

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



Université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou
Faculté de génie de la construction
Département de génie mécanique – campus Tamda II



ⵜⴰⵎⴰⵎⵎⵉⵔⵉⵜ ⵏ ⵉⵏⵙⵉⵎⵉⵏⵜ ⵏ ⵉⵏⵙⵉⵎⵉⵏⵜ ⵏ ⵉⵏⵙⵉⵎⵉⵏⵜ

Mémoire de fin d'études
En vue de l'obtention du
Diplôme de Master Académique en électromécanique
Spécialité : maintenance industrielle

Thème

*Identifications des endommagements
mécaniques par des méthodes d'analyse
dynamique et les algorithmes
d'optimisations*

Présenté par :

Mr. RABAHI Ouramdane

Mr. HELLEL Jugurtha

Encadré par :

Mr. SLIMANI Mohand

Promotion : 2020/2021

Remerciements

Nous tenons tout d'abord à remercier Dieu le tout puissant, qui nous a donnés la force et la patience d'accomplir ce modeste travail.

En second lieu, on tiens à remercier notre encadreur Mr : SLIMANI Mohand, pour ses précieux conseils et son aide durant toute la période du travail.

Nos plus vifs remerciements vont également aux membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à notre recherche en acceptant d'examiner ce travail et de l'enrichir par leurs propositions.

Nous tenons à remercier Mr TIACHAHT Samir Pour tout son temps qu'il nous a accordées et tous sont aide durent notre travail de recherche

On tient également à remercier toutes les personnes qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

Nous gratitudes sincères pour l'ensemble des Enseignants qui ont contribué à notre formation, et nous remercions ainsi, l'ensemble d'étudiants du Département de Génie Mécanique spécialement les étudiants d'électromécanique de l'U.M.M.T.O, Pour leurs soutiens.

Dédicace

Ce travail, et bien au-delà, je le dois à mes très chers parents qui m'ont fourni au quotidien un soutien et une confiance sans faille et de ce fait, je ne saurais exprimer ma gratitude seulement par des mots. Que dieu vous protège et vous garde pour nous.

A mes oncles et mes tantes

A mes Sœurs et Frères ainsi que mes neveux

A ma belle sœur

A mes beaux-frères

A tous mes amis avec lesquels j'ai partagé mes moments de joie et de bonheur

A tous ceux qui me sont chers

Que toute personne m'ayant aidé de près ou de loin, trouve ici l'expression de ma reconnaissance.

Mr.RABAH Ouramdane

Dédicaces

Je tien à dédier ce travail à celle qui a fait de moi ce que je suis aujourd'hui ; ma très chère mère, qui malgré son état de santé, m'a soutenu et m'a donner la volonté nécessaire pour l'accomplissement de mon mémoire.

A mon irremplaçable père, qui m'a permis de m'élever au plus haut, grâce à ses précieux conseils et son sacrifice.

*Je dédie ce travail à la mémoire de mes grands-parents et à mes arrières grands parents **SANNONE** et **HOUDEF** Dahbia qui est-on fait de nous ce que nous sommes*

Aujourd'hui.

*A mes très chers frères : **MASTEN**, **MOUSSA**, et mes sœurs bien aimées, ma grand-mère, ainsi que mes neveux, mon beau-frère : **MOUHAMMED**, et à a toute ma famille, que dieu vous garde.*

Je dédie aussi ce travail à mon binôme et à tous mes précieux amis, et à toute personne qui a contribué de près ou de loin au bon déroulement de ce travail.

*Mr. **HELLEL JIGURTHA***

Sommaire

Introduction général	1
Chapitre I Rappels sur les éléments finis et la dynamique des structures	3
1. Introduction.....	4
2. Historique de la méthode	4
3. Présentation de la méthode des éléments finis.....	7
4. Domaines d'application de la méthode des éléments finis	7
5. Principe de la méthode des éléments finis	8
5.1. Discrétisation géométrique	8
5.2. Construction de l'approximation nodale par sous domaines	10
5.3. Établissement de la relation entre déformations et déplacements	10
5.4. Établissement de la relation entre contraintes et déformations	10
5.5. Calcul des matrices élémentaires.....	11
5.6. Assemblage des matrices élémentaires.....	11
6. Éléments de barre.....	11
6.1. Définition.....	11
6.2. Élément barre dans le plan.....	13
6.3. Fonction d'interpolation	14
6.4. Relation entre déformation et déplacement	14
6.5. Matrice de rigidité de l'élément barre	15
6.6. Transformation dans le repère global	15
6.7. Barre tridimensionnelle	16
7. Éléments de poutre à deux nœuds.....	19
7.1. Équation générale des poutres planes.....	19
7.2. Élément de poutre plane à 2 nœuds	21
7.3. Élément de poutre tridimensionnel à 2 nœuds.....	26
8. Structures portiques	27
8.1. Définition.....	27
8.2. Calcul de matrices de raideur	27
8.3. Matrices élémentaires dans le plan 2D.....	27

8.4.	Matrice élémentaire tridimensionnelle	27
8.5.	Application aux portiques.....	28
8.6.	Assemblage.....	29
9.	Rappels sur la dynamique des structures	29
9.1.	Système à plusieurs degrés de liberté	29
9.2.	La matrice de masse	31
9.3.	Matrice de masse de l'élément barre dans le repère local	31
9.4.	Matrice de masse de l'élément barre dans le repère global.....	31
9.5.	La matrice masse de l'élément barre tridimensionnelle	31
9.6.	Matrice de masse de l'élément poutre	32
Chapitre II Recherche bibliographique.....		33
1.	Introduction.....	34
2.	Travaux sur les méthodes basées sur les fonctions de réponse fréquentielle	34
3.	Conclusion	37
Chapitre III Détection d'endommagement basé sur la réponse fréquentielle.....		38
1.	Introduction.....	39
2.	Méthodes basées sur des données vibratoires.....	40
2.1.	Principes des méthodes de détection d'endommagements	40
3.	Fonctions de réponse fréquentielle (FRF).....	41
4.	Classification des méthodes d'identification modale	41
5.	Formulation des équations de mouvement Fonction de réponse en fréquence (FRF)	43
5.1.	Indicateur d'endommagements.....	44
6.	Applications numériques et validations de la méthode.....	44
6.1.	Présentation des structures.....	45
7.	Conclusion :	57
Chapitre IV Détection des endommagements à l'aide des techniques d'optimisation		58
1.	Introduction.....	59
2.	Algorithme d'optimisation du paon (Pavo muticus/cristatus)	59
2.1.	Inspiration.....	59
2.2.	Modèle mathématique et algorithme	60
2.3.	Attribution de rôle :	60

2.4 Comportements de parade nuptiale des paons :.....	61
2.5. Comportements d'approche adaptatifs des paonnes	64
2.6. Comportements de recherche adaptatifs des oursons paons.....	64
2.7. Comportements d'interaction chez les paons.....	66
3. Algorithme d'optimisation de Dingo (DOA).....	69
3.1. Fondements biologiques	69
3.2. Modèle mathématique et algorithme d'optimisation	69
3.3. Stratégie 1 : Attaque de groupe	69
3.4. Stratégie 2 : Persécution	71
3.5. Stratégie 3 :Charognard.....	71
3.6. Stratégie 4 : Taux de survie des dingos	73
3.7. Pseudocode pour DOA	74
4. résultats et discussion.....	76
4.1. Cas test n°1	76
4.2. Cas test n°2	85
5. Conclusion.....	95
Conclusion générale.....	97
Référence bibliographie	100

Liste des figures

Figure I-1: Classification des problèmes de la mécanique	8
Figure I-2: Erreur de discrétisation géométrique	9
Figure I-3: Types d'éléments finis.....	9
Figure I-4: Géométrie d'un élément barre.....	12
Figure I-5: Modélisation d'un élément barre	12
Figure I-6: Élément barre dans le repère local (i, x, y).	13
Figure I-7: Élément barre dans le repère global.....	16
Figure I-8: Élément barre tridimensionnelle.....	17
Figure I-9 : Déformation d'une poutre en flexion	19
Figure I-10 : Rotation et courbure	21
Figure I-11: Élément de poutre plane	22
Figure I-12 : Élément de poutre 3D	26
Figure III-1 : Classification des méthodes d'identification modale.....	42
Figure III-2 : Poutre repliée	45
Figure III-3 : Structure poutre repliée 2d -1 er cas - la réponse fréquentiel	47
Figure III-4 : Structure poutre repliée 2d -2 ème cas - la réponse fréquentiel.....	47
Figure III-5: Structure poutre repliée 2d -3 ème cas - la réponse fréquentiel.....	48
Figure III-6 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- D1	48
Figure III-7 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D1	49
Figure III-8 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- D2.....	49
Figure III-9 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D2.....	49
Figure III-10: Localisation des endommagements sur la base des DDL- D3.....	50
Figure III-11 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D3.....	50
Figure III-12 : Maillage du portique	51
Figure III-13: Structure portique 2D -1 er cas - la réponse fréquentiel	53
Figure III-14 : Structure portique 2D -2 ème cas - la réponse fréquentiel.....	53
Figure III-15 : Structure portique 2D -3 ème cas - la réponse fréquentiel.....	54
Figure III-16 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- d1	54
Figure III-17 : Localisation des endommagements sur la base des éléments – d1	55
Figure III-18: Localisation des endommagements sur la base des DDL- d2.....	55
Figure III-19: Localisation des endommagements sur la base des éléments – d2	55
Figure III-20: Localisation des endommagements sur la base des DDL- d3.....	56
Figure III-21: Localisation des endommagements sur la base des éléments – d3	56
Figure IV-1 : Bio-démonstration de paons : (a) paon et (b) paonne.....	59
Figure IV-2 : Comportements de parade nuptiale des paons :(a) queue déployée et parade ; (b) tournant (c) plumes qui battent.	61
Figure IV-3 : Comportements de rotation du paon : (a) espace 2-D et (b) espace 3-D.	63
Figure IV-4 : Mécanisme d'interaction entre différents paons.	66
Figure IV-5 : Stratégie d'attaque de groupe.	70

Figure IV-6 : Effets de B_1 et B_2 sur l'évaluation de l'équation (IV-23) (trajectoires de chasse des dingos).....	71
Figure IV-7 : Trajectoire vectorielle Scavenger, issue de l'évaluation de l'équation (IV-24).	72
Figure IV-8 : Organigramme DOA. :	75
Figure IV-9 Poutre replie_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.	76
Figure IV-10 Poutre replie_ 2 ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	77
Figure IV-11 : Poutre replie_ 3 ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	77
Figure IV-12 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement	80
Figure IV-13 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement.....	80
Figure IV-14 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement	81
Figure IV-15 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement.....	81
Figure IV-16 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement.....	82
Figure IV-17 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement	82
Figure IV-18 : Poutre repliée - 1er scénario D_1- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.....	83
Figure IV-19 : Poutre repliée – 1ème scénario D_2- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	83
Figure IV-20 : Poutre repliée – 1ème scénario D_3- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	84
Figure IV-21 : Poutre repliée – 2ème scénario D_1- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	84
Figure IV-22 : Poutre repliée – 2ème scénario D_2- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA	84
Figure IV-23 : Poutre repliée – 2ème scénario D_3- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA	85
Figure IV-24 : Structure portique_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	85
Figure IV-25 : Structure portique_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	85
Figure IV-26 : Structure portique_ 2ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	86
Figure IV-27 : Structure portique_ 2ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	86

Figure IV-28 : Structure portique_ 3ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	86
Figure IV-29 Structure portique_ 3ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.....	87
Figure IV-30 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement.....	90
Figure IV-31 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement.....	90
Figure IV-32 taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement.	91
Figure IV-33 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement.....	91
Figure IV-34 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement.....	91
Figure IV-35 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement.	92
Figure IV-36: Structure portique – 1er scénario d_1- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	92
Figure IV-37: Structure portique – 1er scénario d_2- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	93
Figure IV-38: Structure portique – 1er scénario d_3- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	93
Figure IV-39: Structure portique – 2ème scénario d_1- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	93
Figure IV-40: Structure portique – 2ème scénario d_2- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	94
Figure IV-41: Structure portique – 2ème scénario d_3- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.	94

Liste des tableaux

Tableau I-1 : caractéristiques mécaniques	28
Tableau III-1: Propriétés mécaniques et géométriques de la poutre repliée à (22) éléments.	45
Tableau III-2: Scénarios d’endommagements de la poutre repliée 2D à (22) éléments ...	45
Tableau III-3: Pourcentage de réduction de la rigidité des éléments de la poutre repliée 2d à 22 éléments et les différentes fréquences des scenarios exercés.....	46
Tableau III-4 : Propriétés mécaniques et géométriques.....	51
Tableau III-5 : Scénarios d’endommagements de la structure portique et la poutre repliée 2D à (22) éléments.	51
Tableau III-6: Pourcentage de réduction de la rigidité des éléments de la structure portique bidimensionnel à 22 éléments et les différentes fréquences des scenarios exercés	52
Tableau IV-1: Poutre repliée - 1er cas - les valeurs de Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 1000 Populations	78
Tableau IV-2 : Poutre repliée – 2ème scénario - les valeurs de Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 200 Populations	79
Tableau IV-3 :Structure portique - 1er scénario - les valeurs de Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 100 Populations	88
Tableau IV-4 : Structure portique – 2 ^{ème} . Scénario - les valeurs de Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 100 Populations.....	89

Liste des algorithmes

Algorithme IV-1 : Pseudo code de POA.....	67
Algorithme IV-2 : Procédure d'attaque de groupe.	70
Algorithme IV-3 : σ procédure.	72
Algorithme IV-4 : procédure de survie.	73
Algorithme IV-5 : Dingo Optimizer Algorithm.....	74

Nomenclature

N : fonction de forme

ε : déformation

σ : contrainte de déformation

T : Matrice de transformation.

A : Section droite de la poutre.

ρ : Masse volumique.

V : Energie potentielle.

S : Section droite.

μ : Coefficient de poisson.

U_x : Déplacement longitudinal

θ : Déplacement de rotation.

λ et μ : sont les cosinus directeurs

ρ : la masse volumique du matériau.

I_0 : le moment d'inertie polaire.

P : la matrice de transformation.

C : la matrice d'amortissement.

w : est la pulsation de la force d'excitation.

U_e : déplacement nodaux

B : dérivées des fonctions de forme

I : Moment d'inertie.

E : Module de Young.

L : Longueur de la poutre.

I : Moment d'inertie.

U : Energie cinétique

ν : coefficient de poisson

K_e : la matrice de rigidité l'élément considéré

U_y : Déplacement transversal.

M : Matrice de masse de la structure.

M_e : la matrice de masse de l'élément considéré.

G : le module de cisaillement

ω_0 : pulsation propre du système.

λ : coefficient d'amortissement

ξ : facteur d'amortissement

Liste des abréviations

DDL : Degré De Liberté

MEF : Méthode des Eléments Finis

FRF : fonction de Réponse en Fréquence.

MAC : Modal Assurance Criterion. (Critère d'assurance modale.)

MIMO: Multiple-Input Multiple-Output. (Multiple-Input Multiple-Output)

SIMO: Single-Input Multiple-Output. (Entrée unique, sortie multiple.)

SISO : Single-Input Single-Output (Entrée unique, sortie unique.)

DOF: Degree of Freedom (Degré de liberté.)

SDOF : Single degré of freedom (Un seul degré de liberté)

MDOF : Multi degrés of freedom (Plusieurs degrés de liberté)

SHM : Structural Health Monitoring (La surveillance de l'état de la structure)

IMSE : Interactive modal strain energy (Énergie de déformation modale interactive)

POA : Algorithme d'optimisation du paon (Peafowl optimization algorithm)

DOA : Algorithme d'optimisation de Dingo (Dingo Optimization Algorithm)

GA : l'algorithme génétique

BA : l'algorithme de chauve-souris

PC : changements des composants principaux

PCA : incorporant des données d'analyse PC

IMSE : l'énergie de déformation modale

Introduction général

Introduction général

Ces dernières décennies, le domaine de l'industrie connaît une flagrante expansion, avec des structures et des mécanismes de plus en plus performants et divers, les entreprises entrent donc en concurrence constante et essayent de rentabiliser leurs revenus et améliorer leurs conceptions afin de s'imposer dans le domaine de la construction.

Que ce soit en génie mécanique ou en génie civil, la surveillance de l'état de santé des structures s'avère être une priorité incontournable. Pour ce faire, plusieurs méthodes de détection et de surveillance des endommagements sont mises en œuvre. Dans ce domaine, un grand intérêt a été jeté sur les études vibratoires faites et accomplies sur ce sujet, car s'ajoutant à sa non destructivité, ce genre d'étude propose une efficacité remarquable et incontournable.

Pour pouvoir atteindre cet objectif de surveillance et de contrôle structurel, la détection, à quoi ? la localisation et la quantification des endommagements s'impose, car contrairement, des répercussions atroces seront avenir, et cela pour les structures elles-mêmes, et pour l'être humain.

Pour notre cas de figure, notre détection se fera en utilisant la méthode basée sur les réponses fréquentielles, celle-ci s'avère très intéressante et très complète. En effet, une structure ayant un endommagement, se verra changer et affectées plusieurs de ses paramètres initiaux, comme sa rigidités, son amortissement, ses fréquences naturelles, etc,... En se basant sur ces changements de fréquences, on pourra donc faire une détection d'endommagement validée.

Pour l'étape de localisation, un indicateur d'endommagement sera utilisé, après réception des courbes données par cet indicateur à l'aide du logiciel de calcul MATLAB, le processus de localisation d'endommagement pourra être fait et validée.

En ce qui concerne la quantification, les chercheurs ont dû utiliser leurs ingéniosités, et faire preuve d'innovations pour pouvoir faire face à ce problème. Après plusieurs efforts et de multiples études sur ce sujet, les algorithmes d'optimisation ont vu le jour, combinées avec des logiciels de calcul performants, ils peuvent accomplir un travail qui fut impossible quelques années auparavant. Dans notre présent travail, on a utilisée deux nouvelles méthodes d'optimisation intitulées ; POA et DOA.

Notre présent mémoire se présente sous le plan de travail suivant :

Chapitre 1 : il est subdivisé en deux partis, nous allons présenter la méthode des éléments finis et un rappel sur la dynamique des structures

Chapitre 2 : nous présentons d'abord une synthèse bibliographique sur les méthodes de détection et localisation d'endommagements utilisant les fonctions de réponse fréquentielle.

Chapitre 3 : nous présentons la méthode proposée de détection des endommagements basée sur la fonction de réponse fréquentielle et son application afin de pouvoir détecter et localiser les endommagements.

Chapitre 4 : il sera divisé en deux parties, la première a pour contenu une description de nos deux méthodes d'optimisation utilisées dans ce présent travail, et pour la deuxième partie, une discussion des résultats de simulation numérique suivie d'une conclusion sur le travail termine le mémoire.

Chapitre I
Rappels sur les éléments
finis et la dynamique des
structures

1. Introduction

Afin d'analyser des phénomènes naturels généraux ou des problèmes d'ingénierie spécifiques, les gens doivent généralement développer un modèle mathématique pour décrire le problème en question de manière aussi fiable que possible. Le développement de modèles mathématiques repose généralement sur des hypothèses de base et des hypothèses simplifiées pour générer des équations directrices, qui sont généralement des équations différentielles avec des conditions aux limites ajoutées.

Par conséquent, plusieurs technologies de résolution numérique ont été développées et appliquées avec succès pour obtenir des solutions satisfaisantes à divers problèmes d'ingénierie.

La méthode des éléments finis est l'une des techniques numériques les plus puissantes. L'un des principaux avantages de cette méthode est qu'elle offre la possibilité de développer des programmes capables de résoudre de nombreux types de problèmes avec seulement quelques modifications.

En particulier, toute forme complexe d'un domaine géométrique où un problème est bien posé avec toutes les conditions aux limites, peut être facilement traitée par la méthode des éléments finis.

Cette méthode consiste à diviser le domaine physique à traiter en plusieurs sous-domaines appelés éléments finis à dimensions non infinitésimales. La solution recherchée est remplacée dans chaque élément par une approximation avec des polynômes simples et le domaine peut ensuite être reconstitué avec l'assemblage ou sommation de tous les éléments

2. Historique de la méthode [1]

Cette section présente une brève histoire de la méthode des éléments finis telle qu'elle est appliquée à la fois aux domaines structurels et non structurels de l'ingénierie et à la physique mathématique aux domaines structurels et non structurels de l'ingénierie et à la physique mathématique. Les références citées ici sont destinées à compléter cette brève introduction au contexte historique.

Le développement moderne de la méthode des éléments finis a commencé dans les années 1940 dans le domaine de l'ingénierie structurelle, avec les travaux de l'équipe d'ingénieurs de l'Université de Montréal. Dans le domaine de l'ingénierie structurelle avec les travaux de Hrennikoff [2] en 1941 et de McHenry [3] en 1943, qui ont utilisé un treillis d'éléments linéaires (unidimensionnels) (barres et poutres) pour résoudre les contraintes dans des structures continues. Pour la résolution des contraintes dans les solides continus. Dans un article publié en 1943 mais qui n'a pas été largement reconnu pendant de nombreuses années, Courant [4] a proposé d'établir la solution des contraintes sous une forme variationnelle. Il a ensuite introduit des fonctions d'interpolation par morceaux (ou de forme) sur des sous-régions triangulaires constituant la région entière comme une méthode pour obtenir des solutions numériques approximatives. En 1947, Levy [5] a développé la méthode de la flexibilité ou de la force. Et en 1953, son travail [6] a suggéré qu'une autre méthode (la méthode de la rigidité ou du déplacement) pourrait être une alternative prometteuse pour l'analyse des structures d'avions à redondance statique. Cependant, ses équations étaient lourdes à résoudre à la main. Et la méthode n'est donc devenue populaire qu'avec l'avènement de l'ordinateur numérique à grande vitesse.

En 1954, Argyris et Kelsey [7, 8] ont développé des méthodes d'analyse structurelle matricielle en utilisant les principes de l'énergie. Ce développement a illustré le rôle important que les principes d'énergie dans la méthode des éléments finis.

Le premier traitement des éléments bidimensionnels a été effectué par Turner et al [9] en 1956. Ils ont dérivé des matrices de rigidité pour des éléments de treillis, des éléments de poutre et des éléments bidimensionnels triangulaires et rectangulaires dans un plan. Triangulaires et rectangulaires dans une contrainte plane, et ils ont décrit la procédure communément appelée méthode de rigidité directe pour obtenir la matrice de rigidité de la structure totale. Avec le développement de l'ordinateur numérique à grande vitesse au début des années 1950, les travaux de Turner et de ses collègues ont été abandonnés. Début des années 1950, les travaux de Turner et al. [9] ont permis de développer davantage les équations de rigidité des éléments finis exprimées en notation matricielle. L'expression "élément fini" a été introduite par Clough [10] en 1960, lorsque des éléments triangulaires et rectangulaires ont été utilisés pour l'analyse des contraintes planes.

Une matrice de rigidité de l'élément de flexion d'une plaque rectangulaire plate a été développée par Melosh [11] en 1961. Ceci a été suivi par le développement de la matrice de rigidité des éléments de flexion pour les coquilles axisymétriques et les récipients sous pression par Grafton et Strome [12] en 1963.

L'extension de la méthode des éléments finis aux problèmes tridimensionnels avec le développement d'une matrice de rigidité tétraédrique a été réalisée par Martin [13] en 1961, par Gallagher et al. [14] en 1962, et par Melosh [15] en 1963.

D'autres éléments tridimensionnels supplémentaires ont été étudiés par Argyris [16] en 1964. Le cas particulier des solides axisymétriques a été étudié par Clough et Rashid [17] et Wilson [18] en 1965.

La plupart des travaux sur les éléments finis réalisés jusqu'au début des années 1960 portaient sur les petites déformations et les petits déplacements, sur les matériaux élastiques et sur l'utilisation de l'énergie. et les petits déplacements, le comportement élastique des matériaux et les chargements statiques. Cependant, les grandes déviations et l'analyse thermique ont été prises en compte par Turner et al [19] en 1960. et les non-linéarités des matériaux par Gallagher et al. [14] en 1962, tandis que les problèmes de flambage ont été initialement traités par Gallagher et Padlog [20] en 1963. Zienkiewicz et al. [21] ont étendu la méthode aux problèmes de visco-élasticité en 1968.

En 1965, Archer [22] a pris en compte l'analyse dynamique dans le développement de la matrice de masse cohérente, qui est applicable aux problèmes de viscoélasticité matrice de masse cohérente, qui est applicable à l'analyse des systèmes à masse distribuée, tels que les barres et les poutres dans les structures tels que les barres et les poutres dans l'analyse structurelle.

En 1963, Melosh [15] a réalisé que la méthode des éléments finis pouvait être établie en termes de méthode variationnelle en termes de formulation variationnelle, elle a commencé à être utilisée pour résoudre des applications non structurelles. Les problèmes de terrain, tels que la détermination de la torsion d'un arbre, l'écoulement des fluides et la conduction de la chaleur, ont été résolus par Zienkiewicz et Cheung [21] en 1965, Martin [23] en 1968 et Wilson et Nickel [24] en 1966

L'extension de la méthode a été rendue possible par l'adaptation des méthodes résiduelles pondérées, tout d'abord par Szabo et al. résiduelles pondérées, d'abord par Szabo et Lee [25] en 1969 pour dériver les équations d'élasticité précédemment connues et utilisées en analyse structurelle précédemment connues utilisées dans l'analyse structurelle, puis par Zienkiewicz et Parekh [26] pour les problèmes de champ transitoire en 1970 Il a alors été reconnu que lorsque les formulations directes et les formulations variationnelles sont difficiles ou impossibles à utiliser, la méthode des résidus pondérés peut parfois être utilisée résiduels pondérés peut parfois être appropriée. Par exemple, en 1977, Lyness et al [27] ont appliqué la méthode des résidus pondérés à la détermination du champ magnétique.

En 1976, Belytschko [28, 29] a étudié les problèmes associés au comportement dynamique non linéaire à grand déplacement et a amélioré les techniques numériques pour résoudre les systèmes d'équations résultants. Pour en savoir plus sur ces sujets, consultez les textes de Belytschko, Liu, Moran [30] et Crisfield [31, 32].

Un domaine d'application relativement nouveau de la méthode des éléments finis est celui de la bio-ingénierie [33, 34]. Ce domaine est encore perturbé par des difficultés telles que les matériaux non linéaires, les non-linéarités géométriques, et d'autres complexités encore en cours de découverte.

Du début des années 1950 à aujourd'hui, d'énormes progrès ont été réalisés dans l'application de la méthode des éléments finis pour résoudre des problèmes d'ingénierie complexes. Les ingénieurs, les mathématiciens appliqués et les autres scientifiques continueront sans aucun doute à développer de nouvelles applications. Pour une bibliographie complète sur la méthode des éléments finis, consultez les travaux de Kardestuncer [35], Clough [36]

3. Présentation de la méthode des éléments finis

La résolution analytique des problèmes mécaniques ne peut se faire que dans un nombre de cas limité, cependant les méthodes numériques basées sur la discrétisation de ses problèmes, présentent une alternative très efficace, souvent utilisées dans le domaine de la mécanique pour résoudre des problèmes complexes. La méthode des éléments finis est de toutes ses méthodes de discrétisation la plus utilisée car elle peut traiter des problèmes de géométrie complexe, elle couvre de nombreux domaines de la physique. Les moyens informatiques actuels (puissance des calculateurs, outils de visualisation et de simulation) la rendent facile à la mise en œuvre. La méthode des éléments finis est la méthode la plus utilisée actuellement, son champ d'application ne cesse de s'élargir. Le succès de la méthode est que sa formulation utilise des procédés standards qui se répètent au cours de la résolution de problèmes de natures différentes. Cette méthode est l'une des techniques numériques les plus puissantes. L'un des avantages majeurs de cette méthode est le fait qu'elle offre la possibilité de développer un programme permettant de résoudre, avec peu de modifications, plusieurs types de problèmes. En particulier, toute forme complexe d'un domaine géométrique où un problème est bien posé avec toutes les conditions aux limites, peut être facilement traitée par la méthode des éléments finis.[37]

4. Domaines d'application de la méthode des éléments finis

Les domaines d'application de la méthode des éléments finis sont très larges et très variés. En général pour les champs d'application de cette méthode sont :

1. La mécanique des milieux continus solides.
2. La mécanique des milieux continus fluides.
3. L'analyse thermique.
4. L'électromagnétisme et l'électrostatique.

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus solides, on peut classer les problèmes de la manière suivante (figure I.1) :

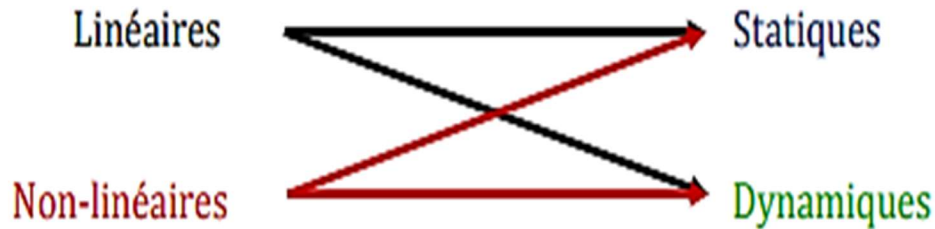


Figure I-1: Classification des problèmes de la mécanique

5. Principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis consiste à diviser le champ physique à traiter en plusieurs sous-domaines appelés éléments finis de dimensions non infinies. La solution requise est remplacée par une approximation d'un polynôme simple dans chaque élément, puis la combinaison ou la sommation de tous les éléments peut être utilisée pour reconstruire le domaine

5.1. Discrétisation géométrique

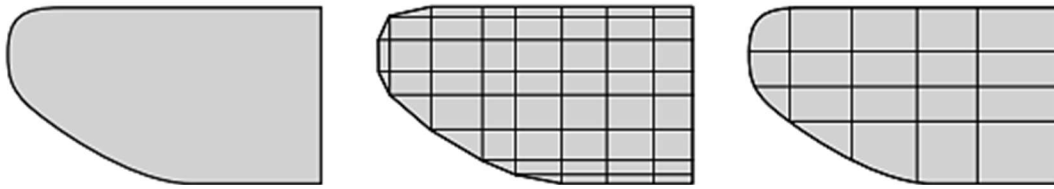
Cette opération consiste à procéder à un découpage du domaine continu en sous domaines :

$$D = \sum_{e=1}^{n_e} D_e \quad \text{Tel que} \quad \lim_{e \rightarrow 0} (U_e D_e) = D$$

Il faut donc pouvoir représenter au mieux la géométrie souvent complexe du domaine étudié par des éléments de forme géométrique simple. Il ne doit y avoir ni recouvrement ni trou entre deux éléments ayant une frontière commune.

Lorsque la frontière du domaine est complexe, une erreur de discrétisation géométrique est inévitable. Cette erreur doit être estimée, et éventuellement réduite en modifiant la forme ou en diminuant la taille des éléments concernés comme proposé sur la (Figure I.2) Sur chaque élément nous allons chercher à définir une approximation de la fonction solution.

[38]



a) pièce à étudier et présentant des congés de raccordement (b) modifier la taille des éléments et raffiner au niveau des courbures (c) utiliser des éléments à frontière courbe

Figure I-2: Erreur de discrétisation géométrique

La Méthode des Éléments Finis a développé une série de types d'éléments finis qui, pour le début, peuvent être classifiés en [39]

- Éléments finis unidimensionnels (généralement des barres)
- Éléments finis bidimensionnels (plaques et mêmes volumes)
- Éléments finis tridimensionnels (blocs massifs).

Eléments	Linéaires	paraboliques (quadratiques)	Cubiques
Unidimensionnels			
bidimensionnels			
tridimensionnels			
autres types	● Masse	Ressort	Contact

Figure I-3: Types d'éléments finis

5.2. Construction de l'approximation nodale par sous domaines

Pour chaque élément, on choisit une fonction d'interpolation qui représente la variation des déplacements $u^e(x, y, z)$ à l'intérieur de cet élément en termes de déplacements nodaux U^e . Ce modèle peut être représenté de façon commode par une expression polynomiale contenant un coefficient inconnu pour chaque degré de liberté.

Soit :

$$u^e(x, y, z) = N^t U^e \quad (\text{I-1})$$

N est la matrice d'interpolation reliant les déplacements d'un point intérieur de l'élément aux déplacements nodaux.

Nous avons donc :

$$U_x = a_1 + a_2 \cdot x = \langle 1 \ x \rangle \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

$$U_y = a_3 + a_4 y = \langle 1 \ y \rangle \begin{pmatrix} a_3 \\ a_4 \end{pmatrix}$$

$$U_z = a_5 + a_6 z = \langle 1 \ z \rangle \begin{pmatrix} a_5 \\ a_6 \end{pmatrix}$$

5.3. Établissement de la relation entre déformations et déplacements

Il s'agit ici de trouver la matrice B reliant les déformations ε de l'élément à ses déplacements nodaux U^e . Cette relation est exprimée par :

$$\varepsilon = [B] \cdot \{U^e\} \quad (\text{I-2})$$

5.4. Établissement de la relation entre contraintes et déformations

Pour un matériau élastique linéaire, les contraintes σ sont des fonctions linéaires des déformations ε . Elles sont exprimées par l'expression :

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (\text{I-3})$$

Où D est la matrice d'élasticité.

5.5. Calcul des matrices élémentaires

Cette étape constitue la partie la plus importante du problème. Les déplacements U^e aux nœuds sont déterminés de telle façon que les contraintes engendrées dans l'élément équilibrent le chargement extérieur F^e , c'est-à-dire que :

$$F^e = K^e \cdot U^e \quad (I-4)$$

La matrice de raideur élémentaire K^e est obtenue à partir de l'énergie de déformation elle exprimer comme suite :

$$K^e = \int_0^V B^T D B \, dv \quad (I-5)$$

5.6. Assemblage des matrices élémentaires

La phase de l'assemblage consiste à construire la matrice K , de la structure complète à partir de la matrice élémentaire K^e , exprimée dans le repère global, des différents éléments en sommant les énergies de déformation et cinétique de chaque élément. Pour une structure formée de poutres, on ne peut pas sommer les matrices directement. Pour chaque élément, il faut localiser la position des variables nodales dans le vecteur des déplacements de l'ensemble des nœuds de la structure

$$[K] = \sum_{e=1}^N [K^e] \quad (I-6)$$

6. Éléments de barre

6.1. Définition

Géométriquement parlant une barre est définie par ses deux extrémités qui sont les nœuds dont le nombre est deux, comportant chacun, trois degrés de liberté (d.d.l.) et qui représentent les composantes de son déplacement dans l'espace, et dans le repère local la barre est orientée dans la direction x . Les dimensions dans le plan ($y - z$) normal à x sont relativement petites par rapport à la dimension longitudinale (Figure I.4). Un élément fini barre (Figure I.5) schématise un composant d'une structure qui travaille uniquement en traction ou compression

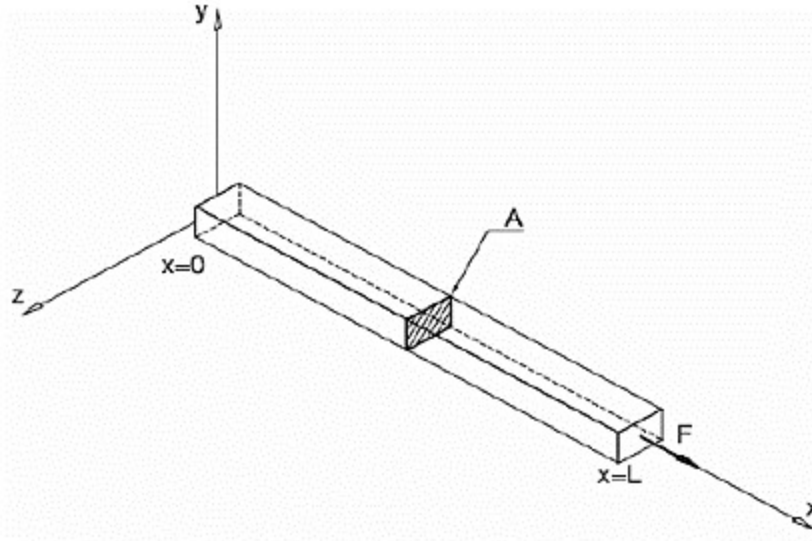


Figure I-4: Géométrie d'un élément barre

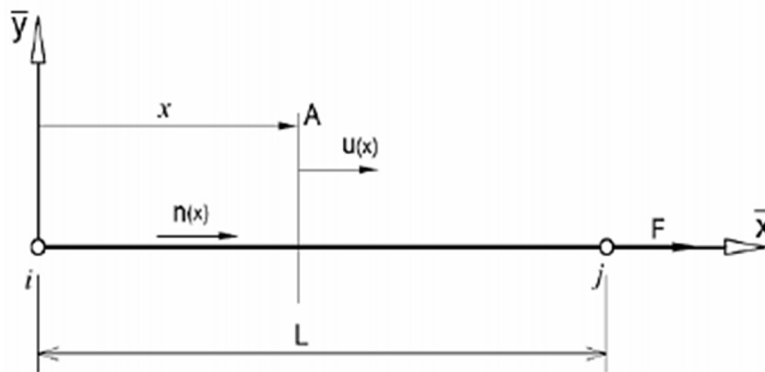


Figure I-5: Modélisation d'un élément barre

Considérons une barre rectiligne ne travaillant qu'en traction-compression, c'est-à-dire ne transmettant que l'effort normal. Considérons les hypothèses mono-dimensionnelles suivantes :

- Petits déplacements :

$$U_{(M,t)} = U_{(M,t)}(X) \tag{I-7}$$

- Déformations en petits déplacements :

$$\varepsilon = \frac{\partial U}{\partial x} \tag{I-8}$$

- Loi de Hooke dans un milieu isotrope homogène élastique :

$$\sigma = E\varepsilon \quad (I-9)$$

En intégrant les contraintes sur la section, nous obtenons la loi de comportement intégrée des barres

$$n(x) = EA\varepsilon \quad (I-10)$$

Où $n(x)$ est l'effort normal dans la barre dû à la force nodale F .

