces à défauts complexes pour le Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault*", Mémoire de Magister, Université Mouloud Mammeri de Tizi-ouzou, Mai 2011

[Chou 09] **Y.Choua**, " *Application de la méthode des éléments finis pour la modélisation de configurations de contrôle non destructif par courants de Foucault*" Thèse de Doctorat, Université Paris-Sud 11, 01 Octobre 2009

[Cung 12] **T.L. CUNG**, " *Évaluation non-destructive quantitative de structures aéronautiques par la méthode des courants de Foucault*", Thèse de Doctorat, à L'École Normale Supérieure De Cachan, 22 Juin 2012

[Doir 07] **V.Doirat**, " *Contribution à la modélisation de systèmes de Contrôles Non Destructifs par Courants de Foucault Application à la caractérisation physique et dimensionnelle de matériaux de l'aéronautique*", Thèse de Doctorat, Université de Nantes, 25 Octobre 2007

[Dumo 94] **J. Dumont-Fillon**, " *Contrôle non destructif (CND)* " Technique de l'ingénieur, 1994.

[Dumo 96] **J. Dumont-Fillon**, " *Contrôle non destructif (CND)*", Technique de l'ingénieur, traité mesure et contrôle R1400, 1996

[Dura 68] **E. Duran**, " *Magnétostatique*" Edition Masson et Cie ,1968.

[Duro 85] **P. Durouchoux**, " *La recherche en contrôle non destructif*", traitement du signal, Vol 2-N0 5 Sp, 1985.

[Felia 82] **M. Feliachi, A. Razek**, " *Considération du mouvement du rotor des machines électriques dans une modélisation par éléments finis*", Revue Générale d'Electricité, 10/82, pp 673-679, Octobre 1982

[Four 85] **F. Fournet**, " *Electromagnétisme à partir des équations locales*", Edition Masson, 1985.

[Gasm 96] N. Gasm, "*Contribution à la modélisation des phénomènes électriques-magnétiques couplés et du mouvement pour les systèmes électromagnétiques 3-D.* ", Thèse de Doctorat, université Paris VI, Octobre 1996.

[Hulin 98] M. Hulin. N. Hulin, D. Perrin, "*Equations de Maxwell, ondes électromagnétiques, cours, exercice, et problèmes résolus*" .3^{ème} Edition, Université Pierre Marie Curie (Paris VI), Dunod ,Paris, 1998.

[Kheb 07] M. Khebbab, "*Etude et Modélisation de Capteur a Courant de Foucault pour le contrôle non destructif (CND)*", Mémoire de Magister, Université Mentouri De Constantine, 01 /02 / 2007

[Maio 06] A. Maioufi, "*modélisation des phénomènes électromagnétiques non linéaires par la méthode des volumes finis*", Mémoire de Magister, Université de Batna, 20/04/2006

[Maou 07] B. Maouche, "*Elaboration de modèles par les Grandeurs Electromagnétiques Couplées. Application au Contrôle et à l'Evaluation Non Destructif par Courant de Foucault* ", Thèse de Doctorat, Université De Ferhat Abbass-Setif, Janvier 2007.

[Marc 08] D. Marcsa, "*Induction Motors Simulation by Finite Element Method and Different Potential Formulations with Motion Voltage Term*", Mémoire de License, Université Szechenyi Istvan, 2008

[Mare 91] Y. Marechal, "*Modélisation des phénomènes magnétostatiques avec terme de transport. Application aux ralentisseurs électromagnétiques.* ", Thèse de Doctorat, INP Grenoble, 05 Février 1991

[Mohe 01] H. Mohellebi, "*Elaboration des modèles 2D analytico-numérique pour l'étude des systèmes comportant des pièces en mouvement*", Thèse de Doctorat d'état, Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2001

[Oukh 97] L. Oukhellou, "*Paramétrisation et Classification de Signaux en Contrôle Non Destructif. Application à la Reconnaissance des Défauts de Rails par Courant de Foucault*", Thèse de Doctorat, Université Paris XI Orsay, Juillet 1997

[Pedr 03] J. Pedro A. Bastos, N. Sadowski, "*Electromagnetic modelling by finite element methods*", Marcel Dekker, Inc, 2003, ISBN :0-8247-4269-9.

[Perr 95] R. Perrin-Bit, J.L Coulomb, "*A Three Dimensional Finite Element Mesh Connection for problems Involving Movement*" IEEE Trans.Mag, Vol.31, No.3, pp 1920-1923, May 1995.