6.2. Élément barre dans le plan

Considérons un élément barre dans le plan défini par deux nœuds i et j , de longueur L et de section uniforme A , (Figure I.6).

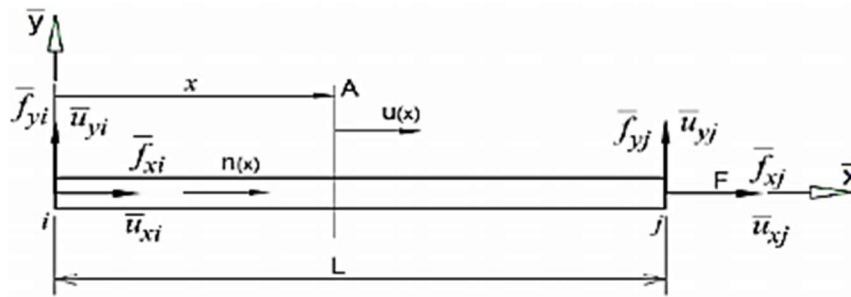


Figure I-6: Élément barre dans le repère local (i, x, y) .

Dans le repère local (i, x, y) , on note par U_{xi} et U_{xj} les déplacements aux nœuds i et j , et par f_{xi} et f_{xj} les forces aux nœuds i et j .

Le vecteur force relatif à l'élément e est donné par :

$$\overline{F}^e = \left[\overline{f_{x_i}}, \overline{f_{y_i}}, \overline{f_{x_j}}, \overline{f_{y_j}} \right]^T \quad (I-11)$$

Le vecteur déplacement relatif à l'élément e est donné par :

$$\overline{U}^e = \left[\overline{U_{x_i}}, \overline{U_{y_i}}, \overline{U_{x_j}}, \overline{U_{y_j}} \right]^T \quad (I-12)$$

Dans le cas qui nous occupe, on travaille avec un élément barre qui subit des sollicitations de traction compression, ce qui veut dire que $\overline{f_{x_j}}, \overline{f_{y_j}}, \overline{U_{x_j}}$ et $\overline{U_{y_j}}$ sont non nuls.

6.3. Fonction d'interpolation

Pour un problème statique, lorsque l'élément est chargé au niveau de ses nœuds, l'effort normal est uniforme. Compte tenu des relations (8) et (10) la solution $U(x)$ sera linéaire. Pour chercher cette solution, nous utilisons une approximation polynomiale linéaire de la forme :

$$U(x) = N_1 \overline{U_{x_i}} + N_2 \overline{U_{x_j}} \quad (I-13)$$

Où N_1 et N_2 sont les coordonner naturelles

Nous identifions aux nœuds $i(x=0)$ et $j(x=L)$ la valeur de l'approximation des déplacements axiaux. Nous en déduisons :

$$N_1 = \left(1 - \frac{x}{L}\right) \quad \text{et} \quad N_2 = \frac{x}{L} \quad (I-14)$$

Sous forme matricielle nous écrivons :

$$U(x) = N^T \overline{U^e} = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L}\right] \begin{bmatrix} U_{x_i} \\ U_{x_j} \end{bmatrix} \quad (I-15)$$

La matrice d'interpolation N relie les déplacements d'un point intérieur de la barre aux déplacements nodaux

$$N^T = \left[1 - \frac{x}{L} \quad \frac{x}{L}\right] \quad (I-16)$$

6.4. Relation entre déformation et déplacement

La déformation est déduite des équations (I-8) et (I-13)

$$\{\varepsilon\} = \frac{\partial U}{\partial x} = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L}\right] \begin{bmatrix} U_{x_i} \\ U_{x_j} \end{bmatrix} = \frac{1}{L} [-1 \quad 1] \begin{bmatrix} U_{x_i} \\ U_{x_j} \end{bmatrix} = B \overline{U^e} \quad (I-17)$$

La matrice B relie les déformations de la barre à ces déplacements nodaux :

$$B = \frac{1}{L} [-1 \quad 1] \quad (I-18)$$

6.5. Matrice de rigidité de l'élément barre

La matrice de rigidité de l'élément barre dans le repère local est donné par l'équation (I-5), Après intégration on aura la matrice sous forme :

6.6. Transformation dans le repère global

Cependant, les éléments n'ayant pas forcément le même repère local, la sommation des énergies de déformation et des travaux des forces extérieures ne peut être directement appliquée. [40]

On note θ l'angle entre l'axe \vec{X} , de repère global et l'axe \vec{x} de repère local de la barre.

Soit $u_{x_i}, u_{y_i}, u_{x_j}$ et u_{y_j} les déplacements aux nœuds i et j exprimées dans le repère global,

La relation entre les déplacements exprimés dans le repère local et ceux exprimés dans le repère global est donnée par

$$\overline{u_{x_i}} = u_{x_i} \cos\theta + u_{y_i} \sin\theta = u_{x_i} \lambda + u_{y_i} \mu \tag{I-19}$$

$$\overline{u_{y_i}} = u_{y_i} \sin\theta - u_{x_i} \cos\theta = u_{y_i} \lambda - u_{x_i} \mu$$

Où λ et μ sont les cosinus directeurs : $\lambda = \cos\theta$ et $\mu = \sin\theta$

$$\lambda = \frac{1}{L} (x_j - x_i) \tag{I-20}$$

$$\mu = \frac{1}{L} (y_j - y_i)$$

L est la distance entre les nœuds i et j, (longueur de l'élément) :

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2} \tag{I-21}$$

Sous forme Matriciel :

$$\begin{bmatrix} \overline{u_{x_i}} \\ \overline{u_{x_j}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{x_i} \\ u_{y_i} \\ u_{x_j} \\ u_{y_j} \end{bmatrix} \tag{I-22}$$

Où T est la matrice de transformation de repère local au repère globale.

$$T = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \end{bmatrix} \quad (I-23)$$

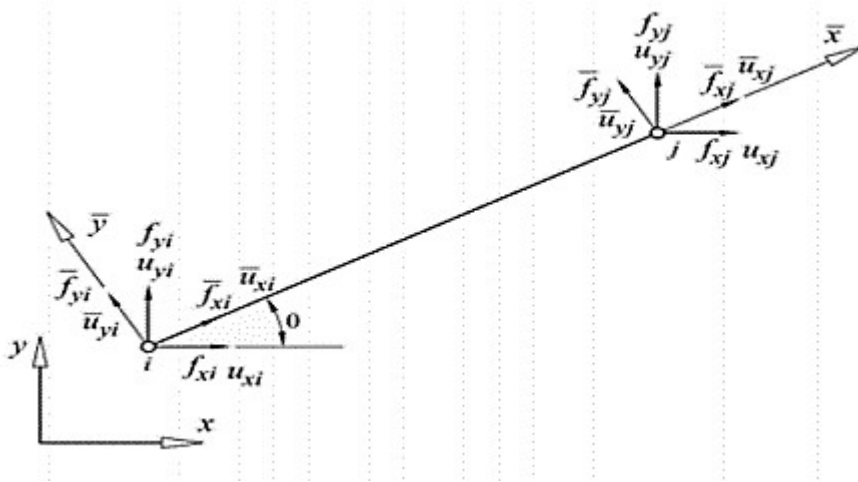


Figure I-7: Élément barre dans le repère global

La matrice de rigidité exprimée dans le repère global sera déduite de la matrice de rigidité exprimée dans le repère local par la relation :

$$K^e = T^T \bar{K}^e T \quad (I-24)$$

$$K^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & 0 \\ 0 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$$

$$K^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \lambda^2 & \lambda\mu & -\lambda^2 & -\lambda\mu \\ \lambda\mu & \mu^2 & -\lambda\mu & -\mu^2 \\ -\lambda^2 & -\lambda\mu & \lambda^2 & \lambda\mu \\ -\lambda\mu & -\mu^2 & \lambda\mu & \mu^2 \end{bmatrix} \quad (I-24)$$

6.7. Barre tridimensionnelle

Nous allons maintenant dériver la matrice de transformation nécessaire pour obtenir la matrice générale de rigidité

d'un élément de barre orienté arbitrairement dans l'espace tridimensionnel, comme le montre la (figure I.8).[1]

Le vecteur force relatifs à l'élément barre est donner par :

$$\bar{F}^e = [\bar{f}_{xi} \bar{f}_{yi} \bar{f}_{zi} \bar{f}_{xj} \bar{f}_{yj} \bar{f}_{zj}] \tag{I-25}$$

Le vecteur déplacement est donné par :

$$\bar{U}^e = [\bar{u}_{xi} \bar{u}_{yi} \bar{u}_{zi} \bar{u}_{xj} \bar{u}_{yj} \bar{u}_{zj}] \tag{I-26}$$

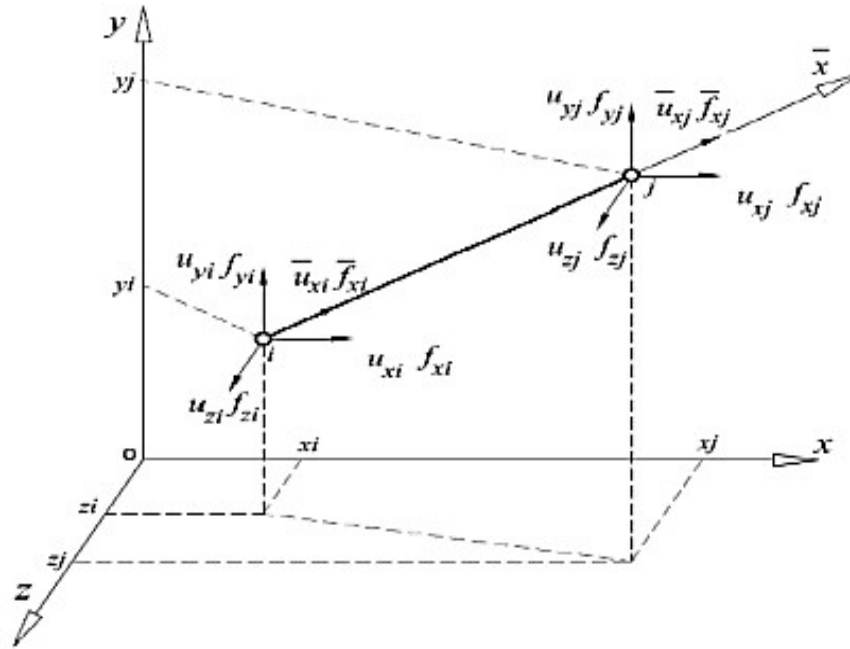


Figure I-8: Élément barre tridimensionnelle

De la même manière que pour un élément barre dans le plan, les relations entre les grandeurs mesurées dans le repère local et celles mesurées dans le repère global pour un élément barre tridimensionnelle sont données par :

$$\begin{aligned} \bar{u}_{xi} &= \cos \theta_x u_{xi} + \cos \theta_y u_{yi} + \cos \theta_z u_{zi} \\ \bar{u}_{xj} &= \cos \theta_x u_{xj} + \cos \theta_y u_{yj} + \cos \theta_z u_{zj} \end{aligned} \tag{I-27}$$

Avec:

$$\begin{cases} \cos \theta_x = \frac{x_j - x_i}{L} \\ \cos \theta_y = \frac{y_j - y_i}{L} \\ \cos \theta_z = \frac{z_j - z_i}{L} \end{cases} \quad (\text{I-28})$$

$$L = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2} \quad (\text{I-29})$$

Avec : $\lambda_x = \cos \theta_x$ et $\lambda_y = \cos \theta_y$ et $\lambda_z = \cos \theta_z$

Donc la matrice de transformation du repère local au repère global 3D est :

$$T = \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \end{bmatrix} \quad (\text{I-30})$$

La matrice de rigidité d'une barre tridimensionnelle exprimée dans le repère global est donnée par :

$$K^e = [T]^T [\bar{K}^e] [T] \quad (\text{I-31})$$

Alors :

$$K^e = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ \lambda_z & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \\ 0 & \lambda_z \end{bmatrix} \frac{AE}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \end{bmatrix}$$

Ce qui fait :

$$K^e = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} \lambda_x^2 & \lambda_x \lambda_y & \lambda_x \lambda_z & -\lambda_x^2 & -\lambda_x \lambda_y & -\lambda_x \lambda_z \\ \lambda_x \lambda_y & \lambda_y^2 & \lambda_y \lambda_z & -\lambda_x \lambda_y & -\lambda_y^2 & -\lambda_y \lambda_z \\ \lambda_x \lambda_z & \lambda_y \lambda_z & \lambda_z^2 & -\lambda_x \lambda_z & -\lambda_y \lambda_z & -\lambda_z^2 \\ -\lambda_x^2 & -\lambda_x \lambda_y & -\lambda_x \lambda_z & \lambda_x^2 & \lambda_x \lambda_y & \lambda_x \lambda_z \\ -\lambda_x \lambda_y & -\lambda_y^2 & -\lambda_y \lambda_z & \lambda_x \lambda_y & \lambda_y^2 & \lambda_y \lambda_z \\ -\lambda_x \lambda_z & -\lambda_y \lambda_z & -\lambda_z^2 & \lambda_x \lambda_z & \lambda_y \lambda_z & \lambda_z^2 \end{bmatrix}$$

7. Éléments de poutre à deux nœuds

7.1. Équation générale des poutres planes

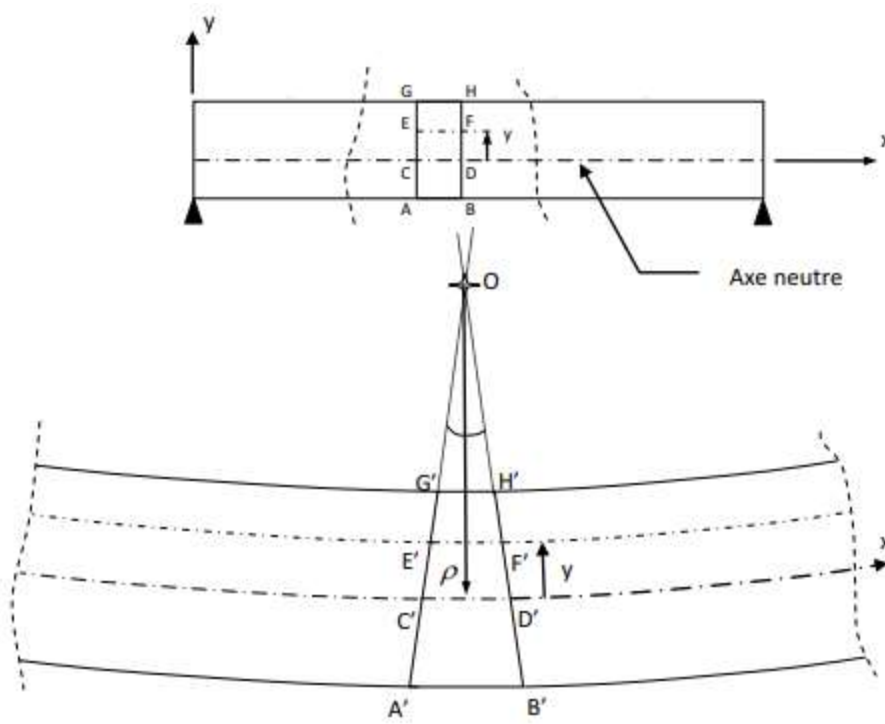


Figure I-9 : Déformation d'une poutre en flexion

Les sections droites d'une poutre en flexion restent droites après déformations (principe de Navier-Bernoulli), l'étude des déformations longitudinales sur un tronçon ABGH permet d'établir une relation linéaire entre la déformation longitudinale et le rayon de courbure ρ . En effet la déformation à l'ordonnée y est égale à :

$$\varepsilon = \frac{E'F' - EF}{EF} \tag{I-32}$$

Comme $EF = CD$ et $CD = C'D'$, on déduit que :

$$\varepsilon = \frac{E'F' - EF}{EF} = \frac{(\rho - y)d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = -\frac{y}{\rho} \tag{I-33}$$

Enfin et en combinant l'équation d'équilibre de la section à celle liant contrainte et déformation, on retrouve la relation moment-courbure de la théorie des poutres :

$$\left. \begin{aligned} \int \sigma y dA - m_Z = 0 \\ \sigma = E \varepsilon = -y \frac{E}{\rho} \end{aligned} \right\} \Rightarrow m_Z = -\frac{E}{\rho} \int y^2 dA \Leftrightarrow -\frac{m_Z}{EI_Z} = \frac{1}{\rho} \quad (\text{I-34})$$

Avec $I_Z = \int y^2 dA$: moment d'inertie autour de l'axe Z (perpendiculaire au plan XY).

De plus et sous l'effet des charges extérieures, le point situé sur l'axe neutre à l'abscisse X subira un déplacement vertical U_y et une rotation θ . Par ailleurs et d'après la (figure I.9).

On sait que : $dx = \rho d\theta \Rightarrow \frac{d\theta}{dx} = \frac{1}{\rho}$ mais également que $\theta = \frac{dU_y}{dx}$

Ce qui permet de déduire :

$$\frac{1}{\rho} = \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2 U_y}{dx^2} \quad (\text{I-35})$$

En égalisant (I-34) et (I-35), les relations moment-courbure et déformation-courbure deviennent

$$\frac{1}{\rho} = -\frac{m_Z}{EI_Z} = \frac{d^2 U_y}{dx^2} \quad (\text{I-36})$$

$$\varepsilon = -\frac{y}{\rho} = -y \frac{d^2 U_y}{dx^2} \quad (\text{I-37})$$

Sachant que l'effort tranchant correspond à la dérivée du moment fléchissant $\left(\frac{dm_Z}{dx} = T_y\right)$ et que celle de l'effort tranchant est équivalente à la charge répartie, $\left(\frac{dT_y}{dx} = -q_y(x)\right)$ on obtient finalement :

$$EI_Z \frac{d^2 U_y}{dx^2} = -m_Z(x) \quad (\text{I-38})$$

$$EI_Z \frac{d^3 U_y}{dx^3} = -T_y(x) \quad (\text{I-39})$$

$$EI_Z \frac{d^4 U_y}{dx^4} = -q_y(x) \quad (\text{I-40})$$

Les relations (I-38) et (I-40) sont les formes les plus connues de l'équation générale des poutres

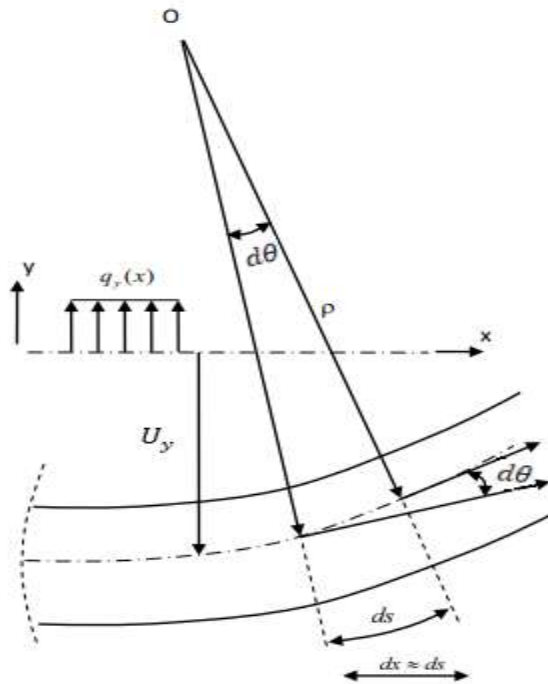


Figure I-10 : Rotation et courbure

7.2. Élément de poutre plane à 2 nœuds

Soit un élément de poutre plane de longueur l , de section S et d'inertie I_z constantes et dont le matériau a un module d'élasticité longitudinal E .

Cet élément à deux nœuds destinés au calcul des réseaux de poutres chargés dans leur plan fait appel à la théorie des poutres qui permet de ramener le problème tridimensionnel à un problème unidimensionnel en condensant ses caractéristiques au niveau de sa fibre moyenne. Chacun de ses nœuds possède trois degrés de liberté.[40]

Alors que pour une poutre tridimensionnelle, le nombre de degrés de liberté par nœud est six : trois rotations et trois translations.

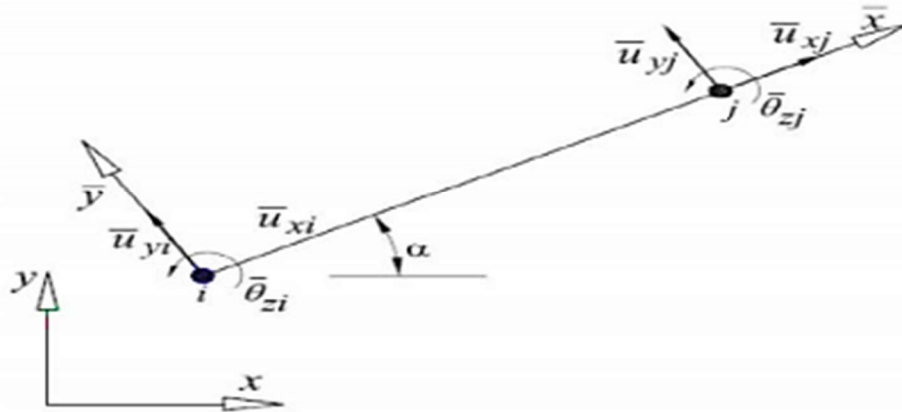


Figure I-11: Élément de poutre plane

La figure (Figure I.11) illustre un élément poutre dans le plan (x-y) orienté suivant son axe local x,

Cet élément possède 6 degrés de liberté correspondant au vecteur déplacement suivant :

$$\bar{U}^e = [\bar{u}_{x_i} \bar{u}_{y_i} \bar{\theta}_{z_i} \bar{u}_{x_j} \bar{u}_{y_j} \bar{\theta}_{z_j}]^T \quad (I-41)$$

Où \bar{u}_{x_i} , \bar{u}_{y_i} , \bar{u}_{x_j} et \bar{u}_{y_j} sont les déplacements aux nœuds i et j suivant x et y

Ainsi $\bar{\theta}_{z_i}$ et $\bar{\theta}_{z_j}$ sont les rotations aux nœuds i et j autour de l'axe z.

7.2.1. Matrices de rigidité élémentaire en repère local

- **Champ de déplacement axial U(x)**

En l'absence de flexion, l'élément du fait de son raccourcissement ou de son allongement, a un comportement identique à celui d'une barre. U(x) est donc encore une fois une fonction linéaire de la forme $U(x) = a_1 + a_2x$ La déformation associée est bien évidemment homogène sur la section et vaut comme $\varepsilon = \frac{dUx}{dx}$

De plus et comme $U(0)=U_{xi}$ en i et $U(L)=U_{xj}$ en j, on obtient comme pour l'élément barre, la même fonction de déplacement :

$$Ux = \left(1 - \frac{x}{l}\right) U_{xi} + \frac{x}{l} U_{xj} \quad (I-42)$$

• **Champ de déplacement transversal U(y)**

En flexion, chacun des nœuds de cet élément possède deux degrés de liberté, un en translation dans la direction transversale U_y et un associé à la rotation θ autour de l'axe z perpendiculaire au plan xy . Quatre conditions aux limites $U_{yi}, \theta_{zi}, U_{yj}$ et θ_{zj} peuvent donc être utilisées pour définir sa fonction d'approximation ce qui explique l'expression de U_y sous la forme d'un polynôme de degré 3.

$$U^e = a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 = \langle 1 \quad x \quad x^2 \quad x^3 \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (I-43)$$

Cette approche revient en fait à intégrer la forme (I-40) de l'équation générale des poutres avec une charge répartie nulle. L'équation du moment fléchissant sera alors d'après (I-38) une fonction linéaire.

À partir des conditions aux limites :

$$\begin{cases} U_y(0) = U_{yi} \\ U'_y(0) = \theta_{zi} \\ U_y(L) = U_{yj} \\ U'_y(L) = \theta_{zj} \end{cases}$$

Le vecteur des déplacements nodaux s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & L & L^2 & L^3 \\ 0 & 1 & 2L & 3L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (I-44)$$

Soit en injectant (I-44) dans (I-43)

$$U^e = \langle 1 \quad x \quad x^2 \quad x^3 \rangle [B^T] \begin{Bmatrix} U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

$$U^e = \langle 1 \quad x \quad x^2 \quad x^3 \rangle \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3/L^2 & -2/L & 3/L^2 & -1/L \\ 2/L^3 & 1/L^2 & -2/L^3 & 1/L^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (I-45)$$

Finalement on aura :

$$N = \left[1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right]$$

$$U^e = \begin{bmatrix} 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} & x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} & \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} & -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (I-46)$$

• **Champ de déformation :**

En regroupant les résultats (I-46) et (I-50) dans (I-51), le champ de déplacement complet de l'élément s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - \frac{x}{L} & 0 & 0 & \frac{x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} & x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} & 0 & \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} & -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{xi} \\ U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{xj} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (I-47)$$

$$\begin{Bmatrix} U_x \\ U_y \end{Bmatrix} = [N] \{U^e\}$$

La déformation de la poutre résultant de la concomitance de la flexion (I-37) et des variations de longueur, on a :

$$\varepsilon = \frac{dU_x}{dx} - y \frac{d^2U_y}{dx^2} \quad (I-48)$$

Le champ de déformation devient alors :

$$\varepsilon = [B]U^e$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \left(\frac{6}{L^2} - \frac{12x}{L^3} \right) \cdot y & \left(\frac{4}{L} - \frac{6x}{L^2} \right) \cdot y & \frac{1}{L} \left(-\frac{6}{L^2} + \frac{12x}{L^3} \right) \cdot y & \left(\frac{2}{L} - \frac{6x}{L^2} \right) \cdot y \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_{xi} \\ U_{yi} \\ \theta_{zi} \\ U_{xj} \\ U_{yj} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (I-49)$$

• **Matrice de rigidité élémentaire**

L'expression générale de l'énergie de déformation d'un élément s'écrit comme suit :

$$W = \frac{1}{2} \int [\varepsilon]^T \{ \sigma \} d\tau \quad (I-50)$$

En remplaçant les deux équations (I-3) et (I-4) dans (I-50) ; l'équation de l'énergie de déformation devient :

$$W = \frac{1}{2} \{U^e\}^T [K^e] \{U^e\} \quad (I-51)$$

La matrice de rigidité de l'élément poutre à 4 d.d.l. dans le repère local est calculée à partir de l'expression (I-5) :

$$K^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (I-52)$$

En tenant compte du coefficient dû au déplacement suivant l'axe x la matrice de rigidité de l'élément poutre dans le plan (à 6 d.d.l.) exprimée dans le repère local :

$$K^e = \frac{EI}{L^3} \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 12 & 6L & 0 & -12 & 6L \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & -6L & 2L^2 \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ \frac{L}{0} & -12 & -6L & \frac{L}{0} & 12 & -6L \\ 0 & 6L & 2L^2 & 0 & -6L & 4L^2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (I-53)$$

7.2.2. Matrices de rigidité élémentaire en repère global

L'élément de poutre plane possédant deux nœuds à trois degrés de liberté, la matrice de changement de base s'écrit en comme suite :

$$\overline{U}^e = [T]\{U^e\} \quad (I-54)$$

$$T = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I-55)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{U}_{x_i} \\ \overline{U}_{y_i} \\ \overline{\theta}_{z_i} \\ \overline{U}_{x_j} \\ \overline{U}_{y_j} \\ \overline{\theta}_{z_j} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{x_i} \\ U_{y_i} \\ \theta_{z_i} \\ U_{x_j} \\ U_{y_j} \\ \theta_{z_j} \end{bmatrix}$$

On notera cependant l'ajout du «1» associé aux rotations autour des axes z et Z qui sont colinéaires dans le cas plan. La matrice de rigidité élémentaire en repère global est ensuite obtenue en appliquant l'équation (I-24) :

7.3. Élément de poutre tridimensionnel à 2 nœuds

7.3.1. Matrice de rigidité

La formulation de cet élément revient à superposer les effets de traction-compression à ceux de flexion autour des axes z et y. La matrice de rigidité liée au plan xz qui reste semblable à celle établie au (5.2.1), Soient $\bar{U}_{xi}, \bar{U}_{yi}$ et \bar{U}_{zi} les déplacements au nœud i et $\bar{\theta}_{xi}, \bar{\theta}_{yi}$ et θ_{zi} les rotations, respectivement autour de x, y et z au même nœud i.

Le vecteur déplacement est donné par :

$$\bar{U}^e = [\bar{U}_{xi}, \bar{U}_{yi}, \bar{U}_{zi}, \bar{\theta}_{xi}, \bar{\theta}_{yi}, \theta_{zi}, \bar{U}_{xj}, \bar{U}_{yj}, \bar{U}_{zj}, \bar{\theta}_{xj}, \bar{\theta}_{yj}, \theta_{zj}] \tag{I-56}$$

Cet élément est la superposition de quatre éléments dont les matrices de rigidité ont déjà été déterminées : élément barre, élément poutre en torsion, élément poutre fléchie autour de z dans le plan $(\bar{x}; \bar{y})$ et élément poutre fléchie autour de y dans le plan $(\bar{y}; \bar{z})$ La matrice de rigidité d'un élément poutre tridimensionnelle est donc

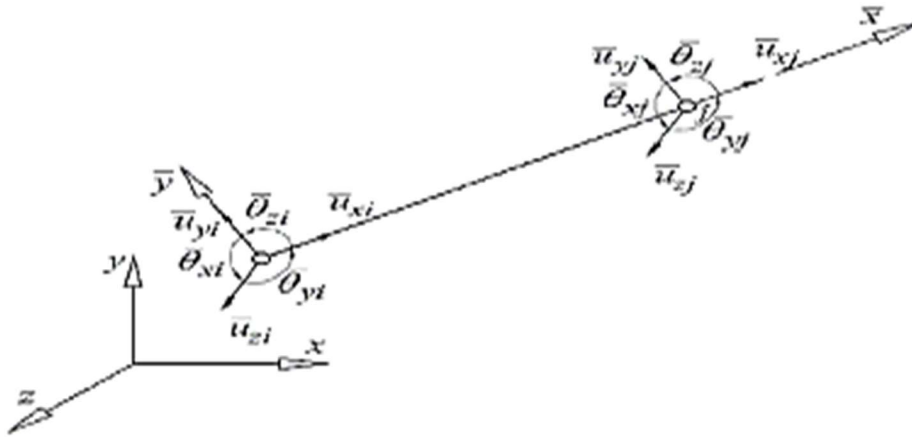


Figure I-12 : Élément de poutre 3D

$$K^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{-12EI_y}{L^3} & \frac{-12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{-12EI_z}{L^3} & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{-12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{-GI_x}{L} & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{GI_x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{-6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \tag{I-57}$$

8. Structures portiques

8.1. Définition

Une structure portique est constituée de poutres reliées entre elles. Les éléments d'un portique travaillent en flexion, traction, et torsion. Ils sont modélisés par des poutres [38]. Il est un élément poutre et barre qui travaille en même temps en flexion et en traction une fois matrices de rigidité de l'élément barre et celle de l'élément poutre sont obtenues, la matrice de rigidité des portiques se construit par la combinaison des deux matrices citées avant, tout en respectant la position des déplacements nodaux dans la matrice de rigidité de l'élément barre équation (I-19)

8.2. Calcul de matrices de raideur

L'analyse des structures portiques s'effectue d'abord comme étant des poutres indépendant ensuite en assemblant ces parties de telle façon que l'équilibre des forces et la compatibilité des déplacements soient satisfaits pour chaque élément.

8.3. Matrices élémentaires dans le plan 2D

Les matrices élémentaires pour un élément poutre dans le plan sont formulées dans la partie précédente.

8.4. Matrice élémentaire tridimensionnelle

Considérons l'élément poutre tridimensionnelle, l'axe x de la poutre coïncide avec son axe neutre. Les axes y et z sont choisis de telle sorte que les plans $(x - y)$ et $(x - z)$ soient les plans principaux de la flexion.

Soient $\bar{U}_{xi}, \bar{U}_{yi}$ et \bar{U}_{zi} les déplacements au nœud i et $\bar{\theta}_{xi}, \bar{\theta}_{yi}$ et $\bar{\theta}_{zi}$ les rotations, respectivement autour de x , y et z au même nœud i .

Le vecteur déplacement est donné par :

$$\bar{U}^e = [\bar{U}_{xi} \bar{U}_{yi} \bar{U}_{zi} \bar{\theta}_{xi} \bar{\theta}_{yi} \bar{\theta}_{zi} \bar{U}_{xj} \bar{U}_{yj} \bar{U}_{zj} \bar{\theta}_{xj} \bar{\theta}_{yj} \bar{\theta}_{zj}] \quad (\text{I-58})$$

Comme les matrices de masse et de raideur d'une poutre tridimensionnelle est la superposition de quatre éléments dont les matrices de raideur et de masse ont été déjà déterminées auparavant.

Dans le repère global, la matrice de transformation de base permettant le passage du repère local au repère global est donnée comme suit :

$$T = \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\mu & \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I-59)$$

8.5. Application aux portiques

Pour calculer les portiques nous devons utiliser un élément poutre tridimensionnel. Cet élément est obtenu par superposition des trois modèles suivants :

- Le modèle de traction,
- Le modèle de torsion,
- Le modèle de flexion.

La flexion se décompose en deux problèmes de flexion plane dans les deux plans principaux de la section droite de la poutre.

	Variables	Caractéristiques mécaniques
Traction	U	$EA, \rho A$
Torsion	$\bar{\theta}_x$	$GJ, \rho I$ avec $G=E/2(1+\nu)$
Flexion ($\bar{y}; \bar{y}$)	$\bar{U}_y, \bar{\theta}_z$	$E I_z, \rho A$
Flexion ($\bar{z}; \bar{z}$)	$\bar{U}_z, \bar{\theta}_z$	$E I_y, \rho A$

Tableau I-1 : caractéristiques mécaniques

L'élément fini poutre tridimensionnel est un élément à deux nœuds et 6 degrés de liberté par nœud. Les 12 degrés de liberté sont définis sur la base locale de l'élément.

$$\bar{U}^e = [\bar{U}_{xi} \bar{U}_{yi} \bar{U}_{zi} \bar{\theta}_{xi} \bar{\theta}_{yi} \bar{\theta}_{zi} \bar{U}_{xj} \bar{U}_{yj} \bar{U}_{zj} \bar{\theta}_{xj} \bar{\theta}_{yj} \bar{\theta}_{zj}]$$

8.6. Assemblage

Nous avons obtenu analytiquement l’expression des formes matricielles associées aux modèles de traction, de torsion, et de flexion. Les matrices associées au modèle complet sont obtenues par superposition. Elles sont exprimées sur les 6 degrés de liberté associés à la base locale de l’élément.

La matrice (12*12) du modèle tridimensionnel est obtenue par superposition des quatre matrices élémentaires. Elle est donnée à titre indicatif. :

$$K^e = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{4EI_z}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & 0 \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} & 0 & 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & 0 & \frac{2EI_z}{L} \end{bmatrix} \quad (I-60)$$

Il est clair que nous ne manipulerons pas ces matrices manuellement, d'autant que pour effectuer l'assemblage d'une structure portique il faut effectuer un changement de base pour exprimer toutes les matrices élémentaires sur une base globale.

9. Rappels sur la dynamique des structures

En dynamique, il faut faire très attention aux unités utilisées. En effet, la fréquence dépend de la racine carrée du rapport de la rigidité par la masse. Pour obtenir la bonne unité de la fréquence $[s]^{-1}$, il est recommandé d’exprimer systématiquement la rigidité en $[N/m]$ et la masse en $[Kg]$ [41].

9.1. Système à plusieurs degrés de liberté

La généralisation à un système à N degrés de liberté peut être abordée pour étudier des structures proches de la réalité et accéder ainsi aux N fréquences et modes propres. Les calculs se font à l’aide d’un ordinateur et d’outil de traitement numérique mais la démarche se résume par les points suivants :

- **La discrétisation de la structure vibrante** en N degrés de liberté avec plusieurs systèmes masse+ressort+amortisseur couplés. Cette partie très importante constitue le modèle de base qui représente le comportement vibratoire de la structure étudiée.
- **La mise en équation du système discret** nécessite la construction des matrices masses et raideurs pour le calcul des fréquences et modes propres, et de la matrice amortissement visqueux et du vecteur force excitatrice pour un calcul de réponse vibratoire à une excitation. Cette mise en équation peut s'effectuer à partir des théorèmes généraux ou des équations de Lagrange.

Après la mise en équation, on choisit une présentation matricielle qui se présente sous la forme :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \quad (I-61)$$

Avec :

$[M]$: Matrice de masse $[C]$: Matrice amortissement $[K]$: Matrice raideur

Pour accéder aux fréquences et modes propres, on considère le système conservatif associé à (I-55) :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = 0 \quad (I-62)$$

Les solutions de ce système sont déterminées sous la forme :

$$x(t) = X e^{i\omega t}$$

Ce qui donne :

$$[M]^{-1}[K]\{X\} = \omega^2\{X\} \quad (I-63)$$

Nous retrouvons un problème aux valeurs et vecteurs propres à résoudre pour obtenir les fréquences et les modes propres. A chaque pulsation propre ω_i correspond un mode propre Φ_i ; ces modes propres sont orthogonaux, c'est-à-dire que :

$$\{\Phi_i\}^t [K] \{\Phi_j\} = 0 \quad \text{Pour tout } i \neq j \text{ et } \omega_i \neq \omega_j \neq 0$$

$$\{\Phi_i\}^t [M] \{\Phi_j\} = 0 \quad \text{Pour tout } i \neq j \text{ et } \omega_i \neq \omega_j \neq 0$$

Ainsi on peut construire les matrices masse modale, raideur modale et amortissement modale (sur la base de $[C] = a[M] + b[K]$), qui sont donc diagonales et permettent ainsi d'écrire un système d'équations différentielles découplées lors de la résolution de la réponse forcée. (C'est la méthode modale).

9.2. La matrice de masse

La matrice de masse M^e est obtenue à partir de l'énergie cinétique dans le repère local de l'élément, cette matrice est donnée par l'expression suivante :

$$M^e = \int_0^v \rho N^T N dv \quad (I-64)$$

Où ρ est la masse volumique du matériau constituant l'élément.

9.3. Matrice de masse de l'élément barre dans le repère local

La matrice de masse de l'élément barre dans le repère local est donné par l'équation (I-64), après intégration on aura la matrice de masse sous forme :

$$\overline{M}^e = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (I-65)$$

9.4. Matrice de masse de l'élément barre dans le repère global

La matrice de masse de l'élément barre dans le plan exprimée dans le repère global sera déduite de la matrice de masse exprimée dans le repère local par la relation suivante :

$$M^e = T^T \overline{M}^e T \quad M^e = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} \lambda & 0 \\ \mu & 0 \\ 0 & \lambda \\ 0 & \mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$$

$$M^e = \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2\lambda_x^2 & 2\lambda_x\lambda_y & 2\lambda_x\lambda_z & \lambda_x^2 & \lambda_x\lambda_y & \lambda_x\lambda_z \\ 2\lambda_x\lambda_y & 2\lambda_y^2 & 2\lambda_y\lambda_z & \lambda_x\lambda_y & \lambda_y^2 & \lambda_y\lambda_z \\ 2\lambda_x\lambda_z & 2\lambda_y\lambda_z & 2\lambda_z^2 & \lambda_x\lambda_z & \lambda_y\lambda_z & \lambda_z^2 \\ \lambda_x^2 & \lambda_x\lambda_y & \lambda_x\lambda_z & 2\lambda_x^2 & 2\lambda_x\lambda_y & 2\lambda_x\lambda_z \\ \lambda_x\lambda_y & \lambda_y^2 & \lambda_y\lambda_z & 2\lambda_x\lambda_y & 2\lambda_y^2 & 2\lambda_y\lambda_z \\ \lambda_x\lambda_z & \lambda_y\lambda_z & \lambda_z^2 & 2\lambda_x\lambda_z & 2\lambda_y\lambda_z & 2\lambda_z^2 \end{bmatrix} \quad (I-66)$$

9.5. La matrice masse de l'élément barre tridimensionnelle

La matrice de transformation du repère local au repère global 3D est et donné par l'expression (I-30). Alors, la matrice masse de l'élément barre tridimensionnelle exprimer dans le repère global est donnée par :

$$M^e = [T]^T [\overline{M}^e] [T] \quad (I-67)$$

Alors :

$$M^e = \begin{bmatrix} \lambda_x & 0 \\ \lambda_y & 0 \\ \lambda_z & 0 \\ 0 & \lambda_x \\ 0 & \lambda_y \\ 0 & \lambda_z \end{bmatrix} \frac{\rho AL}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_x & \lambda_y & \lambda_z \end{bmatrix}$$

9.6. Matrice de masse de l'élément poutre

La matrice de masse de l'élément poutre à 4 d,d,l dans le repère local est calculée à partir de l'expression (I-64) :

$$M^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (I-68)$$

Pour un élément poutre à 6 d.d.l. la matrice de masse est la superposition des deux matrices données par les Eq. (I-65) et (I-53). On obtient donc la matrice suivante3

$$M^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 144 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & 13 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (I-69)$$

La matrice de masse d'un élément poutre tridimensionnelle est obtenue par la superposition des matrices de masse des éléments poutres en traction, torsion et flexion dans les deux plans $(\bar{x}; \bar{y})$ et $(\bar{y}; \bar{z})$ Soit :

$$M^e = \frac{\rho AL}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & -13L \\ 0 & 0 & 156 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 140I_0/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70I_0/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -22L & 0 & 4L^2 & 0 & 0 & 0 & -13L & 0 & -3L^2 & 0 \\ 0 & 22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 0 & 0 & 0 & 13L & 0 & 156 & 0 & 0 & 0 & -22L \\ 0 & 0 & 54 & 0 & 13L & 0 & 0 & 0 & 156 & 0 & 22L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 70I_0/A & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 140I_0/A & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 13L & 0 & -3L^2 & 0 & 0 & 0 & 22L & 0 & 4L^2 & 0 \\ 0 & -13L & 0 & 0 & 0 & -3L^2 & 0 & -22L & 0 & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (I-70)$$

D'où I_0 : le moment d'inertie polaire

Chapitre II
Recherche
bibliographique

1. Introduction

La surveillance de l'état de la structure, SHM (Structural Health Monitoring), permet non seulement la détection des endommagements, mais aussi leur localisation et la définition de leurs degrés de sévérité, dans le but de définir leurs impacts sur les performances des structures. Son emploi vise à servir trois niveaux d'analyse, à savoir : la surveillance, le diagnostic et le suivi de l'état d'endommagement.

Le SHM s'inscrit donc dans une stratégie à la fois économique, commerciale et sécuritaire puisqu'il intervient dans la définition des actions de maintenance préventives et participe à l'optimisation des frais alloués à la maintenance.[42].

Dans ce deuxième chapitre nous allons commencer par citer les nombreux travaux les plus récents sur les méthodes de détection des endommagements utilisant les fonctions de réponse fréquentielle.

2. Travaux sur les méthodes basées sur les fonctions de réponse fréquentielle

L'idée de base dans toutes les techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans le fait que les paramètres modaux (fréquences, coefficients d'amortissement, déformées propres) mesurés sont fonctions des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement).[43] Non seulement les fréquences naturelles sont utilisées comme indicateur d'endommagements, mais plusieurs chercheurs ont également exploré l'utilisation des fonctions de réponse en fréquence (FRF).

À l'aide de données de fonction de réponse en fréquence couplées à des techniques d'optimisation .Zenzen et al [44], on utilisés l'algorithme génétique (GA) et l'algorithme de chauve-souris (BA) pour estimer l'emplacement et la gravité des dommages, l'approche est basée sur la minimisation d'une fonction objectif en comparant les FRF mesurées et calculées. Les résultats montrent qu'une meilleure précision est obtenue en utilisant BA qu'en utilisant GA en termes de précision et de temps de calcul. De plus, on constate que l'approche proposée fournit une solution plus rapide que les autres approches de la littérature.

Jalali et al.[45] ont présentés une approche de détection des dommages sous-structuraux en utilisant une sous-structuration dynamique inverse basée sur la fonction de réponse en fréquence et une mise à jour du modèle basée sur la FRF. Et la matrice FRF du sous-système principal est obtenue en tant que composant « autonome ».Une méthode de mise à jour du modèle basée sur FRF et utilisant des sensibilités numériques est utilisée pour l'identification des dommages du sous-système principal.

Esfandiari et al.[46] ont présenté une nouvelle méthode de mise à jour du modèle basée sur la sensibilité est présentée sur la base des changements des composants principaux (PC) de la fonction de réponse en fréquence. L'estimation des dommages structurels, l'identification de l'emplacement et de la gravité des dommages sont effectuées par une relation de sensibilité innovante. La relation de sensibilité est dérivée en incorporant des données d'analyse PC (PCA) obtenues à partir des réponses structurelles incomplètes mesurées dans une formulation mathématique et est ensuite résolue par la méthode des moindres carrés. Afin de démontrer les performances de la méthode proposée, celle-ci est appliquée à un modèle en treillis et en ossature

Un algorithme de détection de dommages est proposé par Khan et al [47], qui utilise les fonctions de réponse fréquentielle comme indicateur de dommages et utilise ses caractéristiques pour la localisation des dommages. La gravité des dommages est estimée par la méthode itérative de l'énergie de déformation modale (IMSE) qui nécessite une entrée minimale sous la forme de quelques fréquences mesurées de la structure endommagée. L'approche proposée utilise uniquement la fréquence naturelle de la structure endommagée comme entrée pour la détection des dommages.

Hwang, HY et Kim, C [48] ont présentés des méthodes pour identifier les emplacements et la gravité des dommages dans les structures en utilisant les données de la FRF. Les méthodes de base détectent l'emplacement et la gravité des dommages structurels en minimisant la différence entre les FRF de teste et analytiques, qui est un types de méthode de mise à jour ou d'optimisation de modèle ; cependant, la méthode proposée par ces derniers, n'utilise qu'un sous-ensemble de vecteurs de l'ensemble complet des FRF pour quelques fréquences et calcule la matrice de rigidité et les réductions sous forme explicite.

Cottin et al. [49] ont discuté des avantages de l'utilisation des données FRF par rapport aux données modales pour la mise à jour du modèle structurel. Lin et Ewin [50] a déclaré que fournir beaucoup plus d'informations dans la gamme de fréquences souhaitée est le principal avantage des méthodes basées sur les FRF par rapport aux méthodes modales. Zimmerman et al.[51] ont déclaré que les résultats d'estimation des paramètres basés sur FRF sont moins sensibles aux erreurs de mesure en utilisant des gammes de fréquences appropriées. Ziaei Rad et Imregun [52]ont étudié la précision expérimentale requise pour la mise à jour du modèle par éléments finis par des techniques basées sur FRF.

Timothy, J, Johnson Et al [53] ont calculées les fonctions de sensibilité directement à partir des fonctions de réponse en fréquence expérimentales et reflètent les changements dans la réponse forcée des systèmes structuraux lorsque les paramètres de masse, d'amortissement ou de rigidité sont modifiés. La théorie des fonctions de sensibilité intégrées est revue et appliquée pour caractériser les dommages dans un système simulé à trois degrés de liberté et un système d'échappement à grande échelle avec des

caractéristiques non linéaires. Il est démontré que les dommages linéaires sont correctement détectés, localisés et quantifiés en théorie et en pratique pour les structures avec un mécanisme d'endommagement en comparant les fonctions de sensibilité intégrées aux fonctions de réponse en fréquence de différence finie dans les données de test non endommagées et endommagées.

Leonardo Lecce et al [54] ont développées un système intelligent multifonctionnel, basé sur l'utilisation de dispositifs piézoélectriques, consacré à la fois au contrôle actif du bruit et des vibrations et à la détection des dommages dans une structure. Dans l'application de contrôle, les dispositifs piézoélectriques jouent le rôle d'actionneurs. Dans l'application de surveillance de la santé, les appareils piézo jouent à la fois le rôle d'actionneurs et de capteurs. En fait, la technique développée est principalement basée sur l'évaluation et la comparaison de la structure Fonctions de réponse en fréquence qui contient intrinsèquement toutes les informations concernant les propriétés structurelles dont le changement peut être corrélé avec des dommages naissants.

Ser Tong Quek et Xiaoyan Hou [55] ont utilisés la fonctions de réponse en fréquence (FRF) mesurées en certains points de la zone accessible d'une structure pour détecter les dommages dans la zone inaccessible est étudiée, sur la base de la différence entre les FRF normalisées d'un état observé précédent. Des simulations numériques et des expériences ont été réalisées pour étudier l'efficacité de l'indice de dommage proposé. Cette méthode peut détecter et localiser avec précision les dommages dans la zone mesurable et détecter les dommages dans la zone inaccessible.

Ting-Yu Hsu et Chin-Hsiung Loh [56] ont traiter les problèmes de la localisation et de la quantification des dommages à l'aide de la fonction de réponse en fréquence soumise à une excitation sismique au sol. L'équation d'identification des dommages est dérivée de l'équation de mouvement du système avant et après les dommages. Les FRF du système intact et endommagé ainsi que les matrices du système intact sont nécessaires pour résoudre l'équation d'identification des dommages.

Wang et al [57] ont utilisé des fonctions de réponse en fréquence partiellement mesurées pour identifier les propriétés dynamiques des articulations au sein d'une structure composée de sous-structures et de structures articulaires.

Esfandiari et al.[58] ont évalués la sensibilité de la fonction de réponse en fréquence pondérée en fonction de la fonction. Ils ont reformulées les équations de sensibilité pondérées sur la base d'une définition différente des paramètres inconnus et ils ont étudiées plusieurs approches de solution. Ils ont démontrés que la meilleure méthode d'estimation des paramètres est la méthode des moindres carrés utilisant des paramètres structurels normalisés comme variables inconnues.

Yang et al [59] ont développées une méthode d'identification des paramètres communs en utilisant la méthode de synthèse de sous-structure et les fonctions de réponse en fréquence (FRF)

Imregun et al.[60] ont étudiés la formulation de base de la méthode de mise à jour basée sur la fonction de réponse en fréquence et discute plusieurs stratégies de solution possibles. En utilisant des données expérimentales simulées, des études systématiques sont menées dans le cas d'une structure de poutre simple pour étudier l'unicité du modèle mis à jour, l'efficacité de la technique dans le cas de données expérimentales bruyantes et incomplètes, l'importance de la direction d'excitation et les implications d'inadéquation des coordonnées

Hong et al. [61] ont validé un algorithme de mise à jour de modèle basé sur FRF en utilisant les données expérimentales d'une structure de cisaillement à quatre étages. L'approche tente de minimiser la différence entre les FRF analytiques et expérimentales, tandis que les FRF expérimentales sont calculés en utilisant l'excitation dynamique mesurée simultanément et les réponses structurelles correspondantes.

Wang et al. [62] ont développé un algorithme pour localiser et quantifier l'endommagement en utilisant directement les données FRF mesurées. La position et l'ampleur de l'endommagement sont déterminées à partir d'un vecteur de différence calculée à partir des écarts entre les FRF mesurées et les FRF calculées. Différents autres auteurs [63] [64] [65] ont exploité les mesures de réponses fréquentielles pour la détection et localisation d'endommagements de structures mécaniques.

3. Conclusion

après une large étude bibliographique, nous avons conclu que la méthode des fonctions de réponse fréquence a été appliquée et développée dans différents domaines et d'après les résultats obtenus dans les travaux et recherches que nous avons ci-dessus, nous avons déduit que les auteurs ont montrés l'efficacité et la précision de la méthode dans la détection d'endommagement sur des structures simples, comme complexes.

Chapitre III

Détection

*d'endommagement basé sur
la réponse fréquentielle*

1. Introduction

L'idée de base dans toutes les techniques de détection d'endommagement par essais vibratoires réside dans le fait que les paramètres modaux (fréquences, coefficients d'amortissement, déformées propres) mesurés sont fonctions des propriétés physiques de la structure (rigidité, masse, amortissement) [64].

Les méthodes qui utilisent des propriétés modales pour détecter les dommages sont basées sur le même principe : un dommage à la structure, c'est-à-dire une modification des propriétés physiques, entraîne des modifications de ses propriétés dynamiques, en particulier des fréquences. Déformations naturelles, modales et taux d'amortissement. Les variations de ces propriétés ainsi que leurs dérivées (courbure, flexibilité, etc.) sont utilisées comme indicateurs d'endommagement.

De manière idéale, une méthode de détection de l'endommagement doit pouvoir identifier l'occurrence d'un endommagement sur une structure, localiser cet endommagement, déterminer sa sévérité et estimer la durée de vie utile restante de la structure. Plusieurs méthodes sont mises au point qui combinent une ou plusieurs de ces caractéristiques. Un système de classification est proposé par Rytter [66] :

- Niveau 1 : Détection de la présence d'un endommagement.
- Niveau 2 : Localisation de l'endommagement.
- Niveau 3 : Quantification de la sévérité de l'endommagement.
- Niveau 4 : Estimation de la durée de vie utile restante de la structure.

Les effets de l'endommagement sur une structure peuvent être linéaires ou non linéaires. Lorsque le comportement linéaire élastique de la structure reste inchangé après l'endommagement, l'effet est linéaire. La structure peut être modélisée en utilisant la théorie élastique des matériaux. Lorsque le comportement linéaire élastique de la structure n'est pas conservé, l'effet est non linéaire. Les indicateurs les plus utilisés dans la littérature sont linéaires. Plusieurs recherches [67-69] ont cependant porté sur l'utilisation d'indicateurs non linéaires pour faire la détection de l'endommagement.

2. Méthodes basées sur des données vibratoires

La vibration fait généralement référence à un mouvement périodique dans le domaine élastique d'une structure autour d'une position. La base de la méthode est basée sur des données de vibration qui modifient la rigidité, la masse ou la structure d'amortissement, affectant la réponse dynamique finale, tels que la fréquence naturelle, la déformation propre et l'amortissement. Ainsi, intuitivement, ce changement de propriétés dynamiques consiste à localiser et à quantifier les dommages dans la structure.

2.1. Principes des méthodes de détection d'endommagements [70]

La plupart des développements modernes sur l'identification d'endommagement par des essais vibratoires provient des études effectuées sur des plateformes par l'industrie pétrolière dans les années 70 et au début des années 80, par exemple, Vandiver 1975 [71], Loland 1976[72] , Coppolino 1980 [73] , Nataraja 1983 [74] , Plus tard, les méthodes de détection d'endommagement à partir des réponses vibratoires sont approuvées et sont très utilisées pour de nombreux types de structures. Nous pouvons citer ici des applications en industrie, par exemple pour les charpentes d'avions West 1986 [75], Tsyfansky2000[76], Trendafilova 2008 [77], ou pour les roulements à billes Dron 2004 [78], Chiementin 2008 [79], ou les machines tournantes Gomez 2004 [80] etc [81] En particulier, les méthodes vibratoires sont souvent appliquées dans le domaine génie civil, par exemple pour détecter des endommagements dans les ponts ou les poutres : Yuen 1985[82], Chance 1994 [83], Doebling1997 [84]. Farrar1994 [85], Farrar1997 [86] etc.

Le manque de connaissance du lieu d'endommagement et l'inaccessibilité de certaines parties de structures rendait la situation un peu différente par rapport à d'autres ouvrages [87]. Il'a ainsi été constaté que les conditions d'environnement comme le changement du niveau d'eau qui ajoute une masse significative à la structure, le bruit d'équipement et la variation de la masse qui se produit par le changement du niveau de fluide dans le réservoir, pouvaient influencer les résultats.

L'industrie aérospatiale a également commencé à étudier l'utilisation des techniques d'évaluation d'endommagement basées sur des mesures vibratoires dans les mêmes années que l'industrie pétrolière. Dès le début des années 80, la communauté de génie civil a rapidement suivi les études menées sur les techniques d'évaluation d'endommagement et a commencé à les appliquer aux ponts.

L'un des avantages des méthodes vibratoires, qui ne sont pas basées sur des modèles numériques, réside dans le fait qu'elles ne nécessitent pas la connaissance a priori du lieu d'endommagement, le nombre de capteurs de mesures pouvant être réduit et ne se situant pas nécessairement à proximité de l'endommagement. Cet avantage provient du fait que la mesure des caractéristiques dynamiques, les déformées propres, les fréquences et les coefficients d'amortissement sont indépendants de la localisation des capteurs de mesure sur l'ouvrage.

3. Fonctions de réponse fréquentielle (FRF)

Les fonctions de réponse fréquentielle décrivent le domaine fréquentiel du système, et sont très utilisées dans la dynamique des structures et l'identification des systèmes mécaniques pour l'extraction des fréquences de résonance, l'estimation des vecteurs propres et des coefficients d'amortissement, et vérifier les matrices de masse, de raideur et d'amortissement. Plusieurs méthodes de détection d'endommagement basées sur l'évaluation des paramètres modaux sont reliées, directement ou indirectement, à la FRF.

Cela implique que l'information contenue dans les données FRF, peut être directement utilisée pour détecter l'endommagement.

Wang et al. [62] ont développé un algorithme pour localiser et quantifier l'endommagement en utilisant directement les données FRF mesurées. Le vecteur d'endommagement, qui indique la position et la magnitude de ce dernier, est calculé à partir des perturbations dans les équations de la FRF.

Mottershead et al. [88] ont exploré la possibilité de détection d'endommagement, en utilisant des équations FRF rationnelles, basée sur l'observation que l'endommagement peut augmenter le comportement non linéaire d'une structure. Des techniques ont été développées pour extraire ces distorsions des données FRF, afin de localiser et quantifier l'endommagement (Vanhoenacker et al.) [65]

4. Classification des méthodes d'identification modale

Depuis les années 70, beaucoup de techniques d'identification ont été proposées. La classification d'un si grand nombre de méthodes est très difficile. Maia et al. [89] ont fait une classification suivant le domaine où les données sont traitées i.e., temps, fréquence. Pour sa thèse, Le [90] a ajouté à la classification un groupe contenant les méthodes dans le domaine temps-fréquence figure III-1

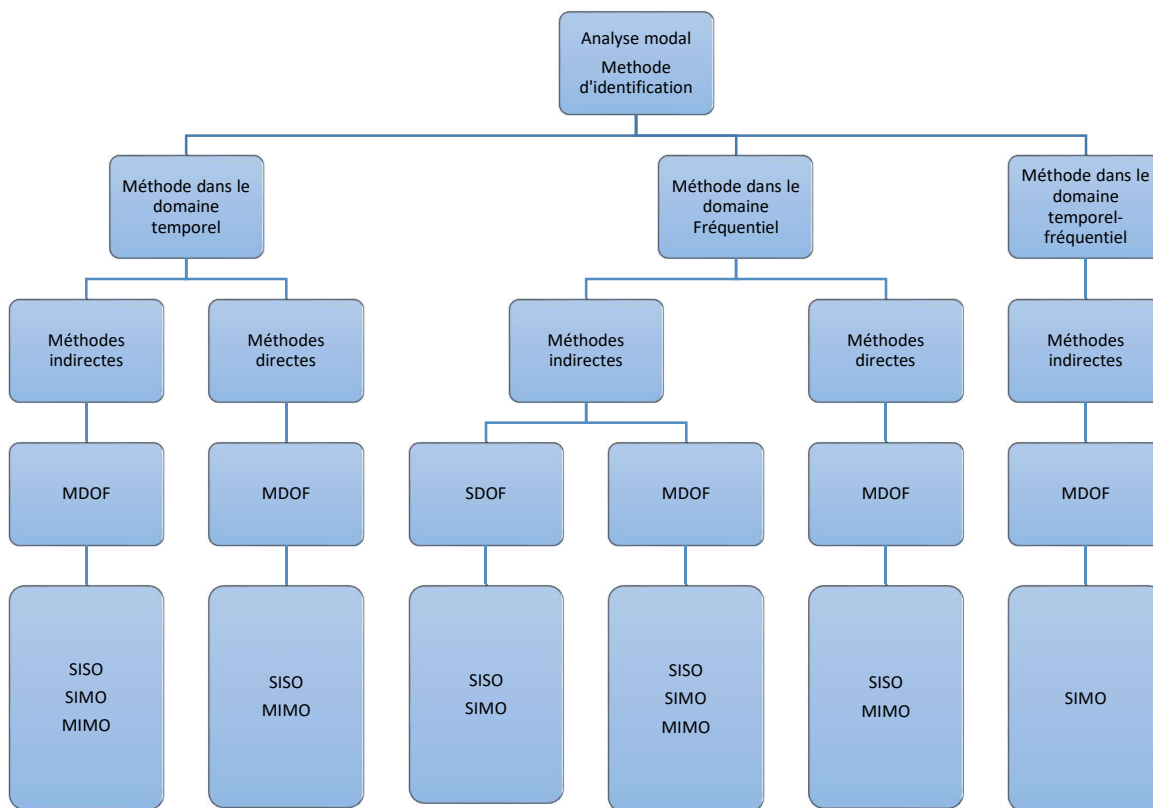


Figure III-1 : Classification des méthodes d'identification modale

Les méthodes dans le domaine temporel et fréquentiel peuvent encore être divisées en méthodes indirectes et en méthodes directes. La méthode indirecte permet d'identifier les paramètres modaux (fréquences naturelles, taux d'amortissement, déformées modales). La méthode directe donne les caractéristiques mécaniques (masse, rigidité) du modèle spatial.

Une division supplémentaire concerne le nombre de modes qui peuvent être analysés. Si un seul mode est considéré dans l'analyse, c'est l'analyse à un degré de liberté (SDOF : single degree of freedom). Si plusieurs modes sont pris en compte, c'est l'analyse à multiple degrés de liberté (MDOF : multiple degree of freedom). Dans le domaine temporel, il n'y a que l'analyse MDOF mais dans le domaine fréquentiel, il existe les deux types d'analyse : SDOF et MDOF. La méthode directe ne travaille que sur l'analyse MDOF.

Habituellement, quand la structure est testée, non seulement les réponses brutes sont enregistrées mais les FRFs (frequency response function) sont aussi calculées par l'analyseur à partir des réponses et excitations mesurées. Les méthodes d'analyse modale qui s'appliquent seulement à une seule FRF, sont appelées méthodes à une FRF ou à une entrée - une sortie (SISO : single input-single output). D'autres méthodes permettent l'analyse simultanée de quelques FRFs avec les réponses mesurées à différents endroits de la structure soumise à la même excitation. Elles sont appelées méthodes globales ou une entrée - multiples sorties (SIMO : single input-multi output). La philosophie de ces méthodes est que, dans le cas

Linéaire et stationnaire, les fréquences naturelles et les taux d'amortissement sont des propriétés globales et ne varient pas d'une FRF à une autre. Ils doivent être égaux pour chaque FRF. Finalement, il existe d'autres méthodes qui peuvent traiter en même temps toutes les FRFs possibles qui sont obtenues à partir de différents endroits d'excitation et de réponses de la structure. Elles sont appelées polyréférence ou multiples entrées - multiples sorties (MIMO : multi input-multi output). Les méthodes dans le domaine temps-fréquence permettent l'identification modale avec le modèle indirect, de type MDOF et SIMO.

5. Formulation des équations de mouvement Fonction de réponse en fréquence (FRF)

Les dommages modifieront les caractéristiques dynamiques d'une structure. Ceci est caractérisé par des changements dans les paramètres modaux , c'est-à-dire les fréquences modales, les rapports d'amortissement et les déformées modales . Ces changements affecteront les matrices de masse, d'amortissement, de rigidité et de flexibilité de la structure. Les équations dynamiques d'une structure à n degrés de liberté peuvent être exprimées sous la forme [91] :

$$[M]\{\ddot{x}(t)\} + [C]\{\dot{x}(t)\} + [K]\{x(t)\} = \{F(t)\} \tag{II-1}$$

Où [M], [C] et [K] représentent le n×n matrices de masse, d'amortissement et de rigidité, respectivement. La force externe et le déplacement peuvent être exprimés comme

$$f(t) = \{F(w)\}e^{j\omega t} \quad \text{Et} \quad x(t) = \{X(w)\}e^{j\omega t}$$

Et l'équation (III-1) devient :

$$(-w^2[M] + jw[C] + [K])\{X(w)\}e^{j\omega t} = \{F(w)\}e^{j\omega t} \tag{III-2}$$

De l'équation ci-dessus, la matrice FRF [H(w)] est définie comme :

$$[H(w)] = (-w^2[M] + jw[C] + [K])^{-1} \tag{III-3}$$

La relation entre la réponse au n ddl et l'excitation appliquée au n ddl définit la fonction de réponse en fréquence individuelle, [H(w)]. Ensuite, l'équation (III-2) peut être exprimée comme suite :

$$[H(w)] = \frac{\{X(w)\}}{\{F(w)\}} \tag{III-4}$$

Si l'amortissement est négligé à partir de l'Équation. (III-3), alors on a :

$$[H(w)] = [(-w^2[M] + [K])^{-1}] \tag{III-5}$$

La matrice de masse $[M]$ et la matrice de rigidité $[K]$ sont estimées par le modèle Éléments finis. Par conséquent, les FRF simulés sont exprimés sous la forme :

$$[H(w)] = [(-w^2[M] + [K])^{-1}] \quad (III-6)$$

De l'équation (III-5), les FRF expérimentales d'une structure endommagée sont présentées dans l'équation suivante :

$$[H(w)]_T = [(-w^2[M] + [K]_T)^{-1}] \quad (III-7)$$

Où $[K]_T = [H]_T^{-1} + w^2[M]$

Si nous supposons que la masse de la structure reste constante avant et après l'endommagement, la variation de la rigidité due à l'endommagement est

$$[\Delta K] = [K] - [K]_T \quad \text{Ce qui fait : } [\Delta K] = [H]^{-1} - [H]_T^{-1} \quad (III-8)$$

Lorsqu'il est multiplié par $[H]_T$, l'équation (III-8), donne :

$$[\Delta K][H]_T = [H]_T[H]^{-1} - [H]_T[H]_T^{-1} \quad (III-9)$$

5.1.Indicateur d'endommagements

L'indicateur d'endommagements que nous allons présenter ici est obtenu par les auteurs [48], Les valeurs β calculées pour l'emplacement des dommages en fonction du degré de liberté et de l'emplacement des éléments à l'aide de la première ligne de la matrice FRF globale sont définies comme[44] :

$$\beta(x, i) = ([H]_T)_{xn} * [H]_{(i,i)}^{-1} - [I]_{x,i} \quad (III-10)$$

Avec x est le nombre de fréquences d'excitation et i est le nombre de degré de liberté.

Afin de localiser et quantifier les endommagements, les auteurs [48] ont utilisé uniquement la première ligne de la matrice indicatrice $\beta(x, i)$ c'est à dire $\beta(1, i)$, comme indicateur d'endommagements ce qui donne :

$$\beta(1, i) = ([H]_T)_{1n} * [H]_{(i,i)}^{-1} - [I]_{1,i} \quad (III-11)$$

6. Applications numériques et validations de la méthode

Afin de vérifier la robustesse de la méthode, nous avons considéré plusieurs cas de conditions aux limites tout en changeant la position et le nombre d'éléments endommagés.

6.1. Présentation des structures

Les structures étudiées sont des portiques. La première structure est une poutre repliée et deuxième est un portique bidimensionnel, Les portiques ont été modélisées en utilisant le logiciel MATLAB, sur lequel nous avons programmé le model éléments finis, ainsi que l’algorithme de la méthode proposée.

6.1.1. Cas test n°1

La structure poutre repliée (Figure III-3) est discrétisée en 22 éléments finis et comporte 22 nœuds à 3 d.d.l. par nœud, soit N = 66 d.d.l. Les propriétés de l’élément de poutre sont énumérées dans le Tableau III-1.

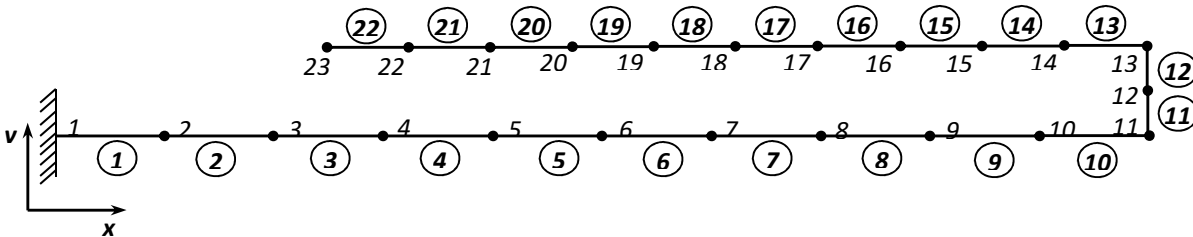


Figure III-2 : Poutre repliée

<u>Caractéristiques mécaniques :</u>			
➤ Module d’Young	: $E = 2.907 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$	➤ Section droite	: $S = 3.9 \times 10^{-04} \text{ m}^2$
➤ Masse volumique	: $\rho = 10796 \text{ Kg/m}^3$	➤ Moment d’inertie	: $I = 1.977 \times 10^{-09} \text{ m}^4$
➤ Longueurs	: $L_i = \begin{cases} 0.0575 \text{ m} ; i = 1 \text{ à } 10 \\ 0.0525 \text{ m} ; i = 11 \text{ à } 12 \\ 0.0322 \text{ m} ; i = 13 \text{ à } 22 \end{cases}$		

Tableau III-1: Propriétés mécaniques et géométriques de la poutre repliée à (22) éléments.

Cas test d’endommagement		Éléments	Perturbations
Test 2 : Poutre repliée	D 1	03	0.15*E
	D 2	10 et 13	0.20*E et 0.15*E
	D 3	03 , 07 et 14	0.15*E , 0.20*E et 0.25*E

Tableau III-2: Scénarios d’endommagements de la poutre repliée 2D à (22) éléments

Les douze premières fréquences naturelles de chaque cas test d’endommagements sont présentées dans le tableau III-3

				Cas test d'endommagement (Hz) Pour la structure poutre repliée					
Natural Fréquence	FEM			Cas (1)		Cas (2)		Cas (3)	
Les modes	Actuelle	Wahab et al. [92]	Erreur %	D 1	Erreur %	D 2	Erreur %	D 3	Erreur %
1	11,6477	12,3600	0,058	12,1800	0,046	12,3478	0,060	12,1530	0,043
2	30,1558	14,8090	1,036	14,8058	0,509	14,4026	0,522	14,4868	0,520
3	92,9846	94,7740	0,019	94,7543	0,019	93,9986	0,011	92,5084	0,005
4	162,1766	127,1700	0,275	127,1358	0,216	125,3017	0,227	126,7527	0,218
5	319,4829	212,3900	0,504	212,0123	0,336	207,2338	0,351	209,3756	0,345
6	425,1310	346,3100	0,228	343,7091	0,192	343,2895	0,193	338,0299	0,205
7	670,0575	453,9000	0,476	452,3169	0,325	447,8398	0,332	449,4758	0,329
8	995,7345	675,0400	0,475	668,8134	0,328	671,0266	0,326	664,8405	0,332
9	1146,5000	836,6800	0,370	835,3613	0,271	830,8081	0,275	824,6831	0,281
10	1607,7000	1113,9000	0,443	1110,1040	0,310	1107,5997	0,311	1093,7188	0,320
11	1907,2000	1351,5000	0,411	1350,8253	0,292	1345,0893	0,295	1324,7353	0,305
12	2151,2000	1664,2000	0,293	1656,8474	0,230	1652,9776	0,232	1636,7800	0,239

Tableau III-3: Pourcentage de réduction de la rigidité des éléments de la poutre repliée 2d à 22 éléments et les différentes fréquences des scenarios exercés

A. Indicateur de détection d'endommagements basé sur la fonction de réponse fréquentielle

Dans cette section, la méthode de détection des endommagements est appliquée à un système simple de structure poutre repliée sans optimisation. Pour le modèle de système illustré à la figure III-2.

Pour FRF, nous avons choisi FRF avant endommagement pour comparer avec FRF_e après l'endommagement. Les résultats sont présentés dans les figures III-3, III-4 et III-5.