[Perr 96] R. Perrin-Bit, "*Modélisation des machines tournantes par la méthode des éléments finis tridimensionnels : calcul des grandeurs magnétiques avec prise en compte du mouvement* " Thèse de Doctorat, INP Grenoble, Septembre 1996.

[Rach 07] M. Rachek "*Modélisation par Eléments finis de systèmes électromagnétiques en mouvement de structures tridimensionnelles Application au Couplage Magnétique-Mécanique et au contrôle Non-Destructif par Courant de Foucault*", Thèse de Doctorat Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou.

[Ravat 08] **C. Ravat** "*Conception de multicapteurs à courants de Foucault et inversion des signaux associés pour le contrôle non destructif*", Thèse de Doctorat Université Paris-Sud 11, 2008.

[Salh 08] **M. Salhi**, "*Modélisation Electromagnétique des Capteurs à Fonctions Séparées dans les Dispositifs Axisymétriques de Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault (CND-CF)*" Université El Hadj Lakhdar Batna, Juin 2008

[Salon 95] **S.J. Salon**, "*Finite element analysis of electrical machines*", Kluwer, Kluwer Academic Publishers, 1995.

[Shi 05] **M. Shi**, "*Contribution à la simulation du mouvement en 3D avec la méthode des éléments finis, appliqué à la modélisation des machines électriques*", Thèse de Doctorat. Université des Sciences et Technologies de Lille 2005.

[Silv 90] **P. Silvester, R.L. Ferrari**, "*Finite element for electrical engineer*", Cambridge University University Press, Second Edition, 1990.

[Slim 08] **W. Slimane**, "*Conception d'un Système Multi-Capteurs à Courants de Foucault pour le Contrôle Non Destructif (CND)*", Mémoire de Magister, Université El Hadj Lakhdar Batna, 14 / 02 / 2008

[Srai 96] **K. Srairi**, "*Modélisation d'Actionneurs Electromagnétiques en Régime Transitoire*", Thèse de Doctorat de l'Université de Nantes, 14 Novembre 1996.

[Thom 10] **V. THOMAS**, "*Système multi-capteurs et traitement des signaux associé pour l'imagerie par courants de Foucault de pièces aéronautiques*", Thèse de Doctorat, à L'Ecole Normale Supérieure De Cachan, 26 Novembre 2010

[Tonti 01] **E. Tonti**, "*Finite Formulation of electromagnetic Fields*", Progress in Electromagnetic Research, Pier 32, pp. 1-44, 2001

[Triw 08] **P. TRIWONG**, "*Modélisation numérique 3D des phénomènes couplés dans les procédés d'élaboration par induction : couplage faible et couplage fort*", Thèse de Doctorat, Institut Polytechnique De Grenoble, 11 Juillet 2008

[Zaou 08] **A. Zaoui**, "*Contribution à la modélisation du CND par matrice de capteurs à courants de Foucault*", Thèse de Doctorat, à l'École Militaire Polytechnique, Alger, Algérie 29 Octobre 2008.

Résumé

Ce mémoire présente une contribution dans le domaine de la modélisation en 2D. Il consiste à modéliser le système du Contrôle Non Destructif par Courant de Foucault (CND-CF) en vue de caractériser des défauts complexes (fissures, corrosion,...) sur une plaque conductrice, mesurer le pouvoir de séparation du système entre deux défauts proches et caractériser les défauts sur une plaque multicouches. La modélisation des phénomènes du CND-CF est basée sur les équations de Maxwell auxquelles on ajoute les relations constitutives, les conditions aux limites et les conditions de continuité. La résolution de ces équations en potentiel vecteur magnétique est faite par la méthode des éléments finis (MEF) qui est implémentées sous environnement Matlab qui prend en compte les géométries complexes. La grandeur électromagnétique calculée est l'impédance vue par le capteur. Cette dernière est sensible à toute variation au niveau des paramètres physique et géométriques du dispositif. La prise en compte du déplacement du capteur le long de la pièce nécessite l'introduction d'une technique de simulation de mouvement qui est dans notre cas la méthode d'affectation de propriétés.

Mots clés

Contrôle Non Destructif, courants de Foucault, modélisation éléments finis 2D, défauts complexes : fissure, corrosion, bande géométrique (affectation de propriétés).