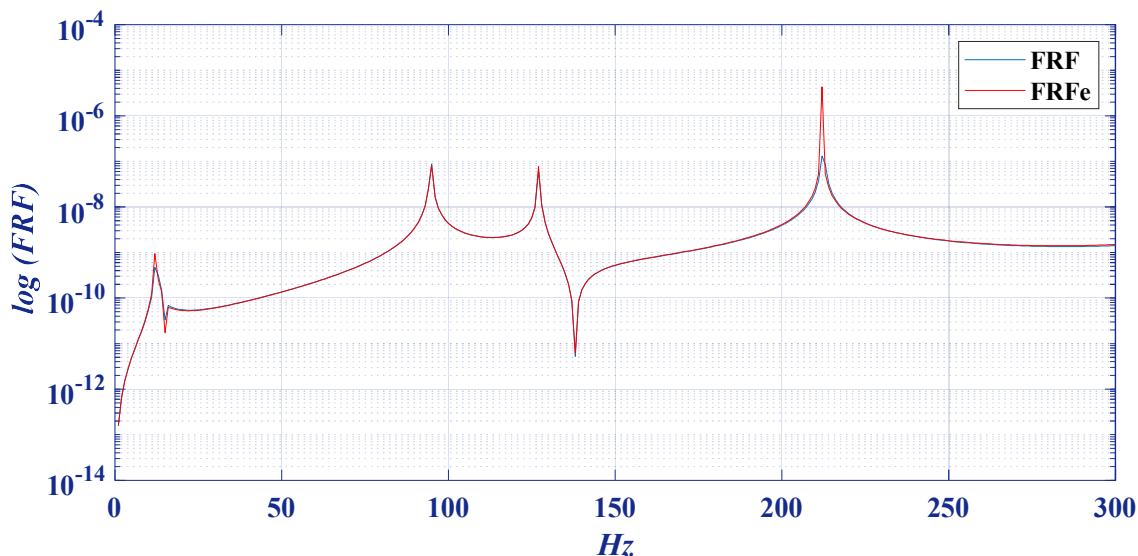


Figure III-3 : Structure poutre repliée 2d -1 er cas - la réponse fréquentiel

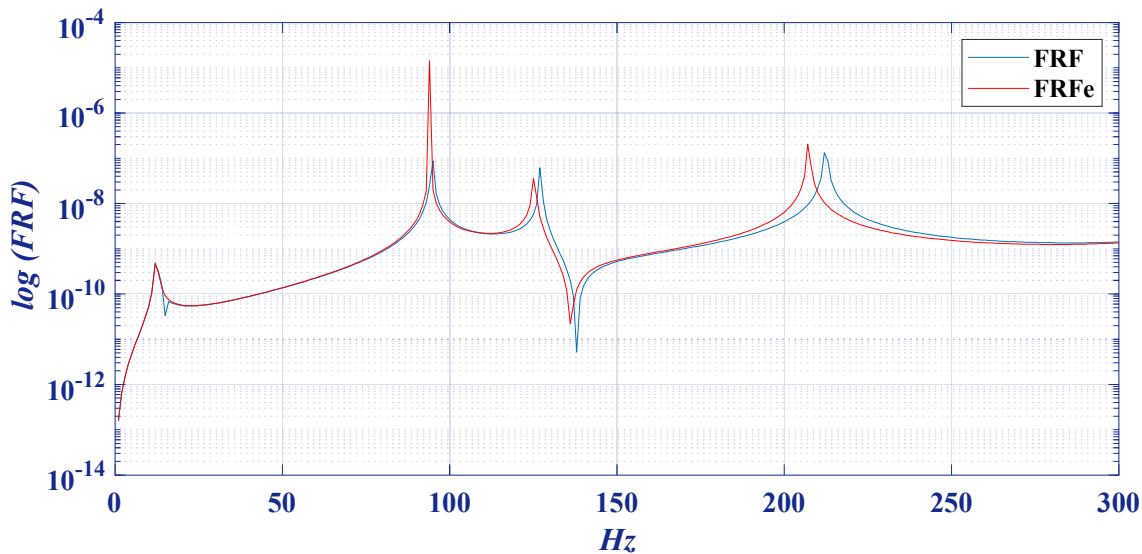


Figure III-4 : Structure poutre repliée 2d -2 éme cas - la réponse fréquentiel

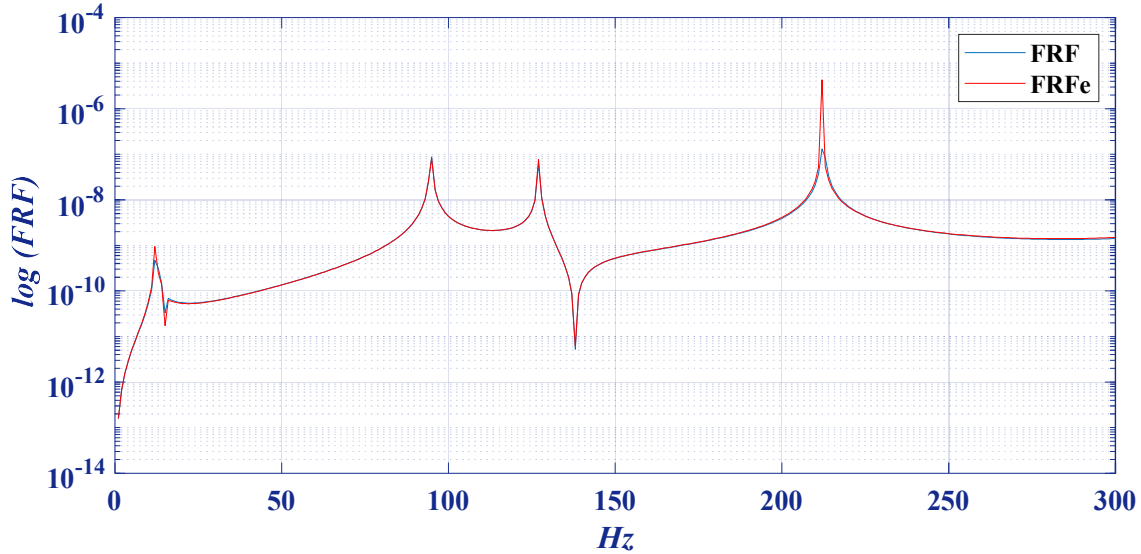


Figure III-5: Structure poutre repliée 2d -3 ème cas - la réponse fréquentiel

Les résultats montrent que le changement de FRF peut être utilisé pour détecter les endommagements en comparant $[H(\omega)]_T$ avant et après les endommagements. Pour le premier cas, β est tracé pour chaque degré de liberté et pour chaque élément de la structure endommagée sur les Figures.III-6 et III-7, respectivement. De même, pour les deux autres cas, β est tracé pour chaque degré de liberté et pour chaque élément de la structure endommagée, comme présenté dans les Figures III-8 et III-9, pour le troisième cas c'est les figures III-10 et III-11 respectivement.

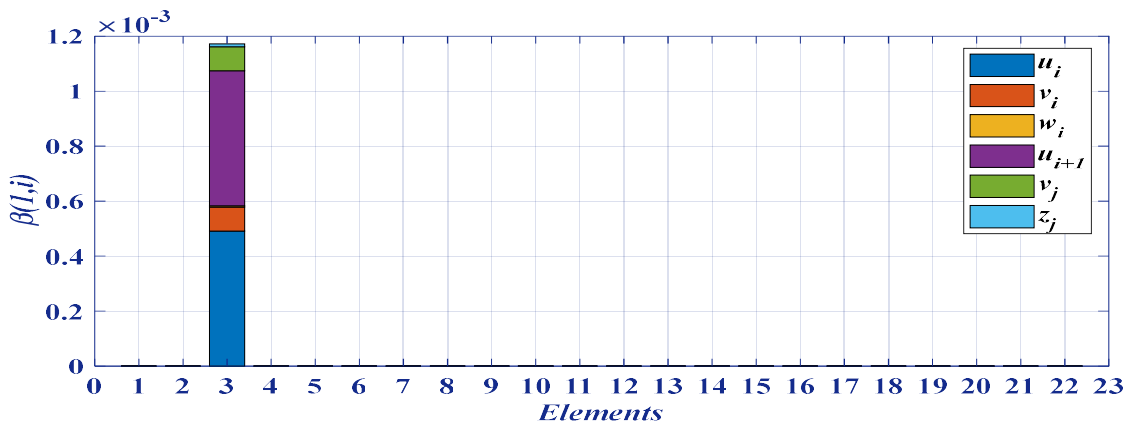


Figure III-6 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- D1

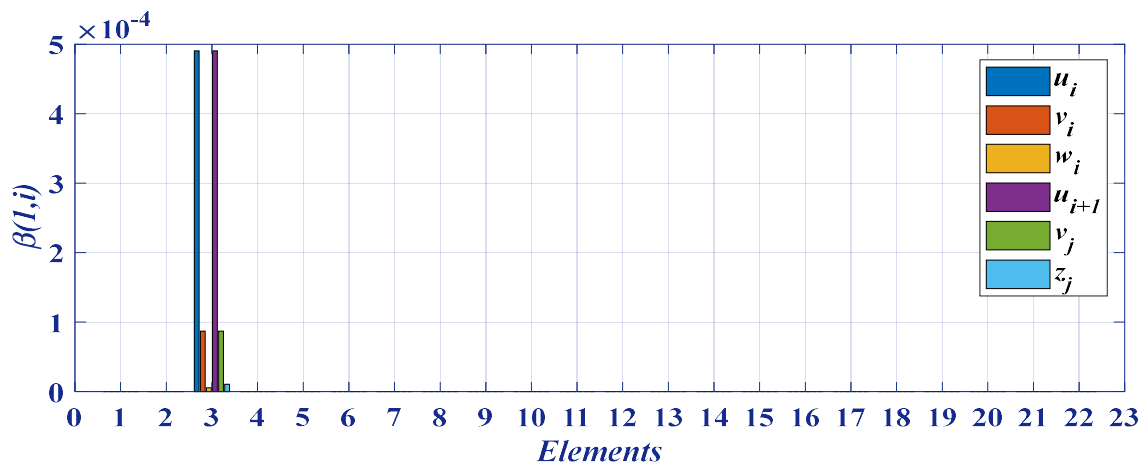


Figure III-7 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D1

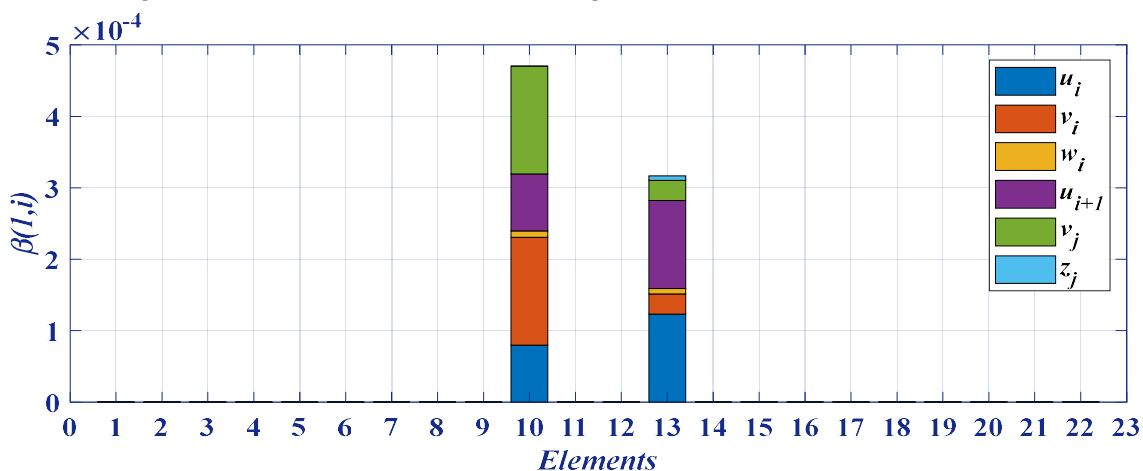


Figure III-8 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- D2

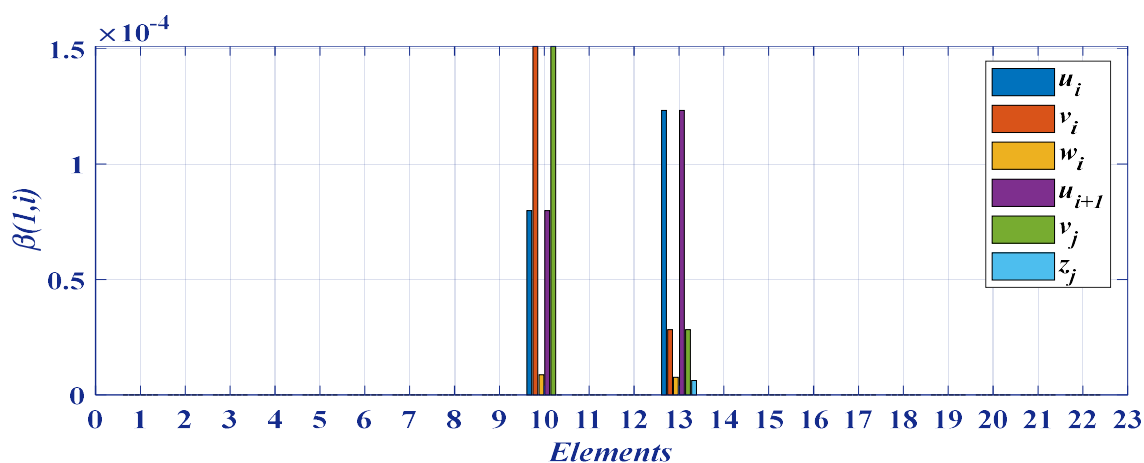


Figure III-9 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D2

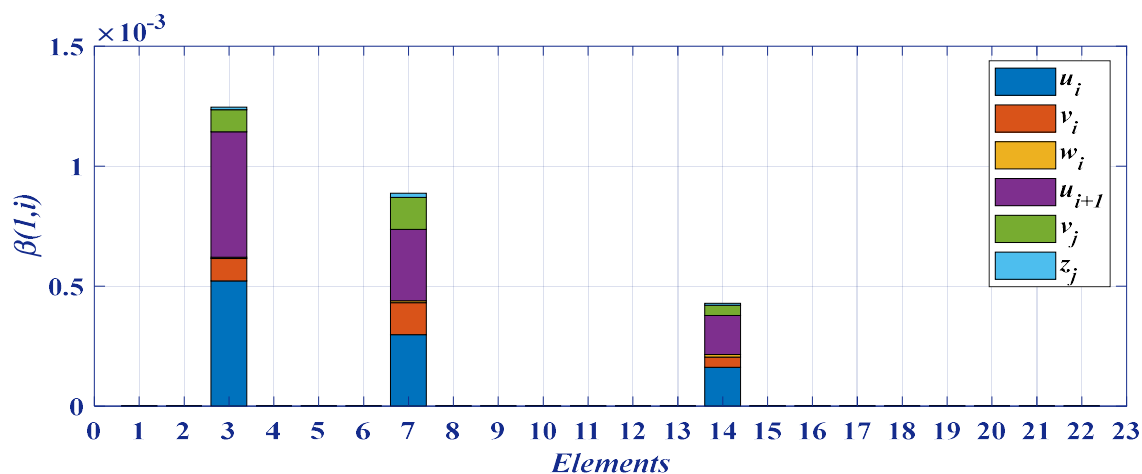


Figure III-10: Localisation des endommagements sur la base des DDL- D3

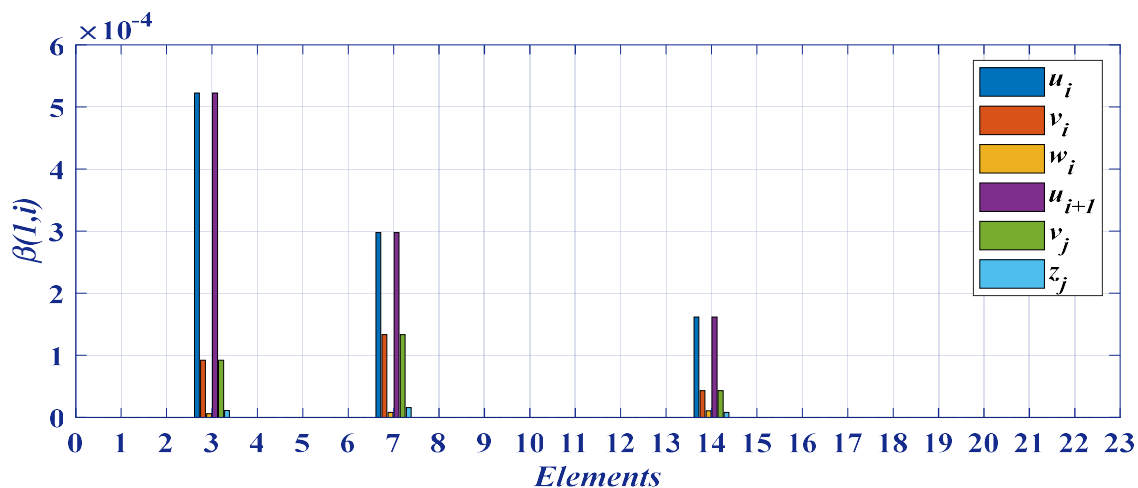


Figure III-11 : Localisation des endommagements sur la base des éléments - D3

Les résultats des trois scénarios d'endommagement montrent que l'indicateur basé sur le FRF peut détecter et localiser les endommagements.

Par conséquent, nous concluons que cette technique d'endommagement peut être utilisée pour les structures présentant plusieurs emplacements endommagés.

6.1.2. Cas test n°2

Une structure portique bidimensionnel (Figure III-4) simulée est utilisée pour vérifier la technique proposée. Le modèle est constitué de 22 éléments et 22 nœuds de 3 d.d.l pour chaque nœud. Les propriétés de l'élément de poutre sont énumérées dans le Tableau III-2.

Caractéristiques mécaniques	
Module d'Young	: $E = 0.21 \times 10^{12} \text{ N/m}^2$
Section droite	: $S = 0.5 \times 10^{-03} \text{ m}^2$
Masse volumique	: $\rho = 7800 \text{ Kg/m}^3$
Moment d'inertie	: $I = 0.417 \times 10^{-08} \text{ m}^4$

Tableau III-4 : Propriétés mécaniques et géométriques de la structure portique à (22) éléments.

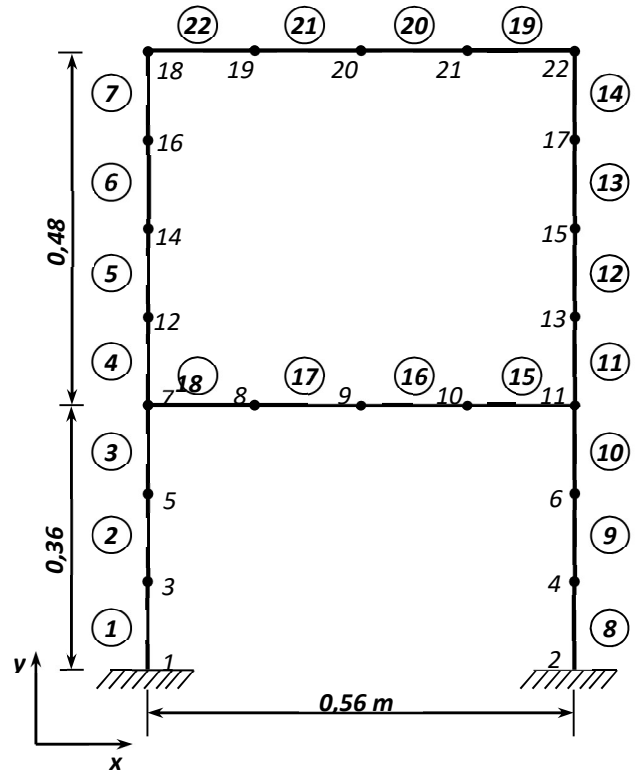


Figure III-12 : Maillage du portique

Afin de valider la technique d'évaluation des endommagements proposée, trois scénarios sont considérés, dans lesquels les endommagements simples ainsi que les endommagements multiples sont étudiés comme indiqué dans le Tableau III-3. Dans ce dernier, les numéros d'éléments et le pourcentage de réduction de la rigidité sont listés.

Cas test d'endommagement	Éléments	Perturbations
Test 1 : Portique	d 1	15
	d 2	04 et 20
	d 3	07 , 14 et 22

Tableau III-5 : Scénarios d'endommagements de la structure portique et la poutre repliée 2D à (22) éléments.

Les douze premières fréquences naturelles de chaque cas test d'endommagements sont présentées dans le tableau III-6

				Cas test d'endommagement (Hz) Pour la structure portique					
Natural Fréquence	FEM			Cas (1)		Cas (2)		Cas (3)	
Les modes	Actuelle	article	Erreur %	d 1	Erreur %	d 2	Erreur %	d 3	Erreur %
1	17,9629	17,9630	5,57E-06	17,7389	0,012	17,8265	0,008	17,5926	0,021
2	59,7137	59,7140	5,02E-06	59,7000	0,000	58,6548	0,018	58,5234	0,020
3	97,5671	97,5670	1,02E-06	97,5270	0,000	93,3901	0,043	95,7050	0,019
4	131,16	131,1600	0,00E+00	130,3279	0,006	129,0093	0,016	129,5171	0,013
5	191,5382	191,5400	9,40E-06	190,8830	0,003	189,0487	0,013	187,5893	0,021
6	203,6254	203,6300	2,26E-05	202,5345	0,005	200,3811	0,016	198,9836	0,023
7	326,6732	326,6700	9,80E-06	325,4608	0,004	318,5322	0,025	319,7504	0,021
8	364,7849	364,7800	1,34E-05	363,2416	0,004	362,8695	0,005	363,9514	0,002
9	399,0445	399,0400	1,13E-05	398,1775	0,002	385,6719	0,034	387,3356	0,029
10	455,8472	455,8500	6,14E-06	451,4636	0,010	455,7821	0,000	455,7760	0,000
11	524,4745	524,4700	8,58E-06	523,8105	0,001	516,0569	0,016	510,9894	0,026
12	625,0221	625,0200	3,36E-06	623,9360	0,002	614,9390	0,016	611,1007	0,022

Tableau III-6: Pourcentage de réduction de la rigidité des éléments de la structure portique bidimensionnel à 22 éléments et les différentes fréquences des scenarios exercés

A. Indicateur de détection d'endommagements basé sur la fonction de réponse fréquentielle

Dans cette section, la méthode de détection des endommagements est appliquée à une structure portique bidimensionnelles sans optimisation. Pour le modèle de système illustré à la figure III-12.

Pour FRF, nous avons choisi FRF avant endommagement pour comparer avec FRF_e après l'endommagement. Les résultats sont présentés dans les figures III-13, III-4 et III-15.

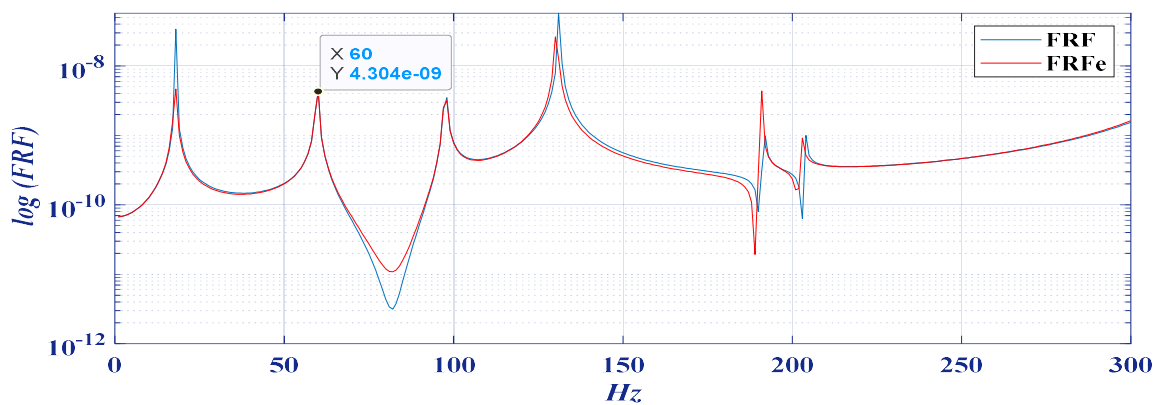


Figure III-13: Structure portique 2D - 1 er cas - la réponse fréquentiel

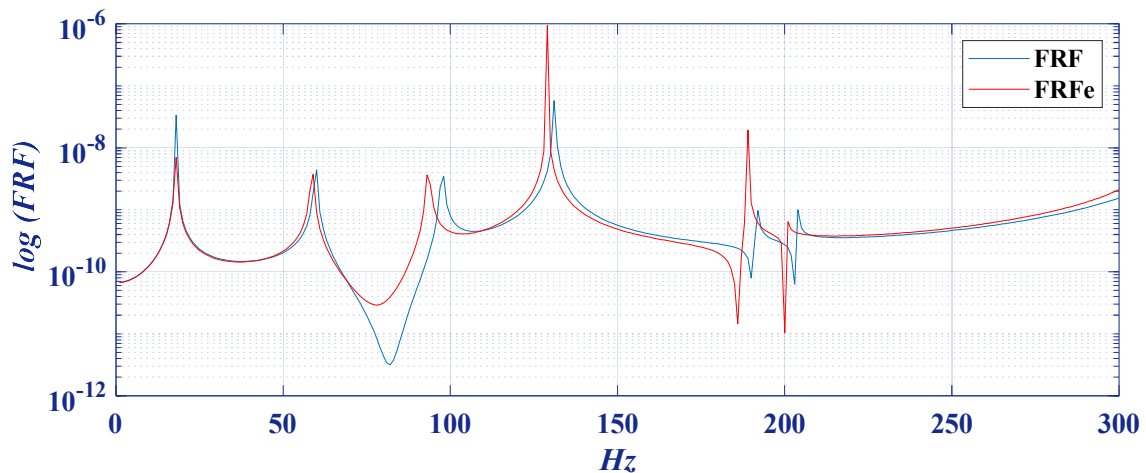


Figure III-14 : Structure portique 2D - 2 ème cas - la réponse fréquentiel

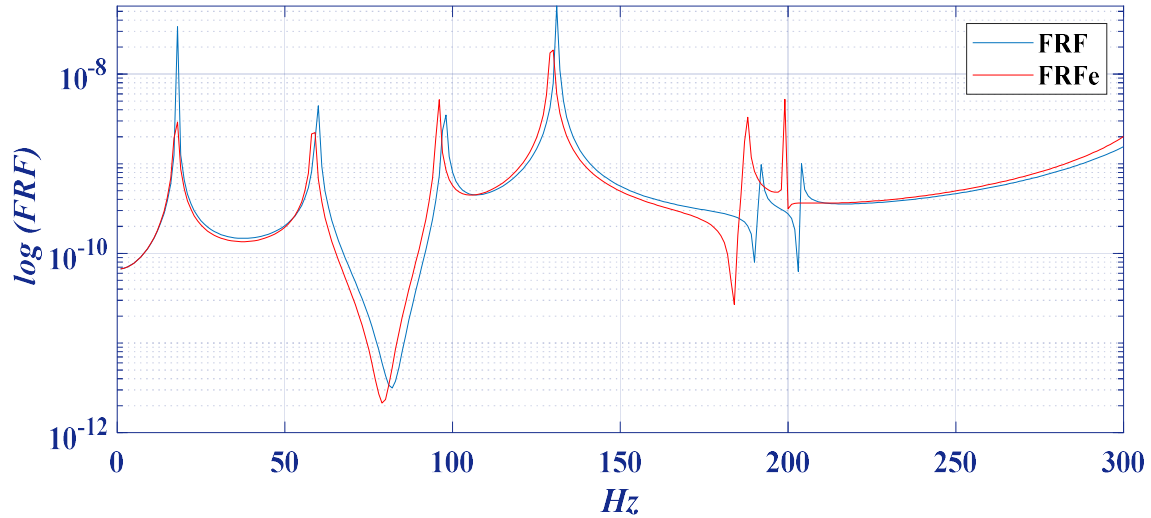


Figure III-15 : Structure portique 2D -3 ème cas - la réponse fréquentiel

Les résultats montrent que le changement de FRF peut être utilisé pour détecter les endommagements en comparant $[H(\omega)]_T$ avant et après les endommagements. Pour le premier cas, β est tracé pour chaque degré de liberté et pour chaque élément de la structure endommagée sur les Figures.III-16 et III-17, respectivement. De même, pour les deux autres cas, β est tracé pour chaque degré de liberté et pour chaque élément de la structure endommagée, comme présenté dans les Figures III-18 et III-19, pour le troisième cas c'est les figures III-20 et III-21 respectivement.

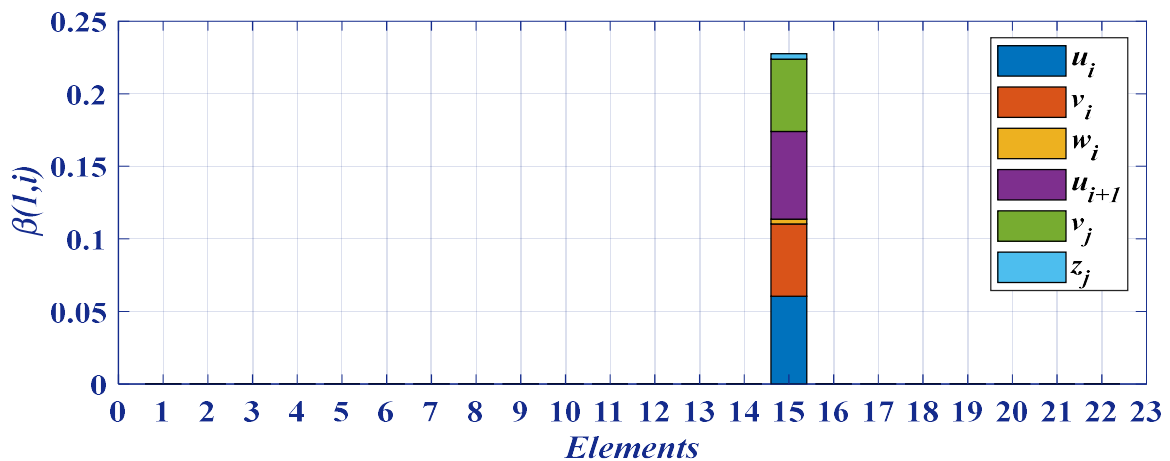


Figure III-16 : Localisation des endommagements sur la base des DDL- d1

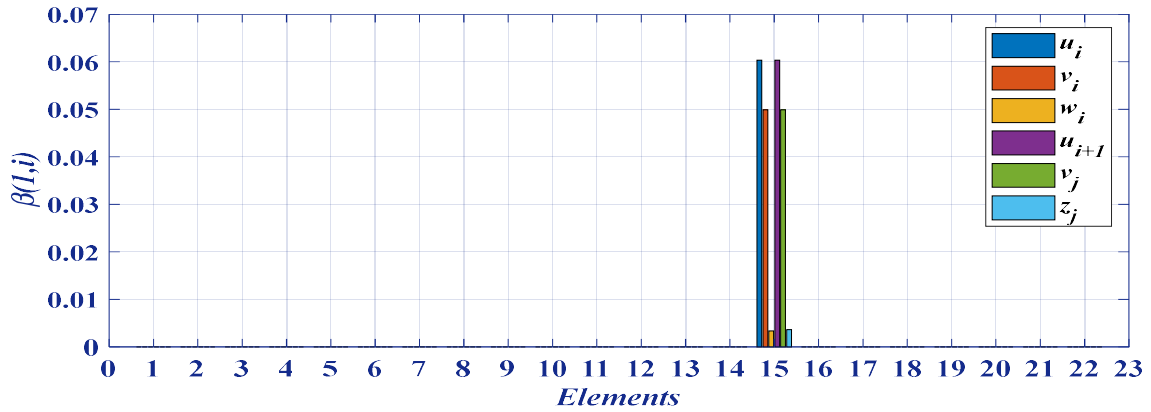


Figure III-17 : Localisation des endommagements sur la base des éléments – d1

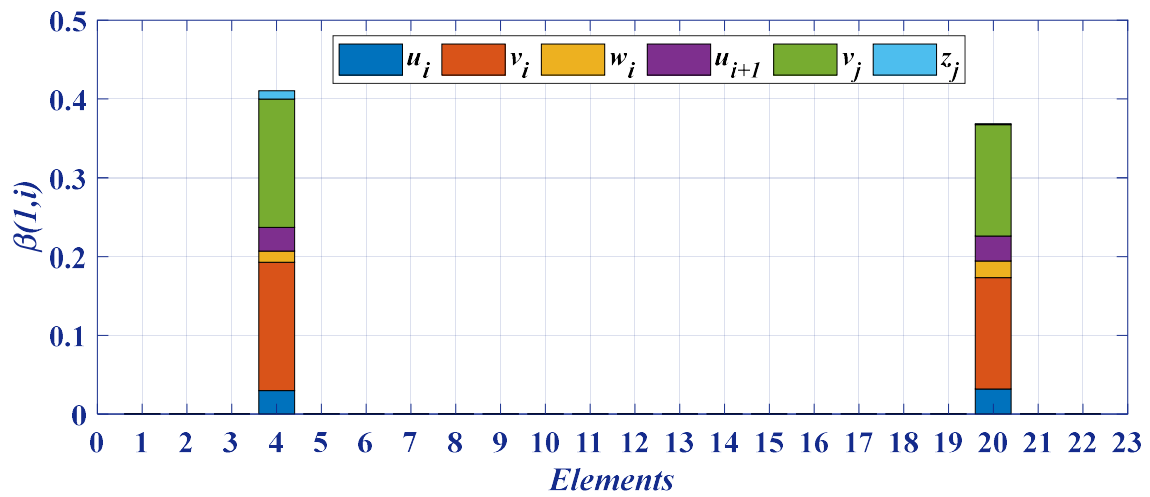


Figure III-18: Localisation des endommagements sur la base des DDL- d2

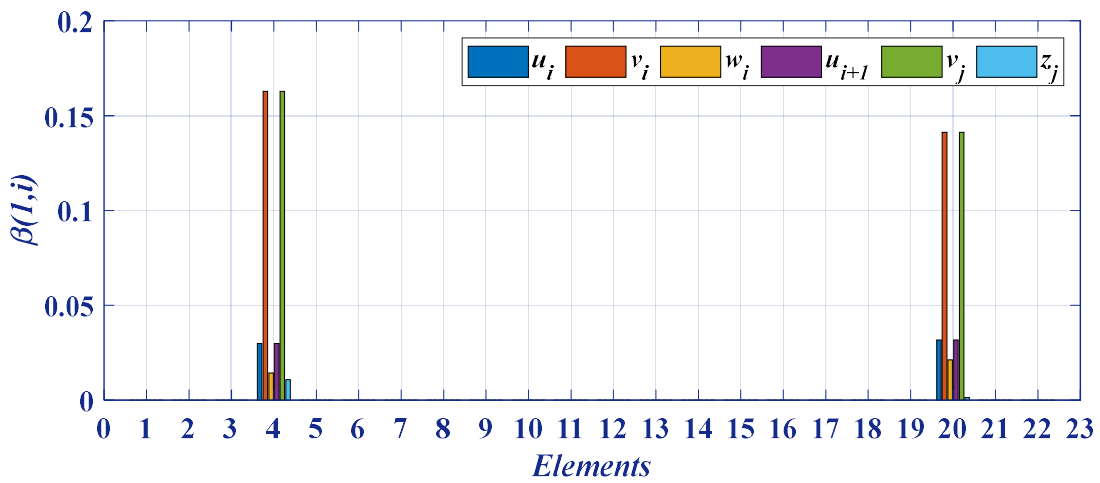


Figure III-19: Localisation des endommagements sur la base des éléments – d2

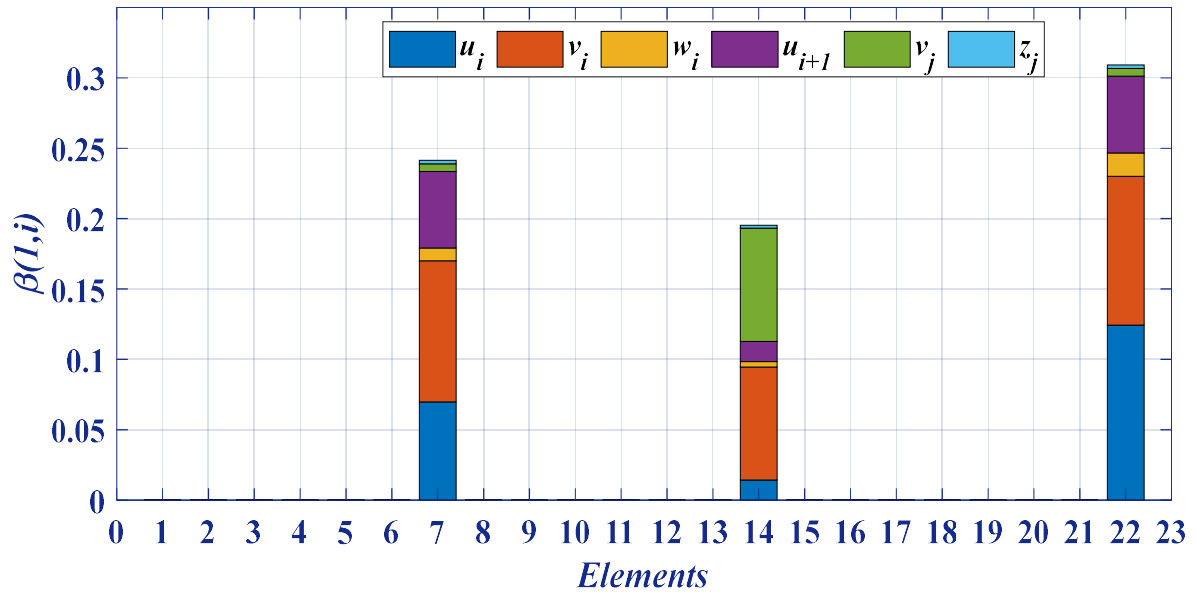


Figure III-20: Localisation des endommagements sur la base des DDL- d3

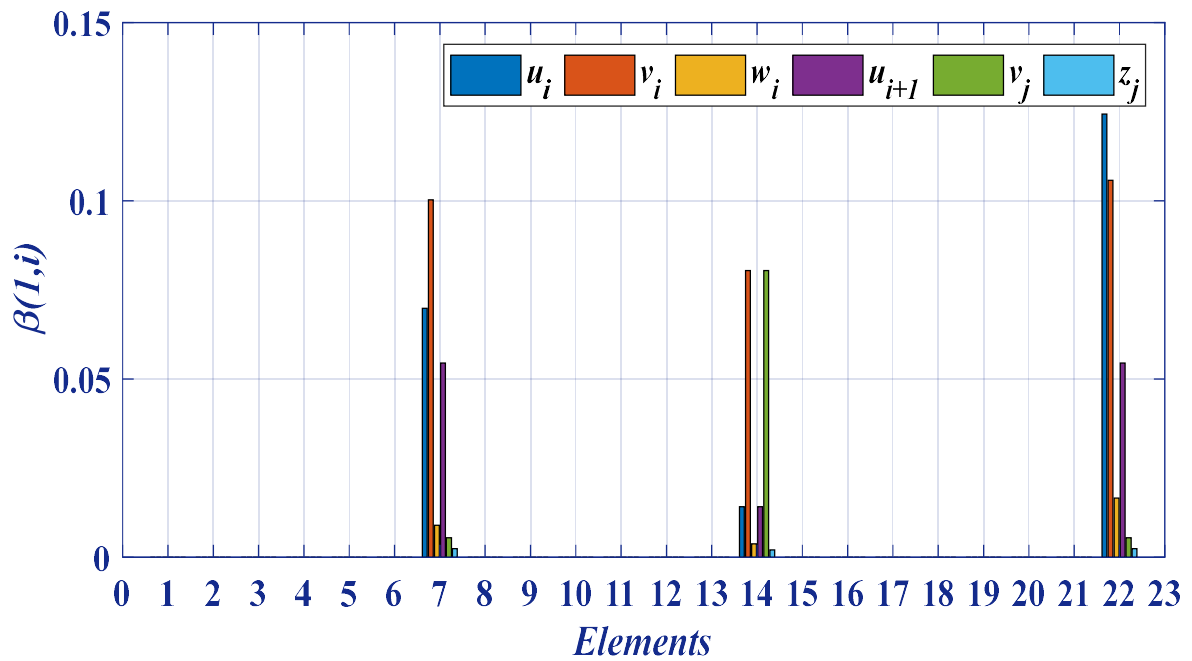


Figure III-21: Localisation des endommagements sur la base des éléments – d3

Les résultats des trois scénarios d'endommagement montrent que l'indicateur basé sur le FRF peut détecter et localiser les endommagements.

Par conséquent, nous concluons que cette technique d'endommagement peut être utilisée pour les structures présentant plusieurs emplacements endommagés.

7. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons proposé une nouvelle technique basée sur la FRF pour déterminer l'emplacement et le niveau d'endommagement dans une poutre repliée et de la structure portique et nous avons prouvé la faisabilité et l'efficacité de la FRF en tant qu'indicateur d'endommagement. La validation de notre approche s'est adossée sur l'analyse numérique de structures continues en forme de poutre repliée et structure portique par la méthode MEF et implémentée dans MATLAB, afin de mettre en exergue sa précision et son l'efficacité pour différents emplacements des endommagements et perte de rigidité.

Chapitre IV
Détection des
endommagements à l'aide
des techniques
d'optimisation

1. Introduction

Dans le troisième chapitre de notre travail, nous avons pu faire la détection et la localisation des endommagements grâce notamment à des algorithmes bien définis qui ont été manipulés au sein du logiciel MATLAB. Pour l'étape de quantification, nous allons utiliser dans ce présent chapitre deux méthodes d'optimisation intitulées ; POA et DOA, celles-ci vont nous permettre de quantifier nos endommagements et après réception des données, d'établir une comparaison entre ces deux méthodes, et en conclure la validité de chacune d'elle, tout en déduisant la plus efficace et la plus aptes à être utilisée dans notre étude et dans des travaux similaires.

2. Algorithme d'optimisation du paon (*Pavo muticus/cristatus*)[93]

Dans cette section, l'inspiration et les principes d'optimisation de base du POA proposé sont élaborés.

2.1. Inspiration

Le paon est un nom commun pour trois espèces d'oiseaux des genres *Pavo* et *Afropavo* de la famille des Phasianidae, les faisans et leurs alliés. Notez que les paons bleus (*Pavo cristatus*) sont naturellement et largement distribués en Asie du Sud-Est, tandis que les paons verts (*Pavo muticus*) sont simplement distribués naturellement dans la province du Yunnan et les régions tibétaines en Chine [94]. La principale inspiration de cet algorithme provient de l'observation des habitudes de vie et des comportements des paons verts dans la province du Yunnan en Chine. Les paons mâles sont appelés paons et les paons femelles, paonnes, comme le montre la figure IV.1. Les paons mâles sont connus pour leurs cris durs et leurs plumes extravagantes. Ce dernier est particulièrement important chez les espèces asiatiques, qui ont une "queue" ou une "rangée" de plumes cachées dans le cadre d'un rituel de parade nuptiale.



(a)



(b)

Figure IV-1 : Bio-démonstration de paons : (a) paon et (b) paonne.

Les paons sont considérés comme polygames, tandis que leurs comportements peuvent être grossièrement divisés en comportement de reproduction, comportement de recherche de nourriture, comportement communautaire et comportement spatial. Le comportement de recherche de nourriture est l'un des comportements les plus importants des oiseaux, également l'un des domaines les plus importants de l'écologie du comportement des oiseaux. C'est également la base pour explorer l'impact des facteurs environnementaux sur les essaims et enrichir la compréhension humaine des espèces, et la base pour estimer la tendance dynamique de la population d'oiseaux. L'algorithme est basé sur les comportements de parade nuptiale, de recherche de nourriture et de poursuite des paons verts, sur lesquels un modèle mathématique commun et général est établi.

Les paons ont de magnifiques plumes pour montrer leur dominance et pour attirer les paonnes à des fins d'accouplement en se pavanant et en secouant leurs plumes après avoir trouvé des sources de nourriture élégantes. Plus le paon est joli, plus les paonnes peuvent être attirées. Notez qu'une fois que le paon trouve une source de nourriture, il ouvre non seulement ses plumes, mais entreprend en outre des comportements de danse rotative pour étendre la région du domaine pour attirer les femelles [95]. Les modes de danse rotative sont divisés en deux types, c'est-à-dire la rotation in situ et la rotation autour de la source de nourriture.

2.2 Modèle mathématique et algorithme

Dans cette sous-section, les modèles mathématiques de divers comportements intelligents de paons, de paonnes et de petits paons sont fournis. Ensuite, le mécanisme de fonctionnement de base de la POA est décrit.

2.3. Attribution de rôle :

Afin d'établir un modèle mathématique efficace pour divers comportements individuels des essaims de paons, par exemple, la parade nuptiale, la recherche de nourriture et la poursuite, une population de paons est divisée en trois rôles : les paons adultes, les paonnes adultes et les jeunes paons. Dans les problèmes d'optimisation pratiques, tous les individus sont classés en fonction de leur valeur de fitness, parmi lesquels les cinq premières solutions sont considérées comme des paons adultes nommés Peacock #1, Peacock #2, Peacock #3, Peacock #4 et Peacock #5, respectivement. En outre, les premiers 30% d'individus restants sont définis comme des paonnes adultes et d'autres comme des jeunes paons. De plus, il convient de noter que les comportements spécifiques des paons adultes et des jeunes paons sont significativement influencés par les paons

adultes. En outre, un tel essaim artificiel de paons est différent de la population naturelle réelle, car les rôles de chaque individu pourraient être modifiés au fil des itérations, ce qui signifie que les rôles des individus doivent être réaffectés en fonction de leur valeur d'aptitude après chaque itération pour garantir l'applicabilité de la POA.

2.4 Comportements de parade nuptiale des paons :

Une fois qu'une source de nourriture a été trouvée par les paons, ils adopteront un comportement de rotation autour de la source de nourriture à afficher et à montrer pour attirer l'attention des paons, afin d'augmenter la probabilité de s'accoupler. Les comportements de parade nuptiale spécifiques à l'œstrus peuvent être divisés en trois phases principales, c'est-à-dire l'étalement de la queue et l'affichage, la rotation et le battement des plumes, comme le montre la figure IV-2.

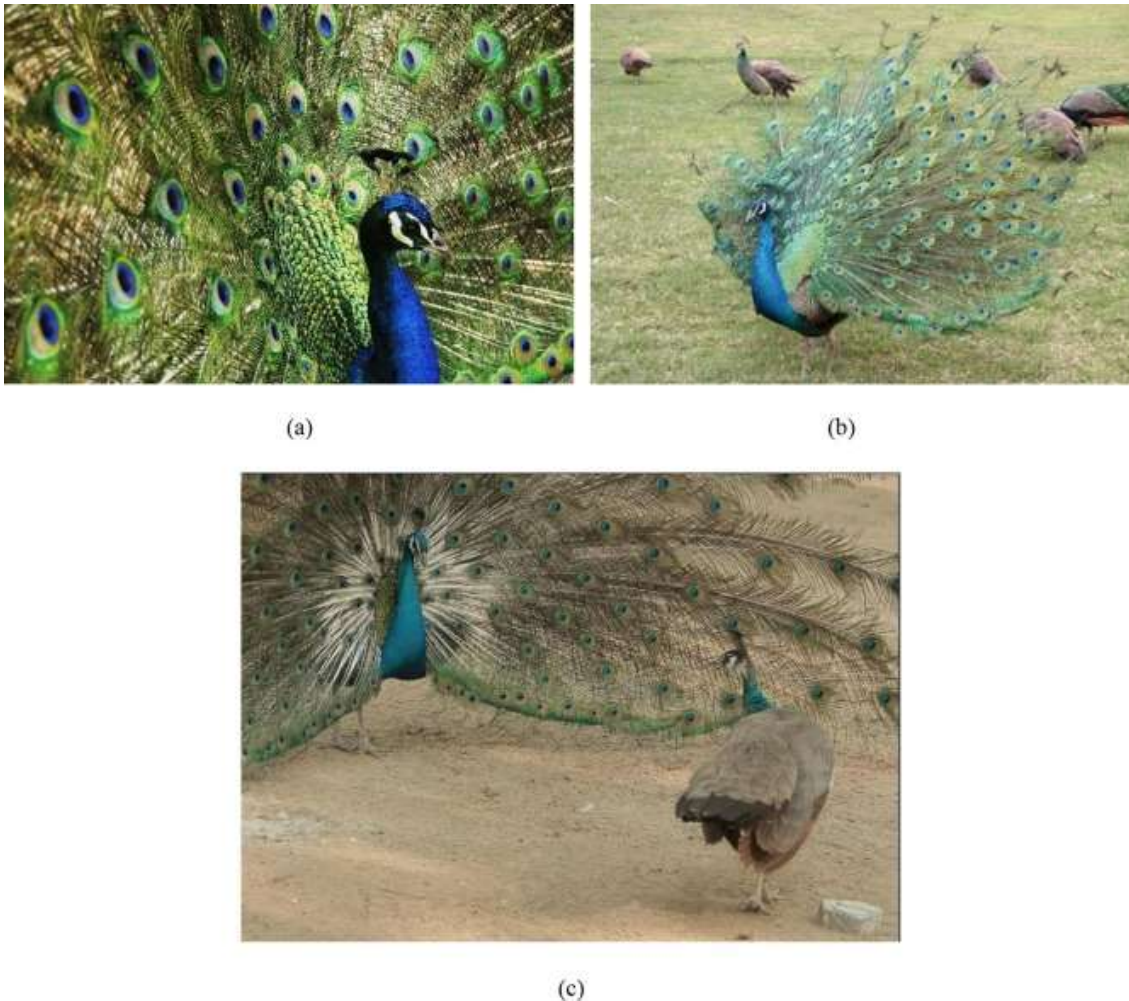


Figure IV-2 : Comportements de parade nuptiale des paons :(a) queue déployée et parade ; (b) tournant (c) plumes qui battent.

2.4.1. Déploiement et parade de la queue

Les paons diffusent le signal de parade nuptiale, puis affichent une posture de danse gracieuse et se dirigent vers les paonnes. Pendant ce temps, ils tournent autour des paonnes et élèvent et étalent avec enthousiasme leurs plumes de queue, ce qui ressemble à un grand éventail de 0 à 15 fois.

2.4.2. Rotation

Les paons « se montrent » généralement aux paonnes par la rotation de leur corps, ce qui peut être considéré comme un type de comportement de danse nuptiale. Les taches oculaires sur leurs plumes reflètent l'éclat, ce qui conduit les paonnes à s'approcher fréquemment du paon mâle.

2.4.3. Battement de plumes

Pendant la période d'affichage de la queue, les paons secouent l'écran de queue par intermittence et rapidement à haute fréquence pour faire un bruissement pour attirer l'attention des paonnes.

Afin d'utiliser le langage mathématique et d'établir un modèle mathématique correspondant pour décrire les comportements des paons, l'algorithme proposé considère principalement les comportements de rotation qui peuvent conduire à de réels changements dans la valeur de fitness au cours des itérations. Notez que les comportements de rotation des paons mâles après la propagation de la queue contiennent deux formes, c'est-à-dire la rotation in situ et l'encerclement autour de la source de nourriture, tandis que la sélection de deux mécanismes de rotation dépend entièrement de leur valeur de fitness. Plus précisément, plus ils possèdent une valeur de fitness élevée, plus il est probable qu'ils tournent autour de la source de nourriture mais avec un rayon de cercle plus petit ; pendant ce temps, les paons avec une valeur de fitness médiocre sont plus susceptibles de tourner in situ avec un rayon de cercle plus grand, tandis qu'un tel modèle mathématique peut être établi comme

$$X_{pc1} = X_{pc1}(t) + 1 \cdot R_s \cdot \frac{X_{r1}}{\|X_{r1}\|} \quad (IV-1)$$

$$X_{pc2} = \begin{cases} X_{pc2}(t) + 1.5 \cdot 1 \cdot R_s \cdot \frac{X_{r2}}{\|X_{r2}\|}, r1 < 0.9 & X_{pc2}(t) \text{ autrement} \end{cases} \quad (IV-2)$$

$$X_{pc3} = \begin{cases} X_{pc3}(t) + 2 \cdot R_s \cdot \frac{X_{r3}}{\|X_{r3}\|}, r2 < 0.8 & X_{pc3}(t) \text{ autrement} \end{cases} \quad (IV-3)$$

$$X_{pc4} = \begin{cases} X_{pc4}(t) + 3 \cdot R_s \cdot \frac{X_{r4}}{\|X_{r4}\|}, r4 < 0.6 & X_{pc4}(t) \text{ autrement} \end{cases} \quad (IV-4)$$

$$X_{pc5} = \begin{cases} X_{pc5}(t) + 5 \cdot R_s \cdot \frac{X_{r5}}{\|X_{r5}\|}, r4 < 0.3 & X_{pc5}(t) \text{ autrement} \end{cases} \quad (IV-5)$$

$$X_r = 2 \cdot \text{rand}(1, \text{Dim}) - 1 \quad (IV-6)$$

Où X_{pci} représente le vecteur position du i ème paon mâle, $i = 1, 2, \dots, 5$; R_s désigne le rayon de rotation lors d'un cercle autour ; X_r représente un vecteur aléatoire ; $\|X_r\|$ est défini comme le module de X_r ; Dim fait référence au nombre de variables ; r_1, r_2, r_3, r_4 représentent quatre nombres aléatoires qui sont uniformément distribués dans $[0, 1]$, respectivement.

De plus, le rayon de rotation R_s est conçu pour changer dynamiquement avec les itérations, ce qui est calculé par

$$R_s(t) = R_{s0} - R_{s0} \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right) \cdot 0.01 \tag{IV-7}$$

où t et t_{max} représentent respectivement le nombre actuel et le nombre maximum d'itérations ; R_{s0} représente le vecteur de rayon de rotation initial qui peut être déterminé par la plage de recherche du problème optimisé, comme suit :

$$R_{s0} = c_v \cdot (X_U - X_L) \tag{IV-8}$$

Où X_U, X_L désignent respectivement les limites supérieure et inférieure de l'espace de recherche ; c_v est défini comme le facteur de visibilité des paons dansant en rond, dont la valeur est de 0,2.

Notez que la figure IV-3 fournit deux exemples typiques basés sur des problèmes bidimensionnels et tridimensionnels pour valider la faisabilité et l'efficacité de l'équation (IV-1) où le rayon de rotation R_s est identique à 0,5 ; le nombre d'itérations est conçu pour 50 et 200, respectivement.

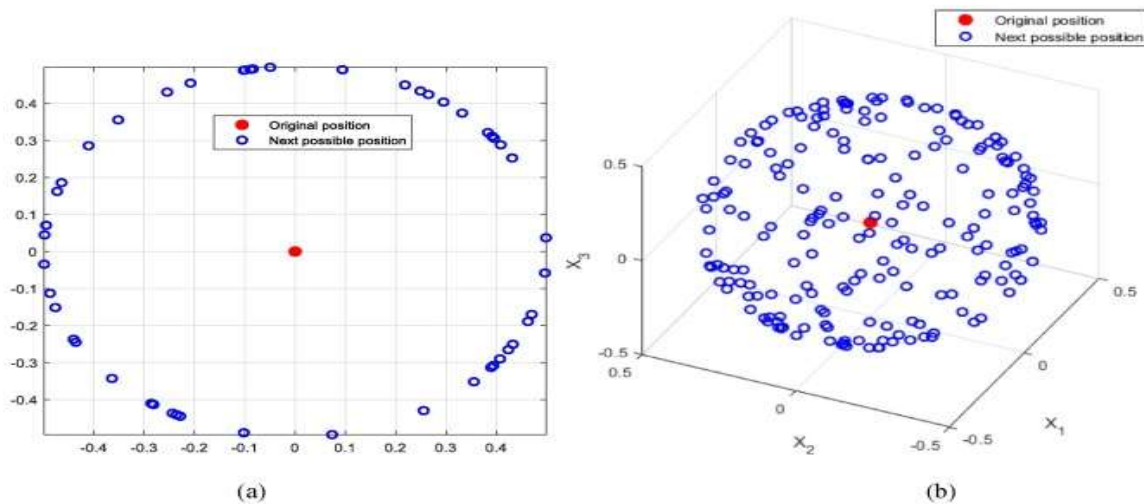


Figure IV-3 : Comportements de rotation du paon : (a) espace 2-D et (b) espace 3-D.

2.5. Comportements d'approche adaptatifs des paonnes

Les paonnes ont tendance à entreprendre un mécanisme de recherche et d'approche adaptatif pendant tout le processus de recherche pour ajuster dynamiquement leurs comportements à différentes étapes. Lorsque les paonnes voient une danse de cour de paon, ils ont tendance à s'approcher d'abord du paon mâle, puis à observer autour de lui, la probabilité qu'une paonne soit attirée est proportionnelle à la valeur de fitness des paonnes. Le modèle mathématique suivant est utilisé pour décrire de tels comportements des paonnes.

$$\begin{cases} X_{Ph}(t) + 3 \cdot \theta \cdot (X_{Pc} - X_{Ph}(t)), 0.6 \leq r_5 \leq 1 \\ X_{Ph}(t) + 3 \cdot \theta \cdot (X_{Pc} - X_{Ph}(t)), 0.4 \leq r_5 \leq 0.6 \\ X_{Ph}(t) + 3 \cdot \theta \cdot (X_{Pc} - X_{Ph}(t)), 0.2 \leq r_5 \leq 0.4 \\ X_{Ph}(t) + 3 \cdot \theta \cdot (X_{Pc} - X_{Ph}(t)), 0.1 \leq r_5 \leq 0.2 \\ X_{Ph}(t) + 3 \cdot \theta \cdot (X_{Pc} - X_{Ph}(t)), 0 \leq r_5 \leq 0.1 \end{cases} \quad (IV-9)$$

$$\theta = \theta_0 + \theta_1 - \theta_0 \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right) \quad (IV-10)$$

Où r_5 représente un nombre aléatoire uniformément réparti dans $[0,1]$; X_{Ph} désigne le vecteur de position des paonnes ; θ_0 et θ_1 sont fixés à 0,1 et 1, respectivement.

Selon les équations. (IV-9), (IV-10), $\theta < \frac{1}{3}$ (étape initiale de l'itération), les paonnes s'approchent principalement du paon sélectionné, qui représente l'exploitation locale lors du processus de recherche ; $\theta < \frac{1}{3}$ (étape intermédiaire et tardive de l'itération), les paonnes ont tendance à se déplacer vers une position symétrique de paon sélectionné, qui simule les comportements d'observation des paonnes qui dénote l'exploration globale pendant le processus de recherche.

2.6. Comportements de recherche adaptatifs des oursons paons

En plus d'approcher les paons mâles qui possèdent des sources de nourriture favorables (valeur de fitness élevée), les oursons de paon agissent également comme agents de recherche pour rechercher au hasard pour, espérons-le, trouver une source de nourriture de meilleure qualité dans l'espace de recherche. Notez que l'un des cinq paons est sélectionné au hasard comme objet ciblé avec une probabilité égale pour guider le « comportement d'approche » des petits paons, tandis que le comportement de recherche aléatoire est décrit par Levy flight [96], comme suit :

$$Levy = 0.01 \cdot \frac{r_6 \cdot \sigma}{|r_7|^{\frac{1}{\gamma}}} \quad (IV-11)$$

$$\left(\frac{\Gamma(1 + \gamma) \cdot \sin(\frac{\gamma \cdot \pi}{2})}{\Gamma(\frac{1+\gamma}{2}) \cdot \gamma \cdot 2^{\left(\frac{\gamma-1}{2}\right)}} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \quad (IV-12)$$

$$\Gamma(x) = (x - 1)! \quad (IV-13)$$

Où r_6 et r_7 représentent deux vecteurs aléatoires de dimension Dim différents qui sont uniformément distribués sur $[-1, 1]$ et $[0, 1]$, respectivement ; c représente une constante dont la valeur est fixée à 1,5.

Ainsi, les comportements spécifiques de chaque petit paon peuvent être modélisés comme

$$\begin{cases} X_{Pc} (t), 0.8 \leq r_5 \leq 1 \\ X_{P2}(t), 0.6 \leq r_5 \leq 0.8 \\ X_{Pc} (t), 0.4 \leq r_5 \leq 0.6 \\ X_{Pc4}(t), 0.2 \leq r_5 \leq 0.4 \\ X_{Pc5}(t), 0 \leq r_5 \leq 0.2 \end{cases} \quad (IV-14)$$

$$X_{Pcc} = X_{Pcc} (t) + \alpha \cdot Levy \cdot (X_{Pc} (t) - X_{Pcc} (t)) + \delta \cdot (X_{SPc} - X_{Pcc}(t)) \quad (IV-15)$$

Où r_8 désigne un nombre aléatoire uniformément réparti sur $[0, 1]$; X_{SPc} et X_{Pcc} se référer aux vecteurs de position du paon et du petit paon sélectionnés, respectivement ; α et δ représentent deux facteurs de coefficient qui varient dynamiquement avec le nombre d'itérations, qui peut être défini par

$$\alpha = \alpha_0 - (\alpha_0 - \alpha_1) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^2 \quad (IV-16)$$

$$\delta = \delta_0 + (\delta_1 - \delta_0) \cdot \left(\frac{t}{t_{max}}\right)^{0.5} \quad (IV-17)$$

Équation. (IV-15)-(IV-17) indiquent α est plus grand que début de l'itération, les oursos paons effectuent principalement une recherche aléatoire, est tandis que δ plus grand α à la fin de l'itération, les petits paons convergent vers les cinq solutions optimales (paons) ; $\alpha_0 = 0.9$, $\alpha_1 = 0.4$; tandis δ_0 et δ_1 sont égaux à 0,1 et 1, respectivement.

2.7. Comportements d'interaction chez les paons

Comme Peacock #1 possède la meilleure source de nourriture, les quatre paons restants seront incités à s'y déplacer progressivement. En particulier, au lieu de se déplacer directement vers le paon #1, les quatre mâles restants ont tendance à se déplacer vers le paon #1 dans une direction aléatoire à moins de 90 ° de la ligne entre le paon #1 et l'autre, comme le montre la figure IV-4

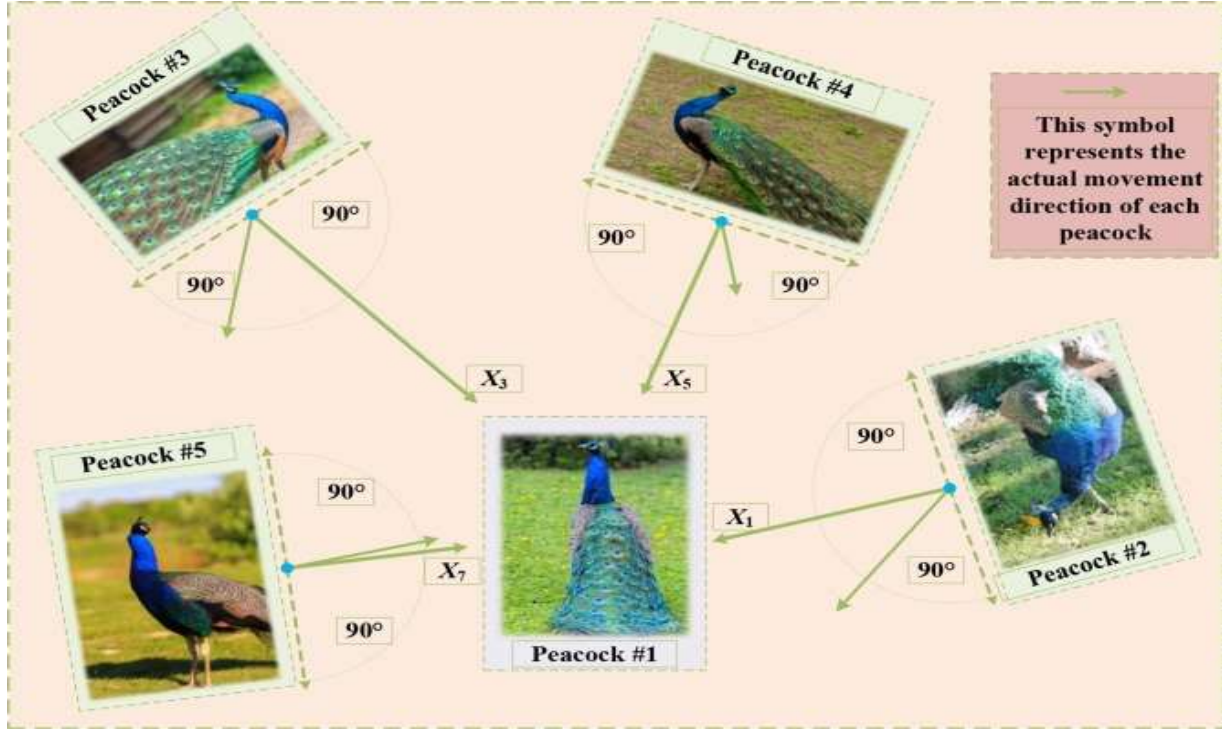


Figure IV-4 : Mécanisme d'interaction entre différents paons.

Jusqu'à présent, la relation entre les différents paons peut être établie comme suit :

$$\begin{cases} X_1 = X_{PC1} - X_{PC} \\ X_2 = Xr_6 - \frac{(Xr_6 * X1)}{(X1 * X1)} \cdot X_1 \\ X_{PC2} = X_{PC} (t) + \theta \cdot X_1 + r_9 \cdot \frac{X_2}{\|X_2\|} \end{cases} \quad (IV-18)$$

$$\begin{cases} X_3 = X_{PC1} - X_{PC3} \\ X_4 = Xr_7 - \frac{(Xr_7 * X3)}{(X3 * X3)} \cdot X_3 \\ X_{PC3} = X_{PC3} (t) + \theta \cdot X_3 + r_{10} \cdot \frac{X_4}{\|X_4\|} \end{cases} \quad (IV-19)$$

$$\begin{cases} X_5 = X_{PC} - X_{PC} \\ X_6 = Xr_8 - \frac{(Xr_8 * X5)}{(X5 * X5)} \cdot X_5 \\ X_{PC4} = X_{PC} (t) + \theta \cdot X_5 + r_{11} \cdot \frac{X_6}{\|X_6\|} \end{cases} \quad (IV-20)$$

$$\begin{cases} X_7 = X_{PC} - X_{PC5} \\ X_6 = Xr_9 - \frac{(Xr_9 * X_7)}{(X_7 * X_7)} \cdot X_7 \\ X_{PC5} = X_{PC5}(t) + \theta \cdot X_7 + r_{12} \cdot \frac{X_8}{\|X_8\|} \end{cases} \quad (IV-21)$$

où Xr_6, Xr_7, Xr_8, Xr_9 sont quatre vecteurs aléatoires différents générés par l'équation. (IV-6) ; $r_9, r_{10}, r_{11}, r_{12}$ désignent des nombres aléatoires uniformément répartis dans $[0, 1]$; et $(x*y)$ est défini comme le produit scalaire des vecteurs x et y .

À partir des équations. (IV-18)-(IV-21), nous pouvons savoir que les quatre paons restants chercheront également progressivement dans la direction proche de la position du Paon #1. De plus, le tableau IV-1 fournit le pseudo-code de POA pour les problèmes d'optimisation minimum.

```

1. Set parameter  $R_{50}$  by Equation (15);
2. Initialize position of peafowl population;
3. Assign roles based on fitness value;
4. FOR  $t := 1$  to  $t_{max}$ 
5. Update  $\theta, \alpha$  and  $\delta$  by Equations (17), (23) and (24) respectively;
6. Obtain  $X_{Pc1}, X_{Pc2}, X_{Pc3}, X_{Pc4}, X_{Pc5}$  by Equations (8)-(12);
7. FOR  $i := 1$  to 5
8. Check and correct  $X_{Pci}$  to be within the valid range;
9. IF Fitness of  $X_{Pci}$  is better than fitness of  $X_{Pci}(t)$ 
10.  $X_{Pci}(t+1) = X_{Pci}$ ;
11. END IF
12. END FOR
13. FOR Each peahen
14. Obtain  $X_{Ph}$  by Equation (16);
15. Check and correct  $X_{Ph}$  to be within the valid range;
16. IF Fitness of  $X_{Ph}$  is better than fitness of  $X_{Ph}(t)$ 
17.  $X_{Ph}(t+1) = X_{Ph}$ ;
18. END IF
19. END FOR
20. FOR Each peafowl cub
21. Obtain  $X_{PcC}$  by Equation (22);
22. Check and correct  $X_{PcC}$  to be within the valid range;
23. IF Fitness of  $X_{PcC}$  is better than fitness of  $X_{PcC}(t)$ 
24.  $X_{PcC}(t+1) = X_{PcC}$ ;
25. END IF
26. END FOR
27. Obtain  $X_{Pc2}, X_{Pc3}, X_{Pc4}, X_{Pc5}$  by Equations (25)-(28);
28. FOR  $i := 2$  to 5
29. Check and correct  $X_{Pci}$  to be within the valid range;
30. IF Fitness of  $X_{Pci}$  is better than fitness of  $X_{Pci}(t+1)$ 
31.  $X_{Pci}(t+1) = X_{Pci}$ ;
32. END IF
33. END FOR
34. Reassign roles based on fitness;
35. END FOR

```

Algorithme IV-1 : Pseudo code de POA

Enfin, afin d'analyser la faisabilité de la POA pour résoudre des problèmes d'optimisation, les considérations suivantes doivent être notées.

- Une fois que les quatre comportements ci-dessus des paons (à savoir, les comportements de parade nuptiale des paons, les comportements d'approche adaptatifs des paons, les comportements de recherche adaptative des petits paons, les comportements d'interaction entre les paons) sont exécutés, les positions des paons correspondants sont remplacées et mises à jour uniquement lorsque leur forme physique s'améliore. Par conséquent, POA peut être finalement et absolument convergé ;
- Chaque paon est directement ou indirectement influencé par Peacock #1 qui possède la meilleure valeur de fitness actuelle, sur laquelle la convergence du POA peut être assurée. De plus, d'autres paons ne convergent pas directement vers Peacock #1, ce qui peut effectivement éviter une convergence prématurée et tomber dans un optimum local ;
- La solution optimale actuelle sera conservée dans le POA ;
- Les cinq paons qui représentent les solutions optimales actuelles rechercheront également dans l'espace de recherche environnant grâce à un mécanisme de danse rotative au lieu de rester immobiles. À la connaissance des auteurs, un tel mécanisme est d'abord proposé et n'a jamais été considéré dans les algorithmes de méta- heuristiques antérieurs , ce qui est bénéfique pour sortir des optimums locaux ;
- En raison de l'ajustement adaptatif de trois paramètres (c'est-à-dire, θ , α , δ) au cours des itérations, les paons se concentrent sur l'exploitation locale au stade initial de l'itération et ont tendance à mettre davantage l'accent sur l'exploration globale au stade intermédiaire et avancé ; tandis que les petits paons fonctionnent dans l'ordre inverse, ce qui peut se compléter efficacement. Par conséquent, l'exploitation locale et l'exploration globale sont toutes deux effectuées tout au long de l'itération, ce qui améliore efficacement sa qualité d'optimisation, son efficacité et sa stabilité ;
- Les comportements de parade nuptiale et les comportements de recherche de nourriture sont pris en compte de manière exhaustive dans la POA, et aucun paramètre supplémentaire n'a besoin d'être réglé dans la POA.

3. Algorithme d'optimisation de Dingo (DOA)[97]

Dans cette section, l'inspiration de la méthode proposée est d'abord discutée. Ensuite, le modèle mathématique est fourni.

3.1. Fondements biologiques

Le dingo est le plus grand mammifère carnivore indigène d'Australie, et son nom scientifique est **Canis lupus dingo**. Plusieurs études ont été menées pour étudier le comportement alimentaire et le régime alimentaire des dingos, montrant que ces canidés s'attaquent à plusieurs espèces telles que les mammifères, les oiseaux, la végétation (graines), les reptiles, les insectes, les poissons, les crabes et les grenouilles, pour n'en citer que quelques-uns.[98]. Ce sont des chasseurs opportunistes, mais ils récupèrent également de la nourriture lorsqu'ils explorent de nouveaux territoires et trouvent soudainement des proies mortes. Leur comportement de chasse peut être variable. Habituellement, ils poursuivent et attaquent leurs proies par derrière. L'attaque de groupe est leur stratégie de chasse la plus utilisée dans laquelle ils entourent la proie à l'intérieur d'un périmètre et commencent à la chasser jusqu'à ce qu'ils la fatiguent. De plus amples détails sur le comportement des dingos peuvent être trouvés dans [99] [100]

3.2. Modèle mathématique et algorithme d'optimisation

Dans cette section, le modèle mathématique des différentes stratégies de chasse des Dingos est d'abord fourni. L'algorithme DOA est ensuite proposé. Les stratégies de chasse envisagées sont l'attaque par la persécution, les tactiques de regroupement et le comportement de charognard. De plus, la probabilité de survie des dingos est également prise en compte.

3.3. Stratégie 1 : Attaque de groupe

Les prédateurs utilisent souvent des techniques de chasse très intelligentes. Les dingos chassent généralement de petites proies, comme les lapins, individuellement, mais lorsqu'ils chassent de grosses proies comme les kangourous, ils se rassemblent en groupes. Les dingos peuvent trouver l'emplacement de la proie et l'entourer, comme les loups, voir Figure IV-5.

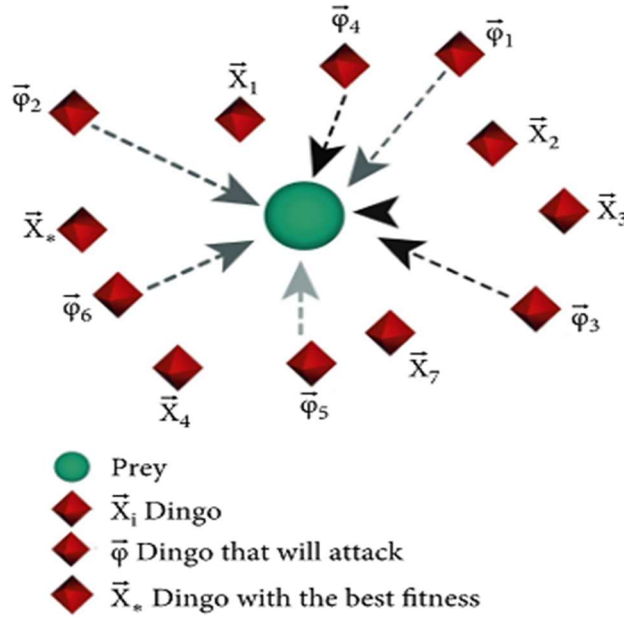


Figure IV-5 : Stratégie d'attaque de groupe.

Ce comportement est représenté par l'équation suivante :

$$\vec{x}_i(t + 1) = \beta_1 \sum_{k=1}^{na} \frac{[\vec{\varphi}_k - \vec{x}_i(t)]}{na} - \vec{x}_*(t) \tag{IV-22}$$

Où $\vec{x}(t + 1)$ est la nouvelle position d'un agent de recherche (indique le mouvement des dingos), na est un nombre entier aléatoire généré dans l'inverse de $[na2, \frac{SizePop}{2}]$, où est la taille totale de la population de dingos., $\vec{\omega}_k(t)$ est un sous-ensemble d'agents de recherche (dingos qui attaqueront) où $sizePop \varphi_k(t) \varphi \subset X$, X est la population de dingos générée aléatoirement, $\vec{x}_i(t)$ est l'agent de recherche actuel, $\vec{x}_*(t)$ est le meilleur agent de recherche trouvé à partir de l'itération précédente, et β_1 est un nombre aléatoire généré uniformément dans l'intervalle de $[-2,2]$ c'est un facteur d'échelle qui modifie l'ampleur et le sens des trajectoires des dingos. Le pseudocode d'attaque de groupe est montré dans l'algorithme 2.

```

(1) Begin procedure
(2) Generate a random integer, named na, na ∈ [2, SizePop/2], answer the question: How many dingoes will attack?
(3) Generate k-index vector of random integers, with size na, k-index ∈ [1, SizePop], answer the question: Which dingoes will attack?
(4) Generate the φ subset from Population using the k-index vector of positions, φ ⊂ Population, φ are the dingoes that will attack
(5) Apply equation (7).
(6) Return the new positions of dingoes
(7) End procedure
    
```

Algorithme IV-2 : Procédure d'attaque de groupe.

3.4. Stratégie 2 : Persécution

Les dingos chassent généralement de petites proies, qui sont chassées jusqu'à ce qu'elles soient capturées individuellement. L'équation suivante modélise ce comportement :

$$\vec{x}_i(t + 1) = \vec{x}_*(t) + \beta_1 * e^{\beta_2} * (\vec{x}_{r_1}(t) - \vec{x}_i(t)) \tag{IV-23}$$

Où $\vec{x}(t + 1)$ indique le mouvement des dingos, $\vec{x}_i(t)$ est l'agent de recherche actuel, $\vec{x}_*(t)$ est le meilleur agent de recherche trouvé à partir de l'itération précédente, β_1 a la même valeur que dans l'équation (IV-22), β_2 est un nombre aléatoire généré uniformément dans l'intervalle de $[-1, 1]$, r_1 est le nombre aléatoire généré dans l'intervalle de 1 à la taille d'un maximum d'agents de recherche (dingos), $\vec{x}_{r_1}(t)$ est le r_1 -ème agent de recherche sélectionné, ou $i \neq r_1$.

L'équation (IV-23) est utilisée pour représenter les trajectoires des dingos à la recherche de leurs proies. Dans le même temps, la figure.IV-6 est utilisée pour illustrer graphiquement ses paramètres.

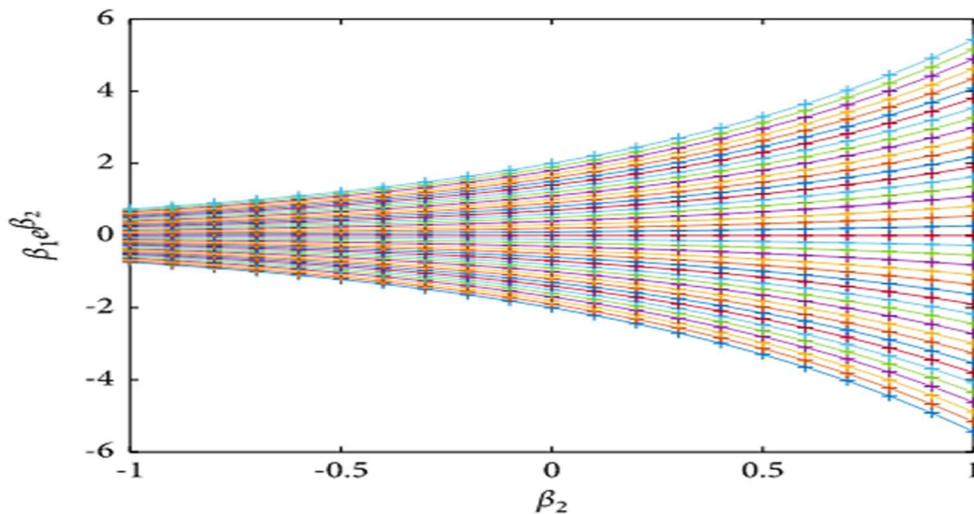


Figure IV-6 : Effets de β_1 et β_2 sur l'évaluation de l'équation (IV-23) (trajectoires de chasse des dingos).

3.5. Stratégie 3 :Charognard

Le comportement des charognards est défini comme l'action lorsque les dingos trouvent des charognes à manger lorsqu'ils marchent au hasard dans leur habitat. L'équation (IV-24) est utilisée pour modéliser ce comportement, qui est représenté graphiquement sur la figure IV-7

$$\vec{x}_i(t + 1) = \frac{1}{2} [e^{\beta_2} * \vec{x}_{r_1}(t) - (-1)^\sigma * \vec{x}_i(t)] \tag{IV-24}$$

Où $\vec{x}(t + 1)$ indique le mouvement des dingos, β_2 a la même valeur que dans l'équation (IV-23), r_1 est le nombre aléatoire généré dans l'intervalle de 1 à la taille d'un maximum d'agents de recherche (dingos), est $\vec{x}_{r_1}(t)$ est le r_1 -ème agent de recherche sélectionné, $\vec{x}_i(t)$ est le agent de recherche actuel, où $i \neq r_1$ et σ est un nombre binaire généré aléatoirement par l'algorithme IV-3, $\sigma \in \{0,1\}$.

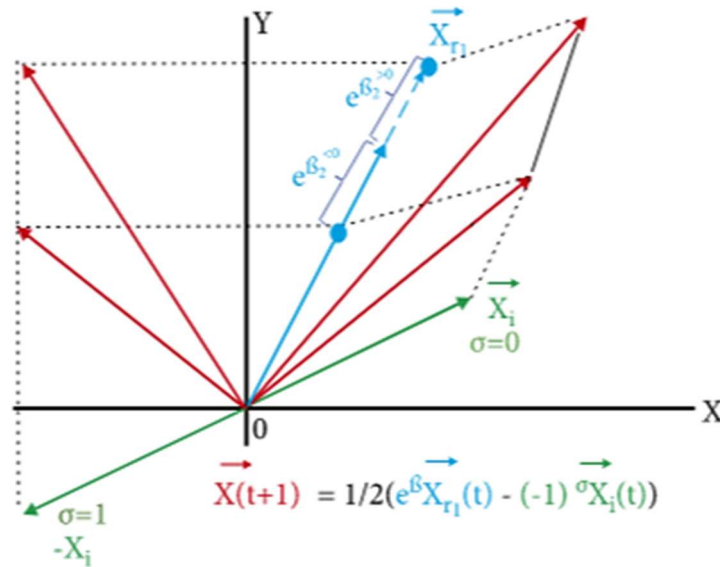


Figure IV-7 : Trajectoire vectorielle Scavenger, issue de l'évaluation de l'équation (IV-24).

La ligne rouge représente la trajectoire possible du vecteur résultant en variant aléatoirement $\beta(\beta > 0$ ou $\beta < 0$) et $\sigma(\sigma = 1$ ou $\sigma = 0$) lignes bleues et vertes, respectivement.

```

(1) Begin procedure
(2) if rand ( ) ≤ 0.5 then
(3)   return 0
(4) else
(5)   return 1
(6) end if
(7) End procedure
    
```

Algorithme IV-3 : σ procédure.

3.6. Stratégie 4 : Taux de survie des dingos

Le chien dingo australien est menacé d'extinction principalement en raison de la chasse illégale. Dans le DOA, la valeur du taux de survie des dingos est fournie par l'équation suivante :

$$Survival (i) = \frac{fitness_{max} - fitness (i)}{fitness_{max} - fitness_{min}} \tag{IV-25}$$

Où $fitness_{max}$ et $fitness_{min}$ sont respectivement la pire et la meilleure valeur de fitness de la génération actuelle, tandis que $fitness (i)$ est la valeur i- ème de fitness actuelle de l'agent de recherche. Le vecteur de survie dans l'équation (IV-25) contient la fitness normalisée dans l'intervalle de [0,1], L'équation (IV-26) est appliquée pour les faibles taux de survie par l'algorithme.IV-4, exemple ; pour les valeurs de taux de survie égales ou inférieures à 0,3.

$$\vec{x}_i (t) = \vec{x} * (t) + \frac{1}{2} [\vec{x}_{r_1} (t) - (-1)^\sigma * \vec{x}_{r_2} (t)]$$

```

(1)  Begin procedure
(2)  for i=1 to sizePopulation do
(3)    if survival (i) ≤ 0.3 then
(4)      Strategy 4:  $\vec{x}_i$  search agent updated by equation (6).
(5)    end if
(6)  end for
(7)  End procedure
    
```

Algorithme IV-4 : procédure de survie.

Où $\vec{x}_i(t)$ est l'agent de recherche avec de faibles taux de survie qui sera mis à jour, et sont des nombres aléatoires générés dans l'intervalle de 1 à la taille maximale des agents de recherche (dingos), avec $\vec{x}_i(t)_{r_1 r_2 r_1 \neq r_2}$ et, sont les $\vec{x}_{i r_1} (t)$ $\vec{x}_{i r_2} (t)$ le i-ème avec, et, sont les- le i ème agent de recherche sélectionné, est le meilleur agent de recherche trouvé à partir de l'itération précédente est un nombre binaire généré aléatoirement par le deuxième algorithme,

$\vec{x}_l^*(t)$ $\sigma \in \{0,1\}$. Notez que l'équation (IV-26) est une addition ou une soustraction de vecteurs, définie par la valeur aléatoire de σ .

3.7. Pseudocode pour DOA

Le pseudocode du DOA est expliqué dans l'algorithme IV-4, tandis que le flux global est montré dans la figure.IV-8.

```

(1) procedure DOA
(2) Initialization of parameters
(3)  $P = 0.5$ , probability of hunting or scavenger strategy
(4)  $Q = 0.7$ , probability of Strategy 1 (group attack) or Strategy 2 (persecution attack)
(5) Generate the initial population
(6) while iteration < Max Number of Iterations do
(7)   if random <  $P$  then
(8)     if random <  $Q$  then
(9)       Strategy 1: Group Attack Procedure, Algorithm 1, equation (2).
(10)    else
(11):     Strategy 2: Persecution, (3).
(12)    end if
(13)  else
(14)    Strategy 3: Scavenger, (4).
(15)  end if
(16) Update search agents that have low survival value, Algorithm 3, equation (6)
(17) Calculate  $x_{new}$ , the fitness value of the new search agents
(18) if  $x_{new} < x_*$  then
(19)    $x_* = x_{new}$ 
(20) end if
(21) iteration = iteration + 1
(22) end while
(23) Display  $x_*$ , the best optimal solution
(24) end procedure

```

Algorithme IV-5 : Dingo Optimizer Algorithm

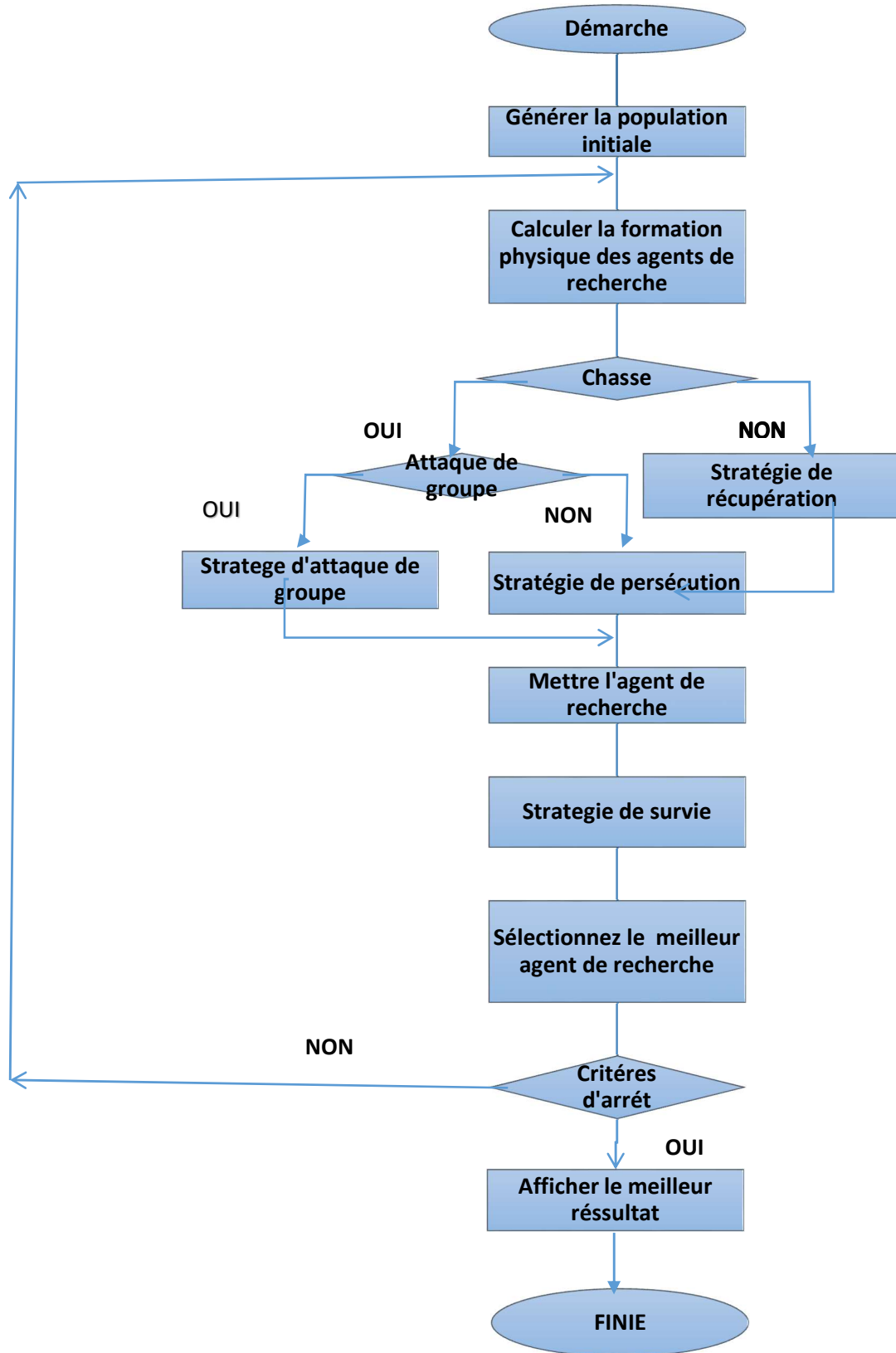


Figure IV-8 : Organigramme DOA. :

4. résultats et discussion

Après avoir présenté nos deux méthodes d'optimisation utilisées dans notre travail ici présent, et cela dans la première partie de ce chapitre, nous allons exposer les différents résultats et données reçus par les multiples calculs faits avec ces deux méthodes, à savoir; POA et DOA, cela est le principale contenu de cette deuxième partie de ce quatrième et dernier chapitre.

Après introduction des algorithmes composants nos deux méthodes d'optimisation, accompagnée de l'application des données de nos deux structures étudiées (cas test 1 et cas test 2) , nous avons pu réceptionner les valeurs de vitesse de convergence (erreur ou fitness) des deux méthodes, ainsi que les valeur des BEST ou taux d'endommagement, ceux-ci sont présentés sous forme de courbes et de tableaux, pour pouvoir mettre une validation a notre étape de quantification, et en déduire l'efficacité de chaque méthode envers notre étude. Afin de pouvoir discuter nos résultats et effectuer une étude comparative valide, nous avons pris en considération ces deux cas de variations de population et d'itérations :

Premier cas test : PP=200, IT=200 et PP= 1000, IT= 200

Deuxième cas test : PP=100, IT=200 et PP=200, IT=100

4.1. Cas test n°1

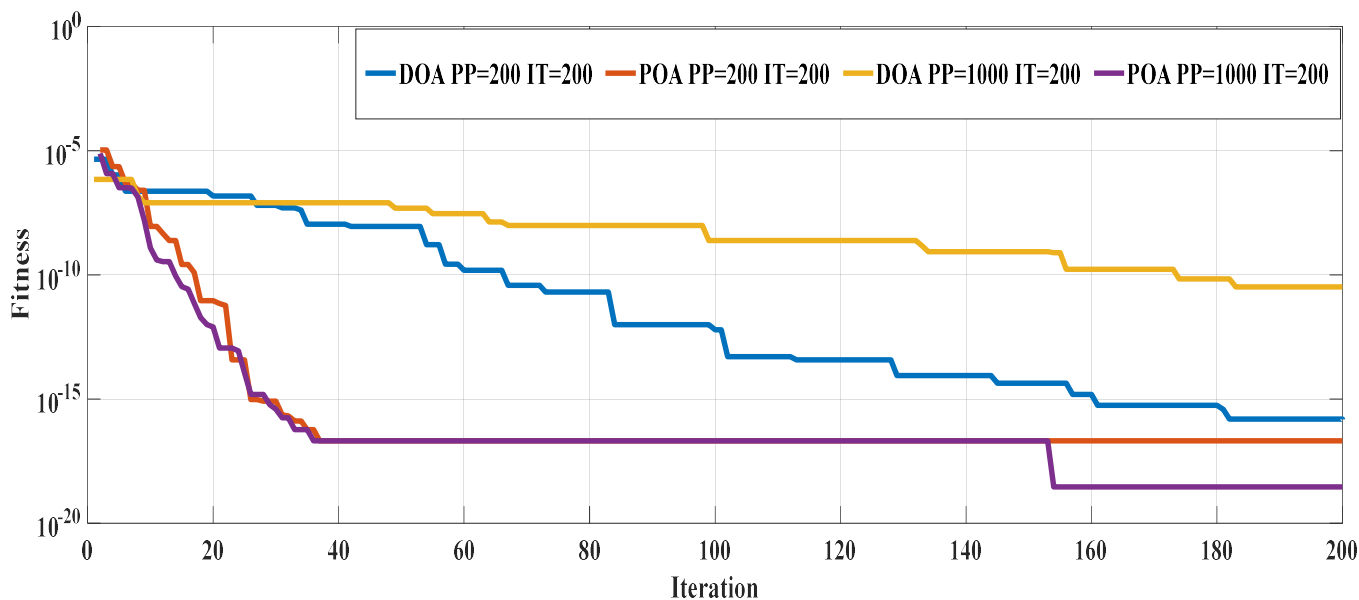


Figure IV-9 Poutre replie_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

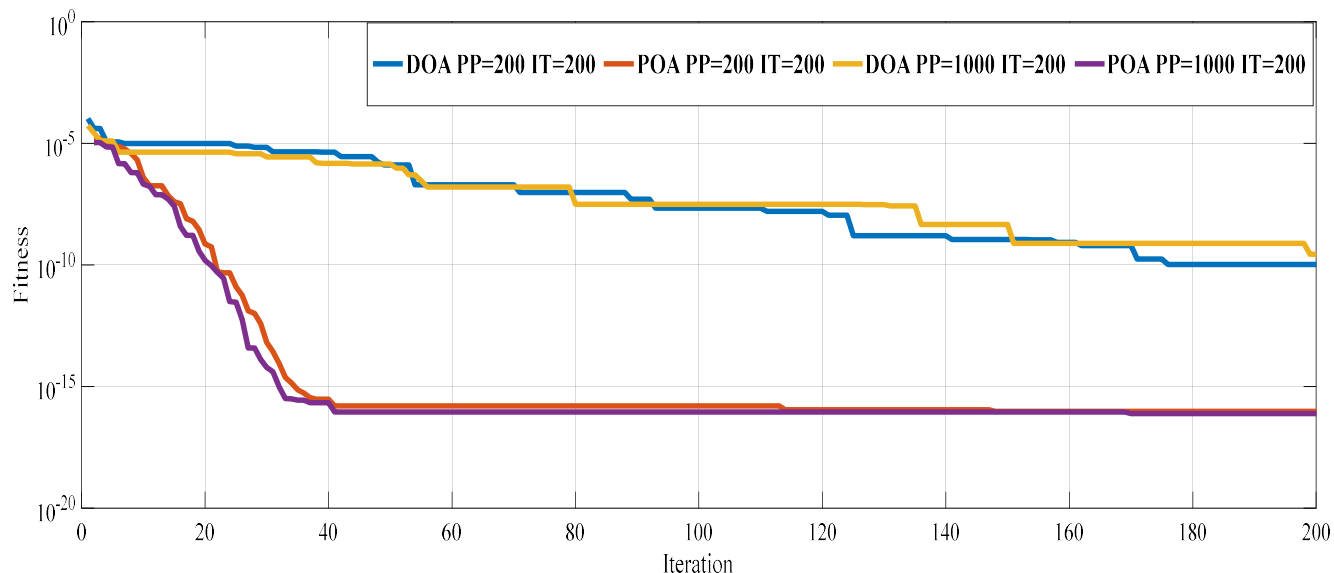


Figure IV-10 Poutre replie_ 2 ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA

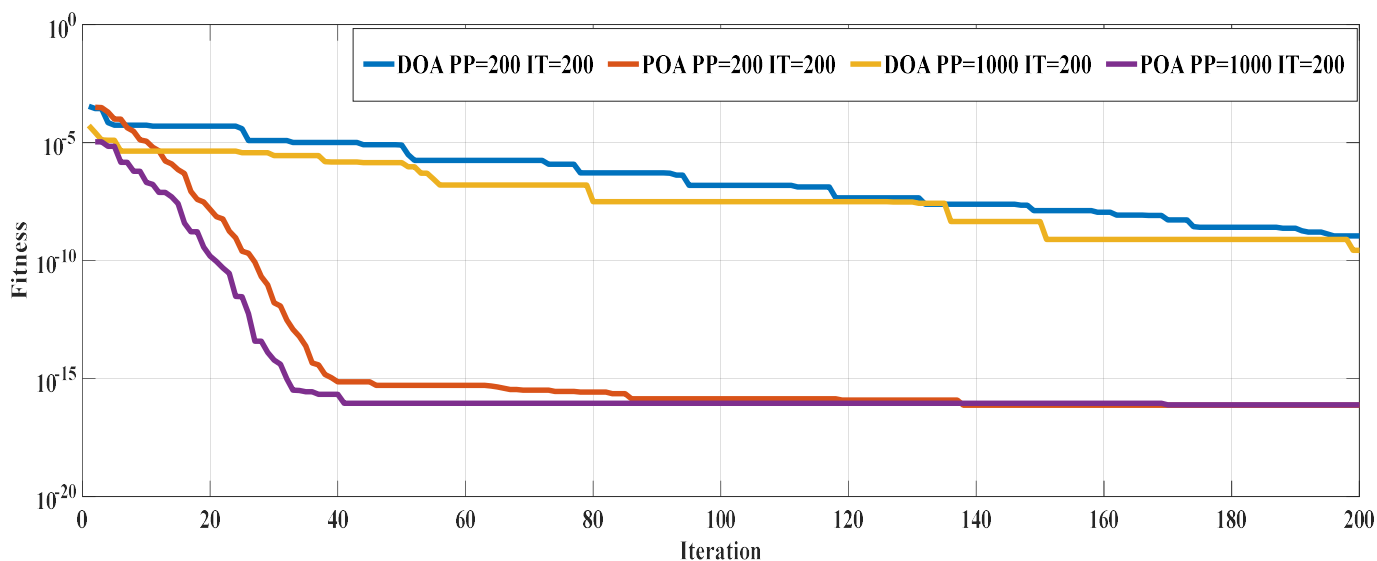


Figure IV-11 : Poutre replie_ 3 ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA

Les figures ci-dessus illustrent les courbes des résultats de vitesses de convergences (erreur) donnés par les deux méthodes d'optimisation. On remarque que pour ce cas de variation de population pour le cas test 1, la méthode POA affiche des résultats meilleurs et plus satisfaisants, en effet ; d'après l'observation minutieuse faite sur ces courbes, la méthode POA affiche une erreur inférieure à celle proposée par DOA, et se met donc dans la position de favorite en terme de vitesse de convergence (erreur).

PP=1000 IT=200												
Cas :	case 01		case 02				case 03					
Element	3		10		13		3		7		14	
10-20-200	Best_DOA	best_POA	best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA
1	14,9901%	0,0000%	21,3881%	0,0000%	15,9532%	0,0000%	15,7559%	0,0000%	17,3928%	0,0000%	25,5881%	0,0000%
20	14,9989%	15,0000%	19,8271%	20,0000%	14,7575%	15,0000%	14,9242%	15,0000%	20,1825%	20,0000%	24,6678%	25,0002%
40	14,9989%	15,0000%	20,0829%	20,0000%	14,9888%	15,0000%	14,9242%	15,0000%	20,1825%	20,0000%	24,6678%	25,0000%
60	15,0004%	15,0000%	19,9913%	20,0000%	14,9948%	15,0000%	14,9741%	15,0000%	19,9111%	20,0000%	24,9150%	25,0000%
80	15,0001%	15,0000%	19,9995%	20,0000%	15,0019%	15,0000%	14,9993%	15,0000%	20,0460%	20,0000%	25,1335%	25,0000%
100	15,0000%	15,0000%	19,9995%	20,0000%	15,0019%	15,0000%	14,9900%	15,0000%	20,0107%	20,0000%	25,0402%	25,0000%
120	15,0000%	15,0000%	19,9995%	20,0000%	15,0019%	15,0000%	14,9990%	15,0000%	19,9895%	20,0000%	25,0021%	25,0000%
140	15,0000%	15,0000%	20,0000%	20,0000%	14,9997%	15,0000%	15,0009%	15,0000%	20,0034%	20,0000%	25,0048%	25,0000%
160	15,0000%	15,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	15,0009%	15,0000%	20,0007%	20,0000%	24,9969%	25,0000%
180	15,0000%	15,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	15,0004%	15,0000%	19,9992%	20,0000%	25,0002%	25,0000%
200	15,0000%	15,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	14,9999%	15,0000%	20,0002%	20,0000%	25,0013%	25,0000%

Tableau IV-1: Poutre repliée - 1er cas - les valeurs de Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 1000 Populations

IT= 200 PP=200												
	case 01		case 02				case 03					
Élément Itération	Element 03		element 10		element 13		Element 03		element 07		element 14	
1-10-100	Best_DOA	best_PO A	best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A
1	15,0651%	0,0000%	20,3582 %	0,0000%	17,4815%	0,0000%	14,5346%	0,0000%	20,7240%	0,0000%	2,0476%	0,0000%
20	15,0021%	15,0000 %	20,3582 %	20,0000 %	14,5128%	15,0000 %	15,5691%	15,0000 %	19,3128%	20,0001 %	26,1491%	25,0004 %
40	14,9998%	15,0000 %	19,9071 %	20,0000 %	15,2502%	15,0000 %	15,1235%	15,0000 %	19,8649%	20,0000 %	25,1230%	25,0000 %
60	15,0000%	15,0000 %	19,9902 %	20,0000 %	15,0059%	15,0000 %	14,9948%	15,0000 %	19,9685%	20,0000 %	25,0832%	25,0000 %
80	15,0000%	15,0000 %	19,9982 %	20,0000 %	14,9941%	15,0000 %	14,9940%	15,0000 %	20,0083%	20,0000 %	24,9958%	25,0000 %
100	15,0000%	15,0000 %	19,9989 %	20,0000 %	15,0007%	15,0000 %	15,0007%	15,0000 %	20,0036%	20,0000 %	25,0003%	25,0000 %
120	15,0000%	15,0000 %	19,9997 %	20,0000 %	14,9993%	15,0000 %	14,9994%	15,0000 %	20,0002%	20,0000 %	25,0014%	25,0000 %
140	15,0000%	15,0000 %	19,9999 %	20,0000 %	15,0000%	15,0000 %	14,9999%	15,0000 %	19,9997%	20,0000 %	24,9985%	25,0000 %
160	15,0000%	15,0000 %	20,0000 %	20,0000 %	15,0000%	15,0000 %	14,9999%	15,0000 %	20,0001%	20,0000 %	24,9996%	25,0000 %
180	15,0000%	15,0000 %	20,0000 %	20,0000 %	15,0000%	15,0000 %	15,0000%	15,0000 %	20,0000%	20,0000 %	25,0002%	25,0000 %
200	15,0000%	15,0000 %	20,0000 %	20,0000 %	15,0000%	15,0000 %	15,0000%	15,0000 %	20,0000%	20,0000 %	25,0000%	25,0000 %

Tableau IV-2 : Poutre repliée – 2ème scénario - les valeurs de Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 200 Populations

D'après les résultats des taux d'endommagements données par les tableaux 2 et 3 ci-dessus, cela pour les deux cas de variation des populations pour les deux méthodes d'optimisation avec les trois cas d'endommagements, on constate qu'une légère différence subsiste entre ces derniers. En effet, les deux méthodes convergent vers les mêmes taux d'endommagements, cependant la méthode POA s'avère être plus précise dans certains cas, et est susceptible de donner des résultats plus précis.

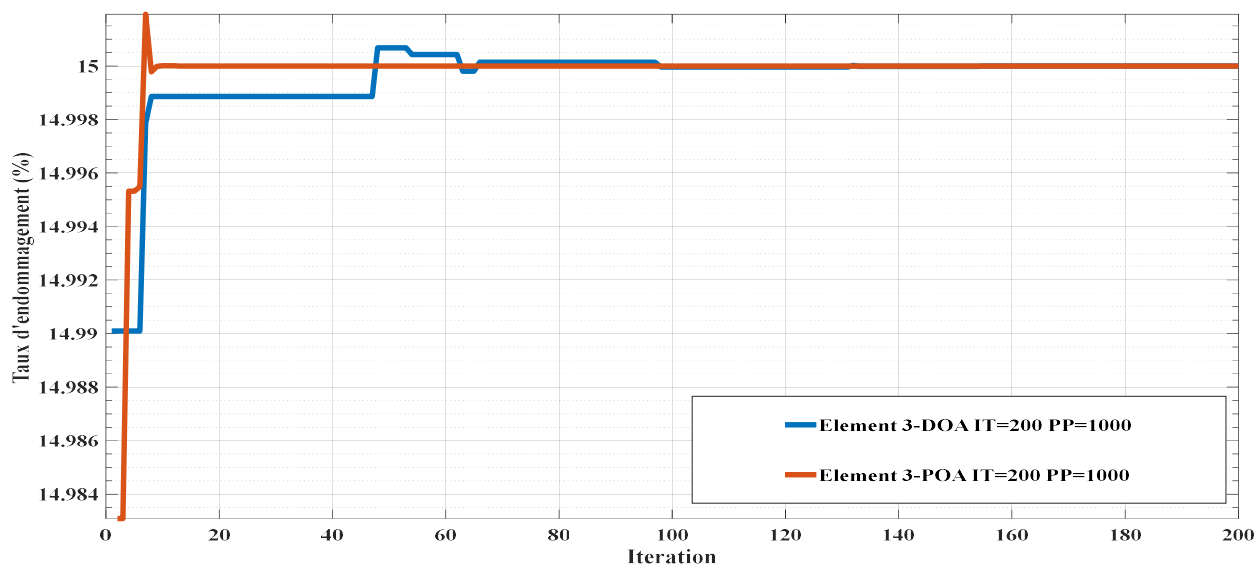


Figure IV-12 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement

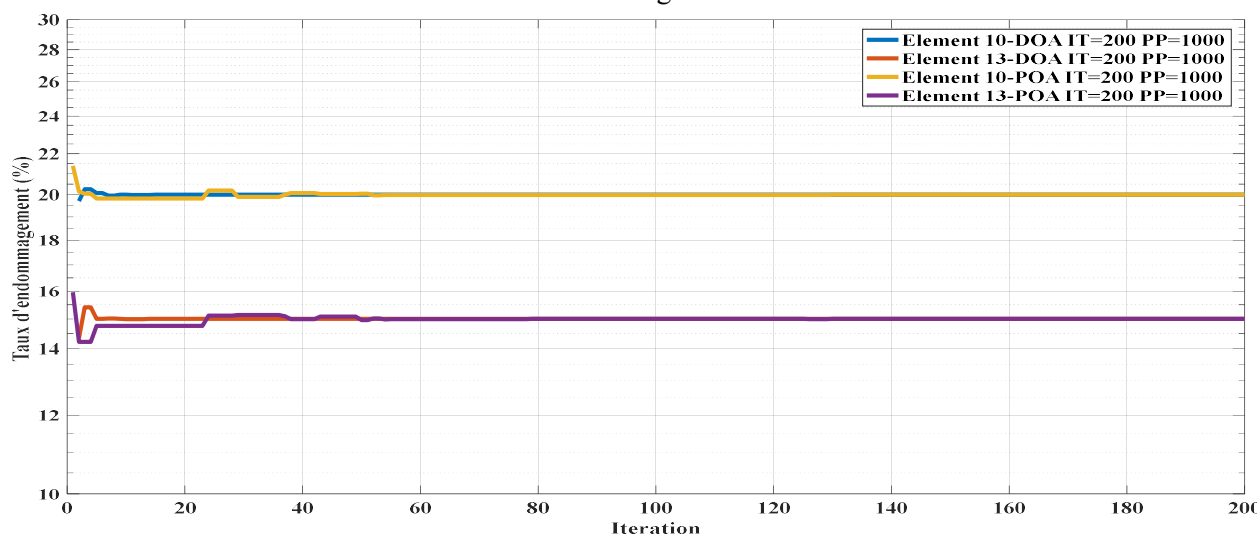


Figure IV-13 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement

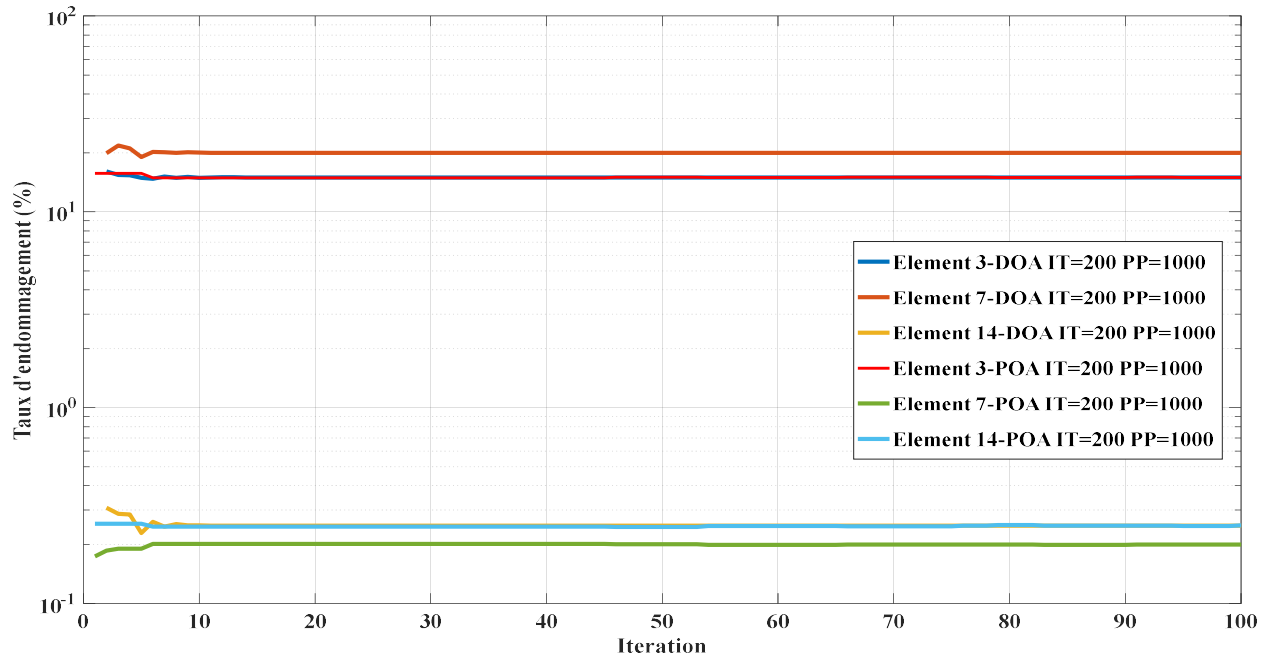


Figure IV-14 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement

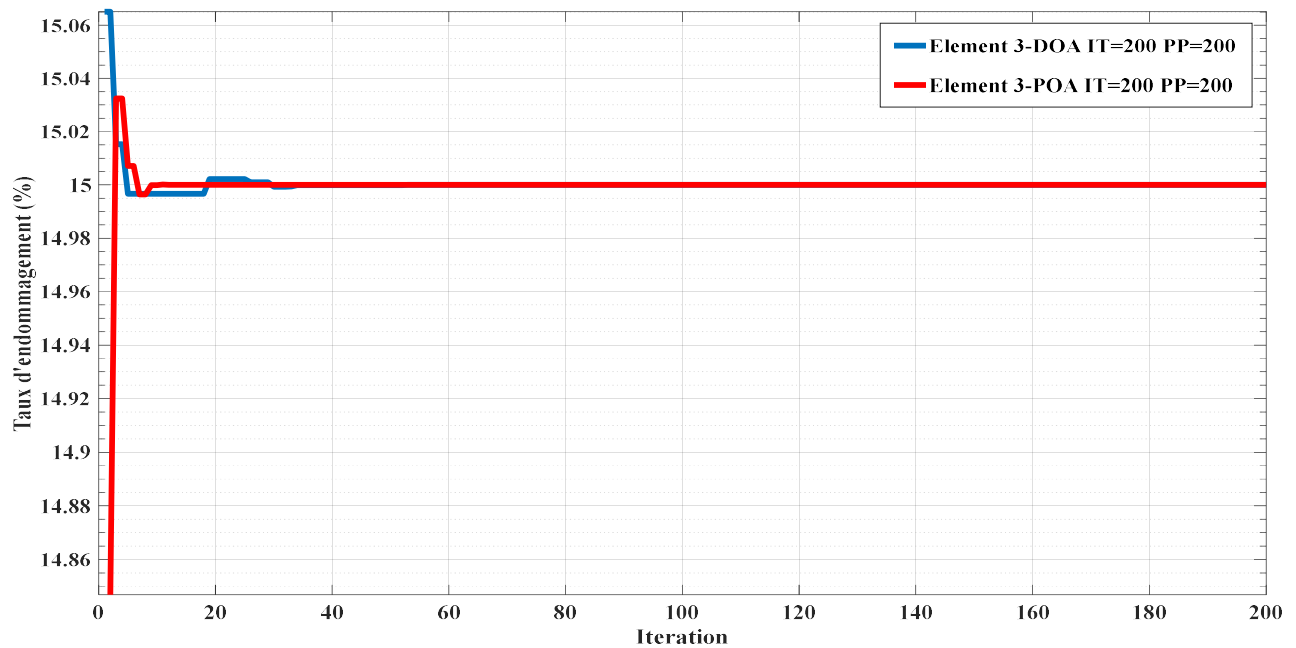


Figure IV-15 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement

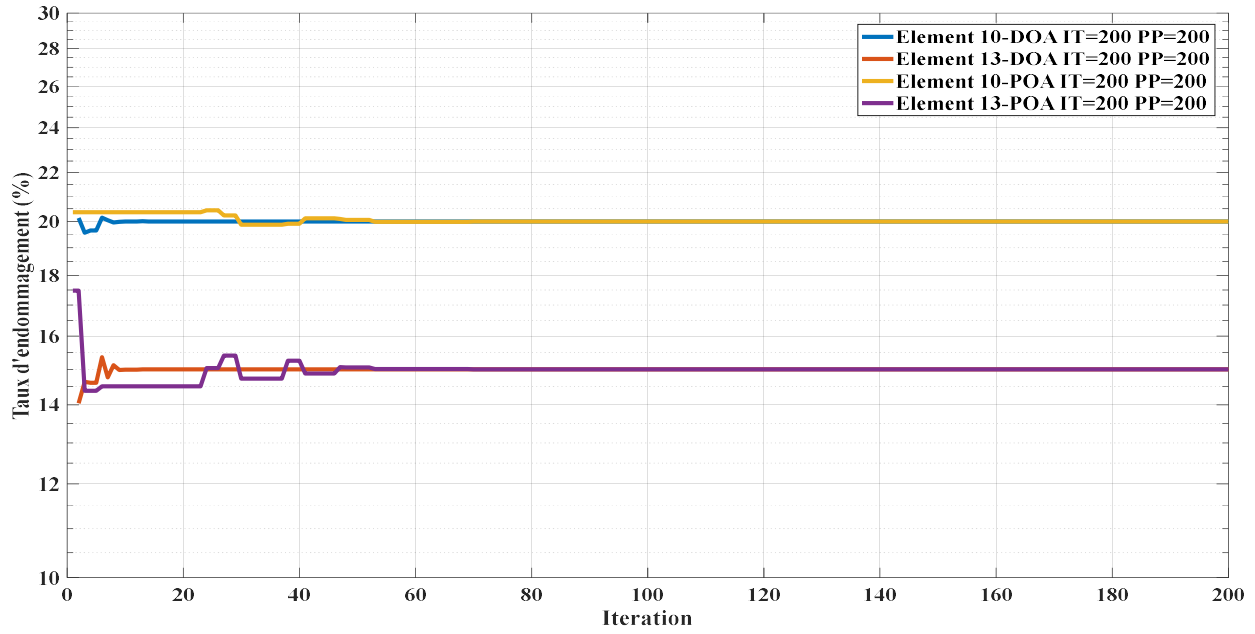


Figure IV-16 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement

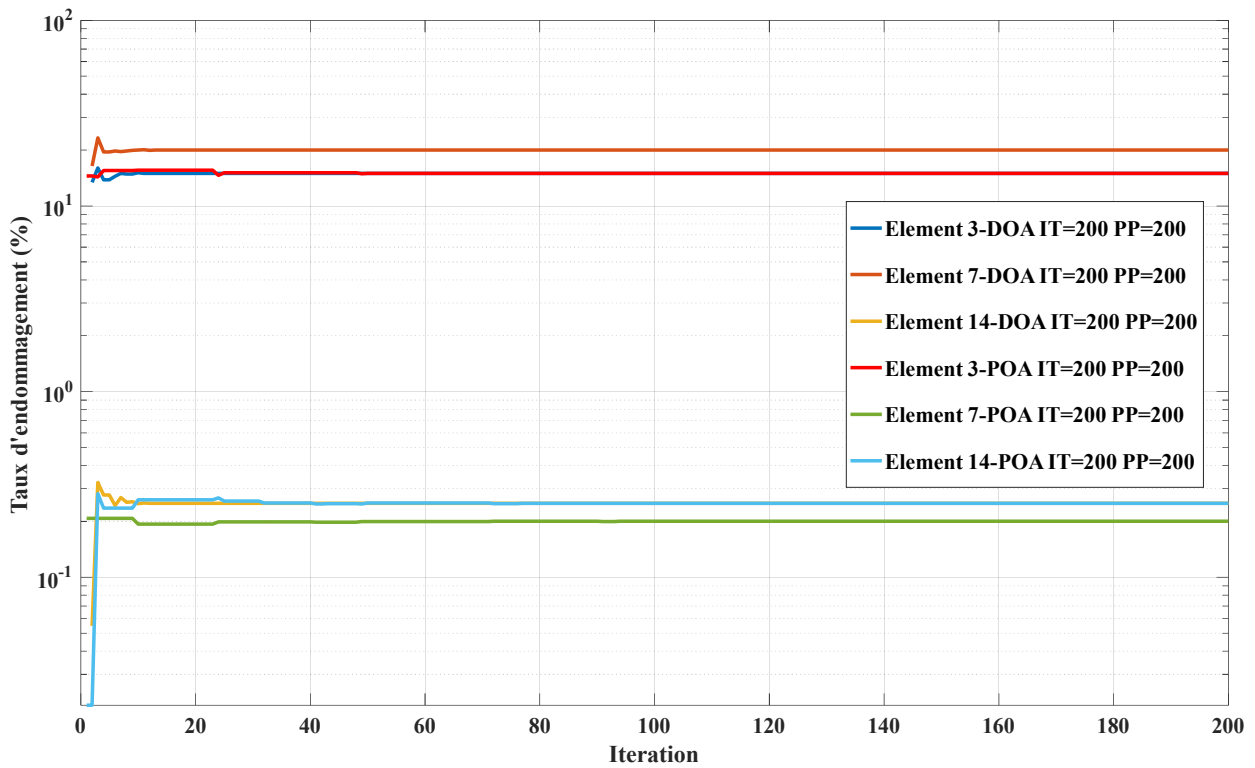


Figure IV-17 : taux d'endommagement pour le cas test 1 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement

Les trois figures ci-dessus illustrant les courbes des taux d'endommagements donnés par les deux méthodes d'optimisation avec les deux cas de variation de PP et IT, à savoir : PP=1000 et IT=200, et PP=200, IT=200, montrent que les deux méthodes POA et DOA convergent vers les mêmes taux d'endommagements et donnent des résultats validés.

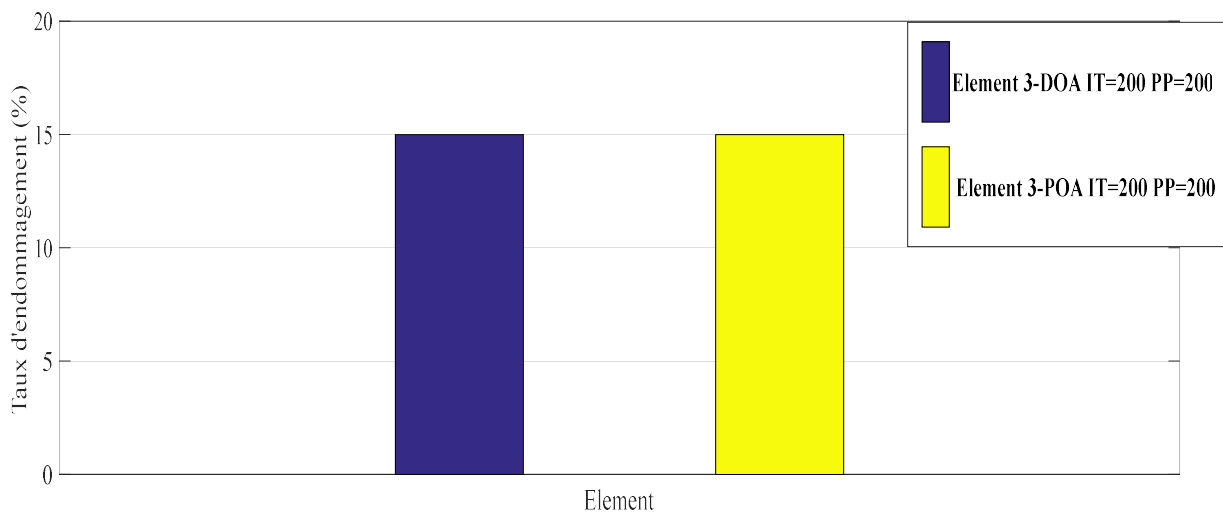


Figure IV-18 : Poutre repliée - 1er scénario D_1- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

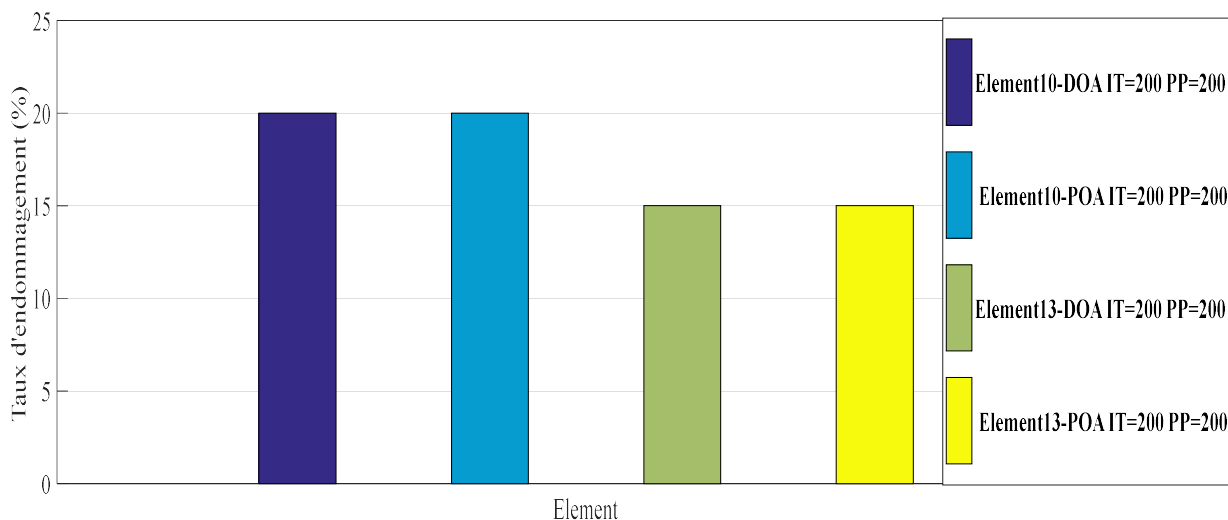


Figure IV-19 : Poutre repliée – 1ème scénario D_2- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

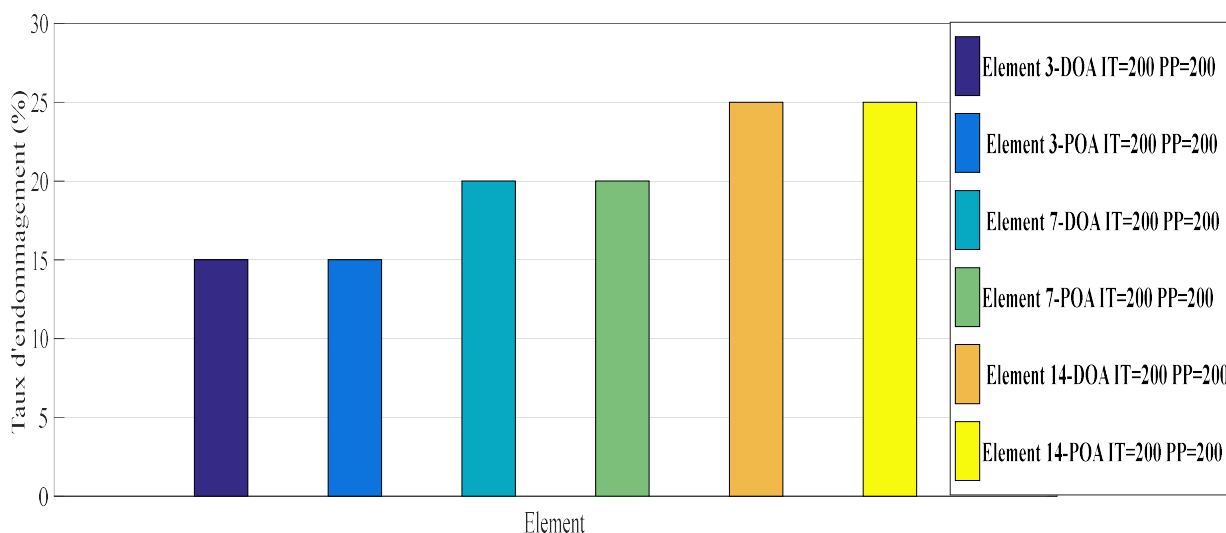


Figure IV-20 : Poutre repliée – 1ème scénario D_3- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

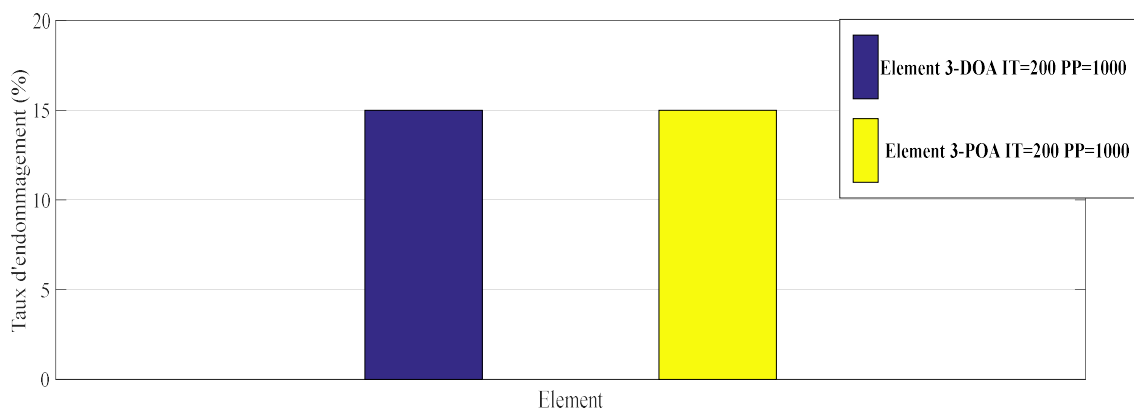


Figure IV-21 : Poutre repliée – 2ème scénario D_1- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

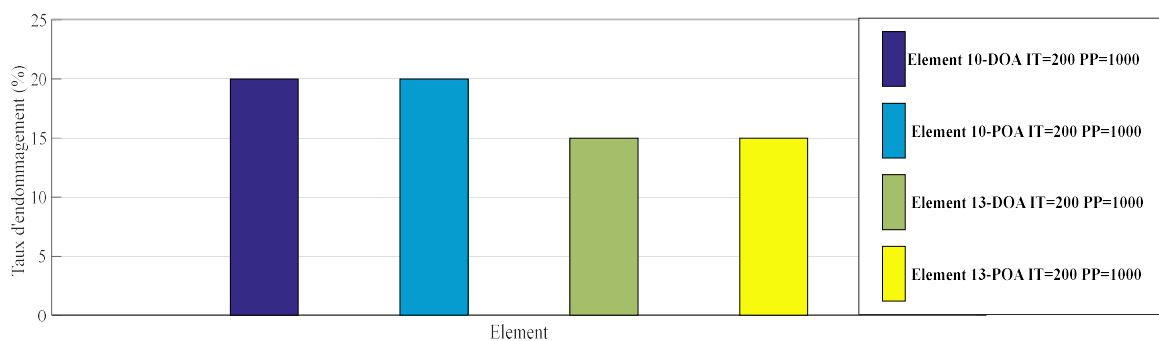


Figure IV-22 : Poutre repliée – 2ème scénario D_2- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA

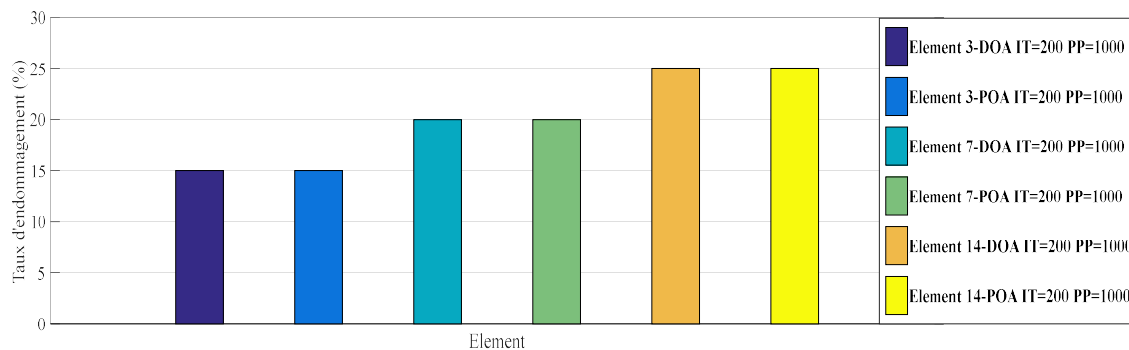


Figure IV-23 : Poutre repliée – 2ème scénario D_3- Taux d’endommagement estimer par les méthodes POA et DOA

Pour les figures ci-dessus représentant les taux d’endommagements de la poutre repliée avec les cas de variation des populations, on déduit que les deux méthodes d’optimisation utilisées donnent les taux d’endommagements souhaités et confirment leurs validités pour le cas test 1.

4.2. Cas test n°2

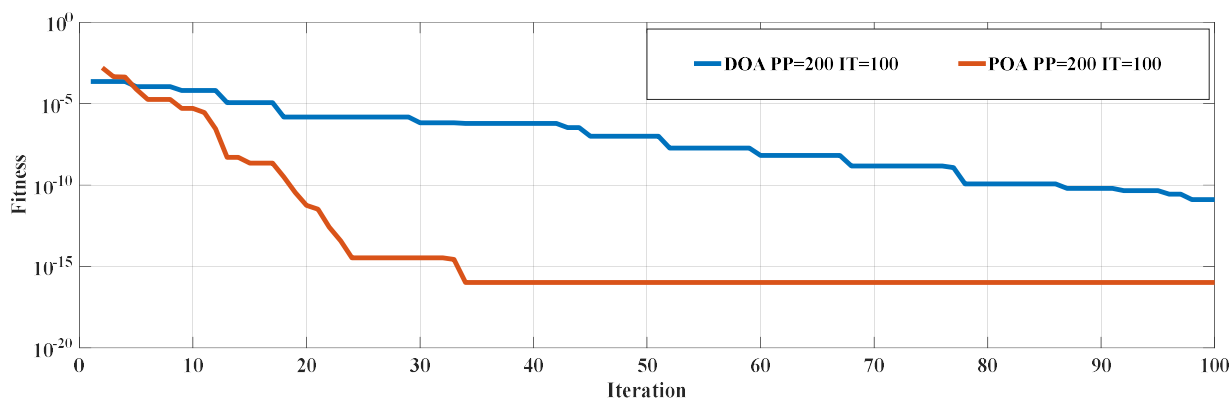


Figure IV-24 : Structure portique_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

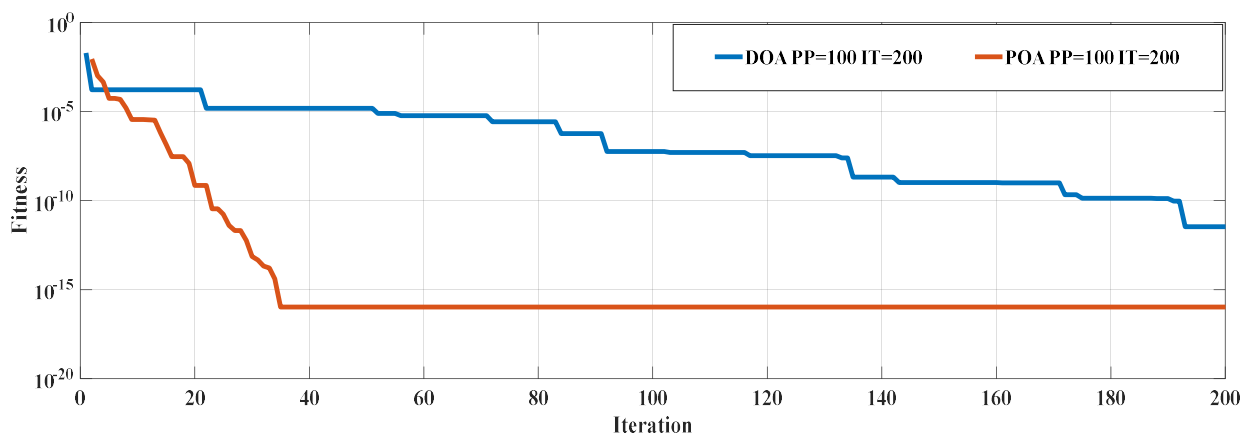


Figure IV-25 : Structure portique_ 1er Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

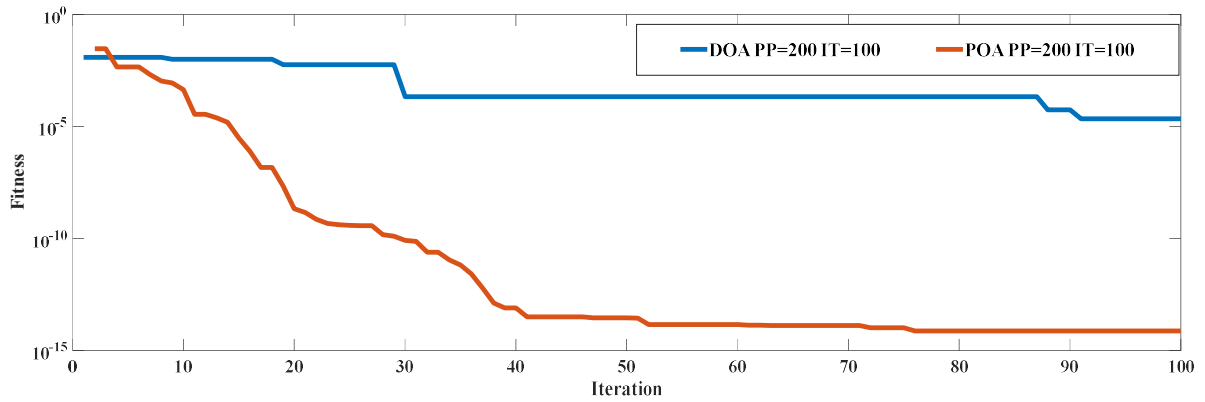


Figure IV-26 : Structure portique_ 2ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

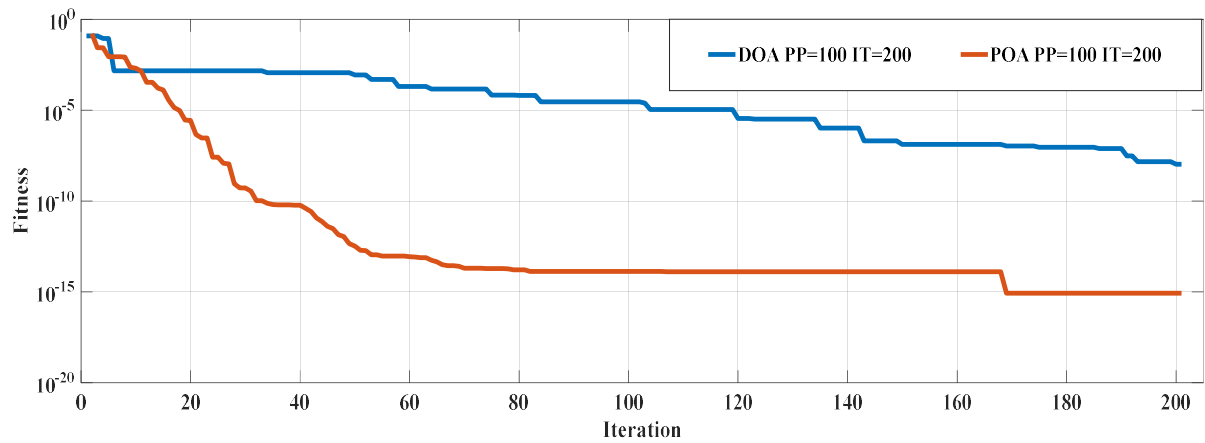


Figure IV-27 : Structure portique_ 2ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

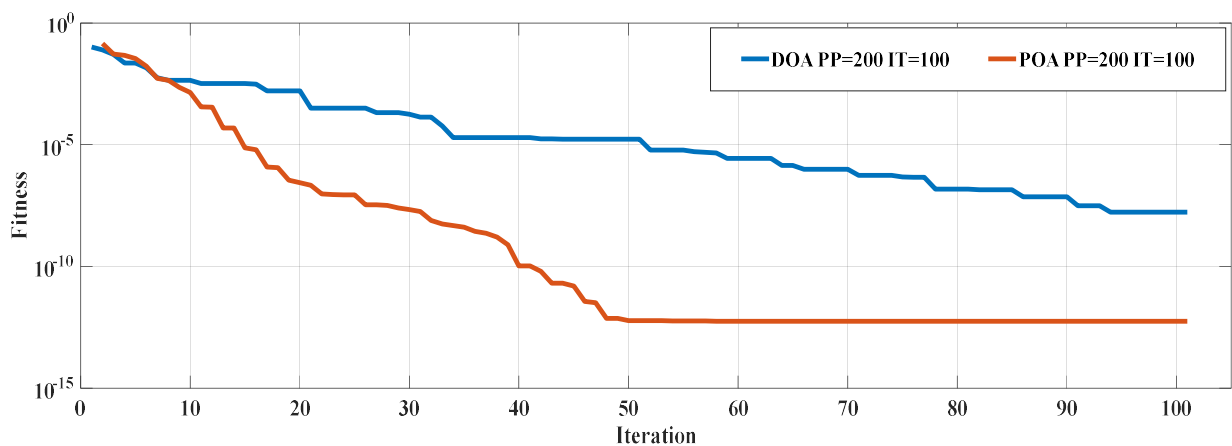


Figure IV-28 : Structure portique_ 3ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

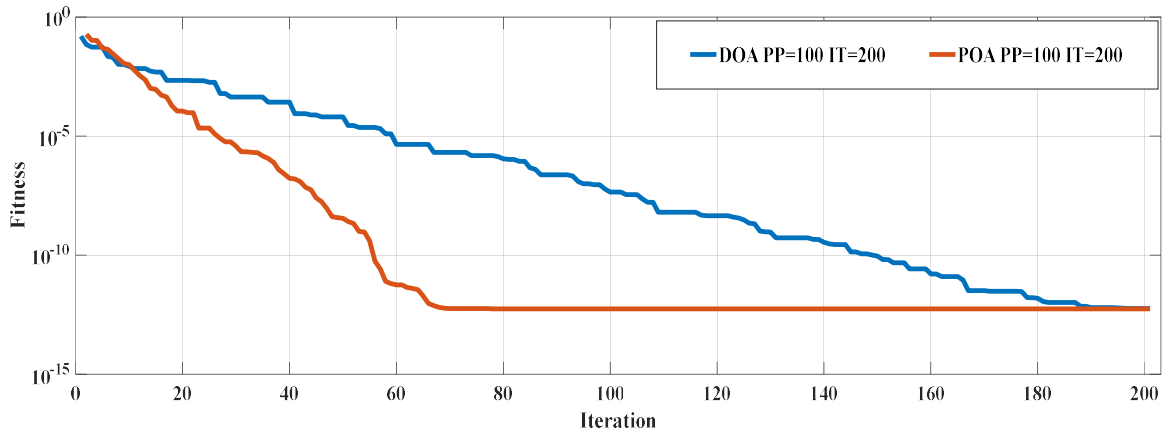


Figure IV-29 Structure portique_ 3ème Cas _Convergence de fitness des méthodes DOA et POA.

Les figures ci-dessus donnant les courbes de vitesses de convergences (erreur) pour le cas test 2, illustrent la différence flagrante existante entre les deux méthodes d’optimisation, car comme pour le cas test 1, la méthode POA affiche une meilleur vitesse de convergence et donc une erreur inferieur, et montre donc une nette supériorité par rapport à la méthode DOA en terme de vitesse de convergence.

Itération= 200-population=100												
	case 01				case 02				case 03			
Élément Itération	Élément 15		élément 04		élément 20		Élément 07		élément 14		élément 22	
1-10-100	Best_DO A	best_PO A	best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A	Best_DO A	Best_PO A
1	14,9092%	0,0000%	23,5247%	0,0000%	41,7970%	0,0000%	24,1328%	0,0000%	16,2493%	0,0000%	33,8343%	0,0000%
20	14,9934%	15,0000%	24,9175%	25,0000%	35,0676%	35,0000%	20,1223%	19,9932%	14,8079%	14,9986%	30,0525%	29,9939%
40	14,9999%	15,0000%	24,9685%	25,0000%	34,9552%	35,0000%	19,9976%	20,0000%	15,0079%	15,0000%	29,9979%	30,0000%
60	15,0000%	15,0000%	24,9898%	25,0000%	35,0001%	35,0000%	19,9998%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0002%	30,0000%
80	15,0000%	15,0000%	24,9967%	25,0000%	35,0036%	35,0000%	19,9999%	20,0000%	15,0001%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
100	15,0000%	15,0000%	24,9983%	25,0000%	35,0009%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
120	15,0000%	15,0000%	24,9998%	25,0000%	35,0002%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
140	15,0000%	15,0000%	25,0000%	25,0000%	35,0000%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
160	15,0000%	15,0000%	25,0000%	25,0000%	35,0000%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
180	15,0000%	15,0000%	25,0000%	25,0000%	35,0000%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
200	15,0000%	15,0000%	25,0000%	25,0000%	35,0000%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%

Tableau IV-3 :Structure portique - 1er scénario - les valeurs de Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 100 Populations

PP=200 IT=100

Cas	case 01		case 02				case 03					
Element	3		10		13		3		7		14	
10-20-200	Best_DOA	best_POA	best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA	Best_DOA	Best_POA
1	15,0190%	0,0000%	24,6725%	0,0000%	34,4708%	0,0000%	18,6657%	0,0000%	10,2045%	0,0000%	24,6056%	0,0000%
10	15,0054%	15,0002%	24,8629%	25,0006%	34,4447%	35,0017%	19,8037%	19,9876%	14,8596%	15,0025%	30,0269%	29,9748%
20	14,9999%	15,0000%	24,7741%	25,0000%	35,3843%	35,0000%	20,0137%	20,0000%	14,9744%	15,0000%	29,9987%	30,0000%
30	14,9999%	15,0000%	25,0095%	25,0000%	35,0035%	35,0000%	20,0101%	20,0000%	14,9968%	15,0000%	30,0031%	30,0000%
40	14,9999%	15,0000%	25,0095%	25,0000%	35,0035%	35,0000%	19,9993%	20,0000%	14,9984%	15,0000%	30,0002%	30,0000%
50	15,0000%	15,0000%	25,0095%	25,0000%	35,0035%	35,0000%	19,9991%	20,0000%	14,9996%	15,0000%	30,0005%	30,0000%
60	15,0000%	15,0000%	25,0095%	25,0000%	35,0035%	35,0000%	19,9998%	20,0000%	15,0002%	15,0000%	29,9999%	30,0000%
70	15,0000%	15,0000%	25,0122%	25,0000%	34,9907%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
80	15,0000%	15,0000%	25,0122%	25,0000%	34,9907%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
90	15,0000%	15,0000%	24,9991%	25,0000%	34,9995%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%
100	15,0000%	15,0000%	24,9991%	25,0000%	34,9995%	35,0000%	20,0000%	20,0000%	15,0000%	15,0000%	30,0000%	30,0000%

Tableau IV-4 : Structure portique – 2^{ème}. Scénario - les valeurs de Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA pour 200 itérations et 100 Populations

Chapitre IV : détection d'endommagement basé sur la réponse fréquentielle

Les tableaux 4 et 5 illustrant les taux d'endommagements de la structure cas test 2 avec les trois cas d'endommagements et les cas de variations de PP et IT suivant; PP=100 , IT=200 et PP=200 , IT=100, montrent que comme pour le cas test 1 , les deux méthodes convergent vers les mêmes taux d'endommagements voulus, seulement dans certains cas, la méthode POA reste plus précise et donnent des taux d'endommagements plus satisfaisants.

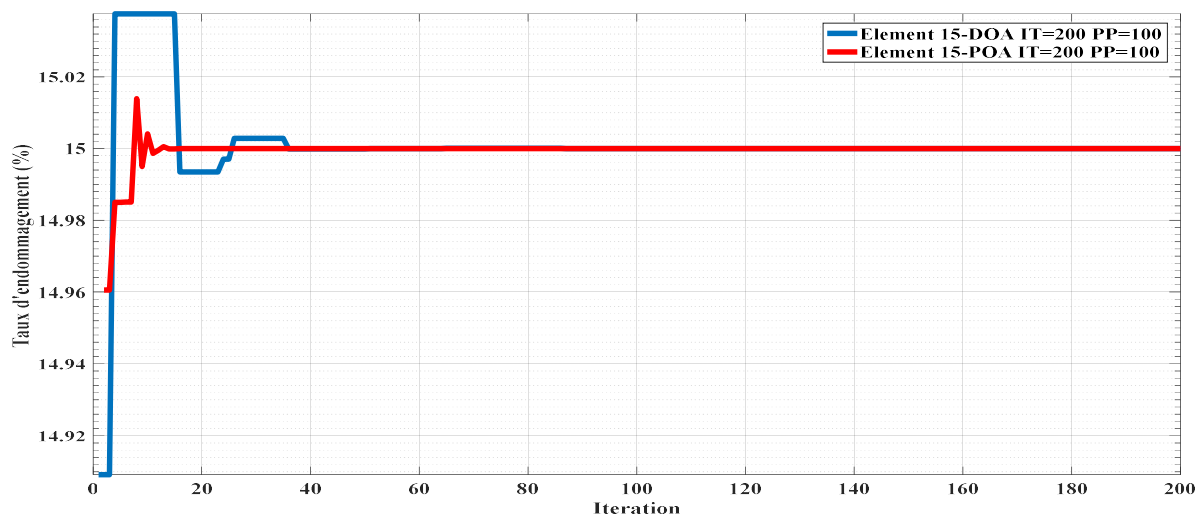


Figure IV-30 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement.

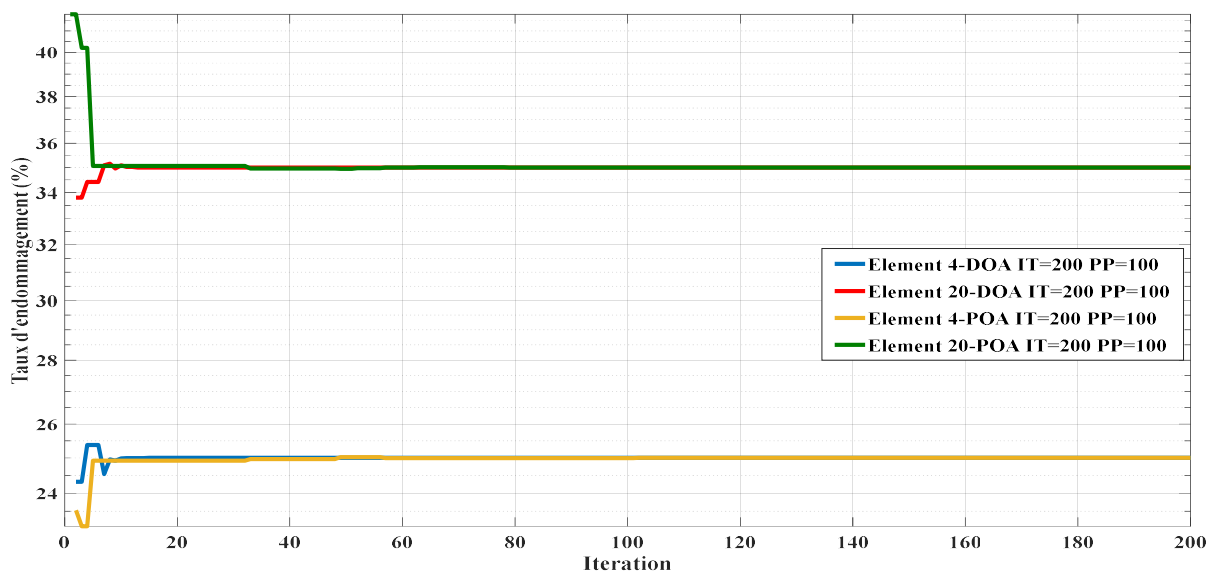


Figure IV-31 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement

Chapitre IV : détection d'endommagement basé sur la réponse fréquentielle

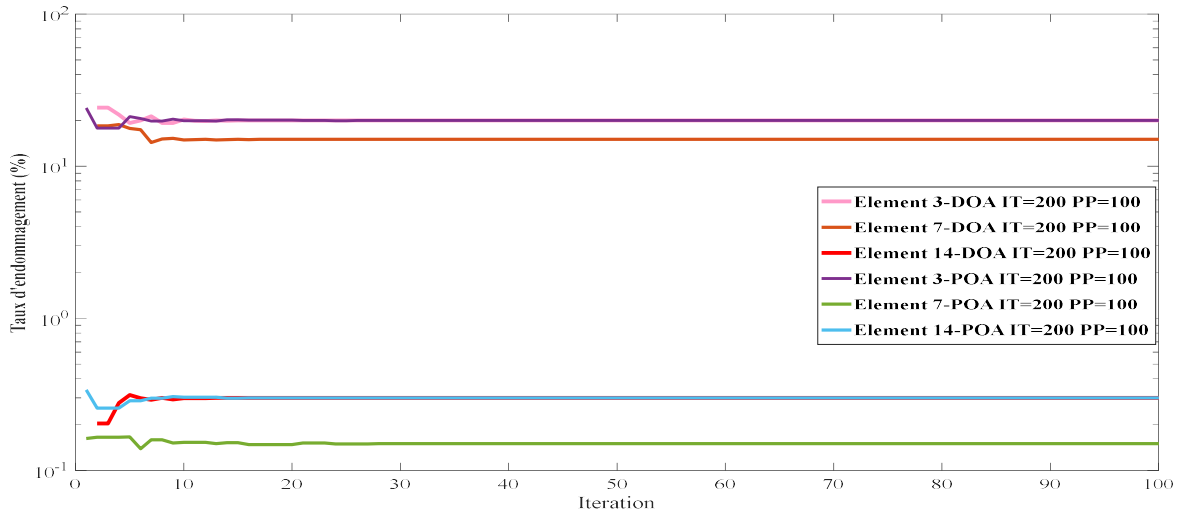


Figure IV-32 taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement.

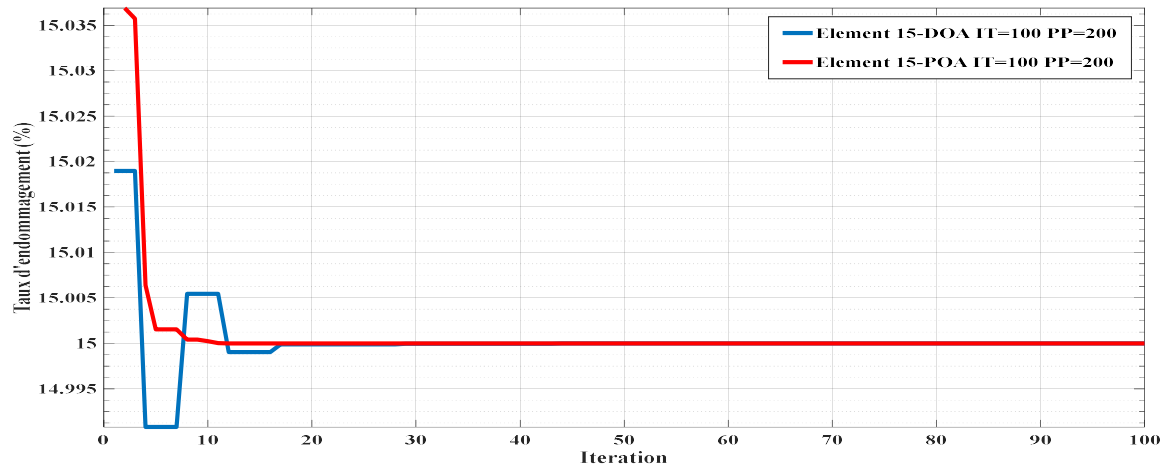


Figure IV-33 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le premier cas d'endommagement

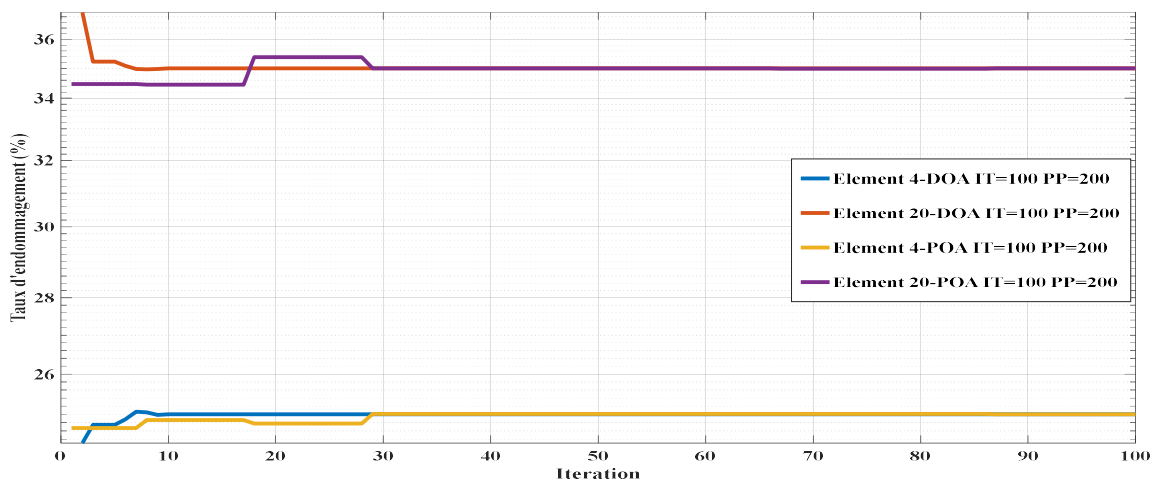


Figure IV-34 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le deuxième cas d'endommagement.

Chapitre IV : détection d'endommagement basé sur la réponse fréquentielle

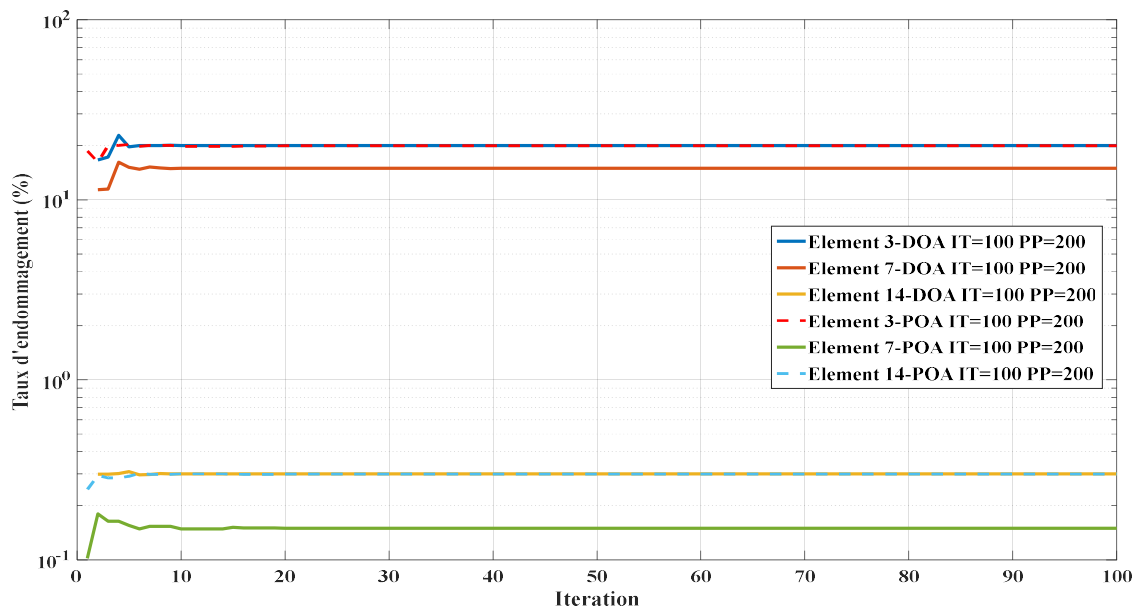


Figure IV-35 : taux d'endommagement pour le cas test 2 avec les deux méthodes pour le troisième cas d'endommagement.

Les figures ci-dessus illustrant les taux d'endommagements donnés par les deux méthodes, montrent que les taux d'endommagements initiaux sont atteints et validés par les deux méthodes d'optimisation.

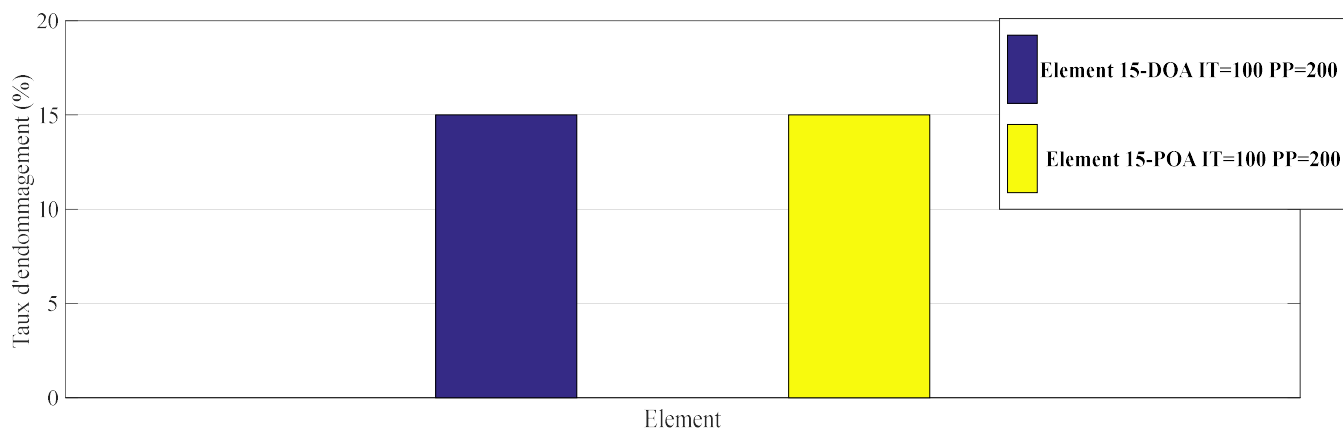


Figure IV-36: Structure portique – 1er scénario d_1- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

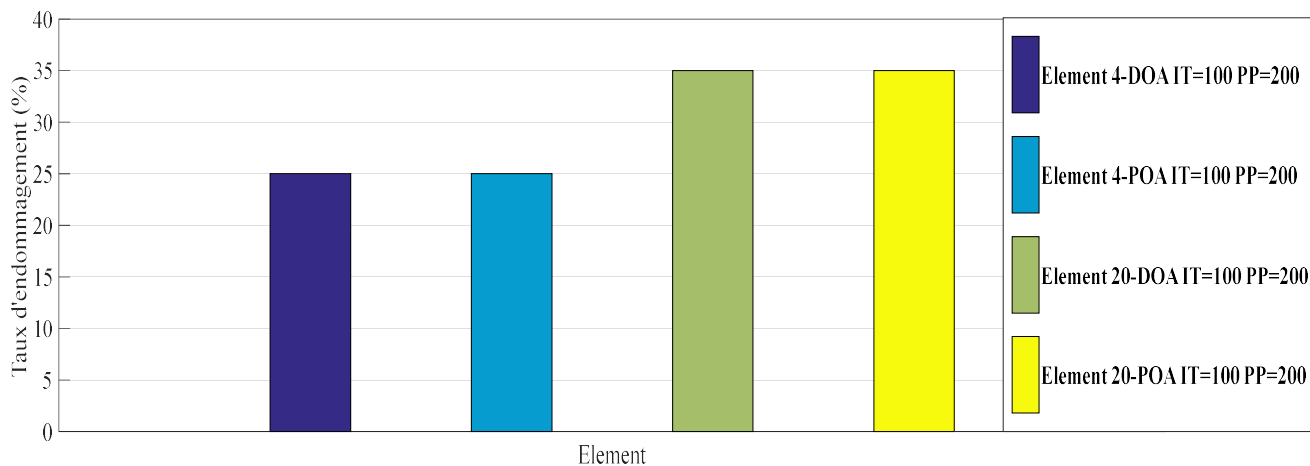


Figure IV-37: Structure portique – 1er scénario d_2- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

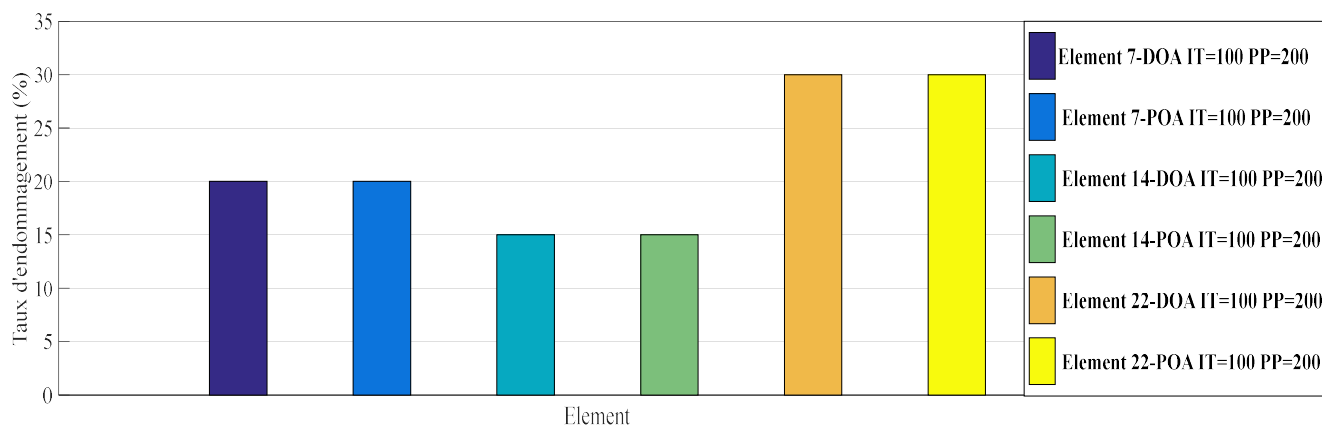


Figure IV-38: Structure portique – 1er scénario d_3- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

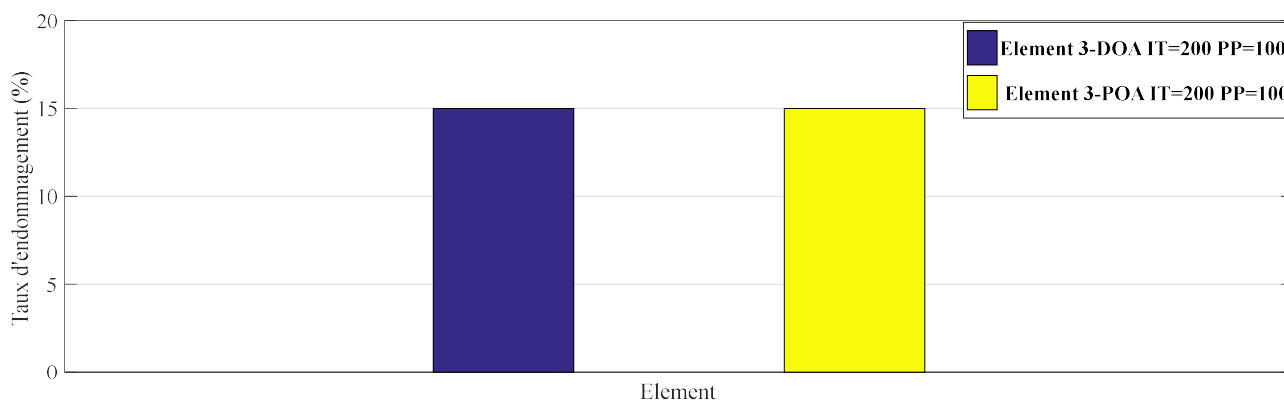


Figure IV-39: Structure portique – 2ème scénario d_1- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

Chapitre IV : détection d'endommagement basé sur la réponse fréquentielle

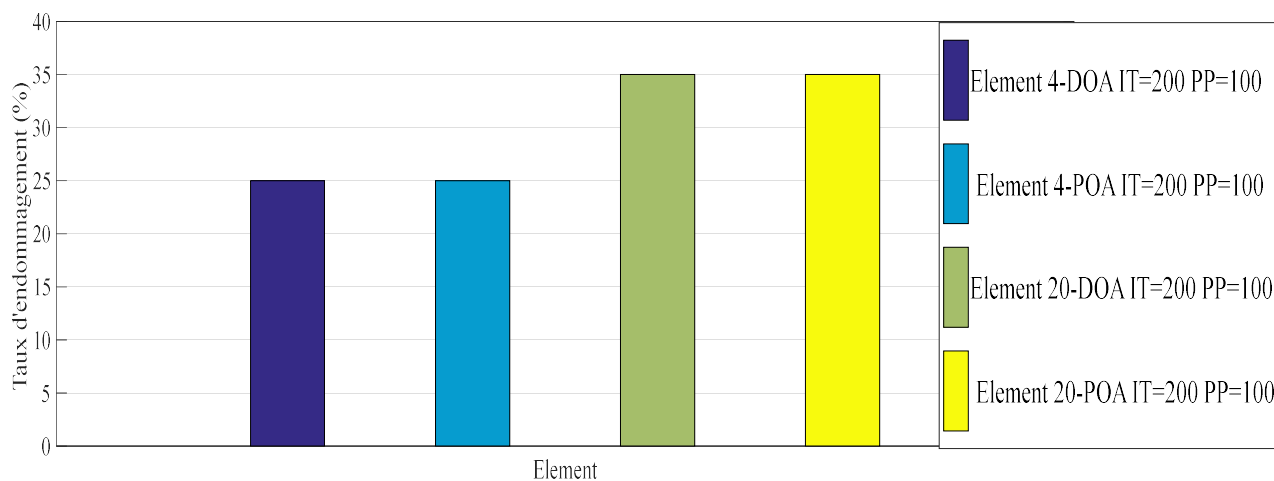


Figure IV-40: Structure portique – 2ème scénario d_2- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

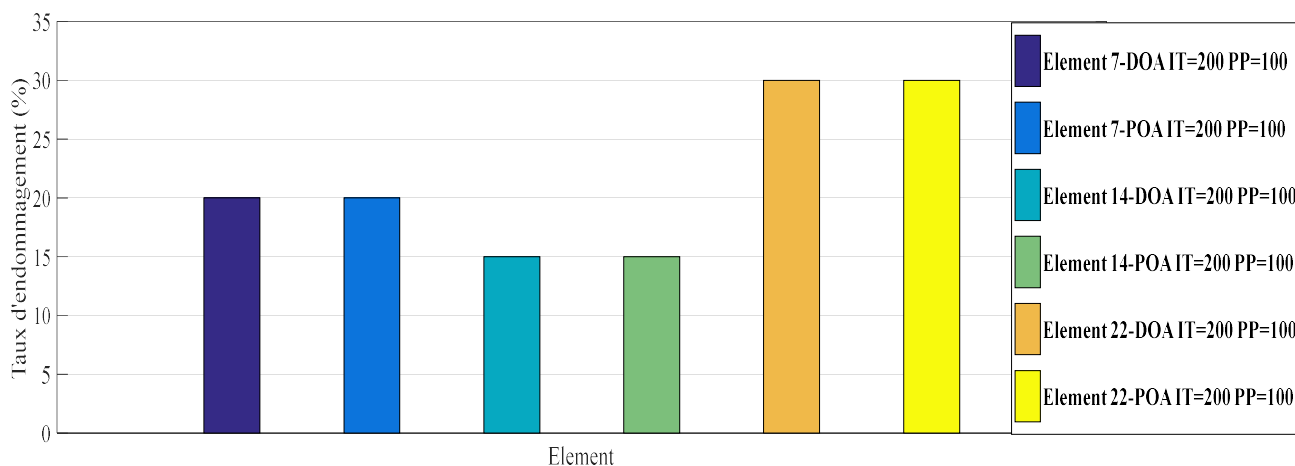


Figure IV-41: Structure portique – 2ème scénario d_3- Taux d'endommagement estimer par les méthodes POA et DOA.

Les six figures ci-dessus comportant les taux d'endommagement de la structures cas test 2 avec les trois cas d'endommagement, montrent que les deux méthodes affiches pour chaque cas les mêmes taux d'endommagements, et s'avèrent donner des résultats très satisfaisants et très similaires.

5. Conclusion

Après le travail de programmation accompli dans notre troisième chapitre, nous avons pu détecter et localiser nos endommagements, ce qui nous amène à l'étape de quantification faite dans ce présent chapitre. En effet, dans la première partie de chapitre, on a décrit nos deux méthodes d'optimisation, suite à quoi dans la deuxième partie, après les multiples calculs, nous avons réceptionner les résultats donnés, avec lesquelles on peut déduire que les deux méthodes utilisées dans ce présent travail donnent les taux d'endommagements voulus, sauf que pour la méthode POA, une nette précision est observé en faveur de cette dernière, ce qui reste logique, car d'après les courbes des vitesses de convergence, celle associée à la méthode POA reste meilleure. Pour conclure, la méthode POA, s'avère être la plus efficace dans notre étude.

Conclusion générale

Conclusion générale

Le travail présenté dans ce mémoire de fin d'étude a pour objectif la détection, la localisation et la quantification des endommagements. Afin de pouvoir mener à bien cette étude vibratoire, nous avons tout d'abord dans le premier chapitre fait des rappels sur la méthode des éléments finis et la dynamique des structures. On a pu comprendre clairement le principe de discrétisation en éléments finis, et ainsi en ressortir les matrices de raideur essentielles au bon déroulement de notre travail, pour la partie concernons la dynamique des structures. Nous avons pu assimiler le principe de l'état vibratoire des structures portiques et donc d'en déduire les matrices de masses respectives.

Afin de pouvoir mettre un choix sur la méthode de détection d'endommagement qui est utilisé dans notre travail, nous avons fait une recherche bibliographique sur la méthode de la fonction réponse fréquentielle pour la détection d'endommagement, tout en citant les multiples travaux de la littérature accomplie sur celles-ci, cela étant le principal contenu de notre deuxième chapitre.

Pour pouvoir détecter nos endommagements, on a fait comme choix de méthode, celle basée sur la réponse fréquentielle, qui associée aux performances du logiciel MATLAB, nous a permis à chaque fois une détection d'endommagement validée. Pour l'étape de localisation, l'indicateur d'endommagement basé sur les paramètres modaux (fréquences et modes) et le FRF (transmissibilité) pour détecter l'emplacement des endommagements, il s'avère d'après les résultats reçus, qu'il est efficace et appropriée pour notre étude vibratoire sur les portiques, car il a permis une nette localisation des endommagements. Ceci est le travail accompli dans notre troisième chapitre.

Pour mettre fin à notre travail, nous avons quantifié nos endommagements en utilisant deux méthodes intitulées ; POA et DOA. Ces deux algorithmes d'optimisation ont été affectés au calcul de quantification d'endommagement d'une structure portique. Après la réception des multiples résultats, à savoir ; BEST, qui est le taux d'endommagement, et fitness ou erreur qui est la vitesse de convergence, nous pouvons dire que les deux méthodes POA et DOA ont donnée des résultats satisfaisants.

Conclusion générale

Malgré la similitude entre les résultats offerts par les deux méthodes, on a pu voir que pour chaque cas, la méthode POA affiche des pourcentages d'endommagements plus précis qui restent logiques, car après observation des vitesses de convergence, celle de POA prend le dessus et s'impose comme la meilleure.

Pour conclure, nous pouvons affirmer que notre travail de programmation, pour la détection et la localisation des endommagements est validé, et que d'après les résultats donnés par les nombreux calculs d'optimisation, la méthode POA semble être plus appropriée à être utilisée dans notre étude de quantification et dans des travaux similaires.

Référence bibliographique

Référence bibliographie

1. Logan, D.L., A first course in the finite element method. 2016: Cengage Learning.
2. Hrennikoff, A., Solution of problems of elasticity by the framework method. 1941.
3. McHenry, D., A LATTICE ANALOGY FOR THE SOLUTION OF STRESS PROBLEMS. Journal of the institution of civil engineers, 1943. 21(2): p. 59-82.
4. Courant, R., Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. Lecture notes in pure and applied mathematics, 1994: p. 1-1.
5. Levy, S., Computation of influence coefficients for aircraft structures with discontinuities and sweepback. Journal of the aeronautical Sciences, 1947. 14(10): p. 547-560.
6. Levy, S., Structural analysis and influence coefficients for delta wings. Journal of the Aeronautical Sciences, 1953. 20(7): p. 449-454.
7. Argyris, J.H., Energy Theorems and Structural Analysis: A Generalized Discourse with Applications on Energy Principles of Structural Analysis Including the Effects of Temperature and Non-Linear Stress-Strain Relations. Aircraft Engineering and Aerospace Technology, 1954.
8. Argyris, J.H. and S. Kelsey, Energy theorems and structural analysis. Vol. 60. 1960: Springer.
9. Turner, M.J., et al., Stiffness and deflection analysis of complex structures. journal of the Aeronautical Sciences, 1956. 23(9): p. 805-823.
10. Clough, R.W. The finite element method in plane stress analysis. in Proceedings of 2nd ASCE Conference on Electronic Computation, Pittsburgh Pa., Sept. 8 and 9, 1960. 1960.
11. Melosh, R.J., A stiffness matrix for the analysis of thin plates in bending. Journal of the Aerospace Sciences, 1961. 28(1): p. 34-42.
12. Grafton, P.E. and D.R. Strome, Analysis of axisymmetrical shells by the direct stiffness method. AIAA journal, 1963. 1(10): p. 2342-2347.
13. Martin, H., Plane elasticity problems and the direct stiffness method. The trend in engineering, 1961. 13: p. 5-19.
14. GALLAGHER, R.H., J. PADLOG, and P. Bijlaard, Stress analysis of heated complex shapes. ARS Journal, 1962. 32(5): p. 700-707.
15. Melesh, R.J., Structural analysis of solids. Journal of the Structural Division, 1963. 89(4): p. 205-223.
16. Argyris, J.H., Recent advances in matrix methods of structural analysis(Matrix theory of structures for small and large deflections, using high speed digital computers). NEW YORK, MACMILLAN CO., OXFORD, PERGAMON PRESS, LTD., 1964. 187 P, 1964.

Référence bibliographie

17. Clough, R.W. and Y. Rashid, Finite element analysis of axi-symmetric solids. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 1965. 91(1): p. 71-85.
18. Wilson, E.L., Structural analysis of axisymmetric solids. *Aiaa Journal*, 1965. 3(12): p. 2269-2274.
19. Turner, M., et al., Large deflections of structures subjected to heating and external loads. *Journal of the Aerospace Sciences*, 1960. 27(2): p. 97-106.
20. Gallagher, R.H. and J. Padlog, Discrete element approach to structural instability analysis. *AIAA Journal*, 1963. 1(6): p. 1437-1439.
21. Zienkiewicz, O., M. Watson, and I. King, A numerical method of visco-elastic stress analysis. *International Journal of Mechanical Sciences*, 1968. 10(10): p. 807-827.
22. Archer, J.S., Consistent matrix formulations for structural analysis using finite-element techniques. *AIAA journal*, 1965. 3(10): p. 1910-1918.
23. Zienkiewicz, O. and Y. Cheung, Finite elements in the solution of field problems. *The Engineer*, 1965. 220(5722): p. 507-510.
24. Wilson, E.L. and R.E. Nickell, Application of the finite element method to heat conduction analysis. *Nuclear engineering and design*, 1966. 4(3): p. 276-286.
25. Szabo, B.A. and G.C. Lee, Derivation of stiffness matrices for problems in plane elasticity by Galerkin's method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1969. 1(3): p. 301-310.
26. Zienkiewicz, O. and C. Parekh, Transient field problems: two-dimensional and three-dimensional analysis by isoparametric finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1970. 2(1): p. 61-71.
27. Zienkiewicz, O., J. Lyness, and D. Owen, Three-dimensional magnetic field determination using a scalar potential--A finite element solution. *IEEE Transactions on Magnetics*, 1977. 13(5): p. 1649-1656.
28. Belytschko, T., A survey of numerical methods and computer programs for dynamic structural analysis. *Nuclear Engineering and Design*, 1976. 37(1): p. 23-34.
29. Belytschko, T., R. Chiapetta, and H. Bartel, Efficient large scale non-linear transient analysis by finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1976. 10(3): p. 579-596.
30. Belytschko, T., et al., *Nonlinear finite elements for continua and structures*. 2014: John wiley & sons.
31. Crisfield, M.A., *Nonlinear finite element analysis of solids and structures. Volume 1: Essentials*. 1991.
32. El-Zafrany, A., *Non-linear finite element analysis of solids and structures: Volume 2: Advanced topics*. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 1997. 211(6): p. 489.

Référence bibliographie

33. Huiskes, R. and E.Y. Chao, A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: the first decade. *Journal of biomechanics*, 1983. 16(6): p. 385-409.
34. Azarm, S., In Memoriam: Dr. Clive L. Dym (1942–2016). *Journal of Mechanical Design*, 2016. 138(10): p. 100101.
35. Kardestuncer, H. and D.H. Norrie, *Finite element handbook*. 1987: McGraw-Hill, Inc.
36. Clough, R.W., The finite element method after twenty-five years: a personal view. *Computers & Structures*, 1980. 12(4): p. 361-370.
37. Samir, D., *METHODE DES ELEMENTS FINIS*.
38. Oudin, H., *Méthode des éléments finis*. 2008, Ecole Centrale de Nantes (ECN).
39. Hamrit, F. and B. Necib, *Analyse dynamique des structures mécaniques par la méthode des éléments finis*. 2018, جامعة الإخوة منتوري قسنطينة.
40. Cazenave, M., *Méthode des éléments finis-2e éd.: Approche pratique en mécanique des structures*. 2013: Dunod.
41. Lestuzzi, P. and I.F. Smith, *Dynamique des structures: bases et applications pour le génie civil*. 2017: Presses polytechniques et universitaires romandes.
42. Ren, H., X. Chen, and Y. Chen, *Reliability based aircraft maintenance optimization and applications*. 2017: Academic Press.
43. Mandel, J., Conditions de stabilité et postulat de Drucker, in *Rheology and Soil Mechanics/Rhéologie et Mécanique des Sols*. 1966, Springer. p. 58-68.
44. Zenzen, R., et al., A damage identification technique for beam-like and truss structures based on FRF and Bat Algorithm. *Comptes Rendus Mécanique*, 2018. 346(12): p. 1253-1266.
45. Jalali, M.H. and D.G. Rideout, Substructural damage detection using frequency response function based inverse dynamic substructuring. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022. 163: p. 108166.
46. Esfandiari, A., M.S. Nabiyan, and F.R. Rofooei, Structural damage detection using principal component analysis of frequency response function data. *Structural Control and Health Monitoring*, 2020. 27(7): p. e2550.
47. Khan, M.W., N. Akmal Din, and R. Ul Haq, Damage detection in a fixed-fixed beam using natural frequency changes. *Vibroengineering PROCEDIA*, 2020. 30: p. 38-43.
48. Hwang, H. and C. Kim, Damage detection in structures using a few frequency response measurements. *Journal of sound and vibration*, 2004. 270(1-2): p. 1-14.
49. Cottin, N., H.-P. Felgenhauer, and H. Natke, On the parameter identification of elastomechanical systems using input and output residuals. *Ingenieur-Archiv*, 1984. 54(5): p. 378-387.
50. Lin, R. and D. Ewins. Model updating using FRF data. in *Proceedings of the 15th international seminar on modal analysis*. 1990. ISMA Belgium.

Référence bibliographie

51. Zimmerman, D., T. Simmermacher, and M. Kaouk, Model correlation and system health monitoring using frequency domain measurements. *Structural health monitoring*, 2005. 4(3): p. 213-227.
52. Ziaei-Rad, S. and M. Imregun, On the accuracy required of experimental data for finite element model updating. *Journal of Sound and vibration*, 1996. 196(3): p. 323-336.
53. Johnson, T.J., et al. Structural damage identification using embedded sensitivity functions. in *Smart Structures and Materials 2004: Smart Structures and Integrated Systems*. 2004. International Society for Optics and Photonics.
54. Lecce, L., M. Viscardi, and G. Zumpano. Multifunctional system for active noise control and damage detection on a typical aeronautical structure. in *Smart Structures and Materials 2001: Smart Structures and Integrated Systems*. 2001. International Society for Optics and Photonics.
55. Quek, S.T. and X. Hou. Sensing inaccessible damage in a structure using frequency response functions. in *Nondestructive Characterization for Composite Materials, Aerospace Engineering, Civil Infrastructure, and Homeland Security 2007*. 2007. International Society for Optics and Photonics.
56. Hsu, T.Y. and C.H. Loh, Damage detection accommodating nonlinear environmental effects by nonlinear principal component analysis. *Structural Control and Health Monitoring: The Official Journal of the International Association for Structural Control and Monitoring and of the European Association for the Control of Structures*, 2010. 17(3): p. 338-354.
57. Wang, M., D. Wang, and G. Zheng, Joint dynamic properties identification with partially measured frequency response function. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012. 27: p. 499-512.
58. Esfandiari, A. and M. Sanayei, More insight on function-weighted frequency response function sensitivity method for analytical model updating. *Journal of Sound and Vibration*, 2021: p. 116143.
59. Yang, T., S.-H. Fan, and C.-S. Lin, Joint stiffness identification using FRF measurements. *Computers & Structures*, 2003. 81(28-29): p. 2549-2556.
60. Imregun, M., W. Visser, and D. Ewins, Finite element model updating using frequency response function data: I. Theory and initial investigation. *Mechanical systems and signal processing*, 1995. 9(2): p. 187-202.
61. Hong, Y., et al. Experimental model updating using frequency response functions. in *Sensors and Smart Structures Technologies for Civil, Mechanical, and Aerospace Systems 2016*. 2016. International Society for Optics and Photonics.
62. Wang, Z., R. Lin, and M. Lim, Structural damage detection using measured FRF data. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 1997. 147(1-2): p. 187-197.

Référence bibliographie

63. Mottershead, J.E., A. Kyprianou, and H.J. Ouyang. Estimation of rotational frequency responses. in *Key Engineering Materials*. 2003. Trans Tech Publ.
64. Alvandi, A., Contribution à l'utilisation pratique de l'évaluation dynamique pour la détection d'endommagements dans les ponts. 2003, Ecole des Ponts ParisTech.
65. Vanhoenacker, K., et al., The use of multisine excitations to characterise damage in structures. *Mechanical systems and signal processing*, 2004. 18(1): p. 43-57.
66. Rytter, A., *Vibrational based inspection of civil engineering structures*. 1993.
67. Maas, S., et al., Damage assessment of concrete structures through dynamic testing methods. Part 1–Laboratory tests. *Engineering Structures*, 2012. 34: p. 351-362.
68. Wang, L., et al., Damage detection of RC beams based on experiment and analysis of nonlinear dynamic characteristics. *Construction and Building Materials*, 2012. 29: p. 420-427.
69. Neild, S., M. Williams, and P. McFadden, Nonlinear vibration characteristics of damaged concrete beams. *Journal of structural engineering*, 2003. 129(2): p. 260-268.
70. Khatir, S., R. Serra, and I. Belaidi, Détection et localisation de défauts dans des structures poutres par analyse vibratoire. *Proceeding of 4ième Congrès Algérien de Mécanique*, At Mascara, Algérie, 2013.
71. Vandiver, J.K. Detection of structural failure on fixed platforms by measurement of dynamic response. in *Offshore Technology Conference*. 1975. OnePetro.
72. Loland, O. and C.J. Dodds. Experiences in developing and operating integrity monitoring systems in the North Sea. in *Presented at the Eighth Annual Offshore Technology Conference*, Houston, Texas, May 3-6, 1976. 1976.
73. Coppolino, R. and S. Rubin. Detectability of structural failures in offshore platforms by ambient vibration monitoring. in *Offshore Technology Conference*. 1980. OnePetro.
74. Nataraja, R. Structural integrity monitoring in real seas. in *Offshore Technology Conference*. 1983. OnePetro.
75. West, W.M., Illustration of the use of modal assurance criterion to detect structural changes in an orbiter test specimen. 1986.
76. TSYFANSKY, S.L. and V. Beresnevich, Non-linear vibration method for detection of fatigue cracks in aircraft wings. *Journal of sound and vibration*, 2000. 236(1): p. 49-60.
77. Trendafilova, I., M.P. Cartmell, and W. Ostachowicz, Vibration-based damage detection in an aircraft wing scaled model using principal component analysis and pattern recognition. *Journal of Sound and Vibration*, 2008. 313(3-5): p. 560-566.
78. Dron, J. and F. Bolaers, Improvement of the sensitivity of the scalar indicators (crest factor, kurtosis) using a de-noising method by spectral subtraction: application to the detection of defects in ball bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2004. 270(1-2): p. 61-73.

Référence bibliographie

79. Chimentin, X., et al., Localization and quantification of vibratory sources: Application to the predictive maintenance of rolling bearings. *Journal of Sound and Vibration*, 2008. 316(1-5): p. 331-347.
80. Gomez-Mancilla, J., et al., The influence of crack-imbalance orientation and orbital evolution for an extended cracked Jeffcott rotor. *Comptes Rendus Mecanique*, 2004. 332(12): p. 955-962.
81. Le, T.T.H., Contribution à la détection, à la localisation d'endommagements par des méthodes d'analyse dynamique des modifications structurales d'une poutre avec tension: application au suivi des câbles du génie civil. 2014, Paris Est.
82. Yuen, M.M.F., A numerical study of the eigenparameters of a damaged cantilever. *Journal of sound and vibration*, 1985. 103(3): p. 301-310.
83. Chance, J., G.R. Tomlinson, and K. Worden. A simplified approach to the numerical and experimental modelling of the dynamics of a cracked beam. in *Proceedings-SPIE the International Society for Optical Engineering*. 1994. Citeseer.
84. Doebling, S.W., C.R. Farrar, and R.S. Goodman, Effects of measurement statistics on the detection of damage in the Alamosa Canyon Bridge. 1996, Los Alamos National Lab., NM (United States).
85. Farrar, C.R., et al., Dynamic characterization and damage detection in the I-40 bridge over the Rio Grande. 1994, Los Alamos National Lab., NM (United States).
86. Farrar, C.R., et al., Variability of modal parameters measured on the Alamosa Canyon Bridge. 1996, Los Alamos National Lab., NM (United States).
87. Salawu, O. and C. Williams. Structural Damage Detection Using Experimental Modal Analysis A Comparison of Some Methods. in *PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL MODAL ANALYSIS CONFERENCE*. 1993. SEM SOCIETY FOR EXPERIMENTAL MECHANICS INC.
88. Mottershead, J.E., A. Kyprianou, and H. Ouyang, Structural modification. Part 1: rotational receptances. *Journal of Sound and Vibration*, 2005. 284(1-2): p. 249-265.
89. Maia, N., JMM a. e Silva, J. He, NAJ Lieven, RM Lin, GW Skingle, W.-M. To, and APV Urgueira. Theoretical and Experimental Modal Analysis. *Mechanical engineering research studies*. Research Studies Press Ltd, 1997.
90. Le, T.-P., Auscultation dynamique des structures à l'aide de l'analyse continue en ondelettes. 2003, Marne-la-vallée, ENPC.
91. Ewins, D.J., *Modal testing: theory and practice*, Vol. 15. Letchworth: Research studies press, 1984.
92. Wahab, M.A. and G. De Roeck, Damage detection in bridges using modal curvatures: application to a real damage scenario. *Journal of Sound and vibration*, 1999. 226(2): p. 217-235.
93. Wang, J., et al., Novel phasianidae inspired peafowl (*Pavo muticus/cristatus*) optimization algorithm: Design, evaluation, and SOFC models parameter

Référence bibliographie

- estimation. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 2022. 50: p. 101825.
94. Yu, C., et al. Fireworks algorithm with differential mutation for solving the CEC 2014 competition problems. in *2014 IEEE congress on Evolutionary computation (CEC)*. 2014. IEEE.
 95. Tian, Y.-M., et al., First report of *Toxoplasma gondii* seroprevalence in peafowls in Yunnan Province, Southwestern China. *Parasites & vectors*, 2012. 5(1): p. 1-5.
 96. Mirjalili, S. and A. Lewis, The whale optimization algorithm. *Advances in engineering software*, 2016. 95: p. 51-67.
 97. Peraza-Vázquez, H., et al., A bio-inspired method for engineering design optimization inspired by dingoes hunting strategies. *Mathematical Problems in Engineering*, 2021. 2021.
 98. Allen, B.L. and L.K.-P. Leung, Assessing predation risk to threatened fauna from their prevalence in predator scats: dingoes and rodents in arid Australia. *PLoS One*, 2012. 7(5): p. e36426.
 99. Jackson, S.M., et al., The wayward dog: is the Australian native dog or dingo a distinct species? 2017.
 100. Crowther, M.S., et al., An updated description of the Australian dingo (*Canis dingo* Meyer, 1793). *Journal of Zoology*, 2014. 293(3): p. 192-203.